



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Dimas Augusto Mendes Lemes

Otimização da Capacidade Soma de Canal de Sistemas MIMO Multi-usuário para Arranjos Lineares e Retangulares na Estação Base

Campinas

2018



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Dimas Augusto Mendes Lemes

**Otimização da Capacidade Soma de Canal de Sistemas
MIMO Multi-usuário para Arranjos Lineares e
Retangulares na Estação Base**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, na Área de Telecomunicações e Telemática.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Fraidenraich

Este exemplar corresponde à versão final da tese defendida pelo aluno Dimas Augusto Mendes Lemes, e orientada pelo Prof. Dr. Gustavo Fraidenraich

Campinas

2018

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): CNPq, 154999/2016-4

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

L543o Lemes, Dimas Augusto Mendes, 1986-
Otimização da capacidade soma de canal de sistemas MIMO multi-usuário para arranjos lineares e retangulares na estação base / Dimas Augusto Mendes Lemes. – Campinas, SP : [s.n.], 2018.

Orientador: Gustavo Fraidenraich.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistemas MIMO. 2. Otimização. 3. Correlação (Estatística). I. Fraidenraich, Gustavo. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Sum-capacity optimization of MU-MIMO systems for linear and rectangular arrays at the base station

Palavras-chave em inglês:

MIMO Systems

Optimization

Correlation (Statistics)

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora:

Gustavo Fraidenraich [Orientador]

Claudio Ferreira Dias

Marcos Tomio Kakitani

Data de defesa: 17-08-2018

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Candidato: Dimas Augusto Mendes Lemes RA: 163660

Data da Defesa: 17 de agosto de 2018

Título da Tese: Otimização da Capacidade Soma de Canal de Sistemas MIMO Multi-usuário para Arranjos Lineares e Retangulares na Estação Base

Prof. Dr. Gustavo Fraidenraich (Presidente, FEEC/UNICAMP)

Prof. Dr. Marcos Tomio Kakitani (UFSJ)

Dr. Claudio Ferreira Dias (UNICAMP)

A ata da defesa, com as respectivas assinaturas dos membros da Comissão Julgadora, encontra-se no SIGA (Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese) e na Secretaria de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação.

Dedico este trabalho a todos que contribuíram com o desenvolvimento de meios capazes de proporcionar a comunicação entre pessoas que se encontram em lugares diferentes.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por todas as oportunidades e conquistas.

Agradeço aos meus pais, Maria das Graças e Dimas, ao meu irmão, Ígor, à minha namorada, Isadora, pelo apoio incondicional durante todos os momentos.

Ao professor Gustavo Fraidenraich e ao colega Claudio Dias por toda paciência, ajuda, conselhos e dedicação a este trabalho.

Aos amigos que estiveram presentes por todo o caminho, Claudio Bohorquez, Melissa, Yalena e Ruby, pelo companheirismo, pela ajuda, por compartilhar momentos de dificuldades e alegrias.

Aos colegas e professores do Wisstek por todo suporte, dicas e conselhos que contribuíram com este trabalho.

Ao CNPq por todo o investimento, apoio e por acreditar neste projeto.

“A mente que se abre a um novo conhecimento jamais retorna ao seu tamanho original.”

Albert Einstein

Resumo

O objetivo do presente trabalho de mestrado é investigar o impacto do uso de antenas não-uniformemente espaçadas, em arranjos lineares e retangulares, e apresentar a influência da correlação entre as antenas na capacidade do sistema MU-MIMO (*Multiuser Multiple-Input Multiple-Output*). Inicialmente, é proposto um problema de otimização buscando encontrar a máxima capacidade soma de canal para arranjos não-uniformes. Apesar de ótima, esta solução não apresenta forma analítica. Como alternativa ao modelo analítico, é proposto um arranjo, para geometrias linear e retangular, não-uniforme baseado em progressão aritmética, chamado PA. Na sequência, os arranjos ótimo, proposto e uniforme são estudados estando sujeitos aos efeitos da correlação entre as antenas. Finalmente, a mesma análise é estendida para a utilização do *Maximum Ratio Combining* (MRC), *Zero-Forcing* (ZF) e *Minimum Mean Square Error* (MMSE).

Palavras-chaves: MIMO; Capacidade Soma; Arranjos Não-Uniformes; Arranjos Lineares; Arranjos Retangulares; Otimização; Correlação; MRC; ZF; MMSE.

Abstract

The aim of this master thesis is to present an investigation on the impact of the use of non-uniformly spaced antennas, in linear and rectangular arrays, and also to present the influence of the correlation between the antenna elements in the MU-MIMO (multiuser multiple-input-multiple-output) capacity. Initially, we propose an optimization problem to find the maximum capacity for non-uniformly spaced arrays. Although optimal, this solution is numerical and does not present an analytical form. As an alternative analytical method, we derive a non-uniformly spaced array, for linear and rectangular geometries, based on the arithmetic progression series. Subsequently, we investigate the optimal, our proposed PA and uniform antenna arrays subject to the correlation between the elements. Finally, we extend the same investigations using the Maximum Ratio Combining (MRC), Zero-Forcing (ZF) and Minimum Mean Square Error (MMSE) receivers.

Keywords: MIMO; Sum-Capacity; Non-Uniform Arrays; Linear Antenna Arrays ; Rectangular Antenna Arrays; Optimization; Correlation; MRC; ZF; MMSE.

Lista de ilustrações

Figura 2.1 – Arranjo Linear Uniforme	19
Figura 2.2 – Arranjo Retangular Uniforme	19
Figura 3.1 – Comportamento dos modelos de correlação parametrizados pela Distância de Descorrelação.	29
Figura 3.2 – Capacidade soma de canal para Arranjo Linear considerando casos uniforme, força bruta e ótimo para $M = 5$ e $K = 4$	30
Figura 3.3 – Capacidade soma de canal para Arranjo Linear considerando $\rho = 20$ dB, $K = 4$ e número de antenas variando de $M = 6$ até $M = 10$	31
Figura 3.4 – Arranjo Linear Não-Uniforme em Progressão Aritmética.	32
Figura 3.5 – Capacidade soma de canal para Arranjo Linear considerando $\rho = 20$ dB, $K = 4$ e número de antenas variando de $M = 6$ até $M = 10$	32
Figura 3.6 – Capacidade soma de canal para Arranjo Linear considerando $M = 20$ e $K = 10$	33
Figura 3.7 – Capacidade soma de canal para Arranjo Linear para os casos uniforme, PA e ótimo com variação do número de antenas de $M = 16$ até $M = 64$ e $\rho = 20$ dB.	34
Figura 3.8 – Capacidade soma de canal para Arranjo Retangular para casos uniforme, ótimo e força bruta.	35
Figura 3.9 – Arranjo Retangular Não-Uniforme em Progressão Aritmética.	36
Figura 3.10–Capacidade soma de canal para Arranjo Retangular para casos uniforme, PA e ótimo considerando $M = 25$ e $K = 10$	37
Figura 3.11–Capacidade soma de canal para Arranjo Retangular para casos uniforme, PA e ótimo com $\rho = 20$ dB, $M = 16$ até $M = 64$ e $K = 10$	37
Figura 3.12–Comparação entre MRC, ZF e MMSE para o canal de <i>uplink</i> de um sistema MU-MIMO, com $M = 6$ antenas e $K = 4$ usuários.	39
Figura 3.13–Capacidade de canal para arranjos lineares uniformes comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado. Jakes: $\mu = 0.4842$; Gauss: $\mu = 0.0625$; Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$	39
Figura 3.14–Capacidade de canal para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme: Modelo de Jakes com $\mu = 0.4842$	40
Figura 3.15–Capacidade de canal para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme: Modelo de Gauss com $\mu = 0.0625$	41
Figura 3.16–Capacidade de canal para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme: Modelo Sqrt com $\mu = 0.3752$	42

Figura 3.17–Capacidade de canal para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme: Modelo Exponencial com $\mu = 0.25$	42
Figura 3.18– <i>Sum-Rate</i> para arranjos lineares uniformes comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado com a utilização de MRC. Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$	43
Figura 3.19– <i>Sum-Rate</i> para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme com a utilização de MRC: Modelo Sqrt com $\mu = 0.3752$	44
Figura 3.20– <i>Sum-Rate</i> para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme com a utilização de MRC: Modelo Exponencial com $\mu = 0.25$	45
Figura 3.21– <i>Sum-Rate</i> para arranjos lineares uniformes comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado com a presença de ZF. Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$	46
Figura 3.22– <i>Sum-Rate</i> para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme com a utilização de ZF: Modelo Sqrt com $\mu = 0.3752$	46
Figura 3.23– <i>Sum-Rate</i> para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme com a utilização de ZF: Modelo Exponencial com $\mu = 0.25$	47
Figura 3.24– <i>Sum-Rate</i> para arranjos lineares uniformes comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado com a presença de MMSE. Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$	48
Figura 3.25– <i>Sum-Rate</i> para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme utilizando MMSE. Modelo Sqrt com $\mu = 0,3752$	48
Figura 3.26– <i>Sum-Rate</i> para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme utilizando MMSE. Modelo Exponencial com $\mu = 0,25$	49
Figura 3.27–Capacidade de canal para URA comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado. Jakes: $\mu = 0.4842$; Gauss: $\mu = 0.0625$; Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$	50
Figura 3.28–Capacidade de canal para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme: Modelo de Jakes com $\mu = 0.4842$	51
Figura 3.29–Capacidade de canal para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme: Modelo de Gauss com $\mu = 0.0625$	52
Figura 3.30–Capacidade de canal para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme: Modelo Sqrt com $\mu = 0.3752$	52
Figura 3.31–Capacidade de canal para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme: Modelo Exp com $\mu = 0.25$	53
Figura 3.32– <i>Sum-Rate</i> para URA comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado utilizando MRC na recepção. Gauss: $\mu = 0.0625$; Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$	54

Figura 3.33– <i>Sum-Rate</i> para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do MRC: Modelo de Gauss com $\mu = 0.0625$	55
Figura 3.34– <i>Sum-Rate</i> para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do MRC: Modelo Sqrt com $\mu = 0.3752$	55
Figura 3.35– <i>Sum-Rate</i> para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do MRC: Modelo Exp com $\mu = 0.25$	56
Figura 3.36– <i>Sum-Rate</i> para URA comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado utilizando ZF na recepção. Gauss: $\mu = 0.0625$; Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$	57
Figura 3.37– <i>Sum-Rate</i> para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do ZF: Modelo de Gauss com $\mu = 0.0625$	57
Figura 3.38– <i>Sum-Rate</i> para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do ZF: Modelo Sqrt com $\mu = 0.3752$	58
Figura 3.39– <i>Sum-Rate</i> para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do ZF: Modelo Exp com $\mu = 0.25$	58
Figura 3.40– <i>Sum-Rate</i> para URA comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado utilizando MMSE na recepção. Gauss: $\mu = 0.0625$; Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$	59
Figura 3.41– <i>Sum-Rate</i> para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do MMSE: Modelo de Gauss com $\mu = 0.0625$	60
Figura 3.42– <i>Sum-Rate</i> para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do MMSE: Modelo Sqrt com $\mu = 0.3752$	61
Figura 3.43– <i>Sum-Rate</i> para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do MMSE: Modelo Exp com $\mu = 0.25$	61

Lista de tabelas

Tabela 3.1 – Resultados das Comparações dos Arranjos Lineares.	43
Tabela 3.2 – Resultados das Comparações dos Arranjos Lineares com Presença dos Detectores.	49
Tabela 3.3 – Resultados das Comparações dos Arranjos Retangulares.	53
Tabela 3.4 – Resultados das Comparações dos Arranjos Retangulares com Presença dos Detectores.	62

Sumário

1	Introdução	15
2	Fundamentação Teórica	17
2.1	Arranjos de Antenas	17
2.2	MIMO	19
2.3	Otimização	21
2.3.1	Função fmincon	22
2.4	Correlação	23
2.5	Capacidade de Canal	23
2.6	Detectores Lineares	24
2.6.1	Maximum-Ratio Combining	24
2.6.2	Zero-Forcing	25
2.6.3	Minimum Mean Square Error	25
3	Simulações e Resultados	26
3.1	Modelagem do Sistema	26
3.1.1	Modelo Não-Correlacionado	27
3.1.2	Modelo Correlacionado	28
3.2	Análise para Arranjo Linear Não-Uniforme	29
3.3	Análise para Arranjo Retangular Não-Uniforme	34
3.4	Análise com Modelos Correlacionados e Presença de Detectores Lineares	37
3.4.1	Arranjos Lineares Não-Uniformes	38
3.4.1.1	Maximum Ratio Combining	42
3.4.1.2	Zero-Forcing	44
3.4.1.3	Minimum Mean Square Error	47
3.4.2	Arranjos Retangulares Não-Uniformes	50
3.4.2.1	Maximum Ratio Combining	53
3.4.2.2	Zero Forcing	56
3.4.2.3	Minimum Mean Square Error	59
	Conclusão	63
	Referências	65

1 Introdução

O avanço das tecnologias *wireless* nos últimos anos levou a sociedade a uma dependência de *smartphones*, *tablets* e outros dispositivos eletrônicos. Tais dispositivos passaram a ter grande utilidade por possibilitar armazenamento, transferência, visualização ou monitoramento de informação através de acesso à internet. Conseqüentemente, o contínuo crescimento da demanda levou à necessidade de maior capacidade utilização de dados impulsionando pesquisas visando encontrar novas soluções. Pesquisadores apontam o *massive* MIMO (MARZETTA, 2010; ALNAJJAR *et al.*, 2015; NGO, 2015) e *mmWave* (ondas milimétricas) (PI; KHAN, 2012; SUN *et al.*, 2014; AI *et al.*, 2017; RAPPAPORT *et al.*, 2015) como tecnologias candidatas a suprir a demanda pelos serviços *wireless*. Pode-se pensar em ondas milimétricas como um complemento essencial ao *massive* MIMO. Pequenos comprimentos de onda permitem dezenas, ou centenas de antenas em um arranjo ocupando pouco espaço físico na ERB. Assim, o *massive* MIMO busca aumentar a taxa de transferência de dados servindo múltiplos terminais com alta capacidade, melhor eficiência espectral e baixa energia por bit.

Soluções atuais são apropriadas para funcionalidades abaixo de 6 GHz, onde a diversidade de multiplexação espacial é usada como a melhor solução para o aumento da taxa de transferência de dados (ZHENG *et al.*, 2015). Notavelmente, o *massive* MIMO fornece ótimas taxas de transferência de dados onde os fatores de degradação de espalhamento de sinal causado pelo desvanecimento rápido em canais abaixo de 6 GHz desaparecem (MARZETTA, 2010). Por outro lado, a maioria das pesquisas envolvendo ondas milimétricas focou em sistemas SISO (*Single-Input Single-Output*) ou MIMO ponto-a-ponto. Problemas sobre se o *massive* MIMO preserva os mesmos ganhos em canais de comunicação por ondas milimétricas continuam sem resposta. Teoricamente, o desempenho do *massive* MIMO está relacionado à chamada propagação favorável (NGO *et al.*, 2014) a qual depende das propriedades de espalhamento do canal. Pesquisas feitas em diversos ambientes de propagação em ondas milimétricas (SUN *et al.*, 2014; AI *et al.*, 2017; RAPPAPORT *et al.*, 2015) mostram a existência de diversos casos de cenário fraco em espalhamento, o que significa que a propagação favorável é um parâmetro não alcançável. Outro fator a ser considerado é a correlação entre as antenas. No *massive* MIMO o número de antenas presentes em uma mesma área é grande, causando inevitáveis problemas relacionados à correlação. Mesmo em condições de propagação favorável, um grande número de antenas não alivia os problemas envolvendo a correlação (LOYKA, 2001; SHIU *et al.*, 2000; CHIARI *et al.*, 2003; LIU *et al.*, 2016; SMITH *et al.*, 2014).

Os canais de propagação fracos em espalhamento normalmente apresentam a componente em *line-of-sight* (linha de visada) como dominante (CHANDHAR *et al.*, 2016). A segunda maneira de aumentar a taxa transferência de um sistema MIMO é a através de *beamforming*. Tal técnica é padrão em processamento de sinais onde múltiplas antenas são adaptadas em fase de maneira a formar um feixe diretivo e concentrado em determinada região (LIBERTI; RAPPAPORT, 1999; ERTEL *et al.*, 1998). O *beamforming* pode ser usado tanto no transmissor e no receptor fornecendo ganhos significativos ao arranjo. A taxa de transferência é incrementada a medida que se aumenta o número de elementos no arranjo. Por outro lado, minimizar o número de antenas pode ser importante quando o peso, consumo e complexidade do *software/hardware* do dispositivo têm importância no custo total do sistema. Por este motivo, arranjos não-uniformes têm vantagens potenciais em relação a arranjos uniformes (KING; THOMAS, 1960) como aumento da resolução e controle/diminuição dos lóbulos secundários (MAFFETT, 1962).

A presente dissertação de mestrado tem por objetivo analisar o comportamento da capacidade soma de canal em *uplink* de um sistema MIMO multi-usuário contendo arranjos não-uniformes lineares e retangulares. O modelo prevê cenários onde a influência da linha de visada é a componente mais importante e onde existe correlação entre as antenas em um canal rico em espalhamento.

A busca pela capacidade de arranjos não-uniformes é feita através de simulações computacionais. O processo se inicia com a procura pela distância entre as antenas que maximiza a capacidade soma de canal usando algoritmos de maximização. Os algoritmos de busca computacional são utilizados porque não existe uma forma fechada para o cálculo de capacidade para arranjos não-uniformes. Assim, é proposto um segundo modelo de arranjo não-uniforme baseado em progressão aritmética como alternativa ao método numérico utilizado. A principal vantagem do arranjo proposto diz respeito à simplicidade. Então a performance dos arranjos não-uniformes e uniforme são analisadas considerando canais onde existe e onde não existe correlação. Também são considerados os efeitos no desempenho dos detectores lineares, *Maximum Ratio Combining* (MRC), *Zero-Forcing* (ZF) e *Minimum Mean Square Error* (MMSE), na recepção considerando canais havendo e não havendo correlação.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Arranjos de Antenas

As limitações do espectro de frequência disponível são alguns dos fatores que influenciam diretamente nos projetos de sistemas de comunicações. No que diz respeito a uma alternativa para tal, os agrupamentos com antenas posicionadas de forma organizada em um determinado espaço, denominados arranjos de antenas, são conhecidos como solução devido às melhorias que proporcionam ao sistema (GODARA, 1997). Podem ser aplicados em diferentes sistemas, como comunicação intersatélites, sistemas móveis terrestres e sistemas móveis por satélites. A aplicação dita como mais simples para o uso de um arranjo de antenas diz a respeito à cobertura de uma célula de comunicação através de formação de múltiplos feixes estocásticos, conhecida como setorização (DIAS, 2003).

Segundo (BALANIS, 2005), os parâmetros mais importantes em um projeto de um arranjo de antenas são o número de elementos presentes e o espaçamento entre os mesmos, amplitude e fase, diretividade, largura de meia potência e os níveis dos lóbulos laterais.

Algumas das melhorias dadas ao sistema de comunicação devido ao uso dos arranjos são o aumento da capacidade de canal, melhora na eficiência espectral, extensão da área de cobertura, ajuste do formato do feixe resultante, a compensação eletrônica das distorções de abertura e direcionamento de feixes múltiplos. Outras vantagens se dão quanto às reduções de, interferência de co-canal, desvanecimento por multipercurso, BER (Taxa de Erro de Bits), custo do sistema e da probabilidade de *outage*, também chamada de probabilidade de interrupção (GODARA, 1997). As vantagens serão destacadas a seguir, de acordo com (DIAS, 2003).

- Redução do Espelhamento e do Desvanecimento do Multipercurso: A propagação do sinal em multipercurso, que chega em diversas direções e distâncias percorridas provenientes de obstáculos e retardos, são a causa do espalhamento. O arranjo pode reduzir o problema através da formação de feixes e nulos que podem cancelar as componentes atrasadas tanto na transmissão, através da diretividade em uma determinada direção, quanto na recepção, através da diversidade ou cancelamento de componentes do sinal que chegam atrasadas e de diferentes direções em relação ao sinal principal.
- Redução da Interferência de Co-Canal: Através da propriedade presente na utiliza-

ção de arranjos de antenas conhecida como "filtragem espacial", é possível reduzir a interferência de co-canal na transmissão e na recepção. No caso da transmissão, o princípio é o mesmo considerado no caso de redução do espalhamento e desvanecimento, através da formação de um feixe diretivo direcionado a uma região onde se encontra o receptor. Na recepção, a redução da interferência se dá através da solução do chamado problema de feixe constricto, aonde nulos estão direcionados para regiões específicas após a obtenção das direções de chegada, conhecidas como DOA, do inglês, *Direction of Arrival*.

- **Melhora na Eficiência Espectral:** Dada uma alocação em determinada faixa do espectro de frequências, quanto maior a quantidade de tráfego de dados que um sistema consegue manipular, maior será a sua eficiência espectral. Portanto, se houver um crescente número de usuários em um sistema onde não ocorre perda de desempenho, este sistema tem aumentada sua eficiência espectral. Um arranjo de antenas permite uma maior quantidade de usuários presentes no sistema sem que haja perda de desempenho em relação à utilização de uma única antena.
- **Redução da BER:** Está diretamente relacionada à redução da interferência de co-canal, pelo fato de que tal redução consequentemente reduz a BER para um dado valor de SNR.
- **Redução da Probabilidade de *Outage*:** Assim como no caso da BER, a redução da probabilidade de *outage* está diretamente relacionada à redução da interferência de co-canal. A probabilidade de *outage* é definida como a probabilidade de que o sinal recebido seja inferior a um limiar estabelecido (MORAES *et al.*, 2009), resultando na possibilidade de um canal ter seu funcionamento interrompido devido ao aumento da taxa de erros de dados no sistema. Estas interrupções podem ter como causa a interferência de co-canal que, reduzida através do uso dos arranjos, consequentemente reduz a probabilidade de ocorrência de uma interrupção.
- **Aumento da Eficiência de Transmissão:** Um arranjo já apresenta vantagens em relação a uma única antena devido a questões de diretividade. Outro fator que contribui para a eficiência de transmissão diz respeito à potência transmitida pelas antenas. Em um sistema que possui uma única antena, toda a potência da ERB é transmitida por ela mesma, enquanto que em um arranjo a potência transmitida por cada antena é menor. A natureza diretiva do arranjo contribui ainda mais para que a potência emitida pelas antenas seja ainda menor do que a necessária quando se considera uma única antena. Dessa maneira, a eficiência do sistema é aumentada e a complexidade é menor.

- Alocação Dinâmica de Canais: Os arranjos possibilitam que se modifique o contorno externo da célula de comunicação e que a alocação aconteça de maneira dinâmica, de acordo com as condições de tráfego ao contrário do sistema de comunicações móveis convencional onde a alocação é estática, com um número de canais definidos que independem da demanda.
- Redução da Taxa de *Handoffs*: Os *handoffs* acontecem quando os usuários transitam de uma célula de comunicação para outra. Os arranjos de antenas permitem que a capacidade dentro da célula seja aumentada de forma que se diminua a necessidade de criação de novas células por divisão, para que a demanda seja atendida e, conseqüentemente, se diminuam as taxas de *handoffs*.

De forma a exemplificar arranjos de antenas, na sequência estão representados, respectivamente, o Arranjo Linear Uniforme e o Arranjo Retangular Uniforme, que são a base do presente trabalho.

O Arranjo Linear Uniforme, do inglês *Uniform Linear Array*, ULA, é um sistema unidimensional de antenas em que os elementos estão dispostos sobre uma linha reta, conforme representado na Figura 2.1.

O Arranjo Retangular Uniforme, do inglês *Uniform Rectangular Array*, URA, é um sistema bidimensional de antenas em que os elementos estão dispostos sobre um plano, conforme representado na Figura 2.2. O URA é também conhecido como UPA, *Uniform Planar Array*, o Arranjo Planar Uniforme, ou um caso específico do mesmo, conhecido como USA, *Uniforme Square Array*, o Arranjo Quadrangular Uniforme.

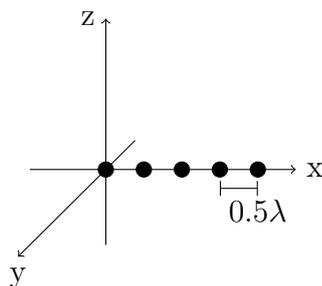


Figura 2.1 – Arranjo Linear Uniforme

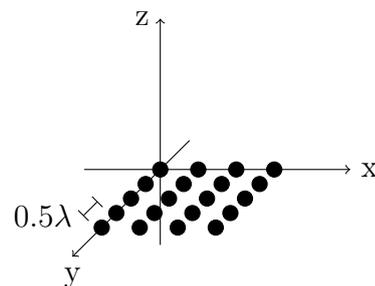


Figura 2.2 – Arranjo Retangular Uniforme

2.2 MIMO

Multiple-Input Multiple-Output, MIMO, é uma técnica de uso de múltiplas antenas na transmissão e recepção que visa melhora do desempenho, como ganhos de potência e de graus de liberdade, e maior confiança no *link* de comunicação. Dessa forma,

é considerada uma ferramenta importante para o aumento da capacidade de canal do sistema se mostrando promissora para suprir as crescentes demandas de taxa de dados (NGO, 2015; YOU; WANG, 2015; TSE; VISWANATH, 2005; MARZETTA, 2010). É dita como uma das tecnologias chave para o 5G (ALNAJJAR *et al.*, 2015).

Ao se considerar um sistema onde uma ERB provida de uma grande quantidade de antenas se comunica com um número de usuários distribuídos em uma célula de comunicação, onde cada um representa uma antena, temos o caso conhecido como MU-MIMO, *Multiuser* MIMO, o MIMO Multi-usuário. Nele, os usuários se comunicam com a ERB através de dois canais de comunicação, chamados *downlink* e *uplink*. No primeiro, as antenas presentes na ERB são as transmissoras do sinal a ser enviado, enquanto os usuários são os receptores e, no segundo, os usuários são os transmissores e as antenas na ERB as receptoras. Quando o número de elementos é grande, o sistema recebe o nome de *Massive* MIMO, o MIMO Massivo (NGO, 2015).

Algumas das vantagens alcançadas com o uso de múltiplas antenas em um sistema de comunicação como, Eficiência Espectral, Possibilidade de Redução de Interferência e Eficiência da Potência de Transmissão foram destacados na seção 2.1, outras podem ser, segundo (YOU; WANG, 2015) e (NGO, 2015):

- **Confiabilidade do Link:** O maior número de elementos permite maior número de graus de liberdade. Quanto maior o número de graus de liberdade do sistema, maior os valores de transferência de dados e maior a confiança no sistema.
- **Processamento Simples de Sinal:** Teóricamente, o desempenho do sistema MIMO está condicionado à chamada propagação favorável (*Favorable Propagation*). Nestas condições, os vetores de canal entre os usuários e a ERB se tornam próximos de serem ortogonais. Assim, os efeitos de interferência e ruído podem ser eliminados com pré-codificação linear no *downlink* e decodificação linear no *uplink*, reduzindo significativamente o processamento do sinal.

No entanto, existem algumas desvantagens, segundo (NGO, 2015):

- **Interferência de Multi-usuário:** Apesar de o problema da interferência ser tratado com técnicas na recepção, tais como DPC, *Dirty Paper Coding*, no *downlink* e o detector de Máxima Verossimilhança, ML, *Maximum Likelihood*, no *uplink*, ambos são de grande complexidade de implementação.
- **Programação de Usuários:** Com vários usuários usando os mesmos recursos de tempo-frequência, sistemas de programação buscam a seleção ótima de grupos de

usuários dependendo de pré-codificadores, esquemas de detecção e conhecimento do canal. Tal fato aumenta o custo do sistema.

- Obtenção do CSI (*Channel State Information*): De forma a alcançar o ganho de multiplexação espacial, existe a necessidade de que a ERB processe o sinal recebido coerentemente. Isso exige uma precisa atualização momentânea do CSI.

2.3 Otimização

A palavra otimizar significa a busca para encontrar a melhor solução, máxima ou mínima, para um determinado problema. A otimização acontece através de alguns passos para o planejamento e estudo do referido problema. É necessário que se identifiquem as variáveis, a função objetivo, também chamada de função de custo, e as restrições, que podem existir ou não, dependendo da região onde está contido o problema a ser otimizado (PATRIKSSON, 2016).

Matematicamente, um problema de otimização é modelado através de um conjunto de restrições S e uma função objetivo f que mapeia os elementos de S dentro dos números reais. O conjunto S está contido de possíveis decisões x e a função $f(x)$ é o custo, uma medida escalar de indesejáveis escolhas de x . Uma decisão ótima significa a escolha de um $x^* \in S$, tal que, segundo (BERTSEKAS, 1999),

$$f(x^*) \leq f(x), \forall x \in S. \quad (2.1)$$

Os problemas de otimização são classificados de acordo com sua estrutura, sendo os existentes:

- Otimização Linear, onde a função objetivo e as restrições são funções de 1º grau;
- Otimização Não-Linear, onde a função objetivo e/ou algumas das restrições não são funções lineares;
- Otimização Contínua, onde a função objetivo é contínua em um conjunto aberto contendo S , sendo S fechado e convexo;
- Otimização Inteira, onde $S \subseteq \{0, 1\}^n$ ou $S \subseteq \mathbb{Z}^n$;
- Otimização Irrestrita, onde $S = \mathbb{R}^n$;
- Otimização Restrita, onde $S \subset \mathbb{R}^n$;
- Otimização Diferenciável, onde a função objetivo é, ao menos uma vez, contínua e diferenciável em um conjunto aberto contendo S . S é fechado e convexo;

- Otimização Não-Diferenciável, onde pelo menos uma das funções objetivo, quando existir mais de uma, é não-diferenciável;
- Otimização Convexa, quando a função f é convexa e g é côncava e afim. S é fechado e convexo;
- Otimização Não-Convexa, é o complemento do caso da Otimização Convexa (PATRIKSSON, 2016).

A representação de um problema de otimização pode ser na forma:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar} && f(x) \\ & \text{sujeito a} && g_i(x) \leq 0 \quad i = 0, 1, \dots, j \\ & && h_i(x) = 0 \quad i = 0, 1, \dots, p. \end{aligned}$$

2.3.1 Função `fmincon`

O *software* MATLAB R2016b, utilizado neste trabalho como ferramenta de simulações, apresenta em sua biblioteca a função destinada a problemas de otimização chamada *fmincon*. Esta função, introduzida ao *toolbox* de otimização do *software* em versão anterior à R2006a, tem como objetivo encontrar o valor mínimo de uma função não-linear multivariável. O problema pode ser especificado da seguinte forma:

$$\min_{\mathbf{x}} f(x) \text{ tal que } \begin{cases} \mathbf{c}(x) \leq 0 \\ \mathbf{c}_{\text{eq}}(x) = 0 \\ \mathbf{A} \cdot x \leq \mathbf{b} \\ \mathbf{A}_{\text{eq}} \cdot x = \mathbf{b}_{\text{eq}} \\ lb \leq x \leq ub, \end{cases}$$

onde $\mathbf{c}(x)$ e $\mathbf{c}_{\text{eq}}(x)$ são funções que retornam vetores, \mathbf{b} e \mathbf{b}_{eq} são vetores, \mathbf{A} e \mathbf{A}_{eq} são matrizes, lb e ub são limitantes inferior e superior, respectivamente, e $f(x)$ é uma função que retorna um escalar.

A sintaxe da função é definida como:

$$[\mathbf{x}, fval] = \text{fmincon}(\text{fun}, x_0, \mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{A}_{\text{eq}}, \mathbf{b}_{\text{eq}}, lb, ub, \text{nonlcon}, \text{options}),$$

onde \mathbf{x} é o vetor correspondente ao valor mínimo da função objetivo, $fval$ é o valor mínimo encontrado pelo algoritmo, fun é a função objetivo, x_0 é o ponto inicial de busca, \mathbf{A} , \mathbf{b} , \mathbf{A}_{eq} , \mathbf{b}_{eq} correspondem às restrições de desigualdade e igualdade, lb e ub são os limitantes inferior e superior, respectivamente, nonlcon representa as restrições não-lineares e options representa as opções de otimização (MATHWORKS, 2008).

2.4 Correlação

Correlação é uma grandeza definida por (KENNY, 1979) como a relação estatística entre um conjunto de variáveis. É medida através do chamado coeficiente de correlação, representado na equação (2.2) pela variável κ , onde X e Y são duas variáveis aleatórias independentes.

$$\kappa_{X,Y} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{var}(X)\text{var}(Y)}} \quad (2.2)$$

Se $\kappa_{X,Y} \neq 0$, implica-se que as variáveis X e Y são ditas correlacionadas e, se caso a covariância entre X e Y seja igual a zero, $\text{cov}(X, Y) = 0$, são ditas não-correlacionadas. O coeficiente de correlação deve ser sempre, em magnitude, um valor menor que um, ou seja, $|\kappa_{X,Y}| \leq 1$ (KAY, 2007).

2.5 Capacidade de Canal

Capacidade de canal é definida por (COVER; THOMAS, 2006) em termos de informação para um canal discreto sem memória, como

$$C = \arg \max_{p(\mathbf{x})} I(X; Y). \quad (2.3)$$

O significado dessa equação é que a capacidade de canal discreto sem memória é o máximo de informação mútua entre as variáveis X , entrada, e Y , saída do sistema.

É definida por (TSE; VISWANATH, 2005), como a medida básica de desempenho. A taxa máxima de comunicação para a qual arbitrariamente pequenos erros de probabilidade podem ser alcançados. Ou seja, é a taxa em que se pode mapear uma sequência de entrada para uma transmissão de mensagem com baixa probabilidade de erro e reconstruir a mesma na saída.

No caso do sistema MIMO, considerando dois arranjos na transmissão e recepção com N elementos em cada, gerando uma matriz de canal com dimensões $N \times N$ onde existe presença do Ruído Branco Gaussiano Aditivo (AWGN). Considerando que o vetor transmitido é composto de componentes estatisticamente independentes de potência, com distribuição Gaussiana, e assumindo que o receptor conhece o canal, a capacidade, então, é calculada através de

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{n} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right), \quad (2.4)$$

onde \mathbf{I} é matriz identidade, ρ é o valor da SNR e $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ é a matriz Gramiana, $(*)^H$ significa o conjugado transposto, ou Hermitiana. A Capacidade de Canal é dada em *bits/s/Hz*.

Ao se considerar o canal em desvanecimento, a capacidade do canal MIMO Multi-usuário, onde o canal varia com o tempo depende, além da definição de capacidade, também da disponibilidade das informações de canal. Com o conhecimento destas informações, ditas perfeitas quando os ganhos instantâneos do canal são conhecidos no transmissor e receptor, o sistema é visto como canais paralelos sem interferência que compartilham da mesma limitação de potência. Assim, a capacidade ergódica, ou capacidade soma, pode ser obtida como uma média dessas capacidades de canais paralelos. Esta média é feita com respeito às estatísticas do canal. A capacidade soma, então, é calculada através de

$$C = \log_2 |\det (\mathbf{I} + \rho \mathbf{H}^H \mathbf{H})| \quad (2.5)$$

2.6 Detectores Lineares

Um dos principais componentes de um sistema MIMO é o detector. Para o canal de *uplink*, o detector ML, atinge o desempenho ótimo em termos de taxa de erros, no entanto devido a sua complexidade de implementação é dito como não factível para situações práticas. Sendo assim, uma alternativa a essa situação são os detectores lineares, como MRC, ZF e MMSE (ERASLAN *et al.*, 2013). Cada um dos detectores lineares serão analisados na sequência, segundo (NGO, 2015).

2.6.1 Maximum-Ratio Combining

A presença do MRC na recepção significa que a ERB está em busca de maximizar a SNR recebida de cada *stream*, ignorando a interferência de multi-usuário. A SINR para o MRC é calculada através da equação (2.6).

$$\text{SINR}_{\text{MRC},K} = \frac{\rho \|\mathbf{h}_K\|^4}{\rho \sum_{K' \neq K} |\mathbf{h}_K^H \mathbf{h}_{K'}|^2 + \|\mathbf{h}_K\|^2} \quad (2.6)$$

A vantagem da utilização do MRC no receptor diz respeito à simplicidade de se trabalhar com o sinal recebido. O vetor recebido é multiplicado pelo conjugado-transposto da matriz de canal \mathbf{H} , e então cada *stream* é detectada separadamente. Outro fator é que em baixa SNR, o MRC consegue alcançar o mesmo ganho que o caso de um único usuário.

2.6.2 Zero-Forcing

O ZF, ao contrário do MRC, leva em conta a interferência de multi-usuário, mas negligencia o ruído. A interferência de multi-usuário é completamente anulada pela projeção de cada *stream* dentro do complemento ortogonal da interferência, de maneira que a k -ésima coluna da matriz de recepção, chamada \mathbf{A} , satisfaça:

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{zf,k}^H \mathbf{h}_k \neq 0 \\ \mathbf{a}_{zf,k}^H \mathbf{h}_{k'} = 0, \quad \forall k' \neq k \end{cases} . \quad (2.7)$$

onde \mathbf{a}_k^H é o Hermitiano da k -ésima coluna de \mathbf{A} .

A matriz que satisfaz a equação (2.7) é a pseudo-inversa da matriz de canal. Portanto, a condição de existência da matriz de canal é que $M \geq K$. A SINR pode então ser calculada através da equação (2.8).

$$\text{SINR}_{ZF,K} = \frac{\rho}{\text{Tr}[(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}]} \quad (2.8)$$

As vantagens da utilização do ZF são a simplicidade do processamento do sinal e do bom desempenho do mesmo em casos cenários com interferência limitada, além de a SNR conseguir ser aumentada com o aumento da potência transmitida.

Em relação às desvantagens, o ZF tem um desempenho ruim em cenários ruidosos devido ao fato de não considerar o ruído em seu equacionamento. Outro fator diz respeito à matriz pseudo-inversa que potencializa o ruído significativamente se o canal não for bem condicionado.

2.6.3 Minimum Mean Square Error

O MMSE é o detector linear que busca o mínimo erro quadrático entre os sinais transmitido e estimado. É conhecido por maximizar a SINR recebida, a qual é calculada através da equação (2.9), segundo (JIANG *et al.*, 2011).

$$\text{SINR}_{MMSE,K} = \frac{\rho}{\text{Tr}[(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{1}{\rho} \mathbf{I})^{-1}]} - 1, \quad (2.9)$$

Entre o MRC, ZF e MMSE, o MMSE é o detector que produz o melhor desempenho, sendo assim considerado o caso ótimo para valores de baixa e alta SNR.

3 Simulações e Resultados

O objetivo do presente trabalho é otimizar a capacidade soma de canal de sistemas MU-MIMO com a presença de arranjos lineares e retangulares na ERB através da modificação do posicionamento das antenas sem que se modifique o tamanho do arranjo e tornando-os não-uniformes. Com a otimização, os arranjos deixam de ser uniformes tornando-se não-uniformes, pois cada distância entre elementos varia individualmente. É utilizado um algoritmo numérico, chamado *fmincon*, presente no *software* MATLAB R2016b, que busca o vetor de distâncias entre as antenas que maximiza a capacidade. Tal método é utilizado por não existir uma forma fechada para o cálculo da capacidade de arranjos não-uniformes. Como alternativa ao arranjo obtido através do método numérico, é proposto um modelo de arranjo onde o distanciamento das antenas é baseado em uma progressão aritmética.

Posteriormente, serão aplicados ao sistema modelos diferentes de correlação de forma a estudar o desempenho do mesmo sob condições como oscilação, desvanecimento e decaimento, e finalmente, a aplicação dos detectores lineares, MRC, ZF e MMSE.

Os resultados são apresentados nas seções presentes no decorrer do capítulo.

3.1 Modelagem do Sistema

O sistema é modelado de forma a considerar os efeitos da correlação no desempenho dos arranjos, uniforme e não-uniformes, e também do caso onde a mesma não está presente.

Considerando K usuários presentes em uma célula de comunicação, onde cada um representa uma antena, se comunicando com M antenas receptoras, o modelo do *uplink* é dado através de

$$\mathbf{y} = \sqrt{P}\mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n}, \quad (3.1)$$

onde \mathbf{y} é o vetor de sinais recebidos, o sinal proveniente dos usuários é definido como $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{K \times 1}$, sendo \mathbf{s} Gaussiano com componentes de mesma potência dada por P . O vetor \mathbf{n} é o Ruído Branco Gaussiano Aditivo (AWGN) definido através de $\mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2)$. A matriz \mathbf{H} é a matriz de canal definida como $\mathbb{C}^{M \times K}$. As informações de CSI são assumidas apenas na recepção. O modelo de canal considerado foi adotado em (MARZETTA, 2010) onde são consideradas estatísticas de desvanecimento lento modeladas através de distribuição

lognormal. Portanto,

$$P = b^2 \beta, \quad (3.2)$$

onde b é a constante de normalização e a variável aleatória β é dada por

$$\beta = \frac{z}{r^\gamma}, \quad (3.3)$$

onde z é uma distribuição lognormal. A distância r representa a distância entre o k -ésimo usuário e a ERB. A variável γ é o expoente de decaimento da perda de percurso.

No que diz respeito à correlação ou a não-correlação das antenas na ERB, a definição ocorre através modelagem das entradas da matriz de canal. Tais modelos estão presentes em 3.1.1 para o chamado não-correlacionado e em 3.1.2 para o correlacionado.

3.1.1 Modelo Não-Correlacionado

As entradas da matriz da matriz \mathbf{H} são modeladas através da equação

$$h_{m,k} = A e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} d_{m,k}}, \quad (3.4)$$

onde $h_{m,k}$ é o coeficiente de canal entre a m -ésima antena e o k -ésimo usuário, A representa todas as constantes relevantes como rotação de fase e atenuação, λ é o comprimento de onda e $d_{m,k}$ é a distância entre a m -ésima antena e o k -ésimo usuário. Dessa maneira, as entradas da matriz de canal em termos dos usuários pode ser definida como,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_2 & \dots & \mathbf{h}_k \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

De acordo com (MARZETTA, 2010), o contexto do *massive* MIMO pressupõe que os vetores referentes aos usuários sejam ortogonais para o *uplink*, o que significa

$$\mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_j = \begin{cases} 0, & i \neq j \quad i, j = 1, \dots, K \\ \|\mathbf{h}_k\|^2 \neq 0, & k = 1, \dots, k \end{cases}. \quad (3.6)$$

Essa condição nunca será de fato alcançada na prática, no entanto uma aproximação é possível, conforme (NGO *et al.*, 2014)

$$\frac{1}{M} \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_j \rightarrow 0 \text{ quando } M \rightarrow \infty. \quad (3.7)$$

3.1.2 Modelo Correlacionado

A caracterização dos efeitos causados pela correlação entre as antenas que influenciam no link de comunicação entre os usuários e a ERB segundo (ALNAJJAR *et al.*, 2015), se dá através da matriz \mathbf{H} , remodelada de forma que

$$\mathbf{H}_{(c)} = \mathbf{R}_r^{\frac{1}{2}} \mathbf{U}, \quad (3.8)$$

onde $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{M \times K}$ possui todas as entradas i.i.d. $\mathcal{CN}(0,1)$ e $\mathbf{R}_r \in \mathbb{R}^{M \times M}$ é a matriz de correlação entre os elementos. Sendo r_{ij} o elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna de \mathbf{R}_r , então a matriz de correlação é construída de acordo com os modelos de correlação desejados apresentados, analisados em (LOYKA, 2001), (SMITH *et al.*, 2014) e (ALNAJJAR *et al.*, 2015), a seguir:

- Jakes: $r_{i,j} = J_0(2\pi\mu d_{i,j})$, onde J_0 é a função de Bessel de ordem zero.
- Gaussiano (Gauss): $r_{i,j} = \mu^{d_{i,j}^2}$.
- Raiz Quadrada (Sqrt): $r_{i,j} = \mu^{\sqrt{d_{i,j}}}$.
- Exponencial (Exp): $r_{i,j} = \mu^{d_{i,j}}$.

Os modelos são escolhidos pela sua simplicidade e pela habilidade de modelar uma grande quantidade de comportamentos correlacionais mediante a alteração de um único parâmetro μ , que deve estar limitado entre $0 < \mu < 1$ (ALNAJJAR *et al.*, 2015), com $d_{ij} = |d_i - d_j|$ representando a distância entre todos os elementos do arranjo.

Em (SMITH *et al.*, 2014), é feita a parametrização dos modelos supracitados através da chamada "distância de descorrelação". Tal parâmetro consiste na distância em termos de comprimento de onda entre duas antenas para a qual o sinal recebido pelos elementos tenha os efeitos de multipercurso minimizados, e conseqüentemente, a correlação também é minimizada. A parametrização do modelo se dá através de μ , cujo valor é determinado para que a distância entre as antenas seja de meio comprimento de onda e a correlação caia pela metade. A Figura 3.1, reproduzida de (SMITH *et al.*, 2014) mostra o comportamento dos modelos após a parametrização.

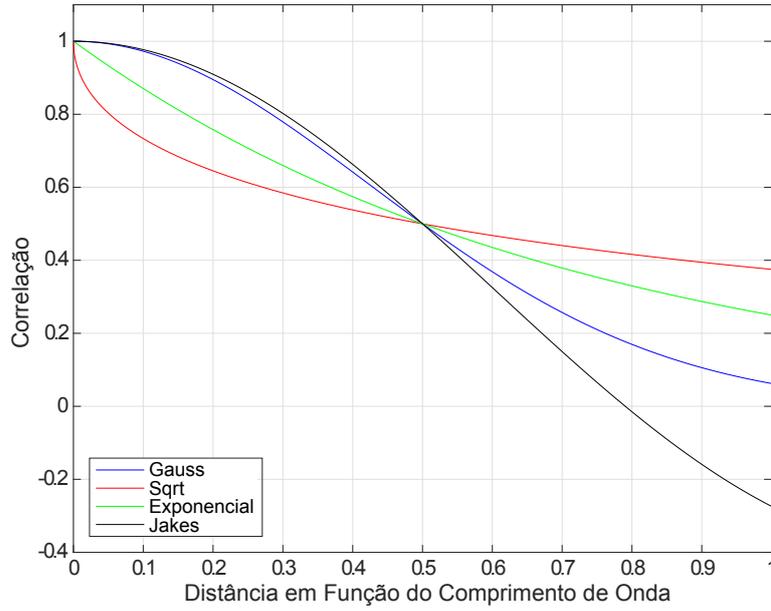


Figura 3.1 – Comportamento dos modelos de correlação parametrizados pela Distância de Descorrelação.

3.2 Análise para Arranjo Linear Não-Uniforme

O problema de otimização para o caso dos arranjo lineares pode ser descrito como:

$$\begin{aligned} & \text{maximizar} && C_{ULA}(\mathbf{d}_x) \\ & \text{sujeito a} && \sum_{m=1}^{M-1} d_m^x \leq \frac{\lambda(M-1)}{2} \\ & && d_1^x > 0, \dots, d_{M-1}^x > 0. \end{aligned}$$

O algoritmo de otimização encontrará um vetor ótimo de distâncias tal que

$$\mathbf{d}_x^{(otimo)} = \arg \max_{\mathbf{d}_x \in \mathbb{R}^M} C_{ULA}(\mathbf{d}_x). \quad (3.9)$$

Inicialmente, o vetor de usuários é definido como em (3.10) para que as distâncias entre as antenas sejam consideradas individualmente

$$\mathbf{h}_k = A \begin{bmatrix} 1 & e^{-i2\pi \frac{d_1}{\lambda} \text{sen}(\theta_1)} \\ \dots & e^{-i2\pi \frac{d_{(M-1)}}{\lambda} \text{sen}(\theta_K)} \end{bmatrix}^T \quad (3.10)$$

onde $-\pi/2 < \theta_i < \pi/2$, $1 \leq i \leq K$ é uniformemente distribuído. Os vetores são associados em colunas formando a matriz de canal \mathbf{H} e, posteriormente é feito o cálculo de $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ que consiste da multiplicação da conjugada transposta \mathbf{H}^H com \mathbf{H} , também chamada de matriz Hermitiana, ou Gramiana. O cálculo é feito conforme a equação (3.11)

$$\mathbf{H}^H \mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_i & \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_j \\ \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_i & \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j \end{pmatrix} \text{ para } i \neq j. \quad (3.11)$$

E finalmente, a capacidade de canal é calculada com a utilização da equação (3.12)

$$C = \log_2 |\det(\mathbf{I} + \rho \mathbf{H}^H \mathbf{H})|, \quad (3.12)$$

onde ρ é definido como $\frac{P}{\sigma^2}$.

Para todos os casos não-correlacionados a capacidade de canal é calculada através do modelo presente nas equações (3.10), (3.11) e (3.12).

Considerando $M = 5$ antenas na ERB e $K = 4$ usuários, o teste de sanidade foi feito comparando o algoritmo de maximização da capacidade, o código de busca por força bruta e o arranjo uniforme. O resultado obtido está presente na Figura 3.2 e mostra que a modificação do posicionamento das antenas na ERB produz ganho de capacidade soma de canal. O comportamento do algoritmo de maximização teve grande similaridade com o comportamento do código de força bruta, que devido à sua complexidade computacional será descartado das próximas simulações.

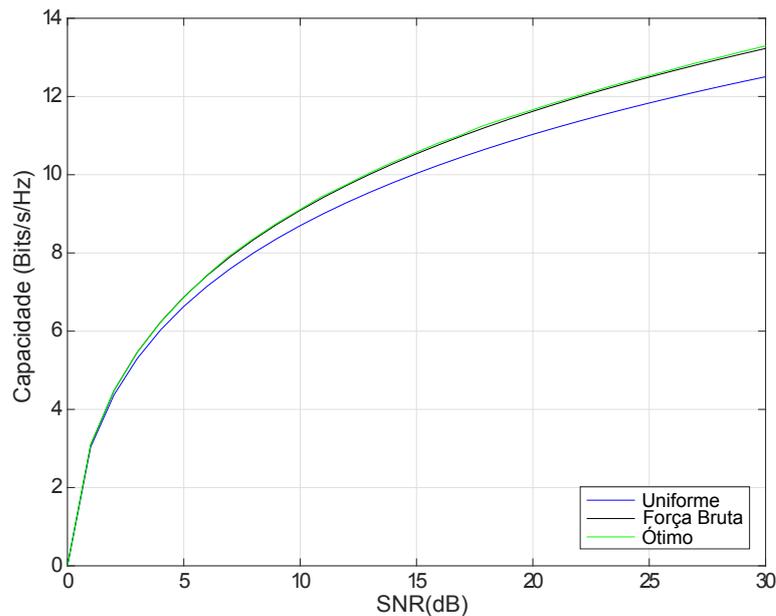


Figura 3.2 – Capacidade soma de canal para Arranjo Linear considerando casos uniforme, força bruta e ótimo para $M = 5$ e $K = 4$.

O ganho proveniente da otimização possibilitou novas formas de análises e comparações em relação ao arranjo ótimo e o uniforme. Estabelecendo-se um valor fixo para SNR, ρ , de 20 dB, mantendo o mesmo número de usuários do caso anterior e variando o número de antenas na ERB de $M = 6$ até $M = 10$, é possível ver o ganho fornecido pela otimização como na Figura 3.3.

Os resultados mostram que com o aumento do número de antenas na recepção os ganhos de otimização se tornam ainda maiores para um dado valor de ρ . No entanto,

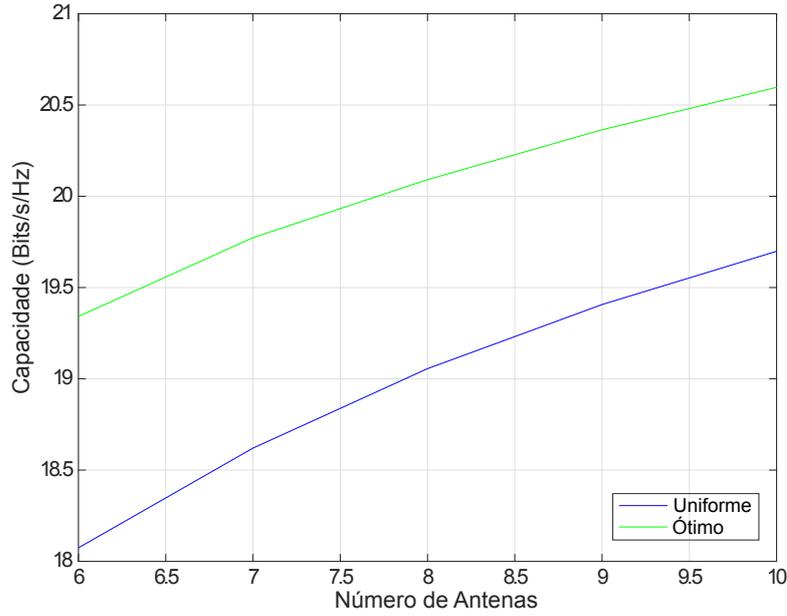


Figura 3.3 – Capacidade soma de canal para Arranjo Linear considerando $\rho = 20$ dB, $K = 4$ e número de antenas variando de $M = 6$ até $M = 10$.

à medida que o número de antenas aumenta, o vetor ótimo apresenta a caracterização de sobreposição de elementos, onde a distância de d_i até d_{i+1} , sendo i um índice indicando a posição do elemento dentro do vetor de distâncias tal que $0 < i < M - 1$, é muito pequena, estabelecendo-se na ordem de 10^{-6} para $M = 6$ e na ordem de 10^{-7} para $M = 10$, devido às limitações de tamanho do arranjo. As sobreposições aconteciam entre as duas primeiras antenas do arranjo. Tal fato gera uma alteração na natureza do arranjo e a solução para o problema encontrado veio através da observação dos vetores de distanciamento para os números de antenas presentes na Figura 3.3. Foi possível perceber que as distâncias entre as antenas no arranjo aumentavam para a seguinte em relação à anterior. Ou seja, no vetor de distâncias \mathbf{d}_x^{otimo} , a componente d_2 era maior do que d_1 , d_3 era maior que d_2 , de tal forma o resultado tendia a ser descrito como $\mathbf{d}_x^{otimo} = [d_1 < d_2 < d_3, \dots, d_M]$, mas sem um padrão específico, ou regra sobre o quanto a diferença entre os valores variava. Diante destes resultados, foi proposto um modelo de arranjo baseado em uma progressão aritmética, chamado de PA, no qual a razão é $\frac{\lambda}{M}$. O vetor de distanciamento para o modelo de arranjo proposto segue a seguinte forma:

$$\mathbf{d}_x^{PA} = \left[0 \quad \frac{\lambda}{M} \quad \frac{2\lambda}{M} \quad \dots \quad \frac{(M-1)\lambda}{M} \right]. \quad (3.13)$$

Uma representação da forma em que os elementos estão dispostos no arranjo proposto pode ser visto na Figura 3.4, onde as antenas se distanciam seguindo o padrão do vetor \mathbf{d}_x^{PA} .

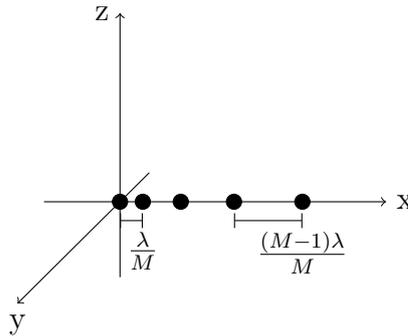


Figura 3.4 – Arranjo Linear Não-Uniforme em Progressão Aritmética.

O arranjo PA foi, então, incluído na comparação com os casos uniforme e ótimo inicialmente considerando os mesmos números de antenas e usuários, além do mesmo valor de ρ . Os resultados aparecem na Figura 3.5. O ganho promovido pelo PA em relação ao caso uniforme foi considerável, tal que os valores foram mais próximos do resultado ótimo e, à medida que o número de antenas cresce, os valores de capacidade alcançados pelo PA tendem a se aproximar do ótimo a uma taxa maior do que o uniforme.

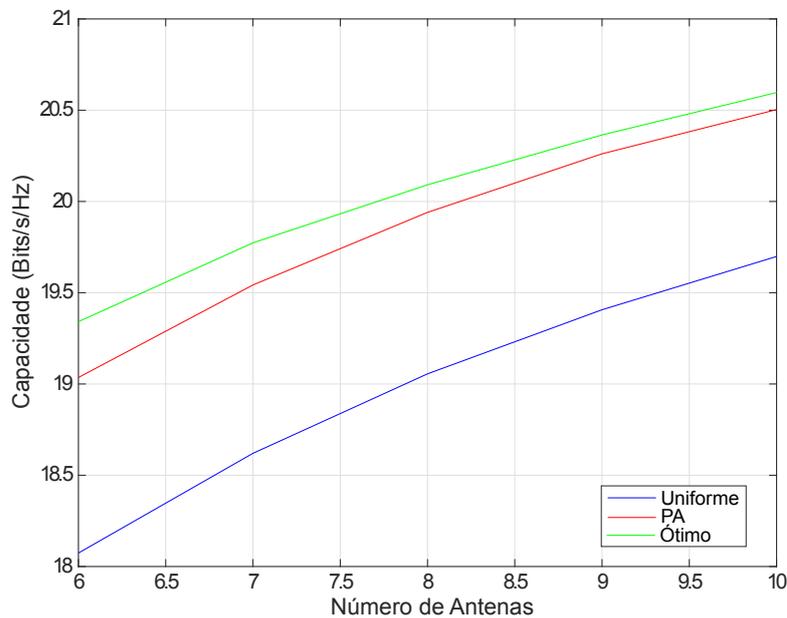


Figura 3.5 – Capacidade soma de canal para Arranjo Linear considerando $\rho = 20\text{dB}$, $K = 4$ e número de antenas variando de $M = 6$ até $M = 10$.

Uma outra análise se referindo a um número de fixo de antenas e variando ρ pode ser vista na Figura 3.6, em que são consideradas $M = 20$ antenas na ERB se comunicando agora com $K = 10$ usuários. Os resultados mostram as vantagens da utilização dos arranjos não-uniformes também para um número maior de antenas e de usuários. À medida que o número de antenas cresce, os ganhos da utilização dos arranjos não-uniformes

ficam menores e o arranjo proposto se aproxima mais do desempenho do ótimo, assim como mostrado anteriormente.

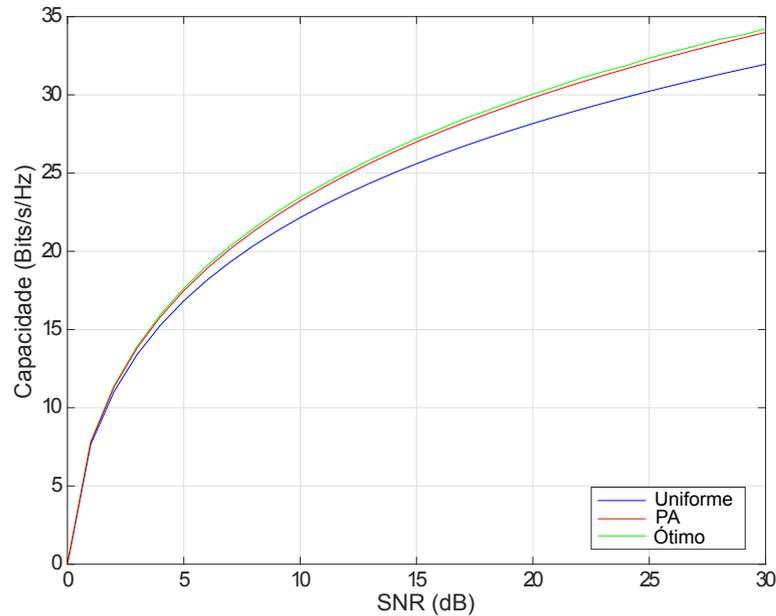


Figura 3.6 – Capacidade soma de canal para Arranjo Linear considerando $M = 20$ e $K = 10$.

O mesmo pode ser percebido ao se analisar os resultados presentes na Figura 3.7. Os mesmos $K = 10$ usuários são considerados do cenário apresentado na Figura 3.6, no entanto manteremos a SNR novamente fixa em $\rho = 20$ dB e o número de antenas variará de $M = 16$ até $M = 64$. O arranjo ótimo segue produzindo valores de capacidade bem superiores ao caso uniforme. Para $M = 16$, o ganho de otimização da utilização do arranjo ótimo é de aproximadamente 4 Bits/s/Hz em relação ao uniforme, mas a mesma análise feita para $M = 64$ mostra a diminuição deste ganho para um valor inferior a 2 Bits/s/Hz. No caso do PA, uma interpretação de resultados similar pode ser feita. A vantagem em relação ao arranjo uniforme diminui com o aumento do número de antenas, e também a desvantagem em relação ao arranjo ótimo. Assim como nos casos anteriores, o desempenho do PA foi mais próxima do ótimo.

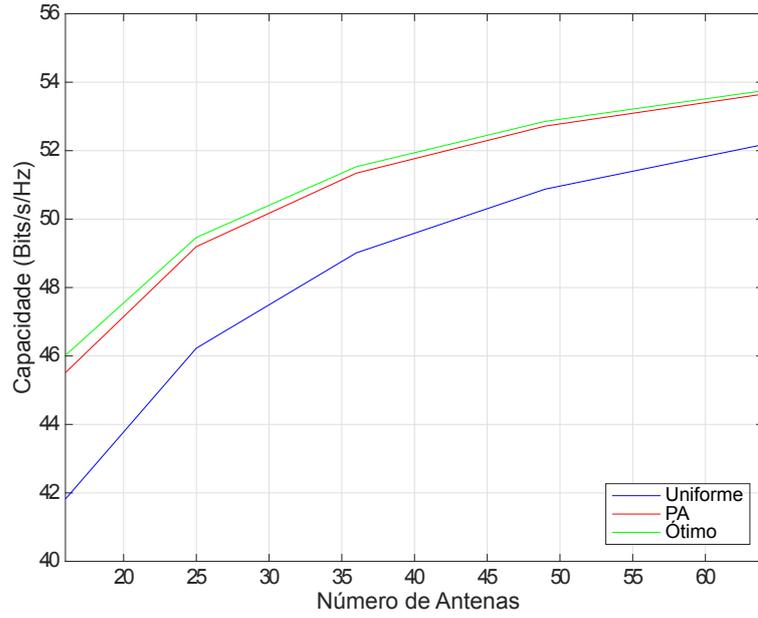


Figura 3.7 – Capacidade soma de canal para Arranjo Linear para os casos uniforme, PA e ótimo com variação do número de antenas de $M = 16$ até $M = 64$ e $\rho = 20$ dB.

3.3 Análise para Arranjo Retangular Não-Uniforme

O problema de otimização para o caso dos arranjo retangulares pode ser descrito como:

$$\begin{aligned}
 & \text{maximizar} && C_{URA}(\mathbf{d}_x, \mathbf{d}_y) \\
 & \text{sujeito a} && \sum_{m_x=1}^{M-1} d_m^x \leq \frac{\lambda(\sqrt{M}-1)}{2} \\
 & && \sum_{m_y=1}^{M-1} d_m^y \leq \frac{\lambda(\sqrt{M}-1)}{2} \\
 & && d_1^x > 0, \dots, d_{\sqrt{M}-1}^x > 0 \\
 & && d_1^y > 0, \dots, d_{\sqrt{M}-1}^y > 0.
 \end{aligned}$$

O algoritmo de otimização encontrará vetores ótimos de distâncias em x e y , tais que

$$(\mathbf{d}_x, \mathbf{d}_y)^{(otimo)} = \arg \max_{\mathbf{d}_x, \mathbf{d}_y \in \mathbb{R}^M} C_{URA}(\mathbf{d}_x, \mathbf{d}_y). \quad (3.14)$$

As considerações feitas na seção 3.2 são válidas também para o arranjo retangular. O vetor de usuários para os casos de arranjos retangulares é definido como

$$\mathbf{h}_k = A \begin{bmatrix} 1 & e^{-i2\pi \frac{d_1}{\lambda} \text{sen}(\theta_1) \text{sen}(\phi_1)} \\ \dots & e^{-i2\pi \frac{d_{(\sqrt{M}-1)}}{\lambda} \text{sen}(\theta_K) \text{sen}(\phi_K)} \end{bmatrix}^T. \quad (3.15)$$

onde $-\pi < \theta_i < \pi$, $1 \leq i \leq K$ e também $-\pi/2 < \phi_i < \pi/2$, $1 \leq i \leq K$, sendo ambos uniformemente distribuídos.

A matriz de canal \mathbf{H} , a matriz Gramiana $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$, na equação (3.11), e a capacidade soma de canal, na equação (3.12), são calculadas de forma análoga ao caso dos arranjos lineares.

Inicialmente, é feito um teste de sanidade similar com a criação de um algoritmo de busca por força bruta e conseqüentemente o estudo do comportamento do algoritmo de maximização. No entanto, agora será considerado um arranjo com $M = 9$ antenas na ERB distribuídas em uma geometria retangular formando um arranjo 3×3 e $K = 8$ usuários. Os resultados deste cenário estão presentes na Figura 3.8.

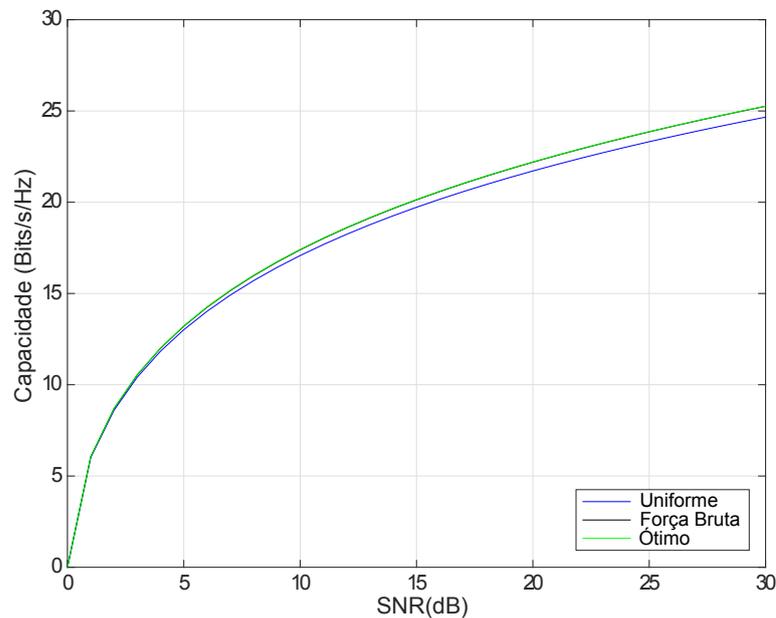


Figura 3.8 – Capacidade soma de canal para Arranjo Retangular para casos uniforme, ótimo e força bruta.

De acordo com a Figura 3.8, a otimização dos arranjos retangulares em relação ao posicionamento das antenas também produz ganho em relação à capacidade soma de canal fornecida ao sistema pela geometria convencional, de espaçamento uniforme. Porém, o ganho é menor do que nos casos de arranjos lineares por haver consideração do parâmetro ϕ_K que leva em conta a elevação dos elementos presentes no arranjo, provendo melhor desempenho ao sistema. O código de força bruta, assim, como no caso dos arranjos lineares, será excluído das próximas simulações devido a seu alto custo computacional.

Analogamente ao caso dos arranjos lineares, foi proposto também o arranjo baseado em progressão aritmética para arranjos retangulares. Neste caso, para os arranjos retangulares, os vetores de distanciamento são bi-dimensionais e estão representados na

equação (3.16).

$$\mathbf{d}_{x,y}^{PA} = \left[0 \quad \frac{\lambda}{\sqrt{M}} \quad \frac{2\lambda}{\sqrt{M}} \quad \dots \quad \frac{(\sqrt{M}-1)\lambda}{\sqrt{M}} \right]. \quad (3.16)$$

A disposição das antenas na ERB para o arranjo retangular proposto PA pode ser vista na representação presente na Figura 3.9.

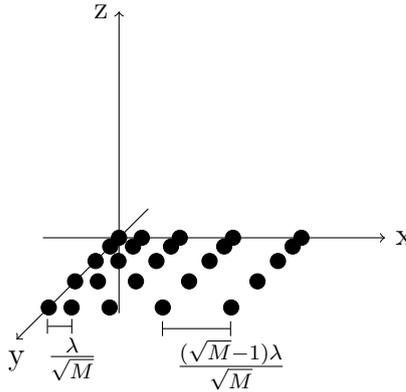


Figura 3.9 – Arranjo Retangular Não-Uniforme em Progressão Aritmética.

De forma a analisar o comportamento do PA em comparação com os arranjos ótimo e uniforme, serão considerados $K = 10$ usuários e $M = 25$ antenas dispostas em um arranjo 5×5 . Na Figura 3.10, o resultado mostra que nestas condições o uso de arranjos não-uniformes produz um melhor desempenho do sistema ainda que os ganhos de capacidade sejam significativamente menores do que em arranjos lineares. O PA, de forma análoga aos resultados apresentados na seção 3.2, atinge valores mais próximos do caso ótimo do que do caso uniforme.

A Figura 3.11 mostra o comportamento dos arranjos com variação do número de antenas, SNR fixa em $\rho = 20$ dB e os mesmos $K = 10$ usuários. Assim como no caso estudado para os arranjos lineares, o número de antenas varia de $M = 16$ até $M = 64$. Em uma rápida comparação com a Figura 3.7, é possível perceber que os valores de capacidade fornecidos ao sistema são maiores para arranjos retangulares do que para arranjos lineares. Também é possível notar que a diferença entre os valores de capacidade de arranjos não-uniformes para arranjos uniformes é menor, mas ainda assim o ganho referente ao uso dos arranjos não-uniformes existe. Assim como ocorre com arranjos lineares, à medida que o número de antenas aumenta, os arranjos não-uniformes produzem ganhos menores de capacidade. No entanto, para arranjos retangulares, a taxa com que o ganho diminui com o aumento do número de antenas é menor do que a vista em arranjos lineares.

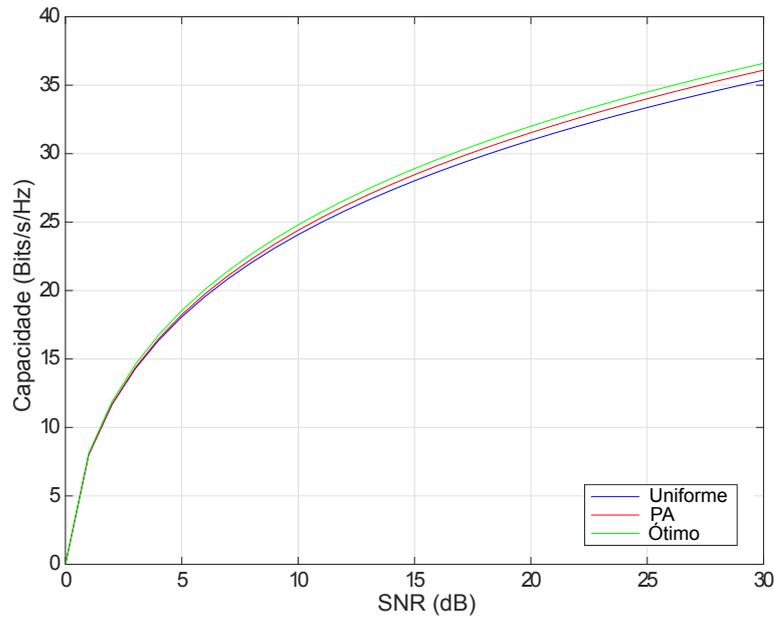


Figura 3.10 – Capacidade soma de canal para Arranjo Retangular para casos uniforme, PA e ótimo considerando $M = 25$ e $K = 10$.

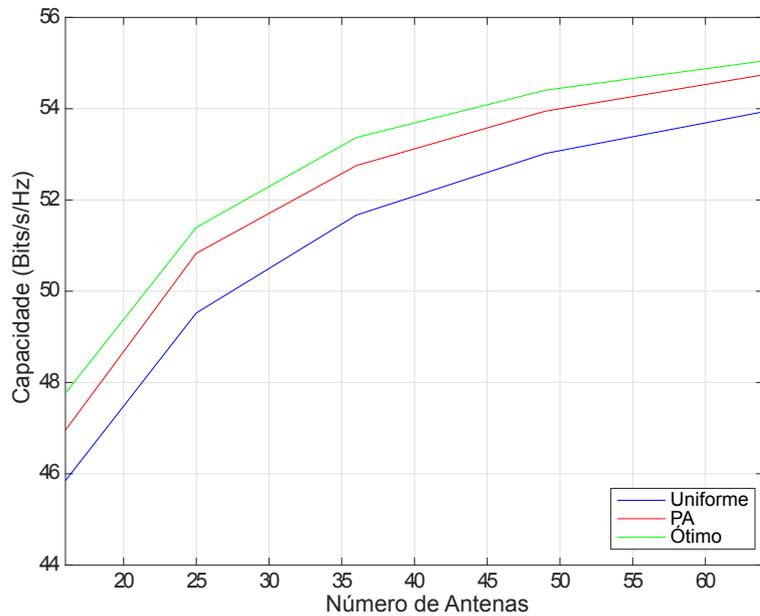


Figura 3.11 – Capacidade soma de canal para Arranjo Retangular para casos uniforme, PA e ótimo com $\rho = 20$ dB, $M = 16$ até $M = 64$ e $K = 10$.

3.4 Análise com Modelos Correlacionados e Presença de Detectores Lineares

Conforme visto nas seções 3.2 e 3.3, a modificação do posicionamento dos elementos produz ganho de capacidade de canal, e até a seção 3.3 foram considerados

unicamente os casos de comparação entre arranjos ótimo, PA e uniforme, para arranjos lineares e retangulares, sem que houvesse correlação entre as antenas da ERB. No entanto, no caso do *massive* MIMO, onde as antenas estão concentradas em uma mesma área mediante o emprego de altas frequências, problemas com correlação são factíveis. Sendo assim, a presente seção oferece uma análise dos efeitos da correlação entre as antenas em comparação com o caso onde a correlação não existe considerando arranjos lineares uniformes e não-uniformes.

A correlação é modelada de acordo com a subseção 3.1.2, através dos modelos presentes na mesma. Os valores calculados para o μ de cada modelo de maneira que correlação caia pela metade quando a distância entre as antenas é de meio comprimento de onda, assim como na Figura 3.1. Dessa maneira, para cada modelo temos: Jakes: $\mu = 0.4842$, Gauss: $\mu = 0.0625$, Sqrt: $\mu = 0.3752$ and, Exp: $\mu = 0.25$ (SMITH *et al.*, 2014).

No que diz respeito aos detectores lineares, a aplicação do MRC, ZF e MMSE nos elementos presentes nos arranjos lineares e retangulares, uniformes e não-uniformes, tem o objetivo de avaliar o comportamento da otimização na presença de novos parâmetros presentes na recepção.

O método utilizado é o mesmo de (NGO, 2015), onde são calculadas as SINR respectivas de cada detector, de acordo com as equações (2.6) para o MRC, (2.8) para o ZF e (2.9) para MMSE, onde o principal parâmetro de entrada é a matriz de canal \mathbf{H} e, posteriormente, a capacidade, chamada então de *sum-rate* através da equação

$$R = \sum_{k=1}^K \mathbb{E} \{1 + \log_2 \text{SINR}_k\}. \quad (3.17)$$

De forma a mostrar o comportamento dos detectores lineares no canal de *uplink* em um sistema MU-MIMO considerando $M = 6$ antenas na ERB e $K = 4$ usuários em canal de *uplink*, a Figura 3.12, reproduzida de (NGO, 2015), comprova o comportamento ótimo do MMSE conforme mencionado na Seção 2.6.

3.4.1 Arranjos Lineares Não-Uniformes

Os parâmetros considerados na simulação são $M = 6$ antenas na ERB, $K = 4$ usuários e a SNR variando de 0 a 30 dB.

A Figura 3.13 compara os modelos de correlação com o caso não-correlacionado para o arranjo uniforme. A correlação resulta em redução do desempenho do sistema. Dentre os modelos de correlação, o modelo de Jakes, que retrata um cenário de oscilação, é o que apresenta o desempenho mais próximo do modelo não-correlacionado. Os demais, que

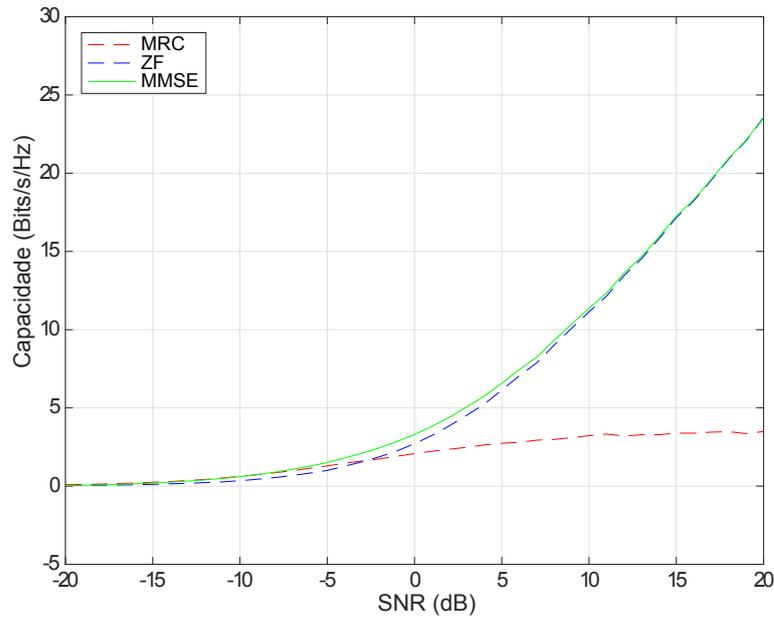


Figura 3.12 – Comparação entre MRC, ZF e MMSE para o canal de *uplink* de um sistema MU-MIMO, com $M = 6$ antenas e $K = 4$ usuários.

procuram representar cenários onde ocorrem decaimento e desvanecimento, apresentam reduções maiores de desempenho.

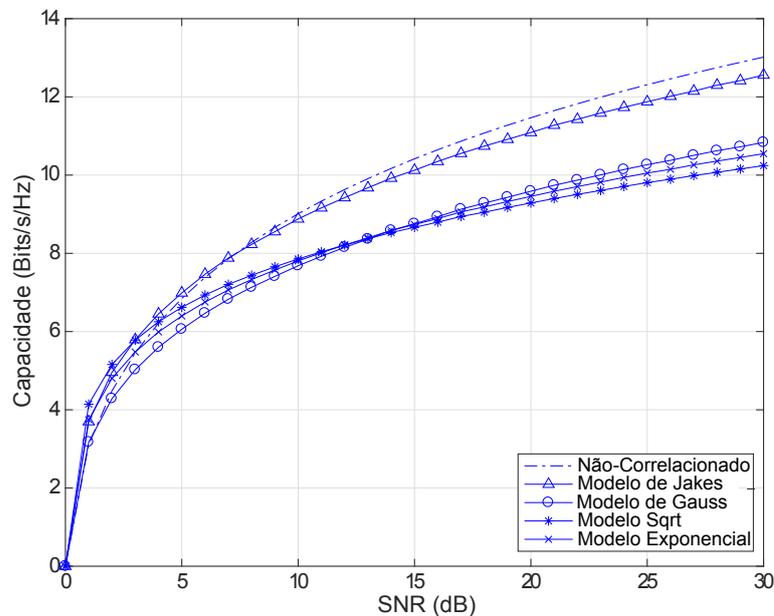


Figura 3.13 – Capacidade de canal para arranjos lineares uniformes comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado. Jakes: $\mu = 0.4842$; Gauss: $\mu = 0.0625$; Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$.

Na sequência, os arranjos não-uniformes são incluídos para comparação do impacto da correlação em cada modelo especificamente, de forma a averiguar as con-

sequências da existência de correlação entre as antenas para tais casos. Como já mostrado anteriormente na seção 3.2, o uso de arranjos não-uniformes melhora o desempenho do sistema para o caso não-correlacionado. A título de comparação, este modelo estará presente nas figuras desta seção.

A Figura 3.14 mostra o desempenho do sistema em termos de capacidade para o modelo de Jakes. Como dito anteriormente, os arranjos ótimo e PA são superiores ao uniforme para o cenário não-correlacionado. Ao analisarmos o cenário modelado por Jakes, nota-se que a capacidade na faixa de 0 a 5 dB é pouco superior ao cenário não-correlacionado. É possível concluir que baixa SNR contribuirá menos do que o fator de degradação da correlação. Por outro lado, o modelo de Jakes mostra que a correlação pode degradar significativamente a capacidade devido ao aumento da correlação entre elementos à medida que a SNR aumenta.

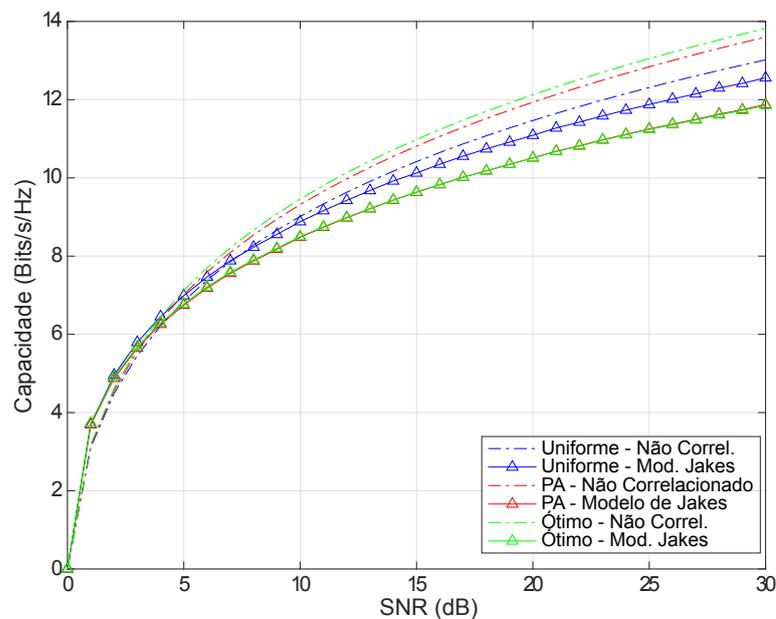


Figura 3.14 – Capacidade de canal para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme: Modelo de Jakes com $\mu = 0.4842$.

A Figura 3.15 mostra o desempenho do sistema para o modelo de correlação de Gauss. Os arranjos ótimo, PA e uniforme produzem valores muito próximos de capacidade, algo diferente do que aconteceu para o modelo de Jakes. É possível perceber que o desempenho da capacidade do modelo de Gauss na faixa de 0 a 5 dB não tem evidências de desempenho melhor como visto em Jakes em comparação com o cenário não-correlacionado. Em Gauss, arranjo não-uniforme em progressão aritmética produz um pequeno ganho em relação ao uniforme e também em relação ao ótimo como pode ser visto na região destacada. A evidência de a capacidade do arranjo ótimo não ser sempre maior significa que a função utilizada como algoritmo de maximização não garante que a

capacidade será alcançada.

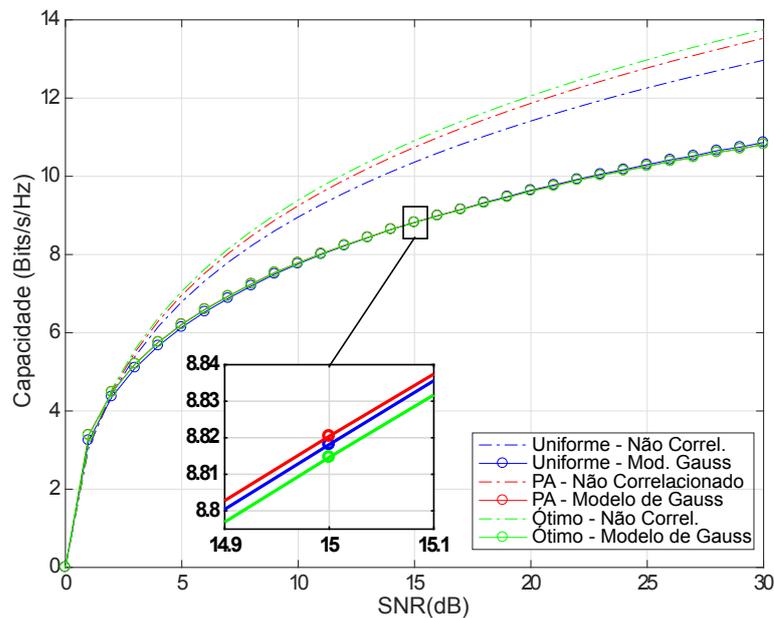


Figura 3.15 – Capacidade de canal para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme: Modelo de Gauss com $\mu = 0.0625$.

A Figura 3.16 mostra a capacidade para o caso onde o modelo de correlação entre as antenas é o Sqrt. Este modelo alcança os menores valores de capacidade se comparado aos demais modelos. Mas, na faixa de 0 a 5 dB de SNR o desempenho do sistema é melhor do que o fornecido pelo cenário não-correlacionado. Em geral, os arranjos PA e uniforme têm desempenhos semelhantes em termos de capacidade. No entanto, o arranjo ótimo consegue proporcionar ao sistema uma pequena vantagem em relação aos demais.

Os efeitos causados pelo modelo de correlação Exponencial na capacidade estão presentes na Figura 3.17. Assim como nos modelos de Jakes e Sqrt, na faixa de 0 a 5 dB, a capacidade é eventualmente maior do que para o modelo não-correlacionado. O caso ótimo tem melhor desempenho do que os arranjos PA e uniforme, porém com uma diferença menor do que a ocorrida no modelo Sqrt.

De maneira a facilitar a interpretação dos resultados referentes ao comportamento dos arranjos lineares estudados sob os efeitos da correlação, a Tabela 3.1 apresenta uma comparação dos desempenhos dos casos Uniforme, PA e Ótimo dentro de cada cenário. O arranjo que apresentou melhor desempenho no determinado modelo de correlação é chamado de "melhor", seguido daquele que teve o desempenho "intermediário" e por fim, o "pior".

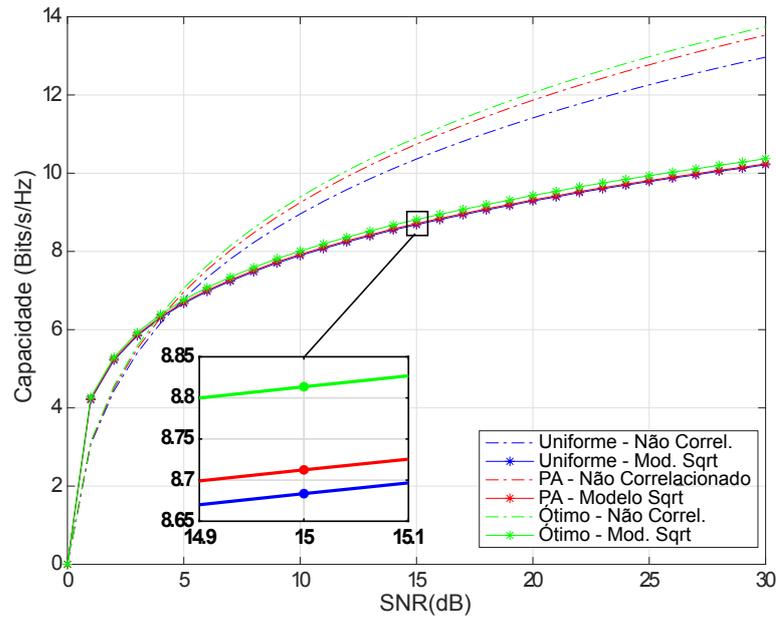


Figura 3.16 – Capacidade de canal para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme: Modelo Sqrt com $\mu = 0.3752$.

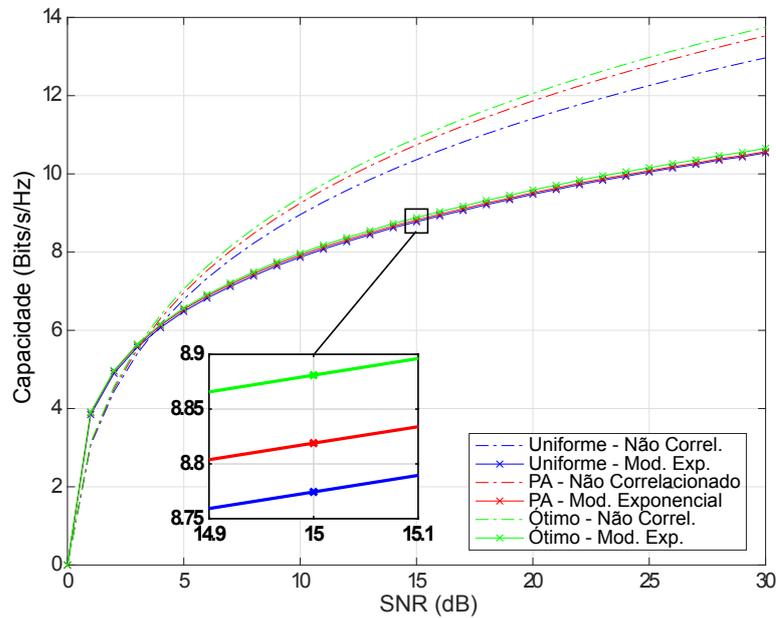


Figura 3.17 – Capacidade de canal para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme: Modelo Exponencial com $\mu = 0.25$.

3.4.1.1 Maximum Ratio Combining

Como mostrado anteriormente, a utilização de arranjos não-uniformes fornece ao sistema melhores valores de capacidade quando considerados os modelos de correlação Sqrt e Exponencial, como mostrados nas figuras 3.16 e 3.17, respectivamente. Diante deste cenário, a mesma análise será feita utilizando o detector linear MRC na recepção.

Tabela 3.1 – Resultados das Comparações dos Arranjos Lineares.

Correlação \ Arranjo	Uniforme	PA	Ótimo
Não-Correlacionado	Pior	Intermediário	Melhor
Jakes	Melhor	Pior	Intermediário
Gauss	Intermediário	Melhor	Pior
Sqrt	Pior	Intermediário	Melhor
Exponencial	Pior	Intermediário	Melhor

Primeiramente, será considerada apenas a presença de arranjos uniformes e os efeitos causados pela correlação e, na sequência, serão incluídos os arranjos não-uniformes. Apenas a título de comparação, as curvas referentes aos modelos não-correlacionados estarão presentes nas figuras que representam cada modelo correlacionado.

A Figura 3.18 mostra a *sum-rate* referente à aplicação do MRC para arranjo uniforme em comparação dos casos não-correlacionado e correlacionado. A correlação degrada o desempenho do sistema de forma que para valores de SNR acima de 5 dB as curvas referentes aos modelos correlacionados produzem valores menores do que o caso onde não existe correlação entre as antenas. Em relação aos modelos correlacionados, a diferença entre o Sqrt e o Exponencial é muito pequena. No entanto, o modelo Exponencial apresenta desempenho superior, como pode ser visto na região ampliada.

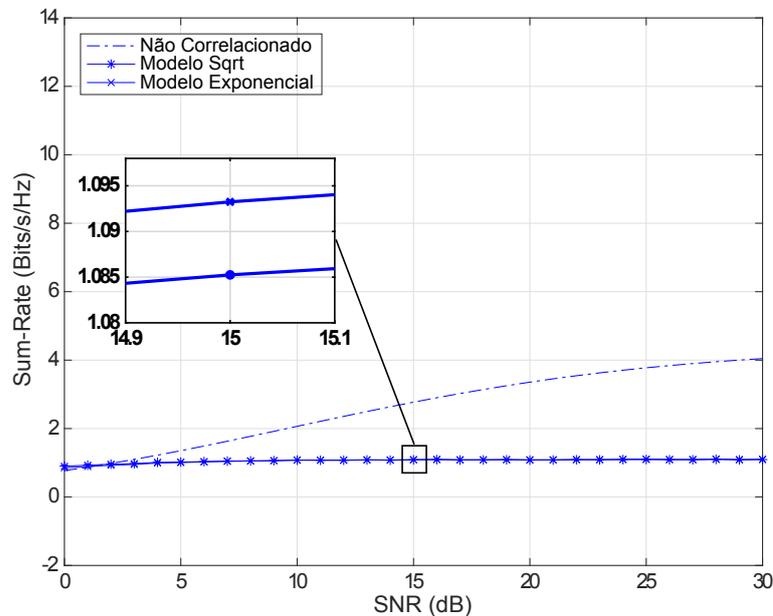


Figura 3.18 – *Sum-Rate* para arranjos lineares uniformes comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado com a utilização de MRC. Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$.

A Figura 3.19 mostra a *sum-rate* considerando os arranjos uniforme, PA e ótimo para o modelo não-correlacionado e o modelo Sqrt. Assim como dito anteriormente,

a correlação degrada o desempenho do sistema também para arranjos não-uniformes. No caso do modelo não-correlacionado, o uso de arranjos não-uniformes não produz benefício ao sistema se considerado o MRC. O arranjo uniforme apresenta uma pequena superioridade em relação aos arranjos PA e ótimo. No caso do modelo Sqrt, a diferença entre o desempenho dos arranjos é muito pequena, porém o arranjo ótimo tem uma sutil vantagem em relação ao PA e ao uniforme, como evidenciado na região ampliada.

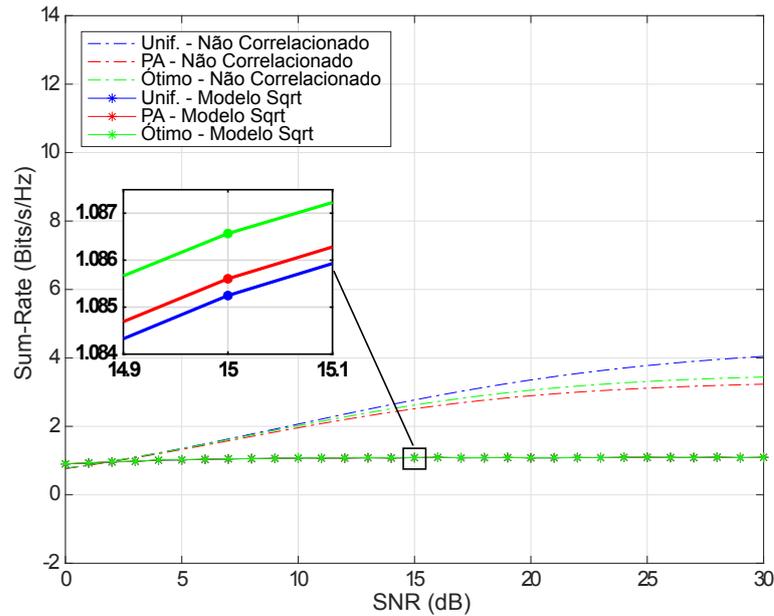


Figura 3.19 – *Sum-Rate* para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme com a utilização de MRC: Modelo Sqrt com $\mu = 0.3752$.

A Figura 3.20 mostra a comparação da *sum-rate* entre os arranjos não-uniformes e uniforme e os modelos não-correlacionado e Exponencial. Os resultados mostram que o desempenho do sistema para o modelo Exponencial é similar ao modelo Sqrt, no entanto apresenta uma pequena vantagem em termos de valores da *sum-rate*, evidenciando resultado presente na Figura 3.18. Assim como para o modelo Sqrt, a diferença entre os arranjos não-uniformes e uniforme é muito pequena, mas o arranjo ótimo produz um pequeno ganho em relação ao PA e ao uniforme, conforme pode ser visto na região destacada.

3.4.1.2 Zero-Forcing

Assim como na subseção anterior, a presente analisará o desempenho do sistema para arranjos lineares uniformes e não-uniformes considerando casos não-correlacionado e correlacionado por modelos Sqrt e Exponencial. Agora, será utilizado o receptor Zero-Forcing nas antenas presentes na ERB. Inicialmente, assim como para o MRC, serão analisados os efeitos da correlação em arranjos com espaçamento uniforme e posterior-

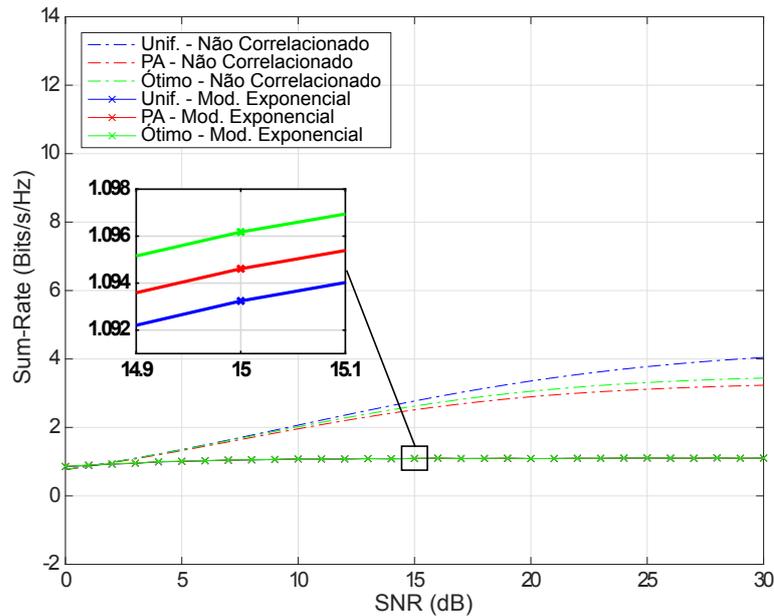


Figura 3.20 – *Sum-Rate* para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme com a utilização de MRC: Modelo Exponencial com $\mu = 0.25$.

mente a inclusão dos arranjos não-uniformes. Novamente, o caso não-correlacionado estará presente em todas as figuras para fins de comparação.

A Figura 3.21 apresenta os resultados da comparação da *sum-rate* para arranjos uniformes onde não há correlação entre as antenas e onde a correlação está presente através dos modelos Sqrt e Exponencial. Em comparação com o MRC, o ZF apresenta, conforme o esperado, melhor desempenho ao considerarmos valores a partir da faixa de 15 a 20 dB. Em termos cenários com presença de correlação, o sistema é afetado com perda de desempenho, que no caso do ZF se torna aparente em valores próximos a 10 dB. Os modelos Sqrt e Exponencial apresentam desempenhos similares, porém existe uma pequena vantagem do Exponencial destacada na região ampliada do gráfico.

A Figura 3.22 inclui os arranjos não-uniformes para a comparação da *sum-rate* entre os modelos não-correlacionado e correlacionado através do modelo Sqrt. Diferentemente do que acontece quando existe a presença do MRC, o ZF preserva as vantagens da utilização dos arranjos não-uniformes quando considerado apenas o caso não-correlacionado. O arranjo ótimo produz o melhor desempenho e o PA produz valores próximos ao ótimo, se destacando em relação ao uniforme. No entanto, ao se considerar a correlação, os desempenhos são muito próximos com uma pequena vantagem do arranjo uniforme sobre os demais, conforme mostrado na região em *zoom* e que fica mais evidenciada para valores de 25 a 30 dB de SNR.

A Figura 3.23 apresenta a comparação através da *sum-rate* entre o modelo não-

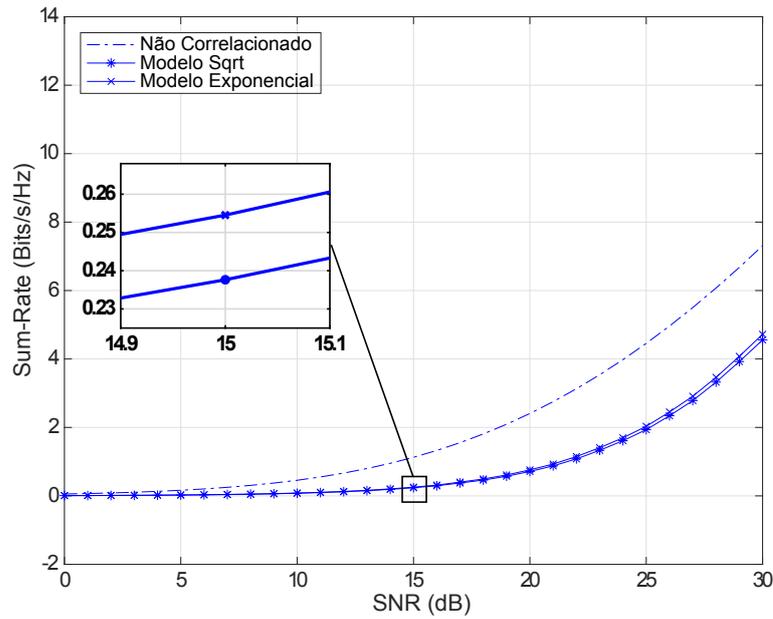


Figura 3.21 – *Sum-Rate* para arranjos lineares uniformes comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado com a presença de ZF. Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$.

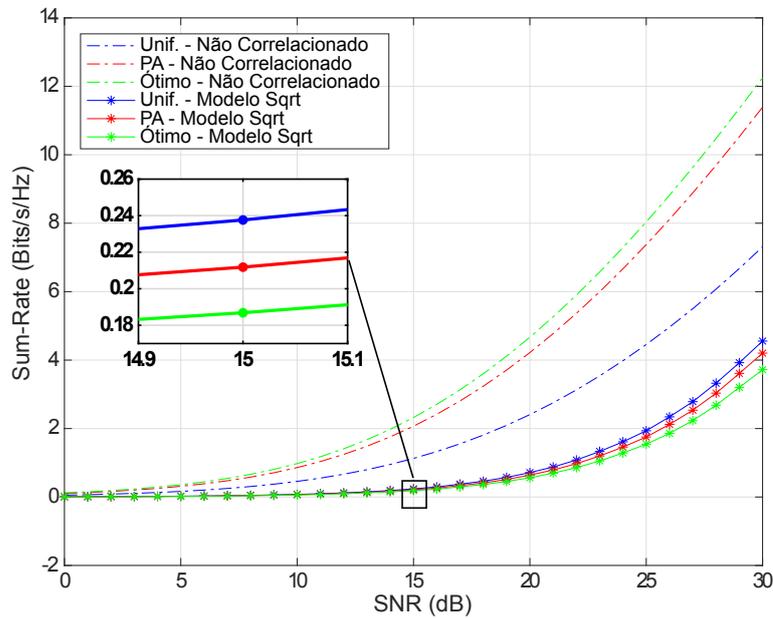


Figura 3.22 – *Sum-Rate* para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme com a utilização de ZF: Modelo Sqrt com $\mu = 0.3752$.

correlacionado e correlacionado através do modelo Exponencial. Em termos de valores, ao se considerar apenas o caso correlacionado, o modelo Exponencial tem pequena vantagem em relação ao Sqrt produzindo uma perda pouco menor do que em relação ao caso não-correlacionado. No que diz respeito ao uso dos arranjos não-uniformes, assim como no

caso do Sqrt, o Exponencial não oferece um cenário vantajoso para o uso de tais arranjos. O arranjo uniforme tem melhor desempenho em relação ao PA e ao ótimo, os quais apresentam menor diferença em termos de valores do que no caso do modelo Sqrt, conforme mostra a região ampliada.

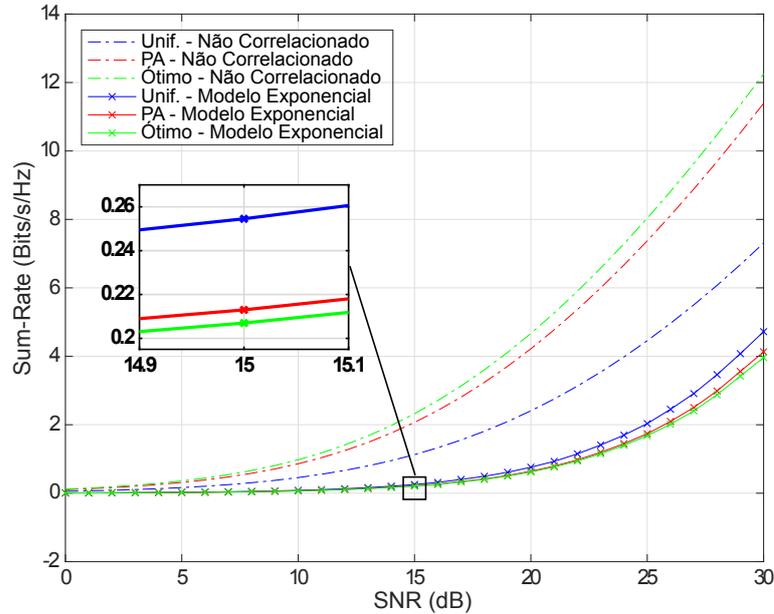


Figura 3.23 – *Sum-Rate* para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme com a utilização de ZF: Modelo Exponencial com $\mu = 0.25$.

3.4.1.3 Minimum Mean Square Error

Na presente subseção, será analisado o impacto dos cenários onde existe e não existe correlação em receptores MMSE com a utilização de arranjos não-uniformes sob os mesmos fatores de interferência. Como já mencionado em 2.6.3, o MMSE maximiza a SINR recebida e, por consequência, é o melhor. Assim como para o MRC e o ZF serão considerados os modelos de correlação Sqrt e Exponencial com a presença de arranjo uniforme e, posteriormente, a inclusão dos arranjos não-uniformes. Também, a título de comparação, as curvas referentes ao desempenho dos arranjos em modelo não-correlacionado estarão presentes em todas as figuras.

A Figura 3.24 mostra a comparação da *sum-rate* em relação ao desempenho do sistema para os cenários não-correlacionado e correlacionado modelado por Sqrt e Exponencial. Assim como visto anteriormente, a correlação reduz o desempenho do sistema e o modelo Sqrt apresenta valores menores do que o Exponencial mesmo com a inclusão do MMSE.

A Figura 3.25 apresenta o resultado para os arranjos ótimo, PA e uniforme para o MMSE. Assim como acontece sem a presença do receptor, os arranjos não-uniformes

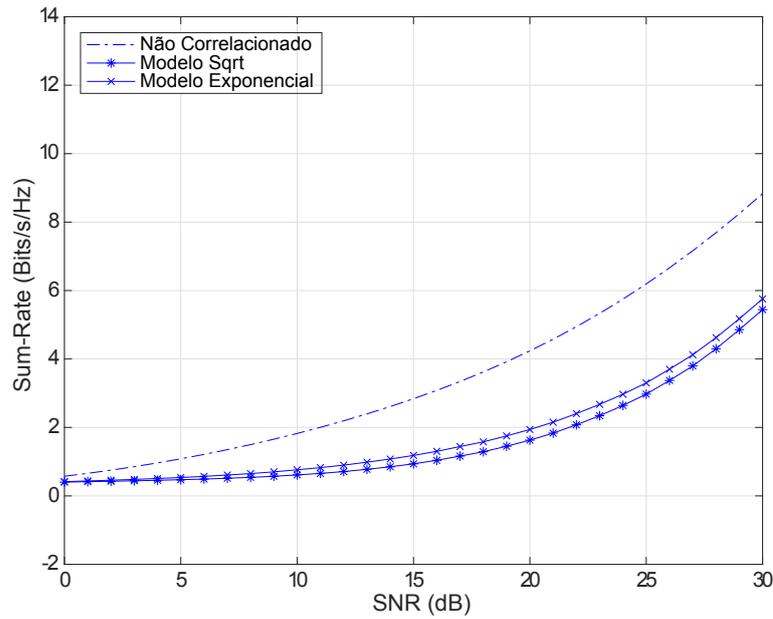


Figura 3.24 – *Sum-Rate* para arranjos lineares uniformes comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado com a presença de MMSE. Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$.

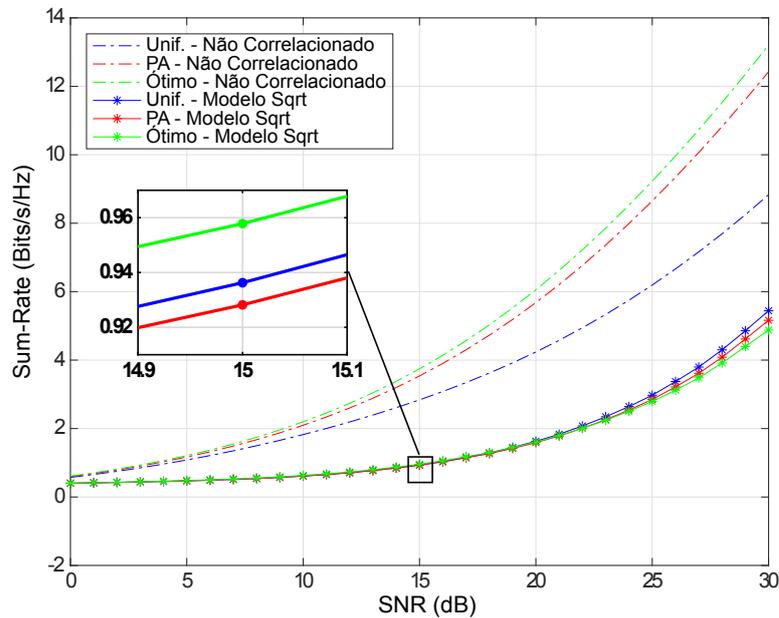


Figura 3.25 – *Sum-Rate* para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme utilizando MMSE. Modelo Sqrt com $\mu = 0,3752$.

apresentam melhor desempenho para o caso onde não existe correlação entre as antenas. No caso do modelo Sqrt, o arranjo ótimo apresenta um desempenho pouco superior aos demais para valores de SNR na faixa de 0 a 20 dB. No entanto, em valores de SNR superiores a 20 dB, o arranjo uniforme produz melhores resultados e o arranjo PA também

consegue melhor desempenho em relação ao ótimo. Pode-se concluir que para alta SNR, o arranjo uniforme é mais vantajoso que os arranjos não-uniformes.

Para o modelo Exponencial, apresentado na Figura 3.26, assim como para o Sqrt o desempenho do sistema é criticamente degradado. No entanto, neste caso não existe vantagem em nenhum valor de SNR para o uso de arranjos não-lineares. O arranjo ótimo tem desempenho ligeiramente inferior aos demais arranjos, sendo que o uniforme se mostra superior aos demais principalmente para valores de SNR acima de 20 dB. A conclusão que se pode tirar é que para o caso do modelo Exponencial com o receptor MMSE, o uso de arranjos não-uniformes não é vantajoso para o sistema.

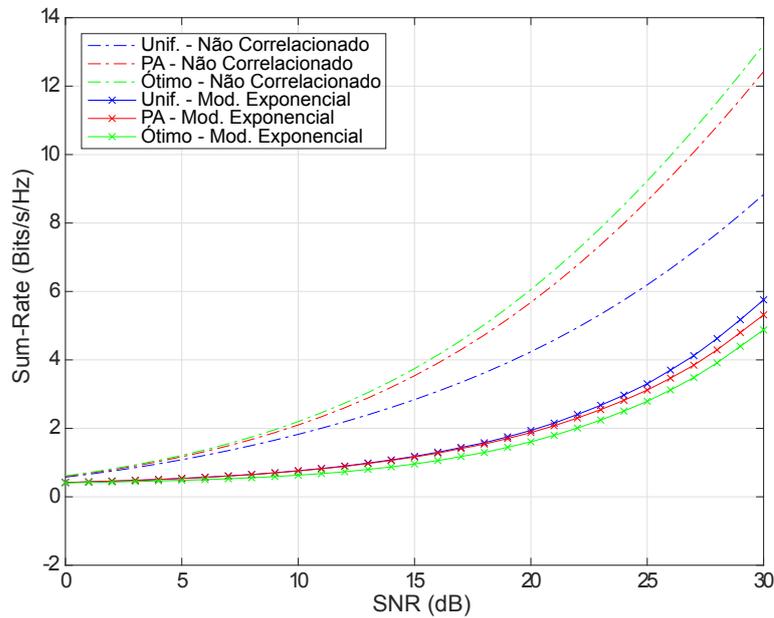


Figura 3.26 – *Sum-Rate* para arranjos lineares ótimo, PA e uniforme utilizando MMSE. Modelo Exponencial com $\mu = 0,25$.

Os resultados estão resumidos na Tabela 3.2. Nela, é explicitado o arranjo que apresentou melhor desempenho envolvendo um dado cenário de presença ou não de correlação e um detector na recepção. Casos onde aparecem mais de um arranjo destacado, devem-se ao fato de que um arranjo pode se destacar em uma faixa de baixa e outro se destaca em alta SNR.

Tabela 3.2 – Resultados das Comparações dos Arranjos Lineares com Presença dos Detectores.

Correlação \ Detector	MRC	ZF	MMSE
Não-Correlacionado	Uniforme	Ótimo	Ótimo
Sqrt	Ótimo	Uniforme	Ótimo e Uniforme
Exponencial	Ótimo	Uniforme	PA e Uniforme

3.4.2 Arranjos Retangulares Não-Uniformes

A presente subseção analisa o desempenho do sistema contendo arranjos retangulares na ERB. Inicialmente, assim como em 3.4.1, serão analisados os efeitos da correlação entre as antenas, através dos modelos explicitados em 3.1.2 com os mesmos valores dos μ 's calculados em 3.4.1 para arranjo uniforme. Posteriormente, serão introduzidos os arranjos não-uniformes e cada modelo de correlação considerado individualmente. Para os modelos onde a utilização de arranjos não-uniformes apresentarem ganhos de capacidade para o sistema, serão, feitas as mesmas análises utilizando os receptores MRC, ZF e MMSE.

Os parâmetros de simulação utilizados nesta subseção são $M = 16$ antenas na ERB, formando um arranjo 4×4 , $K = 10$ e a SNR variando de 0 a 30 dB.

A Figura 3.27 representa os efeitos causados pela correlação no desempenho de um sistema contendo URA na ERB. Como esperado, o caso não-correlacionado apresenta melhor desempenho a partir de 5 dB de SNR. Na faixa de 0 a 5 dB, o sistema onde existe correlação através do modelo de Jakes tem uma pequena vantagem, mas à medida que a SNR aumenta a degradação causada pela correlação faz com que o desempenho do sistema seja comprometido. Os demais modelos, Gauss, Exponencial e Sqrt apresentam quedas significativas no desempenho do sistema.

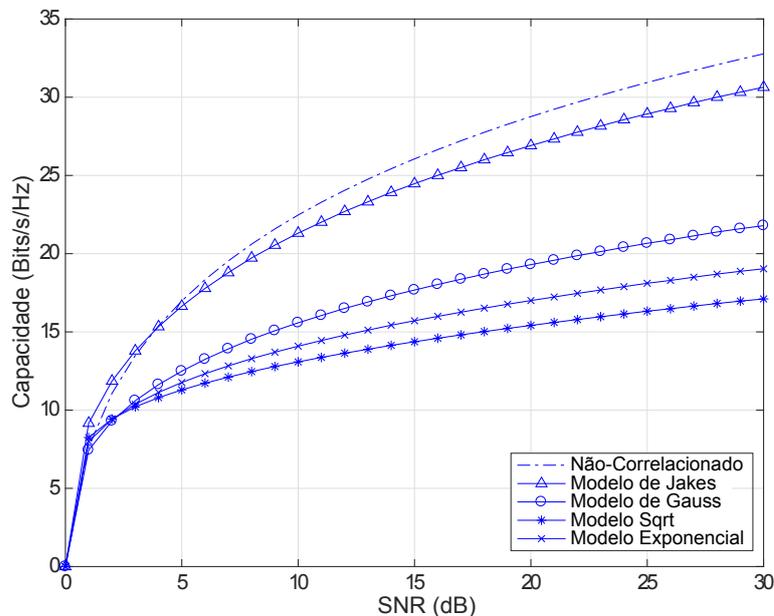


Figura 3.27 – Capacidade de canal para URA comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado. Jakes: $\mu = 0.4842$; Gauss: $\mu = 0.0625$; Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$.

A Figura 3.28 mostra a capacidade de canal para arranjos retangulares uni-

forme e não-uniformes comparando modelo não-correlacionado e correlacionado através do modelo de Jakes. Conforme visto na Figura 3.27 o modelo de Jakes é o que apresenta a menor degradação do desempenho do sistema, porém, da mesma forma que ocorre para arranjos lineares, os arranjos não-uniformes não produzem qualquer vantagem ao sistema. O arranjo uniforme apresenta melhor desempenho do que o ótimo e o PA.

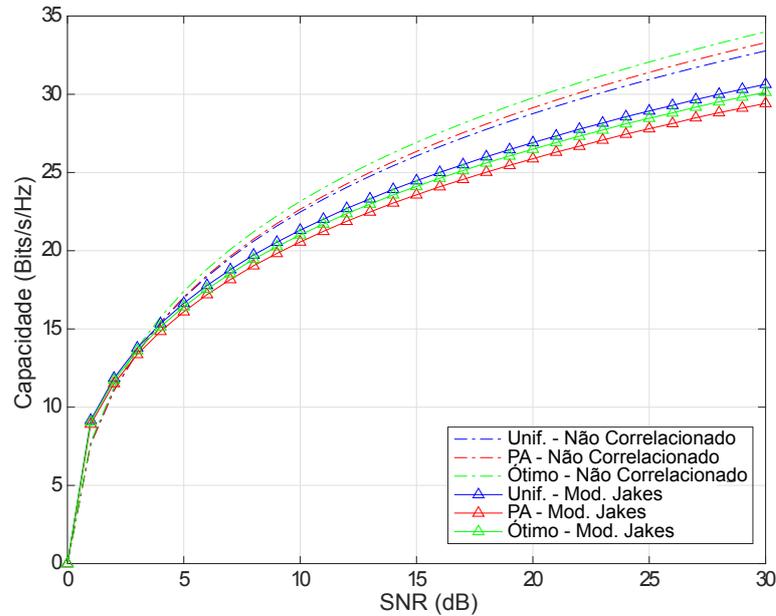


Figura 3.28 – Capacidade de canal para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme: Modelo de Jakes com $\mu = 0.4842$.

A Figura 3.29 apresenta a capacidade de canal comparando o modelo não-correlacionado e o modelo de correlação Gaussiano. A degradação causada pela correlação compromete o desempenho do sistema significativamente, no entanto o uso de arranjos não-uniformes apresenta vantagens para os arranjos retangulares. Ainda que os valores de capacidade sejam próximos, o arranjo ótimo tem desempenho melhor que os demais, e o PA, que apresenta um ganho menor, também é vantajoso em relação ao uniforme.

A comparação do desempenho do sistema em termos de capacidade envolvendo o modelo não-correlacionado e o modelo Sqrt está presente na Figura 3.30. Assim como no modelo Gaussiano, a correlação diminui o desempenho do sistema de forma sensível, provocando perda de aproximadamente 50% da capacidade. No que diz respeito aos arranjos não-uniformes, o PA apresenta uma pequena vantagem em relação ao ótimo e ao uniforme, mostrando que existe vantagem de seu uso quando os efeitos de correlação são modelados através de Sqrt.

Para o caso onde a correlação, através do modelo Exponencial, está presente no cenário, o resultado está presente na Figura 3.31. A comparação da capacidade de canal com o caso onde não existe correlação entre as antenas mostra o efeito de diminuição do

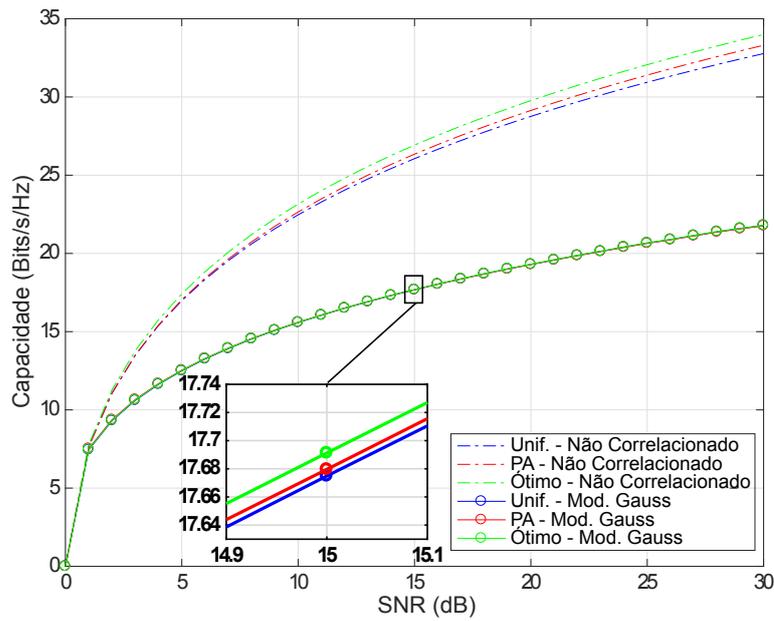


Figura 3.29 – Capacidade de canal para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme: Modelo de Gauss com $\mu = 0.0625$.

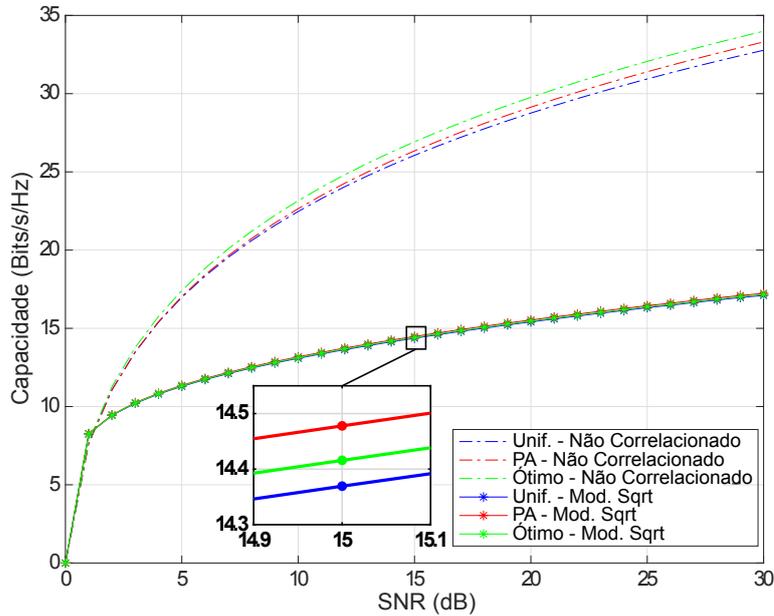


Figura 3.30 – Capacidade de canal para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme: Modelo Sqrt com $\mu = 0.3752$.

desempenho do sistema em virtude da presença da correlação. Quanto à utilização dos arranjos não-uniformes, o arranjo PA apresenta os melhores valores de capacidade em comparação com o ótimo e com o uniforme, ainda que com pequeno ganho. Tal situação significa que para o modelo Exponencial é vantajoso o uso dos arranjos onde a distância entre as antenas é não-uniforme.

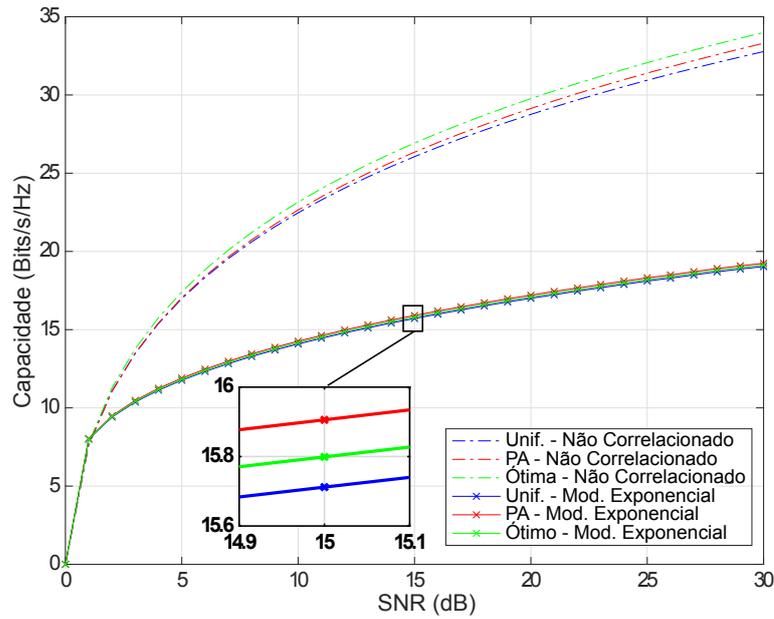


Figura 3.31 – Capacidade de canal para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme: Modelo Exp com $\mu = 0.25$.

A aplicação dos detectores lineares ao sistema com arranjos retangulares acontece da mesma maneira que para arranjos lineares. Nos modelos correlacionados onde, os arranjos não-uniformes se mostraram vantajosos, o MRC, o ZF e o MMSE serão utilizados e o comportamento do sistema será analisado para cada caso especificamente.

De forma análoga ao que foi feito na subseção 3.4.1, a Tabela 3.3 apresenta o resumo dos desempenhos dos arranjo retangulares.

Tabela 3.3 – Resultados das Comparações dos Arranjos Retangulares.

Correlação \ Arranjo	Uniforme	PA	Ótimo
Não-Correlacionado	Pior	Intermediário	Melhor
Jakes	Melhor	Pior	Intermediário
Gauss	Pior	Intermediário	Melhor
Sqrt	Pior	Melhor	Intermediário
Exponencial	Pior	Melhor	Intermediário

3.4.2.1 Maximum Ratio Combining

A comparação da *sum-rate* do sistema analisando inicialmente o arranjo uniforme e os modelos de correlação Gauss, Sqrt e Exponencial estão presentes na Figura 3.32. Nela, é possível perceber que, com a utilização do MRC, a *sum-rate* do sistema correlacionado tem desempenho praticamente constante ao longo de toda a faixa de SNR. O caso onde não existe correlação atinge melhor desempenho a partir de 5 dB. Para os

modelos de correlação, o Gaussiano é superior ao Exponencial que apresenta desempenho próximo ao Sqrt, porém com valores de capacidade ligeiramente superiores.

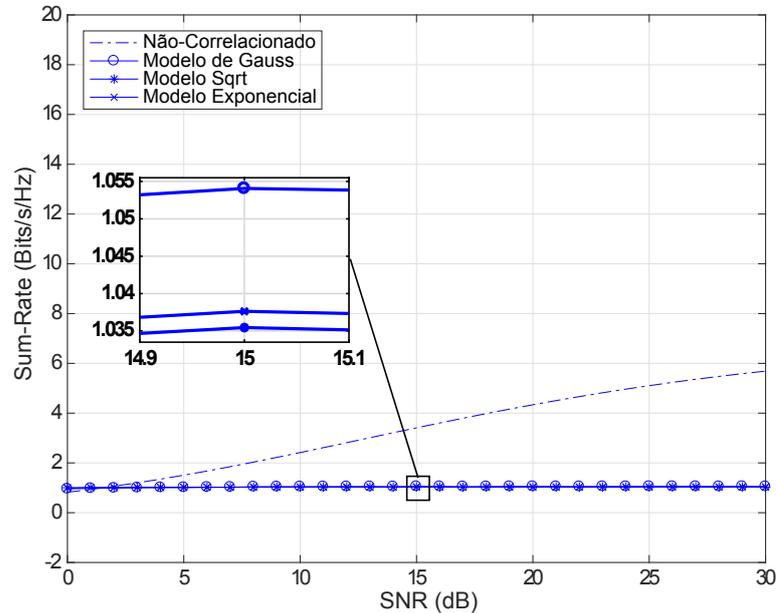


Figura 3.32 – *Sum-Rate* para URA comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado utilizando MRC na recepção. Gauss: $\mu = 0.0625$; Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$.

A Figura 3.33 apresenta os resultados da comparação do modelo não-correlacionado e do modelo de correlação Gaussiano com a inclusão dos arranjos não-uniformes na comparação. Assim como acontece com arranjos lineares, a utilização dos arranjos não-uniformes com o MRC em um modelo não-correlacionado não traz qualquer vantagem ao sistema. O arranjo uniforme apresenta melhor desempenho em relação aos não-uniformes. No entanto, ao se incluir a correlação na comparação, ainda que com desempenhos muito próximos, os arranjos não-uniformes apresentam vantagens ao sistema. Os arranjos PA e ótimo apresentam valores superiores ao uniforme, como pode ser visto na região destacada da Figura.

Para a comparação envolvendo o modelo de correlação Sqrt, o resultado aparece na Figura 3.34. A análise é muito similar ao que acontece na Figura 3.33, a utilização dos arranjos não-uniformes é vantajosa em relação ao uniforme, o que não é visto no caso não-correlacionado. No entanto, o desempenho dos arranjos são muito mais próximos e, conseqüentemente, os ganhos são inferiores aos alcançados no caso do modelo Gaussiano. O arranjo PA aparece como o mais vantajoso, seguido do arranjo ótimo, conforme a região em destaque mostra.

A Figura 3.35 exhibe a comparação da *sum-rate* envolvendo o caso onde não existe correlação e o caso onde a correlação existe através do modelo Exponencial. Assim

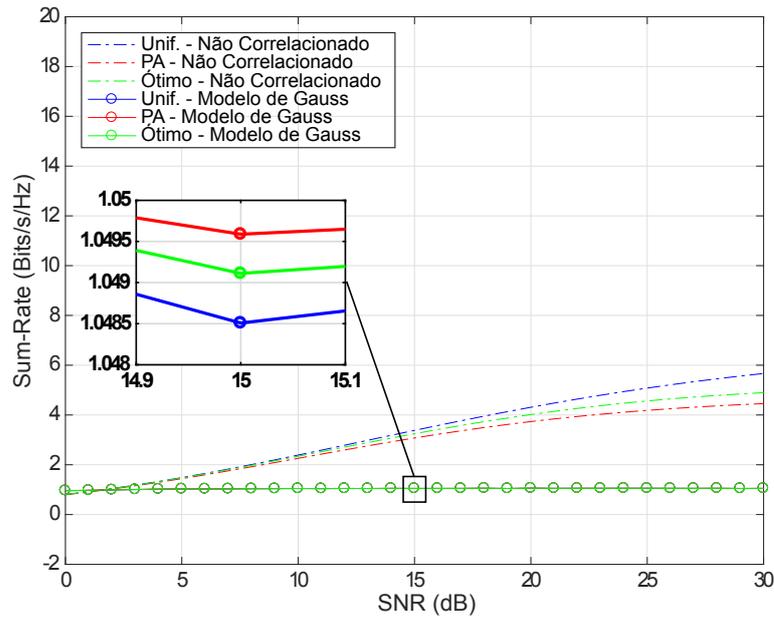


Figura 3.33 – *Sum-Rate* para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do MRC: Modelo de Gauss com $\mu = 0.0625$.

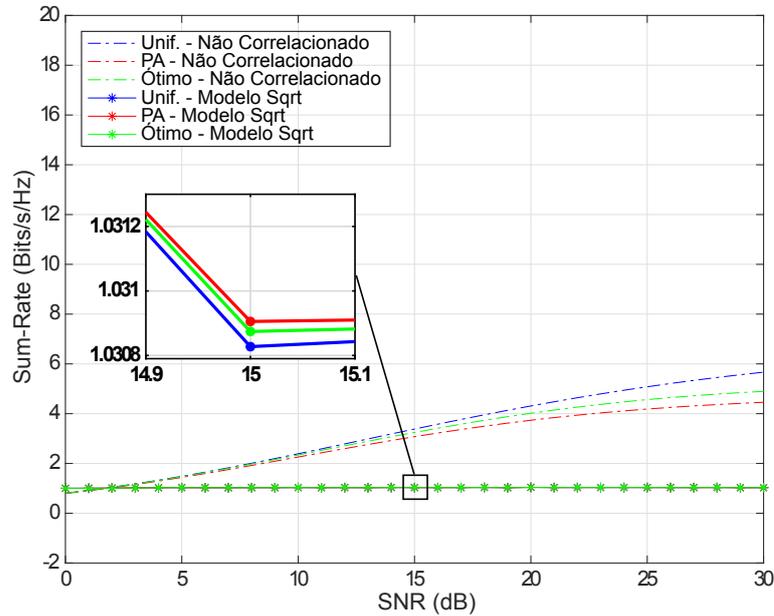


Figura 3.34 – *Sum-Rate* para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do MRC: Modelo Sqrt com $\mu = 0.3752$.

como nos casos anteriores, dos modelos Gaussiano e Sqrt, o arranjo PA produz melhor desempenho do que o ótimo e o uniforme. A diferença entre os desempenhos dos arranjos é muito pequena como pode ser visto na região ampliada, mas para o modelo Exponencial, também pode-se perceber vantagens no uso de arranjos não-uniformes.

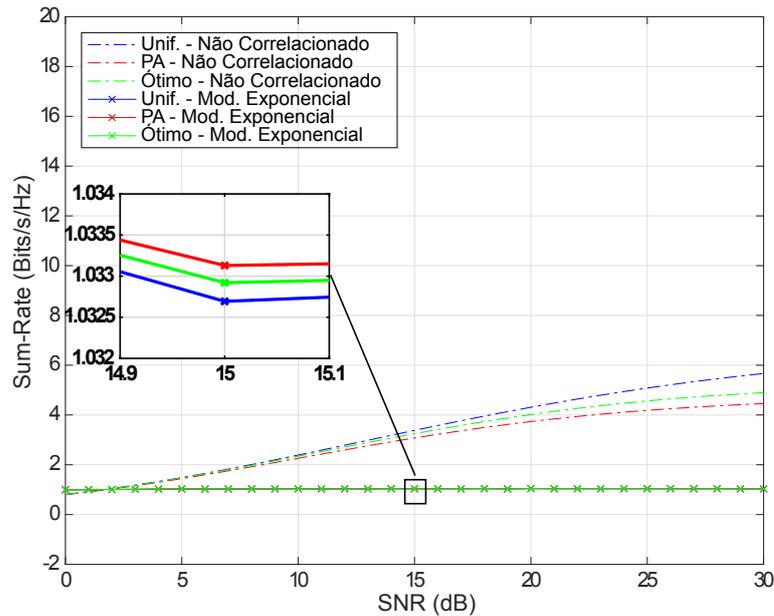


Figura 3.35 – *Sum-Rate* para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do MRC: Modelo Exp com $\mu = 0.25$.

3.4.2.2 Zero Forcing

Agora a análise será feita com a aplicação do ZF na ERB. Utilizando apenas o arranjo uniforme para verificar o comportamento do sistema sob os efeitos causados pela correlação é possível perceber, pela Figura 3.36, que conforme o esperado, o ZF tem melhor desempenho que o MRC para alta SNR no caso do modelo não-correlacionado. No entanto, quando a correlação existe, a degradação mostra a perda no desempenho do sistema e só existem vantagens do uso do ZF em relação ao MRC para valores acima de 20 dB de SNR para os modelos Sqrt e Exponencial, e para valores próximos a 30 dB para o modelo de Gauss, que apresenta a pior desempenho.

Na Figura 3.37 é apresentado o resultado da comparação dos modelos não-correlacionado e Gaussiano além da presença dos arranjos não-uniformes. Para o caso não-correlacionado, os arranjos não-uniformes têm melhor desempenho do que o arranjo uniforme. Os arranjos ótimo e PA têm resultados muito próximos entre si e desempenho muito superior ao uniforme. Ao se considerar a correlação, a perda de desempenho é ainda maior quando considerando os arranjos não-uniformes, porque, para o modelo Gaussiano, o arranjo uniforme tem melhor desempenho, como pode ser visto na região destacada.

Para a comparação entre o modelo não-correlacionado e o Sqrt, presente na Figura 3.38, a utilização de arranjos não-uniformes não oferece vantagens ao sistema quando a correlação é considerada. Os desempenhos são similares, mas o arranjo uniforme alcança valores de capacidade ligeiramente superiores em relação aos demais. Outro ponto

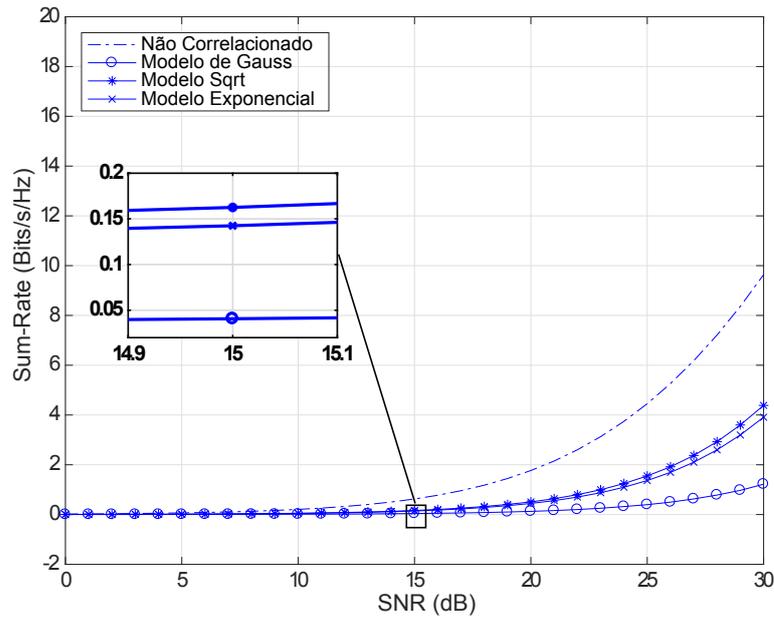


Figura 3.36 – *Sum-Rate* para URA comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado utilizando ZF na recepção. Gauss: $\mu = 0.0625$; Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$.

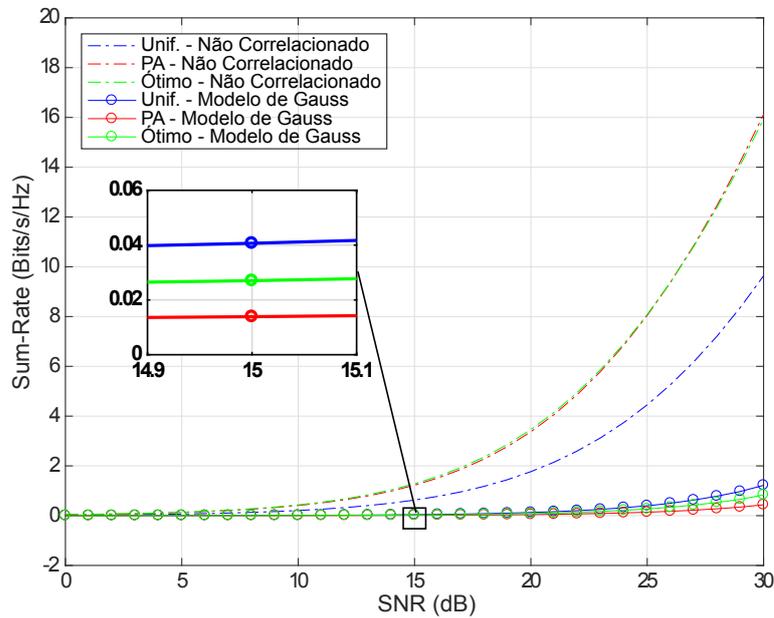


Figura 3.37 – *Sum-Rate* para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do ZF: Modelo de Gauss com $\mu = 0.0625$.

a se destacar, é que a degradação causada pela correlação é menor que a visível no modelo Gaussiano tanto para arranjos não-uniformes quanto para o uniforme.

A Figura 3.39 apresenta os resultados da comparação envolvendo o caso não-correlacionado e o modelo de correlação Exponencial. Assim como nos casos de Gauss e

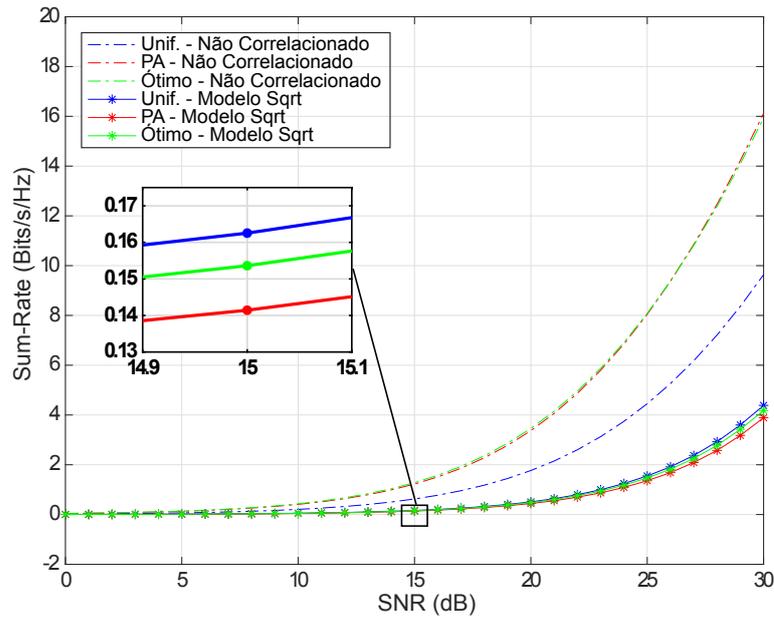


Figura 3.38 – *Sum-Rate* para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do ZF: Modelo Sqrt com $\mu = 0.3752$.

Sqrt a utilização dos arranjos não-uniformes não apresenta ganhos ao sistema. Ainda que para o modelo Exponencial os desempenhos sejam ainda mais próximos do que nos outros modelos, o arranjo uniforme ainda apresenta melhor desempenho do que os não-uniformes, como pode ser verificado na região em destaque na Figura.

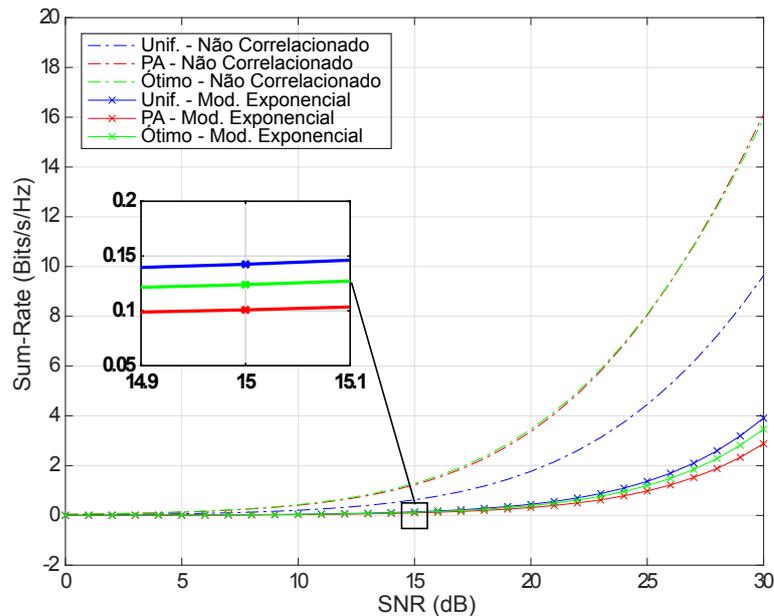


Figura 3.39 – *Sum-Rate* para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do ZF: Modelo Exp com $\mu = 0.25$.

3.4.2.3 Minimum Mean Square Error

Após considerarmos o MRC e o ZF como detectores na recepção de sistemas onde os arranjos de antenas na ERB são retangulares, agora será utilizado o MMSE. A análise será feita de forma análoga aos casos considerados anteriormente em 3.4.2.1 e 3.4.2.2.

A Figura 3.40 apresenta a comparação da *sum-rate* de um sistema considerando apenas o arranjo uniforme e os efeitos causados pela correlação. Assim como visto anteriormente, a correlação diminui o desempenho do sistema, mas, ainda sob tais efeitos, o MMSE produz melhores resultados do que o MRC e o ZF. Destaca-se que para o modelo não-correlacionado o desempenho do sistema já apresenta melhores resultados mesmo em baixa SNR, na faixa de 0 a 5 dB, e assim permanece ao longo dos demais valores. Quanto aos modelos de correlação, o comportamento é similar ao quando considerado o ZF, porém com melhor desempenho. O modelo de Gauss apresenta melhores resultados até valores próximos a 25 dB e, na faixa de 25 a 30 dB, os modelos Sqrt e Exponencial, que apresentam valores próximos, alcançam valores maiores de *sum-rate*.

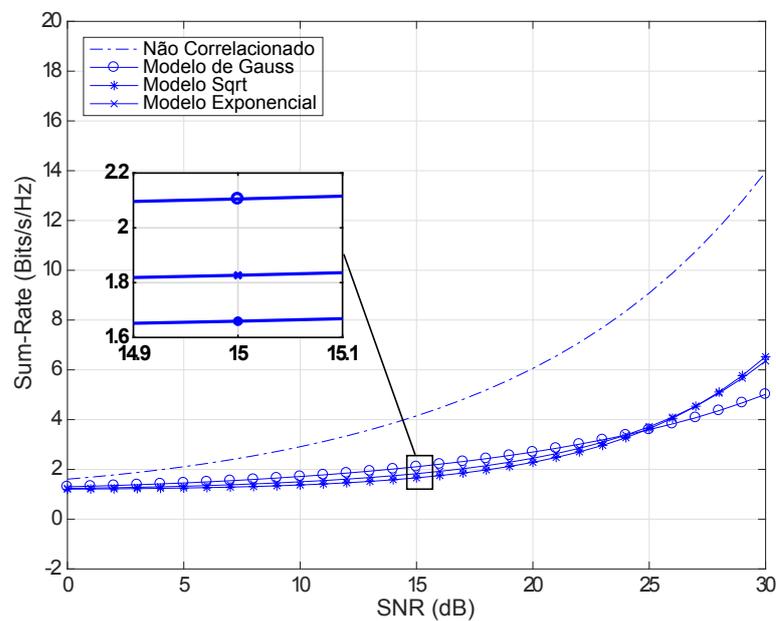


Figura 3.40 – *Sum-Rate* para URA comparando modelos de correlação e modelo não-correlacionado utilizando MMSE na recepção. Gauss: $\mu = 0.0625$; Sqrt: $\mu = 0.3752$; Exponencial: $\mu = 0.25$.

Considerando a comparação entre os modelos não-correlacionado e Gaussiano apresentada na Figura 3.41, onde há também a comparação entre arranjos não-uniformes e uniforme, pode-se perceber a vantagem alcançada pelos arranjos ótimo e PA em relação ao uniforme para o modelo não-correlacionado. A partir da faixa de 10 a 15 dB de SNR, o desempenho dos arranjos não-uniformes se tornam superiores ao uniforme e, tal diferença é

ampliada nos valores seguintes da relação sinal-ruído. Em relação ao caso correlacionado, o desempenho dos arranjos é próximo em termos de valores de *sum-rate*, e o arranjo uniforme é superior, ainda que com pouca diferença, em relação aos demais. A região destacada da Figura mostra que o arranjo uniforme tem um pequena superioridade em relação ao ótimo e que fica mais evidenciada para os valores de alta SNR, especialmente na faixa de 25 a 30 dB.

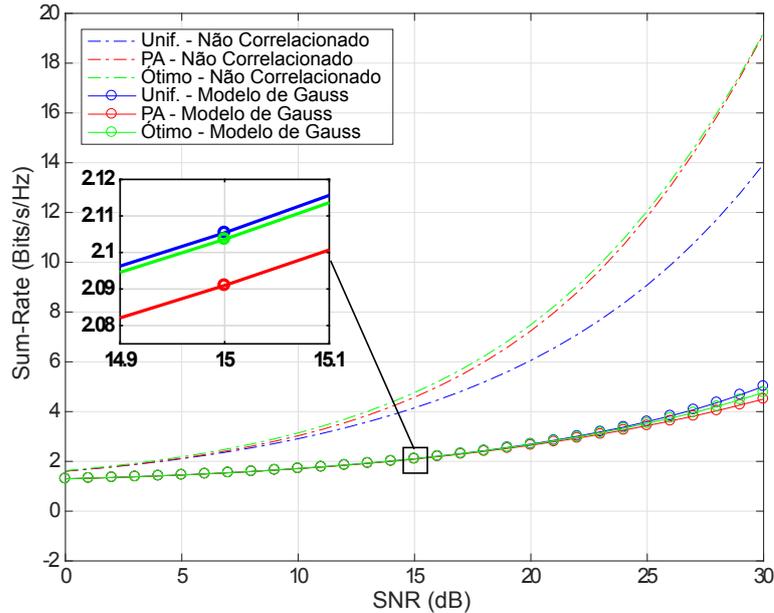


Figura 3.41 – *Sum-Rate* para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do MMSE: Modelo de Gauss com $\mu = 0.0625$.

A Figura 3.42 apresenta a comparação da *sum-rate* entre os modelos não-correlacionado e Sqrt. Neste caso, a correlação entre as antenas não impede que haja vantagem do uso de arranjos não-uniformes em valores de SNR inferiores a 25 dB. Apenas para valores entre 25 e 30 dB é possível perceber que o arranjo uniforme se sobressai. É possível perceber também que a diferença de desempenho entre os arranjos é muito pequena, a menor dentre os modelos apresentados.

A comparação envolvendo os modelos não-correlacionado e Exponencial está presente na Figura 3.43. Assim como em todos os casos anteriores, a presença da correlação entre as antenas provoca degradação do desempenho do sistema. Especificamente em relação à presença da correlação, os arranjos uniforme e PA apresentam desempenhos praticamente iguais, e superiores ao ótimo, como destacado na região ampliada. No entanto, na faixa de 20 a 25 dB de SNR, ocorre uma inversão do desempenho. O arranjo ótimo tem seu desempenho melhorado, tornando-se melhor que o PA, e o uniforme passa, então, a apresentar resultados mais próximos do ótimo. Pode-se concluir que neste caso especificamente, o arranjo uniforme tem melhor desempenho ao longo de toda faixa de

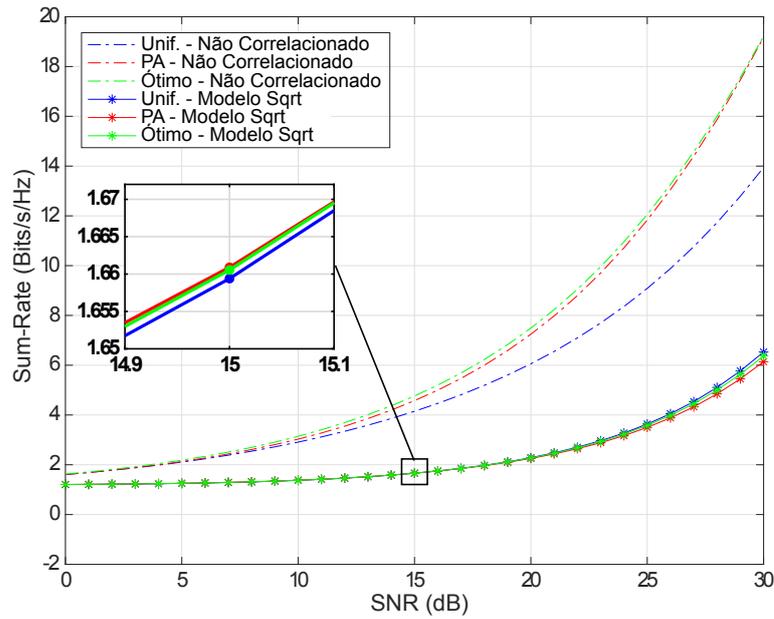


Figura 3.42 – *Sum-Rate* para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do MMSE: Modelo Sqrt com $\mu = 0.3752$.

SNR.

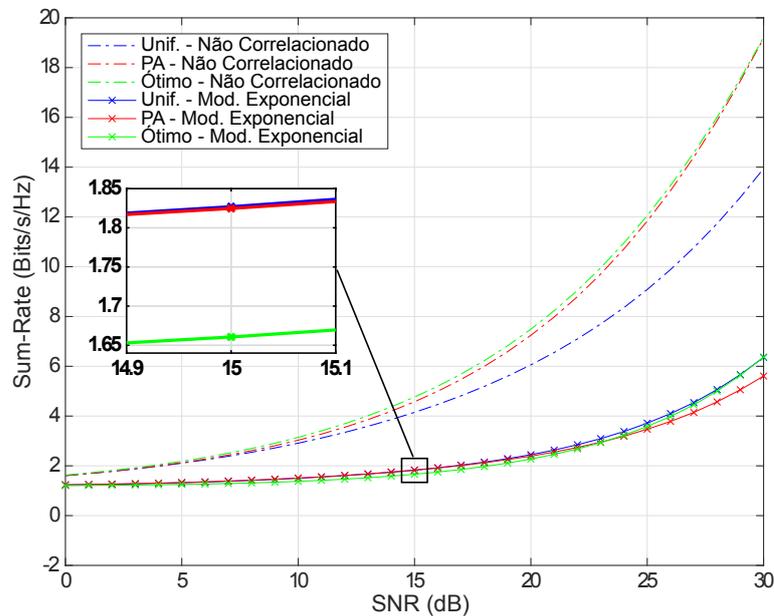


Figura 3.43 – *Sum-Rate* para arranjos retangulares ótimo, PA e uniforme com utilização do MMSE: Modelo Exp com $\mu = 0.25$.

A Tabela 3.4 apresenta o resumo dos resultados envolvendo os arranjos retangulares, contendo os detectores na recepção, e os modelos de correlação. O arranjo destacado no campo correspondente é aquele que apresenta o melhor desempenho, de maneira similar a qual foi apresentado na Tabela 3.2. As situações onde aparecem mais

de um arranjo no mesmo campo, se devem ao fato de que ambos apresentaram melhor desempenho no cenário em questão, mas para valores diferentes da faixa de SNR.

Tabela 3.4 – Resultados das Comparações dos Arranjos Retangulares com Presença dos Detectores.

Correlação \ Detector	MRC	ZF	MMSE
Não-Correlacionado	Uniforme	Ótimo	Ótimo
Gauss	PA	Uniforme	Uniforme
Sqrt	PA	Uniforme	PA e Uniforme
Exponencial	PA	Uniforme	Uniforme

Conclusão

Este trabalho de mestrado é o resultado do estudo do desempenho de arranjos não-uniformes em sistemas MIMO Multi-usuário com a presença de arranjos lineares e retangulares na ERB, considerando modelos onde existe e não existe correlação entre as antenas. Inicialmente, foi feito o processo de otimização da capacidade soma de canal através da modificação do posicionamento dos elementos na ERB. Por não haver expressão analítica para arranjos não-uniformes, foi utilizado um método numérico de maximização da capacidade e obtenção do correspondente distanciamento entre as antenas que fornece tal desempenho. Por meio de observação dos resultados, foi proposto um arranjo não-uniforme baseado em progressão aritmética como uma alternativa ao resultado fornecido como ótimo. Considerando os arranjos uniformes e não-uniformes, foi verificado o desempenho do sistema considerando modelos onde existe e não existe correlação. Para modelos não-correlacionados, arranjos não-uniformes produzem melhores resultados em termos de capacidade, tanto para arranjos lineares quanto para retangulares. Os efeitos provenientes da presença da correlação mostram que, tanto para arranjos uniformes quanto para não-uniformes, o desempenho do sistema é afetado com perda de capacidade. Portanto, para ambos os tipos de arranjos de antenas, os valores de capacidade soma de canal diminuem.

Sob o mesmo cenário onde existe e não existe correlação, foi simulada a capacidade para os detectores lineares MRC, ZF e MMSE. No caso do MRC, os arranjos não-uniformes produzem valores piores de capacidade do que arranjo uniforme para o modelo não-correlacionado, enquanto que nos modelos onde existe correlação os arranjos não-uniformes apresentam pequena superioridade. Por outro lado, para o ZF e o MMSE, os arranjos não-uniformes apresentam vantagens em relação ao uniformes alcançando maiores valores de capacidade também no caso onde não existe correlação. Ao se considerar os efeitos de correlação, para todos os detectores, os desempenhos dos arranjos são muito próximos e as vantagens do uso dos arranjos não-uniformes dependem dos modelos de correlação considerados.

Perspectivas Futuras

Como trabalhos futuros, pode se considerar

- Análises de diferentes modelos de arranjos e possibilidade de proposição de utilização de arranjos não-uniformes para outras geometrias;

- Estudos comparativos de capacidade de canal entre modelos correlacionados e não-correlacionados contendo a utilização de técnicas que visem minimizar o acoplamento mútuo para avaliar a utilização de arranjos não-uniformes em contextos onde a correlação é minimizada;

Referências

- AI, B.; GUAN, K.; HE, R.; LI, J.; LI, G.; HE, D.; ZHONG, Z.; HUQ, K. M. S. On indoor millimeter wave massive mimo channels: Measurement and simulation. *IEEE journal on selected areas in communications*, IEEE, v. 35, n. 7, p. 1678–1690, 2017. Citado na página 15.
- ALNAJJAR, K. A.; SMITH, P. J.; WHITING, P.; WOODWARD, G. K. Size and array shape for massive mimo. *IEEE Wireless Communication Letter*, v. 4, n. 6, December 2015. Citado 3 vezes nas páginas 15, 20 e 28.
- BALANIS, C. A. *Antenna Theory*. 3. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2005. Citado na página 17.
- BERTSEKAS, D. *Nonlinear Programming*. [S.l.]: Athena Scientific, 1999. Citado na página 21.
- CHANDHAR, P.; DANEV, D.; LARSSON, E. G. On Ergodic Rates and Optimal Array Geometry in Line-of-Sight Massive MIMO. *Proc. 17th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, July 2016. Citado na página 16.
- CHIANI, M.; WIN, M. Z.; ZANELLA, A. On the Capacity of Spatially Correlated MIMO Rayleigh Fading-Channels. *IEEE Transactions On Information Theory*, v. 49, n. 10, p. 2363–2371, October 2003. Citado na página 15.
- COVER, T. M.; THOMAS, J. A. *Elements of Information Theory*. 2. ed. Hoboken, USA: Wiley-Interscience, 2006. v. 2nd. (Wiley Series in Telecommunications and Signal Processing, 3). Citado na página 23.
- DIAS, M. H. C. *Estimação das Respostas do Canal Real de Propagação Rádio Móvel nos Domínios Espacial e Temporal Análise da Supressão de Ruído por Decomposição Wavelet Como Técnica Complementas de Processamento*. 2003. Citado na página 17.
- ERASLAN, E.; DANESHRAJ, B.; LOU, C.-Y. Performance Indicator for MIMO MMSE Receivers in the Presence of Channel Estimation Error. *IEEE Wireless Communications Letters*, v. 2, n. 2, p. 211–214, April 2013. Citado na página 24.
- ERTEL, R. B.; CARDIERI, P.; SOWERBY, K. W.; RAPPAPORT, T. S.; REED, J. H. Overview of spatial channel models for antenna array communication systems. *IEEE personal communications*, IEEE, v. 5, n. 1, p. 10–22, 1998. Citado na página 16.
- GODARA, L. A. Applications Antenna Array for Mobile Communications, Part I: Performance Improvement, Feasibility, and System Considerations. *Proceedings of the IEEE*, v. 85, n. 7, p. 1031–1060, July 1997. Citado na página 17.
- JIANG, Y.; VARANASI, M. K.; LI, J. Performance analysis of zf and mmse equalizers for mimo systems: An in-depth study of the high snr regime. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 57, n. 4, p. 2008–2026, April 2011. ISSN 0018-9448. Citado na página 25.

- KAY, S. *Intuitive Probability and Random Processes Using MATLAB*. Secaucus, NJ, USA: Springer-Verlag New York, Inc., 2007. ISBN 0387241574. Citado na página 23.
- KENNY, D. A. *Correlation and Causality*. 1. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1979. Citado na página 23.
- KING, R. P. D.; THOMAS, R. Unequally spaced, broadband antenna arrays. *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, AP, n. 8, p. 380–384, 1960. Citado na página 16.
- LIBERTI, J. C.; RAPPAPORT, T. S. *Smart antennas for wireless communications: IS-95 and third generation CDMA applications*. [S.l.]: Prentice Hall PTR, 1999. Citado na página 16.
- LIU, L.; MATOLAK, D. W.; TAO, C.; LI, Y.; CHEN, H. Sum-rate capacity investigation of multiuser massive MIMO uplink systems in semi-correlated channels. In *2016 IEEE 83rd vehicular Technology Conference (VTC Spring), Sydney, Australia*, p. 1–5, May 2016. Citado na página 15.
- LOYKA, S. L. Channel Capacity of MIMO Architecture Using the Exponential Correlation Matrix. *IEEE Communications Letters*, v. 5, n. 9, p. 369–371, September 2001. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 28.
- MAFFETT, A. Array factors with nonuniform spacing parameter. *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 10, n. 2, p. 131–136, 1962. Citado na página 16.
- MARZETTA, T. L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, IEEE, v. 9, n. 11, p. 3590–3600, 2010. Citado 4 vezes nas páginas 15, 20, 26 e 27.
- MATHWORKS. *Find Minimum of Constrained Nonlinear Multivariable Function - MATLAB fmincon*. 2008. Acessado em 27 de setembro de 2018. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/optim/ug/fmincon.html>>. Citado na página 22.
- MORAES, A. C.; YACOUB, M.; COSTA, D. B. da. *Análise da Probabilidade de Outage em Canais de Desvanecimento Generalizados para Combinadores sob Interferência Co-Canal*. 2009. Citado na página 18.
- NGO, H. Q. *Massive MIMO: Fundamentals and System Designs*. Dissertação (Mestrado) — Linköping University, 2015. Citado 4 vezes nas páginas 15, 20, 24 e 38.
- NGO, H. Q.; LARSSON, E. G.; MARZETTA, T. L. Aspects of favorable propagation in massive MIMO. In: IEEE. *Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2014 Proceedings of the 22nd European*. [S.l.], 2014. p. 76–80. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 27.
- PATRIKSSON, M. *An Introduction to Optimization: Foundations and Fundamental Algorithms*. 3. ed. [S.l.]: Dover Publications, 2016. ISBN 0486802876. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.
- PI, Z.; KHAN, F. A millimeter-wave massive mimo system for next generation mobile broadband. In: IEEE. *Conference on Signals, Systems and Computers (ASILOMAR)*. [S.l.], 2012. p. 693–698. Citado na página 15.

- RAPPAPORT, T. S.; MACCARTNEY, G. R.; SAMIMI, M. K.; SUN, S. Wideband millimeter-wave propagation measurements and channel models for future wireless communication system design. *IEEE Transactions on Communications*, IEEE, v. 63, n. 9, p. 3029–3056, 2015. Citado na página 15.
- SHIU, D.-S.; FOSCHINI, G. J.; GANS, M. J.; KAHN, J. M. Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems. *IEEE Trans. Commun.*, v. 48, p. 502–513, March 2000. Citado na página 15.
- SMITH, P. J.; DMOCHOWSKI, P. A.; CHIARI, M.; GIORGETTI, A. On the Number of Independent Channels in Multi-Antenna Systems. *IEEE Transactions On Wireless Communications*, v. 13, n. 1, p. 75–85, January 2014. Citado 3 vezes nas páginas 15, 28 e 38.
- SUN, S.; RAPPAPORT, T. S.; HEATH, R. W.; NIX, A.; RANGAN, S. MIMO for millimeter-wave wireless communications: Beamforming, spatial multiplexing, or both? *IEEE Communications Magazine*, IEEE, v. 52, n. 12, p. 110–121, 2014. Citado na página 15.
- TSE, D.; VISWANATH, P. *Fundamentals of Wireless Communication*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 2005. ISBN 0-5218-4527-0. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 23.
- YOU, X.; WANG, Y. *Massive MIMO Channel Modeling*. 2015. Citado na página 20.
- ZHENG, K.; ZHAO, L.; MEI, J.; SHAO, B.; XIANG, W.; HANZO, L. Survey of large-scale mimo systems. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, IEEE, v. 17, n. 3, p. 1738–1760, 2015. Citado na página 15.