



RAQUEL DA CUNHA RIBEIRO DA SILVA

Estudo Experimental e Numérico da Formação de *Frost* em torno de três Cilindros com Arranjo Triangular

55/2014

**CAMPINAS
2014**



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

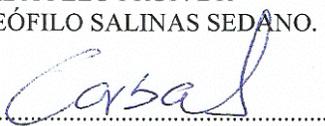
RAQUEL DA CUNHA RIBEIRO DA SILVA

Estudo Experimental e Numérico da Formação de Frost em torno de três Cilindros com Arranjo Triangular

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Doutora em Engenharia Mecânica, na Área de Térmica e Fluídos.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Teófilo Salinas Sedano
Co-orientador: Prof. Dr. Kamal Abdel Radi Ismail

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO
FINAL DA TESE DEFENDIDA PELA ALUNA
RAQUEL DA CUNHA RIBEIRO DA SILVA,
E ORIENTADA PELO PROF. DR.
CARLOS TEÓFILO SALINAS SEDANO.


.....
ASSINATURA DO ORIENTADOR

**CAMPINAS
2014**

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

Si38e Silva, Raquel da Cunha Ribeiro da, 1981-
Estudo experimental e numérico da formação de Frost em torno de três cilindros com arranjo triangular / Raquel da Cunha Ribeiro da Silva. – Campinas, SP : [s.n.], 2014.

Orientador: Carlos Teofilo Salinas Sedano.

Coorientador: Kamal Abdel Radi Ismail.

Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Refrigeração. 2. Evaporadores. 3. Experimentos. 4. Transferência de massa. 5. Calor - Coeficiente de transferência. I. Salinas Sedano, Carlos Teofilo. II. Ismail, Kamal Abdel Radi, 1940-. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Experimental and numerical study of formation of Frost around three cylinders arrangement.

Palavras-chave em inglês:

Refrigeration

Evaporators

Experiments

Mass transfer

Heat - Transfer coefficient

Área de concentração: Térmica e Fluidos

Titulação: Doutora em Engenharia Mecânica

Banca examinadora:

Carlos Teofilo Salinas Sedano [Orientador]

Luiz Felipe Mendes de Moura

Rogério Gonçalves dos Santos

Alcides Padilha

Ricardo Nicolau Nassar Koury

Data de defesa: 29-06-2014

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica

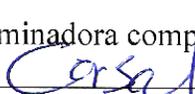
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENERGIA

TESE DE DOUTORADO

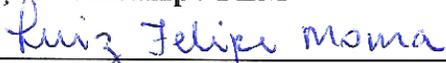
**Estudo Experimental e Numérico da
Formação de Frost em torno de três
Cilindros com Arranjo Triangular**

Autor: Raquel da Cunha Ribeiro da Silva
Orientador: Carlos Teofilo Salinas Sedano
Co-orientador: Kamal Abdel Radi Ismail

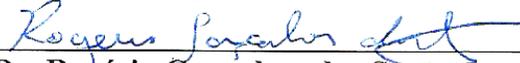
A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:



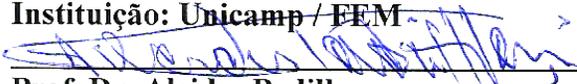
Prof. Dr. Carlos Teofilo Salinas Sedano
Instituição: Unicamp / FEM



Prof. Dr. Luiz Felipe Mendes de Moura
Instituição: Unicamp / FEM



Prof. Dr. Rogério Gonçalves dos Santos
Instituição: Unicamp / FEM



Prof. Dr. Alcides Padilha
Instituição: UNESP/FEB



Prof. Dr. Ricardo Nicolau Nassar Koury
Instituição: UFMG/DEMEC

Campinas, 29 de maio de 2014.

Dedicatória

*Aos meus pais Genito (in memoriam) e
Doraci e às minhas irmãs Luciana e Iara.*

Agradecimentos

Entre às várias pessoas que contribuíram para a realização deste trabalho, agradeço:

Primeiramente a DEUS e minha Nossa Senhora.

Ao Professor Dr. Kamal A. R. Ismail, primeiramente, pela amizade, pela ajuda e apoio em todos os momentos da realização do meu doutorado, pela paciência em transmitir muito do seu valioso conhecimento, pela oportunidade e pela confiança que depositou em mim.

Ao Professor Dr Carlos Teófilo Salinas Sedano, pela orientação deste trabalho e pela confiança que depositou em mim.

À Fátima Lino de Moraes, uma Muito Obrigada por todo o carinho e amizade por cada palavra de incentivo.

Aos funcionários do departamento de Engenharia Térmica e de Fluidos: Cleusa Vasconcelos de Lima, Luiz Carlos Biason Jr, Luiz Gama, Marco Antonio Porta Saramago, por toda ajuda, paciência, e pela agradável convivência.

Aos técnicos, Carlos Antonio Parreira do Laboratório de Refrigeração (LR), da Faculdade de Engenharia de Alimentos da Unicamp, e Pedro Fonte do Laboratório de Termodinâmica e Energia (LTE) da Faculdade de Engenharia Agrícola da Unicamp, pelos apoios nos ajustes da bancada de testes.

Á todos os funcionários da Comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica da Unicamp, e em especial á Denise Aparecida Villela.

Aos amigos Bruno Miguez, Ed Carlos Alves Rocha, Marco Campos, Tânia Pietrobon, Jan Matéu Armengol e a todos meus amigos que me ajudaram .

Ao Paúl Delgado por toda ajuda e carinho concedida em meu trabalho um agradecimento sincero.

Agradeço em especial àqueles que sempre me apoiaram incondicionalmente; meus pais Genito (in memorian) e Doraci e às minhas irmãs Luciana e Iara.

À CNPq, pela concessão de bolsa doutorado.

Este trabalho não poderia ser terminado sem a ajuda de diversas pessoas às quais presto minha homenagem.

Quando os nossos dias se tornarem obscuros por nuvens negras, quando as nossas noites forem mais negras do que mil noites. Lembremo-nos, que no universo há um grande e benigno poder, que é capaz de abrir caminho onde não há caminho, e de transformar o ontem sombrio num luminoso amanhã.

Martin Luther King

Resumo

O fenômeno de formação de frost é encontrado em muitas aplicações comerciais e industriais de baixa temperatura. A camada de gelo que se forma em uma superfície fria cresce ao longo do tempo, tornando-se mais densa e por este motivo, a formação de frost em equipamentos é responsável pela queda no seu desempenho. O processo de formação de frost é um fenômeno transiente e complicado de avaliar, no qual os processos de transferência de calor e de massa ocorrem simultaneamente em um meio poroso. Neste trabalho apresentam-se medições experimentais da espessura de frost ao redor de cada um dos tubos de um arranjo triangular de cilindros verticais, realiza-se a estimação experimental de uma correlação empírica para a obtenção do número de Nusselt Global sobre o arranjo de tubos com formação de frost baseada nas medições experimentais feita numa seção de teste no interior de um túnel de vento do Laboratório de Armazenamento térmico e tubos de Calor da FEM. Foi estimado uma correlação empírica para o Número de Nusselt Local em cada cilindro baseado em dados empíricos da literatura e um procedimento inverso de aproximação sucessiva utilizando a solução numérica unidimensional que simula o problema direto de formação de frost em geometria cilíndrica. O mesmo procedimento utilizando os dados experimentais deste trabalho. Encontra-se que os valores dos Números de Nusselt para as duas formas de estimação tem boa concordância. Comparações dos resultados numéricos e experimentais são realizadas e mostra-se boa concordância dos resultados das simulações numéricas para o crescimento da camada de frost utilizando ambas as correlações empíricas.

Palavras Chave: formação de frost, Número de Nusselt, Correlação empírica.

Abstract

In practice, it is found the phenomenon of frost formation in a lot of commercial and industrial refrigeration applications. The layer of ice that it is formed in a cold surface grows over time, becoming more dense and bigger, and for that reason, this formation of frost in refrigeration equipment is responsible for performance decrease in this equipment. The formation of frost is a complicated and transient process, where different process of heat transfer and mass occurs simultaneously in a porous and fine layer. The convective and mass diffusive coefficients are difficult to determinate in fact of the complex physic phenomenon and the variation of the different properties that occurs over time like velocity, temperature, humidity and the geometry of this problem himself. In this work some experimental results of the frost thickness around every cylinder in a triangular arrangement of vertical cylinders are presented, an estimated experimental correlation in order to find Nusselt Global number in this triangular arrangement of cylinders is presented. This correlation is based in the experimental measurements in a wind tunnel situated in the Laboratory of Thermal storage and Fluids in FEM. In order to verify this correlation, another empiric correlation have been estimated in order to find the Nusselt number Global and Local in each cylinder. In this case, it is used data reported in the literature and an inverse method that approximates the numerical solution in one dimension that simulates this problem in cylindrical frost formation geometry. Then the same procedure has been made using the experimental results founded in this work. The different results of the two different correlations have an acceptable concordance. Different comparisons of the numerical and experimental results have been made for the frost growth always validating the results with the numerical simulations of the frost growth using both of the empirical correlations and comparing them with the experimental results that have been founded in this work and with other experimental results founded in the literature.

Keywords: frost formation, Nusselt number, empirical correlation

Lista de Ilustrações

Figura 2.1:Aspecto visual do gelo (a) e da frost (b)	5
Figura 2.2: Diagrama de mudança de fase.	6
Figura 2.3:Etapas da formação de frost . (Tao et al., 1993).	8
Figura 3.1: Esquema da bancada.	16
Figura 3.2: Arranjo dos cilindros.....	16
Figura 3.3: Esquema do sistema de refrigeração, por compressão a vapor.....	18
Figura 3.4: Termostato e umidificador.	19
Figura 3.5: Arranjo das válvulas de gaveta em cada linha de fluxo.....	19
Figura 3.6: Arranjo do túnel de vento.	20
Figura 3.7: Anemômetro.	20
Figura 3.8: Seção de saída do túnel de vento.	21
Figura 3.9: Câmeras utilizadas	22
Figura 3.10: Análise da espessura de frost no arranjo triangular de tubos	23
Figura 3.11: Vista geral do sistema de aquisição de dados.	24
Figura 3.12: Termômetro infravermelho.	24
Figura 4.1: Tempo de transição ($t_{tr2} - t_{tr1}$), (Tao et al., 1992).....	29
Figura 4.2: Processo e formação de frost.	29
Figura 4.3: Esquema do modelo físico de crescimento do cristal de gelo.....	30
Figura 4.4: Modelo do volume utilizado no interior do meio poroso Tao et al.(1992).....	36
Figura 4.5:Esquema da estimação do parâmetro K	45
Figura 4.6: Variação do Número de Nusselt	46
Figura 4.7Volume de controle no evaporador de teste.....	48
Figura 4.8: Geometria da posição dos tubos.....	49
Figura 4.9 Fluxo de Trabalho da simulação realizada.....	51
Figura 4.10 Malha refinada.	52
Figura 4.11Campo de velocidades para uma velocidade de entrada de 0,614 m/s	53
Figura 4.12. Campo de velocidades para uma velocidade de entrada de 1,19m/s	53

Figura 4.13 Campo de velocidades e linhas de corrente	53
Figura 6.1: Crescimento frost 0 min.	62
Figura 6.2: Crescimento frost 15 min.	60
Figura 6.3: Crescimento frost 30 min.	62
Figura 6.4: Crescimento frost 60 min.	60
Figura 6.5: Crescimento frost 90 min.	62
Figura 6.6: Crescimento frost 120 min.	60
Figura 6.7: Variação da espessura do frost em função do tempo	63
Figura 6.8: Variação da espessura do frost em função do tempo,	64
Figura 6.9: Variação da velocidade espessura do frost em função do tempo,	64
Figura 6.10: Variação da velocidade espessura do frost em função do tempo	65
Figura 6.11: Efeito da temperatura da superfície do cilindro na espessura da camada de frost	66
Figura 6.12: Efeito da temperatura da superfície do cilindro na espessura da camada de frost	66
Figura 6.13: Efeito da temperatura da superfície do cilindro na espessura da camada de frost	67
Figura 6.14: Influência da temperatura velocidade do ar na espessura da camada de frost ..	68
Figura 6.15: Efeito da velocidade do ar na espessura do frost	68
Figura 6.16: Efeito da velocidade do ar na espessura do frost	69
Figura 6.17: Efeito da posição do cilindro na espessura do frost	70
Figura 6.18: Efeito da posição do cilindro na espessura do frost	70
Figura 6.19 Crescimento de Frost ao longo do tempo	71
Figura 6.20: Perfil do cristal do frost no primeiro estágio	72
Figura 6.21: Espessura da camada de frost	72
Figura 6.22 Arranjo dos tubos	73
Figura 6.23: Validação numérica com experimental :	74
Figura 6.24: Validação numérica com experimental :	75
Figura 6.25: Validação numérica com experimental :	75
Figura 6.26: Validação numérica com experimental :	76

Figura 6.27: Validação numérica com experimental :.....	77
Figura 6.28: Validação numérica com experimental :.....	77
Figura 6.29: Validação numérica com experimental:.....	78
Figura 6.30: Validação numérica com experimental.....	78
Figura 6.31: Validação numérica com experimental.....	79
Figura 6.32: Validação numérica com experimental.....	79
Figura 6.33: Validação numérica com experimental.....	80
Figura 6.34: Validação numérica com experimental :.....	80
Figura 6.35: Validação numérica com experimental :.....	81
Figura A.1: Curva de calibração termopar T1, T3, T9, T10.....	89
Figura A.2: Curva de calibração termopar T2, T4	89
Figura A.3: Curva de calibração termopar T8, T13	90
Figura A.4: Curva de calibração termopar T11, T12.	90
Figura A.5: Curva de calibração termopar T5, T6, T7.....	91
Figura A.6: curva de calibração do termômetro infravermelho.	91

Lista de Tabelas

Tabela 2.1: Condutividade térmica e massa específica do gelo e da frost	7
Tabela 3.1: Propriedades dos fluidos refrigerantes.	17
Tabela 3.2: componentes do sistema de refrigeração.	18
Tabela 3.3: componentes mostrados na Figura 3.4.	19
Tabela 3.4: Valores das variáveis experimentais.....	25
Tabela 3.5 Variáveis experimentais	26
Tabela 3.6 Incerteza.....	27
Tabela 4.1 Valores para o parâmetro k.....	46
Tabela 4.2 Correlações empíricas do <i>frost</i>	46
Tabela 4.3 Velocidade máxima.	50
Tabela 6.1 Valores de K para simulação numérica.	75

Lista de Abreviaturas e Siglas

Letras Latinas

Bi	Número de Biot	
Bi_m	Número de Biot para transferência de massa	
c_p	Calor específico á pressão constante	$[J\ kg^{-1}K^{-1}]$
D	Coefficiente de Difusão do vapor d'água no ar	$[m^2s^{-1}]$
F	Fator de Difusão	
h_c	Coefficiente convectivo de transferência de calor	$[W\ m^{-2}\ K^{-1}]$
h_m	Coefficiente convectivo de transferência de massa	$[kg\ m^{-2}\ s^{-1}]$
h_{sg}	Entalpia de sublimação	$[kJ\ kg^{-1}]$
K	Condutividade térmica	$[W\ m^{-1}\ K^{-1}]$
L	Comprimento da área de nucleação	
Q	Fluxo de Calor	
\dot{m}	Taxa de mudança de fase do vapor d'água	
T	Tempo	$[s]$
T	Temperatura	$[K\ ou\ ^\circ C]$
v	Velocidade do ar	$[m\ s^{-1}]$
W	Umidade absoluta do ar	$[kg_{\acute{a}gua}\ kg^{-1}_{ar,seco}]$

Letras Gregas

B	Fase sólida	$[-]$
Γ	Fase Gás	$[-]$
Δ	Espessura do Frost	$[m]$
E	Fração volumétrica	
μ	Viscosidade dinâmica	$[kg\ m^{-1}s^{-1}]$
ν	Viscosidade Cinemática	$[m^2s^{-1}]$
P	Massa específica	$[kg\ m^{-3}]$

Subscritos

A	Ar
C	Frio
F	Gelo poroso
S	Superfície da camada de <i>frost</i>
<i>tp</i>	Ponto triplo
<i>tr</i>	Tempo de transição
O	Referencial inicial
∞	Ambiente

SUMÁRIO

Agradecimentos	ix
Resumo	xiii
Abstract	xv
Lista de Ilustrações	xvii
Lista de Tabelas	xxi
Lista de Abreviaturas e Siglas	xxiii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos gerais.....	3
1.2 Objetivos específicos	3
2 REVISÃO DA LITERATURA	5
2.1 Introdução	5
2.2 Fenômeno de formação de frost.....	5
2.3 Estudos sobre formação de frost	9
2.4 Síntese do Capítulo	14
3 TRABALHO EXPERIMENTAL	15
3.1 Introdução	15
3.2 Aparato experimental	15
3.3 Medidas experimentais realizadas.....	21
3.4 Descrição do procedimento experimental.....	25
3.5 Incerteza de medição.....	26
3.6 Síntese do capítulo	27

4	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.....	28
4.1	Introdução	28
4.2	Modelagem do Primeiro Estágio do processo de formação de frost	30
4.3	Segundo estágio do processo de formação de frost	35
4.4	Avaliação das propriedades.....	41
4.5	Correlação do Número de Nusselt	44
4.6	Síntese do capítulo	54
5	ANÁLISE NUMÉRICA	55
5.1	Introdução	55
5.2	Primeiro Estágio.....	55
5.3	Segundo estágio	56
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	61
6.1	Introdução	61
6.2	Análise dos Resultados Experimentais	61
6.3	Resultados numéricos.....	71
6.4	Comparação entre os resultados numéricos e experimentais.....	73
7	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS	82
	REFERÊNCIAS	84
	Apêndice A- Calibração	89
	Apêndice B - Análise de Incerteza Experimental	92
	Apêndice C – Correlação Empírica do Número de Nusselt	94

1 INTRODUÇÃO

O *frost* é um meio poroso, composto por cristais de gelo e ar úmido. O fenômeno de formação ou deposição de *frost* ocorre quando um fluxo de ar úmido entra em contato com uma superfície fria mantida a uma temperatura abaixo de 0° C. Este fenômeno é encontrado em muitas aplicações comerciais e industriais de baixa temperatura como no caso de asa de aviões, rotores de compressores, evaporadores de sistemas de refrigeração, sistemas de purificação de gases, transferência e armazenamento de líquidos criogênicos e muitos outros.

A camada de gelo que se forma nestes casos, é na realidade uma camada porosa de gelo composta de ar e vapor d'água denominada de "*frost*". O processo de formação de *frost* é um fenômeno transiente e complicado de avaliar, no qual processos de transferência de calor e de massa ocorrem simultaneamente. Segundo Huang et. al (2010) o processo de formação e crescimento de *frost* depende da temperatura do ar, da umidade relativa do ar, da velocidade do escoamento externo, da temperatura da parede fria do tubo e das características superficiais do tubo.

A camada de *frost* que se forma na superfície cresce ao longo do tempo, tornando-se mais densa e por este motivo, a formação de *frost* em equipamentos é responsável pela queda no seu desempenho significando maior gasto energético, sendo necessário um processo de degelo para que o equipamento volte a operar em condições normais.

A queda no desempenho dos equipamentos e de sistemas devido à formação de *frost* tem sido objeto de muitos estudos, tanto na natureza do processo de transferência de calor e de massa que ocorre durante a formação de *frost*, como também na avaliação das suas propriedades.

Segundo Scalon (1993) a formação de *frost* acarreta dois problemas o primeiro é a perda na transferência de calor que é desviada para solidificar as gotículas de água presentes no ar úmido e o segundo é o aumento da perda de carga nos evaporadores devido à diminuição na área de fluxo provocada pelo aumento da espessura da camada de gelo acumulado entre os tubos do evaporador.

Uma avaliação mais exata do crescimento de *frost* requer a utilização de modelos precisos, formulados a partir de equações básicas que regem os fenômenos de transferência de calor e de

massa, visando fornecer melhores estimativas do crescimento da camada de *frost* com o tempo, que junto com os efeitos dos vários fatores operacionais e geométricos devem ajudar na melhora de projetos de sistemas de degelo.

O estudo do processo de formação do *frost* é complexo, fato que se deve aos seguintes fatores:

- ❖ A fronteira da interface gelo - ar está em movimento com a formação das camadas de *frost* com o tempo, característica típica de problemas de mudança de fase;
- ❖ A temperatura da superfície de *frost* varia com a espessura da camada de *frost*;
- ❖ As condições do escoamento variam com o aumento da espessura da camada de *frost*, pois a geometria do corpo é constantemente alterada;
- ❖ As propriedades do gelo variam de acordo com as condições do ar que está escoando ao seu redor, tem-se também que as propriedades do gelo variam no tempo e no espaço;
- ❖ O processo de formação de *frost* envolve a transferência de calor e massa simultaneamente.

Devido a todas essas dificuldades a maioria dos estudos feitos na área são experimentais.

Entende-se que o tema abordado nesta tese é de grande interesse para a indústria e a comunidade científica. Assim estudou-se experimentalmente e numericamente a formação de *frost* em trocador de calor com um arranjo de três tubos verticais. Neste trabalho a abordagem do estudo de formação de *frost* é realizada num feixe com três tubos verticais de cobre em um arranjo triangular. O escoamento ao redor de feixe de tubos ou banco de tubos é uma configuração bastante encontrada em aplicações industriais. Estes tipos de trocador de calor propiciam a troca térmica entre dois fluidos a diferentes temperaturas, sendo que na parte interna dos tubos circula um líquido (álcool), enquanto que na parte externa flui um gás (geralmente o ar) (Diniz & Silvestrini, 2004).

O escoamento sobre bancos de tubos é comumente encontrado na prática em equipamentos de transferência de calor como evaporadores e condensadores de centrais de energia, geladeira e aparelhos de ar – condicionado (Cengel, 2003).

Neste trabalho, apresentam-se medições experimentais da espessura de *frost* ao redor de cada um dos tubos do arranjo triangular, a estimação experimental de uma correlação empírica para a obtenção do número de Nusselt Global sobre a o arranjo de tubos com formação de *frost*,

baseada nas medições experimentais feita numa seção de teste no interior de um túnel de vento do Laboratório de Armazenamento Térmico e Tubos de Calor, também é apresentada uma estimativa de correlação empírica para o Número de Nusselt Local em cada tubo baseado em dados empíricos da literatura e um procedimento inverso simples utilizando a solução numérica unidimensional que simula o problema direto de formação de *frost* em geometria cilíndrica. Finalmente são mostradas as comparações dos resultados numéricos e experimentais

1.1 Objetivos gerais

O objetivo principal deste trabalho é entender melhor o fenômeno de formação de frost sobre superfícies frias na presença de escoamento de ar úmido. Os tratamentos feitos até então são numéricos e semi empíricos para escoamento em torno de geometria cilíndrica. No presente trabalho pretende-se investigar a deposição de frost em torno de arranjos de cilindros e avaliar de forma mista experimental e numérica o número de Nusselt local e global.

1.2 Objetivos específicos

- ❖ Instrumentar uma bancada já existente no laboratório de Armazenamento Térmico e Tubos de Calor, na FEM, composta por um túnel de vento;
- ❖ Instalar na seção de testes do túnel de vento, um evaporador com um arranjo de tubos pouco estudado na literatura, que consiste num arranjo triangular de tubos verticais,
- ❖ Monitorar parâmetros como: velocidade do ar, temperatura na superfície do cilindro, temperatura na entrada da seção de teste, temperatura na saída da seção de teste, temperatura da superfície de frost e temperatura na superfície do cilindro, e a umidade;
- ❖ Monitorar o crescimento de *frost* na superfície dos cilindros,
- ❖ Obter a velocidade máxima do ar entre os cilindros através da simulação do escoamento no arranjo triangular de tubos,

- ❖ Estimar experimentalmente uma correlação empírica para o número de Nusselt sobre os cilindros,
- ❖ Validar os resultados numéricos com dados experimentais.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Introdução

Devido à existência de um conjunto de termos e definições frequentemente empregados no estudo da formação de *frost*, reserva-se o início deste capítulo para introduzir aqueles conceitos mais importantes para o presente trabalho. Além disso, também é apresentado o resumo de alguns estudos relacionados aos aspectos teóricos e experimentais da formação de *frost*. Esta revisão bibliográfica tem como objetivo estudar várias investigações relacionadas aos problemas de formação de *frost* em superfícies frias, sendo estudos experimentais e numéricos.

2.2 Fenômeno de formação de *frost*.

Inicialmente será apresentada a diferenciação dos termos gelo e *frost*. O intuito dessa explicação é mostrar que gelo e *frost* têm propriedades físicas diferentes, conseqüentemente são estruturas diferentes. Desta maneira na Figura 2.1 temos o aspecto visual do gelo (a) e do *frost* (b).



Figura 2.1:Aspecto visual do gelo (a) e da frost (b)

A Figura 2.2 apresenta o diagrama de fases da água, define-se como gelo a fase sólida resultante do processo de mudança de fase indicado pelo caminho I, no qual ocorre a solidificação da fase líquida. O *frost* resulta do processo indicado pelo caminho II através do qual ocorre a ressublimação do vapor d'água, que se encontra a uma pressão parcial inferior à pressão de saturação da água na temperatura do ponto triplo. Tal diferença provoca mudanças significativas nas propriedades do sólido resultante, uma vez que o gelo apresenta uma estrutura praticamente maciça, o *frost* apresenta uma estrutura porosa, formada por cristais de gelo irregulares, com estrutura normalmente dendrítica ou fractal, e pequenas bolsas de ar (Piucco, 2008).

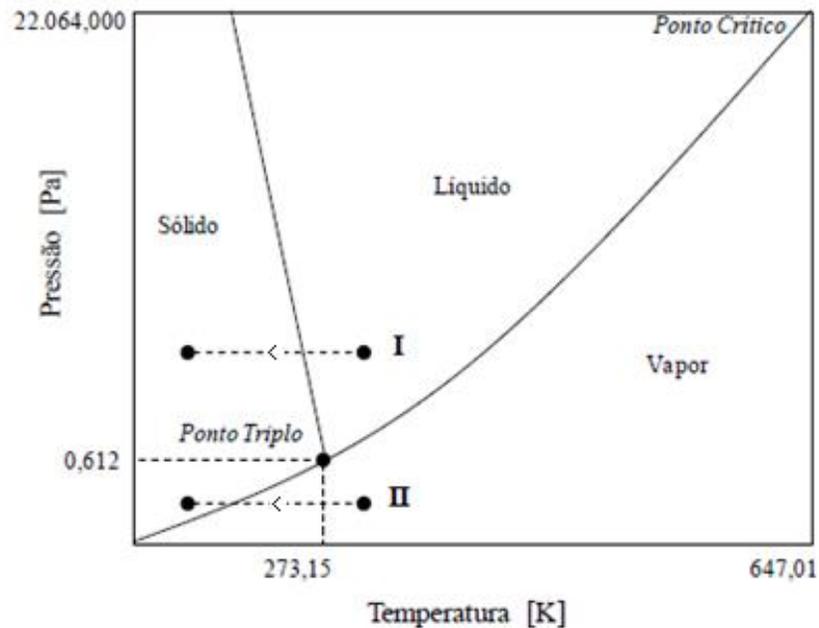


Figura 2.2: Diagrama de mudança de fase.

A Tabela 2.1 mostra os valores da condutividade térmica (k) e massa específica (ρ), para o gelo e o *frost*, oferecendo uma breve comparação entre as ordens de grandeza envolvidas.

Tabela 2.1: Condutividade térmica e massa específica do gelo e da frost

<i>Grandeza</i>	<i>Gelo</i>	<i>Frost</i>
$k [W m^{-1} K^{-1}]$	2,1	0,2
$\rho [kg m^{-3}]$	917	211

Devido a essas particularidades, os processos de transferência de calor e massa, no interior da camada de frost, dependem de parâmetros como a porosidade (ϵ) e a tortuosidade (τ) do meio. Segundo Kaviany (1995) apud (Silva, 2012), a porosidade é o parâmetro que representa a razão entre o volume de vazios e o volume total de uma matriz sólida. Como o escoamento de um fluido através de um meio poroso ocorre somente através dos poros interconectados, define-se também a porosidade efetiva, que representa a razão entre o volume dos poros interconectados e o volume total da matriz sólida. Já a tortuosidade é o parâmetro que representa a razão entre a distância percorrida por uma partícula, no interior de um meio poroso, e a distância correspondente a uma linha reta que une as extremidades desse mesmo caminho. (Silva, 2012).

A Figura 2.3 ilustra o processo de formação de frost que pode ser dividido em alguns estágios.

Primeiramente ocorre a nucleação (1), quando um embrião (aglomerado de moléculas de vapor d'água) atinge o grau de super-resfriamento necessário para que o processo de mudança de fase ocorra.

Em seguida, o embrião cresce (2) por meio de adesão de novas moléculas. Além disso, o embrião, ao crescer, aumenta a sua área lateral e o seu volume, o que exige uma maior quantidade de energia para sustentar o seu crescimento.

Quando esta quantidade de energia supera a energia de nucleação, o embrião para de crescer, e surge uma nova nucleação sobre ele mesmo (3).

O novo embrião cresce (4), aumenta a sua área externa e o seu volume, e passa a exigir uma maior quantidade de energia para sustentar seu crescimento. Assim sucessivamente, novas nucleações ocorrem sobre o embrião desenvolvido (5 e 6).

Este processo é interrompido quando a energia total disponível na superfície da frost não é

suficiente para promover novas nucleações, originando um meio poroso, que adensa a medida que o vapor d'água se difunde para o seu interior.

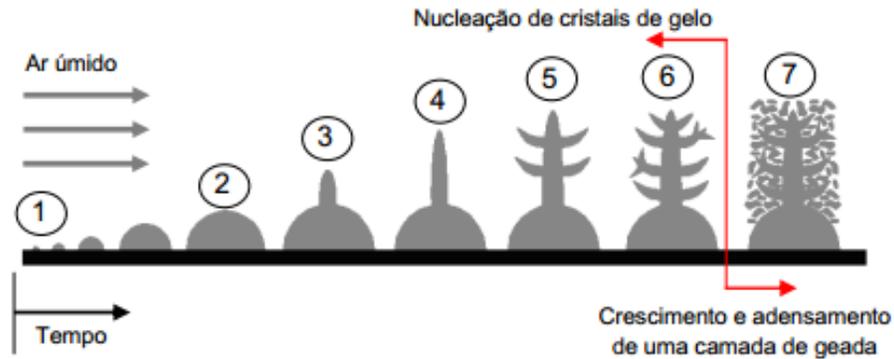


Figura 2.3: Etapas da formação de frost . (Tao *et al.*, 1993).

Este tipo de estudo é de fundamental importância para a melhor compreensão e base para a formulação de modelos que permitem avaliar o fenômeno de formação de frost. Através do entendimento desta linha de estudo, torna-se mais viável estabelecer as propriedades em função do tipo de estrutura cristalina formada no desenvolvimento da camada de frost.

Os trabalhos de Hayashi *et. al.* (1977) e Tao *et. al.* (1992) fazem uma descrição dos tipos de cristais formados de acordo com o período de formação de *frost*. Esses períodos são divididos em:

1. Crescimento unidimensional dos cristais
2. Ramificação dos cristais.

Essa divisão é importante para obter uma modelagem mais abrangente, já que cada período é caracterizado por diferentes estruturas. O primeiro refere-se ao período no qual há formação e ocorrência do crescimento de gelo na direção vertical à superfície resfriada. Já o segundo período é a fase onde os cristais vizinhos começam a interagir entre si formando uma rede complexa e porosa.

2.3 Estudos sobre formação de *frost*

Devido à importância da formação do *frost* em diversos segmentos, tais como aeronáutica, criogenia, engenharia de alimentos, entre outras áreas, é grande o interesse pelo entendimento dos mecanismos que regem o processo. Ao longo dos últimos anos foram realizados diversos estudos do fenômeno de formação de *frost* que incluem, experimental, modelo teórico, semi-empírico e numérico.

A seguir são descritos alguns trabalhos experimentais e numéricos relacionados com a formação de *frost* disponíveis na literatura:

Um dos primeiros estudos que investigou crescimento de *frost* foi desenvolvido por Stoecker (1957) apud Wang et al., (2013) ele realizou um dos primeiros trabalhos para tentar medir o aumento da espessura de *frost* em função do tempo, porém, na época não eram bem conhecidos todos os parâmetros que influenciavam o processo de formação de *frost*. Através de um procedimento experimental, ele validou suas hipóteses.

O trabalho publicado por Chung e Algren (1958) apud Ismail et. al (1997) faz uma descrição de uma montagem utilizada para um ensaio de formação de *frost* em torno de um cilindro. No final do trabalho os autores apresentam gráficos com os resultados obtidos, inclusive a partir desses dados apresentam estimativas de algumas propriedades do *frost*, como por exemplo, a condutividade térmica.

Yonko e Sepsy (1967) apresentaram uma correlação da condutividade térmica da camada porosa de *frost* em função da massa específica, tomando como base os resultados experimentais. A relação entre a massa específica e a condutividade térmica não é uma novidade, ela é, muitas vezes, utilizada para obter estimativas da condutividade térmica de isolantes com bons resultados, o que sugeriu a eles e muitos outros autores a sua utilização em gelo de baixa massa específica.

No entanto o trabalho mais abrangente para a obtenção da condutividade térmica de *frost* foi o publicado por Dietenberg (1983), que é essencialmente teórico e parcialmente empírico. Com valores e dados experimentais obtidos por outros autores elaborou-se uma equação interpolante válida para uma massa específica maior que a do ar e menor do que a da água e para uma temperatura na faixa de 80 a 273K.

Parishet. et. al (1972), propuseram um modelo para a formação de *frost* em torno de um cilindro, que através de balanços globais das equações do momentum, da energia, e de concentração de vapor procura quantificar e avaliar o processo de formação de gelo.

Jones e Parker (1975) propuseram um modelo que através de um balanço global, leva em conta todos os fenômenos do processo e principalmente a variação das propriedades internas da camada de gelo, tornando-o um balanço fisicamente mais representativo.

O'Neal (1982) desenvolveu um dos primeiros modelos teóricos reportados na literatura. Através de uma abordagem unidimensional e considerando o *frost* como um meio poroso, O'Neal (1982) desenvolveu um modelo para prever o crescimento de *frost* sobre placas planas paralelas, em função do tempo, dos parâmetros psicrométricos, da temperatura da superfície e da velocidade do ar. Tal modelo, entretanto, não foi validado contra dados experimentais.

Padki et al. (1989) propuseram um modelo simples para avaliar de forma rápida a formação de *frost* em geometrias simples. Este método utiliza correlações empíricas para a avaliação principalmente dos coeficientes de película para a transferência de calor e de massa. Sua principal vantagem está na obtenção de estimativas sobre a taxa de crescimento de *frost* para quaisquer geometrias bastando para isso conhecer o coeficiente de transferência de calor ou algum método para avaliá-lo. No entanto se trata de um modelo muito aproximado e que só deve ser utilizado no caso de inoperância dos demais métodos ou para uma avaliação mais grosseira.

Sami e Duong (1989) propuseram um modelo unidimensional com base nos conceitos fundamentais de transferência de calor e massa para prever a espessura e a massa específica do *frost* formada sobre superfícies planas, como uma função do tempo. Foram realizados diversos testes variando a temperatura, a umidade e a velocidade do ar, além da temperatura da superfície. Os resultados obtidos foram comparados com resultados de dois trabalhos experimentais realizados por outros autores, observando-se uma razoável concordância. As condições iniciais necessárias ao modelo, entretanto, não foram reportadas, o que impede a reprodução dos resultados por outros autores.

Tao et al. (1992) formularam um modelo com base nos conceitos de difusão transiente de calor e de massa em um meio poroso para prever o crescimento de *frost* sobre uma placa plana. Foram investigadas as variações temporais e espaciais da temperatura da superfície, massa específica e taxa de crescimento do *frost*. Segundo os autores, o uso de uma difusividade efetiva

para o meio poroso melhora substancialmente a concordância do modelo com os resultados experimentais.

Tao et. al. (1993) tratam de um modelo teórico da formação do *frost* em placa plana para a sua resolução fez uso de algumas correlações empíricas. Este modelo propõe a resolução do fenômeno em dois estágios, o primeiro que modela a primeira etapa de crescimento unidimensional, período de curta duração e que serve para obter os dados iniciais para o segundo estágio que é na realidade a soma dos períodos de ramificação dos cristais e de crescimentos quase-estático, para resolver o problema da segunda fase, que se trata de uma superfície porosa que consiste de duas fases (ar e sólido), o autor utiliza a técnica da média volumétrica desenvolvida por (Whitaker, 1977).

Scalon (1993) em sua dissertação de mestrado realizou uma síntese e análise bastante detalhada de vários modelos existentes na literatura, o autor aborda o problema de formação de *frost* em torno de um cilindro vertical, baseado nas equações desenvolvidas por Tao et. al. (1993), nas quais fez algumas simplificações, mas diferente de Tao, resolve as equações do escoamento em torno do cilindro, considerando este como uma superfície lisa e estática, para obter os coeficientes convectivos e difusivos entre o escoamento e a superfície da camada de gelo.

Salinas (1996) elaborou um estudo detalhado e propôs um modelo para a formação de *frost* sobre a superfície de uma placa fria exposta a um fluxo de ar úmido. A formulação matemática transiente e unidimensional de fluxo e de transferência de calor e de massa foi baseada na técnica de média volumétrica local e permitiu prever a massa específica, o crescimento da espessura da camada de gelo, a temperatura da superfície da camada porosa de gelo, a taxa de deposição de massa e a fração volumétrica das fases no interior da camada porosa de gelo. Dados experimentais e numéricos disponíveis foram utilizados para validar o seu modelo que apresentou boa concordância. Também foram realizados testes numéricos e através disso foram escolhidos os melhores valores iniciais de difusividade e raio inicial do cristal de gelo e também de difusão superficial. Este modelo foi utilizado para prever a formação de gelo em placas paralelas.

Ismail et al. (1997) e Ismail e Salinas (1999) abordaram o problema de formação de *frost* em torno de um cilindro vertical e de placas paralelas respectivamente. Para o cilindro foi resolvido às equações do escoamento em torno do cilindro, já o estudo de placa planas foi baseada na técnica de média volumétrica local para prever a massa específica, o crescimento da

espessura da camada de *frost*, a temperatura da superfície da camada porosa.

Sherif et. al. (1993) procurando elaborar um modelo simples e de boa acuracidade, propuseram um modelo transiente e semi-empírico para placa plana sob condições de convecção forçada. Este modelo utiliza o método de Euler, e avalia a temperatura de superfície e o crescimento da camada de gelo, usando correlações existentes na literatura para o coeficiente de transferência de calor por convecção e a analogia de Lewis para calcular o coeficiente de transferência de massa.

Mao et. al. (1993), apresentam dados e correlações empíricas para o crescimento da camada de *frost* e as suas propriedades em função da distância da linha de ataque de uma placa plana, do tempo, da temperatura da placa, da temperatura do ar, da umidade e da velocidade do ar, assim como faz uma descrição detalhada dos equipamentos de seus ensaios.

Le Gall e Grillot (1996) também desenvolveram um modelo para o crescimento de *frost* ao longo do tempo, com base nos conceitos de difusão de calor e massa. Grandes incertezas relativas ao transporte efetivo de massa no interior da camada de *frost* foram identificadas, o que exigiu um ajuste no modelo para reproduzir os dados experimentais dentro de uma banda de erros de $\pm 10\%$.

Lee et al. (1997) desenvolveram um procedimento semi-analítico para calcular a massa de *frost* depositada sobre uma superfície plana, considerando tanto a difusão molecular de água como a ressublimação do vapor d'água no interior da camada de *frost*. A transferência de massa foi expressa em termos da massa específica do vapor e de um coeficiente de absorção. A validação do modelo foi realizada por meio de dados experimentais obtidos por outros autores, observando-se pouca concordância. Os autores não citam em nenhum momento as condições iniciais necessárias à integração temporal das equações diferenciais, dificultando a reprodução dos resultados por outros autores.

Sengupta et. al (1998) realizaram um estudo experimental de formação de *frost* em torno de um cilindro e propuseram correlações empíricas para o coeficiente de transferência de calor e espessura do *frost*.

Lee e Ro (2001) realizaram um estudo experimental da formação de *frost* sobre um cilindro horizontal em escoamento de ar úmido e obtiveram resultados para o crescimento da camada de *frost*, para o fluxo de calor em torno do cilindro, para a condutividade térmica do *frost* e para a

distribuição da temperatura na superfície do cilindro sob várias condições experimentais, variando o número de Reynolds, temperatura do ar e umidade. Nas observações experimentais foi notado que a camada de *frost* formado sobre as superfícies frontal e traseira ($\sim 0^\circ$ e $\sim 180^\circ$) de um cilindro horizontal, durante o fluxo de ar úmido são mais espessas do que aquelas na superfície superior e inferior ($\sim 90^\circ$ e $\sim 270^\circ$), onde a separação de fluxo é quase iniciada.

Cheng e Shiu (2002) realizaram uma importante revisão bibliográfica com foco na formação de *frost* sobre superfícies planas, identificando os principais parâmetros que afetam o crescimento da camada de *frost*. Os autores se concentraram na morfologia e nos estágios de crescimento, realizando experimentos variando a temperatura, a umidade relativa e a velocidade da corrente de ar, além da temperatura da superfície.

Na e Webb (2004) desenvolveram um modelo para prever o crescimento do *frost*. O modelo foi resolvido numericamente, exigindo um considerável esforço computacional. Diversos ajustes foram necessários ao modelo para que uma concordância na faixa de $\pm 15\%$ com os dados experimentais gerados pelos próprios autores fosse obtida.

Yang et. al. (2008) propuseram correlações empíricas para as propriedades de *frost* depositado sobre a superfície fria de um cilindro. Através da realização de experimentos e da variação de parâmetros tais como: temperatura do ar, temperatura da superfície fria do cilindro, velocidade do ar e umidade absoluta, obtiveram resultados da distribuição angular da camada de *frost* em torno do cilindro e concluíram que ela cresce de forma uniforme a uma velocidade elevada do ar. As correlações adimensionais para a espessura, massa específica, e temperatura da superfície da camada de *frost*, e para o coeficiente de película foram obtidas como funções do número de Reynolds, número de Fourier, umidade absoluta e temperatura adimensional.

Kim et. al (2008) propuseram correlações empíricas das propriedades do *frost* sobre uma superfície fria do cilindro. Foram realizados experimentos do *frost* para vários parâmetros tais como a temperatura do ar, superfície fria do cilindro, velocidade do ar e umidade absoluta. Apresentam correlações empíricas para a espessura, massa específica e temperatura da superfície da camada do *frost* e o coeficiente de transferência de calor.

Martins (2010) realizou um estudo experimental e numérico, para prever o crescimento do *frost* em cilindros verticais, o autor estudou diferentes arranjos de tubos.

Barzanoni et. al (2012) propuseram correlações empíricas para as propriedades do *frost* e

para o coeficiente de transferência de calor em um cilindro, os autores obtiveram dados a partir de dados experimentais e correlações de outros autores.

Da Silva et. al (2013) e (2014), utilizaram correlações empíricas disponíveis na literatura, para o coeficiente de transferência de calor e comparam os resultados das simulações numéricas do crescimento da camada de *frost* e da massa específica da camada de *frost* com as correlações empíricas de outros pesquisadores, que predizem o crescimento e massa específica do *frost*. Em Da Silva et. al (2013) o coeficiente de transferência de calor foi calculado experimentalmente e comparado com as correlações empíricas dos autores citados nos trabalhos anteriores mencionados, para dessa forma, prever o crescimento do *frost*. Esses trabalhos colaboram com o desenvolvimento dessa pesquisa, pois a partir deles foi possível obter curvas com bom ajuste do resultado numérico com experimental.

2.4 Síntese do Capítulo

Neste capítulo foram apresentadas algumas definições e os principais conceitos relacionados às etapas de formação de *frost*. Os mecanismos associados ao crescimento e ramificações dos cristais de gelo foram abordados. Finalmente apresentou-se uma análise dos principais trabalhos teóricos e experimentais obtidos na literatura, com ênfase no processo de formação de *frost*.

Esta revisão na literatura foi de grande importância, pois através dela foi possível entender o processo de formação de *frost*, entender os mecanismos de transferência de calor e massa, e analisar correlações empíricas importantes, algumas das quais serão utilizadas nesta pesquisa. O capítulo seguinte descreve o aparato experimental.

3 TRABALHO EXPERIMENTAL

3.1 Introdução

Neste capítulo será apresentado o aparato experimental utilizado no presente trabalho. Os procedimentos experimentais e de processamento de dados serão analisados.

O aparato experimental é composto por um túnel de vento, através do qual se controla a vazão de ar e a condição psicrométrica do ar na entrada e na saída da seção de testes.

Adicionalmente, a base de dados experimental será empregada para validar o modelo matemático, e sugerir uma correlação empírica do número de Nusselt, que serão analisados posteriormente.

3.2 Aparato experimental

A bancada de testes é composta por um túnel de vento de 280 cm de comprimento, a seção de testes onde localiza-se arranjo triangular de tubos, tem uma área de 40 cm x 40 cm. Para a visualização da formação de *frost* nos cilindros, nas laterais da seção tem janelas de acrílico de 26 cm x 41 cm. A bancada experimental é mostrada na Figura 3.1.

A seção de testes com o arranjo triangular de tubos é mostrada na Figura 3.2, o fluxo do ar úmido é mostrado com setas vermelhas. Os tubos têm diâmetros externos de 2,54 cm, na instalação dos tubos foi considerada uma distância entre os centros dos cilindros de três vezes o diâmetro do tubo.



Figura 3.1: Esquema da bancada.

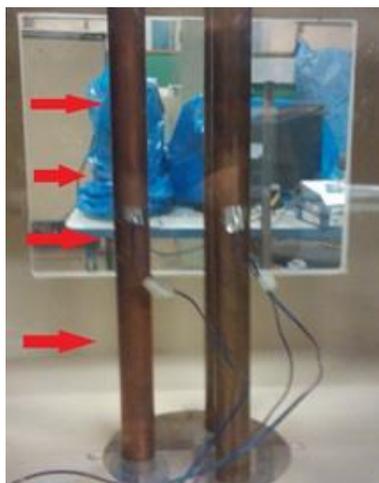


Figura 3.2: Arranjo dos cilindros

Os fluidos de transferência de calor, utilizados no sistema, foram o monoclorodifluormetano (R-22) como refrigerante primário e o álcool etílico com refrigerante secundário. Segundo Stoecker e Jones, (1985) o refrigerante primário é usado em sistemas de compressão de vapor e o refrigerante secundário para transportar energia térmica à baixa temperatura de um local para outro, estando estes geralmente na fase líquida.

Através de um sistema de refrigeração por compressão a vapor o refrigerante primário (R22) trocava calor com o fluido secundário (álcool etílico) em um trocador de calor de casco e tubos. O esquema do sistema de refrigeração está na Figura 3.3.

O álcool era bombeado de um reservatório que é um tanque de aço inox isolado com polipropileno para um trocador de calor casco e tubos onde acontecia a troca de calor do álcool com o R22. Assim o álcool atingia baixas temperaturas. A temperatura do reservatório de álcool foi controlada através do uso de um termostato, com a finalidade de manter o fluido secundário em diferentes temperaturas (Figura 3.4).

Algumas propriedades destes fluidos refrigerantes estão mostradas na Tabela 3.1: Propriedades dos fluidos refrigerantes.

Tabela 3.1: Propriedades dos fluidos refrigerantes.

<i>Propriedade</i>	<i>Monoclorodifluormetano</i> <i>R-22</i>	<i>Etanol</i>
Temperatura de ebulição [°C]	-40.9	78.4
Temperatura de solidificação [°C]	-157	-112
Massa específica [kg/m ³]	1200	790
Condutividade térmica [W/mK]	0.090	0.176
Viscosidade dinâmica [mPa.s]	0.206	1.4



Figura 3.3: Esquema do sistema de refrigeração, por compressão a vapor.

Cada componente mostrado na Figura 3.3, está citado na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: componentes do sistema de refrigeração.

<i>Número</i>	<i>Descrição</i>
1	Compressor
2	Condensador
3	Trocador de calor casco e tubo
4	Válvula de expansão
5	Visor de líquido refrigerante
6	Filtro
7	Bomba auxiliar para fluido secundário de 0.5HP

Para garantir a presença de vapor d' água no escoamento do ar no interior do túnel de vento, foi utilizado um umidificador de ar conforme mostrado na Figura 3.4.



Figura 3.4: Termostato e umidificador.

Tabela 3.3: componentes mostrados na Figura 3.4.

<i>Número</i>	<i>Descrição</i>
1	Termostato
2	Umidificador

Para controlar a vazão mássica do fluido secundário (álcool), foram instaladas válvulas de gaveta em cada uma das linhas de fluxo dos tubos, como mostrado na Figura 3.5.



Figura 3.5: Arranjo das válvulas de gaveta em cada linha de fluxo.

A variação da vazão volumétrica do ar úmido foi obtida pelo controle da rotação do motor acionador do ventilador do túnel através de um inversor de frequência (Figura 3.6). Já a vazão foi determinada pela medição da distribuição de velocidade do ar na saída do túnel de vento.

A rotação do ventilador era controlada pelo inversor de frequência que foi relacionada com a velocidade do vento na saída do túnel de vento, esta velocidade foi medida com um anemômetro (Figura 3.7). A seção de saída do túnel foi dividida em quinze seções retangulares e foi medida a velocidade do no centro de cada seção (Figura 3.8). O produto da velocidade com a área de cada seção resulta na vazão volumétrica de ar para cada seção, logo a somatória destes produtos é a vazão volumétrica total para cada uma das rotações especificadas.



Figura 3.6: Arranjo do túnel de vento, motor (1), inversor de frequência (2) e ventilador (3).



Figura 3.7: Anemômetro.



Figura 3.8: Seção de saída do túnel de vento.

3.3 Medidas experimentais realizadas

Os ensaios experimentais foram planejados com o objetivo de identificar os efeitos da velocidade do ar, da temperatura da superfície do cilindro e da umidade.

As medidas realizadas durante os experimentos foram:

- ❖ Medidas das temperaturas na superfície do tubo e na superfície da camada de frost.
- ❖ Medidas de temperaturas de bulbo seco e úmido antes da entrada do arranjo de tubos.
- ❖ Medidas da vazão do ar.
- ❖ Medida da espessura da camada de *frost* em torno dos cilindros.

3.3.1 Medição da espessura do frost

Antes de iniciar o processo de medição da espessura do *frost* posicionou - se as câmeras filmadoras paralelamente ao perfil da superfície de teste, e outra câmera na sua diagonal.

Para a análise da espessura do *frost* foi utilizado o *software* Adobe Photoshop CS5 para o

tratamento das imagens. através deste foi possível fixar uma mesma escala de medição e sobrepor todas as imagens, tendo com referência o tempo inicial.

Para a monitoração da formação do *frost*, foram utilizadas duas câmeras da Samsung modelo SCB, a vantagem dessa câmera, é que necessita de uma iluminação mínima de 0,5 lux, não precisando dessa forma de uma iluminação especial. A outra câmera utilizada foi da marca Sony linha Cyber Shot, modelo DSC-W510 com resolução de 12.1 megapixels.

A Figura 3.9 mostra as câmeras utilizadas para o monitoramento da formação e crescimento do frost, e a Figura 3.10 mostra o método para obter a espessura do frost com o passar do tempo.



Figura 3.9: Câmeras utilizadas

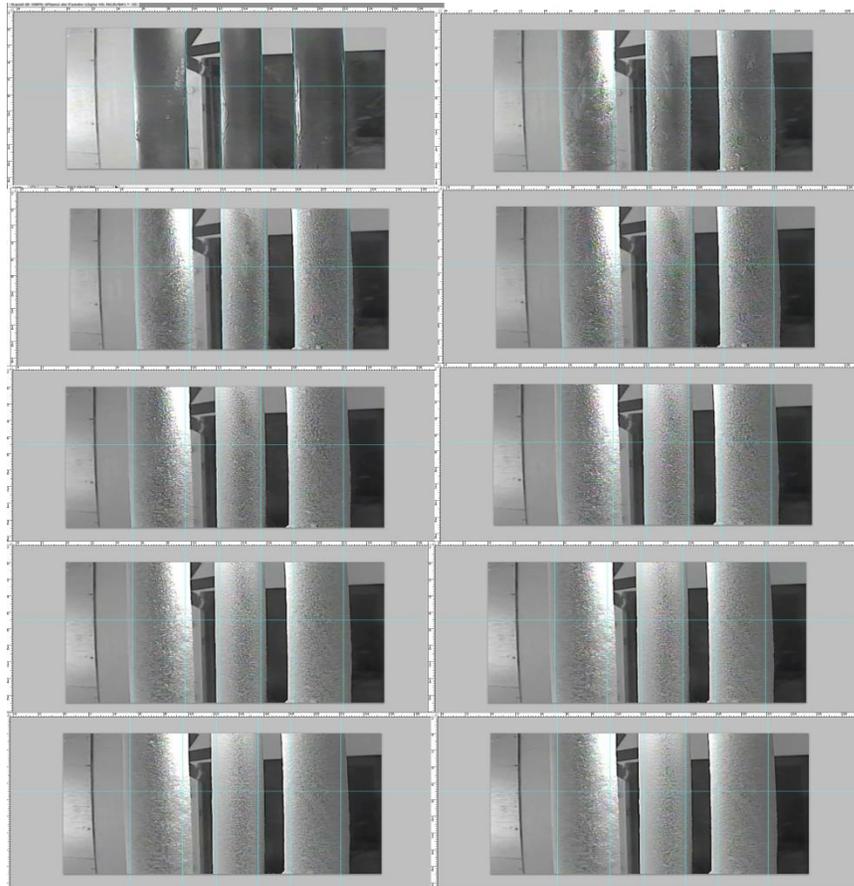


Figura 3.10: Análise da espessura de *frost* no arranjo triangular de tubos

3.3.2 Sistema de medição de temperatura

As temperaturas de cada uma das seções do túnel de vento, na saída e entrada de fluxo do fluido secundário e nas paredes externas aos tubos verticais foram termopares do tipo T, de (cobre/constantan), que atende com grande confiabilidade o intervalo de temperatura de interesse (-5°C a -25°C).

As temperaturas de bulbo seco e úmido foram medidas por meio de termopares posicionados antes e depois dos cilindros para determinar a umidade do ar nesses pontos.

Para garantir a qualidade e a precisão necessárias para avaliação das temperaturas calibraram-se todos os termopares tendo um termômetro padrão como referencial. As curvas de calibração encontram-se no Apêndice A.

Para obtenção dos dados utilizou se um sistema de aquisição de dados da marca NOVUS, mostrado na Figura 3.11. O sistema é composto por um conversor digital USB-i485, e por dois módulos de Aquisição e Registro de Dados – FieldLogger.

O sistema de aquisição foi configurado para fornecer a temperatura instantânea em cada um dos pontos monitorado, na escala Celsius [°C], a cada 30 segundos, a partir do início das medições.



Figura 3.11: Vista geral do sistema de aquisição de dados.

Foi utilizado um termômetro infravermelho para medir a temperatura superficial do *frost* em cada cilindro (fig. 3.12), para isto, foi fixado um mesmo ponto em cada cilindro e para não ter interferência do acrílico, foi feito uma abertura no acrílico, que era aberto toda vez que era tomada as medidas. O valor de emissividade utilizada como referência foi o da neve que é de 0,9.



Figura 3.12: Termômetro infravermelho.

3.4 Descrição do procedimento experimental

O procedimento experimental pode ser resumido da seguinte forma: primeiro ligava-se o disjuntor central responsável pela alimentação de energia para todo o sistema e depois o compressor para o funcionamento da unidade de refrigeração. Posteriormente, o termostato era ligado e indicado a sua temperatura de teste. Em seguida acionava-se a bomba para a circulação do fluido secundário.

Paralelamente a este procedimento o álcool era resfriado em um trocador de calor pela unidade condensadora até atingir o regime permanente e estabilidade na temperatura de trabalho desejada.

As câmeras eram colocadas em duas posições: uma paralela e a outra diagonal aos cilindros permitindo o registro de imagens da formação do frost.

Após a estabilização da temperatura de trabalho, dava-se início aos ensaios.

A tabela 3.4 mostra os valores das variáveis utilizadas, já a tabela 3.5 mostra os testes realizados.

Tabela 3.4: Valores das variáveis experimentais

Re_D	$v_\infty(m/s)$	\dot{m}_{ar} (m^3/s)	úmidade (kg/kg)	T_s ($^\circ C$)
62,655	0,0338	0,00375	0,01567	-25
996,22	0,614	0,1225	0,01464	-20
1930,79	1,19	0,16	0,01378	-15
3845,36	2,37	0,26	0,01292	-10 e -5

Tabela 3.5 Variáveis experimentais

<i>N^o</i>	<i>T_s [°C]</i>	<i>v_∞ [m/s]</i>
1	-25	0,038
2	-25	0,64
3	-25	1,19
4	-25	2,37
5	-20	0,038
6	-20	0,64
7	-20	1,19
8	-20	2,37
9	-15	0,038
10	-15	0,64
11	-15	1,19
12	-15	2,37
13	-10	0,038
14	-10	0,64
15	-10	1,19
16	-10	2,37
17	-5	0,038
18	-5	0,64
19	-5	1,19
20	-5	2,37

3.5 Incerteza de medição

O Apêndice B mostra o cálculo da incerteza de medição de todas as variáveis envolvidas no experimento. Os resultados obtidos estão resumidos na Tabela 3.6, na qual a incerteza expandida percentual foi avaliada em função dos valores máximos encontrados para cada variável.

Tabela 3.6 Incerteza

<i>Variável</i>	<i>Incerteza expandida absoluta</i>
T	$\pm 0,3^{\circ}\text{C}$
<i>v</i>	$\pm 0,06\text{m/s}$
δ (mm)	$\pm 0,1\text{mm}$

3.6 Síntese do capítulo

Neste capítulo foram apresentados os detalhes construtivos e operacionais do aparato experimental, incluindo os aspectos relacionados à análise de incertezas envolvidas no experimento. O processamento dos dados também foi apresentado, juntamente com as faixas de aplicação e o planejamento dos experimentos. Os dados experimentais obtidos na bancada são fundamentais para a validação do modelo teórico que prevê o crescimento do *frost*, e para o cálculo do coeficiente de transferência de calor, foco principal do capítulo a seguir.

4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

4.1 Introdução

Neste capítulo descreve-se o modelo matemático de formação de *frost* utilizado por Tao et. al. (1993) e Salinas (1996) para o caso de placas planas, que foi adaptado e utilizado neste trabalho para análise do processo de formação de *frost* em torno de um cilindro vertical. Como já mencionado anteriormente, para ter uma maior aproximação com o fenômeno físico, a modelagem matemática considera as etapas mais importantes na formação de *frost* como é proposto por Tao et. al. (1993), que subdividiram o processo nessas duas fases:

1. Crescimento unidimensional dos cristais.
2. Ramificação dos cristais e formação da camada porosa.

A primeira etapa refere-se ao período no qual há formação e ocorrência do crescimento de gelo na direção vertical à superfície resfriada.

No período de crescimento unidimensional do cristal pode ser dividido em duas sub - etapas:

- ❖ Formação de Núcleos de gelo, ($t = 0$, $t = t_{tr1}$)

Esta etapa acontece desde o instante inicial de transição ($t = 0$) até o momento em que se formam as primeiras gotículas de água sobre a superfície fria, estas unem-se, formando núcleos de cristais de gelo, identificando-se este tempo como tempo de transição t_{tr1} . Nesta etapa os dados utilizados na modelagem são obtidos de Tao et. al (1992).

- ❖ Crescimento unidimensional, ($t = t_{tr1}$, $t = t_{tr2}$)

Neste período ocorre o crescimento dos cristais na direção perpendicular a superfície. A identificação do tempo de transição 2 (t_{tr2}) é objeto de muita discussão pela dificuldade de sua medição.

O tempo de transição ($t = t_{tr1}$, $t = t_{tr2}$) estabelece que haja uma transição de uma fase para outra. Para este trabalho foi utilizado os tempos de transições citado por Tao et al. (1992), a Figura 4.1 mostra os valores de t_{tr1} e t_{tr2} para diversas condições ambientais e diversos números de Reynolds (Re).

A etapa da ramificação dos cristais ($t = t_{tr2}$, $t = t$) é a fase onde os cristais vizinhos começam a interagir entre si formando uma rede complexa e porosa. Cada fase terá um modelamento matemático diferente, pois a segunda fase, onde acontece a ramificação dos cristais, o gelo é considerado como poroso, para resolver as equações que regem essa fase será utilizado a técnica da média volumétrica desenvolvida por Whitaker (1977) para modelagem de processos de secagem em meios porosos e utilizada no estudo de formação de frost por (Tao et al., 1992) e Salinas (1996).

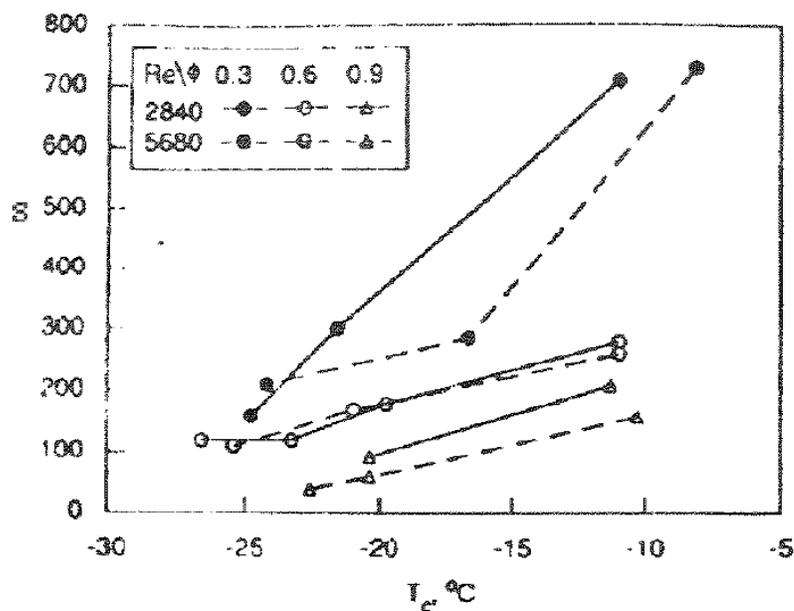


Figura 4.1: Tempo de transição ($t_{tr2} - t_{tr1}$), (Tao et al., 1992).

A Figura 4.2 apresenta um esquema simplificado do processo de crescimento do *frost*.

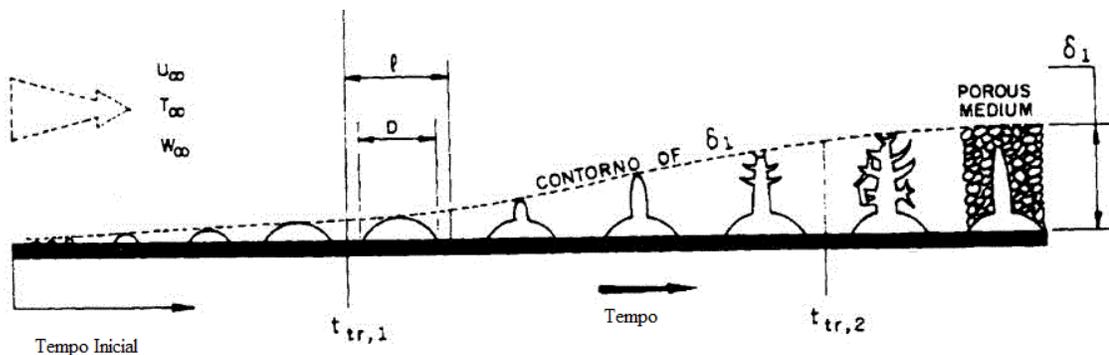


Figura 4.2: Processo e formação de frost.

4.2 Modelagem do Primeiro Estágio do processo de formação de *frost* .

A primeira etapa no processo de formação de frost corresponde à formação de núcleos e crescimento unidimensional na direção perpendicular a superfície. Este processo mesmo sendo extremamente rápido, é importante na modelagem do processo de formação de frost e sua influência se notará na segunda fase, ou seja, a primeira fase é uma etapa que deve ser cumprida para que se atinja à próxima fase.

❖ Os núcleos de gelo formados sobre a superfície fria do cilindro simulam uma floresta de elementos de gelo de uma base, comprimento e espaçamento determinados, sobre os quais se tem ar úmido escoando.

❖ No processo de formação de frost acontece de forma simultânea a transferência de calor e de massa e conseqüentemente as equações governantes para este estágio são obtidas de balanços de calor e de massa.

A figura 4.3 mostra o esquema do modelo físico do crescimento do cristal de gelo.

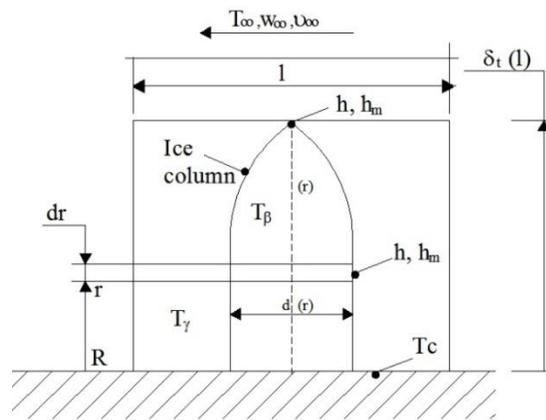


Figura 4.3: Esquema do modelo físico de crescimento do cristal de gelo.

4.2.1 Equações Governantes

a) Equação de Energia

Considerando-se uma parcela dr da figura 4.3 e efetuando um balanço de energia e de massa, tem-se a seguinte forma:

Através da equação da energia, efetua-se o seguinte balanço de calor:

{Variação da energia interna} + {calor latente devido à mudança de fase na fronteira} =
 {fluxo de calor entrando no volume} – {fluxo de calor saindo do volume}

$$\rho_{\beta} c p_{\beta} \frac{\partial T}{\partial t} \frac{\pi}{4} d^2 dr - \rho_{\beta} h_{sg} \frac{\pi}{4} \left[\left(d + \frac{\partial d}{\partial t} dt \right)^2 - d^2 \right] dr = q_r + q_{conv} - q_{r+dr} \quad (4.1)$$

Escrevendo os termos de fluxo de calor,

$$\rho_{\beta} c p_{\beta} \frac{\partial T}{\partial t} \frac{\pi}{4} d^2 dr - \rho_{\beta} h_{sg} \frac{\pi}{4} 2d \frac{\partial d}{\partial t} dr =$$

$$k_{\beta} \left(\frac{\pi}{4} d^2 \right) \frac{\partial T}{\partial r} + h_{sg} (\pi d dr) (T_{\gamma} - T_{\beta}) - \left\{ k_{\beta} \left(\frac{\pi}{4} d^2 \right) \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left[k_{\beta} \left(\frac{\pi}{4} d^2 \right) \frac{\partial T}{\partial r} \right] dr \right\}$$

(4.2)

Rearranjando a equação:

$$\rho_{\beta} \cdot c p_{\beta} \cdot d \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = k_{\beta} \cdot d \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + 2k_{\beta} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial d}{\partial r} - 4h_c (T - T_{\gamma}) + 2\rho_{\beta} \cdot h_{sg} \frac{\partial d}{\partial t} \quad (4.3)$$

{Variação da energia interna} = {Fluxo de calor por condução} + {Fluxo de calor por convecção} – {Fluxo de calor latente devido a mudança de fase}

b) Equação da difusão:

Através da equação da difusão, efetua-se o seguinte balanço de massa:

$$\rho_{\beta} \frac{\pi}{4} \frac{d}{dt} \left[\left(d + \frac{\partial d}{\partial t} dt \right)^2 - d^2 \right] dr = h_m (\pi d dr) (w_{\gamma} - w_{\beta}) \therefore \quad (4.4)$$

$$\rho_{\beta} \frac{\pi}{4} 2d \frac{\partial d}{\partial t} dr = h_m (\pi d dr) (w_{\gamma} - w_{\beta}) \therefore \quad (4.5)$$

Em que w_{β} indica concentração avaliada temperatura T_{β} da fase sólida e resulta em:

$$\rho_{\beta} \frac{\partial d}{\partial t} = 2h_m (w_{\gamma} - w_{\beta}) \quad (4.6)$$

As equações (4.3) e (4.6) referem-se ao modelo do primeiro estágio do processo de formação de frost e este é considerado como unidimensional. Através das condições iniciais e de contorno para esse estágio pode-se obter as soluções analíticas para as equações (4.3) e (4.6).

4.2.1.1 Condições de contorno

Desta maneira, as equações (4.3) e (4.6) estão sujeitas às seguintes condições de contorno:

a) $r = \delta$

Na superfície do *frost*, neste caso, ocorre transferência de massa. Supõe-se o diâmetro da superfície da camada de frost igual a d_0 , e tem-se:

$$d = d_0 \quad (4.7)$$

$$\rho_{\beta} h_{sg} d_0 \frac{\partial \delta}{\partial t} = k_{\beta} d_0 \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{\delta} + h_c d_0 (T_{\infty} - T_s) \therefore \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{\delta} = \frac{h_c}{k_{\beta}} (T_{\infty} - T_s) + \frac{\rho_{\beta} h_{sg}}{k_{\beta}} \frac{\partial \delta}{\partial t} \quad (4.8)$$

$$\rho_{\beta} d_0 \frac{\partial \delta}{\partial t} = h_m d_0 (w_{\infty} - w_{\delta}) \therefore \frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{h_m}{\rho_{\beta}} (w_{\infty} - w_{\delta}) \quad (4.9)$$

b) $r = 0$

Na superfície do cilindro, o diâmetro da superfície da camada de frost é assumido igual ao seu posterior e a temperatura de superfície de frost é igual à temperatura de evaporação:

$$T_s = T_e \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial d}{\partial r} = 0 \quad (4.11)$$

c) Condições iniciais do fenômeno:

$$d = d_0 \quad (4.12)$$

$$\delta = \delta_0 \quad (4.13)$$

$$T = T_c \quad (4.14)$$

4.2.1.2 Equações Governantes Adimensionais

A seguir será realizada uma adimensionalização das equações governantes, utilizando as variáveis a seguir:

$$t^* = \frac{t}{\delta_0^2/a} \quad \text{Sendo que } a^* = \frac{k_\beta}{\rho_\beta cp_\beta}$$

$$\delta_f^* = \frac{\delta_f}{\delta_0}, \quad r^* = \frac{r}{\delta_0}, \quad d^* = \frac{d}{\delta_0}, \quad \rho_v^* = \frac{\rho_v}{\rho_{of}}$$

$$Bim_\beta^* = \frac{h_m \delta_0 cp_\beta}{k_\beta}, \quad Bi_\beta^* = \frac{h_c \delta_0}{k_\beta}, \quad Ja^* = \frac{cp_\beta \Delta t}{h_{sg}}$$

Fazendo as simplificações necessárias, tem-se:

a) Equação da Energia:

$$d \frac{\partial T}{\partial t} = d \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + 2 \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial d}{\partial r} - 4Bi_{\beta}^* (T - T_{\gamma}) + \frac{2}{Ja^*} \frac{\partial d}{\partial t} \quad (4.15)$$

b) Equação da Difusão:

$$\frac{\partial d}{\partial t} = 2Bim_{\beta}^* (w_{\gamma} - w) \quad (4.16)$$

c) Condições de contorno

$$\frac{d\delta_f}{dt} = Bim_{\beta}^* (w_{\infty} - w) \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = Bi_{\beta}^* (T_{\infty} - T) + \frac{1}{Ja^*} \frac{d\delta_f}{dt} \quad (4.18)$$

$$T = T_c \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial d}{\partial r} = 0 \quad (4.20)$$

4.2.2 Equações de acoplamento entre os dois estágios

Para aplicar o modelamento de um estágio para outro é preciso que se tratem apropriadamente os resultados obtidos na primeira etapa para serem utilizados na seguinte. A forma de tratamento são as seguintes, para cada uma das i subdivisões, segundo (Tao et al., 1992)

❖ Fração volumétrica $\varepsilon_{\beta i}$, é avaliada de:

$$\varepsilon_{\beta i} = \frac{\pi d_i^2}{4l^2} \quad (4.21)$$

❖ Temperatura T_i

$$T_i = \varepsilon T_{\beta i} + (1 - \varepsilon_{\beta i}) T_{\gamma} \quad (4.22)$$

4.3 Segundo estágio do processo de formação de frost

Para esta etapa, utiliza-se um modelo para meio poroso desenvolvido por Whitaker (1977), que é baseado na Média Volumétrica Local. A formulação do fenômeno de formação de frost no segundo estágio é desenvolvida a partir das equações básicas que regem o fenômeno de transporte de calor e massa. Este modelo é utilizado por alguns autores entre os principais Tao et al.(1992) e Salinas (1996), utilizaram este modelo completo para o meio poroso no estágio final, e evitou simplificações, dessa forma apresentou uma formulação geral utilizando a Técnica de Média Volumétrica Local que pode ser aplicada para geometrias cilíndricas.

Para formulação das equações governantes será adotada as restrições e hipóteses mencionadas abaixo.

Restrições

- ❖ Equilíbrio termodinâmico entre a fase sólida β e líquida líquida ($T_{fasesolida} = T_{faseliquida}$);
- ❖ Processo de difusão mais significativo que o processo convectivo dentro do meio poroso;
- ❖ Ar na condição de saturação dentro do meio poroso;
- ❖ Entalpia independente da pressão, $h = h(T)$ para as fases β (sólido) e γ (gasoso);
- ❖ c_p das fases são constantes, $h = c_p * T + c$ para as fases β (sólido) e γ (gasoso);
- ❖ Condutividade térmica constante para as fases β (sólido) e γ (gasoso);
- ❖ A fase β (sólido) só tem uma componente;
- ❖ Trabalho de compressão e dissipação para as fases β (sólido) e γ (gasoso) desprezíveis;
- ❖ $\varphi = 0$, sem termo fonte;

- ❖ Não ocorre reação química na fase γ (gasoso).

Hipóteses:

- ❖ Sistema sólido - gás em equilíbrio local.
- ❖ Efeitos convectivos dentro da camada porosa desprezada.
- ❖ Transferência de calor e de massa unidimensional;
- ❖ Pressão interna do meio poroso uniforme.

As equações governantes para as fases β (sólido) e γ (gasoso), para análise do fenômeno de frost em meio poroso, que serão apresentadas no próximo tópico, foram desenvolvidas por Salinas (1996), que utilizou um modelo para meio poroso proposto por Whitaker (1977), que é baseado na Média Volumétrica Local.

Todas as equações governantes foram formuladas para um volume elementar, que é representado na Figura 4.4.

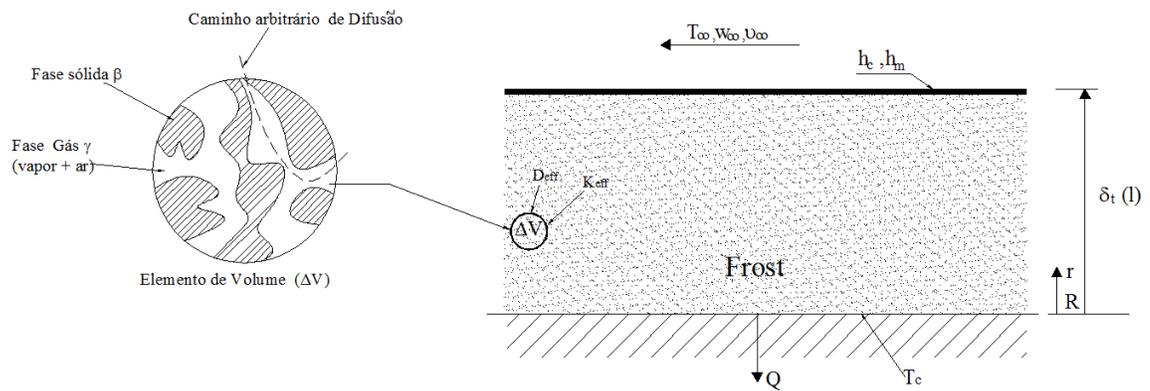


Figura 4.4: Modelo do volume utilizado no interior do meio poroso Tao et al.(1992).

4.3.1 Equações Governantes

Especificando um elemento de volume ΔV dentro do meio poroso conforme mostra a Figura 4.4, obtêm-se as equações (4.23)(4.24) e (4.25):

- a) Balanço de energia:

$$\rho_{\beta} c_{pf} \frac{\partial T}{\partial t} + \dot{m} h_{sg} = \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{eff} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (4.23)$$

b) Equação da Continuidade da fase β (*gelo*) em meio poroso sob a hipótese de presença de ar saturado.

$$\frac{\partial \varepsilon_{\beta}}{\partial t} = \dot{m} = w - w_{sat} \quad (4.24)$$

c) Equação de Difusão da fase γ (*gasoso*)-vapor:

$$\frac{\partial \varepsilon_{\gamma}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left(D_{eff} \frac{\partial w}{\partial r} \right) \quad (4.25)$$

Verifica-se que entre os valores de umidade determinados existem alguns acima da condição de saturação, os que forem encontrados serão sublimados, ou seja, convertidos para gelo aumentando a fração de sólido.

As equações (4.23), (4.24) e (4.25) referem-se ao modelo do segundo estágio do processo de formação de frost.

4.3.1.1 Condições de contorno

Através das condições iniciais e de contorno para esse estágio pode-se obter a resolução das equações (4.23) (4.24) e (4.25).

As condições iniciais estão sujeitas às mesmas condições iniciais da formulação para o primeiro estágio.

a) Na superfície do cilindro em $r = 0$:

$$T_s = T_e \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_d}{\partial r} = 0 \quad (4.27)$$

b) Na superfície da camada de frost, as condições de fronteira móvel em $r = \delta$ são expressas da seguinte forma:

$$h_m(w_\infty - w_\delta) = D_{ef,\delta} \frac{\partial w}{\partial r} + \rho_{f,\delta} \quad (4.28)$$

$$h_c(T_\infty - T_s) = k_{ef} \frac{\partial T}{\partial r} - \rho_{f,s} h_{sg} \frac{\partial \delta}{\partial t} \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_\delta(r=\delta_f, t)}{\partial r} = 0 \quad (4.30)$$

c) Condições Iniciais:

São obtidas das equações de acoplamento utilizando os resultados do primeiro estágio.

4.3.1.2 Equações Governantes Adimensionalizadas

As equações que modelam o segundo estágio, são adimensionalizadas utilizando as variáveis a seguir:

a) Equação da Energia

$$t^* = \frac{t}{\delta_o^2 / \alpha_{oeff}}$$

$$r^* = \frac{r}{\delta_o}$$

$$T^* = \frac{T}{T_\infty - T_c} = \frac{T}{\Delta T}$$

$$\rho_{fo}^*, \quad \delta_o^*, \quad \partial r = \delta_o^* \partial r, \quad \partial T^* = \Delta T^* \partial T,$$

$$\alpha_{oeff}^* = \frac{k_{oeff}^*}{\rho_{fo}^* cp_{fo}^*}, \quad \partial t^* = \frac{\delta_o^{*2}}{\alpha_{oeff}^*} \partial t$$

Substituindo Δt^* , Δr^* , ΔT^* , e dividindo por ρ_{fo}^* , cp_{fo}^* na equação 4.23, tem-se:

$$\frac{\rho_f^* c p_f^*}{\rho_{fo}^* c p_{fo}^*} - \frac{\Delta T^* \partial T}{\frac{\delta_o^{*2}}{\alpha_{oeff}^*} \partial t} + \frac{\Delta h_{sg}^* \dot{m}}{\rho_{fo}^* c p_{fo}^*} = \frac{1}{\rho_{fo}^* c p_{fo}^*} \frac{\partial}{\delta_o^{*2} \partial r} \left(k_{eff}^* \Delta T^* \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (4.31)$$

E sejam:

$$\rho_f = \frac{\rho_f^*}{\rho_{fo}^*}, \quad c p_f = \frac{c p_f^*}{c p_{fo}^*}, \quad k_{eff} = \frac{k_{eff}^*}{k_{oeff}^*}$$

$$P_2 = \frac{\Delta h_{sg}^*}{c p_{fo}^* \Delta T^*}, \quad \dot{m} = \frac{\dot{m}^*}{\rho_{fo}^* \alpha_{oeff}^* / \delta_o^{*2}}$$

Então:

$$\rho_f c p_f \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\Delta h_{sg}^* \delta_o^{*2} \dot{m}}{\rho_{fo}^* c p_{fo}^* \Delta T^* \alpha_{oeff}^*} = \frac{\delta_o^{*2}}{\rho_{fo}^* c p_{fo}^* \Delta T^* \alpha_{oeff}^*} \frac{\partial}{\delta_o^{*2} \partial r} \left(k_{eff}^* \Delta T^* \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

$$\rho_f c p_f \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\Delta h_{sg}^* \dot{m}}{c p_{fo}^* \Delta T^* \rho_{fo}^* \alpha_{oeff}^* / \delta_o^{*2}} = \frac{1}{\rho_{fo}^* c p_{fo}^* k_{oeff}^* / \rho_{fo}^* c p_{fo}^*} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{eff}^* \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

Finalmente tem-se

$$\rho_f c p_f \frac{\partial T}{\partial t} + P_2 \dot{m} = \frac{\partial}{\partial r} k_{eff} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (4.32)$$

b) Equação da Continuidade da Fase do Gelo (β)

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t^*} + \frac{\dot{m}^*}{\rho_\beta^*} = 0$$

Sejam:

$$P_1 = \frac{\rho_\beta^*}{\rho_{fo}^*}, \quad \partial t^* = \frac{\delta_o^{*2}}{\alpha_{oeff}^*} \partial t, \quad \dot{m} = \frac{\dot{m}^*}{\rho_{fo}^* \alpha_{oeff}^* / \delta_o^{*2}}$$

Substituindo:

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta}{\frac{\delta_o^{*2}}{\alpha_{oeff}^*} \partial t} + \frac{\dot{m}^*}{\rho_\beta^*} = 0$$

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t} + \frac{\dot{m}^*}{\delta_o^* \alpha_{o\text{eff}}^* / \delta_o^{*2}} \frac{1}{\rho_\beta^* / \rho_{fo}^*} = 0$$

Então:

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta}{\partial t} + \frac{\dot{m}}{P_1} = 0 \quad (4.33)$$

c) Equação de Difusão de Fase Gasosa (vapor)

Adimensionalizando a equação 4.25:

$$\frac{\partial}{\frac{\delta_o^{*2}}{\alpha_{o\text{eff}}^*} \partial t} \left(\varepsilon_\gamma \frac{\rho_v^*}{\rho_{fo}^*} \right) - \frac{\dot{m}^*}{\rho_{fo}^* \delta_o^{*2} \partial r^*} \left(D_{eff}^* \frac{\partial}{\rho_v^*} \right)$$

Sejam

$$\rho_v = \frac{\rho_v^*}{\rho_{fo}^*}, \quad D_{eff} = \frac{D_{v\text{eff}}^*}{\alpha_{o\text{eff}}^*}$$

Logo:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_\gamma \rho_v) - \frac{\dot{m}^*}{\rho_{fo}^* \alpha_{o\text{eff}}^* / \delta_o^{*2}} = \frac{\partial}{\delta_o^{*2} \partial r} \left(\frac{D_{v\text{eff}}^*}{\alpha_{o\text{eff}}^* / \delta_o^{*2}} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho_v^*}{\rho_{fo}^*} \right) \right)$$

Ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_\gamma \rho_v) - \dot{m} = \frac{\partial}{\partial r} \left(D_{eff} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_v) \right) \quad (4.34)$$

❖ Condições de Contorno Adimensionalizadas

Na superfície do gelo:

$$Bim[w_\infty - w(r = \delta_f, t)] = D_{effs} \frac{\partial \rho_v(r=\delta_f, t)}{\partial r} + \rho_f \frac{d\delta_f}{dt} \quad (4.35)$$

$$Bi[T_\infty - T(r = \delta_f, t)] = k_{eff} \frac{\partial T(r=\delta_f, t)}{\partial r} + P_2 \rho_f \frac{d\delta_f}{dt} \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_\beta(r=\delta_f, t)}{\partial r} = 0 \quad (4.37)$$

4.4 Avaliação das propriedades

As propriedades do *frost* são avaliadas utilizando as correlações empíricas encontradas na literatura:

A condutividade térmica é dada por (Dietenberg, 1983):

$$k_{\beta} = \frac{630}{T} \quad (\text{W/m.K}) \quad (4.38)$$

O calor específico pode ser expresso por (Ismail et al., 1997):

$$c_{p\beta} = 2116.56 + 7.2845T \quad (\text{J/kg}^{\circ}\text{C}) \quad (4.39)$$

Segundo Sami et. al. (1989), a massa específica:

$$\frac{1}{\rho_{\beta}} = 0.0010907 + 1.4635 * 10^{-7}T \quad (\text{kg/m}^3) \quad (4.40)$$

As propriedades do ar seco, segundo a ASHRAE (1989) são avaliadas de:

$$k_{ar} = 0.001968 + 8.15 * 10^{-5}T \quad (\text{W/m.K}) \quad (4.41)$$

$$c_{par} = 1004 \quad (\text{J/kg}^{\circ}\text{C}) \quad (4.42)$$

$$\rho_{ar} = \frac{344.9}{T} \quad (\text{kg/m}^3) \quad (4.43)$$

A avaliação da condutividade efetiva da camada porosa de gelo é de vital importância para o modelamento do fenômeno. Uma expressão proposta por Yonko e Sepsy apud Salinas (1996), é muito utilizado em diversos trabalhos, apesar de ter-se um modelo mais completo proposto por Dietenberger (1983), mas para a faixa de massa específica que encontramos neste estudo, as duas

expressões fornecem valores muito semelhante. A expressa o utilizada será de Yonko e Sepsy apud Salinas (1996).

$$k_{eff} = 0.02422 + 7.214 * 10^{-4} \rho_f + 1.1797 * 10^{-6} \rho_f^2 \quad (W/m.K) \quad (4.44)$$

O coeficiente efetivo de difusão é um dos parâmetros de mais difícil determinação, devido aos complexos mecanismos de difusão que acontecem neste fenômeno, Tao et. al (1992), propõe a seguinte equação.

$$D_{eff} = \varepsilon_\gamma D(1 + F) \quad (m^2/s) \quad (4.45)$$

Onde

$$D = 2.19 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1.81} * 10^{-5} \quad (m^2/s) \quad (4.46)$$

Onde D é o coeficiente binário de difusão e pode ser avaliado de Eckert (1954) apud Salinas (1996):

$$D_{eff} = \varepsilon_\gamma D(1 + F_s) \quad (m^2/s) \quad (4.47)$$

Para o cálculo da umidade relativa é necessária à razão da pressão parcial do vapor de água e a pressão de saturação de água à mesma temperatura, estes dados são obtidos em tabelas de água com propriedades do líquido e vapor saturados, e tabelas de ar úmido com propriedades termodinâmicas do ar saturado à pressão atmosférica conforme a seguinte equação(Stoecker & Jones, 1985):

$$\phi = \frac{\text{pressão parcial do vapor d' água}}{\text{pressão de saturação de água pura à mesma temperatura}} \quad (4.48)$$

Já para o cálculo da umidade absoluta, massa de água contida em 1 kg de ar seco, foi utilizada a seguinte correlação:

$$w = \frac{\text{kg de vapor de agua}}{\text{kg de ar seco}} = \frac{p_s/R_s}{(p_t-p_s)/R_a} \quad (4.49)$$

Onde:

w é a umidade absoluta [kg de vapor/kg de ar seco]

P_s é a pressão de saturação [kPa]

R_s é a constante de gás do vapor (461.5 J/kg*K)

p_t é a pressão atmosférica ($p_a + p_s$) [kPa]

R_a é a constante de gás do ar seco (287 J/kg*K)

Assim:

$$W = \frac{287}{461,5} * \frac{p_s}{p_t-p_s} = 0,622 * \frac{p_s}{p_t-p_s} \quad (4.50)$$

Onde a pressão de saturação em qualquer tempo e posição da camada de gelo é avaliada em função da temperatura, usando a equação empírica de ASHRAE(2009), válida para as faixas de $100^\circ\text{C} < T < 0^\circ\text{C}$.

$$\ln(p_{v,sat}) = \frac{C_1}{T} + C_2 + C_3 + C_4 T^2 + C_5 T^3 + C_6 T^4 + C_7 \ln T \quad (4.51)$$

onde:

$$C_1 = -5.674\ 535\ 9\ 10^3$$

$$C_2 = 6.392\ 524\ 7$$

$$C_3 = -9.677\ 843\ 0\ 10^{-3}$$

$$C_4 = 6.221\ 570\ 1\ 10^{-7}$$

$$C_5 = 2.074\ 782\ 5\ 10^{-9}$$

$$C_6 = -9.484\ 024\ 0\ 10^{-13}$$

O valor do calor latente de sublimação pode ser dado pela expressão mostrada em (Parish, 1970):

$$h_{sg} = (-0.04667 * (1.8(T - 273) + 32) + 1220.1) * 2322 \quad (\text{J/kg}) \quad (4.52)$$

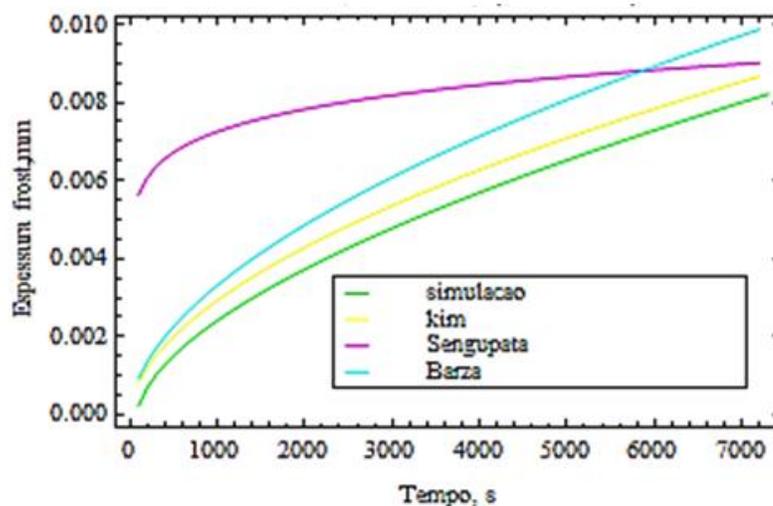
4.5 Correlação do Número de Nusselt

4.5.1 Correlação empírica do Número de Nusselt baseada em dados da literatura.

Inicialmente, foram feitas simulações utilizando o modelo numérico baseado numa correlação empírica do número de Nusselt proposta com Kim et . al (2008) e comparado com os dados experimentais para o crescimento da camada de gelo apresentado em Sengupta et. al (1998) , Barzanoni (2012) e Kim et . al (2008), como se mostra na Fig.4.5.

A proposta então é estimar uma correlação empírica do número de Nusselt baseada num método inverso de aproximação sucessiva da solução direta fornecida pelo modelo numérico descrito na seção anterior que calcula entre outros parâmetros o crescimento da camada de frost com o tempo, pela utilização de uma correlação empírica do Número de Nusselt da bibliografia, e, pela comparação com os dados empíricos do crescimento de frost disponíveis na literatura. A ideia é ajustar uma correlação empírica do número de Nusselt proposta em Kim et al (2008) utilizando um parâmetro multiplicador K, e verificar como se aproxima dos dados experimentais.

A ideia de utilizar a correlação para o número de Nusselt Global sobre um cilindro com formação de frost proposta por Kim et. al (2008) é devido a que ela leva em conta a variação do número de Nusselt com a variação da temperatura, velocidade e umidade.



4.5 Previsão do crescimento do frost e comparação com dados empíricos da literatura

A seguir apresenta-se a correlação proposta por Kim et. al (2008) com o parâmetro multiplicador K utilizado neste trabalho.

$$Nu = (K)0,437.Re^{0.431}.Fo^{0.275}.w_{OO}^{-0.173} * \left(\frac{T_{OOD}}{T_{tpD}}\right)^{-9,61} . \left(\frac{T_{cD}}{T_{tpD}}\right)^{7.221} \quad (4.53)$$

Também, deve-se notar que o número de Nusselt Local pode ser estimado como uma fração (maior ou menor que a unidade) do número de Nusselt Global. Então, pelo método proposto pode se aproximar a correlação para um Nusselt local. Logo, baseado na técnica inversa de aproximações foi calculado K (equação 4.53), que ajusta a simulação numérica aos experimentos.

$$K = \frac{k^+ + k^-}{2} \quad (4.54)$$

Onde K^+ e K^- são os valores que multiplicam a correlação empírica tomada como referência, que é utilizada nas simulações numéricas para o cálculo do coeficiente convectivo e do coeficiente convectivo mássico, que fornecem previsões para o crescimento da camada porosa de gelo acima e abaixo dos dados empíricos. Uma representação gráfica é mostrada na figura 4.5.

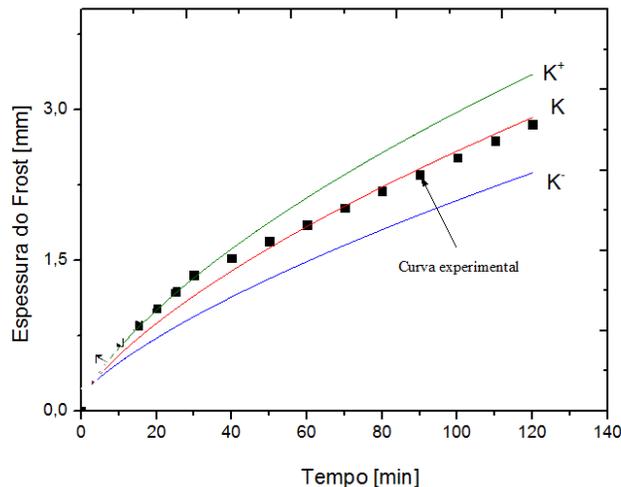


Figura 4.6 :Esquema gráfico da metodologia da estimação do parâmetro K e comparação com a curva de dados experimentais.

Foi utilizada esta metodologia para estimar as correlações de número de Nusselt local para diferentes posições angulares sobre os cilindros para os resultados experimentais obtidos neste

trabalho. Este valor do parâmetro K foi relacionado para os experimentos a seguir, mostrado na tabela 4.1.

Tabela 4.1 Valores para o parâmetro k

Temperatura da superfície = -20 °C - velocidade do ar 0,64 m/s -umidade absoluta 0,1465 kg/kg -											
1 cilindro				2 cilindro				3 cilindro			
0°	45°	300°	180°	0°	45°	300°	180°	0°	45°	300°	180°
0,9	0,9	1,0	0,8	1,2	0,9	1,0	0,8	1,2	0,9	0,9	1,0
Temperatura da superfície = -20 °C - velocidade do ar 2,37 m/s -umidade absoluta 0,1465 kg/kg-											
1 cilindro				2 cilindro				3 cilindro			
0°	45°	300°	180°	0°	45°	300°	180°	0°	45°	300°	180°
0,3	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,2	0,3	0,3	0,3	0,2	0,3
Temperatura da superfície = -15 °C - velocidade do ar 0,0338 m/s -umidade absoluta 0,1465 kg/kg-											
1 cilindro				2 cilindro				3 cilindro			
0°	45°	300°	180°	0°	45°	300°	180°	0°	45°	300°	180°
2,5	2,1	2,1	2,1	2,5	2,1	2,5	2,1	2,1	2,1	2,1	2,5
Temperatura da superfície = -15 °C - velocidade do ar 0,614 m/s -umidade absoluta 0,1465 kg/kg-											
1 cilindro				2 cilindro				3 cilindro			
0°	45°	300°	180°	0°	45°	300°	180°	0°	45°	300°	180°
0,6	0,5	0,5	0,6	0,6	0,5	0,5	0,6	0,6	0,5	0,5	0,6
Temperatura da superfície = -15 °C - velocidade do ar 2,37 m/s -umidade absoluta 0,1465 kg/kg-											
1 cilindro				2 cilindro				3 cilindro			
0°	45°	300°	180°	0°	45°	300°	180°	0°	45°	300°	180°
0,3	0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2

A Tabela 4.2 é um resumo das correlações empíricas de outros pesquisadores, que foram utilizadas para comparar com a correlação do Nusselt experimental.

Tabela 4.2 Correlações empíricas do *frost*.

<i>Pesquisador</i>	<i>Condições ambientais</i> (T_{ar}, V, w, T_p, t)	<i>Correlações empíricas do frost</i>

(Schneider, 1978)	$5 \leq T_a [^{\circ}C] \leq 15;$ $1,2 \leq V \left[\frac{m}{s} \right] \leq 10;$ $5,40 \leq w \left[\frac{g}{kg_a} \right] \leq 10,60;$ $-25 \leq T_p [^{\circ}C] \leq -5;$ $0 \leq t [min] \leq 200$	$\delta_f = 0,465 \left[\frac{k_{ice}}{\Delta h_s \rho_{ice}} t (T_f - TP) \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{t}{1h} \right)^{-0,03}$ $\frac{T_f - T_p}{1K} \pi^{0,25} \left(1 + 0,0052 \frac{T - T_M}{T_M - T_w} \right)$
(Sengupta, Sherif, & Wong, 1998)	$T_a = 29 [^{\circ}C]$ $1,5 \leq V \left[\frac{m}{s} \right] \leq 4,4;$ $10,0 \leq w \left[\frac{g}{kg_a} \right] \leq 20,0;$ $T_p = -15 [^{\circ}C],$ $0 \leq t [min] \leq 120$	$\delta_f = 0,84dRe^{-0,15} Pr^{0,65} (1+w)^{0,71} Fo^{0,11}$ $Nu = 0.13Re^{0.75} Pr^{0.62} (1+w)^{0.71} (1+Fo)^{0.032}$
(Kim et al., 2008)	$700 \leq Re \leq 3000$ $56,8 \leq Fo \leq 295,7$ $0 \leq t [min] \leq 120$ $0,5 \leq V \left[\frac{m}{s} \right] \leq 2,0;$ $2,8 \leq w \left[\frac{g}{kg_a} \right] \leq 5,68;$ $-32 \leq T_c \leq -20^{\circ}C$	$\delta_f d. 3,236. Re^{4.447 \cdot 10^{-2}} \cdot Fo^{0.55} \cdot w^{1,267} \cdot \left(\frac{T_{ooD}}{T_{tpD}} \right)^{-14,8}$ $* \left(\frac{T_{cD}}{T_{tpD}} \right)^{-14,884}$ $Nu = 0,437. Re^{0,431} \cdot Fo^{0,275} \cdot w^{0,173}$ $* \left(\frac{T_{ooD}}{T_{tpD}} \right)^{-9,61} \cdot \left(\frac{T_{cD}}{T_{tpD}} \right)^{7,221}$
(Barzanoni et. al (2012)	$3000 \leq Re \leq 1200$ $2.66 Fo \leq 8.16$ $0 \leq t [min] \leq 180$ $0,5 \leq V \left[\frac{m}{s} \right] \leq 2,0;$ $0.00555 \leq w \left[\frac{kg}{kg} \right] \leq 0.00932;$ $-25 \leq T_c \leq -15^{\circ}C$	$\delta_f 0.013193. Re^{0.08} \cdot Fo^{0.2949} \cdot w^{0.1984} \cdot \left(\frac{T_{ooD}}{T_{tpD}} \right)^{18.77}$ $* \left(\frac{T_{cD}}{T_{tpD}} \right)^{13.8}$

4.5.2 Correlação empírica do Número de Nusselt com dados obtidos experimentalmente

A Figura 4.7 representa o volume de controle definindo a fronteira onde é feito o balanço de energia e massa, as variáveis independentes do experimento são a temperatura (T), pressão (p) e umidade absoluta (φ), medidas na entrada e na saída do VC, e a vazão mássica de ar (\dot{m}_a).

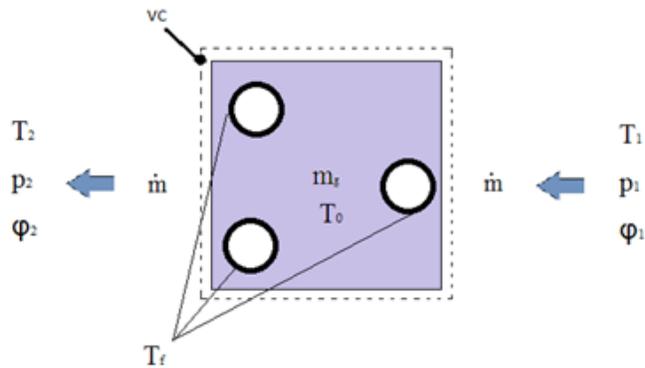


Figura 4.5 Volume de controle no evaporador de teste.

A equação 4.55 apresenta o balanço de energia:

$$Q_{tot} = \dot{m}_a * C_{p,a}(T_{a,in} - T_{a,out}) + \dot{m}_a * h_{sg}(W_{a,in} - W_{a,out}) \quad (4.55)$$

Através do balanço de energia mostrado na equação 4.55, é possível obter o coeficiente de transferência de calor h_c conforme mostrado na equação 4.56.

$$h_c = \frac{\dot{m}_a C_{p,a}(T_{a,in} - T_{a,out})}{A_{tot}(T_{a,med} - T_{fs})} \quad (4.56)$$

Onde h_c refere-se ao coeficiente de convecção, \dot{m}_a à vazão de ar, $C_{p,a}$ é o calor específico do ar, $T_{a,in}$ temperatura do ar na entrada da seção de teste, $T_{a,out}$ é a temperatura de saída na seção de teste, A_{tot} área total de contato, $T_{a,med}$ temperatura do ar médio entre a entrada e a saída da seção de teste, por último T_{fs} é a temperatura superficial do frost.

As fileiras de tubos que formam um feixe podem ser alinhadas ou desalinhadas em relação à direção principal do escoamento. A configuração de um banco de tubos é caracterizada pelo

diâmetro do tubo, d_{cil} , e pelas distâncias transversal, s_T , e longitudinal, s_L , ambas medidas a partir do centro dos tubos (Figura 4.8). O coeficiente convectivo para um tubo colocado na primeira fileira em relação ao fluxo externo é aproximadamente igual ao de um tubo simples colocado em uma corrente cruzada. Os tubos colocados internamente no feixe terão maiores coeficientes convectivos. (Incropera, 2008)

O número de Reynolds foi calculado com velocidade local, $V_{m\acute{a}x}$. Esta velocidade máxima depende, evidentemente, do arranjo dos tubos. No caso do trocador utilizado no presente experimento, com arranjo de tubos alinhados, a velocidade máxima ocorrerá no plano transversal ao escoamento. A Figura (4.8) mostra a geometria da posição dos tubos.

$$V_{max} = \frac{s_T}{s_T - d_{cil}} V_{\infty} \quad (4.57)$$

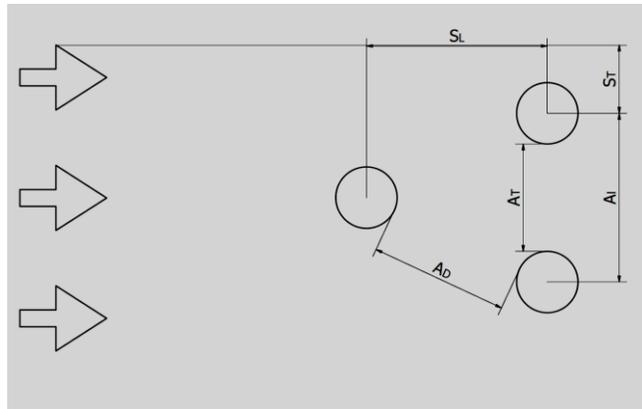


Figura 4.6: Geometria da posição dos tubos.

A V_{max} foi calculada através da equação (4.57) e comparada com a simulação do escoamento ao redor dos cilindros com a ajuda do software *Ansys Fluent 14*. Desses resultados foram obtidos os campos de velocidades para o arranjo triangular de tubos, a tabela 4.3 mostra a comparação das velocidades máximas usando a equação e a simulação, os erros foram pequenos entre os dois resultados. As velocidades máximas obtidas na configuração são aproximadamente 1,5 vezes maiores que a velocidade de entrada.

O procedimento da simulação será detalhado posteriormente no próximo capítulo

Tabela 4.3 Velocidade máxima.

V_{∞}	V_{max} (eq. 4.58)	V_{max} (simulação)	Erro (%)
0,0338	0,05225	0,0495	5,263 %
0,614	0,955	0,902	5,549%
1,19	1,851	1,757	5,078%
2,37	3,686	3,471	5,832%

O Nu_d é o número de Nusselt referenciado ao diâmetro d do tubo, Re_d é o número de Reynolds do escoamento referenciado ao diâmetro d_{cil} .

$$Re_d = \frac{\rho V_{max} d_{cil}}{\mu} = \frac{V_{max} d_{cil}}{\nu} \quad (4.58)$$

$$Nu = h_c * d_{cil} / k_{Ar} \quad (4.59)$$

Foi realizada a estimação experimental de uma correlação empírica para a obtenção do número de Nusselt Global sobre o arranjo de tubos com formação de *frost* baseada nas medições experimentais feita numa seção de teste no interior de um túnel de vento. A correlação empírica foi baseada nos parâmetros adimensionais que afetam a formação de *frost* sobre os cilindros, para a seguinte faixa das variáveis ambientais:

$$\begin{aligned} 18 \leq T_a [^{\circ}C] \leq 30; \\ 0,0338 \leq V \left[\frac{m}{s} \right] \leq 2,37; \\ -25 \leq T_s [^{\circ}C] \leq -5; \end{aligned}$$

Através do método numérico (Ruggiero e Lopes (1998), Cunha (2013) e (Guimarães, 2003)) foi linearizada a equação 4.60 (no apêndice C).

$$\text{Nu} = \alpha_1 * \text{Re}_D^{\alpha_2} (\text{Fo})^{-\alpha_3} \left(\frac{T_s}{T_\infty}\right)^{\alpha_4} (w)^{\alpha_5} \quad (4.60)$$

e utilizando os resultados dos coeficiente de transferência de calor, do número de Reynolds, e as medições do número de Fourier, as temperaturas e a umidade, foram encontrados os coeficientes,

$$\alpha_1 = 0.69594$$

$$\alpha_2 = 0.35364$$

$$\alpha_3 = -0.375$$

$$\alpha_4 = 1.2125$$

$$\alpha_5 = 0.0105$$

4.5.3 Procedimentos da simulação do campo de velocidade

Para a simulação do campo de velocidade, foi utilizado o software da *Ansys Fluent 14*. A figura 4.9 mostra o fluxo de trabalho da simulação realizada.



Figura 4.7 Fluxo de Trabalho da simulação realizada.

Uma vez feita a geometria, a malha foi refinada, com 10967 elementos e 12482 nós.

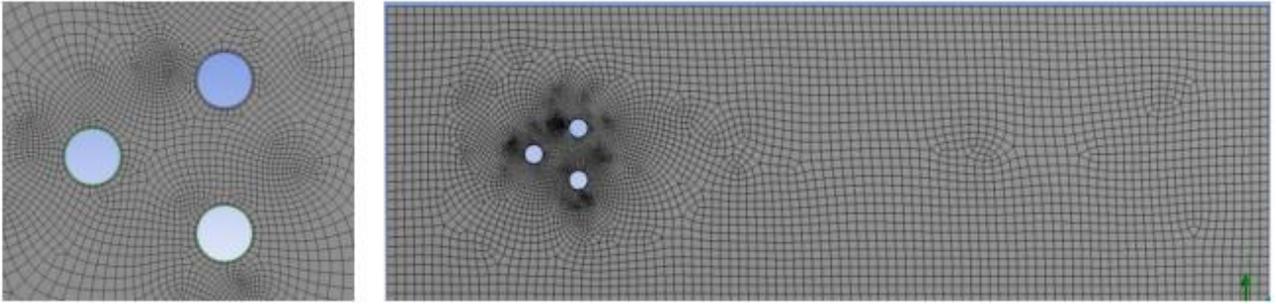


Figura 4.8 Malha refinada.

As condições de contorno empregadas foram:

- ❖ Perfil constante de velocidade na entrada;
- ❖ Na parte inferior e superior do domínio, condição de não deslizamento;
- ❖ Na saída do domínio, $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$;
- ❖ Nas paredes do cilindro, condição de não deslizamento. Com $\epsilon=0,004$.

As simplificações e características da simulação são mencionadas a seguir.

- ❖ Modelo em 2D
- ❖ Regime Permanente
- ❖ Modelo viscoso k-epsilon
- ❖ Propriedades constantes do ar:
 - Massa específica: $\delta = 1,225 \text{ kg}/\text{m}^3$
 - Viscosidade: $\mu = 1,7894 \cdot 10^{-5} [\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}]$
- ❖ Tolerância para a convergência
 - Resíduo da equação de continuidade $\leq 10^{-4}$
 - Resíduo da equação de momento em $x \leq 10^{-4}$
 - Resíduo da equação de momento em $y \leq 10^{-4}$
 - Rugosidade do cilindro: $\epsilon=0,004$

As figuras 4.11 á 4.13 mostram os campos de velocidades do escoamento de ar ao redor dos três cilindros.

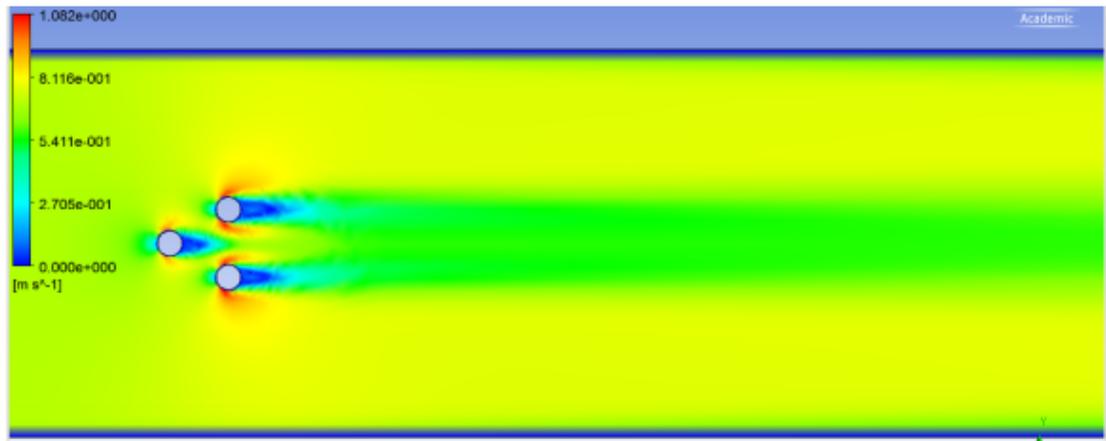


Figura 4.9 Campo de velocidades para uma velocidade de entrada de 0,614 m/s

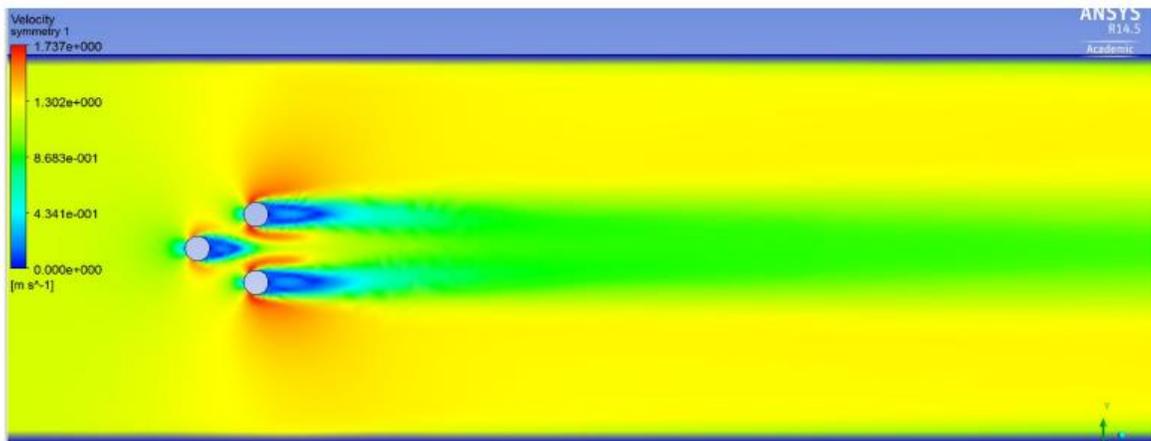


Figura 4.10. Campo de velocidades para uma velocidade de entrada de 1,19m/s

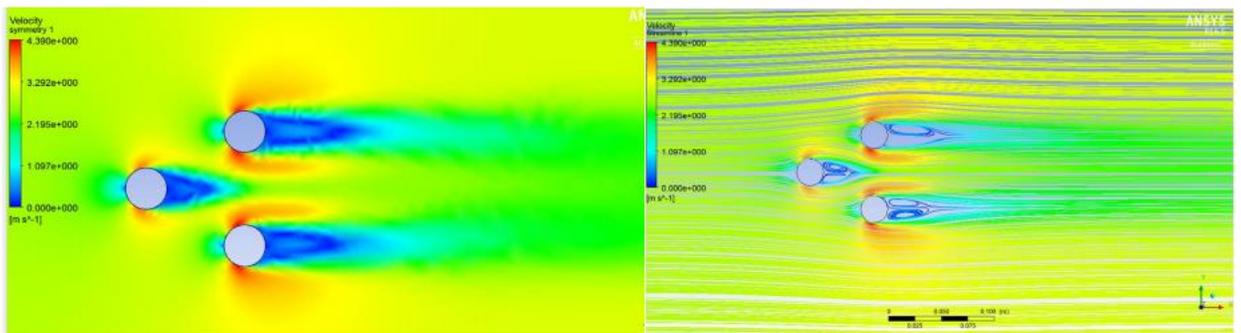


Figura 4.11 Campo de velocidades e linhas de corrente, para uma velocidade de entrada de 2,37m/s.

4.6 Síntese do capítulo

Este capítulo forneceu detalhes do modelo matemático utilizado para simular o processo de formação de frost em arranjo triangular de tubos. A variação da espessura de uma camada de frost ao longo do tempo foi simulado considerando o frost como um meio poroso. Uma correlação empírica para o coeficiente de transferência de calor foi proposta e seus coeficientes ajustados com base em dados experimentais obtidos no presente trabalho.

5 ANÁLISE NUMÉRICA

5.1 Introdução

Um programa numérico foi implementado e adaptado para prever o crescimento da fronteira de *frost* em torno de um cilindro vertical em escoamento de ar úmido. O programa numérico utilizado neste trabalho segue as características do tratamento numérico de fronteira móvel e de interpolação de aquele desenvolvido por Salinas (1996) para placas planas em uma versão primitiva do Mathematica 2.2. A linguagem de programação utilizada neste trabalho foi o Mathematica 8.

5.2 Primeiro Estágio

As equações que modelam o primeiro estágio são resolvidas utilizando diferenças finitas para a discretização. Utiliza-se diferença finita centrada para as derivadas no espaço nos pontos intermediários e formulação implícita no tempo. Utiliza-se também grade fixa, e como o problema é de fronteira móvel, os valores das propriedades são interpolados para cada nova posição da fronteira por meio de uma interpolação polinomial *spline*. As equações diferenciais são resolvidas usando relaxação, obtendo-se a convergência da solução em cada intervalo de tempo.

5.2.1 Discretização das Equações Governantes

a) Equação da Energia (eq.4.15)

$$d_i \frac{T_i^n - T_i^{n-1}}{\Delta t} = d_i \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\Delta x^2} + 2 \frac{T_{i+1}^n - T_{i-1}^n}{2\Delta x} \frac{d_i^n - d_{i-1}^n}{\Delta x} - 4Bi(T_i^n - T_\gamma) + \frac{2}{Ja} \frac{d_i^n - d_i^{n-1}}{\Delta t} \quad (5.1)$$

b) Equação de Difusão

$$\frac{d_i^n - d_i^{n-1}}{\Delta t} = 2Bim (w_\gamma - w_i^{n-1}) \quad (5.2)$$

Condições de contorno

As condições de contorno são discretizadas pela técnica de diferenças finitas, e neste caso usou-se o esquema de diferença atrasada para a primeira derivada no espaço no caso da superfície e esquema de diferença finita avançada no caso da superfície do cilindro ou em $r=0$, para obter estabilidade da solução.

❖ Na superfície da camada de gelo

$$\frac{\delta_f^n - \delta_f^{n-1}}{\Delta t} = Bim (w_\infty - w(r = \delta_f^{n-1})) \quad (5.3)$$

$$\frac{T^n(r = \delta_f^n) - T^n(r = \delta_f^n - \Delta r)}{\Delta r} = Bi_\beta [T_\infty - T(r = \delta_f^n)] + \frac{1}{Ja} \frac{\delta_f^n - \delta_f^{n-1}}{\Delta t} \quad (5.4)$$

❖ Na superfície do cilindro

$$(r = 0, t) = T_c \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial d(r=0,t)}{\partial r} = 0 \quad (5.6)$$

5.3 Segundo estágio

5.3.1 Discretização das Equações Governantes

As equações diferenciais que modelam o segundo estágio também são resolvidas de maneira acoplada utilizando diferenças finitas. Utiliza-se diferença finitas centradas para

derivadas no espaço para os pontos intermediários e esquema Up Wind para a derivada temporal. Utiliza-se grade fixa e os valores das variáveis em estudo e das propriedades são interpoladas para cada nova posição da fronteira. As equações diferenciais são resolvidas por relaxação, iterando até obter uma diferença de 10^{-5} entre os valores das variáveis em duas iterações sucessivas, em função de convergência da solução.

a) Discretização da Equação da Energia

$$\rho_f cp_f \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{eff} \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \dot{m} P_2 \rho_f cp_f = \rho_f(r) cp_f(r), k_{eff}(r) \quad (5.7)$$

Discretizando:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{12} (\rho_f cp_f)_{J+1}^{n-1} \frac{T_{J+1}^n - T_{J+1}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{5}{6} (\rho_f cp_f)_J^{n-1} \frac{T_J^n - T_J^{n-1}}{\Delta t} + \frac{1}{12} (\rho_f cp_f)_{J-1}^{n-1} \frac{T_{J-1}^n - T_{J-1}^{n-1}}{\Delta t} = \\ & \frac{k_{eff_{J+1/2}}^{n-1} T_{J+1}^n - \left(k_{eff_{J+1/2}} + k_{eff_{J-1/2}} \right)^{n-1} T_J^n + k_{eff_{J-1/2}}^{n-1}}{(\Delta x)^2} - (\dot{m} P_2)_J^{n-1} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Seja:

$$\alpha(r) = \frac{\Delta t}{\Delta r^2} k_{eff}(r) \quad (5.9)$$

$$D_J^{n-1} = \frac{1}{12} (\rho_f cp_f)_{J+1}^{n-1} \frac{T_{J+1}^n - T_{J+1}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{5}{6} (\rho_f cp_f)_J^{n-1} \frac{T_J^n - T_J^{n-1}}{\Delta t} + \frac{1}{12} (\rho_f cp_f)_{J-1}^{n-1} \frac{T_{J-1}^n - T_{J-1}^{n-1}}{\Delta t} \quad (5.10)$$

Então

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{12} \rho_{f_{J-1}} cp_{f_{J-1}} - \alpha_{J-1/2} \right)^{n-1} T_{J-1}^n + \left(\frac{5}{6} \rho_{f_J} cp_{f_J} + \alpha_{J+1/2} + \alpha_{J-1/2} \right)^{n-1} T_J^n + \\ & \left(\frac{1}{12} \rho_{f_{J+1}} cp_{f_{J+1}} - \alpha_{J+1/2} \right)^{n-1} T_{J+1}^n = D_J^{n-1} - (\dot{m} P_2)_J^{n-1} \Delta t \end{aligned} \quad (5.11)$$

Fazendo relaxação:

Sejam:

$$A_0 = \left(\frac{1}{12} \rho_{f_{J-1}} cp_{f_{J-1}} - \alpha_{J-1/2} \right)^{n-1}$$

$$Bo = \left(\frac{5}{6} \rho_{f_j} c p_{f_j} + \alpha_{J+1/2} + \alpha_{J-1/2} \right)^{n-1}$$

$$Co = \left(\frac{1}{12} \rho_{f_{J+1}} c p_{f_{J+1}} - \alpha_{J+1/2} \right)^{n-1}$$

r= fator de relaxação

A equação fica:

$$rAoT_{j-1}^n + BoT_j^n + rCoT_{j+1}^n = (1-r)BoT_j^{n-1} + ((D_j^{n-1} - (\dot{m}P_2)_j^{n-1}\Delta t) \quad (5.12)$$

b) Discretização da Equação de Difusão da fase gasosa (vapor)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_\gamma \rho_v) - \dot{m} = \frac{\partial}{\partial r} \left(D_{eff} \frac{\partial}{\partial r}(\rho_v) \right); \quad D_{eff}(r); \quad \varepsilon_\gamma(r) = 1 - \varepsilon_\beta(r) \quad (5.13)$$

$$\varepsilon_\gamma \frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \rho_v \frac{\partial \varepsilon_\gamma}{\partial t} - \dot{m} = \frac{\partial}{\partial r} \left(D_{eff} \frac{\partial \rho_v}{\partial r} \right); \quad \frac{\partial \varepsilon_\gamma}{\partial t} + \frac{\dot{m}}{P_1} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \varepsilon_\gamma}{\partial t} - \frac{\dot{m}}{P_1}$$

$$(1 - \varepsilon_\beta) \frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \left(\frac{\rho_v \dot{m}}{P_1} - \dot{m} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(D_{eff} \frac{\partial \rho_v}{\partial r} \right) \quad (5.14)$$

Discretização (da mesma maneira que a equação da energia)

$$\frac{1}{12} (1 - \varepsilon_\beta)_{J-1}^{n-1} \frac{\rho_{v_{J-1}}^n - \rho_{v_{J-1}}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{5}{6} (1 - \varepsilon_\beta)_J^{n-1} \frac{\rho_{v_J}^n - \rho_{v_J}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{1}{12} (1 - \varepsilon_\beta)_{J+1}^{n-1} \frac{\rho_{v_{J+1}}^n - \rho_{v_{J+1}}^{n-1}}{\Delta t} =$$

$$\frac{D_{eff_{J+1/2}}^{n-1} \rho_{v_{J+1}}^n - \left(D_{eff_{J+1/2}} + D_{eff_{J-1/2}} \right)^{n-1} \rho_{v_J}^n + D_{eff_{J-1/2}}^{n-1} \rho_{v_{J-1}}^n}{(\Delta x)^2} - \left(\frac{\rho_v \dot{m}}{P_1} - \dot{m} \right)_J^{n-1} \quad (5.15)$$

Sejam:

$$\gamma(r) = \frac{\Delta t}{\Delta r^2} D_{eff}(r) \quad (5.16)$$

$$\delta_J^{n-1} = \frac{1}{12} (1 - \varepsilon_\beta)_{J-1}^{n-1} \rho_{v_{J-1}}^{n-1} + \frac{5}{6} (1 - \varepsilon_\beta)_J^{n-1} \rho_{v_J}^{n-1} + \frac{1}{12} (1 - \varepsilon_\beta)_{J+1}^{n-1} \rho_{v_{J+1}}^{n-1} \quad (5.17)$$

Logo:

$$\left(\frac{1}{12}(1-\varepsilon_\beta)_{J-1}-\gamma_{J-1/2}\right)^{n-1}\rho_{v_{J-1}}^n+\left(\frac{5}{6}(1-\varepsilon_\beta)_J+\gamma_{J+1/2}+\gamma_{J-1/2}\right)^{n-1}\rho_{v_J}^n+\left(\frac{1}{12}(1-\varepsilon_\beta)_{J+1}-\gamma_{J+1/2}\right)^{n-1}\rho_{v_{J+1}}^n=\delta_J^{n-1}+\left(1-\frac{\rho_{v_J}^n}{P_1}\right)\dot{m}_J^n\Delta t \quad (5.18)$$

Então:

$$\dot{m}_J^n=\frac{1}{\left(1-\frac{\rho_{v_J}^n}{P_1}\right)}\left[\left(\frac{1}{12}(1-\varepsilon_\beta)_{J-1}-\gamma_{J-1/2}\right)^{n-1}\rho_{v_{J-1}}^n+\left(\frac{5}{6}(1-\varepsilon_\beta)_J+\gamma_{J+1/2}+\gamma_{J-1/2}\right)^{n-1}\rho_{v_J}^n+\left(\frac{1}{12}(1-\varepsilon_\beta)_{J+1}-\gamma_{J+1/2}\right)^{n-1}\rho_{v_{J+1}}^n-\delta_J^{n-1}\right] \quad (5.19)$$

c) Discretização da Equação de Continuidade da fase do gelo (β)

$$\frac{\partial\varepsilon_\beta}{\partial t}+\frac{\dot{m}}{P_1}=0 \quad (5.20)$$

$$\frac{\varepsilon_{\beta_J}^n-\varepsilon_{\beta_J}^{n-1}}{\Delta t}=-\frac{\dot{m}_J^n}{P_1} \quad (5.21)$$

Então:

$$\varepsilon_{\beta_J}^n=\varepsilon_{\beta_J}^{n-1}-\frac{\dot{m}_J^n}{P_1}\Delta t \quad e \quad \rho_{v_J}^n=\frac{\exp\left[-P_5\left(\frac{1}{T_J^n}-\frac{1}{T_0}\right)\right]}{P_4T_J^n} \quad (5.22)$$

Condições de contorno

As condições de contorno são discretizadas utilizando diferenças finitas. Usou-se neste caso diferenças atrasadas para a 1ª derivada no espaço na superfície da camada e diferenças adiantadas para a 1ª derivada no espaço na superfície da placa ou $r=0$.

Discretização

Na superfície da camada de gelo ou $r = \delta$

$$D_{eff} \frac{\rho_v^n(r=\delta_f) - \rho_v^n(r=\delta_f - \Delta r)}{\Delta r} + \rho_f \frac{\delta_f^{n+1} - \delta_f^n}{\Delta t} = Bim [w_\infty - w^n(r = \delta_f)] \quad (5.23)$$

$$BI [T_\infty - T^n(r = \delta_f)] = k_{eff} \frac{T^n(r=\delta_f) - T^n(r=\delta_f - \Delta r)}{\Delta r} - P_2 \rho_f \frac{\delta_f^n - \delta_f^{n-1}}{\Delta t} \quad (5.24)$$

$$\frac{\varepsilon_\beta^n(r=\delta_f) - \varepsilon_\beta^n(r=\delta_f - \Delta r)}{\Delta r} = 0 \quad (5.25)$$

Na superfície do cilindro ou $r = 0$

$$T(r = 0) = T_c \quad (5.26)$$

$$\frac{\varepsilon_\beta^n(r=\Delta r) - \varepsilon_\beta^n(r=0)}{\Delta r} = 0 \quad (5.27)$$

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentados os resultados numéricos e experimentais do processo de formação de *frost* no evaporador estudado através de uma série de gráficos.

O capítulo foi dividido em resultados experimentais, numéricos, convalidação do modelo proposto com dados empíricos da literatura e com dados experimentais obtidos na literatura.

6.2 Análise dos Resultados Experimentais

Serão analisados os resultados experimentais da formação de *frost* em um arranjo triangular de tubos.

As Figuras 6.1 a 6.5 mostram imagens do crescimento de *frost* nos tubos, para os tempos: 0, 15, 30, 60, 90, 120 minutos, respectivamente para os seguintes parâmetros ambientais: $T_s = -15^\circ\text{C}$, $v_\infty = 0,038 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ e $w = 0,01378 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$.

Percebe-se que a estrutura da camada do *frost* varia ao longo do tempo, isto deve-se à alguns fatores; no início do processo de deposição de *frost* o gradiente de temperatura entre a superfície e o fluxo do ar é maior, e no início do processo a resistência térmica do *frost* é menor aumentado ao longo do tempo, dessa forma o *frost* fica mais denso, normalmente em sistemas práticos essa estrutura se torna prejudicial e deve ser evitada.

A influência da temperatura da superfície do cilindro, umidade absoluta do ar, e velocidade do ar sobre a espessura da camada de *frost* e velocidade da frente de solidificação são comentados e discutidos.



Figura 6.1: Crescimento frost 0 min.

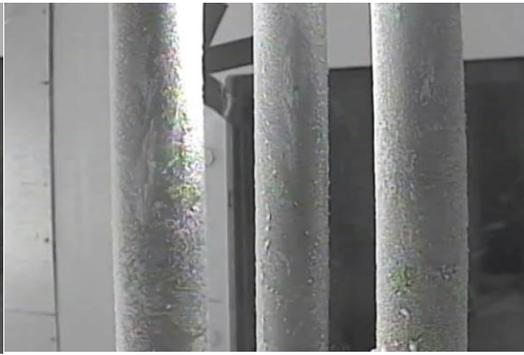


Figura 6.2: Crescimento frost 15 min.

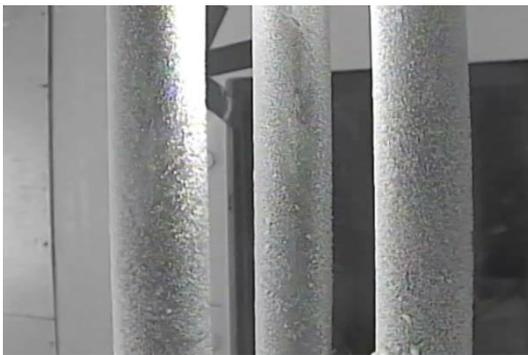


Figura 6.3: Crescimento frost 30 min.

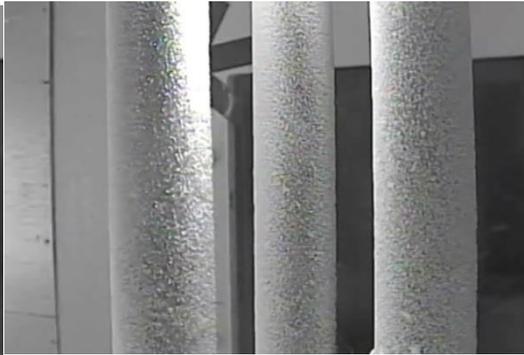


Figura 6.4: Crescimento frost 60 min.

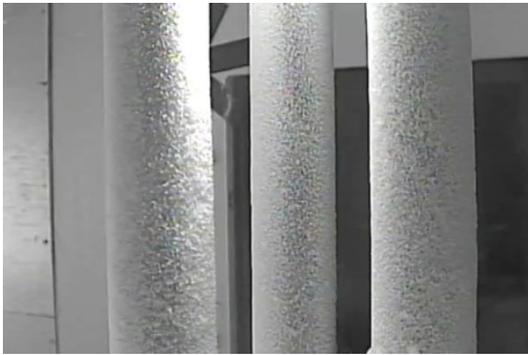


Figura 6.5: Crescimento frost 90 min.

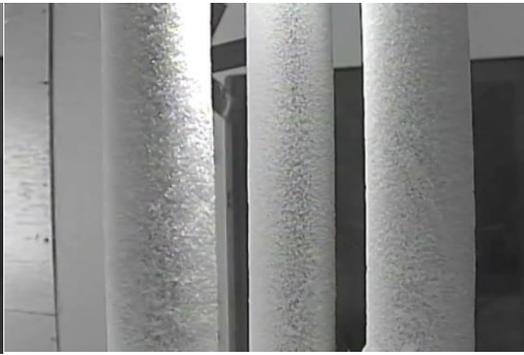


Figura 6.6: Crescimento frost 120 min.

6.2.1 Efeito da temperatura da superfície do frost no crescimento do frost

Como já mencionado anteriormente, a deposição do *frost* ocorre, quando o fluxo de ar úmido entra em contato com uma superfície a uma temperatura igual ou menor que a 0°C.

As Figuras 6.7 e 6.8 mostram o comportamento da espessura do frost em função do tempo, variando as temperaturas de superfície do cilindro. Percebe-se que quanto menor as temperaturas da superfície do cilindro maior a espessura de frost formado ao longo do tempo, isto se deve a um gradiente de temperatura maior e como consequência, uma maior troca térmica entre a superfície do frost e o fluxo de ar, assim mais cristais são depositados em torno da superfície do cilindro formando a estrutura porosa e aumentado assim sua espessura.

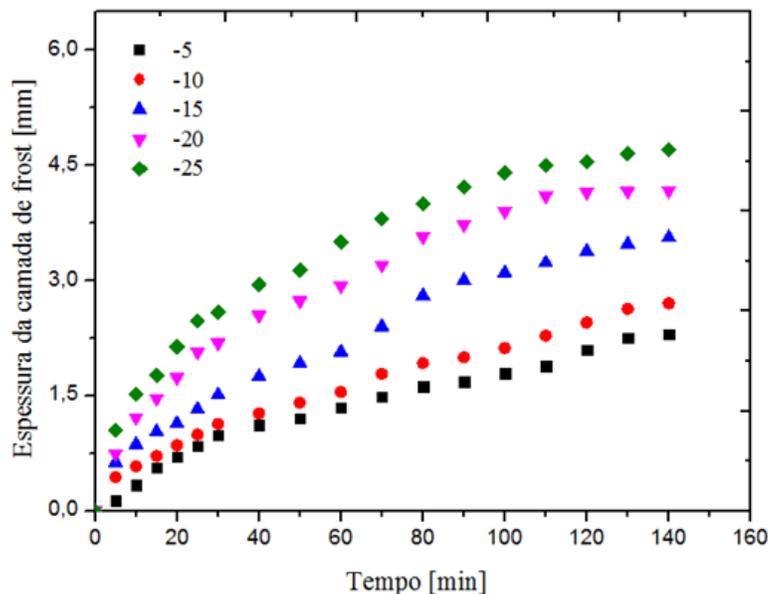


Figura6.7: Variação da espessura do *frost* em função do tempo, $v_{\infty} = 0,038 \frac{m}{s}$, $w = 0,01567 \frac{kg}{kg}$, cilindro 1, $\theta = 0^{\circ}$.

Os gráficos da variação da velocidade da interface da formação do frost em função do tempo são mostrados nas Figuras 6.9 e 6.10. Percebe-se que nos instantes iniciais, o movimento da frente é acelerado diminuindo em seguida. Isto se deve ao maior valor do gradiente de temperatura entre a superfície do cilindro e maior fluxo de ar no início do processo, isto resulta em uma resistência térmica menor, com o passar do tempo a espessura do *frost* aumenta, a

resistência térmica diminui, e como consequência, diminui-se a velocidade de formação do *frost*. Com o aumento da espessura da camada de *frost*, a resistência térmica também aumenta e o gradiente térmico diminui.

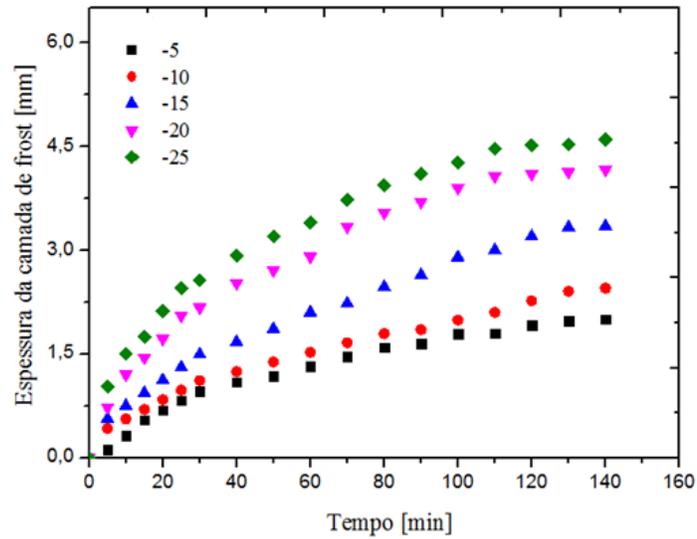


Figura 6.8: Variação da espessura do frost em função do tempo, $v_{\infty} = 0,038 \frac{m}{s}$, $w = 0,01464 \frac{kg}{kg}$, cilindro 1, $\theta = 0^{\circ}$.

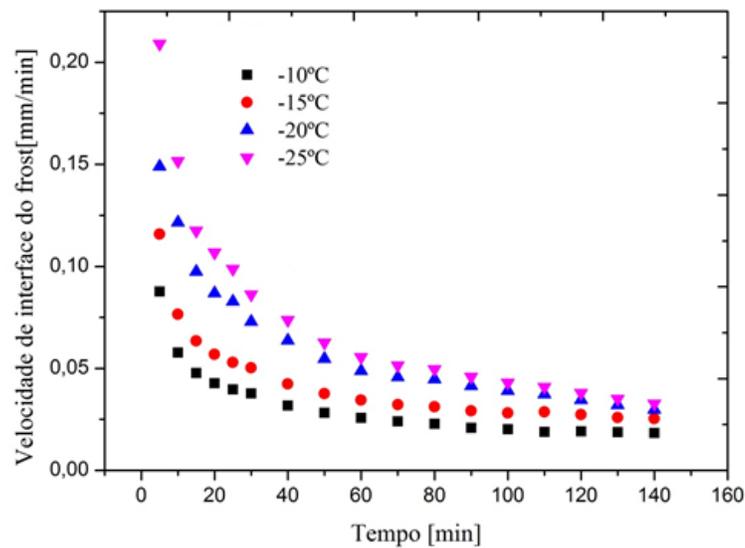


Figura 6.9: Variação da velocidade espessura do frost em função do tempo, $v_{\infty} = 0,038 \frac{m}{s}$, $w = 0,01564 \frac{kg}{kg}$, cilindro 1, $\theta = 0^{\circ}$.

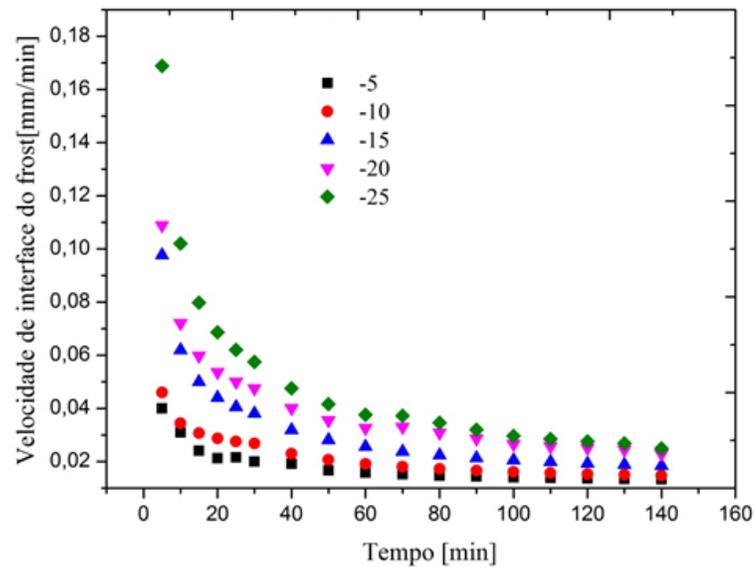


Figura 6.10: Variação da velocidade espessura do frost em função do tempo, $v_{\infty} = 1,19 \frac{m}{s}$, $w = 0,01367 \frac{kg}{kg}$, cilindro 1, $\theta = 0^{\circ}$.

As Figura 6.11 e 6.12 apresentam a influência da temperatura da superfície do cilindro sobre a espessura no frost. Como mencionado anteriormente, quando a temperatura da superfície do tubo é menor a troca térmica é maior, devido a um maior gradiente de temperatura entre a superfície do cilindro e o fluxo de ar. Para o mesmo intervalo de tempo a espessura do frost formado aumenta de forma mais rápida para temperaturas mais baixas.

A Figura 6.13 mostra que quanto maior a umidade, maior a espessura de frost, isto deve-se, ao aumento de vapor de água entrando na camada de frost, esse aumento de vapor de água consequentemente aumenta a espessura do frost e logo a sua massa específica.

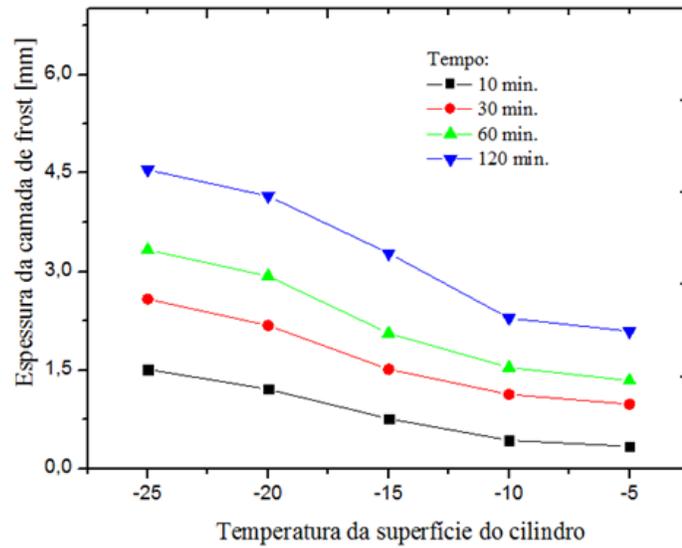


Figura6.11: Efeito da temperatura da superfície do cilindro na espessura da camada de *frost*,
 $T_{\infty} = 23^{\circ}\text{C}$, $v_{\infty} = 0,038 \frac{m}{s}$, $w = 0,01567 \frac{kg}{kg}$, cilindro 1, $\theta = 0^{\circ}$.

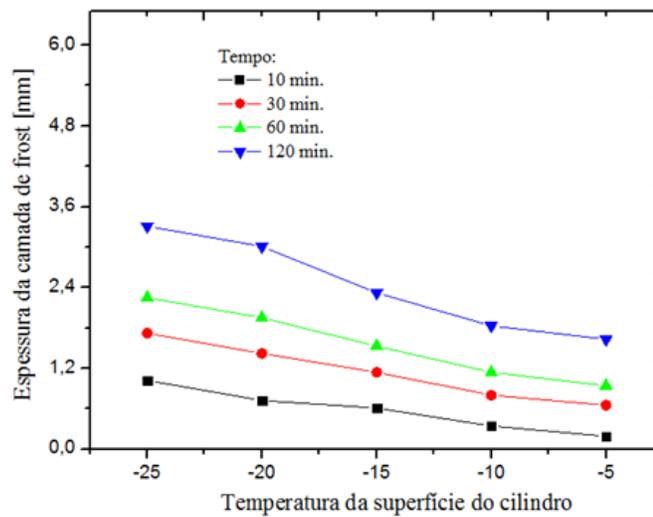


Figura6.12: Efeito da temperatura da superfície do cilindro na espessura da camada de *frost*,
 $T_{\infty} = 23^{\circ}\text{C}$, $v_{\infty} = 1,19 \frac{m}{s}$, $w = 0,01378 \frac{kg}{kg}$, cilindro 1, $\theta = 0^{\circ}$.

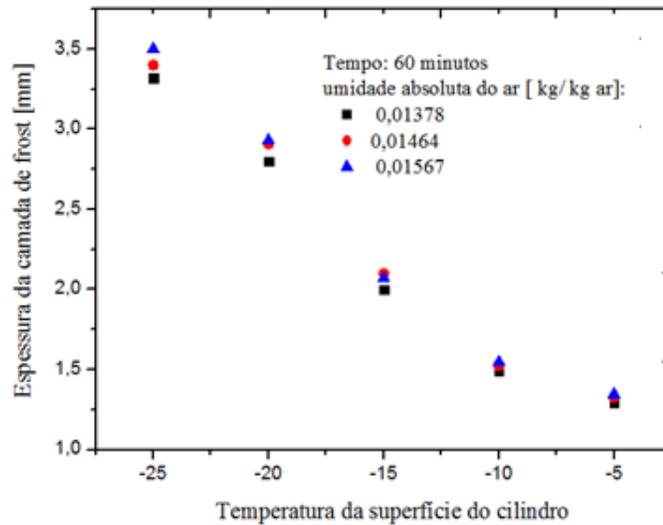


Figura6.13: Efeito da temperatura da superfície do cilindro na espessura da camada de frost,

$$T_{\infty} = 23 \text{ }^{\circ}\text{C}, v_{\infty} = 0,038 \frac{m}{s}, \quad tempo = 60 \text{ min.}, \quad cilindro 1, \theta = 0^{\circ}.$$

6.2.2 Efeito da velocidade do ar na espessura do frost

A influência da velocidade do ar sobre a espessura da camada de *frost* pode ser vista nas Figuras 6.14, 6.15 e 6.16. Pode ser observado que o aumento da velocidade do ar causa uma redução na espessura de *frost*. A influência da velocidade de ar sobre a espessura da camada de *frost* pode ser vista na Figura 6.14 até a Figura 6.16. Pode ser observado que o aumento da velocidade causa uma redução na espessura de *frost*. Este fenômeno é complexo e pode se dever a vários fenômenos. Isto pode ser atribuído ao fato de que o aumento da velocidade de ar úmido aumenta a transferência de calor sensível do ar para a superfície fria do gelo, também pode se esperar que o aumento da velocidade produza um aumento na ação de cisalhamento sobre a camada de frost e isto leva remoção das partículas recém-solidificadas na superfície do cilindro. Estas são levadas pelo fluxo de ar causando redução na deposição de frost.

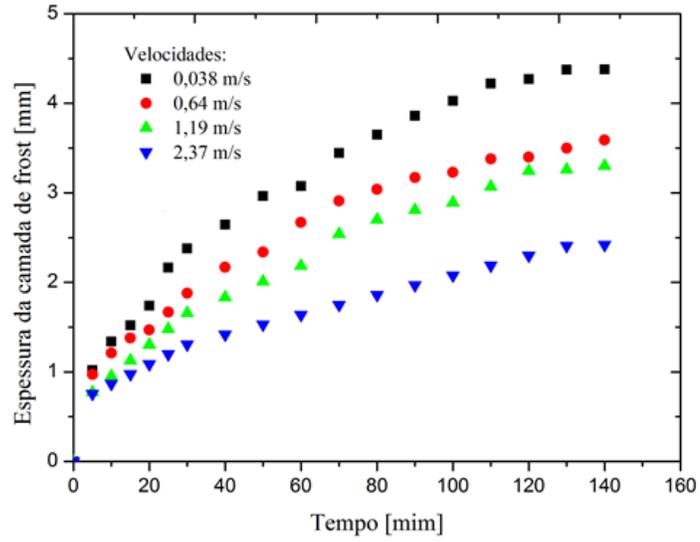


Figura 6.14: Influência da temperatura e velocidade do ar na espessura da camada de frost,
 $T_{\infty} = 23 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $T_s = -25 \text{ }^{\circ}\text{C}$, cilindro 1, $\theta = 45 \text{ }^{\circ}$.

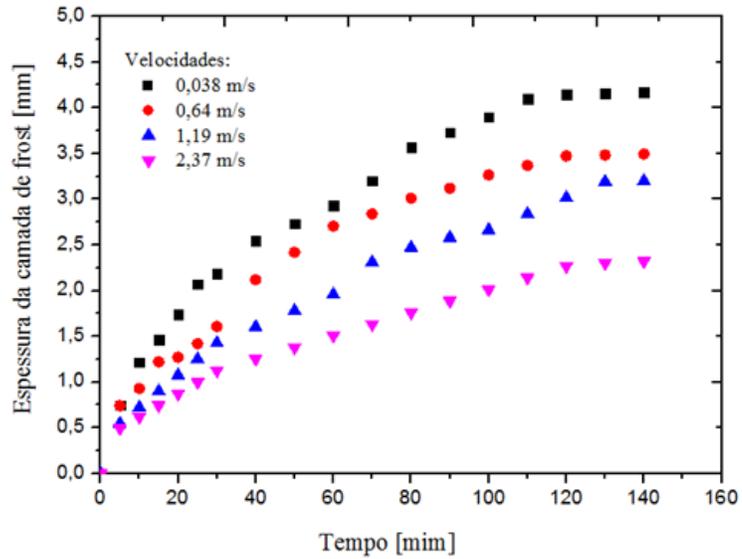


Figura 6.15: Efeito da velocidade do ar na espessura do frost
 $T_{\infty} = 23 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $T_s = -20 \text{ }^{\circ}\text{C}$, cilindro 1, $\theta = 0 \text{ }^{\circ}$.

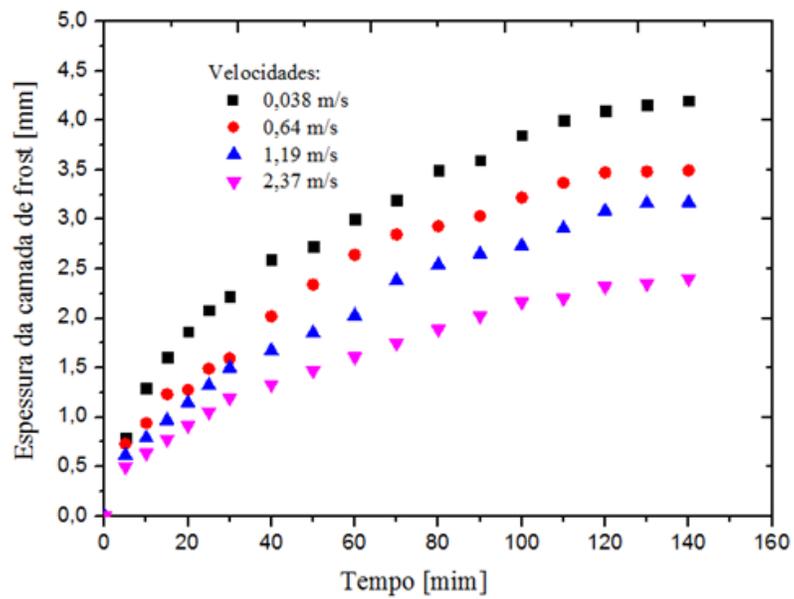


Figura 6.16: Efeito da velocidade do ar na espessura do *frost*
 $T_{\infty} = 23 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $T_s = -20 \text{ }^{\circ}\text{C}$, *cilindro 1*, $\theta = 180^{\circ}$.

6.2.3 Efeito da posição do cilindro na espessura do frost

As figuras 6.17 e 6.18 mostram o comportamento do crescimento do frost para os diferentes cilindros e para os diferentes ângulos respectivamente.

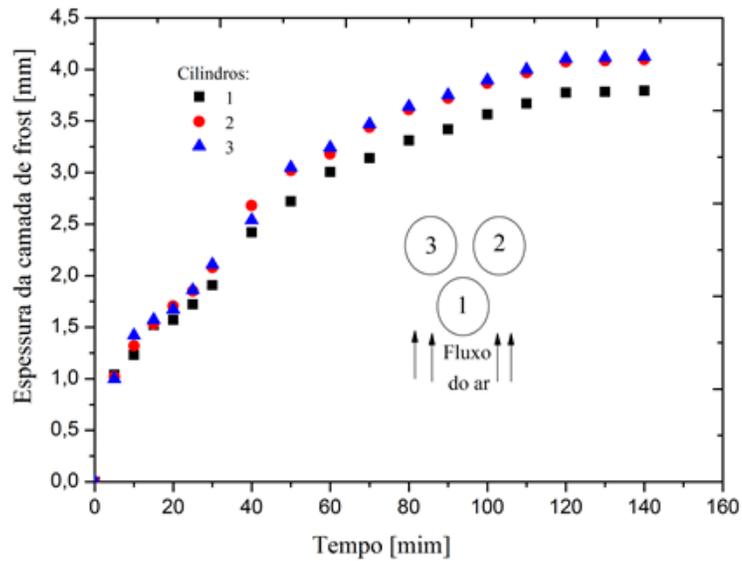


Figura 6.17: Efeito da posição do cilindro na espessura do *frost*

$$T_{\infty} = 23^{\circ}\text{C}, T_s = -25^{\circ}\text{C}, \quad v_{\infty} = 0,64 \frac{\text{m}}{\text{s}}, w_{\infty} = 0,01464 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}, \quad \theta = 0^{\circ}.$$

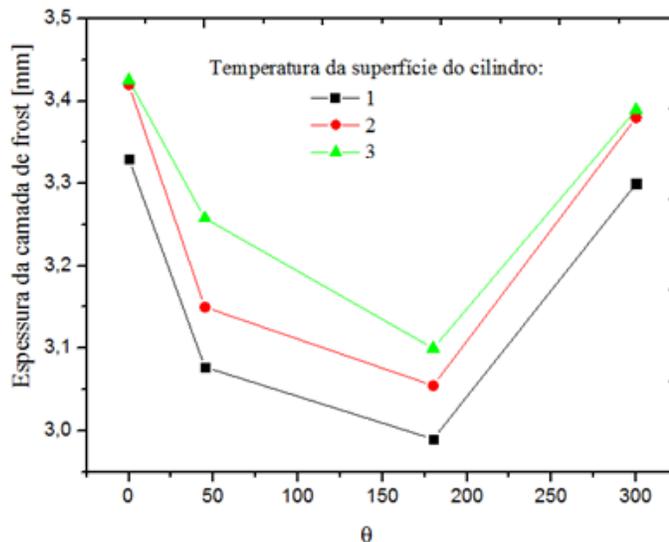


Figura 6.18: Efeito da posição do cilindro na espessura do *frost*

$$T_s = -25^{\circ}\text{C}, v_{\infty} = 0,038 \frac{\text{m}}{\text{s}}, w_{\infty} = 0,01567 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}, \text{ tempo} = 60 \text{ min}.$$

A Figura 6.19 mostra os resultados experimentais do crescimento do *frost* em relação ao ângulo da posição radial dos cilindros para os tempos de 30, 60 e 120 minutos. Para plotar este gráfico foi obtido dado do teste para as angulações de 30°, 150°, 210° e 330°, e a partir destes dados foi interpolado linearmente o crescimento do *frost* para o resto das angulações, obtendo assim uma aproximação do crescimento do *frost* em toda a superfície do cilindro, pontos em

vermelho na figura são os experimentais.

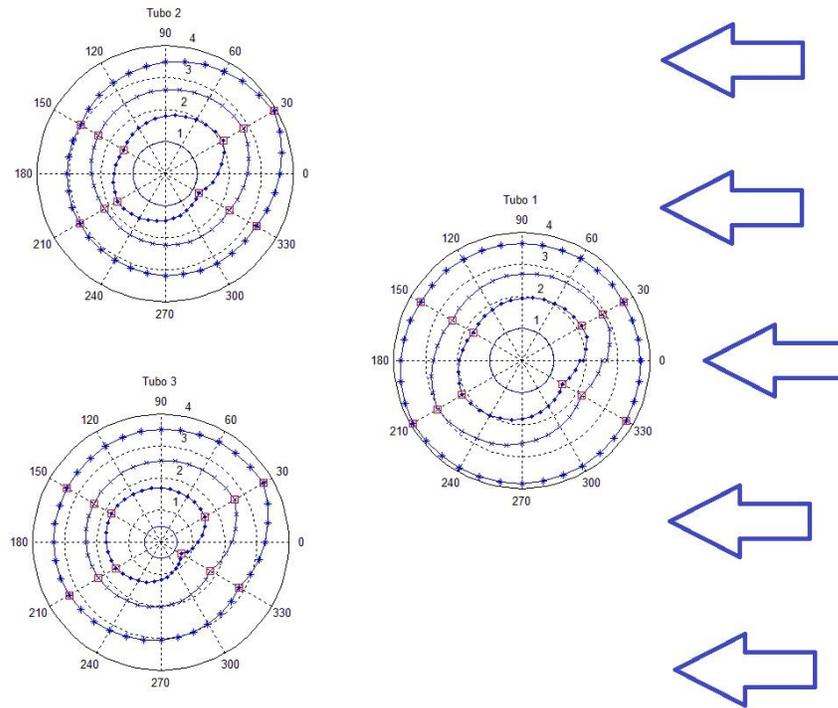


Figura 6.19 Crescimento de Frost ao longo do tempo.

$$T_s = -15^\circ\text{C}, v_\infty = 0,038 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ e } w = 0,01378 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$$

6.3 Resultados numéricos

O modelamento do processo de formação de frost sobre uma superfície a uma temperatura menor que 0°C e exposta a um fluxo de ar úmido foi realizado em duas etapas, como foi descrito nos capítulos anteriores. Cada etapa é modelada com um conjunto de equações governantes deduzidas para descrever o fenômeno físico que acontece em cada uma das etapas.

Na Figura 6.20 o crescimento do cristal do gelo na primeira fase do fenômeno de formação de *frost*. Usou-se uma malha de 20 nós no espaço e $\Delta t = 2 \text{ s}$, na simulação deste processo.

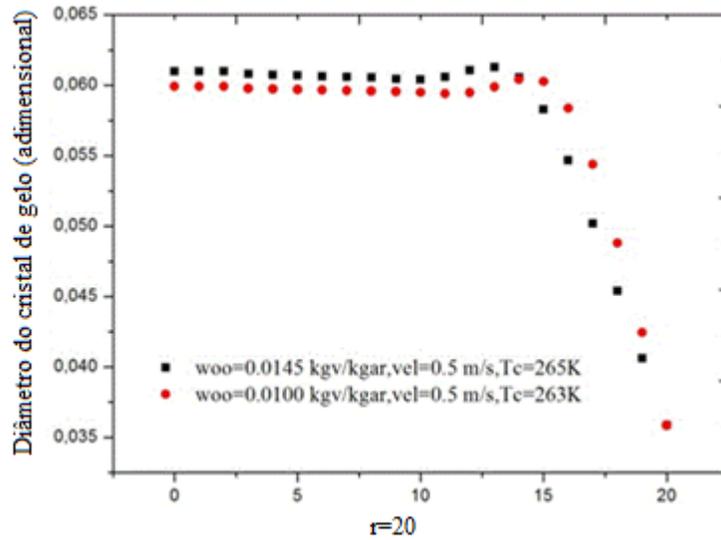


Figura 6.20: Perfil do cristal do *frost* no primeiro estágio

O modelo utilizado no segundo estágio é mais completo. Considerou-se avaliação local de todas as propriedades termo físicas da camada de gelo na resolução numérica.

A Figura 6.21 mostra a variação da espessura do *frost* para o passo temporal de 1, 2 e 4 s.

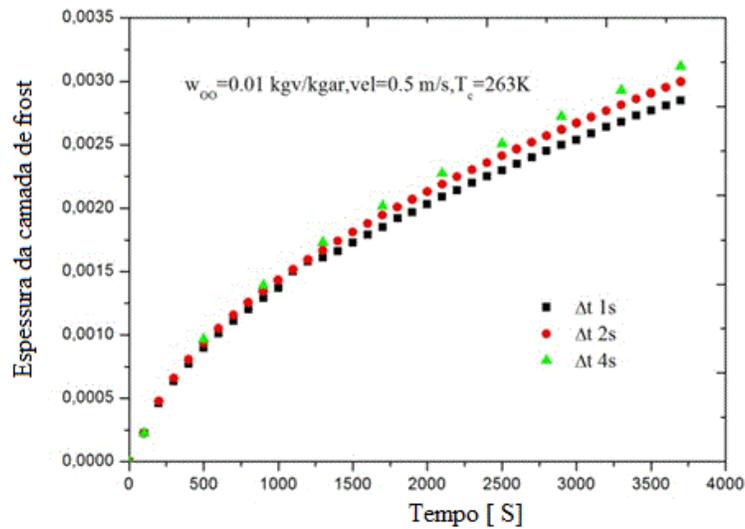


Figura 6.21: Espessura da camada de frost.

6.4 Comparação entre os resultados numéricos e experimentais

A figura 6.22 mostra a numeração de cada cilindro nos arranjo, pois os resultados serão mostrados em algumas vezes, separadamente para cada cilindro.

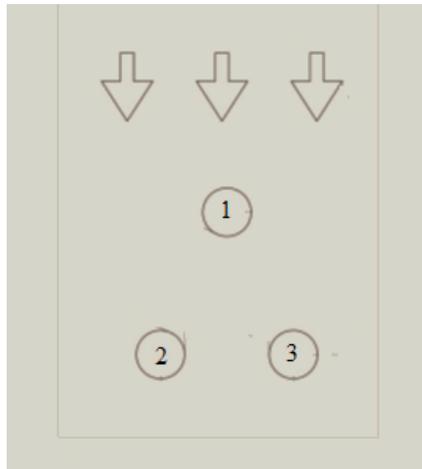


Figura 6.22 Arranjo dos tubos

6.4.1 Pela utilização do Número de Nusselt local baseado em correlações empíricas encontrados na literatura.

Foram realizadas simulações numéricas utilizando correlações empíricas para o número de Nusselt disponíveis na literatura, conforme mencionado na tabela 4.2. Para estimar o número de Nusselt local, foi adotado o seguinte procedimento: estimar o Nusselt local, baseado na equação de Nusselt global proposta por Kim et al., (2008).

Conforme mencionado anteriormente, foi estimado o número de Nusselt local utilizando uma técnica inversa baseada na simulação iterativa do processo, ajustando a correlação do Número do Nusselt até atingir uma boa concordância entre os resultados numéricos da simulação do crescimento do frost com a correlação experimental para o crescimento da camada de frost. Foi utilizada como critério de parada do processo iterativo uma diferença entre a espessura

simulada e a espessura fornecida pela correlação experimental da literatura para um tempo de 120 s, de 10^{-3} . Conforme mostrada na figura 4.5.

Foi aplicado o mesmo procedimento relatado anteriormente para obter as correlações de número de Nusselt para cada cilindro para o caso de cilindros em arranjo triangular utilizando os resultados experimentais deste trabalho.

As figuras 6.23 a 6.25 mostram a convalidação numérica, utilizando como número de Nusselt a equação 4.2, os valores dos parâmetros utilizados foram os da tabela 6.1, observa-se uma boa concordância entre os dados experimentais com os dados numéricos.

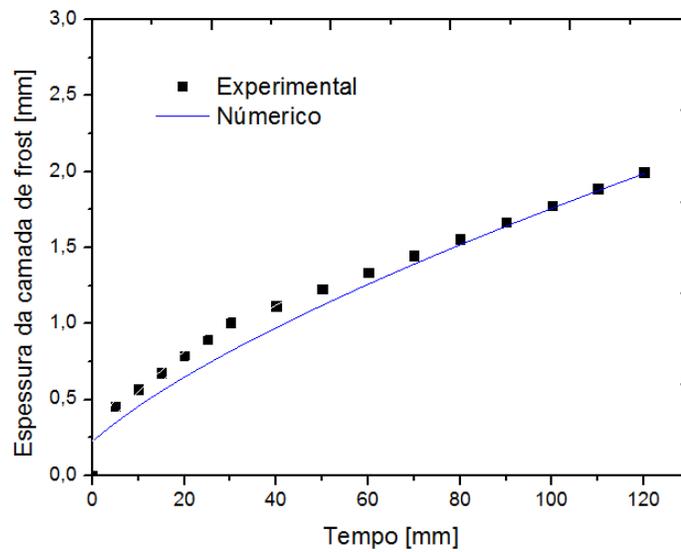


Figura 6.23: Validação numérica com experimental :
 $T_s = -15^\circ\text{C}$, $v_\infty = 2.37 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $w = 0.01465 \text{ kg/kg ar}$, cilindro 1, $\theta = 0^\circ$.

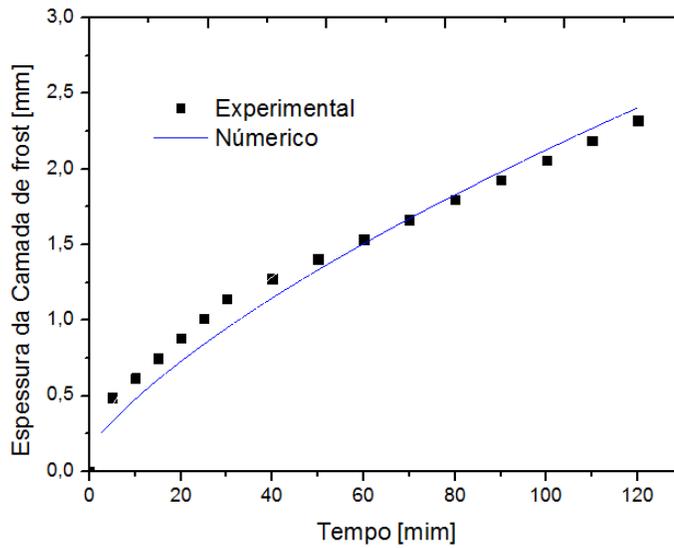


Figura 6.24: Validação numérica com experimental :
 $T_s = -20^\circ\text{C}$, $v_\infty = 2.37 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $w = 0.01465 \text{ kg/kg ar}$, cilindro 1, $\theta = 0^\circ$.

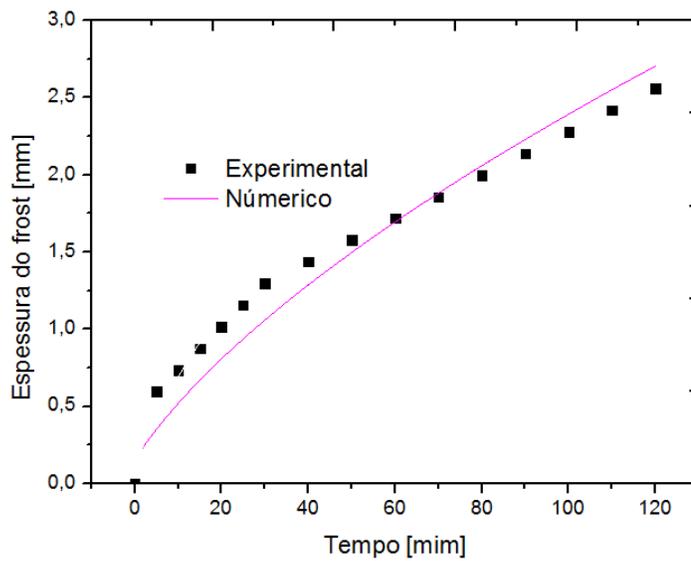


Figura 6.25: Validação numérica com experimental :
 $T_s = -15^\circ\text{C}$, $v_\infty = 2.37 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $w = 0.01465 \text{ kg/kg ar}$, cilindro 2 $\theta = 0^\circ$.

Tabela 6.1 Valores de K para simulação numérica.

<i>Temperatura da superfície = -20 °C - velocidade do ar 2,37 m/s -umidade absoluta 0,01465 kg/kg-</i>											
1 cilindro				2 cilindro				3 cilindro			
0°	45°	300°	180°	0°	45°	300°	180°	0°	45°	300°	180°

0,3	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,2	0,3	0,3	0,3	0,2	0,3
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

6.4.2 Pela utilização do Número de Nusselt Global, baseado numa correlação empírica obtida com os dados experimentais.

Foram realizadas simulações numéricas utilizando correlações empíricas para o número de Nusselt a partir dos dados experimentais com coeficientes adimensionais conforme mencionado na equação 4.60.

$$Nu = 0.695 * Re_D^{0.353} (Fo)^{-0.375} \left(\frac{T_s}{T_\infty} \right)^{1.212} (w)^{0.0105}$$

As figuras 6.26 até 6.29. mostram comparação da simulação numérica com os resultados experimentais para a espessura da camada de *frost*. Os gráficos mostram o comportamento do crescimento da espessura da camada do frost para diferentes posições angulares do cilindro 1.

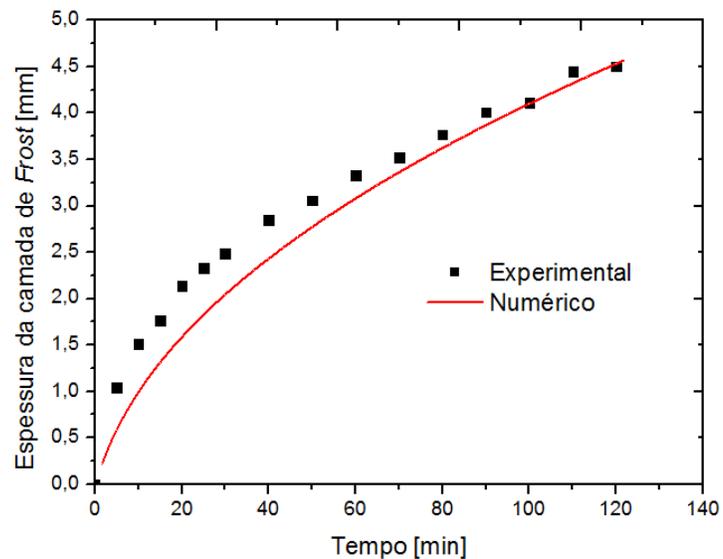


Figura 6.26: Validação numérica com experimental :

$$T_s = -25 \text{ } ^\circ\text{C}, v_\infty = 0,0338 \frac{\text{m}}{\text{s}}, w = 0,01378 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}, \text{cilindro 1}, \theta = 0^\circ.$$

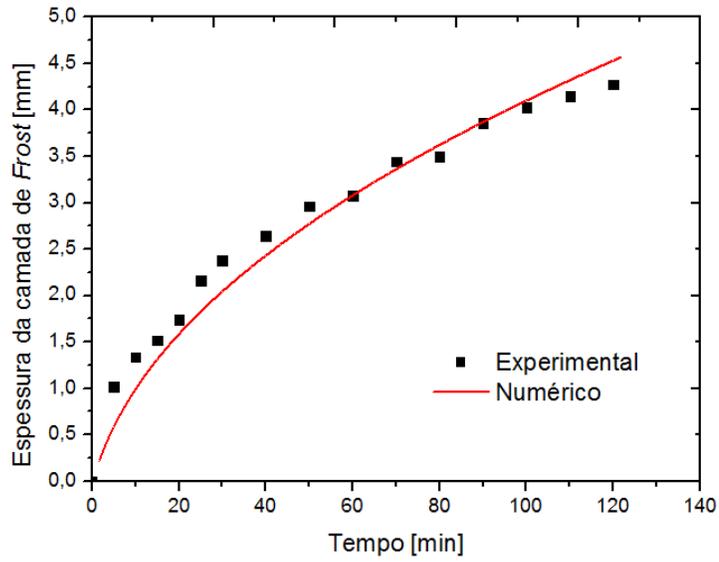


Figura 6.27: Validação numérica com experimental :

$T_s = -25\text{ }^\circ\text{C}$, $v_\infty = 0,0338\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $w = 0,01378\frac{\text{kg}}{\text{kg}}$, cilindro 1, $\theta = 45^\circ$.

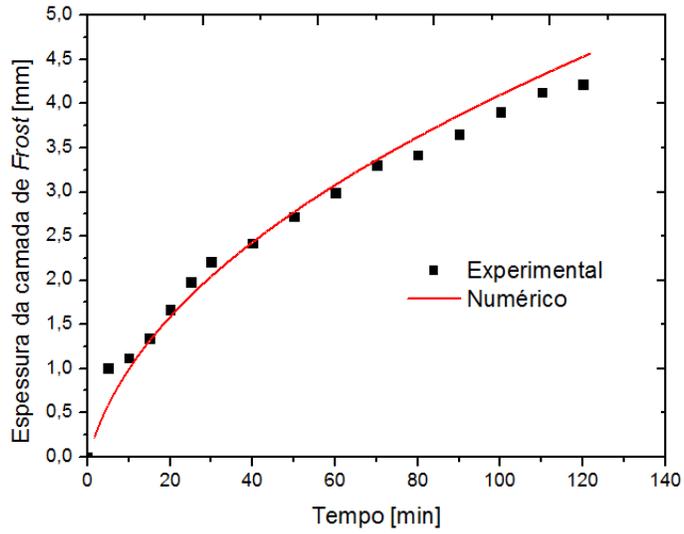


Figura 6.28: Validação numérica com experimental :

$T_s = -25\text{ }^\circ\text{C}$, $v_\infty = 0,0338\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $w = 0,01378\frac{\text{kg}}{\text{kg}}$, cilindro 1, $\theta = 180^\circ$.

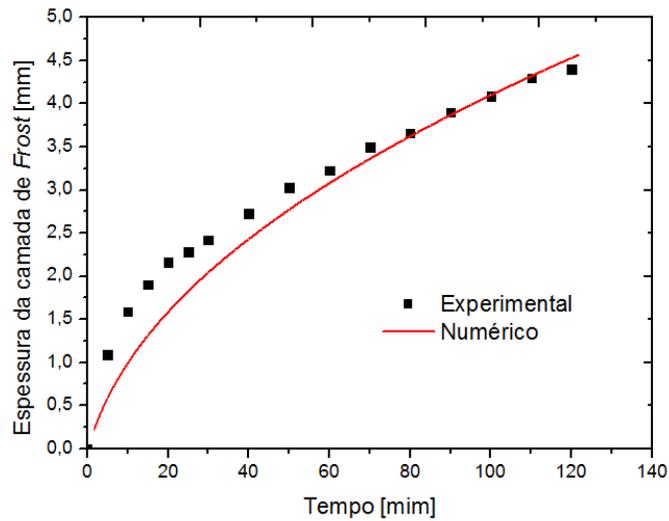


Figura 6.29: Validação numérica com experimental:
 $T_s = -25\text{ }^\circ\text{C}$, $v_\infty = 0,0338\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $w = 0,01378\frac{\text{kg}}{\text{kg}}$, cilindro 1, $\theta = 300^\circ$.

As Figuras 6.30 6.31 mostram a comparação da simulação numérica utilizando a correlação do Número de Nusselt com dados experimentais, com os resultados experimentais para cada cilindro do arranjo. Na figura 6.30 os maiores erros relativos calculados foram de $\sim 15\%$ para os cilindros 1 e 2 e $\sim 20\%$ para o cilindro 3. Na Figura 6.31 os erros relativos calculados foram de $\sim 6\%$ para os três cilindros.

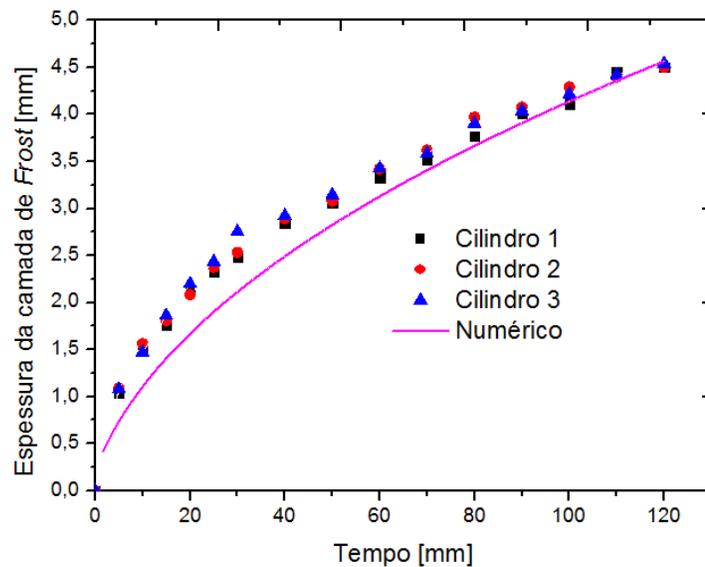


Figura 6.30: Validação numérica com experimental : $T_s = -25\text{ }^\circ\text{C}$, $v_\infty = 0,0338\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $w = 0,01378\frac{\text{kg}}{\text{kg}}$, $\theta = 0^\circ$.

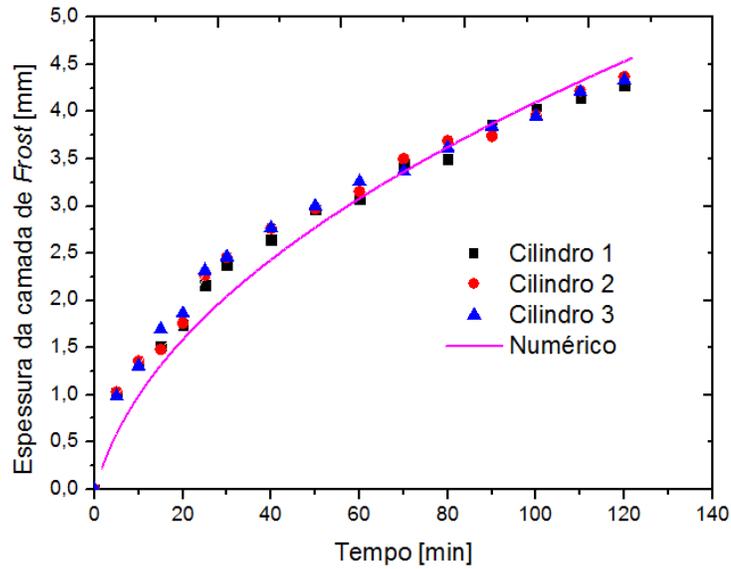


Figura 6.31: Validação numérica com experimental : $T_s = -25\text{ }^\circ\text{C}$, $v_\infty = 0,0338\frac{m}{s}$, $w = 0,01378\frac{kg}{kg}$, $\theta = 45^\circ$.

As Figuras 6.32 e 6.33 mostram a comparação da simulação numérica utilizando a correlação do Número de Nusselt com dados experimentais. Para diferentes ângulos no cilindro 1.

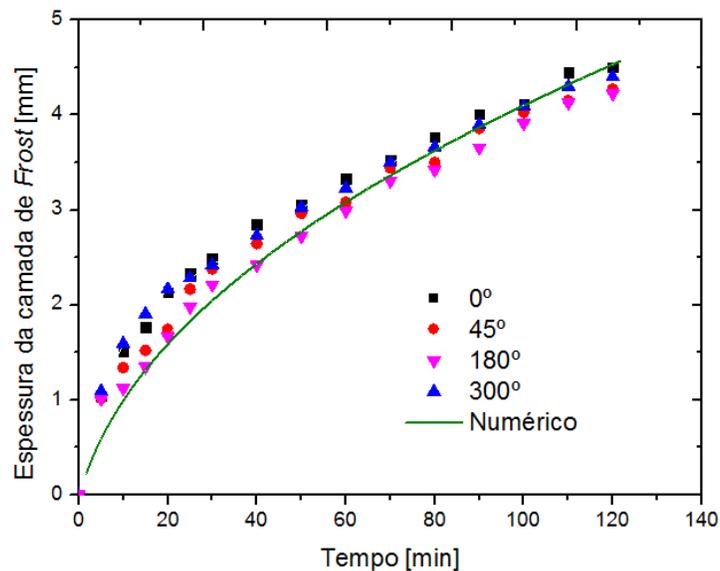


Figura 6.32: Validação numérica com experimental $T_s = -25\text{ }^\circ\text{C}$, $v_\infty = 0,0338\frac{m}{s}$, $w = 0,01378\frac{kg}{kg}$, $\theta = 45^\circ$, $\phi = 180^\circ$.

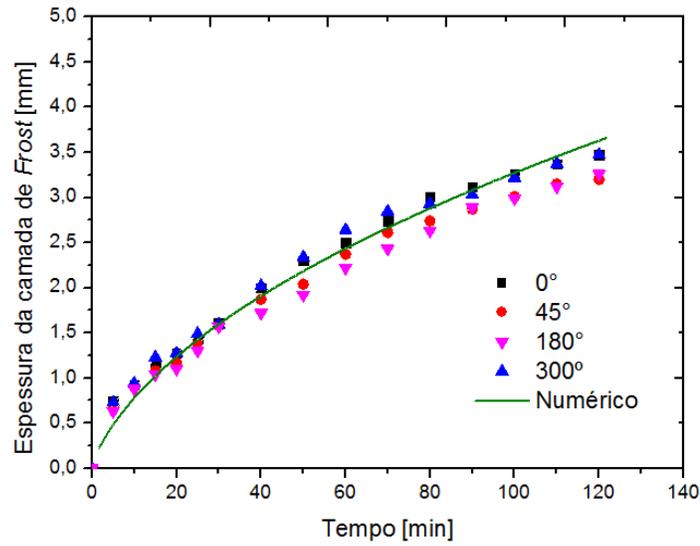


Figura 6.33: Validação numérica com experimental
 $T_s = -25\text{ }^\circ\text{C}$, $v_\infty = 0,64\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $w = 0,01292\frac{\text{kg}}{\text{kg}}$. *clt* 1.

A Figura 6.34 mostra a validação numérica com dados experimentais, variando a umidade absoluta do ar, nota-se a influência da umidade absoluta na formação e crescimento de *frost*, quanto maior a umidade maior a espessura, nota-se uma boa concordância com as curvas experimentais e numéricas.

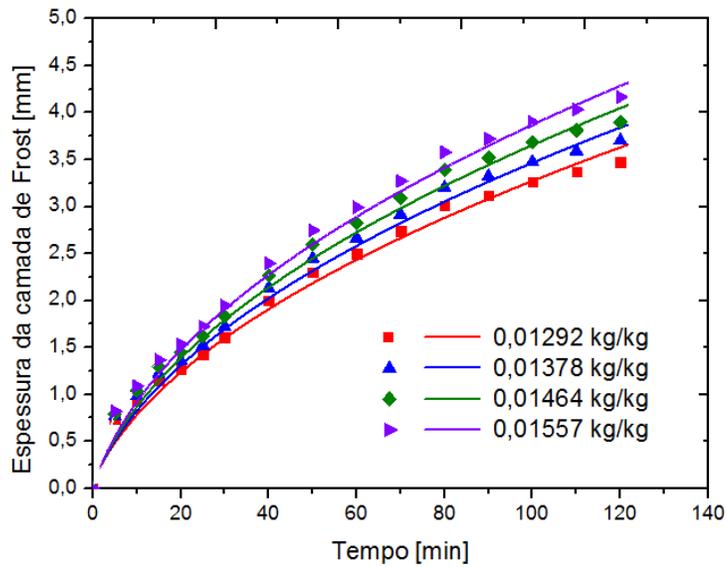


Figura 6.34: Validação numérica com experimental :
 $T_s = -20\text{ }^\circ\text{C}$, $v_\infty = 0,64\frac{\text{m}}{\text{s}}$, *cilindro* 1, $\theta = 0^\circ$.

A figura 6.35 mostra a validação numérica com dados experimentais, variando as temperaturas da superfície do cilindro, nota que quanto menor a temperatura da superfície maior a formação do crescimento de *frost*, teve boa concordância com as curvas experimentais e numéricas.

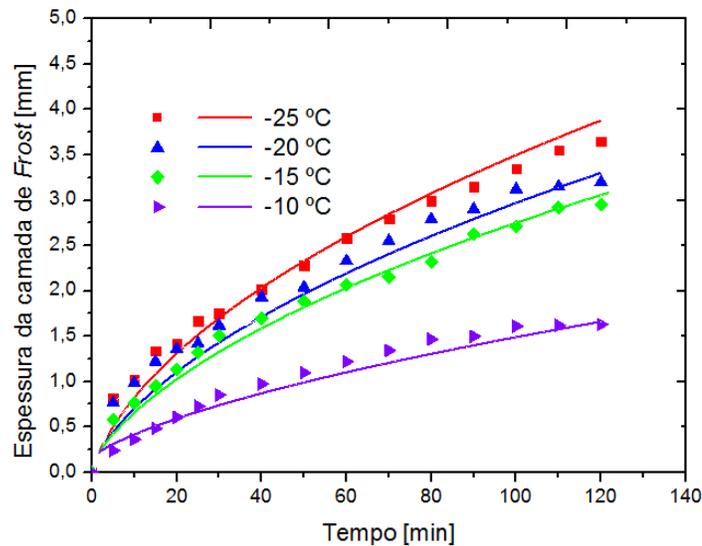


Figura 6.35: Validação numérica com experimental :
 $v_{\infty} = 0,64 \frac{m}{s}$, cilindro 1, $\theta = 0^{\circ}$.

Neste capítulo foram apresentados os resultados experimentais e numéricos para o fenômeno de formação de frost num arranjo triangular de cilindros.

Foram analisados os seguintes parâmetros ambientais, temperatura ambiente, temperatura da superfície do cilindro, temperatura da superfície do frost, velocidade de ar úmido e umidade absoluta do ar. Através desses dados foi possível fazer um balanço de energia e calcular o coeficiente convectivo da transferência de calor e dessa forma formular uma equação empírica para o numero do Nusselt.

Em paralelo através do método inverso, foi possível chegar a uma correlação empírica do numero de Nusselt baseado em dados da literatura.

As duas correlações tiveram boa concordância quando comparadas com os dados experimentais.

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PRÓXIMOS TRABALHOS

Neste trabalho, foi estudada experimentalmente, a formação de *frost* em torno de cada cilindro de um arranjo triangular de três cilindros verticais, sob condições de escoamento de ar úmido e investigada a influência das variações de parâmetros operacionais, tais como: a velocidade do ar, umidade do ar, temperatura da superfície cilíndrica sobre a taxa de deposição de *frost* na superfície do cilindro.

Foi demonstrado experimentalmente que a espessura da camada de *frost* e a velocidade de deposição diminuem com o aumento da vazão de ar úmido. Foi observado também que a espessura da camada de *frost* aumenta com a diminuição da temperatura da superfície do cilindro que provoca aumento de gradiente de temperatura.

Conforme a revisão bibliográfica o coeficiente convectivo para o primeiro cilindro é aproximadamente igual ao de um cilindro simples numa corrente cruzada. Encontrou-se que os cilindros internos no arranjo têm maiores coeficientes convectivos.

Baseada nos dados experimentais próprios foi desenvolvida uma correlação empírica do número de Nusselt Global para formação de *frost* ao redor de arranjo triangular de cilindros verticais.

Foi desenvolvida uma correlação empírica para o Número de Nusselt Local em cada tubo baseado em dados empíricos reportados na literatura e dados experimentais próprios. Neste processo adotou-se um procedimento inverso de aproximação sucessiva utilizando solução numérica unidimensional que simula o problema de formação de *frost* em geometria cilíndrica. Uma boa concordância foi observada na comparação dos valores de Número de Nusselt calculados pelas duas correlações.

Os resultados numéricos foram convalidados com as medidas experimentais próprias e também com outros resultados experimentais da literatura.

A elaboração da correlação para cálculo de número de Nusselt local e global em torno de arranjos de cilindros verticais e o mapeamento da distribuição de espessura em torno do arranjo dos cilindros são as contribuições deste trabalho.

As sugestões para trabalhos futuros são:

- ❖ Fazer modelagem bidimensional sobre um cilindro;
- ❖ Considerar o ar supersaturado sobre o cilindro;
- ❖ Fazer uma correlação para o número do Nusselt considerando a variação do ângulo.

REFERÊNCIAS

ASHRAE. (n.d.). 2009 ASHRAE Handbook - Fundamentals (I-P Edition). American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc.

BARZANONI, Y., BASIRAT Tabrizi, H., NoORSHAMS, O., & EFTEKHARi, H. (2012). Correlation for frost properties on a cold cylinder surface in cross flow. *Heat and Mass Transfer*, 48(8), 1477–1484. doi:10.1007/s00231-012-0993-y

CENGEL, Y. A. (2003). *HEAT TRANSFER A Practical Approach* (2nd ed.). McGraw Hill Professional.

CHENG, C.-H., & SHIU, C.-C. (2002). Frost formation and frost crystal growth on a cold plate in atmospheric air flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45(21), 4289–4303. doi:10.1016/S0017-9310(02)00134-5

CUNHA, M. C. . (2013). *Métodos Numéricos*. (E. Unicamp, Ed.) (4^o ed., pp. 8–9).

Da SILVA, R. C. R., SALINAS, C. T., DELGADO, P. A. M., & ISMAIL, K. A. R. (2013). Estimation of a Nusselt correlation for the numerical prediction of frost thickness on a tube banks of triangular arrangement . In 9th International Conference on Diffusion in Solids and Liquids DSL-2013 (pp. 1–5). Madri: Defect and Diffusion Forum Journal.

Da SILVA, R. C. R., SALINAS, C. T., & ISMAIL, K. A. R. (2013). Evaluation of empirical Nusselt correlations for numerical prediction of frost thickness . *Engineering Research (Special Issue on Computer Fluid Dynamics)* ISSN 2179-, 4(4), 1–20.

Da SILVA, R., SALINAS, C., & ISMAIL, K. A. R. (2014). Estimation of a Nusselt Correlations for Numerical Prediction of Frost Thickness Growth over a Cold Cylinder. *Advanced Materials*

Research, 875-877, 771–775. doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.875-877.771

DIETENBERGER, M. a. (1983). Generalized correlation of the water frost thermal conductivity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 26(4), 607–619. doi:10.1016/0017-9310(83)90011-X

DINIZ, M. C., & SILVESTRINI, J. H. (n.d.). Análise numérica da transferência de calor convectiva no escoamento externo de um trocador de calor tubo-aleta.

GUIMARÃES, G. (2003). Problemas inversos em condução de calor (2^a ed.). Faculdade Federal de Urbelândia. FEMEC.

HAYASHI, Y., AOKI, K., YUHARA, H., 1977, Study of frost formation based on a theoretical model of the frost layer, *Heat transfer-Japanese Research*, vol. 6, no. 3: p. 79-94.

HUANG, L., LIU, Z., LIU, Y., & GOU, Y. (2010). Experimental study of frost growth on a horizontal cold surface under forced convection. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 24(7), 1523–1529. doi:10.1007/s12206-010-0410-8

INCROPERA, F. P. (Ed.). (2008). Fundamentos de transferência de calor e de massa. (6th ed.). LTC.

ISMAIL, K. A. R. (2003). Técnicas de medidas e instrumentação (2^o ed.).

ISMAIL, K. A. R., SALINAS, C., & GONGALVES, M. M. (1997). Frost growth around a cylinder in a wet air stream. *Science*, 20(2), 106–119.

ISMAIL, K. A. R., & SALINAS, C. S. (1999). Modeling of frost formation over parallel cold plates, 22, 425–441.

JONES B.W., PARKER J.D, Frost (1975), Formation with varying environmental parameters, *J. Heat Transfer*, 97, 255–259.

KIM, J.-S., YANG, D.-K., & LEE, K.-S. (2008). Dimensionless correlations of frost properties

on a cold cylinder surface. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51(15-16).

LEE, Y. B., & RO, S. T. (2001). An experimental study of frost formation on a horizontal cylinder under cross flow. *International Journal Refrigeration*, 24, 468–474.

LE GALL, R., GRILLOT, J.M.(1997) Modeling of frost growth and densification, *Int. J. Heat Mass Transfer* 40 (13) (1997) 3177–3187.

LEE, K.S., KIM, W.S., LEE, T.H., 1997. A one-dimensional model for frost formation on a cold flat surface. *Int. J. Heat Mass Transfer* 40, 4359e4365.

MARTINS, K. R. B. (2010). Estudos de formação de “ Frost ” sobre tubos de diferentes arranjos em escoamento de ar úmido . Dissertação de mestrado, Unicamp.

MAO Y, BESANT RW, REZKALLAH KS. Measurements and correlations of frost properties with air flow over a flat plate. *ASHRAE Trans: Res* 1992:65–78

NA B., WEBB R.L., A fundamental understanding of factors that affecting frost nucleation, *Int J Heat Mass Transfer* 46 (2003) 3797–3808.

O'NEAL, D. L. AND TREE D. R., A review of frost formation in simple geometries. *ASHRAE Trans- actions*, 1992, 98(Part 2), 65-78

PADKI MM, SHERIF SA, Nelson RM. (1989) A simple method for modeling frost formation in different geometries. *ASHRAE Trans* .95(2):1127–1137

PARISH, H. C. (1970). A numerical analysis of frost formation under convection. The Ohio State University.

PARISH, H. C., SEPSY, C. F., (1972) A numerical analysis of frost formation under forced convection, *ASHRAE Trans.*, vol. 78, no. 2231: p. 236-251.

PIUCCO, R. O. (2008). Análise teórico-experimental da formação de geada em refrigeradores

domésticos. Universidade Federal de Santa Catarina.

RUGGIERO, M. A. G., & Lopes, V. L. . (1998). Cálculo Numérico, Aspectos Teóricos e Computacionais. (2nd ed., pp. 8–9). Pearson.

SALINAS, C. (1996). Formação de Gelo em Placa Plana. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas.

SAMI SM, DUONG T. Mass and heat transfer during frost growth ASHRAE Trans 1989;95(1):158–165

SCALON, V. L. (1993). Formação de gelo em torno de cilindros verticais. Dissertação de Mestrado , Universidade Estadual de Campinas.

SCHENEIDER, H. (1978). Equation of the growth rate of frost forming on cooled surfaces. International Journal of Heat and Mass Transfer, 24, 1019.

SENGUPTA, S., SHERIF, S. A., & WONG, K. V. (1998). Empirical heat transfer and frost thickness correlations during frost deposition on a cylinder in cross-flow in the transient regime, 624(August 1997), 615–624.

SHERIF SA, RAJU SP, PADKI MM, CHAN AB. A semi-empirical transient method for modelling frost formation on a flat plate. Rev Int Froid 1993;16(5):321–329.

SILVA, D. L. (2012). Análise da formação de gelo e geada e seu efeito no desempenho termo hidráulico de evaporadores do tipo tubo. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.

STOECKER, J. W., & Jones, J. W. (1985). Refrigeração e Ar Condicionado. McGraw Hill.

TAO, Y. X., BESANT, R. W., & REZKALLAH, K. S. (1992). A mathematical model for predicting the densification and growth of frost on a flat plate. International Journal of Heat and Mass Transfer, 36, 353–363.

TAO YX, BESANT RW, MAO Y. (1993) Characteristics of frost growth on a flat plate during the early growth period. ASHRAE Trans Symp.746–753.

YONKO, J. D., SEPSY, C. F., (1967), An investigation of the thermal conductivity of frost while forming on a flat horizontal plate, ASHRAE Trans., vol. 73, no. 2: p. 1.1-1.11.

WANG, W., GUO, Q. C., FENG, Y. C., LU, W. P., DONG, X. G., & ZHU, J. H. (2013). Theoretical study on the critical heat and mass transfer characteristics of a frosting tube. Applied Thermal Engineering, 54(1), 153–160. doi:10.1016/j.applthermaleng.2013.01.040

WHITAKER, S. (1977). Simultaneous Heat, Mass, and Momentum Transfer in Porous Media: A Theory of Drying, 13, 119–203.

Apêndice A- Calibração

Para a calibração foi utilizado um método com banho de água e gelo, onde foram inseridos os termopares e um termômetro. Para cada valor de temperatura foi feito o mesmo procedimento para obter a curva de calibração desejada. As figuras A1 até A5 mostram as curvas de calibração os termopares.

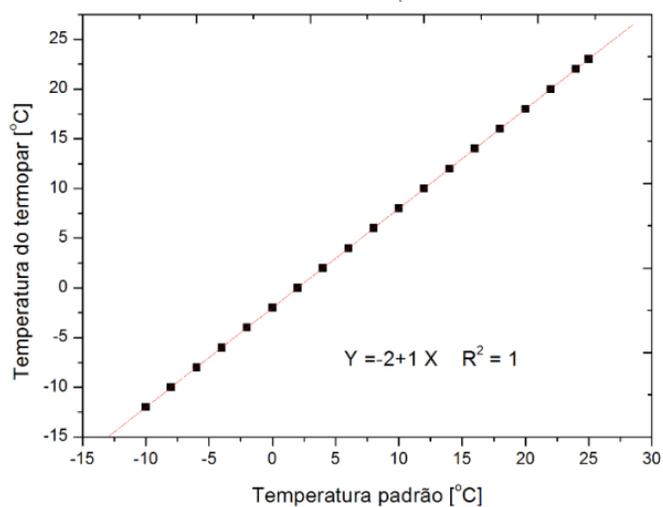


Figura A.1: Curva de calibração termopar T1, T3, T9, T10.

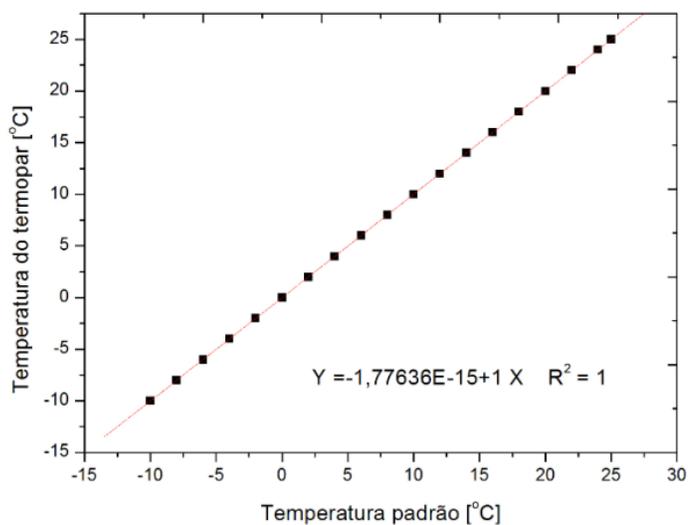


Figura A.2: Curva de calibração termopar T2, T4

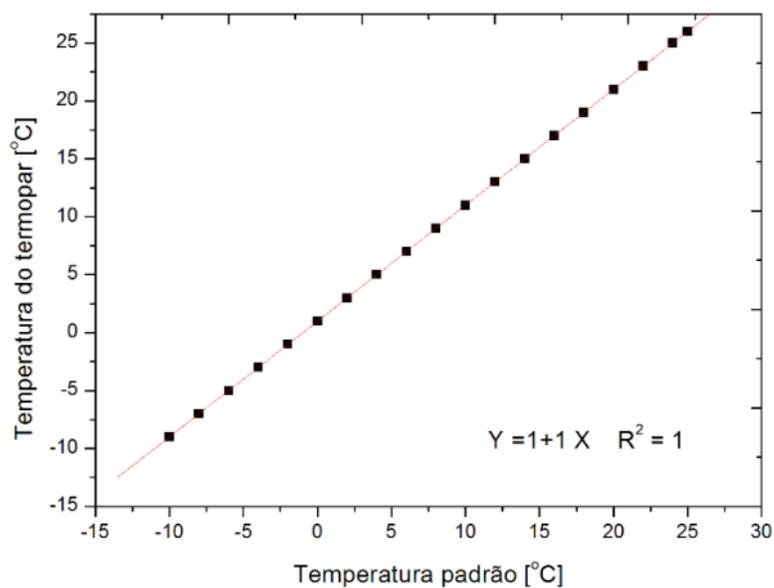


Figura A.3: Curva de calibração termopar T8, T13

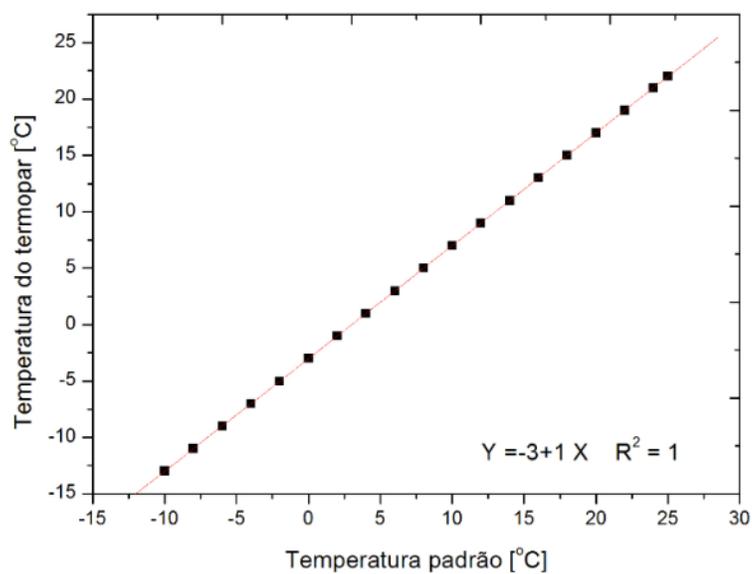


Figura A.4: Curva de calibração termopar T11, T12.

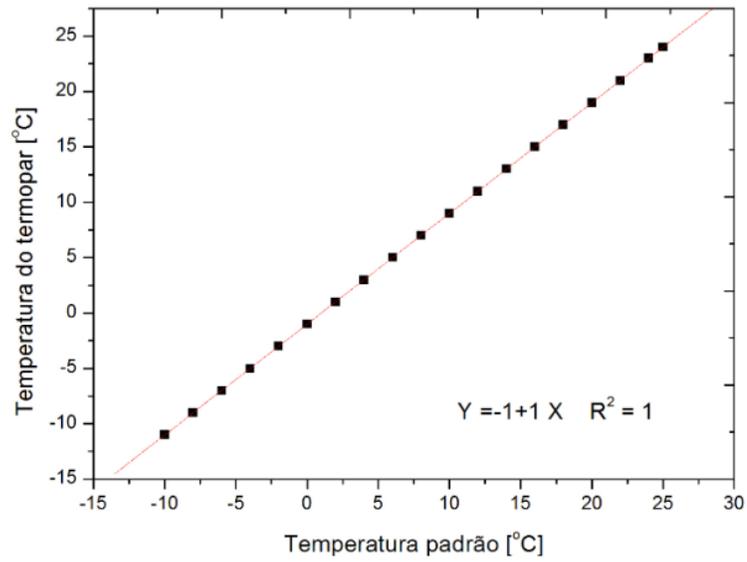


Figura A.5: Curva de calibração termopar T5, T6, T7.

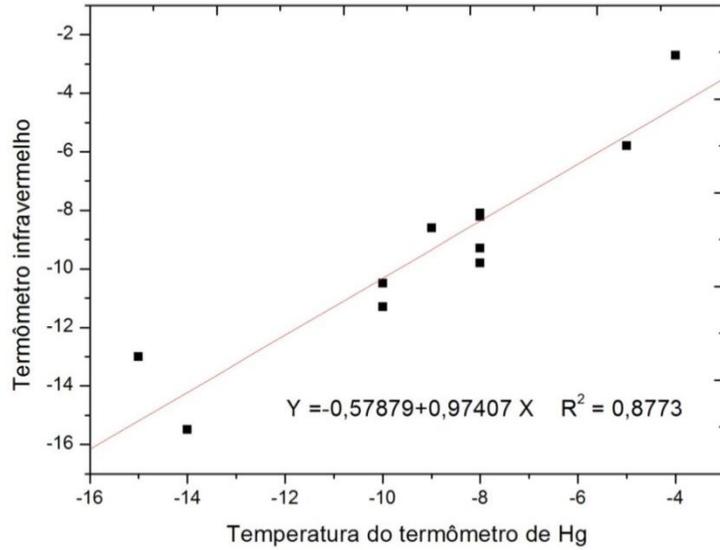


Figura A.6: curva de calibração do termômetro infravermelho.

Apêndice B - Análise de Incerteza Experimental

Neste apêndice é apresentado o cálculo das incertezas experimentais associadas às principais variáveis. Segundo (Ismail, 2003) os dados de medidas experimentais de grandezas como pressão, temperatura, comprimento, força, entre outras, sempre exibirão certa variação se as medidas forem repetidas várias vezes com instrumentos precisos. Nem todos os dados são igualmente bons, pois a variabilidade é fundamental a todos os sistemas de medidas. A validade dos dados deve ser documentada antes que os resultados do teste sejam usados no projeto. Assim, os erros estão sempre presentes quando medições experimentais são realizadas e podem ser basicamente de dois tipos: o fixo (ou sistemático) que causa repetidas medições erradas da mesma quantidade em cada tentativa, podendo ser eliminado pela calibração do instrumento e o aleatório (não repetitivo) é diferente para cada leitura e não pode ser eliminado. Dessa forma, a análise de incerteza é o procedimento utilizado para quantificar a validade dos dados e sua acurácia e nos possibilita estimar o erro aleatório provável nos resultados experimentais.

Denominando as incertezas de cada variável independente por $\delta_x, \delta_y, \dots, \delta_n$ tem-se:

$$\partial w = \pm \left[\left(\frac{\partial w}{\partial x} \delta_x \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \delta_y \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial w}{\partial n} \delta_n \right)^2 \right]^{1/2}$$

Dessa forma foi determinada as incertezas relativas a todas as variáveis medidas ao longo do experimento.

1. Incerteza do tempo

A medida realizada do tempo foi realizada por meio de um cronômetro, e incerteza relativa é de $\pm 0,4s$.

2. Incerteza da espessura da camada de frost

Para a medição da espessura de frost em torno dos cilindros foi colocada uma escala em milímetros com incerteza de $\pm 0,5mm$. Como a medida da espessura pela escala se trata de uma medição direta, a incerteza relativa pode ser determinada pela relação com a própria incerteza da

escala, isto é: $e = \pm 0,5 \text{ mm}$.

3. Incerteza da temperatura

Os termopares usados foram previamente calibrados conforme já citado. A incerteza relativa á temperatura é de $= \pm 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$.

4. Incerteza da velocidade do ar úmido

A medição da velocidade do fluxo de ar (v_{med}) foi realizada por meio de um anemômetro. A incerteza relativa do ar é dada pela relação com a incerteza do instrumento, logo:

$$\delta_{(v_{med})} = \pm \frac{0,01}{(v_{med})} \text{ m/s}$$

Apêndice C – Correlação Empírica do Número de Nusselt

A tabela A1 mostra os dados experimentais para a estimação experimental da correlação empírica para a obtenção do número de Nusselt Global sobre o arranjo de tubos com formação de *frost*.

Tabela A1: Dados Experimentais

Nu1	Nu2	Nu3	ReD	Fo	∞	Ts/T	w
17,4 10	17,4 22	17,4 33	3845 ,36	0,50 0		0,83 8	0,01 292
16,0 12	16,0 23	16,0 33	3845 ,36	0,53 5		0,85 5	0,01 378
15,9 54	15,9 64	15,9 74	3845 ,36	0,67 8		0,87 2	0,01 567
14,1 14	14,1 24	14,1 33	3845 ,36	0,71 4		0,88 9	0,01 464
13,4 25	13,4 34	13,4 43	3845 ,36	0,74 9		0,90 5	0,01 292
11,1 90	11,1 98	11,2 05	1930 ,79	0,78 5		0,83 8	0,01 292
10,8 84	10,8 91	10,8 98	1930 ,79	0,82 1		0,85 5	0,01 378
10,1 19	10,1 26	10,1 33	1930 ,79	0,89 2		0,87 2	0,01 567
9,90 5	9,91 1	9,91 8	1930 ,79	0,92 8		0,88 9	0,01 464
9,70 6	9,71 2	9,71 9	1930 ,79	0,99 9		0,90 5	0,01 378
8,07 8	8,08 4	8,08 9	996, 22	1,32 0		0,83 8	0,01 292
7,98 2	7,98 8	7,99 3	996, 22	1,35 6		0,85 5	0,01 378
7,71 9	7,72 4	7,72 9	996, 22	1,39 2		0,87 2	0,01 567
6,51 5	6,52 0	6,52 4	996, 22	1,49 9		0,88 9	0,01 292
6,47 1	6,47 6	6,48 0	996, 22	1,57 0		0,90 5	0,01 464
5,98 4	5,98 8	5,99 2	62,6 55	1,71 3		0,83 8	0,01 292

5,95 2	5,95 6	5,96 0	62,6 55	1,74 8	0,85 5	0,01 378
5,92 0	5,92 4	5,92 8	62,6 55	1,99 8	0,87 2	0,01 567
5,88 9	5,89 3	5,89 7	62,6 55	2,49 8	0,88 9	0,01 464
5,88 9	5,89 3	5,89 7	62,6 55	2,56 9	0,90 5	0,12 92

O número do Nusselt foi relacionado com 4 variáveis, como descrito abaixo:

$$(Nu) = f(Re_D, Fo, \frac{T_s}{T_\infty}, w)$$

Para encontrar a correlação empírica do Número do Nusselt foi utilizado os dados experimentais da tabela A1, através do método dos mínimos quadrados e regressão não linear, com ajuste geométrico da curva.

$$y \approx \alpha_1 x^{\alpha_2} y^{\alpha_3} \dots$$

$$\ln(y) \approx \ln(\alpha_1) + \alpha_2 \ln(x) \dots$$

O modelo de classe utilizado foi o parâmetro de regressão não linear. Em muitos problemas de ordem prática, a função de regressão não linear de função é frequentemente mais complexa. A análise de regressão foi realizada através de um grande número de dados experimentais, à utilização de métodos estatísticos matemáticos para determinar a variável dependente e a relação de regressão das variáveis independentes entre a expressão da função (chamada equação de regressão). (Cunha, 2013)

O método básico para a regressão não-linear, através da transformação da variável, a regressão não linear para uma regressão linear, e, em seguida, usar o método de regressão linear. (Ruggiero & Lopes, 1998)

Segue abaixo a equação com os resultados para os coeficientes de regressão.

$$Nu = \alpha_1 * Re_D^{\alpha_2} (Fo)^{-\alpha_3} \left(\frac{T_s}{T_\infty}\right)^{\alpha_4} (w)^{\alpha_5} \quad (4.61)$$

$$\alpha_1 = 0.69594$$

$$\alpha_2 = 0.35364$$

$$\alpha_3 = -0.375$$

$$\alpha_4 = 1.2125$$

$$\alpha_5 = 0.0105$$

$$\text{Nu} = 0.69594 * \text{Re}_D^{0.35364} (\text{Fo})^{-0.375} \left(\frac{T_s}{T_\infty} \right)^{1.2125} (w)^{0.0105}$$