
PARAMETRIZAÇÕES PARA A DISTRIBUIÇÃO
LATERAL DE ELÉTRONS EM
CHUVEIROS ATMOSFÉRICOS EXTENSOS

A ENERGIAS $E \leq 10^{15} \text{ eV}$

Jeferson Altenhofen Ortiz ✓

Parametrizações para a Distribuição Lateral de Elétrons em Chuveiros Atmosféricos Extensos a Energias $E \leq 10^{15} eV$

Jeferson Altenhofen Ortiz ✓

Dissertação de Mestrado em Física apresentada ao
Instituto de Física Gleb Wataghin
para obtenção do título de Mestre em Física

Física de Partículas Elementares

Orientador: Prof. Dr. José Augusto Chinellato

DRCC - IFGW - UNICAMP

Este exemplar corresponde à redação final da tese de mestrado defendida pelo aluno Jeferson Altenhofen Ortiz e aprovada pela Comissão Julgadora

Campinas, UNICAMP, 1998.

Unicamp, 25 de março de 1999
J. A. Chinellato

Instituto de Física "Gleb Wataghin"

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Secretaria de Pós-Graduação

CAIXA POSTAL 6165
CEP 13083-970 – Campinas-SP - Brasil
Tel: (019) 788-5305
Fax: (019) 289-2424

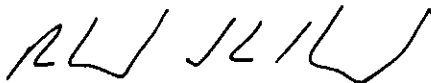
MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE MESTRADO DE JEFERSON ALTENHOFEN ORTIZ APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA "GLEB WATAGHIN", DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 17/12/98.

COMISSÃO JULGADORA:

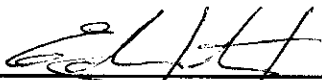


Prof. Dr. José Augusto Chinellato (Orientador do Candidato) -

IFGW/UNICAMP



Prof. Dr. Ronald Cintra Shellard – CBPF/RJ



Prof. Dr. Edison Hiroyuki Shibuya – IFGW/UNICAMP

... À minha esposa: *Emilene*

Agradecimentos

Ao Prof. José Augusto Chinellato pelo apoio e confiança no desenvolvimento deste trabalho e também pela sua amizade.

À Profa. Carola Dobrigkeit Chinellato por sempre estar pronta a ajudar e pelo seu eterno bom humor.

Ao pessoal da *CPG*, Maria Ignez, Maria Del Carmen, Armando, Fábio e Aílton, por estarem sempre dispostos a auxiliar no que for preciso.

Às amigas do *DRCC*, Teresa e Sandra.

Ao amigo Mario de Castro Souza Junior, pois seu auxílio foi fundamental para a resolução dos problemas computacionais.

Aos meus pais, Jorge e Ilone por tudo de bom que ocorreu e ocorre na minha vida; à minha irmã, Ana Cristina - *Cris* e à minha sobrinha Ana Luiza - *Aninha*.

À minha amada “Tia Maria” e ao “Tio Eloir”.

Ao “Seu Nelson” e a “Dona Vânia”, pelo carinho.

Aos professores Orimar, Guimarães, Copetti e Graça, da *UFSM*, pela amizade e apoio na vida acadêmica.

Aos amigos Ary - *The CoffeeMan* e Pablo, pelas várias conversas produtivas que tivemos sobre o trabalho e as inúmeras dicas computacionais.

A Jordan Del Nero, pelo auxílio geral.

À galera do *DRCC*, Marcelo Leigui, Juliana, Luiz Américo, Luiz Vitor, Sérgio Barroso, Manoel Guilherme, Favinha, Biral e Catalani.

Aos amigos Tércio (*Mineiro*), Zolacir (*Zola*), Élide, Luis Gregório, Adilson, Priscila (*Pila-Girl*), Armando (*Cuba*), Rodrigo (*Paraibano*), Stefan (*Boltzmann*), Romarly (*Rô*), Dari, Edson, Alexandre, Alvaro (*Lerdinho do Ban-dejão*), Dagoberto (*Cabra*), Rafael, Carlos, Monica (*Moniquinha*), Larissa, Lazaro e a Ana Marcia (*Marcinha*).

À *CAPES* pelo apoio financeiro.

À *UNICAMP* e ao *IFGW* pela infra-estrutura e pelo suporte técnico.

Conteúdo

1	Uma Descrição Qualitativa	1
1.1	Evolução dos Chuveiros Atmosféricos Extensos	5
1.2	Grandezas	9
2	Teoria de Cascatas Eletromagnéticas	13
2.1	Criação de Pares e Bremsstrahlung	15
2.1.1	Bremsstrahlung e Criação de Pares pelos Elétrons Atômicos	19
2.2	Perda de Energia por Ionização	20
2.3	Espalhamento Múltiplo Coulombiano	22
2.3.1	Teoria de <i>Molière</i>	24
2.4	As Equações de Difusão	26
2.5	Resultados da Teoria	28
2.5.1	Desenvolvimento Lateral	29
2.5.2	Desenvolvimento Longitudinal	30
3	Discussão sobre as Funções de Estrutura Lateral	32
3.1	Função de Estrutura <i>Nishimura-Kamata</i>	35
3.2	Função de Estrutura <i>Nishimura-Kamata-Greisen</i>	37
4	Simulações, Parametrizações e Ajustes	41
4.1	Processos Físicos	45
4.1.1	Bremsstrahlung	45
4.1.2	Criação de Pares	47
4.1.3	Perda de Energia por Ionização	48
4.1.4	Espalhamento Múltiplo Coulombiano	49
4.2	Proposta do Trabalho	51
4.3	Parametrização e Simulações de CAE's	55

4.4	Ajustes	57
5	Conclusão	80
A	Variação do Número de Elétrons e Fótons	83
A.1	Mudança do Número de Elétrons em dt	83
A.1.1	Efeitos do Processo de Bremsstrahlung, $A'\pi$	83
A.1.2	Efeitos do Processo de Criação de Pares, $B'\gamma$	84
A.1.3	Efeitos da Perda de Energia por Ionização, $\epsilon_o \frac{\partial}{\partial E} \pi$	84
A.2	Mudança no Número de Fótons.	85
A.2.1	Absorção do Número de Fótons pelo Processo de Criação de Pares, $\sigma_o \gamma$	85
A.2.2	Efeito do Processo de Bremsstrahlung, $C'\pi$	85

Lista de Figuras

1.1	<i>Espectro de energia dos raios cósmicos, de $10^{11} - 10^{20}$ eV, para alguns experimentos. E_9 significa energia medida em unidades de 10^9 eV. (De A. M. Hillas (1984). <i>Ann. Rev. Astr. Astrophysics.</i>, 22, 425.)</i>	3
1.2	<i>Desenvolvimento longitudinal dos fótons, elétrons, múons e da componente hadrônica no chuveiro para um CAE gerado por um próton primário de energia 1.0×10^{15} eV, via simulação por Monte Carlo.</i>	7
1.3	<i>Comparação entre as profundidades χ_v e χ_i.</i>	11
2.1	<i>Número total de elétrons, como função da profundidade de matéria atravessada, em g/cm^2, produzido por fótons de várias energias, W_0, em eV. O parâmetro s, está demonstrado para o máximo do desenvolvimento do chuveiro.</i>	30
3.1	<i>Função de estrutura Nishimura-Kamata para vários valores do parâmetro idade, s. O eixo da abcissa corresponde a distância do eixo do chuveiro pela unidade de Molière, r_0.</i>	34
3.2	<i>Função de estrutura Nishimura-Kamata-Greisen para vários valores do parâmetro idade, s.</i>	35
3.3	<i>Funções de estrutura lateral para $s = 0.8$.</i>	37
3.4	<i>Funções de estrutura lateral para $s = 1.0$.</i>	38
3.5	<i>Funções de estrutura lateral para $s = 1.2$.</i>	39
3.6	<i>Funções de estrutura lateral para $s = 1.4$.</i>	40
4.1	<i>Processo de bremsstrahlung.</i>	45
4.2	<i>Processo de criação de pares.</i>	47

4.3	<i>Fração da energia do próton primário que foi injetada na cascata eletromagnética desde o início do CAE versus a profundidade (em unidades de l.c.m. de interação.)</i>	53
4.4	<i>Densidade de elétrons para diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, com energia $E = 4.69 \times 10^{13}$ eV.</i>	57
4.5	<i>Densidade de elétrons para diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, com energia $E = 2.15 \times 10^{14}$ eV.</i>	57
4.6	<i>Densidade de elétrons para energia primária 4.69×10^{13} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura com todos os parâmetros variando livremente.</i>	62
4.7	<i>Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{14} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com todos os parâmetros variando livremente.</i>	62
4.8	<i>Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{15} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com todos os parâmetros variando livremente.</i>	63
4.9	<i>Densidade de elétrons para energia primária 4.69×10^{13} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com os parâmetros A (P1), B (P2) e C (P3) variando livremente.</i>	63
4.10	<i>Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{14} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com os parâmetros A (P1), B (P2) e C (P3) variando livremente.</i>	64
4.11	<i>Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{15} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com os parâmetros A (P1), B (P2) e C (P3) variando livremente.</i>	64
4.12	<i>Densidade de elétrons para energia primária 4.69×10^{13} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com os parâmetros B (P1) e C (P2) variando livremente.</i>	65

4.13	<i>Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{14} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com os parâmetros B (P1) e C (P2) variando livremente.</i>	65
4.14	<i>Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{15} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com os parâmetros B (P1) e C (P2) variando livremente.</i>	66
4.15	<i>Densidade de elétrons para energia primária 4.69×10^{13} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². O parâmetro P1 refere-se ao número de elétrons definido pelo ajuste da função proposta.</i>	66
4.16	<i>Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{14} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². O parâmetro P1 refere-se ao número de elétrons definido pelo ajuste da função proposta.</i>	67
4.17	<i>Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{15} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². O parâmetro P1 refere-se ao número de elétrons definido pelo ajuste da função proposta.</i>	67
4.18	<i>Densidade de elétrons para energia primária 4.69×10^{13} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Esta figura ilustra uma comparação entre os ajustes da função proposta e da função NKG.</i>	68
4.19	<i>Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{14} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Esta figura ilustra uma comparação entre os ajustes da função proposta e da função NKG.</i>	68
4.20	<i>Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{15} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Esta figura ilustra uma comparação entre os ajustes da função proposta e da função NKG.</i>	69
4.21	<i>Comparação entre os parâmetros A e s obtidos em diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, com energia $E = 4.69 \times 10^{13}$ eV.</i>	69

4.22	<i>Comparação entre os parâmetros A e s obtidos em diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, com energia $E = 2.15 \times 10^{14}$ eV.</i>	70
4.23	<i>Comparação entre os parâmetros A e s obtidos em diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, com energia $E = 1.0 \times 10^{15}$ eV.</i>	70
4.24	<i>Comportamento do parâmetro A em diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, para energias da ordem de 10^{14} eV.</i>	71
4.25	<i>Comportamento do parâmetro s em diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, para energias da ordem de 10^{14} eV.</i>	71
4.26	<i>Comportamento do parâmetro B em diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, para energias da ordem de 10^{15} eV.</i>	72
4.27	<i>Comportamento do parâmetro C em diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, para energias da ordem de 10^{15} eV.</i>	72

Lista de Tabelas

2.1	Valores de ζ em função de Z	20
2.2	Valores de K e Ω para diferentes materiais.	26
3.1	Função de estrutura lateral normalizada $(r/r_o)^{2-s}P_{\Pi}(r/r_o, s)$ para $s=0.6, 1.0, 1.4$ e 2.0	33
3.2	Valores numéricos dos coeficientes para diferentes valores do parâmetro idade, s	36
3.3	Coefficiente de normalização para diferentes valores do parâmetro idade, s	39
4.1	Valores dos parâmetros para chuveiros gerados por prótons primários de energia 2.15×10^{13} eV, em diferentes profun- didades de injeção, χ_{inj}	73
4.2	Valores dos parâmetros para chuveiros gerados por prótons primários de energia 4.69×10^{13} eV, em diferentes profun- didades de injeção, χ_{inj}	74
4.3	Valores dos parâmetros para chuveiros gerados por prótons primários de energia 1.0×10^{14} eV, em diferentes profundi- dades de injeção, χ_{inj}	75
4.4	Valores dos parâmetros para chuveiros gerados por prótons primários de energia 2.15×10^{14} eV, em diferentes profun- didades de injeção, χ_{inj}	76
4.5	Valores dos parâmetros para chuveiros gerados por prótons primários de energia 4.69×10^{14} eV, em diferentes profun- didades de injeção, χ_{inj}	77
4.6	Valores dos parâmetros para chuveiros gerados por prótons primários de energia 1.0×10^{15} eV, em diferentes profundi- dades de injeção, χ_{inj}	78

4.7	<i>Valores dos parâmetros para chuviros gerados por prótons primários de energia 2.15×10^{15} eV, em diferentes profundidades de injeção, χ_{inj}.</i>	79
-----	--	----

Resumo

Chuveiros atmosféricos extensos (CAE's) iniciados por prótons primários com energia variando de 1.00×10^{13} eV a 2.15×10^{15} eV, injetados em diferentes profundidades da atmosfera, foram simulados. O programa *CORSIKA* (*COsmic Ray Simulations for KASCADE*), o qual é um detalhado programa de *Monte Carlo* foi utilizado para simular os CAE's tridimensionais. Os resultados das simulações concentram-se na distribuição lateral de elétrons, tendo-se o intuito de melhorar a reconstrução de eventos observados em experimentos, tais como *EASCAMP*, do *Grupo de Léptons (DRCC)*, e *KASCADE*, do *Centro de Pesquisa de Karlsruhe*, na Alemanha. Uma função de estrutura lateral é proposta para ajustar a densidade de elétrons, de modo a obter uma melhor concordância com dados experimentais, do que a função *Nishimura-Kamata-Greisen (NKG)*, tradicionalmente utilizada. Variação do parâmetro idade, densidade de elétrons e seus correspondentes ajustes são apresentados. Através dos procedimentos de ajuste, obteve-se uma boa concordância entre a função de estrutura proposta e as densidades de elétrons simuladas.

Capítulo 1

Uma Descrição Qualitativa

Quando partículas extremamente energéticas, de origem cósmica desconhecida, atingem a atmosfera da Terra, elas interagem principalmente com os núcleos atômicos que a compõe, provocando o fenômeno chamado produção múltipla de partículas, ou seja, produzindo, em uma só colisão, várias partículas. Uma vez que os alvos (na sua maioria são núcleos atômicos de N_2 e O_2) são objetos complexos, o estudo do fenômeno de colisão exige um tratamento pormenorizado.

Há uma sucessão de colisões das partículas produzidas. O número de partículas atinge um máximo e diminui em seguida, devido ao limiar de energia para produção de novas partículas. Tem-se fenômenos de cascatas, onde intervêm interações fortes, eletromagnéticas e fracas (dentre estas, os decaimentos são muito freqüentes). A este fenômeno de sucessivas interações desenvolvido na atmosfera, dá-se o nome de **chuveiro atmosférico extenso (CAE)**.

Denominam-se raios cósmicos primários (ou primários), as partículas que penetram na atmosfera terrestre e partículas secundárias (ou secundários), as partículas geradas subseqüentemente.

As partículas primárias incidentes no topo da atmosfera terrestre incluem todas as partículas carregadas estáveis e núcleos com tempo de vida da ordem de 10^6 anos ou mais. Deste modo, elétrons, prótons e hélio, bem como carbono, oxigênio, ferro, e outros núcleos sintetizados por estrelas, são partículas primárias. Estima-se que, tradicionalmente [1, 2], 90% dos raios cósmicos primários são prótons, 9% são partículas α e o restante são núcleos pesa-

dos ($Z \geq 2$)¹. Elétrons compreendem $\leq 10^{-2}$ e fótons na faixa dos raios gama na ordem de 10^{-3} do fluxo de raios cósmicos. Partículas secundárias como káons, píons e múons possuem uma grande probabilidade de sofrer decaimentos, sendo que os processos de interação e decaimentos dos secundários competem² entre sí.

O número de secundários que são criados pode ser maior que 10^8 em um dado nível do desenvolvimento do CAE, para primários com energia da ordem de 1.0×10^{15} eV. Todos estes secundários chegam com uma diferença de tempo da ordem de $\sim 10^{-9}$ s sobre um plano perpendicular à direção original da partícula primária, o eixo do CAE, mas, durante a travessia de quilômetros de ar são espalhados em torno do eixo, a distâncias de até alguns milhares de metros. Assim, o CAE pode cobrir uma área circular de mais de milhares de metros quadrados, tendo uma densidade máxima de partículas próximo ao eixo do chuveiro (i.e., uma linha que é o prolongamento da trajetória do primário), decrescendo à medida que afasta-se do eixo central. As partículas primárias após interagirem com a atmosfera, prosseguem com parte da energia original. A produção máxima das partículas secundárias é alcançada em torno de 8 km de altitude, atenuando-se quando atingem energias inferiores ao limiar de produção de novas partículas.

Os raios cósmicos primários que dão origem a grandes CAE's são as partículas mais energéticas existentes na natureza, da ordem de $E_0 \leq 10^{20}$ eV.

A ênfase destinada a altas energias dá uma impressão que os CAE's são fenômenos muito raros; raros são somente os chuveiros muito grandes. A produção de um chuveiro constitui uma conseqüência normal da interação com a atmosfera de todos os raios cósmicos primários, já que a Terra é quase continuamente bombardeada por raios cósmicos primários, sendo gerados milhares de chuveiros em diferentes regiões da atmosfera terrestre.

Os raios cósmicos primários de baixa energia iniciam pequenos CAE's que por sí próprios extinguem-se quase completamente antes de alcançarem o solo. O número de partículas secundárias é diretamente proporcional a energia do raio cósmico primário. Um chuveiro torna-se um evento menos freqüente de ocorrer na atmosfera a medida que a energia do primário aumenta. O fluxo de raios cósmicos primários cai de aproximadamente uma

¹Esta é uma composição clássica.

²Competem no sentido que os secundários podem antes de decair, colidir com os núcleos atômicos que compõe a atmosfera

partícula/ $m^2 \cdot s$ em baixas energias (aproximadamente $\sim 10^9$ eV) para uma partícula/ $km^2 \cdot século$ em altíssimas energias (acima de $\sim 10^{19}$ eV). Esta magnitude do fluxo implica que a densidade de energia em raios cósmicos ultra-energéticos é muito grande.

Raios cósmicos de altíssimas energias são criados e acelerados em objetos cósmicos ativos.

A maior parte dos raios cósmicos de altas energias tem origem externa ao sistema solar. Isto inclui supernovas, pulsares, núcleos galácticos, quasares e radiogaláxias, que liberam uma vasta quantidade de energia na forma de radiação contínua e partículas de altíssimas energias.

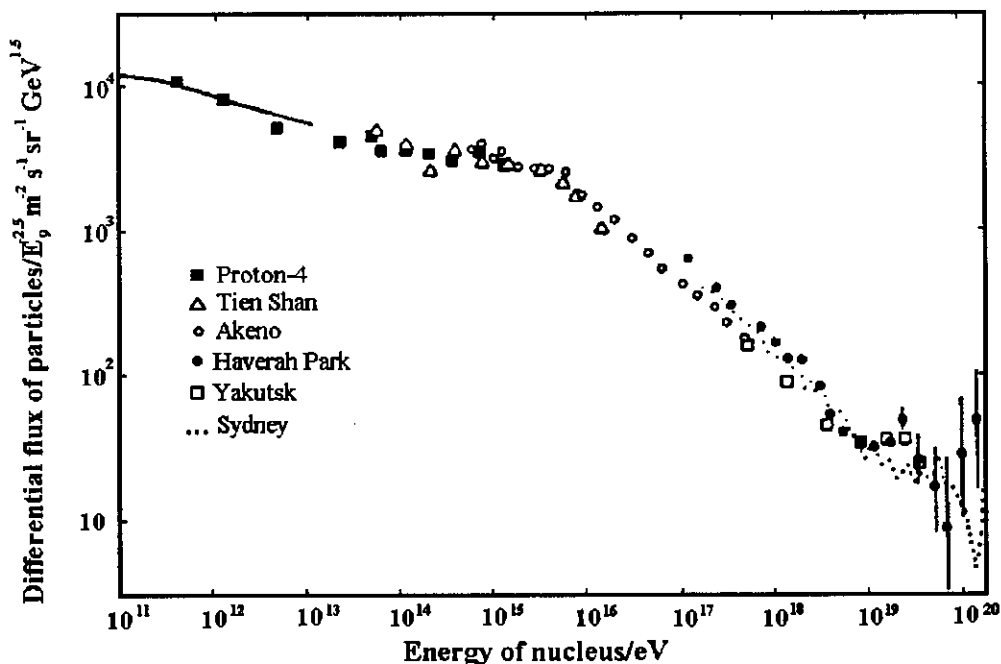


Figura 1.1: *Espectro de energia dos raios cósmicos, de $10^{11} - 10^{20}$ eV, para alguns experimentos. E_0 significa energia medida em unidades de 10^9 eV. (De A. M. Hillas (1984). *Ann. Rev. Astr. Astrophysics.*, 22, 425.)*

Partículas aceleradas no centro da galáxia podem ser ejetadas no espaço extra-galáctico. Algumas destas partículas ejetadas podem alcançar nossa galáxia e serem observadas por experimentos na Terra.

Se os raios cósmicos são produzidos dentro de nossa galáxia, então eles cruzam o meio interestelar até chegar a Terra. Agora, se eles são de origem extra-galáctica, eles atravessariam o meio interestelar da galáxia na qual foram criados, cruzariam o meio intergaláctico até o meio interestelar e, finalmente, alcançariam a Terra. Na passagem dos raios cósmicos pelo espaço interestelar e intergaláctico sabe-se que eles cruzam por campos magnéticos, regulares e/ou caóticos, que afetam sua direção, interagindo também com nuvens de neutrons e gases ionizados, predominantemente hidrogênio. Estes gases são ionizados por estrelas de temperatura extremamente altas, sendo conhecidas como nebulosas.

Para altíssimas energias, os raios cósmicos interagem com a radiação de corpo negro 2.73 K , composta de fótons remanescentes do *Big-Bang*. Esta interação modifica o espectro de partículas carregadas observadas e a composição do espectro de raios cósmicos primários.

Se a densidade de energia que observa-se na Terra é similar a que existe no espaço extra-galáctico, uma componente significativa da energia total do universo seria a dos raios cósmicos. A densidade de energia dos raios cósmicos integrada sobre todas as energias é aproximadamente 1.0 eV/cm^3 .

A entrada dos raios cósmicos oriundos de fora do sistema solar, especificamente as partículas carregadas, é modulada pelo vento solar (a expansão do plasma magnetizado gerado pelo Sol) que desacelera e parcialmente exclui os raios cósmicos de baixa energia.

Os raios cósmicos de baixa energia são afetados pelo campo magnético da Terra, no qual eles penetram para alcançar o topo da atmosfera terrestre, impedindo ainda as partículas carregadas de energias menores do que um determinado limiar de alcançarem a atmosfera terrestre. Existe um chamado corte da baixa energia final do espectro primário. O corte de energia depende da natureza das partículas e é diferente em distintas latitudes geomagnéticas e em diferentes direções.

O espectro diferencial de energia dos raios cósmicos primários é representado por uma curva de potência do tipo $E^{-\delta}$, onde δ varia de modo a exibir as características da inclinação do espectro. Diferentes inclinações podem indicar diferentes origens ou processos de formação de raios cósmicos. Inclinações abruptas que ocorrem entre $10^{15} - 10^{16}\text{ eV}$, $10^{18} - 10^{19}\text{ eV}$, são conhecidas como *knee* (joelho) e *ankle* (tornozelo) do espectro, respectivamente. Ambas estas características são verificadas na figura (1.1), referente ao espectro de energia dos raios cósmicos primários.

O *ankle* tem a forma característica clássica de uma população de partículas de alta energia cruzando com uma população de baixa. Uma possível interpretação é que a população de alta energia representa raios cósmicos de origem extra-galáctica.

Se o espectro de energia dos raios cósmicos abaixo de 10^{18} eV é de origem galáctica, a existência do *knee* pode refletir o fato de que alguns (mas não todos) aceleradores cósmicos tenham alcançado sua máxima energia.

Em torno de 1.0 PeV, o fluxo de raios cósmicos é alto o suficiente para permitir medidas diretas para serem executadas. As técnicas são similares às utilizadas em experimentos de alta energia. Calorímetros, detectores de radiação e outros são transportados em vôos de balões na atmosfera ou em satélites e vôos de naves espaciais. Existem muitos experimentos em funcionamento, operando na faixa de energia do primário de 10^{13} a 10^{16} eV.

Se os raios cósmicos primários tem uma energia em torno de 100 TeV ou mais, existem então, partículas geradas suficientes que façam disparar um *array* de detectores dispostos numa montanha. Tendo-se uma energia de 1.0 PeV, a detecção pode ser feita por *arrays* ao nível do mar.

Para CAE's de energia em torno de \simeq TeV, a detecção pode ser feita com um telescópio de refletores que coleta a luz *Cherenkov*, produzida por partículas na atmosfera [2].

1.1 Evolução dos Chuveiros Atmosféricos Extensos

A existência de um CAE implica que muitas interações sucessivas de partículas estão ocorrendo. Quando raios cósmicos primários interagem com um núcleo atômico formador da atmosfera terrestre (N_2 , O_2 , Ar), cascatas de partículas geradas por estas interações, as partículas secundárias, desenvolvem-se na atmosfera. O número de partículas multiplica-se primeiramente, então alcança um máximo e atenua-se, conforme mais e mais partículas caem abaixo do limiar de energia para produção de partículas ou detecção. Esta produção máxima de partículas ocorre a uma altitude aproximadamente de 8 km.

A impossibilidade da obtenção direta das informações desejadas dos raios cósmicos primários de altas energias, faz com que estas informações sejam obtidas indiretamente, através da observação das partículas secundárias que

chegam espalhadas e com menor energia à profundidade do *array* de detectores no solo. As partículas secundárias podem ser detectadas em balões, na superfície da Terra (montanhas e ao nível do mar) e em experimentos subterrâneos.

O intervalo de tempo típico para disparar um *array* de detectores de partículas carregadas quando as partículas atravessam por ele, é da ordem de 10^{-9} s.

Geralmente, um *array* é formado por um grupo de detectores modulares. Estes permitem a observação de partículas carregadas (através de cintiladores plásticos, cintiladores líquidos, tubos a gás, etc) ou ainda da radiação emitida por estas (*Cherenkov*, fluorescência, rádio).

Experimentalmente pode-se determinar a direção de chegada de um CAE e com isto é possível se obter uma estimativa da energia do raio cósmico primário. O ângulo zenital de um CAE pode ser medido pela análise do tempo de chegada do plano frontal do chuveiro, o qual é inferido no *array* de detectores. Uma vez que o eixo do chuveiro e o ângulo zenital são conhecidos, combinando-se o perfil medido a uma distribuição lateral teórica de elétrons pode ser usado a estimativa da energia da partícula primária. A correspondência entre a distribuição lateral das partículas e a energia do raio cósmico primário é obtida através de simulações de CAE's usando vários modelos de física de altas energias para a interação primária e simulações de *Monte Carlo*, modelando o CAE. Há ainda possibilidade de analisar teoricamente os resultados com soluções analíticas de equações diferenciais de difusão (equações de transporte).

As partículas secundárias movimentam-se e são criadas na atmosfera, em um plano (como um disco) perpendicular à direção do raio cósmico primário, eixo do CAE, sendo espalhadas no percurso cobrindo uma área circular de variada extensão. A parte central do chuveiro contém as partículas mais energéticas.

Os CAE's são caracterizados tradicionalmente como tendo as componentes; **hadrônica, eletromagnética, muônica e neutrônica**. Existe pouco enfoque na componente neutrônica. Na figura (1.2), uma comparação é feita entre o desenvolvimento longitudinal das componentes na atmosfera, para um chuveiro de energia 10^{15} eV.

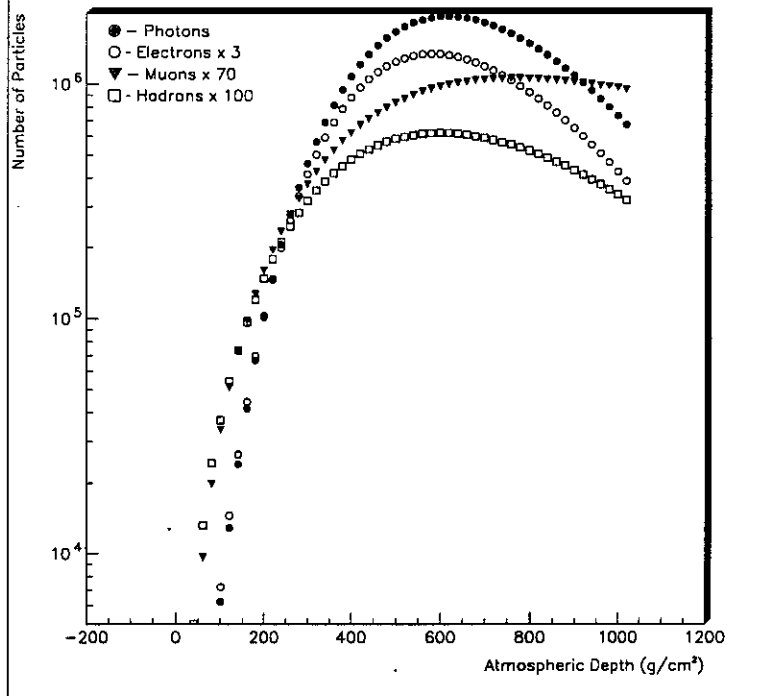


Figura 1.2: *Desenvolvimento longitudinal dos fótons, elétrons, múons e da componente hadrônica no chuveiro para um CAE gerado por um próton primário de energia 1.0×10^{15} eV, via simulação por Monte Carlo.*

O comportamento subsequente no ar das partículas produzidas na primeira interação, depende essencialmente da energia e do tempo de vida que possuem. Núcleons, anti-núcleons, mésons π^\pm ($\tau = 2.60 \times 10^{-8}$ s) e K^\pm ($\tau = 1.23 \times 10^{-8}$ s), e outras partículas, irão gerar novas interações no ar e propagarão uma cascata de interações nucleares, conhecida como cascata nuclear ou hadrônica. A cascata hadrônica é concentrada muito próxima ao eixo do chuveiro. Os mésons π^0 ($\tau \simeq 8.4 \times 10^{-17}$ s), alguns K^0 , e hyperons ($\tau \simeq 10^{-10}$ s) preferencialmente decairão no voo, devido aos curtos tempos de vida que possuem, e assim transferindo em seus decaimentos, produtos de sua energia total.

A importância do méson π^0 é destacada em dois aspectos: primeiro, eles constituem uma fração razoável (20 a 30%) das partículas criadas, tanto na primeira como em todas as subsequentes interações hadrônicas; segundo, devido aos múltiplos decaimentos no ar, no qual eles dão origem a dois fótons na faixa dos raios γ , de um modo completamente diferente das partículas interagindo fortemente. Existe uma pequena porcentagem ($\simeq 1.1\%$) do méson π^0 decair em $\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$, sendo que $\simeq 98.7\%$ favorecem o decaimento em $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. Os fótons, ou raios γ , de alta energia quando atravessam a matéria são conhecidos por sofrerem os seguintes processos. (a) Efeito

fotoelétrico, sendo menos e menos freqüente com o aumento da energia do fóton, podendo ser inteiramente desprezado no campo das altas energias. (b) **Efeito Compton**, i.e., a colisão elástica no qual o fóton transfere parte de sua energia e momentum para o elétron, originalmente em repouso. (c) **Produção de pares**, i.e., materialização da energia de um fóton em um par elétron-positron (e^-e^+). Tem-se ainda, quando um elétron³ atravessa a matéria, os seguintes efeitos produzidos: (a) excitação dos átomos, (b) ejeção dos elétrons dos átomos e (c) emissão de fótons. Os dois primeiros fenômenos podem ser considerados como resultado das colisões entre as partículas e os elétrons atômicos, referindo-se a eles como processos de colisão. A emissão do fóton é causada pela aceleração das partículas primárias no campo Coulombiano dos núcleos, sendo este processo denotado como radiação de frenagem ou processo **bremsstrahlung**.

Em altas energias, a perda de energia pelo espalhamento *Compton* vem a ser menos importante, e a energia perdida através do processo de criação de pares vem a ser dominante.

Estes processos podem ser analisados através de cálculos analíticos, onde impõe-se muitas aproximações, bem como cálculos efetuados por simulação com os códigos sofisticados, onde é possível considerar-se todos os processos com uma grande precisão. Estes cálculos serão descritos nos próximos capítulos.

A cascata eletromagnética é muito maior em número de partículas e extensão que a cascata hadrônica. Na superfície da Terra os elétrons e fótons no CAE são mais abundantes numericamente, por um fator de ~ 20 , do que todas as outras partículas. As principais propriedades dos CAE's são determinadas pelas interações eletromagnéticas. Os hádrons de alta energia, localizados no centro do chuveiro, continuamente alimentam a componente eletromagnética, primariamente por fótons do decaimento de píons neutros.

Outra componente muito importante do chuveiro consiste de múons. Píons e káons de baixa energia ($\leq 100 \text{ GeV}$) possuem uma probabilidade muito grande de decaimento na atmosfera antes de interagirem, alimentando a chamada componente muônica. Como a seção de choque dos múons é muito pequena e seu tempo de vida é relativamente longo ($2.19 \times 10^{-6} \text{ s}$), eles podem praticamente atravessar o restante da atmosfera sem sofrerem

³Neste trabalho, freqüentemente nos referimos a pósitrons e elétrons como simplesmente elétrons.

interações, preservando suas características.

A componente muônica é bem menor que a componente eletromagnética presente no CAE, mas tem uma grande importância pois carrega informações sobre o desenvolvimento inicial do chuveiro. Assim, a componente muônica está diretamente relacionada com a componente hadrônica do CAE e reflete mais diretamente, do que a componente eletromagnética, as propriedades do hádron inicial. O múons são detectados a grandes distâncias do eixo do chuveiro, chegando a mais de 1.0 km , pois podem ser produzidos a grandes altitudes na atmosfera, bem como serem emitidos a grandes ângulos com relação ao eixo central.

A preponderância da componente eletromagnética nos chuveiros e a sólida base teórica para sua interpretação, faz dela conveniente para uma descrição mais criteriosa dos CAE's. Uma discussão da teoria das cascatas eletromagnéticas será feita no próximo capítulo. Os processos elementares, o fenômeno básico da cascata, bem como o comportamento geral do chuveiro, serão descritos.

1.2 Grandezas

Quando os raios cósmicos primários alcançam a atmosfera terrestre, existe a possibilidade de interações com o ar, variando ou com a altitude h (distância medida a partir da superfície terrestre) ou com a profundidade χ (distância medida a partir do topo da atmosfera).

É conveniente utilizar na descrição das interações que ocorrem nos CAE's, grandezas que levam em conta a densidade atmosférica ρ , a qual está relacionada com a altitude [3]. A profundidade em que as interações ocorrem é descrita introduzindo-se uma quantidade expressa em unidades de g/cm^2 .

Considerando que o raio cósmico primário penetre na atmosfera com um ângulo zenital igual a zero (direção vertical em relação ao detector), tem-se que a profundidade vertical $\chi_v(g/cm^2)$ está relacionada com a densidade atmosférica $\rho(h)$, por:

$$\chi_v = \int_h^\infty \rho(h') dh' \quad (1.1)$$

A pressão em uma profundidade vertical χ_v na atmosfera é $P \simeq \chi_v$ e a densidade é $\rho = -\frac{d\chi_v}{dh}$.

Existe um modelo aceito para ρ , o modelo isotérmico, onde trata a atmosfera como sendo isotérmica e chata (tendo o efeito de curvatura da Terra muito pequeno). Em geral este modelo é usado em cálculos analíticos de CAE's. Em simulações por *Monte Carlo*, utilizam-se parametrizações mais precisas. Para este modelo tem-se a razão:

$$\frac{P}{\rho} = \frac{\chi_v}{-\frac{d\chi_v}{dh}} \quad (1.2)$$

como igual a um fator de escala de altura, h_o . Este fator de escala de altura, h_o , é igual a:

$$h_o = \frac{RT}{MG}$$

onde R é a constante dos gases ideais; T , a temperatura da atmosfera; M , massa molecular do ar, e G a aceleração da gravidade.

Então, como nestas condições:

$$\chi_v = h_o \rho(h)$$

obtem-se

$$\chi_v = \chi_o e^{-h/h_o} \quad (1.3)$$

onde $\chi_o \cong 1030 \text{ g/cm}^2$.

A profundidade vertical no nível do mar é $\chi_v \cong 1030 \text{ g/cm}^2$ enquanto no topo da atmosfera $\chi_v = 0 \text{ g/cm}^2$.

Quando os raios cósmicos primários penetram na atmosfera com um ângulo zenital diferente de zero, a curvatura da Terra, antes desprezada, deve ser levada em consideração. Assim, a profundidade atmosférica ao longo de uma linha inclinada em relação a linha vertical é denominada profundidade atmosférica inclinada χ_i . Uma comparação entre as profundidades vertical e inclinada é feita na figura (1.3).

A relação entre $\chi_i(\theta, h)$ e h é determinada por

$$\chi_i = \chi_o e^{-h/h_o} \sec\theta \quad (1.4)$$

tendo-se χ_o como a profundidade atmosférica vertical no nível do mar, h_o é o fator de escala de altura, h é a altura a qual a profundidade inclinada está para ser determinada, e θ é o ângulo zenital da linha.

Neste trabalho não será dada uma ênfase maior a profundidade atmosférica inclinada, pois um dos parâmetros estipulados nas simulações que serão descritas posteriormente, foi que todos os raios cósmicos primários entram na atmosfera com um ângulo zenital zero.

Observa-se que o desenvolvimento do CAE é afetado pela densidade e pela composição atmosférica.

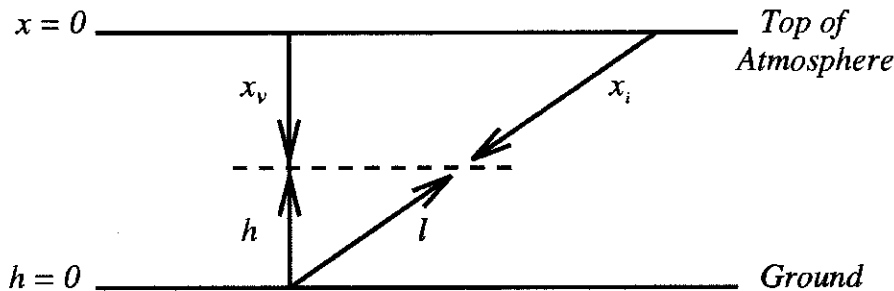


Figura 1.3: Comparação entre as profundidades χ_v e χ_i .

A composição elementar da atmosfera⁴ é razoavelmente constante com a altitude. As três componentes mais importantes são N_2 (78%), O_2 (21%) e Ar (1%). Pode ser significativa a concentração de H_2O e aerossóis manufaturados e naturais.

O perfil da densidade na atmosfera segue uma função similar a (1.3), sendo da forma:

$$\rho = \rho_0 e^{-h/h_0} \quad (1.5)$$

onde ρ decresce por um fator de 10 para cada 16090 m de acréscimo de altitude.

Considerando o modelo isotérmico, com a atmosfera isotérmica, tem-se a densidade dependente da temperatura, obtendo-se a expressão da pressão, $P(h)$, da forma:

$$P = P_0 e^{-h/h_0} \quad (1.6)$$

sendo P_0 a pressão ao nível do mar.

⁴A parte da atmosfera a qual nos referimos é a troposfera, estendendo-se do nível do solo até uma altura em torno de 15 km, pois é a parte de maior importância para o desenvolvimento do CAE.

Uma outra grandeza, a qual tem uma grande importância na descrição do CAE é o livre caminho médio, λ . Esta grandeza é a distância média que a partícula irá percorrer até sofrer uma interação, sendo inversamente proporcional à seção de choque inelástica e a probabilidade do seu decaimento. O livre caminho médio de interação em unidades de g/cm^2 é definido por:

$$\lambda = \frac{\rho}{\rho_N \sigma_N^{air}} \quad (1.7)$$

onde ρ é a densidade da atmosfera em uma altitude h e ρ_N é o número correspondente à densidade do núcleo. O valor do λ característico das interações fortes é de $\lambda \approx 80 g/cm^2$, com $\sigma_N^{air} \approx 300 mb$ (apropriado para núcleos interagindo com o ar em TeV). Tem-se que a seção de choque depende da energia, portanto $\lambda = \lambda(E)$.

Capítulo 2

Teoria de Cascatas Eletromagnéticas

Neste capítulo toda a nossa atenção será voltada para a componente eletromagnética, numericamente predominante, e seu comportamento, que será descrito em termos da teoria de cascatas eletromagnéticas.

O desenvolvimento da teoria de cascatas eletromagnéticas teve início no final dos anos 30, depois da descoberta do pósitron (1932). O tratamento clássico deste assunto foi elegantemente apresentado por *Rossi e Greisen* [4] e [7].

A cascata eletromagnética pode ser descrita como um processo que envolve as interações de elétrons, pósitrons e raios γ quando eles atravessam a matéria, podendo ser formulada matematicamente como um sistema de equações diferenciais acopladas para o número de elétrons e fótons a uma espessura de matéria t , com energias entre $(E, E + dE)$, e $(W, W + dW)$, respectivamente.

A unidade característica utilizada para expressar a espessura de matéria nos processos eletromagnéticos é denominada unidade de radiação ou comprimento de radiação, X_0 . No ar, tem-se:

$$\begin{aligned} X_0 &= 37.7 \text{ g/cm}^2 \\ &= 2.92 \frac{1}{P} \frac{T}{273} 10^2 \text{ m} \end{aligned} \quad (2.1)$$

onde P é a pressão na atmosfera, em atm , e T a temperatura absoluta do ar, em K .

Em um comprimento de radiação X_o , a energia média perdida através das colisões por um elétron é denominada energia crítica, ε_o .

Como já foram citados no capítulo anterior, os exemplos típicos na teoria de interações eletromagnéticas são: a perda de energia das partículas carregadas em suas colisões com os elétrons atômicos da matéria (perda de energia por ionização); a produção de fótons por partículas carregadas em suas passagens através do campo elétrico em torno do núcleo (bremsstrahlung ou processo de freamento); o fenômeno do efeito *Compton* e o processo de criação de pares.

A probabilidade de ocorrência do efeito *Compton* é dada pela fórmula de *Klein-Nishima* [11], sendo inversamente proporcional à energia do fóton. A importância do efeito *Compton* no campo de altas energias, assim como o efeito fotoelétrico, vem a ser desprezível, não sendo necessário considerá-los em detalhes.

Assim, os processos dominantes na formação das cascatas eletromagnéticas, em altas energias comparadas com a energia crítica ε_o , são:

- *processo bremsstrahlung*
- *processo de criação de pares*

O meio onde a cascata eletromagnética se desenvolve, determina as aproximações utilizadas.

Na formulação da teoria de cascatas, o cálculo das funções que descreverão o desenvolvimento das partículas do chuveiro pode ser elaborado de dois modos:

- *caso unidimensional*
- *caso tridimensional*

No caso do desenvolvimento unidimensional (longitudinal), busca-se somente a variação do número de partículas do chuveiro com a espessura de matéria atravessada. Já no caso do desenvolvimento tridimensional, estuda-se também a distribuição lateral das partículas em torno do eixo do chuveiro. Neste caso, leva-se em conta o espalhamento múltiplo Coulombiano das partículas carregadas pelos núcleos atômicos.

As aproximações descritas na teoria de cascatas considerando-se o caso unidimensional, sendo que a partir delas serão formuladas as equações de difusão, são conhecidas como:

- “aproximação A”
- “aproximação B”

Na *aproximação A*, a teoria é construída levando-se em conta somente os processos de criação de pares e bremsstrahlung, desconsiderando-se a perda de energia por ionização calculada por *Bethe* [12]. Os cálculos feitos, utilizando-se a *aproximação A*, darão resultados satisfatórios para as partículas de energias maiores que a energia crítica ε_0 , a qual é dada aproximadamente por $\frac{1000}{Z}mc^2$. Para elementos leves, surge uma importante restrição, pois a energia crítica alcança grandes valores para Z pequenos.

O tratamento no qual os efeitos da perda de energia por ionização são considerados, bem como os processos de criação de pares e bremsstrahlung, tendo-se o efeito *Compton* desprezado, é chamado *aproximação B*.

Para a teoria de cascatas no caso tridimensional, as aproximações são denominadas diferentemente do caso unidimensional. Costumeiramente, uma teoria de chuva tridimensional pode ser formulada com:

- “tratamento na aproximação de Landau”
- “tratamento sem a aproximação de Landau”

O *tratamento na aproximação de Landau* utiliza para o espalhamento múltiplo a aproximação *Fokker-Planck*, enquanto a utilização da teoria de *Molière* com a formulação dada por *Bethe* [5], conduz ao chamado *tratamento sem a aproximação de Landau*. Em ambos os tratamentos, a perda de energia por ionização e os processos de criação de pares e bremsstrahlung, são considerados, sendo o efeito *Compton* desprezado. Todos estes processos físicos se dão de uma forma análoga à teoria no caso unidimensional sob a *aproximação B*.

Neste trabalho, vamos descrever a teoria tridimensional *sem a aproximação de Landau*, pois objetivamos as distribuições laterais das partículas no chuva.

2.1 Criação de Pares e Bremsstrahlung

O processo de radiação de frenagem, mais conhecido como processo bremsstrahlung, é causado pela aceleração de uma partícula carregada no campo

Coulombiano do núcleo atômico, já a interação de um fóton de alta energia, W , com o intenso campo elétrico do núcleo conduz ao fenômeno chamado de criação de pares através do qual o fóton desaparece e um pósitron, de energia E' , e um elétron, de energia E , serão criados simultaneamente.

Ambos os processos ocorrem principalmente no campo do núcleo atômico, sendo afetados pelos elétrons atômicos dos materiais para parâmetros de impacto efetivos da mesma ordem ou maior que o raio atômico. Isto realmente ocorre para partículas de altas energias. Estes processos são muito bem descritos nas referências [4], [7] e [8].

As seções de choque para os processos de criação de pares e bremsstrahlung, considerando-se o efeito de blindagem completa, foi dada por *Bethe e Heitler* [12]. As seções de choque calculadas foram obtidas *sob a aproximação de Born*, sendo os resultados confiáveis se:

$$\frac{Ze^2}{\hbar c} \ll 1$$

Assim, tem-se que $\Phi(E, W) \frac{dW}{E} d\chi$ é a probabilidade para um elétron de energia E , atravessando uma profundidade $d\chi$ (g/cm^2), emitir um fóton num intervalo de energia ($W, W + dW$). Os demais casos onde consideram-se as blindagens parcial e não efetivas são descritos por *Bethe e Heitler*.

Como estamos considerando a energia total do elétron sendo alta, $E \gg m_e c^2$, tem-se que a expressão teórica para $\Phi(E, W) \frac{dW}{E}$ pode ser escrita na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Phi(E, W) \frac{dW}{E} = 4\alpha \frac{N}{A} Z^2 r_e^2 \frac{dW}{W} \left[1 + \left(1 - \frac{W}{E} \right)^2 - \right. \\ \left. - \frac{2}{3} \left(1 - \frac{W}{E} \right) \right] \left[\log(191Z^{-1/3}) + \frac{1}{9} \left(1 - \frac{W}{E} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde α é a constante de estrutura fina, Z e A são o número atômico e o peso atômico da matéria atravessada, respectivamente, N é o número de *Avogadro*, e r_e o raio clássico do elétron $e^2/m_e c^2$.

Bethe e Heitler determinaram que a energia média perdida por g/cm^2 para bremsstrahlung, se dá na forma:

$$\int_0^E \Phi(E, W) W \frac{dW}{E} = \frac{E}{X_0} \quad (2.3)$$

onde X_0 é o comprimento de radiação, já mencionado no início deste capítulo, e é definido pela equação:

$$X_0^{-1} = 4\alpha \frac{N}{A} Z^2 r_e^2 \log(191 Z^{-1/3}) \quad (2.4)$$

denotando-se t como uma profundidade medida em comprimentos de radiação ($t = \chi/X_0$).

A expressão (2.3) pode ser convenientemente escrita como:

$$\left(\frac{dE}{d\chi} \right) = -\frac{E}{X_0} \quad (2.5)$$

mostrando ser proporcional à energia do elétron (ou pósitron).

Pode-se, desta forma, introduzir a probabilidade para o processo de radiação por comprimento de radiação:

$$\Phi_0(E, W) = X_0 \Phi(E, W) \quad (2.6)$$

e a perda de energia média por comprimento de radiação como:

$$-\frac{1}{E} \left(\frac{dE}{dt} \right) = 1 + b \quad (2.7)$$

onde $b = \frac{1}{[\log(191 Z^{-1/3})]}$. O valor de b é muito pequeno quando comparado com 1, tendo seu valor variando entre 0.012 e 0.015, quando o Z varia de 7.3 (ar) a 82 (chumbo). Desta forma, não introduz-se erros apreciáveis quando faz-se $b = 0.0135$ para todos os elementos.

Além da perda de energia por bremsstrahlung, como já foi dito anteriormente, as partículas carregadas contam ainda com o processo de perda de energia por ionização que será descrito na próxima seção.

Para o processo de criação de pares, $\Psi(W, E) \frac{dE}{W} d\chi$ é a probabilidade para um fóton de energia W , atravessando uma profundidade de matéria de $d\chi$ (g/cm^2), produzir um par elétron-pósitron, no qual o elétron possui uma energia entre E e $E + dE$. Através da lei da conservação de energia, produz-se a seguinte relação entre a energia, W , do fóton e a energia total, E e E' , do par e^-e^+ :

$$E + E' = W \quad \text{ou} \quad e + e' = 1 \quad (2.8)$$

onde introduz-se a energia fracional $e = \frac{E}{W}$ e $e' = \frac{E'}{W}$.

Assumindo, $W \gg m_e c^2$ e considerando-se o efeito de blindagem completa, tem-se a expressão teórica para $\Psi(W, E)$ da forma:

$$\Psi(W, E) \frac{dE}{W} = 4\alpha \frac{N}{A} Z^2 r_e^2 \frac{dE}{W} \left[\left(\frac{E}{W} \right)^2 + \left(1 - \frac{E}{W} \right)^2 + \frac{2}{3} \frac{E}{W} \left(1 - \frac{E}{W} \right) \right] \left[\log(191 Z^{-1/3}) - \frac{1}{9} \frac{E}{W} \left(1 - \frac{E}{W} \right) \right] \quad (2.9)$$

Pode-se de uma maneira mais conveniente expressar as probabilidades para produção de pares em termos do comprimento de radiação. Podemos assim chamar:

$$\Psi_o(W, E) = X_o \Psi(W, E) \quad (2.10)$$

a probabilidade para produção de pares por comprimento de radiação, e:

$$\Sigma(W) = \int_{m_e/W}^{1-m_e/W} \Psi(W, E) dE \quad (2.11)$$

a probabilidade total para um fóton de energia W produzir um par e^-e^+ numa profundidade de matéria $d\chi(g/cm^2)$, onde m_e é a massa do elétron. Deste modo, para altas energias, as equações (2.9) e (2.11) produzem:

$$\Sigma(W) = 4\alpha \frac{N}{A} Z^2 r_e^2 \left[\frac{7}{9} \log(191 Z^{-1/3}) - \frac{1}{54} \right] \quad (2.12)$$

podendo-se obter a probabilidade total para produção de pares por comprimento de radiação:

$$\sigma(W) = X_o \Sigma(W) = \frac{7}{9} - \frac{b}{3} \quad (2.13)$$

onde b se dá na mesma forma que na equação (2.7). A probabilidade diferencial $\Psi(W, E)$ para um fóton de energia W , não se altera muito com a variação de E . Verifica-se que as equações que descrevem a produção de pares, da mesma forma para o processo de bremsstrahlung, são em altas energias independentes do número atômico, quando espessuras são medidas em comprimentos de radiação.

Assim, em uma primeira aproximação pode-se utilizar a expressão simplificada em altas energias:

$$\Psi_o(W, E) \frac{dE}{W} = \frac{7}{9} X_o^{-1} \frac{dE}{W} \quad (2.14)$$

2.1.1 Bremsstrahlung e Criação de Pares pelos Elétrons Atômicos

Os processos de criação de pares e bremsstrahlung são também esperados para ocorrer através de colisões com os outros elétrons dos átomos. Estas interações são diferentes da interação com o núcleo, não somente por causa da massa e carga de um elétron ser diferente da massa e carga nuclear, mas também pela possibilidade do elétron ser ejetado do átomo, devido a sua leveza. *Wheeler e Lamb* [10] mostraram que no limite da blindagem completa, esta probabilidade adicional de colisão será:

$$\Phi_{el} \cong \frac{\zeta}{Z} \Phi_o \quad (2.15)$$

e

$$\Psi_{el} \cong \frac{\zeta}{Z} \Psi_o \quad (2.16)$$

onde

$$\zeta(Z) = \frac{\log(1440Z^{-2/3})}{\log(191Z^{-1/3})}$$

Os valores numéricos de $\zeta(Z)$ em função de Z estão estimados na tabela (2.1).

Desta forma, a probabilidade total para os processos descritos é dada substituindo-se Z^2 por $Z(Z + \zeta(Z))$ nas equações (2.2) e (2.9), e o comprimento de radiação será definido pela relação:

$$X_o^{-1} = 4\alpha \frac{N}{A} r_e^2 Z(Z + \zeta(Z)) [\log(191Z^{-1/3}) - f(Z)] \quad (2.17)$$

onde o termo $f(Z)$ surge como uma correção Coulombiana dos elétrons atômicos para os cálculos elaborados por *Davis, Bethe e Maximon* [9], sem a utilização da *aproximação de Born*, sendo que $f(Z)$ se dá na forma:

$$f(Z) = \alpha_o^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 + \alpha_o^2)} \quad (2.18)$$

e

$$\alpha_o = Z\alpha = \frac{Ze^2}{\hbar c}$$

Tabela 2.1: Valores de ζ em função de Z .

Z	1	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\zeta(Z)$	1.38	1.31	1.27	1.24	1.21	1.19	1.18	1.17	1.16	1.15	1.14

tendo-se para pequenos valores de α_0 :

$$f \cong \left(\frac{Ze^2}{\hbar c} \right)^2 \quad (2.19)$$

Assim, para Z pequeno a correção é pequena, e para Z grande, vem a ser significativa.

2.2 Perda de Energia por Ionização

A perda de energia de um elétron por ionização ocorre durante a sua passagem através de uma profundidade de matéria $d\chi(g/cm^2)$ como consequência das colisões com os elétrons atômicos, sendo por este motivo também conhecida como perda de energia por colisão. Diferentemente da perda de energia de um elétron por bremsstrahlung, que se dá proporcionalmente à sua energia, a perda de energia por ionização possui uma variação logarítmica com a energia do elétron [6], e em alguns casos chega a ter influência considerável no desenvolvimento das cascatas.

Define-se a perda de energia por ionização durante a passagem através de um comprimento de radiação, X_0 , como a energia crítica do material atravessado (sendo constante para cada material). Denotando-se este valor constante para ε_0 , tem-se a energia crítica no ar valendo:

$$\varepsilon_0 = 84.2 \text{ MeV}$$

A teoria de perda de energia por ionização foi desenvolvida por *Bethe* [5], utilizando a *aproximação de Born*. Na maioria dos casos a perda de energia por colisão se dá para pequenas transferências de energia, enquanto grandes perdas de energia também ocorrem, porém comparativamente mais raras.

A perda de energia causada por pequenas transferências de energia requer um tratamento separado, pois neste processo o elétron não pode ser tratado como livre. Em outras palavras, em vez de calcular a probabilidade

de transição para um sistema formado pela partícula primária e um elétron livre, tem que se calcular a probabilidade de transição para um sistema formado pela partícula primária e o átomo.

A teoria de *Bethe* é desenvolvida nesta base e o resultado é representado pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} - \left(\frac{dE}{d\chi} \right)_{col} &= \frac{N}{A} Z \phi_0 m_e \frac{3}{4} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\log \left(\frac{2m_e \beta^2 W_m}{I^2 Z^2 (1 - \beta^2)} \right) - 2\beta^2 \right] \\ &= \frac{2\pi N Z r_e^2 m_e z^2}{A \beta^2} \left[\log \left(\frac{2m_e \gamma^2 \beta^2 W_m}{I^2 Z^2} \right) - 2\beta^2 \right] \end{aligned} \quad (2.20)$$

onde a partícula viaja com uma velocidade $v = c\beta$, tendo-se N como o número de *Avogadro*; A o peso atômico; $\phi_0 = (8\pi/3)r_e^2$ a unidade de seção de choque; m_e a massa do elétron; z a carga da partícula primária; Z o número atômico. I é a energia média de ionização, a qual não é idêntica para todos os elementos, mas varia, segundo *Block* [16], no intervalo de energia 11 – 14 eV.

W_m é a energia máxima que pode ser transferida para um elétron pela partícula primária. Como a partícula considerada é o elétron, tem-se então:

$$W_m = \frac{1}{2}(E - m_e) \quad (2.21)$$

Para elétrons de energias extremamente relativísticas, $E \gg m_e c^2$, tem-se:

$$- \left(\frac{dE}{d\chi} \right)_{col} = N Z \phi_0 m_e \frac{3}{4} \left[\log \left(\frac{E^3}{2I^2 Z^2 m_e} \right) \right] \quad (2.22)$$

A perda de energia total de um elétron pode ser escrita na forma:

$$\left(- \frac{dE}{d\chi} \right)_{Total} = \left(- \frac{dE}{d\chi} \right)_{bremss} + \left(- \frac{dE}{d\chi} \right)_{col} \quad (2.23)$$

Essencialmente, a perda de energia por ionização depende da velocidade da partícula primária carregada e é praticamente independente de sua massa. A perda de energia é grande para pequenas velocidades e diminui $\sim 1/v^2$ até v ser comparável a c . Em energias muito altas a perda de energia é quase inteiramente devida a *bremstrahlung*.

2.3 Espalhamento Múltiplo Coulombiano

Existem várias razões para a extensão lateral das partículas no chuveiro eletromagnético: o ângulo de abertura da criação de um par elétron-pósitron, ângulo de emissão de um fóton por bremsstrahlung e a deflexão devido ao espalhamento múltiplo Coulombiano, sendo este o principal responsável pelo desenvolvimento lateral da cascata eletromagnética. As outras duas contribuições podem ser desprezadas quando comparadas com o espalhamento múltiplo Coulombiano, exceto no início do desenvolvimento de um chuveiro. Estas partículas carregadas são espalhadas predominantemente, como o próprio nome sugere, no campo elétrico Coulombiano dos núcleos que compõe o ar. Estes núcleos, na maioria dos casos, são mais massivos do que as partículas espalhadas.

Como será descrita na próxima seção, a teoria de um chuveiro tridimensional pode ser satisfatoriamente construída somente incluindo a contribuição do efeito de espalhamento múltiplo Coulombiano.

A deflexão que uma partícula sofre ao atravessar uma profundidade de matéria $d\chi$, pode ser causada ou por uma colisão individual, ou por muitas colisões subseqüentes. Grandes deflexões são mais prováveis de ocorrer em colisões individuais, enquanto as pequenas são geralmente causadas por muitas colisões.

O resultado de colisões individuais está relacionado com o espalhamento individual. Um pequeno número de colisões está relacionado com o espalhamento plural, enquanto, um grande número de colisões relaciona-se com o espalhamento múltiplo, sendo este de grande importância para pequenas deflexões. As deflexões individuais são estatisticamente independentes uma da outras.

A probabilidade de um elétron ser espalhado através de um ângulo $(\theta, \theta + d\theta)$ quando cruza uma dada espessura dt é $\sigma(\theta)d\theta$. Um elétron viajando na direção $(\theta', \theta' + d\theta')$ em uma espessura t será espalhado em $(\theta, \theta + d\theta)$ pelo espalhamento Coulombiano. Portanto, tem-se que a variação do número de elétrons dentro de um intervalo $(\theta, \theta + d\theta)$ causado pelo espalhamento enquanto atravessa a espessura de matéria dt é dada por:

$$dt \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \pi(\theta - \theta') \sigma(\theta') d\theta' - \int_{-\infty}^{+\infty} \pi(\theta) d\theta' \sigma(\theta') \right] \quad (2.24)$$

ou, em uma forma operacional, por

$$\sigma' \pi$$

Desta forma, assumindo uma distribuição de carga puntual, a expressão dada por *Rossi e Greisen* [4] para a probabilidade de um elétron ser espalhado pelo campo Coulombiano de um núcleo, é aproximadamente:

$$\sigma(\theta)d\theta = \frac{1}{4\pi \log(191Z^{-1/3})} \left(\frac{E_s}{E}\right)^2 \frac{d\theta}{\theta^4} \quad (2.25)$$

onde E_s é introduzido como escala de energia, valendo:

$$E_s = (4\pi 137)^{1/2} m_e c^2 = 21.2 \text{ MeV}$$

O tamanho finito do núcleo e a blindagem do campo nuclear por outros elétrons, faz a probabilidade ser menor do que a dada por (2.25), para grandes e pequenos valores de θ respectivamente. Desta forma, *Williams* [15] aproximou a probabilidade, como segue abaixo:

$$\sigma(\theta)d\theta = 0 \quad \theta < \theta_{min}, \quad (2.26)$$

$$\sigma(\theta)d\theta = (2.25) \quad \theta_{min} < \theta < \theta_{max}, \quad (2.27)$$

$$\sigma(\theta)d\theta = 0 \quad \theta > \theta_{max}, \quad (2.28)$$

onde

$$\theta_{min} = \lambda/2\pi a \quad e \quad \theta_{max} = \lambda/2\pi d \quad (2.29)$$

e λ é o comprimento de onda de *de Broglie* de um elétron incidente, d é o raio da distribuição de carga (uma esfera) do núcleo, e a o raio do átomo de *Bohr*.

De acordo com o tratamento de *Williams* para o espalhamento múltiplo de uma única partícula carregada, $\pi(\theta' + \theta)$ é expandida na série de *Taylor* de θ' , e a fórmula (2.24) torna-se:

$$dt \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\pi(\theta) + \theta' \frac{\partial}{\partial \theta} \pi(\theta) + \frac{(\theta')^2}{2!} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \pi(\theta) + \dots \right] \sigma(\theta)' d\theta' - \int_{-\infty}^{+\infty} \pi(\theta) \sigma(\theta') d\theta' \right\} \quad (2.30)$$

Devido a simetria axial da probabilidade de espalhamento, o segundo termo na série em (2.30) desaparece, tendo-se o terceiro termo igual ao ângulo quadrático médio de espalhamento, o qual em uma espessura de matéria por comprimento de radiação dt , é igual a:

$$\langle \theta^2 \rangle_{dt} = \left(\frac{E_s}{E} \right)^2 dt \quad (2.31)$$

Fazendo-se uso da regra geral de superposição de pequenos e independentes desvios, o ângulo quadrático médio em uma espessura dt , pode ser integrado de 0 a t . Considerando, ainda, se a perda de energia é desprezível, então, E pode ser tratado como constante e a expressão acima torna-se:

$$\langle \theta^2 \rangle_t = \left(\frac{E_s}{E} \right)^2 t \quad (2.32)$$

2.3.1 Teoria de *Molière*

A idéia da teoria de *Molière* é expandir a função de distribuição em séries de potência inversa do número de colisões sofridas pela partícula enquanto ela passa através do material. Assim, o primeiro termo representa o efeito de espalhamento múltiplo; o segundo, o efeito de espalhamento individual; o terceiro e os termos maiores, os efeitos do espalhamento plural.

Sendo $f(\theta)2\pi\theta d\theta$ a probabilidade de um elétron ser defletido depois de cruzar uma profundidade $d\chi$ de matéria, tem-se que a equação de transporte da função de distribuição é dada por:

$$\frac{\partial f}{\partial \chi} = \int f(\theta - \theta')\sigma(\theta')d\theta' - \int f(\theta)\sigma(\theta)d\theta \quad (2.33)$$

Aplicando-se nesta equação a transformação de *Hankel* em relação a θ e multiplicando-a pela função de *Bessel* $J_0(\zeta\theta)$, obtem-se:

$$\frac{\partial F}{\partial \chi} = -2\pi F \int_0^\infty [1 - J_0(\zeta\theta)]\sigma(\theta)\theta d\theta \quad (2.34)$$

com a condição inicial $F = \frac{1}{2\pi}$ em $t = 0$, onde F é a transformada de *Hankel* da função de distribuição.

Como nossa intenção não é explicar minuciosamente todos os detalhes dos cálculos efetuados, haja visto que o material é extenso, citaremos somente os

resultados, os quais são descritos em [4], [5], [13], [14] e [15]. Desta forma, calculando-se a integral tem-se:

$$2\pi \int_0^\infty \sigma(\theta)[1 - J_0(\zeta\theta)]\theta d\theta \cong \frac{E_s'^2 \zeta^2}{4E^2} \left[b - \log \left(\frac{E_s'^2 \zeta^2}{4E^2} \right) \right] \quad (2.35)$$

onde

$$E_s' = \frac{E_s}{2(\log 191Z^{-1/3})}, \quad (2.36)$$

e para valores não muito pequenos de θ :

$$b = \log \left(\frac{E_s'}{EX_a} \right)^2 - 0.0154 \quad (2.37)$$

Molière obteve o valor de X_a , utilizando a seção de choque de espalhamento para o potencial de *Thomas-Fermi*, da forma:

$$X_a^2 = \theta_{min}^2 (1.13 + 3.76\alpha^2) \quad \text{com} \quad \alpha = Ze^2/\hbar c \quad (2.38)$$

Assim, o número total de deflexões em um comprimento de radiação é:

$$\int_0^\infty \sigma(\theta) 2\pi\theta d\theta \cong \frac{1}{4 \log(191Z^{-1/3})} \frac{E_s^2}{E^2 X_a^2} = \frac{E_s'^2}{E^2 X_a^2} \quad (2.39)$$

Tem-se que o valor de b representa aproximadamente o logaritmo do número de deflexões durante a passagem da partícula através da espessura dt .

Por conveniência nos cálculos, introduz-se o parâmetro Ω , definido por:

$$\Omega - \log \Omega = b \quad (2.40)$$

Assim, a equação (2.35) vem a ser:

$$\frac{K^2 \zeta^2}{4E^2} \left(1 - \frac{1}{\Omega} \log \frac{K^2 \zeta^2}{4E^2} \right) \quad (2.41)$$

sendo

$$K = \Omega^{1/2} E_s' \quad (2.42)$$

Os valores numéricos de K e Ω para alguns materiais atravessados, são mostrados na tabela (2.2).

Tabela 2.2: Valores de K e Ω para diferentes materiais.

Materiais	C	Al	Fe	Pb	Ar
Z	6	13	26	82	-
$K(\text{MeV})$	19.2	19.4	19.5	19.1	19.3
Ω	15.4	14.9	14.3	12.9	15.2

Agora, a transformação de *Hankel* da função de distribuição é dada por:

$$F = e^{-\frac{K^2 \zeta^2}{4E^2} \left(-\frac{1}{\Omega} \log \frac{K^2 \zeta^2}{4E^2} \right) t} \quad (2.43)$$

Como Ω tem um valor similar ao de b , pode-se expandir a equação (2.43) em uma série de potência de $1/\Omega$. Assim, depois de expandir e aplicar a transformação inversa de *Hankel*, obtém-se:

$$f(\theta) = f^{(0)} + \frac{1}{\Omega} f^{(1)} + \frac{1}{\Omega^2} f^{(2)} + \dots \quad (2.44)$$

onde

$$f^{(0)} = \frac{1}{\pi} \frac{E^2}{K^2 t} e^{-\frac{E^2 \theta^2}{K^2 t}} \quad (2.45)$$

e

$$\frac{1}{\Omega} f^{(1)} = \frac{1}{4\pi \log(191Z^{-1/3})} \left(\frac{E_s}{E} \right)^2 \frac{t}{\theta^4} \cong \sigma(\theta) t \quad (2.46)$$

Na teoria de *Molière*, o primeiro termo da série, (2.44), i.e., $f^{(0)}$, representa o espalhamento múltiplo de elétrons quando eles estão cruzando a matéria.

O segundo termo da série, (2.44), é a contribuição do espalhamento individual e uma pequena contribuição do espalhamento plural, dando uma contribuição menor do que $f^{(0)}$ próximo ao eixo do chuveiro ($1/\Omega$ vezes menor do que $f^{(0)}$).

Tem-se que o terceiro termo da série (2.44), bem como os termos de mais alta ordem, podem ser desprezados.

2.4 As Equações de Difusão

Todos os resultados aqui relatados são obtidos conforme a teoria de um chuveiro no caso tridimensional com a chamada *sem aproximação de Landau*,

sendo que os cálculos elaborados para esta teoria, consideram os processos de criação de pares e bremsstrahlung, e a perda de energia por ionização, tendo-se ainda a teoria de *Molière* para espalhamento múltiplo.

Na teoria de cascatas eletromagnéticas no caso tridimensional, tem-se $\pi(E, r, \theta)dEdrd\theta$ como sendo o número médio de elétrons (ou pósitrons) com energia entre $(E, E + dE)$, e $\gamma(W, r, \theta)dWdrd\theta$ o número médio de fótons com energia entre $(W, W + dW)$. Em ambos, tem-se o desvio lateral entre r e $r + dr$, e um ângulo de deflexão entre θ e $\theta + d\theta$ do eixo do chuveiro.

Serão mostradas aqui, as equações de difusão reduzidas referentes aos tratamentos *com* e *sem a aproximação de Landau*, porém, somente o segundo tratamento está sendo tratado aqui.

Desta forma, obtem-se as seguintes equações:

- *na aproximação de Landau*

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \theta \frac{\partial \pi}{\partial r} = -A'\pi + B'\gamma + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial E} \pi + \frac{E_s^2}{4E^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta_2^2} \right) \pi \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \theta \frac{\partial \gamma}{\partial r} = -\sigma_0 \gamma + C'\pi \quad (2.48)$$

sendo θ_1 e θ_2 , as componentes de θ nas direções x e y , respectivamente; i.e., $(r \cdot \theta) = x\theta_1 + y\theta_2$.

- *sem a aproximação de Landau*

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \theta \frac{\partial \pi}{\partial r} = -A'\pi + B'\gamma + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial E} \pi + \int [\pi(\theta - \theta') - \pi(\theta)] \sigma(\theta') d\theta' \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \theta \frac{\partial \gamma}{\partial r} = -\sigma_0 \gamma + C'\pi \quad (2.50)$$

Estas equações de difusão descrevem a mudança no número de elétrons e fótons, depois de cruzarem uma espessura de matéria dt , onde são incluídos todos os processos físicos descritos neste capítulo.

A teoria de cascata eletromagnética tridimensional é construída por uma combinação da teoria no caso unidimensional e da teoria do múltiplo espalhamento.

A equação (2.49) fornece a variação do número de elétrons, com energia entre $(E, E + dE)$, com relação a dt (ou seja, a variação longitudinal) e em relação a variação lateral $drd\theta$. Na parte direita da equação, o primeiro termo

$A'\pi$, se refere ao efeito do processo de bremsstrahlung, onde os elétrons sofrem perda de energia por emissão de radiação, sendo deslocados para uma região de mais baixa energia, emitindo assim um fóton em dt ; o segundo termo $B'\gamma$, refere-se ao processo de criação de pares, onde e^-e^+ são produzidos com energia entre $(E, E + dE)$ por fótons de energia $W > E$; o terceiro termo está relacionado a perda de energia por ionização dos elétrons em dt , onde ε_0 é a energia crítica; e por último tem-se o quarto termo, referindo-se a teoria de *Molière* para espalhamento múltiplo.

A equação (2.50) fornece a variação do número de fótons com energia entre $(W, W + dW)$ em relação ao desenvolvimento longitudinal dt . Na parte direita da equação, o primeiro termo $\sigma_0\gamma$, refere-se a absorção de fótons pelo processo de criação de pares e^-e^+ , e o segundo $C'\pi$, está relacionado a um elétron de alta energia que pode emitir um fóton com energia entre $(W, W + dW)$, ou seja, o processo de bremsstrahlung, onde $E > W$. Os termos das equações (2.49) e (2.50) estão descritos no apêndice A.

Comparando-se as equações (2.47) e (2.49), verificamos que a única diferença encontra-se no quarto termo do lado direito das equações, que representam o espalhamento múltiplo. A equação (2.47) utiliza a aproximação de *Fokker-Planck*, enquanto a equação (2.49) utiliza a teoria de *Molière*. Uma descrição total das equações e das aproximações utilizadas nas teorias unidimensional e tridimensional é feita nas referências [4] e [13].

2.5 Resultados da Teoria

A teoria de cascata eletromagnética tridimensional foi elaborada como uma combinação da teoria no caso unidimensional, sob a aproximação *B*, e da teoria de *Molière* para espalhamento múltiplo. Desta forma, é conveniente tratar o desenvolvimento de um chuveiro eletromagnético na atmosfera separando-o em desenvolvimento longitudinal e lateral, o que não introduz erros apreciáveis, pois a espessura da atmosfera no qual o chuveiro se desenvolve, estende-se por mais de 10 *km*, enquanto os deslocamentos laterais da maioria das partículas são menores do que algumas centenas de metros.

Uma das vantagens da separação do desenvolvimento em longitudinal e lateral seria o fato de que a não uniformidade da densidade atmosférica, a qual varia com a altura, pode ser desprezada, pois as partículas envolvidas na cascata eletromagnética (e^\pm e γ) são estáveis, e suas multiplicações dependem

somente da espessura de matéria atravessada, enquanto o desenvolvimento lateral não pode ser tratado da mesma forma, pois as distâncias geométricas atravessadas pelas partículas são determinantes.

Assim, os resultados aqui usados são obtidos pela *aproximação B*, tendo-se as expressões utilizadas para seção de choque de produção de pares e bremsstrahlung válidas para altas energias, as então chamadas fórmulas assintóticas.

2.5.1 Desenvolvimento Lateral

Como já foi mencionado e descrito anteriormente neste capítulo, o principal responsável pelo deslocamento lateral dos elétrons do eixo do chuveiro vem a ser o espalhamento múltiplo Coulombiano, sofrido ao passarem próximo ao núcleo atômico. Este assunto já foi descrito na seção (3.3), não sendo necessário discutí-lo novamente.

A unidade mais utilizada para deslocamento lateral no ar é dada por:

$$r_o = \frac{E_s}{\epsilon_o} X_o = 9.50 \text{ g/cm}^2 = \frac{73.5}{P} \frac{T}{273} \text{ m} \quad (2.51)$$

onde P é a pressão em *atm*, e T a temperatura em *K*. Tem-se o termo $r_o = r_m$ como o conhecido raio de *Molière*, o qual é um fator de deslocamento lateral, sendo no nível do mar $r_o \approx 78 \text{ m}$.

O principal parâmetro caracterizando a componente eletrônica em um dado nível de observação é sua distribuição lateral. Esta distribuição pode ser descrita por uma função de estrutura lateral que a prediz teoricamente. Os cálculos realizados por *Nishimura* e *Kamata* [14] para a distribuição lateral são provavelmente os mais extensos e exatos utilizados na literatura. A função de distribuição lateral de *Nishimura-Kamata* pode ser aproximada por uma expressão dada por *Greisen* [17] e é conhecida como função de estrutura de *Nishimura-Kamata-Greisen*, f_{NKG} .

As soluções aproximadas obtidas por *Nishimura-Kamata* e por *Greisen*, são comparadas no artigo em *Handbuch der Physik* por *Nishimura* [13], e serão descritas com maiores detalhes no próximo capítulo.

A função de distribuição lateral, tanto de *Nishimura-Kamata* quanto a de *Greisen*, tem uma correlação do chamado parâmetro idade, s , do chuveiro com a forma da distribuição lateral. Esta correlação implica que ambas

funções de distribuição, são utilizadas para correlacionar um valor de ajuste s para um chuvaeiro com seu estágio de desenvolvimento.

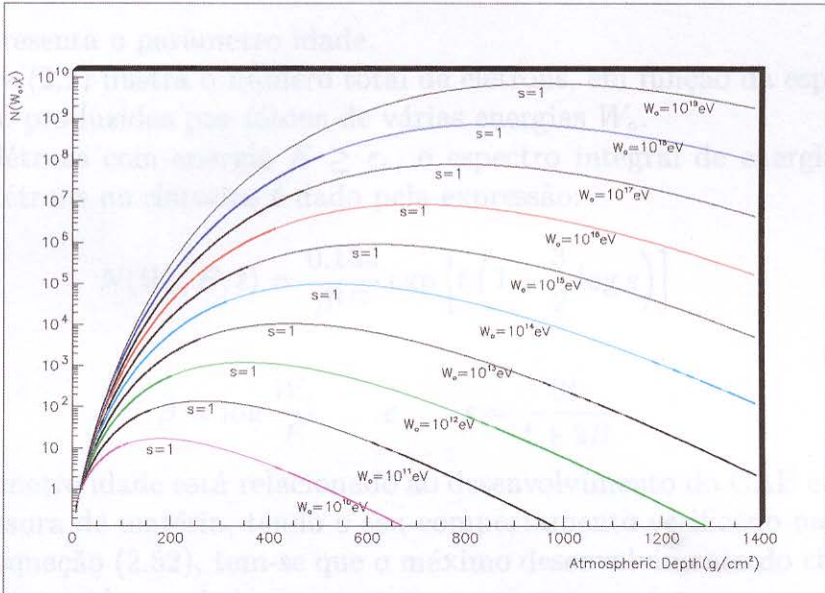


Figura 2.1: Número total de elétrons, como função da profundidade de matéria atravessada, em g/cm^2 , produzido por fótons de várias energias, W_0 , em eV. O parâmetro s , está demonstrado para o máximo do desenvolvimento do chuvaeiro.

2.5.2 Desenvolvimento Longitudinal

O número total de elétrons de energia E calculado como uma função da espessura de ar atravessado, para chuvaeiros iniciados por um único fóton de energia W_0 , pode ser representado pela expressão:

$$N(W_0, t) = \frac{0.31}{\beta_0^{1/2}} \exp \left[t \left(1 - \frac{3}{2} \log s \right) \right] \quad (2.52)$$

onde

$$t = \chi/X_0; \quad \beta_0 = \log W_0/\epsilon_0 \quad e \quad s = \frac{3t}{t + 2\beta_0}.$$

onde s representa o parâmetro idade.

A figura (2.1) ilustra o número total de elétrons, em função da espessura de matéria, produzidos por fótons de várias energias W_0 .

Para elétrons com energia $E \geq \varepsilon_0$, o espectro integral de energia para todos os elétrons no chuveiro é dado pela expressão:

$$N(W_0, E, t) = \frac{0.135}{\beta^{1/2}} \exp \left[t \left(1 - \frac{3}{2} \log s \right) \right] \quad (2.53)$$

onde

$$\beta = \log \frac{W_0}{E} \quad e \quad s = \frac{3t}{t + 2\beta}$$

O parâmetro idade está relacionado ao desenvolvimento do CAE em uma dada espessura de matéria, tendo o seu comportamento verificado na figura (2.1). Da equação (2.52), tem-se que o máximo desenvolvimento do chuveiro é alcançado quando $s = 1$, i.e., na espessura:

$$t_{max} = \beta_0 = \log \frac{W_0}{\varepsilon_0} \quad (2.54)$$

No início do chuveiro, $s \ll 1$; antes do máximo $s < 1$; depois do máximo $s > 1$.

Capítulo 3

Discussão sobre as Funções de Estrutura Lateral

A análise da distribuição lateral de partículas em chuviros iniciados por elétrons e raios γ , bem como a estimativa do tamanho dos chuviros eletromagnéticos, pode ser guiada pelos cálculos pioneiros de *Nishimura e Kamata* [14] em 1958 e pela bem conhecida aproximação feita por *Greisen* [17].

Partindo dos resultados da teoria de cascatas eletromagnéticas sobre a distribuição lateral de elétrons (pósitrons) e fótons, é possível estimar (através de reconstrução) algumas características básicas de chuviros atmosféricos extensos detectados em *arrays*, através de ajustes de curvas. Desta forma, pode-se esperar que seja utilizada para cascatas eletromagnéticas ou a expressão de *Nishimura-Kamata* (3.4) ou a de *Nishimura-Kamata-Greisen* (3.9).

Através destes ajustes, pode-se obter, dentro do erro de aproximadamente 20% inerente ao método adotado para solução das equações diferenciais, a energia do primário, o estágio de desenvolvimento (parâmetro idade) do chuviro, etc.

Contudo, a expressão de *Nishimura-Kamata-Greisen* é utilizada tradicionalmente para descrever o desenvolvimento de CAE's, sendo em sua maioria iniciados por prótons.

A função de estrutura lateral total de elétrons tem uma expressão similar a função de estrutura angular, onde é expandida da mesma forma. A expressão dá-se como:

Tabela 3.1: Função de estrutura lateral normalizada $(r/r_0)^{2-s}P_{\Pi}(r/r_0, s)$ para $s=0.6, 1.0, 1.4$ e 2.0 .

r/r_0	s			
	0.6	1.0	1.4	2.0
0.001	1.95×10^{-1}	4.4×10^{-1}	8.5×10^{-1}	2.4
0.003	1.90×10^{-1}	4.2×10^{-1}	8.0×10^{-1}	1.92
0.01	1.81×10^{-1}	3.9×10^{-1}	7.1×10^{-1}	1.40
0.03	1.58×10^{-1}	3.4×10^{-1}	5.8×10^{-1}	9.3×10^{-1}
0.1	1.34×10^{-1}	2.65×10^{-1}	3.8×10^{-1}	5.3×10^{-1}
0.2	1.08×10^{-1}	2.03×10^{-1}	2.6×10^{-1}	3.2×10^{-1}
0.5	4.9×10^{-2}	1.09×10^{-1}	1.22×10^{-1}	1.21×10^{-1}
1.0	1.35×10^{-2}	4.1×10^{-2}	5.0×10^{-2}	4.4×10^{-2}
2.0	2.64×10^{-3}	8.8×10^{-3}	1.48×10^{-2}	1.18×10^{-2}
5.0	2.16×10^{-4}	7.7×10^{-4}	1.55×10^{-3}	1.32×10^{-3}

$$\Pi = \Pi^{(0)} + \frac{1}{\Omega} \Pi^{(1)} + \dots \quad (3.1)$$

onde Π é a função de estrutura lateral de elétrons com energia entre $(E, E+dE)$. Os detalhes dos cálculos feitos por *Nishimura* e *Kamata* podem ser obtidos nas referências [13] e [14].

Contudo, para aplicações práticas tem-se a necessidade de obter soluções analíticas sendo aproximadas por expressões mais simples.

Tem-se a função de estrutura normalizada definida como:

$$P_{\Pi}(E_0, 0, r, t) = \frac{\Pi}{2\pi \int_0^{\infty} \Pi r dr} \quad (3.2)$$

Desta forma, tem-se:

$$2\pi \int_0^{\infty} P_{\Pi}(E_0, 0, r, t) r dr = 1 \quad (3.3)$$

Os resultados numéricos da função de distribuição¹ normalizada estão apresentados na tabela (3.1).

¹Valores transcritos da referência [13]

3. Como a determinação da função de estrutura *Nishimura-Kamata* requer longos cálculos numéricos, foi convenientemente elaborada uma fórmula assintótica, não tão complicada, para aplicações práticas, sendo definida pela equação (3.4).

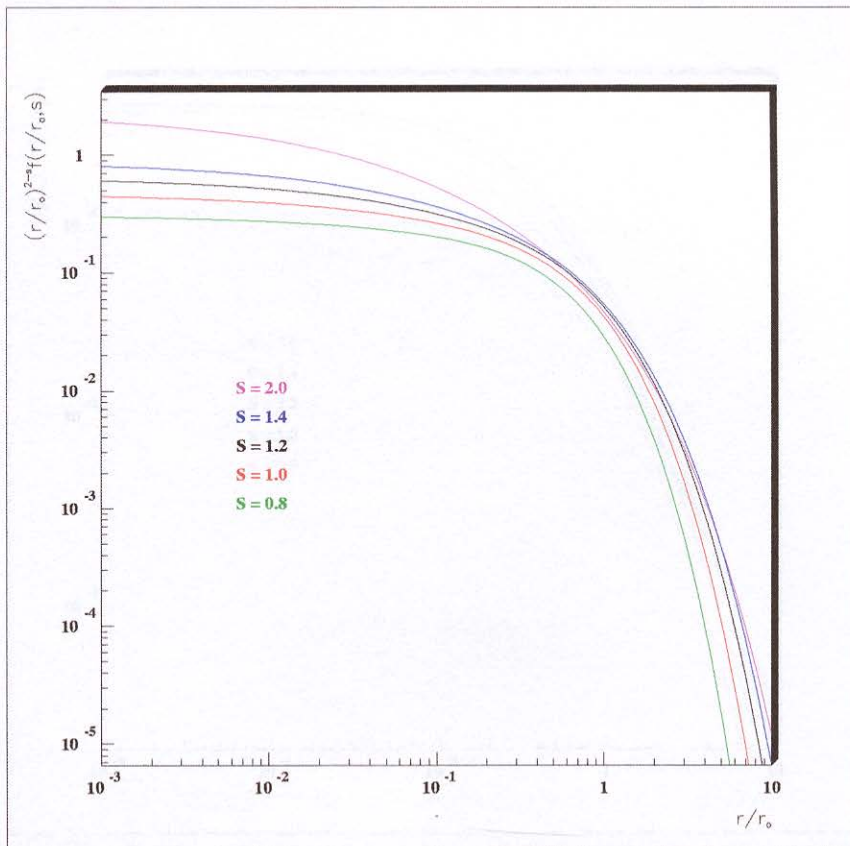


Figura 3.1: Função de estrutura *Nishimura-Kamata* para vários valores do parâmetro idade, s . O eixo da abcissa corresponde a distância do eixo do chuveiro pela unidade de Molière, r_0 .

3.1 Função de Estrutura *Nishimura-Kamata*

Através dos resultados numéricos de $P_{\Pi}(r/r_o, s)$, foi obtida a seguinte fórmula:

$$f_{NK}(r/r_o, s) = c(s) \left(\frac{r}{r_o}\right)^{s-2} \left[1 + \left(\frac{4}{s}\right) \left(\frac{r}{r_o}\right)\right] e^{-a(s)(r/r_o)^{b(s)}} \quad (3.4)$$

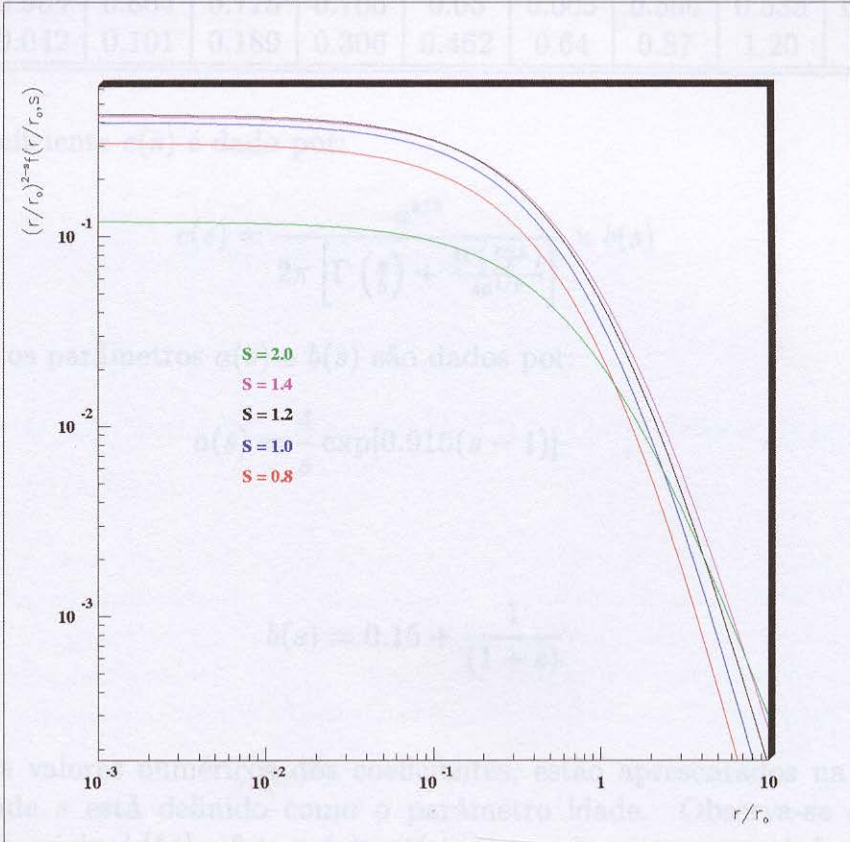


Figura 3.2: Função de estrutura *Nishimura-Kamata-Greisen* para vários valores do parâmetro idade, s .

A função é normalizada como:

$$2\pi \int_0^{\infty} f(r/r_o, s) \left(\frac{r}{r_o}\right) d\left(\frac{r}{r_o}\right) = 1 \quad (3.5)$$

Tabela 3.2: Valores numéricos dos coeficientes para diferentes valores do parâmetro idade, s .

s	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.00
$a(s)$	9.6	5.76	4.61	4.16	4.00	4.00	4.12	4.32	4.62	5.00
$b(s)$	0.984	0.864	0.775	0.706	0.65	0.605	0.566	0.535	0.507	0.483
$c(s)$	0.042	0.101	0.189	0.306	0.462	0.64	0.87	1.20	1.68	2.30

O coeficiente $c(s)$ é dado por:

$$c(s) = \frac{a^{s/b}}{2\pi \left[\Gamma\left(\frac{s}{b}\right) + \frac{4\Gamma\left(\frac{s+1}{b}\right)}{sa^{1/b}} \right]} \times b(s) \quad (3.6)$$

onde os parâmetros $a(s)$ e $b(s)$ são dados por:

$$a(s) = \frac{4}{s} \exp[0.915(s - 1)] \quad , \quad (3.7)$$

e

$$b(s) = 0.15 + \frac{1}{(1 + s)} \quad (3.8)$$

Os valores numéricos dos coeficientes, estão apresentados na tabela (3.2), onde s está definido como o parâmetro idade. Observa-se que na referência original [14] o fator $c(s)$ está impresso com um erro. A função de estrutura estará normalizada corretamente [34] se for utilizada a expressão (3.6).

A figura (3.1) ilustra a função de estrutura *Nishimura-Kamata*, normalizada para diferentes valores do parâmetro idade, s .

Para grandes valores de s , os valores do coeficiente de normalização $c(s)$ na tabela (3.2) são um tanto diferentes dos valores dados pela expressão (3.6), pois a expressão (3.4), segundo *Nishimura* e *Kamata*, não representa precisamente a função de estrutura para $\left(\frac{r}{r_0}\right) \gg 1$, a qual dá uma contribuição considerável para a integral (3.5) para s grande.

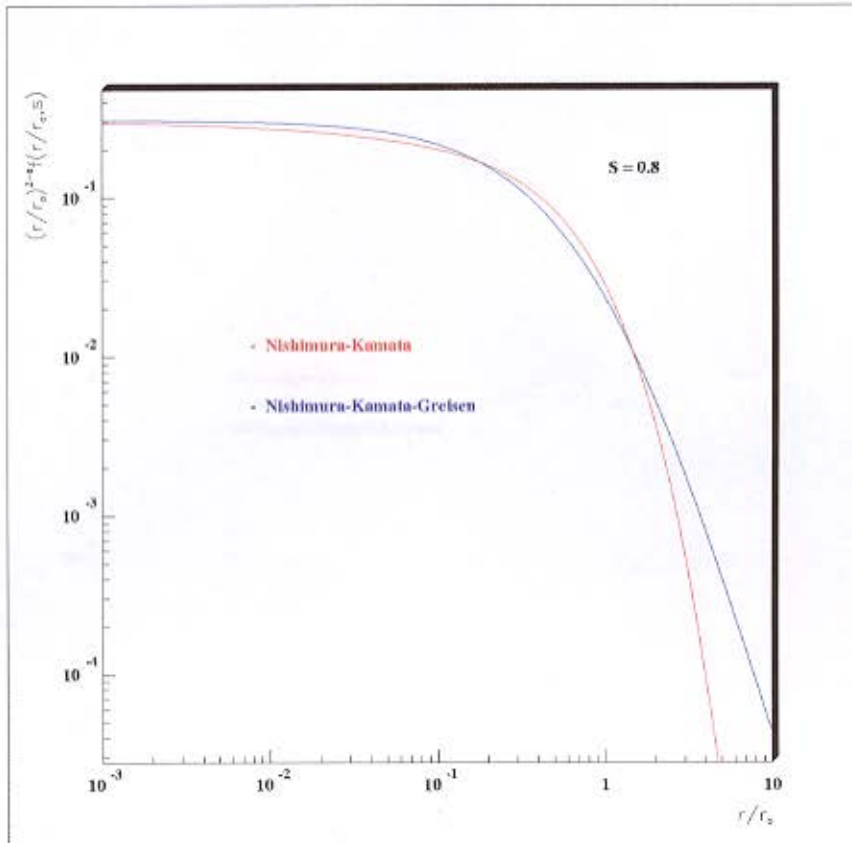


Figura 3.3: Funções de estrutura lateral para $s = 0.8$.

3.2 Função de Estrutura *Nishimura-Kamata-Greisen*

De modo a obter os valores numéricos da função de estrutura lateral, uma fórmula aproximada foi introduzida por *Greisen* [17], onde ele supôs que sua função poderia ser utilizada para chuveiros atmosféricos extensos, iniciados na sua maioria por prótons. Esta função é conhecida como função de estrutura de *Nishimura-Kamata-Greisen*, tendo a seguinte forma:

$$f_{NKG}(r/r_0, s) = c(s) \left(\frac{r}{r_0}\right)^{s-2} \left(1 + \frac{r}{r_0}\right)^{s-4.5} \quad (3.9)$$

onde s representa o chamado parâmetro idade, $c(s)$ é o coeficiente de normalização e r é a distância ao eixo do chuveiro.

A função de normalização da equação (3.9) é:

$$2\pi \int_0^\infty f(r/r_0, s) \left(\frac{r}{r_0}\right) d\left(\frac{r}{r_0}\right) = 1 \quad (3.10)$$

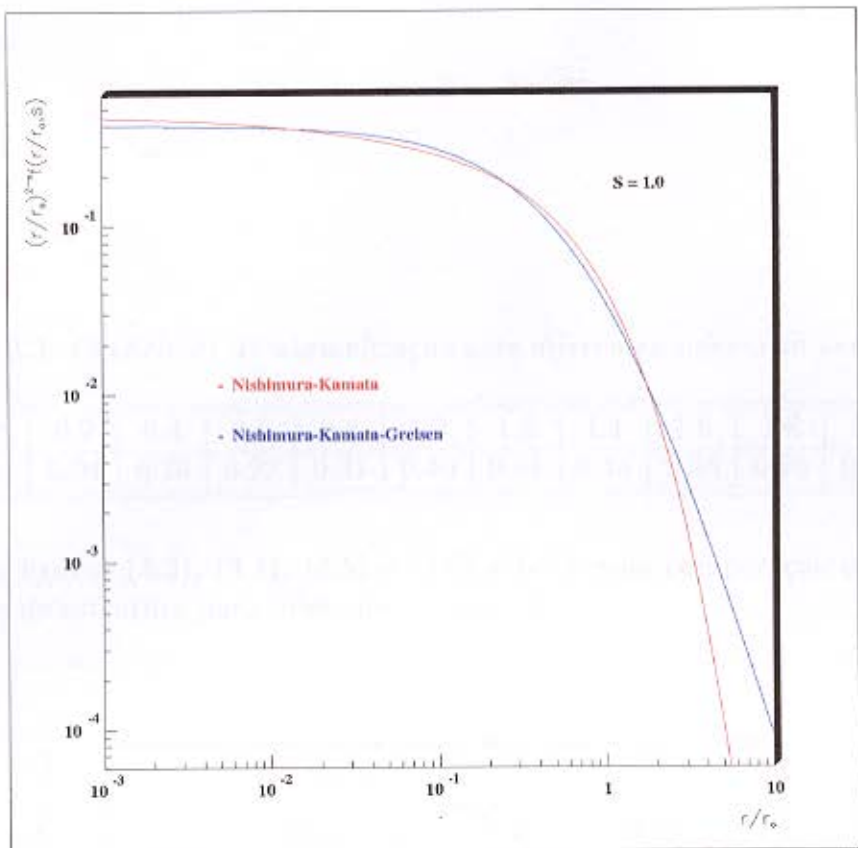


Figura 3.4: Funções de estrutura lateral para $s = 1.0$.

O coeficiente de normalização pode ser calculado por:

$$c(s) = \frac{\Gamma(4.5 - s)}{2\pi\Gamma(s)\Gamma(4.5 - 2s)} \quad (3.11)$$

tendo seus valores apresentados na tabela (3.3).

O parâmetro idade é definido pela relação:

$$s = \frac{3t}{[t + 2 \log(E/\varepsilon_0)]} \quad (3.12)$$

onde E é a energia do raio cósmico primário, ε_0 é a energia crítica, valendo $\varepsilon_0 = 84.2 \text{ MeV}$, e t é a profundidade de matéria atravessada por comprimento de radiação, X_0 .

A figura (3.2) ilustra a função de estrutura lateral *Nishimura-Kamata-Greisen*, normalizada para diferentes valores do parâmetro idade, s .

Segundo *Nishimura* e *Kamata*, a fórmula aproximada de *Greisen* é mais simples do que a função de distribuição lateral de *Nishimura-Kamata*, porém tem uma aplicabilidade menor, tendo a f_{NKG} uma boa concordância com a f_{NK} para $0.6 < s < 1.0$ e $0.01 \leq r/r_0 \leq 10.0$, e desvios para $1.4 < s < 2.0$.

Tabela 3.3: *Coefficiente de normalização para diferentes valores do parâmetro idade, s .*

s	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
$c(s)$	0.04	0.20	0.22	0.31	0.40	0.44	0.43	0.36	0.25	0.12

Nas figuras (3.3), (3.4), (3.5) e (3.6) é feita uma comparação entre as funções de estrutura para diferentes valores de s .

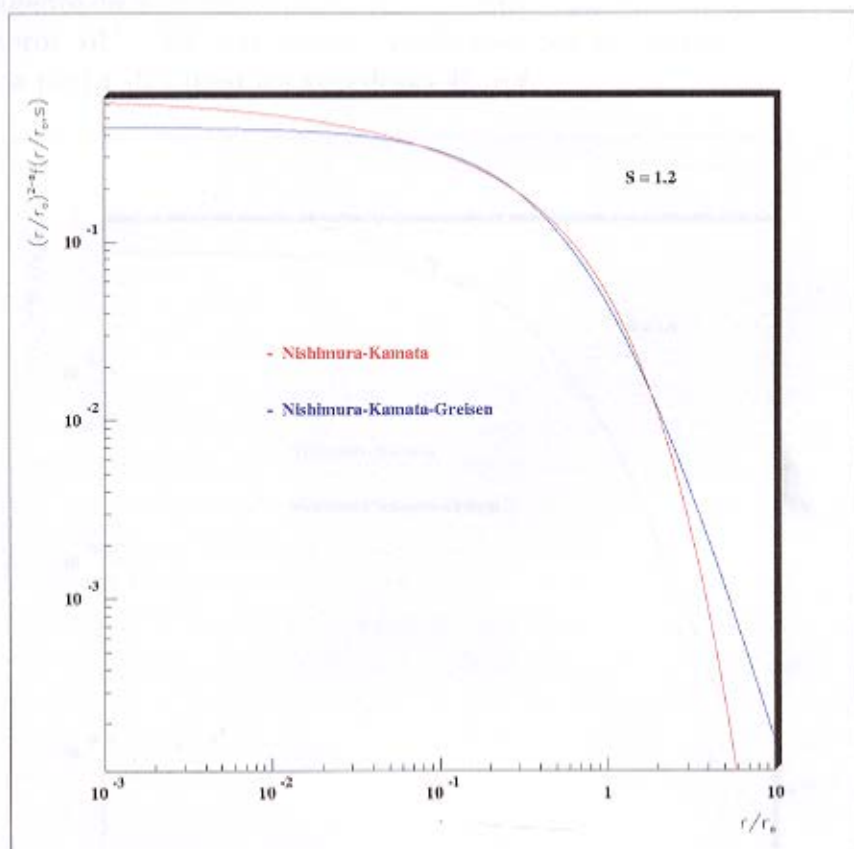


Figura 3.5: *Funções de estrutura lateral para $s = 1.2$.*

A função $f(r/r_0)$ representa a probabilidade de um elétron, pertencente a um chuveiro, cair a uma distância r do centro do chuveiro dentro de uma área unitária. Sendo N o número total de partículas no chuveiro, o número

médio de partículas caindo no ar em uma área unitária perpendicular ao eixo do chuvaire, em uma distância r ao centro é:

$$\rho(r) = f(r/r_0) \frac{N}{r_0^2} \quad (3.13)$$

onde $\rho(r)$ é chamada a densidade média do chuvaire.

Um fato interessante é que, contrariando a expectativa do conhecimento da cascata eletromagnética pura, o parâmetro idade do CAE é praticamente independente do número de partículas no chuvaire, sobre um grande intervalo do número: $10^3 - 10^9$ partículas. Verifica-se que os parâmetros s e N_e são obtidos a partir das mesmas grandezas E_0 e t .

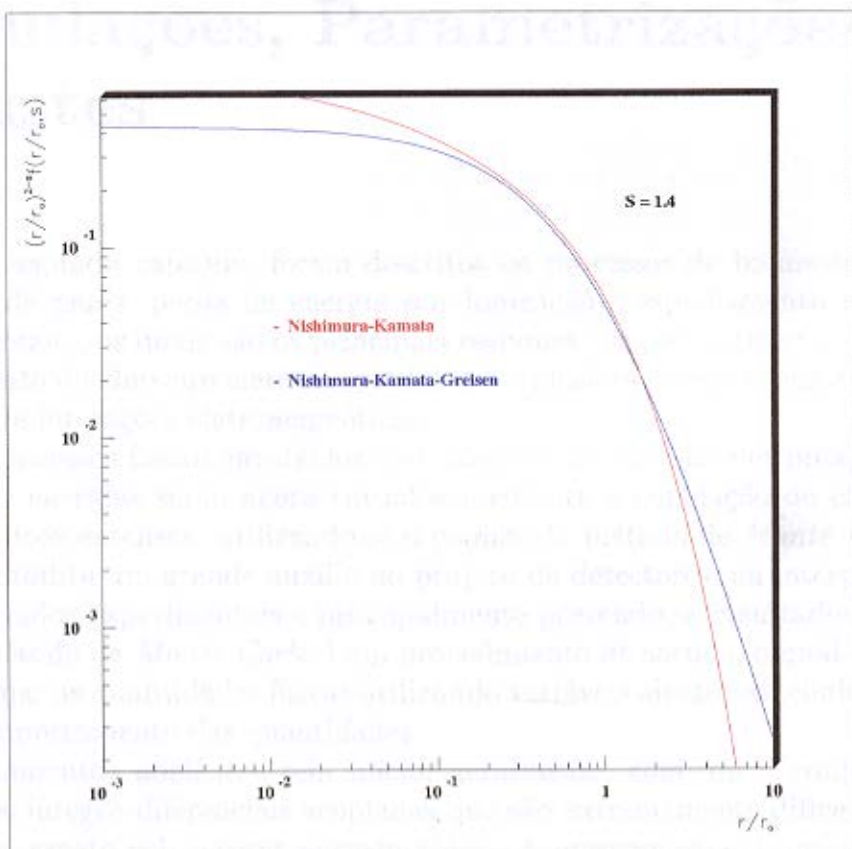


Figura 3.6: Funções de estrutura lateral para $s = 1.4$.

Capítulo 4

Simulações, Parametrizações e Ajustes

No segundo capítulo, foram descritos os processos de bremsstrahlung, criação de pares, perda de energia por ionização e espalhamento múltiplo Coulombiano, os quais são os principais responsáveis pela formação e desenvolvimento do chuva eletromagnético na atmosfera, sendo todos exemplos típicos de interações eletromagnéticas.

Os processos físicos envolvidos no fenômeno de cascatas eletromagnéticas em altas energias serão agora tratados mediante a simulação de chuvas atmosféricas extensas, utilizando-se o conhecido método de *Monte Carlo*, o que possibilita um grande auxílio no projeto de detectores, na interpretação de resultados experimentais e principalmente prevendo os resultados.

O método de *Monte Carlo* é um procedimento de sorteio, o qual consiste em estimar as quantidades físicas utilizando variáveis aleatórias, conhecendo-se o comportamento das quantidades.

Tratamentos analíticos tem início, geralmente, com um conjunto de equações integro-diferenciais acopladas que são extremamente difíceis de solucionar, exceto sob severas aproximações. A *aproximação A*, na teoria do caso unidimensional, utiliza fórmulas assintóticas para descrever os processos de criação de pares e bremsstrahlung, tendo todos os outros processos ignorados. Os cálculos neste exemplo são tediosos, sendo os resultados somente aplicados na direção longitudinal. Para o caso que estamos tratando, ou seja, a teoria de chuva eletromagnético no caso tridimensional, as dificuldades são maiores, mesmo utilizando técnicas computacionais modernas.

O método de *Monte Carlo* fornece uma maneira muito melhor para solucionar os problemas gerados pelo chuveiro, onde todos os processos físicos fundamentais podem ser incluídos em detalhes. É possível gerar chuveiros individuais, o que nos permite:

- somar resultados de muitos chuveiros simulados, obtendo características médias do fenômeno.
- estudar flutuações nas características do chuveiro quando são examinados os resultados de eventos simulados, um a um. Este aspecto não é contemplado em soluções analíticas e é muito importante do ponto de vista estatístico, para a análise de dados experimentais.

O programa utilizado para efetuar as simulações é o *CORSIKA* (*COsmic Ray Simulations for KASCADE*), [19] e [20]. O *CORSIKA* é um detalhado programa de *Monte Carlo* para estudar a evolução e propriedades de CAE's, o qual foi elaborado para o experimento *KASCADE* (*KARlsruhe Shower Core and Array DETector*) [21], localizado no *Forschungszentrum Karlsruhe* (*Centro de Pesquisa de Karlsruhe*), na Alemanha.

O programa *CORSIKA* é um conjunto completo de rotinas na linguagem *FORTRAN*, permitindo simular interações de núcleos, hádrons, múons, elétrons e fótons, bem como decaimentos de partículas instáveis, para energias até 10^{20} eV. Ele é basicamente uma estrutura que permite fazer o transporte de partículas de um chuveiro na atmosfera terrestre. Na propagação das partículas há vários processos básicos, que são comuns a todas as partículas do chuveiro. Esses processos básicos estão constantemente sendo “acionados”. São eles: decaimentos, perda de energia por ionização, deflexões por espalhamento múltiplo e pelo campo magnético terrestre.

O *CORSIKA* permite que sejam escolhidos os tratamentos de interações eletromagnéticas e hadrônicas. Nas interações eletromagnéticas pode-se escolher ou a propagação via *EGS4* (*Electron Gamma Shower - 4*) (sobre o qual será feita uma descrição resumida a seguir), ou o tratamento paramétrico, onde as partículas são obtidas da fórmula de *Nishimura-Kamata-Greisen* (*NKG*) (portanto sem acompanhamento individual de partículas).

Nas interações hadrônicas, no regime de baixas energias, podemos optar entre o modelo de isóbaros, de *P.F.K. Grieder* [23] ou o modelo *GHEISHA* ($E_{Lab} < 80$ GeV) [24]. Neste trabalho, foi escolhido o modelo *GHEISHA*.

No regime de altas energias dos hádrons ($E_{Lab} > 80 \text{ GeV}$), pode-se optar por vários modelos de interações hadrônicas, como *HDPM*, *VENUS*, *SIBYLL*, *DPMJET* e *QGSJET*. Foi escolhido para este trabalho o modelo *VENUS* [22], que é microscópico e tem mostrado bastante concordância com dados experimentais na nossa faixa de energia.

A seguir, será descrito em alguns detalhes o tratamento físico e computacional que o código *EGS4* dá para a cascata eletromagnética, que é um dos enfoques do nosso trabalho.

As interações eletromagnéticas, ou seja, as interações de elétrons, pósitrons e fótons quando atravessam a matéria, são tratadas com o código *EGS4* que segue cada partícula e suas interações. Uma descrição detalhada do programa *EGS4* pode ser encontrada na referência [25].

O código *EGS4* leva em conta vários processos físicos. Porém somente alguns serão descritos aqui, pois temos o intuito, de uma certa forma, de fazer uma comparação entre as expressões para os processos citados anteriormente, assim, verificando suas respectivas precisões. São eles: produção de pares, bremsstrahlung, perda de energia por ionização determinada pela fórmula de *Bethe-Bloch* (com o tratamento *Sternheimer* do efeito densidade), e o espalhamento múltiplo (e suas aproximações) descrito pela teoria de *Molière*. Este programa tenta simular os processos físicos o mais rigorosamente possível. Tendo-se $\sigma(Z, A, E)$ como sendo a seção de choque microscópica total para uma dada interação, define-se o livre caminho médio, λ , para uma partícula interagir da seguinte forma:

$$\lambda = \frac{1}{\Sigma} \quad (4.1)$$

tendo-se Σ como a seção de choque macroscópica em unidades do inverso do comprimento de radiação. Esta quantidade é dada para um elemento por:

$$\Sigma = \frac{N}{A} \rho \sigma(Z, A, E) \quad (4.2)$$

Para processos eletromagnéticos, os quais dependem linearmente do número atômico Z , tem-se:

$$\Sigma(E) = N\rho \sum_i \frac{p_i}{A_i} \sigma(Z_i, A_i, E) \quad (4.3)$$

Para os processos físicos descritos neste trabalho, o livre caminho médio de interação é dado por:

$$\lambda_{pares} = 1.2926X_0 \quad e \quad \lambda_{brems} = 0.111496X_0 \quad (4.4)$$

Tem-se:

N número de *Avogadro*

Z número atômico

A peso atômico

ρ densidade do material

σ seção de choque total para os processos físicos

$p_i = \frac{n_i A_i}{\sum_j n_j A_j}$ proporção para o peso do i -ésimo elemento do material

n_i proporção para o número do i -ésimo elemento do material

α constante de estrutura fina

O comprimento de radiação, denotado por X_o , é dado da seguinte forma:

$$X_o^{-1} = \frac{N}{A} \rho \alpha r_e^2 \{Z(Z + \zeta(Z))[L(Z) - f_c(Z)] + ZL'(Z)\} \quad (4.5)$$

onde $\zeta(Z)$ é o fator de correção para as seções de choque, onde considera os processos de *bremsstrahlung* e criação de pares para os elétrons atômicos. Assim, fazendo uso dos chamados logaritmos de *Tsai* [26], os quais possuem uma maior precisão nos cálculos, define-se $\zeta(Z)$ como:

$$\zeta(Z) = \frac{L'(Z)}{[L(Z) - f_c(Z)]} \quad (4.6)$$

tendo-se

$$L'(Z) = \begin{cases} \ln(1194Z^{-2/3}) & \text{se } Z > 4 \\ 6.144 & \text{se } Z = 1 \\ 5.621 & \text{se } Z = 2 \\ 5.805 & \text{se } Z = 3 \\ 5.924 & \text{se } Z = 4 \end{cases}$$

e

$$L(Z) = \begin{cases} \ln(184.15Z^{-1/3}) & \text{se } Z > 4 \\ 5.310 & \text{se } Z = 1 \\ 4.790 & \text{se } Z = 2 \\ 4.740 & \text{se } Z = 3 \\ 4.710 & \text{se } Z = 4 \end{cases}$$

O fator de correção Coulombiano, $f_c(Z)$, sugerido por *Davies*, *Beth* e *Motz* [9], o qual é mais preciso que o fator anteriormente sugerido por eles, é

obtido da forma:

$$\left. \begin{aligned} f_c(Z) &= \alpha_o^2 \left[\frac{1}{1+\alpha_o^2} + 0.20206 - 0.0369\alpha_o^2 + 0.0083\alpha_o^4 + 0.0020\alpha_o^6 \right] \\ &\quad \text{para } E \geq 50 \text{ MeV} \\ f_c(Z) &= 0 \\ &\quad \text{para } E < 50 \text{ MeV} \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

onde

$$\alpha_o = \alpha Z$$

Esta alteração em X_o , tem um efeito considerável para elementos leves (um aumento de 9% para o hidrogênio), mas um efeito não tão considerável para $Z \geq 5$.

4.1 Processos Físicos

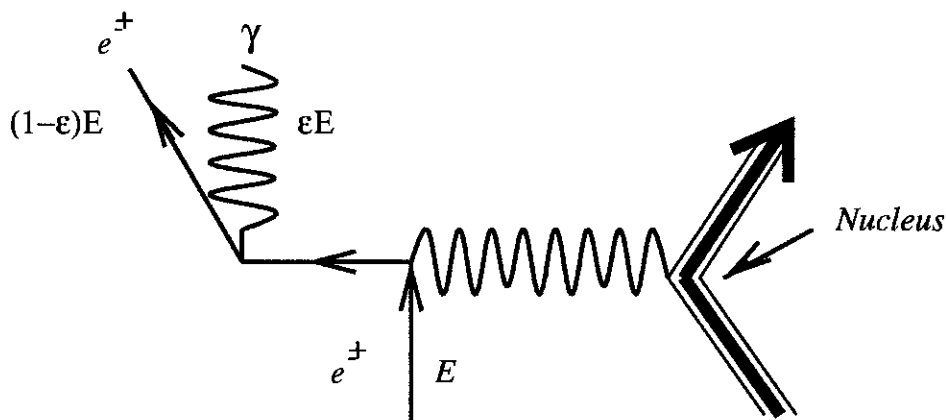


Figura 4.1: *Processo de bremsstrahlung.*

4.1.1 Bremsstrahlung

Através do diagrama de *Feynman*, ilustrado na figura (4.1), tem-se o processo bremsstrahlung, onde um elétron ou pósitron, é espalhado por dois fótons, sendo um fóton virtual do núcleo atômico e outro fóton o qual é criado pelo processo. As fórmulas aqui utilizadas para bremsstrahlung são

obtidas do artigo de *Koch e Motz* [27] onde uma quantidade de diferentes aproximações para várias condições é feita.

Sendo $d\sigma_{brems}(Z, E, \varepsilon)/d\varepsilon$ a seção de choque diferencial, tem-se para produção de um fóton com energia εE por um elétron (ou pósitron) com energia E no campo de um núcleo atômico, com correção Coulombiana derivada por *Davies, Bethe e Maximon* [9], a expressão:

$$\frac{d\sigma_{brems}(Z, E, \varepsilon)}{d\varepsilon} = \frac{r_e^2 \alpha Z(Z + \zeta(Z))}{\varepsilon} F_{brems}(Z, E, \varepsilon) \quad (4.8)$$

tendo-se

$$F_{brems}(Z, E, \varepsilon) = [1 + (1 - \varepsilon)^2] \Psi_1 - \left[\frac{2}{3}(1 - \varepsilon)\right] \Psi_2 \quad (4.9)$$

com

$$\Psi_i = \Phi_i(\delta) - \frac{4}{3} \ln(Z) - 4f_c(Z) \quad (4.10)$$

e sendo $\Phi_i(\delta)$ as funções de blindagem dependentes da variável blindagem δ , dadas por:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(\delta) &= (20.867 - 3.424\delta + 0.625\delta^2) \\ \Phi_2(\delta) &= (20.029 - 1.930\delta - 0.086\delta^2) \end{aligned} \right\} \quad \text{para } \delta \leq 1 \quad (4.11)$$

$$\Phi_1(\delta) = \Phi_2(\delta) = 21.12 - 4.184[\ln(\delta + 0.952)] \quad \text{para } \delta > 1 \quad (4.12)$$

onde

$$\delta = 136Z^{-1/3}2\Delta \quad , \quad \Delta = \frac{\varepsilon m_e}{2E(1 - \varepsilon)} \quad (4.13)$$

Os termos $\zeta(Z)$ e $f_c(Z)$, são dados pelas equações (4.6) e (4.7), respectivamente. Todas as energias são dadas em *MeV* e as outras constantes definidas como:

$$\begin{aligned} \alpha &\simeq 1/137.04 \\ r_e^2 &= 7.952 \times 10^{-26} \\ m_e &= 0.51099 \text{ MeV}/c^2 \end{aligned}$$

4.1.2 Criação de Pares

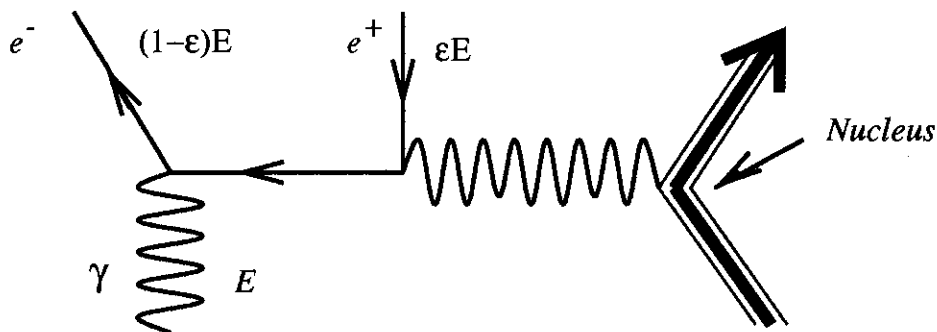


Figura 4.2: *Processo de criação de pares.*

As fórmulas para o processo de criação de pares que serão citadas a seguir, estão no artigo de *Motz, Olsen e Koch* [28] que possui uma discussão mais detalhada.

O processo de criação de pares está ilustrado pelo diagrama de *Feynman* na figura (4.2), onde um pósitron (um elétron viajando de volta no tempo) é espalhado por dois fótons similares, e uma das colisões espalha o pósitron em sentido contrário, transformando-o em um elétron. O efeito é a absorção de um fóton e a criação de um par elétron-pósitron.

Assim, a seção de choque diferencial $d\sigma_{pares}(Z, E, \varepsilon)/d\varepsilon$, para produção de um par elétron-pósitron, com uma das partículas tendo energia εE (onde ε é a fração da energia do fóton carregada por uma partícula do par), por um fóton com energia E , com correção Coulombiana, derivada em [9], dá-se da forma:

$$\frac{d\sigma_{pares}(Z, E, \varepsilon)}{d\varepsilon} = r_e^2 \alpha Z(Z + \zeta(Z)) \left\{ [\varepsilon^2 + (1 - \varepsilon)^2] \left[\Phi_1(\delta) - \frac{F(Z)}{2} \right] + \frac{2}{3} \varepsilon(1 - \varepsilon) \left[\Phi_2(\delta) - \frac{F(Z)}{2} \right] \right\} \quad (4.14)$$

onde $\Phi_i(\delta)$ são as funções de blindagem dependentes da variável blindagem

δ , sendo:

$$\delta = \frac{136m_e}{Z^{1/3}E} \frac{1}{\varepsilon(1-\varepsilon)} \quad (4.15)$$

tendo-se $\zeta(Z)$, $f_c(Z)$ e $\Phi_i(\delta)$ os mesmos valores utilizados para o processo de bremsstrahlung. Para $F(Z)$, tem-se:

$$F(Z) = \begin{cases} 8/3 \ln(Z) & \text{para } E < 50 \text{ MeV} \\ 8/3 \ln(Z) + 8f_c(Z) & \text{para } E \geq 50 \text{ MeV} \end{cases} \quad (4.16)$$

A variação cinemática para a variável ε é:

$$\frac{m_e}{E} \leq \varepsilon \leq 1 - \frac{m_e}{E}$$

Basicamente, se o meio o qual a simulação é feita for o ar atmosférico, que possui $Z_{efetivo} = 7.37$, a correção Coulombiana, $f_c(Z)$, é desprezível, pois tem valor aproximado de 0.5%.

4.1.3 Perda de Energia por Ionização

Quando uma partícula carregada cruza a atmosfera, ela perde energia por ionização, enquanto que partículas neutras prosseguem sem perder energia. A perda de energia por ionização de uma partícula carregada, a qual atravessa a matéria de espessura t , é descrita pela fórmula de *Bethe-Bloch* [20], dada por:

$$\begin{aligned} dE_i &= \frac{tz^2}{\beta^2} k_1 [\ln(\gamma^2 - 1) - \beta^2 + k_2] \\ &= \frac{t\gamma^2 z^2}{(\gamma^2 - 1)} k_1 [\ln(\gamma^2 - 1) - \beta^2 + k_2] \end{aligned} \quad (4.17)$$

onde $\beta = v/c$ é a velocidade da partícula no referencial de laboratório em unidades de velocidade da luz, γ é o fator de *Lorentz*, z é a carga da partícula ionizada em unidades de e . Tem-se os termos $k_1 = 0.153287 \text{ MeV } g^{-1} \text{ cm}^2$ e $k_2 = 9.386417$ obtidos das tabelas contidas em [29].

Desta forma, a expressão acima computa a energia perdida por ionização ao longo da trajetória da partícula.

4.1.4 Espalhamento Múltiplo Coulombiano

Quando partículas elementares atravessam uma espessura de matéria, elas sofrem deflexões de sua trajetória inicial devido a interação com os átomos que formam a atmosfera terrestre. Este efeito é evidenciado para partículas carregadas, as quais são defletidas pelo campo elétrico do núcleo e dos elétrons por um grande número de pequenas colisões elásticas.

A formulação do processo de espalhamento múltiplo Coulombiano segue a teoria originalmente formulada por *Molière* e então elaborada por *Bethe*, sendo minuciosamente descrita nas referências [5] e [30]. O espalhamento múltiplo altera a direção dos elétrons, mas não altera significativamente sua energia. O espalhamento múltiplo de elétrons, além das referências acima citadas, está tratado detalhadamente no *EGS4* [25], do qual a notação aqui utilizada foi derivada.

Na teoria de *Molière*, com a correção para espalhamento de ângulos finitos ($\text{sen}\theta \neq \theta$) como descrito por *Bethe*, a distribuição angular é dada por:

$$f(\theta)\theta d\theta = \sqrt{\frac{\text{sen}\theta}{\theta}} f_r(\eta)\eta d\eta \quad (4.18)$$

sendo utilizada para $f_r(\eta)$, os três primeiros termos da expansão de *Bethe*, tendo-se:

$$f_r(\eta) = f_r^{(0)}(\eta) + \frac{1}{B} f_r^{(1)}(\eta) + \frac{1}{B^2} f_r^{(2)}(\eta) \quad (4.19)$$

sendo η , o chamado ângulo reduzido, definido por:

$$\eta = \frac{\theta}{\chi_c \sqrt{B}} \quad (4.20)$$

A quantidade B é calculada da forma:

$$B - \ln B = \ln \Omega_0 \quad (4.21)$$

onde Ω_0 pode ser considerado como o número de colisões (ou espalhamentos) ao longo da espessura de matéria atravessada, t . Deste modo, tem-se:

$$\Omega_0 = b_c Z_{inc}^2 \frac{dt}{\beta^2} = 6072.33 \frac{dt}{\beta^2} Z_s e^{(Z_e - Z_x)/Z_s} \quad (4.22)$$

sendo β , a velocidade da partícula, e as quantidades Z_s , Z_e e Z_x dependem do número de átomos n_i do tipo i em um composto (i.e., o número de moles

do elemento i em um mol do material), com número atômico Z_i , obtendo-se assim:

$$\begin{aligned} Z_s &= \sum_{i=1}^N n_i Z_i (Z_i + \zeta(Z)) \\ Z_e &= \sum_{i=1}^N n_i Z_i (Z_i + \zeta(Z)) \ln Z_i^{-2/3} \\ Z_x &= \sum_{i=1}^N n_i Z_i (Z_i + \zeta(Z)) \ln(1 + 3.34(Z_i \alpha)^2) \end{aligned} \quad (4.23)$$

onde α é a constante de estrutura fina e $\zeta(Z)$ o fator de correção dos elétrons atômicos. Tem-se ainda que:

$$b_c = 6702.33 \rho Z_s e^{(Z_e - Z_x)/Z_s} \quad (4.24)$$

e o ângulo crítico, χ_c^2 , definido como:

$$\chi_c^2 = \frac{0.00039612}{E \beta^2} \sqrt{Z_s d_t} \quad (4.25)$$

com:

Z_{inc}	carga da partícula incidente
W	$\sum_{i=1}^N n_i A_i$ peso molecular
E	energia da partícula em MeV
d_t	comprimento do caminho total no espalhamento

Tem-se que o desvio radial da trajetória está computado e o ângulo azimutal é relacionado aleatoriamente de uma distribuição uniforme. O caminho da partícula é então aproximado por duas linhas retas seguindo a direção incidente para o ponto médio da trajetória e a nova direção.

Nas interações hadrônicas, a distribuição de momento transversal determina a abertura dos secundários. A energias acima de 10^{13} eV, a abertura dos hádrons secundários é significativamente maior que aquela das cascatas eletromagnéticas de mesma energia. Assim, logo no início de uma cascata qualquer, quando ainda não foram previamente identificados os secundários, a abertura média das partículas nos dá o primeiro indício para distinguir entre cascatas eletromagnéticas ou hadrônicas.

Os chuveiros atmosféricos extensos tem, então, dois processos de abertura de secundários competindo: o das interações hadrônicas e o das interações eletromagnéticas (cascatas). Nos seus estágios de desenvolvimento mais avançados, os CAE's são objetos complexos, onde tanto o desenvolvimento longitudinal quanto o lateral terão a assinatura de distribuições de

momento transversal de hádrons e de espalhamento Coulombiano de todas as partículas carregadas.

Neste trabalho, pretende-se estudar o desenvolvimento longitudinal e transversal de CAE's sem nos atermos às parametrizações originais de *NKG*, mas aproveitando a sua forma matemática.

4.2 Proposta do Trabalho

A distribuição lateral de elétrons é amplamente utilizada na reconstrução de chuviros atmosféricos extensos, onde fornece informações importantes sobre o primário.

Os métodos tradicionais de análise de dados de chuviros atmosféricos extensos tem como objetivo reconstruir cada evento detectado, principalmente a partir da componente eletromagnética, pois como já foi citado anteriormente, é a componente mais numerosa. Alguns experimentos conseguem identificar a componente muônica, porém com dificuldades. Nesses casos, a densidade de múons também desempenha um papel importante na análise de dados dos chuviros.

Tem-se na grande maioria dos casos, efetuado o ajuste da densidade de elétrons a um modelo de chuviro atmosférico extenso, onde a densidade é descrita pela função de estrutura *NKG*. Esta função é uma adaptação da expressão original obtida analiticamente por *Nishimura* e *Kamata* [14], feita por *Greisen* na década de 60 *Greisen* supôs que a função que propôs poderia ser aplicada a chuviros atmosféricos extensos, porém na época não havia testes possíveis para serem realizados.

Contudo, nos últimos anos, alguns trabalhos [31, 32, 34] questionam a precisão na aplicabilidade da função *NKG*, onde os dados experimentais diferem apreciavelmente dos valores desta. Com o advento de modelos de interações hadrônicas que reproduzem dados de aceleradores de partículas de energia da ordem de 10^{12} eV, e ainda com o tratamento sofisticado de interações eletromagnéticas obtidas por simulações por *Monte Carlo*, tornou-se possível procurar uma melhor descrição de chuviros atmosféricos extensos. Desta forma, pode-se chegar a uma melhor reconstrução dos chuviros detectados.

De imediato, as conseqüências que podem ser citadas são:

- melhor estimativa da energia do primário, tendo-se com isto uma

medida mais precisa do fluxo primário;

- melhores estimativas dos livres caminhos médios de interação envolvidos, podendo as seções de choque próton-ar e núcleo-ar ser obtidas com melhor precisão.

Assim, considerando que, se a descrição das componentes eletromagnética e muônica forem melhor realizadas, muitas ambigüidades que atualmente aparecem nestes aspectos de detecção de chuveiros irão diminuir.

O objetivo deste trabalho insere-se justamente no aspecto experimental de reconstrução de chuveiros, apontando uma expressão mais apropriada para descrever a distribuição lateral de elétrons, de modo a obter uma melhor concordância com os dados experimentais.

Foram utilizados mecanismos de cálculo que estão atualmente entre os melhores. Um programa foi elaborado na linguagem *FORTRAN77* para fazer a leitura do arquivo de dados produzido pelo *CORSIKA*. Este programa utilizou o pacote de subrotinas *HBOOK* [35], o qual foi desenvolvido pelo grupo de aplicação de *software* do *CERN*. O *HBOOK* manuseia histogramas (distribuições estatísticas) tendo como interface gráfica o *software PAW (Physics Analysis Workstation)* [36].

O *software PAW* é um utilitário interativo para visualização de dados, experimentais ou obtidos através de simulações, em uma exposição gráfica computacional. O *PAW* tem como ponto forte uma combinação de sistemas da biblioteca do *CERN*, executando uma grande variedade de tarefas relevantes para a análise e entendimento de dados físicos, os quais são tipicamente distribuições estatísticas de eventos gerados por simulação.

O *software PAW* foi utilizado para efetuar os ajustes das densidades de elétrons simuladas, bem como no cálculo dos erros relativos. O *PAW* aciona automaticamente o pacote *MINUIT* [36], que é uma ferramenta para achar o mínimo de uma função de múltiplos parâmetros e analisar a forma em torno do mínimo. Ele é utilizado para análises estatísticas de ajuste de curva de mínimos quadrados, computando os valores dos parâmetros do melhor ajuste, suas incertezas e correlações. Será mostrado que é possível simplificar a descrição do perfil lateral de chuveiros atmosféricos extensos, dentro, é claro, dos casos aqui estudados. A significância estatística revela-se melhor que nos métodos de análise tradicionais, de modo a esperar uma melhor resolução da obtenção da energia do primário.

A função de estrutura NKG contém o parâmetro idade, s , do chuveiro atmosférico extenso. O parâmetro idade está relacionado ao desenvolvimento do chuveiro em uma determinada profundidade, tendo $s = 1.$, no máximo do desenvolvimento de um chuveiro. É fácil verificar que o parâmetro idade do CAE possui uma expressão (3.12) onde não se considera a transferência de energia dos hádrons para a componente eletromagnética.

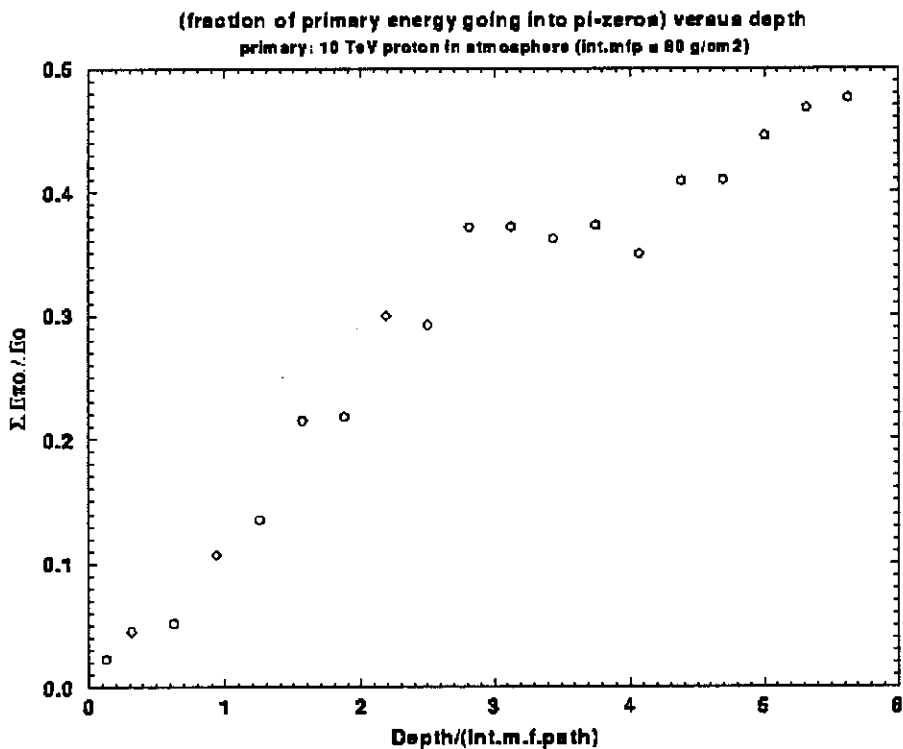


Figura 4.3: *Fração da energia do próton primário que foi injetada na cascata eletromagnética desde o início do CAE versus a profundidade (em unidades de l.c.m. de interação.)*

Para chuveiros gerados por fótons primários, tem-se que toda energia do primário vai imediatamente para a criação de pares e^-e^+ , ou seja, transferência direta de energia para a cascata eletromagnética. Neste caso, a função NKG ajusta adequadamente a densidade de elétrons de um chuveiro.

Em chuveiros hadrônicos ocorre uma transferência constante de energia da componente hadrônica para a componente eletromagnética ao longo de

toda a atmosfera, devida aos decaimentos de píons neutros ($\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$).

Isto significa a criação de vários subchuveiros eletromagnéticos ao longo do eixo de desenvolvimento. A energia disponível no início do chuveiro (energia do primário) vai desta forma, em várias etapas para a componente eletromagnética. Assim, pode-se esperar diferentes perfis longitudinais e laterais tratando-se de cascatas eletromagnéticas e cascatas hadrônicas. A figura (4.3) ilustra a fração da energia do próton primário transferida para píons neutros, π^0 , desde o início do chuveiro versus a profundidade em unidades de livre caminho médio de interação [33].

Propõe-se portanto, uma função de estrutura lateral de modo a analisar o comportamento do parâmetro idade e o formato da densidade de elétrons para chuveiros hadrônicos gerados por prótons de diferentes energias e em diferentes profundidades de injeção.

A função de estrutura proposta possui a forma:

$$f\left(\frac{r}{r_0}\right) = Cr^{A-2} \left[1 + \frac{r}{r_0}\right]^{-B} \quad (4.26)$$

onde:

A e B são parâmetros ajustados livremente
 C é o coeficiente de normalização da função
 $r_0 = 25. m$ é o fator de escala radial

O fator de normalização C é definido por:

$$C = \frac{\Gamma(B)}{2\pi r_0^{A-2} \Gamma(A) \Gamma(B-A)} \quad (4.27)$$

Assim, a densidade média de elétrons é dada pela expressão:

$$\rho = \frac{N_e}{r_0^2} Cr^{A-2} \left[1 + \frac{r}{r_0}\right]^{-B} \quad (4.28)$$

onde N_e é o número médio de elétrons.

A diferença principal entre a função proposta e a função NKG refere-se ao fator de deslocamento lateral, r_0 . A função NKG utiliza o raio de *Molière* $r_m = 78. m$, como é esperado para interações eletromagnéticas, enquanto que na função proposta o valor é aproximadamente $r_0 = 25. m$ (que se aproxima

da escala radial proposta por *Nishimura e Kamata* [14]), pois espera-se uma associação entre as escalas hadrônica e eletromagnética.

Quanto ao comportamento dos parâmetros, referentes a equação (4.26), espera-se que A e B não tenham uma variação significativa em seus valores, enquanto que, o parâmetro C , como coeficiente de normalização, espera-se um crescimento com a profundidade de injeção do primário [34].

4.3 Parametrização e Simulações de CAE's

Todas as simulações efetuadas neste trabalho foram realizadas com o programa *CORSIKA*. As análises foram concentradas na região de energia do primário entre $1.0 \times 10^{13} \text{ eV}$ e $2.15 \times 10^{15} \text{ eV}$, ou seja, próxima a região do espectro de energia ($10^{15} \text{ eV} - 10^{16} \text{ eV}$) conhecida como *knee*.

Para as simulações, as condições iniciais foram:

- Todos os chuveiros simulados foram gerados por prótons, ou seja, chuveiros hadrônicos.
- O ângulo de incidência do próton primário com a atmosfera (ângulo zenital) é igual a zero ($\theta = 0^\circ$).
- O nível de observação das partículas secundárias foi definido em $\chi = 1030 \text{ g/cm}^2$, i.e., ao nível do mar.
- O limiar de energia utilizado para as partículas foi o limiar padrão definido pelo programa *CORSIKA*:
 - 0.3 GeV para hádrons e múons
 - 3.0 MeV para elétrons e fótons

As simulações efetuadas neste trabalho foram para:

- Prótons primários injetados na atmosfera com energias:
 - $1.0, 2.15 \text{ e } 4.69 \times 10^{13} \text{ eV}$ (90 eventos para cada energia)
 - $1.0, 2.15 \text{ e } 4.69 \times 10^{14} \text{ eV}$ (90 eventos para cada energia)
 - $1.0 \times 10^{15} \text{ eV}$ (50 eventos) e $2.15 \times 10^{15} \text{ eV}$ (25 eventos)

- Profundidades de injeção do próton primário para cada energia:

– 5., 25., 125., 225., 325. e 425. g/cm^2

Esses valores de energia foram escolhidos de forma a obter um igual espaçamento em termos de $\ln E_0$.

O limiar de energia definido pelo *CORSIKA* está relacionado com a descrição dos processos físicos utilizados no programa. O número de eventos entre parênteses indica a quantidade de chuueiros simulados para cada uma das energias citadas.

Esta quantidade de chuueiros simulados para cada energia foi definida de modo a evitar grandes variações estatísticas, já que as informações obtidas são referentes a média dos eventos simulados. Foram simulados neste trabalho um total de 3690 chuueiros.

Todos os chuueiros foram simulados sem qualquer vínculo com a altitude da primeira interação, desenvolvendo-se em uma atmosfera onde a variação da densidade atmosférica com a altitude é modelada em 5 camadas.

A altitude de primeira interação do primário é um parâmetro importante para o desenvolvimento do chuueiro, pois tanto o decaimento quanto as interações das partículas secundárias dependem da energia da partícula e da densidade do alvo.

Flutuações consideráveis para interações dos prótons primários dão origem a grandes flutuações das propriedades do chuueiro no nível de detecção.

Quando a profundidade de injeção é fixada, tem-se que o primário é criado a partir desta profundidade, onde não necessariamente irá interagir nesta profundidade de injeção, pois deve-se levar em consideração o livre caminho médio de interação da partícula.

As figuras (4.4) e (4.5) ilustram o comportamento da densidade de elétrons de alguns dos eventos simulados neste trabalho, para diferentes energias e profundidades de injeção do primário. Estas figuras são interessantes para mostrar que há uma grande semelhança entre as formas das distribuições laterais em diferentes profundidades, o que pode resultar em ambigüidades na reconstrução.

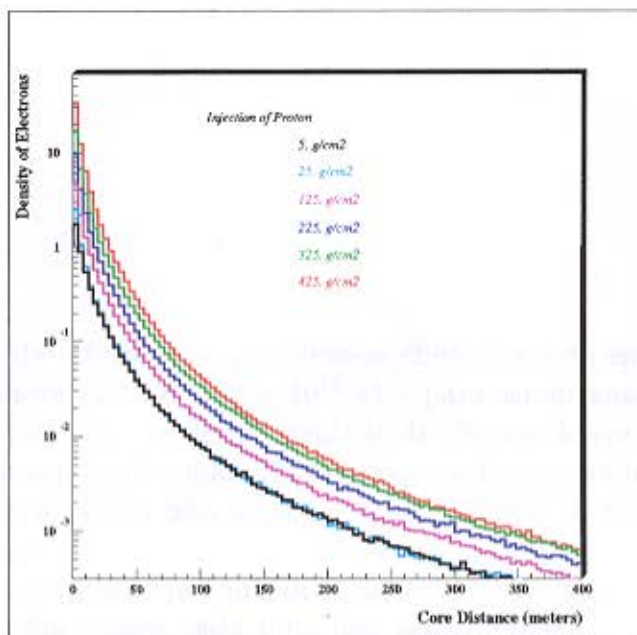


Figura 4.4: Densidade de elétrons para diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, com energia $E = 4.69 \times 10^{13}$ eV.

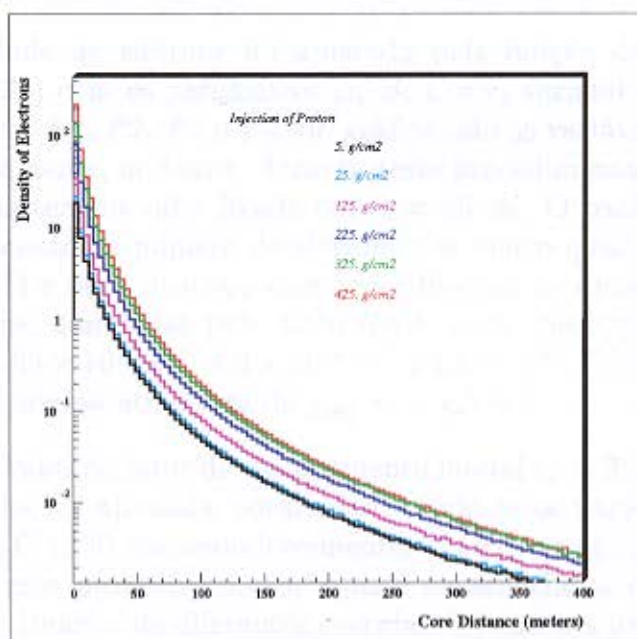


Figura 4.5: Densidade de elétrons para diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, com energia $E = 2.15 \times 10^{14}$ eV.

4.4 Ajustes

Devido ao baixo número de elétrons, os chuviscos gerados por prótons com energia $E = 1.0 \times 10^{13}$ eV serão desconsiderados. Isto não implicará

em uma perda de informação, pois tem-se chuveiros com energia de mesma ordem de grandeza (2.15 e 4.69×10^{13} eV) para serem analisados. Mesmo para energias mais altas, onde a densidade de elétrons longe do eixo é baixa, os ajustes estão sendo efetuados. Isto, porque a função pode ter uma forma “universal”, o que ainda não se sabe, sendo análoga à teoria de cascatas eletromagnéticas.

A expressão proposta ajustou a densidade de elétrons simulada para todas as energias citadas e para cada uma das profundidades $5.$, $25.$, $125.$, $225.$, $325.$ e $425.$ g/cm², de modo a analisar o comportamento dos chuveiros com diferentes pontos de injeção do primário.

Os procedimentos dos ajustes efetuados serão descritos a seguir:

1. A densidade de elétrons foi ajustada pela função de estrutura proposta (4.26) com os parâmetros A , B , C e r_o variando livremente. Os parâmetros $P1$, $P2$, $P3$ e $P4$, no gráfico, são as variáveis A , B , C e r_o , respectivamente, no texto. Através deste procedimento verificou-se que r_o poderia ter seu valor fixado em $r_o = 25.$ m. O parâmetro C possui aqui dimensão de número de elétrons por metro quadrado. As figuras (4.6), (4.7) e (4.8) ilustram este procedimento de ajuste às densidades de elétrons, simuladas pelo *CORSIKA*, para prótons primários com energia 4.69×10^{13} eV, 1.0×10^{14} eV e 1.0×10^{15} eV, injetados a uma profundidade na atmosfera de $\chi_{inj} = 5.$ g/cm².
2. Fixado o valor do fator de deslocamento lateral $r_o = 25.$ m, a densidade de elétrons foi ajustada novamente, tendo-se os parâmetros A ($P1$), B ($P2$) e C ($P3$) variando livremente. As figuras (4.9), (4.10) e (4.11) ilustram este procedimento de ajuste às densidades de elétrons para prótons primários de diferentes energias, injetados a partir de $\chi_{inj} = 5.$ g/cm². A curva refere-se a função de estrutura lateral proposta com três parâmetros variando livremente.
3. Neste terceiro procedimento de ajuste, foi fixado a média dos valores do parâmetro A , obtida para diferentes r_o . Estes valores de r_o foram definidos através do primeiro procedimento de ajuste, onde r_o variava livremente. A densidade de elétrons é então ajustada de modo a obter os valores dos parâmetros B ($P1$) e C ($P2$), os quais variam livremente. As figuras (4.12), (4.13) e (4.14) ilustram a densidade de elétrons de diferentes energias primárias para prótons injetados na atmosfera a

partir de $\chi_{inj} = 5. g/cm^2$. A curva refere-se a função de estrutura lateral proposta com dois parâmetros variando livremente.

4. Fixado o valor do parâmetro A , utiliza-se o valor do parâmetro B , obtido no procedimento anterior, de modo a calcular o parâmetro C (coeficiente de normalização), onde é dado pela expressão (4.27). Ajustando-se novamente a densidade de elétrons, onde todos os parâmetros estão definidos, obtem-se o número de elétrons ($P1$). As figuras (4.15), (4.16) e (4.17) ilustram o ajuste da densidade de elétrons com a função proposta, onde todos os parâmetros são conhecidos.

Os erros relativos foram definidos pelo pacote *MINUIT*, sendo tomados pela raiz quadrada do conteúdo dos *bins* (i.e., intervalos do histograma), referentes aos histogramas de distribuição lateral de elétrons.

O histograma de distribuição lateral é definido como o número de partículas tomadas em anéis concêntricos de largura dr . A área deste anel vai crescendo rapidamente com o raio, sendo o número de partículas por anel (dN/dr) pequeno no começo do chuveiro, crescendo estupidamente com raios maiores, devido ao aumento da área, tornando novamente a diminuir com o final do desenvolvimento do chuveiro.

A densidade lateral de elétrons é o número de elétrons por metro quadrado a uma distância r do centro, ou seja, a distribuição lateral de elétrons dividida pela área, $\frac{dN}{dr \cdot dA}$.

Estas figuras ilustram os procedimentos efetuados nos ajustes às densidades de elétrons. Estes passos foram realizados para todas as energias, anteriormente mencionadas, em cada profundidade de injeção do próton primário. Foram ilustradas somente alguns eventos simulados, pois o intuito é mostrar como o trabalho foi efetuado. As barras de erro são referentes aos eventos simulados.

As figuras (4.18), (4.19) e (4.20) ilustram uma comparação entre a função proposta e a função *NKG*.

A avaliação da qualidade do ajuste da função proposta, efetuado para todas as energias e profundidades consideradas, foi feita através do teste do χ^2_{red} -reduzido.

Os valores dos parâmetros referentes aos ajustes efetuados pela expressão (4.26) para todos os eventos simulados estão ilustrados nas tabelas (4.1), (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) e (4.7).

O parâmetro idade, s , apresentado nas tabelas teve seu valor calculado através da fórmula (3.12). Este cálculo considerou inclusive a distância média da primeira interação após a profundidade de injeção, χ_{inj} , determinada para o próton. Os valores dos parâmetros nos gráficos e nas tabelas apresentam casas decimais em excesso. Estes valores serão revistos, para uma futura publicação, pois não se pode dizer qual é o número razoável de dígitos, somente que tem-se algarismos a mais.

O parâmetro idade s foi calculado através de sua expressão (3.12). Neste cálculo levou-se em consideração a profundidade de matéria atravessada por comprimento de radiação subtraindo-se o livre caminho médio de interação do próton primário. Foi também considerado, é claro, a profundidade de injeção do próton primário. Com isto, teve-se uma maior precisão nos valores encontrados para o parâmetro idade.

O parâmetro $N_e(Ajuste)$ refere-se ao número de elétrons obtido através dos procedimentos de ajuste efetuados pela função de estrutura proposta. O parâmetro $N_e(Simulação)$ refere-se ao número de elétrons total dividido pela quantidade de eventos simulados (90, 50 e 25).

Os parâmetros A , B e C estão relacionados com a idade e o tamanho do chuveiro (N_e). Desse modo, interessa-nos saber qual é o comportamento deles com a energia e profundidade de injeção do primário na atmosfera. Flutuações destes valores estão fortemente relacionados com o livre caminho médio percorrido pelo próton após ele ser injetado na atmosfera. Ocorrendo uma variação significativa na profundidade média da primeira interação do próton, os parâmetros terão automaticamente seus valores jogados, ou para cima ou para baixo. Uma solução para este problema seria uma maior quantidade de chuveiros simulados para cada uma das energias. Contudo, isto implicaria em um aumento no tempo de simulação e principalmente, um aumento significativo de espaço em disco utilizado nas estações de trabalho. Desta forma, isto torna-se inviável para o momento.

Pode-se verificar através das figuras que a distância máxima do centro do chuveiro para eventos com energias variando entre $10^{13} eV - 10^{14} eV$ foi fixada em 400 m , enquanto a distância para eventos com energia da ordem de $10^{15} eV$ foi fixada em 500 m . Esta definição está relacionada à densidade de elétrons para os eventos simulados, de modo que os ajustes fossem efetuados em regiões do chuveiro com uma densidade razoável de elétrons.

O comportamento do parâmetro A com a profundidade de injeção, para diferentes energias, pode ser analisado na figura (4.24). Uma comparação

entre o parâmetro A , da função de estrutura proposta, e o parâmetro idade s , relacionado à função NKG é ilustrada pelas figuras (4.21), (4.22) e (4.23), para diferentes energias do próton primário. O intuito de comparar estes parâmetros reside justamente em verificar o comportamento do parâmetro A , determinado através dos ajustes efetuados, e o comportamento do parâmetro idade, obtido por uma expressão própria, onde não considera, em chuveiros hadrônicos, a constante transferência de energia dos hádrons para a componente eletromagnética.

A variação dos parâmetros s , B e C com a profundidade de injeção para diferentes energias são ilustradas nas figuras (4.25), (4.26) e (4.27). Os erros referentes aos parâmetros A e B estão demonstrados nas respectivas figuras, porém devido a insignificância dos valores de alguns erros, não é possível visualiza-los.

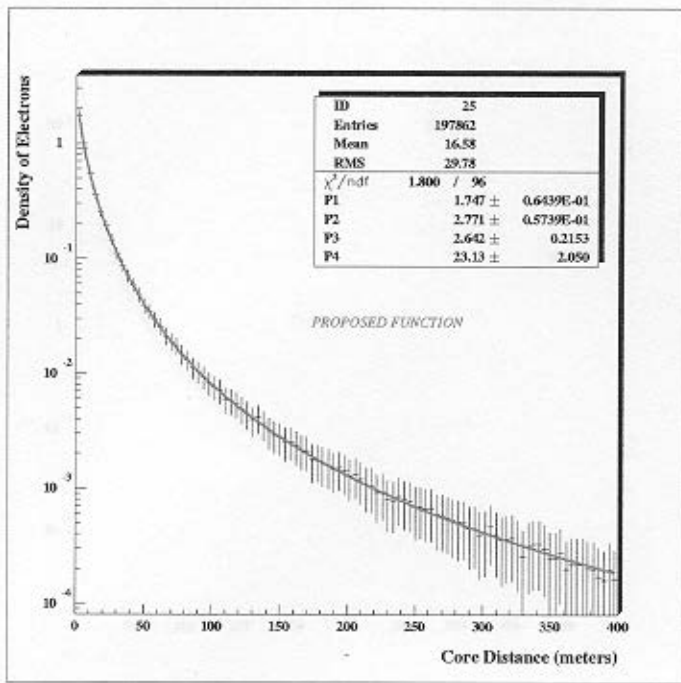


Figura 4.6: Densidade de elétrons para energia primária 4.69×10^{13} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura com todos os parâmetros variando livremente.

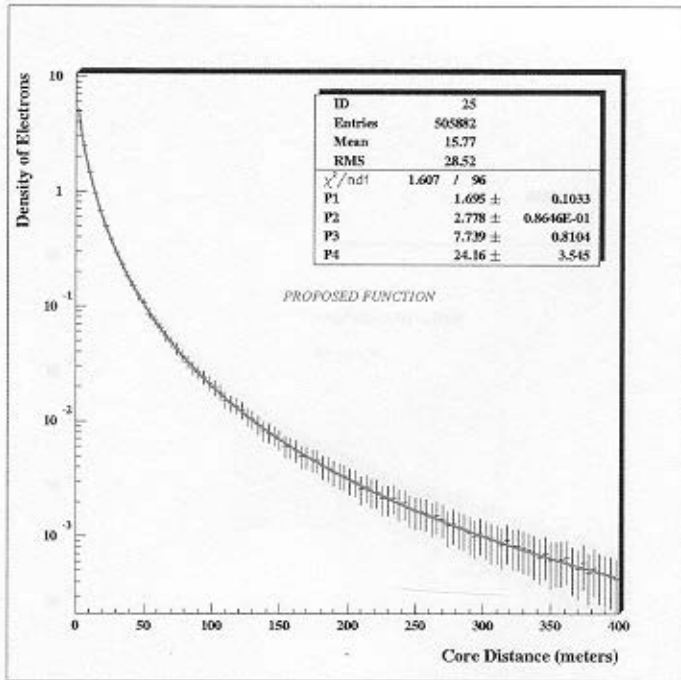


Figura 4.7: Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{14} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com todos os parâmetros variando livremente.

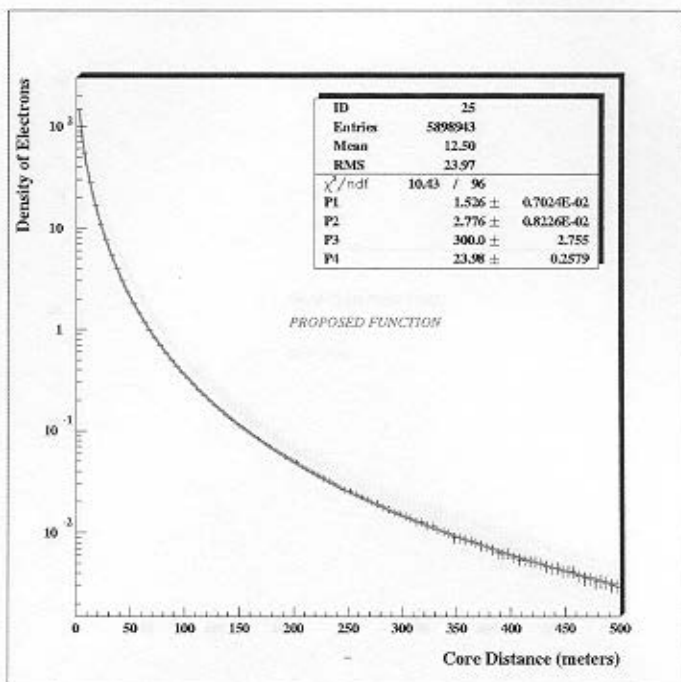


Figura 4.8: Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{15} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com todos os parâmetros variando livremente.

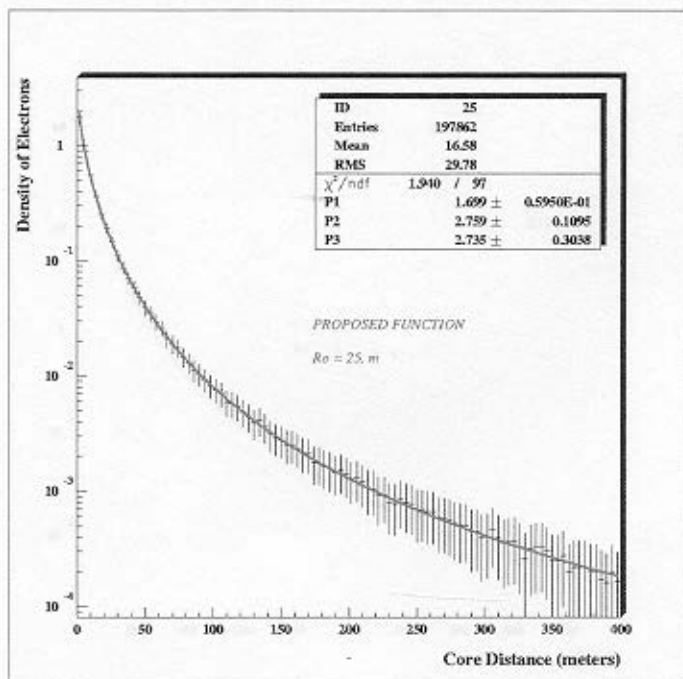


Figura 4.9: Densidade de elétrons para energia primária 4.69×10^{13} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com os parâmetros A (P1), B (P2) e C (P3) variando livremente.

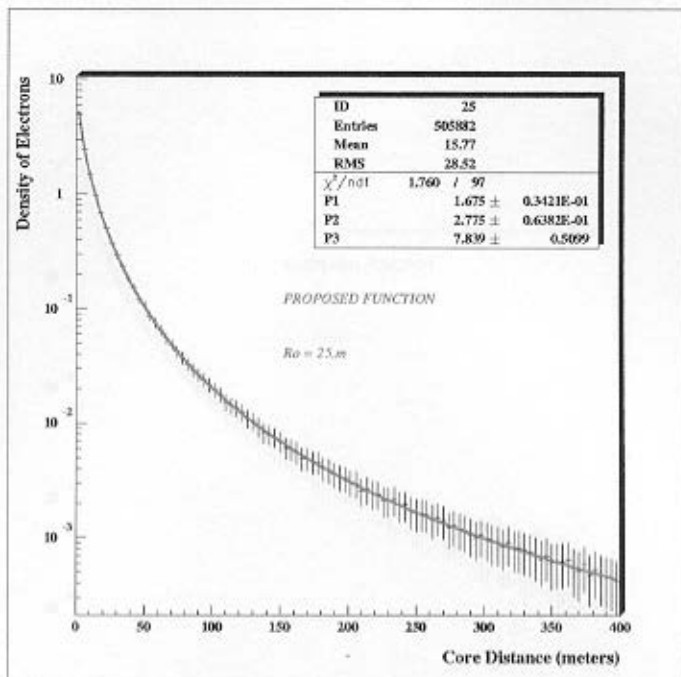


Figura 4.10: Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{14} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com os parâmetros A (P1), B (P2) e C (P3) variando livremente.

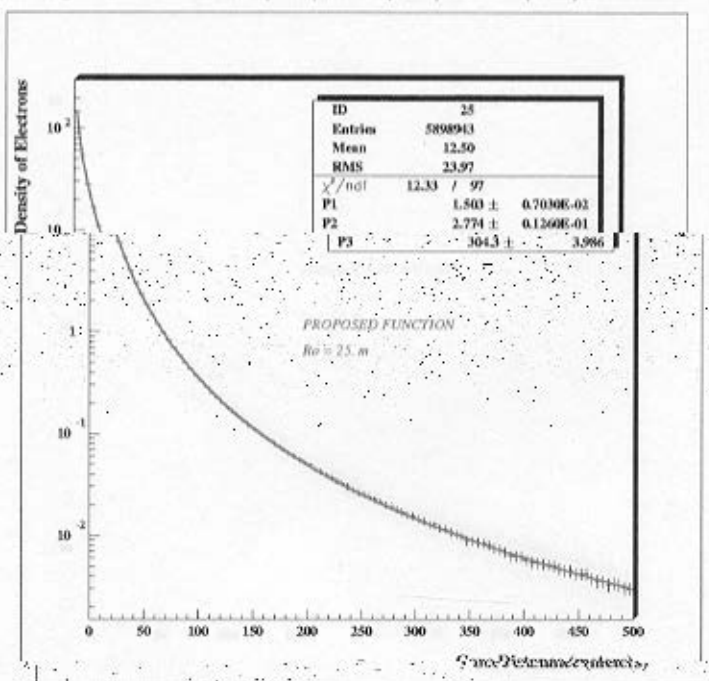


Figura 4.11: Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{15} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com os parâmetros A (P1), B (P2) e C (P3) variando livremente.

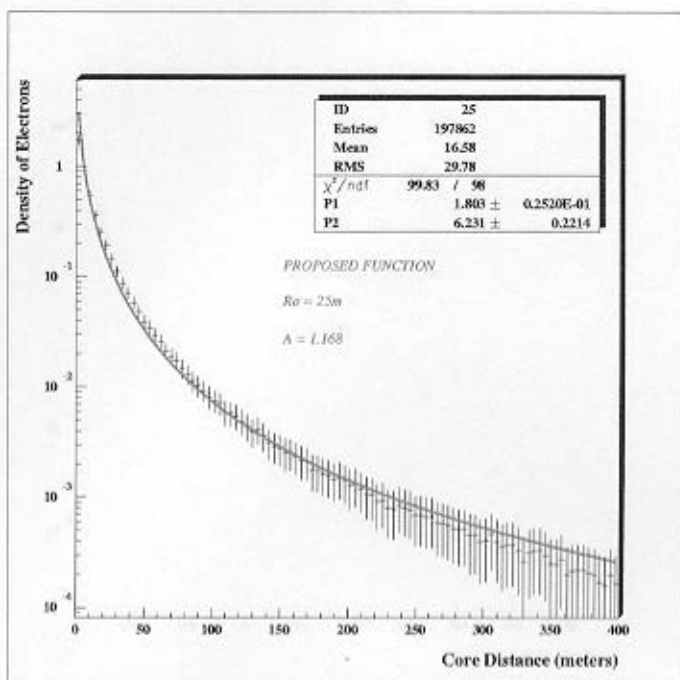


Figura 4.12: Densidade de elétrons para energia primária 4.69×10^{13} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com os parâmetros B (P1) e C (P2) variando livremente.

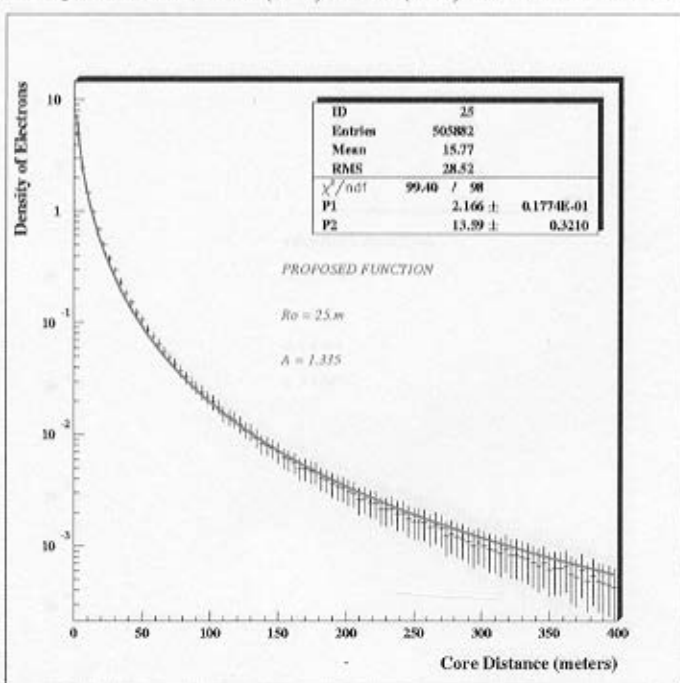


Figura 4.13: Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{14} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². Função de estrutura proposta com os parâmetros B (P1) e C (P2) variando livremente.

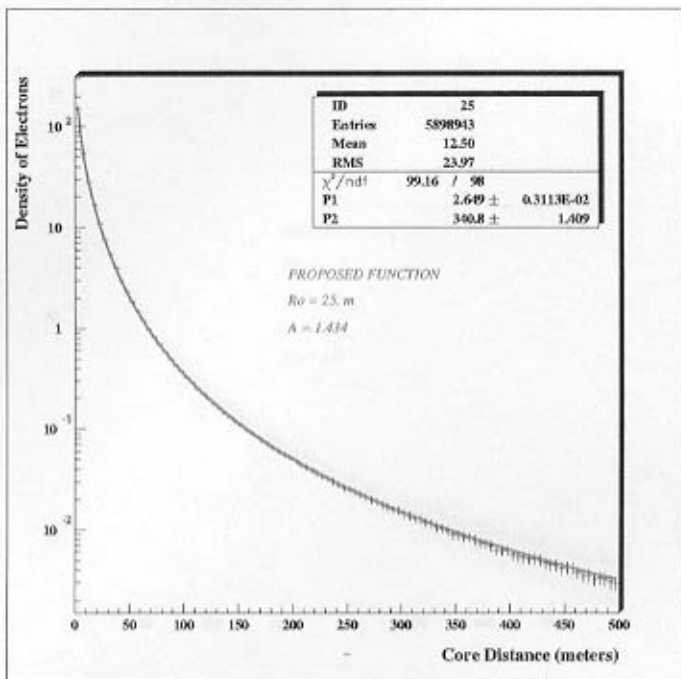


Figura 4.14: Densidade de elétrons para energia primária $1.0 \times 10^{15} \text{ eV}$, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5. \text{ g/cm}^2$. Função de estrutura proposta com os parâmetros B ($P1$) e C ($P2$) variando livremente.

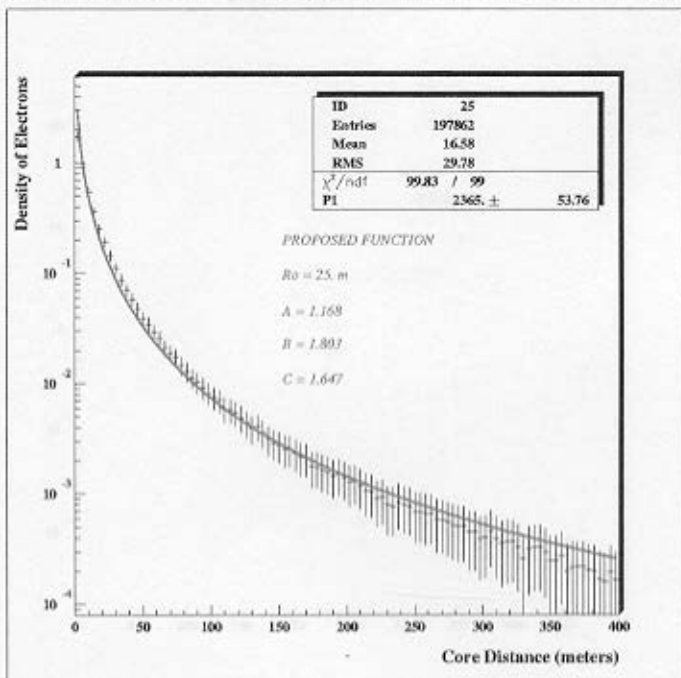


Figura 4.15: Densidade de elétrons para energia primária $4.69 \times 10^{13} \text{ eV}$, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5. \text{ g/cm}^2$. O parâmetro $P1$ refere-se ao número de elétrons definido pelo ajuste da função proposta.

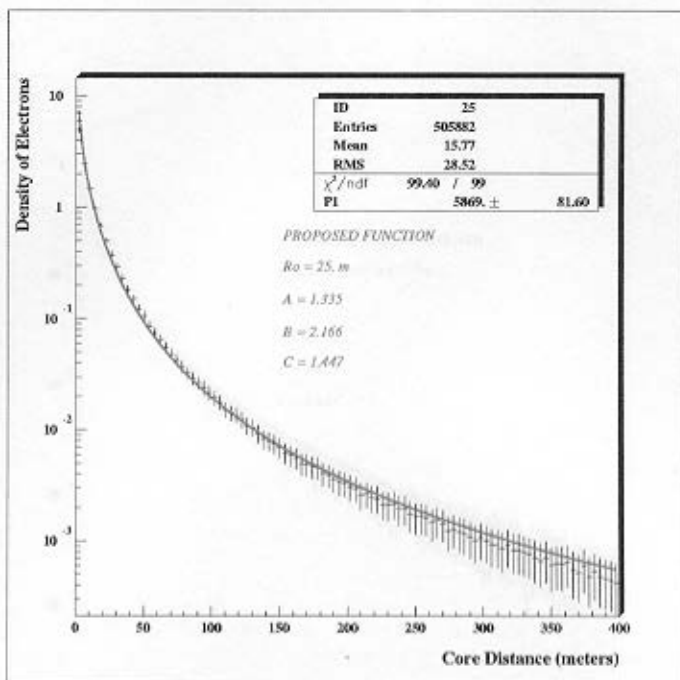


Figura 4.16: Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{14} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². O parâmetro P1 refere-se ao número de elétrons definido pelo ajuste da função proposta.

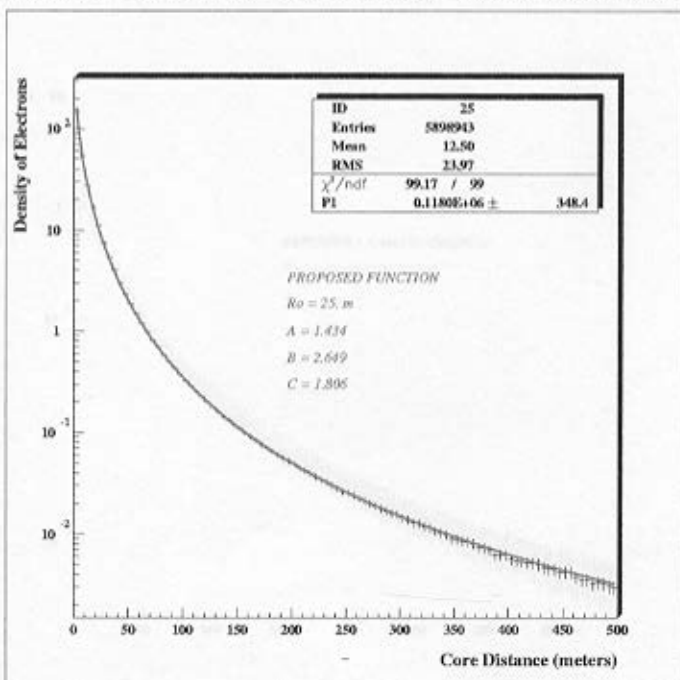


Figura 4.17: Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{15} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5$. g/cm². O parâmetro P1 refere-se ao número de elétrons definido pelo ajuste da função proposta.

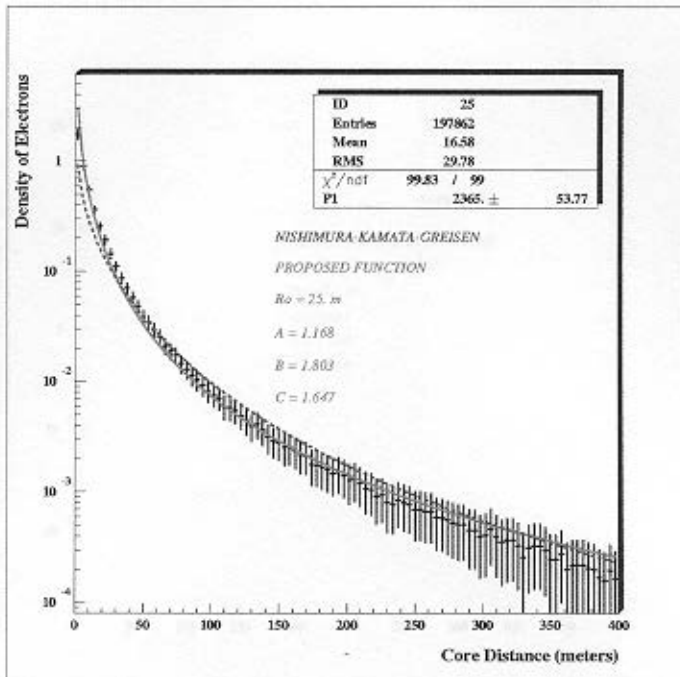


Figura 4.18: Densidade de elétrons para energia primária 4.69×10^{13} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5. \text{ g/cm}^2$. Esta figura ilustra uma comparação entre os ajustes da função proposta e da função NKG.

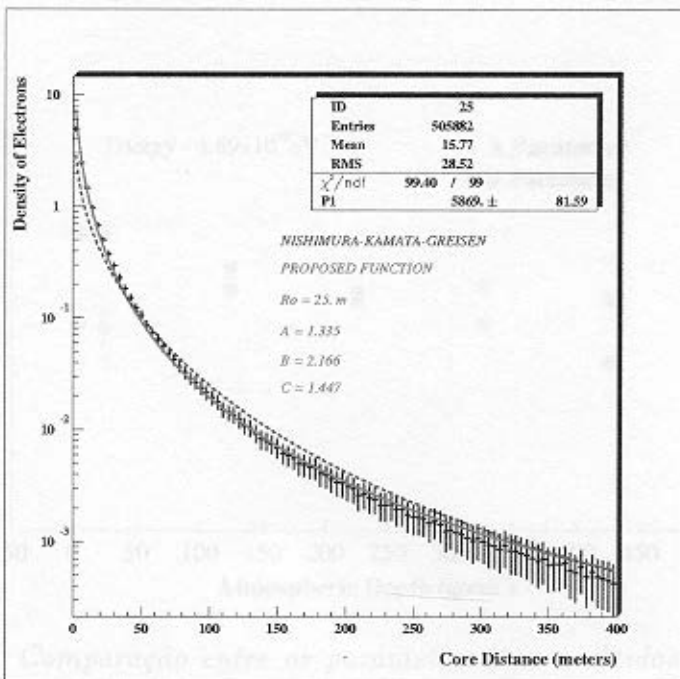


Figura 4.19: Densidade de elétrons para energia primária 1.0×10^{14} eV, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5. \text{ g/cm}^2$. Esta figura ilustra uma comparação entre os ajustes da função proposta e da função NKG.

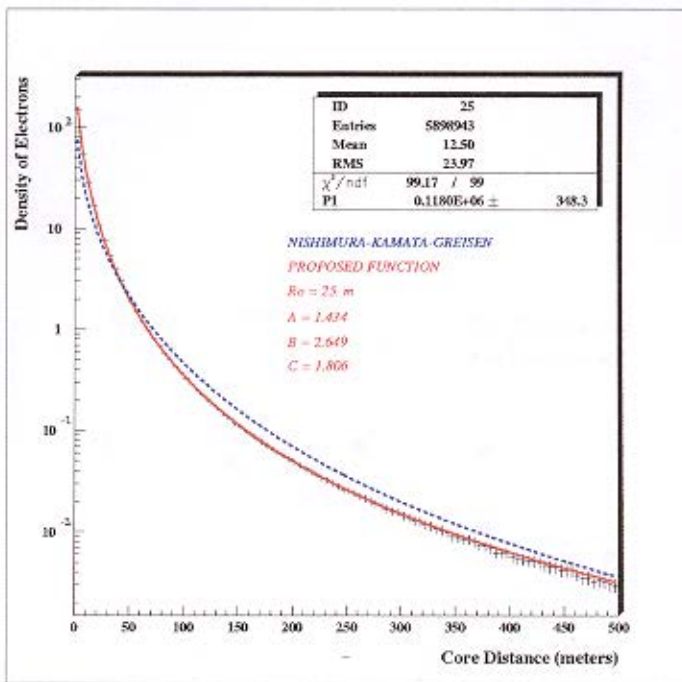


Figura 4.20: Densidade de elétrons para energia primária $1.0 \times 10^{15} \text{ eV}$, com próton primário injetado a partir de $\chi_{inj} = 5 \text{ g/cm}^2$. Esta figura ilustra uma comparação entre os ajustes da função proposta e da função NKG.

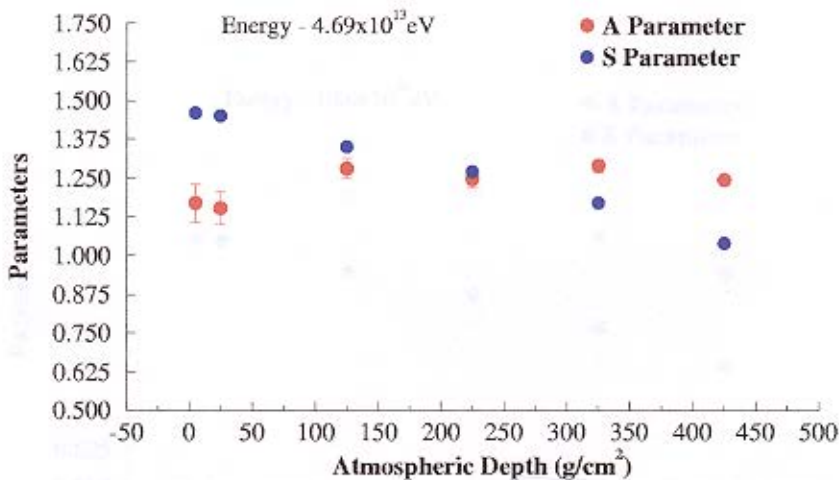


Figura 4.21: Comparação entre os parâmetros A e s obtidos em diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, com energia $E = 4.69 \times 10^{13} \text{ eV}$.

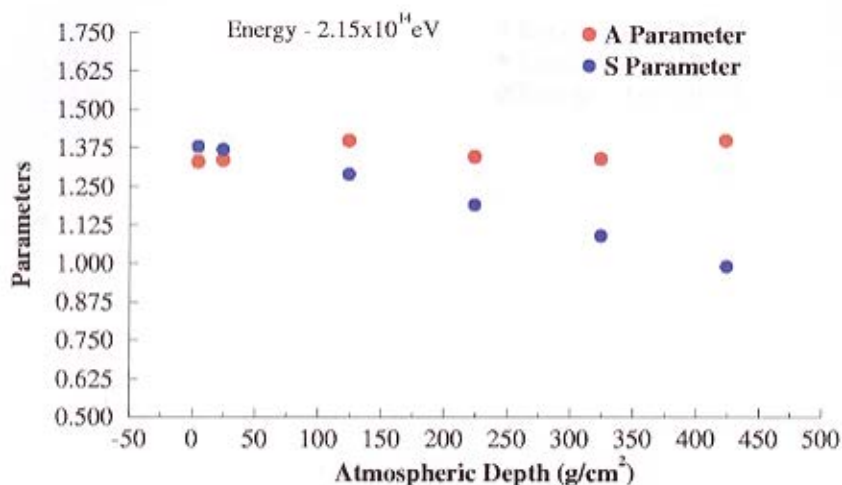


Figura 4.22: Comparação entre os parâmetros A e s obtidos em diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, com energia $E = 2.15 \times 10^{14}$ eV.

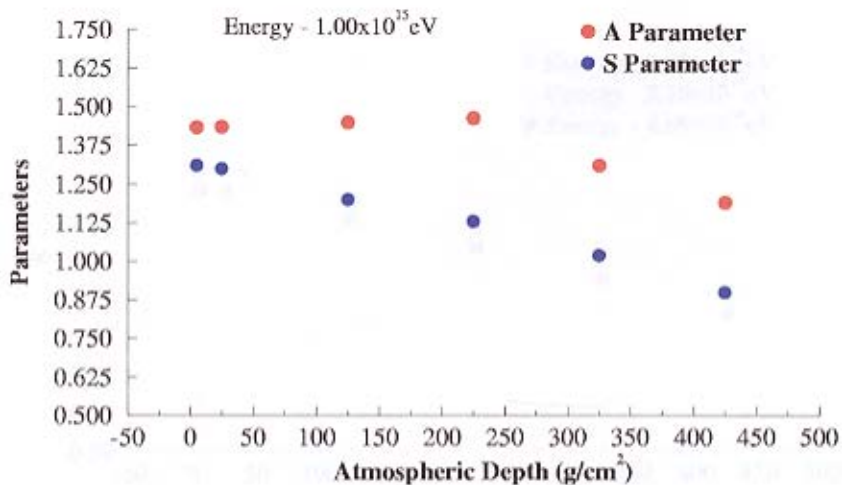


Figura 4.23: Comparação entre os parâmetros A e s obtidos em diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, com energia $E = 1.0 \times 10^{15}$ eV.

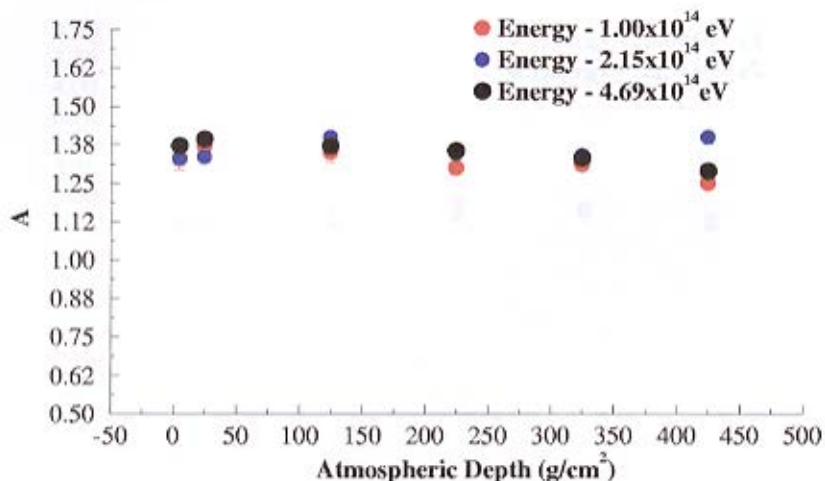


Figura 4.24: Comportamento do parâmetro A em diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, para energias da ordem de 10^{14} eV.

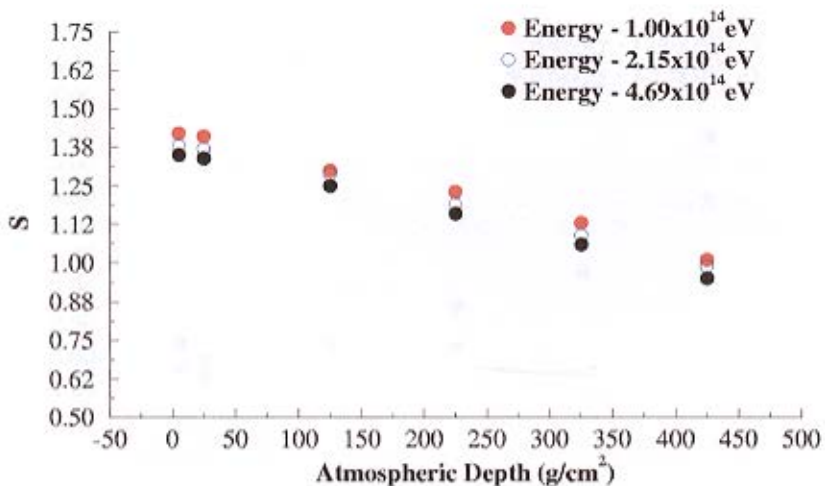


Figura 4.25: Comportamento do parâmetro s em diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, para energias da ordem de 10^{14} eV.

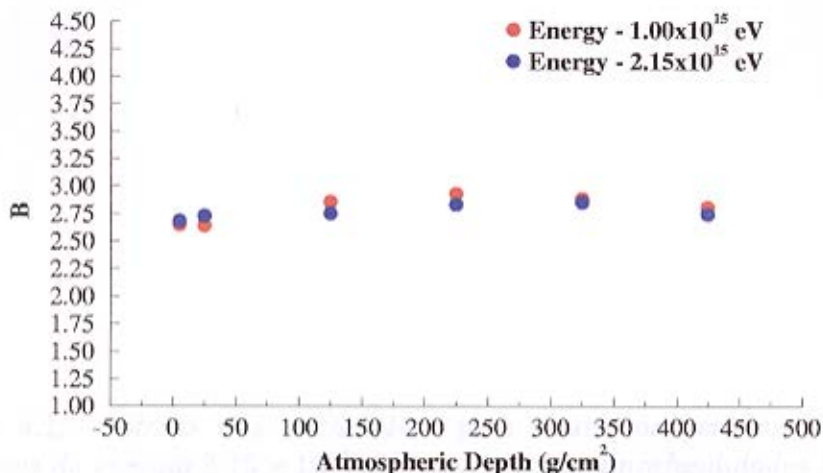


Figura 4.26: Comportamento do parâmetro B em diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, para energias da ordem de 10^{15} eV.

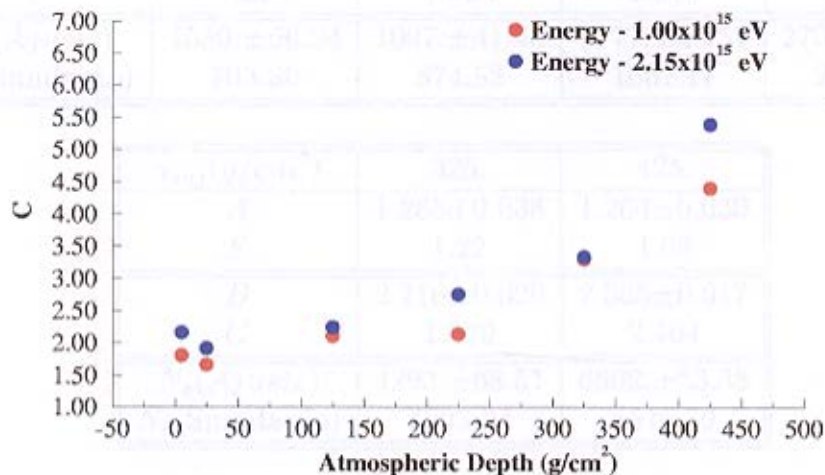


Figura 4.27: Comportamento do parâmetro C em diferentes profundidades de injeção χ_{inj} do primário, para energias da ordem de 10^{15} eV.

Tabela 4.1: Valores dos parâmetros para chuviros gerados por prótons primários de energia 2.15×10^{13} eV, em diferentes profundidades de injeção, X_{inj} .

$X_{inj}(g/cm^2)$	5.	25.	125.	225.
A	0.688 ± 0.129	0.957 ± 0.097	1.122 ± 0.068	1.201 ± 0.046
S	1.51	1.50	1.40	1.32
B	0.817 ± 0.039	1.311 ± 0.037	1.754 ± 0.028	1.987 ± 0.024
C	1.294	1.585	1.846	1.913
$N_e(Ajuste)$	$1530. \pm 66.24$	$1097. \pm 41.43$	$1777. \pm 46.51$	$2708. \pm 55.54$
$N_e(Simulação)$	703.80	874.52	1662.11	2613.22

$X_{inj}(g/cm^2)$	325.	425.
A	1.285 ± 0.038	1.264 ± 0.030
S	1.22	1.08
B	2.216 ± 0.020	2.365 ± 0.017
C	1.879	2.404
$N_e(Ajuste)$	$4293. \pm 68.51$	$6602. \pm 83.38$
$N_e(Simulação)$	4203.34	6576.70

Tabela 4.2: Valores dos parâmetros para chuviscos gerados por prótons primários de energia 4.69×10^{13} eV, em diferentes profundidades de injeção, χ_{inj} .

$\chi_{inj}(g/cm^2)$	5.	25.	125.	225.
<i>A</i>	1.168±0.061	1.152±0.052	1.280±0.033	1.247±0.026
<i>S</i>	1.46	1.45	1.35	1.27
<i>B</i>	1.803±0.025	1.860±0.022	2.147±0.021	2.205±0.015
<i>C</i>	1.647	1.931	1.752	2.133
$N_e(Ajuste)$	2365.±53.76	2950.±58.81	4672.±72.11	7527.±90.28
$N_e(Simulação)$	2198.47	2796.79	4536.66	7360.93

$\chi_{inj}(g/cm^2)$	325.	425.
<i>A</i>	1.290±0.021	1.245±0.017
<i>S</i>	1.17	1.04
<i>B</i>	2.377±0.013	2.511±0.011
<i>C</i>	2.226	2.956
$N_e(Ajuste)$	11430.±109.90	16940.±132.10
$N_e(Simulação)$	11293.63	16951.30

Tabela 4.3: Valores dos parâmetros para chuueiros gerados por prótons primários de energia 1.0×10^{14} eV, em diferentes profundidades de injeção, χ_{inj} .

$\chi_{inj}(g/cm^2)$	5.	25.	125.	225.
A	1.335 ± 0.036	1.380 ± 0.045	1.351 ± 0.031	1.290 ± 0.015
S	1.42	1.41	1.30	1.23
B	2.166 ± 0.018	2.289 ± 0.016	2.459 ± 0.012	2.455 ± 0.009
C	1.447	1.439	1.966	2.391
$N_e(\text{Ajuste})$	$5869. \pm 81.64$	$6855. \pm 87.13$	$14630. \pm 124.20$	$20740. \pm 147.20$
$N_e(\text{Simulação})$	5619.80	6674.61	14512.80	20582.51

$\chi_{inj}(g/cm^2)$	325.	425.
A	1.306 ± 0.019	1.245 ± 0.012
S	1.13	1.01
B	2.537 ± 0.009	2.625 ± 0.008
C	2.484	3.267
$N_e(\text{Ajuste})$	$27350. \pm 263.80$	$40629. \pm 313.00$
$N_e(\text{Simulação})$	27237.42	40635.08

Tabela 4.4: Valores dos parâmetros para chuueiros gerados por prótons primários de energia 2.15×10^{14} eV, em diferentes profundidades de injeção, χ_{inj} .

$\chi_{inj}(g/cm^2)$	5.	25.	125.	225.
A	1.330 ± 0.020	1.336 ± 0.019	1.399 ± 0.014	1.346 ± 0.011
S	1.38	1.37	1.29	1.19
B	2.295 ± 0.011	2.327 ± 0.010	2.509 ± 0.009	2.591 ± 0.007
C	1.753	1.850	1.753	2.293
$N_e(Ajuste)$	$15670. \pm 130.50$	$16790. \pm 132.20$	$26910. \pm 168.70$	$48810. \pm 224.70$
$N_e(Simulação)$	15278.17	17032.57	26586.51	48498.36

$\chi_{inj}(g/cm^2)$	325.	425.
A	1.340 ± 0.008	1.399 ± 0.008
S	1.09	0.99
B	2.709 ± 0.006	2.993 ± 0.006
C	2.611	2.779
$N_e(Ajuste)$	$71310. \pm 269.90$	$89100. \pm 298.8$
$N_e(Simulação)$	71195.46	90467.74

Tabela 4.5: Valores dos parâmetros para chuveiros gerados por prótons primários de energia 4.69×10^{14} eV, em diferentes profundidades de injeção, χ_{inj} .

$\chi_{inj}(g/cm^2)$	5.	25.	125.	225.
A	1.371 ± 0.009	1.394 ± 0.005	1.370 ± 0.009	1.355 ± 0.006
S	1.35	1.34	1.25	1.16
B	2.472 ± 0.007	2.514 ± 0.007	2.563 ± 0.005	2.696 ± 0.004
C	1.858	1.794	2.056	2.459
$N_e(Ajuste)$	$41850. \pm 210.40$	$47250. \pm 223.40$	$74170. \pm 278.10$	$121600. \pm 353.10$
$N_e(Simulação)$	41305.93	46671.55	73371.82	121501.34

$\chi_{inj}(g/cm^2)$	325.	425.
A	1.331 ± 0.006	1.288 ± 0.008
S	1.06	0.95
B	2.753 ± 0.003	2.902 ± 0.004
C	2.792	3.580
$N_e(Ajuste)$	$165100. \pm 410.70$	$216900. \pm 467.00$
$N_e(Simulação)$	165158.40	217868.37

Tabela 4.6: Valores dos parâmetros para chuweiros gerados por prótons primários de energia 1.0×10^{15} eV, em diferentes profundidades de injeção, χ_{inj} .

$\chi_{inj}(g/cm^2)$	5.	25.	125.	225.
A	1.434±0.006	1.435±0.007	1.450±0.004	1.464±0.005
S	1.31	1.30	1.20	1.13
B	2.649±0.004	2.641±0.003	2.858±0.003	2.929±0.003
C	1.806	1.658	2.100	2.136
$N_e(Ajuste)$	118000.±348.40	125700.±373.10	202700.±452.60	271200.±522.70
$N_e(Simulação)$	117978.86	116773.86	205537.52	295318.36

$\chi_{inj}(g/cm^2)$	325.	425.
A	1.311±0.003	1.191±0.004
S	1.02	0.90
B	2.883±0.002	2.805±0.002
C	3.299	4.402
$N_e(Ajuste)$	407800.±638.70	484700.±696.70
$N_e(Simulação)$	416528.90	488020.96

Tabela 4.7: Valores dos parâmetros para chuviros gerados por prótons primários de energia 2.15×10^{15} eV, em diferentes profundidades de injeção, χ_{inj} .

$\chi_{inj}(g/cm^2)$	5.	25.	125.	225.
A	1.391±0.003	1.439±0.005	1.399±0.003	1.358±0.003
S	1.29	1.26	1.19	1.09
B	2.683±0.003	2.728±0.003	2.750±0.002	2.834±0.002
C	2.159	1.917	2.241	2.754
$N_e(Ajuste)$	296400.±549.70	312900.±565.20	443700.±670.90	665800.±818.20
$N_e(Simulação)$	298040.08	314242.56	448238.92	678462.92

$\chi_{inj}(g/cm^2)$	325.	425.
A	1.299±0.002	1.100±0.002
S	1.00	0.89
B	2.852±0.001	2.744±0.001
C	3.335	5.395
$N_e(Ajuste)$	886300.±942.20	1031000.±1018.00
$N_e(Simulação)$	902587.12	1024749.00

Capítulo 5

Conclusão

Este trabalho concentrou-se em uma detalhada simulação por *Monte Carlo* de chuviros atmosféricos extensos tridimensionais, gerados por prótons primários injetados com diferentes energias e em diferentes profundidades. Foi analisada a distribuição lateral de elétrons de modo a obter, através de ajustes de expressões analíticas, parametrizações para uma melhor descrição dos chuviros. Espera-se, com isso, melhorar a precisão nos cálculos de reconstrução de eventos observados.

A faixa de energia coberta inclui eventos com 10^{13} eV. Para muitos experimentos, esta região de energia não é relevante, uma vez que o número total de partículas observadas é muito pequeno. Por outro lado, devido a dificuldades com tempo de processamento e de espaço em disco disponível, não avançaremos a energias muito acima de 10^{15} eV, o que seria desejável.

Partiu-se da hipótese que, com uma forma alternativa para a distribuição lateral de elétrons, seria possível obter melhores resultados em ajustes feitos com chuviros hadrônicos.

Esta função de estrutura lateral, que é a fórmula (4.26), foi testada com os eventos simulados. Foi obtida uma boa concordância para todos os casos estudados, através dos procedimentos de ajuste, entre a função de estrutura proposta e as densidades de elétrons simuladas. Alguns desvios ocorreram nos ajustes, nas regiões de largas distâncias (300 – 400 m) do eixo central do chuviro, principalmente para os eventos simulados com energia da ordem de 10^{13} eV. Embora as densidades de partículas sejam muito pequenas a estas distâncias, prosseguiu-se com esses cálculos para energias maiores, usando essa faixa de distância, na expectativa que se obtivessem curvas universais,

como em teoria de cascatas.

O fator de escala radial, com seu valor fixado em $r_0=25. m$, mostrou estar de acordo com a associação esperada entre as escalas hadrônicas e eletromagnéticas para chuveiros atmosféricos extensos gerados por prótons, indicando que a escala radial dada na função NKG pode ser melhorada, para um valor próximo ao que foi obtido neste trabalho. A definição deste valor para o fator de escala radial é responsável por boa parte do sucesso obtido pelos ajustes efetuados. Um fato interessante é que este valor aproxima-se do valor obtido nos cálculos efetuados por *Nishimura* e *Kamata* em seu artigo original [14].

Nos cálculos efetuados neste trabalho foram utilizados as profundidades de 325. e 425. g/cm^2 . Deve-se considerar que os casos correspondentes são extremos e correspondem a menos de 1% dos eventos detectados, embora os resultados obtidos com a profundidade de 325. g/cm^2 tenham sido satisfatórios.

Se não forem considerados esses casos extremos, verifica-se que o parâmetro A , equivalente a idade do chuveiro, não mostrou uma variação significativa com a profundidade de injeção do primário. Um chuveiro eletromagnético puro apresentaria uma idade variável.

Quando comparado ao parâmetro idade s , o parâmetro A justifica a necessidade de se considerar em chuveiros hadrônicos, a constante transfêrencia de energia da componente hadrônica para a componente eletromagnética, confirmando que a idade do chuveiro não deve apresentar variações significativas.

O parâmetro B mostrou uma leve tendência de crescimento à medida que se aumenta a profundidade de injeção do próton primário, porém não muito expressiva.

Esta variação inexpressiva dos parâmetros A e B pode ser interpretada como uma conseqüência da forma da densidade de elétrons não apresentar grandes mudanças para diferentes profundidades de injeção do primário, como pôde ser verificado nas figuras (4.4) e (4.5).

O coeficiente de normalização C mostrou uma variação bastante significativa, como já era esperado.

Os ajustes da função proposta neste trabalho com os eventos simulados mostraram-se melhores que os feitos com a tradicional função NKG .

Acreditamos ser possível, tendo em vista os resultados aqui apresentados, encontrar parametrizações mais realistas para a distribuição lateral de elétrons em chuveiros extensos, ampliando a faixa de energia dos cálculos

e determinando a variação dos parâmetros envolvidos com a energia do primário.

Apêndice A

Variação do Número de Elétrons e Fótons

A mudança do número de elétrons (ou pósitrons) e fótons após atravessarem uma espessura de matéria dt , pode ser descrita como uma soma de vários processos. Desta forma, as equações de difusão são formalizadas a seguir.

A.1 Mudança do Número de Elétrons em dt .

São três os processos físicos que contribuem:

A.1.1 Efeitos do Processo de Bremsstrahlung, $A'\pi$.

Elétrons com energia entre $(E, E + dE)$ sofrem perda de energia por bremsstrahlung, sendo deslocados para uma região de mais baixa energia. Então, o número de elétrons removidos deste intervalo de energia é:

$$\pi(E, t) = \int_0^E \Phi(E, W) \frac{dW}{E} dt \quad (\text{A.1})$$

Para o mesmo processo, elétrons de alta energia podem ser movidos para região de energia entre $(E, E + dE)$. Este aumento em $\pi(E, t)$, é:

$$\int_0^\infty \pi(E + W, t) \Phi(E + W, W) \frac{dW}{E + W} dt \quad (\text{A.2})$$

Assim, a mudança do número de elétrons é dada por:

$$\int_0^\infty \left\{ \pi(W, t)\Phi(E, W) - \pi(E + W, t)\Phi(E + W, W)\frac{E}{E + W} \right\} \frac{dW}{E} dt \quad (\text{A.3})$$

Fazendo a seção de choque como:

$$\Phi(E, W)\frac{dW}{E} \longrightarrow \phi(v)dv \quad (\text{A.4})$$

a equação (A.3) será

$$- \int_0^1 \left[\pi(E) - \frac{1}{1-v}\pi\left(\frac{E}{1-v}\right) \right] \phi(v)dv = -A'\pi \quad (\text{A.5})$$

A.1.2 Efeitos do Processo de Criação de Pares, $B'\gamma$.

Um fóton com energia maior do que W pode produzir um par e^-e^+ entre o intervalo de energia $(E, E + dE)$.

Assumindo as mesmas considerações do item anterior, tem-se a seção de choque para criação de pares da seguinte forma:

$$\Psi(W, E)\frac{dE}{W} \longrightarrow \Psi(u)du \quad (\text{A.6})$$

tendo-se

$$2 \int_0^1 \gamma\left(\frac{E}{u}\right) \psi(u)\frac{du}{u} = B'\gamma \quad (\text{A.7})$$

A.1.3 Efeitos da Perda de Energia por Ionização, $\varepsilon_o\frac{\partial}{\partial E}\pi$.

Elétrons perdem energia por uma quantia $-\varepsilon_o dt$ através das colisões em dt . Assim, elétrons chegando na profundidade $t + dt$ com energia entre $(E, E + dE)$ teriam energias no intervalo $(E + \varepsilon_o dt, E + dE + \varepsilon_o dt)$ antes de cruzarem dt . Desta forma:

$$\begin{aligned} \pi(E, t + dt)dE - \pi(E, t)dE &= \pi(E + \varepsilon_o dt)dE - \pi(E, t)dE \\ &= \varepsilon_o \frac{\partial}{\partial E} dt \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Obtem-se, portanto, a equação:

$$\frac{\partial}{\partial t}\pi = -A'\pi + B'\gamma + \varepsilon_o \frac{\partial}{\partial E}\pi \quad (\text{A.9})$$

A.2 Mudança no Número de Fótons.

Somente dois processos contribuem para a variação do número de fótons:

A.2.1 Absorção do Número de Fótons pelo Processo de Criação de Pares, $\sigma_0\gamma$.

A perda total pode ser escrita como:

$$-\gamma \int_0^\infty \Psi(W, E) \frac{dE}{W} dt \quad (\text{A.10})$$

onde, fazendo as considerações anteriores para a seção de choque, obtém-se:

$$-\int_0^1 \Psi(u) du = -\sigma_0 = -0.7733... \quad (\text{A.11})$$

A.2.2 Efeito do Processo de Bremsstrahlung, $C'\pi$.

Um elétron de alta energia pode emitir um fóton com energia entre W e $W + dW$, tendo-se a contribuição:

$$\int_0^\infty \pi(E + W) \Psi(E + W, W) \frac{dW}{E + W} \quad (\text{A.12})$$

Assim, com as considerações já feitas para a seção de choque, obtém-se:

$$C'\pi = \int_0^1 \pi\left(\frac{E}{v}, t\right) \phi(v) \frac{dv}{v} \quad (\text{A.13})$$

Desta forma, para a mudança do número de fótons obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \gamma = -\sigma_0\gamma + C'\pi \quad (\text{A.14})$$

Bibliografia

- [1] P.Sokol'sky, Introduction to Ultrahigh Energy Cosmic Ray Physics, Addison-Wesley Publishing Company (1989).
- [2] T.K.Gaisser, Cosmic Rays and Particle Physics, Cambridge University Press (1990).
- [3] J.Bellandi, Física da Radiação Cósmica, Notas de Física IFGW, UNICMP (1993).
- [4] B.Rossi, R.Greisen, Rev. Mod. Phys., 13, 243 (1941).
- [5] H.A.Bethe, Phys. Rev., 89, 1256 (1953).
- [6] Particle Data Group, Review of Particle Physics, Phys. Rev. D, 50, 136 (1996).
- [7] B.Rossi, High-Energy Particles, Prentice Hall Inc. (1952).
- [8] H.Bethe, W.Heitler, Proc. Roy. Soc., A146, 83 (1934).
- [9] H.Davis, H.A.Bethe, L.C.Maximon, Phys. Rev., 93, 788 (1954).
- [10] J.A.Wheller, W.E.Lamb, Phys. Rev., 55, 858 (1939).
- [11] O.Klein, Y.Nishima, Zeits. f. Physik, 52, 853 (1929).
- [12] W.Heitler, The Quantum Theory of the Radiation, Oxford (1956).
- [13] J.Nishimura, Handbuch der Physik, Springer Verlag, Band. XLVI/2, 1 (1967).
- [14] K.Kamata, J.Nishimura, Suppl. Progr. Theor. Phys., 6, 93 (1958).

- [15] E.J.Williams, Proc. Roy. Soc.,139, 531 (1939).
- [16] F.Block, Zeits. f. Physik, 81, 363 (1933).
- [17] K.Greisen, Prog. Cosmic Ray Physics, 3, 1 (1956).
- [18] K.Greisen, Ann. Revs. Nuclear Science, 63, 10 (1960).
- [19] J.Knapp, D.Heck, Extensive Air Shower Simulation with CORSIKA: A User's Guide, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH (1997).
- [20] D.Heck, J.Knapp, J.N.Capdevielle, G.Schatz, T.Thouw, CORSIKA: A Monte Carlo Code to Simulate Extensive Air Showers, Report FZKA 6019, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH (1998).
- [21] G.Schatz, et al., Nuclear Physics B (Proc. Suppl.), 60B, 151 (1998).
- [22] K.Werner, Physics Reports, 87, 232 (1993).
- [23] P.F.K.Grieder, Proc. 16th Int. Cosm. Ray Conf., Kyoto, 9, 161 (1979).
- [24] H.Fesefeldt, RWTH Aachem Report PITHA 85, 2 (1985).
- [25] W.R.Nelson, H.Hirayama, D.W.O.Rogers, The EGS4 Code Sistem, SLAC Report 265, (1985).
- [26] Y.S.Tsai, Rev. Mod. Phys., 46, 815 (1974).
- [27] H.W.Koch, J.W.Motz, Rev. Mod. Phys., 31, 920 (1959).
- [28] J.W.Motz, H.A.Olsen, H.W.Koch, Rev. Mod. Phys., 41,581 (1969). Forschungszentrum Karlsruhe GmbH (1998).
- [29] R.M.Sternheimer, M.J.Berger, S.M.Seltzer, Atomic Nuclear Data Tables, 30, 261 (1984).
- [30] W.T.Scott, Rev. Mod. Phys., 35, 231 (1963).
- [31] A.M.Hillas, XVII International Cosmic Ray Conference, Paris, 6, 244 (1981).
- [32] J.N.Capdevielle, J.Gawin, J. Phys. G.:Nuclear Part. Phys., 8, 1317 (1982).

- [33] J.A.Chinellato, Comunicação particular.
- [34] J.A.Chinellato, Internal Bericht 51.02.03-Z13D, Forschungszentrum Karlsruhe (1998).
- [35] R.Brun, M.Hansroul, P.Palmazzi, Program Library Y250 CERN, (1993).
- [36] R.Brun, O.Couet, C.Vandoni, P.Zanarini, Program Library Q121 CERN, (1994).