

# Instituto de Física 'Gleb Wataghin'

## Universidad Estatal de Campinas

## Imágenes por Doble Difracción con Luz Blanca Usando Redes de Difracción y Una Rendija

## Disertación de Maestría

# Alumna: Noemí Inés Rodríguez Rivera

Disertación sometida al Instituto de Física 'Gleb Wataghin'da Universidad estatal de Campinas como parte de los Requisitos para Obtención del grado de Magíster en Física.

**Banca Examinadora:** 

Prof. Dr. José Joaquín Lunazzi - UNICAMP (Orientador) Prof. Dr. Luiz Gonçalves Neto - USP - São Carlos Prof. Dr. Carlos Manuel Giles Antunez de Mayolo - UNICAMP

20 de febrero de 2003

#### FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA POR LA

#### **BIBLIOTECA DEL IFGW - UNICAMP**

R618i

Rodríguez Rivera, Noemí Inés

Imágenes por doble difracción con luz blanca usando redes de difracción y una Rendija/ Noemí Inés Rodríguez Rivera. -- Campinas, SP : [s.n.], 2003.

Orientador: José Joaquín Lunazzi. Disertación (maestría) - Universidad Estatal de Campinas, Instituto de Física "Gleb Wataghin".

 Óptica - Difracción.
 Imagen tridimensional.
 Holografía.
 Lunazzi, José J. II. Universidad Estatal de Campinas. Instituto de Física "Gleb Wataghin".
 Título.

A mis padres, Pedro y Robertina, por todo el cariño y apoyo que siempre me dieron para hacer aquello que gusto y aprecio tanto, la ciencia.

### Agradecimientos

Al Profesor José Joaquín Lunazzi por la orientación, apoyo y incentivo, que fueron esenciales para la realización de este trabajo; y a la señora Cristina, esposa del Prof. Lunazzi, por su apoyo y cariño.

A los Profesores del Laboratorio de Óptica de la UNICAMP. Profa. Lucila Cescato y al Prof. Jaime Frejlich, por sus conocimientos y amistades.

A los compañeros del Laboratorio de Óptica, Marcelo Rigon, Daniel, Marcelo B, Cristiano, Edson, Ivan, Elso pela acogida que tuvieron conmigo.

Á secretaria do Laboratorio de Óptica. Maria del Carmem Zulueta y a los Técnicos del Laboratorio, Maria Aparecida Do Carmo y Alcides da Silva por el continuo apoyo, que llevaron en frente este trabajo.

A mis amigos del IFGW, Luis Enrique, Carmen Eyzaguirre y Luis Mosquera, que continuamente me apoyaron y ayudaron en todo.

A Maria Ignez Roquette Mokarzel, por su continuo apoyo en todo y al personal de la Pos-Graduación, Armando y Alessandra por su colaboración.

A todas las personas que estuvieron directa o indirectamente envolvidas con este trabajo, cuyos nombres no cito explícitamente, pero no por eso fueron menos importantes.

Y finalmente a CAPES (Coordinación para el Perfeccionamiento de Personal de Nivel Superior) por el apoyo financiero.

### Resumen

En este trabajo analizamos la formación de imágenes por elementos difractivos con luz blanca haciendo el trazado de rayos por las direcciones principales, dentro de una aproximación que se desconsidera la extensión del punto imagen. Inicialmente explicamos resumidamente la historia y conceptos básicos que sirven para el estudio de elementos Luego en la segunda parte mostramos un amplio estudio de la ópticos difractivos. formación de imagen con relevo invertido ("pseudoscópica") por dos redes de difracción, una rendija y luz blanca, que constituye una nueva manera y la mas simple de hacer esas imágenes. Presentamos también la existencia de la imagen ortoscópica por elementos difractivos con luz blanca en el mismo dispositivo. En el Apéndice 1 analizamos la formación de la imagen de objeto puntual por un elemento difractivo con luz monocromática. Presentamos problemas resorbidos en este trabajo, así como resultados, comparando los resultados calculados teóricamente con datos experimentales hechos en el laboratorio. Este trabajo fue importante para mejor preparación de herramientas en la tesis. En el Apéndice 2 mostramos las diversas aplicaciones donde nuestro estudio puede ayudar a cuantificar resultados, como es el caso de generar imágenes holoproyectadas sobre pantalla difractiva (pantalla holográfica), ampliación de hologramas, televisión holográfica y la realización de telescopios espaciales.

### Abstract

We perform ray tracing analysis on the imaging of white light objects by diffractive elements. Only the main direction of rays is considered within an approximation that do not consider the extension of the image point. We first make a brief report on the history and basic concepts of diffractive optical elements, then we make a complete study of inverted depth ("pseudoscopic") imaging by two diffraction gratings and one slit under white light, a new and simpler way to generate that kind of images directly from an object.

We also show the existance of an ortoscopic image by diffractive elements under white light in the same system. In Append 1 we analyze imaging of a point object in monocromatic light, comparing calculated values with experiments we performed. This previous work was important in preparing our analytical and experimental techniques.

In Append 2 we indicate many applications where our study could help to obtain quantitative results, as in the generation of images holoprojected on diffracting screens (holographic screens), the enlarging of holograms, holographic television and spatial telescopes.

### Resumo

En tiu tezo ni analizis la funkciadon de bildoj per difraktaj elementoj kaj blanka lumo. Ni strekas radiojn laû efaj direktoj, kreante proksimigan metodon kiun malkonsideras la grandon de iu bilda punkto. Unue ni klarigas rezume la historion kaj bazaj principoj utilaj al la estudado de optikaj difraktaj elementoj. En la dua parto ni analizis la faradon de kontraûreliefaj bildoj per du difraktaj kradoj, unu fendo kaj blanka lumo, senpere de registrado, nova maniero kiun ni disvolvis bazita sur antaûa artikolo. Ni ankaû montras la ekziston de ordinara reliefa bildo en la sama sistemo. En Anekso 1 ni pritraktas la bildon faradon de punkta objeto per difrakta elemento kaj unufrekvenca lumo. Ni prezentas komparon inter eksperimentaj kaj kalkulitaj valoroj. Tiu tasko estis utila kiel preparo por la laboro de la tezo. En Anekso 2 ni montras teknikojn kie nia laboro povos helpi por havi kvantajn rezultojn, kiel ekzemple la holoprojektado de bildoj al difrakta ekrano (holografia ekrano), la grandigado de hologramoj, holografia televido kaj la konstruado de kosmaj teleskopioj.

# Índice

1.	Introducción	1
	<ol> <li>Holografía</li> <li>Red Holográfica</li> <li>Placas Zonales de Fresnel y Lente Difractiva por Holografía</li> <li>Difracción por una Lente Refractiva</li> <li>Difracción por una lente difractiva</li> <li>Definición de Términos Técnicos</li> </ol>	2 3 4 9 12 13
2.	Imagen Pseudoscópica en un Proceso de Doble Difracción con una Rendija	15
	<ul> <li>2.1 Trazado de rayos en el proceso de imágenes de doble difracción</li> <li>2.2 El caso de la imagen pseudoscópica</li> <li>2.3 Propagación en el caso en que está fuera del plano</li> <li>2.4 Campos de puntos de vista para el observador</li> <li>2.5 Visión del campo objeto vertical y horizontal</li> <li>2.6 Presencia de astigmatismo y aberraciones</li> <li>2.7 Distribución espectral y efectos de paralaje en la imagen</li> <li>2.8 Relevo e Magnificación</li> <li>2.9 Resultados experimentales con longitudes de onda múltiples</li> <li>2.10 Cálculos y resultados experimentales con un único λ</li> <li>2.11 Aproximación Paraxial para el caso Pseudoscópico</li> </ul>	16 18 19 21 23 23 24 25 32 35

### 3. Imagen Ortoscópica en un Proceso de Doble Difracción con una Rendija

3.1	El caso de la Imagen Ortoscópica	39
3.2	Imágenes Ortoscópicas de una lámpara de halógeno	40
3.3	Aproximación paraxial para el caso Ortoscópico	41

### 4. Conclusiones

43

39

### Apéndice 1

#### A1. Análisis de la Imagen de un Punto Objeto Formada por un Elemento Difractivo de Frecuencia única y Variable

A1.1	Variación de la frecuencia espacial para un elemento difractivo	44
A1.2	Caso de la construcción de un elemento difractivo por interferencia	45
A1.3	Caso de observación perpendicular al elemento difractor	46
A1.4	Obtención de la imagen difractada por un haz que ilumina desde	
	cualquier posición	49
A1.5	Obtención de toda imagen difractada usando la visión binocular	52
A1.6	Parte Experimental: formación de la imagen de un punto objeto	55

### Apéndice 2

A2. Aplicaciones	57
A2.1 Pantalla Holográfica	57
A2.2 Ampliación de hologramas	60
A2.3 Holoproyeciones por lente horizontal	62
A2.4 Televisión holográfica	63
A2.5 Telescopio espacial	67

### Apéndice 3

A3.1	Articulo ENFMC 1.991	68
A3.2	Articulo Optics Express 2.002	71

### **Referencias Bibliográficas**

72

44

# Lista de Figuras

1.1	Construcción y reconstrucción de un holograma (Revista "Ciência	
	Hoje,"jan/fev.1985, p.39)	2
1.2	Red holográfica: estructura simple generada por interferencia y su	
	uso por difracción (Revista "Ciência Hoje, jan/fev. 1985 p.39)"	3
1.3	Placa Zonal de Fresnel. Izquierda: Perfil de transmisión. Derecha:	
	focalización de imagen	4
1.4	Placas zonales geométricas	5
1.5	Geometría de la placa Zonal	5
1.6	Foco de la Placa Zonal	6
1.7	Construcción de una placa zonal de Gabor (por interferencia de dos fuentes	
	alineadas)	7
1.8	Construcción de una placa zonal de Gabor (por interferencia de dos fuentes	
	fuera de eje)	8
1.9	Tomada de una placa zonal de Gabor, por el holograma de una	
	fuente puntual convergente. El haz de referencia faz un ángulo	
	grande con el del objeto	8
1.10	) Uso de la Placa Zonal de Gabor, lente difractiva generada por interferencia	9
1.11	Difracción por una abertura circular: el círculo central es el disco de Airy	
	(autor: J.J. Lunazzi)	10
1.12	2 Focalización por una lente y efecto de la difracción	11
1.13	3 Interferencia de dos fuentes puntuales (J.J. Lunazzi- Revista "Ciência Hoje"	
	Jan-Fev. 1985)	13
2.1	Trazado de rayos para la imagen simétrica de un punto del objeto de luz	
	Blanca	16
2.2	Esquema de trazado de rayos para la imagen de profundidad invertida	18
2.3	Esquema de trazado de rayos para calcular el campo de visión de los puntos d	e
	observación	20
2.4	Esquema de trazado de rayos mostrando el campo de visión del objeto.	
	Ver del objeto la parte marcada en negro	22
2.5	Esquema de trazado de rayos mostrando el campo de visión del objeto cuando	
	la segunda red es desplazado fuera de la simetría	22
2.6	Esquema de trazado de rayos, para rayos de dos puntos objetos A, B son	
	representados	24
2.7	Sistema para el registro fotográfico	26
2.8	Dos vistas de un filamento recto que corresponde a un desplazamiento	
	horizontal de la cámara	27
2.9	a) Superior: vista del filamento en color rojo. b) misma vista después de filtrar	
	a 634-640nm. c) misma vista como a), pero filtrado a 643-657nm	27

2.10	Paralaje y color mudan para tres objetos puntuales. a) visión izquierda	•
	b) visión central d) visión derecha	28
2.11	Imagen de una lámpara de halógeno con reflector. Izquierda: Imagen	20
0.10	Compa de misión del abiete la misentela encluente enclude. La misente De las	29
2.12	localizadas simétricamente. Derecha: Segunda red a una distancia de la	
	rendija igual al doble	29
2.13	Esquema de las posiciones del objeto (clip)	30
2.14	Secuencia de las posiciones del objeto en las distancias crecientes que muestr	an
	la inversión de la imagen. Izquierda: en la distancia mas próxima. Centro:	
	mas distante, en la posición crítica. Derecha: mas distante de la posición	
	critica, mostrando la inversión lateral	31
2.15	Imágenes correspondientes a una segunda orden de difracción por incidencia	L
	en la primera red. Izquierda: caso simétrico. Derecha: segunda red en una	
	doble distancia	31
2.16	Esquema de trazados de rayos para determinar dos puntos de visión para	
	cada de dos objetos pequeños en una sola longitud de onda	32
2.17	Esquema de trazados de rayos para determinar la aproximación paraxial	
	para el caso pseudoscópico	35
3.1	Trazado de rayos para la imagen ortoscópica de un punto del objeto de luz	
2.2	Blanca	39
3.2	Posiciones de las imágenes de la lámpara de halógeno respecto a un punto	40
33	Esquema de trazado de ravos para determinar la aproximación paraxial para	40
5.5	el caso ortoscópico	41
A1.1	Extensión de la frecuencia espacial del objeto difractor	44
A1.2	Variación de la Frecuencia espacial de un elemento difractivo por la	
	variación del ángulo de incidencia a lo largo del eje en el arreglo $x$ de	
	obtención	45
A1.3	Frecuencia espacial para el caso de figura de interferencia construida con	
	dos fuentes puntuales localizadas en las posiciones (150, 140) e	
	(40, 160) (mm)	46
A1.4	Visualización de imagen por un elemento difractivo (observación perpendicul	ar
	al elemento difractor)	47
A1.5	Arreglo para obtención de una imagen difractada monocromática	47
A1.6	Visualización de imagen por un elemento difractivo	49
A1.7	Trazado de rayos para una imagen difractada	50
A1.8	Arreglo para obtención de una imagen difractada usando visión	
	Binocular	53
A1.9	Sistema óptico para obtener la posición de una imagen difractada de un	
	punto objeto, usando la visión binocular por la mudanza lateral del punto	
	de vista	55
A2.1	Esquema fundamental de la operación de la pantalla holográfica	57
A2.2	Presencia de un punto en el espacio tridimensional se puede establecer	59
A2.3	Un punto objeto de múltiplos longitudes ilumina la lente	50
	holográfica	58

A2.4 Holoproyección de objetos	59
A2.5 Holoproyección de un objeto usando una pantalla holográfica	59
A2.6 Holoproyección de hologramas	60
A2.7 Imágenes de pequeños hologramas proyectadas a un tamaño mayor	
por medio de luz blanca sobre una pantalla difractiva	60
A2.8 Îmagen de un holograma ampliado	61
A2.9 Holoproyector: Aparato que utiliza las propiedades de la pantalla holográfica,	
para la reproducción de las imágenes tridimensionales o holoimagenes	62
A2.10 Imágenes de los objetos proyectados en la pantalla son ampliadas siete veces	5,
presentando todas las características de una imagen holográfica,	
ofreciendo alta calidad, nitidez, color y movimiento	62
A2.11 Sistema de televisión holográfica	63
A2.12 Animación computadorizada: Hombre andando, mayo de 1998. De arriba	
para bajo, cuatro cuadros de la animación fotografiados de la proyección en	1
la pantalla, escenas izquierda y derecha	64
A2.13 HoloTV plano paralelo único	64
A2.14 HoloTV plano único oblicuo	65
A2.15 Sistema de HoloTV	66
A2.16 Proceso de doble difracción usando dos lentes de difracción y dos lentes	
refractivas. LD: Lente Difractiva. ; LR1: Lente Refractiva 1; CF: Placa	
correctora de Fresnel (lente difrativa) ; LR2: Lente Refractiva 2	67
A2.17 Proceso de doble difracción usando dos redes de difracción y	
una lente	67

# Listas de Tablas

Tabla 2.1.       Valores medidos e calculados dos puntos de observación do objeto	
para una única longitud de onda	34
Tabla A1.1. Representación dos valores calculados e experimentales da posición da	
imagen do ponto objeto	56

# Capítulo 1.

### Introducción

Interferencia y difracción son fenómenos clásicos de la física hace más de tres siglos, que han sido estudiados intensamente en el siglo XX con la intención de hacer imágenes bidimensionales con mayor nitidez. En la segunda mitad de ese siglo surgió la holografía <sup>[1]</sup> (**Dennis Gabor 1948**), que revelo un increíble universo de imágenes tridimensionales perfectas. Gabor mereció el Premio Nobel de Física de 1971, y su trabajo fue citado por la revista Nature <sup>[2]</sup> como uno de los más sobresalientes del siglo 20.

Mas la holografía fue concebida y desarrollada basándose en la idea de luz monocromática, idea de la cual se va alejando cuando son descubiertas técnicas para observación con luz blanca.

La óptica por medio de lentes difractivas va teniendo un desenvolvimiento paralelo, pero solamente en años recientes se piensa en su empleo con luz blanca.

El Prof. Lunazzi inventó técnicas de imágenes holoproyectadas sobre pantalla difractiva del tipo llamado "Pantalla holográfica", las únicas que permiten proyectar con luz blanca. Con ellas fue posible realizar la proyección de objetos, la ampliación de hologramas (etapa fundamental para el cine holográfico), de imágenes vectoriales generadas por computador (figuras de líneas), e imágenes electrónicas generadas por barredura. Estas últimas generan prototipos muy interesantes de televisión holográfica.

Un sistema compuesto por elementos difractivos viene levantando un renovado interés por su potencial de aplicación en la realización de telescopios espaciales <sup>[3]</sup>, que llevó a recordar un trabajo del Prof. Lunazzi publicado en 1991 sobre un nuevo tipo de imagen donde el primer elemento era una red de difracción, el segundo una lente y el último otra red de difracción, funcionando por luz blanca. Es por eso también que resolvemos analizar la formación de imágenes por un sistema semejante, sin ninguna lente (segunda parte de la tesis) que resultó en un sistema de imágenes totalmente simple y nuevo. De el resultan imágenes que parecen ser holográficas, pero que son generadas de manera no convencional.

Para la parte análitica de esos trabajos es importante desenvolver el trazado de rayos preciso, para generar nuevos sistemas para la formación de imágenes. Es por eso que en la primera parte do apéndice estudiase el trazado de rayos para analizar la imagen de un punto objeto por un elemento difractivo de frecuencia única e variable.

#### 1.1 Holografía

La holografía permite la reconstrucción perfecta de una onda por medio de la interferencia de esta con una onda de referencia. El haz de referencia debe ser un haz simple de la misma longitud de onda y en relación constante de fase (coherente), generado por una fuente puntual. La onda o haz de referencia es entonces una onda esférica o, eventualmente, una onda plana.



Fig. 1.1. Construcción y reconstrucción de un holograma (Revista "Ciência Hoje", jan/fev.1985, p.39)

La onda compleja registrada es llamada de "**onda objeto**". La reconstrucción es hecha por una onda semejante a la de referencia. Si ella estuviera exactamente en el lugar de aquella, la reconstrucción sucede sin aberración alguna y nada falta o se diferencia en ella que permita a un observador distinguirla de la que generó el objeto.

Trátase de un fenómeno de interferencia que materializa el campo luminoso al exponer un filme fotográfico de altísima resolución (más de 3.000 líneas /mm) que, después del revelado llamase "**holograma**". Al reconstruir tenemos una difracción que forma la **imagen holográfica**.

Es posible tener hologramas construidos por computador, donde el cálculo de la intensidad de los haces es colocado en el computador junto con la interferencia de un objeto idealizado permite gravar punto a punto el holograma "virtual". Son llamados en inglés: Computer Generated Holograms (CGHs).

#### 1.2 Rede Holográfica

Si la onda objeto fuera una onda también simple, plana o esférica, la figura de interferencia registrada posee una estructura y perfil simple, pudiendo ser utilizada de manera semejante al de las redes de difracción convencionales, gravadas mecánicamente, con la ventaja de tener mas precisión. Estas redes han substituido prácticamente todas las anteriores en los dispositivos actuales para espectroscopia.



Fig. 1.2 Red holográfica: estructura simple generada por interferencia y su uso por difracción (Revista "Ciência Hoje", jan/fev.1985, p.39).

En filme fotográfico ellas tiene un perfil de absorción, por eso él es convertido a un perfil de variación de fase por índice de refracción por conversión de la plata a una sal de plata, proceso de blanqueamiento que aumenta la eficiencia de difracción, de un valor de 7% a 33%. El perfil senoidal de la estructura resulta de las franjas de interferencia, y hace que en él se tenga difracción además de la primera orden, resultando una onda transmitida y dos ondas difractadas. Alterándose el perfil por ataque químico se pueden conseguir eficiencias mayores y orientar la difracción para un único lado. Depositando una camada reflectiva, puede funcionar por reflexión.

#### 1.3 Placas Zonales de Fresnel y lente Difractiva por Holografía

#### Placas Zonales de Fresnel :

Un elemento que altera la luz en amplitud o en fase, y que sale de las zonas de medio período alternadas, se llama una 'placa zonal'<sup>[4]</sup>. La placa zonal es constituida de una alternancia de anillos de transmisión total o nula con anchos tales que la diferencia de camino de los haces transmitidos a un punto en el eje óptico sea siempre un número entero de longitudes de onda.



Fig. 1.3. Placa zonal de Fresnel. Izquierda: Perfil de transmisión. Derecha: focalización de imagen.

Supongamos que construimos una placa zonal que deja pasar solamente las primeras veinte zonas impares. Entonces la suma de cada uno de estos términos es aproximadamente igual a:

$$E = E_1 + E_3 + E_5 + \dots + E_{39} \tag{1.1}$$



Fig. 1.4. Placas zonales geométricas.

Para calcular los rayos de las zonas que se muestran en la (fig.1.4), nos referimos a la (fig.1.5). La orilla exterior de la zona *m* se marca con o punto  $A_m$ . Una onda que viaja a trayectoria *S*- $A_m$ -*P* debe llegar fuera de la fase por  $\frac{ml}{2}$  con una onda que viaja a trayectoria *S*-*O*-*P*, es decir:

$$(\mathbf{r}_m + r_m) - (\mathbf{r}_o + r_o) = \frac{m\mathbf{l}}{2}$$
(1.2)

es obvio que de la (fig.1.5) tenemos:

$$\mathbf{r}_{m} = (R_{m}^{2} + \mathbf{r}_{o}^{2})^{\frac{1}{2}}$$
 e  $r_{m} = (R_{m}^{2} + r_{o}^{2})^{\frac{1}{2}}$  (1.3)

$$\mathbf{r}_{m} = \mathbf{r}_{o} \left(\frac{R_{m}^{2}}{\mathbf{r}_{o}^{2}} + 1\right)^{\frac{1}{2}}$$
 e  $r_{m} = r_{o} \left(\frac{R_{m}^{2}}{r_{o}^{2}} + 1\right)^{\frac{1}{2}}$  (1.4)



Fig. 1.5. Geometría de la placa Zonal.

Ya que  $R_m$  es comparativamente pequeño, por aproximación paraxial obtenemos:

$$\mathbf{r}_{m} = \mathbf{r}_{o}(\frac{R_{m}^{2}}{2\mathbf{r}_{o}^{2}} + 1)$$
 e  $r_{m} = r_{o}(\frac{R_{m}^{2}}{2r_{o}^{2}} + 1)$  (1.5)

Finalmente, substituyendo en la ecuación (1.2), obtenemos:

$$(\frac{1}{r_{o}} + \frac{1}{r_{o}}) = \frac{ml}{R_{m}^{2}}$$
(1.7)

Iluminándose de ondas planas ( $\mathbf{r}_{o} \rightarrow \infty$ ) y la *ecuación* (1.7) se reduce a:

$$R_m^2 = mr_o \mathbf{I} \tag{1.8}$$

(1.9)

La ecuación (1.7) tiene forma idéntica a la ecuación para lentes delgadas, un hecho que no es una coincidencia ya que S en realidad tiene su imagen en P con luz difractada convergente. Por tanto, se dice que la distancia focal primaria es:



Fig.1.6. Focos de la placa zonal.

Se observa que la placa zonal muestra una extensa aberración cromática. Los puntos *S* y *P* son los focos conjugados. Con un haz incidente de luz colimada (fig.1.6) la distancia de la imagen es la distancia focal primaria o de primera orden, la cual por su vez corresponde un máximo principal en la distribución de la irradiación. Además de esta imagen real hay también una imagen virtual formada por luz divergente a una distancia  $f_1$  en frente de  $\Sigma$ . A una distancia  $f_1$  de  $\Sigma$  cada anillo en la placa está cubierto exactamente por una zona de medio período en el frente de onda. Si movemos un sensor a lo largo del eje *S-P* hasta  $\Sigma$ , este registra una serie de máximos y mínimos de irradiación muy pequeño hasta que llegue a un ponto  $f_{1/3}$  de  $\Sigma$ . En este punto focal de tercera orden hay un máximo pronunciado de irradiación. Existirán puntos focales adicionales en  $f_{1/5}$ ,  $f_{1/7}$ , etc., lo que no sucede con una lente y aun menos con un simple disco opaco.

En la microscopia de rayos X<sup>[5]</sup> usan la óptica difractiva para tener una alta resolución focal. Y para esto utilizan las placas zonales de Fresnel que tiene una resolución espacial limitada a la anchura de las zonas exteriores mas finas.

#### Lente Difractiva por Holografía:

Tenemos un punto imagen bien definido solamente en el caso de luz monocromática. La imagen es focalizada también en puntos mas próximos, como órdenes de una red de difracción. Esa lente puede ser generada por interferencia de dos fuentes, teniendo perfil senoidal, y pasa a ser llamada de "placa zonal de Gabor".



Fig.1.7. Construcción de una placa zonal de Gabor (por interferencia de dos fuentes alineadas)



Fig.1.8. Construcción de una placa zonal de Gabor (por interferencia de dos fuentes fuera de eje)



Fig.1.9. Toma de una placa zonal de Gabor, por el holograma de una fuente puntual convergente. El haz de referencia hace un ángulo grande con el del objeto (autor: J.J. Lunazzi).



Fig. 1.10. Uso de la placa zonal de Gabor, lente difractiva generada por interferencia (autor: J.J. Lunazzi).

Otro termino que podemos usar para la placa zonal hecha por interferencia, es el de lente holográfica. Por tradición, lo que es hecho por interferencia para ser usado por difracción, lleva comúnmente el nombre de "holográfico", por la semejanza con el proceso de reconstrucción de ondas.

#### 1.4 Difracción por una Lente Refractiva

En la óptica geométrica despreciamos el efecto de difracción por simplicidad, y esa aproximación vale si no trabajamos con la mayor nitidez posible. No es el caso de la fotografía de calidad para ampliación a grande tamaño, que resulta limitada por difracción, y mucho menos el de la microscopia, que tiene su limite de nitidez dado por la difracción. La imagen de un objeto perfectamente puntual resulta ser un disco de diámetro "d" ecuación (1.8), el llamado "Disco de Airy", que puede ser calculado por la teoría de difracción, donde la convergencia del haz precisamente en la tela permite simplificar el cálculo y resulta que el campo eléctrico es la transformada de Fourier de la función de transmisión de la abertura de la lente (fig.1.12), generalmente, un círculo de diámetro A.

$$d = 2,44 \lambda i/A$$
 (1.10)

donde:

d es el diámetro del "Disco de Airy" A es la abertura de la lente  $\lambda$  es la longitud de onda i es la distancia del centro de la lente a la posición de la imagen del objeto





Fig. 1.11. Difracción por una abertura circular: el círculo central es el disco de Airy (autor: J.J. Lunazzi).

Abertura Circular:

$$\begin{cases} \mathbf{e} = \mathbf{r}\cos\mathbf{f} \\ \mathbf{h} = \mathbf{r}\sin\mathbf{f} \end{cases}$$
(1.11)

$$\mathbf{y}(\mathbf{r},\mathbf{q}) = \int_{0}^{a} \int_{0}^{2\mathbf{p}} A \cdot e^{\binom{ik}{f} \operatorname{rcos} \mathbf{qr} \cos \mathbf{f}} e^{\binom{ik}{f} \operatorname{rsin} \mathbf{qr} \sin \mathbf{f}} \mathbf{r} d\mathbf{r} d\mathbf{f}$$
(1.12)

$$J_{\circ}(x) = \frac{1}{2\boldsymbol{p}} \int_{0}^{2\boldsymbol{p}} e^{ix\cos\boldsymbol{g}} d\boldsymbol{g}$$
(1.13)

Por tanto:

$$\mathbf{y}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = 2\mathbf{p}A \int_{o}^{a} J_{o}\left(\frac{kr\mathbf{r}}{f}\right) \mathbf{r}d\mathbf{r}$$
(1.14)

$$\int_{0}^{x} x' J_{\circ}(x') dx' = x J_{1}(x)$$
(1.15)

$$\mathbf{y}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = A\mathbf{p}a^2 2 \frac{J_1 \frac{kra}{f}}{\frac{kra}{f}} = A\mathbf{p}a^2 besinc \frac{kra}{f}$$
(1.16)

$$I(r,\boldsymbol{q}) = A^2 \boldsymbol{p}^2 a^4 besinc^2 \frac{kra}{f}$$
(1.17)

Función de Airy, cuyo primer mínimo determina el radio del disco central.

$$J_1(4) = 0 \longrightarrow \frac{kra}{f} = 4 = \frac{2\mathbf{p}}{\mathbf{l}}\frac{ra}{f}$$
(1.18)

$$r = \frac{4}{2\mathbf{p}} \frac{lf}{a} = 0.6 \frac{lf}{a} \to d = 1.22 \frac{lf}{a} \tag{1.19}$$

donde: A = 2a. (a es el radio de la abertura circular).



Fig.1.12. Focalización por una lente y efecto de la difracción.

La aproximación que desprecia la difracción es del mismo tipo que la que usaremos en esta tesis al considerar solamente la dirección principal de los rayos y no la integral de todas las ondas difractadas. Estaremos teniendo una imprecisión de la misma orden que el disco de Airy. La ecuación de difracción, que tiene solución por una integral de Kirchoff<sup>[6]</sup>, lleva a una integral de Fresnel en el caso de campo próximo, que puede ser aproximada por la condición de difracción de Fraunhoffer en nuestro caso porque observamos a distancias relativamente grandes.

#### 1.5 Difracción por una Lente Difractiva.

#### Difracción por una función periódica

El caso de una red común ofrece la función transmisión periódica mas simple: Variación harmónica:

$$t(\mathbf{z}) = 1 + a\cos 2\mathbf{pnz} \tag{1.20}$$

La rede de perfil senoidal de período  $p = \frac{2p}{nz}$  (solo puede de ser a<1 pues 0<t<1).

La difracción a distancia puede ser aproximada a una transformada de Fourier. En el plano de Fourier obtenemos:

$$F(x) = \Im\{t(\mathbf{z})\} = \Im\{\mathbf{l} + a\cos 2\mathbf{p}\mathbf{n}\mathbf{z}\} = \Im\{\mathbf{l}\} + a\Im\{\cos 2\mathbf{p}\mathbf{n}\mathbf{z}\} =$$
$$= \mathbf{d}(x) + \frac{a}{2}\Im\{e^{i2\mathbf{p}\mathbf{n}\mathbf{z}} + e^{-i2\mathbf{p}\mathbf{n}\mathbf{z}}\} = \mathbf{d}(x) + \frac{a}{2}\mathbf{d}(x + \mathbf{n}\mathbf{l}z) + \frac{a}{2}\mathbf{d}(x - \mathbf{n}\mathbf{l}z)$$
(1.21)

como campo, dando en la intensidad:

$$I(x)\mathbf{a} \, \mathbf{d}(x) + \frac{a^2}{4}\mathbf{d}(x+\mathbf{n}\mathbf{l}z) + \frac{a^2}{4}\mathbf{d}(x-\mathbf{n}\mathbf{l}z)$$
(1.22)

Obtenemos en el plano espectral un punto central brillante y dos puntos laterales desplazados de  $x = \frac{Iz}{p}$ , de menor intensidad. Estos puntos laterales caracterizan la presencia de una red con frecuencia espacial **n**, pues la **d**(x) es el resultado para una transparencia simplemente uniforme. Vemos que en el plano de Fourier obtenemos la presencia de frecuencias espaciales positivas y negativas.

Observamos también como la posición de estos puntos depende de l, siendo mas alejados aquellos correspondientes a l mayor.

#### Lente Difractiva

Una lente difractiva construida por interferencia (Placa Zonal de Gabor), con dos fuentes puntuales alineadas al filme de registro (fig.1.13) posee un perfil que, para ángulo pequeño, puede ser aproximado por la función:

$$1 + \cos kx^2 \tag{1.23}$$

La luz focalizada por ella, considerando el objeto como una fuente en el infinito, puede ser obtenido haciendo la transformada de Fourier, resultando la focalización de la luz en una región igual al disco de Airy.



Fig.1.13. Interferencia de dos fuentes puntuales (J.J. Lunazzi- Revista "Ciência Hoje" Jan-Fev. 1985)

Lentes difractivas también pueden ser construidas por computador conectado al sistema de iluminación punto a punto, que van alcanzando a la superficie toda de una placa fotosensible. El cálculo teórico de ellas genera el valor de intensidad del haz que expone el material.

#### **1.6 Definición de Términos Técnicos**

**ELEMENTO DIFRACTIVO:** Todo objeto que presenta variaciones ópticas de tamaño comparable a la longitud de onda, difracta a luz de manera considerable. Llamamos **elemento difractivo** aquel que es fabricado con la finalidad de aprovechar la luz que va difractar.

**<u>PANTALLA DIFRACTIVA</u>**: Es un elemento difractivo sobre el cual se hace una proyección. Por causa de la difracción, el va ofrecer características direccionales diferentes de la casi isotropía angular de una tela difusora común.

**PANTALLA HOLOGRÁFICA:** Pantalla difractiva construida por interferencia.

**<u>VISIÓN BINOCULAR</u>**: Visión normal, donde el observador utiliza sus dos ojos, y estos reciben luz de la escena correspondiente. Siendo una escena plana, la vista de un ojo resulta equivalente a la del otro, pero en una escena tridimensional hay un desplazamiento de puntos de imagen en la retina en función de la profundidad.

**<u>PARALAJE</u>**: Variación de la perspectiva con que una escena tridimensional es vista o recibida por una cámara al mudar a la posición de observación.

**<u>APROXIMACIÓN PARAXIAL</u>**: Aproximación válida para ángulo pequeño. En cada caso específico tendremos un valor diferente para lo que sería "pequeño", pero, si no fuera especificado, es costumbre pensar que hasta 5° un ángulo es pequeño.

**IMAGEN ORTOSCÓPICA**: Imagen normal, donde el relevo es natural.

IMAGEN PSEUDOSCÓPICA: Imagen con relevo invertido, como sería el molde de un objeto.

**<u>GRANULADO ÓPTICO</u>**: Distribución de la luz expandido por una superficie rugosa cuando la iluminación posee coherencia. A pesar que sea posible observarlo con luz blanca en algunos casos, el aparece con buen contraste cuando la luz es filtrada como en el caso de filtros interferenciales, y mucho más en el caso de luz láser. Consiste de una distribución estadística de "granos", regiones casi circulares, de tamaño inversamente proporcional al diámetro del haz luminoso, de valor próximo al de un disco de Airy si la luz fuese convergente en el plano de observación.

# Capítulo 2.

### Imagen Pseudoscópica en un Proceso de Doble Difracción con una Rendija

Ni la óptica refractiva ni la óptica reflectiva pueden llevar a un campo de paralaje mucho mayor que 45° sin distorsionar y aberrar significativamente la imagen. Después del desenvolvimiento de las imágenes holográficas, fué posible apreciar el beneficio de tener imágenes con paralaje continua que puedan alcanzar un amplio campo de visión. El observador puede mirar alrededor de la escena obteniendo el máximo de información visual.

Demostramos en este parágrafo que la difracción puede ser combinada con un simple proceso de imagen, a fin de obtener imagen para visión binocular con paralaje horizontal continua debido exclusivamente a los elementos de difracción.

El Prof. Lunazzi demostró en dos publicaciones previas <sup>[7,8]</sup> que por difracción en una red, la variación de paralaje puede ser almacenada en un plano por medio de la extensión del punto imagen en forma de una línea compuesta por una secuencia de longitudes de onda del espectro de la luz blanca. Después se puede hacer la decodificación por un proceso de segunda difracción <sup>[9,10]</sup> intermediado por una lente o una rendija.

Se utilizó <sup>[9]</sup> una lente en el centro de simetría con la intención de adquirir más luminosidad y brillo, lo que genera un problema más complicado de trazado de rayos. Demostramos ahora como la segunda red de difracción simétricamente localizada ahora a respecto de una rendija simple, es la manera natural de decodificar la distribución de luz codificada en un primer proceso de difracción.

La propiedad de simetría es lo bastante para demostrar la generación de una imagen pseudoscópica, un tipo de imagen que existía solamente por el proceso estéreo fotográfico o por el proceso holográfico, pero no era conocido en la óptica difractiva.

#### 2.1 Trazado de Rayos en el Proceso de Imágenes de Doble Difracción

Nuestro sistema consiste de dos redes de difracción RD1, RD2, ambas están simétricamente localizadas con respecto a una rendija de abertura *a* como se muestra (fig.2.1).



Fig.2.1. Trazado de rayos para la imagen simétrica de un punto del objeto de luz blanca.

El plano de la figura corresponde a un plano horizontal que contiene el punto *P* centro de la abertura de la rendija, en cuanto las líneas de la red están en una dirección vertical.

Un objeto de diferentes tonalidades, blanco o gris, es iluminado por una luz blanca común que se difunde en un ángulo muy grande, por ejemplo, el punto *A* con coordenadas (x, z). Se considera que parte del rayo alcanza a la red, el cual, después de la difracción, viaja a través de la abertura. Por ejemplo, si la luz alcanza a la red en el punto donde se intercepta la normal a la abertura, esto significa que la dirección media  $\langle q \rangle$  del objeto de la luz debe satisfacer:

$$\sin < \boldsymbol{q} > = < \boldsymbol{l} > \boldsymbol{n} \tag{2.1}$$

**n**, es la frecuencia espacial que corresponde a la inversa del período de la red, < l > es el valor medio de la longitud de onda del espectro visible, cerca de 0,55 **m**n.

Una situación diferente podría ser escogida donde la luz alcanza a la red normalmente, el cual podría ser analizado de manera semejante.

La abertura es una simple rendija vertical y consideramos que la difracción por la abertura puede ser despreciada, porque sus efectos afectan menos a la resolución del que los efectos de la extensión de la rendija, que resulta de la geometría de los rayos.

Podemos llamar el proceso, brevemente, de doble difracción, o, mas apropiadamente, un proceso de difracción-absorción-difracción por utilizar en este sistema una red de difracción RD1, una rendija y una red de difracción RD2.

Los rayos de luz de un punto objeto A, del cual la luz es difusa en todas las direcciones pueden alcanzar, por ejemplo, dos puntos diferentes  $x_1, x_2$  en la primera red. Solo un valor de la longitud de onda permite a la luz viajar de una red al centro de la abertura, punto P, satisfaciendo a la ecuación de la red. Teniendo para cada punto de la red:

$$\sin \boldsymbol{q}_i - \sin \boldsymbol{q}_d = \boldsymbol{l} \, \boldsymbol{n} \tag{2.2}$$

Donde  $q_i$  representa o ángulo de incidencia de la luz viajando de un punto A, a los pontos sobre la red,  $q_d$  representa el ángulo de difracción para la luz que viaja de puntos sobre la red al punto P. I, representa el valor de la longitud de onda correspondiente a cada rayo.

Debe ser notado que en esta situación el centro de la abertura recibe solo un único rayo, que proviene de un punto x único de la red de difracción (RD1) esto corresponde a un valor específico de longitud de onda.

Debido a la simetría de los elementos ópticos todos los rayos alcanzan la segunda red en puntos tales como  $x_1'$  e  $x_2'$  que son simétricos a los puntos de donde saldrán de la primera red.

Cuando los rayos alcanzan a la segunda red, solo uno de los primeros órdenes de difracción es considerado, el que permite mantener la simetría central a través del punto P. Esto crea una situación de simetría perfecta que alcanza a una imagen en el punto A'.

Podemos ver esto a través de la misma *ecuación* (2.2), usando los nuevos ángulos correspondientes apropiados. El caso no es simétrico para el otro orden, el cual puede llevar a una imagen ortoscópica, un caso que será descripto brevemente más adelante.

#### 2.2 Caso de la Imagen Pseudoscópica

La simetría que nosotros describimos demuestra que una imagen real pseudoscópica se puede obtener simétrica al objeto, el punto de la simetría es el centro de la abertura. Mostramos esto en la (fig.2.2) para dos puntos objetos  $A ext{ y } B$  localizados en diferentes posiciones de profundidad.



Fig. 2.2. Esquema de trazado de rayos para la imagen de profundidad invertida.

Cuatro rayos inciden sobre la primera red en los puntos C, D, E, F, cuyas longitudes de onda  $I_i$  tienen subscrito números escogidos de tal manera que, si un es mayor que otro, esto significa que las longitudes de onda indicadas son correspondientemente mayores de uno a otro.

Los puntos C', D', E', F', donde la luz alcanza la segunda red, son claramente simétricos al punto correspondiente donde la luz alcanza la primera red.

Todos las longitudes de onda son recombinadas en puntos de imagen de acuerdo a la secuencia espectral, al expandirse de allí en una secuencia invertida.

El observador verá el punto imagen en A' estando mas cerca a el que el punto imagen B', recibiendo una visión de profundidad invertida del objeto (fig.2.2).

#### 2.3 Propagación en el Caso en que está Fuera del Plano

Todos los rayos divergen libremente en la dirección vertical de la red de difracción, cuando ellos inciden en la primera red que es originada de los puntos de arriba o abajo del plano de la (fig.2.2).

Ellos no satisfacen a la ecuación de difracción siempre con la misma longitud de onda, independiente de la posición vertical.

Un nuevo plano de simetría puede ser esquematizado para cada rayo que entra a cualquier ángulo azimutal. La situación de simetría al respecto de la rendija permanece igual.

Las condiciones de difracción pueden afectar el caso de la oblicuidad y una diferente longitud de onda corresponderá a la selección de rayos en el que es conocido como una difracción cónica<sup>[11]</sup>, una situación que no podemos detectar.

Se concluye que la distribución de rayos generados después de una segunda difracción se puede considerar como una decodificación del efecto de la primera red y que la distribución original de los rayos del objeto fue mantenida a través de este proceso, teniendo habido una selección de distribución de longitud de onda.

#### 2.4 Campos de Puntos de Vista para el Observador

Se genero un campo simétrico el cual converge en la imagen, y luego diverge angularmente para luego alcanzar el campo del observador.

El paralaje horizontal angular depende de la capacidad dispersiva de las redes de difracción y su valor puede ser calculado considerando dos puntos extremos laterales del objeto y la trayectoria de la luz que es permitida a los valores de longitud de onda están sobre los extremos del espectro (fig.2.3).



Fig. 2.3. Esquema de trazado de rayos para calcular el campo de visión de los puntos de observación.

El calculo de la trayectoria es similar al calculo que hicimos <sup>[12]</sup>, pero nuestro sistema de coordenadas es ahora localizada en el punto *P*. Vemos en la (fig.2.3) y en la *ecuación* (2.2) que el ángulo  $\boldsymbol{q}_i$  de incidencia en la primera red (con el cual la longitud de onda será permitido entrar a la rendija) se puede obtener de la *ecuación*:

$$\frac{x-F}{\sqrt{(x-F)^2+z^2}} - \frac{F}{\sqrt{F^2+z_R^2}} = 1n$$
 (2.3)

El cual permite conocer el valor de F y luego conocer cual es el ángulo de incidencia  $q_i$  de la relación:

$$\boldsymbol{q}_{i} = \arcsin(\frac{x-F}{\sqrt{(x-F)^{2}+z^{2}}})$$
(2.4)

Podemos luego obtener el campo angular  $\Delta q$  para calcular dos valores l de las longitudes de onda en los extremos y substrayéndolos.

Esto es posible para predecir un valor máximo limitado para  $\Delta q$ , por aproximación consideramos que la rendija está muy lejos de las redes, esos rayos difractados son casi paralelos al eje óptico. Considerando la (fig.2.13), vemos que la *ecuación* (2.3). Puede ser substituida por:

$$\boldsymbol{q}_i = \arcsin \boldsymbol{l} \, \boldsymbol{n} \tag{2.5}$$

La simetría del problema permite usar algunos valores del campo  $\Delta q$  en la segunda etapa para analizar la situación visual. De modo que utilizamos:

$$\Delta \boldsymbol{q} = \arcsin \boldsymbol{l}_{M} \, \boldsymbol{n} - \arcsin \boldsymbol{l}_{m} \, \boldsymbol{n} \tag{2.6}$$

Como el valor limite del paralaje angular horizontal,  $I_M$ ,  $I_m$  las longitudes de onda extremos del espectro visible, correspondiente a un mayor y pequeño ángulo de difracción, respectivamente. Para 700 nm y 500 nm nosotros obtenemos el limite como 6,5°.

Si el poder dispersivo es alto (usualmente  $n \ge 1.000$  líneas /mm), la observación binocular es posible en una visión normal distante de la imagen, ver una clara imagen 3D, el cual la profundidad es invertida si comparamos con el objeto.

El paralaje vertical y el campo de visión son permitidos en función de la altura de la rendija.

#### 2.5 Visión del Campo Objeto Vertical y Horizontal:

#### **CAMPO OBJETO VERTICAL**

El campo objeto vertical no necesita de mucho análisis porque en la dirección vertical la rendija no afecta el pasaje de los rayos.

El acaba cuando acabar la presencia de una de las redes.

#### CAMPO OBJETO HORIZONTAL

Considerándose solo el paralaje horizontal, él corresponde a una región común a la superposición de rayos permitidos de pasar por la rendija.

Depende de la posición lateral del observador. Su extensión lateral depende no solo de la dispersión de la red, mas también de la distancia del objeto, en una manera semejante a la de un objeto visto por medio de una lente convergente (lupa).

Ella puede mudar dramáticamente cerca de cierta distancia crítica que alcanza a la ampliación infinita. La (fig.2.4) explica la situación por medio de una nueva simetría, <u>el punto crítico es simplemente el simétrico de la posición del observador</u>.

El objeto *O* está a una distancia próxima de un punto simétrico a la posición del observador, y la trayectoria de rayos que corresponde a las posiciones lateralmente extremas explican la inversión lateral en la imagen.



Fig. 2.4. Esquema de trazado de rayos mostrando el campo de visión del objeto. Ver del objeto la parte marcada en negro.

Es claro en la (fig.2.4) que la ampliación puede variar con la posición longitudinal del objeto. El campo visual entero entre E' y F' puede ser llenado por una cierta extensión del objeto O en el caso crítico por un solo punto del objeto.

Notemos que esta distancia crítica puede ser variada por desplazamiento de la segunda red, por ejemplo. El esquema de la (fig.2.5) demuestra como, doblando esa distancia, el punto crítico viene mas cerca al sistema.



Fig. 2.5. Esquema de trazado de rayos mostrando el campo de visión del objeto cuando la segunda red es desplazada fuera de la simetría.
El punto de vista para observación fue desplazado lateralmente, y el campo objeto es mayor ahora. Otra manera de tener un punto crítico mas cerca es utilizar la segunda orden de la difracción en la primera red.

### 2.6 Presencia de Astigmatismo y Aberraciones

La rendija vertical no interfiere verticalmente en el proceso de observación de visión directa, su función es seleccionar longitudes de onda conectados a valores de ángulo en el sentido horizontal. Ella genera una perdida de nitidez de la misma extensión que su abertura, de manera semejante al caso de una cámara de agujero.

Cada ojo del observador va focalizarse en la distancia que corresponde a la distancia viajada por la luz en el plano vertical (ortogonal a la superficie de la hoja de papel), y en el mismo momento, en los pontos donde la rendija y la segunda red de difracción realiza la imagen pseudoscópica, en el plano horizontal.

Esta combinación de las dos propiedades focales crea astigmatismo alargado en el plano horizontal.

La percepción de profundidad por visión binocular es determinada por la imagen difractada, pues es una operación de triangulación que actúa en el plano horizontal.

Podemos destacar las propiedades particulares de nuestro sistema de no tener otras aberraciones: aberraciones cromáticas son reducidas fuertemente por causa de la distribución que separa la longitud de onda.

Defectos de planicidad de estos elementos difractivos son también menos importantes debido a la tolerancia de la red de transmisión, que hace la deflexión ser dependiente principalmente del período de la red.

La magnificación resulta diferente en la escala vertical y en la escala horizontal donde es una consecuencia simple de la perspectiva por alejamiento, del que en la horizontal, donde sucede difracción. Ambas escalas pueden eventualmente ser combinadas correctamente escogiendo el valor del período para ambas redes.

#### 2.7 Distribución Espectral y Efectos de Paralaje en la Imagen

Cuando un observador es incluido para analizar el trazado de rayos de la imagen que vé, la localización de su punto de vista rompe a simetría del esquema de rayos, y la primera consecuencia es la falsa coloración de la escena. Él recibe solamente algunas de las longitudes de onda que forman la imagen. El esquema de la (fig.2.6) muestra que el observador ve en la cena una secuencia horizontal de colores cuando mira en vuelta de la imagen.



Fig.2.6. Esquema de trazado de rayos, son representados para rayos de dos puntos objetos A, B.

Cuando su punto de observación pasa de la posición  $(x_c, z_c)$  a la  $(x_c, z_c)$ , por ejemplo, él recibe una diferente longitud de onda. La condición restrictiva de la *ecuación* (2.3) hace la distribución de luz del centro de la rendija *P*, seguir la secuencia espectral. Como expresamos anteriormente, los valores extremos de la longitud de onda determinan el ángulo de visión en la horizontal.

**ESPECTRO DE COLOR DE LA IMAGEN:** el campo reducido de la pupila hace con que la luz en el ojo tenga un ancho de banda muy limitado. Todas las longitudes de onda se recombinan en el punto de la imagen donde una reproducción de la distribución espectral original sucede. Pero, porque la observación es hecha de una cierta distancia, el observador puede solo ver un color espectral puro en cada posición. La visión de dos puntos del objeto corresponde también a dos longitudes de onda principales, como nosotros vemos en la (fig.2.6) para el observador en  $(x_c, z_c)$ .

<u>SELECTIVIDAD EN LA IMAGEN SEGÚN LA LONGITUD DE ONDA</u>: si un filtro de longitud de onda restricto (interferencial) fuera colocado en algún punto en el sistema, habrá una selección de puntos en la imagen.

## 2.8 Relevo y Ampliación

#### **<u>RELEVO</u>:**

La visión de la imagen es equivalente a la visión de la imagen pseudoscópica en un holograma. Cuando el observador mueve su cabeza en una dirección horizontal, el cambio

del paralaje corresponde al mover su cabeza en una dirección opuesta en el caso de mirar directamente en el objeto.

Cuando el campo de visión permite ambos ojos observar simultáneamente, la imagen es pseudoscópica. Esta situación es una experiencia muy interesante y original, mas aún que el que sería con un holograma, porque puede el objeto estar en movimiento de larga duración y amplitud. También, ningún efecto de granulado óptico es visible porque la luz es menos coherente que la de un láser. Es también posible esconder el objeto, haciendo la escena más impresionante para el observador, muy semejante a un holograma, pero con la posibilidad de tener la imagen en movimiento continuo y de larga duración, porque acompaña el movimiento del objeto.

#### AMPLIACIÓN:

Resulta extremamente interesante poder conseguir un efecto de aumento infinito, como si el sistema tuviese una distancia focal, caso comparable al de una lupa refractiva. Nuestro sistema acaba pareciendosé a un microscopio.

Al desplazar la segunda red de difracción de una mayor (o menor) distancia de la rendija, una visión horizontalmente ampliada (o reducida) de la escena resulta, porque los relacionamientos angulares permanecen los mismos. Esto es claro en la (fig.2.6). Substituyendo la segunda red por una de diferente período, la ampliación (o reducción) horizontal puede ser modificada en la imagen. El que nos recuerda el caso de un sistema con dos lentes, que tiene el valor focal variado por la separación entre ellas.

#### 2.9 Resultados Experimentales con Longitudes de Onda Múltiples

Empleamos dos redes holográficas de plástico grabado por transmisión, del mismo tipo comercialmente disponible para la arquitectura o para finalidades educacionales; con  $533 \pm 5$  líneas /mm y fijada entre dos placas de vidrio de 2 mm de espesor.

Su área efectiva fue de 60mm (H) x 40mm (V). Las ondulaciones eran evidentes en ellas, impidiendo que usáramos su segunda orden de difracción, porque la imagen aparecía destorcida. Las redes estaban localizadas a  $600 \pm 2$  mm de distancia en posición paralela, y una rendija vertical de cartulina negra de  $0.7 \pm 0.15$  mm de anchura estaba entre las redes.

El paralelismo de los planos de ambas redes fue verificado con precisión mejor del que  $\pm 1$  mm haciendo reflexiones coincidentes de un haz de diodo láser que atraviesa la rendija, alcanza las redes y regresa al láser.

#### **<u>REGISTRO FOTOGRÁFICO:</u>**

Las fotografías fueron hechas por medio de una cámara de vídeo analógica SONY 8 Handycam, conectada a una cámara INTEL CS430 tipo web, cuya única finalidad era actuar como un conversor digital de la captación para la SONY. Esto fue conectado a un computador Pentium I para conseguir 240x320-píxel de resolución.



Fig. 2.7. Sistema para el registro fotográfico.

#### PRIMER OBJETO (LÁMPARA HALÓGENA VERTICAL)

Usamos como un objeto una lámpara halógena de filamento fino luminoso y casi recto de unos 300 W, y de 85±1 mm de longitud, inclinado con su extremo mas elevado y mas cerca (230 mm) a la red del que su otro extremo (280 mm).

La punta de un objeto fue colocada próxima de la posición de la imagen, en la parte superior de ella. Cuando el observador mueve su cabeza transversalmente, se acierta a la posición de la punta de manera que no hubiese desplazamiento de la imagen con ella. El mismo fue hecho para un punto bajo, verificando la inversión de la profundidad de la imagen relativa al filamento, y la misma longitud para objeto y imagen.

La cámara fue colocada a 1.015 mm encontrando el punto de visión que muestra el filamento en una visión frontal. Esto corresponde a un filamento visto como imagen vertical en longitud de onda azul (fig.2.8-izquierda) fotografiando de manera sobrepuesta a

la visión correspondiente al rojo (fig.2.8-derecha). La presencia de paralaje es evidente por la mudanza de inclinación, y la fotografía puede ser usada como un par estereoscópico.





De la imagen en rojo filtramos la luz por interposición de filtros interferenciales, obteniendo para cada uno, partes de la imagen, como se muestra en la (fig.2.9).



Fig. 2.9. a) Superior: vista del filamento en color rojo.b) misma vista después de filtrar a 634-640nm.c) misma vista como a), pero filtrado a 643-657nm.

Cada parte vertical de la imagen corresponde a un ancho de banda bien definida de la longitud de onda.

#### **SEGUNDO OBJETO (LÁMPARITAS) :**

Utilizamos un sistema de tres pequeñas lámparas de filamentos, del tipo que se emplea en los carros para la iluminación de letreros. Los filamentos fueron de 2 mm de longitud. Ellas fueron arregladas de tal manera que dos de ellos tuvieron solamente coordenadas verticales diferentes, y la tercera tuvo una distancia menor a la red que la otra. La (fig.2.10) muestra la situación para los tres puntos de visión cuando la cámara se mueve a iguales distancias de izquierda a la derecha. La luz de la imagen pasa de mayor a menor ángulo de difracción, y consecuentemente de mayor a menor longitud de onda.



Fig. 2.10. Paralaje y color mudan para tres objetos puntuales. a) visión izquierda b) visión central d) visión derecha.

Un soporte es incluido en la escena en contacto con la segunda red que sirve como una referencia para las posiciones. En (a) las dos lamparitas verticalmente alineadas aparecen en verde, y la otra lamparita en rojo. En (b) el color de la imagen de esas dos lamparitas es azul, y el color de la imagen de la otra es rojo. En (c) las imágenes anteriormente azules claras tornase azul profundo, y la otra imagen ahora aparece en verde.

Las imágenes resultaran desplazadas ligeramente de derecha a izquierda, cuando la distancia horizontal entre los puntos aumento en 8%. Este resultado muestra la inversión de la profundidad entre la imagen y el objeto en buen acuerdo con la teoría.

#### TERCER OBJETO (LÁMPARA HALÓGENA REFLECTORA) :

Utilizamos una lámpara halógena de 50 W con espejo parabólico de 46 mm de diámetro atrás de ella, constituyendo un objeto extendido. Mostramos en la (fig.2.11) su imagen comparada a la imagen del objeto mismo, visto por la misma distancia que a que la luz del objeto atravesó para dar formación a la imagen.



Fig.2.11. Imagen de una lámpara halógena con reflector. Izquierda: Imagen derecha. Derecha: Imagen por doble difracción.

El campo horizontal de la imagen fue algo menor que la extensión del objeto. El punto rojo que aparece abajo de la imagen viene de un láser de diodo que sirve para alinear los elementos ópticos; este punto que es observado en la segunda red indica el valor cero para la coordenada x.

Desplazamos la segunda red a una distancia dos veces mayor respecto de la rendija (600 mm), y observamos casi a la misma distancia de la rendija, con 80 mm de desplazamiento lateral. Obtuvimos un campo de visión horizontal ampliado, que mostramos en la (fig.2.12).



Fig. 2.12. Campo de visión del objeto horizontalmente ampliado. Izquierda: Redes localizadas simétricamente. Derecha: Segunda red a una distancia de la rendija igual al doble.

Podemos observar, comparando figuras (2.11-izquierda) y (2.11-derecha), que la deformación elíptica de la imagen indica una ampliación horizontal.

Comparando las figuras (2.11-izquierda) e (2.12-derecha), la ampliación horizontal puede ser avalada como mayor del que cuatro veces.

#### **CUARTO OBJETO (GANCHO) :**

Emplease la sombra de un gancho localizado de encuentro a un fondo difusor. El gancho fue hecho de alambre de 1mm de espesura y utilizamos su forma asimétrica para identificar las propiedades de inversión correspondiente a la dirección de difracción.

El fondo permaneció fijo en 1.680 mm de distancia de la primera red, en cuanto el gancho fue localizado a 960 mm de ella. Después colocamos el gancho en el punto crítico (a 1.270 mm de la red), y finalmente mas distante del punto crítico (a 1.540 mm de la red) (fig.2.13).



Fig.2.13. Esquema de las posiciones del objeto (gancho).



Fig.2.14. Secuencia de las posiciones del objeto en las distancias crecientes que muestran la inversión de la imagen. Izquierda: en la distancia mas próxima. Centro: mas distante, en la posición crítica. Derecha: mas distante de la posición crítica, mostrando la inversión lateral.

#### **EXPERIENCIA ADICIONAL**:

Usamos de nuevo la lámpara halógena, mudamos la orientación de la luz en la primera red mudando la posición angular de nuestra lámpara halógena, para entrar como segunda orden, manteniendo todos los otros parámetros iguales al caso de las figuras (2.11) y (2.12) (fig.2.15 -izquierda).



Fig.2.15. Imágenes correspondientes a una segunda orden de difracción por incidencia en la primera red. Izquierda: caso simétrico. Derecha: segunda red en una doble distancia.

El resultado de la aproximación del punto critico a la primera red era de 700 mm, luego fue aproximadamente 200 mm, cuando la distancia de la segunda red a la rendija fue doblada. Observándose así el aumento simultáneo de la visión del campo del objeto.

# 2.10 Cálculos y Resultados Experimentales con una única Longitud de Onda

Para hacer medidas y cálculos más precisos ejecutamos dos mediciones de posición de observación en el sistema usando solamente una longitud de onda.

El alineamiento del haz del láser fue empleado como una referencia para medir las coordenadas del objeto.

El paralelismo entre las líneas de la rede en una red comparada en la otra red fue verificado, alineando las ordenes de difracción del haz de láser transmitido por ambas redes.

Un microscopio montado en una mesa de medición de translación fue posicionado perpendicular a las coordenadas de la medida x. Las coordenadas z fueron medidos con una regla.

#### Midiendo la distancia x<sub>A</sub> - x<sub>B</sub>

Mediciones hechas con el comparador alineado paralelamente a las redes (base de translación con tornillo de lectura micrométrica).

Lectura del comparador cuando la mira estaba sobre la lamparita  $A = L_A = 50,4\pm0,5$  mm Lectura del comparador cuando la mira estaba sobre la lamparita  $B = L_B = 36,7\pm0,5$  mm Por tanto:  $L_A$ - $L_B = 13,7\pm1$  mm.

Las posiciones de las dos lámparas pequeñas son las coordenadas (x, z) (28±2, 209±1) y (17±2, 179±1) en milímetros. La (fig.2.16) muestra la distancia  $\Delta x_c$  entre las posiciones de las cuales en una distancia fija z<sub>c</sub> es posible ver una lámpara, o la otra.



Fig. 2.16. Esquema de trazados de rayos para determinar dos puntos de visión para cada de dos objetos pequeños en una sola longitud de onda.

Usando un filtro interferencial para tener un valor de longitud de onda de  $637\pm 6$  nm, y en una distancia  $z_c = 1.333\pm 3$  mm, calculamos y medimos  $\Delta x_c$ .

Esto implica calcular resolver las *ecuaciones* (2.3) y (2.4) para conocer la coordenada x de los puntos E' y F', y luego resolver el caso de triángulos para los dos puntos de observación.

Medimos con regla  $x_A = 28\pm 2$  mm, no en tanto como vamos usar la diferencia  $x_A$ - $x_B$ , podemos considerar  $x_A$  exacto:  $x_A = 28$  mm, de donde resulta  $x_{cA} = 320,5$  mm

La manera de reducir el error para los valores de las coordenadas  $x_A$  y  $x_B$  cuando es aplicado al cálculo de la  $\Delta x_c$ , es medir la diferencia  $x_A$ - $x_B$ , directamente por observación, desde un punto de visión fijo, la oclusión del filamento de la lámpara cuando el alambre de 2,5mm, fue desplazado frente a ellos.

El punto de visión fue definido por una rendija menor que 0,5mm de ancho en una distancia de 1,3 m, y obtuvimos, por medio de un micrómetro de precisión,  $x_A-x_B = 13,7\pm1$  mm.

Podemos suponer que la distancia entre los puntos de observación de las imágenes a 637 nm no varia si los objetos fuesen desplazados 1 mm para la izquierda o para la derecha. Así, podemos suponer una coordenada, por ejemplo,  $x_A$  como cierta y la otra,  $x_B$ , con  $\pm 1$  mm de error. Entrando con esos valores en nuestro programa tendremos una distancia calculada con mitad del error que teníamos cuando mediamos las coordenadas  $x_A$  y  $x_B$  a respecto de un origen con imprecisión de 1 mm.

Tomamos  $x_A = 28,0$  mm como verdadero para obtener valores posibles de  $x_B$  usando el valor de la diferencia que tenemos medido:

$$\begin{split} x_B M &= 15,3 \text{ mm } => x_{cB} M = 303,2 \text{ mm} \\ e \\ x_B m &= 13,3 \text{ mm } => x_{cB} m = 296,1 \text{ mm} \\ x_{cA} - x_{cB} M &= 17,4 \text{ mm} \\ x_{cA} - x_{cB} m &= 24,4 \text{ mm} \end{split}$$

En la experiencia de medición directa de las posiciones de observación teníamos el resultado:  $\Delta x_c = 21,5\pm 2$  mm, o sea, dentro del intervalo entre 23,5 mm y 19,5 mm, que resulta compatible con nuestro cálculo.

( <i>mm</i> )	XA	2	r <sub>A</sub>	X <sub>cA</sub> X <sub>cR</sub>		$\Delta x_c$		
Medidos	28,0	13,3	15,3				19,5	23,5
Calculados		,		320,5	296,1	303,1	17,4	24,4

Tabla 2.1. Valores medidos y calculados de los puntos de observación del objeto para una única longitud de onda

Medimos mirando a través de las imágenes de una rendija de 0,5 mm al ser desplazados con un aparato de translación.

Como una prueba adicional de nuestro modelo teórico, empleamos las medidas calculadas de las posiciones de los puntos de observación para esta situación del ángulo del observador en luz blanca. Resulta de la *ecuación* (2.6), que el ángulo calculado fue 2,5° y el ángulo medido  $2^{\circ}$ .

Calculamos también la variación  $\Delta I$  en el ojo del observador para un único punto objeto en 620 nm, resultando 8 nm para un diámetro de pupila de 3 mm.

## 2.11 Aproximación Paraxial para el Caso Pseudoscópico



Fig. 2.17. Esquema de trazados de rayos para determinar la aproximación paraxial para el caso pseudoscópico.

\* El factor de inclinación del haz de luz para la longitud de onda  $I_1$  que va del punto objeto A al punto de incidencia en la red  $x_1$ , es:

$$e^{ik(\frac{x_A-x_1}{z_A})x}$$
(2.7)

El factor cuadrático del haz de luz que incide en la primera red de difracción es:

$$e^{ik\frac{(x-x_A)^2}{z_A}}$$
(2.8)

La función de transmitancía del haz de luz difractado en la primera red es:

$$T(x) = \frac{1}{2}(1 + Sin2p\mathbf{n}x) = \frac{1}{2} + \frac{e^{ikl_{\mu}x}}{2} + \frac{e^{-ikl_{\mu}x}}{2}$$
(2.9)

El factor de inclinación del haz de luz que sale difractado de la red  $x_1$  y va al centro de la rendija (punto *P*, origen de coordenadas)

$$e^{ik\left(\frac{x_1}{z_R}\right)x} \tag{2.10}$$

Luego la onda difractada que llega a la rendija tiene la expresión que resulta de la multiplicación de los términos de las *ecuaciones* (2.7), (2.8), (2.9) e (2.10). De la *ecuación* (2.9) solamente el tercer termino corresponde a la dirección que nos interesa, multiplicando por la dirección de la onda incidente, el resultado debe ser igual a la dirección de la onda difractada. O sea, multiplicar la *ecuación* (2.7) por la (2.9) y igualar su termino de fase al de la (2.10).

$$e^{ik(\frac{x_{A}-x_{1}}{z_{A}})x} \cdot e^{-ikl_{1}nx} = e^{ik(\frac{x_{1}}{z_{R}})x}$$
(2.11)

Igualando exponentes, obtenemos la siguiente expresión:

$$ik(\frac{x_A - x_1}{z_A})x - ik\mathbf{I}_1\mathbf{n}x = ik(\frac{x_1}{Z_R})x$$
(2.12)

luego, obtenemos la formula con la aproximación paraxial pseudoscópica:

$$\frac{x_A - x_1}{z_A} - \frac{x_1}{Z_R} = \boldsymbol{l}_1 \boldsymbol{n}$$
(2.13)

que es la fórmula sin aproximación paraxial, ecuación (2.14):

$$\frac{x_A - x_1}{z_A + \frac{(x_A - x_1)^2}{2.z_A}} - \frac{x_1}{Z_R + \frac{x_1^2}{2.z_R}} = \boldsymbol{I}_1 \boldsymbol{n}$$
(2.14)

desde que despreciamos los términos:

$$\frac{(x_A - x_1)^2}{2.z_A} \quad e \qquad \frac{x_1^2}{2.z_R} \tag{2.15}$$

de la *ecuación* (2.13), se puede calcular la longitud de onda  $I_1$ :

$$\boldsymbol{I}_{1} = \frac{1}{\boldsymbol{n}} \left( \frac{x_{A} - x_{1}}{z_{A}} - \frac{x_{1}}{z_{R}} \right)$$
(2.16)

y la coordenada  $x_1$ :

$$x_{1} = \frac{z_{R}x_{A} - I_{1}nz_{A}z_{R}}{z_{R} + z_{A}}$$
(2.17)

El factor de inclinación del haz de luz que va del centro de la rendija (punto P) al punto de incidencia de la red  $x_1$  es:

$$e^{ik\left(\frac{x_1'}{z_R}\right)x} \tag{2.18}$$

El factor cuadrático del haz que paso por la rendija y incide en la segunda red de difracción es:

$$e^{ik\frac{(x-x_1')^2}{z_A+z_R}}$$
(2.19)

El factor de inclinación del haz de luz que sale difractado de la red  $x_1$  al punto de la imagen del objeto  $(x_A', z_A')$  es:

$$e^{ik(\frac{x_{1}'-x_{A}'}{z_{A}'})x}$$
(2.20)

y es el mismo factor de inclinación del haz de luz que sale difractado de la red  $x_1$  al punto del observador es:

$$e^{ik(\frac{x_1'-x_c}{z_c})x}$$
(2.21)

Multiplicando el factor de inclinación por la transmitancía de la segunda red igual a la *ecuación* (2.9), el resultado debe ser igual a la dirección de la onda difractada. O sea, multiplicar la *ecuación* (2.18) por la (2.9) y igualar su termino de fase al de la (2.21).

$$e^{ik(\frac{x_1'}{z_R})x}$$
.  $e^{-ikl_1nx} = e^{ik(\frac{x_1'-x_c}{z_c})x}$  (2.22)

Obtenemos la siguiente expresión:

$$ik(\frac{x_1'}{z_R})x - i\mathbf{k}\mathbf{l}_1\mathbf{n}x = ik(\frac{x_1'-x_c}{z_c})x$$
(2.23)

$$\frac{x_{1}'}{z_{R}} - (\frac{x_{1}' - x_{c}}{z_{c}}) = \boldsymbol{l}_{1}\boldsymbol{n}$$
(2.24)

 $\boldsymbol{l}_1$  longitud de onda que el observador recibe es:

$$\boldsymbol{l}_{1} = \frac{1}{\boldsymbol{n}} \left( \frac{x_{c} - x_{1}'}{z_{c}} + \frac{x_{1}'}{z_{R}} \right)$$
(2.25)

Usando la *ecuación* (2.13) para un segundo rayo de longitud de onda  $I_2$  obtenemos:

$$\frac{x_A - x_2}{z_A} - \frac{x_2}{Z_R} = I_2 \mathbf{n}$$
(2.26)

y usando la *ecuación* (2.24) para un  $I_2$  obtenemos:

$$\frac{x_2'}{z_R} - (\frac{x_2' - x_c'}{z_c'}) = I_2 \mathbf{n}$$
(2.27)

# Capítulo 3.

# Imagen Ortoscópica en un Proceso de Doble Difracción con una Rendija

## 3.1 El Caso de la Imagen Ortoscópica

Este sistema consiste de dos redes de difracción RD1, RD2, ambas simétricamente localizadas con respecto a una rendija de abertura a como se muestra (fig.3.1). Para dos puntos objetos A y B (siendo el punto A más alejado a la primera red de difracción RD1 que el punto B), en este caso el observador vera el punto imagen en A' estando mas lejos de la red que el punto imagen B', recibiendo una visión del objeto de profundidad normal.



Fig.3.1. Trazado de rayos para la imagen ortoscópica de un punto del objeto de luz blanca.

De la ecuación de difracción se tiene para los haces rojo y azul la siguiente relación:

$$\sin \boldsymbol{q}_i - \sin \boldsymbol{q}_d = \boldsymbol{l}_{VA} \boldsymbol{n} \tag{3.1}$$

$$\frac{x - x_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + z^2}} - \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + z_R^2}} = \boldsymbol{I}_V \boldsymbol{n}$$
(3.2)

$$\frac{x - x_2}{\sqrt{(x - x_2)^2 + z^2}} - \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + z_R^2}} = \boldsymbol{I}_A \boldsymbol{n}$$
(3.3)

$$\sin \boldsymbol{q}_{dv} - \sin \boldsymbol{f}_{dV} = -\boldsymbol{l}_{V} \boldsymbol{n}$$
(3.4)

$$\sin \boldsymbol{q}_{dA} - \sin \boldsymbol{f}_{dA} = -\boldsymbol{I}_A \boldsymbol{n} \tag{3.5}$$

$$\frac{x_1'}{\sqrt{x_1^2 + z_R^2}} - \frac{x_1' - x_i}{\sqrt{(x_1' - x_i')^2 + z_i^2}} = -\boldsymbol{I}_V \boldsymbol{n}$$
(3.6)

$$\frac{x_2'}{\sqrt{(x_2^2 + z_R^2)^2}} - \frac{x_2' - x_i}{\sqrt{(x_2' - x_i)^2 + z_i^2}} = -\boldsymbol{I}_A \boldsymbol{n}$$
(3.7)

# 3.2 Imagen Ortoscópica de una Lámpara Halógena:

Utilizamos como un objeto una lámpara halógena, para obtener la imagen de este objeto, en este caso usamos el mismo sistema óptico (dos redes de difracción y una rendija), ya que este sistema nos muestra las dos imágenes a la vez, la imagen pseudo y la imagen orto. Esta imagen del objeto fue capturada registrada para cada longitud de onda.



Fig.3.2. Posiciones de las imágenes ortoscópicas de la lámpara halógena respecto de un punto iluminador (láser).

### 3.3 Aproximación Paraxial para el Caso Ortoscópico



Fig. 3.3. Esquema de trazados de rayos para determinar la aproximación paraxial para el caso ortoscópico.

Todos los pasos que fueron hechos en la parte 2.11 Aproximación Paraxial para el caso Pseudoscópico, para una longitud de onda  $I_1$  de un haz que va del punto objeto A al punto de incidencia en la red  $x_1$ , y luego al centro de la rendija (punto P) son los mismos que para la aproximación paraxial ortoscópica. Obteniéndose la *ecuación* (2.13).

Si ahora multiplicamos el factor de inclinación del haz de luz que va del centro de la rendija al punto de incidencia  $x_1$ ' *ecuación* (2.18) por la transmitancía de la segunda red igual a la *ecuación* (2.9), de esta ultima *ecuación* solamente el segundo término corresponde a la dirección que nos interesa para el caso ortoscópico, el resultado debe ser igual a la dirección de la onda difractada. O sea, multiplicar la *ecuación* (2.18) por la *ecuación* (2.18) por la

$$e^{ik(\frac{x_1'}{z_R})x}$$
.  $e^{ikl_1nx} = e^{ik(\frac{x_1'-x_A'}{z_A'})x}$  (3.8)

igualando los exponentes, tenemos:

$$ik(\frac{x_{1}'}{z_{R}})x + i\mathbf{k}\mathbf{l}_{1}\mathbf{n}x = ik(\frac{x_{1}'-x_{A}'}{z_{A}'})x$$
 (3.9)

donde obtenemos la siguiente expresión:

$$\frac{x_1'}{z_R} - (\frac{x_1' - x_A'}{z_A'}) = -\boldsymbol{l}_1 \boldsymbol{n}$$
(3.10)

usando la *ecuación* (2.10) para un segundo rayo de longitud de onda  $I_2$  obtenemos:

$$\frac{x_2'}{z_R} - (\frac{x_2' - x_A'}{z_A'}) = -I_2 \boldsymbol{n}$$
(3.11)

# 4. Conclusiones

- Demostramos una nueva manera de generar una imagen pseudoscópica directamente de un objeto, el cual no necesita elementos refractivos. Además de eso, el aumento de la imagen es posible en una dirección por medio de un elemento puramente difractivo y utilizando todo el espectro de la luz blanca. La abertura que da un campo grande para puntos de visión viene de un elemento difractivo cuya construcción y manipulación son mucho más fáciles que las de elementos ópticos convencionales.
- El campo de luz reproducido es muy similar al campo del objeto original, no tiene ninguna distorsión de ampliación presente, siendo uniforme en cada dirección longitudinal.
- Mostramos que la imagen 3D por la luz blanca a través de un sistema óptico difractivo tiene imágenes curiosamente semejantes a las imágenes holográficas.
- Tenemos también una interesante posibilidad para incrementar la abertura de un sistema óptico, porque redes de difracción pueden ser hechas de tal manera que desvíen la luz en un ángulo mayor que el generado por sistemas difractivos o reflexivos de grande abertura angular.
- Para mejorar la calidad de las imágenes en nuestro sistema óptico de doble difracción seria necesario tener redes más planas, porque nuestras redes tiene ondulaciones que no nos permiten trabajar en segunda orden.

# **Apéndice 1**

# Análisis de la Imagen de un Punto Objeto Formada por un Elemento Difractivo de Frecuencia Única y Variable

Nuestro modelo para calcular la posición de imagen difractada supone válida una extensión local del valor del período variable del objeto difractor, a un valor constante igual al valor en un punto de el (fig.A1.1). El hace el trazado de rayos para el caso de iluminar por una fuente puntual, que sirve para conferir el resultado con el de la experiencia usando la visión binocular, como describimos en la parte experimental. Fue calculado con el programa Mathematica 4.1



Fig. A1.1. Extensión de la frecuencia espacial del objeto difractor.

## A1.1 Variación de la Frecuencia Espacial de un Elemento Difractivo

Al contrario del caso de una red de difracción común, la frecuencia espacial n(x) del elemento que consideramos no es constante a lo largo de él. Esta variación hace que los rayos incidentes sean difractados en ángulos diferentes, según la ecuación de difracción:

$$\sin \boldsymbol{q}_i - \sin \boldsymbol{q}_d = M.\boldsymbol{l}\,\boldsymbol{n}(x) \tag{A1.1}$$

donde:

- $\boldsymbol{q}_i$  es el ángulo de incidencia,
- $\boldsymbol{q}_d$  es el ángulo difractado,
- *l* es la longitud de onda del haz incidente y
- M es el orden de difracción.

# A2.2 Caso de la Construcción de un Elemento Difractivo por Interferencia

Un elemento difractivo puede ser caracterizado por la función  $\mathbf{n}(x)$  que describe su frecuencia espacial. Cuando el es construido por interferencia de dos haces coherentes A y B, caso que tomamos; la frecuencia es dada por la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{n}(x) = \frac{\sin \boldsymbol{q}_r(x) + \sin \boldsymbol{q}_o(x)}{l}$$
(A1.2)

donde:

x es la posición en el elemento,

 $\boldsymbol{q}_r(x)$  y  $\boldsymbol{q}_o(x)$  son ángulos de incidencia de los haces de referencia y objeto en relación a la normal del elemento en x y

*l* es la longitud de onda utilizada.



Fig. A1.2 Variación de la frecuencia espacial de un elemento difractivo por la variación del ángulo de incidencia a lo largo del eje x en el arreglo de obtención.

Partiéndose de la *ecuación*. (A1.2) y de los parámetros geométricos del arreglo, obtenemos de la (fig.A1.2), la frecuencia espacial n(x) del elemento difractivo que es dada por la ecuación:

$$\mathbf{n}(x) = \frac{1}{\mathbf{l}} \left( \frac{x_r - x}{\sqrt{(x_r - x)^2 + z_r^2}} + \frac{x - x_o}{\sqrt{(x - x_o)^2 + z_o^2}} \right)$$
(A1.3)

donde:

- $x_r$  y  $z_r$  son las coordenadas de un punto de referencia,
- $x_o$  y  $z_o$  son las coordenadas de un punto objeto y
- *l* es la longitud de onda utilizado.



Fig. A1.3. Frecuencia espacial para el caso de figura de interferencia construida con dos fuentes puntuales localizadas en las posiciones (150, 140) y (40, 160) (mm).

### A1.3 Caso de Observación Perpendicular al Elemento Difractor.

Consideramos un observador colocado de tal modo que su visual a la imagen del punto objeto sea perpendicular al elemento difractor. Tenemos la posición del haz de referencia  $(x_r, z_r)$  y la posición del haz objeto  $(x_o, z_o)$  emitiendo luz monocromática, q es el ángulo de incidencia del haz de referencia en relación a la normal del elemento en x, y la coordenada x indica el punto de incidencia del elemento difractivo a ser construido (fig.A1.4).



Fig. A1.4. Visualización de imagen por un elemento difractivo (observación perpendicular al elemento difractor)

La imagen difractada monocromática de la fuente puntual es obtenida iluminándose el elemento difractivo por medio de un haz monocromático  $(x_r', z_r')$ , siendo esta imagen de la fuente puntual las mismas características del objeto puntual. (fig. A1.5).



Fig. A1.5. Arreglo para obtención de una imagen difractada monocromática

Usando la ecuación de interferencia, tenemos:

$$\boldsymbol{n}(x) = \frac{1}{l} \left( \frac{x_r - x}{\sqrt{(x_r - x)^2 + {z_r}^2}} \right)$$
(A1.4)

Consideramos la posición inicial del haz de reconstrucción  $(x_r', z_r')$  emitiendo luz monocromática ( $\mathbf{l}$  =650nm) al elemento difractivo, siendo la posición inicial del haz de reconstrucción a la misma a la del haz de referencia. Si desea saber donde se forma la posición de la imagen del objeto  $(x_i, z_i)$  considerando un segundo rayo que hace un pequeño ángulo  $\Delta \mathbf{q}$  con el anterior. De la (fig. A1.5), es claro que:

$$sin \boldsymbol{q} = \left(\frac{x_{r}' - x_{i}}{\sqrt{(x_{r}' - x_{i})^{2} + {z_{r}'}^{2}}}\right)$$
(A1.5)

La coordenada  $x_1$  indica el punto de incidencia del elemento difractivo, donde el haz iluminador hace con la normal del elemento un ángulo  $q - \Delta q$ , siendo  $\Delta q$  aproximado a 1°, valor próximo del usual en nuestras experiencias.

$$sin(\boldsymbol{q} - \Delta \boldsymbol{q}) = \frac{1}{\boldsymbol{l}} \left( \frac{x_r' - x_1}{\sqrt{(x_r' - x_1)^2 + {z_r'}^2}} \right)$$
(A1.6)

Como  $x_1$ ,  $x_o$  y  $z_o$  son conocidos, calculamos en la reconstrucción la frecuencia  $\boldsymbol{n}_1$  en el punto  $x_1$ :

$$\boldsymbol{n}_{1}.\boldsymbol{I} = \left(\frac{x_{r} - x_{1}}{\sqrt{(x_{r} - x_{1})^{2} + {z_{r}}^{2}}} + \frac{x_{1} - x_{o}}{\sqrt{(x_{1} - x_{o})^{2} + {z_{o}}^{2}}}\right)$$
(A1.7)

Conocido  $\mathbf{n}_1$ , calculamos el ángulo difractado  $\mathbf{f}$ , que difracta-se al incidir con un ángulo  $\mathbf{q} - \Delta \mathbf{q}$  el haz de reconstrucción  $(x_r', z_r')$ , al elemento difractor en el punto  $x_1$ .

$$\sin(\boldsymbol{q} - \Delta \boldsymbol{q}) + \sin \boldsymbol{f} = \boldsymbol{l} \, \boldsymbol{n}_1 \tag{A1.8}$$

Conocido el ángulo de difracción f, calculamos  $z_i$  de la siguiente ecuación:

$$sin f = \left(\frac{x_1 - x_i}{\sqrt{(x_1 - x_i)^2 + {z_i}^2}}\right)$$
(A1.9)

De esta forma se puede obtener la posición de una imagen difractada.

# A1.4 Obtención de la Imagen Difractada por un haz que Ilumina desde cualquier Posición.

En una forma general vamos ahora obtener la posición de la imagen de un objeto puntual por un elemento difractivo. Teniendo en cuenta como fue visto la imagen de un objeto por un elemento difractivo (fig. A1.6).



Fig. A1.6. Visualización de imagen por un elemento difractivo

de la (fig.A1.6) es claro que:

$$\mathbf{w} = \arcsin\left(\frac{x_r - x_o}{\sqrt{(x_r - x_o)^2 + {z_r}^2}}\right)$$
(A1.10)

En este caso la posición de la imagen es calculada mediante el trazado de rayos (fig.A1.7):



Fig. A1.7. Trazado de rayos para una imagen difractada.

Consideramos la posición inicial del haz de reconstrucción  $(x_r', z_r')$  emitiendo luz monocromática  $(\mathbf{l} = 650 \text{ nm})$  al elemento difractivo, deseamos saber donde se forma la imagen del punto objeto  $(x_o, z_o)$ .

de la (fig. A1.7) se tiene las siguientes ecuaciones:

$$sin(\mathbf{w} + \Delta \mathbf{w}) = \left(\frac{x_r' - x_1}{\sqrt{(x_r' - x_1)^2 + {z_r'}^2}}\right)$$
(A1.11)

$$sin(\mathbf{w} - \Delta \mathbf{w}) = \left(\frac{x_r' - x_2}{\sqrt{(x_r' - x_2)^2 + {z_r'}^2}}\right)$$
(A1.12)

Ahora calculamos n1 y n2, usando la ec*uación* (A1.2):

$$\boldsymbol{n}_{1}.\boldsymbol{l} = \left(\frac{x_{r} - x_{1}}{\sqrt{(x_{r} - x_{1})^{2} + {z_{r}}^{2}}} + \frac{x_{1} - x_{o}}{\sqrt{(x_{1} - x_{o})^{2} + {z_{o}}^{2}}}\right)$$
(A1.13)

$$\boldsymbol{n}_{2}.\boldsymbol{I} = \left(\frac{x_{r} - x_{2}}{\sqrt{(x_{r} - x_{2})^{2} + {z_{r}}^{2}}} + \frac{x_{2} - x_{o}}{\sqrt{(x_{2} - x_{o})^{2} + {z_{o}}^{2}}}\right)$$
(A1.14)

Conocido n1 y n2, calculamos f y r usando la ecuación de difracción, tenemos:

$$\sin(\mathbf{w} - \Delta \mathbf{w}) + \sin \mathbf{f} = \mathbf{l} \, \mathbf{n}_1 \tag{A1.15}$$

$$\sin(\mathbf{w} + \Delta \mathbf{w}) + \sin \mathbf{r} = \mathbf{I} \, \mathbf{n}_2 \tag{A1.16}$$

de la (fig.A1.7), también tenemos:

$$x_2 = x_r' - z_r' \tan(\mathbf{w} - \Delta \mathbf{w}) \qquad \text{y} \qquad x_1 = x_r' - z_r' \tan(\mathbf{w} + \Delta \mathbf{w}) \tag{A1.17}$$

$$x_2 = z_i \tan(\mathbf{r}) + x_i$$
 y  $x_1 = x_i - z_i \tan(\mathbf{f})$  (A1.18)

Substituyendo las *ecuaciones* de (A1.18) en (A1.17) y poniendo en evidencia  $z_i$ , el cual es el punto de intersección de los rayos, encontramos la posición de  $x_i$ .

$$x_{i} = x_{r}' - z_{r}' \left( \frac{\tan(\mathbf{w} - 1^{\circ}) \cdot \tan \mathbf{f} + \tan(\mathbf{w} + 1^{\circ}) \cdot \tan \mathbf{r}}{\tan \mathbf{f} + \tan \mathbf{r}} \right)$$
(A1.19)

Conocido  $x_i$ , se puede obtener  $z_i$  con la siguiente *ecuación*:

$$sin(\mathbf{r}) = \left(\frac{x_2 - x_i}{\sqrt{(x_2 - x_i)^2 + z_i^2}}\right)$$
(A1.20)

De esta forma se puede obtener la posición de la imagen difractada por un haz que ilumina desde cualquier posición.

## A1.5 Obtención de la Imagen Difractada por Visión Binocular

En general vamos obtener la imagen de un objeto puntual por un elemento difractivo, usando la visión binocular. Teniendo en cuenta como fue la visualización de la imagen por un elemento difractivo, y de la *ecuación* (A1.3), podemos tener las siguientes *ecuaciones*:

$$\left(\frac{x_r - x_{01}}{\sqrt{(x_r - x_{01})^2 + z_r^2}} + \frac{x_{01} - x_0}{\sqrt{(x_{01} - x_0)^2 + z_0^2}}\right) = \boldsymbol{l} \, \boldsymbol{n}_1$$
(A1.21)

$$\left(\frac{x_r - x_{02}}{\sqrt{(x_r - x_{02})^2 + z_r^2}} + \frac{x_{02} - x_0}{\sqrt{(x_{02} - x_0)^2 + z_0^2}}\right) = \boldsymbol{l} \, \boldsymbol{n}_2$$
(A1.22)

Se conoce que la distancia média entre los ojos es 65mm. Consideramos dos puntos de observación, en un punto se encuentra un ojo izquierdo  $(x_1, z_1)$ , y un otro se encuentra el ojo derecho  $(x_2, z_2)$ .



Fig. A1.8. Arreglo para obtención de una imagen difractada usando visión binocular

Tenemos que la ecuación de difracción para dos puntos es la siguiente:

$$sin \boldsymbol{q}_{r}^{1,2} - sin \boldsymbol{q}_{D}^{1,2} = \boldsymbol{l} \, \boldsymbol{n}^{1,2}$$
 (A1.23)

Usando la (fig. A1.8), tenemos:

$$\sin \boldsymbol{q}_1 - \sin \boldsymbol{q}_{1D} = \boldsymbol{l} \, \boldsymbol{n}_1 \tag{A1.24}$$

$$\left(\frac{x_{r}'-x_{1}}{\sqrt{(x_{r}'-x_{1})^{2}+z_{r}'^{2}}}+\frac{x_{1}-x_{01}}{\sqrt{(x_{1}-x_{01})^{2}+z_{1}^{2}}}\right)=\boldsymbol{I}\boldsymbol{n}_{1}$$
(A1.25)

$$\sin \boldsymbol{q}_2 - \sin \boldsymbol{q}_{2D} = \boldsymbol{l} \, \boldsymbol{n}_2 \tag{A1.26}$$

$$\left(\frac{x_r' - x_2}{\sqrt{(x_r' - x_2)^2 + z_r'^2}} - \frac{x_{02} - x_2}{\sqrt{(x_{02} - x_2)^2 + z_2^2}}\right) = \boldsymbol{l} \, \boldsymbol{n}_2 \tag{A1.27}$$

de las *ecuaciones* (A1.21 y A1. 25) se conoce  $x_{01}$  y de las *ecuaciones* (A1.22 e A1.27) se conoce  $x_{02}$ .

Ahora calculamos los ángulos difractados  $\boldsymbol{q}_{1D}$  y  $\boldsymbol{q}_{2D}$  en las siguientes expresiones:

$$sin(\boldsymbol{q}_{1D}) = \left(\frac{x_1 - x_{01}}{\sqrt{(x_1 - x_{01})^2 + z_1^2}}\right)$$
(A1.28)

$$sin(\boldsymbol{q}_{2D}) = \left(\frac{x_{02} - x_2}{\sqrt{(x_{02} - x_2)^2 + z_2^2}}\right)$$
(A1.29)

Conocidos los ángulos difractados generados por el haz de reconstrucción  $(x_r', z_r')$ , para los puntos de incidencia en el elemento difractivo  $x_{01}$  e  $x_{02}$ , calculamos por la intersección de los rayos generados por los puntos  $(x_1, z_1)$  y  $(x_2, z_2)$  las coordenadas  $x_i$  y  $z_i$ :

$$\frac{x_{01} - x_i}{\tan(\boldsymbol{q}_{1D})} = \frac{x_i - x_{02}}{\tan(\boldsymbol{q}_{2D})}$$
(A1.30)

$$z_i = \frac{x_{01} - x_i}{\tan(\boldsymbol{q}_{1D})}$$
(A1.31)

De esta forma son conocidas las coordenadas  $x_i$  y  $z_i$ , que representan la posición de la imagen difractada que se obtiene usando la visión binocular.

## A1.6 Parte Experimental: Formación de la Imagen de un Punto Objeto



Fig. A1.9. Sistema óptico para obtener la posición de una imagen difractada de un punto objeto, usando la visión binocular por la mudanza lateral del punto de vista.

Para verificar las ecuaciones, utilizamos una red de difracción de  $533\pm5$  líneas /mm, la cual fue alcanzada por una fuente láser 650nm, con la cual se genero nuestro ponto objeto. El observador permaneció perpendicular a la red de difracción, manteniéndose fijo sobre el eje z. El valor de la abertura dando por  $\Delta q$ , fue determinado por la abertura del ojo, y es de la orden de un grado.

Para obtener la posición de la imagen en las coordenadas (x, z) nosotros colocamos papel milimetrado debajo del sistema óptico (fig.A1.9), trazamos en ese papel los ejes x y z, para la identificación de las coordenadas.

La medición fue hecha con la ayuda de la punta de un lapicero hasta que la punta coincida con la imagen difractada del punto objeto (láser) por visión binocular, después para calcular la imprecisión de medición desplazamos la punta del lapicero un poco para el frente y para atrás del eje z; dando así una medida más precisa de la posición de la imagen del objeto.

La siguiente Tabla AI. Representa los valores experimentales y teóricos, de la posición del punto imagen difractado  $(x_i, z_i)$ . Los valores teóricos están calculados por el programa Mathematica.

$x_0 \pm \Delta x_0$	$z_0 \pm \Delta z_0$	X <sub>i Cal</sub>	Z <sub>iCal</sub>	$(x_i \pm \Delta x_i)_{Exp}$	$(z_i \pm \Delta z_i)_{Exp}$
91±3	242±3	1,6	275	0±3	269±4
83±3	261±3	-13,4	296,6	-8±3	309±5
61±3	152,5±3	4,7	173,3	10±3	190±4*
38±3	157±3	-20	178,4	-20±3	$172,0\pm 3,5$

Tabla AI. Representación de los valores calculados y experimentales de la posición de la imagen del punto objeto.

\* Los valores de arriba de este se encajan bien o con poca discordancia, este valor discorde más que todos los otros. Fue verificado nuevamente y no fue posible llegar a una concordancia.

# **Apéndice 2:**

# Aplicaciones

## A2.1 Pantalla Holográfica

La pantalla difractiva llamado 'Pantalla Holográfica' puede ser comparada con una lente difractiva o un holograma de fuente puntual.



Fig. A2.1. Esquema fundamental de la operación de la pantalla holográfica.

La fuente de luz blanca Po y P1 que contiene a Po y a P1 podría ser un único punto o tener una cierta extensión. La extensión lateral de ella genera una extensión lateral proporcional en los puntos de focalización FR y FG que tiene de ser limitada pues ocasiona perdida de nitidez<sup>[13]</sup>.

 $P_o$  y  $P_1$  son puntos que son proyectados sobre lente, y pueden coincidir en una imagen pura roja, por ejemplo, visto por el ojo derecho; en cuanto a la imagen pura en verde se puede ver por el ojo izquierdo, después de estos ejemplos, podemos ver de la figura abajo de como es la presencia de un punto en el espacio tridimensional, se puede establecer teniendo un elemento representativo para cada longitud de onda. Un punto verde y rojo puede ser reflejado en una cierta distancia horizontal en la pantalla que da una imagen virtual atrás de la pantalla, o puede coincidir en la misma posición para dar la imagen respecto a la pantalla, o en consecuencia invertida en cierta distancia para converger luz delante de la pantalla. Para un espectro continuo, la paralaje horizontal está presente, como en un holograma de Benton, pero con los colores que cambian horizontalmente.



Fig. A2.2. La presencia de un punto en el espacio tridimensional se puede establecer teniendo un elemento representativo para cada longitud de onda.

Cuando un punto objeto de múltiples longitudes ilumina a la lente holográfica, el resultado es que cada componente de la longitud de onda converge para una región diferente.



Fig. A2.3. Un punto objeto de múltiples longitudes ilumina a la lente holográfica.
## Holoprovección de Objetos:



Fig. A2.4. Holoproyección de objetos

Para el caso de codificación cromática por difracción, como se presentan en la (fig. A2.5) *O* es un objeto blanco iluminado sobre luz blanca y la RD una red de difracción holográfica. El observador puede entonces ver cada vista del objeto en una representación que combine ver el original de el, una situación que denominado como "holoimagen", teniendo realmente una imagen holográfica.



Fig. A2.5. Holoproyección de un objeto usando una pantalla holográfica

# A2.2 Ampliación de Hologramas



Fig. A2.6.Holoproyección de Hologramas.



Fig. A2.7.Imágenes de pequeños hologramas proyectadas a un tamaño mayor por medio de luz blanca sobre una pantalla difractiva.



Fig. A2.8.Imagen de un holograma ampliado.

"Hay situaciones de aplicación de imágenes pseudoscópicas, como en el caso de ampliación de hologramas donde proyectar la imagen pseudoscópica da un aprovechamiento luminoso mucho mayor. La pantalla holográfica entonces es colocada de manera a ofrecer también imagen pseudoscópica con el que las dos pseudoscopias generan imagen ortoscópica".

# A2.3 Holoproyección por Lente Horizontal



Fig. A2.9 Holoproyector: Aparato que utiliza las propiedades de la pantalla holográfica, para la reproducción de las imágenes tridimensionales o holoimagenes.

El holoproyector es semejante a un proyector de dispositivos (slides), pero, debido a la nueva técnica desenvolvida, el funciona en la realidad como un proyector perfectamente tridimensional proyectando no fotografías sino objetos.



Fig. A2.10 Imágenes de los objetos proyectados en la pantalla son ampliadas siete veces, presentando todas las características de una imagen holográfica, ofreciendo alta calidad, nitidez, color y movimiento.

## A2.4 Televisión Holográfica:

En este caso de la TV Holográfica se forma una primera imagen en la red de difracción RD, que es proyectada sobre una pantalla difractiva (también llamada de "lente holográfica LH").

La televisión holográfica es un sistema óptico que consiste en la captura de un objeto a través de una cámara de vídeo que es ligada a un proyector de donde los haces de luz que contiene las características del objeto salen y inciden a una red de difracción luego estos haces pasan por una objetiva *O*, luego estos haces inciden en un espejo y finalmente se reflejan y van para la pantalla holográfica; la imagen formada del objeto es observada con un buen brillo, nitidez y con profundidad.

También fue posible con el mismo sistema formar la imagen de una persona viva, o modelo vivo, este es capturado con una cámara de vídeo que es conectada a un proyector y iluminando al modelo con un diodo de luz blanca para luego ser lanzada a una pantalla holográfica, donde observaremos la imagen de la persona.



Fig. A2.11. Sistema de televisión holográfica.

Imagenes generadas por computador



Fig. A2.12. Animación computarizada: Hombre andando, mayo de 1998. De arriba para bajo, cuatro cuadros de la animación fotografiados de la proyección en la pantalla, escenas izquierda y derecha.

## HoloTV plano paralelo único



Fig. A2.13. HoloTV plano paralelo único.

# HoloTV plano único oblicuo



(a)

**(b)** 



(c)

(**d**)

Fig. A2.14. HoloTV plano único oblicuo.

- (a) Proyector cámara diodo de luz blanca pantalla holográfica mano.
- (b) Cámara diodo de luz blanca pantalla holográfica- sujeto.
- (c) Cámara diodo de luz blanca mano.
- (d) Imagen del dedo en la pantalla holográfica.

# Sistema de HoloTV



Fig. A2.15. Sistema de HoloTV.

# A2.5 Telescopio Espacial



Fig. A2.16. Proceso de doble difracción usando dos lentes de difracción y dos lentes refractivas. LD: Lente Difractiva. ; LR1: Lente Refractiva 1 ; CF: Placa correctora de Fresnel (lente difractiva) ; LR2: Lente Refractiva 2.

Hyde <sup>[3]</sup> dice eliminar aberraciones porque la dispersión cromática de la LD seria eliminada al formar imagen del punto donde esta la placa correctora difractiva CF (fig. A2.16). El sistema tiene semejanzas con el del Prof. Lunazzi <sup>[9]</sup> (1991) (fig. 2.17), y nuestro trabajo podría evolucionar para tenernos una comprensión precisa del trabajo de Hyde.



Fig. A2.17. Proceso de doble difracción usando dos redes de difracción y una lente.

# **Apéndice 3**

**A3.1.** Articulo [9] "Holoprojection of images by a double diffraction process", J.J. Lunazzi, in "Opt. e Fis.Atómica", Proc. of the XIV Enc.Nac.de Fis.da Mat. Condensada, Soc. Bras. de Física eds., Caxambu-MG-BR, V.S. Bagnato, C.H.de Brito Cruz eds., 7-11.5.91, p.OTI 5a.12:00.

#### XIV ENCONTRO NACIONAL DE FÍSICA DA MATÉRIA CONDENSADA

ROLOPROJECTION OF INAGES BY A DOUBLE DIFFRACTION PROCESS J.J. Lumazzi UNICAMP - Institut of Physics C.P. 6165 - 13081 - Campinas-SP

#### Introduction

An image is wald to be bolographic when, after registering, it can be seen in three dimensions without using any special glasses or filters and continuos parallax may be seen when looking around it.

Bolographic isages are slowys registered by means of laser light, but may be seen under white light by applying conversion techniques.

In the case of the technique developed by S. Benton, only horizontal purallax is preserved, just the necessary for the horizontal position of the observer's eyes.

We demonstrate in this paper that the concept of a "holoimage" may be independent of the "graphic" ability corresponding to a registering material. This is due to new possibilities on the projection of images by means of diffractive elements.

The three-dimensional distribution of white light may now be projected through a very small optical element, allowing for the direct creation of images that look like a Benton hologram but are phantasmagoric projections of the object itself.

Since the three-dimensional distribution of light from an object may be reproduced by a hologram, the system we named "holoprojector" also allows for the enlarging of a white-light hologram, reducing its weight and cost by orders of magnitude.

A third and very natural possibility is that of a common laser-light bologram, made by the off-axis technique of Leith and Upathieks, being simultaneously enlarged and converted to white-light observation by a simple projection on a holographic screen.

#### Description

The chromatic encoding of views from an object was demonstra natural property of holograms (1) and diffraction gratings (; tracing calculations.

As a natural sequence of reasoning, we can show the decoding of af images  $\hat{b_y}$  projecting them onto a diffraction grating.

Figure 1 represents an object illuminated under white light represents the light-spreading points 1-5. A diffraction grating R.D., is illustrated by the object and a lens L.

The aperture of this lens is very usail, and we shall conside acting like a pinhole camera, for simplicity.

The center 0 of the isms represents the viewpoint of the camera, we determined the viewpoint P. V. which is at the same distance point where the optical axis meets the grating, but at an angl: corresponds to the diffraction angle of a typical wavelenght val light impinging perpendiculary to the grating. The location of th is not arbitrary, since it allows for the determination of all the mavelenght  $\lambda$  that, leaving the object points, will reach the point We may collect this rays at distance R from P. V. as the we components of a spherical wave converging towards point P. V.

The amplitude of this wave being described by A (x), its processituted of a randomic term  $\phi$  (t) which is different at each the wave due to the total incoherence of the light.

By using the paraxial approximation, the wave impinging on the gre be expressed as:

 $\psi_0(x) = A(x) \exp(ikx^3/2x) \exp(ikx \ \text{sens}) \ \exp i\phi \ (t)$ with k = 2x/k

We assume that the diffraction grating has a transmission amplisimple periodicity:

t(x) \* a + b cos (2x x/d)

## a, b being constants and d being the grating period.

After traversing the grating, the wave samplitude expression [1] must be multiplied by expression (2), giving two terms from which we separate the one that corresponds to propagation toward the lens i:

$$t(x) \psi_0(x) \approx A(x) \exp(i\phi(t)) \exp(i2x^2/2x) \exp(i2x \times (\frac{\phi}{2} - \frac{1}{2}))$$
(3)

We can then see that, for the particular value  $\lambda = d$  send the result is a spherical wave that converges toward the point 0. We neglected the fact that the amplitude variation A(x) may give its Fourier transform spectrum at this location.

By extending this procedure to any wavelength within the white light spectrum, we obtain a continuous sequence of viewpoints like P. V. being unified at the single point 0.

This wavelength-encoded information may be easily decoded by just replicating the situation with a second diffraction grating of period d, located symetrically after the lens.

The propagation of the waves after the lens is obtained directly from eq.3.

 $\psi$  (x)' = A(x) exp(i $\phi$ (t)) exp(i $kx^2/2z$ )

After traversing a second diffracting grating we obtain:

 $\psi(\mathbf{x}) = A(\mathbf{x}) \exp(i\phi(t)) \exp(ikx^2/2z) \exp(\frac{t}{-}i2\pi x \operatorname{sen}\theta/\lambda)$ (5)

Two waves as showed in figure 1,  $\Sigma_1$  representing a virtual orthoscopic image and  $\Sigma_2$  a real pseudoscopic image, which we indicated as a "conjugate" of expression (3) because z is now a negative value.

This is a kind of conjugated wave, giving a psyudoscopic (depth reverted) image of the scene, in three dimensions with continuous parallax. This image was not refered previously on any imaging system and may now be considered as characteristic of diffracting elements. Perhaps, it could be applied in some cases of phase conjugation techniques.

Another application of this kind of images is that of projecting a

complete 3D image from a very small optical element, without need optics, a result that was not previously achieved by any-technique

A further step is to calculate the position and aberrations images. This step will be discussed alsowhere, but we show in the corresponding ray path that allows for obtaining a "holoimeg object.

Rays 1 and 2 are of two different wavelengths but, combined, gen virtual image of the object point P at location P'. This image anlarged or reduced by the lens action, because the holographic. that replaced the second diffraction grating allows for that.

This also allows for the enlargement of a common white-light holog According to reference (1) and (2), the illumination of a common hologram under white light is a situation very similar to the prean object, also illuminated under white light, behind a dis grating. So that the enlargement and conversion to whit illumination of a common laser hologram are simultaneously obt projection on a holographic screen.

#### Conclusions

We demostrate that it is possible by using only dif processes, to emulate visual results of a holographic image requiring a registering previous step. This result is very us application in visual arts, publicity and for holographic cimema.

#### Acknowledgments

The author would like to ecknowledge finantial help f Foundation of Assistance to Research of the Sac Paulo State - FAPE

#### References

iJ Lunazzi, J.J., Opt Eng. 29, 1 (1990) pp. 9-14 2) Lunazzi, J.J., Opt.Eng. 29, 1 (1990) pp. 15-18



(4)

FIGURA 1

Fe de Errata del articulo de 1991. Figura 1.



FIGURA 1

# A3.2. Articulo [14] "Pseudoscopic imaging in a double diffraction process with a slit," J.

J. Lunazzi and N. I. Rivera, Opt. Express **10**, 1368-1373 (2002), http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-10-23-1368

http://www.opticsexpress.org/issue.cfm?issue\_id=168

<b>PTICS</b> EXPRESS the in	nternational electronic journal of optics
CURRENT ARCHIVES	SEARCH AUTHORS SUBSCRIBE ABOUT
Editor-in-Chief: Michael Duncan	Vol. 10, No. 23 - November 18, ISSN: 1094- 2002 4087
	Table of Contents
Double diffracted image of a halogeneous lamp with reflector, Seudoscopic images that keep a optimuous parallax are shown to be possible due to a double diffraction process intermediated be a slit. [See article by J. 4]. Lunazzi and N. 1. Rivera Fig. 5 for details.]Editors and Staff	Leakage properties of photonic crystal fibers 1314 D. Ferrarini, Luca Vincetti, M. Zoboli, A. Cucinotta, and S. Selleri
	Analysis of spectral characteristics of photonic 1320 bandgap waveguides Akheelesh Kumar Abeeluck, N. M. Litchinitser, C. Headley, and B. J. Eggleton
	Hybrid integration of conventional waveguide and 1334 photonic crystal structures Gregory P. Nordin, Seunghyun Kim, Jingbo Cai, and Jianhua Jiang
	Elimination of polarization degeneracy in round 1342 waveguides Ian M. Bassett and Alexander Argyros
	Myocardial tissue characterization based on the 1347 time-resolved Stokes-Mueller formalism Chia-Wei Sun, Long-Sheng Lu, C. C. Yang, Yean-Woei Kiang, and Ming-Jai Su

# **Referencias Bibliográficas**

[1] "A New Microscopic Principle," Dennis Gabor, Nature, Vol 161, pp.777-778, 1948

[2] "A New Microscopic Principle," Dennis Gabor, Nature, A celebration of Physics, pp.24-25, 1998.

[3] "Very large aperture diffractive telescopes," Roderick A. Hyde, Applied.Optics/vol.38, No.19/1 july 1999

[4] "Optics," Eugene Hecht, Third edition, chapter 10, p.487-488 (1998).

[5] "*Journal of Vacuum Science and Technology*," S. Spector, C. Jacobsen, and D. Tennant. Process optimization for production of sub-20 nm soft x-ray zone plates. B 15(6):2872-2876, 1997.

[6] "Introduction to Modern Optics," Grant R. Fowles, chapter 5, (1975)

[7] "Holophotography with a diffraction grating", J.J. Lunazzi, Opt.Eng. 29 15-18 (1990).

[8] "Binocular disparity and stereopsis obtained under white light by means of a diffraction grating", J.J. Lunazzi, J.M.J. Ocampo, Journal of Modern Optics, 1995, V42, N1, p.3-6.

[9] "Holoprojection of images by a double diffraction process", J.J. Lunazzi, in "Opt. e Fis.Atómica", Proc. of the XIV Enc.Nac.de Fis.da Mat. Condensada, Soc. Bras. de Física eds., Caxambu-MG-BR, V.S. Bagnato, C.H.de Brito Cruz eds., 7-11.5.91, p.OTI 5a.12:00.

[10] "New possibilities in the utilisation of holographic screens", J.J. Lunazzi, SPIE V1667 (1992) 289.

[11] "Alignment and/or tilting measurement by means of conical diffractin phenomena", E.N. Hogert, M.A. Rebollo, N.G. Gaggioli, Optics and Laser Tech. Vol. 23 No 6 1991 p. 341

[12] ref.1, ecuación 6.

[13] "*Pseudoscopic Imaging by means of a holographic screen*", J.J.Lunazzi, Proc. of the ICO-16 meeting "Optics as a key to high Technology", SPIE ed., Budapest, Hungary, 9-13.08.93, p. 583. SPIE 1983.

[14] "*Pseudoscopic imaging in a double diffraction process with a slit*," J. J. Lunazzi and N. I. Rivera, Opt. Express **10**, 1368-1373 (2002). <u>http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-10-23-1368</u> <u>http://www.opticsexpress.org/issue.cfm?issue\_id=168</u>

# Pseudoscopic imaging in a double diffraction process with a slit

### José J. Lunazzi and Noemí I. Rivera

Universidade Estadual de Campinas, Institute of Physics, C.P.6165/13084-100 Campinas-SP Brazil lunazzi@ifi.unicamp.br

#### http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi

**Abstract:** Pseudoscopic images that keep the continuous parallax are shown to be possible due to a double diffraction process intermediated by a slit. One diffraction grating acts as a wavelength encoder of views while a second diffraction grating decodes the projected image. The process results in enlarging under common white light illumination.

©2002 Optical Society of America

**OCIS codes:** (050.1970) Diffractive Optics; (090.1970) Diffractive Optics; (090.2870) Holographic display; (110.0110) Image systems; (110.2990) Image formation theory; (110.6880) Three-dimensional image acquisition

### **References and links**

- 1. J. J. Lunazzi, "Holophotography with a diffraction grating," Opt.Eng. 29, 15-18 (1990).
- J. J. Lunazzi, J. M. J. Ocampo, "Binocular disparity and stereopsis obtained under white light by means of a diffraction grating," Journal of Modern Optics, 42, N1, .3-6 (1995).
- Lunazzi, J. J., "Holoprojection of images by a double diffraction process," in "Opt. e Fis.Atómica," Proc. of the XIV Enc.Nac.de Fis.da Mat. Condensada, Soc. Bras. de Física eds., Caxambu-MG-BR, V. S. Bagnato, C. H. de Brito Cruz eds., 07-11.05.91, p.OTI 5a.12:00 (1991).
- 3. J. J. Lunazzi, "New possibilities in the utilisation of holographic screens," SPIE **1667**, 289-292 (1992).
- 5. J. J. Lunazzi, "Pseudoscopic Imaging by means of a holographic screen," Proc. of the ICO-16 meeting "Optics as a key to high Technology," SPIE **1983**, 583 (1993).

### 1. Introduction

Refractive or reflective optics cannot bring a large parallax field due to their limited aperture. After the development of holographic images it was possible to appreciate the benefits of having images that may render a wide field of view while keeping the continuous parallax, allowing the observer to "look around" the scene to obtain the maximum of its visual information. Holography and diffractive imaging may render continuous parallax exclusively under monochromatic light or through some process that renders the final image monochromatic at least over the horizontal field of view. We demonstrate in this paper that diffraction can be combined with a simple imaging process to obtain images for binocular viewing whose continuous horizontal parallax is due exclusively to diffractive elements. We demonstrated in two previous papers [1,2] that the ability of wavelength-encoding a continuous sequence of views may easily be obtained by simple diffraction at a grating and stated that it may also be decoded at a double diffraction process [3,4] intermediated by a lens and a slit. We employed a lens at the symmetry center in [3] in order to get more luminosity

and sharpness, at the expense of a more complicated ray-tracing problem. We demonstrate now how a second diffraction grating symmetrically located in respect to a simple slit is the natural way of decoding the light distribution coded in a first diffraction process. Symmetry properties are enough to demonstrate the generation of a pseudoscopic image, a kind of image that was only known from stereo photographic or holographic processes but not known in diffractive optics.

#### 2. Ray-tracing in a double diffraction imaging process

Our system consists of two identical diffraction gratings DG1, DG2, symmetrically located at both sides of an aperture  $\mathbf{a}$  (see Fig.1).



Fig. 1. ray-tracing for the symmetrical image of a point white-light object.

The plane of the figure corresponds to a horizontal plane containing the center **P** of the aperture, while the lines of the grating are in a vertical direction. An object of white or gray tonality is illuminated by common white light diffusing at a very wide angle, such as, for example, from point **A**. We consider the part of the beam reaching the grating, which, after diffraction, travels toward the aperture. If, for example, light reaches the grating at the point where it intersects the perpendicular to the aperture, it means that the mean direction  $<\theta>$  of the object light must satisfy:

$$\sin <\theta >=<\lambda > \mathcal{V} \tag{1}$$

 $\nu$  being the spatial frequency corresponding to the grating period and  $\langle \lambda \rangle$  the mean value of the wavelength of the visible spectrum, about 0,55 µm.

A rather different situation could have been chosen, where light impinges the grating normally, which could be analyzed with minor changes. The aperture is a simple vertical slit and we consider that diffraction by the aperture can be neglected because its effects affect resolution less than the effect of the extension of the slit. So we can call the process a double diffraction process or, more properly, a diffraction-absorption-diffraction process. Light rays from an object point **A** from which light is diffused in all directions may reach, for example, two different points  $\mathbf{x}_1$ ,  $\mathbf{x}_2$  at the first grating. Only one wavelength value allows the light to travel from the grating to the point **P** at the center of the aperture, satisfying the grating equation. We have then for each point at the grating:

$$\sin\theta_i - \sin\theta_d = \lambda . \tag{2}$$

where  $\theta i$  represents the angle of incidence of light traveling from point A to points on the grating,  $\theta d$  represents the angle of diffraction for light that travels from points on the grating to point P.  $\lambda$  represents the wavelength value corresponding to each ray. It must be noticed

that in this situation the center of the aperture receives only a single ray that corresponds to a specific wavelength value. Due to the symmetry of the optical elements all rays reach the second grating at points such as  $x_1$ ',  $x_2$ ' that are symmetric to the points from where they left the first grating. When the rays reach the second grating, only one of the two first diffraction orders is considered, the one that allows to keep the central symmetry through point **P**. It creates a situation of perfect symmetry that renders an image point **A'**. We can see this through the same Eq.(2) by using the appropriate new corresponding angles. The case is not symmetric for the other order, which can nevertheless bring an orthoscopic image, a case that will be described elsewhere. Geometrically describing the diffraction direction of a given wavelength we obtain the relationship which describes the light path:

$$\left((x-x_{1})/\sqrt{(x-x_{1})^{2}+z^{2}}-x_{1}/\sqrt{x_{1}^{2}+z_{R}^{2}}\right)=\lambda\nu$$
(3)

## 3. The pseudoscopic imaging case

The symmetry that we described demonstrates that a pseudoscopic real image may be obtained which is symmetric to the object, the point of symmetry being the center of the aperture. We show this for two object points A and B located at different depth positions. See Fig.2.



Fig. 2. ray-tracing scheme for the depth inverted image.

Four rays impinge on the first grating at points C, D, E, F, whose wavelengths  $\lambda_i$  have subscript numbers chosen in such a way that, if one is greater than another, it means that the indicated wavelengths are correspondingly greater than one another. Points C',D', E', F', where light reaches the second grating, are clearly symmetric to the corresponding points where light reached the first grating. All wavelengths are recombined at image points according to the spectral sequence, spreading from there in an inverted sequence. The observer will see the image point A' as being closer to him than image point B', so receiving a depth-inverted view of the object. The image resembles the previous cases of pseudoscopic images obtained with holographic screens [6] [3].

### 4. Spectral distribution and parallax effects on the image

When an observer is included on the ray tracing, his viewpoint breaks the symmetry of the ray scheme and the first consequence is the false coloring of the scene. The scheme of Fig.3 explains that the observer sees the scene in a horizontal sequence of colors when looking around the image.



Fig. 3. Ray-tracing scheme for rays reaching an observer. Two object points A,B are represented.

When his observing point passes from position  $(x_C,z_C)$  to  $(x_C', z_C')$ , for example, he receives a different wavelength. The restrictive condition of eq.3 makes the light distribution coming from the center of the slit to follow the spectral sequence. As expressed before, the extreme wavelength values determine the angle of viewing, and any ray that converges to an imaging point and is directed to the eye must obey the spectral sequence relationship. The reduced extension of the pupil makes light at the eye to have very limited bandwidth. All wavelengths recombine at the image points and the original spectral distribution of the object is reconstructed there, but, since the observation is made from a certain distance, the observer can only see one pure spectral color at a time. The viewing of two object points also corresponds to two wavelengths (see Fig.3) for the observer at  $(x_C,z_C)$ . If a wavelength filter is located at any point on the system there will be a selection of points at the image.

Viewing the image is equivalent to viewing the pseudoscopic image in a hologram. When the observer moves his head in one horizontal direction, the parallax change corresponds to moving its head in an opposite direction in the case of looking directly at the object. When the field of view allows both eyes to observe simultaneously, pseudoscopy by this real-time situation is a very interesting and unique experience. It looks like the pseudoscopic image from a hologram but, since the object may be in movement, an animated scene is possible. Also, no speckle effects are noticeable. It is also possible to hide the object making the viewing more impressive to the observer. Another interesting property is the existence of a critical point with infinite magnification. Besides, the image of an object at a shorter distance from the system is inverted, while the image of an object at a longer distance is not. This point can be easily identified as the one symmetric to the observer's position (Fig.3).

### 5. Experimental results with multiple wavelengths

We employed two plastic embossed holographic transmission gratings of the same type, commercially available for architectural or educational purposes, with  $533\pm5$  lines/mm sandwiched between two glass plates 2 mm thick. Their effective area employed was less than 60 mm (H) x 40 mm (V). Undulations were evident on both, which prevented us from using their second diffraction order, where light beams appeared distorted. They were located  $600\pm2$  mm apart in parallel position and a vertical black paper slit  $0.7\pm0.15$  mm wide was in between both gratings. Parallelism of the gratings planes was verified to better than  $\pm1$  mm by making coincident reflections of a diode laser beam which traversed the slit, impinged on both gratings and returned to the laser exit. Photographs were made by a analog camera SONY video 8 Handy cam camera connected to a INTEL CS430 web camera whose only purpose was to act as a capture digital converter. It was connected to a Pentium I computer to get 240 x 320-pixel resolution.

As a first object we used a set of three small filament lamps, of the kind employed for illuminating car panels. The filaments were 2 mm long, facing towards the grating. They were arranged in such a way that two of them had only different vertical coordinates, while the third one had a smaller distance to the grating than the others. Fig.4 shows the situation for three viewpoints when the camera moved equal distances from left to right.



Fig. 4. (3 Mb) Parallax and color change for three point objects (see video). *a) left view b) center view c) right view* 

A rod included in the scene serves as a reference for positions. In a) the two vertically aligned points appear in green, and the other point in red. In b), the two points are in light blue, and the other in light red. In c) the formerly light blue points became in deep blue, and the other point appears now in green. The two points were displaced a little from right to left, while the displacement of the third point was larger.

As a second object, we used a halogeneous 50 W lamp with a parabolic 46 mm diameter faceted reflector behind it, constituting an extended object. The image (see Fig.5) is compared to the image of the object itself, as viewed from the same distance which the light from the object traversed to form the image.



Fig. 5. Image of a halogeneous lamp with reflector. Left: direct image; Right: double diffracted image

The horizontal angular extension of the image was close to that of the object, but not allowing to see the whole object. The red dot which appears below the image comes from the aligning laser indicating the point at the second grating with zero value for the x coordinate.

We can see, by comparing figures 5 (left) and 5 (right), that the elliptical horizontal extension of the image indicates horizontal magnification of about x1.9.

As a third object we employed the shadow of a paper clip located against a diffusing background. The clip was made of wire 1 mm thick and we employed its asymmetric shape to identify the inversion properties corresponding to the dispersion direction. The background remained fixed at 1,680 mm distance, while the clip was located between the system and the critical point at 960 mm, at the critical point at 1,270 mm, and farther from the critical point at 1,540 mm, respectively (Fig.6).



Fig. 6. (2.5 Mb) Sequence of object positions at increasing distances showing the inversion of the image. Left: at nearer distance. Center: farther, at the critical position. Right: even farther, showing lateral inversion.

The lateral inversion and the case of infinite magnification were both demonstrated.

### 6. Conclusions

We demonstrated a new way of generating a pseudoscopic image directly from an object, which does not needs refracting elements. Also, that image enlarging is possible in one direction by means of purely diffractive element and using the whole spectrum of white light. An aperture which gives a large field for viewpoints comes from a diffractive element whose construction and manipulation is much easier than that of conventional optical elements. The reproduced light field is very similar to the original object field in that no magnification distortions are present, even in a longitudinal direction. We showed that white light 3D imaging through diffractive optics brings images with an interesting resemblance to holographic images. It is an interesting possibility for increasing the aperture of an optical system because diffraction gratings can be made to deflect light at very large angles generating large angular aperture values.

## 7. Acknowledgements

The "Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior"- CAPES of the Brazilian Ministry of Education is acknowledged for a fellowship for Mrs. Rivera. Marcelo F. Rigon is acknowledged for helping in the video registering and digital photographing performed. Diane Marie Petty is acknowledged for reviewing the English version.