



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
Faculdade de Engenharia Mecânica

ANA CAROLINA OLIVEIRA DE PAULA

Modelo Analítico e Solução Numérica de um Destilador Solar

CAMPINAS
2017

ANA CAROLINA OLIVEIRA DE PAULA

Modelo Analítico e Solução Numérica de um Destilador Solar

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestra em Engenharia Mecânica, na Área de Térmica e Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELA ALUNA ANA CAROLINA OLIVEIRA DE PAULA, E ORIENTADA PELO PROF. DR. KAMAL ABDEL RADI ISMAIL.

.....
ASSINATURA DO ORIENTADOR

**CAMPINAS
2017**

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): CAPES, 33003017

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

P281m Paula, Ana Carolina Oliveira de, 1991-
Modelo analítico e solução numérica de um destilador solar / Ana Carolina Oliveira de Paula. – Campinas, SP: [s.n.], 2017.

Orientador: Kamal Abdel Radi Ismail.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Destilação solar. 2. Calor - Convecção natural. 3. Materiais - Efeito da radiação. 4. Fluidodinâmica computacional (CFD). 5. Teoria cinética do transporte - Método das ordenadas discretas. I. Ismail, Kamal Abdel Radi, 1940-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Analytical modeling and numerical solution of a simple solar still

Palavras-chave em inglês:

Solar distillation

Heat - Natural convection

Materials - Effect of radiation

Computational fluid dynamics (CFD)

Transport kinetic theory - Discrete ordinate method

Área de concentração: Térmica e Fluidos

Titulação: Mestra em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Kamal Abdel Radi Ismail [Orientador]

Luiz Felipe Mendes de Moura

Vivaldo Silveira Junior

Data de defesa: 31-07-2017

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADEMICO

Modelo Analítico e Solução Numérica de um Destilador Solar

Autor: Ana Carolina Oliveira de Paula

Orientador: Kamal Abdel Radi Ismail

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

Prof. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail

Instituição: Unicamp / FEM

Prof. Dr. Luiz Felipe Mendes de Moura

Instituição: Unicamp / FEM

Prof. Dr. Vivaldo Silveira Junior

Instituição: Unicamp / FEA

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

Campinas, 31 de julho de 2017.

Dedicatória

À vovó, que já está num mundo melhor.

Agradecimentos

Meus mais sinceros agradecimentos vão aos professores Kamal Abdel Radi Ismail e Carlos Salinas Sedano, os quais foram responsáveis por me abrir as portas à UNICAMP e me deram condições de desenvolver este trabalho científico. Em especial, ao meu orientador, por sua enorme experiência e conhecimentos específicos que apenas muitos e muitos anos orientação e trabalho de pesquisa são capazes de dar.

À minha querida mamãe, Ana Maria de Oliveira, pelo amor e apoio incondicional, e acima de tudo, por me ajudar a me equilibrar nos momentos de dificuldade. Por ter me dado asinhas para voar. Os 2700 quilômetros não distanciou em nada a nossa relação.

Ao meu queridíssimo amigo de laboratório Jan Mateu Armengol, que tenho um relacionamento muito bom, pela paciência de sentar e olhar comigo meu código linha-a-linha para achar meus erros de código.

Aos meus amigos de laboratório pelas discussões construtivas. Aos meus amigos de graduação, em especial Felipe Cardim, Jéssica e Ariadne. E os outros amigos também que lembro todos os dias, mas não estão sendo citados aqui.

À minha família, em especial, a Thiago, Juli e Arthur por terem feito companhia a minha mãe quando eu não pude estar. Ao meu pai por apoiar minha vinda a uma nova cidade. À minha vó que não está mais aqui. Ao meu namorado Mateus, pelo carinho e companhia aqui em Campinas.

À CAPES pelo apoio financeiro.

Aos outros, não menos importantes, que não foram citados, mas que contribuíram de alguma forma para a construção deste trabalho.

Resumo

Apesar da maior parte do planeta ser coberta por água, muitas regiões se encontram em situações de seca severa. Hoje, existem aproximadamente 10 mil plantas de dessalinização no mundo, onde os maiores usuários desta tecnologia são os Estados Unidos e a Arábia Saudita. Dentre as técnicas de dessalinização disponíveis, a destilação se apresenta como uma técnica simples e barata para obtenção de água potável. Neste trabalho, a dinâmica de fluidos de um destilador solar inclinado é analisada numericamente. O fenômeno da convecção natural binária é considerado em conjunto com efeitos radiativos das paredes e do gás dentro da cavidade. As paredes são consideradas como superfícies que refletem e emitem difusamente enquanto que o gás presente é considerado participante. A análise das equações de conservação se dá através do método de volumes de controle enquanto que a análise radiativa é feita através do método de ordenadas discretas. Campos de velocidades, temperatura e concentração de espécies são obtidos para números de Rayleigh variando entre 10^3 até 10^6 . Os números de Nusselt e Sherwood para a parede quente são calculados e a quantidade de destilado formada é estimada. Os resultados obtidos indicam que o acoplamento do termo radiativo na equação da energia altera a dinâmica de fluidos na cavidade e os valores para números de Nusselt total e quantidade de destilado formada.

Palavras-chave: Destilação solar, Convecção natural binária, Transporte radiativo, Método de volume de controle, Método de ordenadas discretas

Abstract

Despite most part of the planet is covered by water, many regions experience situation of severe drought. Today, there are about 10 thousand desalination plants around the world, where Saudi Arabia and United States stand as the greatest users of this technology. Among the available desalination techniques, distillation presents to be a simple and cheap method for obtaining potable water. In this work, the fluid dynamics of an inclined solar still is numerically analyzed. Binary natural convection phenomenon is considered together with the radiative effects of the walls and gas inside the cavity. The walls are considered surfaces that reflect and emit diffusively, while the present gas is considered to be a participating media. The analysis of conservative equations is given through the control volume method and radiative analysis is done through the discrete ordinates method. Velocities, temperature and concentration fields are obtained for Rayleigh number ranging 10^3 and 10^6 . Nusselt and Sherwood numbers for the hot wall are calculated and solar still yield is predicted. Results indicate that coupling radiation in the energy equation changes fluid dynamics inside the cavity and the values for total Nusselt number and solar still yield.

Keywords: Solar distillation; Binary natural convection, Radiative transport, Control volume method, Discrete ordinates method

Lista de Ilustrações

Figura 3.1 – Destilador Solar Inclinado.....	30
Figura 3.2 – Modelo de convecção natural binária de um destilador solar inclinado.	31
Figura 4.1 – Discretização da RTE por volumes finitos.....	42
Figura 4.2 – Representação de volumes de controle em uma malha bidimensional.	44
Figura 4.3 – Representação de fluxos para esquema upwind.....	47
Figura 4.4 – Representação de uma malha deslocada à direita para cálculo das velocidades em u. a) malha principal e b) malha deslocada.	49
Figura 4.5 – Representação de uma malha deslocada para cima para o cálculo das velocidades em v. a) malha deslocada e b) malha principal.....	50
Figura 4.6 – Representação da malha principal após o uso da função de transformação.	50
Figura 4.7 – Procedimento de cálculo dos campos de temperatura, velocidades e concentração.	52
Figura 5.1 – Comparação de números de Nusselt locais ao longo da parede quente para uma cavidade fechada. Fonte: De Paula, Ismail, Salinas (2017).....	61
Figura 5.2 – Cavidade utilizada para validação do código.....	62
Figura 5.3 – Isotermas (esquerda) e linhas de corrente (direita) para espessura óptica nula para o presente trabalho.....	63
Figura 5.4 – Isotermas (esquerda) e linha de corrente (direita) para espessura óptica 0 por Lari et. al. (2011).....	63
Figura 5.5 – Isotermas (esquerda) e linhas de corrente (direita) para espessura óptica 1 para o presente trabalho.....	64
Figura 5.6 – Isotermas (esquerda) e linhas de corrente (direita) para espessura óptica 1 por Lari et. al (2011).	64
Figura 5.7 – Isotermas (esquerda) e linhas de corrente (direita) para espessura óptica 10 para este trabalho.....	65
Figura 5.8 – Isotermas (esquerda) e linhas de corrente (direita) para espessura óptica 10 por Lari et al. (2011).	65
Figura 6.1 – Linhas de contorno de temperaturas para $Ra_T=10^3$ até 10^6 (inclinação $\theta=25^\circ$)...	67
Figura 6.2 – Linhas de corrente para $Ra_T=10^3$ até 10^6 (inclinação $\theta=25^\circ$).	68
Figura 6.3 – Linhas de contorno de concentração para $Ra_T=10^3$ até 10^6 (inclinação $\theta=25^\circ$). .	69

Figura 6.4 – Números de Nusselt locais ao longo da superfície quente para $Ra_T=10^3$ até 10^6 (inclinação $\theta=25^\circ$).....	70
Figura 6.5 – Números de Sherwood locais ao longo da superfície quente para $Ra_T=10^3$ até 10^6 (inclinação $\theta=25^\circ$).....	70
Figura 6.6 – Linhas de contorno de temperaturas para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=15^\circ$) para o caso radiativo.....	72
Figura 6.7: Linhas de contorno de temperaturas para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para o caso radiativo.....	73
Figura 6.8 – Linhas de contorno de temperaturas para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$) para o caso radiativo.....	73
Figura 6.9 – Linhas de corrente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=15^\circ$) para o caso radiativo.....	74
Figura 6.10: Linhas de corrente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para o caso radiativo.....	74
Figura 6.11 – Linhas de corrente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$) para o caso radiativo.....	75
Figura 6.12 – Linhas de contorno de concentração para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=15^\circ$) para o caso radiativo.....	76
Figura 6.13: Linhas de contorno de concentração para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para o caso radiativo.....	76
Figura 6.14 – Linhas de contorno de concentração para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$) para o caso radiativo.....	77
Figura 6.15 – Números de Nusselt locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ para o caso radiativo. a) $\theta=15^\circ$ e b) $\theta=25^\circ$	79
Figura 6.16 – Números de Nusselt locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$) para o caso radiativo.....	80
Figura 6.17 – Números de Sherwood locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ para o caso radiativo. a) $\theta=15^\circ$ e b) $\theta=25^\circ$	80
Figura 6.18 – Números de Sherwood locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$) para o caso radiativo.....	81
Figura 6.19 – Representação de superfície de temperaturas para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para o caso radiativo.....	82
Figura 6.20 – Representação de superfície de concentrações para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para o caso radiativo.....	83
Figura 6.21 – Representação de superfície de velocidades para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para o caso radiativo.....	83

Figura 6.22 – Linhas de contorno de temperaturas para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/4$) para o caso radiativo.....	84
Figura 6.23 – Linhas de contorno de temperaturas para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/8$) para o caso radiativo.....	85
Figura 6.24 – Linhas de contorno de temperaturas para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/12$) para o caso radiativo.....	85
Figura 6.25 – Linhas de corrente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/4$) para o caso radiativo.	86
Figura 6.26 – Linhas de corrente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/8$) para o caso radiativo.	86
Figura 6.27 – Linhas de corrente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/12$) para o caso radiativo.	87
Figura 6.28 – Linhas de contorno de concentração para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/4$) para o caso radiativo.....	88
Figura 6.29 – Linhas de contorno de concentração para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/8$) para o caso radiativo.....	88
Figura 6.30 – Linhas de contorno de concentração para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/12$) para o caso radiativo.....	89
Figura 6.31 – Números de Nusselt locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ para o caso radiativo. a) $A=1/4$ e b) $A=1/8$	92
Figura 6.32 – Números de Nusselt locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($A=1/12$) para o caso radiativo.....	92
Figura 6.33 – Números de Sherwood locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ para o caso radiativo. a) $A=1/4$ e b) $A=1/8$	92
Figura 6.34 – Números de Sherwood locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($A=1/12$) para o caso radiativo.	93
Figura 6.35 – Linhas de contorno de temperaturas (topo), velocidades (meio) e concentrações (fundo) para a nova cavidade ($Ra_T = 1,9 \times 10^6$).....	93
Figura 6.36 – Representações de superfície para temperaturas (topo), velocidades (meio) e concentrações (fundo) para a nova cavidade ($Ra_T = 1,9 \times 10^6$).	94
Figura 6.37 – Números de Nusselt locais na parede quente para a nova cavidade.	95
Figura 6.38 – Números de Sherwood locais na parede quente para a nova cavidade.	95

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Resumo das equações matemáticas utilizadas no modelo numérico.....	36
Tabela 3.2 – Ordenadas diretoras e seus pesos para quadratura S_6	40
Tabela 4.1 – Principais esquema de interpolação.....	46
Tabela 5.1 – Números de Nusselt médios (ao longo de um eixo vertical) para $Ra_T=10^7$ e N variando de 0,01 até -5.	61
Tabela 6.1: Números de Rayleigh e dimensões equivalentes da cavidade.....	66
Tabela 6.2 – Números de Nusselt e Sherwood médios e taxa de condensação ao longo de um eixo horizontal para $Ra_T= 10^3$ até 10^6 (inclinação $\theta=25^\circ$).....	71
Tabela 6.3: Números de Nusselt e Sherwood médios e taxas de condensação ao longo de um eixo horizontal para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=15^\circ$) para o caso radiativo.....	78
Tabela 6.4: Números de Nusselt e Sherwood médios e taxas de condensação ao longo de um eixo horizontal para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para o caso radiativo.....	78
Tabela 6.5 – Números de Nusselt e Sherwood médios e taxas de condensação ao longo de um eixo horizontal para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$) para o caso radiativo.....	79
Tabela 6.6: Taxa de condensação e números de Nusselt convectivos para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para os casos radiativo (R) e não radiativo (NR).....	81
Tabela 6.7 – Números de Nusselt e Sherwood médios e taxas de condensação ao longo de um eixo horizontal para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($A = 1/4$).....	90
Tabela 6.8 – Números de Nusselt e Sherwood médios e taxas de condensação ao longo de um eixo horizontal para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($A = 1/8$).....	90
Tabela 6.9 – Números de Nusselt e Sherwood médios e taxas de condensação ao longo de um eixo horizontal para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($A = 1/12$).....	91
Tabela 6.10 – Condições cavidade.	93
Tabela 6.11 – Números de Nusselt e Sherwood médios e taxa de condensação ao longo de um eixo horizontal para a nova cavidade ($Ra_T = 1,9 \times 10^6$).....	94

Lista de Abreviaturas e Siglas

A	[- ou m^2]	Razão de aspecto (H/L) ou área
C^*	[-]	Concentração de espécies adimensional
D	[m]	Profundidade da cavidade
\dot{E}	[W/ m^2]	Taxa de energia
g	[m/s^2]	Aceleração gravitacional
H, L	[m]	Altura da cavidade e comprimento da cavidade
h_{cw}	[W/mK]	Coefficiente convectivo
h_{fg}	[J/kg]	Calor latente de vaporização
I	[W/ m^2 sr]	Intensidade radiativa
j	[W/ m^2]	Fluxo de calor difusivo
k	[W/m.K]	Condutividade térmica
c_p	[J/kg.K]	Calor específico
T	[K]	Temperatura
D_v	[m^2/s]	Coefficiente difusivo de espécies
C	[kmol/ m^3]	Concentração molar de espécies
Le	[-]	Número de Lewis
\dot{m}_v	[kg/mh]	Taxa de condensação
M	[kg/kmol]	Peso molecular
N	[-]	Razão de empuxo
Nu	[-]	Número de Nusselt
p	[Pa]	Pressão
Pe	[-]	Número de Peclet
Pr	[-]	Número de Prandtl
q_e	[W/m]	Taxa de evaporação
q_r	[W/ m^2]	Fluxo de calor radiativo
r	[-]	Vetor posição
Ra	[-]	Número de Rayleigh
S	[-]	Termo fonte
Sh	[-]	Número de Sherwood

t	[s]	Tempo
T^*	[-]	Temperatura adimensional
u^*, v^*	[-]	Velocidades adimensionais
u, v	[m/s]	Velocidades
V_p	[m ³]	Volume
\vec{V}	[m/s]	Vetor velocidade
w_k	[-]	Peso ponderado
x^*, y^*	[-]	Coordenadas locais adimensionais
x, y	[m]	Coordenadas locais

Caracteres especiais

θ	[°]	Ângulo de inclinação
\mathfrak{R}	[J/kmolK]	Constante universal dos gases
κ_n	[m ⁻¹]	Coefficiente de absorção do meio
Ω	[-]	Vetor direção
ϕ	[-]	Propriedade transportada
Γ	[-]	Coefficiente difusivo da equação geral
ξ_m, η_m	[-]	Ordenadas diretoras
β_S	[m ³ /kmol]	Coefficiente de expansão soluto
β_T	[1/K]	Coefficiente de expansão térmico
β_n	[m ⁻¹]	Coefficiente de extinção
σ_s	[m ⁻¹]	Coefficiente de espalhamento
ω_n	[-]	Scattering albedo
∇	[-]	Divergente
ϵ	[-]	Parâmetro adimensional de temperatura
ν	[m ² /s]	Viscosidade cinemática
α	[m ² /s]	Difusividade térmica
β	[-]	Fator de esticamento da malha
ϵ	[-]	Emissividade
μ	[Pa.s]	Viscosidade dinâmica

ρ	[kg/m ³]	Densidade
τ	[-]	Espessura ótica

Subscritos

1	Parede inferior
2	Parede esquerda
3	Parede superior
4	Parede direita
<i>a</i>	Ar
<i>b</i>	Corpo negro
<i>c</i>	Frio ou convectivo
<i>h</i>	Quente
<i>r</i>	Radiativo
<i>ref</i>	Referência
<i>st</i>	Armazenada
<i>v</i>	Vapor
<i>w</i>	Parede

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	19
1.1 Objetivos	21
1.1.1 Objetivo Geral	21
1.1.2 Objetivos Específicos.....	21
2 REVISÃO DE LITERATURA.....	22
2.1 Convecção natural pura.....	22
2.2 Convecção natural binária.....	23
2.3 Transferência de calor radiativa	24
2.4 Transferência de calor conjugada.....	26
2.5 Transferência de calor conjugada aplicada em destilação solar.....	27
3 MODELAGEM MATEMÁTICA	29
3.1 Descrição do problema.....	29
3.2 Simplificação e esquematização do problema	31
3.3 Equações conservativas.....	32
3.3.1 Conservação da massa.....	32
3.3.2 Conservação de movimento	32
3.3.3 Conservação de energia.....	33
3.3.4 Conservação de espécies	34
3.3.5 Representação da equação geral.....	35
3.3.6 Adimensionalização de variáveis	36
3.4 Cálculo de condensado.....	37
3.5 Condições de contorno.....	38
4 ANÁLISE NUMÉRICA	41
4.1 Discretização da equação de transporte radiativo (RTE).....	41
4.2 Discretização das equações de conservação.....	43

4.2.1 Termo difusivo	44
4.2.2 Termo convectivo.....	45
4.2.3 Termo fonte.....	47
4.2.4 Termo transiente.....	47
4.2.5 Equação geral discretizada.....	48
4.3 Malha computacional	49
4.4 Metodologia de cálculo	51
4.4.1 Campo de Intensidades.....	52
4.4.2 Campo de velocidades.....	54
4.4.3 Campo de temperaturas.....	57
4.4.4 Campo de concentração	57
4.4.5 Resolução do sistema de equações.....	58
5 VALIDAÇÃO.....	60
5.1 Modelo de convecção natural binária.....	60
5.2 Modelo de convecção natural acoplado à radiação.....	61
6 RESULTADOS	66
6.1 Convecção natural binária (sem radiação) para $\theta = 25^\circ$ e $A = 1$	67
6.2 Convecção natural binária (com radiação).....	71
6.2.1 Análise da variação do ângulo de inclinação da cavidade	71
6.2.1.1 Linhas de contorno de temperatura	72
6.2.1.2 Linhas de corrente	74
6.2.1.3 Linhas de contorno de concentração	75
6.2.1.4 Taxa de condensação e números de Nusselt e Sherwood	77
6.2.1.5 Comparação com o caso radiativo e não radiativo.....	81
6.2.2 Análise da variação da razão de aspecto	84
6.2.2.1 Linhas de contorno de temperatura	84
6.2.2.2 Linhas de corrente	85
6.2.2.3 Linhas de contorno de concentração	87

6.2.2.4 Taxa de condensação e números de Nusselt e Sherwood	89
6.2.3 Um caso real.....	93
7 CONCLUSÕES.....	96
Referências	98

1 INTRODUÇÃO

O aumento populacional, especificamente em países em desenvolvimento trouxe muitas preocupações relacionadas à pobreza, poluição, saúde e problemas ambientais. Atualmente, um quarto da população não tem acesso à água potável e esta situação fica mais severa em comunidades remotas em situação de vulnerabilidade e que não dispõem de eletricidade (MEKHILEF; SAIDUR; SAFARI, 2011).

Hoje existem aproximadamente 10 mil plantas de dessalinização no mundo, onde a Arábia Saudita e Estados Unidos são os maiores usuários desta tecnologia. Diversas são as tecnologias atuais de dessalinização, podendo ser divididas em duas grandes categorias: tecnologias térmicas e tecnologias de membrana. Dentre as tecnologias térmicas estão os processos múltiplo estágio flash (MSF), destilação de múltiplo efeito (MED) e compressão de vapor (VC), enquanto que dentre as tecnologias de membrana se encontram microfiltração (MF) e osmose reversa (RO). Em grandes plantas comerciais as tecnologias mais difundidas são MSF e RO (XIAO et al., 2013). Estas tecnologias, no entanto, não suprem as necessidades de comunidades isoladas.

Países como Israel, Arábia Saudita e Jordânia apostam na dessalinização para contornar a seca e falta de chuvas. Os métodos convencionais de dessalinização necessitam de uma grande quantidade de energia para sua operação, causam impacto ambiental e perturbam ecossistemas naturais. No tradicional método de osmose reversa as bombas são alimentadas por energia proveniente de um gerador a diesel ou a gás. Logo, estas tecnologias não atendem as necessidades de regiões remotas e pequenas ilhas.

Não apenas água do mar pode ser utilizada como fonte de água potável, mas também qualquer água muito mineralizada (que esteja acima do limite de uso doméstico). Um exemplo deste tipo é aquela de origem subterrânea ou superficial, chamada de “água de poço”. Águas muito mineralizadas podem ser encontradas nas regiões mais áridas da Terra, em particular no Oriente Médio. Em níveis nacionais, temos o solo do semiárido nordestino, que possui muitos sais tornando a água dos poços perfurados nesta região é imprópria para consumo direto. Um agravante desta situação é a falta de chuvas (SOARES, 2004). No ano de 2017, o sertão completou cinco anos de estiagem.

Destiladores solares são adequados para uso doméstico, particularmente em regiões remotas e pequenas ilhas que não tem acesso à rede elétrica. Para estas situações, os

destiladores provenientes de energia solar são mais competitivos que o tradicional método de osmose reversa alimentada por motor a diesel. A destilação é um método muito simples que não necessita de manutenção frequente nem mão-de-obra qualificada. No entanto, esta tecnologia necessita de grande superfície e além de ser muito sensível a variações climáticas. Logo, sua utilização em larga escala é limitada. A maior parte das plantas pequenas e intermediárias está usando este método (MEKHILEF; SAIDUR; SAFARI, 2011).

O processo de destilação solar é um processo de separação da água dos sais indesejados se baseia na presença de um componente volátil que é evaporado e depois condensado subsequentemente. Apenas a água pura é volátil, enquanto que os sais não são. Com isso, os sais que estão dissolvidos na água permanecem enquanto que a água pura evapora e condensa na superfície de vidro, podendo então ser coletada (CERCI, 2001).

Dentro da cavidade de destilação predominam fenômenos multifísicos que podem ser estudados através de equacionamentos disponíveis na literatura. Conhecimentos de dinâmica de fluidos associados ao estudo de métodos numéricos constituem uma ferramenta eficaz chamada CFD (do inglês *Computational Fluid Dynamics*) que pode prever o fenômeno no domínio em questão. Com ajuda desta ferramenta, a dinâmica de fluidos dentro da cavidade do destilador solar fica completamente descrita possibilitando a análise dos principais parâmetros que influenciam a produção de destilado.

Motivada pela discussão de um assunto tão relevante e pela possibilidade de contribuição à comunidade científica, este projeto de pós-graduação foi proposto. Neste estudo, o fenômeno da convecção natural binária é levado em consideração, bem como os efeitos radiativos provocados pelo gás e paredes da cavidade. O problema será modelado através de equações conservativas (de massa, momentum, energia e espécies), onde cada uma destas equações é discretizada pelo método de volume de controle. A exceção é a equação de transporte radiativo que possibilita o cálculo do termo radiativo da equação de energia, onde há a necessidade de discretização angular. Neste caso, se utiliza o DOM (método das ordenadas discretas). A partir dos campos obtidos, a quantidade de condensado é calculada e a capacidade do destilador determinada.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo principal deste trabalho é modelar numericamente uma cavidade de um destilador solar.

1.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Simular toda dinâmica de fluidos que ocorre dentro da cavidade para diferentes valores de números de Rayleigh;
- Calcular o número de Nusselt na parede quente e estimar a quantidade de condensado formada;
- Avaliar a influência da angulação da cavidade e razão de aspecto no desempenho do destilador;
- Fazer uma simulação para um caso real.

2 REVISÃO DE LITERATURA

A destilação solar é o processo mais antigo de dessalinização de água salgada. O primeiro destilador solar foi projetado por um engenheiro sueco em 1872 em uma comunidade mineradora ao norte do Chile, visando obtenção de água potável. Diversos pesquisadores vêm estudando a fundo a destilação solar, no entanto, a maior parte dos estudos são experimentais ou de viabilidade econômica. Poucos estudos simulam numericamente a dinâmica de fluidos que ocorre dentro da cavidade de destilação.

O processo de operação de um destilador solar é similar ao ciclo natural hidrológico, onde a evaporação e a condensação acontecem auxiliadas pelo fenômeno da convecção natural. Muitos estudos visaram estudar os efeitos resultantes no escoamento e regime de temperaturas quando a forma da cavidade (relação de aspecto), propriedades do fluido (número de Prandtl), correlações Nusselt com Rayleigh ou Grashoff são variados.

Nos próximos tópicos, uma revisão da literatura em convecção natural será elaborada e alguns importantes trabalhos dentro deste tema serão apresentados. Os avanços em convecção natural serão mostrados, bem como o acoplamento deste fenômeno com a radiação térmica. Muitos destes trabalhos são considerados benchmark e são utilizados para validação de trabalhos atuais.

2.1 Convecção natural pura

Um dos primeiros estudos numéricos em convecção natural do ar devido a um gradiente de temperaturas foi elaborado por Vahl Davis (1983). Neste trabalho foi considerada uma cavidade onde as duas paredes verticais tinham temperaturas diferentes enquanto que as paredes horizontais eram adiabáticas. Em seu estudo foram publicados valores de números de Nusselt máximo, mínimo e médio na parede quente da cavidade para vários refinamentos de malha. Foram publicados também linhas de contorno de temperatura e corrente para diferentes valores de Rayleigh. Os resultados publicados por Vahl Davis (1983) servem como benchmark e são utilizados em vários outros estudos visando validação de resultados numéricos.

A maioria dos estudos publicados considera a aproximação de Boussinesq e propriedades constantes do gás em estudo para representar os efeitos de convecção natural. Em muitas situações, a diferença de temperatura é pequena o suficiente para que o escoamento possa ser modelado assumindo escoamento incompressível com propriedades constantes.

Chenoweth e Paolucci (1986), no entanto, apontam em seu estudo que, para grandes diferenças de temperatura, o escoamento se torna muito sensível às variações de propriedades fazendo com que a aproximação de Boussinesq não represente adequadamente o fenômeno. O escoamento torna-se compressível com um forte acoplamento das equações conservativas com as equações de estado e as propriedades termofísicas. Neste caso, onde o limite de Boussinesq é extrapolado, as leis de gás ideal e de Sutherland representam melhor as variações de densidade que impulsionam a convecção natural.

Quando são elevados números de Rayleigh são desejados, a clássica equação bidimensional de Boussinesq se torna instável, especialmente para valores próximos a 10^8 . Le Quéré (1991) propôs uma solução utilizando discretização pseudo-espectral a fim de obter resultados precisos para números de Rayleigh entre 10^7 e 10^8 .

A diferença entre as temperaturas das paredes quente e fria dividido pela soma delas é identificada pela diferença de temperaturas adimensional ϵ . A maioria dos trabalhos em convecção natural considera uma pequena diferença de temperaturas entre as paredes onde $\epsilon \leq 0,2$. Neste caso, a aproximação de Boussinesq é válida. Uma grande diferença de temperatura se dá quando $\epsilon \geq 0,6$. Logo, as leis de gás ideal e de Sutherland são aplicadas. Chenoweth e Paolucci (1986) e Le Quéré et al. (2005) apresentaram resultados para abordagem “não-Boussinesq” para grandes diferenças de temperaturas ($\epsilon \approx 0,6$) e baixos números de Mach. O trabalho publicado por Le Quéré et al. (2005) é tido como benchmark na modelagem de fenômenos convectivos considerando abordagem não-Boussinesq.

2.2 Convecção natural binária

A maioria dos estudos em convecção natural relaciona este fenômeno apenas a uma diferença de temperaturas. O movimento de fluido pode ser induzido também devido a um gradiente de outras quantidades escalares. No caso deste trabalho, este segundo gradiente se

refere à diferença de concentração de vapor. O fenômeno que combina forças de empuxo devido à temperatura e concentração é chamado de convecção binária.

Béghein, Haghghat e Allard (1992) publicaram um trabalho considerando convecção binária em uma cavidade preenchida com ar e poluentes que é submetida a uma gradiente horizontal de temperatura e concentração. Neste trabalho, uma série de experimentos numéricos foi executada visando comparação dos efeitos provocados pelas forças de empuxo térmica e soluta. Importantes resultados em relação ao comportamento do escoamento dentro da cavidade foram obtidos.

Em um escoamento dominado por forças difusivas solutas, a camada limite de concentração tende a ser mais espessa, enquanto que em um escoamento dominado por forças difusivas térmicas, a camada limite é mais fina. Weaver e Viskanta (1992) elaboraram um estudo numérico-experimental que ilustra os efeitos das forças térmica e soluta. Em seu estudo foi feita uma comparação da dinâmica de fluidos para vários parâmetros de empuxo. A maioria dos resultados experimentais concordou com os resultados numéricos, no entanto, alguns destes resultados não. Os autores apontam erros durante as medições ou simplificações no modelo numérico como principais causas de divergências. O modelo numérico não considerava efeitos conjugados da radiação das paredes, energia latente de vaporização ou condensação, e nem efeitos de capilaridade na interface líquido-gás.

De Paula e Ismail (2017) publicou resultados para convecção natural binária em uma cavidade inclinada e concluíram que existem picos de valores para números de Nusselt e Sherwood na parede quente para as regiões de altos gradientes de temperatura, concentração e velocidades.

2.3 Transferência de calor radiativa

Para determinar o fluxo radiativo em um ponto de um meio é necessário se conhecer a intensidade radiativa neste ponto para todas as direções e comprimentos de onda. O campo de intensidade para um meio participante pode ser determinado pela equação de transporte radiativo (RTE) que representa um balanço de energia radiativa para cada direção. É uma equação de resolução difícil porque o termo da intensidade aparece dentro de integrais e derivadas simultaneamente.

Nos últimos anos, o método das ordenadas discretas (DOM) emergiu como um método atrativo simplificado para resolver o transporte radiativo, possuindo boa precisão e economia computacional. Neste método, a RTE é transformada em um conjunto simultâneo de equações parciais. O método de ordenadas discretas (também é chamado de método S_n) foi inicialmente apresentado por Chandrasekhar (1960), porém somente quase 30 anos depois foi aplicado e aprimorado, através do trabalho pioneiro de Fiveland (1988).

O método das ordenadas discretas é baseado numa representação discreta da variação direcional da intensidade radiativa. A solução é encontrada resolvendo a RTE para um conjunto de direções discretas de forma que todo o ângulo sólido 4π seja coberto. Cada aproximação S_n consiste em discretizar a região angular em $n(n+2)$ ordenadas discretas. Métodos numéricos em transferência de calor usam volumes finitos. Analogamente, pode-se dizer que a discretização direcional usa “volumes finitos de ângulos sólidos” (MODEST, 2003).

O trabalho publicado por Fiveland (1988), a RTE é resolvida para um meio que absorve, espalha e reflete e está rodeado por paredes cinzentas (paredes são chamadas de cinzentas quando suas propriedades radiativas independem do comprimento de onda). São apresentadas soluções para as quadraturas S_2 , S_4 , S_6 e S_8 , onde as quadraturas S_4 , S_6 e S_8 apresentam resultados satisfatórios em relação a outros métodos e podem ser utilizadas para análise radiativa.

Visando melhorar a convergência e precisão da transferência radiativa, Balsara (2001) formulou um novo esquema de segunda ordem utilizando interpolação multidimensional. Foram também apresentados valores mais precisos para as ordenadas discretas em relação aos valores anteriormente expostos por Fiveland (1988).

A discretização angular do DOM impõe a este método um efeito indesejado, chamado “efeito de raio”. Este efeito é responsável por resultados não realistas e pode ser contornado utilizando esquemas de interpolação de alta ordem. Em algumas situações, este efeito persiste mesmo quando esquemas de alta ordem são utilizados, como no caso de condições de fronteiras descontínuas (como superfícies adjacentes com temperaturas ou emissividades diferentes, ou até na presença de um canto).

Ismail e Salinas (2004) aplicaram o método genuinamente multidimensional proposto por Balsara (2001) em uma cavidade bidimensional visando eliminar o efeito de raio. A cavidade é composta por paredes que emitem e refletem difusamente e um gás homogêneo que absorve, emite e espalha radiação. Em um estudo posterior, Ismail e Salinas (2005) compararam os resultados do esquema multidimensional proposto por Balsara (2001) com o

esquema unidirecional CLAM proposto por Jessee e Fiveland (1997). Neste segundo estudo foi utilizado um modelo condutivo-radiativo para uma cavidade bidimensional. Os dois esquemas atingem resultados satisfatórios, porém com uma precisão maior do esquema genuíno multidimensional.

2.4 Transferência de calor conjugada

O problema de transferência de calor conjugada está presente em várias áreas da engenharia. A influência da radiação no fenômeno da convecção natural é maior que na convecção forçada por causa do acoplamento entre o campo de temperaturas e escoamento que existe no caso da convecção natural. O efeito da radiação altera significativamente o escoamento e distribuição de temperaturas dentro da cavidade, especialmente para altos valores de Rayleigh.

O efeito radiativo das superfícies é levado em consideração no trabalho publicado por Akiyama e Chong (1997). Neste trabalho, a interação da convecção natural com a radiação térmica de superfícies cinzentas em uma cavidade preenchida por ar é analisado. Os autores comparam variações do número de Nusselt médio para vários números de Rayleigh e também para vários valores de emissividade das paredes. É constatado que quando estes parâmetros são aumentados, o Nusselt médio também aumenta.

Uma grande quantidade de trabalhos publicados levam em consideração apenas os efeitos radiativos das superfícies das cavidades a fim de evitar esforço computacional. Outro motivo que justifica esta consideração é que a maioria dos principais gases, como O_2 , N_2 , H_2 e ar seco, são transparentes à radiação térmica. No entanto, outros gases, como CO_2 e vapor d'água, são participantes e emitem e absorvem radiação térmica.

Segundo Lari et al. (2011), os efeitos que gases participantes produzem não podem ser desprezados nem sob temperaturas ambiente. Por exemplo, a radiação emitida por uma parede a $300K$ é 30% absorvida ao longo de um percurso de $10m$. Em seu trabalho, a combinação da troca de calor por convecção natural e radiação foi feita aplicada a uma cavidade bidimensional de paredes negras e um meio que emite e absorve. Foi constatado que, para um meio transparente, a radiação é o meio dominante de troca térmica, no entanto, esta contribuição tende a diminuir quando o a espessura ótica é aumentada. O Nusselt radiativo é

muito mais sensível ao aumento da espessura ótica que o Nusselt convectivo (para um mesmo número de Rayleigh).

Singh e Singh (2016) elaboraram um estudo para uma cavidade bidimensional aberta com uma fonte de calor ao fundo, onde a convecção e os efeitos radiativos devido às paredes foram inclusos em seu modelo. Foram estudadas as influências do ângulo de inclinação na dinâmica de fluido da cavidade aberta. Foi constatado que o ângulo de inclinação causa mudanças nos valores para número de Nusselt convectivo e total. De um ponto de vista de transferência de calor, a melhor orientação da cavidade é quando a mesma está a 60° de uma superfície horizontal.

2.5 Transferência de calor conjugada aplicada em destilação solar

Muitos pesquisadores vêm estudando variações na geometria de destiladores solares para avaliar seu desempenho dependendo das condições climáticas locais, operação e parâmetros de projeto. Estudos numéricos para análise de transferência de calor e massa são mais raros. Um estudo numérico foi publicado por Jabrallah, Belghith e Corriou (2002) para uma cavidade contendo ar úmido. Neste estudo, foi feita uma análise de desempenho da cavidade variando os principais parâmetros de dimensionamento. Os autores concluíram que o desempenho do destilador solar pode ser aumentado aumentando o fluxo de calor na parede quente, aumentando a temperatura da água de entrada e aumentando a razão de aspecto da cavidade. É chamada razão de aspecto a divisão entre o comprimento da cavidade pela sua altura.

Outro trabalho numérico em destilação solar é apresentado por Alvarado-juárez et al. (2013). Este trabalho vai um pouco além do que foi realizado por Jabrallah, Belghith e Corriou, pois inclui os efeitos radiativos devido às paredes. Os resultados apresentados indicam que a radiação térmica das paredes altera o perfil do escoamento dentro da cavidade. Isto ocorre porque esta radiação é responsável por aumentar a velocidade do fluido próximo às paredes. Logo, os principais parâmetros de análise em transferência de calor e massa (números de Nusselt convectivo, Nusselt total e Sherwood) sofrem grande alteração, indicando que as trocas radiativas alteram a dinâmica de fluidos da cavidade.

Uma referência em dimensionamento de destiladores solares é o livro publicado por Tiwari, Tiwari e Shyam (2016), onde apresentam expressões analíticas que representam as

trocas de calor e de massa do destilador. Neste livro, também é apresentado um modelo analítico atualizado para predição da quantidade de destilado que pode ser formada por um destilador. Este modelo será utilizado neste trabalho.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo será abordada a modelagem matemática do destilador em estudo. Como mencionado, este dispositivo é analisado como uma cavidade bidimensional, onde o fenômeno da convecção natural binária e a radiação térmica são levados em consideração. A partir das equações governantes, hipóteses são levantadas de forma que a dinâmica de fluidos dentro da cavidade possa ser representada. A representação da dinâmica de fluidos, transferência de calor e massa é feita através de equações conservativas que são expressas por diferenciais, sendo estas: continuidade, momentum, energia e transporte de massa. A troca radiativa é calculada através da equação de transporte radiativo (RTE). O meio é suposto como contínuo e as seguintes considerações são feitas:

- i. O modelo proposto é bidimensional;
- ii. Efeitos de convecção natural são considerados;
- iii. As propriedades termofísicas dos fluidos na cavidade são consideradas constantes para todo o domínio, exceto densidade, sendo esta relevante no cálculo das forças de empuxo (a partir da aproximação de Boussinesq);
- iv. O regime de operação é considerado laminar;
- v. Na interface gás-líquido onde ocorre evaporação e condensação, a pressão parcial do vapor corresponde às condições de saturação na temperatura que está a interface;
- vi. O gás é considerado participante com propriedades de absorção e emissão. O espalhamento é desconsiderado.

3.1 Descrição do problema

Como mencionado anteriormente, um destilador solar usa a radiação solar como fonte de energia para geração de água destilada. Neste trabalho, um sistema inclinado de destilação solar (do inglês *inclined solar water distillation*, ou ISWD) é analisado. Estes destiladores possuem um envoltório que pode ser de concreto (em plantas maiores) ou de plástico

reforçado com fibra de vidro (FRP) para plantas menores. Podem ser feitos também de madeira ou de folhas de ferro galvanizado cobertas com algum isolamento.

A parede superior é transparente que pode ser de vidro ou de plástico, onde irá ocorrer a passagem dos raios de sol. Já a superfície inferior contém uma placa coberta por tinta absorvente que é responsável por absorver o fluxo radiativo que atravessa a parede transparente e aquecer a água salgada que entra no destilador. A maior parte da radiação é absorvida pela superfície “negra”, no entanto, uma pequena parte é refletida. O vidro e a água também refletem e absorvem uma pequena parcela da radiação.

A transferência de calor entre a superfície da água e a superfície de vidro se dão através da evaporação, convecção e radiação. Os fenômenos evaporativos são dominantes e são responsáveis pela produção do destilado. A água evaporada não contém sais minerais, fazendo com que estes sais fiquem na base do destilador. Devido à inclinação do vidro, a água evaporada é submetida à condensação do tipo filme. Este filme ocorre não apenas devido à inclinação, mas também devido à coesão que existe entre as moléculas e o efeito da gravidade.

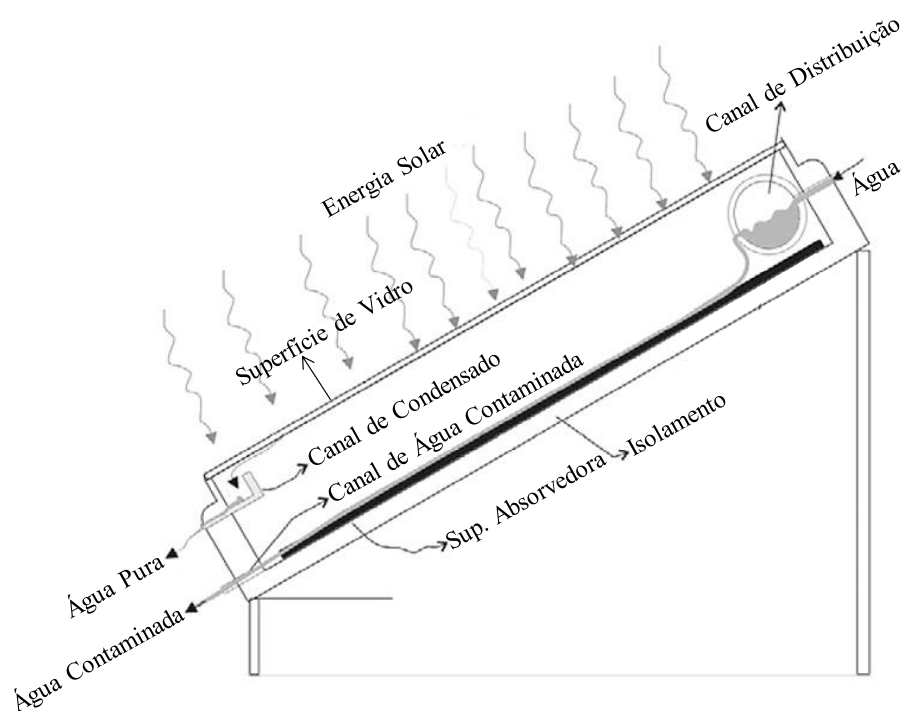


Figura 3.1 – Destilador Solar Inclinado.

3.2 Simplificação e esquematização do problema

O destilador solar será simplificado de acordo com a cavidade ilustrada pela Figura 3.2. As seguintes considerações são feitas no modelo considerado neste trabalho:

- Paredes verticais são adiabáticas e impermeáveis;
- A parede absorvedora possui uma temperatura (T_h) maior que a parede de vidro (T_c);
- Neste modelo, a movimentação do sol de acordo com o horário não é levada em consideração. A irradiação solar é tomada como constante fazendo T_h e T_c valores fixos;
- A parede absorvedora também possui concentração de vapor (C_h) maior que a superior (C_c);
- O vapor gerado é considerado saturado;
- As paredes emitem e refletem difusamente;
- A parede absorvedora inferior possui a maior emissividade (mais próxima a um corpo negro). A superfície superior, que é transparente, possui o menor valor para emissividade. As paredes laterais possuem emissividades intermediárias;
- O fluido no interior da cavidade é considerado participante, ou seja, absorve, emite e reflete;
- O espalhamento radiativo é desconsiderado;
- O filme líquido formado é desconsiderado.

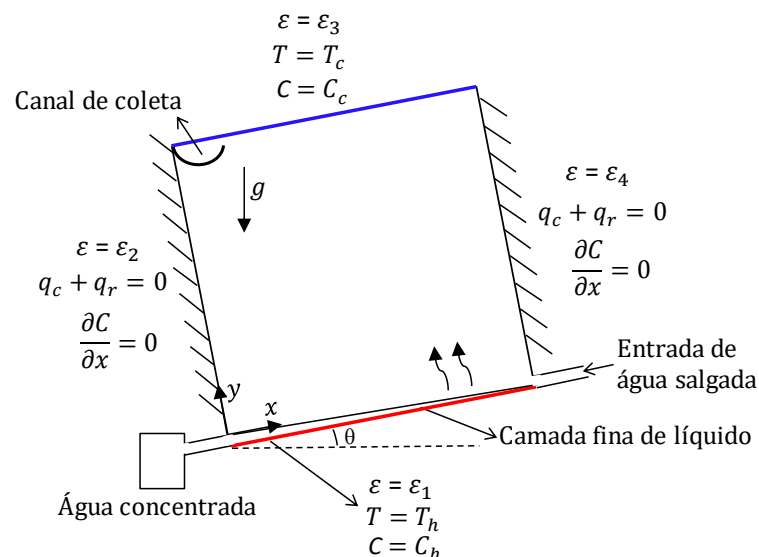


Figura 3.2 – Modelo de convecção natural binária de um destilador solar inclinado.

3.3 Equações conservativas

3.3.1 Conservação da massa

A lei de conservação de massa (ou equação da continuidade) se expressa a partir do princípio que o fluxo líquido mássico de saída do volume de controle deve ser igual ao incremento temporal da massa no interior do volume de controle considerado. A expressão de conservação de massa é expressa por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

O primeiro termo do lado esquerdo representa a variação da densidade em relação ao tempo e o segundo e terceiro descrevem o fluxo líquido de massa atravessando as fronteiras do volume de controle.

3.3.2 Conservação de movimento

A equação de momentum é a representação matemática da segunda lei de Newton, a qual estabelece que um pequeno elemento de volume que se move com o fluido é acelerado pelas forças que atuam sobre ele. O conjunto de equações diferenciais para fluidos Newtonianos incompressíveis e com viscosidade constante é conhecida por Navier-Stokes. Estas equações representam o balanço de momentum linear e para uma cavidade inclinada expressam-se por:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + (\rho - \rho_{ref}) g \sin(\theta) = \frac{\partial(u\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot u)}{\partial y} \quad (2)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + (\rho - \rho_{ref}) g \cos(\theta) = \frac{\partial(v\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot v)}{\partial y} \quad (3)$$

O primeiro termo da equação da continuidade refere-se às forças de pressão atuantes no volume de controle. O segundo termo representa o ganho de movimento por transporte viscoso. O terceiro termo refere-se às forças de empuxo que ocorrem devido à diferenças de densidade. Por último, os termos ao lado direito da igualdade, representam a taxa de ganho ou perda de movimento mais um incremento que é gerado por convecção.

As forças de empuxo na cavidade são avaliadas através da aproximação de Boussinesq. Temperaturas de referência (T_{ref}) e concentração (C_{ref}) são definidas como $(T_h + T_c)/2$ e $(C_h + C_c)/2$ respectivamente. Para uma cavidade onde ocorre convecção binária, tem-se:

$$(\rho - \rho_{ref}) = \rho\beta_T(T_{ref} - T) + \rho\beta_S(C_{ref} - C) \quad (4)$$

3.3.3 Conservação de energia

A equação da energia aparece como uma derivação da primeira lei da termodinâmica, a qual estabelece que a quantidade de energia do sistema durante qualquer processo é igual à diferença entre a energia que entra e a energia que sai:

$$\dot{E}_{entra} - \dot{E}_{sai} + \dot{S} = \dot{E}_{st} \quad (5)$$

Em um volume de controle, o balanço de energia considerado é uma composição um termo transiente, um termo condutivo, um termo convectivo e um termo devido à radiação. O termo condutivo representa o transporte de energia devido a um gradiente de temperatura enquanto que o termo convectivo representa o transporte de energia devido ao movimento de um fluido. A equação de conservação de energia para a cavidade é apresentada na forma:

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot T)}{\partial y} = \frac{k}{c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{c_p} \nabla q_r \quad (6)$$

O último termo da expressão de conservação de energia representa às influências da radiação no balanço de energia. Para um meio translúcido, energia radiativa é “depositada” por absorção e perdida por emissão. As duas quantidades (radiação absorvida e emitida) são integradas para todos os comprimentos de onda e ângulos sólidos. Para o caso em que o meio é cinzento, estas quantidades não variam de acordo com o comprimento de onda. Com isto, o termo que corresponde à conservação de energia radiativa é representado pelo seguinte divergente:

$$\nabla \cdot q_r = \kappa_n \left(4\pi I_b(r) - \int_{4\pi} I(r, \Omega) d\Omega \right) \quad (7)$$

O cálculo correspondente à parcela da energia absorvida depende do campo de intensidade que é depositada ao volume de controle. A obtenção deste campo é obtida a partir da equação de transporte radiativo (RTE) que representa um balanço de energia radiativa ao longo de ângulos sólidos. Um feixe de luz viajando através de um meio participante perde

energia por absorção do meio e espalhamento para fora do feixe, mas ao mesmo tempo ganha energia por emissão do meio e espalhamento de outras regiões em direção ao feixe. A RTE é aplicada para um meio que espalha, emite e/ou absorve radiação (MODEST, 2003):

$$(\Omega \cdot \nabla)I(r, \Omega) = -\beta_n I(r, \Omega) + \kappa_n I_b(r) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(r, \Omega') d\Omega' \quad (8)$$

O termo β_n é conhecido como coeficiente de extinção (ou atenuação total) e é dado pela composição do coeficiente de espalhamento e absorção do meio:

$$\beta_n = \kappa_n + \sigma_s \quad (9)$$

O coeficiente de extinção se relaciona com a espessura ótica a partir de uma integral ao longo do intervalo de propagação:

$$\tau_n = \int_0^s \beta_n ds \quad (10)$$

O coeficiente de espalhamento do meio e o coeficiente de extinção se relacionam através de um coeficiente conhecido como “scattering albedo”:

$$\omega_n = \frac{\sigma_s}{\beta_n} \quad (11)$$

O fluxo radiativo nas superfícies de contorno (qr) pode ser expresso por:

$$q_r = \varepsilon \left(\pi I_b(r_w) - \int_{n \cdot \Omega' < 0} I(r_w, \Omega') |n \cdot \Omega'| d\Omega' \right) \quad (12)$$

Para paredes opacas, emissivas e refletoras difusas:

$$I(r_w, \Omega) = \varepsilon I_b(r_w) + \frac{(1-\varepsilon)}{\pi} \int_{n \cdot \Omega' < 0} I(r_w, \Omega') |n \cdot \Omega'| d\Omega' \quad (13)$$

3.3.4 Conservação de espécies

Quando o fluido viscoso consiste em uma mistura binária em que há gradientes de concentração, haverá transporte relativo entre as espécies. Com isto, para cada ponto do fluido, a conservação de espécies deverá ser atendida:

$$\dot{M}_{entra} - \dot{M}_{sai} + \dot{S} = \dot{M}_{st} \quad (14)$$

Equacionando:

$$\frac{\partial(\rho_v)}{\partial t} + \frac{\partial(\dot{M}_{x,v})}{\partial x} + \frac{\partial(\dot{M}_{y,v})}{\partial y} = \dot{S}_v \quad (15)$$

Novamente, iremos decompor o fluxo total de massa em um termo convectivo (devido ao movimento de um fluido), um termo difusivo (devido à um gradiente de concentração da espécie) e um termo fonte (devido a geração). Considerando geração nula:

$$\frac{\partial(\rho_v)}{\partial t} + \frac{\partial(u\rho_v)}{\partial x} + \frac{\partial(v\rho_v)}{\partial y} = \frac{\partial(J_{x,v})}{\partial x} + \frac{\partial(J_{y,v})}{\partial y} \quad (16)$$

O fluxo difusivo de massa é determinado pela lei de Fick:

$$J_{j,v} = -D_v \frac{\partial(\rho_v)}{\partial x_j} \quad (17)$$

O coeficiente D_v é chamado de coeficiente difusivo da espécie. Substituindo a lei de Fick obtém-se a forma diferencial da equação de conservação de espécies:

$$\frac{\partial(\rho_v)}{\partial t} + u \frac{\partial(\rho_v)}{\partial x} + v \frac{\partial(\rho_v)}{\partial y} = D_v \left(\frac{\partial^2 \rho_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho_v}{\partial y^2} \right) \quad (18)$$

Esta equação conservativa também é apresentada em termos de concentração molar:

$$\frac{\partial(C_v)}{\partial t} + \frac{\partial(u \cdot C_v)}{\partial x} + \frac{\partial(v \cdot C_v)}{\partial y} = D_v \left(\frac{\partial^2 C_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_v}{\partial y^2} \right) \quad (19)$$

3.3.5 Representação da equação geral

Como mencionado, a mecânica dos fluidos, transferência de calor e massa são fenômenos governados pelas leis físicas expressas em forma matemática, em termos de equações diferenciais. Estas equações representam princípios de conservação e são compactadas em uma única expressão chamada equação geral conservativa de convecção-difusão, onde ϕ é variável de interesse:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{V}\phi) = \vec{\nabla} \cdot (\Gamma\vec{\nabla}\phi) + S \quad (20)$$

O primeiro termo é chamado de termo transiente e refere-se à acumulação da variável ϕ no volume de controle. O segundo termo representa o fluxo convectivo de ϕ no volume de controle devido ao transporte de ϕ de um ponto a outro no domínio por meio da velocidade do fluido. O terceiro termo refere-se ao fluxo líquido de ϕ no volume de controle devido à difusão a nível molecular. Por último, o quarto termo é chamado fonte e engloba todos os

outros termos que não puderam ser agrupados nos termos transiente, convectivo e difusivo. Um resumo das equações de conservação é apresentado na tabela a seguir:

Tabela 3.1 – Resumo das equações matemáticas utilizadas no modelo numérico

Equação de Conservação	Modelo Matemático
Massa	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0$
Momentum-x	$-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + (\rho - \rho_{ref}) g \sin(\theta) = \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot u)}{\partial y}$
Momentum-y	$-\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + (\rho - \rho_{ref}) g \cos(\theta) = \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot v)}{\partial y}$
Energia	$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \cdot T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \cdot T)}{\partial y} = \frac{k}{c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{c_p} \nabla q_r$
RTE	$(\Omega \cdot \nabla) I(r, \Omega) = -\beta_n I(r, \Omega) + \kappa_n I_b(r) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} I(r, \Omega') d\Omega'$
Espécies	$\frac{\partial(C_v)}{\partial t} + \frac{\partial(u \cdot C_v)}{\partial x} + \frac{\partial(v \cdot C_v)}{\partial y} = D_v \left(\frac{\partial^2 C_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_v}{\partial y^2} \right)$

3.3.6 Adimensionalização de variáveis

As equações e condições de contorno podem ser adimensionalizadas dividindo as variáveis dependentes e independentes por quantidades constantes. Este procedimento visa a diminuição da quantidade de parâmetros e às vezes é necessário para efeito de comparação e validação do método com outros artigos da literatura. Para o sistema de coordenadas local da cavidade, as equações de conservação são adimensionalizadas:

$$T^* = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, x^* = \frac{x}{H}, y^* = \frac{y}{H}, u^* = \frac{uH}{\alpha}, v^* = \frac{vH}{\alpha}, C^* = \frac{C - C_c}{C_h - C_c} \quad (21)$$

A diferença de temperatura entre as paredes quente e fria podem ser definidas pelo parâmetro adimensional:

$$\epsilon = (T_h - T_c) / (T_h + T_c) \quad (22)$$

O número de Rayleigh térmico é definido como:

$$Ra_T = \frac{g\beta_T(T_h - T_c)H^3}{\nu\alpha} \quad (23)$$

O número de Rayleigh soluto é definido como:

$$Ra_S = \frac{g\beta_S(C_h - C_c)H^3}{\nu D_v} \quad (24)$$

Os números de Prandtl e Lewis são definidos:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \text{ e } Le = \frac{\alpha}{D_v} \quad (25)$$

A taxa de variação entre as forças de empuxo térmica e soluta é determinada pelo parâmetro:

$$N = \frac{\beta_S \Delta C}{\beta_T \Delta T} \quad (26)$$

O número de Nusselt convectivo é dado por:

$$Nu_c = \frac{q_c H}{k \Delta T} \quad (27)$$

O número de Nusselt radiativo é dado por:

$$Nu_r = \frac{q_r H}{k \Delta T} \quad (28)$$

O Nusselt total é pela soma:

$$Nu_T = Nu_c + Nu_r \quad (29)$$

O número de Sherwood local é avaliado pela expressão:

$$Sh = Le \left(uC^* - \frac{1}{Le} \frac{\partial C^*}{\partial y^*} \right) \quad (30)$$

3.4 Cálculo de condensado

A condensação ocorre na parede de vidro (parede superior) onde a temperatura é mais baixa. A estimativa de condensado formado é realizada considerando o modelo apresentado por Tiwari et al. (2016). Na interface líquido-gás ocorre evaporação. A lei de Raoult infere que a pressão parcial de vapor na interface corresponde às condições de saturação na

temperatura da interface. Logo, $p_h = p_{sat}(T_h)$. A condição é análoga para a parede onde ocorre condensação, assim $p_c = p_{sat}(T_c)$. No entanto, as pressões parciais de vapor para o intervalo de temperaturas entre 283 e 363K podem ser expressas de acordo com a seguinte equação (TIWARI et al.; 2016):

$$p_{sat}(T) = \exp\left(25,317 - \frac{5114}{T}\right) \quad (31)$$

A taxa de transferência de calor é demonstrada por Tiwari et al. (2016) e pode ser calculada pela expressão:

$$q_e = 0.0162h_{cw}(p_h - p_c) \quad (32)$$

O coeficiente convectivo de transferência de calor da superfície que contém a camada fina de líquido para o vidro é:

$$Nu = \frac{h_{cw}H}{k} \quad (33)$$

A quantidade de destilado (água) por metro quadrado por hora que pode ser obtido pelo destilador solar é calculada por:

$$\dot{m}_w = \frac{q_e}{h_{fg}} \times 3600 \quad (34)$$

3.5 Condições de contorno

O destilador solar é modelado como uma cavidade quadrada inclinada de dimensões $0 \leq x \leq L$ e $0 \leq y \leq H$. A diferença de temperatura adimensional é definida $\epsilon = 0.02$ e a temperatura de referência $T_{ref} = 300K$. As condições de contorno do problema são:

$$u(0, y) = u(H, y) = u(x, 0) = u(x, H) = 0$$

$$v(0, y) = v(H, y) = v(x, 0) = v(x, H) = 0$$

$$T(x, 0) = T_h = T_{ref}(1 + \epsilon)$$

$$T(x, H) = T_c = T_{ref}(1 - \epsilon) \quad (35)$$

$$\frac{\partial C(x, 0)}{\partial x} = \frac{\partial C(x, H)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{k}{c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{c_p} \nabla q_r = 0$$

O ar e o vapor d'água na cavidade são considerados como gases ideais. As concentrações nas paredes quente e fria são determinadas pela equação de estado para um gás ideal. Assim, para cada uma das superfícies:

$$C_v(x,0) = \frac{p_{sat}(T_h)}{\mathfrak{R}T_h} \quad (36)$$

$$C_v(x,H) = \frac{p_{sat}(T_c)}{\mathfrak{R}T_c} \quad (37)$$

As espécies que constituem o domínio são ar e vapor d'água, logo, as propriedades são assumidas constantes e à temperatura de referência ($T_{ref}=300\text{K}$):

$$\begin{aligned} k &= 2.63 \times 10^{-2} \text{ W / mK} \\ c_p &= 1.007 \times 10^3 \text{ J / kgK} \\ \rho &= 1.1614 \text{ kg / m}^3 \end{aligned} \quad (38)$$

Outros parâmetros considerados são:

$$\begin{aligned} \text{Pr} &= 0.71 \\ D_v &= 0.26 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{s} \end{aligned} \quad (39)$$

Os coeficientes de expansão térmica e soluta são dados por:

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{T_{ref}} \quad (40)$$

$$\beta_s = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_{p,T} = \frac{M_a - M_v}{C_{ref} M_v + C_a M_a} \quad (41)$$

As paredes são consideradas emissivas e refletoras difusas. A parede absorvedora (inferior) tem a maior emissividade por ter características mais próximas a um corpo negro. A superfície superior é transparente e tem a menor emissividade. As paredes laterais possuem valores intermediários para emissividade. Os valores tomados são (XAMÁN; GIJÓN-RIVERA, 2016):

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 0,975 \\ \varepsilon_2 &= 0,900 \\ \varepsilon_3 &= 0,850 \\ \varepsilon_4 &= 0,900 \end{aligned} \quad (42)$$

Foi utilizado um esquema *step* de interpolação para a RTE discretizada por ser mais simples e não produzir resultados não realistas. A quadratura S_6 foi utilizada para discretização angular da RTE. Apenas os valores para ξ_m e η_m são utilizados, pois o modelo é

bidimensional. Os valores das ordenadas e seus pesos foram retirados do trabalho de Balsara (2001):

Tabela 3.2 – Ordenadas diretoras e seus pesos para quadratura S_6 .

ξ_m	η_m	ϱ_m	w_k
0.9626351140347762	0.1914858183094162	0.1914858183094162	0.1780146904741121
0.6940220390543709	0.6940220390543709	0.1914858183094162	0.3455840851241866
0.6940220390543709	0.1914858183094162	0.6940220390543709	0.3455840851241866
0.1914858183094162	0.9626351140347762	0.1914858183094162	0.1780146904741121
0.1914858183094162	0.6940220390543709	0.6940220390543709	0.3455840851241866
0.1914858183094162	0.1914858183094162	0.9626351140347762	0.1780146904741121

Fonte: Valores extraídos de Balsara (2001).

4 ANÁLISE NUMÉRICA

Neste capítulo, uma discussão sobre a metodologia numérica para resolução das equações diferenciais e obtenção de resultados será realizada. Para a análise numérica, foi utilizada a formulação de volumes de controle por este método ser preferível por garantir conservação integral das quantidades, como massa, momentum e energia, mesmo em um número limitado de volumes de controle (PATANKAR, 1980). A discretização da equação de transporte radiativo é feita através do Método das Ordenadas Discretas. A análise numérica das equações de conservação é feita a seguir.

4.1 Discretização da equação de transporte radiativo (RTE)

A solução para a RTE é encontrada através do método de ordenadas discretas (DOM) para um conjunto de direções discretas ao longo da soma total de ângulos sólidos (4π). As integrais ao longo destes ângulos sólidos são aproximadas através de quadraturas numéricas:

$$\int_{4\pi} f(\hat{s})d\Omega \approx \sum_{k=1}^M w_k f(\hat{s}_k) \quad (43)$$

Onde w_k corresponde aos pesos das quadraturas associados à direção \hat{s}_k e k corresponde as direções variando de $1, \dots, M$. Logo, a RTE apresentada anteriormente pode ser escrita (em coordenadas cartesianas):

$$\xi_m \frac{\partial I_m}{\partial x} + \eta_m \frac{\partial I_m}{\partial y} + \vartheta_m \frac{\partial I_m}{\partial z} = -\beta_n I(r, \Omega_m) + \kappa_n I_b(r) + \frac{\sigma_s}{4\pi} \sum_{k=1}^M w_k I(r, \Omega_k) \quad (44)$$

Os termos ξ_m , η_m e ϑ_m representam os cossenos direcionais do vetor direção e m também varia de $1, \dots, M$. A expressão será discretizada espacialmente em um domínio bidimensional utilizando o método de volumes de controle de acordo com a Figura 4.1.

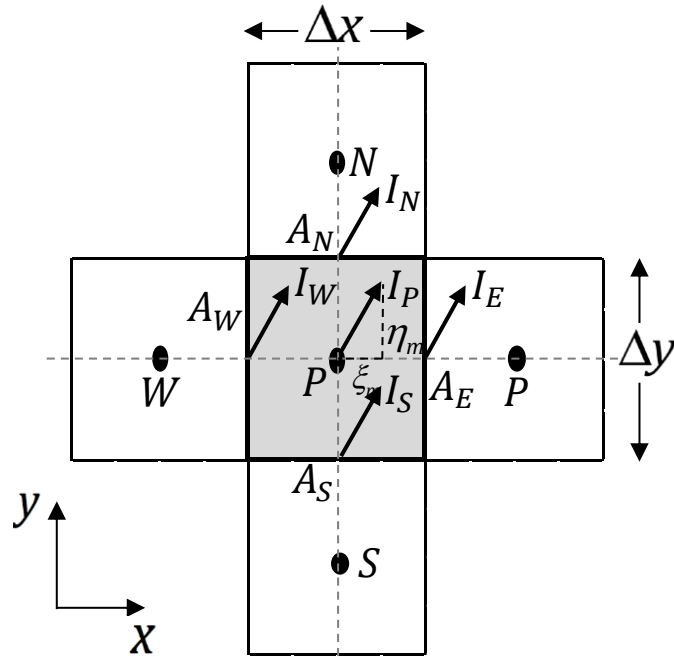


Figura 4.1 – Discretização da RTE por volumes finitos.

A discretização por volumes finitos é feita assumindo que a profundidade $z = 1$, onde $A_N = A_S = \Delta x$ e $A_E = A_W = \Delta y$. Multiplicando a equação anterior por $dxdy$:

$$\xi_m dxdy \frac{\partial I_m}{\partial x} + \eta_m dxdy \frac{\partial I_m}{\partial y} + \mathcal{G}_m dxdy \frac{\partial I_m}{\partial z} = \left[-\beta_n I(r, \Omega_m) + \kappa_n I_b + \frac{\sigma_s}{4\pi} \sum_{k=1}^M w_k I(r, \Omega_k) \right] dxdy \quad (45)$$

Integrando em dI_m :

$$\xi_m (A_E I_E^m - A_W I_W^m) + \eta_m (A_N I_N^m - A_S I_S^m) = -\beta_n I_p^m V_p + \kappa_n I_b V_p + \left(\frac{\sigma_s}{4\pi} \sum_{k=1}^M w_k I^k \right) V_p \quad (46)$$

A intensidade no ponto p pode ser expressa por interpolação linear:

$$I_p^m = \zeta I_E^m + (1 - \zeta) I_W^m = \zeta I_S^m + (1 - \zeta) I_N^m \quad (47)$$

A escolha do fator ζ depende do esquema de interpolação escolhido. Os esquemas mais comuns são o Step ($\zeta = 1$) e o Diamond ($\zeta = 0,5$). O primeiro é o mais simples de todos os esquemas, porém resulta em maiores erros de truncamento. O maior motivo de sua utilização é que nunca produz resultados não realistas. O esquema Diamond é o mais famoso e utilizado, porém, para alguns casos, pode levar a oscilações e resultados impossíveis. Substituindo a equação de interpolação na RTE discretizada, obtemos a expressão numérica para intensidade radiativa que é utilizada neste trabalho. O termo referente ao espalhamento é suprimido por não afetar expressivamente a troca de calor dentro da cavidade:

$$I_p^m = \frac{\xi_m \Delta y I_W^m + \eta_m \Delta x I_S^m + \zeta \kappa_n I_b(r) V_p}{\xi_m \Delta y + \eta_m \Delta x + \zeta \kappa_n V_p} \quad (48)$$

Aplicando o método das ordenadas discretas também às paredes, a expressão para intensidade então se torna:

$$I(r_w, \Omega_m) = \varepsilon I_b(r_w) + \frac{(1-\varepsilon)}{\pi} \sum_{\substack{k=1 \\ (n.\Omega' < 0)}}^{M/2} w_k I(r_w, \Omega_k) |n.\Omega'| \quad (49)$$

Cada feixe viajando em cada uma das direções intercepta a superfície da cavidade duas vezes: quando emana da parede e quando vem em direção à parede para ser absorvido ou refletido. A simbologia $n.\Omega' < 0$ indica que o feixe vem em direção à parede. Aplicando o método também ao divergente do fluxo radiativo:

$$\nabla \cdot q_r = \kappa_n \left(4\pi I_b(r) - \sum_{k=1}^M w_k I(r, \Omega_k) \right) \quad (50)$$

4.2 Discretização das equações de conservação

No método de volumes de controle, o domínio é dividido em um número finito de volumes que não se superpõem. As equações de conservação são integradas sobre cada um dos volumes de controle, obtendo-se as equações discretizadas. Quando estas equações são resolvidas, os valores da variável dependente ϕ para os pontos da malha referida são encontrados. Integrando a forma generalizada da equação de conservação no espaço e no tempo:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \phi) dV = \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \vec{\nabla} \cdot (\Gamma \vec{\nabla} \phi) dV + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \bar{S} dV \quad (51)$$

Como referido na análise anterior, os dois primeiros termos que antecedem a igualdade da equação de conservação referem-se às parcelas transiente e difusiva do balanço. Os dois termos após a igualdade referem-se aos termos difusivo e fonte. Cada termo da equação geral será integrado separadamente nos subtópicos a seguir.

4.2.1 Termo difusivo

Considerando unicamente o termo difusivo sendo integrado no espaço:

$$\int_{vc} \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dV + \int_{vc} \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dV = 0 \quad (52)$$

A Figura 4.2 apresenta a representação de um volume de controle onde é operada a integração da equação conservativa. Em duas dimensões, o volume de controle considerado tem as dimensões:

$$\Delta V = \Delta x \cdot \Delta y \cdot 1 \quad (53)$$

Integrando a equação difusiva no volume de controle:

$$\left[\Gamma_e \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \Gamma_w \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y + \left[\Gamma_n \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \Gamma_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x = 0 \quad (54)$$

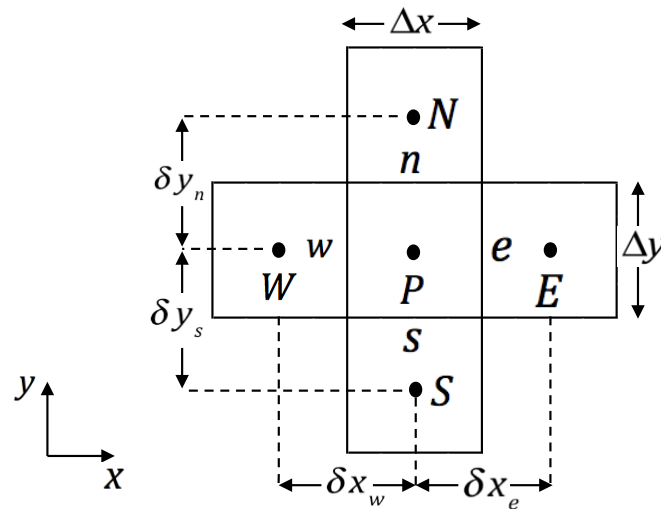


Figura 4.2 – Representação de volumes de controle em uma malha bidimensional.

No método de volume de controle, uma das principais dificuldades é a determinação das variáveis nas fronteiras. A forma como este valor é determinado ditará a exatidão da solução encontrada. Para o caso da difusão, é recomendável utilizar sempre método das diferenças centradas (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Logo, este método é empregado neste trabalho:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_e &= \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_e} \\
\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_w &= \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_w} \\
\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_n &= \frac{\phi_N - \phi_P}{\delta y_n} \\
\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_s &= \frac{\phi_P - \phi_S}{\delta y_s}
\end{aligned} \tag{55}$$

Logo, a equação discretizada fica com a forma:

$$\left[\Gamma_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_e} \right) - \Gamma_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_w} \right) \right] \Delta y + \left[\Gamma_n \left(\frac{\phi_N - \phi_P}{\delta y_n} \right) - \Gamma_s \left(\frac{\phi_P - \phi_S}{\delta y_s} \right) \right] \Delta x = 0 \tag{56}$$

A equação discretizada acima corresponde a um balanço de energia difusivo bidimensional, onde os fluxos difusivos D_i que estão presentes nos coeficientes da equação generalizada discretizada são representados por:

$$D_e = \left(\frac{\Gamma_e}{\delta x_e} \right) \Delta y, D_w = \left(\frac{\Gamma_w}{\delta x_w} \right) \Delta y, D_n = \left(\frac{\Gamma_n}{\delta y_n} \right) \Delta x, D_s = \left(\frac{\Gamma_s}{\delta y_s} \right) \Delta x \tag{57}$$

Neste trabalho, as propriedades difusivas são consideradas constantes para todo o domínio, logo:

$$\Gamma_i = \Gamma \tag{58}$$

4.2.2 Termo convectivo

Consideraremos unicamente o termo convectivo sendo integrado no espaço:

$$\int_{vc} \left(\frac{\partial(\rho u \phi)}{\partial x} \right) dV + \int_{vc} \left(\frac{\partial(\rho v \phi)}{\partial y} \right) dV = 0 \tag{59}$$

Integrando a equação convectiva em um volume de controle de uma malha bidimensional:

$$\left[(\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w \right] \Delta y - \left[(\rho v \phi)_n - (\rho v \phi)_s \right] \Delta x = 0 \tag{60}$$

A equação discretizada acima corresponde a um balanço de energia convectivo bidimensional, onde os fluxos convectivos que estão presentes nos coeficientes da equação generalizada discretizada são representados por:

$$F_e = (\rho u)_e \Delta y, F_w = (\rho u)_w \Delta y, F_n = (\rho v)_n \Delta x, F_s = (\rho v)_s \Delta x \quad (61)$$

Neste trabalho, a densidade é tomada como constante para todo o domínio, logo:

$$\rho_i = \rho \quad (62)$$

Diferentemente dos termos difusivos, as aproximações dos termos convectivos nas faces do volume de controle são mais complicadas e, dependendo da aproximação feita, é possível até ocorrer problemas de estabilidade. Diferentes esquemas numéricos podem ser utilizados para realizar a discretização dos termos convectivos, e estes são classificados como baixa ou alta ordem, dependendo do número de nós utilizados para realizar a aproximação. Esquemas de baixa ordem muitas vezes trabalham com uma precisão menor, porém são mais estáveis e têm grande tendência a convergência. Os esquemas de alta ordem retornam resultados mais precisos, mas sob um custo de necessitar um maior desempenho computacional. Uma forma de melhorar a precisão dos esquemas de baixa ordem é aumentar a densidade da malha de pontos em questão (XAMÁN; GIJÓN-RIVERA, 2016).

Neste trabalho, o esquema de interpolação utilizado para os valores da propriedade dependente ϕ nas faces do volume de controle, é o esquema upwind. Neste esquema, é levado em consideração o sentido do fluido para se escolher o valor de ϕ na fronteira.

Tabela 4.1 – Principais esquema de interpolação.

Esquema de interpolação	Função A(Pe)
Centrado	$1 - 0,5 Pe $
Upwind	1
Exponencial	$ Pe / (e^{ Pe } - 1)$
Híbrido	$\max[0, (1 - 0,5 Pe)]$
Power Law	$\max[0, (1 - 0,5 Pe)^5]$

Fonte: Adaptado de Versteeg e Malalasekera (2007) e Xamán e Gijón-Rivera (2016).

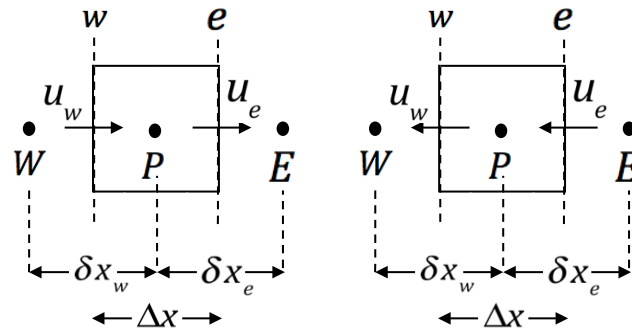


Figura 4.3 – Representação de fluxos para esquema upwind

Quando o fluido tem direção positiva, os valores atribuídos às fronteiras são:

$$\phi_w = \phi_W, \phi_e = \phi_P \quad (63)$$

Por analogia, os valores atribuídos às fronteiras norte e sul são:

$$\phi_s = \phi_S, \phi_n = \phi_P \quad (64)$$

Quando o fluido escoar na direção negativa, os valores nas fronteiras são:

$$\phi_w = \phi_P, \phi_e = \phi_E, \phi_s = \phi_P, \phi_n = \phi_N \quad (65)$$

Logo, a alternância de valores de ϕ na fronteira de acordo com a direção do fluido garante que os coeficientes da equação discretizada sejam sempre positivos (critério de Scarborough).

4.2.3 Termo fonte

Considerando unicamente o termo fonte sendo integrado no espaço:

$$\int_{VC} S dV = 0 \quad (66)$$

Logo, a discretização da equação para o termo fonte fica:

$$S \Delta x \Delta y = 0 \quad (67)$$

4.2.4 Termo transiente

A equação geral de conservação é integrada no tempo, de um instante t até $t + \Delta t$. A integração do termo transiente da equação geral de conservação fica:

$$\int_{\text{tempo}} \int_{VC} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV dt = [(\rho\phi)_p - (\rho^o\phi^o)_p] \Delta x \Delta y \quad (68)$$

No entanto, os outros termos (convectivo, difusivo e fonte) também precisam ser integrados em relação ao tempo. Ou seja, a variável dependente ϕ precisa obedecer a uma variação temporal tal que:

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi dt = [f\phi + (1-f)\phi^o] \Delta t \quad (69)$$

Onde f é um fator de peso ponderado que varia entre 0 e 1 (dependendo do esquema numérico temporal escolhido), ϕ_o equivale a variável ϕ no instante t_o . Os esquemas temporais mais conhecidos são citados por Patankar (1980), e por uma questão de estabilidade (também discutida na obra do autor), o esquema escolhido neste trabalho é o esquema totalmente implícito ($f=1$). Logo, a equação discretizada fica:

$$\begin{aligned} & [(\rho\phi)_p - (\rho^o\phi^o)_p] \Delta x \Delta y + [(\rho u\phi)_e - (\rho u\phi)_w] \Delta y \Delta t - [(\rho v\phi)_n - (\rho v\phi)_s] \Delta x \Delta t = \\ & \left[\Gamma_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_e} \right) - \Gamma_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_w} \right) \right] \Delta y \Delta t + \left[\Gamma_n \left(\frac{\phi_N - \phi_P}{\delta y_n} \right) - \Gamma_s \left(\frac{\phi_P - \phi_S}{\delta y_s} \right) \right] \Delta x \Delta t + S \Delta x \Delta y \Delta t \end{aligned} \quad (70)$$

4.2.5 Equação geral discretizada

Após a discretização termo a termo da equação geral de conservação, é conveniente representar a equação discretizada na seguinte formulação geral:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (71)$$

Onde os coeficientes a_i agrupam os termos que multiplicam a variável dependente ϕ . A partir da equação discretizada, podemos dizer que a mesma relaciona os valores da variável ϕ no volume de controle principal com ϕ dos volumes de controle adjacentes. Os coeficientes a_i reúnem elementos difusivos, convectivos e transientes e podem ser definidos:

$$\begin{aligned} a_E &= D_e A(|Pe|_e) + \max[-F_e, 0] \\ a_W &= D_w A(|Pe|_w) + \max[F_w, 0] \\ a_N &= D_n A(|Pe|_n) + \max[-F_n, 0] \\ a_S &= D_s A(|Pe|_s) + \max[F_s, 0] \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S + \rho_P \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} - S_P \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (72)$$

$$b = a_p^o \phi_p^o + S_c \Delta x \Delta y$$

$$a_p^o = \rho_p^o \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t}$$

Onde os D_i correspondem aos fluxos difusivos e F_i aos fluxos convectivos. O termo $A(|Pe|_i)$ corresponde ao esquema de interpolação escolhido para as faces dos volumes de controle. Por último, o termo transiente fica agrupado dentro do termo fonte e é referenciado pelo “zero” na notação.

4.3 Malha computacional

Para a resolução do processo iterativo são necessárias três malhas: uma principal e duas deslocadas. As informações principais como propriedades do meio (densidade, viscosidade e condutividade térmica) e variáveis a ser calculadas (temperaturas e concentrações) são guardadas nos pontos da malha principal. No entanto, a discretização do gradiente da pressão presente na equação de conservação de momentum, pode ocasionar uma estimativa que não é real quando feita na malha principal. Por este motivo é conveniente deslocar as malhas para as componentes da velocidade (XAMÁN; GIJÓN-RIVERA, 2016).

A malha para o cálculo das velocidades em u é deslocada meio volume de controle a direita, no entanto não é necessário deslocamento na direção vertical. Já a malha para o cálculo das velocidades em v é deslocada meio volume de controle para cima (não sofre deslocamento horizontal). Nas Figuras 4.4 e 4.5, o deslocamento de uma malha uniforme é representado.

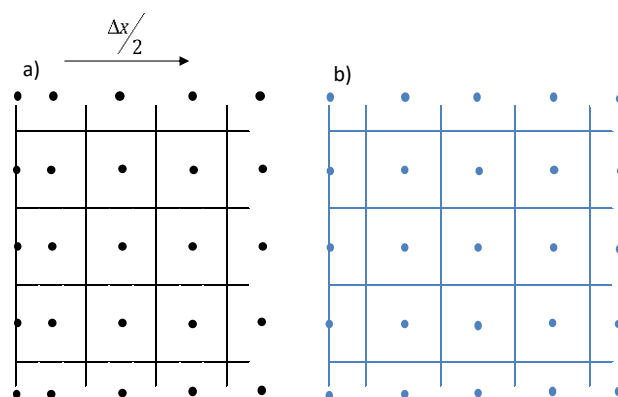


Figura 4.4 – Representação de uma malha deslocada à direita para cálculo das velocidades em u . a) malha principal e b) malha deslocada.

No modelo numérico deste trabalho, a malha principal contém 60x60 nós. No entanto, o número de nós das malhas secundárias é diferente. A malha deslocada em x consiste em uma malha 59x60 enquanto que a malha deslocada em y 60x59. Na região próxima a parede os gradientes de temperatura, concentração e velocidades são altos, logo a malha foi refinada nas regiões próximas às extremidades através de uma função de transformação apresentada por Sengupta et al. (2011):

$$x(\xi) = \frac{L}{2} \left[1 - \frac{\tanh\{(1-2\xi)\}}{\tan(\beta)} \right] \quad (73)$$

A função de transformação hiperbólica obedece a um fator de esticamento (β). Neste trabalho foi utilizado $\beta=3$. O parâmetro ξ corresponde aos números de nós em sua forma adimensional.

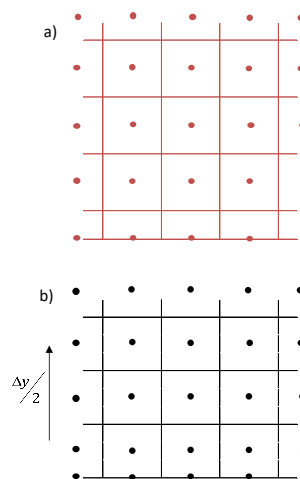


Figura 4.5 – Representação de uma malha deslocada para cima para o cálculo das velocidades em v. a) malha deslocada e b) malha principal.

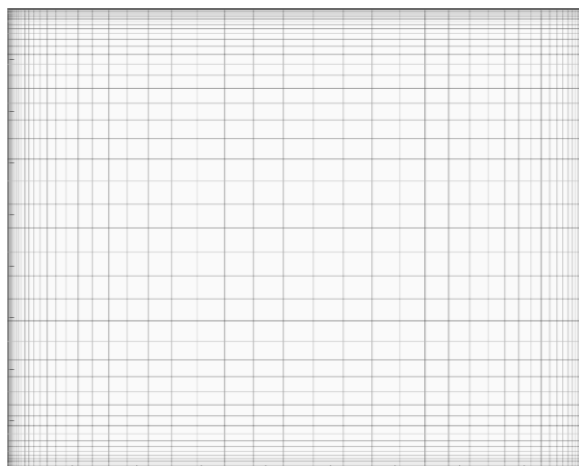


Figura 4.6 – Representação da malha principal após o uso da função de transformação.

4.4 Metodologia de cálculo

O cálculo dos campos de temperatura, velocidades (nas duas componentes) e concentração é realizado por método iterativo de acordo com a sequência apresentada na Figura 4.7. O cálculo do campo de velocidades é feito pelo algoritmo SIMPLE (abreviação para *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*, elaborado por Patankar e Spalding). O campo de velocidades “melhorado” que é obtido como dado de saída, é utilizado como dado de entrada para o cálculo do campo de temperaturas e concentrações. O campo de intensidades radiativas é calculado a partir do DOM (método de ordenadas discretas).

Para a obtenção da solução em estado permanente é utilizada a formulação do falso transiente, ou seja, a solução da variável ϕ não é calculada em cada instante de tempo. A solução é obtida resolvendo-se as equações em estado transiente, porém o termo transiente serve como um parâmetro iterativo de sub-relaxação. Este procedimento é realizado visando-se aproveitar seus benefícios de melhora de estabilidade e aumento de velocidade de convergência em relação à formulação de estado permanente (XAMÁN; GIJÓN-RIVERA, 2016).

O procedimento de cálculo obedece a seguinte ordem:

1. Estima o campo de velocidade u e v , o campo de correção de pressão p' , o campo de temperaturas T , o campo de concentrações C da nova espécie e o campo de intensidades radiativas I ;
2. Calcula o campo de intensidades I para o campo de temperaturas estimado (DOM);
3. Calcula os coeficientes da equação discretizada para u (na malha deslocada);
4. Resolve a matriz de u , obtendo um u aproximado (u^*);
5. Calcula os coeficientes da equação discretizada para v (na malha deslocada);
6. Resolve a matriz de v , obtendo um v aproximado (v^*);
7. Calcula os coeficientes da correção de pressão;
8. Resolve a matriz de correção de pressão;
9. Corrige a pressão;
10. Corrige as velocidades u e v ;
11. Calcula os coeficientes da equação discretizada para T^* (na malha principal);
12. Resolve a matriz de T ;
13. Calcula os coeficientes difusivos e convectivos para C^* (na malha principal);

14. Resolve a matriz de C;
15. Critério de parada (se não for atendido, volta para o passo 2).

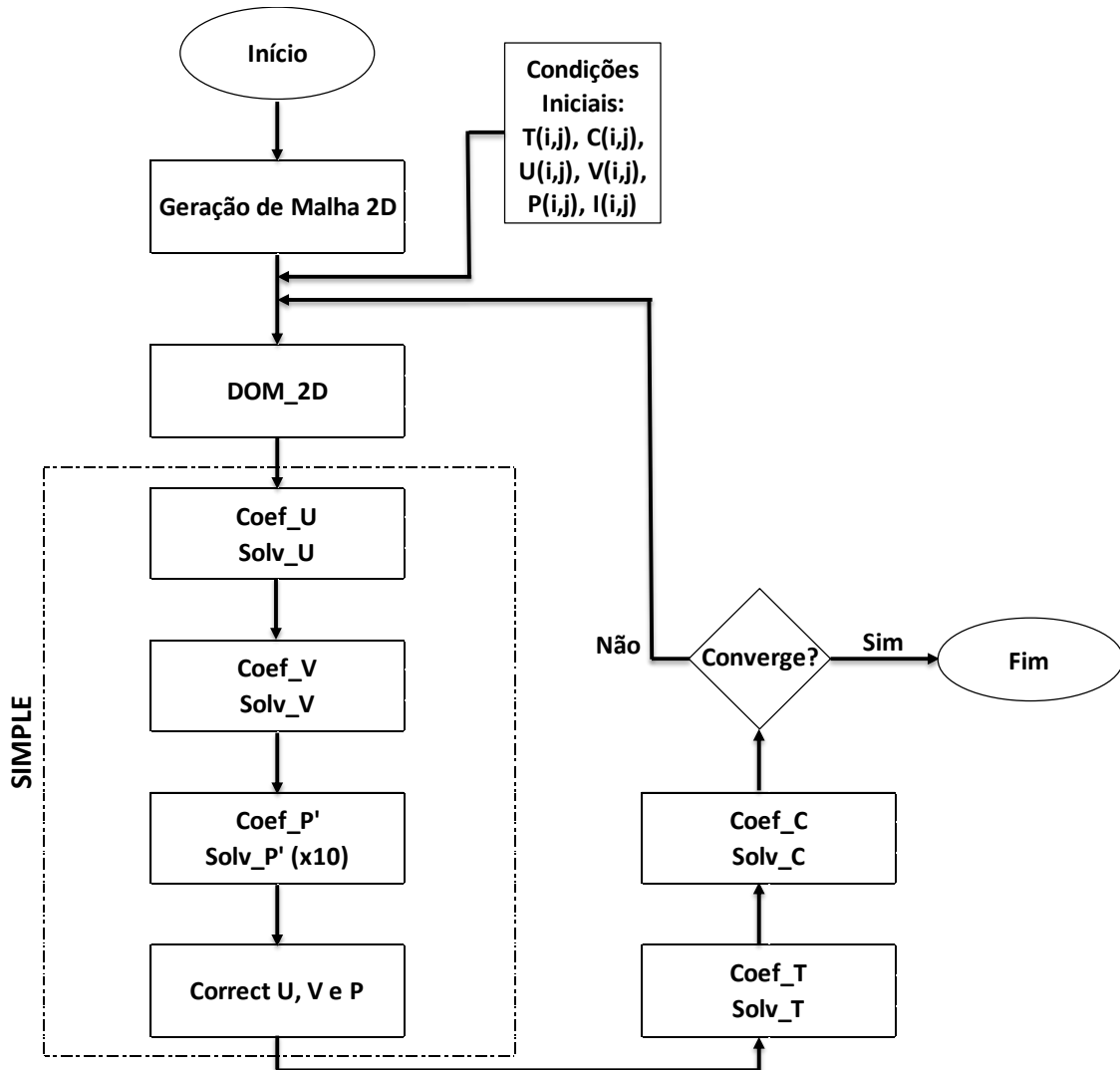


Figura 4.7 – Procedimento de cálculo dos campos de temperatura, velocidades e concentração.

4.4.1 Campo de Intensidades

O cálculo do campo de intensidades se inicia dividindo o domínio em quatro quadrantes. Cada quadrante é dividido em um número finito de direções ordenadas, onde esta quantidade é definida pela quadratura escolhida para cálculo (S_4, S_6, S_8, \dots). O método consiste em calcular a intensidade radiativa utilizando a RTE em sua forma discretizada, para cada ponto domínio e para cada direção ordenada.

O cálculo do campo das intensidades radiativas se inicia estimando as intensidades nas paredes. Para qualquer ponto desta superfície, as condições de fronteira são dadas para as direções diretoras apontando “para fora” desta superfície. Uma vez que as intensidades da parede são estimadas, um ponto inicial (que normalmente é o nó de mínimas coordenadas x e y) é escolhido e o cálculo. Para este ponto, todas as direções “para fora” correspondem ao primeiro quadrante. Uma vez que as paredes oeste e sul consistem em condições de contorno, estas quantidades são conhecidas e o ponto p pode ser calculado. Todas as intensidades do primeiro quadrante são calculadas para todos os pontos do domínio, começando do canto inferior esquerdo em direção ao canto inferior direito, para todas as linhas.

Quando todas as intensidades do primeiro quadrante forem calculadas para todos os pontos, o segundo quadrante é então calculado. Para o segundo quadrante, os cálculos devem-se iniciar tomando o canto inferior direito como ponto inicial, pois as fronteiras leste e sul possuem valores conhecidos. Todas as intensidades do segundo quadrante são calculadas para todos os pontos do domínio, sempre do canto esquerdo em direção ao canto direito, para todas as linhas.

Por analogia, o cálculo de todas as intensidades do terceiro quadrante deve ser iniciado no canto superior direito, pois as fronteiras leste e norte são fronteiras de valores conhecidos. O cálculo deve ser feito do canto direito em direção ao esquerdo, para todas as linhas. Por último, o cálculo de todas as intensidades do quarto quadrante é executado, iniciando-se no canto superior esquerdo, pelo fato das fronteiras oeste e norte possuírem valores conhecidos. Todos os nós do domínio são calculados, sempre do canto esquerdo para o direito, para todas as linhas.

Dependendo do valor da refletividade tomada para as paredes, as condições de contorno precisam ser recalculadas a cada iteração (ou não). Apenas quando as fronteiras são negras ($\epsilon = 1$), as condições de contorno não precisam ser recalculadas. Isto se dá pelo fato que uma superfície negra, além de emitir perfeitamente (toda radiação “produzida” pelo corpo é emitida), também absorve perfeitamente. Ou seja, um corpo negro absorve toda radiação recebida do meio em que está inserida. Isto quer dizer que, no caso de uma cavidade quadrada, a radiação recebida de dentro da cavidade não iria interferir na radiosidade da superfície. No entanto, se esta superfície não for negra, ela refletirá uma parcela proveniente do interior da cavidade. E como o método é iterativo, o cálculo da condição de fronteira deverá ser efetuado a cada iteração.

A primeira iteração do método termina quando as intensidades para todos os quadrantes foram calculadas. O procedimento, que é iterativo, deve ser repetido quantas vezes

forem necessárias até que a condição de convergência seja atingida. Uma vez que a convergência for atingida, o divergente do fluxo radiativo é calculado para cada nó e este valor servirá como condição de entrada para o cálculo da equação de energia.

4.4.2 Campo de velocidades

O cálculo do campo de velocidades é determinado pelas equações de continuidade e de conservação de momentum, pelo fato destas estarem fortemente acopladas. O algoritmo SIMPLE é utilizado para a aproximação das velocidades por ser numericamente eficiente e estável. O método consiste em resolver as equações de conservação em um domínio computacional que é composto pela malha primária e pelas malhas secundárias deslocadas.

A equação discretizada para a conservação de momentum tem a mesma forma da equação discretizada geral, no entanto, haverá um termo referente ao gradiente de pressão. Quando o gradiente de pressão é discretizado em um volume de controle ficamos com (a discretização tomará como base o volume de controle da Figura 4.2):

$$-\int_{VC} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) dV = (P_w - P_e) \Delta y \quad (74)$$

$$-\int_{VC} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right) dV = (P_s - P_n) \Delta x \quad (75)$$

No entanto, para evitar estimativas que não condizem com o fenômeno, as malhas deslocadas são utilizadas para os cálculos das componentes das velocidades. Os cálculos das velocidades na componente x serão realizados numa malha deslocada meio volume de controle a direita da malha principal. Já o cálculo das velocidades na componente y, os cálculos são realizados numa malha deslocada meio volume de controle para cima. Com isso, o termo da equação de momentum que se refere ao gradiente de pressão ficará representado no termo fonte da equação de conservação de momentum em sua forma discretizada:

$$b = -(P_E - P_P) \Delta y \quad (76)$$

$$b = -(P_N - P_P) \Delta x \quad (77)$$

Logo, a equação discretizada para a conservação de momentum (em x e y respectivamente) tem a forma:

$$a_p^u u_p = \sum_{vizinhos} a_{nb}^u u_{nb} - (P_E - P_P) \Delta y \quad (78)$$

$$a_p^v v_p = \sum_{\text{vizinhos}} a_{nb}^u v_{nb} - (P_N - P_P) \Delta x \quad (79)$$

Onde os termos u e v representam em qual malha as equações são aplicadas (u reflete a malha deslocada a direita e v reflete a malha deslocada para cima). Com o deslocamento da malha, também é necessário fazer modificações nos termos condutivos e convectivos, pois agora estes termos necessitam ser calculados sobre a malha deslocada. As velocidades são armazenadas nos nós da malha deslocada, ou seja, os fluxos convectivos nas faces dos volumes de controle são obtidos por interpolação:

$$F_s^v = (\rho v)_s \Delta x^u = \frac{(\rho v)_{i,j+1} + (\rho v)_{i,j}}{2} \Delta x^u \quad (80)$$

Para a equação de conservação de momentum, o coeficiente difusivo equivale a viscosidade dinâmica do fluido ($\Gamma = \mu$). Os termos difusivos se tornam:

$$\begin{aligned} D_e^u &= \left(\frac{\Gamma}{\delta x} \right)_e A_e = \frac{\Gamma_{i+1,j}^u}{(x_{i+1}^u - x_i^u)} \Delta y^u \\ D_w^u &= \left(\frac{\Gamma}{\delta x} \right)_w A_w = \frac{\Gamma_{i,j}^u}{(x_i^u - x_{i-1}^u)} \Delta y^u \\ D_n^u &= \left(\frac{\Gamma}{\delta y} \right)_n A_n = \frac{\Gamma_{i,j}^u + \Gamma_{i,j+1}^u + \Gamma_{i+1,j}^u + \Gamma_{i+1,j+1}^u}{4(y_{j+1}^u - y_j^u)} \Delta x^u \\ D_s^u &= \left(\frac{\Gamma}{\delta y} \right)_s A_s = \frac{\Gamma_{i,j-1}^u + \Gamma_{i,j}^u + \Gamma_{i+1,j-1}^u + \Gamma_{i+1,j}^u}{4(y_j^u - y_{j-1}^u)} \Delta x^u \\ D_e^v &= \left(\frac{\Gamma}{\delta x} \right)_e A_e = \frac{\Gamma_{i,j}^v + \Gamma_{i,j+1}^v + \Gamma_{i+1,j}^v + \Gamma_{i+1,j+1}^v}{4(x_{i+1}^v - x_i^v)} \Delta y^v \\ D_w^v &= \left(\frac{\Gamma}{\delta x} \right)_w A_w = \frac{\Gamma_{i-1,j}^v + \Gamma_{i-1,j+1}^v + \Gamma_{i,j}^v + \Gamma_{i,j+1}^v}{4(x_i^v - x_{i-1}^v)} \Delta y^v \\ D_n^v &= \left(\frac{\Gamma}{\delta y} \right)_n A_n = \frac{\Gamma_{i,j+1}^v}{4(y_{j+1}^v - y_j^v)} \Delta x^v \\ D_s^v &= \left(\frac{\Gamma}{\delta y} \right)_s A_s = \frac{\Gamma_{i,j}^v}{4(y_j^v - y_{j-1}^v)} \Delta x^v \end{aligned} \quad (81)$$

A estrutura do algoritmo SIMPLE pode ser resumida em duas partes: primeiro supõe-se um campo de pressão que facilita a obtenção da distribuição de velocidades, depois se corrigem essas distribuições de forma que a equação da continuidade seja cumprida (XAMÁN; GIJÓN-RIVERA, 2016). A correção das velocidades deve ser feita pelas relações:

$$\begin{aligned} u_p &= u_p^* + d_e^u (P_p' - P_E') \\ v_p &= v_p^* + d_n^v (P_p' - P_N') \end{aligned} \quad (82)$$

Onde:

$$\begin{aligned} d_e^u &= \frac{A_e}{a_p^u} \\ d_n^v &= \frac{A_n}{a_p^v} \end{aligned} \quad (83)$$

A correção da pressão P' é obtida da equação de continuidade que, quando integrada sobre um volume de controle, fica:

$$\frac{\rho_p - \rho_p^0}{\Delta t} \Delta V + [(\rho u A)_e - (\rho u A)_w] + [(\rho v A)_s - (\rho v A)_s] = 0 \quad (84)$$

As expressões para as velocidades corrigidas podem ser substituídas na equação da continuidade discretizada, fazendo com que uma equação para correção de pressão seja obtida:

$$a_p P_p' = a_E P_E' + a_W P_W' + a_N P_N' + a_S P_S' + b' \quad (85)$$

Onde:

$$\begin{aligned} a_E &= \rho_e d_e^u A_e \\ a_W &= \rho_w d_w^u A_w \\ a_N &= \rho_n d_n^v A_n \\ a_S &= \rho_s d_s^v A_s \\ a_p &= a_E + a_W + a_N + a_S \\ b' &= \frac{\rho_p - \rho_p^0}{\Delta t} \Delta V + [(\rho u^* A)_e - (\rho u^* A)_w] + [(\rho v^* A)_s - (\rho v^* A)_s] \end{aligned} \quad (86)$$

Quando o campo de correções de pressão P' é obtido, é necessário então corrigir as pressões:

$$P = P^* + P' \quad (87)$$

Logo, o SIMPLE é um procedimento que é feito de forma iterativa até uma solução correta ser obtida e pode servir como uma aproximação melhorada dos campos de velocidades que são utilizados em outras equações de conservação. As etapas do algoritmo consistem:

1. Estima-se um campo de pressão e velocidades: P^* , u^* e v^* ;
2. Resolvem-se as equações de momentum para obter: u^{**} e v^{**} ;
3. Resolvem-se as equações de correção de pressão P' ;

4. Com o campo de correção da pressão, corrigem-se as pressões e velocidades, obtendo: u, v e P ;
5. Resolução de outras equações de conservação (como energia e concentração)

Quando a última equação for resolvida, um critério de convergência é testado e se tiver sido atendido, os resultados são impressos. Caso contrário, os últimos valores para u, v, P e outras variáveis (quando o caso) que acabaram de ser calculadas tornam-se os valores de entrada para iniciar a próxima iteração.

4.4.3 Campo de temperaturas

O campo de temperaturas é obtido pela equação discretizada generalizada, porém a variável dependente ϕ torna-se a temperatura T . Para o cálculo dos fluxos difusivos, é necessário se conhecer o coeficiente difusivo. Para a equação da energia, este termo é expresso por:

$$\Gamma = \frac{\lambda}{c_p} \quad (88)$$

Onde λ é a condutividade térmica do meio e c_p o calor específico à pressão constante. Para o cálculo do termo convectivo, é necessário se conhecer o campo de velocidades. Este campo foi anteriormente estimado pelo algoritmo SIMPLE e servirá como valor de entrada para o cálculo do fluxo convectivo na equação discretizada da energia.

4.4.4 Campo de concentração

O campo de concentrações é obtido pela equação discretizada generalizada, porém a variável dependente ϕ torna-se a concentração molar C . Para o cálculo dos fluxos difusivos, é necessário se conhecer o coeficiente difusivo. Para a equação da energia, este termo é expresso por:

$$\Gamma = D_v \quad (89)$$

O termo D_v representa a difusividade da espécie no meio. Para o cálculo do termo convectivo, é necessário se conhecer o campo de velocidades. Assim como para o termo de velocidades, este campo foi anteriormente estimado pelo algoritmo SIMPLE e servirá como valor de entrada para o cálculo do fluxo convectivo na equação discretizada da concentração de espécies.

4.4.5 Resolução do sistema de equações

Reescrevendo a equação de discretização:

$$a_p \phi_p = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (90)$$

É necessário que para cada ponto da malha se encontre uma solução que atenda a equação discretizada. Uma discussão é feita no livro do Patankar (1980) sobre métodos diretos e indiretos para resolução de sistemas, onde os métodos diretos necessitam de uma grande capacidade de armazenamento e tempo, por isso, são fortemente recomendáveis para sistema de equações lineares (podendo resolver esses sistemas em apenas uma passada). No entanto, em problemas de transferência de calor e massa, o fenômeno convecção impõe um termo altamente não linear na equação discretizada. Ou seja, neste caso, um método iterativo é necessário.

Neste trabalho, o método utilizado para a resolução dos sistemas de equações lineares é o método iterativo de Gauss-Seidel, por este ser mais econômico. No método tradicional, uma estimativa inicial é feita para ϕ_p , e então os pontos são visitados sempre na mesma sequência de acordo com a seguinte expressão:

$$\phi_p = \frac{\sum a_{nb} \phi_{nb}^* + b}{a_p} \quad (91)$$

Se estes pontos já foram visitados anteriormente, o valor mais atualizado é utilizado. Se não, o valor utilizado é o da iteração anterior. Nas primeiras iterações deste método, a precisão dos valores obtidos é baixa, mas nas iterações seguintes, essa precisão tende a melhorar bruscamente.

Neste trabalho, o método de Gauss-Seidel foi utilizado fazendo-o correr nos pontos das linhas e colunas da malha em direções diferentes, de forma que as informações das fronteiras sejam transportadas para os nós interiores de forma mais uniforme. A Figura 4.8 apresenta a forma com que o método de Gauss-Seidel corre nos pontos da malha:

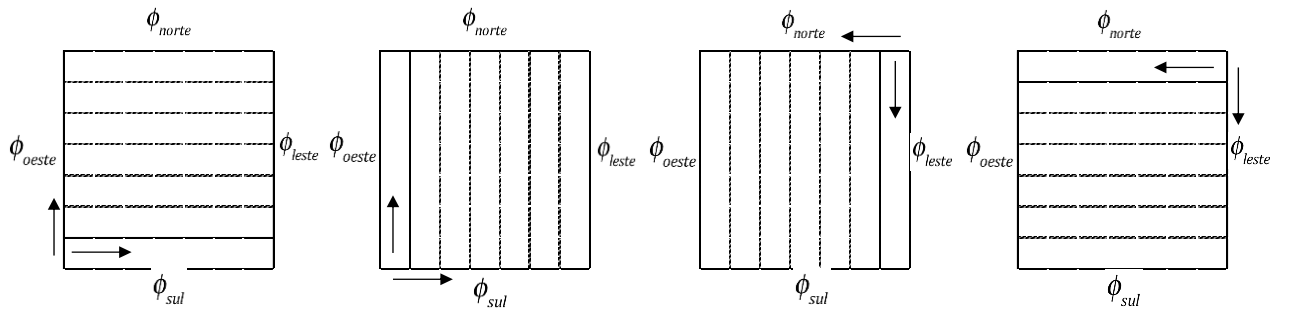


Figura 4.8 – Representação do método Gauss-Seidel utilizada no trabalho.

5 VALIDAÇÃO

Este trabalho foi validado em duas etapas: a primeira consistiu na validação do código para a convecção natural binária enquanto que a segunda etapa consistiu na validação do código para o acoplamento da convecção natural com radiação térmica. Para o problema da convecção natural binária, foram utilizados os resultados publicados por Béghein, Haghghat e Allard (1992), em especial os campos de concentração e os números de Nusselt na parede quente. Os resultados de Alvarado-juárez et al. (2013) também foram utilizados para validar o problema nesta etapa.

Na segunda etapa, a equação de transporte radiativo (RTE) foi acoplada à equação da energia no problema da convecção natural. Os resultados obtidos pelo código computacional foram validados a partir dos resultados publicados por Lari et al. (2011). As discussões sobre validação dos novos resultados serão feitas nos próximos tópicos.

5.1 Modelo de convecção natural binária

Como mencionado, o modelo de convecção natural binária foi validado através dos trabalhos publicados por Béghein, Haghghat e Allard (1992) e Alvarado-juárez et al. (2013). Com o primeiro artigo citado, os resultados foram comparados qualitativamente através das linhas de contorno para temperatura e concentração e quantitativamente através números de Nusselt na parede quente para diferentes taxas de empuxo (N variando de 0,01 até 5,0 para um número fixo de Rayleigh térmico de $Ra_T = 10^7$). Estes valores para número de Nusselt também foram comparados com os resultados publicados por Alvarado-juárez et al. (2013).

A Tabela 5.1 foi extraída do artigo publicado por De Paula, Ismail e Salinas (2017), em inglês, e nela constam os valores de validação. O maior erro encontrado foi de 1,62% para $N = -5,0$, que foi correspondente aos valores obtidos por Alvarado-juárez et al. (2013). A Figura 5.1 também foi extraída do artigo de De Paula, Ismail e Salinas (2017), onde uma verificação qualitativa foi feita considerando $Ra_T=10^4$ e $Ra_S=10^4$. Foram considerados $Pr=0,71$ and $Le=1,0$.

Tabela 5.1 – Números de Nusselt médios (ao longo de um eixo vertical) para $Ra_T=10^7$ e N variando de 0,01 até -5.

N	-0.01	-0.2	-0.8	-1.5	-5.0
Ra_S	10^5	2×10^6	8×10^6	1.5×10^7	5×10^7
Béghein et al. [8]	16.4	15.5	10.6	13.6	23.7
Alvarado-Juárez et al. [14]	16.53	15.61	10.68	13.74	24.05
Present work	16.36	15.45	10.61	13.62	23.66

Fonte: De Paula, Ismail, Salinas (2017)

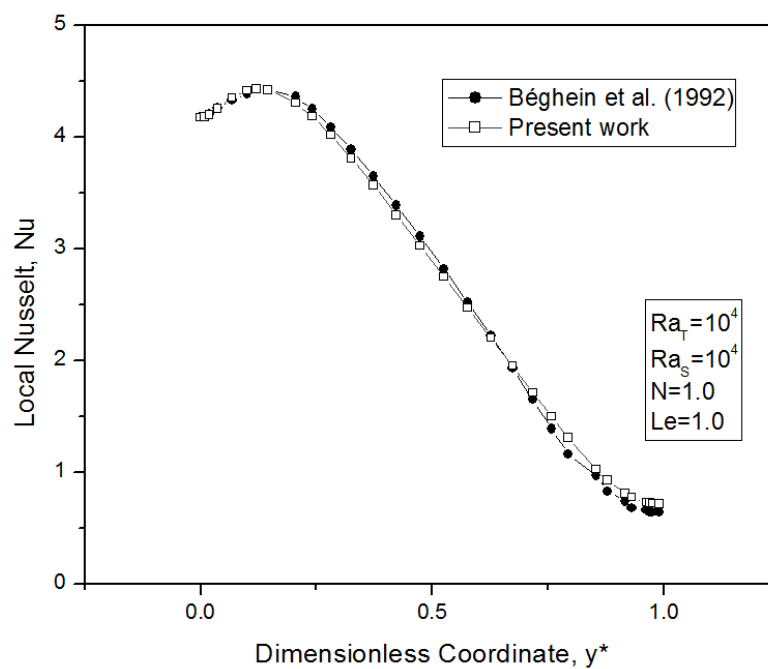


Figura 5.1 – Comparação de números de Nusselt locais ao longo da parede quente para uma cavidade fechada. Fonte: De Paula, Ismail, Salinas (2017)

5.2 Modelo de convecção natural acoplado à radiação

O termo devido às transferências radiativas foi incluído no termo fonte da equação discretizada da energia (eq. 71). Os resultados foram validados com o artigo publicado por Lari et al. (2011) para uma cavidade bidimensional com paredes negras ($\varepsilon=1$). As paredes verticais estão a diferentes níveis de temperaturas enquanto que as paredes horizontais são adiabáticas. O domínio considerado é representado esquematicamente na Figura 5.2.

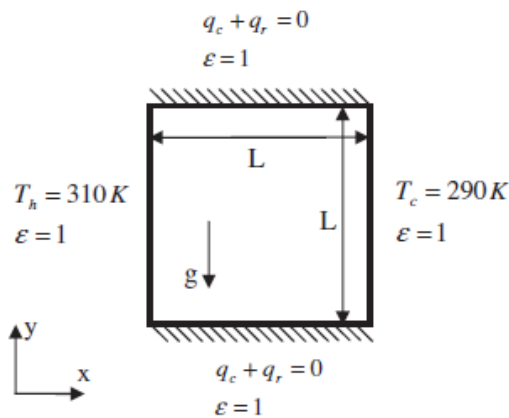


Figura 5.2 – Cavity utilizada para validação do código.

Os seguintes valores foram utilizados no código de validação:

- Esquema de interpolação utilizado: Upwind ($A(|Pe|) = 1$)
- Estimativas iniciais:

$$T^* = (T_h + T_c)/2$$

$$u^* = v^* = 0 \text{ m/s}$$

$$I^* = 0,0$$

- Malha: 61x61
- Propriedades do domínio:

$$\left. \begin{array}{l} k = 2,63 \cdot 10^{-2} \text{ W / mK} \\ c_p = 1,007 \cdot 10^3 \text{ J / kgK} \\ \rho = 1,1614 \text{ kg / m}^3 \\ \text{Pr} = 0,707 \\ \beta_T = 3,43 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \end{array} \right\} \text{Ar}(T_{ref} = 300 \text{ K})$$

$$\mu = \frac{\text{Pr} \cdot k}{c_p} = 1,846 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$$

Foram comparadas as linhas de correntes obtidas pelo processo numérico realizado neste trabalho com as linhas do trabalho citado. Também foram comparados os Nusselt na parede quente para diferentes valores de espessura ótica.

As Figuras 5.3 e 5.4 representam respectivamente os resultados obtidos pelo código e os resultados apresentados pelo artigo de validação, Lari et al. (2011), para $Ra_T = 10^6$ e $\tau = 0$ (espessura ótica nula). Para esta cavity, o número de Nusselt convectivo obtido pelo código foi $Nu_c = 7,69$. O Nusselt radiativo calculado foi de $Nu_r = 13,27$. Logo, o Nusselt total foi de $Nu_{total} = 20,963$.

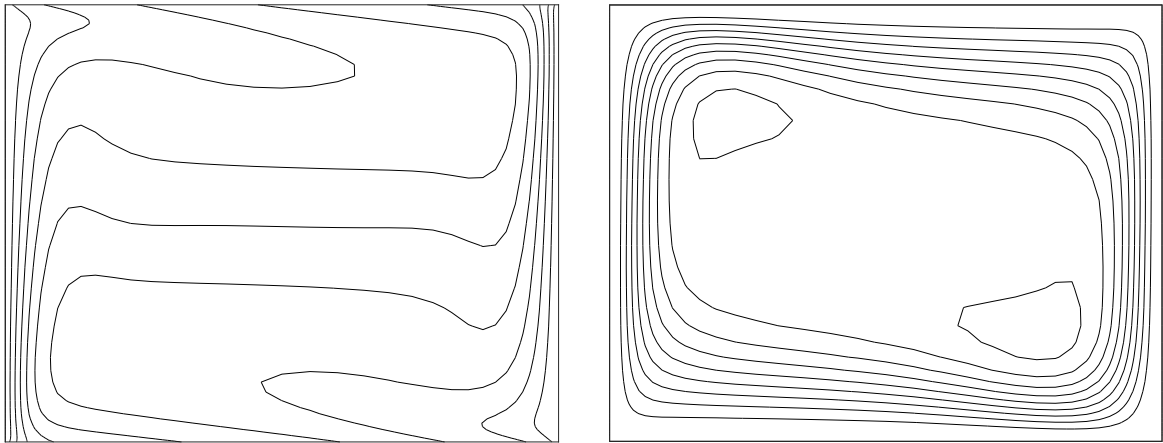


Figura 5.3 – Isotermas (esquerda) e linhas de corrente (direita) para espessura óptica nula para o presente trabalho.

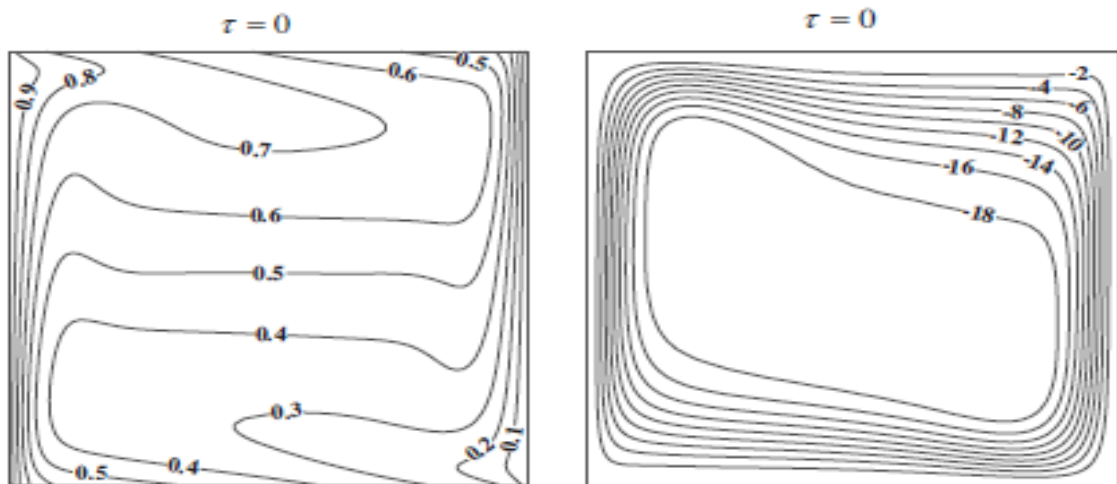


Figura 5.4 – Isotermas (esquerda) e linha de corrente (direita) para espessura óptica 0 por Lari et. al. (2011).

As Figuras 5.5 e 5.6 representam respectivamente os resultados obtidos pelo código e os resultados apresentados pelo artigo de validação, Lari et al. (2011), para $Ra_T=10^6$ e $\tau=1$. Para esta cavidade, o número de Nusselt convectivo obtido pelo código foi $Nu_c=7,4$ e o Nusselt radiativo foi $Nu_r=9,74$. Logo, o Nusselt total foi de $Nu_{total}=17,15$. No artigo de Lari et al. (2011), foi exposto seu Nusselt total que os autores obtiveram ($Nu_t = 17,086$). Em relação ao artigo de referência, foi obtido um erro de 0,2%.

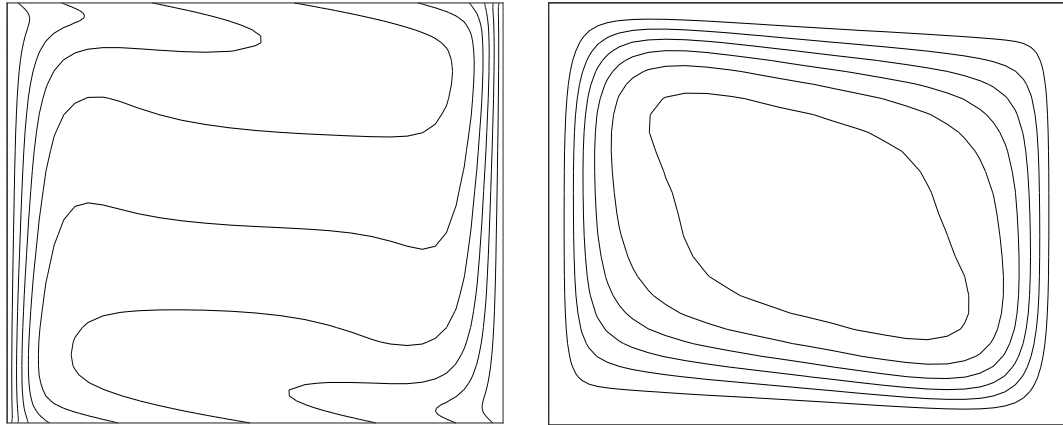


Figura 5.5 – Isotermas (esquerda) e linhas de corrente (direita) para espessura óptica 1 para o presente trabalho.

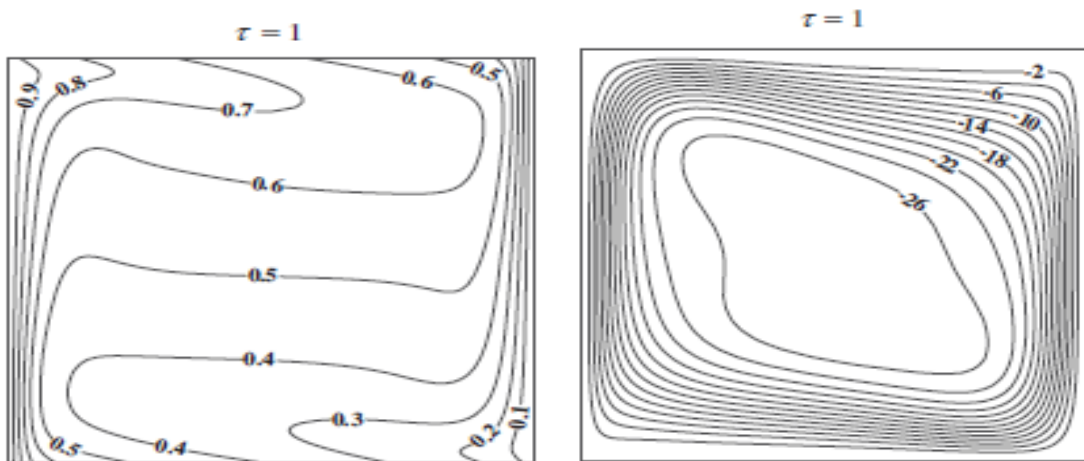


Figura 5.6 – Isotermas (esquerda) e linhas de corrente (direita) para espessura óptica 1 por Lari et. al (2011).

As Figuras 5.7 e 5.8 representam respectivamente os resultados obtidos pelo código e os resultados apresentados pelo artigo de validação, Lari et al. (2011), $Ra_T=10^6$ e $\tau=10$. Para esta cavidade, o número de Nusselt convectivo calculado foi $Nu_c=8,14$. O Nusselt radiativo calculado foi de $Nu_r=5,44$. Logo, o Nusselt total foi de $Nu_{total}=13,59$.

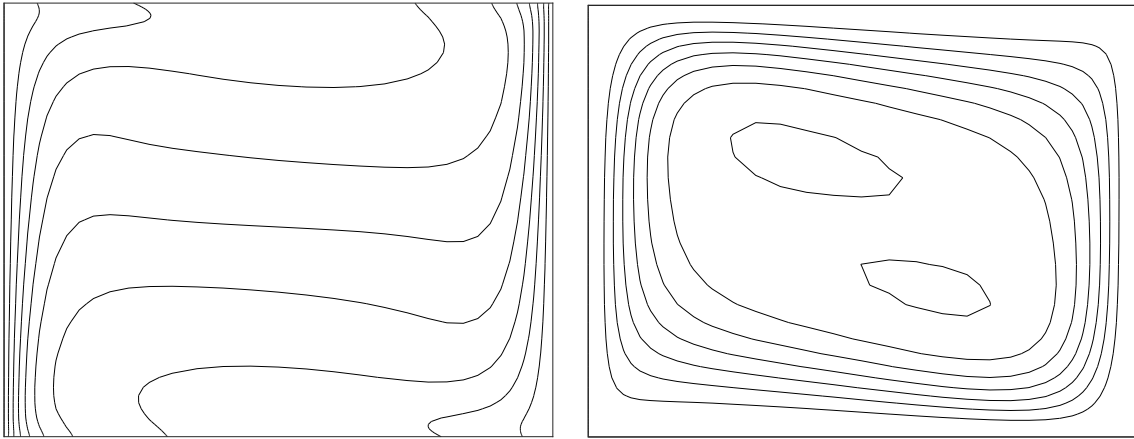


Figura 5.7 – Isotermas (esquerda) e linhas de corrente (direita) para espessura óptica 10 para este trabalho.

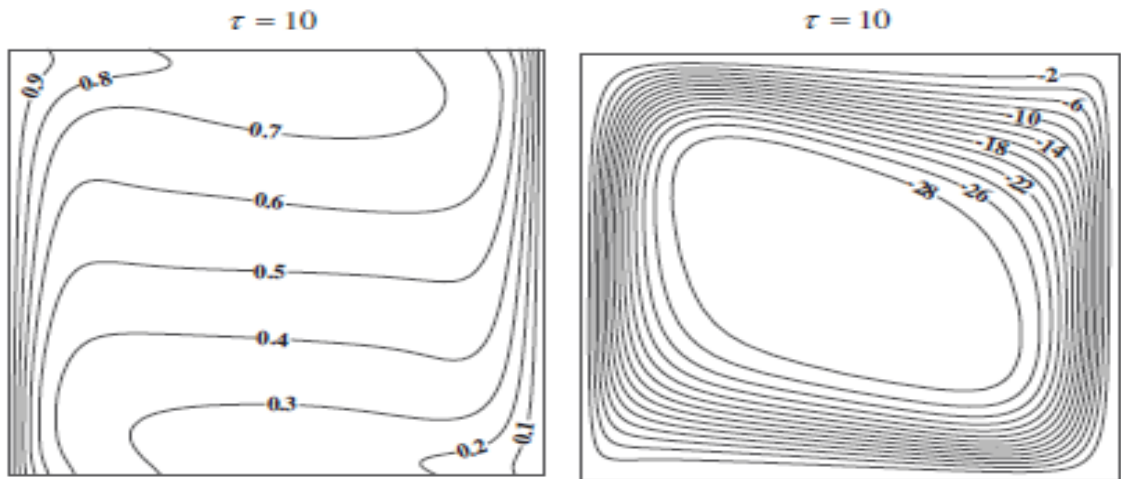


Figura 5.8 – Isotermas (esquerda) e linhas de corrente (direita) para espessura óptica 10 por Lari et al. (2011).

6 RESULTADOS

Os resultados numéricos para simulações de transferência de calor e massa dentro da cavidade de destilação serão apresentados, para o caso que inclui radiação térmica e o caso que não inclui. Para o caso mais simples, em que a radiação térmica das paredes e do gás não é considerada, a análise é feita para angulação da cavidade fixada em 25° e razão de aspecto unitária. Já o caso que inclui o termo radiativo, inicialmente angulação da cavidade será variada e por fim a razão de aspecto, a fim de conseguir melhorar as condições de projeto.

Neste trabalho, as simulações são feitas em função do número de Rayleigh térmico de forma que se mantenham em concordância com outros trabalhos da literatura. Para que este número de Rayleigh possuísse os valores desejados, a altura da cavidade foi escolhida como parâmetro variante. Ou seja, cada número de Rayleigh ficou vinculado a uma altura, que está indicada na Tabela 6.1.

Para que a condição de regime permanente do escoamento fosse assegurada, as soluções foram obtidas para um número de Rayleigh térmico entre 10^3 e 10^6 . A diferença de temperaturas entre as paredes quente e fria é considerada pequena de forma que a variação de propriedades pudesse ser desconsiderada.

Tabela 6.1: Números de Rayleigh e dimensões equivalentes da cavidade.

Ra_T	H (m)	L(m)			
		A=1	A=1/4	A=1/8	A=1/12
10^3	0,009	0,009	0,036	0,072	0,108
10^4	0,021	0,021	0,084	0,168	0,252
10^5	0,045	0,045	0,180	0,360	0,540
10^6	0,097	0,097	0,388	0,776	1,164

A última etapa deste trabalho consistiu em uma simulação cuja dimensão fosse próxima a uma cavidade de destilação real (logo, o tamanho da cavidade não estava vinculada a um número de Rayleigh).

6.1 Convecção natural binária (sem radiação) para $\theta = 25^\circ$ e $A = 1$

As linhas de contorno para temperaturas dentro da cavidade de destilação são ilustradas na Figura 6.1 para um número de Rayleigh térmico entre 10^3 e 10^6 . À medida que o número de Rayleigh aumenta, o fluido na região central da cavidade experimenta menores gradientes de temperatura, tornando a distribuição de temperaturas mais homogênea nesta região. Já nas regiões próximas às paredes, as linhas de contorno tendem a se aproximar, fazendo com que a camada limite térmica torne-se mais esbelta.

As linhas de corrente dentro da cavidade são representadas na Figura 6.2 para números de Rayleigh térmico entre 10^3 e 10^6 . À medida que as forças de empuxo de origem térmica se tornam maiores, estas linhas se tornam mais próximas nas regiões da parede, representando um maior gradiente da função corrente, enquanto que a região central da cavidade apresenta menores variações desta função (correspondendo a velocidades muito baixas). Para um número de Rayleigh térmico de 10^6 é possível observar a formação das primeiras regiões de recirculação, indicando as primeiras mudanças na camada limite do escoamento.

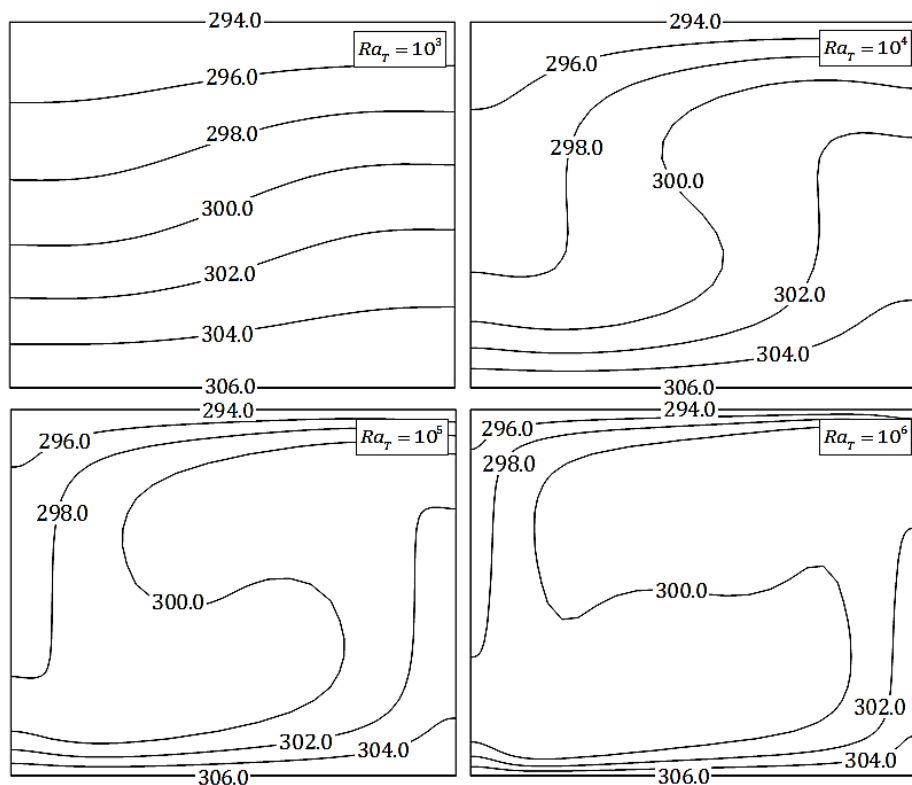


Figura 6.1 – Linhas de contorno de temperaturas para $Ra_T=10^3$ até 10^6 (inclinação $\theta=25^\circ$).

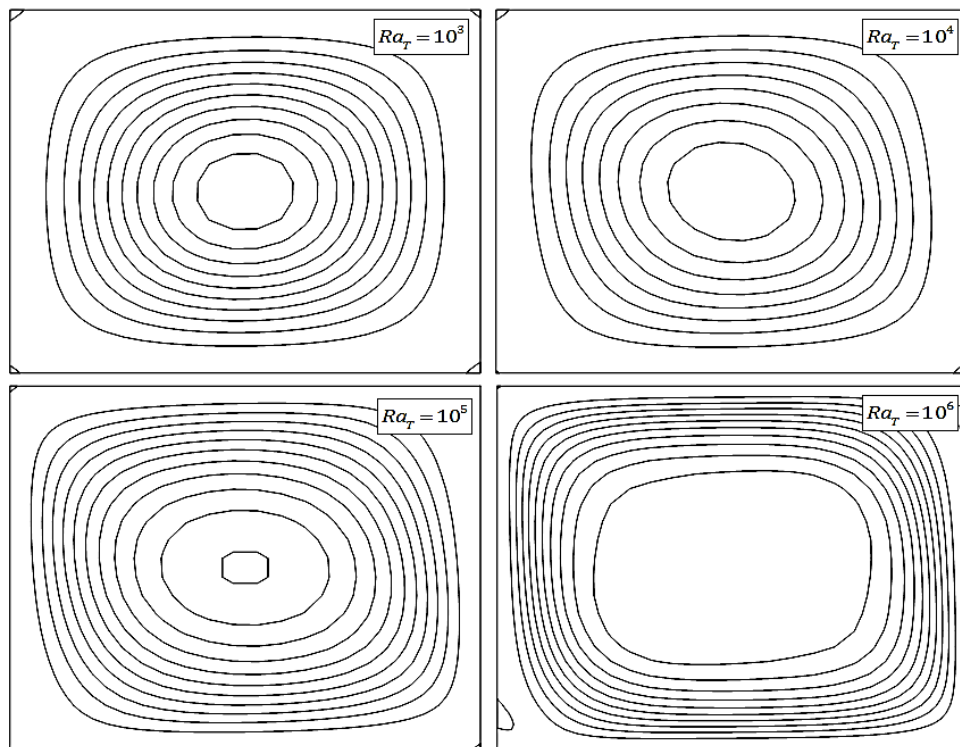


Figura 6.2 – Linhas de corrente para $Ra_T=10^3$ até 10^6 (inclinação $\theta=25^\circ$).

As linhas de contorno de concentração de vapor para a cavidade de destilação são representadas na Figura 6.3. As linhas de concentração tendem a se aproximar das paredes para altos números de Rayleigh, logo, a camada limite nestas regiões se torna mais fina e a concentração de vapor na cavidade se torna menos difusa. Esta aproximação ocorre de forma mais saliente ao lado esquerdo da parede inferior e ao lado direito da parede superior. Para grandes números de Rayleigh, a região central da cavidade é preenchida por uma mistura homogênea.

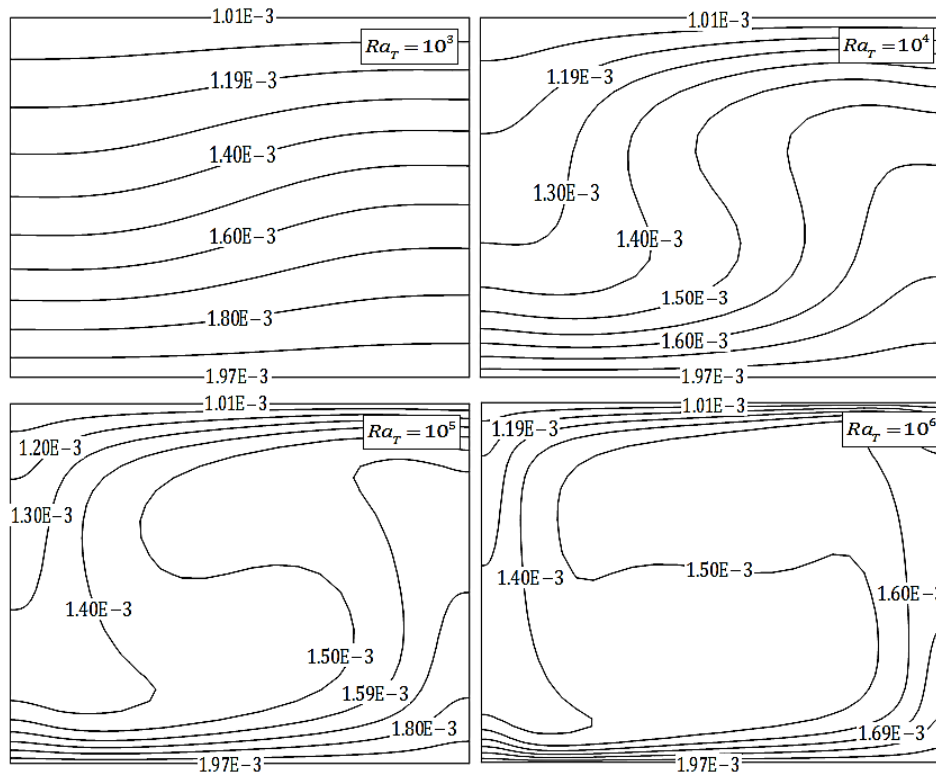


Figura 6.3 – Linhas de contorno de concentração para $Ra_T=10^3$ até 10^6 (inclinação $\theta=25^\circ$).

A formação de vapor ocorre com maior intensidade na parede mais quente, assim, a parede de maior concentração se encontra onde a temperatura é maior. O escoamento na cavidade é dominado por forças de empuxo térmicas, uma vez que o número de Rayleigh térmico é maior que o número de Rayleigh soluto. As diferenças de concentração e temperatura entre as paredes quente e fria induzem um perfil de convecção e, uma vez que a cavidade está inclinada, o escoamento na cavidade ocorre no sentido anti-horário. Este fenômeno pode ser observado através das linhas de contorno apresentadas neste trabalho.

Os números de Nusselt local e Sherwood ao longo da parede quente foram obtidos e são representados nas Figuras 6.4 e 6.5. Para um mesmo valor para a difusividade térmica e binária (correspondentes a um número de Lewis unitário), estes gráficos tendem a se sobrepor. Para as condições impostas neste trabalho, o número de Lewis calculado é 0,87, logo, os valores para números de Sherwood são ligeiramente menores que os números de Nusselt, apesar do mesmo padrão entre os dois gráficos. Tanto o número de Nusselt quanto Sherwood aumenta simultaneamente com Rayleigh e apresentam um pico ao lado esquerdo da superfície quente, pois nesta região se encontram grandes gradientes de temperatura e concentração.

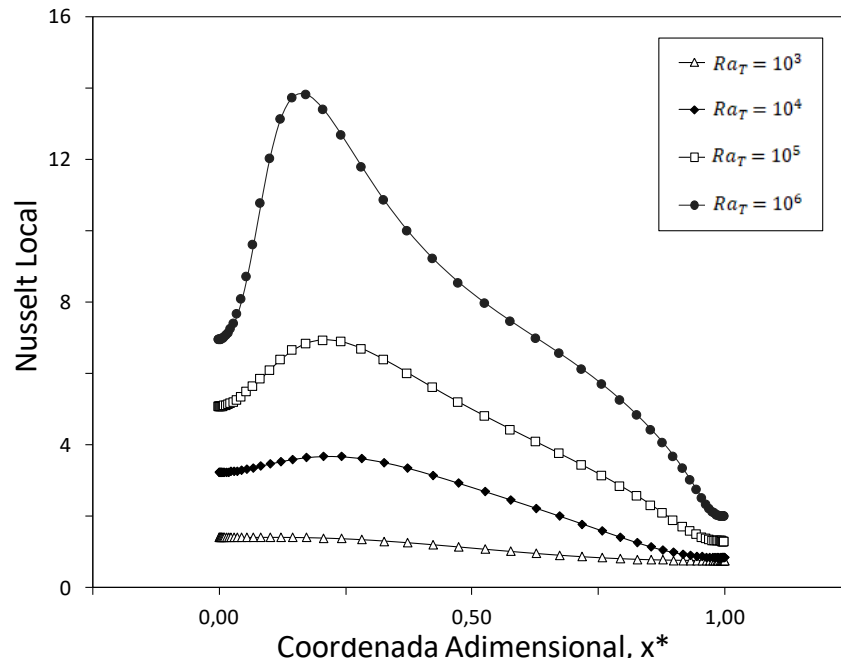


Figura 6.4 – Números de Nusselt locais ao longo da superfície quente para $Ra_T=10^3$ até 10^6 (inclinação $\theta=25^\circ$).

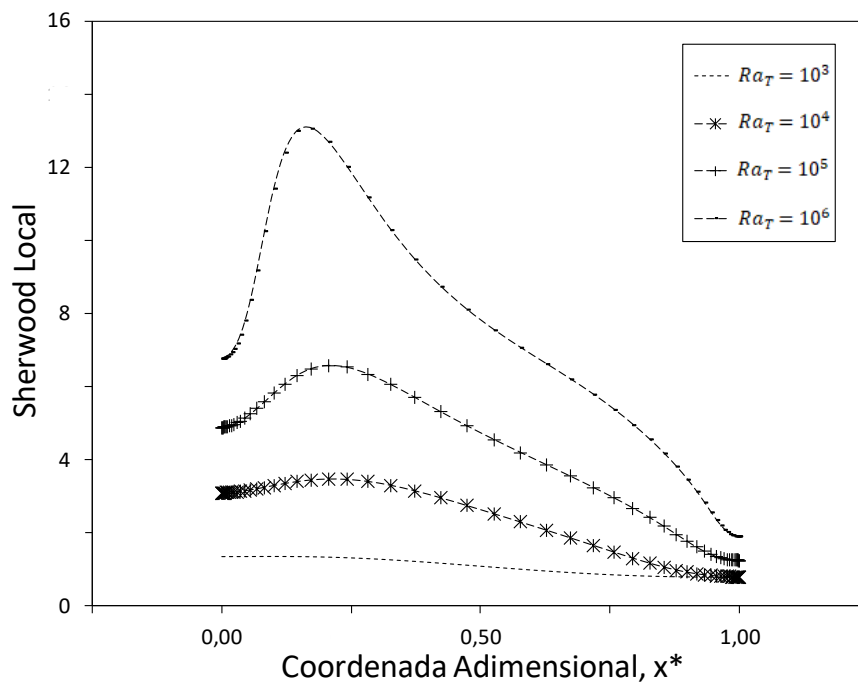


Figura 6.5 – Números de Sherwood locais ao longo da superfície quente para $Ra_T=10^3$ até 10^6 (inclinação $\theta=25^\circ$).

Os números de Nusselt e Sherwood médios e taxa local de condensação podem ser encontrados na Tabela 6.2. Para grandes números de Nusselt convectivos, a taxa de condensação tende a aumentar. O maior valor para taxa de condensação específica é

encontrados para número de Rayleigh igual a 10^4 . Já o maior valor para taxa de condensação da cavidade em estudo (obtida através da multiplicação da taxa de condensação específica e a área do destilador) foi identificado quando o valor do número de Rayleigh é igual a 10^6 . Neste trabalho, foi escolhido variar a altura H da cavidade de forma que uma análise em relação ao número de Rayleigh fosse possível. Logo, quando o número de Rayleigh é variado, a altura também varia. A cavidade cujo número de Rayleigh tem valor 10^6 possui a maior dimensão e por isso apresentou maior taxa de condensação. Os valores para os números de Rayleigh utilizados são tomados como referência com propósito de estudo. Ao final do trabalho é feita uma análise com dimensões reais de um destilador solar.

Tabela 6.2 – Números de Nusselt e Sherwood médios e taxa de condensação ao longo de um eixo horizontal para $Ra_T = 10^3$ até 10^6 (inclinação $\theta=25^\circ$).

Ra_T	10^3	10^4	10^5	10^6
Nusselt convectivo (Nu)	1,1	2,54	4,61	8,15
Sherwood (Sh)	1,08	2,39	4,37	7,73
Taxa de condensação específica (kg/m^2h)	0,018	0,192	0,162	0,133
Taxa de condensação da cavidade em estudo (kg/h)	0,0017	0,0040	0,0073	0,0129

6.2 Convecção natural binária (com radiação)

Neste tópico será feita uma análise do caso radiativo, considerando as paredes como superfícies que refletem e emitem difusamente e o gás presente como um meio participante (absorve, emite e reflete). Nesta análise, são consideradas as parcelas radiativas devido à absorção e emissão. A dispersão, no entanto, não é considerada por ser muito pequena e dificilmente ter algum efeito significativo na troca de calor dentro da cavidade.

6.2.1 Análise da variação do ângulo de inclinação da cavidade

Uma comparação será feita para os casos em que o ângulo de inclinação tem valores de 15, 25 e 40 graus. Para todos os casos, a análise será feita para números de Rayleigh

variando entre 10^3 e 10^6 . Para todas as análises deste tópico, a razão de aspecto considerada é unitária.

6.2.1.1 Linhas de contorno de temperatura

As linhas de contorno de temperaturas dentro da cavidade de destilação para ângulos de inclinação 15, 25 e 40 graus são ilustradas pelas Figuras 6.6, 6.7 e 6.8. O comportamento é similar ao caso não radiativo. À medida que o número de Rayleigh aumenta, o fluido na região central da cavidade experimenta gradientes menores de temperatura, enquanto que as regiões próximas às paredes experimentam maiores gradientes.

A partir das linhas de contorno apresentadas, é possível observar que este escoamento acontece no sentido anti-horário. Podemos observar que a influência do aumento do ângulo de inclinação é maior para altos números de Rayleigh. O gradiente de temperatura é maior na parede quente para $\theta=40^\circ$ e número de Rayleigh 10^6 .

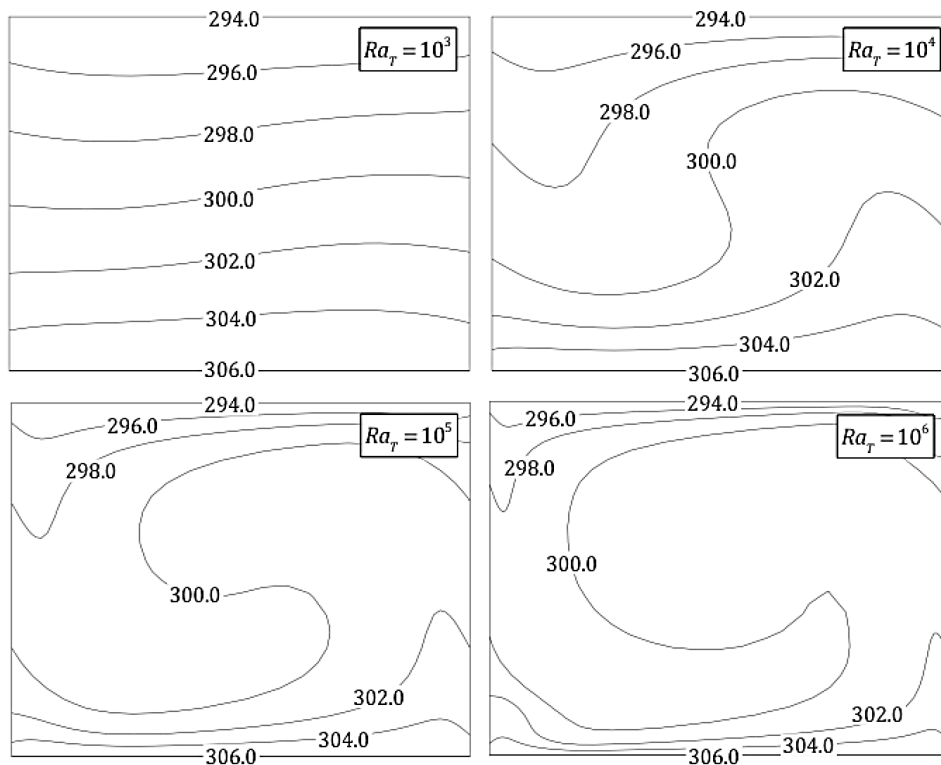


Figura 6.6 – Linhas de contorno de temperaturas para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=15^\circ$) para o caso radiativo.

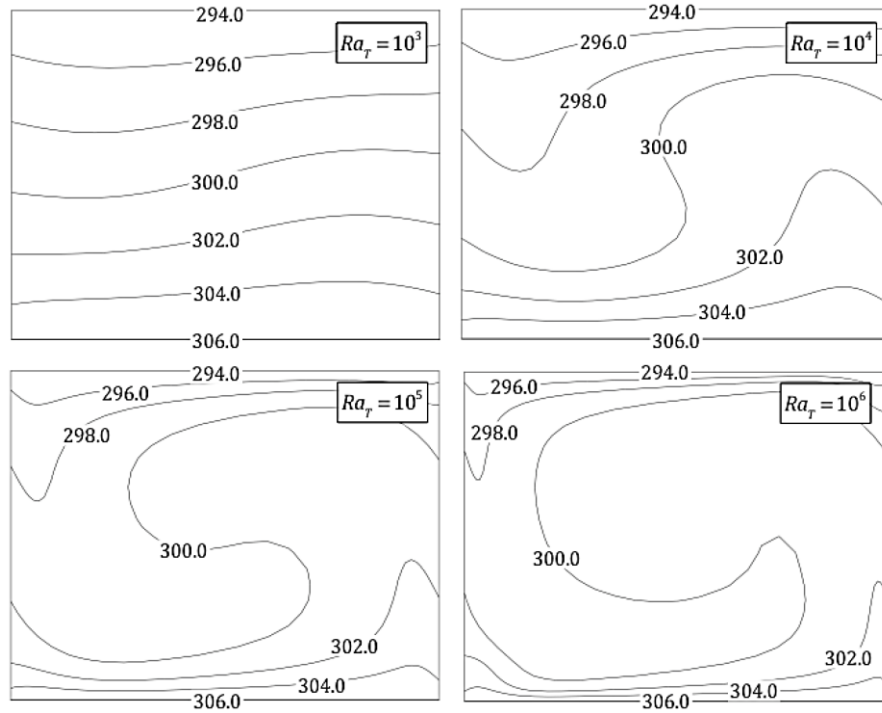


Figura 6.7: Linhas de contorno de temperaturas para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para o caso radiativo.

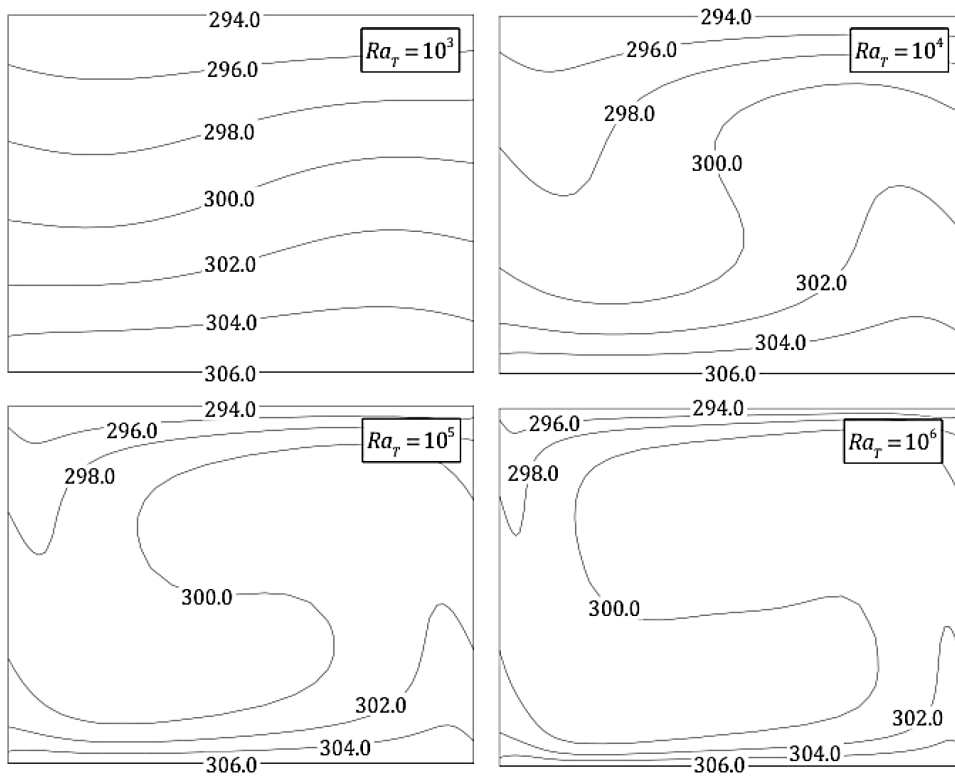


Figura 6.8 – Linhas de contorno de temperaturas para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$) para o caso radiativo.

6.2.1.2 Linhas de corrente

As linhas de corrente da cavidade de destilação para ângulos de inclinação 15, 25 e 40 graus são ilustradas pelas Figuras 6.9, 6.10 e 6.11.

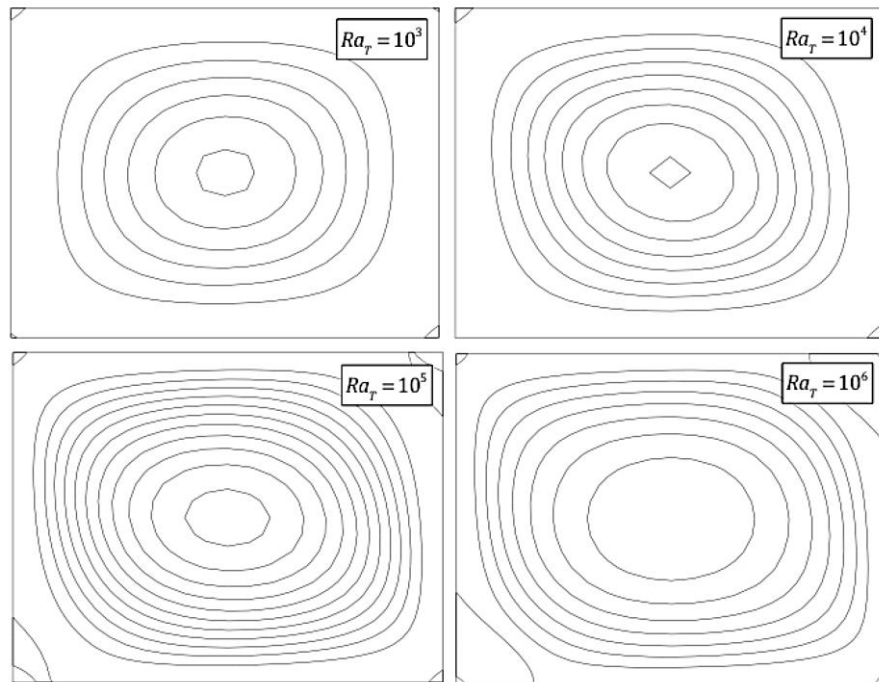


Figura 6.9 – Linhas de corrente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=15^\circ$) para o caso radiativo.

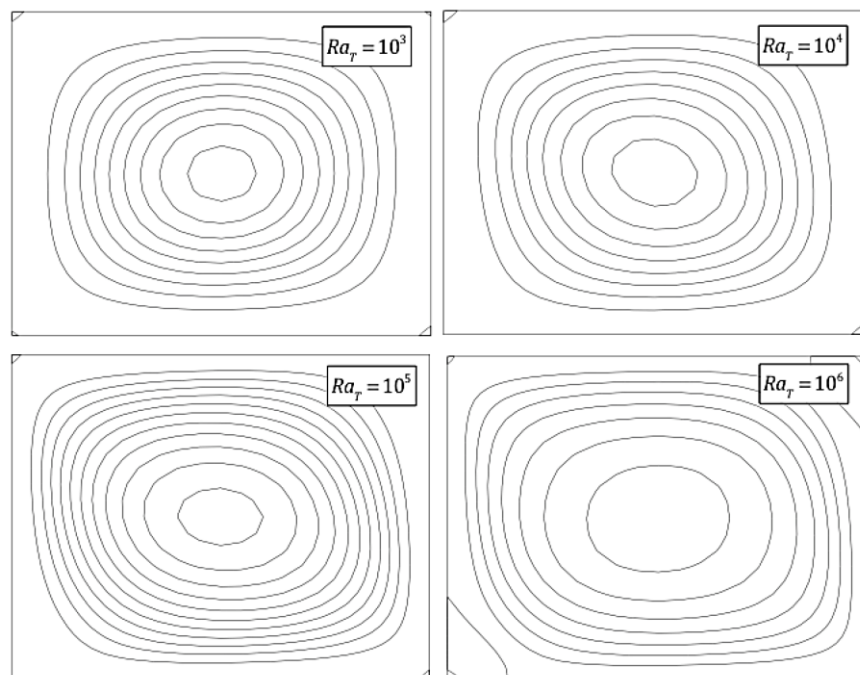


Figura 6.10: Linhas de corrente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para o caso radiativo.

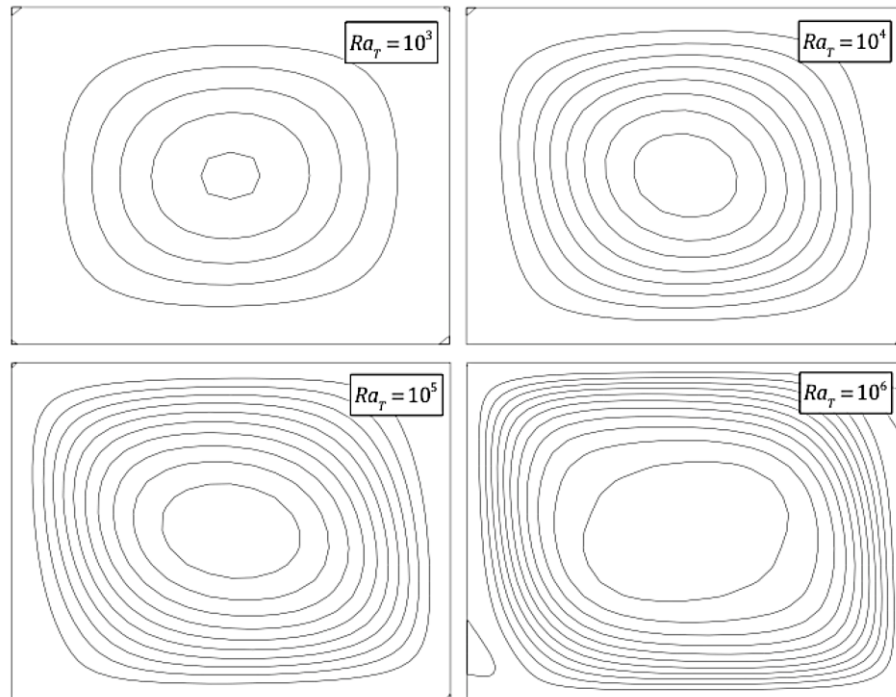


Figura 6.11 – Linhas de corrente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$) para o caso radiativo.

Assim como para o perfil de temperaturas, à medida que o número de Rayleigh aumenta, o fluido na região central da cavidade experimenta gradientes menores de velocidades. Para inclinação de 15° , é possível observar recirculações nos cantos da cavidade quando $Ra_T \geq 10^5$. No entanto, à medida que a inclinação da cavidade aumenta, estas recirculações no canto da cavidade tendem a diminuir. É possível observar também que o aumento da angulação da cavidade faz com que as linhas de corrente se aproximem nas regiões próximas às paredes. Este resultado indica que o aumento do ângulo de inclinação faz com que os gradientes das outras quantidades (como temperatura e concentração) na região próxima às paredes aumentem, já que existe um acoplamento entre as equações de movimento, energia e concentração de espécies. Assim como para as linhas de contorno de temperaturas, a influência do ângulo de inclinação é maior para altos valores de números de Rayleigh.

6.2.1.3 Linhas de contorno de concentração

As linhas de contorno de temperaturas dentro da cavidade de destilação para ângulos de inclinação 15, 25 e 40 graus são ilustradas pelas Figuras 6.12, 6.13 e 6.14. À medida que o número de Rayleigh aumenta, o fluido na região central da cavidade experimenta gradientes

menores de concentração de vapor, enquanto que as regiões próximas às paredes experimentam maiores gradientes.

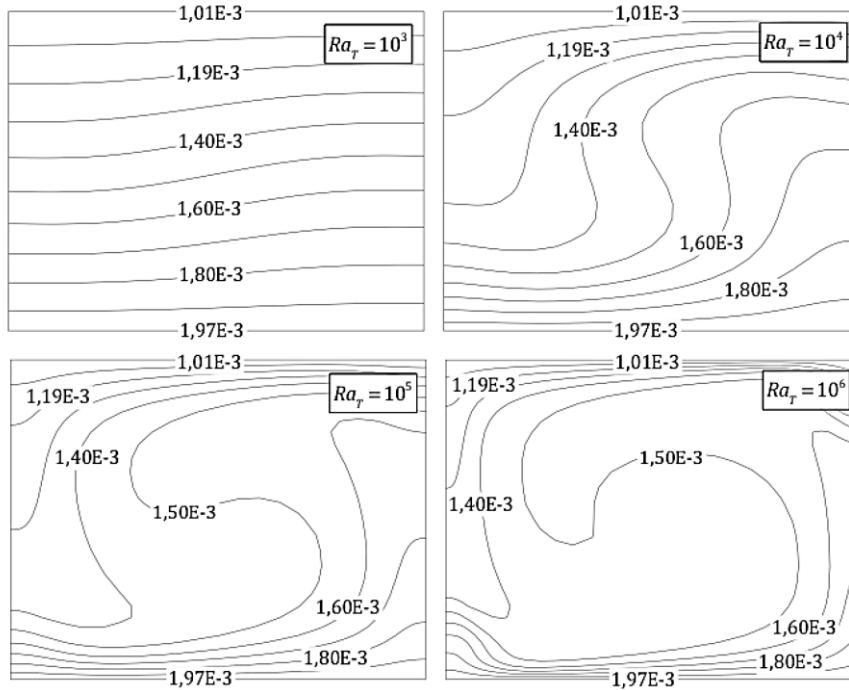


Figura 6.12 – Linhas de contorno de concentração para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta = 15^\circ$) para o caso radiativo.

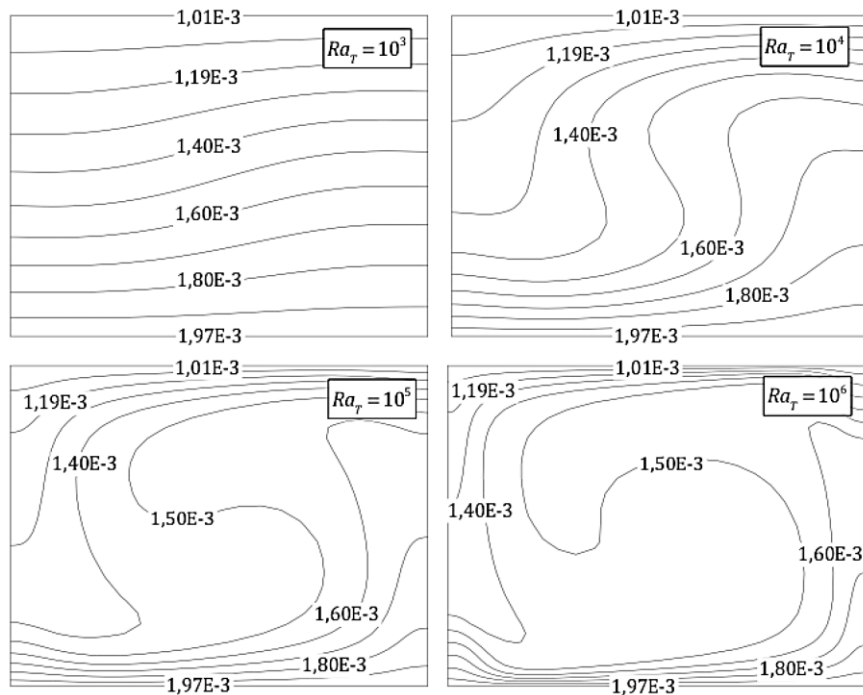


Figura 6.13: Linhas de contorno de concentração para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta = 25^\circ$) para o caso radiativo.

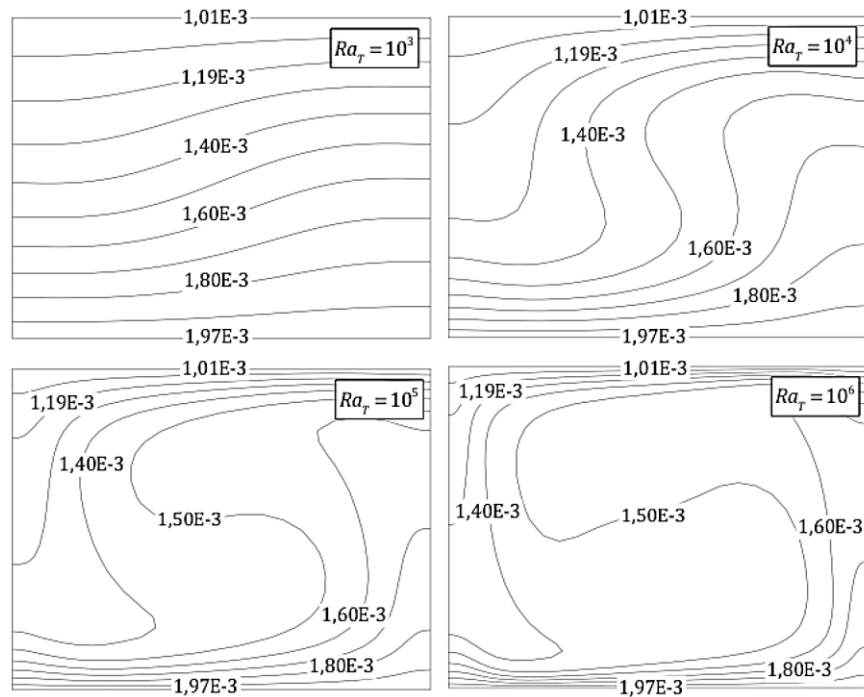


Figura 6.14 – Linhas de contorno de concentração para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$) para o caso radiativo.

A partir das linhas de contorno apresentadas, é possível observar que o escoamento acontece no sentido anti-horário. Assim como para as linhas de contorno de temperatura e função corrente, podemos observar que a influência do aumento do ângulo de inclinação é maior para altos números de Rayleigh. O gradiente de temperatura é maior na parede quente para $\theta=40^\circ$ e número de Rayleigh 10^6 .

6.2.1.4 Taxa de condensação e números de Nusselt e Sherwood

As taxas de condensação específica e total, os números de Nusselt convectivo, radiativo e total e o número de Sherwood são apresentados nas Tabelas 6.3, 6.4 e 6.5. A partir das tabelas, é possível verificar que os valores para número de Nusselt radiativo são maiores que número de Nusselt convectivo. Observa-se também que esta diferença se torna ainda maior para grandes números de Rayleigh térmico. Este resultado evidencia a importância das trocas radiativas dentro da cavidade.

A taxa de condensação, no entanto, depende do valor do número de Nusselt convectivo. Assim como no caso não radiativo, a taxa de condensação específica diminui a medida que o número de Rayleigh aumenta (como mencionado no início do capítulo, o número de Rayleigh está ligado ao aumento da cavidade). Com isso, o maior valor da taxa de

condensação específica ocorre quando o número de Rayleigh térmico é 10^3 . Já a taxa de condensação total tende a aumentar uma vez que as dimensões da cavidade variam com Rayleigh. A cavidade cujo número de Rayleigh tem valor 10^6 possui a maior dimensão e por isso apresentou maior taxa de condensação total. Também foi identificado um aumento no número de Sherwood com o aumento da inclinação da cavidade. Os percentuais de aumento se encontram em parêntesis nas tabelas (o percentual é em relação a inclinação anterior).

Tabela 6.3: Números de Nusselt e Sherwood médios e taxas de condensação ao longo de um eixo horizontal para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=15^\circ$) para o caso radiativo.

Ra_T	10^3	10^4	10^5	10^6
Nusselt convectivo (Nu)	1,22	2,31	4,10	7,32
Nusselt radiativo (Nu_r)	7,67	16,53	35,63	76,80
Nusselt total ($Nu + Nu_r$)	8,89	18,84	39,73	84,13
Sherwood (Sh)	1,03	2,20	4,04	7,04
Taxa de condensação específica (kg/m^2h)	0,194	0,174	0,144	0,119
Taxa de condensação da cavidade em estudo (kg/h)	0,0019	0,0037	0,0065	0,0116

Tabela 6.4: Números de Nusselt e Sherwood médios e taxas de condensação ao longo de um eixo horizontal para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para o caso radiativo.

Ra_T	10^3	10^4	10^5	10^6
Nusselt convectivo (Nu)	1,25 (+2,4%)	2,39 (+3,4%)	4,25 (+3,6%)	7,55 (+3,1%)
Nusselt radiativo (Nu_r)	7,67	16,53	35,63	76,80
Nusselt total ($Nu + Nu_r$)	8,92 (+0,4%)	18,92 (+0,4%)	39,88 (+0,4%)	84,35 (+0,3%)
Sherwood (Sh)	1,06 (+2,9%)	2,31 (+5,0%)	4,23 (+4,7%)	7,39 (+4,9%)
Taxa de condensação específica (kg/m^2h)	0,203 (+4,6%)	0,181 (+4,0%)	0,149 (+3,5%)	0,123 (+3,4%)
Taxa de condensação da cavidade em estudo (kg/h)	0,0019 (0%)	0,0038 (+2,7%)	0,0067 (+3,0%)	0,0119 (+2,5%)

Tabela 6.5 – Números de Nusselt e Sherwood médios e taxas de condensação ao longo de um eixo horizontal para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$) para o caso radiativo.

Ra_T	10^3	10^4	10^5	10^6
Nusselt convectivo (Nu)	1,28 (+2,4%)	2,46 (+3,3%)	4,40 (+3,5%)	7,55 (+2,3%)
Nusselt radiativo (Nu_r)	7,67	16,53	35,63	76,80
Nusselt total ($Nu + Nu_r$)	8,95 (+0,3%)	19,00 (+0,4%)	40,03 (+0,4%)	84,53 (+0,2%)
Sherwood (Sh)	1,11 (+4,7%)	2,40 (+3,8%)	4,42 (+4,5%)	7,79 (+5,4%)
Taxa de condensação específica (kg/m^2h)	0,209 (+3,4%)	0,187 (+3,4%)	0,154 (+4,4%)	0,126 (+2,4%)
Taxa de condensação da cavidade em estudo (kg/h)	0,0020 (+5,2%)	0,0039 (+2,6%)	0,0070 (+4,4%)	0,0119 (+2,5%)

Os números de Nusselt locais ao longo da parede quente foram obtidos e estão representados nas Figuras 6.15 e 6.16. É possível observar que o número de Nusselt na parede quente aumenta quando o número de Rayleigh térmico é aumentado, alcançando maiores valores quando $Ra_T = 10^6$. À medida que o valor para número de Rayleigh aumenta, é possível observar picos nas regiões das paredes ou próximos a ela. Os maiores picos que podem ser visualizados nos gráficos para número de Nusselt acontecem devido à intensidade radiativa que é emitida e refletida pela parede. Já o pico menor próximo à parede acontece devido ao fato que linhas de contorno de temperatura estão concentradas.

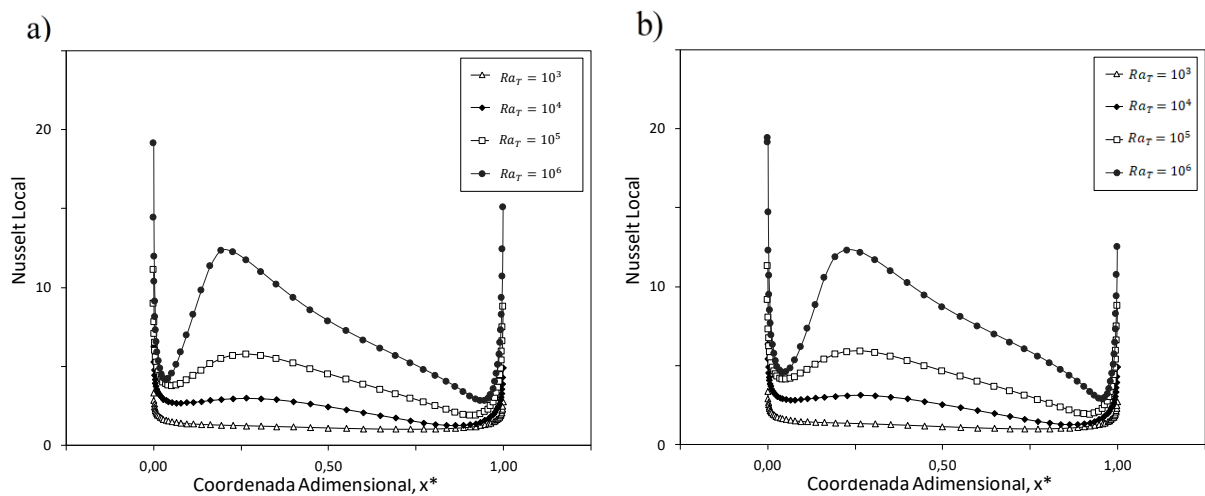


Figura 6.15 – Números de Nusselt locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ para o caso radiativo. a) $\theta=15^\circ$ e b) $\theta=25^\circ$

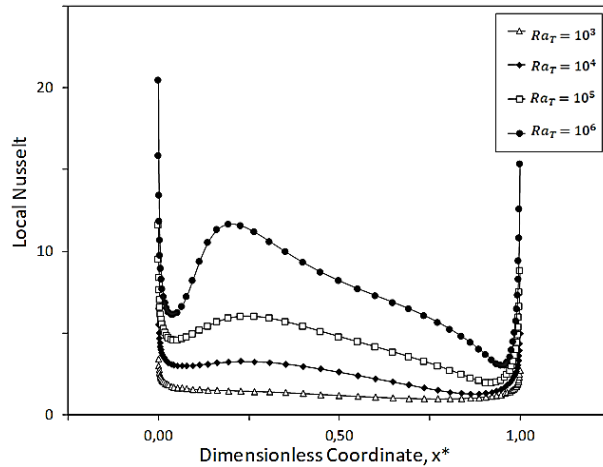


Figura 6.16 – Números de Nusselt locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$) para o caso radiativo.

As figuras citadas indicam também que, quanto maior o ângulo de inclinação da cavidade, menor o pico próximo à parede. No entanto, o número de Nusselt convectivo médio na parede quente aumenta quando a inclinação é aumentada. Os números de Sherwood ao longo da parede quente foram obtidos e estão representados nas Figuras 6.17 e 6.18. Os números de Sherwood locais também aumentam quando o número de Rayleigh é aumentado e apresentam um pico na região de maior gradiente de concentração.

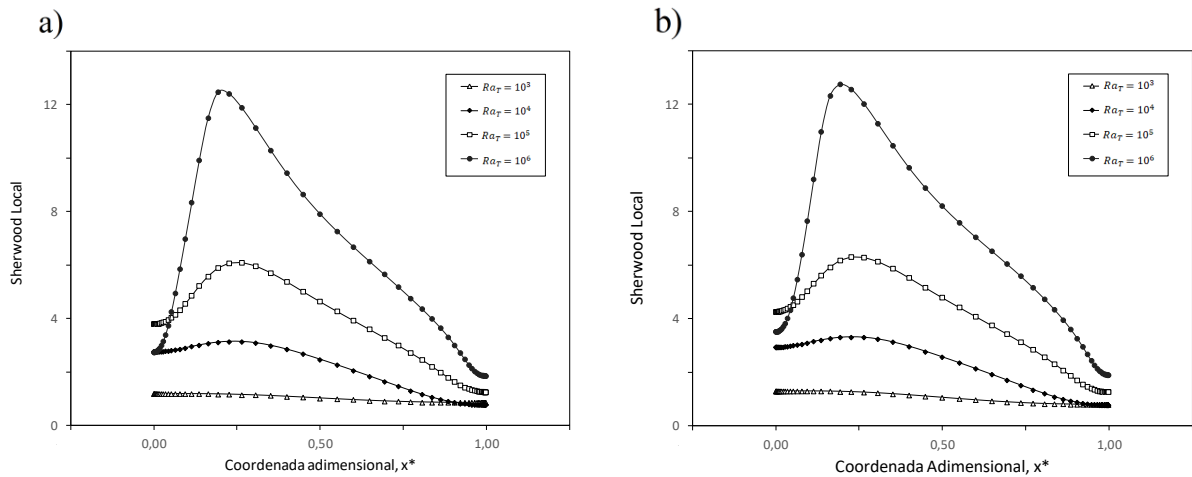


Figura 6.17 – Números de Sherwood locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ para o caso radiativo. a) $\theta=15^\circ$ e b) $\theta=25^\circ$

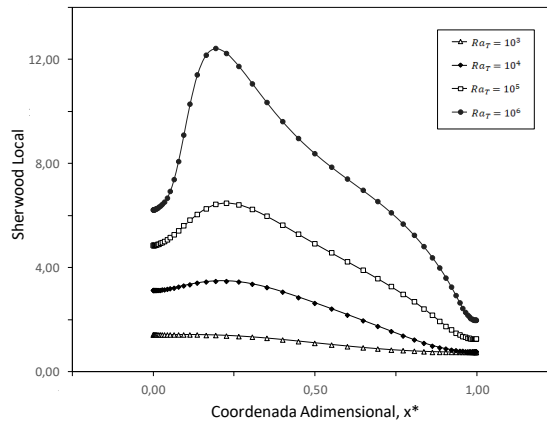


Figura 6.18 – Números de Sherwood locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$) para o caso radiativo.

6.2.1.5 Comparação com o caso radiativo e não radiativo

A inclusão do acoplamento da equação de transporte radiativo na equação de conservação de energia implicou em uma mudança do perfil das linhas de contorno de temperatura, concentração e linhas de corrente. Esta mudança pôde ser observada nos gráficos de linhas de contorno apresentadas para o caso que $\theta=25^\circ$ radiativo e não radiativo. Esta mudança de perfil implicou também na alteração dos números de Nusselt convectivos que foram calculados e, por consequência, no valor da taxa de condensação estimada. Estes valores foram repetidos na Tabela 6.6 onde são comparados os valores do número de Nusselt para o caso radiativo e não radiativo (convecção binária pura).

Tabela 6.6: Taxa de condensação e números de Nusselt convectivos para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para os casos radiativo (R) e não radiativo (NR).

Ra_T	10^3	10^4	10^5	10^6
Nusselt convectivo (Nu)	1,1 (NR)	2,54 (NR)	4,61 (NR)	8,15 (NR)
	1,25 (R)	2,39 (R)	4,25 (R)	7,55 (R)
	(+13,6%)	(-5,9%)	(-7,8%)	(-7,3%)
Taxa de condensação da cavidade em estudo (kg/h)	0,0017 (NR)	0,004 (NR)	0,0073 (NR)	0,0129 (NR)
	0,0019 (R)	0,0038 (R)	0,0067 (R)	0,0119 (R)
	(+11,76%)	(-5,0%)	(-8,2%)	(-7,7%)

Exceto para o caso em que o número de Rayleigh térmico é igual a 10^3 , a Tabela 6.6 indica que os valores dos números de Nusselt diminuíram quando a equação de transporte radiativo (RTE) foi acoplada ao modelo de convecção natural binária. O maior percentual de queda foi encontrado para o caso em que $Ra_T = 10^5$. Logo, a taxa de condensação da cavidade em estudo também sofreu diminuição com a inclusão do termo radiativo. Esta queda no número de Nusselt se deve ao fato que uma parcela da energia está sendo absorvida pelo fluido da cavidade (mistura ar e vapor). As Figuras 6.19, 6.20 e 6.21 dão uma nova perspectiva de representação do campo de temperaturas, velocidades e concentração para o caso radiativo.

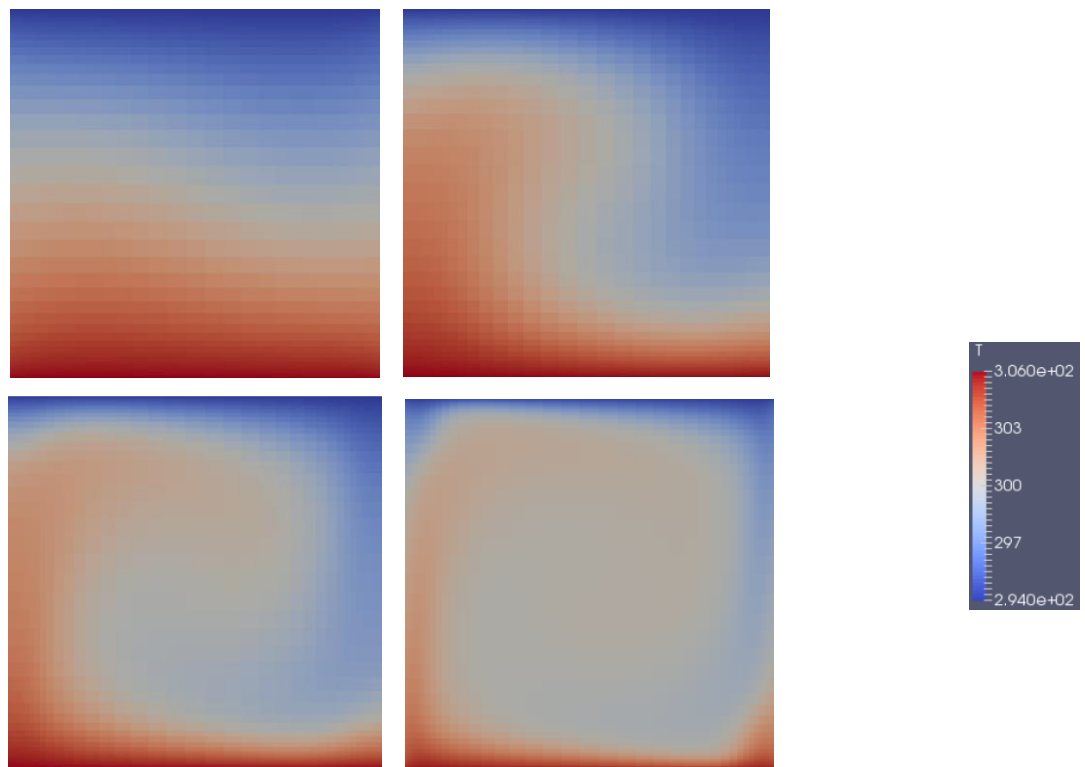


Figura 6.19 – Representação de superfície de temperaturas para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para o caso radiativo.

As figuras mostram que o fluido da cavidade possui pequenos gradientes de temperatura, concentração e velocidades na região central da cavidade. Ou seja, o fluido no centro está praticamente estático. Os maiores gradientes estão nas regiões próximas às paredes.

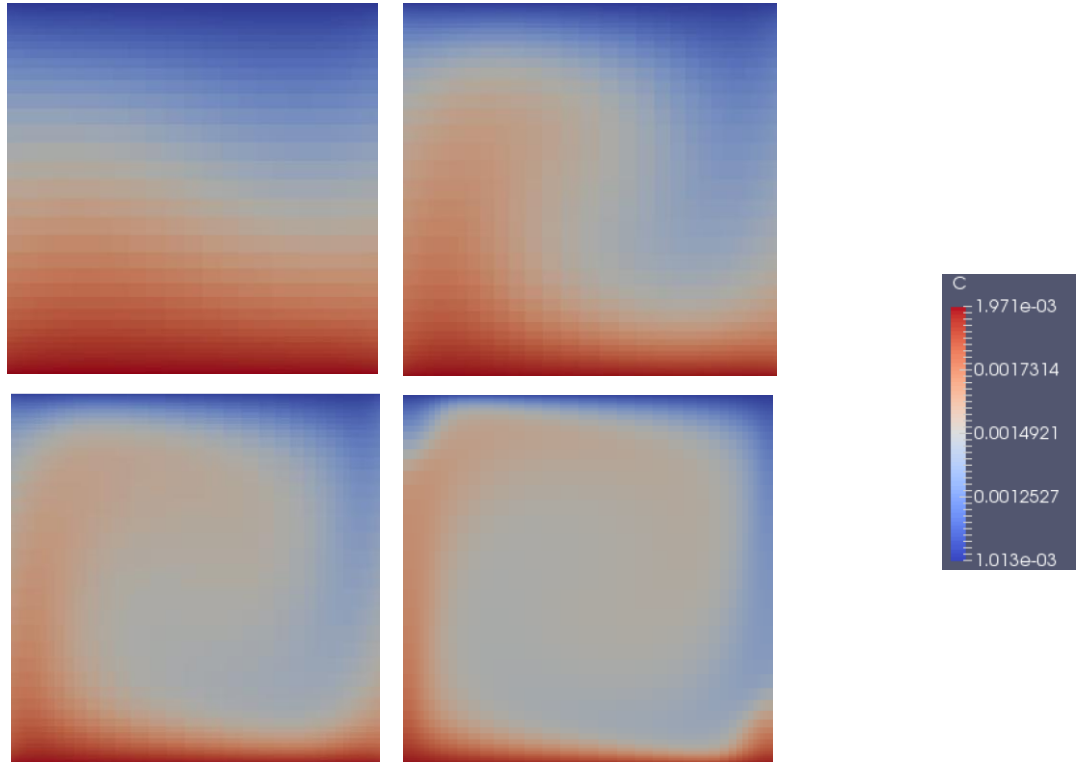


Figura 6.20 – Representação de superfície de concentrações para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para o caso radiativo.

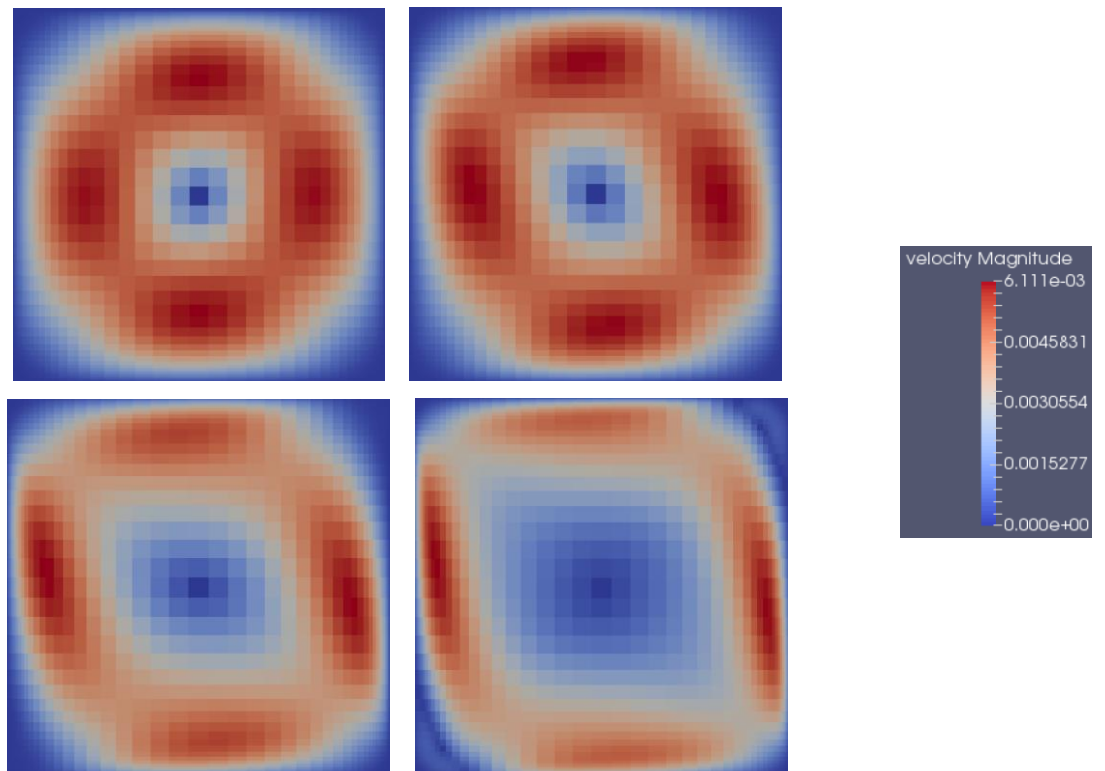


Figura 6.21 – Representação de superfície de velocidades para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=25^\circ$) para o caso radiativo.

6.2.2 Análise da variação da razão de aspecto

Uma análise comparativa será feita para os casos em que as razões de aspecto têm valores de 1/4, 1/8 e 1/12. Para todos os valores de razões de aspecto uma inclinação de 40° é considerada e uma análise para números de Rayleigh variando entre 10^3 e 10^6 é feita. A Tabela 6.1 no início do capítulo apresenta os números de Rayleigh para a cavidade e suas dimensões equivalentes.

6.2.2.1 Linhas de contorno de temperatura

As linhas de contorno de temperatura dentro da cavidade de destilação para razões de aspecto 1/4, 1/8 e 1/12 são ilustradas pelas Figuras 6.22, 6.23 e 6.24. À medida que o número de Rayleigh aumenta, as linhas de contorno da temperatura se modificam de forma a se concentrarem perto das paredes. Ou seja, o gradiente de temperaturas próximo as paredes é maior à medida que o número de Rayleigh é aumentado. O gradiente de temperatura é maior na parede quente para número de Rayleigh 10^6 .

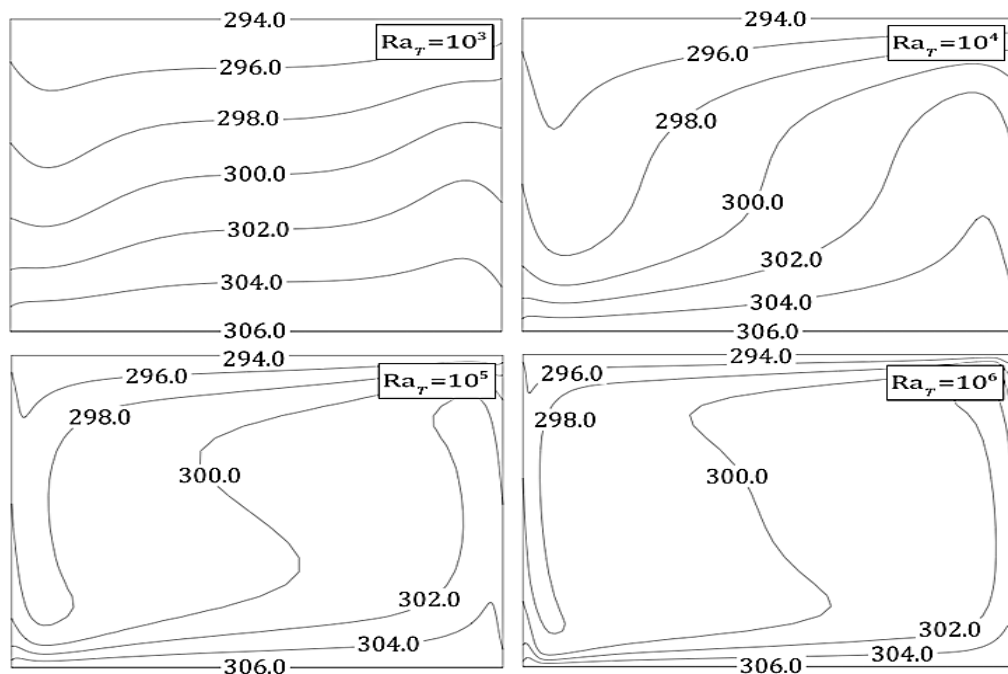


Figura 6.22 – Linhas de contorno de temperaturas para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/4$) para o caso radiativo.

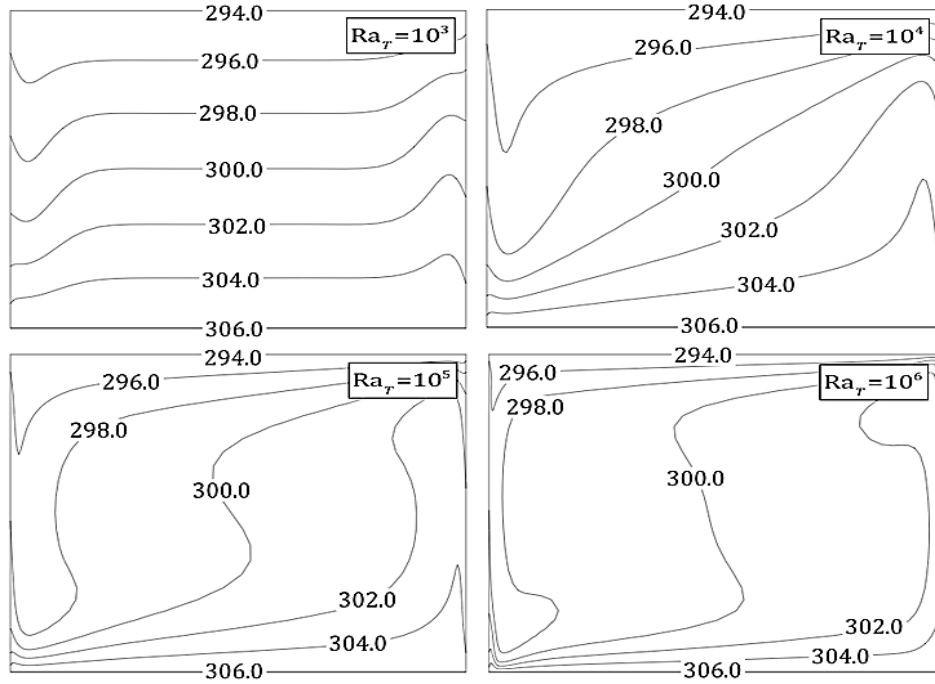


Figura 6.23 – Linhas de contorno de temperaturas para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/8$) para o caso radiativo.

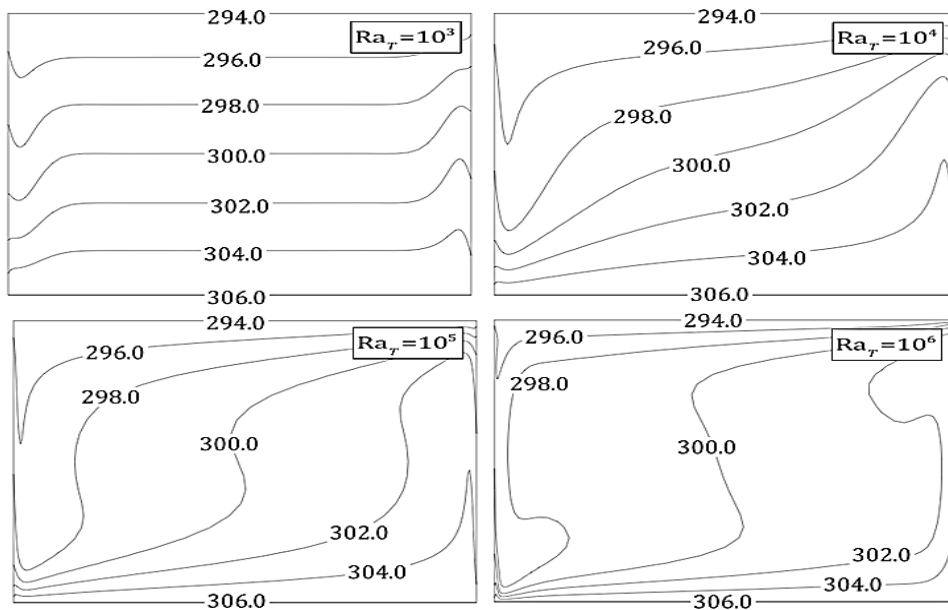


Figura 6.24 – Linhas de contorno de temperaturas para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/12$) para o caso radiativo.

6.2.2.2 Linhas de corrente

As linhas de corrente da cavidade de destilação para ângulos de inclinação 15, 25 e 40 graus são ilustradas pelas Figuras 6.25, 6.26 e 6.27.

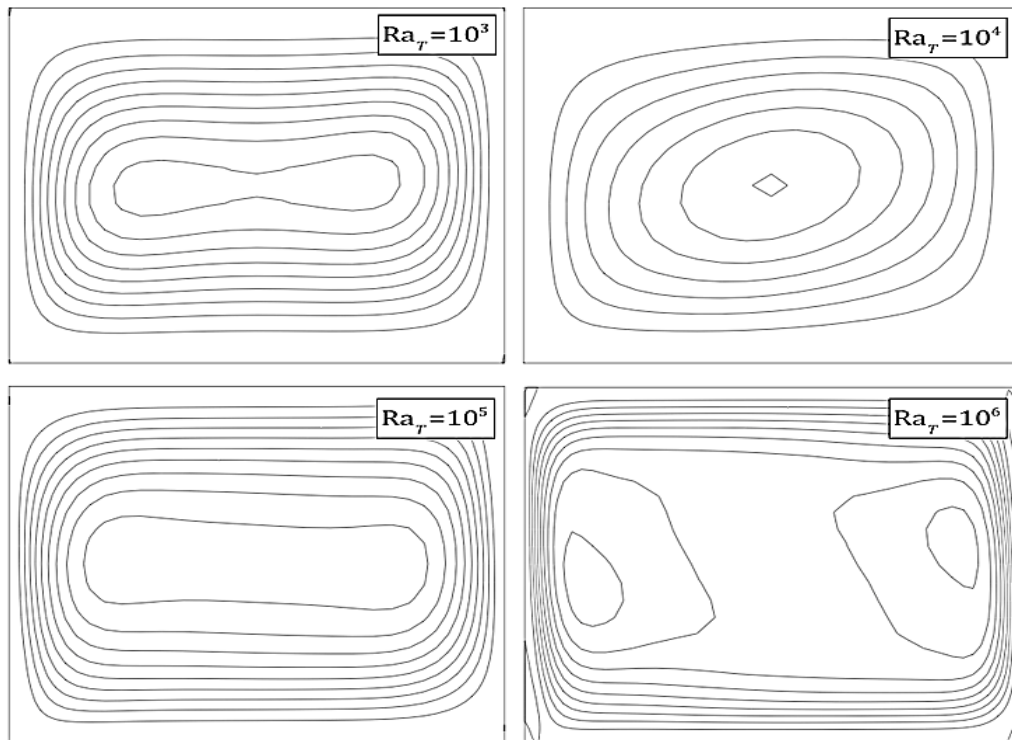


Figura 6.25 – Linhas de corrente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/4$) para o caso radiativo.

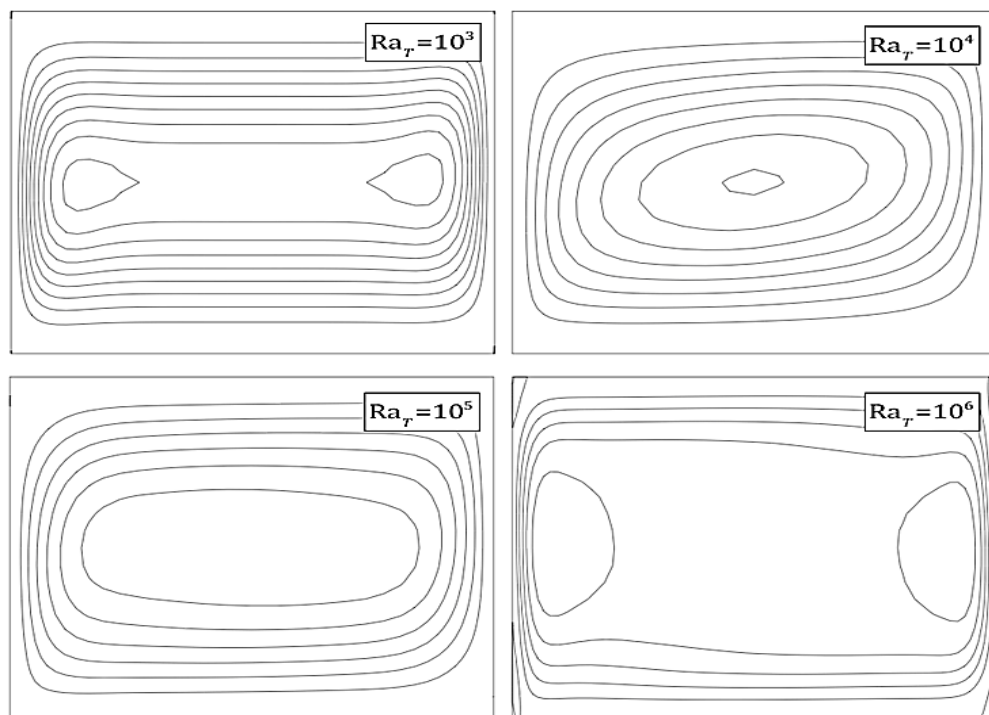


Figura 6.26 – Linhas de corrente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/8$) para o caso radiativo.

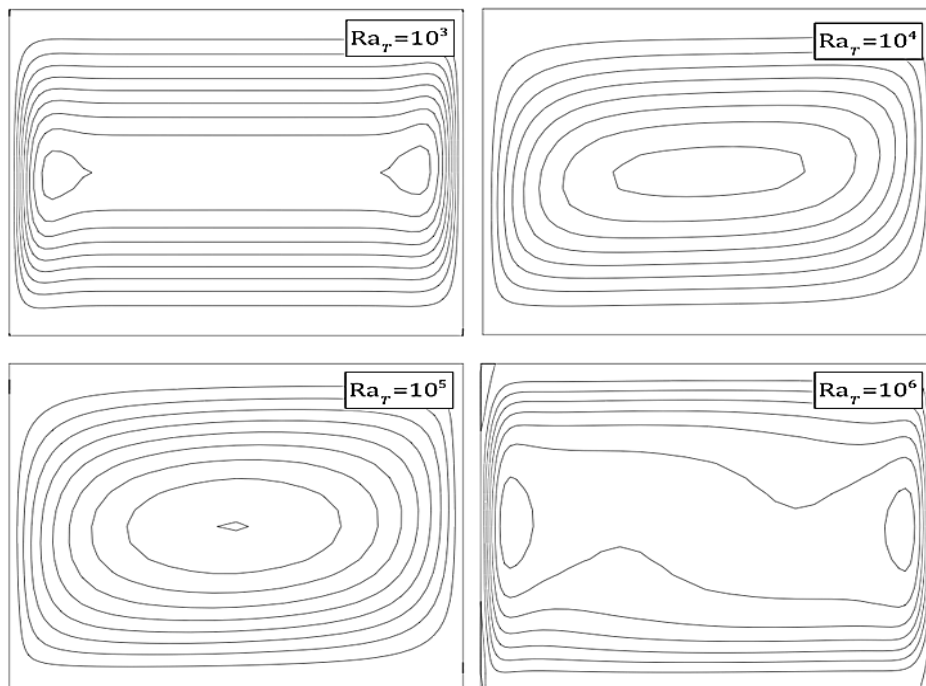


Figura 6.27 – Linhas de corrente para $103 \leq Ra_T \leq 106$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/12$) para o caso radiativo.

Assim como verificado para o perfil de temperaturas, à medida que o número de Rayleigh aumenta, o gradiente de velocidades próximo às paredes aumenta e o fluido na região central da cavidade experimenta pequenas variações. É possível ver algumas recirculações quando o número de Rayleigh é alto ($Ra_T=10^6$).

A partir das linhas de corrente mostradas pelas figuras deste tópico é possível verificar a formação de novos núcleos de convecção à medida que o número de Rayleigh e a razão de aspecto aumentam. Para $Ra_T=10^6$, é possível ver dois núcleos de convecção dentro de um núcleo principal. Quando $A = 1/12$ é possível observar que existe a tendência de formação de um terceiro núcleo. Este efeito acontece devido ao fato que o número de células de convecção tendem a aumentar quando a razão de aspecto é aumentada. Este perfil multicelular, no entanto, não é desejado, pois, parte da mistura permanece na região central da cavidade e não é levada à parede fria (onde há condensação).

6.2.2.3 Linhas de contorno de concentração

As linhas de contorno de concentração dentro da cavidade de destilação para razões de aspecto 1/4, 1/8 e 1/12 são ilustradas pelas Figuras 6.28, 6.29 e 6.30. Assim como para o caso da temperatura, à medida que o número de Rayleigh aumenta, as linhas de contorno de concentração tendem a se aproximar das paredes, indicando um maior gradiente nesta região.

Logo, para altos valores de números de Rayleigh, a concentração de vapor é maior próximo às paredes, favorecendo o efeito de condensação quando este vapor entra em contato com a parede mais fria.

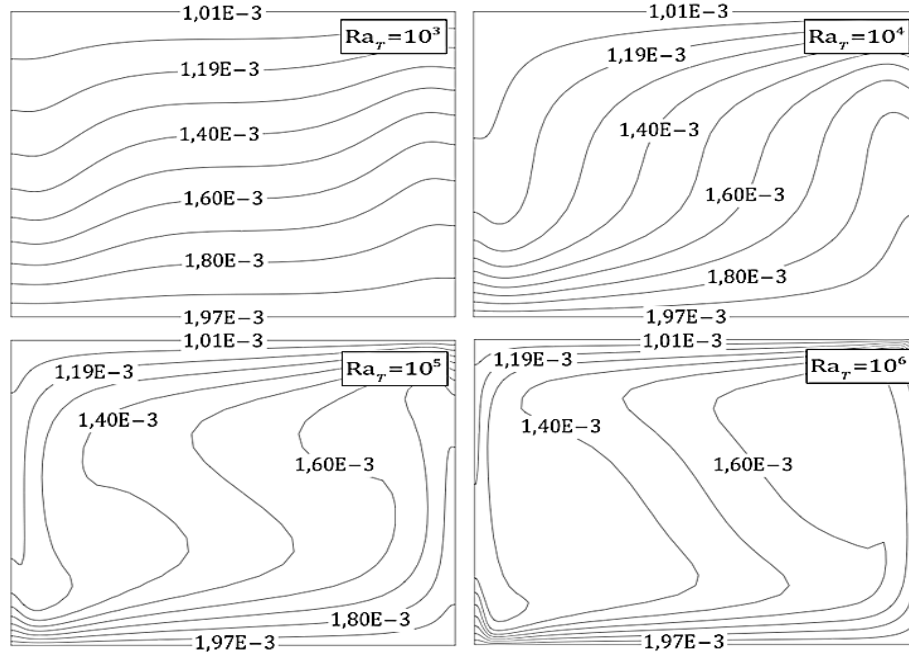


Figura 6.28 – Linhas de contorno de concentração para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/4$) para o caso radiativo.

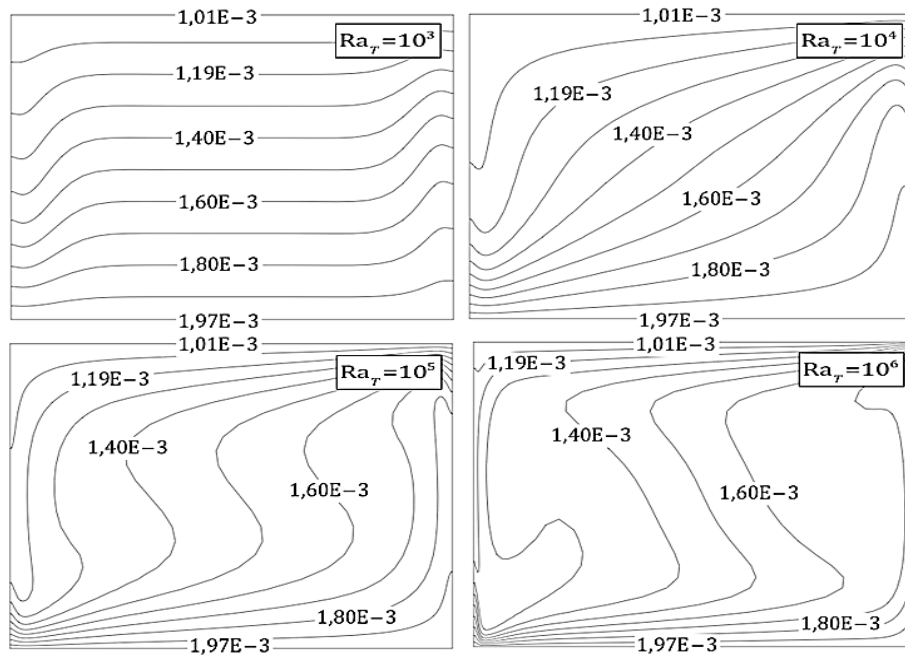


Figura 6.29 – Linhas de contorno de concentração para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/8$) para o caso radiativo.

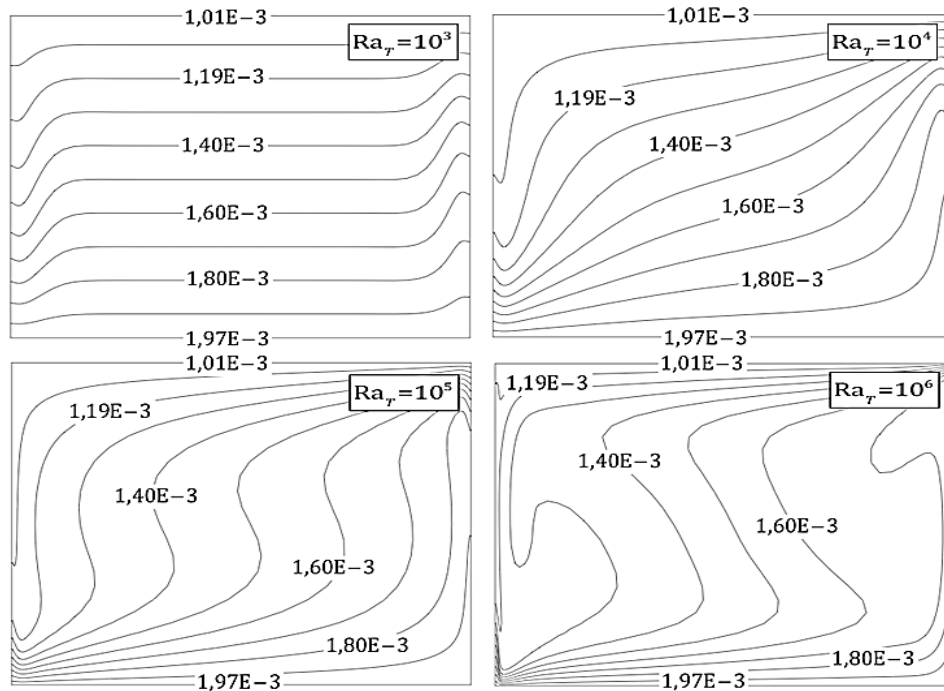


Figura 6.30 – Linhas de contorno de concentração para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($\theta=40^\circ$ e $A=1/12$) para o caso radiativo.

6.2.2.4 Taxa de condensação e números de Nusselt e Sherwood

As taxas de condensação específica e total, os números de Nusselt convectivo, radiativo e total e o número de Sherwood são apresentados nas Tabelas 6.7, 6.8 e 6.9. Os dados apresentados nas tabelas indicam que as trocas radiativas na parede quente são mais intensas que as trocas convectivas. O número de Nusselt radiativo não varia com a mudança da razão de aspecto da cavidade, apenas com a variação do número de Rayleigh.

A taxa de condensação específica diminui à medida que o número de Rayleigh aumenta (o aumento de Rayleigh está ligado ao aumento da cavidade). A taxa de condensação total tende a aumentar uma vez que as dimensões da cavidade variam com Rayleigh. A cavidade cujo número de Rayleigh tem valor 10^6 possui a maior dimensão e por isso apresentou maior taxa de condensação total. Também foi identificado um aumento no número de Sherwood com o aumento da inclinação da cavidade. Estes resultados são análogos aos do item de variação de angulação da cavidade. Os percentuais de aumento se encontram em parêntesis nas tabelas (o percentual é em relação à relação de aspecto anterior).

Tabela 6.7 – Números de Nusselt e Sherwood médios e taxas de condensação ao longo de um eixo horizontal para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($A = 1/4$).

Ra_T	10^3	10^4	10^5	10^6
Nusselt convectivo (Nu)	1,20	2,11	3,81	6,53
Nusselt radiativo (Nu_r)	7,67	16,54	35,65	76,88
Nusselt total ($Nu + Nu_r$)	8,87	18,65	39,46	84,41
Sherwood (Sh)	1,07	2,00	3,74	6,43
Taxa de condensação específica (kg/m^2h)	0,196	0,160	0,134	0,106
Taxa de condensação da cavidade em estudo (kg/h)	0,0076	0,0134	0,0242	0,0414

Tabela 6.8 – Números de Nusselt e Sherwood médios e taxas de condensação ao longo de um eixo horizontal para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($A = 1/8$).

Ra_T	10^3	10^4	10^5	10^6
Nusselt convectivo (Nu)	1,15 (-4,2%)	1,77 (-16,1%)	3,29 (-13,6%)	5,68 (-13,6%)
Nusselt radiativo (Nu_r)	7,67	16,54	35,66	76,97
Nusselt total ($Nu + Nu_r$)	8,82 (-0,6%)	18,31 (-1,8%)	38,95 (-1,3%)	82,65 (-2,1%)
Sherwood (Sh)	1,04 (-2,8%)	1,62 (-19%)	3,17 (-15,2%)	5,52 (-14,1%)
Taxa de condensação específica (kg/m^2h)	0,188 (-4,1%)	0,134 (-16,2%)	0,115 (-14,1%)	0,092 (-13,2%)
Taxa de condensação da cavidade em estudo (kg/h)	0,0146 (+92%)	0,0225 (+68%)	0,0417 (+72%)	0,0721 (+74%)

A partir das Tabelas 6.7, 6.8 e 6.9 é possível observar que a diminuição da razão de aspecto (aumento no comprimento da cavidade) faz com que o Nusselt convectivo na parede quente diminua. Esta diminuição ocorre devido à presença de células de convecção secundárias no interior da cavidade. A presença de novas células de convecção no interior da cavidade não é desejável, pois o fluido permanece circulando em baixa velocidade no centro e

não entra em contato com as paredes quente e fria. Logo, ocorre uma pequena redução na troca de calor entre as paredes.

Uma pequena redução na taxa de condensação específica é observada quando a razão de aspecto é aumentada (o modelo utilizado neste trabalho se utiliza do Nusselt convectivo para fazer essa estimativa). Apesar disto, a tendência é que a taxa de condensação da cavidade em estudo aumente com a diminuição da razão de aspecto pois a área disponível para condensação é maior.

Tabela 6.9 – Números de Nusselt e Sherwood médios e taxas de condensação ao longo de um eixo horizontal para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($A = 1/12$).

Ra_T	10^3	10^4	10^5	10^6
Nusselt convectivo (Nu)	1,14 (-0,9%)	1,60 (-10%)	2,97 (-9,7%)	5,20 (-9,2%)
Nusselt radiativo (Nu_r)	7,67	16,54	35,68	77,04
Nusselt total ($Nu + Nu_r$)	8,81 (-0,1%)	18,15 (-0,9%)	38,65 (-0,8%)	82,24 (-0,5%)
Sherwood (Sh)	1,02 (-1,9%)	1,43 (-19%)	2,85 (-10,1%)	5,01 (-9,2%)
Taxa de condensação específica (kg/m^2h)	0,185 (-1,6%)	0,121 (-9,7%)	0,104 (-9,6%)	0,085 (-7,6%)
Taxa de condensação da cavidade em estudo (kg/h)	0,0217 (+48%)	0,0305 (+35%)	0,0566 (+35%)	0,0990 (+37%)

Os números de Nusselt locais ao longo da parede quente foram obtidos e estão representados nas Figuras 6.31 e 6.32. Os maiores números de Nusselt na parede quente são observadas quando $Ra_T = 10^6$. Os maiores picos que podem ser visualizados nos gráficos para número de Nusselt acontecem devido à intensidade radiativa que é emitida e refletida pela parede.

As figuras citadas indicam também que, quanto menor a razão de aspecto da cavidade, mais próximo da parede está o pico no gráfico devido ao número de Nusselt. Os números de Sherwood ao longo da parede quente foram obtidos e estão representados nas Figuras 6.33 e 6.34. Os números de Sherwood locais também aumentam quando o número de Rayleigh é aumentado e apresentam um pico na região de maior gradiente de concentração.

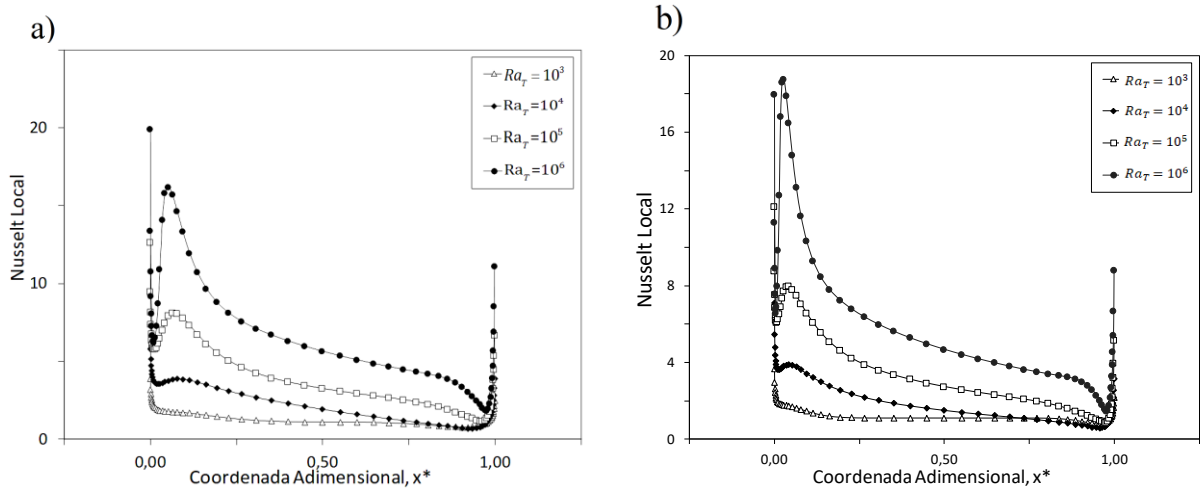


Figura 6.31 – Números de Nusselt locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ para o caso radiativo. a) $A=1/4$ e b) $A=1/8$

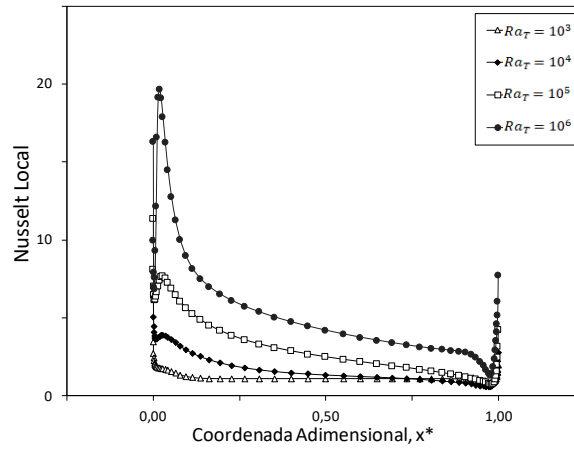


Figura 6.32 – Números de Nusselt locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($A=1/12$) para o caso radiativo.

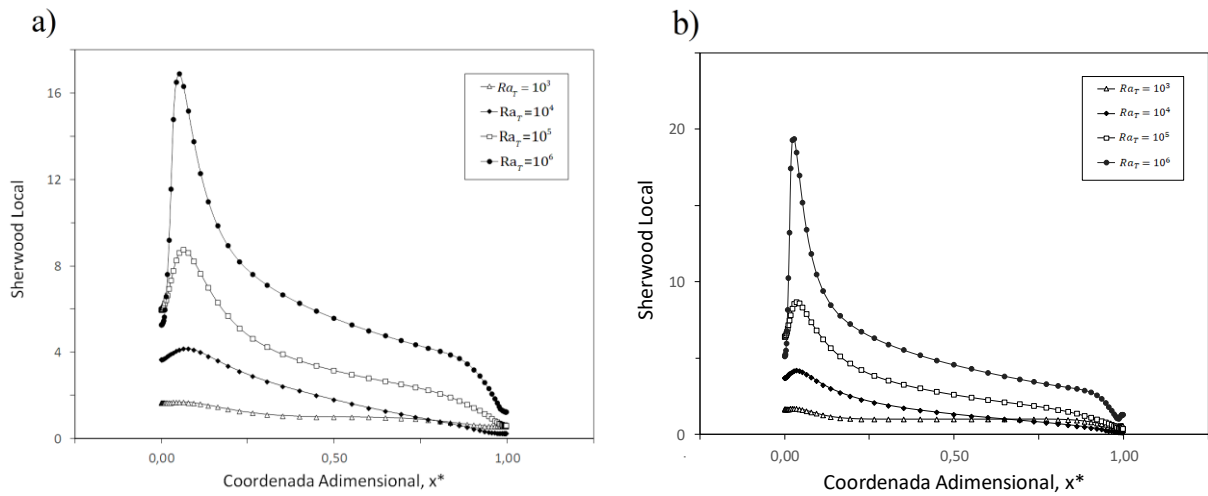


Figura 6.33 – Números de Sherwood locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ para o caso radiativo. a) $A=1/4$ e b) $A=1/8$

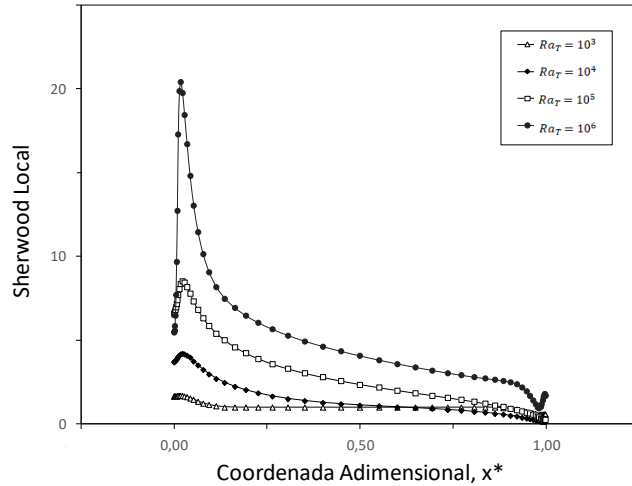


Figura 6.34 – Números de Sherwood locais na parede quente para $10^3 \leq Ra_T \leq 10^6$ ($A=1/12$) para o caso radiativo.

6.2.3 Um caso real

Neste tópico, foi analisada uma situação próxima à realidade obedecendo as seguintes condições:

Tabela 6.10 – Condições cavidade.

T_h	T_c	H	L	D	A	θ
50°C	40°C	0,13m	1,56m	1,56m	1/12	40°

As linhas de corrente e representações de superfície para temperaturas, velocidades e concentração dentro da cavidade de destilação para as condições da Tabela 6.10 são ilustradas pelas Figuras 6.35 e 6.36.

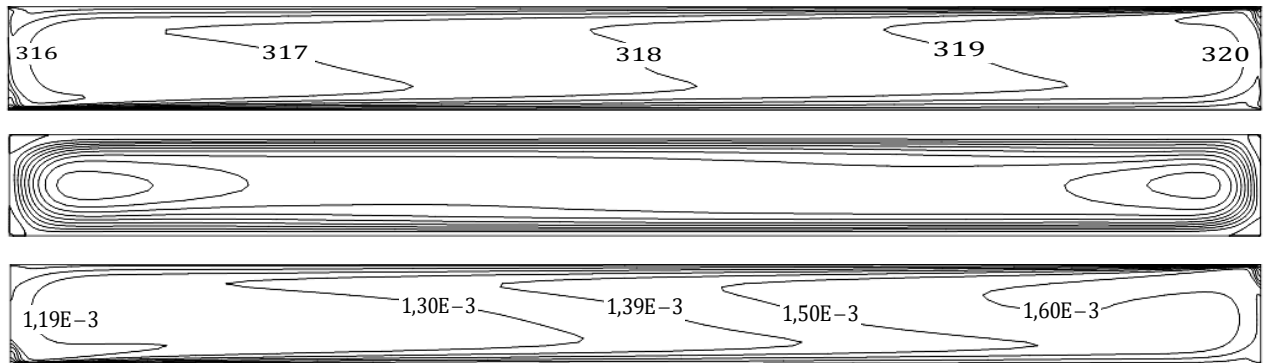


Figura 6.35 – Linhas de contorno de temperaturas (topo), velocidades (meio) e concentrações (fundo) para a nova cavidade ($Ra_T = 1,9 \times 10^6$).

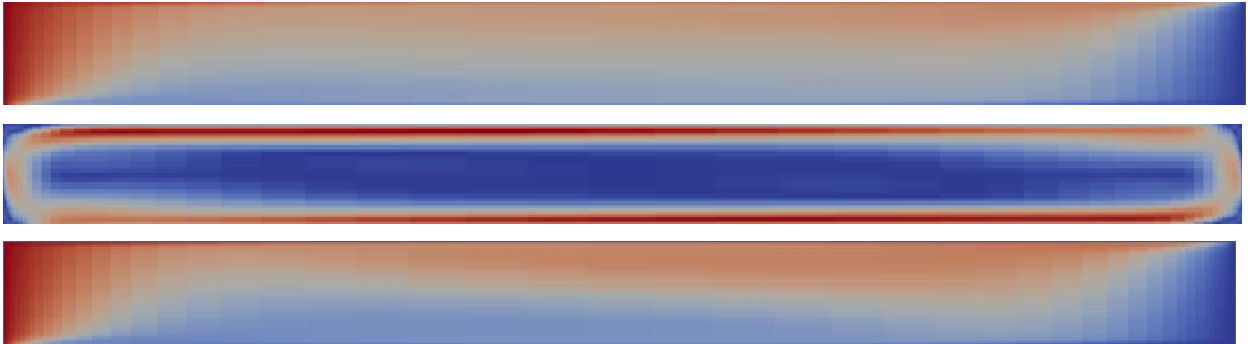


Figura 6.36 – Representações de superfície para temperaturas (topo), velocidades (meio) e concentrações (fundo) para a nova cavidade ($Ra_T = 1,9 \times 10^6$).

As linhas de corrente para o destilador solar em questão se encontram agrupadas nas regiões próximas as paredes indicando grandes gradientes de temperaturas, concentrações e velocidades. É possível observar a formação de dois núcleos de convecção no gráfico de linhas de corrente. Para o destilador em questão o número de Rayleigh calculado tem valor $Ra_T = 1,9 \times 10^6$, ou seja, se encontra dentro dos limites para um regime laminar.

A Tabela 6.11 apresenta os números de Sherwood, Nusselt convectivos, radiativos e totais na parede quente e também taxas de condensação. Em relação às simulações anteriores, o aumento do valor do número de Rayleigh resultou um aumento no valor do número de Nusselt convectivo, número de Sherwood e taxa de condensação específica. A multiplicação da taxa de condensação específica pela área da cavidade (largura x profundidade) resulta na taxa de condensação geral da cavidade em estudo. O valor obtido foi de 0,374 kg/h para a cavidade estudada.

Tabela 6.11 – Números de Nusselt e Sherwood médios e taxa de condensação ao longo de um eixo horizontal para a nova cavidade ($Ra_T = 1,9 \times 10^6$).

Ra_T	$1,9 \times 10^6$
Nusselt convectivo (Nu)	6,13
Sherwood (Sh)	5,90
Taxa de condensação específica (kg/m^2h)	0,154
Taxa de condensação da cavidade em estudo (kg/h)	0,374

Os números de Nusselt e Sherwood locais ao longo da parede quente foram obtidos e estão representados nas Figuras 6.37 e 6.38. Para o gráfico do número de Nusselt, existem dois picos nas regiões próximas as paredes. O primeiro se refere à porção emitida pela parede (que antes não era considerada na análise não-radiativa) e o segundo pico se refere a concentração de linhas de corrente de temperaturas no canto da parede quente, indicando assim um alto gradiente nesta região.

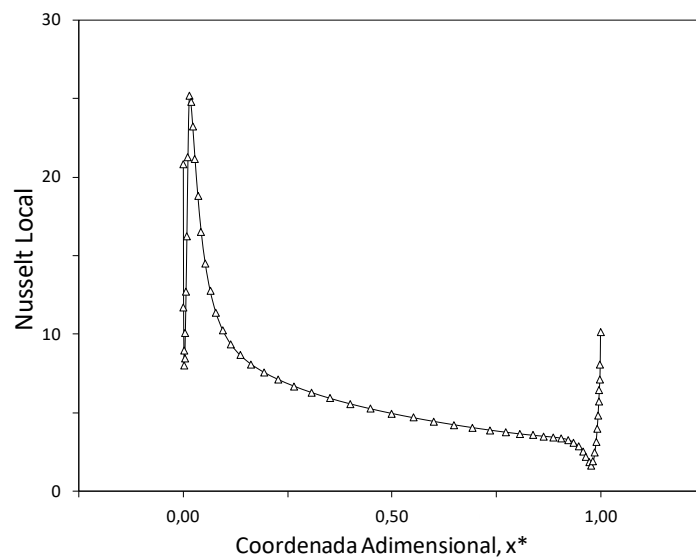


Figura 6.37 – Números de Nusselt locais na parede quente para a nova cavidade.

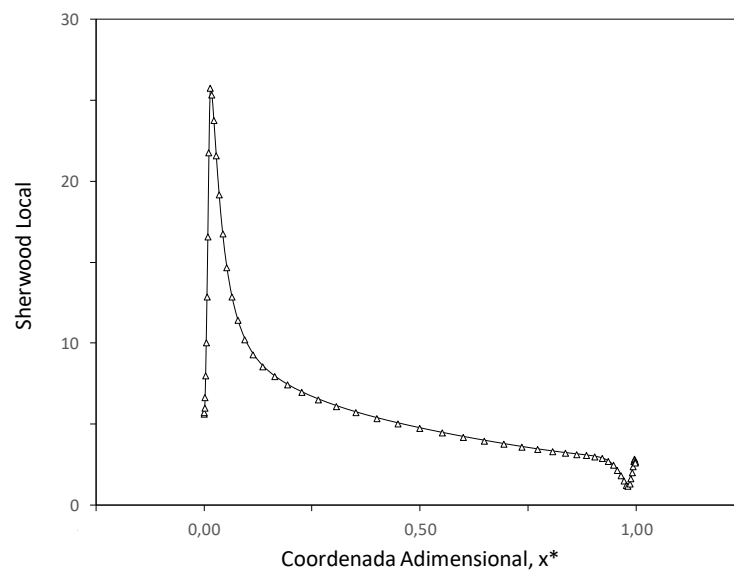


Figura 6.38 – Números de Sherwood locais na parede quente para a nova cavidade.

7 CONCLUSÕES

Neste trabalho, uma cavidade de destilação solar foi modelada numericamente. Foram levadas em consideração as equações de conservação de massa, momentum, energia, concentração de espécies e também a equação de transporte radiativo (RTE) para regime laminar cujos valores para números de Rayleigh variaram entre 10^3 e 10^6 . Na análise inicial, os efeitos radiativos devido às paredes e o meio não foram levados em consideração. O aumento no número de Rayleigh resultou em mudanças na dinâmica de fluidos dentro da cavidade que foram capazes de afetar o desempenho da mesma. À medida que o número de Rayleigh aumentava, foi possível observar que as linhas de contorno para temperatura, concentração e velocidades se aproximam nas regiões próximas às paredes, indicando regiões de alto gradiente. Grandes números de Nusselt e Sherwood estão presentes na parede quente. As simulações indicaram que, para grandes números de Rayleigh, a taxa de condensação na parede fria da cavidade se torna maior.

Também foram feitas simulações incluindo os efeitos radiativos das paredes e do gás no interior da cavidade. As paredes foram consideradas emissoras e refletoras difusas enquanto que o fluido dentro da cavidade foi considerado participante com propriedades de absorção, reflexão e emissão. Na primeira parte da análise, foram consideradas três inclinações diferentes da cavidade (que inicialmente foi tratada como quadrada): 15° , 25° e 40° . Foi constatado que, quanto maior a inclinação da cavidade, maior o número de Nusselt convectivo na parede quente, e por consequência, maior a quantidade de condensado formada.

Foi constatado também que o número de Nusselt radiativo não variou com a inclinação da cavidade, indicando que o mesmo é sensível apenas as variações na mudança do número de Rayleigh. A inclinação mais apropriada entre as três estudadas foi a de 40° , pois além de garantir uma taxa de condensação maior, garante também que as gotas formadas na parede fria escorram pelo vidro para serem coletadas e não e não voltem para dentro da cavidade.

A segunda análise consistiu em variar a razão de aspecto da cavidade entre os valores: $1/4$, $1/8$ e $1/12$. Para uma mesma altura, foram simulados diferentes comprimentos da cavidade e os resultados comparados. Foi constatado que o número de Nusselt convectivo na parede quente diminui quando a razão de aspecto diminui. Por consequência, a taxa de condensação específica também diminui. No entanto, quando esta taxa de condensação

específica é multiplicada pela área da cavidade (comprimento x profundidade), a taxa de condensação geral da cavidade cuja razão de aspecto é 1/12 é a maior. Com isto, conclui-se que, apesar da diminuição do número de Nusselt, a cavidade com menor razão de aspecto produz uma quantidade de condensado maior.

Foi feita uma última análise com a melhor configuração obtida nas análises anterior. A cavidade que produziu maior quantidade de condensado tinha 40° de inclinação e razão de aspecto igual a 1/12. A quantidade de destilado produzida foi 0,374 kg/h. Os resultados apresentados neste trabalho indicam que a relação condensado/área não é alta e reforçam o fato que a destilação solar é um método apropriado para pequenas comunidades que estão distantes do fornecimento de energia elétrica.

Referências

AKIYAMA, M.; CHONG, Q. P.. Numerical Analysis of Natural Convection with Surface Radiation in a Square Enclosure. **Numerical Heat Transfer**, Part A: Applications, v. 32, n. 4, p.419-433, set. 1997.

ALVARADO-JUÁREZ, R. et al. Numerical study of conjugate heat and mass transfer in a solar still device. **Desalination**, v. 325, p.84-94, set. 2013.

BALSARA, Dinshaw. Fast and accurate discrete ordinates methods for multidimensional radiative transfer. Part I, basic methods. **Journal Of Quantitative Spectroscopy And Radiative Transfer**, v. 69, n. 6, p.671-707, jun. 2001.

BÉGHEIN, C.; HAGHIGHAT, F.; ALLARD, F.. Numerical study of double-diffusive natural convection in a square cavity. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, v. 35, n. 4, p.833-846, abr. 1992.

ÇENGEL, Yunus A.; GHAJAR, Afshin J.. **Transferência de calor e massa: uma abordagem prática**. 4. ed. Porto Alegre: Amgh, 2012.

CERCI, Yunus. The minimum work requirement for distillation processes. **Exergy: an International Journal**, v. 2, p.15-23, 8 abr. 2001.

CHANDRASEKHAR, S. **Radiative Transfer**. New York: Dover Publications, 1960.

CHENOWETH, D. R.; PAOLUCCI, S.. Natural convection in an enclosed vertical air layer with large horizontal temperature differences. **Journal Of Fluid Mechanics**, v. 169, p.173-210, ago. 1986.

DAVIS, G. de Vahl. Natural convection of air in a square cavity: A bench mark numerical solution. **International Journal For Numerical Methods In Fluids**, v. 3, n. 3, p.249-264, maio 1983.

FIVELAND, W. A.. Three-dimensional radiative heat-transfer solutions by the discrete-ordinates method. **Journal Of Thermophysics And Heat Transfer**, v. 2, n. 4, p.309-316, out. 1988.

INCROPERA, Frank P. et al. **Fundamentos de Transferência de Calor e Massa**. 7. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2014.

ISMAIL, Kamal A.r.; SALINAS, Carlos T.s.. Gray radiative conductive 2D modeling using discrete ordinates method with multidimensional spatial scheme and non-uniform grid. **International Journal Of Thermal Sciences**, v. 45, n. 7, p.706-715, jul. 2006.

ISMAIL, Kamal A.r; SALINAS, Carlos S. Application of multidimensional scheme and the discrete ordinate method to radiative heat transfer in a two-dimensional enclosure with diffusely emitting and reflecting boundary walls. **Journal Of Quantitative Spectroscopy And Radiative Transfer**, v. 88, n. 4, p.407-422, nov. 2004.

JABRALLAH, S. Ben; BELGHITH, A.; CORRIOU, J.p.. Etude des transferts couplés de matière et de chaleur dans une cavité rectangulaire: application à une cellule de distillation. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, v. 45, n. 4, p.891-904, fev. 2002.

JESSEE, J. Patrick; FIVELAND, Woodrow A.. Bounded, High-Resolution Differencing Schemes Applied to the Discrete Ordinates Method. **Journal Of Thermophysics And Heat Transfer**, v. 11, n. 4, p.540-548, out. 1997.

LARI, K. et al. Combined heat transfer of radiation and natural convection in a square cavity containing participating gases. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, v. 54, n. 23-24, p.5087-5099, nov. 2011.

MEKHILEF, S.; SAIDUR, R.; SAFARI, A.. A review on solar energy use in industries. **Renewable And Sustainable Energy Reviews**, v. 15, n. 4, p.1777-1790, maio 2011.

MODEST, M. **Radiative Heat Transfer**. Amsterdam: Academic Press, 2003.

LE QUÉRÉ, P.. Accurate solutions to the square thermally driven cavity at high Rayleigh number. **Computers & Fluids**, v. 20, n. 1, p.29-41, jan. 1991.

LE QUÉRÉ, Patrick et al. Modelling of Natural Convection Flows with Large Temperature Differences: A Benchmark Problem for Low Mach Number Solvers. Part 1. Reference Solutions. **Esaim: Mathematical Modelling and Numerical Analysis**, v. 39, n. 3, p.609-616, maio 2005.

SINGH, Dwesh K.; SINGH, S.n.. Combined free convection and surface radiation in tilted open cavity. **International Journal Of Thermal Sciences**, v. 107, p.111-120, set. 2016.

SOARES, Clarissa. **Tratamento de Água Unifamiliar Através de Destilação Solar Natural Utilizando Água Salgada, Salobra ou Doce Contaminada**. 2004. 110 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Ambiental, Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Sc, 2004.

TIWARI, G. N.; TIWARI, Arvind; SHYAM. **Handbook of Solar Energy: Theory, Analysis and Applications**. Singapore: Springer, 2016.

WEAVER, J.a.; VISKANTA, R.. Natural convection in binary gases driven by combined horizontal thermal and vertical solutal gradients. **Experimental Thermal And Fluid Science**, v. 5, n. 1, p.57-68, jan. 1992.

WHITE, Frank M.. **Mecânica dos Fluidos**. 4. ed. Rio de Janeiro: Mcgraw-hill Publishing Co., 2002.

XAMÁN, J.; GIJÓN-RIVERA, M.. **Dinámica de Fluidos Computacional para Ingenieros**. Cuernavaca: Palibrio, 2016.

XIAO, Gang et al. A review on solar stills for brine desalination. **Applied Energy**, v. 103, p.642-652, mar. 2013. Elsevier BV.