

RELATIVITAS KHUSUS DAN MEKANIKA KUANTUM SEBAGAI SOKOGURU FISIKA MASA KINI

Zahara M. dan Muslim

Laboratorium Fisika Atom dan Inti, Jurusan Fisika, FMIPA – UGM
Yogyakarta 55281

INTISARI

Ditelaah dengan pendekatan baru dua cabang fisika yang merupakan soko guru fisika masa kini yaitu teori relativitas khusus dan mekanika kuantum. Penelaahan relativitas khusus meliputi latar belakang dan implikasi utamanya dalam berbagai aspek kinematika relativistik dan berbagai bentuk kaedah alihbentuk besaran fisis antara dua kerangka inersial. Perumusan dan implikasi asas-asas relativitas Einstein yang didampingi oleh asas korespondensi ditinjau secara mendasar dan implementasinya di ruang momentum-tenaga dengan pendekatan baru melalui kaitan dispersi yang bersifat analitik untuk zarah bebas secara mudah menghasilkan rumus relativistik untuk momentum dan tenaga serta bentuk invarian Lorentz yang berkaitan. Berdasarkan temuan ini dijabarkan alihbentuk Lorentz untuk perangkat momentum-tenaga. Dijelaskan dan ditekankan tak perlunya pengintroduksian konsep massa relativistik m_r dalam konteks kenisbian pengamatan; m_r tidak mendukung konsep massa sebagai salah satu atribut universal zarah. Dengan pendekatan yang senafas, asas-asas mekanika kuantum dirumuskan diikuti dengan pemikiran dan penalaran mendasar yang menghasilkan lima asas terpadu serta saling kait-mengait dalam perumusan tersebut; bersama-sama dengan asas kenol yaitu asas korespondensi, keenam asas tersebut dapat menurunkan berbagai deduksi penting misalnya asas ketakpastian Heisenberg dan syarat kuantum Dirac.

Kata-kata kunci : relativitas khusus, mekanika kuantum, asas korespondensi

Special Relativity and Quantum Mechanics as Pillars of Modern Physics

ABSTRACT

Two fields of physics which have become pillars of modern physics *i. e.* special relativity and quantum mechanics are reinvestigated. Special relativity is reviewed covering its background and implications in relativistic kinematics and in various transformation rules for physical observables referred to inertial frames. Formulation and implications of Einstein principles of Special Relativity supplemented by the correspondence principles are discussed in depth and their implementation in momentum-energy space are pursued using a new approach based on an analytic free particle dispersion relation which produces in a simple way relativistic formulas for momentum and energy, and the corresponding Lorentz invariance. These relations are then used to derive the Lorentz transformation of energy-momentum. The unnecessary of introducing relativistic mass m_r in the context of the relativity of observation is stressed out; m_r does not agree with a mass concept being one of the universal attributes of particles. Using a similar approach, quantum mechanics principles are formulated followed by a deep scrutiny and logic which lead to five integrated and related principles stated in the formulation; together with the correspondence principle acting as the zeroth principle, they generate various important deductions such as the Heisenberg uncertainty principle and Dirac quantum condition.

Key-words : special relativity, quantum mechanics, correspondence principle

I. PENDAHULUAN

Fisika termasuk salah satu cabang sains yang paling tua dan mula-mula dikenal sebagai falsafah kealaman (*natural philosophy*), ilmu yang mencoba mengungkap dan menelaah gejala-gejala alam dan menyingkap rahasianya secara berkesinambungan dan terpadu. Salah satu strategi yang diterapkan dalam upaya ini adalah *divide et impera* dengan memecah-mecah permasalahan yang timbul dalam kelompok-kelompok kecil dan menyelesaikannya satu persatu secara beruntun maupun paralel, kemudian mengupayakan suatu perumusan terpadu penyelesaian umum guna mendapatkan gambaran yang jelas dan menyeluruh mengenai alam semesta dalam rangka teori terpadu. Strategi *divide et impera* merupakan suatu keharusan mengingat pesatnya fisika berkembang pada kurun abad ke-duapuluh ini, tidak hanya karena makin beragamnya dan sulitnya masalah-masalah yang dihadapi baik yang beraspek eksperimental maupun teoretik, tetapi juga untuk mendayagunakan secara optimal dana-dana penelitian yang tersedia dengan mendistribusikannya pada pusat-pusat penelitian nasional maupun internasional (LIPI dan BPPT Serpong – Indonesia, SLAC – USA, Fermi Lab – USA, CERN – Eropa, TRIUMPF – Canada, Grenoble – Eropa, DESY – Jerman, ICTP Trieste Italia – Internasional, dllnya).

Dalam usaha mengungkap rahasia alam tersebut, teori relativitas merupakan salah satu keberhasilan intelektual yang istimewa di abad XX ini, suatu karya yang mempunyai dampak menda-

sar terhadap pemikiran filosofis maupun landasan yang menopang Fisika Modern. Sumbangan terutama Einstein sebagai fisikawan yang membida-ni kelahirannya dan merintis perkembangan selanjutnya bukanlah dalam aspek penjabaran hukum-hukumnya, tetapi dalam menata dan meluruskan konsep-konsep mendasar dalam fisika secara kontekstual dan hakiki, misalnya mengenai ruang (r) – waktu (t), momentum (p) – energi (E) sebagai aspek kinematik semua gejala alam, menetapkan persyaratan yang berlaku untuk merumuskan hukum-hukum fisika yang layak serta mengangkat cahaya sebagai pembawa isyarat yang berke-lajuan maksimal.

Karya lain yang melengkapi penataan konsep-konsep mendasar di alam sekitar kita khususnya yang berhubungan dengan alam mikroskopik (atom, inti dan zarah) ialah Mekanika Kuantum. Karya ini mengetengahkan pemikiran mendasar serta pengembangan selanjutnya mengenai asas-asas yang mengatur pengambilan nilai berbagai observabel fisis di daerah mikroskopik serta dampak-dampaknya terhadap struktur mikroskopik materi yang selanjutnya merambat ke perilaku makroskopik melalui fisika zat mampat dan astrofisika. Karya rintisannya (*pioneering*) dihimpun dan ditata secara cermat oleh Heisenberg (1925), Schrödinger (1926), Dirac (1926) dan tokoh-tokoh kuantum lainnya.

Dalam makalah ini akan dikemukakan asas-asas mendasar yang melatar-belakangi kedua cabang fisika yang mewarnai metodologi Fisika Modern

yang lahir pada saat bersamaan di awal abad ke XX, yang secara bersama-sama menopang karya ketiga yang tak kalah pentingnya dalam memahami gejala alam, yaitu Teori Tera (*Gauge Theory*) (Davis, 1987) mengenai interaksi. Perumusan dan implikasi penting kedua karya pertama tersebut akan ditelaah dengan pendekatan baru. Karya ketiga merupakan perluasan dan penyempurnaan teori Maxwell dalam Elektromagnetisme yang telah berhasil menggabungkan teori mengenai gejala listrik dan magnet menjadi suatu teori terpadu dan secara sangat memuaskan dapat menjelaskan berbagai proses elektromagnetik. Teori tera berhasil lebih jauh memadukan 3 dari 4 jenis interaksi yang diamati terjalin antara penyusun-penyusun materi di alam ini: interaksi elektromagnet dalam atom dan inti, interaksi lemah dan kuat dalam inti dan interaksi gravitasi. Dalam upaya unifikasi, interaksi keempat yaitu gravitasi, masih belum berhasil sepenuhnya diikutkan dengan metode yang telah dikembangkan akhir-akhir ini (teori supersimetri dan superstring) sehingga *Theory of Everything* (TOE) yang sangat didambakan para fisikawan, masih jauh dari kenyataan.

II. TEORI FRELATIVITAS KHUSUS

Objek utama yang ditelaah fisika adalah energi yang secara populer dapat didefinisikan sebagai kemampuan sistem untuk berubah keadaannya dengan berjalannya waktu. Energi merupakan aset (kebutuhan) yang diperlukan dalam semua aspek kehidupan yang senantiasa berubah (dinamik) meskipun ada hal-hal tertentu mengenai

aspek tersebut yang bersifat lestari.

Teori relativitas berhasil menyingkap kenyataan bahwa energi dapat tampil dalam perwujudan energi massa $E_0 = m c^2$ yang dibawa oleh semua wujud bermateri, yang sangat vital dalam pembangkitan energi nuklir melalui proses *fisi* dalam reaktor nuklir yang sedang dikembangkan di Indonesia dalam PLTN-PLTN yang akan dibangun di daerah Rembang - Jawa Tengah guna memenuhi kebutuhan masyarakat yang meningkat akan daya listrik, dalam reaksi *fusi* di matahari / bintang dan di reaktor termonuklir percobaan yang masih sedang dikembangkan di AS maupun negeri Rusia dan diharapkan menjadi pembangkit daya yang sangat efektif dan bersih di masa mendatang.

Sebagian besar penelitian fisika diarahkan kepada penelaahan struktur materi yang mengandung energi dalam bentuk terpendam tersebut. Energi muncul pula dalam perwujudan kinetik (E_k) yang dimiliki oleh benda yang bergerak misalnya sebagai tenaga termal, tenaga arus elektron dalam konduktor dan semi-konduktor, pada cahaya dan seluruh spektrum radiasi elektromagnet mulai dari gelombang radio sampai dengan sinar gamma pancaran zat radioaktif atau hasil reaksi nuklir. Energi kinetik ini memenuhi sebagian besar kebutuhan kita akan daya, fasilitas angkutan dan komunikasi, fasilitas instrumentasi di laboratorium dan pusat-pusat industri serta fasilitas diagnosis dan pengobatan di rumah sakit. Pada radiasi elektromagnet, energi kinetik tersebut bersifat murni; diharapkan di masa mendatang, energi

ini akan didampingi oleh energi radiasi gravitasi yang juga bersifat kinetik murni.

Manifestasi energi ketiga ialah dalam perwujudan energi interaksi V antara benda-benda bermateri yang memungkinkan penampilan berbagai cara untuk mengendalikan dan mengalih-bentuk energi jenis pertama maupun kedua dengan memanfaatkan asas kekekalan energi keseluruhan yang dimiliki sistem dan hukum-hukum termodinamika yang mengatur proses alihbentuk energi. Dalam fisika mutakhir diselidiki bagaimana ketiga jenis energi tersebut dapat saling bertukar wujud dalam proses-proses konversi yang melibatkan materi. Teori relativitas khusus memegang peranan penting sebagai kinematika untuk menjelaskan 4 jenis interaksi mendasar yang ada di alam ini dengan mengaitkan suatu jenis medan perantara tertentu yang menjalin masing-masing interaksi tersebut, medan yang memenuhi persamaan relativistik yang untuk interaksi lemah berjangkau sangat pendek diatur pula perilakunya oleh mekanika kuantum.

Teori relativitas khusus tersebut membatasi peninjauan proses-proses fisika dari kerangka acuan yang bersifat inersial sehingga suatu benda yang bebas akan teramati berkecepatan tetap. Untuk peninjauan yang melibatkan gravitasi, peninjauan perlu diperluas meliputi kerangka takinersial juga untuk mana berlaku teori relativitas umum. Dalam teori medan dapat ditunjukkan bahwa teori relativitas khusus memungkinkan deduksi hukum-hukum elektromagnetisme yang termuat dalam sistem

persamaan Maxwell-Lorentz secara teoretis, sedangkan teori yang umum memungkinkan deduksi hukum gravitasi Einstein yang menjadi penting untuk alam makro, sebagai perluasan hukum gravitasi Newton.

Teori relativitas khusus pertama kali diajukan oleh Einstein (1905) sebagai suatu upaya untuk mengganti konsep ortodoks mengenai ruang waktu yang digunakan oleh Newton (1697) untuk merumuskan hukum dinamikanya yang berlaku di berbagai kerangka inersial dengan skala waktu dan energi yang sama. Konsep tersebut juga digunakan oleh Faraday (1831) dan Maxwell (1873) untuk membahas interaksi antara muatan-muatan listrik dengan menggunakan konsep medan elektromagnet yang ditimbulkan oleh muatan sumber dan bekerja pada muatan sarannya. Jika dinamika Newton sejalan dengan skala waktu dan energi yang bersifat mutlak, hukum-hukum elektromagnet yang terangkum secara rapih dalam sistem persamaan Maxwell (1873), hanya dapat berlaku dalam kerangka inersial istimewa - kerangka eter - jika konsep waktu yang mutlak tetap dianut.

Salah satu konsekuensi yang timbul ialah bahwa kelajuan gelombang elektromagnet dalam ruang hampa dengan cahaya sebagai suatu wujud khusus, harus sama dengan suatu tetapan alam c hanya terhadap kerangka istimewa ini. Beberapa percobaan klasik dan modern (Michelson-Morley, 1887 dan percobaan dengan memanfaatkan laser oleh Brillat dan Hall, 1979; Kennedy - Thorndike, 1932 dan versi dengan laser

oleh Hils dan Hall, 1991) membuktikan bahwa tak ada kerangka istimewa untuk elektromagnetisme : dalam setiap kerangka inersial, kelajuan cahaya selalu teramati bernilai c , atau c merupakan suatu *invarian*. Lagipula didapati bahwa sistem persamaan Maxwell berlaku dalam semua kerangka inersial. Oleh karena itu konsep skala waktu dan energi yang mutlak perlu diganti.

Einstein mengusulkan 2 postulat untuk menjelaskan hasil-hasil tersebut dan mengganti konsep penyamaan waktu (*sinkronisasi*) jam-jam, keserentakan (*simultaneity*) dan tatacara pengukuran panjang. Dengan 2 postulat ini yang dewasa ini statusnya telah diangkat menjadi asas - *asas kekovarianan* dan *tetapnya laju cahaya* - ditambah dengan *asas korespondensi*, Einstein berhasil menyusun teori relativitas khususnya dan menampilkan suatu pandangan baru mengenai pengertian ruang-waktu, energi-momentum dan elektrodinamika benda bergerak dalam suatu jalinan terpadu.

Selain menghapus konsep skala ruang-waktu yang mutlak serta kerangka inersial khas melalui asas utamanya, dan menggantikannya dengan konsep ruang-waktu relativistik berdimensi 4 yang lebih logis, dengan skala yang bergantung pada kerangka acuan inersial yang digunakan, kerangka yang semuanya setaraf kedudukannya, teori relativitas khusus menyuguhkan kepada kita suatu metode umum untuk menampilkan kembali fisika tak relativistik menjadi suatu bentuk modern yang mumpuni (*powerful*) dan berlaku untuk

sebarang kecepatan / energi. Kemudian dapat ditunjukkan (lihat Landau, 1954), bahwa teori relativitas khusus dapat pula dirumuskan tanpa mengacu kepada cahaya sebagai suatu wujud khas yang bergerak dengan kelajuan yang tak bergantung pada gerak pengamatnya. Asas kedua dapat dirumuskan sebagai adanya suatu batas kelajuan bagi isyarat dan benda bergerak yang apabila digabungkan dengan asas pertama, maka batas ini akan memiliki nilai tetap c di semua kerangka inersial.

Berikut akan disajikan perumusan ketiga asas yang melandasi teori relativitas khusus tersebut.

Asas kenol (Asas perpadanan / korespondensi) : Untuk gerakan berkecepatan rendah (momentum rendah), konsep-konsep dan hukum-hukum relativistik harus sesuai dengan konsep-konsep yang telah ada dalam teori Newton.

Asas ini berlaku secara universal bagi konsep-konsep dan hukum-hukum yang ingin diperluas daerah berlakunya.

Asas pertama : Semua hukum alam bersifat tetap bentuknya (kovarian) terhadap perpindahan peninjauan dari kerangka inersial satu ke yang lain.

Asas ini menjamin kesetaraan antara semua kerangka inersial untuk digunakan bagi pengamatan dan perumusan hukum-hukum fisika.

Asas kedua : Laju maksimal yang dapat dimiliki oleh isyarat terbatas nilainya, dan nilai ini tentu tidak boleh bergantung (invarian) pada kerangka acuan yang digunakan untuk me-

niinjaunya (akibat kesetaraan kerangka-kerangka tersebut). Nilai laju maksimal c ini merupakan salah satu tetapan alam yang penting dalam membahas struktur materi.

Dengan menggunakan ketiga asas tersebut, dapat dideduksikan berbagai konsekuensi relativistik mengenai ruang-waktu, kaedah alihbentuk Lorentz berbagai observabel dari kerangka inersial yang satu ke yang lain : untuk tempat dan waktu, kecepatan, percepatan, momentum, energi, gaya dan besaran-besaran fisis lain yang lebih rumit.

Selanjutnya teori relativitas dapat digunakan untuk membahas interaksi yang dijalin oleh medan, dan dengan melihat pada kenyataan bahwa medan yang menjalin interaksi elektromagnet merambat dengan laju maksimal yang dibolehkan yaitu c , maka dapat dideduksikan hukum Coulomb, dan dengan menggunakan kaedah alihbentuk Lorentz untuk gaya, selanjutnya dapat dideduksikan hukum-hukum Lorentz serta sistem persamaan Maxwell baik dalam ruang hampa maupun dalam medium. Dan kita tak sangsi lagi akan kegunaan teori Maxwell dalam menjelaskan berbagai gejala elektromagnet, optik, elektronik dan fisika materi mampat.

Guna menghayati kekuatan (*power*) ketiga asas relativitas khusus, akan ditunjukkan bagaimana kaedah alihbentuk Lorentz untuk berbagai observabel dasar fisika dari suatu kerangka inersial K ke kerangka lain K' yang bergerak dengan kecepatan tetap \vec{v} dapat dideduksikan daripadanya.

Penerapan asas kenol terhadap hukum Newton kedua $F = dp/dt$, memungkinkan perluasan relativistik hukum ini dengan mencari perluasan relativistik bagi besaran momentum p . Juga adopsi konsep penambahan tenaga dE akibat usaha gaya F terhadap sistem yang mengalami pergeseran sejauh dr yang memberikan rumus

$$dE = F \cdot dr = (dp/dt) \cdot dr \\ = dp \cdot (dr/dt) = v \cdot dp. \quad (1)$$

dengan $v = dr/dt$ adalah kecepatan sistem.

Apabila rumus ini diterapkan untuk cahaya dan gerakan dikhususkan untuk arah perubahan momentum dp yang sejajar dengan v maka integralnya akan memberikan bentuk $E = cp$ atau $p^2 = E^2/c^2$ mengingat untuk nilai momentum nol, cahaya juga tak memiliki energi.

Penerapan asas kenol untuk bentuk momentum p suatu zarah bebas bertenaga gerak $E_k = E - E_0$ di daerah dengan $v \ll c$ memberikan bentuk korespondensi $p = mv$ dan $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}p^2/m$ atau $p^2 = 2mE_k$ di daerah nonrelativistik ini dengan m dan E_0 berturut-turut adalah massa dan tenaga rehat zarah.

Dengan menggabungkan rumus asimtotis di daerah dengan $E_k = E - E_0$ tinggi dan rendah tersebut apabila p^2 sebagai fungsi E diekspansikan dalam deret Taylor di sekitar nilai E_0 , diperoleh rumus dispersi zarah

$$p^2 = 2m(E - E_0) + (E - E_0)^2/c^2 \quad (2)$$

atau

$$p^2 = 2m E_k + E_k^2/c^2. \quad (3)$$

Diferensial bentuk (3) ini memberikan

$$2p \cdot dp = 2p dp = 2(m + E_k/c^2) dE$$

atau

$$dE = \frac{p}{m + E_k/c^2} \cdot dp = v \cdot dp \quad (4)$$

untuk semua dp sehingga berlaku ka-
itan

$$p = m v \{ 1 + E_k/mc^2 \} \quad (5)$$

yang apabila dipangkat-duakan akan
memberikan

$$p^2 = m^2 v^2 \left[1 + \frac{2E_k}{mc^2} + \frac{E_k^2}{m^2 c^4} \right] \\ = 2m E_k + E_k^2/c^2. \quad (6)$$

Jadi

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{E_k^2}{c^2} + 2m \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) E_k = m^2 v^2$$

sehingga

$$E_k^2 + 2mc^2 E_k = \frac{m^2 v^2 c^2}{1 - v^2/c^2} = p^2 c^2 \quad (7)$$

menurut pers. (3). Dengan mengingat
bahwa arah momentum p sejajar de-
ngan arah v , maka penarikan akar
pangkat dua pers. (7) akan menghasil-
kan rumus untuk momentum relativis-
tik

$$p = \frac{m v}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} = m \gamma v. \quad (8)$$

dengan $\gamma \equiv (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$.

Selanjutnya untuk bentuk (1) di-
peroleh

$$dE = dE_k = m v \cdot dv / (1 - v^2/c^2)^{3/2} \\ + m v \cdot v \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{(-2v \cdot dv/c^2)}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}} \\ = m \frac{v \cdot dv}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}} = d \left[\frac{m c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right] \quad (9)$$

dengan integral

$$E_k = m c^2 (\gamma - 1) = E - E_0. \quad (10)$$

Pers. (10) ini memungkinkan identifi-
kasi berikut untuk zarah bebas

$$E_0 = m c^2 \text{ dan } E = m \gamma c^2 \quad (11)$$

yang dikenal sebagai rumus Einstein.

Selanjutnya apabila pada pers. (3)
kita isikan $E_k = E - E_0 = E - m c^2$,
diperoleh

$$p^2 c^2 = 2m c^2 E - 2m^2 c^4 + (E^2 + m^2 c^4 \\ - 2m c^2 E) = E^2 - m^2 c^4$$

atau

$$E^2 = (m c^2)^2 + (p c)^2 = E_0^2 + p^2 c^2 \quad (12)$$

yang menunjukkan bahwa besaran

$$\tilde{E}^2 - \tilde{p}^2 c^2 = E_0^2 = m^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2 \quad (13)$$

merupakan suatu bentuk invarian ter-
hadap alihbentuk Lorentz yang meng-
ubah (p, E) yang diamati di K menjadi
 (\tilde{p}, \tilde{E}) yang teramati di \tilde{K} .

Di dalam ruang konfigurasi (r, t) ,
dapat ditunjukkan (lihat lampiran A)
seperti halnya besaran $p^2 - (E/c)^2$,
besaran $ds^2 = dr^2 - (c dt)^2$ dengan dt
sebagai selang waktu antara dua peris-
tiwa yang tempat kejadiannya berselisih
vektor letak sebesar dr , juga merupa-
kan suatu invarian Lorentz. Apabila dt
adalah selang waktu cahaya melintasi
jarak dr , maka $ds = 0$; apabila dt adalah
selang waktu suatu zarah berkecepatan
 v melintasi dr , maka $v = dr/dt$ dan
besaran $dr^2 = - ds^2/c^2 = dt^2(1 - v^2/c^2)$
juga merupakan suatu invarian yang
dinamakan kuadrat selang waktu pri-
badi. Jadi untuk alihbentuk dari ke-
rangka K ke \tilde{K} , maka berlaku

$$d\tilde{r}^2 - c^2 d\tilde{t}^2 = ds^2 = dr^2 - c^2 dt^2. \quad (14)$$

Dari pers. (14) segera dapat diper-
oleh $d\tilde{t}^2 = dt^2 \{(1 - v^2/c^2)/(1 - \tilde{v}^2/c^2)\}$
atau

$$d\tilde{t} = dt \tilde{\gamma} / \gamma \quad (15)$$

dengan

$$\gamma \equiv (1 - v^2/c^2)^{-1/2}; \\ \tilde{\gamma} \equiv (1 - \tilde{v}^2/c^2)^{-1/2}. \quad (16)$$

Pers. (15) merupakan kaedah alih-
bentuk selang waktu antara 2 peristiwa
sebarang yang menunjukkan ketakmut-
lakan nilainya.

Berkenaan dengan kehadiran ru-
mus (8) dan (11), terdapat kecende-
rungan untuk memadamkan rumus ter-
sebut dengan rumus Newton $p = m v$
melalui introduksi *massa relativistik*

yang bergantung pada kelajuan zarah
dan besarnya $m_r = m \gamma$ sehingga ke-
dua rumus tersebut dapat diringkas
menjadi $p = m_r v$ dan $E = m_r c^2$.
Tetapi konsep massa sebagai salah satu
ciri zarah (selain muatan listrik dan
spinya) yang :

(1) berubah-ubah nilainya bergantung
pada kelajuannya (2) tidak tunggal
nilainya bagi zarah lukson tak bermas-
sa (dengan $v = c$ dan $m = 0$) (3) men-
jadi tak berhingga untuk zarah lukson
bermassa, dan (4) setara dengan E
(kecuali munculnya faktor keseban-
dangan c^2) yang sudah lebih dulu dide-
finisikan,

kurang dapat diterima secara asasi, se-
hingga konsep massa relativistik sudah
jarang digunakan. Kecenderungan yang
sekarang ditempuh adalah mengga-
bungkan faktor γ dengan v menjadi u
 $= \gamma v = dr/d\tilde{t}$ dengan $dr = dt/\gamma = (1 - v^2/c^2)^{1/2} dt$ yang menurut pers. (15)
bersifat invarian dan dikenal dengan
nama *selang waktu pribadi* yang nilai-
nya sama dengan selang waktu di ke-
rangka rehat sistem. Dengan demikian
rumus untuk momentum menjadi $p =$
 $m u$ dengan u menggantikan peranan
observabel kecepatan dalam mekanika
Newton sebagaimana dr menggantikan
peranan dt .

Jadi untuk setiap zarah hanya
ada satu jenis massa dan pandangan
sedemikian dianut para fisikawan ener-
gi tinggi yang banyak bergelut dengan
pengukuran massa dan penjabaran
spektrum massa zarah-zarah elementer
(Jackson, 1975; Brehm, 1989).

Untuk memperoleh alihbentuk
momentum-tenaga yang benar-benar

memenuhi pers. (3), mula-mula akan ditinjau alihbentuk yang tak mengubah p_y dan p_z tetapi hanya menyangkut $\{E, p_x\}$ dan bersifat linear (agar memiliki inversi yang tunggal dan tak mencipta-kan singularitas baru).

$$\tilde{E} = \Gamma(E - a p_x); \quad \tilde{p}_y = p_y; \quad \tilde{p}_z = p_z; \quad (17)$$

$$\tilde{p}_x = \Gamma(p_x + b E). \quad (18)$$

Untuk menentukan nilai Γ , kita terapkan pers. (17) pada suatu zarah yang rehat di K sehingga $E = m c^2$ dan $p = 0$. Zarah ini bergerak dengan kecepatan $-V$ terhadap \tilde{K} yang berarah ke sumbu X karena $\tilde{p}_y = \tilde{p}_z = 0$. Akibatnya $\tilde{E} = m c^2 / (1 - V^2/c^2)^{1/2} = \Gamma m c^2$ (menurut pers. 17 yang pertama) berarti

$$\Gamma = 1/(1 - V^2/c^2)^{1/2}. \quad (19)$$

Dari persamaan (18) diperoleh $-m V/(1 - V^2/c^2)^{1/2} = \Gamma b m c^2$ atau

$$b = -V\Gamma/\Gamma^2 c^2. \quad (20)$$

Selanjutnya penerapan pers. (18) terhadap suatu zarah yang rehat di \tilde{K} sehingga bergerak dengan kecepatan V ke arah sumbu X terhadap \tilde{K} (karena $p_y = p_z = 0$) memberikan

$$0 = \Gamma \{ m V / (1 - V^2/c^2)^{1/2} + b m c^2 / (1 - V^2/c^2)^{1/2} \} \quad (21)$$

yang sendirian dan bersama-sama dengan pers. (20) menghasilkan

$$b = -V/c^2; \quad \Gamma' = \Gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}. \quad (22)$$

Sedangkan pers. (17) yang pertama untuk zarah yang rehat di K ini akan memberikan

$$m c^2 (1 - V^2/c^2)^{1/2} = (m c^2 + a m \tilde{V}) / (1 - V^2/c^2)^{1/2} \text{ atau } a = -V. \quad (23)$$

Dengan mengisikan nilai-nilai $b, \Gamma = \Gamma'$, dan a pada pers. (22) dan (23) ke dalam pers. (17) dan (18), akhirnya diperoleh persamaan alihbentuk

$$\tilde{E} = \Gamma(E - V p_{\parallel}); \quad \tilde{p}_{\perp} = p_{\perp}; \quad (24)$$

$$\tilde{p}_{\parallel} = \Gamma(p_{\parallel} - VE/c^2). \quad (25)$$

Dalam pers. (24) dan (25), tanda \parallel dan \perp menunjukkan komponen vektor yang sejajar dan tegaklurus pada arah vektor kecepatan V antara kerangka \tilde{K} dan K, jadi $V p_{\parallel} = V \cdot p, p_{\parallel} = (V \cdot p) V/V^2$, sedangkan $p_{\perp} = p - p_{\parallel}$. Dengan substitusi ini, pers. (24) dan (25) menampilkan alihbentuk Lorentz untuk momentum-energi bagi parameter kecepatan V sebarang.

Dengan mengisikan bentuk $p = m v$ $\gamma, E = m c^2$ dan bentuk yang serupa untuk \tilde{p} dan \tilde{E} , serta memanfaatkan pers. (15), diperoleh kaedah alihbentuk untuk selang-waktu dan kecepatan :

$$\tilde{\gamma} = \Gamma(1 - v \cdot V/c^2) \gamma = \gamma d\tilde{t}/dt; \quad (26)$$

$$\tilde{v}_{\perp} = v_{\perp} / \{ \Gamma(1 - v \cdot V/c^2) \} \quad (27)$$

dan

$$\tilde{v}_{\parallel} = (v_{\parallel} - V) / (1 - v \cdot V/c^2). \quad (28)$$

Pengalihan pers. (26) dengan dt diikuti oleh pengintegralan ke waktu akan

memberikan kaedah alihbentuk untuk waktu, sedang substitusi faktor $\Gamma(1 - v \cdot V/c^2)$ dari pers. (26) ke dalam pers. (27) diikuti pengintegralan ke variabel ruang akan menghasilkan kaedah alihbentuk komponen vektor letak ke arah tegaklurus pada V .

$$\tilde{r}_{\perp} = \Gamma(r_{\perp} - V t); \quad \tilde{r}_{\parallel} = r_{\parallel}. \quad (29)$$

Penggabungan pers. (28) dan (26) akan melengkapi pers. (29) dengan kaedah alihbentuk untuk r_{\parallel} yaitu

$$\tilde{r}_{\parallel} = \Gamma(r_{\parallel} - V t). \quad (30)$$

Dengan menggunakan kaedah alihbentuk untuk berbagai observabel fisis dasar tersebut, dapat diselidiki berbagai efek geometrik dan fisis gejala relativistik yang sebelumnya tidak muncul dalam mekanika Newton, dan kaedah-kaedah alihbentuk observabel lain yang lebih luas misalnya percepatan, gaya dllnya. Bahkan dapat ditinjau efek fisis yang tidak pernah ada dalam mekanika nonrelativistik misalnya saja liukan (*preseksi*) Thomas. Dan kesemua hasil di atas merupakan akibat langsung berlakunya asas-asas relativitas khusus yang mempunyai segi penerapan yang sangat luas, dalam elektrodinamika, fisika plasma, laser elektron bebas (*free electron laser*), fisika atom dan inti, dan fisika tenaga tinggi. Ketiga aspek yang akhir ini memerlukan pula kehadiran pandangan kuantum mengenai proses-proses mikroskopik yang akan dibahas dalam fasal berikut.

III. MEKANIKA KUANTUM

Mekanika Kuantum mempunyai lima asas mendasar yang saling kait-mengait di samping asas korespondensi yang bersifat universal dan akan kita sebut asas kenol. Keenam asas tersebut dapat dirumuskan sebagai berikut :

0. Asas perpadanan (*korespondensi*) klasik mensyaratkan bahwa apabila aspek yang ditinjau mengenai sistem bersifat makroskopik, maka hal-hal yang dihasilkan berdasarkan kelima asas kuantum berikut (misalnya mengenai persamaan gerak observabel dari segi nilai harapnya yang dapat diturunkan dari asas keempat dan kelima dengan berdasarkan konsep-konsep dan kaedah-kaedah yang termaktub dalam asas kesatu, kedua dan ketiga) haruslah sesuai dengan hasil analisis secara klasik.

1. Untuk setiap sistem kuantum, keadaannya dilukiskan oleh suatu vektor *ket* keadaan $|\psi\rangle$ (dalam notasi Dirac) yang mengandung informasi lengkap mengenai sistem.
2. Setiap observabel A sistem diwakili oleh suatu operator \hat{A} yang bekerja pada vektor keadaan $|\psi\rangle$ tersebut. Operator ini akan menghasilkan nilai yang harus dapat diidentifikasi sebagai hasil pengukuran.
3. Nilai pasti dapat dimiliki oleh suatu observabel sistem (A) apabila vektor keadaan $|\psi_a\rangle$ yang diduduki sistem adalah suatu eigenvektor operator \hat{A} dan nilai pasti yang dihasilkan adalah eigenilai a yang bersangkutan.

Ini berarti bahwa antara eigenkeadaan $|\psi_a\rangle$, eigennilai a yang bersangkutan dan operator \hat{A} yang mewakili observabel, berlaku persamaan eigennilai

$$\hat{A}|\psi_a\rangle = a|\psi_a\rangle. \quad (31)$$

4. Apabila keadaan $|\psi\rangle$ yang diduduki sistem bukan salah satu eigenvektor operator A , maka oleh pengukuran terhadap observabel A , akan terjadi suatu loncatan dari $|\psi\rangle$ ke salah satu eigenvektor $|\psi_a\rangle$, dengan peluang/kebolehjadian P_a yang berbanding lurus dengan pangkat dua nilai mutlak proyeksi vektor keadaan $|\psi\rangle$ ke $|\psi_a\rangle$.

$$P_a \propto |\langle\psi_a|\psi\rangle|^2 / \|\psi_a\|^2. \quad (32)$$

dengan $\|\psi_a\| \equiv \langle\psi_a|\psi_a\rangle^{1/2}$ adalah norm vektor $|\psi_a\rangle$. Asas ini memungkinkan kita menentukan nilai harap bagi pengambilan nilai suatu observabel apabila sistem menduduki keadaan sebarang yang bukan suatu eigenkeadaan.

5. Dinamika sistem ditentukan oleh operator Hamilton \hat{H} yang terkait dengan observabel energi E yang akan menjadi generator perubahan vektor keadaan $|\Psi(t)\rangle$ terhadap waktu.

$$d|\Psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar}\hat{H}|\Psi(t)\rangle dt \text{ atau} \\ i\hbar \frac{d|\Psi(t)\rangle}{dt} = \hat{H}|\Psi(t)\rangle. \quad (33)$$

Berikut akan diberikan ulasan mengenai latar-belakang dan implikasi ke lima asas di atas berikut asas korespondensi kuantum \leftrightarrow klasik.

Pengamatan (*observation*) fisis dilakukan dengan mengadakan sejumlah pengukuran-pengukuran yang hasilnya menentukan keadaan sistem yang diselidiki. Menurut fisika klasik, selalu dapat diupayakan agar supaya *kesalahan-kesalahan* yang timbul pada proses pengukuran tersebut bernilai sekecil mungkin. Interaksi antara alat pengukur dengan sistem yang diukur terjadi pada setiap pengukuran; menurut fisika klasik dapat diupayakan agar supaya dampak kesalahan yang diakibatkannya dibuat sekecil mungkin dengan cara pencegahan (kompensasi) atau memperhitungkan dampak ini kemudian. Selain daripada itu di dalam fisika klasik pengertian mengenai besar atau kecil untuk sesuatu sistem, merupakan suatu hal yang bersifat nisbi (*relatif*).

Pada masa permulaan perkembangan fisika kuantum, ditemukan gejala-gejala alam yang tak selaras dengan pemikiran di atas, misalnya terjadinya pengkuantuman besaran-besaran tertentu, sehingga pengertian *kecil* menjadi bersifat mutlak. Selain itu efek lenturan (*difraksi*) yang timbul pada penggunaan mikroskop, menyebabkan terjadinya bayangan yang selalu berupa bintik sehingga tidak memungkinkan pengukuran letak dan momentum objek yang dilakukan secara serentak dengan pasti. Makin pendek panjang gelombang cahaya yang digunakan untuk menerangi objek, maka pengaruh difraksi akan makin berkurang, sehingga ukuran bayangan (*image*) objek menjadi semakin kecil mendekati bentuk titik, tetapi momentum yang diserahkan kepada objek oleh butiran cahaya yang

mengalami pembelokan dengan arah yang tak dapat dipastikan, menjadi semakin besar, baik dalam besarnya maupun dalam ketakpastiannya. Hasil kali ketakpastian pengukuran x dan p_x secara serempak, tak akan pernah kurang dari suatu bilangan keunsuran (*elementer*) yang terhingga kecilnya yaitu tetapan Planck h yang bernilai $6,6256 \times 10^{-34}$ J s. Jadi menurut fisika kuantum, ada batas kemampuan kita dalam upaya untuk memperkecil kesalahan yang timbul pada sejumlah pengukuran yang kita lakukan secara serempak.

Oleh karena itu perlulah diadakan penyesuaian pada pengertian *besar dan kecilnya* ukuran sebagai pengertian mutlak yang diharapkan dapat menjelaskan terjadinya hal-hal yang muncul dalam fisika kuantum. Sistem dinyatakan sebagai besar apabila kesalahan-kesalahan pengukuran terhadapnya dapat diperkecil (terhadap nilai-nilai besaran yang diukur) tanpa batas (walaupun hanya secara prinsip), sedangkan sistem adalah kecil apabila kesalahan-kesalahan pengukuran cukup menonjol dan tak dapat dihindari karena gangguan yang ditimbulkannya tak dapat diramalkan secara pasti ke mana arah tujuannya.

Dari beberapa contoh sistem kuantum dapat diungkap bahwa tiap pengukuran untuk memperoleh suatu informasi mengenai suatu sistem senantiasa menghasilkan sederetan keadaan eigen $|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle, \dots, |\psi_n\rangle$ yang membentuk suatu sistem vektor yang bebas linear dan lengkap, untuk mana hasil-hasil pengukuran terhadap observabel A bersifat pasti senilai a_1, a_2, \dots, a_n .

Keadaan umum yang merupakan paduan linear $|\psi\rangle$ perangkat eigenkeadaan tersebut membentang suatu ruang vektor yang merupakan ruang wakil wadiah penyajian keadaan sistem. Setiap sistem mempunyai ruang wakilannya masing-masing. Asas pertama menjamin terdapatnya ruang wakil bagi setiap sistem kuantum dengan unsur yang disebut vektor keadaan yang memuat informasi lengkap yang dapat diperoleh mengenai sistem. Ruang ini harus lengkap (mampu menampung segala informasi mengenai sistem) dan harus dapat mendeskripsikan implikasi kuantitatif mengenai sistem berhubungan dengan keadaan $|\psi\rangle$ dan eigenkeadaan $|\psi_i\rangle$, oleh karena itu ruang tersebut harus dilengkapi dengan konsep perkalian skalar (*scalar product*); ruang wakil yang memiliki kedua sifat penting ini dikenal sebagai ruang Hilbert.

Pada umumnya pengukuran untuk memperoleh nilai sesuatu observabel A memerlukan interaksi alat ukur dengan sistem, dan untuk sistem mikro/kuantum, hal ini dapat mengakibatkan suatu perubahan keadaan dari keadaan awal $|\psi\rangle$ ke keadaan baru $|\psi'\rangle$. Di dalam ruang Hilbert, untuk membuat perubahan ini, diperlukan suatu operator linear \hat{A} yang bekerja terhadap $|\psi\rangle$ secara linear $\hat{A}|\psi\rangle = |\psi'\rangle$ dengan sifat

$$\hat{A}(s|\psi_1\rangle + t|\psi_2\rangle) = s\hat{A}|\psi_1\rangle + t\hat{A}|\psi_2\rangle. \quad (34)$$

Asas kedua mengangkat hal mendasar ini secara eksplisit. Sifat \hat{A} ditentukan agar informasi yang

dihasilkannya yang diungkap oleh asas-asas yang berikutnya bersifat aktual misalnya sifat Hermitan yang memiliki sejumlah keuntungan, di antaranya perangkat eigenilainya selalu real dan selalu dapat dicari perangkat eigenvektor yang ortogonal dan lengkap.

Apabila \hat{H} Hermitan maka untuk sebarang vektor ket $|\psi\rangle$ dengan vektor bra pasangannya $\langle\psi|$ berlaku

$$\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle^* = \langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle. \quad (35)$$

Asas ketiga memberi peluang kapan nilai yang dapat diperoleh mengenai suatu observabel A untuk sistem yang menduduki keadaan kuantum tertentu bersifat pasti, syarat yang menghasilkan perangkat eigenkeadaan dengan spektrum eigenilai yang merupakan nilai-nilai pasti yang diperbolehkan, yang dapat digunakan sebagai suatu basis vektor di ruang wakan, terhadap mana pengukuran terhadap observabel A untuk selanjutnya diacu.

Apabila yang diukur adalah dua observabel atau lebih dan saatnya adalah serentak, maka tidak selalu mungkin untuk mendapatkan nilai pasti kedua observabel tersebut secara serentak; hanyalah apabila operator-operator yang mewakili observabel tersebut kompatibel (bersesuaian/rukun) yang ditampilkan oleh kekomutatifan perkalian di antaranya, maka pengukuran serentak dengan hasil pasti tersebut mungkin. Pengukuran terhadap suatu observabel yang memiliki komponen yang komutatif (misalnya vektor letak dan momentum dengan komponen-komponen yang rukun), akan menghasilkan spek-

trum nilai yang kontinu (tak terkuantumkan), sedang apabila komponen-komponen penyusunnya bersifat tak komutatif (misalnya momentum sudut atau energi suatu sistem terikat yang terdiri dari energi kinetik dan potensial yang tak rukun), maka spektrum nilainya akan bersifat diskret (terkuantumkan). Dengan demikian aspek pengkuantuman dapat dijelaskan.

Asas keempat memberikan suatu resep umum untuk menentukan informasi apa yang dapat ditarik mengenai sistem apabila ia menduduki keadaan kuantum $|\psi\rangle$ sebarang. Dengan meratakan nilai hasil pengukuran sesudah terjadi loncatan ke eigenkeadaan meliputi seluruh spektrumnya yang mungkin dituju, akan diperoleh nilai harap pengukuran observabel A untuk keadaan $|\psi\rangle$ tersebut sebesar

$$\langle A \rangle_\psi = \langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle / \langle\psi|\psi\rangle. \quad (36)$$

Akibat berlakunya pers. (35), maka nilai harap (36) selalu real sesuai dengan yang diharapkan. Selain itu asas keempat juga memberikan informasi mengenai ketakpastian nilai yang diperoleh (ΔA) untuk pengukuran observabel A menurut resep (36) dengan mengganti $\langle A \rangle$ dengan $\langle \Delta A \rangle^2$ dan operator \hat{A} dengan $\{\hat{A} - \langle A \rangle\}^2$, kemudian mengambil akar kuadrat bentuk yang dihasilkan. Diperoleh rumus

$$\langle \Delta A \rangle_\psi = \left[\frac{\langle\psi|\{\hat{A} - \langle A \rangle\}^2|\psi\rangle}{\langle\psi|\psi\rangle} \right]^{1/2}. \quad (37)$$

Dengan menggunakan sifat perkalian skalar dalam ruang Hilbert, dapat di-

deduksikan berlakunya asas ketakpastian Heisenberg berikut untuk pengukuran serentak dua observabel A dan B , masing-masing dengan ketakpastian ΔA dan ΔB sesuai dengan resep (37), khususnya apabila keduanya tak komutabel.

$$\Delta A \Delta A \geq \frac{1}{2} | \langle (\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}) \rangle_\psi |. \quad (38)$$

Ketakkompatibelan terjadi apabila kedua observabel mempunyai operator yang tak komutatif ($\hat{A}\hat{B} \neq \hat{B}\hat{A}$) sehingga nilai harap di ruas kanan pers. (37) pada umumnya tak lenyap, dalam hal mana ruas kirinya selalu positif. Akibatnya tak mungkin kedua observabel tersebut ditentukan serentak secara pasti karena perkalian di ruas kiri akan menjadi nol dan terjadi kontradiksi. Penjabaran pers. (36) dan (38) diberikan dalam lampiran B1 dan B2.

Asas kelima menekankan peranan operator Hamilton sebagai wakil observabel energi dalam penampilan dinamika sistem, baik dinamika keadaan kuantum maupun dinamika observabel atau nilai harapnya. Pengambilan turunan ke waktu pers. (36) dan substitusi persamaan Schrödinger (33) serta jodoh Hermitnya (lihat lampiran B3) memberikan persamaan Heisenberg

$$\frac{d\langle A \rangle_\psi}{dt} = \langle \partial \hat{A} / \partial t \rangle_\psi + \frac{i}{\hbar} \langle \hat{H}\hat{A} - \hat{A}\hat{H} \rangle_\psi. \quad (39)$$

Hukum kekekalan tenaga merupakan akibat dari pers. (39) apabila kita isikan sebagai operator \hat{A} operator Hamiltonan sendiri yang mewakili observabel tenaga untuk pengisian mana komutator di ruas kanan lenyap, sehingga bagi

Hamiltonan yang tak bergantung kepada waktu secara eksplisit ($\partial H / \partial t$), maka nilai harapnya mempunyai turunan ke waktu nol sehingga bersifat kekal. Kekekalan ini berlaku pula untuk semua observabel yang komutatif dengan operator Hamiltonan asalkan operator ini juga tak bergantung kepada waktu secara eksplisit.

Apabila pers. (39) dipadankan dengan persamaan gerak klasik untuk observabel (persamaan Poisson), maka penerapan asas korespondensi menghasilkan syarat kuantum Dirac yang memberikan panduan bagaimana sesuatu operator yang mewakili suatu observabel klasik harus dipilih. Selanjutnya penerapan keenam asas yang mendasari mekanika kuantum beserta hasil deduksinya yang pokok dalam seluruh daerah mikroskopik dapat dilakukan secara terpisah maupun terpadu. Bahkan dewasa ini mekanika kuantum telah berhasil dipadukan dengan teori relativitas khusus menjadi suatu teori kuantum relativistik yang lebih luas lagi jangkauannya, khususnya yang melibatkan fisika energi tinggi yang diharapkan memuat hal-hal yang paling mendasar mengenai alam ini (Dirac, 1927; Davis, 1979). Dan ada usaha untuk merumuskan mekanika kuantum apabila persyaratan asas linear bagi penampilan keadaan kuantum dilonggarkan (Weinberg, 1989)

IV. KESIMPULAN

Dari uraian yang telah dikemukakan dalam makalah ini nampak bagaimana teori relativitas khusus dan mekanika kuantum dengan asas-asas ura-

manya yang dapat ditelusur asal-usulnya secara logis, mampu menata secara taat-asas konsep-konsep mendasar dalam fisika, mengembangkan dan menerapkannya secara luas, masing-masing dalam daerah energi tinggi dan dalam daerah mikroskopik yang mencakup objek-objek penting yang banyak diselidiki oleh para fisikawan dalam rangka lebih memahami gejala-gejala alam di abad modern ini di mana pengembangan dan kerjasama antara bidang fisika teori, eksperimen dan terapan menjadi semakin diperlukan secara internasional. Dengan demikian nampak pentingnya peranan kedua cabang fisika yang menjadi perintis fisika modern tersebut sebagai sokoguru yang kokoh dan telah terbukti mampu menopang keseluruhan struktur fisika masa kini dan diharapkan juga untuk fisika masa mendatang.

DAFTAR ACUAN

- Brillet, A. dan J. Hall, 1979, *Phys. Rev. Lett.* **42**, p. 549.
- Davis, Paul (ed.), 1987 : *The New Physics*, Cambridge Univ. Press, New York.
- Dirac, P. A. M., 1926 : *The Fundamental Equations of Quantum Mechanics*, *Proc. Roy. Soc. A* **109**, 642; 1927 : *The Principles of Quantum Mechanics*, edisi 3, 1947, Clarendon Press.
- Einstein, A., 1905 : *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, *Ann. d. Physik* **17**.

- Faraday, M., 1931 : *Faraday's Diary*, G. Bell & Sons Ltd., London, 1932.
- Heisenberg, W., 1925, *Zeits. f. Phys.*, **33**, 879; M. Born, W. Heisenberg, dan P. Jordan, 1925, *Zeits. f. Phys.* **35**, p. 557.
- Hils, D. dan J. L. Halls, 1990 : *Improved Kennedy Thorndike Experiment to Test Special Relativity*, *Phys. Rev. Lett.* vol 64, **15**, p. 1697.
- Jackson, J. D., 1975 : *Classical Electrodynamics*, edisi 2, John Wiley & Sonms, New York.
- Kennedy, R. J. dan E. M. Thorndike, 1932, *Phys. Rev.* **42**, p. 400.
- Landau, L. D. dan E. M. Lifshitz, 1975 : *The Classical Theory of Fields*, Pergamon Press, edisi 4.
- Maxwell, J. C., 1873 : *A Treatise on Electricity & Magnetism*, Oxford.
- Michelson, A. A. dan E. H. Morley, 1887, *Am. J. Sci.* **349**, p. 333.
- Newton, I., 1687 : *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, diterjemahkan ke bahasa Inggris oleh Andrew Motte, direvisi dan diberi catatan oleh F. Cajori, Univ. Chicago Press., 1966.
- Schrödinger, E., 1926, *Ann. d. Physik*, **79**, p. 361, 489, 734; **80**, p. 437 dan **81**, p. 109.
- Weinberg, S., 1989 : *Phys. Rev. Lett.* **62**, p. 485; *Testing Quantum Mechanics*, *Ann. Phys. (N. Y.)* **194**, p. 336.

LAMPIRAN A

Untuk membentuk invarian Lorentz yang memuat diferensial dt dan dr^2 , bentuk dr^2 yang analitik dalam dt diekspansikan dalam deret dt atau $dt - dr$ di sekitar nilai $dt = dr$ dengan dr adalah selang waktu diukur di kerangka rehat zarah yang berbanding lurus dengan dt secara $dt = dr/f$ dengan v adalah kelajuan zarah di K di mana dt ditentukan dan $f(0) = 1$. Mengingat untuk tenaga kinetik makin tinggi (kelajuan makin tinggi), untuk suatu selang waktu pribadi dr tertentu, pergeseran letak zarah $|dr| = v dr/f(v)$ haruslah makin besar (untuk tenaga makin tinggi ini v mendekati batas atasnya yang konstan $= c$), maka faktor $1/f = dt/dr$ haruslah makin besar dengan naiknya nilai v , dimulai dari nilai 1 untuk kelajuan nol, berarti $f(v) \leq 1$.

Untuk $v \rightarrow c$, $dt \gg dr$ dan di daerah kelajuan ini dr^2 hanya memuat suku kuadratis dalam dt^2 dengan koefisien c^2 sehingga deret Taylor untuk dr^2 terpotong sampai suku kuadratis saja dengan

$$dr^2 \approx c^2 dt^2 \approx c^2 (dt - dr)^2 = \text{asimtot atas} \quad (\text{L. A1})$$

Untuk kelajuan rendah ($v/c \ll 1$) dengan $dr^2 = v^2 dt^2$ dan $dt \approx dr$, suku konstantanya tak ada karena untuk $dt = dr$, $dr = 0$; suku yang mengandung faktor $(dt - dr)^2$ dapat diabaikan terhadap suku yang linear dalam $dt - dr$ sehingga batas bawah penyajian berbentuk

$$dr^2 = v^2 dt^2 \approx 2A dt (dt - dr) \approx 2A dt^2 \{1 - (dr/dt)\} \quad (\text{L. A2})$$

dengan A masih harus ditentukan.

Untuk v sebarang, $dr^2 = v^2 dt^2$ merupakan deret Taylor gabungan

$$dr^2 = 2A dt (dt - dr) + c^2 (dt - dr)^2 \quad (\text{L. A3})$$

$$v^2 dt^2 = (c^2 - 2A) dr^2 + 2(A - c^2) dt dr + c^2 dt^2 \quad (\text{L. A4})$$

atau

$$(c^2 - 2A) \left\{ \frac{dr}{dt} \right\}^2 + 2(A - c^2) \frac{dr}{dt} + (c^2 - v^2) = 0. \quad (\text{L. A4})$$

Persamaan pangkat dua dalam dr/dt ini mempunyai penyelesaian

$$\frac{dr}{dt} = \frac{(c^2 - A) \pm [A^2 - 2v^2A + v^2c^2]^{1/2}}{(c^2 - 2A)} \quad (\text{L. A5})$$

Apabila bentuk ini diisikan ke dalam pers. (L. A3) atau (L. A4), akan diperoleh dua kaitan "dispersi" kecuali apabila dipenuhi $A = c^2$ hanya akan muncul satu kaitan saja. Karena kaitan ini memang harus tunggal, maka haruslah syarat ini dipenuhi. Dengan demikian

$$v^2 = -c^2 (dr/dt)^2 + c^2 \quad \text{atau} \quad (dr/dt)^2 = 1 - (c/c)^2 \quad \text{sehingga}$$

$$dr^2 = (1 - v^2/c^2) dt^2 = dt^2 - dr^2/c^2 \quad (\text{L. A6})$$

yaitu pangkat dua selang waktu pribadi merupakan suatu invarian Lorentz, demikian pula

$$ds^2 = -c^2 dt^2 = dt^2 - c^2 dt^2. \quad (\text{L. A7})$$

Kedua bentuk inilah yang merupakan bentuk invarian dasar di ruang konfigurasi yang dicari.

LAMPIRAN B

1. Penjabaran pers. (36)

Menurut teori peluang pada pengukuran, nilai harap observabel dapat ditentukan berdasarkan asas 4 dan ungkapan (32).

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &= \sum_a \{ P_a \} a / \sum_a P_a \\ &= \frac{\sum_a \{ \langle \psi | a | \psi_a \rangle \langle \psi_a | \psi \rangle / \| \psi_a \|^2 \}}{\sum_a \{ \langle \psi | \psi_a \rangle \langle \psi_a | \psi \rangle / \| \psi_a \|^2 \}} \end{aligned} \quad (\text{L. B1})$$

Karena $a | \psi_a \rangle = \hat{A} | \psi_a \rangle$ dan $c_a = \langle \psi_a | \psi \rangle / \| \psi_a \|$ adalah koefisien ekspansi ket $|\psi\rangle$ terhadap ket ortonormal $\{ | \psi_a \rangle / \| \psi_a \| \}$ yaitu

$$|\psi\rangle = \sum_a \{ c_a | \psi_a \rangle / \| \psi_a \| \},$$

maka

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &= \frac{\langle \psi | \hat{A} \sum_a \{ c_a | \psi_a \rangle / \| \psi_a \| \}}{\langle \psi | \sum_a \{ c_a | \psi_a \rangle / \| \psi_a \| \}} \\ &= \langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle / \langle \psi | \psi \rangle \quad (\text{QED}). \end{aligned} \quad (\text{L. B2})$$

2. Penjabaran pers. (38)

Dengan mendefinisikan operator $\hat{\alpha} \equiv \hat{A} - \langle A \rangle$ dan $\hat{\beta} \equiv \hat{B} - \langle B \rangle$ yang bersifat Hermitan, maka kuadrat bentuk di ruas kiri pers. (38) dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} (\Delta A)^2 (\Delta B)^2 &= \frac{\langle \psi | \hat{\alpha}^2 | \psi \rangle \langle \psi | \hat{\beta}^2 | \psi \rangle}{\| \psi \|^2 \| \psi \|^2} \\ &= \| \hat{\alpha} | \psi \rangle \|^2 \| \hat{\beta} | \psi \rangle \|^2 / \| \psi \|^4. \end{aligned}$$

Ditinjau bentuk tak negatif

$$\begin{aligned} \| \hat{\alpha} | \psi \rangle - b \hat{\beta} | \psi \rangle \|^2 &= \| \hat{\alpha} | \psi \rangle \|^2 \\ &+ |b|^2 \| \hat{\beta} | \psi \rangle \|^2 - b \langle \psi | \hat{\alpha} \hat{\beta} | \psi \rangle \\ &- b^* \langle \psi | \hat{\beta} \hat{\alpha} | \psi \rangle \geq 0. \quad (\text{L. B3}) \end{aligned}$$

Selanjutnya dipilih nilai

$$\begin{aligned} b &= \langle \psi | \hat{\beta} \hat{\alpha} | \psi \rangle / \| \hat{\beta} | \psi \rangle \|^2 \rightarrow \\ b^* &= \langle \psi | \hat{\alpha} \hat{\beta} | \psi \rangle / \| \hat{\beta} | \psi \rangle \|^2; \\ |b|^2 \| \hat{\beta} | \psi \rangle \|^2 &= |\langle \psi | \hat{\alpha} \hat{\beta} | \psi \rangle|^2 / \\ &\| \hat{\beta} | \psi \rangle \|^2 = b \langle \psi | \hat{\alpha} \hat{\beta} | \psi \rangle \\ &= b^* \langle \psi | \hat{\beta} \hat{\alpha} | \psi \rangle \end{aligned}$$

sehingga $\| \hat{\alpha} | \psi \rangle \|^2 \geq \frac{|\langle \psi | \hat{\alpha} \hat{\beta} | \psi \rangle|^2}{\| \hat{\beta} | \psi \rangle \|^2}$ atau

$$\begin{aligned} \| \hat{\alpha} | \psi \rangle \|^2 \| \hat{\beta} | \psi \rangle \|^2 &= (\Delta A \Delta B)^2 \| \psi \|^4 \\ &\geq |\langle \psi | \hat{\alpha} \hat{\beta} | \psi \rangle|^2 \geq |\text{Im} \langle \psi | \hat{\alpha} \hat{\beta} | \psi \rangle|^2 \\ &\geq |\langle \psi | \hat{\alpha} \hat{\beta} - \hat{\beta} \hat{\alpha} | \psi \rangle / 2i|^2. \quad (\text{L. B4}) \end{aligned}$$

Jadi $\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2} | \langle \psi | \hat{A} \hat{B} - \hat{B} \hat{A} | \psi \rangle |$.

3. Penjabaran pers. (39)

Mengingat $i\hbar \frac{d}{dt} | \psi \rangle = \hat{H} | \psi \rangle$ dan

$$-i\hbar \frac{d}{dt} \langle \psi | = \langle \psi | \hat{H}, \text{ maka}$$

$i\hbar (d/dt) \langle \psi | \psi \rangle = 0$ dan turunan (36):

$$\begin{aligned} \frac{d\langle A \rangle_\psi}{dt} &= \frac{\langle \psi | \partial \hat{A} / \partial t | \psi \rangle}{\| \psi \|^2} - \frac{i}{\hbar} \frac{\langle \psi | \hat{H} \hat{A} + \hat{A} \hat{H} | \psi \rangle}{\| \psi \|^2} \\ &= \langle \psi | \hat{H} \hat{A} + \hat{A} \hat{H} | \psi \rangle = \langle \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} \rangle_\psi \\ &+ \frac{i}{\hbar} \langle \hat{H} \hat{A} - \hat{A} \hat{H} \rangle_\psi \quad (\text{QED}). \end{aligned}$$