

KARAKTERISTIK DINAMIK DAN ESTIMASI KEKUATAN SISA RANGKAIAN BALOK BETON BERTULANG MENGGUNAKAN MODE KELENGKUNGAN EKSPERIMENTAL

*Dynamic Characteristic and The Residual Strength Estimation
of a Reinforced Concrete Grid System Using Experimental
Mode Shapes*

Enno Yuniarto¹, Bambang Supriyadi², dan HRC Priyosulistyo²

*Program Studi Teknik Sipil
Program Pascasarjana Universitas Gadjah Mada*

ABSTRACT

The damage or crack on reinforced concrete structure causes strength deterioration of the structure. It will result in degrading of stiffness and strength of the overall structure. Therefore, a simply periodical detection of the strength could be developed. This research was carried out to study the dynamic characteristic of grid structures to investigate natural frequency, damping ratio, mode displacement, and dynamic residual strength of the damage structural system.

A series of 4 sets of reinforced concrete beams (grid system) was used as the model in this research. Each beam consisted of two 3200 mm longitudinal beams which connected by five 400 mm diagonal beams (diaphragm). The longitudinal beam cross section was 90/200 mm and the diagonal beam cross section was 80/140 mm. These models were tested with gradually static loading. Meanwhile, to measure natural frequency and displacement for each level of crack, a dynamic loading test was applied. The dynamic loading is a sinusoidal loading at frequency of 15 Hz which was lower than the natural frequency system. The lower frequency was governed in order to get any measurement in the first mode of the structural system.

Based on the test result the following conclusions were deduced: (a) natural frequency of the damage system was smaller than original structural system, and related to the level of damage. The decreases of the natural frequency of GRD-1, GRD-2, GRD-3, and GRD-4, were 15.56%, 6.25%, 14.1%, and 17.78% respectively, (b) mode displacement of the damage system was found to be greater than the original structure, depending on the level of damage, (c) first crack load of the structure system had been found about

1. Fakultas Teknik Universitas Riau, Pekanbaru

2. Fakultas Teknik Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta

26.1% P_{max} to 47.6% P_{max} , (d) location of crack and dynamic residual strength of damage system at the first crack had been detected but required verification for further crack, (e) the residual strength which was estimated from the static data (load-displacement), the dynamic test data (natural frequency) as well as the dynamic result (absolute different between the curvature mode shape) showed a realistic result at the initial damage condition. However, it could be unrealistic at the consecutive level of damage.

Key words : *grid system, natural frequency, displacement mode, curvature mode, residual strength*

PENGANTAR

Kekuatan struktur beton dapat berubah akibat pengaruh beban dinamis, seperti beban gempa, beban lalu-lintas, gelombang, dan pengaruh kimiawi susut beton. Pemantauan berkala terhadap kondisi bagian-bagian struktur beton yang mengalami pembebanan dinamis seperti struktur jembatan, tampaknya sudah harus diperhatikan. Kerusakan pada bagian tertentu struktur akan mengakibatkan berkurangnya nilai kekakuan. Perubahan-perubahan yang terjadi pada bagian struktur rusak, antara lain turunnya frekwensi alami, meningkatnya rasio redaman, dan perubahan mode yang berhubungan dengan frekwensi alami.

Penelitian ini menguji 4 (empat) buah struktur rangkaian balok (sistem grid) beton bertulang di atas 2 tumpuan sederhana (sendi-rol) yang bertujuan untuk mengetahui dan mempelajari karakteristik dinamik suatu sistem rangkaian balok beton bertulang yang masih utuh dan yang diberi kerusakan pada bagian tertentu. Pengamatan, antara lain meliputi frekwensi alami, retak awal dan mode displacement. Kemudian penelitian juga bertujuan untuk dapat memperkirakan kekuatan sisa struktur yang mengalami kerusakan dengan mengamati perbedaan mode kelengkungan struktur utuh dan struktur yang mengalami kerusakan, penurunan frekwensi alami, dan pengujian statik (beban-lendutan).

Perkiraan lokasi kerusakan dan estimasi kekuatan sisa struktur dapat dilakukan dengan salah satu atau lebih karakteristik dinamisnya. Sebagian besar peneliti menggunakan penurunan frekwensi alami dan sebagian lainnya menggunakan perubahan mode kelengkungan.

Hasil penelitian Yuen (1985), dalam tulisan Supriyadi (1993) memperlihatkan bahwa perubahan secara sistematis pada mode pertama sebanding dengan lokasi kerusakan pada suatu balok kantilever. Dengan menggunakan metode elemen hingga dapat ditentukan frekwensi alami dan mode struktur balok yang mengalami kerusakan. Dari perubahan

frekwensi alami dapat ditentukan adanya kerusakan pada struktur namun lokasi kerusakan masih sulit ditentukan.

Penelitian secara numeris oleh Pandey dkk (1991) menggunakan model struktur balok kantilever dan balok di atas tumpuan sederhana (sendi-rol) untuk mendeteksi lokasi kerusakan struktur. Cara yang digunakan adalah memanfaatkan perubahan bentuk mode kelengkungan model struktur yang tidak rusak dan yang diberi kerusakan. Mode kelengkungan diperoleh secara numeris dengan data mode displacement hasil perhitungan. Dengan mengamati beda absolut perubahan mode kelengkungan pada struktur rusak dan mode kelengkungan pada struktur utuh dapat ditentukan lokasi kerusakan yang terjadi. Lokasi kerusakan ditunjukkan oleh perubahan mode curvatur maksimum yang diperoleh.

Penelitian eksperimental oleh Haryanto dan Wiryawan (1997), mendeteksi lokasi kerusakan balok dengan cara memberikan nilai modulus elastisitas, E dan inersia, I yang berbeda pada lokasi kerusakan yang ditentukan dan dari penelitiannya diperoleh hasil bahwa, pengurangan nilai EI antara 20% sampai 80% beda absolut mode kelengkungan, belum begitu kelihatan.

Spyrakos dan kawan-kawannya mendapatkan bahwa frekwensi alami balok yang cenderung turun sesuai dengan besar kerusakan yang terjadi.

Bila suatu sistem struktur sebidang dibebani sesuai dengan arah normal bidang itu, maka struktur digolongkan sebagai *Grid*, (Paz, 1985).

1. Sistem Struktur Balok Rusak

Persamaan kelengkungan pada suatu titik merupakan fungsi momen lentur, sebagai berikut.

$$\phi = \frac{M}{EI} \quad (1)$$

Bila suatu kerusakan/keretakan terjadi pada struktur, maka nilai EI pada bagian yang rusak itu akan menjadi berkurang dan sebaliknya akan menambah kelengkungan pada bagian itu. Dengan adanya matrik kekakuan dan matrik massa sistem, maka dapat dibentuk persamaan *eigen value*. Kerusakan struktur akan mempengaruhi matrik kekakuan, sedangkan matrik massa adalah tetap. Dengan demikian dapat ditulis solusi *eigen problem* sebagai berikut :

a. Pada Struktur Utuh :

$$[K_s] - \omega^2 [M_s] \{a\} = \{0\} \quad (2)$$

b. Pada Struktur Rusak:

$$[K'_s] - \omega^2 [M_s] \{a'\} = \{0\} \quad (3)$$

dengan:

K_s = matrik kekakuan sistem utuh

K'_s = matrik kekakuan sistem rusak

M_s = matrik massa sistem utuh atau rusak

ω = frekuensi alami sistem utuh

ω' = frekuensi alami sistem rusak

a = mode dari sistem utuh

a' = mode dari sistem rusak

Mode displacement yang diperoleh berdasarkan hasil eksperimen, selanjutnya digunakan untuk menghitung mode kelengkungan dengan menggunakan metoda beda hingga, yaitu cara beda tengah (*central differences*) sebagai berikut :

$$\phi = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{L^2} \quad (4)$$

dengan:

ϕ = kelengkapan di titik i

y_i = displacement di titik i

L = panjang elemen

CARA PENELITIAN

Bahan dan Alat

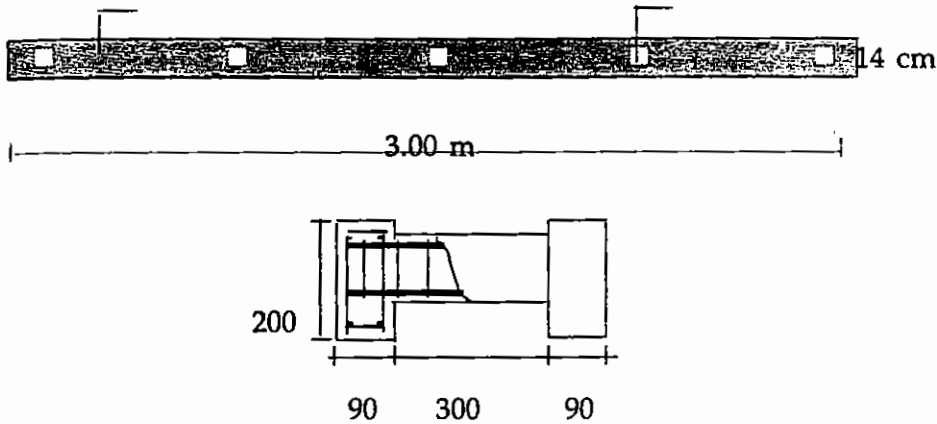
Bahan penelitian utama adalah bahan-bahan pembentukan beton bertulang yang terdiri atas: semen, agregat, tulangan baja yang diperoleh dari sekitar Yogyakarta.

Peralatan yang digunakan, antara lain adalah satu set alat-alat pembuatan beton, peralatan pembebanan statik dan dinamik, yaitu *hydraulic jack* dan *mechanical vibrator*. Peralatan penjunput sinyal (*accelerometer*) yang digunakan merek PCB PIEZOTRONIC model 393A03, dihubungkan dengan komputer yang dilengkapi dengan A/D Converter serta program PC-SCOPE buatan Advantech USA yang memungkinkan komputer dapat merekam data getaran untuk diamati ulang.

Pelaksanaan Penelitian

Pembuatan benda uji rangkaian balok dimulai dengan pembuatan bekesting dan penulangan balok. Baja tulangan dengan diameter 8mm

dan 12 mm dipotong dan dibentuk sesuai dengan keperluannya. Rangkaian balok didukung oleh tumpuan sederhana (sendi-rol) yang dibuat dengan beberapa buah bearing unit dan dipasang di atas suatu pondasi beton yang diikatkan ke *rigid floor* yang ada di laboratorium. Dengan adanya pondasi ini diharapkan pengukuran data getaran akan memperoleh hasil yang lebih baik tanpa dipengaruhi oleh getaran bagian lain di sekitarnya.



Gambar: Model Struktur Rangkaian Balok (Grid)

a). Pengujian kuat tekan

Pengujian kuat tekan dilakukan terhadap benda uji silinder dengan menggunakan mesin uji tekan. Kuat tekan beton diperoleh dengan rumus :

$$f'_c = \frac{P}{A} \quad (5)$$

b) Set up Pengujian

Sebelum pengambilan data dilakukan, kedudukan benda uji harus benar-benar baik pada tumpuan masing-masing, sehingga akan diperoleh data getaran yang baik.

c) Pengujian frekwensi alami

Pengujian frekwensi alami struktur dilakukan dengan cara memberikan getaran bebas pada sistem struktur. Hasil pengukuran

frekwensi alami juga digunakan untuk menghitung kekuatan sisa struktur dengan mengacu pada rumus :

$$k = \omega^2 m \quad (6)$$

d) Pengujian Beban Statik

Pengujian beban statik, bertujuan untuk memberikan kerusakan/keretakan pada bagian balok utama yang kemudian dilakukan pengamatan *mode displacement*.

e) Pengukuran *mode displacement*

Pengukuran *mode displacement* balok dilakukan dengan cara mengukur displacement masing-masing joint pada balok yang telah diberi nomor. Balok beton berukuran panjang 300 cm dibagi menjadi 40 elemen dan 41 joint dengan panjang masing-masing elemen 75 mm.

f) Pengukuran Lendutan Statik

Pada saat sistem struktur dibebani statik, dilakukan pengukuran besarnya lendutan pada titik-titik di bawah beban statik yang bekerja. Pengukuran dilakukan dengan membaca dial gauge yang terpasang di bawah masing-masing balok memanjang dan diamati pada setiap kenaikan beban.

Hasil pengujian beban-lendutan statik dipergunakan untuk menghitung kekakuan sisa dengan persamaan :

$$k = P / \delta \quad (7)$$

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

1. Karakteristik Beton dan Baja Tulangan

Pengujian dilakukan untuk mengetahui mutu bahan beton dan baja tulangan yang digunakan, selanjutnya data itu dipakai pada analisis numeris SAP-90.

Tabel 1. Hasil Pengujian Tekan Silinder Beton

Benda Uji Silinder	Kuat Tekan Beton f_c' (MPa)	Regangan Max Beton ϵ_c	Mod.Elastisitas $E_c = 4700\sqrt{f_c'}$
GRD-1	22,46	0,00367	22,274
GRD-2	20,21	0,00325	21,129
GRD-3	24,14	0,00328	23,092
GRD-4	24,25	0,00357	23,144

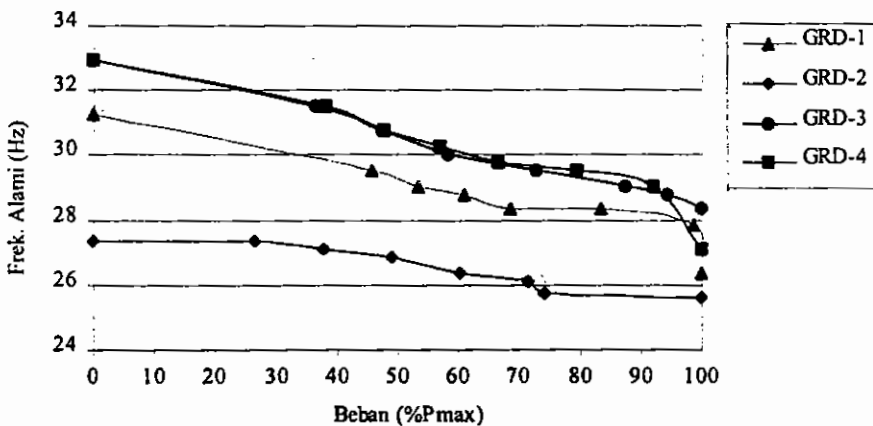
Tabel 2. Hasil Pengujian Tarik Baja Tulangan

Type Specimen	Teg. Leleh f_y (MPa)	Regangan Leleh
Diameter 8 mm	231,217	0,00173
Diameter 10 mm	353,579	0,00161
Diameter 12 mm	325,982	0,00160

2. Frekwensi Alami dan Rasio Redaman

Dari hasil pengukuran terlihat bahwa frekwensi alami sistem struktur mengalami penurunan sesuai dengan adanya penambahan besarnya kerusakan. Hal ini sesuai dengan teori bahwa frekwensi alami sebanding dengan kekakuan struktur bila dianggap tidak ada perbedaan massa. Hubungan Beban statik dan Frekwensi alami untuk keempat model grid dapat dilihat pada Gambar 1. Dari grafik itu dapat dilihat bahwa penurunan frekwensi alami sistem struktur menunjukkan adanya kerusakan.

Secara keseluruhan nilai yang diperoleh tidak dapat digunakan untuk memperkirakan besarnya kerusakan yang terjadi, karena dari data yang diperoleh besarnya penurunan nilai frekwensi alami tidak sebanding dengan penambahan kerusakan. Hal ini kemungkinan disebabkan oleh pengaruh tulangan baja yang menyumbang terhadap kekakuan bahan beton bertulang.



Gambar 1. Hubungan Beban Statik (%Pmax) - Frekuensi Alami (Hz)

Nilai frekwensi alami sistem struktur grid yang didapat dari hasil eksperimen dan dari perhitungan SAP-90 untuk kondisi sitem utuh, dapat dilihat pada tabel 3. Besarnya selisih nilai perhitungan SAP-90 dan eksperimen ialah GRD-1= 10,34%, dan GRD-2 = 0,18%, GRD-3 = 13,46% serta GRD-4 = 13,34%.

Tabel 3. Hasil Pengujian Frekuensi Alami Sistem Struktur Grid

Model Struktur	Beban Statik (KN)	Frekwensi Alami (Hz)	Frekwensi Alami SAP'90(Hz)	Perubahan Frekwensi Alami (%)
GRD-1	0(utuh)	31,25	28,018	100,00
	12	29,54		94,53
	14	29,05		92,96
	16	28,81		92,19
	18	28,32		90,62
	22	28,32		90,02
	26	27,83		89,06
	26.3	26,36		84,35
GRD-2	0(utuh)	27,34	27,289	100,00
	7	27,34		100,00
	10	27,10		99,12
	13	26,85		98,21
	16	26,36		96,42
	19	26,12		95,54
	23	25,72		94,07
	26.53	25,63		93,75
GRD-3	0(utuh)	32,97	28,529	100,00
	10	31,49		95,51
	13	30,76		93,30
	16	30,02		91,05
	20	29,54		89,60
	24	29,05		88,11
	28	28,81		87,38
	27.5	28,32		85,90
GRD-4	0(utuh)	32,96	28,561	100,00
	12	31,49		95,54
	15	30,76		93,33
	18	30,27		91,84
	21	29,78		90,35
	25	29,54		89,62
	29	29,05		88,14
	31.5	27,10		82,22

3. Mode Displacement, Mode Kelengkungan, dan Beda Absolut Mode Kelengkungan

a) Mode Displacement

Data mode displacement diperoleh dari pengukuran amplitudo sistem struktur grid pada setiap titik yang telah ditentukan. Besarnya nilai displacement pada setiap titik itu didapat dengan membagi dua nilai amplitudo yang direkam oleh program *PC-SCOPE*. Hasil yang diperoleh, menunjukkan bahwa pengambilan data mode displacement dilakukan pada saat mode pertama dari getaran sistem struktur. Hal ini dapat dilihat dari pola gelombang yang sederhana dengan puncak gelombang pada bagian tengah bentangan.

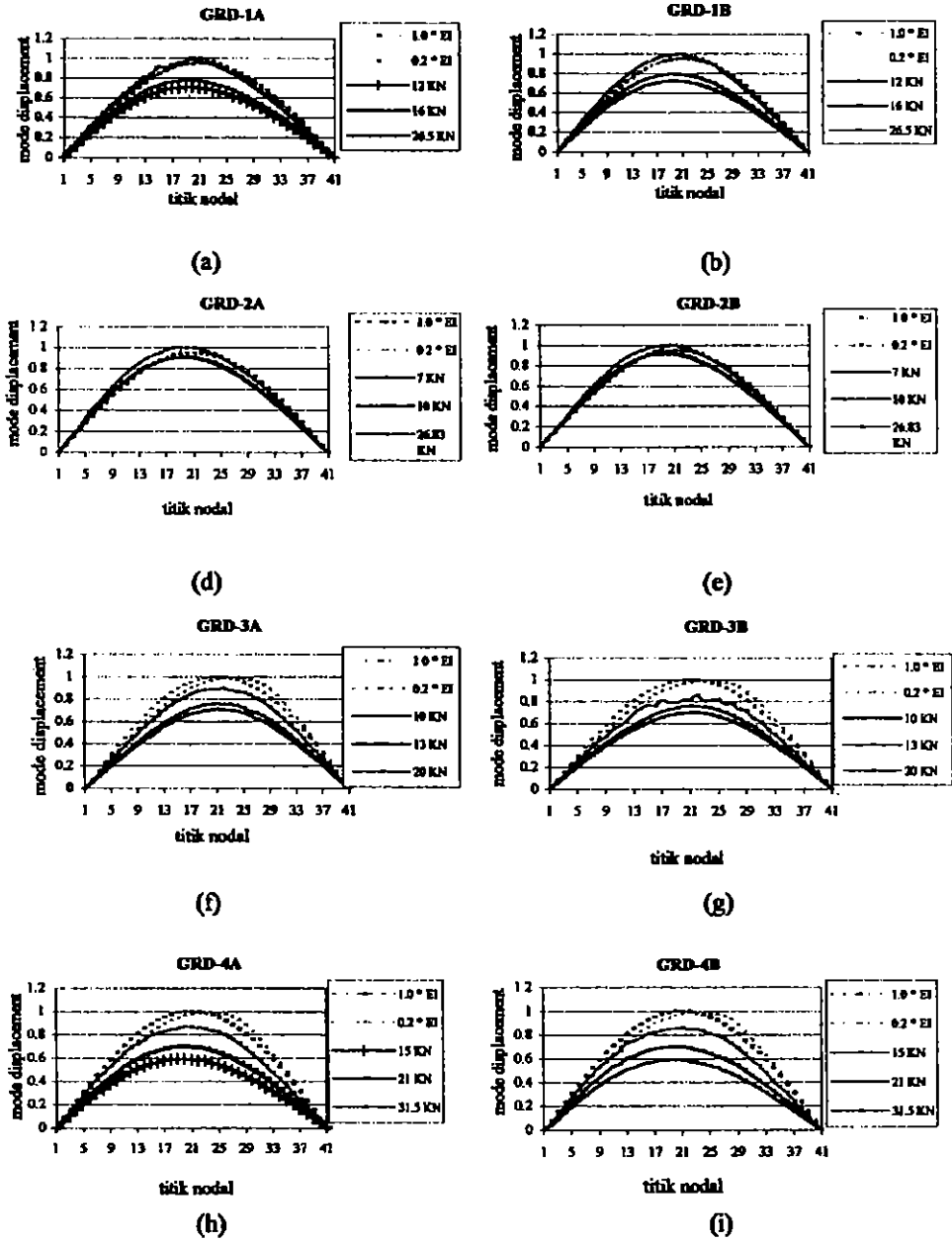
Pada penelitian ini, juga dibuat perhitungan numeris dengan program *SAP-90* dengan model sistem grid. Model 2-D yang digunakan memberikan keluaran, selain frekwensi juga displacement arah sumbu z dan rotasi pada arah sumbu x dan y. Pada penelitian ini, hanya displacement pada arah sumbu z saja yang diperhitungkan, sebab dalam eksperimen sulit mengukur rotasi pada sumbu-sumbu yang lain. Selanjutnya hasil perhitungan dituangkan dalam bentuk grafik mode displacement, mode kelengkungan, dan beda absolut mode kelengkungan. Grafik hasil perhitungan *SAP-90* selanjutnya dijadikan grafik standar, dan grafik hasil eksperimen selanjutnya di plotkan ke grafik standar itu.

Dari Gambar 2, dapat dilihat bahwa nilai displacement semakin besar dengan bertambahnya kerusakan, sejalan dengan penelitian Kim dan Stubbs.

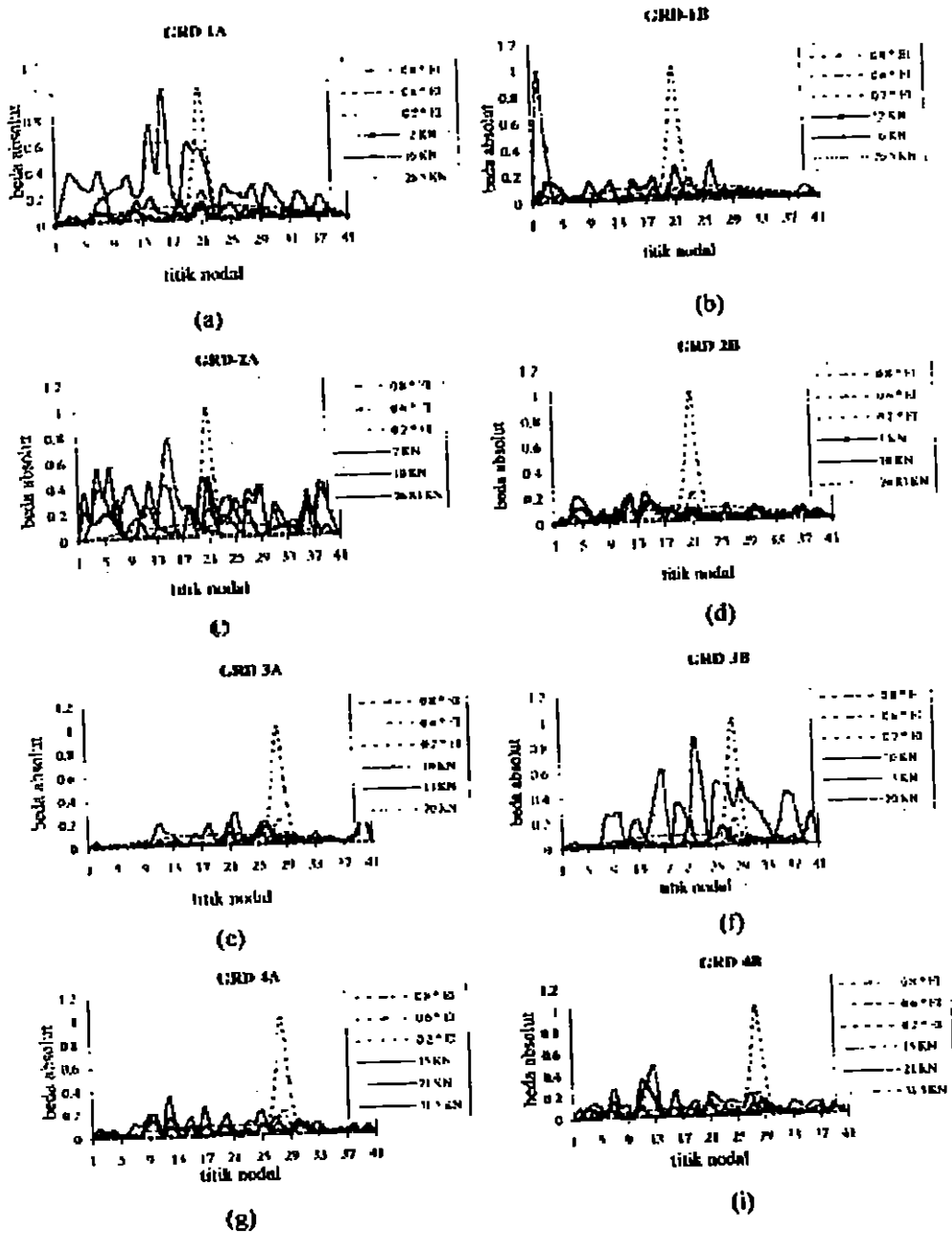
b) Mode Kelengkungan dan Beda Absolut Mode Kelengkungan

Perhitungan secara numeris dilakukan untuk mendapatkan mode kelengkungan sistem struktur dengan dasar Metode Beda Hingga dari data displacement pada setiap titik yang telah ditentukan.

Mengacu pada penelitian Pandey dkk (1991), bahwa perubahan mode kelengkungan menunjukkan adanya kerusakan pada elemen struktur itu. Dengan melihat besarnya beda absolut mode kelengkungan struktur utuh dan struktur rusak, maka dapat diperkirakan lokasi kerusakan yang terjadi. Data digambar untuk masing-masing sistem sebanyak 3 kondisi kerusakan mulai dari terjadinya retak awal pada struktur. Adanya kerusakan pada saat terjadinya retak awal dan kerusakan yang setelahnya seperti pada *GRD-1A*, sudah terdeteksi, tetapi hasil keseluruhan sepanjang balok masih kurang mencerminkan keadaan yang sebenarnya. Hal ini kemungkinan berhubungan dengan cara pengambilan data yang tidak serentak.



Gambar 2. Mode Displacement Hasil Eksperimen dan SAP-90



Gambar 3. Beda Absolut Mode Kelengkungan Eksperimen dan SAP-90

4. Lendutan Statik

Pada penelitian ini juga dilakukan pengukuran lendutan struktur. Pengukuran dengan menggunakan dial gauge yang dipasang di bawah balok memanjang tepat di bawah beban statik yang bekerja. Data lendutan diambil pada setiap kenaikan beban statik dengan interval 1 KN. Dari hasil pengukuran terlihat bahwa lendutan kedua balok memanjang A dan B nilainya berbeda meskipun tidak terlalu besar, hal ini sesuai dengan adanya perbedaan beban yang diberikan.

Dari kurva Beban Statik – Lendutan pada Gambar 4, dapat dilihat bahwa kemiringan garis untuk kondisi beban maksimum tidak sama dengan beban-beban yang lainnya. Hal ini menunjukkan bahwa pada struktur telah terjadi penurunan nilai kekakuan yang dapat dilihat dari kemiringan grafik untuk beberapa tingkat kerusakan.

5. Estimasi Kekuatan Sisa Struktur Grid

Berdasarkan data penurunan frekwensi alami sistem struktur rusak terhadap frekwensi alami sistem struktur utuh ditentukan prosentase kekuatan sisa. Dari persamaan (6) perhitungan dapat dilakukan untuk memperkirakan kekuatan sisa sistem struktur rusak. Dengan cara ini perhitungan kekuatan sisa dilakukan hanya untuk kondisi saat terjadinya kerusakan awal (*first crack*). Hasil perhitungan estimasi kekuatan sisa dengan cara ini pada kondisi kerusakan awal adalah GRD-1 = 89,35% ; GRD-2= 98,25% ; GRD-3= 91,22% dan GRD-4= 91,28%.

Kemudian, estimasi kekuatan sisa juga dihitung dari plotting grafik beda absolut mode kelengkungan hasil eksperimen dan SAP-90 untuk memperkirakan besarnya kekuatan sisa dinamik sistem struktur yang telah mengalami kerusakan.

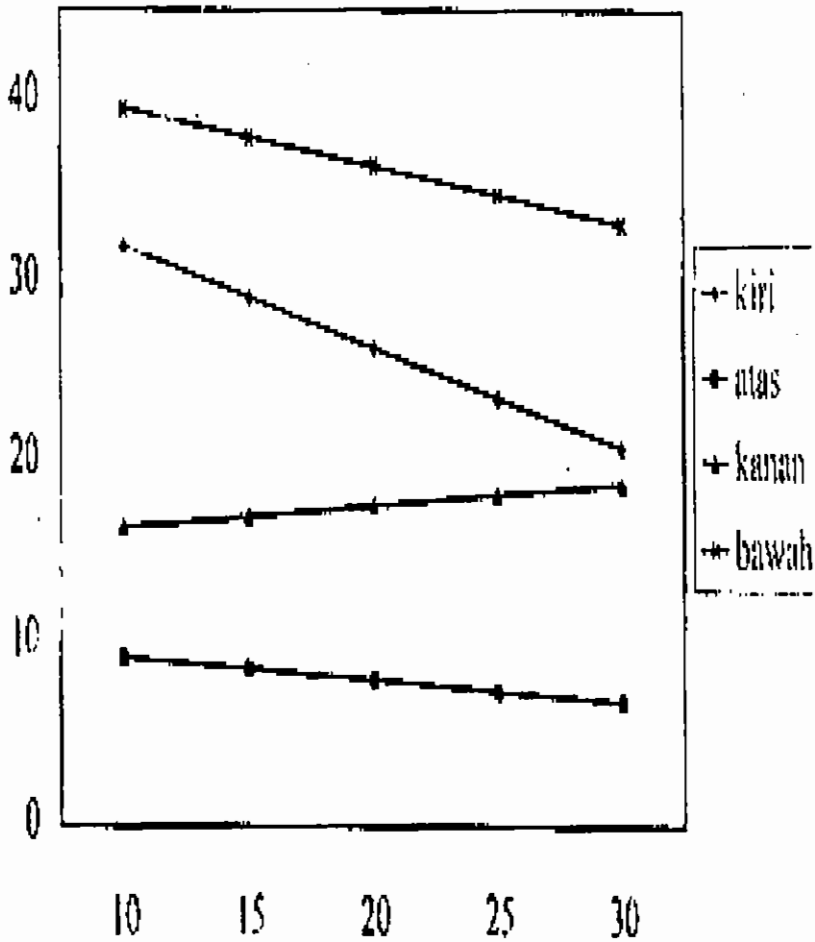
Umumnya pada kondisi kerusakan awal lokasi dan besarnya kekuatan sisa dinamik dapat diperkirakan, namun secara keseluruhan hasil yang diperoleh masih kurang mencerminkan keadaan sebenarnya. Hal ini bisa dilihat dengan adanya beda absolut mode kelengkungan pada titik-titik di tempat yang lain pada saat retak awal belum mengalami kerusakan.

Hasil perhitungan menunjukkan nilai yang realistis hanya pada saat kondisi retak awal atau pada saat setelah rusak (beban maksimum). Kekuatan sisa juga dihitung dengan data uji statik yaitu beban dan lendutan statik dengan persamaan (7) dapat dihitung persentase kekakuan struktur rusak terhadap kekakuan struktur utuh untuk berbagai tingkat kerusakan. Kemudian dari kedua cara perhitungan estimasi

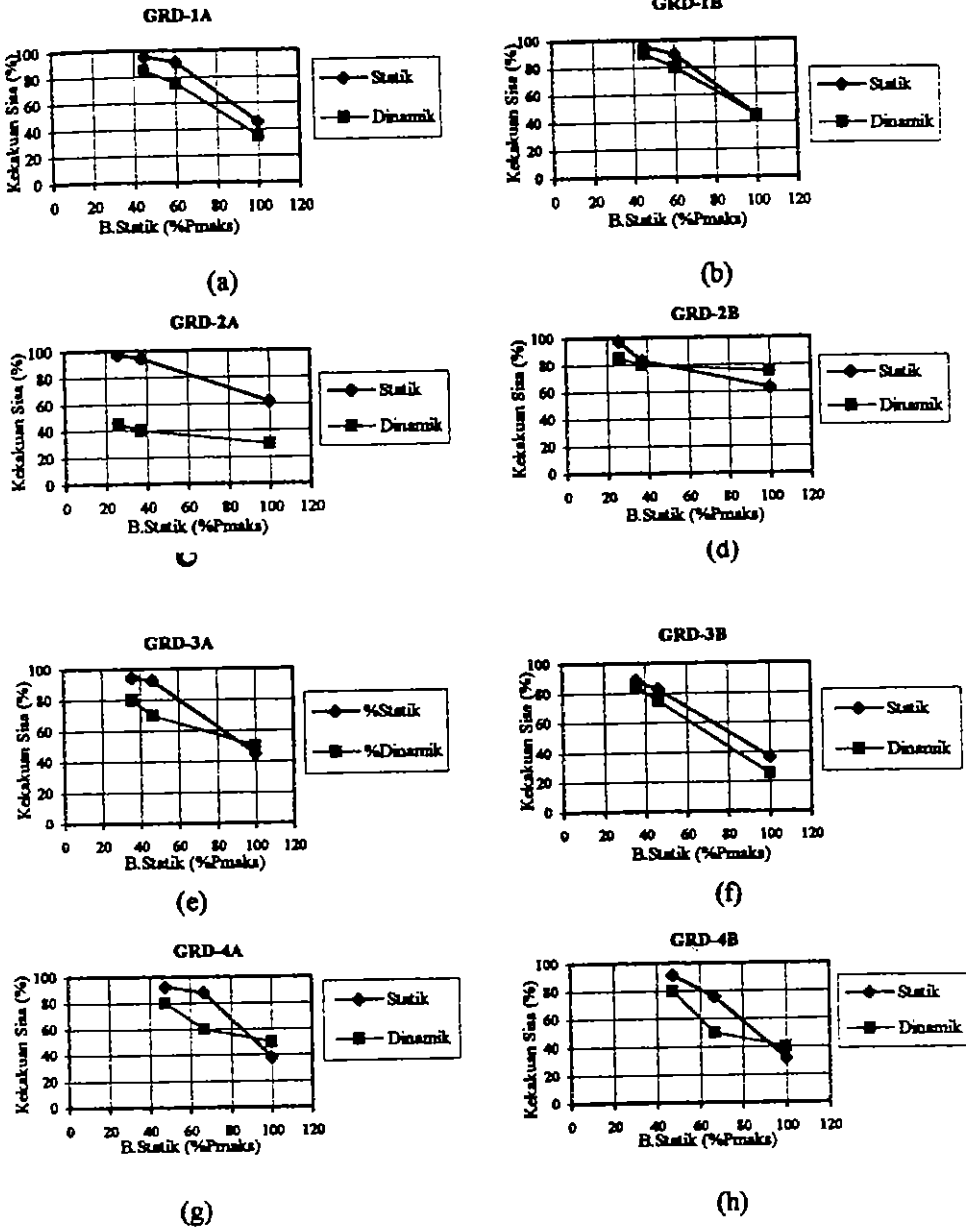
kekuatan sisa secara dinamik dan statik digambarkan kurva hubungan antara beban statik (%Pmak) terhadap kekakuan (%). Dari Gambar 5, dapat dilihat bahwa umumnya untuk kondisi kerusakan awal (*first crack*) estimasi nilai kekuatan sisa, baik yang dihitung dari data-data statik maupun dinamik, nilainya masih realistis. Hasil perhitungan pada saat kondisi kerusakan awal struktur secara statik (data beban-lendutan) dan secara dinamik (data frekwensi alami) menunjukkan nilai yang lebih besar jika dibandingkan dengan hasil dinamik (beda absolut mode kelengkungan).

Tabel 4. Estimasi Kekuatan Sisa Struktur Setelah Uji Dinamik dan Statik

Model Struktur	Beban Statik (KN)	Beban Statik (%Pmax)	Estimasi Kekuatan Sisa Dinamik (%)	Estimasi Kekuatan Sisa Stati (%)
GRD-1A	12.00	45.28	85	95.22
	16.00	60.38	75	91.06
	26.50	100.00	35	45.47
GRD-1B	12.00	45.28	90	95.69
	16.00	60.38	80	89.47
	26.50	100.00	45	44.89
GRD-2A	7.00	26.09	45	96.73
	10.00	37.27	40	94.18
	26.83	100.00	30	61.99
GRD-2B	7.00	26.09	85	97.55
	10.00	37.27	80	83.05
	26.83	100.00	75	63.05
GRD-3A	10.00	35.70	80	94.19
	13.00	46.43	70	92.42
	20.00	71.43	50	45.06
GRD-3B	10.00	35.70	85	88.43
	13.00	46.43	75	82.84
	20.00	71.43	25	36.47
GRD-4A	15.00	47.62	80	92.47
	21.00	66.67	60	88.05
	31.50	100.00	50	37.93
GRD-4B	15.00	47.62	80	91.28
	21.00	66.67	50	75.71
	31.50	100.00	40	31.82



Gambar 4. Kurva Hubungan Beban Statik (KN) dan Lendutan (mm)



Gambar 5. Kurva Hubungan Kekakuan Sisa (%) dan Beban Statik (%Pmaks)

6. Beban Retak Awal

Hasil pengujian menunjukkan bahwa balok A selalu mengalami retak awal terlebih dahulu, sesuai dengan besar beban yang diterimanya. Untuk beban statik yang diberikan pada tengah bentang, yaitu pada GRD-1 dan GRD-2, beban retak awal adalah 45,2% P_{max} dan 26,1% P_{max} , sedangkan beban statik yang diberikan pada sepertiga bentang untuk GRD-3 dan GRD-4, beban retak awal adalah sebesar 36,3% P_{max} dan 38,1% P_{max} .

KESIMPULAN

1. Sistem struktur yang mengalami kerusakan pada bagian tertentu, frekwensi alaminya lebih kecil dibandingkan dengan frekwensi alami sistem struktur yang masih utuh, atau dengan kata lain frekwensi alami mengalami penurunan sesuai dengan adanya penambahan kerusakan yang terjadi.

2. Hasil eksperimen untuk pengukuran *mode displacement* menunjukkan bahwa sistem struktur rusak mempunyai displacement lebih besar dari pada displacement sistem struktur utuh. Hasil pengukuran terlihat jelas pada setiap tingkat kerusakan.

3. Perbedaan mode kelengkungan dapat menunjukkan adanya kerusakan pada bagian tertentu dari sistem struktur, namun pada penelitian ini hasilnya masih kurang menggambarkan keadaan yang sebenarnya, karena pada tempat-tempat lain yang belum mengalami kerusakan juga terdapat perbedaan mode kelengkungan.

4. Kekuatan sisa suatu sitem struktur yang mengalami kerusakan pada bagian-bagian tertentu dapat diperkirakan dengan menggunakan beda absolut mode kelengkungan hasil eksperimen dan numeris, namun secara keseluruhan masih kurang menggambarkan kondisi sebenarnya Hal ini bisa jadi berhubungan dengan penyempurnaan cara pengambilan data atau sifat bahan beton yang tidak homogen.

5. Kekuatan sisa yang dihitung dari data statik (beban-lendutan) dan data dinamik (frekwensi alami) untuk kondisi kerusakan awal umumnya mempunyai nilai yang realistis dan lebih besar dibandingkan dengan yang dihitung dari data dinamik (beda absolut mode kelengkungan).

DAFTAR PUSTAKA

- Haryanto, 1997, *Deteksi Lokasi kerusakan Balok beton menggunakan Mode Kelengkungan*, Tesis, Program Pasca Sarjana, UGM Yogyakarta
- Pandey, A.K, Biswas, M., and Samman, M.M, 1991, *Damage Detection from Changes in Curvature Mode Shapes*, *Journal of Sound and Vibration*, 145 (2), 321-332.
- Paz, Mario, 1980, *Structural Dynamics, Theory and Computation*, Van Nostrand, New York, USA.
- Supriyadi, B., 1993, *Deteksi Lokasi Kerusakan Suatu Balok Menggunakan Perubahan-perubahan Force Mode Shapes*, Laporan Penelitian DPP FT UGM, 1993/1994