

2617

OPTIMASI PARAMETER KALIBRASI MODEL HUJAN ALIRAN MENGUNAKAN ALGORITME "GAUSS-NEWTON" (Optimization of Rainfall-Runoff Model Calibration Parameter Using "Gauss-Newton" Algorithm)

Rachmad Jayadi *)

ABSTRACT

A hydrologic model for continuous streamflow simulation, namely Rainfall-Runoff Model PLN-PPE Release 01 has been developed by Faculty of Engineering Gadjah Mada University, through cooperation with Engineering Service Centre of National Electricity State Owned Enterprise (PLN-PPE). In order to improve efficiency of the use of model, particularly on calibration procedure, catchment parameter values were optimized using "Gauss-Newton" search algorithm.

In this research, optimization was done for both of calibration and verification model, based on the data collected from upstream Serayu catchment area at central of Java. For the preliminary research, four of ten parameters were optimized using three set of initial values. As result, the accuracy of model output which were measured by annual volume error (VE), correlation coefficient (R), and mean of relative error (RE) between computed and observed discharges could be increased. All of the optimized parameters proved be converge on the same final optimum values.

By such approach, computation time needed to carry out model calibration can be reduced significantly because the initial values of some calibration parameters are determined automatically.

PENDAHULUAN

Sebuah model hidrologi berupa model hujan aliran telah dibuat oleh Fakultas Teknik UGM, yang realisasinya merupakan hasil kerjasama dengan Perusahaan Umum Listrik Negara Pusat Pelayanan Enjiniring (PLN - PPE) pada tahun 1993. Model tersebut diberi nama Model Hujan Aliran PLN-PPE Release 01. Untuk meningkatkan ketelitian model pada kasus debit besar, model tersebut telah dikembangkan dengan modifikasi rumusan aliran dasar dan penambahan parameter untuk mengakomodir proses penelusuran unsur aliran permukaan (Rachmad Jayadi, 1995).

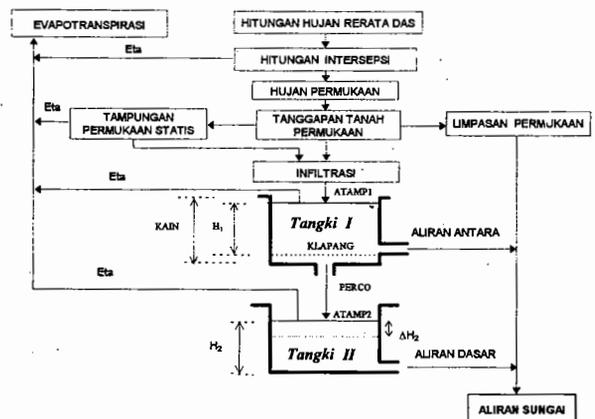
Meskipun unjuk kerja terapan model telah dapat ditingkatkan, namun dalam pemakaiannya masih dijumpai kendala yaitu pada proses kalibrasi model yang masih digunakan cara manual, sehingga memerlukan waktu yang cukup lama. Bagi pemakai model yang tidak memiliki pengetahuan tentang kisaran nilai parameter fisik DAS yang wajar digunakan dalam hitungan hidrologi, akan sangat sulit untuk menentukan nilai awal pada proses coba ulang untuk mendapatkan nilai-nilai yang cukup mewakili keadaan DAS. Untuk mengurangi tingkat kesulitan pemakaian model hujan aliran tersebut, telah dibuat program bantu kalibrasi model dengan pendekatan optimasi parameter DAS.

konseptual mengikuti konsep daur hidrologi dan hitungan neraca air pada masing-masing unsur aliran, yaitu aliran permukaan ("surface runoff"), aliran bawah permukaan atau aliran antara ("interflow"), dan aliran air tanah atau aliran dasar ("baseflow").

Struktur model disusun berdasarkan kaidah neraca air menurut model tangki dan model MOCK, yang digabungkan dan dilengkapi dengan beberapa parameter fisik DAS, sehingga perumusan unsur-unsur aliran dapat disusun secara lebih rinci. Bagan struktur model hujan aliran yang telah dikembangkan dapat dilihat pada Gambar 1. Hasil perumusan model berdasarkan struktur tersebut memberikan 16 parameter model yang mewakili besarnya karakteristik fisik DAS (lihat Tabel 1).

DESKRIPSI MODEL HUJAN ALIRAN PLN-PPE RELEASE 01

Model Hujan Aliran PLN - PPE Release 01 merupakan model hidrologi konseptual deterministik yang dibuat untuk keperluan simulasi pengalihragaman dari data hujan menjadi aliran di alur sungai dengan memperhitungkan proses rinci pada sistem DAS yang ditinjau. Sebagai masukan utama adalah data hujan harian merata DAS. Perumusan jumlah aliran sebagai keluaran model ditempuh dengan pendekatan



Gambar 1. Bagan Struktur Model Hujan Aliran PLN - PPE Release 01

*) Ir. Rachmad Jayadi, M.Eng., Dosen dan Peneliti bidang keairan Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik UGM

Dari 16 parameter tersebut 6 diantaranya dapat diperoleh dari hasil pengolahan data terukur, yaitu SHW, TGL, DSA, HTN, dan DLL berdasarkan peta tataguna lahan dan A₂ yang dihitung dengan pendekatan regresi non-linier terhadap data debit harian pada musim kering. Sepuluh parameter yang lain harus dicari dengan kalibrasi model sesuai dengan data hujan dan debit yang tersedia. Untuk menilai hasil kalibrasi digunakan 3 kriteria kesesuaian parameter DAS, yaitu selisih volume aliran tahunan (VE), koefisien korelasi (R) dan rerata kesalahan relatif antara debit terhitung dengan debit terukur (RE). Model hujan aliran tersebut telah dikemas dalam paket program yang dapat digunakan secara iteratif untuk pemasukan data, kalibrasi, simulasi, verifikasi dan dilengkapi dengan sajian secara grafis untuk keperluan interpretasi hasil.

OPTIMASI PARAMETER KALIBRASI

Prinsip Dasar Optimasi dengan Algoritme "Gauss-Newton"

Algoritme "Gauss-Newton" pada prinsipnya merupakan pendekatan untuk mencari solusi optimal dari suatu fungsi non-linier yang nilainya tergantung dari banyak parameter. Penelusuran nilai optimal ditentukan oleh rumusan fungsi tersebut yang dalam penerapannya dinyatakan sebagai fungsi tujuan dengan beberapa pembatas atau rumusan kendala.

Secara geometris nilai optimal diwakili oleh kedudukan suatu titik tertentu dalam daerah kelayakan yang dinyatakan dalam persamaan ruang dengan dimensi sesuai banyaknya parameter penentu fungsi tujuan. Suatu titik dalam daerah kelayakan yang belum mendekati titik optimal, dapat digunakan sebagai titik awal untuk penelusuran letak titik optimal dengan cara menetapkan gradien kearah titik optimal tersebut. Cara ini dilakukan dengan iterasi berulang sampai didapatkan titik yang paling mendekati titik optimal dengan toleransi kedekatan tertentu yang telah ditetapkan.

Prosedur Optimasi

Untuk mengurangi tingkat kesulitan pada tahap kalibrasi model, dibuat program bantu kalibrasi dengan tujuan menetapkan nilai parameter kalibrasi yang dipandang cukup mewakili kondisi DAS yang ditinjau. Pada penelitian awal ini dicoba dengan pendekatan optimasi menurut algoritme "Gauss-Newton" untuk parameter ATAMP1, ATAMP2, KAIN, dan DSS. Parameter kalibrasi yang lain ditetapkan dengan cara coba-ulang secara manual. Rumusan dan prosedur untuk optimasi penentuan nilai optimum 4 parameter kalibrasi tersebut diuraikan sebagai berikut ini.

Fungsi Tujuan

Sesuai dengan tujuan kalibrasi model, yaitu untuk mendapatkan keluaran model berupa nilai debit aliran sungai yang mendekati dengan debit terukur, maka fungsi tujuan optimasi ditetapkan sebagai berikut :

$$\text{Fungsi tujuan} = \text{minimum } J(\theta) = \sum_{i=1}^N (Q_{\text{com}}^i - Q_{\text{obs}}^i)^2 \quad 1)$$

dimana :

- $J(\theta)$ = jumlah kuadrat selisih antara debit terhitung dan debit terukur,
- Q_{com}^i = nilai debit terhitung pada periode ke-i,
- Q_{obs}^i = nilai debit terukur pada periode ke-i,
- N = banyaknya periode hitungan.

Langkah-langkah Hitungan Optimasi

Proses hitungan optimasi untuk menetapkan nilai parameter kalibrasi yang dianggap cukup mewakili kondisi DAS mengikuti langkah-langkah sebagai berikut ini.

1. Dipilih sembarang nilai awal parameter kalibrasi sebagai vektor parameter (θ^0). Dalam hal ini nilai awal ATAMP1, ATAMP2, KAIN, dan DSS diambil sebagai $\theta^0_1, \theta^0_2, \theta^0_3,$ dan θ^0_4 .
2. Dihitung nilai fungsi tujuan $J(\theta^0)$.
3. Selanjutnya dihitung nilai gradien $\nabla J(\theta^0)$ dengan pendekatan sebagai berikut :

$$\nabla J(\theta^0) = 2 (Q_{\text{com}}^i - Q_{\text{obs}}^i) \sum_{i=1}^N \nabla Q_{\text{com}}^i \quad 2)$$

$$\nabla Q_{\text{com}}^i = \left[\frac{\partial Q_{\text{com}}^i}{\partial \theta_1} \quad \frac{\partial Q_{\text{com}}^i}{\partial \theta_2} \quad \dots \quad \frac{\partial Q_{\text{com}}^i}{\partial \theta_L} \right] \quad 3)$$

$$\frac{\partial Q_{\text{com}}^i}{\partial \theta_1} \cong \frac{Q_{\text{com}}^i(e_1 \Delta \theta) - Q_{\text{com}}^i(\theta)}{e_1 \Delta \theta} \quad 4)$$

dimana :

- L = banyaknya parameter kalibrasi yang dioptimalkan,
- e_1 = vektor satuan,
- $\Delta \theta$ = vektor kenaikan parameter dari vektor parameter θ .

Besaran $\Delta \theta$ mempunyai nilai relatif yang bersifat subyektif dan dapat diperoleh dengan coba ulang. Untuk cobaan awal 5 % dari θ biasanya akan memberikan hasil yang cukup baik.

4. Dihitung nilai vektor "Gauss-Newton" (d^*) dengan rumusan sebagai berikut :

$$d^* = -\nabla J(\theta^0) [\nabla J(\theta^0)^T \nabla J(\theta^0)]^{-1} \quad 5)$$

5. Tentukan nilai "stop size" s^0 .

6. Dihitung nilai perbaikan s^0 yaitu $s^1 = -b/2a$, dengan rumusan :

$$a = \frac{J(\theta^0 + s^0 d^*) - [\nabla J(\theta^0) d^*] s^0 - J(\theta^0)}{(s^0)^2} \quad (6)$$

$$b = \nabla J(\theta^0) d^* \quad (7)$$

7. Ditetapkan nilai vektor parameter $\theta^1 = \theta^0 + s^1 d^*$ dan hitung $J(\theta^1)$.
8. Jika $J(\theta^1) \geq J(\theta^0)$, ambil nilai $s^0 = s^1$ dan hitung ulang nilai s^1 seperti pada langkah (6).
9. Ulangi langkah (7) sampai diperoleh hasil $J(\theta^1) < J(\theta^0)$.
10. Ulangi langkah (1) sampai dengan (9) sampai diperoleh hasil yang konvergen.

Berdasarkan prosedur tersebut, hitungan optimasi dilakukan dengan bantuan program komputer, sehingga iterasi dapat diproses secara otomatis untuk mendapatkan nilai-nilai parameter kalibrasi terpilih yang optimum.

CONTOH PENERAPAN

Data DAS

Berikut disajikan contoh penggunaan algoritme "Gauss-Newton" untuk optimasi parameter kalibrasi model Hujan Aliran PLN-PPE Release 01 yang diterapkan pada DAS Serayu hulu, yaitu di wilayah Kabupaten Banjarnegara dan Wonosobo. Luas DAS sebesar 631,558 km², data debit diambil dari hasil pengukuran di stasiun hidrometri Banjarcayana, yaitu debit rerata harian sepanjang 3 tahun dari 1990 - 1992. Data hujan DAS dihitung dengan cara poligon Thiessen berdasarkan data hujan harian di 6 pos pengukur hujan, yaitu di Kejajar, Garung, Kertek, Wonosobo, Sutoireng, dan Limbangan.

Batasan Ketelitian Model

Untuk melihat sejauh mana hasil pendekatan optimasi nilai parameter DAS, maka keluaran hitungan kalibrasi dengan cara optimasi perlu dibandingkan dengan hasil yang diperoleh dengan cara manual. Dalam hal ini batasan ketelitian ditetapkan sebagai berikut ini.

1. Nilai kesalahan volume aliran tahunan (VE) tidak boleh lebih dari 10%.
2. Koefisien korelasi antara debit terhitung dengan debit terukur (R) tidak boleh kurang dari 0,7.
3. Kisaran rerata kesalahan relatif antara debit terhitung dengan debit terukur (RE) tidak lebih besar dari 10%.

Batasan tersebut ditetapkan sesuai dengan toleransi yang umum digunakan dalam hitungan hidrologi.

Kalibrasi Model

Berdasarkan data tersedia seperti diuraikan di atas, penerapan metode "Gauss-Newton" untuk optimasi

parameter DAS sebagai masukan model Hujan Aliran PLN-PPE Release 01 dapat diawali dengan kalibrasi model secara manual. Pada tahap ini ke 10 parameter kalibrasi ditetapkan dengan cara coba-ulang sampai didapatkan hasil yang dipandang cukup teliti. Data yang digunakan adalah debit dan hujan harian sepanjang 1 tahun, yaitu tahun 1990. Nilai parameter kalibrasi dan 6 parameter lain hasil kalibrasi manual ditunjukkan pada Tabel 1 di bawah ini.

Tabel 1. Daftar Nilai Parameter DAS Hasil Kalibrasi Manual

No	Simbol	Keterangan	Nilai	Satuan
1.	A1	Koefisien rosotan aliran antara	0,0975	-
2.	A2	Koefisien rosotan aliran air tanah	0,9870	-
3.	B1	Konstanta rosotan aliran antara	0,9113	-
4.	CSRO	Konstanta batas limpasan permukaan	0,70	-
5.	SHW	Persentase lahan sawah	21	%
6.	TGL	Persentase lahan tegalan	43	%
7.	DSA	Persentase lahan desa	3	%
8.	HTN	Persentase lahan hutan	16	%
9.	DLL	Persentase jenis lahan yang lain	17	%
10.	PERCO	Perkolasi	2	mm/hari
11.	KAIN	Kapasitas infiltrasi	60,0	mm
12.	KLAPANG	Kapasitas lapang	8,0	mm
13.	ATAMP1	Tinggi tampungan tangki I	40,0	mm
14.	ATAMP2	Tinggi tampungan tangki II	100,0	mm
15.	DSS	Tampungan permukaan statis awal	6,0	mm
16.	DSSC	Kapasitas tampungan permukaan statis	15,0	mm

Keterangan : Parameter dengan nilai dicetak tebal merupakan parameter yang akan dioptimalkan.

Langkah berikutnya pada tahap kalibrasi model adalah mencoba mengoptimalkan nilai 4 parameter kalibrasi terpilih dengan program bantu kalibrasi yang telah dibuat. Dari kalibrasi manual tersebut untuk periode hitungan 15, 10, dan 5 harian didapatkan nilai ukuran ketelitian yang cukup baik, seperti disajikan pada Tabel 2. Pada tabel tersebut juga disajikan hasil ketelitian model setelah dilakukan optimasi 4 parameter kalibrasi.

Tabel 2. Ketelitian Hasil Kalibrasi Model Secara Manual dan Dengan Optimasi

Kriteria	Satuan	Kalibrasi Manual			Hasil Optimasi		
		15 hari	10 hari	5 hari	15 hari	10 hari	5 hari
VE	%	1,28	1,28	1,69	0,61	0,61	0,50
R	-	0,8395	0,8058	0,7597	0,8926	0,8661	0,8137
RE	%	0,56	- 0,78	- 1,47	6,20	5,04	6,58

Untuk melihat lebih jauh unjuk kerja hasil optimasi parameter kalibrasi model, prosedur seperti dijelaskan di atas dilakukan lagi, akan tetapi nilai awal 4 parameter kalibrasi terpilih ditetapkan secara sembarang. Dengan cara ini telah dicoba dengan 2 set nilai cobaan awal secara sembarang yang setelah dioptimalkan didapatkan hasil seperti pada Tabel 3 berikut ini.

Tabel 3. Hasil Optimasi Parameter Kalibrasi Dengan Nilai Awal Sembarang

No	Kriteria	Satuan	Cobaan Awal			Hasil Optimasi		
			15 hari	10 hari	5 hari	15 hari	10 hari	5 hari
1	VE	%	-11,20	-11,20	-10,78	0,62	0,62	0,50
	R	-	0,7069	0,6813	0,6585	0,8926	0,8661	0,8137
	RE	%	11,49	9,70	10,15	6,19	5,03	6,57
2	VE	%	2,91	2,91	3,35	0,61	0,61	0,50
	R	-	0,8420	0,8072	0,7574	0,8926	0,8661	0,8137
	RE	%	-1,43	-2,71	-3,75	6,20	5,04	6,58

Verifikasi Model

Hasil optimasi parameter kalibrasi yang diperoleh pada tahap kalibrasi perlu ditinjau dengan langkah verifikasi model. Prosedur ini dimaksudkan untuk mengetahui keberlakuan nilai-nilai parameter kalibrasi yang telah didapatkan dengan menguji keluaran model berdasarkan data terukur yang lebih panjang. Langkah verifikasi model ini sekaligus juga dapat digunakan untuk menguji konsistensi tingkat ketelitian hitungan model, apakah nilai-nilai parameter yang dioptimalkan masih memberikan keluaran model dalam batas-batas yang memenuhi toleransi ketelitian yang ditetapkan. Untuk itu 3 nilai awal dan 3 set nilai parameter hasil optimasi yang telah digunakan pada tahap kalibrasi digunakan untuk hitungan ulang dengan menggunakan data hujan dan debit harian 3 tahun (1990-1992). Rekapitulasi hasil yang didapatkan ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil Optimasi Parameter Kalibrasi Pada Tahap Verifikasi

No	Kriteria	Satuan	Hasil Awal			Hasil Optimasi		
			15 hari	10 hari	5 hari	15 hari	10 hari	5 hari
1	VE	%	-6,02	-5,56	-6,02	-7,17	-6,66	-7,17
	R	-	0,7794	0,7524	0,7025	0,7959	0,7786	0,7342
	RE	%	-11,04	-11,66	-10,02	-8,70	-9,24	-6,47
2	VE	%	-10,60	-10,16	-10,60	-7,04	-6,66	-7,17
	R	-	0,7607	0,7390	0,6967	0,7959	0,7786	0,7341
	RE	%	-7,42	-8,17	-5,99	-8,70	-9,25	-6,48
3	VE	%	-5,41	-4,96	-5,41	-7,17	-6,66	-7,17
	R	-	0,7769	0,7480	0,693	0,7959	0,7786	0,7342
	RE	%	-11,68	-12,14	-10,68	-8,7	-9,24	-6,44

PEMBAHASAN

Berikut diuraikan pembahasan dari hasil-hasil penelitian yang dilakukan. Tiga aspek tinjauan unjuk kerja optimasi parameter kalibrasi akan dievaluasi, yaitu konsistensi unjuk hasil peningkatan ketelitian hitungan model pada tahap kalibrasi dan verifikasi, serta konsistensi nilai-nilai parameter kalibrasi terpilih. Untuk penilaian secara kuantitatif sejauh mana unjuk hasil optimasi, pada penelitian ini belum dapat diukur

secara pasti, karena ketersediaan data berdasarkan hasil penelitian untuk analisis tersebut belum mencukupi.

Konsistensi Hasil Pada Tahap Kalibrasi

Memperhatikan Tabel 2 dan Tabel 3, maka secara umum dapat dicermati bahwa optimasi parameter kalibrasi memberikan keluaran model yang lebih baik. Meskipun terjadi penurunan ketelitian pada nilai rerata kesalahan relatif (RE), yaitu pada kasus pertama dan ketiga (Tabel 3 nomor 2), akan tetapi masih dalam batas toleransi yang diijinkan. Hal ini dapat dipahami mengingat rumusan fungsi tujuan optimasi memang tidak mengikutsertakan faktor besarnya penyimpangan hasil hitungan pada setiap periode hitungan, akan tetapi dihitung untuk nilai penyimpangan kumulatif. Dari ketiga kasus tersebut semua nilai penyimpangan volume aliran tahunan (VE) dan koefisien korelasi (R) dapat diperbaiki, bahkan pada kasus kedua (Tabel 3 nomor 1) diperoleh penurunan nilai kesalahan volume aliran tahunan yang sangat berarti.

Konsistensi Hasil Pada Tahap Verifikasi

Untuk mengevaluasi unjuk hasil pada tahap verifikasi dapat dicermati sajian pada Tabel 4. Nampak bahwa secara umum hasil hitungan berdasarkan nilai parameter yang diperbaiki melalui optimasi memberikan keluaran yang lebih baik. Dari ketiga kasus tersebut, keadaan semula tidak satupun yang kesemua ukuran ketelitian (VE, R, dan RE) dapat dipenuhi. Nilai VE pada kasus 2, nilai RE pada kasus 1 dan 3 masih diluar kisaran $\pm 10\%$. Meskipun sesungguhnya kedua hasil antara sebelum dan sesudah dilakukan optimasi tidak dapat secara langsung diperbandingkan, karena faktor karakteristik dan ketelitian data terukur juga berpengaruh, namun terlihat bahwa keluaran hitungan model setelah dilakukan optimasi parameter kalibrasi menuju ke tingkat ketelitian yang memenuhi syarat. Pada hasil akhir tersebut tidak dijumpai nilai VE, R, dan RE yang di luar ketentuan syarat atau batasan ketelitian hitungan model. Satu hal yang menarik dapat diamati dari hasil penelitian ini adalah nilai koefisien korelasi selalu meningkat, baik pada tahap kalibrasi maupun tahap verifikasi model.

Tinjauan Nilai Optimum Parameter Kalibrasi Terpilih

Pengamatan terhadap nilai parameter kalibrasi yang terpilih dimaksudkan untuk mengetahui keberlakuan algoritme yang digunakan, yaitu dengan melihat konsistensi dari nilai akhir parameter yang telah dioptimalkan. Untuk memudahkan pengamatan berikut disajikan rekapitulasi nilai awal dan nilai akhir keempat parameter kalibrasi yang telah dipilih.

Tabel 5. Rekapitulasi Nilai Awal dan Nilai Akhir Parameter Kalibrasi Terpilih

No	Parameter	Nilai Awal	Nilai Akhir
1	DSS	6,0	3,5
	ATAMP1	40,0	64,2
	ATAMP2	100,0	9,8
	KAIN	60,0	190,1
2	DSS	10,0	3,5
	ATAMP1	75,0	64,2
	ATAMP2	300,0	9,8
	KAIN	100,0	189,8
3	DSS	10,0	3,5
	ATAMP1	10,0	64,2
	ATAMP2	100,0	9,8
	KAIN	50,0	190,1

Keterangan : Satuan semua dalam mm.

Dari tabel di atas dapat disimak bahwa hasil optimasi cukup konsisten, semua parameter kalibrasi terpilih menuju pada suatu nilai akhir yang sama. Pada kasus kedua meskipun nilai KAIN akhir tidak sebesar 190,1 mm, namun sudah sangat mendekati yaitu sebesar 189,8 mm.

KESIMPULAN

Penelitian ini merupakan langkah awal dari perwujudan ide untuk mencoba membuat program bantu kalibrasi dari sebuah model hidrologi yang menggunakan parameter cukup banyak. Usaha tersebut memanfaatkan salah satu teknik optimasi yang sebenarnya masih perlu distudi lebih lanjut. Dari hasil awal yang telah ditunjukkan dapat disimpulkan bahwa algoritme "Gauss-Newton" dapat diterapkan untuk optimasi parameter kalibrasi model hujan aliran dengan hasil yang cukup baik. Konsistensi dalam hal unjuk hasil ketelitian keluaran hitungan model, dan nilai optimum parameter yang ditinjau telah dapat dibuktikan.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan terima kasih kepada Bapak Prof. Dr. Ir. Sri Harto Brotowiryatmo, Dip.H., yang telah memberikan pengarahan dalam penelitian ini. Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada saudara Susilo yang telah membantu dalam penulisan dan penyusunan program optimasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Anonim, 1993, *Pembuatan Model Hujan Aliran PLN-PPE Release 01*, Fakultas Teknik UGM, Yogyakarta.
- Anonim, ----, *Run-off Calculation Method*, Reference Material for River Engineering Course, Ministry of Construction JICA.
- Bras, R.L., 1990, *Hydrology, An Introduction to Hydrologic Science*, Addison-Wesley Publishing Company, Canada.
- F.J. Mock, 1973, *Land Capability Appraisal & Water Availability Appraisal*, Indonesia UDDP/FAO, Bogor.
- Fleming, G., 1985, *Computer Simulation Techniques in Hydrology*, American Elsevier Publishing Co., Inc., New York.
- Nien-Sheng Hsu, dkk., 1995, Proposed Daily Streamflow-Forecasting Model for Reservoir Operation, *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol. 121, No. 2, pp. 132-143.
- Rachmad Jayadi, 1995, Pengembangan Model Simulasi Aliran Kontinyu, *Laporan Penelitian Fakultas Teknik UGM*, Yogyakarta.
- Sri Harto Br., 1993, *Analisis Hidrologi*, PT Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.