

KONVEKSI PAKSA ALIRAN LAMINER ISOTERMAL DI ATAS PLAT DATAR PADA BERBAGAI KONDISI PROFIL KECEPATAN

Budiman Sudia

Staf Pengajar Jurusan Teknik Mesin Universitas Halu Oleo Kendari

Email: budimansudia@rocketmail.com

ABSTRAK

Tujuan makalah ini adalah menyajikan analisis teoritis mekanisme konveksi paksa pada aliran laminar *isothermal* di atas plat datar. Penentuan tebal lapisan batas hidrodinamika (δ) dan tebal lapisan batas *thermal* (δ_t) menggunakan pendekatan Von Karman (persamaan integral momentum dan persamaan integral energi). Bilangan nusselt lokal dan bilangan nusselt rata – rata untuk berbagai kondisi profil kecepatan adalah: profil kecepatan linear: $N_{ux} = 0,289 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$ dan $N_{uL} = 0,577 (Re_L)^{1/2} (Pr)^{1/3}$; profil kecepatan polinomial pangkat 2: $N_{ux} = 0,393 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$, $N_{uL} = 0,787 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$; profil kecepatan polinomial pangkat 3: $N_{ux} = 0,331 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$ dan $N_{uL} = 0,662 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$.

Kata Kunci: Aliran laminar, persamaan integral momentum, persamaan integral energi, bilangan nusselt

ABSTRACT

The aims of this paper is to present theoretical analysis of forced convection mechanisms of isothermal laminar flow over flat plate. Determination of the thickness of hydrodynamic boundary layer and the thickness of thermal boundary layer using the Von Karman approach (momentum integral equations and energy integral equations) for some velocity profile. Local nusselt number and average nusselt number respectively; Linear velocity profile: $N_{ux} = 0,289 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$ and $N_{uL} = 0,577 (Re_L)^{1/2} (Pr)^{1/3}$; Two degree polynomials; $N_{ux} = 0,393 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$, $N_{uL} = 0,787 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$; Three degree polynomials: $N_{ux} = 0,331 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$ dan $N_{uL} = 0,662 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$.

Keyword: Laminar flow, momentum integral equation, energy integral equation, nusselt number

1. PENDAHULUAN

Masalah utama dalam analisis perpindahan panas konveksi adalah menentukan koefisien perpindahan panas konveksi. Koefisien perpindahan panas konveksi (h) sangat ditentukan oleh hidrodinamika aliran dengan menerapkan prinsip keseimbangan energi pada elemen aliran fluida yang ditinjau. Beberapa metode telah dikembangkan dalam memperkirakan harga koefisien perpindahan panas konveksi baik melalui metode integral eksak, metode numerik maupun eksperimen.

Beberapa kajian tentang mekanisme konveksi antara lain:

Nandan, et.al.(2015) mengkaji mekanisme perpindahan panas pada penukar kalor tipe plat dengan memberikan uraian pada parameter – parameter yang menentukan efisiensi penukar

kalor. Analisis tentang perpindahan panas pada penukar kalor juga dilakukan oleh Tambe Shahanwaj, et.al. yang mengevaluasi koefisien perpindahan panas konveksi, koefisien perpindahan panas menyeluruh dan efektivitas penukar kalor tipe plat.

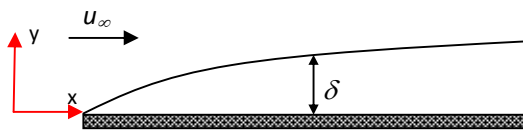
Mahgoup menganalisis mekanisme konveksi paksa plat datar pada media berpori (porous medium). Analisis konveksi paksa juga dilakukan oleh Virdhian (2014) serta Faruk dan Kamiran (2012).

Fahiminia, et.al. (2011) mengkaji mekanisme konveksi alamiah pada Sirip plat vertikal menggunakan simulasi CFD yang menunjukkan bahwa koefisien perpindahan panas konveksi akan naik jika jarak antara sirip bertambah.

Salah satu fenomena mekanisme konveksi adalah konveksi paksa aliran laminar di atas plat datar.

2. LANDASAN TEORI

Salah satu teknik untuk menganalisa lapisan batas pada aliran di atas plat datar adalah teknik Integral Von Karman dengan menerapkan prinsip hukum Newton II pada volume kontrol elemen berhingga dari aliran fluida.



Gambar 1. Lapisan batas aliran laminar di atas plat datar

Keterangan :

- u_{∞} = kecepatan arus bebas.
- δ = tebal lapisan batas hidrodinamika.
- δ

Beberapa profil kecepatan pada aliran laminar di atas plat datar yang digunakan pada teknik integral Von Karman (Pitts and Sissom, 1998):

$$\frac{u}{u_{\infty}} = \frac{y}{\delta} \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{u}{u_{\infty}} = 2 \frac{y}{\delta} - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{u}{u_{\infty}} = \frac{3y}{2\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \dots \dots \dots (3)$$

3. PEMBAHASAN

Tahap –tahap penentuan koefisien perpindahan panas konveksi pada mekanisme konveksi paksa aliran laminar di atas plat datar:

1. Menentukan profil kecepatan.
2. Menentukan tebal lapisan batas hidrodinamika (δ) dengan menggunakan persamaan integral momentum Von Karman.

$$\tau_s = \rho \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} [u_{\infty} - u]u \, dy + \rho \frac{du_{\infty}}{dx} \int_0^{\delta} [u_{\infty} - u] \, dy \dots \dots \dots (4)$$

dimana:

$$\tau_s = \text{Tegangan geser permukaan} = \mu \left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0} \dots \dots \dots (5)$$

- ρ = kerapatan fluida.
- μ = viskositas dinamik fluida.
- u = kecepatan lokal fluida.
- u_{∞} = kecepatan arus bebas.

3. Menentukan profil temperatur.
4. Menentukan tebal lapisan batas termal dengan menggunakan persamaan integral Energi Von Karman

$$\alpha \left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=0} = \frac{d}{dx} \left[\int_0^{\delta_t} (T_{\infty} - T)u \, dy \right] \dots \dots (6)$$

dimana:

- α = difusivitas termal fluida.
- T = temperatur lokal fluida.
- T_{∞} = temperatur arus bebas.

5. Menentukan bilangan Nusselt lokal dan bilangan Nusselt Rata – Rata

Profil kecepatan Linear: $\frac{u}{u_{\infty}} = \frac{y}{\delta}$

$$\left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0} = \frac{u_{\infty}}{\delta} \dots \dots \dots (7)$$

$$u \cdot u_{\infty} = u_{\infty}^2 \frac{y}{\delta} \dots \dots \dots (8)$$

$$u \cdot u = u_{\infty}^2 \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 \dots \dots \dots (9)$$

Jika $\frac{du_{\infty}}{dx} \approx 0$

Substitusi persamaan (5), (7), (8) dan (9) pada persamaan (4):

$$\frac{\mu u_{\infty}}{\rho \delta} = \frac{d}{dx} \left[\int_0^{\delta} \left(u_{\infty}^2 \frac{y}{\delta} - u_{\infty}^2 \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 \right) dy \right]$$

Karena $\frac{\mu}{\rho} = \nu$, diperoleh:

$$\frac{6\nu}{u_{\infty}} dx = \delta \, d\delta \dots \dots \dots (10)$$

$$\delta^2 = \frac{12\nu \, x}{u_{\infty}} \dots \dots \dots (11)$$

$$\delta^2 = \frac{12\nu \, x^2}{u_{\infty} \, x}$$

$\frac{u_x x}{\nu} = Re_x$, maka diperoleh:

Tebal Lapisan Batas Hidrodinamik:

$$\delta = \frac{3,464 x}{Re_x^{0.5}} \dots \dots \dots (12)$$

Dimana: Re_x = Bilangan reynold lokal.
 ν = viskositas kinematik .

Profil Temperatur

Jika profil temperatur diasumsi identik dengan profil kecepatan, maka diperoleh profil temperatur:

$$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = \frac{y}{\delta_t} \dots \dots \dots (13)$$

dimana:

- T = Temperatur lokal fluida.
- T_s = Temperatur permukaan plat.
- T_∞ = Temperatur arus bebas.
- δ_t = Tebal lapisan batas *thermal*.

Tebal Lapisan Batas Termal (δ_t)

Untuk menentukan tebal lapisan batas termal digunakan persamaan integral energi Von Karman (Pitts and Sissom, 1998):

$$\alpha \left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=0} = \frac{d}{dx} \left[\int_0^{\delta_t} (T_\infty - T)u dy \right] \dots (14)$$

dimana:

- α = difusivitas termal fluida.
 $= \frac{k}{\rho \cdot c_p}$
- k = konduktivitas *thermal* fluida.
- c_p = kalor spesifik fluida.

$$\left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=0} = \frac{(T_\infty - T_s)}{\delta_t} \dots \dots \dots (15)$$

$$(T_\infty - T)u = \left[1 - \frac{y}{\delta_t} \right] (T_\infty - T) \cdot u_\infty \frac{y}{\delta} \dots (16)$$

Substitusi persamaan (15) dan (16) pada persamaan (14) diperoleh:

$$\alpha \frac{(T_\infty - T_s)}{\delta_t} = \frac{d}{dx} \left[\int_0^{\delta_t} \left\{ \left[1 - \frac{y}{\delta_t} \right] (T_\infty - T) \cdot u_\infty \frac{y}{\delta} \right\} dy \right]$$

$$\frac{\alpha}{\delta_t u_\infty} = \frac{d}{dx} \left[\int_0^{\delta_t} \left[\frac{y}{\delta} - \frac{y^2}{\delta_t \delta} \right] dy \right]$$

$$\frac{\alpha}{\delta_t u_\infty} = \frac{d\delta}{dx} \left[\frac{\delta_t^2}{2\delta^2} - \frac{\delta_t^2}{3\delta^2} \right], \text{ misalkan : } \frac{\delta_t}{\delta} = \eta$$

$$\frac{\alpha}{\delta_t u_\infty} = \frac{d\delta}{dx} \left[\frac{1}{6} \eta \right], \text{ atau:}$$

$$\frac{6\alpha}{u_\infty} dx = \eta^3 \delta d\delta, \text{ karena } \delta d\delta = \frac{6\nu}{u_\infty} dx,$$

$$\text{Maka : } \frac{6\alpha}{u_\infty} dx = \eta^3 \frac{6\nu}{u_\infty} dx, \text{ atau : } \frac{\alpha}{\nu} = \eta^3$$

$$\frac{\nu}{\alpha} = \text{Bilangan Prandtl (Pr)}$$

$$\eta^3 = \frac{1}{Pr}, \quad \eta = \left(\frac{1}{Pr} \right)^{1/3}$$

$$\frac{\delta_t}{\delta} = \left(\frac{1}{Pr} \right)^{1/3}$$

dan diperoleh tebal lapisan batas *thermal*

$$\delta_t = \left[\frac{3,464 x}{Re_x^{0.5}} \right] \left(\frac{1}{Pr} \right)^{1/3}$$

$$\delta_t = 3,464 x (Re_x)^{-1/2} (Pr)^{-1/3} \dots \dots (17)$$

Bilangan Nusselt



Gambar 2. Keseimbangan energi pada aliran di atas plat datar

Keseimbangan energi pada aliran di atas plat datar:

Konduksi pada permukaan plat = konveksi ke fluida.

$$-kA \frac{dT}{dy} \Big|_{y=0} = h_x A (T_s - T_\infty)$$

$h_x =$ koefisien perpindahan panas konveksi lokal.

$$= \frac{k Nu_x}{x}$$

$$-kA \left[\frac{(T_\infty - T_s)}{\delta_t} \right] = \left[\frac{k Nu_x}{x} \right] A (T_s - T_\infty)$$

$$\frac{k}{3,464 x (Re_x)^{-1/2} (Pr)^{-1/3}} = h_x$$

$$\frac{h_x x}{k} = Nu_x = \frac{1}{3,464 (Re_x)^{-1/2} (Pr)^{-1/3}}$$

$$\frac{h_x x}{k} = Nu_x = 0,289 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$$

dimana:

$Nu_x =$ bilangan Nusselt lokal

Bilangan Nusselt Rata – Rata

$$\bar{h} = 2h_x|_{x=L} \quad (\text{Fahiminia, at.al., 2011})$$

$$\bar{Nu} = \frac{\bar{h} L}{k} = 2 \times Nu_x = 0,577 (Re_L)^{1/2} (Pr)^{1/3}$$

$\bar{h} =$ koefisien perpindahan panas konveksi rata-rata.

$\bar{Nu} =$ bilangan Nusselt rata – rata.

$$Re_L = \frac{u_\infty L}{\nu}$$

Dengan Cara yang sama untuk profil kecepatan polinomial pangkat 2:

$$\frac{u}{u_\infty} = 2 \left(\frac{y}{\delta} \right) - \left(\frac{y}{\delta} \right)^2$$

Tebal Lapisan Batas Hidrodinamik

$$\delta = \frac{5,477 x}{Re_x^{1/2}}$$

Profil Temperatur:

$$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = 2 \left(\frac{y}{\delta_t} \right) - \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^2$$

Tebal lapisan batas *thermal*:

$$\delta_t = 5,084 x (Re_x)^{-1/2} (Pr)^{-1/3}$$

Bilangan Nusselt Lokal:

$$\frac{h x}{k} = Nu_x = 0,393 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$$

Bilangan Nusselt Rata – Rata

$$\frac{h L}{k} = Nu_L = 0,787 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$$

Profil kecepatan polinomial pangkat 3:

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3$$

Tebal Lapisan Batas Hidrodinamika:

$$\delta^2 = \frac{4,64 x}{Re_x^{1/2}}$$

Profil Temperatur:

$$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^2$$

Tebal Lapisan Batas Termal:

$$\delta_t = 4,527 x (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$$

Bilangan Nusselt Lokal:

$$Nu_x = 0,331 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$$

Bilangan Nusselt Rata – Rata

$$\bar{Nu} = 0,662 (Re_L)^{1/2} (Pr)^{1/3}$$

Tabel 1. Hubungan antara Profil Kecepatan dan Tebal Lapisan Batas Hidrodinamika

| Profil Kecepatan | $\frac{\delta\sqrt{Re_x}}{x}$ |
|--|-------------------------------|
| $\frac{u}{u_\infty} = \frac{y}{\delta}$ | 3,464 |
| $\frac{u}{u_\infty} = 2\left(\frac{y}{\delta}\right) - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2$ | 5,477 |
| $\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$ | 4,64 |

Tabel 2 . Pengaruh Profil kecepatan terhadap Bilangan Nusselt Lokal

| Profil Kecepatan | Nu_x |
|--|---------------------------------------|
| $\frac{u}{u_\infty} = \frac{y}{\delta}$ | $0,289 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$ |
| $\frac{u}{u_\infty} = 2\left(\frac{y}{\delta}\right) - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2$ | $0,393 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$ |
| $\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$ | $0,331 (Re_x)^{1/2} \cdot (Pr)^{1/3}$ |

Tabel 3. Pengaruh Profil kecepatan terhadap Bilangan Nusselt Rata – rata

| Profil Kecepatan | Nu_L |
|--|---------------------------------------|
| $\frac{u}{u_\infty} = \frac{y}{\delta}$ | $0,577 (Re_L)^{1/2} (Pr)^{1/3}$ |
| $\frac{u}{u_\infty} = 2\left(\frac{y}{\delta}\right) - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2$ | $0,787 (Re_x)^{1/2} (Pr)^{1/3}$ |
| $\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$ | $0,662 (Re_L)^{1/2} \cdot (Pr)^{1/3}$ |

4. KESIMPULAN

Koefisien perpindahan panas konveksi sangat dipengaruhi hidrodinamika aliran. Perubahan pola maupun kecepatan aliran akan mempengaruhi kemampuan fluida untuk memindahkan panas (energi).

DAFTAR PUSTAKA

- Fahiminia, M., *at. Al*, 2011, Investigation of Natural Convection Heat Transfer Coefficient On Extended Vertical Base Plate, *Energy and Power Engineering*, 2011, 3, 174 – 180.
 Indriati Sri Warhani, V.I.S. dan Rahardjo, H.P., 2013. *Analisis Proses Thermohidrolik Fluida*

Nano ZRO₂ untuk Pendingin Pemanas Plat dengan Program CFD. Seminar Nasional Sains dan Teknologi Nuklir, Graha Sanusi UNPAD, Bandung.

Jamal, A.M.T., Saedodin, S. and Aminy, M., 2016, Variable Conductivity In Forced Convection for A Tube Filled with A Porous Media: A Perturbation Solution. *Ain Shams Engineering Journal (ASEJ)*.

Khatri, R. *et.al.* 2012. Laminar Flow Analysis Over Flat Plate By Computational Fluid Dinamics. *International Journal of Advances In Engineering & Technology (IJAET)*.

Mahgoup, S.E., 2013, Forced Convection Heat Transfer Over a Flat Plate in Porous Medium, *Ain Shams Engineering Journal*, 4 : 605 – 613.

Nandan, A., *et.al.*, 2015, A Review On Heat Transfer Improvent A Plate Heat Exchanger, *International Journal of Engineering Research and Applications*, ISSN: 2248-9622, Vol. 5, Issue 3 (Part 3), March 2015, pp. 21 – 26.

Piarah, W.H., 2008. *Bahan Kuliah Fenomena Transport*, Program Pascasarjana Unhas (tidak dipublikasikan).

Pitts, D.P. and. Sissom,L.E., 1998. *Theory and Problem of Heat Transfer, Second Editio.*, Schaum's Outline Series, McGRAW-HILL.

Shahanwaj, K.S.T., *at. Al.* 2015. Experimental Investigation of Performance of Plate Heat Exchanger for Water as Working Fluid. *International Journal of Research in Engineering and Technology (IJRET)*, Vol. 04, Issue: 03.

Faruk, U. dan Kamiran, 2012. Analisis Pengaruh Aliran Turbulen Terhadap Karakteristik Lapisan Batas pada Plat Datar Panas, *Jurnal Sains dan Seni*, ITS Vol.1 No.1.

Umrowati, Widodo, B. dan Kamiran, *Analisis Pengaruh Perpindahan Panas Terhadap Karakteristik Lapisan Batas Pada Plat Datar.* Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, ITS Surabaya.

Vidhian, S., 2014, Konveksi Paksa Selama Pembekuan Paduan Al-4 wt% Cu dan Pengaruhnya Terhadap Makrosegregasi., *Metal Indonesia* ,Vol. 36 No. 1 Juni 2014.