

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS DA NATUREZA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA

**José Marcos da Silva**

O ensino do conteúdo Funções na escola de Ensino Médio  
José Paulo de França da cidade de Mari – PB: o que dizem  
os professores?

Mari- PB  
2013

**José Marcos da Silva**

O ensino do conteúdo Funções na escola de Ensino Médio  
José Paulo de França da cidade de Mari – PB: o que dizem  
os professores?

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a  
Coordenação do Curso de Licenciatura em  
Matemática a Distância da Universidade Federal  
da Paraíba como Requisito parcial para a  
obtenção do título de Licenciado em Matemática

**Orientadora:** Prof<sup>ª</sup> .Dr<sup>ª</sup>.Cibelle de Fátima Castro  
de Assis

Mari- PB

2013

Catálogo na publicação  
Universidade Federal da Paraíba  
Biblioteca Setorial do CCEN

S586e Silva, José Marcos da.

O ensino do conteúdo funções na Escola de Ensino Médio José Paulo de França da cidade de Mari – PB: o que dizem os professores? / José Marcos da Silva. – João Pessoa, 2013.

66p. : il. –

Monografia (Licenciatura em Matemática / EAD) Universidade Federal da Paraíba.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cibelle de Fátima Castro de Assis.

1. Matemática – Ensino e aprendizagem. 2. Funções aritméticas. 3. Jogos matemáticos. 4. Softwares - Matemática. I. Título.

# O ensino do conteúdo Funções na escola de Ensino Médio José Paulo de França da cidade de Mari – PB: o que dizem os professores?

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

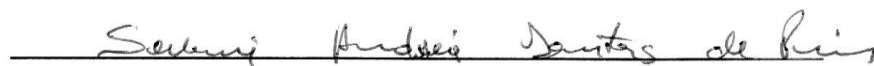
**Orientadora:** Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cibelle de Fátima Castro de Assis

**Aprovado em** 25/07/2013

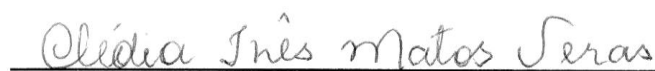
## COMISSÃO EXAMINADORA



Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cibelle de Fátima Castro de Assis (Orientadora)



Profa. Ms. Severina Andréa Dantas de Farias



Profa. Ms. Clédia Inês Matos Veras

Este trabalho é dedicado a todos que contribuíram para o meu sucesso como estudante, desde os anos iniciais até o final do curso superior, ao qual destaco minha família, minha mãe, Regina, minha irmã Lourdes, meu cunhado Dada, minha esposa, Paula, meu sogro Gonsalves, minha sogra Nilza, e todos os professores que estudei, principalmente, Marlene do Ensino fundamental I, Edmilson Trindade (Inglês) e Radamés (Matemática) do Ensino Fundamental II, João Batista (História) e Pedro (Português) do Ensino Médio. À todos da minha turma que foi pioneira na cidade de Marí, principalmente João Paulo que nos ajudou muito nos cálculos e todos da UFPB, principalmente à minha orientadora Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cibelle por ter me ajudado neste árduo trabalho.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todos que contribuíram para o meu desenvolvimento intelectual, que me ajudaram nas horas mais complicadas, que me deram forças quando pensava em desistir ao qual destaco minha turma 2008.1 do Polo de Marí.

Agradeço a cada Professor e tutor que dividimos dúvidas e sofrimentos com as dificuldades surgidas durante todo o curso no qual não vou citar nomes, pois posso esquecer algum e causar grande injustiça, já que todos tiveram a mesma importância.

Não poderia de maneira alguma esquecer a minha família que me apoiou desde o início, principalmente minha Esposa Paula e minha Irmã Lourdes que me apoiaram nos momentos mais difíceis emocional, financeiro e quando faltava tempo para estudar devido ao trabalho.

Venho agradecer também a minha orientadora professora Doutora Cibelle de Fátima Castro de Assis por me ajudar orientando no principal trabalho do curso que é o de conclusão, desde já sou muito grato pela paciência e pelo empenho que teve para me orientar nesse árduo trabalho.

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo geral investigar o ensino do conteúdo Funções na escola de Ensino Médio José Paulo de França localizada na cidade de Mari-PB a partir das concepções dos professores de Matemática. Esta pesquisa é do tipo estudo de caso e caracteriza-se por seu caráter descritivo onde utilizamos a aplicação de questionários. O referencial teórico pesquisado foi fundamentado nos documentos de orientação nacional para este nível escolar, à saber PCNEM (BRASIL, 1998), PCN+ (BRASIL, 2002) e OCEM (BRASIL, 2006) voltado para o ensino do conteúdo matemático Funções abordando aspectos teóricos e metodológicos. A partir da entrevista com os professores foi possível mostrar suas dificuldades em ensinar este conteúdo bem como com outras metodologias e ferramentas. A coleção de livros utilizada pelos professores deixa uma lacuna nos conteúdos que são obrigados a consultarem outras bibliografias para complementar. Os professores utilizam recursos como resolução de problemas, História da matemática e softwares para ajudar na compreensão dos alunos. Revelamos, portanto, com esta pesquisa a fragilidades do ensino de funções na escola investigada.

Palavras – chave: Funções; professores; Ensino Médio.

## **ABSTRACT**

This work aims at investigating the teaching of content in school functions José Paulo School of France located in the city of Mari-PB from the conceptions of mathematics teachers. This research is a case study and is characterized by its descriptive character where we use the observation and questionnaires. The theoretical researched was based on documents of national guidance for this grade level, to know PCNEM (BRAZIL, 1998), PCN + (BRAZIL, 2002) and OCEM (BRAZIL, 2006) for teaching mathematical content functions addressing theoretical and methodological. From the interview with teachers was possible to show the difficulties in teaching this content as well as other tools and methodologies. The collection of books used by teachers leaves a gap in the contents that are required to consult other bibliographies to supplement. Teachers use resources such as problem solving, history of mathematics and software to assist in the understanding of students. Revealed, so this research the weaknesses of teaching duties at the school investigated.

Key - words: functions; teachers; high school.



## SUMARIO

<b>1 MEMORIAL ACADÊMICO</b> .....	<b>08</b>
<b>1.1 Histórico de Formação Escolar</b> .....	<b>08</b>
<b>1.2 Histórico de Formação Universitária</b> .....	<b>09</b>
<b>1.3 Experiência como professor de Matemática</b> .....	<b>10</b>
<b>2. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>11</b>
<b>2.1 Apresentação do Tema, Problemática e Justificativa da Pesquisa</b> .....	<b>11</b>
<b>2.2 Objetivos</b> .....	<b>13</b>
2.2.1 Objetivo Geral.....	13
2.2.2 Objetivo Específico.....	14
2.2.3 Considerações Metodológicas .....	14
<b>3. REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>16</b>
<b>3.1 Sobre o conteúdo Funções</b> .....	<b>16</b>
<b>3.2 Orientações Nacionais para o conteúdo Função</b> .....	<b>22</b>
<b>3.3 Abordagens e Recursos de ensino para o conteúdo Função</b> .....	<b>29</b>
3.3.1 História da Matemática.....	29
3.3.2 Resolução de problemas.....	32
3.3.3 Jogos.....	36
3.3.4 Softwares.....	41
<b>4. RESULTADO DA PESQUISA</b> .....	<b>45</b>
<b>4.1 A escola de Ensino Médio José Paulo de França</b> .....	<b>45</b>
<b>4.2 Entrevistas com os professores da escola</b> .....	<b>46</b>
<b>4.3 Analisando o livro didático adotado</b> .....	<b>51</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>55</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	
<b>ANEXOS</b>	

# 1. MEMORIAL DO ACADÊMICO

## 1.1 Histórico de Formação Escolar

Eu, José Marcos da Silva, nasci na cidade de Marí no Estado da Paraíba, residi na Zona Rural até os 22 anos me mudando para cidade onde moro até hoje. Já passei por muitos problemas durante minha trajetória de vida. Minha mãe biológica não era casada quando engravidou de mim e por dificuldades financeiras me deu para outra família que me adotou e sou muito grato.

Aos 11 anos perdi meu pai adotivo assim, eu e minha mãe adotiva passamos necessidades (fome) e a partir daí passei a trabalhar e estudar à noite no ano de 1996. Durante esse período meu aproveitamento escolar não era muito bom, porém consegui levar essa vida no sítio até a 3ª série em 1998 e a partir de 1999 passei a estudar a 4ª série em Marí e com o apoio da minha irmã consegui me destacar e chegar a quinta série. Foi quando minha mãe se aposentou, mas por ela estar devendo muito passei a trabalhar em uma padaria e estudar, além de cuidar de uma vaca que tinha.

Durante esse período pensei em desistir de estudar, mas quando refletia sobre a situação do meu irmão que não tinha estudos vivendo do trabalho na roça permanecia estudando. Graças à Deus sempre fui uma pessoa inteligente e mesmo sendo preguiçoso para estudar me dava bem, pois prestava atenção às explicações e aprendia facilmente, com isso consegui boas notas e por ser dedicado na sala tinha a admiração dos professores. Estudei o Ensino Fundamental II na escola Luiz Maria de França que considero até hoje a melhor escola por onde passei concluindo em 2003 o Ensino Fundamental.

Em 2004 fui transferido para a Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio José Paulo de França, que ao chegar estranhei a filosofia e a falta de professores, pois vinha de uma escola que tinha seis aulas por dia e passei a ter uma, duas, ou três aulas quando tinha e assim o meu 1º ano científico foi péssimo.

Em 2005 me matriculei na escola normal (magistério) em Sapé para recuperar o tempo perdido e fiquei cursando o 1º e o 2º ano ao mesmo tempo, foi assim que consegui recuperar um pouco do que havia perdido.

Em 2006 o Governador fez novas salas no Magistério e as aulas passaram a ser à tarde. Tendo que escolher, preferi ficar no 3º ano no José Paulo de França como é conhecido, e fui abençoado por Deus ao final, pois consegui passar no vestibular da UEPB naquele ano.

Atualmente sou casado, mas ainda não tenho filhos. Passei no concurso para soldado temporário na Polícia Militar da Paraíba que era a princípio por dois anos, porém trabalho lá até hoje.

## **1.2 Histórico de Formação Universitária**

A minha vida acadêmica teve início no ano de 2007 e apesar dos pesares tive sorte e consegui passar no vestibular no ano que terminava o ensino médio. Passei em dois vestibulares para Matemática na UFPB e História na UEPB e por não ter condições financeiras de me manter no curso de Matemática optei pelo curso de História na UEPB Campus III em Guarabira, que ficava mais próximo a minha cidade.

Nunca me identifiquei com o curso de História, pois a área que sempre gostei foi a de Exatas mesmo assim continuei o curso, pois pensava que existia tanta gente que queria entrar e não conseguia e eu já estando lá iria desistir.

No início do ano de 2008 a UFPB em parceria com a Prefeitura instalou um polo em Marí e realizou vestibular abrindo vagas para Matemática, resolvi fazer e realizar meu sonho de cursar Matemática.

Apesar de pouco tempo, consegui manter as duas universidades concluindo História em 2011 e se Deus quiser vou concluir matemática agora.

O curso de Licenciatura em Matemática está sendo muito bom, com algumas surpresas muitas delas desagradáveis, como por exemplo, o conteúdo do Ensino Médio que estamos acostumados é totalmente diferente no Ensino Superior, mas é bom ter desafios na vida.

Estou gostando muito do curso, pois consegui aumentar meu nível de conhecimento principalmente na área de Educação. Espero colocar em prática toda a teoria absorvida no curso, nas matérias de Estágios de I a IV além das teorias

pedagógicas como a disciplina de Didática quando estiver em uma sala de aula como professor.

As disciplinas de estágio contribuíram bastante para meu desenvolvimento, pois com elas comecei a ter contato com a sala de aula seja para observar ou para lecionar principalmente porque estagiei em duas escolas e dois municípios diferentes, na Escola Estadual José Paulo de França em Marí e no Centro Educacional Osmar de Aquino em Guarabira, esse intercâmbio aumentou meus conhecimentos e minha desenvoltura, pois sou muito tímido.

O curso a distância é muito desafiador principalmente na Matemática que é considerada uma disciplina complicada e durante o curso tive muitas dificuldades, mas quero destacar a ajuda dos professores e tutores como sendo fundamental na permanência do foco que é a conclusão do mesmo. Destaco também a união da turma que sempre me ajudou nas horas difíceis. Portanto o curso a distância de Licenciatura em Matemática é muito difícil, mas é possível concluir com a ajuda e interação de todos, apesar das dificuldades o curso é muito interessante.

### **1.3 Experiência como professor de Matemática**

Sempre gostei de Matemática durante meus anos de estudo. Identifiquei-me com esta disciplina e em todos os anos, sempre fui o primeiro da turma, e por saber as dificuldades que muitos alunos têm com a Matemática, comecei ajudando os meus sobrinhos e aos poucos passei a ensinar aulas de reforço.

Mesmo com a pouca experiência que tenho em ensinar Matemática, as aulas de reforço foram muito importantes para os meus estágios supervisionados principalmente na parte de intervenção, pois de certa forma já tinha habilidades para ensinar os conteúdos.

Apesar de nunca ter tido a oportunidade de lecionar em turmas, apenas dou reforços em casa, espero utilizar toda teoria universitária em sala de aula um dia, e quando concluir o curso, pretendo fazer o concurso para professor do Estado e de municípios.

## 2. INTRODUÇÃO

### 2.1 Apresentação do Tema, Problemática e Justificativa da Pesquisa

O assunto "Funções" é muito importante na Matemática. Percebemos que durante a vida acadêmica que este é um dos conteúdos mais utilizados, por isso sua importância aumenta tendo em vista que é também um assunto interdisciplinar, ou seja, não se restringe à Matemática podendo ser aplicado em outras disciplinas.

Durante nosso Ensino Médio, o conteúdo "Função" não foi abordado como deveria. O professor faltava muito e por isso tivemos bastante dificuldade que se agravou principalmente quando chegamos à universidade. Percebemos que nossos conhecimentos eram poucos e também a importância do domínio do assunto de funções na continuidade dos estudos na área de Matemática.

Com a compreensão do conteúdo de Funções o aluno torna-se capaz de desenvolver suas habilidades de resolver problemas matemáticos e construir seu conhecimento matemático. Também com essa habilidade, torna-se mais fácil seu avanço na construção do conhecimento em diversas áreas das Ciências Exatas, pois é de suma importância conhecer as funções para desenvolver com fluidez os cálculos desejados em áreas como Física, Química, Economia entre outras que utilizam uma função como subsídio para fazer seus cálculos.

No entanto, cabe aos professores e aos alunos o empenho para desenvolvimento dessas habilidades. Ao professor cabe realizar pesquisas para atualizar-se e proporcionar um ensino de qualidade utilizando os avanços tecnológicos para essa melhoria. Ao aluno cabe o esforço para aprender o assunto e aproveitar todas as pesquisas do professor.

Com relação ao ensino de Funções, assunto que não consideramos ser muito fácil de compreender, necessita do empenho das partes envolvidas (o professor e o aluno) e com a situação acima citada tem aumentado as dificuldades de lecionar não só o conteúdo de Funções mas todos os conteúdos, pois os alunos não querendo aprender o professor não se esforça para ensinar e muitas vezes se omite como ouvi um professor certa vez falando que "os alunos iam armados para sala de aula e ele fazia que não via."

Nos dias atuais as condições de ensino melhoraram, mas temos o problema da desestruturação da família. A educação se faz da aliança entre a escola e a família e sem

um dos dois, não existe educação. Por isso podemos observar a diferença da educação daqueles que tem uma família estruturada para aqueles que não têm, mesmo que seja sem condições financeiras de colocar seu filho em um colégio melhor, pode-se perceber a desenvoltura e o interesse desse aluno.

A aprendizagem do aluno não depende apenas da metodologia do professor, como já foi citado, depende também do interesse do aluno em aprender. A metodologia do professor pode ser aprimorada, porém o interesse do aluno só depende dele, o que se pode fazer é motivá-lo para conseguir seus objetivos.

Como objetivo da pesquisa, buscaremos fazer um diagnóstico do ensino do conteúdo Funções na escola Estadual José Paulo de França na cidade de Marí, mas sabemos que esta análise não está isenta de elementos subjetivos como os que acabamos de discorrer, mas que não consideraremos em nossa pesquisa.

A escolha da Escola Estadual José Paulo de França na cidade de Marí se deu porque foi onde estudamos e durante nosso Ensino Médio percebemos muitas falhas na educação como a falta de professores e de estrutura para que se desenvolvesse um ensino de qualidade.

A Escola Estadual José Paulo de França na cidade de Marí não está fora dos padrões da educação em nosso país como podemos observar na reportagem da revista Nova Escola *Em busca da identidade* de Rita Trevisan (2011). A autora relata que houve um aumento de vagas para o Ensino Médio e com isso tem-se salas de aula com cerca de 50 alunos o que dificulta tanto a aprendizagem do aluno quanto o trabalho do professor tornando inviável dar atenção a todos da mesma forma, além do mais a infraestrutura continua precária comparando com o aumento de alunos dificulta ainda mais.

A reportagem trata ainda do déficit de professores principalmente na área das Ciências Exatas, sem falar na desmotivação por parte dos alunos que tornam ainda mais difícil sua aprendizagem. Temos ainda a incerteza do Ensino Médio que não sabemos ao certo se deve preparar o aluno para a universidade, para o mercado de trabalho, para as dificuldades que terão na vida ou para tudo ao mesmo tempo por isso a autora afirma que o Ensino Médio é o maior desafio da educação no Brasil.

Para dificultar ainda mais, o professor é mal remunerado e por isso se sujeita a trabalhar em mais de uma escola ou dobrar sua carga horária para viver dignamente. Podemos perceber esse fato no mesmo texto onde relata que segundo pesquisas educacionais do Instituto Anísio Teixeira (INEP, 2011) cerca de 40% dos 461.522

professores do Ensino Médio trabalham em dois turnos ou mais com cerca de 300 alunos por ano.

O resultado dessa falta de estrutura educacional é o IDEB da Escola José Paulo de França, com uma média muito baixa além do número muito grande de abandono no Ensino Médio que é 11,5% comparando com o Ensino Fundamental que é de 3,7%. Na cidade de Marí, segundo dados de 2011 disponibilizados no site *Todos Pela Educação*<sup>1</sup>, não é diferente, pois tem um IDEB com média de 2,8 nos anos finais do Ensino Fundamental e o abandono é de 4,3 para os anos iniciais e de 12,9 para os anos finais do Ensino Fundamental. Na Prova Brasil, em Matemática, teve desempenho de 235,7.

Segundo a reportagem da revista Nova Escola, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB nº9394/96, o Ensino Médio tem como um dos objetivos aprofundar a aprendizagem do Ensino Fundamental, porém a reportagem também relata que segundo a professora Zuleika Felice Murrie, que defendeu sua tese de doutorado na USP, o aluno chega ao Ensino Médio com defasagem de conteúdos onde seus níveis de conhecimentos são previstos para o 7º ano.

O Ensino Médio tem um déficit de 235 mil professores, em nível nacional, principalmente também, na área de Ciências Exatas, além disso, dos alunos matriculados no Ensino Médio apenas cerca de 45% concluem os três anos e cerca de 12,6% São reprovados em algum ano. Portanto, podemos concluir que o Ensino Médio precisa de atenção e investimentos de modo que os principais problemas sejam resolvidos.

## **2.2 Objetivos**

### **2.2.1 Objetivo Geral**

Delineamos como objetivo geral desta pesquisa, identificar o ensino do conteúdo Funções na escola de Ensino Médio José Paulo de França localizada na cidade de Mari.

---

<sup>1</sup> <http://www.todospelaeducacao.org.br/>

### 2.2.2 Objetivos Específicos

Para o cumprimento do objetivo geral apresentado, temos os seguintes objetivos específicos:

- Identificar aspectos metodológicos e didáticos dos professores do Ensino Médio da escola José Paulo de França referente ao conteúdo Funções.
- Descrever e discutir o que o livro didático traz como proposta sobre o conteúdo “funções”.

### 2.3 Considerações Metodológicas

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009), de acordo com o objetivo desta pesquisa, esta se caracteriza por seu caráter descritivo. Para os autores este tipo de pesquisa se dá pelo desejo do pesquisador em descrever ou caracterizar com detalhes uma situação, um fenômeno ou um problema. Segundo os autores, esse tipo de investigação geralmente utiliza-se da observação sistemática ou a aplicação de questionários padronizados a partir de categorias previamente definidas.

Quanto à coleta de dados, esta pesquisa é do tipo estudo de caso. Para Fiorentini e Lorenzato (2009) isto significa que a busca de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode se dar por amostragem, entrevista, observação participante, pesquisa-ação aplicação de questionários, teste entre outros.

Para a consecução dos objetivos, esta pesquisa está organizada em duas etapas:

**Etapa 1: Levantamento bibliográfico.** Será realizado um levantamento nos principais documentos de orientação nacional para o Ensino Médio a respeito do conteúdo Função. Serão consultados os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 1998), As orientações complementares aos Parâmetros Curriculares - PCN+ (BRASIL, 2002) e as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – OCNEM (BRASIL, 2006). Nesta fase serão investigados os seguintes aspectos: proposta curricular do conteúdo; aspectos importantes; metodologias e recursos associados além de orientações de livros didáticos para o tratamento do conteúdo.



**Etapa 2:** *Entrevista com professores.* Nesta fase serão realizadas entrevistas com professores da escola José Paulo de França. O objetivo das entrevistas é investigar aspectos metodológicos e didáticos além da concepção do conteúdo dos professores.

A partir dos dados coletados apresentaremos no capítulo 4 os principais resultados da pesquisa.

### 3. REFERENCIAL TEÓRICO

#### 3.1 Sobre o conteúdo Funções

Segundo o livro texto da disciplina Matemática para Ensino Básico II (MEB II), o professor Edson de Figueiredo Lima Jr. (LIMA, 2008, p. 162), define função da seguinte forma:

**Definição:** Se  $A$  e  $B$  são conjuntos não vazios, uma função de  $A$  em  $B$  é uma conexão que se estabelece entre estes conjuntos, por meio de uma regra que associa cada elemento de  $A$  a um único elemento de  $B$ .

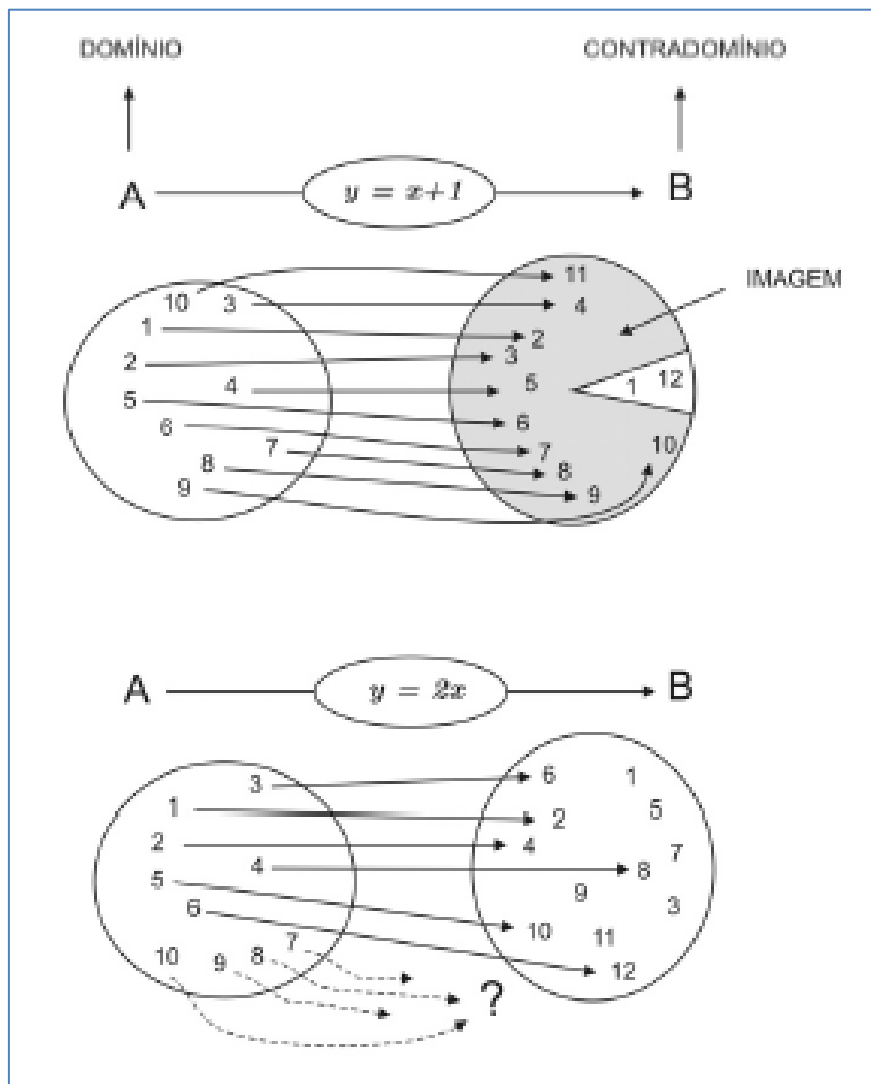
De acordo com a definição acima, através de uma função “todo mundo de  $A$  é obrigatoriamente associado a alguém de  $B$ , não se admitindo que um elemento em  $A$  se associe a dois ou mais elementos em  $B$ ”. Se  $\forall e \exists!$  Significam, respectivamente, “para todo” e “existe um único”, diz-se, simbolicamente, que uma regra de conexão  $f$  é uma função de um conjunto  $A$  em outro  $B$ , se  $\forall x \in A, \exists! y \in B, \text{ tal que } y = f(x)$ . O que denotamos por  $f:A \rightarrow B, x \rightarrow y = f(x)$ .

Segundo o professor, “Quando falamos que uma coisa é função de outra, queremos dizer, simplesmente, que a primeira delas depende da segunda. Situações de dependência, ou vinculação, fazem-se presentes constantemente em nossa vida”. (LIMA, 2008, p. 162)

**Exemplo 1** (LIMA, 2008, p. 163)

Sejam  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  e  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ . Se entre estes conjuntos estabelecermos uma relação por meio da regra  $y = f(x) = x + 1$ , estaremos definindo uma *função* de  $A$  em  $B$ , pois *a cada elemento de  $A$  está associado um único de  $B$* . Se, por outro lado, associarmos os elementos desses mesmos conjuntos através da regra  $y = 2x$ , então não teremos uma função de  $A$  em  $B$ , já que existe elemento em  $A$  ( $x = 7$  é um deles) que não está associado a qualquer elemento de  $B$ . Dizemos, nesse caso, que entre os conjuntos  $A$  e  $B$  existe, apenas, uma *relação* (Veja a Figura 1).

Figura 1 – Exemplos (LIMA, 2008, p.163)



Sempre que uma função esteja definida, destacam-se através de denominações próprias seus elementos constitutivos. Tomando-se o exemplo anterior por referência, temos o conjunto  $A$  como *conjunto de partida* ou *domínio*, ou seja, ambiente onde  $f$  atua, e  $B$ , como *conjunto de chegada* ou *contradomínio* da função  $f(x) = x + 1$ . O conjunto  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ , composto pelos elementos  $y$  de  $B$  que estão relacionados aos elementos  $x$  de  $A$  por meio de  $f$ , é denominado de *imagem* da função. Finalmente, na regra  $y = f(x) = x + 1$ , a variável  $x$ , que representa elemento do domínio, é chamada de *independente* e a variável  $y$ , cujo valor depende do de  $x$ , é, por essa razão, chamada de *dependente*.

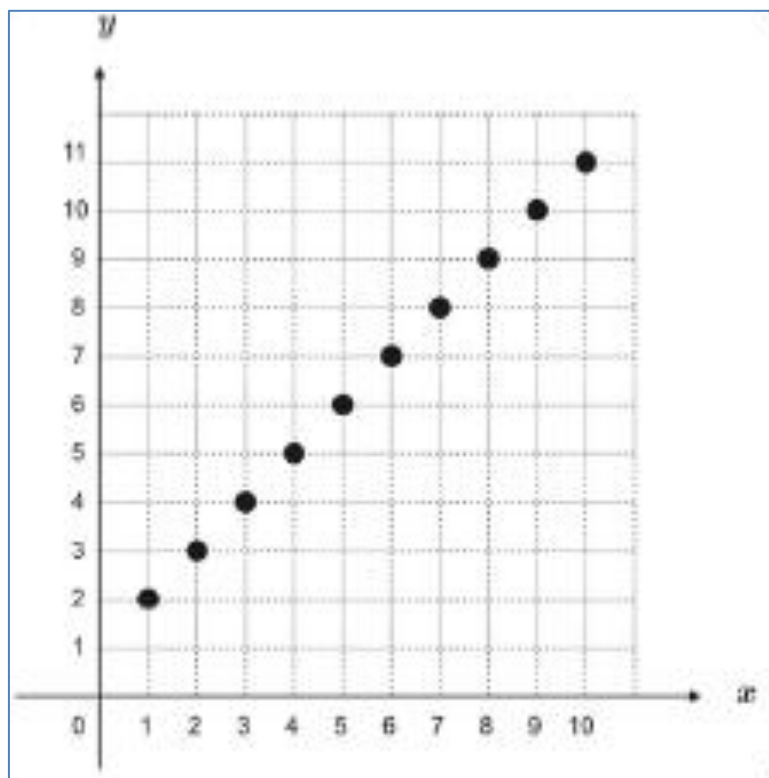
Voltando a considerar a função apresentada no **Exemplo 1**, vemos que as correspondências por ela estabelecidas entre as variáveis  $x$ , do domínio, e  $y$ , da imagem, podem ser representadas através de uma tabela:

Tabela 1

$x$	$y = f(x) = x + 1$
1	2
2	3
3	4
4	5
5	6
6	7
7	8
8	9
9	10
10	11

No plano cartesiano, esse gráfico possui a representação exposta na **Figura 2**.

**Figura 2**– Gráfico da função do exemplo 1(LIMA, 2008, p.165)



Existem inúmeros tipos de funções matemáticas e classificações, entre as principais temos: função sobrejetora, função injetora, função bijetora, função trigonométrica função linear, função modular, função quadrática, função exponencial, função logarítmica, função polinomial, dentre inúmeras outras. Cada função é definida por leis generalizadas e propriedades específicas (LIMA, 2008, p.165):

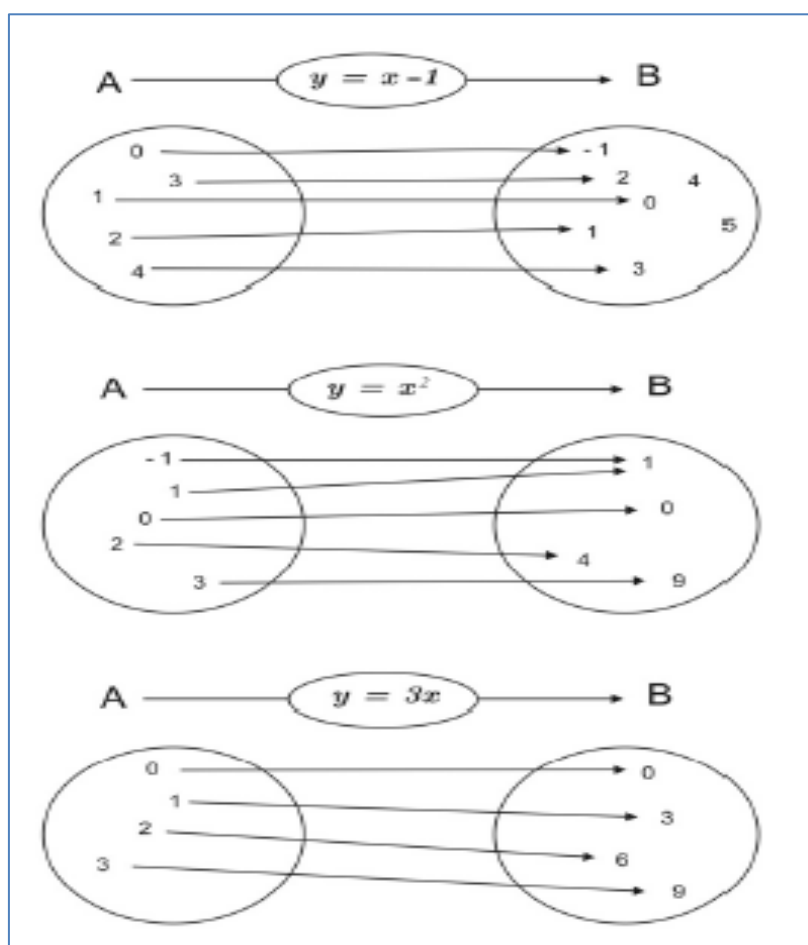
**Funções injetoras** são aquelas que têm seus elementos distintos do seu domínio possuem imagem distintas. Em linguagem matemática temos que  $f:A \rightarrow B$  é injetora se, dados  $x_1, x_2 \in A$ , com  $x_1 \neq x_2$ , tivermos  $f(x_1) = y_1 \neq y_2 = f(x_2)$ .

**Função sobrejetora** é aquela que temo conjunto imagem sendo todo o seu contradomínio. Em linguagem matemática temos que um função é sobrejetora Se  $\forall y \in B$ ,  $\exists x \in A$ , tal que  $y = f(x)$ .

**Função bijetora** é aquela que uma função injetora e sobrejetora. Em linguagem matemática  $f$  é bijetora se  $f:A \rightarrow B$  dados  $x_1, x_2 \in A$ , com  $x_1 \neq x_2$ , tivermos  $f(x_1) = y_1 \neq y_2 = f(x_2)$  e Se  $\forall y \in B$ ,  $\exists x \in A$ , tal que  $y = f(x)$ .

Podemos perceber esses conceitos representados graficamente em diagramas na figura abaixo, onde as funções  $x - 1$  é injetora,  $x^2$  é bijetora e  $3x$  é sobrejetora.

**Figura 3-** Gráfico da função do exemplo 1(LIMA, 2008, p.165)

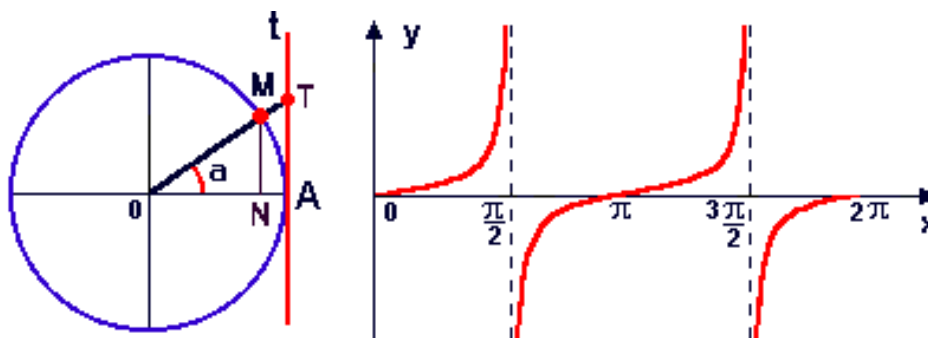


No Ensino Médio, o estudo das funções inicia-se no 1º ano e tem continuidade no 2º e 3º ano, mas a principal série é o 1º ano, pois é nela que tem o maior aprofundamento no assunto, já que as outras séries as funções são utilizadas para a resolução de problemas envolvendo outros assuntos específicos, como a Trigonometria e a Geometria Analítica para encontrar equação de retas e circunferências.

No 2º ano temos a função Trigonométrica que é uma função que está associada a circunferência trigonométrica que tem origem nos pontos A(0,1) e se divide em função seno é da forma  $f: R \rightarrow R$  e que, a cada número real  $x$ , associa o seno desse número  $f(x) = \text{sen } x$ . A função cosseno é da seguinte forma  $f: R \rightarrow R$  que, a cada número real  $x$ , associa o cosseno desse número ( $f: R \rightarrow R, f(x) = \text{cos } x$ ).

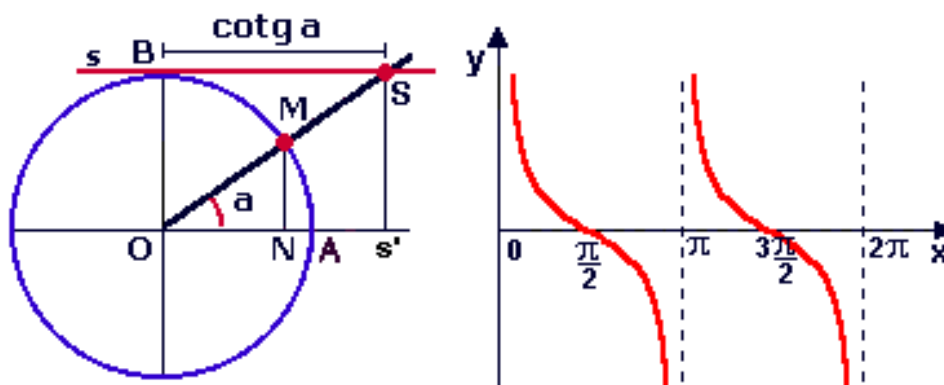
A função tangente se define da seguinte forma  $tgx = \left\{ \frac{\text{sen de } x}{\text{cos de } x} \right\}$ .

**Figura 4** - gráfico da função tangente (QUILLES et al, 2004)



Se associarmos ao arco AM um número real  $x$  tal que  $m(\text{AM}) = x$  rad, podemos dizer que  $\cotg x = \text{BS}$  como mostra a figura a baixo assim,  $\cotg x = \text{BS}$ . (SÉRGIO ; MARCONDES, 2001, p.152 - 162).

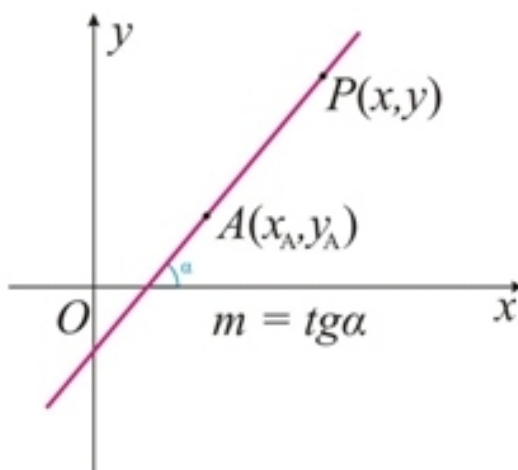
**Figura 5** - Gráfica da função Cotangente (QUILLES et al, 2004)



Chamamos de função secante a função  $f(x) = \sec x = \frac{1}{\cos x}$  definida para  $\cos x \neq 0$ , isto é,  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . Chamamos de função cossecante a função  $f(x) = \text{cossec } x = \frac{1}{\text{sen } x}$  definida para  $\text{sen } x \neq 0$ , isto é,  $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ , uma função é par se, e somente se, para todo  $x \in A$ ,  $f(-x)=f(x)$  e uma função é ímpar se, e somente se, para todo  $x \in A$ ,  $f(-x) = -f(x)$ .

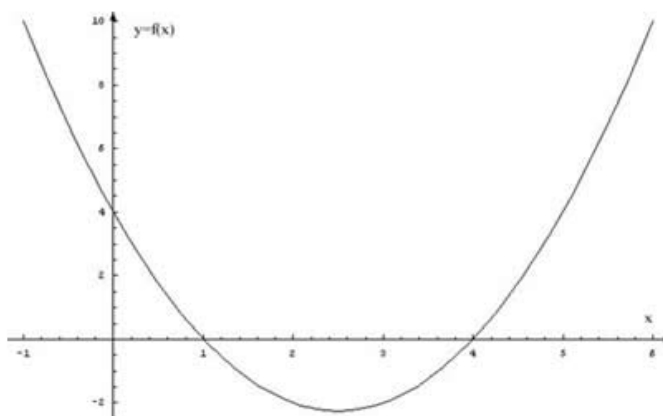
No 3º ano as funções mais trabalhadas são a de 1º grau e de 2º grau. O gráfico da primeira é uma reta e a equação reduzida da reta é do tipo  $y = mx + q$ .

**Figura 6** - Gráfico da função DE 1º GRAU (RIBEIRO, 2009)



A do 2º grau tem como gráfico uma parábola do tipo

**Figura 7** - Gráfico da função 2º grau (CAMPAGNER, 2009)



### 3.2 Orientações Nacionais para o Conteúdo Função

A seguir apresentaremos as orientações para o trabalho com Funções segundo os documentos de orientação nacional do Brasil para o Ensino Médio: Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM (BRASIL,1997); As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN+ (BRASIL, 2000).



Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 1997) destacam a importância da Matemática no Ensino Médio por seu valor formativo, ajudando a formar o pensamento e o raciocínio dedutivo dos alunos, mas também por desempenhar um papel instrumental, sendo uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.

No papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento do pensamento e ajuda o aluno adquirir atitudes para alcançar um alto desempenho no âmbito da própria Matemática, podendo o aluno desenvolver a capacidade de resolver problemas genuínos, adquirindo hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas e diversas, fazendo assim uma formação de visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRASIL, 1997)

No caráter instrumental da Matemática no Ensino Médio, deve ou deveria ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, da mesma forma para a atividade profissional que ele irá desempenhar no mercado de trabalho. Sendo assim é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem comunicativa de ideias, permitindo modificar a realidade e interpretá-la. É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas. (BRASIL, 1997)

Portanto, cabe à Matemática do Ensino Médio mostrar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo a aprender, pois essa aprendizagem é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida estudantil ou profissional. Para cada aluno confiar em seu próprio conhecimento e para seu desenvolvimento intelectual é necessário que todas as áreas do Ensino Médio auxiliem no desenvolvimento da autonomia e da capacidade de pesquisa.

As tecnologias ajudam ainda mais essa aprendizagem, pois exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. Dessa forma podemos afirmar que aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais do

que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático mesmo sabendo que as dificuldades são imensas para se chegar a esse objetivo.

No que diz respeito ao conteúdo “Funções”, segundo os PCNEM (BRASIL, 1997) observa-se que o ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui e que este conteúdo pode integrar vários assuntos como a Trigonometria sendo vista como as funções trigonométricas e seus gráficos, as sequências, em especial progressões aritméticas e progressões geométricas, nada mais são que particulares funções, as propriedades de retas e parábolas estudadas em Geometria Analítica são propriedades dos gráficos das funções correspondentes e os aspectos do estudo de polinômios e equações algébricas podem ser incluídos no estudo de funções polinomiais. (BRASIL,1997)

Além de conectar internamente vários temas da matemática, o conteúdo “Função” desempenha um papel muito importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia.

O ensino de Matemática tem a responsabilidade de garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de Função e suas aplicações em situações diversas e através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre as funções para construir modelos de interpretação e investigação em Matemática.

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN+ (BRASIL, 2002) é um complemento dos PCNEM onde se destaca que o professor deve escolher um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento do conhecimento dos alunos com relevância científica e cultural e com uma interação das ideias e conteúdos matemáticos. A organização curricular desses temas apresenta-se em três eixos considerados estruturadores, sendo desenvolvidos nos três anos do Ensino Médio como: *Álgebra* que engloba "números e funções", *Geometria e Medidas* e *Análise de dados*.

Vamos nos aprofundar no tema de Álgebra enfatizando as Funções. Ao enfatizar o estudo das diferentes funções deve-se conceituar função e suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções. Geralmente, o ensino de funções estabelece como pré-requisito o estudo dos números reais e de conjuntos e suas operações, para depois definir relações e a partir daí identificar as funções como particulares relações. Assim que a definição de função é estabelecida todo esse percurso é abandonado, pois para a análise dos diferentes tipos de funções todo o estudo relativo a conjuntos e relações são desnecessários. (BRASIL, 2002)

Por isso temos o ensino sendo iniciado pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente. Toda a linguagem excessivamente formal que cerca esse tema deve ser relativizada e em parte deixada de lado, juntamente com os estudos sobre funções injetoras, sobrejetoras, compostas e modulares. Muitas vezes o professor despreparado ou sem interesse de analisar as instruções contidas nos PCN+ ensina apenas o conteúdo de forma superficial sem levar o aluno a ter interesse pelo conhecimento do assunto. É devido a essa metodologia de ensino que a maioria dos alunos está sendo mal formada, chegando à universidade com pouca bagagem vindo a sofrer muito.

Os PCN+(BRASIL, 2002) propõem que as unidades temáticas a serem desenvolvidas nesse tema no Ensino Médio tenham como objetivo a aplicação do conteúdo para que o aluno adquira habilidades como podemos ver no quadro 1 a seguir.

**Quadro 1 – Conteúdos e Habilidades para Funções**

<b>Conteúdos</b>	<b>Habilidades</b>
Noção de função	Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica nas ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e fazendo conexões dentro e fora da Matemática;  Compreender o conceito de função, associando-o a exemplos da vida cotidiana;  Associar diferentes funções a seus gráficos correspondentes;  Ler e interpretar diferentes linguagens e representações envolvendo variações de grandezas;  Identificar regularidades em expressões matemáticas e estabelecer relações entre variáveis.
Funções analíticas e não analíticas	
Representação e análise gráfica	
Sequências numéricas: progressões e noção de infinito	
Variações exponenciais ou logarítmicas	
Funções seno, cosseno e tangente.	
Taxa de variação de grandezas	

**Fonte:** PCN+ (BRASIL, 2002)

Os PCN+ (BRASIL, 2002) orientam para que os problemas de aplicação não sejam deixados para o final dos estudos, mas que sejam utilizados como motivo e contextos para o aluno aprender as funções. O documento mostra ainda a riqueza de situações envolvendo funções que permite ao ensino se estruturarem cheio de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas. O ensino não deve descuidar de demonstrar o que está sendo aprendido, pois permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas.

Assim, os PCN+ têm o objetivo de apresentar as habilidades que os alunos devem desenvolver em vários aspectos que não são apenas matemáticos, mas que estão

relacionados a sua vida cotidiana, onde faz-se a conexão com a realidade e uso da interdisciplinaridade dos conteúdos.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio–OCNEM (BRASIL,2006) foram construídas a partir de várias discussões entre professores e uma equipe especializada na busca pela melhoria do ensino nas escolas públicas. Como resultado dessas discussões, foram apresentados neste documento uma série de orientações para o tratamento do conteúdo Funções no Ensino Médio que passaremos a apresentar.

Segundo as OCNEM (BRASIL,2006), a orientação é que inicie o estudo de Funções explorando qualitativamente as relações entre duas grandezas em diferentes situações citando exemplos como idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. Orienta também que é importante provocar os alunos para que apresentem outras tantas relações funcionais e que esbocem qualitativamente os gráficos que representam essas relações.

É apropriado solicitar aos alunos que expressem por extenso uma função dada de forma algébrica, por exemplo,  $f(x) = 2x + 3$ , como a função que associa a um dado valor real o seu dobro, acrescido de três unidades. Isso pode facilitar a identificação, por parte do aluno, da ideia de função em outras situações, como, por exemplo, no estudo da cinemática, em Física. Destaca também a importância de mostrar diferentes modelos de diferentes áreas de aplicações das funções aos alunos para que tenham contato e desenvolvam seu raciocínio matemático na resolução de problemas interdisciplinares.

Para os OCNEM (BRASIL,2006), é importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes. Também com relação aos gráficos das funções, os OCNEM orientam que estes sejam traçados a partir de um entendimento global da relação de crescimento/decrescimento entre as variáveis e critica a elaboração de um gráfico por meio da simples transcrição de dados tomados em uma tabela numérica, destacando que não permite avançar na compreensão do comportamento das funções.

O estudo da Função Quadrática pode ser motivado via problemas de aplicação em que é preciso encontrar um ponto de máximo. O estudo dessa função deve ser realizado de forma que o aluno consiga estabelecer as relações entre o “aspecto” do gráfico e os coeficientes de sua expressão algébrica, evitando memorizar regras.

No que diz respeito ao estudo das Funções Trigonômicas, destaca-se um trabalho com a trigonometria, o qual deve anteceder a abordagem das funções seno, cosseno e tangente, priorizando as relações métricas no triângulo retângulo e as leis do seno e do cosseno como ferramentas essenciais a serem adquiridas pelos alunos no Ensino Médio, pois sem esse conhecimento fica difícil entender esse tipo de função. Os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às funções trigonométricas, aqui se entendendo que, quando se escreve  $f(x) = \text{seno}(x)$ , usualmente a variável  $x$  corresponde à medida de arco de círculo tomada em radianos. As funções trigonométricas seno e cosseno também devem ser associadas aos fenômenos que apresentam comportamento periódico, deixando o estudo das demais funções trigonométricas colocado em segundo plano.

As funções polinomiais estão presentes no estudo de funções do tipo  $f(x) = x^n$  podem ter gráficos esboçados por meio de uma análise qualitativa da posição do ponto  $(x, x^n)$  em relação à reta  $y = x$ . Funções polinomiais mais gerais de grau superior a 2 podem ilustrar as dificuldades que se apresentam nos traçados de gráficos, quando não se conhecem os “zeros” da função. Casos em que a função polinomial se decompõe em um produto de funções polinomiais de grau 1 merecem ser trabalhados. Esses casos evidenciam a propriedade notável de que, uma vez se tendo identificado que o número  $c$  é um dos zeros da função polinomial  $y = P(x)$ , esta pode ser expressa como o produto do fator  $(x - c)$  por outro polinômio de grau menor, por meio da divisão de  $P$  por  $(x - c)$ .

É pertinente discutir o alcance do modelo linear na descrição de fenômenos de crescimento, para então introduzir o modelo de crescimento/decrescimento exponencial ( $f(x) = a^x$ ). É interessante discutirem as características desses dois modelos, pois enquanto o primeiro garante um crescimento à taxa constante, o segundo apresenta uma taxa de variação que depende do valor da função em cada instante. Temos como exemplo as situações reais de crescimento populacional que podem ilustrar o modelo exponencial.

Podemos concluir que as OCNEM trazem orientações para aplicação dos conteúdos em sala de aula aprimorando o currículo no Ensino médio, porém percebemos as dificuldades que os professores encontram no cotidiano da prática escolar, principalmente pelo desinteresse por parte dos alunos, sem falar na falta de recursos para por em prática toda teoria elaborada pelas equipes técnicas de educação.

Entretanto não podemos esquecer que a escola pública em sua maioria, mesmo tendo melhorado, é um campo político onde são colocadas pessoas para ensinar sem

condições nenhuma apenas por votar no candidato A ou B, com isso temos professores formados em História ensinando física, matemática entre outras, levando assim a qualidade da educação pública a um nível muito baixo, no José Paulo de França no tempo em que estudei era dessa maneira, mas com o concurso realizado no ultimo ano deu-se uma concertada nesse processo.

### **3.3 Abordagens e Recursos de ensino para o conteúdo Função**

A seguir apresentaremos alguns caminhos para o ensino de “Funções”. Discorreremos brevemente sobre as possibilidades e orientações para trabalhar este conteúdo matemático utilizando a História da Matemática, a Resolução de Problemas, utilização de Jogos e de Softwares.

#### **3.3.1 História da Matemática**

De acordo com alguns pesquisadores a noção de dependência iniciou-se por volta de 6000 anos atrás, mas apenas nos três últimos séculos que houve o avanço em torno do conceito formal de função, com estreita ligação com problemas relacionados ao Cálculo e à Análise. (SIQUEIRA, 2010)

A tendência natural de funcionalidade surgiu da necessidade do homem, levado pela premência de fazer associações entre os objetos como tempo e espaço, área e perímetro entre outros exemplos. Na antiguidade temos os pastores de ovelhas que associavam as ovelhas às pedras para cada ovelha eles adicionavam uma pedra para realizarem a contagem de seus animais ao fim do dia. (SIQUEIRA, 2010)

Na Babilônia construía tabelas de argila onde para cada número na primeira coluna existia outro correspondente na segunda coluna. (SIQUEIRA, 2010)

Galileu Galilei (1564-1642) interessado em compreender os fenômenos naturais, passou a observá-los com o objetivo de descrevê-los. O estudo do movimento realizado por Galileu deu origem a um conceito mais aproximado de funcionalidade ou de relação entre variáveis, mas Galileu não usou explicitamente como dependência entre variáveis.

Somente no século XVII o conceito de função foi fundamentado por Euler que introduziu o símbolo  $f(x)$ . Em 1837, o matemático alemão

Dirrichlet apresentou a ideia de variável como símbolo indistintamente a qualquer elemento de um conjunto numérico. Logo após caracterizou o conceito central:”” Uma variável  $y$  se diz função de uma variável  $x$ , se, para todo o valor atribuído a  $x$ , corresponde, por alguma lei ou regra, um único valor de  $y$ . Nesse caso,  $x$  denomina-se variável independente e  $y$ , variável dependente. (SIQUEIRA, 2010)

Portanto, como podemos perceber do instinto de funcionalidade até conseguir formar um conceito de “Função” a humanidade percorreu um longo caminho, pois muitas vezes a utilização de apenas números na maioria dos textos dificultava o avanço deste conceito. Como vimos só no Século XVII, mais precisamente no ano de 1837 que Euler introduziu o símbolo  $f(x)$  e o matemático alemão Dirrichlet apresentou a ideia de variável como símbolo indistintamente a qualquer elemento de um conjunto numérico.

As OCNEM (BRASIL, 2006) recomendam que a utilização da História da matemática em sala de aula deva ser um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos. No entanto é importante, que esse recurso não fique limitado à descrição de fatos ocorridos no passado ou à apresentação de biografias de matemáticos famosos. O processo histórico de construção do conhecimento matemático deve ser um importante elemento de contextualização dos objetos de conhecimento que vão entrar na relação didática. A História da Matemática deve contribuir para que o professor compreenda algumas dificuldades dos alunos, que, de certa maneira, podem refletir históricas dificuldades presentes também na construção do conhecimento matemático. Por exemplo, reconhecer as dificuldades históricas da chamada “regra de sinais”, relativa à multiplicação de números negativos, ou da construção dos números irracionais pode contribuir bastante para o ensino desses temas.

Apresentaremos o exemplo de como utilizar a História da Matemática como recurso didático para o conteúdo “Função” em sala de aula, o exemplo foi retirado da Revista Pesquisas e Práticas em Educação Matemática – Volume 1 - Número 1 – 2009 de Ilydio Pereira de Sá. O exemplo começa com o seguinte problema:

“Na lápide do túmulo do grande matemático grego Diofante de Alexandria, que viveu no final do século III e início do século IV, depois de Cristo foi escrito, como uma homenagem, um intrigado problema que indicava a idade de sua morte. O problema dizia o seguinte: Deus lhe concedeu ser um menino pela sexta parte de sua vida, e somando uma duodécima parte a isto cobriu-lhe as faces de penugem. Ele acendeu a



lâmpada nupcial após uma sétima parte, e cinco anos após seu casamento concedeu-lhe um filho. Ai! Infeliz criança tardia; depois de chegar a medida da metade da vida de seu pai, o destino frio o levou. Depois de se consolar de sua dor durante quatro anos com a ciência dos números, ele terminou a sua vida.

Aqui podemos aplicar a regra da falsa posição e descobrir que Diofante morreu aos 84 anos de vida.

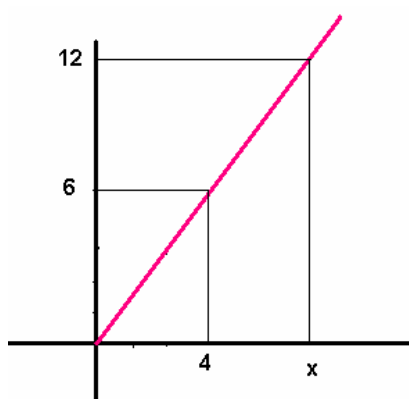
### Justificativa do Método:

Na realidade tal método é adequado para questões do tipo  $ax = b$ , ou, usando notações mais modernas, temos uma função linear ( $y = f(x) = ax$ ) e desejamos saber para que valor de  $x$  ela terá imagem igual a  $b$ . Vejamos um exemplo simples, para ilustrar essa nossa justificativa:

- Um número, mais a sua metade é igual a 12. Qual é esse número?

Nesse caso, temos a função  $f$ , de  $\mathbb{R}$ , em  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = x + \frac{x}{2}$ , buscamos para qual valor de  $x$  temos  $f(x) = 12$ . Usando o valor falso,  $x = 4$ , por exemplo, teremos o resultado  $f(4) = 4 + 2 = 6$ . Aplicando o “ajuste” teríamos que a resposta correta é 8. Vejamos o que ocorre no gráfico dessa função:

**Figura 8** - Gráfico da função (SÁ, 2009)



$$\frac{4}{6} + \frac{x}{12}$$

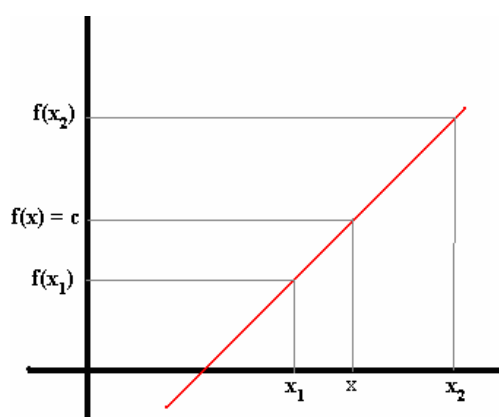
Esta proporção, decorrente de semelhança de triângulos, justifica o método utilizado nos casos da regra de falsa posição. Para equações do tipo  $ax + b = c$  a regra não funcionaria, mas podemos usar uma regra similar, denominada de “dupla falsa posição”. Para usarmos a regra de dupla falsa posição, devemos considerar a função  $f(x)$

$= ax + b - c$ , atribuir dois valores falsos,  $x_1$  e  $x_2$ , calcular os valores numéricos correspondentes,  $f(x_1)$  e  $f(x_2)$  e, em seguida, montar a proporção:

$$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} = \frac{f(x_2)-c}{x_2-x} = \frac{f(x_2)-f(x)}{x_2-x}$$

Graficamente, o que temos é:

**Figura 9** - Gráfico da função (SÁ, 2009)



Tanto a regra da falsa posição, quando a regra da dupla falsa posição, dão o valor exato de  $x$ . (SÁ, 2009)

Portanto, podemos perceber entre tantas possibilidades de melhorar a metodologia, a História da Matemática pode ser uma ferramenta importante para melhorar a compreensão dos alunos, pois apresenta mais uma maneira de se resolver um exercício envolvendo funções e com essa diversidade de formas de resolver torna-se mais fácil para o aluno escolher a melhor forma.

### 3.3.2 Resolução de Problemas

Segundo Lester (apud POZO, 1998, p.15) um problema seria “uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para o qual não dispõe de um caminho rápido e direto que leve à solução”.

Segundo Rêgo (2010, p.4), a resolução de problemas deve ser vista como um eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, que pode ser resumido nos seguintes princípios apontados por:

- a situação-problema deve ser o ponto de partida da atividade matemática e não as definições e exemplos. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;

- o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;

- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Contudo, a Matemática no Ensino Médio segundo os PCNEM (BRASIL, 1997) não possui apenas o caráter formativo ou instrumental, mas também deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas.

A essas concepções da Matemática no Ensino Médio se junta à ideia de que, no Ensino Fundamental, os alunos devem ter se aproximado de vários campos do conhecimento matemático e agora estão em condições de utilizá-los e ampliá-los e desenvolver de modo mais amplo capacidades tão importantes quanto as de abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade.

A resolução de problemas não é nata, ou seja, não nascemos sabendo como podemos perceber no trecho abaixo de Polya (1978).

A resolução de problemas é uma competência prática como, digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer competência por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora da água e, finalmente, aprendemos a nadar pela prática da

natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus problemas e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os (1978, p.3).

Polya (1978) assinala quatro fases importantes na resolução de um problema: compreender o problema, estabelecer um plano de resolução, executar o plano e refletir sobre a solução encontrada.

- *Compreender o problema:* entender o que é informado pelo problema. Para tanto o autor nos sugere os seguintes questionamentos e atitudes: Qual a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condição? É possível satisfazer a condição? A condição é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória?
- *Estabelecer um plano de resolução:* ver como os diversos itens trazidos pelo problema estão relacionados para podermos ter uma ideia da resolução.
- *Executar o plano:* executar o plano verificando cada passo. Atitudes sugeridas pelo autor: Ao executar o seu plano de resolução, verifique cada passo. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?
- *Reflexão sobre a solução encontrada:* refletir sobre a validade da solução encontrada. Atitudes sugeridas pelo autor: É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

A seguir, apresentaremos um exemplo de aplicação da Metodologia para o ensino de Funções que se trata de um problema de Física onde é utilizada função do 2º grau para sua resolução, o mesmo foi extraído do site do Brasil Escola.

O movimento de um projétil, lançado para cima verticalmente, é descrito pela equação  $y = -40x^2 + 200x$ . Onde  $y$  é a altura, em metros, atingida pelo projétil  $x$  segundos após o lançamento. Então se pergunta qual é a altura máxima atingida e o tempo que esse projétil permanece no ar?

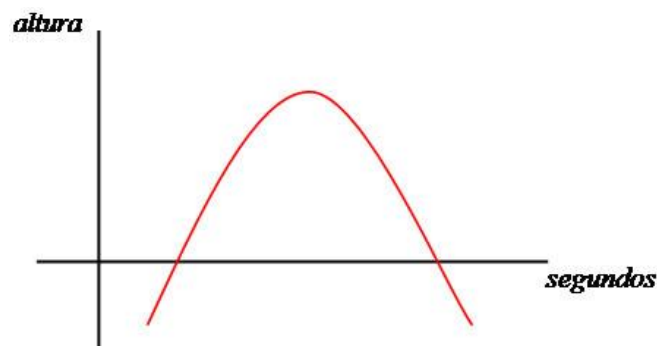
**1ª etapa:** qual a incógnita? Quais os dados? É suficiente?

- A incógnita é  $y$  (altura em metros atingida pelo projétil) e  $x$  (tempo que levou para chegar altura máxima) os dados são os coeficientes da equação  $y = -40x^2 + 200x$ ,  $a = -40$  e  $b = 200$  e  $c = 0$ , sabendo que  $\Delta = b^2 - 4ac$  é suficiente para a resolução do problema.

**2ª etapa:** estabelecer um plano de resolução para o problema.

- Inicialmente temos que saber que  $y$  é a altura atingida pelo projétil, e  $x$  o tempo que o projétil permanece no ar. Agora vamos traçar um plano de resolução. Trata-se de uma função do segundo grau. O gráfico do movimento é dado pela parábola:

**Figura 10:** gráfico da parábola



Na expressão  $y = -40x^2 + 200x$  os coeficientes são  $a = -40$ ,  $b = 200$  e  $c = 0$ . Utilizaremos a expressão  $Y_v$  para obter a altura máxima atingida pelo objeto:

**3ª etapa:** vamos executar o plano, sabemos que  $Y_v = -\frac{\Delta}{4a} \rightarrow -\frac{b^2-4ac}{4a} \rightarrow$   
 $-\frac{200^2-4(-40).0}{4(-40)} \rightarrow -\frac{4000}{-160} = 250$  metros

O objeto atingiu a altura máxima de 250 metros. Utilizaremos a expressão  $X_v$  para obter o tempo de subida do objeto:

$$X_v = -\frac{b}{2a} \rightarrow -\frac{200}{2(-40)} \rightarrow -\frac{200}{-80} \rightarrow 2,5 \text{ segundos}$$

O projétil levou 2,5s para atingir altura máxima, levando mais 2,5s para retornar ao solo, pois no movimento vertical o tempo de subida é igual ao tempo de descida.

**4ª etapa:** reflexão sobre a resolução do problema

O projétil levou  $x = 2,5$  segundos para atingir sua altura máxima  $y = 250$  metros. Com os resultados em mãos podemos verificar se realmente o problema está correto logo temos:  $y = -40x^2 + 200x$  durante o tempo de subida temos  $y=250$  e  $x=2,5$  assim:

$$250 = -40(2,5^2) + 200(2,5) \Rightarrow 250 = -40(6,25) + 200(2,5) \Rightarrow 250=250.$$

Logo a resolução está correta.

Nesta última etapa podemos buscar despertar a curiosidade do aluno apresentando nova indagação para que ele utilize sua curiosidade para adquirir novos conhecimentos, podemos supor que a parábola considere um valor negativo, tanto para o tempo como para a altura, e pedir para eles desenvolverem. Mesmo sabendo que não tem sentido no problema pode ser interessante para a construção do conhecimento do aluno complementando as teorias de Polya.

Podemos perceber que a aplicação da resolução de problemas pode ser muito importante no desenvolvimento do conhecimento dos alunos principalmente utilizando as ideias de Polya, pois detalha como resolver um problema diminuindo assim as dificuldades que por ventura os alunos venham sentir. Além disso, essa abordagem está de acordo com as orientações nacionais para o Ensino Médio.

### 3.3.3 Jogos

Quando o professor percebe a dificuldade dos alunos assimilarem o conteúdo aplicado em sala de aula busca novas maneiras de fazê-lo compreender e entre essas maneiras podemos destacar os jogos em sala de aula, pois atraem a atenção do aluno e despertam seu interesse.

As OCNEM (BRASIL, 2006) apresentam os jogos e brincadeiras como elementos muito valiosos no processo de apropriação do conhecimento. Permitem o desenvolvimento de competências no âmbito da comunicação, das relações interpessoais, da liderança e do trabalho em equipe e orienta que se devem utilizar jogos como instrumento pedagógico e não se restringir a trabalhar com jogos prontos, nos quais as regras e os procedimentos já estão determinados; mas, principalmente, estimular a criação, pelos alunos, de jogos relacionados com os temas discutidos no

contexto da sala de aula, utilizando a relação entre cooperação e competição em um contexto formativo.

Como exemplo, apresentaremos o jogo família de funções que possibilita que os alunos identifiquem características de funções do 1º e 2º graus e da função constante, bem como trabalhem as habilidades de leitura e análise de gráficos. O jogo apresentado, chamado de Família de Funções foi retirado do livro Mathema (SMOLE et al, 2008).

**Organização da Classe:** em trios

**Recursos necessários:** 37 cartas com expressões algébricas, esboços de gráficos, característica das funções e duas cartas com o termo FUNÇÃO.

**Regras:**

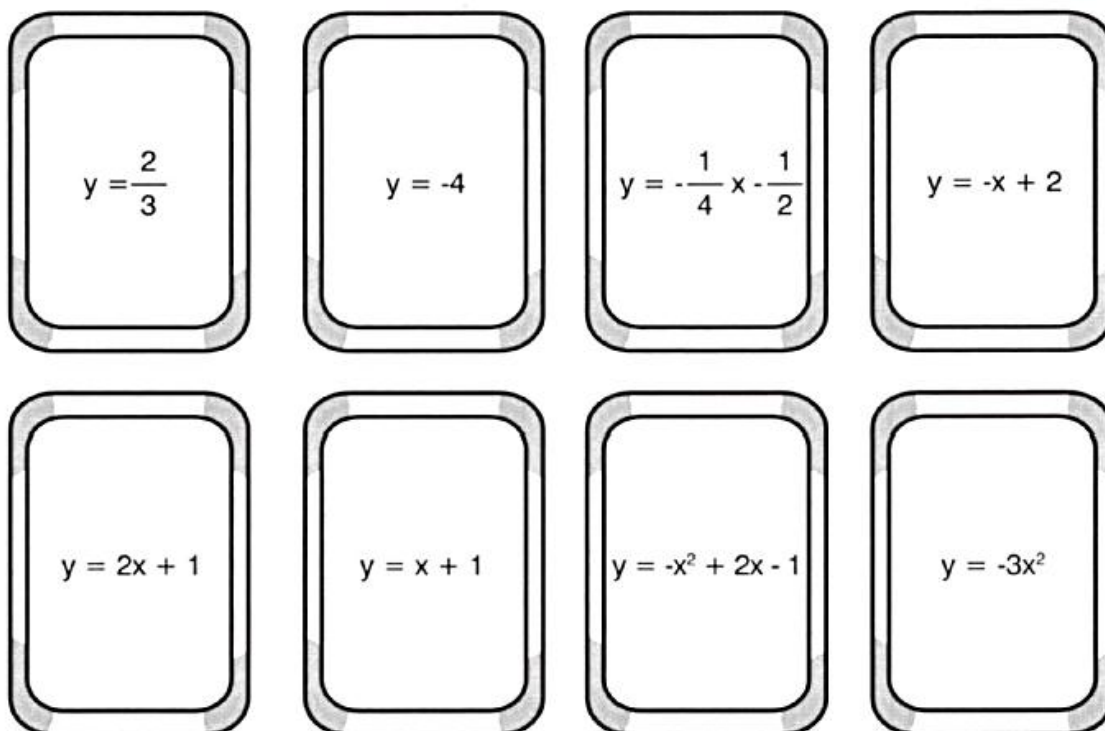
- O objetivo do jogo é formar famílias de quatro cartas. Cada família é formada pela expressão algébrica da função, pelo esboço de seu gráfico e por duas outras cartas que contêm propriedades da função, a saber: pontos importantes do gráfico, comportamento do sinal da função. É possível formar, no máximo dez famílias.
- Embaralham-se as cartas e coloca-se o baralho sobre a mesa, virado para baixo.
- Um dos jogadores tira uma das cartas do baralho e o coloca sobre a mesa com a face virada para cima.
- O próximo a jogar procede do mesmo modo.
- Se a carta tirada por um dos jogadores pertence à mesma família de uma das cartas já viradas, coloca-se a carta retirada abaixo da carta de mesma família. Caso contrário, coloca-se a carta sobre a mesa sem aproximar de outras cartas.
- Se um dos jogadores colocar uma das cartas na família errada ele perde a vez de jogar, e essa carta é colocada no fim do baralho.

- Se a carta tirada por um jogador for uma carata FUNÇÃO, ele poderá utilizá-la em qualquer momento do jogo para formar uma família.
- O jogo termina quando não for mais possível formar mais famílias.

Ganha o jogo quem tiver maior pontuação, de acordo com as seguintes regras: Sempre que um dos jogadores retirar uma carta que pertence à mesma família de uma carta da mesa, coloca a carta retirada ao lado da carta de mesma família e ganha 1 ponto. O jogador que completar uma das famílias ganha 5 pontos.

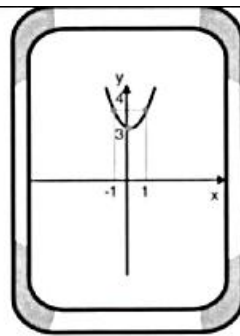
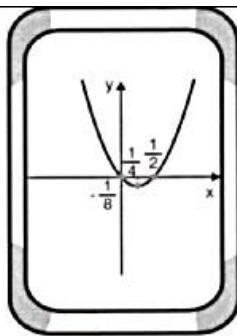
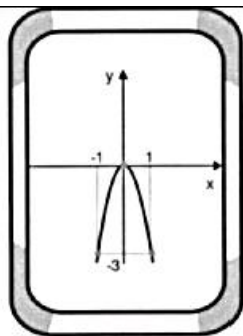
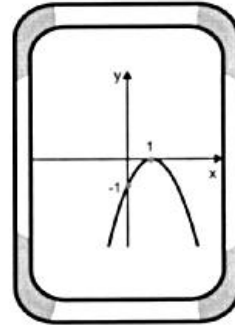
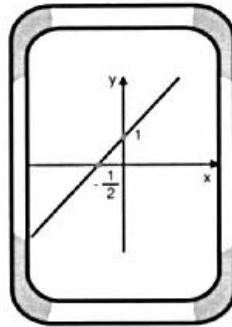
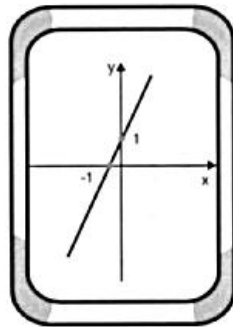
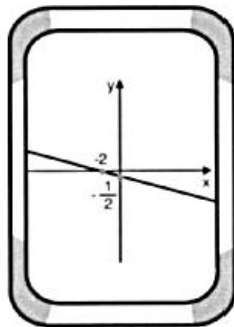
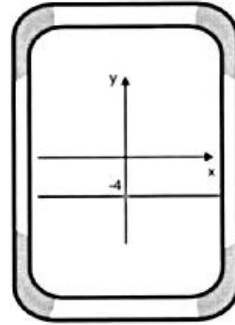
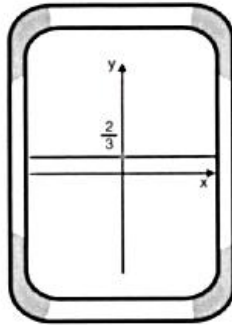
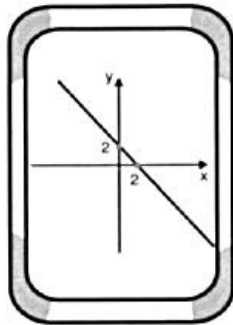
**As cartas são:**

- Cartas contendo expressões algébricas:





- Cartas contendo esboços de gráficos:



- Cartas contendo características das funções:

$$y = 2x^2 - x$$

$$y = x^2 + 3.$$

$$y = \frac{2}{3} \text{ para qualquer } x \text{ do domínio.}$$

-2 é raiz da função.

$$y \leq 0 \text{ quando } x \leq -\frac{1}{2} \text{ e } y \geq 0 \text{ quando } x \geq -\frac{1}{2}$$

1 é coeficiente angular e linear da função.

É uma função afim decrescente.

Possui concavidade para baixo e  $f(0) = -1$

a função é crescente em  $]-\infty, 0]$  e decrescente em  $[0, +\infty[$ .

$$y = -4 \text{ para qualquer } x \text{ do domínio.}$$

O gráfico da função intercepta o eixo y no ponto de ordenada -4.

O gráfico passa pelo ponto (0,0).

O gráfico é uma reta que intercepta o eixo x no ponto da abscissa  $-\frac{1}{2}$ .

O gráfico intercepta o eixo y no ponto de ordenada zero.

O gráfico da função y não intercepta o eixo x.

O ponto (0, -1) pertence ao gráfico.

O gráfico passa pela origem do plano cartesiano.

O gráfico passa pelo ponto (0, 1).

O gráfico da função é uma reta que passa por (0,2) e (0,2).

FUNÇÃO

### 3.3.4 Softwares

Com os avanços das tecnologias fica cada vez mais fácil ensinar, porém para isso exige melhor capacitação dos professores para o manuseio dessas tecnologias em pró da melhor aprendizagem dos alunos que na maioria das vezes sentem dificuldades de concentrarem-se em sala de aula, com isso não aprendem como deveria.

Para Van de Walle (2009, apud REGO, 2010, p.263) existem alguns critérios básicos a serem seguidos quando da avaliação de um software, antes de usa-lo na sala de aula:

1. Selecione softwares que possam ajuda-lo a ir além do que faria se desenvolvesse o conteúdo sem seu uso.
2. Procure analisar qual será a efetiva relação que o software promovera com o conteúdo a ser estudado e se proporcionara espaço para a reflexão,
3. Explore bem o software antes de usa-lo em sala de aula e avalie se ele não e demasiadamente complexo ou difícil de usar, desviando a atenção do estudante para oque não e efetivamente importante;
4. Observe como o software aborda a questão da auto avaliação, ou seja, se ele aponta ao aluno quando ele acertou ou errou, no caso dos que exploram exercícios e, ainda, se as explicações apresentadas irão auxiliar a compreensão do conteúdo;
5. Investigue se o software fornece opção de armazenamento de dados que possibilitem ao professor avaliar o progresso do estudante. Se não possui, planeje de que maneira poderia promover esse registro;
6. Verifique se são disponibilizadas orientações de uso e se elas são claras, apontando soluções para possíveis problemas;
7. Investigue se o software dispõe de opção para impressão da produção do estudante, ou se e possível salva-la e transporta-la para editores de textos;
8. Verifique se o software e de uso livre ou se seu uso e limitado. Em caso dos que forem adquiridos, observe se a licença e para uso em apenas uma maquina e se tem prazo para expirar;
9. Antes de iniciar o planejamento das atividades que desenvolvera com o software, confira se ele funciona nos computadores da escola ou se demandam muita memoria ou programas de apoio específicos.

Finalmente, o autor orienta os professores a combinarem atividades com o uso de um software com atividades sem ele (a exemplo de levantamentos de dados, em situações diversas) ou complementadas por outras ferramentas (como uma Planilha Eletrônica ou calculadora). Além disso, deve-se permitir inicialmente a exploração livre da ferramenta pelo estudante (sozinho ou em pequenos grupos) e, sempre que possível, preparar roteiros de investigação do software para evitar a dispersão. (RÊGO, 2010)

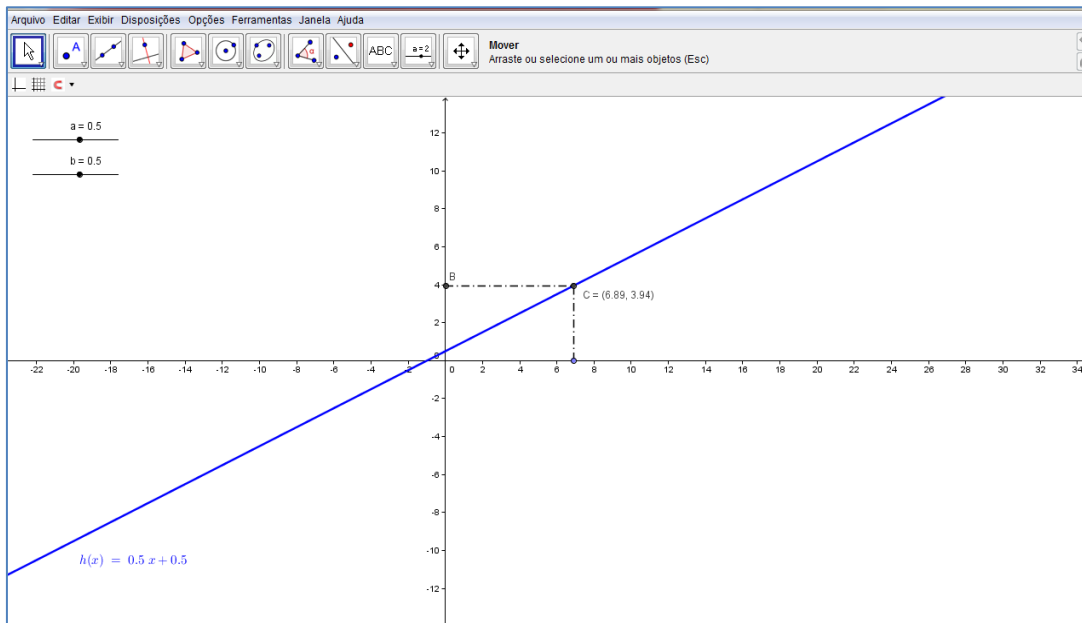
Os Softwares podem ser utilizados como ferramentas para chamarem a atenção dos alunos e despertarem sua curiosidade, além de facilitar seu aprendizado. O GeoGebra é um software de matemática dinâmica que junta geometria, álgebra e cálculo. Foi desenvolvido principalmente para o ensino e aprendizagem da matemática nas escolas básicas e secundárias, por Markus Hohenwarter, na universidade americana Florida Atlantic University. Por um lado, o GeoGebra é um sistema de geometria dinâmica. Permite construir vários objectos: pontos, vectores, segmentos, rectas, secções cónicas, gráficos representativos de funções e curvas parametrizadas, os quais podem depois ser modificados dinamicamente. Por outro lado, equações e coordenadas podem ser introduzidas directamente com o teclado. O GeoGebra tem a vantagem de trabalhar com variáveis vinculadas a números, vectores e pontos. Permite determinar derivadas e integrais de funções e oferece um conjunto de comandos próprios da análise matemática, para identificar pontos singulares de uma função, como raízes ou extremos. (HOHENWARTER; PREINER, 2007)

Como podemos perceber o Software GeoGebra, é um dos mais importantes para mostrar os conceitos de funções aos alunos, pois podemos manipular suas ferramentas mostrando assim todas as características das funções e com isso atrair a atenção e o interesse dos alunos pelo conteúdo.

Salvador orienta o professor a apresentar, em primeiro lugar, os conceitos mais gerais e inclusivos, basear a apresentação inicial desses conceitos em exemplos concretos que os ilustrem empiricamente, estabelecer sequências de aprendizagem ordenadas, partindo desses conceitos mais gerais e avançando até os mais específicos, introduzir os elementos mais específicos mostrando tanto as relações que mantém com os mais gerais como as que mantem entre si. (SALVADOR et al, 2000, p.238).

Vamos apresentar um exemplo de aplicação do GeoGebra em sala de aula com uma função de 1º grau do  $f(x) = ax + b$  como mostra a figura a seguir:

**Figura 11** – Aplicativo no GeoGebra



**1.** Movimente os seletores **a** e **b** na construção do GeoGebra.

- a) O que ocorre com a expressão da função  $f(x) = ax + b$ ?
- b) Qual a relação dos seletores com a expressão analítica da função? Cite três exemplos obtidos
- c) Selecione o valor 2 para o coeficiente angular **a** e para o coeficiente linear **b**. Qual foi a função obtida? Qual a equação da reta?
- d) Preencha a tabela movendo o ponto C segundo a função do item c).

**Tabela 1**

$x$	$y =$
-4	
-2	
0	
1	
4	

- e) Observe o ângulo  $\alpha$  de inclinação da reta  $y = 2x + 1$  em relação ao eixo X (sentido anti-horário). Qual foi o valor? O valor do ângulo está entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  ou entre  $90^\circ$  e  $180^\circ$  ?
- f) Preencha a tabela a seguir obtendo diferentes valores para os coeficientes de  $f(x) = ax + b$ , onde  $a \neq 0$  e  $b \in \mathbb{R}$ .

**Tabela 2**

g)	$a$	$b$	$f(x) = ax + b$	$\hat{\text{ângulo de}} \\ \text{inclinação}$
	2	1		
	4	-3		
	-6	5		
	-8	-7		

h) Qual a relação entre o sinal do coeficiente angular  $a$  e o ângulo de inclinação?

i) O sinal do coeficiente linear  $b$  interfere na inclinação da reta  $y = ax + b$ ?

2. Obtenha no GeoGebra funções satisfazendo as seguintes condições:

- Movimentando os seletores, obtenha uma função que intercepta o Eixo X na origem. Qual foi esta função?
- Movimentando apenas um dos seletores, obtenha outra função que também passa na origem. Qual foi a expressão algébrica da função obtida? Qual foi o seletor movimentado o **a** ou o **b**?
- Obtenha no GeoGebra uma função cujo gráfico intercepta o eixo X no ponto (2, 0). Qual a expressão analítica da função obtida?
- Obtenha outras retas que passam no eixo X. Quais foram as retas e quais foram os pontos?
- Qual é a principal característica do ponto de interseção de uma reta com o o eixo X?

3. Obtenha no GeoGebra exemplos de funções que interceptam o eixo Y satisfazendo as seguintes condições. Exiba cada função obtida e os pontos P de interseção:

- Com ângulo de inclinação maior que  $90^\circ$ ;
- Com ângulo de inclinação menor que  $90^\circ$ ;
- Com ordenada  $y = 1$  do ponto de interseção;
- Com ordenada  $y = -2$  do ponto de interseção P;

## 4. RESULTADOS DA PESQUISA

Neste capítulo apresentaremos os dados e os resultados da pesquisa obtidos através das visitas à escola e das entrevistas realizadas com os professores.

### 4.1 A Escola de Ensino Médio José Paulo de França

A Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio José Paulo de França está localizada no Centro da cidade de Marí, Paraíba e foi fundada em 26/01/1979 como uma instituição educacional municipal. No dia 26/01/1994 foi estadualizada passando a ser chamada Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio José Paulo de França.

A instituição possui sede própria, com várias salas de aula, banheiros masculino e feminino, uma quadra poliesportiva que está sendo coberta, pátio e sala de professores e direção, laboratório de informática, e a escola tem uma área construída de 2853 m<sup>2</sup>, também possui acessibilidade para portadores de necessidades especiais. O prédio está localizado bem no centro da cidade e tem um amplo acesso.

A escola, atualmente está funcionando no prédio da Escola Municipal de Ensino Fundamental professor José Honório Filho, pois seu prédio está em reforma desde o meio do ano passado (2012). A reforma do colégio já dura um ano e os alunos prejudicados, para os alunos não ficarem sem aula teve que dividir o espaço com o colégio LUÍZ MARIA DE FRANÇA durante o segundo semestre, passando para a escola José Hononório, no primeiro semestre de 2013 onde ainda estão. Mostrando com isso que a educação pouco representa para os governantes. Por isso percebemos essa decadência na educação, pois o tempo já é pouco para compreender os assuntos imagine dividindo esse tempo?

O Colégio funciona nos três turnos. Tecnicamente a escola está equipada com TV, vídeo, DVD, computadores, data show e materiais esportivos adquiridos através do Estado e verbas do governo Federal e PDDE. O colégio possui merenda de boa qualidade todos os dias. Os pais sempre comparecem a escola e com mais frequência nas reuniões e eventos.

O corpo docente do colégio é bem servido, pois conta com professores concursados, mesmo existindo alguns que não são concursados, mas tem boa formação e competência para exercer a função de professor.

Durante a pesquisa podemos perceber que a escola vem se organizando cada vez mais nos últimos tempos, pois no início de sua fundação foi considerada a melhor do município e entrou em decadência ao qual passou um bom período por causa da política partidária que mesmo ainda influenciando, tem colocado profissionais mais competentes para atender ao bom número de alunos existente, além de a maioria dos professores serem concursados, bem treinados e capacitados para lecionar suas áreas de conhecimento para enfrentar e atender as dificuldades dos educando.

A escola tem se mostrado bem responsável, o que não ocorria durante o período que estudei na mesma, pois havia falta de responsabilidade de alguns professores que lá lecionava, não por culpa deles, mas porque a escola era utilizada como campo político, devido a isso tínhamos pessoas desqualificadas exercendo a principal função responsável pela aprendizagem, de professor, após os concursos realizados pelo estado as coisas melhoraram bastante e com essa mudança esperamos que haja um bom desempenho na construção dos conhecimentos dos alunos preparando-os para a vida cotidiana independente de seu caminho que siga esteja preparado para os desafios.

#### **4.2 Questionário com os Professores da Escola**

Apresentaremos agora o questionário com os professores que teve início com uma conversa informal onde cada um relatou suas dificuldades de ensinar o conteúdo de funções. Ficou combinado em fazer a entrevista com cada um em momentos diferentes, porém por motivos de saúde, não conseguimos o tempo necessário, então entregamos a eles um questionário com as perguntas que faria pessoalmente, que foi respondido e enviado por e-mail. Foram entrevistados três professores que chamaremos de professor A, B e C.

As perguntas do questionário faziam referências à experiência do docente, aspectos didáticos e metodológicos do conteúdo Função, conhecimento dos professores sobre os documentos de orientação nacional e sobre o livro didático. Nos quadros a seguir apresentamos as respostas dos professores.



**Quadro 2 - Sobre a experiência docente**

<b>Pergunta</b>	<b>Professor A</b>	<b>Professor B</b>	<b>Professor C</b>
Há quanto anos ensina no Ensino Médio?	1 ano e meio	10 anos	11 anos
Quais turmas do Ensino Médio ministra atualmente?	(x) 1º Ano (x) 2º Ano (x) 3º Ano	(x) 1º Ano (x) 2º Ano (x) 3º Ano	(x) 1º Ano (x) 2º Ano (x) 3º Ano
Quantas de cada ano?	05 do 1º Ano 05 do 2º Ano 01 do 3º Ano	01 do 1º Ano 02 do 2º Ano 03 do 3º Ano	01 do 1º Ano 01 do 2º Ano 03 do 3º Ano
Há quanto tempo ministra aulas sobre Funções no Ensino Médio?	1 ano e meio	10 anos	11 anos
Qual a sua formação?	Graduado em Matemática e Física	Graduado em Matemática Licenciatura e Bacharel.	Graduado em Matemática
Em que instituição foi formado?	Na Universidade Federal da Paraíba.	Na Universidade Federal da Paraíba.	Na Universidade Federal da Paraíba.

**Quadro 3 - Sobre o conteúdo Função**

<b>Pergunta</b>	<b>Professor A</b>	<b>Professor B</b>	<b>Professor C</b>
Existe alguma dificuldade sua em ensinar o conteúdo Função? Quais?	As dificuldades não são muitas, mas existe principalmente na parte que se trata de funções compostas, inversas e modulares.	Não.	A dificuldade em fazer os alunos compreenderem os gráficos
Quais as dificuldades dos alunos com este conteúdo?	Na maioria das vezes é na falta de familiaridade dos alunos com os conceitos básicos e fundamentais da matemática.	Geralmente os alunos não abordam ou pouco conhecem o assunto de função, já que alguns professores não dão muita ênfase, quando do nono ano devem-se dar um enfoque maior. É claro que na maioria a falta de interesse afeta o bom desempenho.	Eles têm dificuldades de trazer o assunto de função para o seu cotidiano.
Como você conduz suas aulas sobre o ensino de Funções? Está satisfeito ou gostaria que fosse de outra forma?	Estou satisfeito, pois relaciono o conteúdo teórico com o dia-a-dia dos alunos propiciando maior rapidez na aprendizagem.	Apresento o conteúdo sobre conjuntos, o produto cartesiano e o princípio de relação binária entre dois conjuntos não vazios, algumas situações concretas do cotidiano local.	Apresento o conteúdo tentando mostrar sua aplicação no cotidiano dos alunos, para, a partir daí entrar na teoria do livro.
Utiliza alguns dos recursos metodológicos:	<input checked="" type="checkbox"/> Resolução de Problemas (teoria de Polya) <input checked="" type="checkbox"/> História da Matemática <input checked="" type="checkbox"/> Softwares Matemáticos <input type="checkbox"/> Jogos matemáticos	<input type="checkbox"/> Resolução de Problemas (teoria de Polya) <input type="checkbox"/> História da Matemática <input checked="" type="checkbox"/> Softwares Matemáticos <input checked="" type="checkbox"/> Jogos matemáticos	<input type="checkbox"/> Resolução de Problemas (teoria de Polya) <input type="checkbox"/> História da Matemática <input checked="" type="checkbox"/> Softwares Matemáticos <input checked="" type="checkbox"/> Jogos matemáticos

**Quadro 4 - Sobre os documentos de orientação do Ensino Médio**

<b>Pergunta</b>	<b>Professor A</b>	<b>Professor B</b>	<b>Professor C</b>
O professor conhece os documentos de orientação nacional do Ensino Médio? Quais?	Sim, OCN, PCNEM, e é claro a LDB.	Sim, PCN, e a LDB, Além do Plano Estadual de Ensino	Sim, OCN, PCNEM, e é claro a LDB.
O professor já consultou alguns desses documentos para se informar quais são as orientações para o conteúdo Função? Conhece algumas?	Sim, aplicar a teoria no dia-a-dia do aluno, ou melhor, fazer com que ele faça essa aplicação.	Já, geralmente tratam de contextualizar com a realidade local.	Sim, pois ajuda melhorar nossa concepção sobre como contextualizar o conteúdo a nossa realidade.

**Quadro 5-** Sobre o livro didático

<b>Pergunta</b>	<b>Professor A</b>	<b>Professor B</b>	<b>Professor C</b>
Qual o livro didático adotado na escola para o 1º ano de Ensino Médio?	Um livro da editora moderna, denominado Conexões com a matemática.	Conexões com a matemática da editora moderna.	Conexões com a matemática da editora moderna.
Você acha que o livro adotado é suficiente para a preparação das aulas sobre o conteúdo Funções? Consulta mais de um livro? Justifique suas respostas.	Não. Consulto outras bibliografias apenas para ter uma diversidade maior de problemas e teorias.	Não. Consulto mais de um livro, pois não há um livro que traduza o assunto de modo didático e satisfatório.	Não. Consulto mais de um livro, pois em outros livros podemos encontrar atividades complementares que ajudem na compreensão do conteúdo.
O livro adotado traz orientações para o uso de jogos matemáticos, softwares matemáticos ou ainda o uso da História como recurso didático?	O livro adotado faz uso da História como recurso didático.	Poucos.	O livro adotado usa a História como recurso didático.

Durante a conversa informal relataram que eram concursados e que já tentaram mudar a metodologia de ensino para adequar as dificuldades dos alunos, porém esbarrou na falta de interesse dos alunos, por isso o questionário mostra uma situação de comodismo.

Como podemos observar nas respostas do questionário, todos os professores são formados na área em que lecionam e têm conhecimentos sobre os documentos que regem a educação como PCN e LDB, são considerados experientes na profissão (exceto o professor C) e possuem várias turmas no Ensino Médio.

Sobre o conteúdo de Funções, ambos os professores, têm dificuldades em fazer seus alunos compreenderem o conteúdo, especialmente em trabalhar com gráficos e trazer o conteúdo para o cotidiano. Sem expor na entrevista relataram que gostam das suas aulas, porém sentem a falta de estrutura na escola, devido à reforma no prédio principal, para inovarem, bem como falta interesse de alguns alunos que até reclamam quando buscam melhorar os seus conhecimentos através de pesquisas e exercícios.

Os professores reclamam da deficiência dos alunos relatando que o aluno não tem o conhecimento prévio que deveria, ficando bastante difícil sua aprendizagem, por isso temos os alunos sendo prejudicados, pois o que deveria aprender em anos anteriores não aprende, ficando prejudicados e com dificuldades em anos posteriores.

Sobre o livro didático, os professores apresentam ideias parecidas, pois o consideram as metodologias do livro insuficiente para elaborar uma boa aula buscando outras referências para complementar os conteúdos, o professor B ainda ressalta que não encontra nenhum que forneça metodologia satisfatória para a elaboração de sua aula.

Os professores apresentaram a mesma ideia do livro com exceção do professor B que resumiu os recursos didáticos apenas como poucos, mas os outros relataram que o recurso utilizado é apenas História da Matemática, ao analisar o livro percebemos também a resolução de problemas como recurso, não sabe se os professores não tem conhecimento ou não quiseram relatar.

De acordo com as respostas do questionário podemos observar a situação da educação brasileira, pois os alunos chegam a estágios superiores sem atingir conhecimento necessário pra seu desenvolvimento em anos posteriores. Como percebemos no questionário os professores se dizem satisfeitos com suas aulas e com suas metodologias de ensino para diminuir as dificuldades de entendimento dos assuntos abordados, se queixando informalmente da falta de estrutura na base da

formação deixando uma lacuna no conhecimento do aluno o que dificulta sua aprendizagem, com isso culpa sempre fica para o professor que o leciona atualmente.

### **4.3 Analisando o livro didático adotado**

Nesta seção pretendemos fazer uma descrição de como o livro do Ensino Médio adotado na escola propõe o trabalho com o conteúdo Função e se está de acordo com o referencial teórico estudado.

Na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio José Paulo de França, foi adotado para o Ensino Médio, especificamente para a Matemática, a coleção Conexões com a Matemática da editora Moderna, ano de 2010 da autoria de, Juliane Matsubara Barroso O estudo de Função é inicialmente proposto no livro 1, onde na unidade 1 apresenta teorias sobre conjuntos e suas operações, iniciando o conteúdo de funções na Unidade 2 que apresenta os conjuntos e suas operações e a partir do capítulo 3 apresentando subtópicos como conceito, gráfico e análise de gráfico de uma função; função polinomial; composta; inversa e função par e ímpar e conclui o capítulo com exercícios complementares, resumo do capítulo e auto avaliação.

Na unidade 3 o livro destaca as funções polinomiais. No capítulo 4 apresenta a função afim, o seu gráfico e inequações concluindo o capítulo com exercícios complementares, resumo do capítulo, autoavaliação e resolução comentada.

O capítulo 5 está dividido em: função quadrática, seu gráfico e inequações concluindo o assunto com exercícios complementares, resumo do capítulo, auto avaliação e resolução comentada. A outra parte do capítulo 5 é Função modular iniciando com módulo ou valor absoluto, função modular, equações modulares e inequações modulares, concluindo com exercícios complementares.

Na unidade 4 destaca outras funções importantes e aplicações. No capítulo 6 destaca função exponencial, introdução, função exponencial equações e inequações exponencial concluindo com exercícios complementares, resumo do capítulo e autoavaliação.

No capítulo 7 conclui o assunto função, com função logarítmica que está dividido em introdução, ao estudo da função logarítmica, propriedades operatórias dos logaritmos e mudança de base, cálculo de logaritmos, a função logarítmica, equações e inequações logarítmicas, concluindo o capítulo com exercícios complementares, resumo do capítulo, autoavaliação e resolução comentada.

Uma análise deste livro nos permite afirmar que não são propostos exercícios ou atividades envolvendo História da Matemática, Resolução de Problemas, o uso de jogos ou de softwares como recurso didático para o conteúdo de funções, porém didaticamente é um livro razoável mente bom com algumas lacunas como todo livro didático, mas de fácil entendimento dos conteúdos. Os professores apontaram a História da Matemática utilizada como recurso, pelo que podemos observar o livro não apresenta essa característica para o conteúdo de funções apresentando apenas para outros conteúdos.

No livro 2 o conteúdo de Funções aparece apenas na unidade 1 que diz respeito a trigonometria, sendo apresentado no capítulo 2 como principais funções trigonométricas e está dividido em funções periódicas, o ciclo trigonométrico, a função seno, cosseno, tangente, trigonométricas inversas, construção de gráficos e aplicações das funções trigonométricas, concluindo com exercícios complementares, resumo do capítulo, autoavaliação e resolução comentada.

Uma análise deste livro permite afirmar que são propostas exercícios ou atividades envolvendo Resolução de Problemas, em um sentido mais próximo da proposta de Polya, como podemos perceber nas figuras abaixo, porém não apresenta sobre História da Matemática, nem sobre o uso de jogos ou de softwares como recurso didático.

O livro 3 da coleção não apresenta o conteúdo de funções, mas utiliza algumas funções nos conteúdos do 3º ano na parte de Geometria Analítica (equações do 1º e 2º graus).

Podemos concluir que os livros adotados apesar de trazerem poucos recursos metodológicos apresenta uma fácil compreensão dos conteúdos com linguagem fácil. Essa análise foi muito importante para o conhecimento do livro adotado pela escola para ter noção do material didático utilizado pelos professores.

Figura 12 – Exemplo de Resolução de problema (BARROSO, página 84, 2010)

Resolução comentada

Analisar  
uma função  
trigonométrica

### Problema

(UFMT) Em um determinado ciclo predador-presa, a população  $P$  de um predador no instante  $t$  (em meses) tem como modelo  $P = 10.000 + 3.000 \sin\left(\frac{2\pi t}{24}\right)$ , e a população  $p$  de sua fonte básica de alimento (sua presa) admite o modelo  $p = 15.000 + 5.000 \cos\left(\frac{2\pi t}{24}\right)$ .

O gráfico [abaixo] apresenta ambos os modelos no mesmo sistema de eixos cartesianos.

Em relação ao ciclo predador-presa, assinale a afirmativa incorreta.

- Os modelos  $P$  e  $p$  têm o mesmo período de 24 meses.
- A maior população de predadores, nesse ciclo, é 13.000.
- Em  $t = 48$  meses, a população de predadores é igual à de presas.
- A média aritmética entre os valores da menor população de presas e da menor população de predadores, nesse ciclo, é 8.500.
- No início do ciclo predador-presa ( $t = 0$ ), existem 10.000 predadores e 20.000 presas.

Ciclo predador-presa

### Resolução

Este problema apresenta uma situação em que dois fenômenos são descritos por duas leis e foram representados graficamente. Como cada alternativa explora uma informação diferente, para saber qual é a incorreta devemos analisar uma a uma, ou por meio do gráfico ou estudando as leis das funções.

**■ Utilizando o gráfico**

<p><b>a)</b> </p> <p>Observe que ambos os períodos são iguais (24 meses). Essa alternativa está <i>correta</i>.</p>	<p><b>c)</b> </p> <p>Para <math>t = 48</math> meses, observa-se no gráfico que o valor das duas populações é diferente (<math>p &gt; P</math>). Assim, essa é a alternativa <i>incorreta</i>.</p>
<p><b>b)</b> Como a graduação do eixo <math>y</math> não é suficiente para determinar, com exatidão, a população máxima de cada período, somente com a análise gráfica não é possível verificar se essa alternativa está <i>correta</i>.</p>	<p><b>d)</b> Os dados do gráfico não são precisos para calcular a média aritmética solicitada.</p>

84

**Figura 13-** Exemplo de Resolução de problema (BARROSO, página 85, 2010)

e)

Então, para  $t = 0$ , existem 10.000 predadores e 20.000 presas.

**Utilizando as leis das funções**

a) Precisamos calcular o período de cada função.  
 Para  $P$ , temos:  $\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{24}} = 24$ ; e para  $p$ , temos:  $\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{24}} = 24$   
 Ou seja, as duas leis descrevem funções que têm o mesmo período (24 meses) e, portanto, essa alternativa está *correta*.

b) A imagem da função  $f(t) = \sin t$  é  $[-1; 1]$ . Quando a função é multiplicada por 3.000, a nova imagem é  $[-3.000; 3.000]$ . Adicionando 10.000, a nova imagem será  $[7.000; 13.000]$ . Portanto, a função  $P$  tem imagem  $[7.000; 13.000]$ . A maior população assumida será 13.000. A alternativa está *correta*.

c) Para verificar se em 48 meses a população de predadores é igual à de presas, basta substituir  $t = 48$  em ambas as equações:  
 $P(48) = 10.000 + 3.000 \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot 48}{24}\right) \Rightarrow P(48) = 10.000$   
 $p(48) = 15.000 + 5.000 \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot 48}{24}\right) \Rightarrow p(48) = 20.000$   
 Então,  $P(48) \neq p(48)$ , e essa é a alternativa *incorreta*.

d) O menor valor que a função  $P$  pode assumir é quando  $\sin\left(\frac{2\pi t}{24}\right) = -1$ . Então, para esse valor de seno,  $P = 10.000 + 3.000 \cdot (-1) = 7.000$   
 Já o menor valor que a função  $p$  pode assumir é quando  $\cos\left(\frac{2\pi t}{24}\right) = -1$ . Então, para esse valor de cosseno,  $p = 15.000 + 5.000 \cdot (-1) = 10.000$   
 A média aritmética entre esses valores é:  $\frac{7.000 + 10.000}{2} = 8.500$   
 A alternativa está *correta*.

e) No início do ciclo significa  $t = 0$ . Então:  
 $P(0) = 10.000 + 3.000 \cdot \sin 0 \Rightarrow P(0) = 10.000$   
 $p(0) = 15.000 + 5.000 \cdot \cos 0 \Rightarrow p(0) = 20.000$   
 Essa alternativa está *correta*.

**Comparem as resoluções**  
 Escolham uma das resoluções e escrevam no caderno um comentário sobre ela.  
 Se vocês pensaram em uma forma diferente de resolver esse problema, elaborem a resolução no caderno e façam um comentário a respeito.

**Varição do problema**  
 Esbocem os gráficos, determinem o período e o valor máximo de cada função.

a)  $F(x) = 6.000 + 2.000 \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{35}\right)$     b)  $f(x) = 4.000 - 2.000 \cdot \cos\left(\frac{2\pi x}{25}\right)$



## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentamos em nosso trabalho opções que possam ser útil para o professor na hora de ensinar o conteúdo funções mostrando recursos didáticos para melhorar a aprendizagem dos alunos apresentadas pelas Orientações Nacionais para o ensino de funções como a História da Matemática, a Resolução de Problemas, Jogos e Softwares como recursos metodológicos.

Durante a pesquisa observamos que os professores conhecem os documentos oficiais de orientação ao Ensino Médio e os utilizam para complementar seus conhecimentos na hora de ensinar os conteúdos, como exemplo contextualizar o conteúdo a realidade dos alunos.

De acordo com as pesquisas percebemos que os professores apresentam características parecidas utilizando técnicas semelhantes para lecionar, buscando nas orientações nacionais para o Ensino Médio maneiras para melhorar seu desempenho e o desempenho dos alunos na aprendizagem, até nas dificuldades com o conteúdo Função e facilidades em ensinar aos alunos são parecidos.

Em nossa pesquisa podemos visualizar que o livro didático que é o principal amigo do aluno no processo de aprendizagem, tem falhas, pois os professores relatam no questionário que utilizam outros livros para complementarem seus conteúdos, com isso o aumenta a dificuldade de aprendizagem do aluno que em sua maioria sente dificuldades na matemática, mesmo sabendo que falta um empenho maior por parte dos pais e dos alunos para suprir essa dificuldade.

Porém o sistema educacional brasileiro tem sofrido com a corrupção dos políticos que desviam as verbas enviadas que já são poucas, com isso temos muitas tecnologias disponíveis e nas escolas podemos presenciar pouco aproveitamento delas, para atrair o aluno para estudar e aprender. Outro problema é a falta recursos bem empregados na área de apoio de conhecimento, como informatização para todos, porém tem que instruir todos para saberem manusear os equipamentos, além da falta do compromisso dos pais, que são os principais responsáveis pela educação de seus filhos, que por sua vez culpam o governo esquecendo sua responsabilidade. Para conseguirmos uma educação de qualidade se faz necessário a participação e o empenho da sociedade e toda comunidade, pois não adiantará de nada se o governo investir em educação se não tiver o apoio de todos para melhorar a educação.

Infelizmente, temos percebido ultimamente, que a maioria dos alunos da escola pública, que em outros tempos eram os melhores, hoje são alunos reféns do seu meio social e que na maioria das vezes não se importam com seu desenvolvimento aumentando a criminalidade e a desestruturação da família. Como podemos perceber nos noticiários, a violência tem invadido a escola e os professores estão com medo de ensinar.

A violência nas escolas é um problema em todo o Brasil. Na reportagem intitulada *Violência nas escolas afeta alunos e professores em todo o país* de autoria de Natália Ariede ao Jornal Hoje<sup>2</sup>, em São Paulo, por exemplo, o Sindicato dos Professores fez uma pesquisa e descobriu que a maioria dos professores tem medo de ir pra escola. Oito em cada dez professores já viram casos de violência. E muitas vezes também foram vítimas. Devido às más companhias e o desprezo por parte da maioria dos pais, os alunos não tem desenvolvido seu interesse pelos estudos, vão para a escola como obrigação para não perder o benefício do programa Bolsa Família dado pelo governo que obrigam os pais a manterem seus filhos em sala de aula, deixando a aprendizagem e o desenvolvimento intelectual em segundo plano. Com esse pensamento e com a facilidade de acesso às drogas na atualidade tem provocado o aumento da violência nos colégios.

A realidade que hoje encontramos a educação brasileira, não só em Marí, mas em todo país é uma maquiagem, pois o governo não oferece condições dignas para os profissionais da educação exercerem suas funções, principalmente os professores que ganham mal e não tem estrutura para pôr em prática suas ideias, por isso temos uma “formação” de faz de conta, o professor faz de conta que ensina e o aluno faz de conta que aprende, o governo faz de conta que se preocupa com a educação e temos uma educação defasada.

---

<sup>2</sup> Disponível em: <http://g1.globo.com/jornal-hoje/noticia/2013/05/violencia-nas-escolas-afeta-alunos-e-professores-em-todo-o-pais.html> Acesso em 20.mai.2013.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARIEDE, Natália. **Violência nas escolas afeta alunos e professores em todo o país**, Disponível em: <http://g1.globo.com/jornal-hoje/noticia/2013/05/violencia-nas-escolas-afeta-alunos-e-professores-em-todo-o-pais.html> Acesso em 20.mai.2013.

BARROSO, Juliane Matsubara, **Conexões Com a Matemática, Volume 1**, Editora Moderna, São Paulo, 2010.

BARROSO, Juliane Matsubara, **Conexões Com a Matemática, Volume 2**, Editora Moderna, São Paulo, 2010.

BARROSO, Juliane Matsubara, **Conexões Com a Matemática, Volume 3** , Editora Moderna, São Paulo, 2010.

BRASIL, **Orientações Curriculares Para o Ensino Médio**. Ministério da Educação, 2006.

BRASIL, **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares**. Ministério da Educação, 2002.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio**. Ministério da Educação, 1997.

FIORENTINI, D. LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**. Campinas: Autores Associados, 2009.

HOHENWARTER Markus, PREINER Judith, **Tutorial Geogebra**, 2007.

LIMA Edson de Figueiredo Jr et al. **Livro Texto de MEB II**, UFPB, João Pessoa, 2008.

SMOLE A et al. **Cadernos do Mathema. Jogos de Matemática de 1º a 30 ano**.Porto Alegre: Artmed., 2008.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POZO, Juan Ignácio. **A Solução de Problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

RÊGO, Rogéria. **Livro texto de TEM III**,UFPB. João Pessoa, 2010.

SALVADOR, C. Coll. et al. **Psicologia do Ensino**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SÉRGIO, Gentil Marcondes. **Matemática Novo Ensino Médio Volume Único**. Editora Ática. São Paulo, 2001.


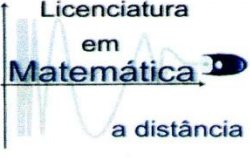
SIQUEIRA, Rejane. **Desenvolvimento histórico do conceito de Função, disponível em:** [http://www.unifal-mg.edu.br/matematica/?q=hist\\_funcao](http://www.unifal-mg.edu.br/matematica/?q=hist_funcao), acesso em 26. Mai.2013.

TREVISAN, Rita. Revista Nova Escola. **Em busca da identidade**. Edição especial, 2011.

SÁ, Ilydio Pereira de. **Revista Pesquisas e Práticas em Educação Matemática**, Número 1, 2009.

ANEXO A

Autorização da Escola para Pesquisa de Campo

	<p>Universidade Federal da Paraíba Universidade Aberta do Brasil Centro de Ciências Exatas e da Natureza Departamento de Matemática Licenciatura em Matemática a Distância</p>	<p>Licenciatura em <b>Matemática</b> a distância</p> 
---	--	--

Da: Coordenação

Para: Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio José Paulo de França

Autorização para Pesquisa de Campo

Prezado(a) MARIA APARECIDA BARBOSA

Vimos por meio deste, solicitar autorização de Vossa Senhoria para que o aluno José Marcos da Silva, matrícula 90811070, da disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso, do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba, do Polo da cidade de Marí - PB, realize as atividades de observação e pesquisa com intervenção em campo para coleta de dados nesta Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio José Paulo de França, bem como, divulgar o resultado da pesquisa, como fotos e questionários com os professores em seu trabalho. O aluno deverá acompanhar e ou observar algumas atividades desenvolvidas no cotidiano.

O aluno acima citado se compromete em guardar sigilo de fatos confidenciais e ainda deixar à disposição da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio José Paulo de França os dados e as análises resultantes do projeto desenvolvido.

Outrossim, informamos que todas as atividades acima descritas serão desenvolvidas pelo(a) aluno(a), sob orientação de um professor pesquisador vinculado à Universidade Federal da Paraíba.

Contando com a colaboração de Vossa Senhoria, subscrevemo-nos e pedimos sua autorização.

Atenciosamente,  
25 de julho de 2013.

*José Marcos da Silva*  
Aluno(a) do curso de Matemática

*Ana Glória de Oliveira*  
Coordenação Polo de Autorizo a intervenção;  
Maria Aparecida Barbosa de Souza  
Ade 0.300  
Mat. 74-4  
Diretor(a)

*Ana Glória de Oliveira*  
Coord. Polo  
Mat. 74-4

## ANEXO B

Fotos da Escola Municipal José Honório (onde os alunos estão estudando)



Foto 1 -Escola Municipal José Honório





Foto 2 - Escola Municipal José Honório



Foto 3 - Escola Municipal José Honório



Foto 4 - Escola Municipal José Honório

## ANEXO C

Fotos do prédio do Colégio José Paulo de França (em reforma)



Foto 1 - Colégio José Paulo de França (em reforma)



Foto 2 - Colégio José Paulo de França (em reforma)





Foto 3 - Colégio José Paulo de França (em reforma)



Foto 4 - Colégio José Paulo de França (em reforma)



Foto 5 - Colégio José Paulo de França (em reforma)



Foto 6 - Colégio José Paulo de França (em reforma)



Foto 7 - Colégio José Paulo de França (em reforma)



Foto 8- Colégio José Paulo de França (em reforma)



Foto 10 - Colégio José Paulo de França (em reforma)