

**PENDEKATAN MATEMATIS KONDUKTIVITAS EFEKTIF AKSIAL PADA PACKED BED**

Hary Sulisty\*) dan Ronald Hughes\*\*)

26 22

**ABSTRACT**

Theoretical prediction for the effective axial thermal conductivity for adiabatic packed beds is derived from mathematical equations which were based on the heat transfer mechanisms in the packed beds. Theoretical prediction is an important aspect to calculate the effective axial thermal conductivity without measuring bed temperatures. If the value of an effective axial thermal conductivity was known, the bed temperatures can be evaluated.

Mathematical equation was based on the heat transfer mechanisms can be expressed in the following equation,

$$k_e = \frac{\beta}{\left( \frac{\gamma}{k_s (X_{A1} + X_{A2})} + \frac{\phi}{k_s X_{A1} + k_f X_{A2}} \right)} + k_{ax} X_{A3}$$

This equation is in a good agreement with the experimental for the nickel alumina and alumina solids with air and carbon dioxide as gaseous medium. Mean while, for steel ball agreement was good for helium as gaseous medium. The percentage deviation between predicted and experimental values are higher if the nickel alumina and alumina solids with helium as gaseous medium. It was also found the higher percentage deviation for air and carbon dioxide as gaseous medium with steel ball solids.

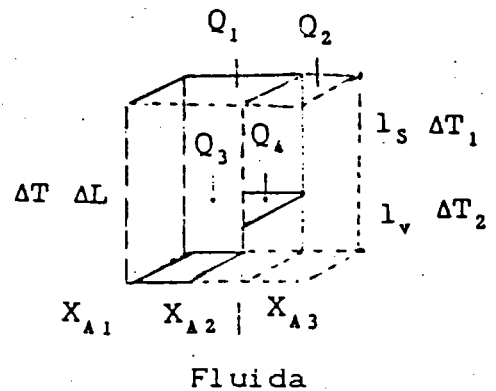
**PENGANTAR**

Analisis perpindahan panas di *packed bed* dengan menentukan termal konduktivitas efektif aksial dapat digunakan untuk menghitung suhu di pelbagai posisi di dalam packed bed tersebut. Beberapa parameter yang mempengaruhi termal konduktivitas efektif aksial adalah laju alir fluida, porositas bed, diameter dan konduktivitas padatan serta sifat fisis fluida. Porositas bed dipengaruhi oleh bentuk dan diameter padatan. Porositas bed mempengaruhi luas antar muka yang berperan pada pencampuran fluida di dalam tumpukan padatan.

Laju alir fluida akan bernilai nol pada dinding reaktor kemudian naik sampai nilai maksimal pada jarak setengah sampai satu diameter padatan dari dinding reaktor. Laju alir fluida maksimal disebabkan porositas bed maksimal di dekat dinding (Roblee, dkk, 1958). Karakteristik aliran fluida di packed bed ditentukan oleh dispersi aksial dari fluida yang diukur dalam bentuk koefisien dispersi aksial. Konduktivitas efektif aksial dipengaruhi juga oleh perpindahan panas antara fluida dengan padatan yang dinyatakan dalam koefisien perpindahan panas yang disajikan dalam bentuk bilangan Nusselt. Korelasi antara bilangan Nusselt dengan bilangan Reynolds dikemukakan oleh Wakao dan kawan-kawannya (1979), yang didasarkan atas analogi perpindahan panas dengan perpindahan massa.

Model satu sel didasarkan pada model yang dikemukakan oleh Beveridge dan Hughey (1971) untuk mencari konduktivitas efektif pada keadaan "stagnant", yaitu tanpa ada aliran zat alir. Model satu sel menjabarkan perpindahan panas atas dasar mekanisme perpindahan panas di packed bed, yaitu padatan, fluida yang mengalir, dan fluida diam di sekitar kontak antara dua padatan.

Sel mempunyai luas penampang satu satuan luas dan panjang. Penampang sel dibagi menjadi tiga bagian yaitu: 1) bagian padatan, 2) bagian fluida diam, dan 3) bagian fluida mengalir.



Gambar 1. Satu unit sel

Perpindahan panas dalam sel dapat dituliskan sebagai berikut :

$$Q_1 = k_e \frac{\Delta T}{\Delta L} \tag{1}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 \tag{2}$$

**PENYUSUNAN MODEL MATEMATIS**

Untuk menyusun persamaan matematis yang memuat hubungan antara termal konduktivitas efektif dengan parameter-parameter yang berpengaruh didasarkan pada model "satu sel".

\*) Ir. Hary Sulisty, SU., PhD., Dosen Jurusan Teknik Kimia Fakultas Teknik UGM  
 \*\*) Prof. Dr Ronald Hughes. Professor in Chemical Engineering University of Salford, England, U.K.

sedang  $Q_1$  perpindahan panas secara konduksi dapat diuraikan menjadi konduksi melalui permukaan kontak padatan ( $Q_3$ ) dan melalui fluida yang diam di sekitar titik kontak ( $Q_4$ )

$$Q_1 = \frac{k_e (XA_1 + XA_2) \Delta T_1}{l_s} \quad (3)$$

$$Q_3 = k_s XA_1 \frac{\Delta T_2}{l_v} \quad (4)$$

$$Q_4 = k_f XA_2 \frac{\Delta T_2}{l_v} \quad (5)$$

$$\Delta T = \Delta T_1 + \Delta T_2 \quad (6)$$

$$Q_1 = Q_3 + Q_4 \quad (7)$$

Dengan menggabungkan persamaan (3),(4),(5),(6) dan (7), akhirnya diperoleh :

$$Q_1 = \frac{\beta}{\left( \frac{\gamma}{k_s (XA_1 + XA_2)} + \frac{\phi}{k_s XA_1 + k_f XA_2} \right)} + \frac{\Delta T}{\Delta L} \quad (8)$$

dengan :

$$\beta = \frac{\Delta L}{d_p}, \quad \gamma = \frac{l_s}{d_p}, \quad \phi = \frac{l_v}{d_p}$$

Nilai parameter  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\phi$ ,  $XA_1$ ,  $XA_2$  dan  $XA_3$  dievaluasi berdasarkan data pustaka. Nilai  $\beta$  umumnya dianggap satu, sedangkan  $l_s$  adalah panjang silinder yang mempunyai volum sama dengan bola, sehingga nilai  $\gamma$  adalah tetap yaitu 0,667 (Kunii dan Smith, 1960). Selanjutnya  $\phi$  dapat dicari dari grafik (Kunii dan Smith, 1960) atau dengan persamaan empiris. (Welauer, dkk, 1982) sebagai berikut :

$$\phi = \phi_2 + \frac{(\phi_1 - \phi_2) (\varepsilon - 0,26)}{0,26} \quad (9)$$

dengan :

$$\phi_1 = \frac{0,072 \left(1 - \frac{k_f}{k_s}\right)^2}{\ln \left( \frac{k_s}{k_f} - 0,925 \left( \frac{k_s}{k_f} - 1 \right) \right) - 0,075 \left(1 - \frac{k_s}{k_f}\right)} - \frac{2}{3} \frac{k_f}{k_s} \quad (10)$$

$$\phi_2 = \frac{0,333 \left(1 - \frac{k_f}{k_s}\right)^2}{\ln \left( \frac{k_s}{k_f} - 0,577 \left( \frac{k_s}{k_f} - 1 \right) \right) - 0,423 \left(1 - \frac{k_s}{k_f}\right)} - \frac{2}{3} \frac{k_f}{k_s} \quad (11)$$

Nilai  $XA_1$ ,  $XA_2$  dan  $XA_3$  dapat dihitung dengan persamaan empirik yang ada di pustaka.

Jumlah titik kontak antar partikel dapat didekati dengan persamaan (Beveridge dan Haughey, 1971):

$$n = 22,47 - 39,39 \varepsilon \quad (12)$$

Volum fluida diam di sekitar titik kontak partikel dikemukakan oleh Rose (1958), yaitu:

$$V_{pr} = \frac{\pi d_p^3}{4} (1 - \sec \theta)^2 \left( 1 - \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \operatorname{tg} \theta \right) \quad (13)$$

dan  $\theta$  dapat dicari dari persamaan (Beveridge dan Haughey, 1966):

$$\theta = 0,5 \operatorname{arc.} \cos \left( \frac{\cos \alpha}{1 - \cos \alpha} \right) \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{\pi n}{3(n-2)} \quad (14a)$$

Atas dasar luas penampang sel ialah satu satuan luas dan panjang,  $\Delta L$ , maka volum padatan dalam sel sebesar  $\Delta L (1 - \varepsilon)$ , sedang volum bola ( $\pi d_p^3/6$ ) maka jumlah titik kontak antar partikel dalam sel :

$$N_{pr} = \frac{n}{2} \Delta L \frac{(1 - \varepsilon)}{\pi d_p^3/6} \quad (15)$$

atau

$$N_{pr} = n\beta \frac{3(1 - \varepsilon)}{d_p^2} \quad (15a)$$

Volum fluida diam disekitar titik kontak antar padatan dalam sel :

$$l_v XA_2 = N_{pr} V_{pr} \quad (16)$$

$$XA_2 = \frac{N_{pr} V_{pr}}{\phi d_p} \quad (17)$$

sedangkan volum fluida dalam sel :

$$\Delta L \cdot \varepsilon = XA_3 \cdot \Delta L + XA_2 \cdot l_v \quad (18)$$

$$XA_3 = \varepsilon - \frac{\phi}{\beta} XA_2 \quad (19)$$

$$XA_1 + XA_2 + XA_3 = 1 \quad (20)$$

$$XA_1 = 1 - XA_2 - XA_3 \quad (21)$$

Perpindahan panas pada fluida yang mengalir ( $Q_2$ ) dapat diuraikan dalam bentuk persamaan berikut :

$$Q_2 = (k_f + k_{af} + k_{td}) XA_3 \frac{\Delta T}{\Delta L} \quad (22)$$

Konduktivitas fluida karena adanya aliran ke arah aksial ( $k_{af}$ ) dapat dicari dari persamaan (Edwards dan Richardson, 1968) :

$$\frac{1}{Pe} = \frac{0,73}{Re Pr} + \frac{0,50}{(1 + 9,7/Re Pr)} \quad (23)$$

dengan :

$$Pe = \frac{GC_p}{k_{af}}$$

nilai konduktivitas fluida akibat dispersi termal ( $k_{td}$ ) dicari dari persamaan (Yagi, dkk, 1960 ; Votruba, dkk, 1972) disajikan dalam bentuk :

$$k_{td} = C_2 k_f Re Pr \quad (24)$$

Yagi dan kawan-kawannya memperoleh nilai  $C_2$  berkisar antara 0,7 sampai 0,8 pada kisaran bilangan Reynolds rendah yaitu sampai nilai bilangan Reynolds 40. Sedangkan Votruba dan kawan-kawannya (1972) pada kisaran bilangan Reynolds yang tinggi, ( $Re$  antara 0,1 sampai 1000) nilai  $C_2$  tergantung dari diameter padatan yaitu :

$$C_2 = 14,46 / d_p \quad (25)$$

Akhirnya dengan menggabungkan persamaan (8) dan (22) dengan persamaan (2) nilai ke yaitu konduktivitas efektif aksial dapat dicari dengan persamaan berikut :

$$k_e = \frac{\beta}{\left( \frac{\gamma}{k_s (XA_1 + XA_2)} + \frac{\phi}{(k_s XA_1 + k_f XA_2)} \right)} + k_{ax} XA_3 \quad (26)$$

dengan

$$k_{ax} = k_f + k_{af} + k_{td}$$

## HASIL PERHITUNGAN DAN PEMBAHASAN

Pada studi ini dipelajari pengaruh laju alir gas untuk beberapa jenis padatan dan gas terhadap nilai konduktivitas efektif aksial dengan menggunakan persamaan (26) dan dibandingkan dengan hasil penelitian yang dijalankan pada "packed bed" yang beroperasi adiabatik (Sulistyo, 1991). Reaktor berwujud pipa dengan diameter 2,54 cm dan panjang 70 cm.

Bagian luar reaktor diisolasi supaya tidak terjadi perpindahan panas ke sekeliling. Sebagai pemanas digunakan sumber panas elektrik yang diletakkan pada bagian atas, sedangkan gas dialirkan dari bagian bawah reaktor.

Padatan yang digunakan untuk perhitungan berupa nikel alumina yang berbentuk silinder, bola baja dan bola alumina, sedangkan gas yang digunakan ialah udara, karbon dioksida dan helium. Sifat-sifat fisis padatan dan gas tertera pada daftar I dan II.

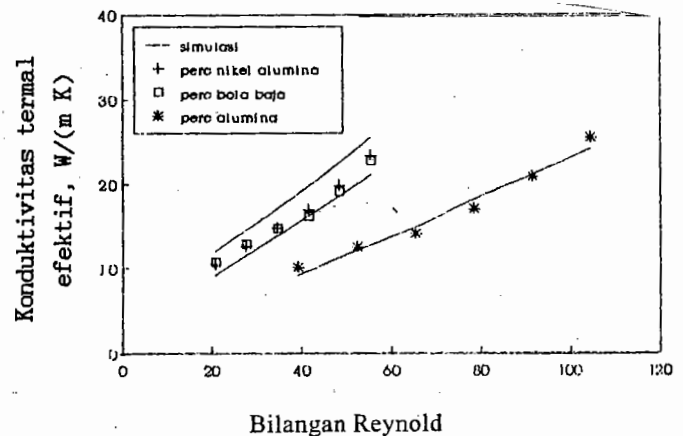
## Daftar I. Sifat fisis padatan

	Diameter mm	Rapat massa kg/m <sup>3</sup>	Konduktivitas W/mK
Nikel alumina D = L	3,178	1829,90	0,4480
Bola alumina	6,000	2237,00	0,1840
Bola baja	3,178	7598,40	16,5000

## Daftar II. Sifat fisis gas

	Rapat massa kg/m <sup>3</sup>	Panas jenis J/kg K	Konduktivitas W/mK	Kekentalan kg/m s
Udara	1,1996	1046,25	0,0256	1,181 10 <sup>-5</sup>
Karbon dioksida	1,8354	878,85	0,0161	1,463 10 <sup>-5</sup>
Helium	0,1641	5199,86	0,1486	1,946 10 <sup>-5</sup>

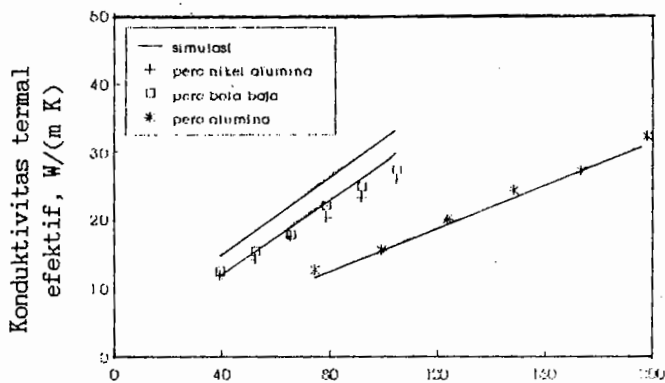
Hasil perhitungan disajikan dalam bentuk grafik yang tersaji pada gambar 2, 3 dan 4. Gambar 2 menunjukkan hasil simulasi untuk zat alir udara dengan padatan silinder alumina, bola alumina dan bola baja. Hasil simulasi untuk padatan silinder nikel alumina tidak berbeda jauh dengan data percobaan. Pada bilangan Reynolds lebih rendah dari 30 hasil simulasi lebih rendah dari percobaan. Sebaliknya pada bilangan Reynolds lebih besar dari 40, hasil simulasi lebih tinggi dari data percobaan. Pada pemakaian padatan bola alumina penyimpangan hasil simulasi dengan percobaan cukup kecil yaitu memberikan nilai penyimpangan rerata 4,9%, sedangkan untuk padatan bola baja, nilai hasil simulasi lebih tinggi dari data percobaan. Keadaan ini mungkin disebabkan termal konduktivitas bola baja cukup tinggi, yaitu 16,50 W/mK.



Gambar 2. Hubungan konduktivitas termal efektif dengan bilangan Reynolds untuk zat alir udara

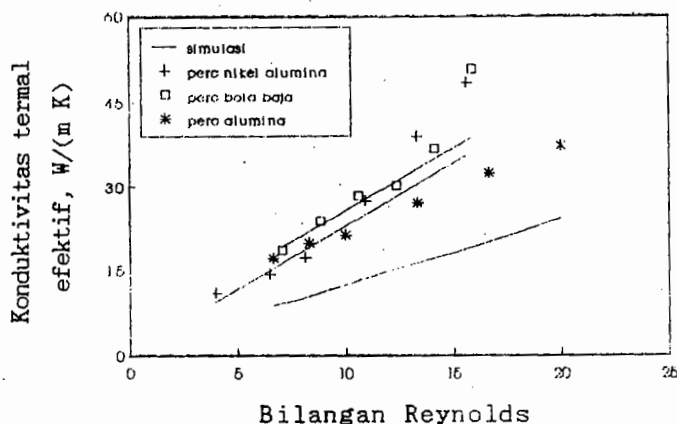
Gambar 3 menyajikan hasil simulasi dengan gas karbon dioksida sebagai zat alir. Untuk padatan nikel alumina memberikan penyimpangan tertinggi dari hasil percobaan sebesar 16,50% pada bilangan Reynolds 105, sedangkan penyimpangan terendah sebesar 0,55% pada bilangan Reynolds 40. Pada pemakaian padatan alumina, hasil simulasi hampir sama dengan data percobaan. Hal ini bisa dilihat dari kurva hasil simulasi hampir berimpit dengan titik-titik hasil percobaan,

sedangkan pada padatan bola baja hasil simulasi selalu lebih tinggi dari hasil penelitian. Keadaan ini hampir sama dengan keadaan yang dijumpai pada zat alir udara.



Gambar 3. Hubungan konduktivitas termal efektif dengan bilangan Reynolds untuk zat alir karbon dioksida

Hasil simulasi untuk penggunaan zat alir helium terlukis pada gambar 4. Untuk padatan nikel alumina hasil simulasi memberikan penyimpangan yang rendah pada bilangan Reynolds lebih rendah dari 13, akan tetapi mulai bilangan Reynolds 15 penyimpangan menjadi semakin besar. Penyimpangan yang cukup besar dijumpai pada penggunaan bola alumina sebagai padatan. Hasil simulasi selalu lebih rendah dari data percobaan. Penyimpangan yang cukup besar mungkin disebabkan oleh konduktivitas termal helium yang cukup besar dibandingkan dengan udara dan karbon dioksida. Konduktivitas termal yang cukup besar akan memberikan dispersi termal nilainya menjadi lebih tinggi dari nilai teoritis yang berdasar pada persamaan empiris. Hasil simulasi yang mendekati hasil percobaan untuk helium sebagai zat alir dijumpai pada padatan bola baja.

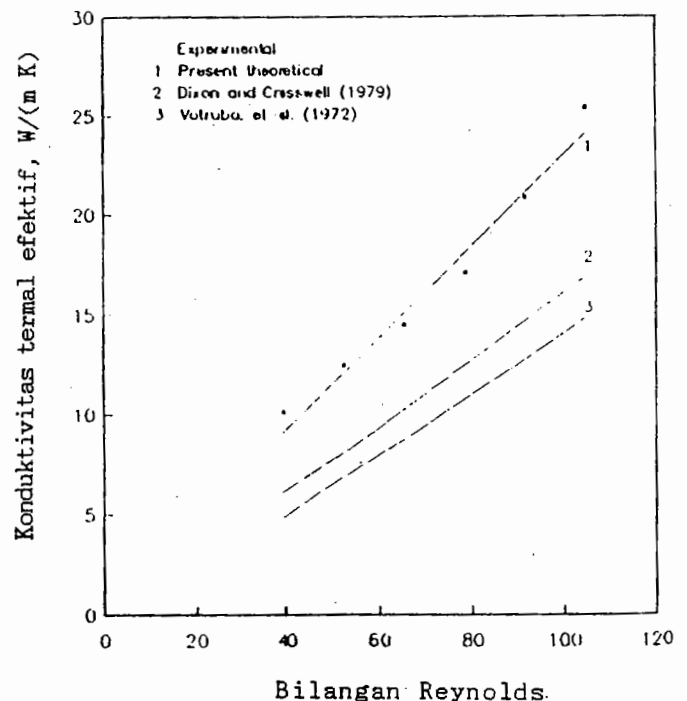


Gambar 4. Hubungan konduktivitas termal efektif dengan bilangan Reynolds untuk zat alir helium

Hasil simulasi menunjukkan bahwa pendekatan matematis yang diperoleh yaitu persamaan (26) memberikan hasil yang cukup baik yaitu mendekati data percobaan, bila padatan dan gas mempunyai konduktivitas kedua-duanya rendah atau keduanya tinggi.

### Perbandingan dengan beberapa peneliti

Perbandingan hasil simulasi dengan hasil percobaan dan hasil dari beberapa peneliti disajikan pada gambar 5. Hasil simulasi mendekati dengan hasil percobaan. Akan tetapi, hasil simulasi memberikan penyimpangan yang cukup besar dengan hasil yang disajikan Votruba dan kawan-kawannya (1972) maupun hasil simulasi oleh Dixon dan Cresswell (1979). Penyimpangan yang cukup besar mungkin disebabkan Dixon dan Cresswell (1979) menjabarkan persamaan matematis dari mekanisme perpindahan panas aksial dan radial secara simultan dengan model dua fase. Sedangkan persamaan empirik yang dikemukakan Votruba dan kawan-kawannya (1972) diperoleh dari data percobaan hanya dengan udara sebagai zat alir tanpa menggunakan zat alir yang berbeda.



Gambar 5. Hasil perbandingan simulasi dengan percobaan dan hasil pustaka

### KESIMPULAN

Dari studi teoritis termal konduktivitas efektif aksial dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

1. Semakin tinggi bilangan Reynolds, semakin besar nilai termal konduktivitas efektif, baik pada teoritis maupun pada data pustaka.

- Hasil pendekatan teoritis mendekati hasil penelitian dijumpai pada pemakaian zat alir udara dan karbon dioksida dengan padatan alumina dan nikel alumina.
- Pada penggunaan helium sebagai zat alir hasil pendekatan teoritis menunjukkan hasil yang cukup menyimpang dari hasil penelitian pada padatan nikel alumina dan alumina, sedangkan dengan bola baja sebagai padatan hasil pendekatan teoritis mendekati hasil penelitian.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada Direktur PAU Ilmu Teknik yang memberi kesempatan penulis untuk studi lanjut.

## Arti lambang

- $C$  = tetapan.  
 $C_p$  = panas jenis zat alir  
 $d_p$  = diameter padatan.  
 $G$  = laju alir gas tiap satuan luas penampang reaktor.  
 $h$  = koefisien perpindahan panas padatan-gas.  
 $K$  = perbandingan konduktivitas termal padatan dengan zat alir.  
 $k_{af}$  = konduktivitas termal zat alir ke arah aksial.  
 $k_e$  = konduktivitas termal efektif.  
 $k_{e,ax}$  = konduktivitas termal efektif ke arah aksial.  
 $k_f$  = konduktivitas termal zat alir.  
 $k_s$  = konduktivitas termal padatan.  
 $k_{td}$  = koefisien dispersi termal.  
 $l_s$  = panjang efektif fase padatan.  
 $l_v$  = tebal efektif film antara dua padatan.  
 $N_{pr}$  = jumlah lingkaran zat alir pada kontak antar padatan.  
 $N_{Nu}$  = bilangan Nusselt.  
 $n$  = jumlah titik kontak antar padatan dalam satu unit sel.  
 $Pe$  = bilangan Peclet.  
 $Pr$  = bilangan Prandtl.  
 $Q$  = laju perpindahan panas melalui penampang sel.  
 $Q_1$  = laju perpindahan panas melalui fase padatan.  
 $Q_2$  = laju perpindahan panas melalui fase zat alir  
 $Q_3$  = laju perpindahan panas melalui titik kontak.  
 $Re$  = bilangan Reynolds.  
 $T$  = suhu.  
 $V_{pr}$  = volum dari lingkaran zat alir.  
 $V_p$  = volum padatan.  
 $X_{A_1}$  = fraksi luas kontak antar padatan dalam unit sel.  
 $X_{A_2}$  = fraksi luas zat alir diam dalam unit sel.  
 $X_{A_3}$  = fraksi luas zat alir yang mengalir dalam unit sel.  
 $\beta$  = perbandingan diameter padatan dengan panjang sel.  
 $\Delta L$  = panjang sel.  
 $\Delta T$  = beda suhu dalam sel.  
 $\Delta T_1$  = beda suhu fase padatan dalam sel.

- $\Delta T_2$  = beda suhu pada titik kontak dalam sel.  
 $\epsilon$  = porositas bed.  
 $\gamma$  = perbandingan diameter padatan dengan panjang efektif fase padatan dalam sel.  
 $\phi$  = perbandingan diameter padatan dengan tebal efektif lapisan film.  
 $\theta$  = sudut lingkaran zat alir pada titik kontak.

## DAFTAR PUSTAKA

- Beveridge, G.S.G. and Hughey, D.P., 1971, "Axial Heat Transfer in Packed Beds Stagnant Beds between 20 and 750 °C", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 14, 1093-1113.  
 Dixon, A.G. and Cresswell, D.L., 1979, "Theoretical Prediction of Effective Heat Transfer Parameter in Packed Beds", *A.I.Ch.E. Journal*, 25, 663-676.  
 Edwards, M.F. and Richardson, J.F., 1968, "Gas Dispersion in Packed Beds", *Chem. Eng. Sci.*, 23, 109-123.  
 Haughey, D.P. and Beveridge, G.S.G., 1966, "Local Voidage Variation in a Randomly Packed Bed of Equal Sized Spheres", *Chem. Eng. Sci.*, 421, 905-916.  
 Kunii, D. and Smith, J.M., 1960, "Heat Transfer Characteristics of Porous Rocks", *A.I.Ch.E. Journal*, 6, 711-78.  
 Roblee, L.H.S., Baird, R.M. and Tierney, J.W., 1958, "Radial Porosity Variations in Packed Beds", *A.I.Ch.E. Journal*, 4, 460-464.  
 Rose, W., 1958, "Volumes and Surface Areas of Pendular Rings", *J. Appl Phys.*, 29, 687-691.  
 Votruba, J., Hlavacek, V., and Marek, M., 1972, "Packed Bed Axial Thermal Conductivity", *Chem. Eng. Sci.* 27, 1445-1851.  
 Sulisty, H., 1991, "Axial and Radial Heat Transport in Packed Beds", *PhD Thesis*, University of Salford, Salford, England, U.K.  
 Wakao, N., Kaguei, S. and Funazkri, T., 1979, "Effect of Fluid Dispersion Coefficients in Packed Beds", *Chem. Eng. Sci.*, 34, 325-336.  
 Wellauer, T., Cresswell, D.L. and Newson, E.J., 1982, "Heat Transfer in Packed Reactor Tubes Suitable for Selective Oxidation", *A.C.S. Symp. Series No. 196*, 527-542.  
 Yagi, S., Kunii, D. dan Wakao, N., 1960, "Studies on Axial Effective Thermal Conductivities in Packed Beds", *A.I.Ch.E. Journal*, 6, 543-546.