УДК 624.012

РОЗРАХУНОК СТИСНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЗА ПЕРШОЮ ФОРМОЮ РІВНОВАГИ

РАСЧЕТ СЖАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО ПЕРВОЙ ФОРМЕ РАВНОВЕСИЯ

CALCULATION OF COMPRESSED ELEMENTS ON THE FIRST FORM OF EQUILIBRIUM

Ужегова О.А., к.т.н., доцент, Ужегов С.О., асистент, Ротко С.В. к.т.н., доцент, Задорожнікова І.В., к.т.н., доцент, Луцький національний технічний університет, м. Луцьк

Ужегова О.А., к.т.н., доцент, Ужегов С.О., ассистент, Ротко С.В., к.т.н., доцент, Задорожникова И.В., к.т.н., доцент, Луцкий национальный технический университет, г. Луцк

Uzhehova O.A., candidate of technical sciences, associate professor, Uzhehov S.O., teaching assistant, Rotko S.V., candidate of technical sciences, associate professor, Zadorozhnikova I.V., candidate of technical sciences, associate professor, Lutsk National Technical University, Lutsk

Стаття присвячена методиці розрахунку стиснутих залізобетонних елементів на основі деформаційної моделі за національними нормами з урахуванням впливів першого і другого порядку. Наведено алгоритм розрахунку стиснутих елементів за першою формою рівноваги.

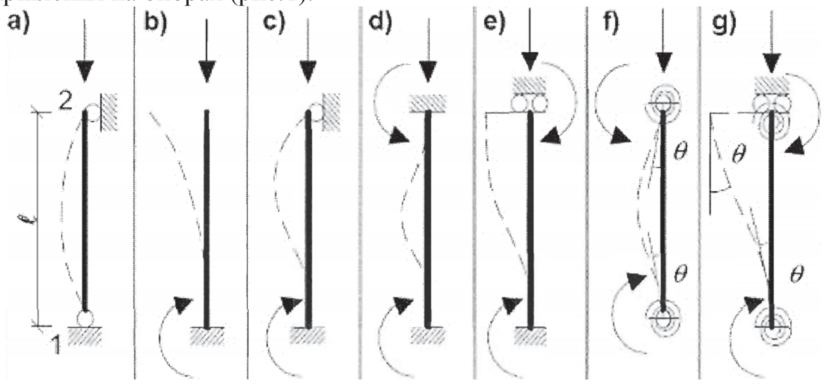
Статья посвящена методике расчета сжатых железобетонных элементов на основе деформационной модели по национальным нормам с учетом влияний первого и второго порядков. Приведен алгоритм расчета сжатых элементов по первой форме равновесия.

The article is devoted to the calculation method of the compressed concrete elements based on deformation models with national norms subject to the effects of first and second order. The algorithm of calculation of compressed elements on the first form of balance.

Ключові слова:
стиск, бетон, арматура, ексцентриситет.
сжатие, бетон, арматура, эксцентриситет.
compression, concrete, reinforcement, eccentricity.

При розрахунку стиснутих елементів слід враховувати впливи першого і другого порядку. Впливом першого порядку є випадковий ексцентриситет, який обчислюють як $e_i \geq max\{h/30; l/600; 10мм\}$.

За нормами EN 1992-1-1 [3] рекомендовано приймати $e_i = l_o/400$, де l_o – розрахункова довжина стиснутого елемента, що залежить від способу його закріплення на опорах (рис.1).



$l_o = l$; $l_o = 2l$; $l_o = 0,7l$; $l_o = l/2$; $l_o = l$; $l/2 < l < l$; $l_o > 2l$

Рис.1. Визначення розрахункової довжини стиснутого стержня та можлива втрати стійкості при різних закріпленнях на краях [3]

Деформовану схему (вплив другого порядку) можна не враховувати, якщо гнучкість елемента $\lambda = l_o/i$ є меншою від граничної величини λ_{lim}, тут l_o– приведена довжина (рис. 1); i – радіус інерції бетонного перерізу без тріщин (для прямокутного перерізу $i = 0,289h$).

Величину λ_{lim} норми [2, п. 6.2.2; 3, п. 5.8.3] рекомендують визначати за формулою:

$$\lambda_{lim} = 20ABC/\sqrt{n}\ , \qquad (1)$$

де $A = 1/(1+0,2\varphi_{ef})$, якщо коефіцієнт φ_{ef} невідомий, приймають $A = 0,7$; $B = \sqrt{1+2\omega}$, якщо ω невідомо, приймають $B = 1,1$; $C = 1,7 - r_m$, якщо r_m невідомо, то приймають $C = 0,7$; $\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty,t_o)} \cdot M_{0Eqp}/M_{0Ed}$ – приведений коефіцієнт повзучості; у практичних розрахунках найчастіше приймають $\varphi_{ef} = 2$; коефіцієнт повзучості $\varphi_{ef} = 0$, якщо виконуються умови: гранична величина коефіцієнта повзучості $\varphi_{(\infty,t_o)} \leq 2$; гнучкість $\lambda \leq 75$; $M/N \geq h$, де момент M визначають з урахуванням ефекту першого порядку.

$\omega = A_s f_{yd}/A_c f_{cd}$ – коефіцієнт армування; A_s – загальна площа перерізу арматури; $n = N_{Ed}/A_c f_{cd}$ – відносна осьова сила; N_{Ed} – відносна осьова сила; A_c – площа стиснутої частини перерізу;

$r_m = M_{01} / M_{02}$ – співвідношення моментів; $\boldsymbol{M_{01}}$, $\boldsymbol{M_{02}}$ – моменти першого порядку на краях, $|M_{01}| \geq |M_{02}|$; $\boldsymbol{M_{0Eqp}}$ –момент з урахуванням ефекту першого порядку при практично постійному сполученні навантажень (граничний стан II групи); $\boldsymbol{M_{0Ed}}$ – момент з урахуванням ефекту першого порядку при розрахунковому сполученні навантажень (граничний стан за несучою здатністю).

Якщо моменти на краях $\boldsymbol{M_{01}}$ і $\boldsymbol{M_{02}}$ дають розтяг з однієї сторони, $\boldsymbol{r_m}$ необхідно приймати додатнім (тобто $\boldsymbol{C \leq 1{,}7}$), в іншому разі – від'ємним (тобто $\boldsymbol{C > 1{,}7}$); $\boldsymbol{r_m}$ необхідно приймати рівним 1,0 (тобто $\boldsymbol{C = 1{,}7}$) у наступних випадках:

- у розкріплених елементах, у яких моменти першого порядку виникають тільки або переважно від неточностей або поперечного навантаження;
- для взагалі не розкріплених елементів.

При врахуванні деформацій другого порядку [5, п. 1.3.1] сумарний ексцентриситет поздовжньої сили збільшується в $\boldsymbol{\eta}$ разів, де

$$\eta = 1 + \beta / (\mathrm{N_B}/\mathrm{N} - 1), \qquad (2)$$

де $N_B = \pi^2 EI / l_0^2$ – критична сила; $\beta = \pi^2 / \mathrm{c}_0$; $\boldsymbol{c_0}$ – коефіцієнт, залежить від розподілу моменту з урахуванням ефектів першого порядку: $\boldsymbol{c_0} = 8$ при постійному моменті або при відсутності поперечного навантаження; $\boldsymbol{c_0} = 9{,}6$ при параболічній епюрі моментів; $\boldsymbol{c_0} = 12$ при симетричній трикутній епюрі моментів; $\boldsymbol{EI}$ – номінальна жорсткість перерізу:

$$\boldsymbol{EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s}, \qquad (3)$$

де $\boldsymbol{I_c}$ – момент інерції бетонного поперечного перерізу відносно центральної осі; $\boldsymbol{E_{cd}}$ – розрахунковий модуль пружності бетону; $\boldsymbol{E_s}$ – модуль пружності арматури; $\boldsymbol{I_s}$ – момент інерції арматури; у першому наближенні приймають коефіцієнт армування $\boldsymbol{\rho_l = 0{,}01}$, при якому $\boldsymbol{I_s = 0{,}01A_c(0{,}5\ h - a)^2}$; $\boldsymbol{K_c}$ – коефіцієнт, що враховує вплив тріщин, повзучості та ін.; $\boldsymbol{K_s}$ – коефіцієнт впливу арматури; при $\boldsymbol{\rho_l = 0{,}01}$ приймають $\boldsymbol{K_s} = 1$.

При використанні спрощеної діаграми деформування бетону можуть реалізуватися дві форми рівноваги перерізу:

- при першій формі рівноваги (рис.2) весь переріз стиснутий (умовна висота стиснутої зони $\boldsymbol{x \geq h}$);
- при другій формі рівноваги частина перерізу стиснута, а частина розтягнута ($\boldsymbol{x < h}$).

За межу між двома формами рівноваги можна приймати $\boldsymbol{e_0 = r}$, де $\boldsymbol{e_0}$ – сумарний ексцентриситет поздовжньої сили з урахуванням впливу деформацій першого і другого порядку; $\boldsymbol{r}$ – відстань від центральної осі перерізу до ядрової точки (у загальному випадку $\boldsymbol{r = W_{red} / A_{red}}$, для прямокутного перерізу приймають $\boldsymbol{r = h / 6}$).

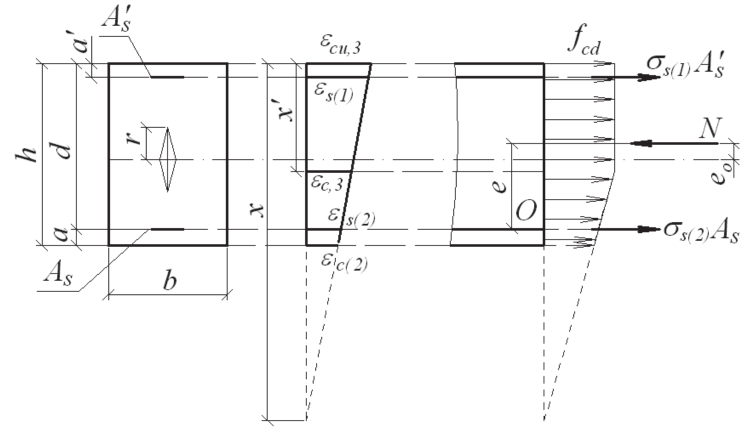


Рис. 2. До визначення умовної висоти стиснутої зони для першої форми рівноваги

При першій формі рівноваги фіброві деформації в більш стиснутій частині перерізу в граничному стані дорівнюють $\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3}$, а в менш стиснутій фібрі $0 < \varepsilon_{c(2)} < \varepsilon_{cu3}$.

Деформації $\varepsilon_{c(2)}$ в загальному випадку залежать від величини ексцентриситету e_o: $\varepsilon_{c(2)} = \varepsilon_{cu3}(1 - e_0 / r)$.

Умовна висота стиснутої зони бетону визначається за рис.2 з пропорції $\dfrac{\varepsilon_{cu3}}{x} = \dfrac{\varepsilon_{c(2)}}{x-h}$ звідки $x = h\dfrac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} - \varepsilon_{c(2)}}$.

Деформації ε_{c3}, при яких напруження в бетоні досягають межі міцності f_{cd}, визначають за координатою x', яку обчислюють з пропорції $\dfrac{\varepsilon_{cu3}}{x} = \dfrac{\varepsilon_{c3}}{x - x'}$ (рис. 2) за формулою: $x' = x\dfrac{\varepsilon_{cu3} - \varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{cu3}}$.

Деформації в арматурі (рис. 2) визначають з пропорцій: $\dfrac{\varepsilon_{cu3}}{x} = \dfrac{\varepsilon_{s(1)}}{x - a'}$, звідки $\varepsilon_{s(1)} = \dfrac{\varepsilon_{cu3}(x - a')}{x}$; $\dfrac{\varepsilon_{cu3}}{x} = \dfrac{\varepsilon_{s(2)}}{x - d}$, звідки $\varepsilon_{s(2)} = \dfrac{\varepsilon_{cu3} \cdot (x - d)}{x}$.

Епюра напружень має складну форму (рис. 2).

Напруження в арматурі $\sigma_{s(1)} = \varepsilon_{s(1)}E_s$; $\sigma_{s(2)} = \varepsilon_{s(2)}E_s$.

Напруження в бетоні більш стиснутої фібри: $\sigma_{c(1)} = \varepsilon_{cu3}\, E_{cd} = f_{cd}$.

Напруження в бетоні менш стиснутої фібри: $\sigma_{c(2)} = \varepsilon_{c(2)}\, E_{cd} = f_{cd}\dfrac{x-h}{x-x'}$.

Бетонний переріз сприйматиме зусилля:

$$N_c = f_{cd} b \left[x' + 0{,}5(h - x')\left(1 + \frac{x-h}{x-x'}\right)\right]. \quad (4)$$

У випадку, коли $e_0 = r$, деформації $\varepsilon_{c(2)} = 0$ (рис. 3), епюра напружень у бетоні має форму трапеції. Бетонний переріз сприйматиме мінімальне зусилля, яке дорівнює:

$$N_c = f_{cd} b (h + x')/2. \quad (5)$$

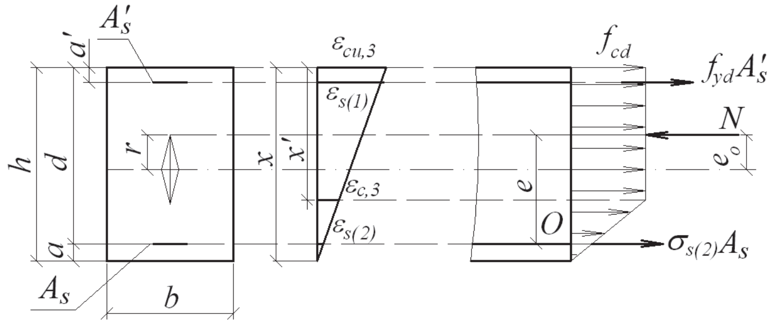


Рис. 3. Епюри деформацій і напружень при $e_0 = r$

Деформації в арматурі (рис. 3) визначають з пропорцій: $\dfrac{\varepsilon_{cu3}}{h} = \dfrac{\varepsilon_{s(1)}}{h - a'}$,

звідки $\varepsilon_{s(1)} = \dfrac{\varepsilon_{cu3}(h - a')}{h}$; $\dfrac{\varepsilon_{cu3}}{h} = \dfrac{\varepsilon_{s(2)}}{a}$, звідки $\varepsilon_{s(2)} = \dfrac{\varepsilon_{cu3} \cdot a}{h}$.

Напруження в арматурі $\sigma_{s(1)} = \varepsilon_{s(1)} E_s = f_{yd}$; $\sigma_{s(2)} = \varepsilon_{s(2)} E_s$.

Несучу здатність перерізу можна встановити, записавши умову рівноваги відносно точки O:

$$\Sigma M_0 = 0; \quad -Ne + f_{yd} A'_s (d - a') + f_{cd} b \frac{h + x'}{2}\left(d - \frac{h + x'}{4}\right) = 0, \quad (6)$$

звідки необхідна кількість арматури більш стиснутої зони:

$$A'_s = \frac{Ne - f_{cd} b \dfrac{h + x'}{2}\left(d - \dfrac{h + x'}{4}\right)}{f_{yd}(d - a')}. \quad (7)$$

Спроектувавши всі сили на вісь X, отримаємо:

$$\Sigma X = 0; \quad -N + f_{yd} A'_s + f_{cd} b \frac{h + x'}{2} + \sigma_{s(2)} A_s = 0, \quad (8)$$

звідки необхідна кількість арматури менш стиснутої зони:

$$A_s = \left\{ N - f_{yd} A'_s - f_{cd} b (h + x')/2 \right\} / f_{yd}. \quad (9)$$

Якщо весь переріз стиснутий, деформації менш стиснутої зони бетону $\varepsilon_{c(2)}$ переважають значення ε_{c3} але не досягли ε_{cu3} (рис. 4), то напруження у бетоні по всьому перерізу максимальні і становлять $\sigma_c = f_{cd}$, відповідно до спрощеної розрахункової білінійної залежності "напруження-деформації" бетону [1, п. 3.1.6]. Бетон перерізу сприйматиме зусилля $\boldsymbol{N_c = f_{cd}\, bh}$**.**

Умовна висота стиснутої зони бетону визначається за рис. 4 з пропорції $\dfrac{\varepsilon_{cu3}}{x} = \dfrac{\varepsilon_{c(2)}}{h}$ за формулою: $x = h\dfrac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{c(2)}}$.

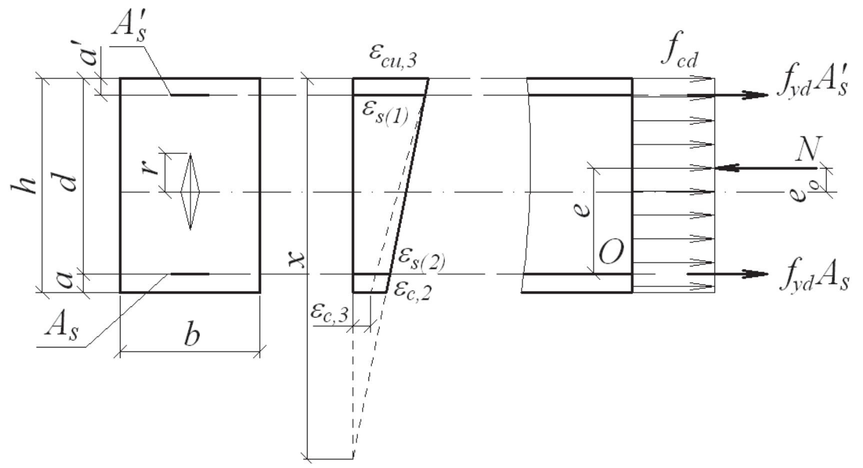


Рис. 4. Епюри деформацій і напружень при $\boldsymbol{\varepsilon_{c3} < \varepsilon_{c(2)} < \varepsilon_{cu3}}$

Напруження в арматурі $\boldsymbol{A_s}$ і $\boldsymbol{A'_s}$ максимальні і дорівнюють $\boldsymbol{f_{yd}}$.

Несучу здатність перерізу можна встановити, записавши умову рівноваги відносно точки $\boldsymbol{O}$:

$\boldsymbol{\Sigma M_0 = 0}$; $\quad -\mathrm{Ne} + \mathrm{f_{yd}} \mathrm{A'_s}(d - a') + f_{cd}bh(0{,}5\mathrm{h} - a) = 0$, (10)

звідки необхідна кількість арматури більш стиснутої зони:

$$A'_s = \{Ne - f_{cd}bh(0{,}5h - a)\} / f_{yd}(d - a'). \tag{11}$$

Спроектувавши всі сили на вісь Х, отримаємо:

$$\boldsymbol{\Sigma X = 0}; \qquad -\mathrm{N} + \mathrm{f_{yd}A'_s} + f_{cd}bh + f_{yd}\mathrm{A_s} = 0, \tag{12}$$

звідки необхідна кількість арматури менш стиснутої зони:

$$A_s = (N - f_{yd}A'_s - f_{cd}bh) / f_{yd}. \tag{13}$$

У більшості випадків стиснуті елементи при незначних ексцентриситетах армують симетрично, приймаючи $\boldsymbol{A_s = A'_s}$ за більшою з величин.

Розглянемо приклад розрахунку за наведеною теорією: розрахувати колону багатоповерхової будівлі, якщо відома її розрахункова висота 3,0 м. Прийнятий поперечний переріз колони 300 × 300 мм. Розрахункове значення поздовжньої сили 1200 кН. Клас бетону С 16/20, клас арматури А400С.

Вихідні дані: l_o = 3,0 м; b = 300 мм; h = 300 мм; площа перерізу колони A_c = 300×300 = 90000 мм^2; N_{Ed} = 1200 кН; клас бетону С16/20, f_{cd} = 11,5 МПа; клас арматури А400С, f_{yd} = 365 МПа; a = 40 мм; випадковий ексцентриситет e_i = 1 см; E_{cd} = 20 ГПа; $E_s = 2{,}1\times10^5$ МПа; ε_{cu3} = 3,23‰; сталі величини $A = 0{,}7$; $B = 1{,}1$; $C = 0{,}7$; $\varphi_{ef} = 2$; $c_o = 8$.	
1	Робоча висота перерізу: d = h - a = $300 - 40 = 260$ *мм*.
2	Гнучкість колони: $\lambda = l_o / i = l_o / 0{,}289h = 3000 / 0{,}289\times300 = 34{,}6$.
3	Відносна осьова сила: $n = N_{Ed}/A_c f_{cd} = 1200\cdot10^3 / (90000 \cdot 11{,}5) = 1{,}16$.
4	Гранична гнучкість: $\lambda_{lim} = 20ABC/\sqrt{n} = 20\cdot0{,}7\cdot1{,}1\cdot0{,}7/\sqrt{1{,}16} = 10$.
5	Якщо $\lambda < \lambda_{lim}$, то гнучкість не впливає на роботу елемента, а площу перерізу арматури визначають за формулою: $A_s = (N - f_{cd}A_c)/f_{yd}$. Якщо $\lambda > \lambda_{lim}$, то в розрахунку слід враховувати деформації другого порядку, розрахунки продовжити з п. 6. В даному випадку $\lambda = 34{,}6 > \lambda_{lim} = 10$, продовжуємо з п. 6.
6	$K_c = 0{,}3/(1+0{,}5\varphi_{ef}) = 0{,}3/(1+0{,}5\cdot2) = 0{,}15$.
7	$I_c = bh^3/12 = 0{,}3\times0{,}3^3/12 = 675\cdot10^{-6}\,м^4$.
8	$EI = K_c E_{cd} I_c + 0{,}01 E_s A_c(0{,}5h - a)^2 =$ $= 0{,}15\cdot20\cdot10^9\cdot675\cdot10^{-6} + 0{,}01\cdot2{,}1\cdot10^5\cdot10^6\cdot0{,}09(0{,}5\cdot0{,}3 - 0{,}04)^2 =$ $= 4311900 Нм^2 = 4311{,}9 кНм^2$.
9	Критична сила: $N_B = \pi^2 EI/l_0^2 = 3{,}14^2\cdot4311{,}9/3^2 = 4728{,}5 кН$.
10	$\beta = \pi^2/c_o = 3{,}14^2/8 = 1{,}234$.
11	Розрахунковий ексцентриситет: $e_o = e_i(1+\beta/(N_B/N - 1)) =$ $= 10(1+1{,}234/(4728{,}5/1200-1)) = 14{,}2$ *мм*.
12	Відстань від центральної осі перерізу до ядрової точки $r = h/6 = 300/6 = 50$ *мм*.
13	Якщо $r > e_o$, то розрахунок ведемо за першою формою рівноваги і продовжуємо з п. 14. Якщо $e_o > r$, розрахунок виконують за другою формою рівноваги. Тут $r = 50$ *мм* $> e_o = 14{,}2$ *мм*, розрахунок ведуть за першою формою рівноваги, продовжити з п. 14.
14	Ексцентриситет $e = e_o + (0{,}5h - a) = 14{,}2 + (0{,}5\cdot300 - 40) = 124{,}2$*мм*.
15	$\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3} = 0{,}00323$.
16	$\varepsilon_{c(2)} = \varepsilon_{cu3}(1 - e_0/r) = 0{,}00323\,(1 - 1{,}42/5) = 0{,}00231$.
17	$\varepsilon_{c3} = f_{cd}/E_{cd} = 11{,}5\cdot10^6 / 20\cdot10^9 = 0{,}000575$.
18	Умовна висота стиснутої зони бетону: $x = h\,\varepsilon_{cu3}/(\varepsilon_{cu3} - \varepsilon_{c(2)}) =$ $= 300\cdot0{,}00323/(0{,}00323 - 0{,}00231) = 1053{,}3$ *мм*.

19	$x' = x\dfrac{\varepsilon_{cu3}-\varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{cu3}} = 1053{,}3\dfrac{0{,}00323-0{,}000575}{0{,}00323} = 865{,}8\,мм.$
20	Якщо $x' > h$, то переріз весь стиснутий. Напруження в бетоні досягають свого максимального значення: $\sigma_c = f_{cd}$. Розрахунки продовжують з п. 21. Якщо $x' < h$, то частина перерізу розтягнута. Розрахунок виконують за другою формою рівноваги.
21	Деформації в арматурі менш стиснутої зони: $\varepsilon_{s(2)} = \varepsilon_{cu3}\cdot(x-d)/x = 0{,}00323(1053{,}3-260)/1053{,}3 = 0{,}00243.$
22	Напруження в менш стиснутій арматурі: $\sigma_{s(2)} = \varepsilon_{s(2)}\,E_s = 0{,}00243\cdot 2{,}1\times 10^5 = 510{,}3\,МПа$.
23	Якщо напруження $\sigma_{s(2)} > f_{yd}$, то приймають $\sigma_{s(2)} = f_{yd}$.
24	Кількість арматури стиснутої зони: $A'_s = \dfrac{N_{Ed}e - f_{cd}bh(0{,}5h-a)}{f_{yd}(d-a')} =$ $= \dfrac{1200\cdot 10^3\cdot 124{,}2 - 11{,}5\cdot 300\cdot 300(0{,}5\cdot 300-40)}{365(260-40)} = 438{,}2\,мм^2.$
25	Арматура менш стиснутої зони: $A_s = (N_{Ed} - f_{yd}A'_s - f_{cd}bh)/f_{yd} =$ $= (1200\cdot 10^3 - 365\cdot 438{,}2 - 11{,}5\cdot 300\cdot 300)/365 = 13{,}8\,мм^2.$
26	Для колони симетричного перерізу можливе деформування у довільному напрямку, тому приймають симетричне армування: $A_s = A'_s$ за більшим значенням. Сумарна площа арматури становить $2A'_s = 2\times 438{,}2 = 876{,}4\,мм^2$. За сортаментом підбирають арматуру 4∅18 А400С з $A_{s,факт} = 1017{,}4\,мм^2$ і конструюють переріз.

За першою формою рівноваги, коли весь переріз елемента стиснутий, виконують розрахунки залізобетонних колон, які працюють з випадковими ексцентриситетами. Запропонований алгоритм може бути корисним студентам будівельних спеціальностей при виконанні курсових і дипломних проектів.

1. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення / ДБН В.2.6-98:2009. К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с. **2.** Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування / ДСТУ Б В.2.6.-156: 2010. К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 123 с. **3.** Eurocode-2: Design of concrete structures. – Part 1-1: General rules and rules for building: EN 1992-1-1. – [Final draft, december, 2004]. – Brussels: CEN, – 2004. – 225 p. **4.** Мурашко Л.А., Колякова В.М., Сморкалов Д.В. Розрахунок за міцністю перерізів, нормальних та похилих до поздовжньої осі, згинальних залізобетонних елементів за ДБН В.2.6-98:2009: Навч. пос. – К.: КНУБА, 2012. – 62 с. **5.** Практичний розрахунок елементів залізобетонних конструкцій за ДБН В.2.6-98:2009 у порівнянні з розрахунком за СНиП 2.0301-84* і EN 1992-1-1 (Eurocode 2) / В.М. Бабаев, А.М. Бамбура, О.М. Пустовойтов та ін.; за заг. ред. В.С. Шмуклера. – Харків: Золоті сторінки, 2015. – 208 с.