

ANALISIS PEMBENTUKAN PORTOFOLIO OPTIMAL PROYEK MENGGUNAKAN TEORI PREFERENSI DAN CAPM EFFICIENT FRONTIER

Elis Ratna Wulan

Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Sunan Gunung Djati Bandung

e-mail: elisrwulan@yahoo.com

Abstrak

Makalah ini menyajikan hubungan antara alat optimasi numerik yang diaplikasikan pada investasi dan teori preferensi, menggunakan fungsi risk aversion, dalam pembentukan portofolio optimum proyek. Proyek memiliki ketidakpastian yang tinggi dihubungkan dengan return atau keuntungan investasi. Oleh karena itu perlu dicari alat yang dapat mengidentifikasi dan mengurangi resiko. Lebih jauh makalah ini menyajikan CAPM (Capital Asset Pricing Model) dan teknik analisis resiko yang diaplikasikan pada proyek sehingga terlihat integrasi antara CAPM dan analisis resiko melalui teori preferensi menggunakan fungsi utilitas dan konsep ekivalensi kepastian.

Kata kunci: CAPM. Portofolio optimal

1. Pendahuluan

Model CAPM dikembangkan oleh Harry Markowitz pada tahun 1962. Berdasarkan keseimbangan alami antara resiko dan return dari setiap investasi yang diberikan, Markowitz membentuk teori untuk presifikasi aset. Ide utama CAPM adalah efficient portfolio frontier.

Dalam setiap proyek atau investasi di mana ketidakpastian terlibat, return yang diberikan oleh rata-rata bersih nilai saat ini atau tingkat pengembalian internal yang dihitung melalui sejumlah iterasi yang cukup besar untuk pendekatan hasil rata-rata dengan nilai yang diharapkan dari investasi atau proyek.

Resiko dianggap sebagai dispersi hasil dari pengukuran return. Pada umumnya, deviasi standar digunakan dengan asumsi bahwa distribusi data adalah mungkin dipahami normal atau lognormal. Meningkatnya return juga berarti resiko

lebih besar, ini merupakan fakta alami. Model Markowitz menggambarkan hal tersebut dengan sangat baik, dengan efficient frontier dari portofolio.

Bekerja dengan angka yang diberikan oleh proyek, dan menggunakan beberapa pembatasan, seperti modal yang tersedia untuk diterapkan dalam portofolio, adalah mungkin untuk membangun efficient frontier.

Pengoptimalan linier atau non linier merupakan komponen penting untuk solusi dari masalah ini. Dalam hal ini pengoptimasi bekerja melalui metode steep descent, yaitu memodifikasi parameter dalam arah berlawanan dari pertumbuhan fungsi kesalahan.

Beberapa karakteristik dari proyek khususnya industri minyak terlibat dalam masalah ini. Di sektor ini, perusahaan sering membuat joint venture untuk menyelesaikan proyek. Misalkan resiko

maksimum yang akan diambil sebuah perusahaan, fungsi tujuan adalah untuk memaksimalkan return yang diberikan dengan pembatasan modal maksimum untuk diinvestasikan. Optimisasi dibuat dengan mengubah tingkat partisipasi dalam setiap proyek (dari 0% sampai 100%).

Langkah-langkah berikut diperlukan untuk komposisi efficient frontier:

- Tentukan resiko yang lebih kecil dari investasi minimum dan returnnya;
- Hitung resiko maksimum yang berhubungan dengan portofolio;
- Hitung return maksimal untuk tingkat resiko antara minimum dan maksimum (yang dihitung berdasarkan langkah-langkah sebelumnya);
- Menghubungkan titik-titik melalui smoothed curve, efficient frontier diplot.

Misalkan, hanya dua proyek dalam portofolio, rumusnya adalah:

$$Ret_{Portf} = Ret_1x_1 + Ret_2x_2$$

$$\sigma_{Portf}^2 = (\sigma_1x_1)^2 + (\sigma_2x_2)^2 + 2\sigma_1\sigma_2x_1x_2\rho_{1,2}$$

di mana,

Ret_{Portf} adalah return portofolio

σ_{Portf} adalah resiko portofolio

Ret_1, Ret_2 adalah return masing-masing proyek

σ_1, σ_2 adalah resiko proyek-proyek

$\rho_{1,2}$ adalah indeks korelasi di antara proyek-proyek dan

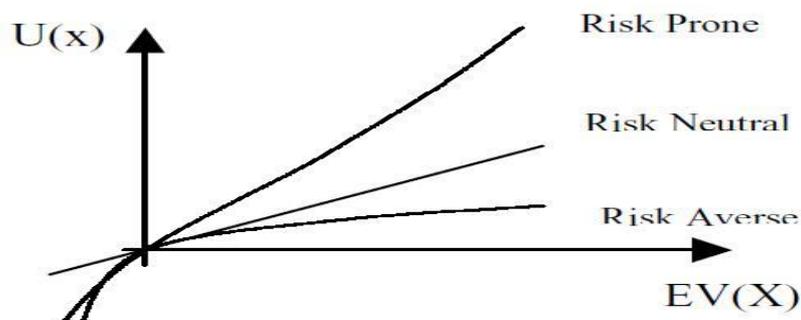
x_1, x_2 adalah tingkat partisipasi pada setiap proyek

Frontier tidak menonjolkan satu titik sebagai optimal, tetapi trade off antara resiko dan return. Teori Preferensi memungkinkan untuk mencapai titik optimal bagi proyek.

2. Fungsi Utilitas, Ekuivalensi Ketidakpastian dan CAPM

Penggunaan fungsi utilitas pada proyek yang mengalokasikan jumlah yang sama dengan modal adalah risk aversion, yaitu semakin besar resiko, semakin kecil nilai tambah yang dirasakan oleh pembuat keputusan. Di sisi lain, proyek pada perusahaan teknologi baru cenderung risk prone.

Salah satu cara mudah untuk mengukur hubungan ini adalah fungsi utilitas. Fungsi utilitas cenderung mengikuti bentuk dasar yang ditunjukkan gambar 1.



Gambar 1 Fungsi Utilitas

Dari gambar 1, $U(X)$ berarti utilitas investasi dan $EV(X)$ adalah nilai yang diharapkan dari investasi yang sama, asumsikan resiko (standar deviasi) adalah proporsional.

Ide ekivalensi kepastian berasal dari fungsi utilitas, di mana sejumlah pembuat keputusan akan membayar untuk investasi beresiko. Memaksimalkan ekivalensi kepastian ini berarti memaksimalkan nilai investasi untuk pembuat keputusan. Investor risk averse diharapkan memiliki ekivalensi ketidakpastian yang kurang dari nilai harapan dari bisnis yang dievaluasi.

Penggunaan fungsi utilitas eksponensial untuk ekivalensi ketidakpastian berdasarkan rumus berikut ini:

$$E_q C(x) = -R \ln \left(p_1 e^{-\left(\frac{V_1}{R}\right)} + p_2 e^{-\left(\frac{V_2}{R}\right)} \right)$$

V_1 adalah nilai keuangan investasi 1

V_2 adalah nilai keuangan investasi 2

p_1 adalah probabilitas dari peristiwa 1

p_2 adalah probabilitas dari peristiwa 2

R adalah toleransi resiko.

Menggunakan nilai R ini, ekivalensi kepastian dapat dihitung untuk investasi. Toleransi resiko yang lebih

rendah berarti preferensi resiko bisnis yang lebih rendah. Jika toleransi resiko diketahui, maka mungkin untuk menghitung alokasi modal terbaik untuk portofolio.

Ketika beberapa proyek sedang dipertimbangkan penyederhanaan berikut dapat dilakukan:

$$E_q C(Portf) = EV - \left(\frac{\sigma^2}{R} \right)$$

di mana,

EV adalah yang diharapkan dari portofolio

σ^2 adalah varians dari portofolio

R adalah toleransi resiko

Menggunakan rumus di atas untuk nilai yang berbeda dari R , berbagai ekivalensi ketidakpastian optimum dicapai. Setelah resiko toleransi ditentukan, masalah seleksi portofolio ternyata menjadi masalah yang sederhana.

3. Contoh Kasus

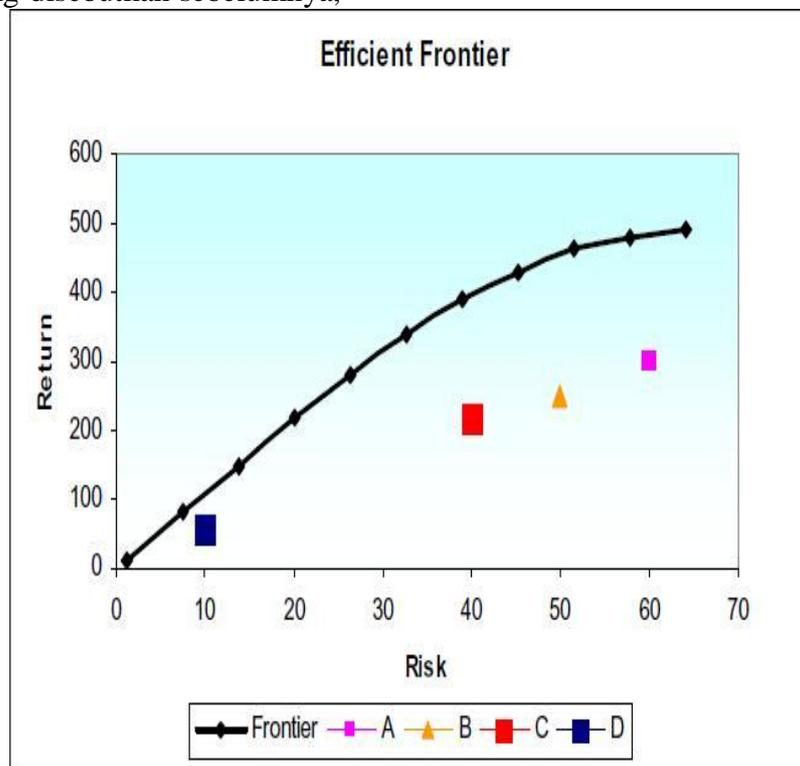
Misalkan investor memiliki empat pilihan berikut, proyek A, B, C dan D, sebagai pilihan investasi yang memiliki karakteristik (biaya pengembangan, return dan risiko diberikan dalam miliar rupiah).

Projects			
Project	Development Costs	Return	Risk
A	300	300	60
B	200	250	50
C	180	220	40
D	130	60	10

Gambar 2 Ringkasan Proyek

Misalkan juga bahwa perusahaan ini dapat berinvestasi sampai 400 miliar rupiah dan kelonggaran anggaran minimum untuk proyek ini adalah 20 miliar rupiah. Mengikuti langkah-langkah yang disebutkan sebelumnya,

relasi resiko-return dapat dioptimalkan. Efficient frontier ditunjukkan pada grafik pada gambar 3, dengan indikasi resiko dan return untuk empat proyek secara individual.



Gambar 3 Efficient Frontier

Meningkatkan tingkat minimal, return juga meningkat. Frontier mencerminkan hubungan optimal antara resiko dan return. Tabel 1

menyajikan hasil untuk optimisasi pada setiap titik tingkatan partisipasi setiap pilihan.

Tabel 1

	Risk	Return	Portf. Cost	%A	%B	%C	%D
Min. Risk	1.32	12.83	20.00	0.72	0.69	0.98	11.29
	7.60	81.96	104.18	5.88	7.05	9.69	42.31
	13.89	149.71	190.28	10.73	12.88	17.71	77.28
	20.17	216.91	266.38	16.29	19.55	26.89	100.00
	26.45	279.39	320.68	22.78	27.34	37.59	100.00
	32.74	339.25	372.71	29.00	34.79	47.85	100.00
	39.02	389.89	400.00	33.03	44.14	60.13	80.32
	45.30	427.28	400.00	38.24	52.63	71.50	39.47
	51.59	462.01	400.00	43.07	60.50	82.09	1.55
57.87	480.09	400.00	19.89	80.17	100.00	0.00	
Max. Return	64.16	490.00	400.00	6.67	100.00	100.00	0.00

Seiring meningkatnya resiko, proyek D cenderung ditinggalkan dan proyek B dan C cenderung meningkatkan partisipasi hingga 100%. Metode CAPM sangat berguna dalam seleksi portofolio. Untuk mencapai resiko dan return setiap proyek, umumnya analisis resiko yang lebih luas harus dibuat sebelumnya.

Efficient frontier diplot mempertimbangkan portofolio empat

proyek. Sekarang tujuan dari optimisasi adalah untuk memaksimalkan ekivalensi ketidakpastian dengan mengubah tingkat partisipasi dalam empat proyek.

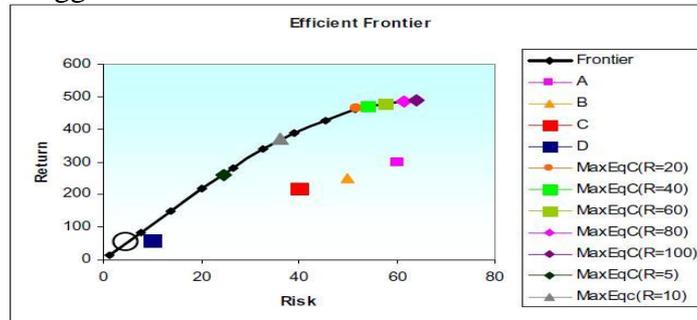
Tabel 2 menunjukkan, untuk toleransi resiko yang berbeda, resiko dan return dicapai, serta tingkat partisipasi pada empat proyek, dan alokasi modal dalam portofolio.

Tabel 2

	Risk	Return	Portf. Cost	%A	%B	%C	%D	EqC
R = 5	24.53	260.63	304.37	20.8	25.0	34.4	100.0	140.31
R = 10	36.20	371.57	400.00	30.9	39.7	54.3	100.0	240.50
R = 20	51.91	463.71	400.00	42.9	61.1	82.9	0.0	329.00
R = 40	54.23	471.92	400.00	31.3	70.0	92.2	0.0	398.41
R = 60	57.70	479.76	400.00	20.3	79.5	100.0	0.0	424.27
R = 80	61.29	485.85	400.00	12.2	91.7	100.0	0.0	438.90
R = 100	64.16	490.00	400.00	6.7	100.0	100.0	0.0	448.84
R = 200	64.16	490.00	400.00	6.7	100.0	100.0	0.0	469.42
R = 300	64.16	490.00	400.00	6.7	100.0	100.0	0.0	476.28
R = 400	64.16	490.00	400.00	6.7	100.0	100.0	0.0	479.71

Melampaui toleransi resiko 100 miliar rupiah, titik ambang dicapai. Tidak lagi dapat ditambahkan resiko atau return pada portofolio ini. Hanya toleransi resiko terkecil, 5 miliar rupiah, tidak menggunakan semua

modal yang tersedia. Dalam grafik pada gambar 4, efficient frontier, empat proyek dan seleksi portofolio untuk R bervariasi dari 5 samapi 100 miliar rupiah ditampilkan.



Gambar 4 Efficient Frontier – Ekuivalensi Kepastian

Semua titik yang memaksimalkan ekuivalensi ketidakpastian terletak pada efficient frontier Meskipun semua memiliki resiko, toleransi resiko yang sesuai dengan investasi minimum di daerah peralihan dari kurva.

4. Kesimpulan

Hubungan antara teori preferensi dan efficient frontier untuk portofolio melalui CAPM Markowitz sangat berguna, mengarah pada keputusan investasi yang optimal. Pembuat keputusan melihat kemungkinan investasi efisien yang berbeda dan memilih yang optimal, dengan memaksimalkan ekuivalensi kepastian.

Makalah ini menjelaskan pentingnya dan potensi integrasi antara CAPM dan Teori Preferensi. Sebuah contoh kasus dieksplorasi, sebagai analogi untuk proyek-proyek. Langkah berikutnya dalam manajemen resiko untuk proyek adalah pengembangan dukungan keputusan terintegrasi memberikan investor perbandingan yang lebih baik antara prospek, dan yang bermanfaat untuk keputusan individual (masing-masing prospek) atau untuk portofolio investasi.

Daftar Pustaka

- [1] de Jong, T.J., dkk. *Optimization Models*, Cambridge University Press.
- [2] Hartley, M.J. (1998). *Markowitz Models of Portfolio Selection: The Inverse Problem*.
- [3] Michailidis, G., dkk. (2006). Testing The Capital Asset Pricing Model (CAPM): The Case of The Emerging Greek Securities Market, *International Research Journal of Finance and Economics* 2006; 4; 78 – 91.
- [4] Motta, R., dkk. (2001). Combining Preferences Theory and CAPM Efficient Frontier: Towards An Optimum Portfolio of Upstream Projects. San Antonio.
- [5] Sukarno, M. (2007). *Analisis Pembentukan Portofolio Optimal Saham Menggunakan Metode Single Indeks di Bursa Efek Jakarta*, Universitas Diponegoro, Semarang.
- [6] Tesarone, F., dkk. (2010). *Portfolio Selection Problems in Practice: A Comparison Between Linear and Quadratic Optimization Models*, Roma.

