

УДК 532.532.2

Хлапук М. М., д.т.н., професор, Безусяк О. В., к.т.н., доцент, Корнійчук В. І., інженер  
(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

## ДОСЛІДЖЕННЯ П'ЄЗОМЕТРИЧНОГО ТИСКУ В СТРУМИНІ ПОТОКУ ВОДОЗЛИВУ З ТОНКОЮ СТІНКОЮ

В статті представлені експериментальні дослідження по визначенню п'єзометричного тиску над порогом водозливу з тонкою вертикальною стінкою та на їх основі запропонована залежність для визначення розподілу й сили тиску в струмині потоку водозливу.

**Ключові слова:** водозлив з тонкою стінкою, п'єзометричний тиск, поріг водозливу, струмина.

**Водозливи з вертикальною тонкою стінкою** є найпростішим видом мірних засобів, які широко використовуються в гідротехнічних лабораторіях, водогосподарській і меліоративній практиці та на каналах, де необхідна висока точність визначення витрати води.

В розвиток теорії гідравліки водозливів великий вклад внесли як вітчизняні вчені: О. Р. Березинський, Д. І. Кумін, Ф. І. Пікалов, Г. І. Сухомел, М. Д. Чертоусов, Р. Р. Чугаєв, В. В. Смыслов, П. Г. Кісільов, А. І. Богомолів так і закордонні: П. Буале, Г. Базен, Д. Френсіс, А. Фтелі, Ф. Стерн, Т. Ребок, К. Кіндсвотер, Р. Картер, К. Сваммі та ін. Однак, на даний час, необхідно відмітити, що досі відсутня теорія руху потоку через водозливи.

Одним з необхідних завдань для розробки теорії руху потоку через водозлив з тонкою стінкою є визначення розподілу п'єзометричного тиску в його створі, що надасть можливість отримати теоретичну залежність для визначення параметрів таких водозливів.

**Предметом даної статті** є визначення сили п'єзометричного тиску та його розподіл над порогом водозливу з тонкою стінкою.

На даний час в літературних джерелах вченими приводяться лише експериментальні епюри розподілу п'єзометричного тиску по глибині потоку в перерізі тонкої вертикальної стінки (переріз 2–2), але відсутні розрахункові залежності для їх визначення.

Так, канадські й індійські вчені Н. Раяратнам та Д. Муралідар (N. Rajaratnam, D. Muralidhar) в 1971 р. [1] провели експериментальні дослідження по визначенню розподілу тиску та швидкості в струмині потоку над порогом водозливу. А. Рамамуті (A. Ramamurthy) експериментально визначив розподіл тиску та швидкості, як в струмині потоку над кромкою водозливу, так і розподіл тиску на саму водозливну стінку [2]. Величина тиску в даних дослідженнях визначалась трубкою Піто. Останнім часом для моделювання руху потоку через водозлив використовують чисельні методи, вивченням яких займались канадські вчені Д. Кью (J. Qu) [3], англійські Л. Ксін (Xin Lv) [4] та ін.

На рисунку 1 в координатах  $(y - c_g)/h = f(p/(\rho gh))$  наведено графіки розподілу п'єзометричного тиску в струмині потоку над кромкою водозливу з тонкою стінкою названих авторів при відношенні діючого напору  $H$  до її висоти зі сторони верхнього б'єфу  $c_g$ :  $H/c_g=0,56$ , де  $y$  – координата по глибині потоку відносно площини порівняння  $0-0$ , що співпадає з дном лотка,  $m$ ;  $H$  – напір на водозлив,  $m$ ;  $c_g$  – висота стінки зі сторони верхнього б'єфу,  $m$ ;  $h$  – глибина потоку на порозі водозливу,  $m$ ;  $p$  – тиск в точці з координатою  $y$ ,  $H/m^2$ ;  $\rho$  – густина води,  $kg/m^3$ .

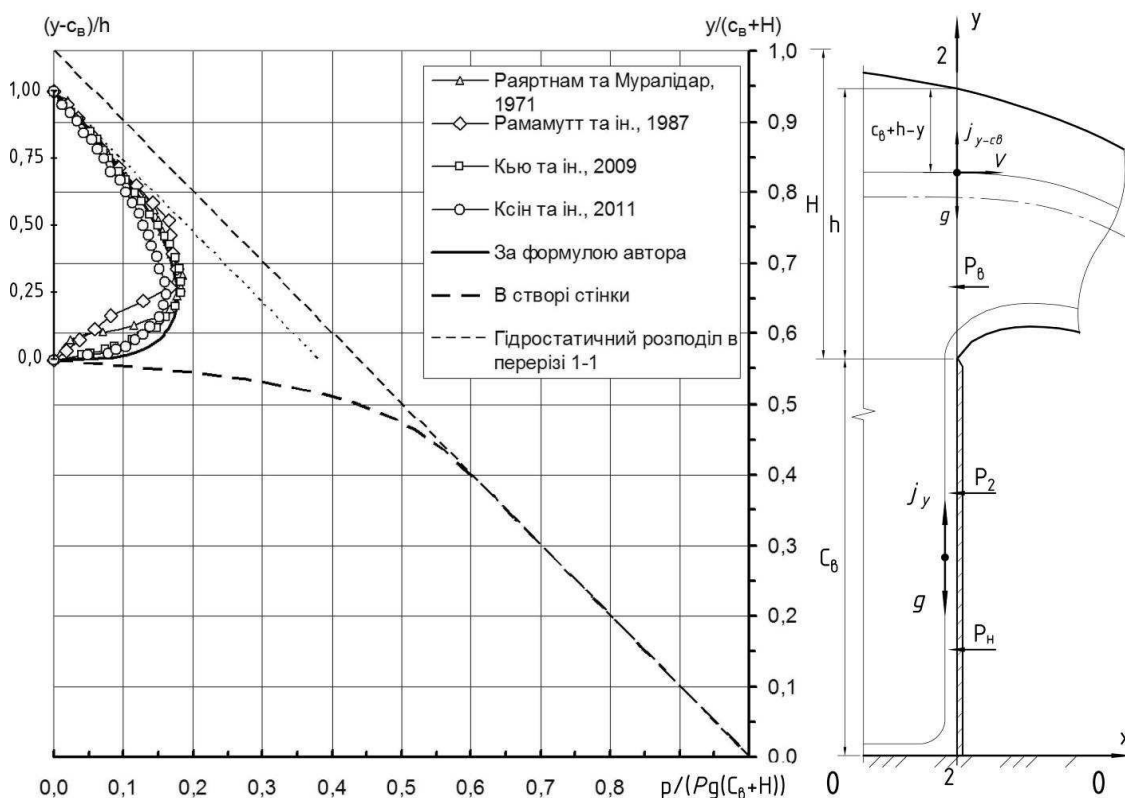


Рис. 1. Графіки розподілу п'єзометричного тиску в створі водозливу з тонкою стінкою в координатах  $(y - c_b)/h = f(p/(\rho gh))$  та схема руху потоку в його межах

Як видно з рисунку 1 п'єзометричний тиск в створі водозливної стінки розподіляється не за гідростатичним законом [5]. За характером епюр розподіл тиску по глибині можна розділити на дві складові ділянки: вище порогу тонкої стінки (в струмині) та в її межах. Горизонтальна складова сили п'єзометричного тиску вище порогу тонкої стінки позначена на рисунку 1 –  $P_b$ , а в її межах –  $P_n$ .

Струмина, яка виникає на порозі водозливу, має криволінійну вигнуту форму. На кожен часточку лінії току струмини діє сила тяжіння та відцентрова сила, яка обумовлена кривизною потоку. Сила тяжіння направлена вертикально вниз і надає часточці прискорення  $g$ . Відцентрова сила направлена по радіусу від центра кривизни лінії току і надає їй прискорення  $j$ . Вертикальну складову прискорення часточки потоку з координатою  $y-c_b$  в перерізі 2–2 (що відповідає створу водозливної стінки) від дії відцентрової сили направлену вверх позначимо через  $j_{y-c_b}$ . З урахуванням відцентрової сили розподіл тиску по висоті струмини в створі 2–2 визначиться за рівнянням [6]

$$p = \rho(g - j_{y-c_b})(c_b + h - y). \quad (1)$$

Закономірність зміни вертикальної складової прискорення  $j_{y-c_b}$  від дії відцентрової сили по висоті струмини в створі 2–2, при відомих експериментальних значеннях п'єзометричного тиску, можна визначити із рівняння (1)

$$j_{y-c_b} = g - \frac{p}{\rho g} \frac{g}{(c_b + h - y)}. \quad (2)$$

**З метою отримання розподілу тиску** в струмині потоку над кромкою водозливу та визначення прискорення  $j_{y-c_b}$  нами виконані експериментальні дослідження в гідротехнічній лабораторії кафедри гідротехнічного будівництва НУВГП. Умови гідравлічних досліджень впливу основних діючих факторів на параметри водного потоку водозливу з тонкою стінкою наведено в таблиці 1.

Таблиця 1

Умови експериментальних гідравлічних досліджень

Фактори		Рівні варіювання									Інтервал варіювання
натуральний вид	кодований вид	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0	0,25	0,5	0,75	1	
$c_6, \text{см}$	$X_1$	5				25				45	20
$H, \text{см}$	$X_2$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	5
Порядок виконання дослідів для кожного $X_1$		7	21	1	2	26	15	27	5	22	
		12	3	13	18	9	20	25	14	19	
		8	6	10	16	11	23	24	17	4	

В таблицях 2-4 наведені матриці плану експериментів для напорів  $H = 35, 40, 45 \text{ см}$ ; осереднені експериментальні значення п'єзометричної висоти в п'єзометрах  $p/(\rho g)$  на відмітках у відносно площини порівняння 0-0, що розташовані в перерізі струмини та осереднені значення прискорень  $j_{y-c_6}$ , які розраховані за рівнянням (2).

Таблиця 2

Матриця досліджень впливу діючих факторів на розподіл п'єзометричної висоти та прискорення  $j_{y-c_6}$  по висоті живого перерізу струмини при  $c_6 = 5 \text{ см}$

Напір $H$	Глибина на порозі $h$	П'єзометрична висота $p/(\rho g)$ та величини $j_{y-c_6}$ на відмітці $y-c_6$ відносно площини порівняння 0-0, $\text{см}$						$R_{\text{в}}$ за (4)	Дисперсія		Критерій Фішера	
		5	10	15	20	25	30		$\frac{S_{\text{ap}}^2}{S_{\text{aj}}^2 \cdot 10^3}$	$\frac{S_{\text{ap}}^2}{S_{\text{aj}}^2 \cdot 10^3}$	$F_p$	$F_m$
									при $f_6 = 12$	при $f_a = 11$		
$\text{см}$	$\text{см}$	$\frac{\text{см вод. ст.}}{\text{м/с}^2}$							$\frac{\text{см}^2}{\text{м}^2/\text{с}^4}$	$\frac{\text{см}^2}{\text{м}^2/\text{с}^4}$		
35,0	30,2	<u>14,3</u> 4,24	<u>14,1</u> 2,99	<u>11,9</u> 2,14	<u>8,7</u> 1,47	<u>4,8</u> 0,91	<u>0,4</u> 0,43	0,291	<u>0,12</u> 1,40	<u>0,14</u> 2,53	<u>1,06</u> 1,04	1,30
40,0	34,5	<u>16,2</u> 4,44	<u>16,4</u> 3,24	<u>14,7</u> 2,42	<u>11,9</u> 1,78	<u>8,3</u> 1,25	<u>4,2</u> 0,78	0,289	<u>0,14</u> 1,16	<u>0,14</u> 1,21	<u>1,04</u> 1,03	1,30
45,0	38,7	<u>17,8</u> 4,60	<u>18,5</u> 3,45	<u>17,2</u> 2,66	<u>14,7</u> 2,05	<u>11,5</u> 1,53	<u>7,6</u> 1,08	0,288	<u>0,23</u> 1,63	<u>0,24</u> 1,69	<u>1,03</u> 1,04	1,30

Таблиця 3

Матриця досліджень впливу діючих факторів на розподіл п'єзометричної висоти та прискорення  $j_{y-c_6}$  по висоті живого перерізу струмини при  $c_6 = 25 \text{ см}$

Напір $H$	Глибина на порозі $h$	П'єзометрична висота $p/(\rho g)$ та величини $j_{y-c_6}$ на відмітці $y-c_6$ відносно площини порівняння 0-0, $\text{см}$						$R_{\text{в}}$ за (4)	Дисперсія		Критерій Фішера	
		5	10	15	20	25	30		$\frac{S_{\text{ap}}^2}{S_{\text{aj}}^2 \cdot 10^3}$	$\frac{S_{\text{ap}}^2}{S_{\text{aj}}^2 \cdot 10^3}$	$F_p$	$F_m$
									при $f_6 = 12$	при $f_a = 11$		
$\text{см}$	$\text{см}$	$\frac{\text{см вод. ст.}}{\text{м/с}^2}$							$\frac{\text{см}^2}{\text{м}^2/\text{с}^4}$	$\frac{\text{см}^2}{\text{м}^2/\text{с}^4}$		
35	30,6	<u>14,1</u> 4,40	<u>14,0</u> 3,12	<u>12,0</u> 2,24	<u>8,9</u> 1,54	<u>5,0</u> 0,96	<u>0,6</u> 0,45	0,306	<u>0,17</u> 1,51	<u>0,17</u> 1,88	<u>1,01</u> 1,17	1,30
40	34,9	<u>15,9</u> 4,60	<u>16,4</u> 3,38	<u>14,8</u> 2,53	<u>12,2</u> 1,87	<u>8,7</u> 1,31	<u>4,6</u> 0,82	0,304	<u>0,14</u> 1,25	<u>0,14</u> 1,29	<u>1,04</u> 1,03	1,30
45	39,3	<u>17,6</u> 4,77	<u>18,5</u> 3,59	<u>17,4</u> 2,78	<u>15,0</u> 2,14	<u>11,9</u> 1,60	<u>8,1</u> 1,13	0,303	<u>0,24</u> 1,74	<u>0,25</u> 1,81	<u>1,03</u> 1,04	1,30

Матриця досліджень впливу діючих факторів на розподіл п'єзометричної висоти та прискорення  $j_{y-c_e}$  по висоті живого перерізу струмینی при  $c_e = 45$  см

Напір $H$	Глибина на порозі $h$	П'єзометрична висота $p/(\rho g)$ та величини $j_{y-c_e}$ на відмітці $y-c_e$ відносно площини порівняння 0-0, см						$Re$ за (4)	Дисперсія		Критерій Фішера	
		5	10	15	20	25	30		$\frac{S_{ap}^2}{S_{aj}^2 \cdot 10^3}$ при $f_s = 12$	$\frac{S_{ap}^2}{S_{aj}^2 \cdot 10^3}$ при $f_a = 11$	$F_p$	$F_m$
см	см	<i>см вод. ст.</i> <i>м/с<sup>2</sup></i>							<i>см<sup>2</sup></i> <i>м<sup>2</sup>/с<sup>4</sup></i>	<i>см<sup>2</sup></i> <i>м<sup>2</sup>/с<sup>4</sup></i>		
35,0	30,5	<u>13,9</u> 4,46	<u>13,9</u> 3,17	<u>11,9</u> 2,27	<u>8,8</u> 1,57	<u>4,9</u> 0,98	<u>0,5</u> 0,46	0,311	<u>0,16</u> 1,56	<u>0,16</u> 1,94	<u>1,01</u> 1,09	1,30
40,0	34,8	<u>15,7</u> 4,66	<u>16,2</u> 3,43	<u>14,7</u> 2,57	<u>12,0</u> 1,90	<u>8,6</u> 1,33	<u>4,5</u> 0,84	0,310	<u>0,14</u> 1,29	<u>0,14</u> 1,33	<u>1,04</u> 1,03	1,30
45,0	39,2	<u>17,3</u> 4,83	<u>18,3</u> 3,64	<u>17,2</u> 2,82	<u>14,9</u> 2,17	<u>11,8</u> 1,63	<u>8,0</u> 1,15	0,309	<u>0,24</u> 1,79	<u>0,25</u> 1,86	<u>1,03</u> 1,04	1,30

Примітка: в таблицях 2-4 в чисельнику наведені значення п'єзометричної висоти  $p/(\rho g)$ , а в знаменнику – вертикальної складової прискорення  $j_{y-c_e}$ .

Перед проведенням експериментів в лотку встановлювали водозливну стінку висотою згідно умов плану експерименту (табл. 1). Величина витрати підбиралась такою, щоб напір на водозлив відповідав матриці досліджень (табл. 1). Для прийнятих умов за допомогою відповідних тастерів визначались наступні величини: відлік поверхні води на мірному трикутному водозливі  $\downarrow_B$ ; відліки поверхні води при усталеному русі перед водозливом  $\downarrow_H$  та на порозі водозливу  $\downarrow_h$ ; відліки по п'єзометрах  $\downarrow_p$ , які знаходились на боковій стінці в створі 2-2. Параметри потоку визначались за наступними залежностями:

– витрата води,  $м^3/с$

$$Q = 1,343(\downarrow_B - \downarrow_0)^{2,47},$$

де  $\downarrow_0$  – відлік нуля мірного трикутного водозливу,  $м$ ;

– напір на водозлив з тонкою стінкою,  $м$

$$H = \downarrow_H - \downarrow_{II},$$

де  $\downarrow_{II}$  – відлік порогу водозливу з тонкою стінкою,  $м$ ;

– глибина на порозі водозливу з тонкою стінкою,  $м$

$$h = \downarrow_h - \downarrow_{II};$$

– величина п'єзометричного тиску, *см вод. ст.*

$$p/(\rho g) = \downarrow_p - y.$$

На рисунку 2, для прикладу, наведені експериментальні точки значень прискорення  $j_{y-c_e} = f((y-c_e), c_e)$ , а на рисунку 3 –  $j_{y-c_e} = f((y-c_e), H)$ , які розраховані за залежністю (2).

Аналіз отриманих графіків на рисунках 2, 3 показує, що відцентрове прискорення на кромці водозливу досягає максимального значення  $j_{y-c_e} = g = 9,81 м/с^2$ . В точках, які наближаються до верхньої поверхні струмینی, значення відцентрового прискорення монотонно зменшується. На поверхні струмینی, внаслідок наявності її кривизни, створюється відцентрове прискорення  $j_{y-c_e} > 0$ . При збільшенні напору величина прискорення у відповідних точках збільшується, а висота водозливної стінки на величину прискорення майже не впливає.

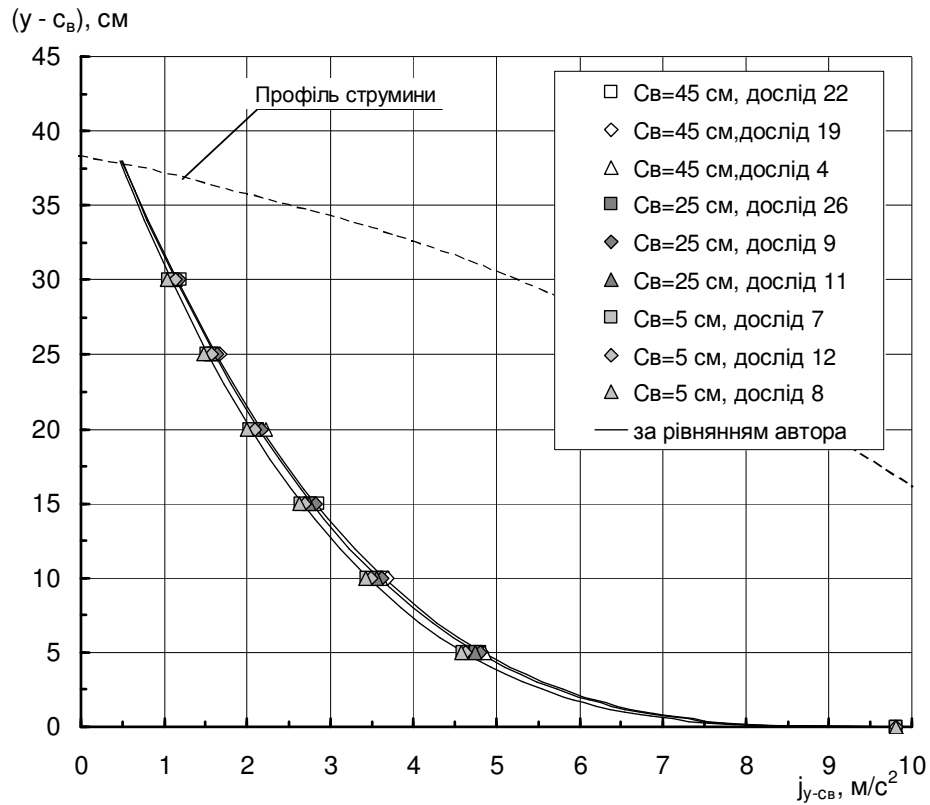


Рис. 2. Графік залежності  $j_{y-c_6} = f((y - c_6), c_6)$  по висоті живого перерізу струмни при висоті тонкої стінки  $c_6 = 5, 25, 45$  см та напорі  $H = 45$  см

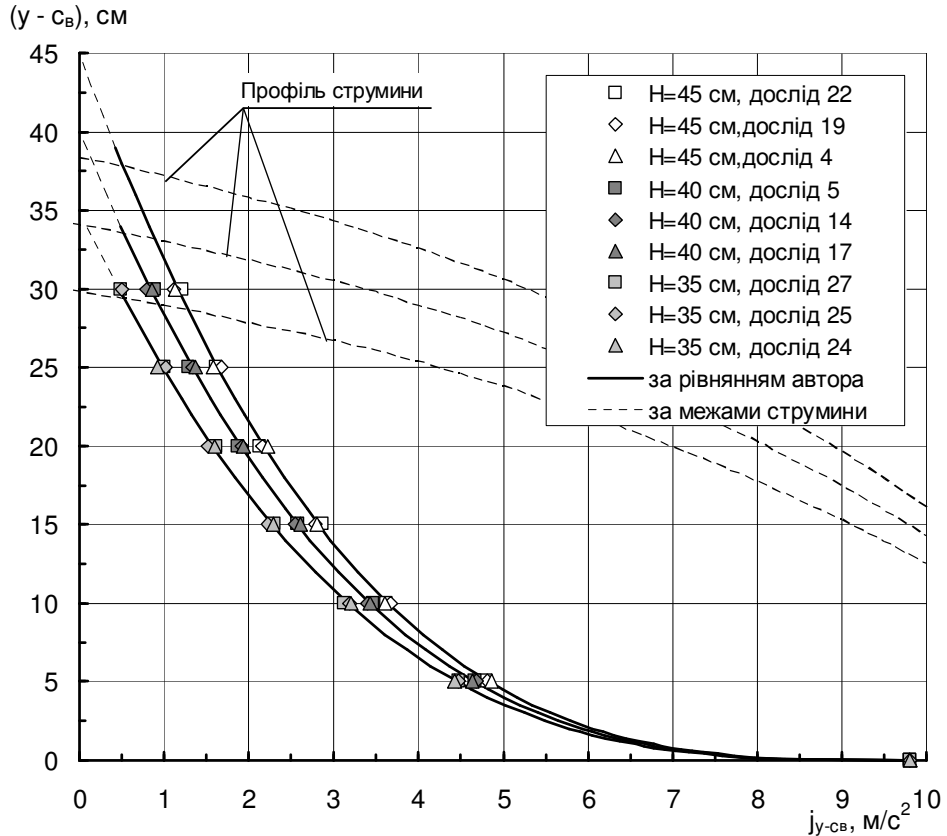


Рис. 3. Графік залежності  $j_{y-c_6} = f((y - c_6), H)$  по висоті живого перерізу струмни при висоті тонкої стінки  $c_6 = 45$  см та напорах  $H = 35, 40, 45$  см

На основі проведених якісних досліджень нами прийнята гіпотеза, що закономірність, яка враховує характер зміни прискорення  $j_{y-c_e}$  по висоті струмини та задовольняє його граничні значення в залежності від основних факторів: висоти стінки  $c_e$  й діючого напору  $H$ , має вид

$$j_{y-c_e} = g \left( 1 - \left( \frac{y - c_e}{H} \right)^{R_e} \right), \quad (3)$$

де  $R_e$  – показник степеня, який враховує кривизну струмин потоку та визначається співвідношенням його геометричних параметрів

$$R_e = K_e (c_e + h) / (c_e + H), \quad (4)$$

де  $K_e$  – коефіцієнт, який визначається дослідним шляхом,  $K_e = 0,33$ .

На рисунках 2, 3 побудовані графіки  $j_{y-c_e} = f((y - c_e), c_e, H)$  згідно рівняння (3). Результати статистичної обробки з ймовірністю 95% підтверджують адекватність експериментальним точкам рівняння (3) (суцільна лінія), що доводить достовірність прийнятої гіпотези про зміну прискорення  $j_{y-c_e}$  по висоті струмини. Середньозважена дисперсія  $S_j^2 = 1,46 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}^4$  при степенях свободи  $f_j = 80$ .

Враховуючи (2) рівняння розподілу п'езометричного тиску в межах струмини приймає вид

$$\frac{p}{\rho g} = \left( \frac{y - c_e}{H} \right)^{R_e} (c_e + h - y). \quad (5)$$

Розраховане за рівнянням (4) значення показника степеня  $R_e$ , дисперсії відтворюваності та адекватності, які розраховані відносно рівнянь (3), (5) та розрахункові й табличні критерії Фішера наведені в таблицях 2-4.

На рисунку 4, для прикладу, наведено експериментальні точки та криві розподілу п'езометричного тиску апроксимовані рівнянням (5).

Аналіз графіків показує, що в нижній та верхній точках струмини п'езометричний тиск рівний нулю. Його розподіл по висоті живого перерізу для наведених напорів інтенсивно зростає в нижній частині струмини, набуває свого максимального значення при  $y \approx 0,25(y - c_e)$  та асимптотично наближується до розподілу за гідростатичним законом, який показано штриховою лінією. При збільшенні діючого напору (висота стінки постійна) глибина на порозі водозливу і величина протидіючого п'езометричного тиску відповідно зростають, але характер графіків залишається подібним.

Горизонтальна складова сили тиску в перерізі струмини 2–2  $P_e$ , що протидіє руху потоку на порозі водозливу, визначиться об'ємом епюри п'езометричного тиску, що діє по ширині водозливної стінки  $b$

$$P_e = \rho g b \int_{c_e}^{c_e+h} \left( \frac{y - c_e}{H} \right)^{R_e} (c_e + h - y) dy.$$

Після інтегрування отримаємо рівняння для визначення горизонтальної складової сили тиску в перерізі струмини 2–2  $P_e$

$$P_e = \left( \frac{1}{R_e^2 + 3R_e + 2} \right) \left( \frac{h}{H} \right)^{R_e} \rho g b h^2. \quad (6)$$

На рисунку 5 наведені графіки залежності  $P_e/(\rho g b) = f(H, c_e)$  в перерізі 2–2 розрахованими за рівнянням (6) для напорів  $H = 35, 40, 45 \text{ см}$ . Аналіз графіків показує, що при збільшенні діючого напору сила протидіючого п'езометричного тиску відповідно зростає. При збільшенні висоти стінки величина тиску спочатку монотонно зростає, досягає свого максимального значення при відношенні  $H/c_e=2,7$ , а далі спадає.

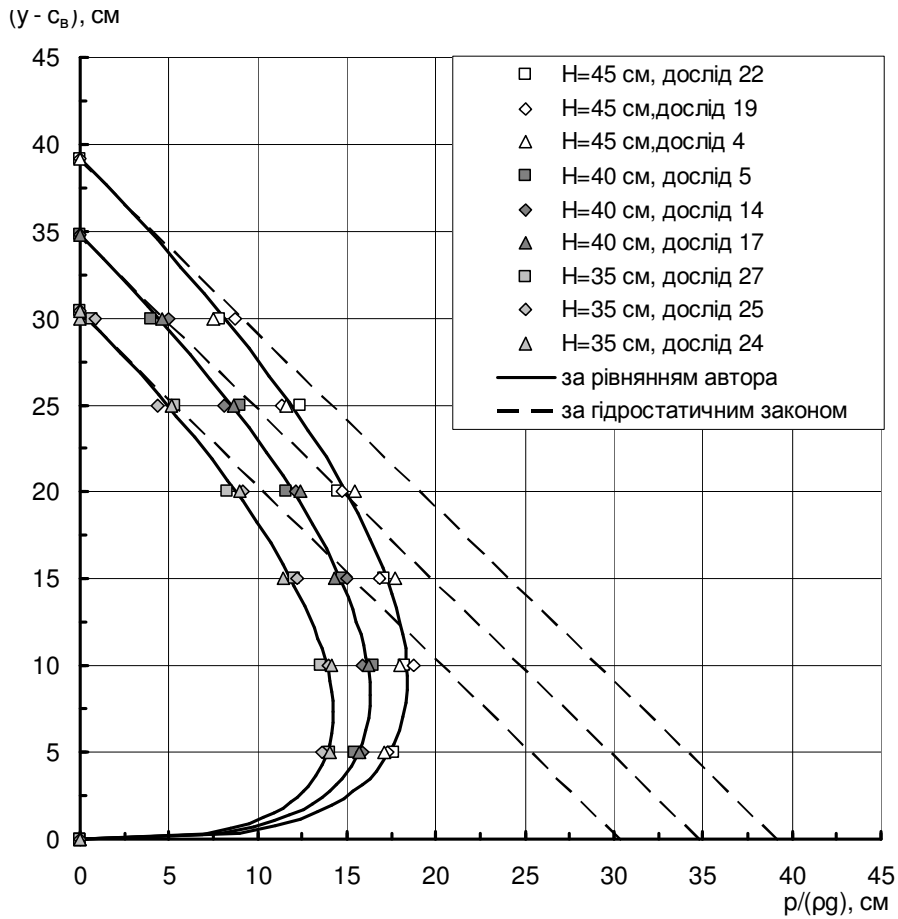


Рис. 4. Графік залежності  $p/(\rho g) = f(y, H)$  по висоті живого перерізу струмни при висоті тонкої стінки  $c_b = 45$  см та напорах  $H = 35, 40, 45$  см

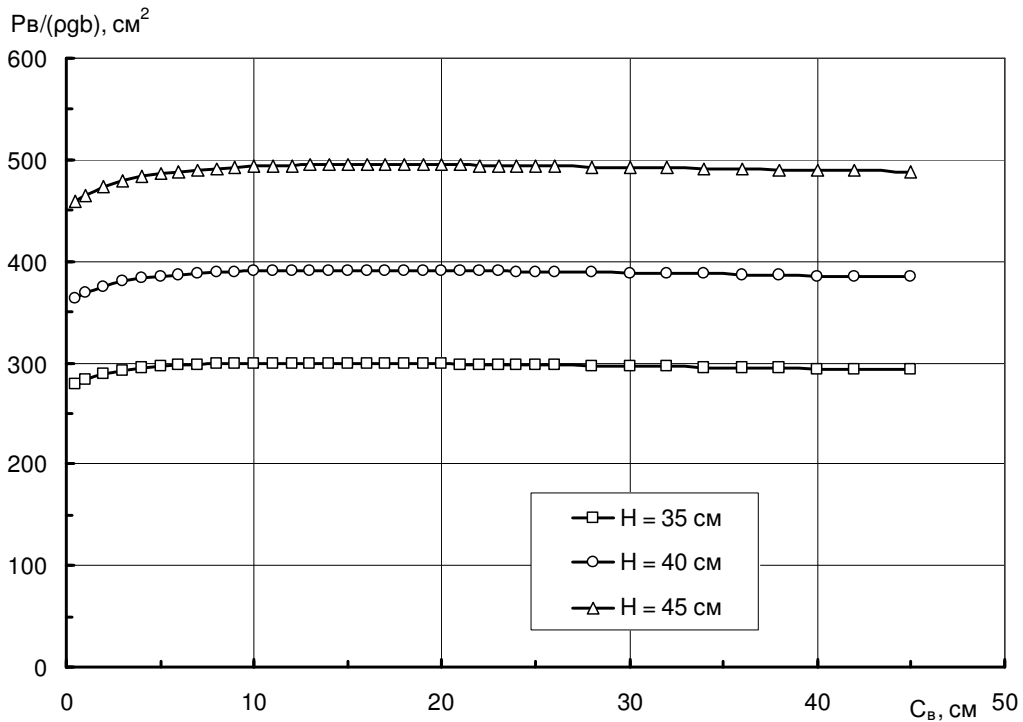


Рис. 5. Графік залежності  $P_b/(\rho g b) = f(H, c_b)$  для стінок висотою  $c_b = 5, 25, 45$  см за рівнянням (6)

На основі експериментальних досліджень в даній статі виявлена закономірність зміни по висоті вертикальної складової відцентрового прискорення  $j_{y-cv}$  в межах струмини. Підтверджена з ймовірністю 95% адекватність рівняння розподілу п'єзометричного тиску в межах струмини (5) та отримано рівняння (6) для визначення сили тиску  $P_v$ , протидіючого рухові потоку в перерізі струмини 2–2. Досліджено вплив діючих факторів  $c_v$  та  $H$  на розподіл п'єзометричного тиску та величину тиску  $P_v$ .

Знайдена величина п'єзометричного тиску нижче порогу водозливу  $P_v$  є шуканою частиною сили тиску  $P_2$  в створі водозливу з тонкою стінкою.

1. Rajaratnam N, Muralidhar D. Pressure and velocity distribution for sharp-crested weirs. J Hydraul Res IAHR 1971; 9(2):241–8.
2. Ramamurthy A. S., Tim US, Rao M. V. Flow over sharp-crested weirs. J Irrigat Drainage Eng 1987; 113(2):163–72.
3. Qu J., Ramamurthy A. S., Tadayan R., Chen Z. Numerical simulation of sharp-crested weir flows. Can J Civil Eng 2009; 36(9,1):1530–4.
4. Xin Lv, Qingping Zou, Dominic Reeve. Numerical simulation of overflow at vertical weirs using a hybrid level set / VOF method. Advances in Water Resources 34 (2011) 1320–1334.
5. Henderson F. M. (1966) Open channel flow. Macmillan, New York.
6. Киселев П. Г. Гидравлика: основы механики жидкости: учебник для вузов / П. Г. Киселев. – М. : Энергия, 1980. – 360 с.

Рецензент: д.т.н., професор Рокочинський А. М. (НУВГП)

**Хлапук М. М., Doctor of Engineering, Professor, Bezusyak O. V., Candidate of Engineering, Associate Professor, Korniiichuk V. I., Engineer** (National University of Water Management and Natural Resources Use, Rivne)

## **PIEZOMETRIC PRESSURE IN THE SHARP-CRESTED WEIR NAPPE INVESTIGATION**

The article presents experimental piezometric pressure above the sharp-crested weir crest researches to determine the dependence for its distribution through depth and pressure force investigation.

**Keywords:** sharp-crested weir, piezometric pressure, weir crest, nappe.

**Хлапук Н. Н., д.т.н., професор, Безусьяк А. В., к.т.н., доцент, Корнейчук В. И., инженер** (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ПЬЕЗОМЕТРИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ В СТРУЕ ВОДОСЛИВА С ТОНКОЙ СТЕНКОЙ**

В статье представлены экспериментальные исследования по определению пьезометрического давления над порогом водослива с тонкой стенкой и на их основании предложена зависимость для определения распределения и силы давления в струе потока над водосливом.

**Ключевые слова:** водослив с тонкой стенкой, пьезометрическое давление, порог водослива, струя.