

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA  
TESE DEFENDIDA POR Ricardo Enrique  
Gutiérrez Carvajal E APROVADA  
PELA COMISSÃO JULGADORA EM 20/08/2011

Joaquim Manoel de Sá  
ORIENTADOR

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Ricardo Enrique Gutiérrez Carvajal

**Sobre Técnicas para Manutenção e  
Diagnóstico Inteligente de Sistemas  
Mecatrônicos. Estudo de Caso Utilizando  
Cálculo de Ordem Fracionária**

Campinas, 2011.

141/2011

Ricardo Enrique Gutiérrez Carvajal

# Sobre Técnicas para Manutenção e Diagnóstico Inteligente de Sistemas Mecatrônicos. Estudo de Caso utilizando Cálculo de Ordem Fracionária

Tese apresentada ao Curso de Doutorado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Orientador: João Maurício Rosário  
Co-orientador: José Antônio Tenreiro Machado

Campinas

2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DE ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

G949s Gutierrez Carvajal, Ricardo Enrique.  
Sobre técnicas para manutenção e diagnóstico inteligente de sistemas mecatrônicos: estudo de caso utilizando cálculo de ordem fracionária / Ricardo Enrique Gutierrez Carvajal. – Campinas, SP:[s.n.], 2011.

Orientadores: João Maurício Rosário, José Antônio Tenreiro Machado.

Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Manutenção (Engenharia). 2. Mecatrônica. 3. Processamento de sinais. I. Rosário, João Maurício. II Tenreiro Machado, José Antônio. III. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.

Título em Inglês: About intelligent maintenance and diagnosis techniques for mechatronic systems : case study using fractional order calculus.

Palavras-chave em Inglês: Maintenance (Engineering), Mechatronics, Signal processing.

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico.

Titulação: Doutor em Engenharia.

Banca examinadora: Edmundo Capelas de Oliveira, Cintia Kimie Aihara Nicoletti, Renato Ventura Bayan Henriques, Francisco Carlos Parquet Bizarria.

Data da defesa: 18-08-2011.

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO

TESE DE DOUTORADO

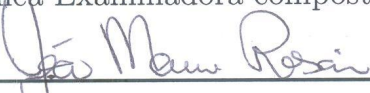
Sobre Técnicas para Manutenção e Diagnóstico  
Inteligente de Sistemas Mecatrônicos. Estudo de Caso  
utilizando Cálculo de Ordem Fracionária

Autor: Ricardo Enrique Gutiérrez Carvajal


Orientador: João Maurício Rosário

Co-orientador: José António Tenreiro Machado

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Tese:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. João Maurício Rosário  
FEM/UNICAMP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Edmundo Capelas de Oliveira  
IMECC/UNICAMP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dra. Cintia Kimie Aihara Nicoletti  
COTUCA/UNICAMP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Renato Ventura Bayan Henriques  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL/UFRGS

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Francisco Carlos Parquet Bizarria  
INSTITUTO DE AERONÁUTICA E ESPAÇO/DCTA

Campinas, Agosto 18 de 2011

## Agradecimentos

- Em primeiro lugar quero agradecer ao professor doutor João Maurício Rosário pela sua colaboração com o trabalho de pesquisa e pela compressão mostrada durante um dos momentos mais difíceis da minha vida. Também quero mostrar o meu agradecimento ao professor doutor José A. Tenreiro Machado, pela coorientação deste trabalho, cujas recomendações foram de grande importância para direção tomada neste trabalho.
- Em segundo lugar quero agradecer a minha mãe que me ajudou com o impulso requerido para começar o estudo de doutorado, deu apoio incondicional para terminá-lo.
- Também quero agradecer aos funcionários do laboratório **L.A.I.R.** pelas assistência recebida na elaboração dos experimentos e ao pessoal do centro de pesquisa Renato Archer por fornecer as peças utilizadas na experimentação com a bancada experimental, assim como a todo o pessoal envolvido para o desenvolvimento desta tese.
- Finalmente quero agradecer aos órgãos financiadores do trabalho, Capes e CNPq.

*O pesquisador que não sabe o que procura  
não entenderá o que tem encontrado.  
Claude Bernard*

# Resumo

A competitividade no mercado global exige cada vez mais a fabricação de produtos de alta qualidade em curto tempo de fabricação, evitando tempos de parada para manutenção e reparo de máquinas e equipamentos, exigindo assim um eficiente controle de qualidade do processo e dos produtos para evitar a ocorrência de falhas de fabricação e utilização.

A integração de novas tecnologias em produtos industriais (ex. tecnologias mecatrônicas) exige a utilização de técnicas avançadas para o diagnóstico de falhas, a partir de análise dos sinais obtidos a partir do sensoriamento dos equipamentos, minimizando assim os custos de utilização de mão de obra especializada para controle de qualidade do produto.

Neste trabalho é apresentado inicialmente, um estudo sobre o estado da arte em técnicas de manutenção industrial, com ênfase nas estratégias utilizadas para manutenção corretiva, periódica e baseada no comportamento com ênfase no estudo das técnicas de processamento do sinal e identificação de sistemas, frequentemente utilizadas no diagnóstico de sistemas mecatrônicos, que exigem uma grande quantidade de informações, e forte dependência da análise criteriosa de um técnico especializado.

Assim, neste trabalho são utilizados sistemas de ordem fracionária, que permite a aproximação do comportamento real do sistema por meio de modelos com menos coeficientes que o sistema real, simplificando a análise do sistema em estudo. Um estudo experimental de caso para validação do trabalho é realizado a partir de uma bancada experimental de um sistema de transmissão por engrenagens que permitiu introduzir falhas particulares no sistema e sua identificação.

*Palavras Chave:* Manutenção de sistemas mecatrônicos, tratamento de Sinais, diagnóstico inteligente, identificação de ordem fracionária.

# Abstract

The global market competitiveness requires to make high quality products in a short time of manufacturing, avoiding stop-times due to maintenance and repairing of machines and devices, therefore, demanding an efficient quality control of the manufacturing process, in order to shun failures in fabrication and utilization.

The integration of new technologies into industrial products (e.g. mechatronics technologies) requires the use of advanced techniques to a precise failure diagnosis. They are typically based on signal analyses, which are obtained from the machines' instrumentation, and consequently, reduce the manpower costs associated to quality control of particular products.

In this work it is introduced a literature review of industrial maintenance techniques, focusing in the strategies used into corrective, periodic and condition based maintenance, specially using signal processing and system identification. Those paradigms are frequently applied into the mechatronics systems diagnosis, but requires a huge amount of information and it is strongly dependent on the specialist criterion.

In this sense, we introduced a fractional order system approach, which results in a better approximation of the actual system through an few parameters architecture, hence simplifying the analysis of the actual system. A real experimental setup was used to validate the strategies studied in this work. It consist in a gear transmission that lets to introduce particular failures for a posterior identification.

*Keywords:* Maintenance of mechatronics systems, signal processing, intelligent diagnosis, fractional order identification.



## Lista de Ilustrações

1.1	Diagrama em blocos de um sistema típico de diagnóstico de falhas. . . . .	p. 2
3.1	Principais funções de base wavelets comumente utilizadas para identificação de falhas. . . . .	p. 36
4.1	Modelo de uma caixa transmissora de potência através de engrenagens. A entrada deste sistema é o torque $T(t)$ e a saída é o sinal de vibração no mancal da engrenagem 2. . . . .	p. 42
4.2	Índices das técnicas no tempo (a) RMS, (b) fator de pico e (c) kurtosis em tempo obtidos para diferentes velocidades, quebrando 0 (Caso A), 1 (Caso B) e 2 (Caso C) dentes. . . . .	p. 45
4.3	Análise de assinatura em frequência do sistema sem presença de falhas. . .	p. 47
4.4	Detalhe dos primeiros dez harmônicos do sistema (a) sem falhas, (b) com um dente quebrado e (c) com dois dentes quebrados, defasados a cada $180^\circ$ com velocidade constante de 698 <i>RPM</i> . . . . .	p. 48
4.5	Análise de assinatura a partir da transformada Cepstrum sem presença de falhas. . . . .	p. 49
4.6	Detalhe das primeiras cem ordens de quefrequency do sistema (a) sem falhas, (b) com un dente quebrado e (c) com dois dentes quebrados, defasados de $180^\circ$ com velocidade constante de 698 <i>RPM</i> . . . . .	p. 50
4.7	Transformada wavelet utilizando a função Chapéu Mexicano como função base. . . . .	p. 52
4.8	Transformada wavelet utilizando a função Morlet como função base. . . . .	p. 54
4.9	Decomposição empírica de modos para o caso <i>A</i> . . . . .	p. 55
4.10	Decomposição empírica de modos para o caso <i>B</i> . . . . .	p. 55

4.11	Decomposição empírica de modos para o caso <i>C</i> . . . . .	p. 56
4.12	Distribuição de Wigner-Ville aplicada nos diferentes casos de ocorrência de falha. . . . .	p. 57
5.1	Bancada Experimental. . . . .	p. 60
5.2	Detalhe da caixa de transmissão por engrenagens da bancada experimental. . . . .	p. 61
5.3	Diagrama em blocos da bancada experimental. . . . .	p. 62
5.4	Caminho de transmissão do sinal associado à falha de falta de um dente na engrenagem 4 até os correspondentes sensores. . . . .	p. 63
5.5	Resultado obtido ao aplicar RMS sobre os dados da bancada. . . . .	p. 65
5.6	Resultado obtido ao aplicar a estratégia fator de pico sobre os dados da bancada. . . . .	p. 66
5.7	Resultado obtido ao aplicar kurtosis sobre os dados da bancada. . . . .	p. 66
5.8	Análise de assinatura obtida a partir da transformada de Fourier do sinal de vibração, com o sistema operando em condições normais. . . . .	p. 67
5.9	Transformada de Fourier da bancada em condições normais de funcionamento com velocidade de rotação de 360 <i>rpm</i> . . . . .	p. 68
5.10	Transformada de Fourier da bancada no caso de falha 2 (Engrenagem 2 sem um dente). . . . .	p. 68
5.11	Transformada de Fourier da bancada no caso de falha 3 (Engrenagem 3 sem um dente). . . . .	p. 69
5.12	Transformada de Fourier da bancada no caso de falha 4 (Engrenagem 4 sem um dente). . . . .	p. 69
5.13	Transformada Cepstrum dos dados de vibração obtidos a 360 <i>RPM</i> em condições normais de operação. . . . .	p. 70
5.14	Transformada Cepstrum dos dados de vibração obtidos a 360 <i>RPM</i> com a presença de falha 2. . . . .	p. 71

5.15 Transformada Cepstrum dos dados de vibração a 360 <i>RPM</i> com a presença de falha 3. . . . .	p. 71
5.16 Transformada Cepstrum dos dados de vibração a 360 <i>RPM</i> com a presença de falha 4. . . . .	p. 72
5.17 Transformada Wavelet do sistema em condições de operação normais e utilizando um função base de Chapéu Mexicano. . . . .	p. 73
5.18 Transformada Wavelet do sistema com a falha de caso 2 e utilizando um função base de Chapéu Mexicano. . . . .	p. 75
5.19 Transformada Wavelet do sistema com a falha de caso 3 e utilizando um função base de Chapéu Mexicano. . . . .	p. 76
5.20 Transformada Wavelet do sistema com a falha de caso 4 e utilizando um função base de Chapéu Mexicano. . . . .	p. 77
5.21 Transformada Wavelet do sistema em condições de operação normais e utilizando um função base de Morlet. . . . .	p. 79
5.22 Transformada Wavelet do sistema com a falha de caso 2 e utilizando um função base de Morlet. . . . .	p. 80
5.23 Transformada Wavelet do sistema com a falha de caso 3 e utilizando um função base de Morlet. . . . .	p. 81
5.24 Transformada Wavelet do sistema com a falha de caso 4 e utilizando um função base de Morlet. . . . .	p. 82
5.25 Decomposição empírica de modos do sinal de vibração da bancada quando não se introduzem falhas. . . . .	p. 84
5.26 Decomposição empírica de modos do sinal de vibração da bancada quando se introduzem falhas na engrenagem 2. . . . .	p. 85
5.27 Decomposição empírica de modos do sinal de vibração da bancada quando se introduzem falhas na engrenagem 3. . . . .	p. 86
5.28 Decomposição empírica de modos do sinal de vibração da bancada quando se introduzem falhas na engrenagem 4. . . . .	p. 87

5.29	Distribuição de Wigner-Ville quando aplicados sobre os dados obtidos da bancada em condições de operação normais. . . . .	p. 88
5.30	Distribuição de Wigner-Ville quando aplicados sobre os dados obtidos da bancada no caso 2 de operação. . . . .	p. 89
5.31	Distribuição de Wigner-Ville quando aplicados sobre os dados obtidos da bancada no caso 3 de operação. . . . .	p. 90
5.32	Distribuição de Wigner-Ville quando aplicados sobre os dados obtidos da bancada no caso 4 de operação. . . . .	p. 91
6.1	Interpretação geométrica do FOC proposta em (MACHADO, 2003). . . . .	p. 96
6.2	Interpretação geométrica do FOC proposta em (PODLUBNY, 2002) . . . . .	p. 97
6.3	Função $h_\infty$ avaliada para diferentes valores de $\alpha$ . . . . .	p. 98
6.4	Conjunto de Cantor com $\alpha = 1/3$ . . . . .	p. 99
6.5	Filtro passabaixo implementado recursivamente. . . . .	p. 101
6.6	Princípio de funcionamento de um Fractor. . . . .	p. 102
6.7	Diagrama em blocos do sistema de identificação com redes neurais artificiais contínuas. . . . .	p. 107
6.8	Diagrama em blocos de um controlador $TID$ , com $0 \leq \alpha \leq 1$ . . . . .	p. 107
6.9	Diagrama em blocos de um controlador $PI^\alpha D^\mu$ , com $0 \leq \alpha \leq 1$ e $0 \leq \mu \leq 1$ . . . . .	p. 107
7.1	Sistema linear com 12 parâmetros para modelamento. . . . .	p. 111
7.2	Aproximações de ordem inteira de um sistema com diferentes tipos de falha. . . . .	p. 114
7.3	Aproximações de ordem fracionária de um sistema com diferentes tipos de falha. . . . .	p. 115
7.4	Aproximação do modelo de ordem fracionária para cada um dos modelos ETFE obtidos para cada caso de falha. . . . .	p. 124
7.5	Espaço dos índices encontrados para diagnóstico de falha. . . . .	p. 125

## Lista de Tabelas

3.1	Glossário da Transformada Cepstrum. . . . .	p. 33
4.1	Parâmetros do sistema de simulação 1. . . . .	p. 43
5.1	Características mais relevantes da aplicação da transformada Wavelet utilizando a base Chapéu Mexicano. . . . .	p. 74
5.2	Características mais relevantes da aplicação da decomposição empírica de modos. . . . .	p. 83
6.1	Classificação de sistemas de ordem fracionária, agrupados pelo tipo de planta e controlador. . . . .	p. 104
7.1	Análise do conhecimento requerido para diagnosticar um sistema a partir das técnicas de processamento do sinal estudadas. . . . .	p. 109
7.2	Definição do espaço de estados. . . . .	p. 112
7.3	Parâmetros físicos do modelo. . . . .	p. 112
7.4	Diferença em percentagem entre os parâmetros identificados para um sistema com falha e um no ponto de operação normal. . . . .	p. 116
7.5	Erro médio de treinamento e teste quando se compara o sistema $ETFE_i \pm$ com o modelo de ordem fracionária identificado. . . . .	p. 123
7.6	Matriz de classificação obtida a partir do algoritmo proposto. . . . .	p. 126
7.7	Análise quantitativa dos resultados obtidos a partir do diagnóstico dos sistemas testados. . . . .	p. 126

## Lista de Algoritmos

- 3.1 Definição da decomposição empírica de modos. . . . . p. 39
- 7.1  $k$  vizinhos mais próximos, onde o tipo de falha estimada é aquele com mais representantes na  $k$ -vizinhança . . . . . p. 122

## Lista de Abreviaturas e Siglas

### Letras Gregas

- $\alpha$  Ordem da derivada fracionária.
- $\Gamma(x)$  Função gama da variável  $x$ , veja equação (6.8)
- $\hat{\omega}$  Variável independente no domínio Cepstrum
- $\omega$  Variável independente no domínio da frequência [Hz]

### Letras Latinas

- $\mathbb{R}$  Conjunto dos números reais
- $\mathbb{Z}$  Conjunto dos números inteiros
- $\mathcal{F}$  Transformada de Fourier
- $\mathcal{F}_{VAFS}$  Serie de Fourier de coeficientes variáveis , veja equação (3.7)
- $\mathcal{L}$  Transformada de Laplace , veja equação (6.9)
- $\mathcal{X}$  Transformada Cepstrum
- $a$  Variável de escala.
- $b$  Variável de corrimtoei em tempo.
- $C$  O fator de pico de um sinal
- $D$  Operador derivada.
- $D^\alpha$  Derivada de Ordem Fracionaria, com  $\alpha \in \mathbb{R}$
- $D^m$  Derivada de ordem inteiro  $m$ , com  $m \in \mathbb{Z}$
- $e$  Base dos logarítmos neperianos

$h$	Segmento de curva de uma função	
$I$	Corrente elétrica	[A]
$J_c^\alpha$	Integral de Ordem Fracionária no intervalo $[c, t]$ , com $\alpha \in \mathbb{R}$	
$k_t$	Constante de torque de um motor <i>DC</i>	[Nm/A]
$N$	Quantidade de amostras	
$s$	Variável de frequência generalizada	
$SK$	Valor de kurtosis de um sinal	
$T$	Período do sinal	[s]
$T_c$	Torque gerado pela carga em um motor <i>DC</i>	
$T_m$	Torque em um motor <i>DC</i> , veja equação (2.1)	[Nm]
$W_\psi$	Transformada Wavelet.	
$W_f$	Distribuição de Wigner-Ville	
$X$	Variável aleatoria	
$x^*$	Complexo conjugado de $x$ .	
$x_i$	$i$ -ésima amostra do sinal $x$	
$x_{rms}$	Valor efetivo do sinal $x$	
$y_{TSA}$	Função da média sincrônica	
$P(X=x)$	Probabilidade da variável aleatória $X$ ser igual a o valor $x$	

### Siglas

$F_i$	Índice de frequência
$MA$	Filtro de deslocamento da média
$PI^\alpha D^\mu$	Controlador de ação proporcional, integral de ordem fracionária e derivada de ordem fracionária



CBM Manutenção baseada em condição

CRONE Controle robusto de ordem não inteira

EMD Decomposição empírica de modos

ETFE (Do inglês) Empirical transfer function estimate

FN Falsos Negativos

FOC Cálculo de ordem fracionária

FP Falsos Positivos

FPAA Circuito de comportas analógicas programáveis

FT Transformada de Fourier

IMF Modos de oscilação intrínsecos do sinal

IMR Inspeção, Manutenção e Reparação

IOC Cálculo de ordem inteira

kNN  $k$ - vizinhos mais próximos

PCA Análise de Componentes Principais

PID Controlador de ação proporcional, integral de ordem inteira, derivada de ordem inteira

Prec Precisão

RMS Valor efetivo de um sinal (do inglês Root Mean Square)

Sens Sensibilidade

TID Controlador de ação integral de ordem fracionária, integral de ordem inteira, derivada de ordem inteira

TSA Média sincrônica no tempo (do inglês Time Synchronous Averaging)

VN Verdadeiros Negativos

VP Verdadeiros Positivos

WT Transformação Wavelet

WVD Distribuição de Wigner-Ville

# Sumário

<b>Lista de Ilustrações</b>	p. xi
<b>Lista de Tabelas</b>	p. xii
<b>Lista de Algoritmos</b>	p. xiii
<b>Lista de Abreviaturas e Siglas</b>	p. xvii
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	p. 1
1.1 Objetivos . . . . .	p. 5
1.2 Principais contribuições do trabalho . . . . .	p. 6
1.3 Organização da tese . . . . .	p. 6
<b>2 REVISÃO DA LITERATURA</b>	p. 8
2.1 Definição de Falha . . . . .	p. 8
2.2 Estratégias de Manutenção e Diagnóstico em Automação . . . . .	p. 9
2.2.1 Manutenção Corretiva e Oportuna. . . . .	p. 11
2.2.2 Manutenção Preventiva. . . . .	p. 12
2.2.3 Manutenção preditiva, baseada em condição . . . . .	p. 13
2.3 Técnicas de Diagnóstico e Prognóstico Inteligente . . . . .	p. 16
2.4 Sinais utilizados em identificação de falhas . . . . .	p. 17
2.5 Técnicas de identificação baseadas em sinais . . . . .	p. 24
2.6 Sistemas de Ordem Fracionária. . . . .	p. 25

2.7	Conclusões . . . . .	p. 26
<b>3</b>	<b>TÉCNICAS DE IDENTIFICAÇÃO DE FALHAS NO DOMÍNIO DO TEMPO, FREQUÊNCIA E TEMPO/FREQUÊNCIA</b>	<b>p. 28</b>
3.1	Técnicas no domínio do tempo . . . . .	p. 28
3.1.1	Média sincrônica no tempo (TSA) . . . . .	p. 29
3.1.2	A média do erro quadrático (RMS) . . . . .	p. 29
3.1.3	O Fator de Pico . . . . .	p. 30
3.1.4	Análise de Kurtosis . . . . .	p. 30
3.2	Técnicas no domínio da Frequência . . . . .	p. 31
3.2.1	Transformada de Fourier . . . . .	p. 31
3.2.2	Série de Fourier com coeficientes variáveis . . . . .	p. 32
3.2.3	Cepstrum . . . . .	p. 33
3.3	Técnicas no domínio do Tempo/Frequência . . . . .	p. 34
3.3.1	Wavelets . . . . .	p. 34
3.3.2	Wigner-Ville . . . . .	p. 37
3.3.3	A decomposição empírica de modos . . . . .	p. 38
3.4	Conclusões . . . . .	p. 39
<b>4</b>	<b>ESTUDO COMPARATIVO DE TÉCNICAS DE AVALIAÇÃO DE QUALIDADE</b>	<b>p. 41</b>
4.1	Configuração experimental. . . . .	p. 41
4.2	Aplicação de técnicas no tempo . . . . .	p. 44
4.3	Aplicação de técnicas em frequência . . . . .	p. 44
4.3.1	Transformada de Fourier . . . . .	p. 46
4.3.2	Transformada Cepstrum . . . . .	p. 49

4.4	Técnicas Tempo/Frequência . . . . .	p. 51
4.4.1	Transformada Wavelet . . . . .	p. 51
4.4.2	Decomposição Empírica de Modos (EMD) . . . . .	p. 53
4.4.3	Distribuição de Wigner-Ville . . . . .	p. 56
4.5	Conclusões . . . . .	p. 58
<b>5</b>	<b>ESTUDO COMPARATIVO DAS TÉCNICAS BASEADAS EM ANÁLISE DO SINAL PARA UM SISTEMA DE TRANSMISSÃO MECÂNICA</b>	<b>p. 59</b>
5.1	Configuração da Bancada Experimental . . . . .	p. 60
5.2	Resultados . . . . .	p. 64
5.2.1	Técnicas no domínio do tempo . . . . .	p. 64
5.2.2	Técnicas no domínio da frequência . . . . .	p. 65
5.2.3	Técnicas no Tempo/Frequência . . . . .	p. 72
5.3	Conclusões . . . . .	p. 89
<b>6</b>	<b>FUNDAMENTOS DO CÁLCULO DE ORDEM FRACIONÁRIA</b>	<b>p. 92</b>
6.1	Cálculo de Ordem Fracionária . . . . .	p. 93
6.2	Interpretação Geométrica . . . . .	p. 95
6.3	Implementação do FOC em Engenharia . . . . .	p. 99
6.3.1	Identificação de Sistemas . . . . .	p. 101
6.3.2	Controladores de Ordem Fracionária . . . . .	p. 104
6.4	Conclusões . . . . .	p. 106
<b>7</b>	<b>PROPOSTA DE UMA ESTRATÉGIA DE DIAGNÓSTICO ATRAVÉS DO CÁLCULO DE ORDEM FRACIONÁRIA. ESTUDO DE CASO: UM SISTEMA DE TRANSMISSÃO MECÂNICA</b>	<b>p. 108</b>
7.1	Identificação da dinâmica do sistema . . . . .	p. 110

7.1.1	Configuração experimental . . . . .	p. 111
7.1.2	Algoritmo de ajuste dos modelos . . . . .	p. 112
7.1.3	Identificação de ordem inteira . . . . .	p. 113
7.1.4	Identificação de ordem fracionária . . . . .	p. 115
7.2	Proposta de um Sistema de Diagnóstico . . . . .	p. 116
7.2.1	Configuração da Bancada Experimental . . . . .	p. 117
7.2.2	Técnica de avaliação da estratégia proposta . . . . .	p. 117
7.2.3	Metodologia Diagnóstica Proposta . . . . .	p. 118
7.2.4	Ajuste do modelo . . . . .	p. 119
7.2.5	Função Objetiva . . . . .	p. 121
7.2.6	Diagnóstico de falha . . . . .	p. 122
7.2.7	Resultados . . . . .	p. 123
7.3	Conclusões . . . . .	p. 126
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS</b>	p. 127
8.1	Conclusões . . . . .	p. 127
8.2	Perspectivas futuras . . . . .	p. 130
	<b>Referências Bibliográficas</b>	p. 131
	<b>Anexo A – Trabalhos Publicados Relacionados com a Tese</b>	p. 143

# 1 INTRODUÇÃO

Competir no mercado global exige a fabricação de produtos de alta qualidade, com baixo tempo de desenvolvimento e fabricação, mediante o uso de um sistema rápido de controle de qualidade dos produtos manufaturados, minimizando tempos de parada de equipamentos devido a ocorrência de falhas ou para a realização de manutenções periódicas.

Da mesma forma, a rapidez de desenvolvimento de um produto e a integração de tecnologias diversas no processo de desenvolvimento e fabricação torna mais complexa a utilização de estratégias tradicionais de inspeção, controle de qualidade e diagnóstico de falhas, onde normalmente são utilizadas técnicas de análise dos sinais emitidos por esses equipamentos, mostrando a interação dos diversos componentes e exigindo assim, mão de obra especializada com profundo conhecimento nas diferentes tecnologias envolvidas.

Em um sistema típico de detecção de falhas, pode ser obtido um conjunto de sinais com informação acerca do estado atual da máquina, a partir de fenômenos diversos como vibração, acústica, temperatura e impurezas do sistema de lubrificação, entre outros. Cada um deles precisa de ser tratado, descartando informação não relevante do sinal. Numa etapa posterior, o sinal resultante é analisado utilizando uma ou mais técnicas de processamento, onde as falhas possam ser detectadas mais facilmente. A partir da análise dos dados processados, tem-se informação suficiente para identificar se a máquina está falhando, e se for o caso, diagnosticar qual é o tipo de falha para posteriormente realizar uma ação corretiva. Um diagrama desse processo é ilustrado na Figura 1.1.

Na prática todos os dispositivos elétricos e mecânicos incluindo elementos de software e hardware requerem manutenção (SU et al., 2005), devido aos mesmos se degradam por causa de efeitos físicos como quebras, rachaduras ou por efeitos químicos como corrosão. Um exemplo típico são as caixas de engrenagens utilizadas para transmitir potência rotacional, como no caso da maioria das máquinas rotativas existentes na indústria, transmissão de potência

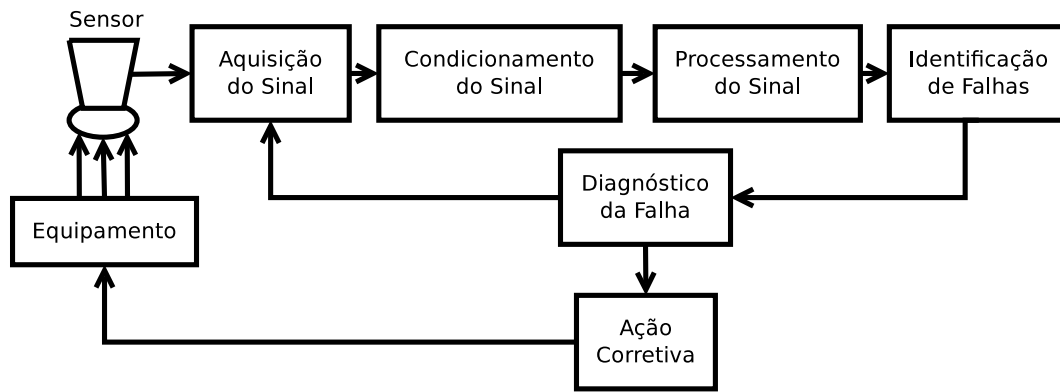


Figura 1.1: Diagrama em blocos de um sistema típico de diagnóstico de falhas.

nas hélices dos helicópteros, geradores de energia eólica, entre outros (CHOY; MUGLER; ZHOUI, 2003; RANDALL, 2004; BARSZCZ; RANDALL, 2009). Com o uso continuado, estes dispositivos sofrem desgastes, produzindo no futuro algum tipo grave de falha. Como consequência, a maquinaria tem um consumo maior de energia, pode gerar acidentes de trabalho, e em caso extremo apresentar dano de uma peça particular ou geral do equipamento, interrompendo temporariamente a cadeia de produção (LTD., 2006).

O propósito da manutenção é prolongar a vida útil de uma máquina, operando a mesma em condições ótimas de utilização (GONÇALVES, 2011), minimizando o tempo requerido para consertá-la, isto é, fazer uma parada de manutenção somente quando for necessário, não quando a falha é tão menor como para fazer uma parada de manutenção desnecessária ou quando esta seja tão evidente como para ocasionar um dano à máquina ou aos seus operários (LIU; MAKIS, 2008). Desta forma é possível aumentar a produtividade e ao mesmo tempo reduzir custos de manutenção.

A prática de manutenção começou com a revolução industrial, prestando atenção particularmente a consertar o equipamento somente quando a falha é evidente, já que naquela época os equipamentos eram compostos por poucas peças, simplificando o diagnóstico, e superdimensionando os componentes fazendo desses empiricamente confiáveis (MARÇAL, 2000). Portanto as empresas investiam pouco dinheiro em pesquisa em manutenção (ENDRENYI et al., 2001). Já na década de 1950, os processos produtivos dependiam mais do equipamento, no entanto os mesmos eram cada vez mais complexos e portanto difíceis de diagnosticar, precisando de paradas para manutenção mais longas e caras. Na década de 1960, impõe-se a



manutenção periódica, na qual se realizam paradas programadas para manutenção, concentrando as peças mais desgastadas antes de acontecer uma falha catastrófica (NUNES, 2001). Como principal vantagem dessa estratégia, as paradas de fabricação são programadas, permitindo tomar ações para minimizar o impacto no tempo de fabricação. Além disto, as tarefas de manutenção seguem um protocolo específico para cada equipamento, reduzindo o tempo de manutenção requerido (SHIKARI; SADIWALA, 2004; DJURDJANOVIC; LEE; NI, 2003). Aproveitando o desenvolvimento das ciências da informação, durante a década de 70 começam a utilizar-se técnicas de análise e processamento do sinal através de computadores. Já para essa época, percebe-se claramente a importância da manutenção preventiva como fator relevante para minimizar os custos devidos às paradas para manutenção. Consequentemente, existe na indústria uma grande preocupação por estabelecer as melhores condições para realizar a ação de manutenção, de forma a conhecer com precisão a causa da falha. Consequentemente, daquele momento até agora, desenvolveram-se múltiplas técnicas para melhorar os sistemas de manutenção, desde o sistema físico de medição, passando pelo tratamento do sinal adquirido, a sua interpretação, avaliação e finalmente a recomendação de diagnóstico (BENGTSSON et al., 2004; BYINGTON; ROEMER; GALIE, 2002).

Segundo o modelo *OSA/CBM* (BENGTSSON et al., 2004), a primeira camada concerne os sensores embarcados na aquisição de dados, cuja seleção depende do tipo de sinal de interesse. Existem diferentes alternativas, como observar fisicamente o desgaste das peças de um equipamento, porém requer a parada da máquina e a retirada de suas peças gastando tempo e produtividade (CHOY et al., 1996). Outra forma é monitorar o óleo usado para lubrificar as partes móveis da máquina, já que peças em contato deixam cair resíduos de metal no óleo devido ao desgaste, tornando-se assim um indicador de probabilidade de falha. Desta forma, com equipamento adequado como o microscópio, pessoas altamente qualificadas analisam as amostras de lubrificante, avaliando o grau de pureza do mesmo (JAYASWAL; WADHWANI; MULCHANDANI, 2008). Um caminho menos invasivo para identificação de falhas é a análise do sinal de vibração. Esta é uma técnica de baixo custo, já que os sensores utilizados têm um custo menor do que nas demais. Ela consiste em colocar acelerômetros em lugares específicos da máquina, com o objetivo de monitorar qualquer variação no sinal comparado a um sinal padrão na condição ideal (LEBOLD et al., 2000; LTD., 2006).

O sinal adquirido contém componentes de ruído que muitas vezes é difícil e mesmo impossível serem interpretados diretamente. É por isso que se prefere aplicar técnicas de trata-

mento e processamento do sinal, levando esses a domínios onde sejam mais simples de analisar. Possivelmente a aproximação mais simples é extrair parâmetros descritivos da distribuição estatística dos dados, especificamente kurtosis, erro quadrático médio (uma estimação da média) e o fator de pico (uma estimação da variância). Por outro lado, existem as técnicas no domínio da frequência, que são úteis quando se analisa sinais periódicos estacionários ou ciclo-estacionários. Na atualidade, também se dispõe de ferramentas matemáticas que disponibilizam para o usuário informação da frequências excitadas a cada instante de tempo, fornecendo uma maior quantidade de informação para decisão através do diagnóstico, mas requerendo maior habilidade para analisá-la (FORRESTER, 1996; JAYASWAL; WADHWANI; MULCHANDANI, 2008).

Em todos os casos, sem importar com o tipo de processamento do sinal, o pessoal especialista em manutenção analisa as mudanças do comportamento do sinal obtido com padrões relacionados com diferentes fontes de falha. Na prática, os sinais obtidos do equipamento são o resultado da interação dos componentes que o constituem. Quando um desses componentes altera a sua interação com os outros (a presença de um defeito) o sinal sensoreado muda e, portanto, a relação sinal de entrada/saída do equipamento. Utilizando este fato, foram desenvolvidas também aproximações baseadas na identificação do sistema. No entanto, uma identificação precisa a partir do conhecimento do equipamento nem sempre é possível, portanto prefere-se identificar sistemas de baixa ordem inteira, desconhecendo assim comportamentos gerados por efeitos dinâmicos de ordens maiores. Por outro lado, na última década o cálculo de ordem fracionária tem sido uma área de pesquisa com renovado interesse por parte da comunidade científica, especificamente a sua aplicação em problemas reais de engenharia. Um modelo baseado em derivadas de ordens não inteiras captura comportamentos complexos envolvendo fenômenos como memória do sistema, comportamentos de alta ordem e sistemas não conservativos mediante equações com poucos coeficientes. Quando se identifica um sistema tomando como base este tipo de modelo, utiliza-se a ordem como um parâmetro adicional, proporcionando-se assim uma maior flexibilidade para aproximação aos dados reais.

Sem importar com o tipo de sinal utilizado para análise do estado atual do equipamento, estes devem ser sempre interpretados por operários experientes e altamente preparados, que é o resultado de vários anos de treinamento específico (FUNK; JACKSON, 2005). Portanto quando eles saem da área de manutenção, esta experiência é uma grande perda para os

empregadores, que tem que preparar novamente pessoal qualificado para este tipo de tarefa. O foco principal deste trabalho é fornecer uma ferramenta para análise de sinais que permita uma interpretação simples dos dados para operários com pouca experiência, reduzindo assim o tempo de treinamento requerido, e realização de diagnósticos igualmente precisos.

Partindo dessas propostas foi identificada a necessidade de se contar com um indicador diagnóstico de falha que seja de simples interpretação por técnicos com pouca experiência em manutenção. Nosso trabalho de pesquisa, primeiramente será feita uma revisão acerca das técnicas utilizadas atualmente. Em seguida são avaliadas as técnicas mais utilizadas em manutenção em sistemas simulados com o fim de isolar os sinais das falhas introduzidas, onde o próximo passo é propor um algoritmo de diagnóstico de falha, baseando-se no modelo do sistema. Finalmente, as diferentes aproximações serão comparadas quando aplicadas a um sistema real.

## 1.1 Objetivos

Esta tese tem por objetivo o desenvolvimento de uma estratégia para diagnóstico de falhas em sistemas mecatrônicos, aplicando técnicas de processamento do sinal de ordem fracionária. A partir dessa meta inicial o presente trabalho atende aos seguintes objetivos específicos:

1. **Apresentar conceitos básicos sobre manutenção.** Pretende-se apresentar as estratégias normalmente usadas na indústria para detecção de falhas em diversos tipos de máquinas e produtos.
2. **Testar as estratégias mais representativas de análise dos sinais para detecção de falhas.** Uma vez realizada a pesquisa bibliográfica passa-se aos testes das metodologias mais representativas, para em uma etapa posterior do trabalho serem comparadas com uma estratégia proposta baseada no uso do cálculo de ordem fracionária.
3. **Propor uma técnica de análise de sinal baseada em operadores de ordem fracionária para detecção de falhas.** A comparação das técnicas clássicas evidenciam a dificuldade de ser interpretadas por um técnico inexperiente no uso da tecnologia envolvida. Portanto, se estuda identificação de sistemas como ferramenta para diag-

nóstico, principalmente identificação de sistemas de ordem fracionária. Finalmente, é proposto um novo algoritmo para diagnóstico baseado na utilização desta ferramenta.

4. **Avaliar as estratégias desenvolvidas neste trabalho.** As técnicas clássicas e a proposta serão avaliadas primeiramente em modelos simulados e, em seguida, numa bancada projetada para este fim.
5. **Elaborar um algoritmo para detecção de falhas.** Finalmente será proposto um algoritmo implementável em sistemas embarcados para detecção de falhas em equipamentos específicos.

## 1.2 Principais contribuições do trabalho

1. Apresentação do desenvolvimento da manutenção industrial e as técnicas mais comumente utilizadas para identificação de falhas.
2. Comparação das técnicas clássicas aplicadas em um caso prático.
3. Apresentação dos fundamentos do cálculo de ordem fracionária, aplicações e como essa é uma ferramenta bem desenvolvida para aplicação em diagnóstico de falhas.
4. Estudo de caso em uma bancada real.

## 1.3 Organização da tese

Este trabalho de doutoramento está organizado da seguinte forma:

**Capítulo 1:** Introdução ao problema e motivação do trabalho de doutoramento.

**Capítulo 2:** Apresenta uma revisão bibliográfica sobre o desenvolvimento da manutenção industrial e as técnicas mais comumente utilizadas para identificação de falhas, mostrando as suas vantagens e desvantagens.

**Capítulo 3:** Estudo de técnicas de processamento do sinal utilizadas em identificação de falhas são apresentadas com profundidade, com maior ênfase nas técnicas baseadas em análise de sinais no tempo, frequência e tempo/frequência.

**Capítulo 4:** Apresenta-se um estudo comparativo das técnicas estudadas anteriormente, avaliando-as em um sistema simulado com falhas conhecidas. Também se enfatiza a simplicidade de leitura de cada técnica, tomando como medida a quantidade de coeficientes que o usuário experiente tem que interpretar.

**Capítulo 5:** Apresenta-se a aplicação das diferentes técnicas baseadas no processamento do sinal em uma bancada de teste experimental, ressaltando as características mais relevantes de cada uma das estratégias utilizadas.

**Capítulo 6:** A teoria do cálculo de ordem fracionária é introduzida neste capítulo, apresentando as definições e interpretações geométricas mais comumente aceitas na literatura e a sua implementação por meio de sistemas físicos.

**Capítulo 7:** Apresenta-se um estudo de caso real de uma caixa de transmissão na qual são introduzidas diversas falhas conhecidas, sensoreando o sinal de vibração em um mancal. Neste capítulo propõe-se um algoritmo baseado na técnica de identificação de sistemas de ordem fracionária com o objetivo de detectar falhas em máquinas rotativas sem conhecimento a priori do sistema, além de uma identificação do sistema em estado de operação normal.

**Conclusões:** Considerando o estudo desenvolvido nesta tese de doutorado, apresentam-se as principais conclusões do trabalho e suas perspectivas futuras.

Com o fim de permitir ao leitor uma melhor compreensão do texto, no anexo A desta tese são apresentados os principais trabalhos relacionados com ela, publicados pelo autor durante o período de doutoramento.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Nos últimos anos, com o aumento do desenvolvimento econômico e a competitividade industrial cada vez mais acelerada, nota-se uma excessiva preocupação e necessidade na prevenção de falhas de equipamentos industriais. Problemas esses que podem acarretar grandes prejuízos, não só no reparo ou substituição do equipamento, mas principalmente com a parada da produção, onde pode-se perder muito dinheiro. Muitas vezes, a substituição de componentes danificados no equipamento, possuem um custo bem menor em relação aos prejuízos com a parada da linha de produção na qual o mesmo está inserido (HOCENSKI; KESER, 2007).

Um dos principais exemplos disso é o rolamento, que representa 40% das ocorrências de falhas dentro de uma máquina (BONALDI; OLIVEIRA; SILVA, 2008). Portanto, é imprescindível monitorar o estado de funcionamento desses componentes, através de técnicas preditivas, evitando que falhas inesperadas ocorram (HASHEMIAN, 2011). Em diversos tipos de indústria o acompanhamento e a análise de sinais tornaram-se um dos mais importantes métodos de predição, verificando-se a eficiência dos métodos de análise de vibração através da identificação dos espectros de frequência para cada tipo de defeito, permitindo caracterizá-los antes do aparecimento de um defeito no equipamento monitorado.

### 2.1 Definição de Falha

Pode-se definir como falha, a situação que não permite que uma máquina ou dispositivo continue trabalhando em condições normais, interrompendo seu funcionamento por critérios de segurança ou impossibilidade de ser ligada novamente. Normalmente, essas falhas são causadas por condições inadequadas de operação, tais como o uso de materiais inadequados ou estarem submetidas a esforços diferentes àqueles em que foi projetado, cargas cíclicas, fadiga, desgaste, etc. Quando uma destas falhas ocorrem, e a máquina continue trabalhando,

isto tende-se a agravar e ocasionar outras falhas diferentes.

Atualmente as empresas utilizam programas de manutenção periódica, com base em conhecimentos que consideram a causa de uma determinada falha, mantendo-se assim estoques de reposição para troca de peças e componentes que podem falhar, necessitando de ferramental de troca apropriado e técnicos altamente qualificados para consertar e reparar equipamentos no momento correto, antes da ocorrência da falha, considerando ainda que este procedimento deva acontecer no menor tempo possível de parada do equipamento (BENGTSSON; OLSSON; FUNK, 2004).

A detecção de falha em equipamentos mecatrônicos tornou-se primordial no cenário industrial, a fim de aumentar a produtividade industrial e diminuir a ocorrência de tempos de parada por interrupção de funcionamento dos equipamentos. Com o interesse de evitar acidentes e prejuízos ocasionados por falhas inesperadas nos equipamentos, surgiu a necessidade de monitorá-los. O monitoramento de uma máquina é capaz de detectar um defeito na sua fase inicial quando não há riscos de quebra, permitindo um melhor planejamento na manutenção do equipamento (SOUZA, 2008).

Consequentemente, não é suficiente conhecer se a máquina está falhando, mas também a fonte da falha (JAYASWAL; WADHWANI; MULCHANDANI, 2008). Com o objetivo de solucionar este problema na indústria, tem-se proposto diferentes estratégias de manutenção sempre procurando em reduzir custos de produção a médio e longo prazos.

## **2.2 Estratégias de Manutenção e Diagnóstico em Automação**

No mercado global, os clientes dispõem de fornecedores de produtos de diferentes qualidades ao redor do mundo. Portanto para permanecer competitivos a indústria precisa produzir bens de alta qualidade e em pouco tempo, de forma que satisfaçam a demanda internacional dos clientes antigos e adquiridos recentemente (DJURDJANOVIC; LEE; NI, 2003). Em consequência, a cadeia de produção é mais vulnerável a diferentes perturbações, a possibilidade de falha e o tempo necessário para consertá-la. Isto somente pode-se alcançar quando a fábrica encontra-se em operação em vários turnos ao dia e o equipamento encontra-se totalmente funcional. Portanto se requer aplicar uma estratégia de manutenção que permita aproximar-se a situação ideal antes descrita (MARSEGUERRA; ZIO; PODOFILLINI, 2002).

Na cadeia de produção, os problemas típicos que podem interromper um sistema produtivo, apresentados nos trabalhos (ZENG, 1997; MARSEGUERRA; ZIO; PODOFILLINI, 2002) são os seguintes:

- Falhas presentes em sistemas automatizados, que podem ser desde um cabo danificado até ocorrência de falhas das peças internas.
- Falhas que ocorrem na linha de transporte.
- Falhas na qualidade das peças fabricadas, onde após a detecção do problema, necessita-se a busca do equipamento que está causando esta falha e a solução do problema.
- Fadiga das peças pelo movimento repetitivo.
- Causas ambientais.
- Diagnóstico incorreto da falha de funcionamento do equipamento.

Cada sistema na cadeia produtiva pode apresentar problemas devido a deterioração das peças por uso ou por falhas estocásticas, como queda de uma ferramenta, máquinas mal montadas, etc. Com a finalidade de minimizar os custos de reparação e parada da produção são realizados procedimentos de prevenção corretiva e predição de falhas, que quando realizados em conjunto são chamados de manutenção (BOSA, 2009). Na literatura, diferentes autores classificam as estratégias de manutenção (SHIKARI; SADIWALA, 2004; BOSA, 2009; GROBA et al., 2007) como:

**Corretiva:** Estratégias que ocorrem em longo prazo. Este tipo de estratégia é a mais onerosa, e a ação de manutenção se realiza somente quando os sintomas do sistema são evidentes.

**Oportuna:** Permite que o dispositivo continue em operação com pequenas falhas que não comprometem o funcionamento do mesmo. Quando uma falha maior acontece, aproveita-se o tempo de parada de manutenção para substituir todas as peças danificadas.

**Preventiva:** Técnica que normalmente é baseada nas informações especificadas pelo fabricante e experiência de técnicos e especialistas que atuam na planta produtiva. São planejadas ações periódicas de manutenção, nos momentos de parada da máquina. É importante destacar que muitas vezes a falha poderá ocorrer antes do momento de



manutenção, em decorrência não prevista dos componentes ou mesmo, por causa de uma falha aleatória.

**Preditiva:** O sistema deverá ser monitorado constantemente e os sinais analisados em intervalos periódicos. Quando o técnico responsável pelo monitoramento observa que o equipamento apresenta uma situação possível de falha em um futuro próximo, uma ação de manutenção será realizada.

Através da mecatrônica, as máquinas estão se tornando mais complexas, contendo múltiplas componentes integradas de diversas tecnologias (elétrica e mecânica), adicionando componentes aos sinais normalmente utilizados para diagnóstico. Este fator complica o planejamento de manutenção de um equipamento, já que atualmente técnicos especializados diagnosticam os sistemas com base na sua experiência, conseqüentemente, quanto mais complexo o sistema, maior a dificuldade para isolar o problema e custo econômico do especialista. Pode-se citar o exemplo que entre 1975 e 1991 nos Estado Unidos o custo de manutenção aumenta em um 10-15% por ano (WIREMAN, 1990). Nas seções seguintes introduziremos detalhadamente os principais tipos de manutenção utilizados na indústria.

### **2.2.1 Manutenção Corretiva e Oportuna.**

Até o ano 2001 as tarefas de manutenção mais utilizadas na indústria eram reativas, ou seja, a ação era realizada somente quando ocorresse uma grave falha (YAM et al., 2001). Esta estratégia era aplicada para equipamentos não críticos para produção, onde a reparação era geralmente simples de ser realizada. Essa tarefa de manutenção de uma linha de produção tornava imprevisível o comportamento da linha, podendo resultar em muito tempo de parada, alto custo de conserto e tempo excessivo de reparação, além da necessidade da disponibilização de um grande armazém para reposição de peças, etc. (TSANG, 1995; ZENG, 1997).

Tipicamente a manutenção corretiva é realizada em combinação com a manutenção oportuna, aproveitando-se dos tempos de parada dos equipamentos para realização de atividades rotineiras, tais como lubrificação e limpeza.

### 2.2.2 Manutenção Preventiva.

É uma estratégia baseada na realização de revisões periódicas dos sistemas embasada na estatística, recomendações técnicas especificadas pelo fabricante e a experiência dos usuários especializados da empresa, e permitem a indicação e previsão de um possível momento para ocorrência de uma falha e onde ela poderá ocorrer, possibilitando assim a troca do componente deteriorado antes da ocorrência da falha do equipamento. Isto reduz o tempo de parada, considerando o conhecimento do elemento que está falhando. Esta é condição desejável em manutenção já que 90% do tempo de parada é destinado para encontrar a origem da ocorrência falha (ZENG, 1997). No entanto, isto não elimina completamente os tempos de parada de um equipamento, devido a possibilidade de ocorrer falhas aleatórias, e quando as mesmas acontecem, normalmente não se possui nenhuma informação que permita realizar a rápida reparação do equipamento (YAM et al., 2001).

O maior problema da estratégia preventiva é propor um calendário ótimo de manutenção, e que o mesmo possa contar com as diferentes ferramentas e dados do sistema. Por exemplo, os trabalhos mostrados em (MORCOUS; LOUNIS, 2005) e (CHEN; CHEN; ZHANG, 2008), nos quais os autores geraram um modelo de degradação de uma edificação baseado em redes de Markov, com modelador de processos no tempo, aproveitando a característica destas para abstrair dependência em séries temporais. Entretanto, qualquer outro modelo também será válido, como mostrado em (LIU; FRANGOPOL, 2004) que utilizaram uma métrica de Montecarlo. Com esta informação procuraram um calendário de manutenção ótimo usando um algoritmo genético que minimizava o custo da ação de manutenção e maximizava o tempo de vida da estrutura, além de outros dados que também poderão ser considerados, como risco de não realizar a ação de manutenção e considerar o ciclo de vida da estrutura. Mesmo este método sendo matematicamente elegante, na prática preferem-se os métodos eurísticos de baixa precisão, como o proposto em (SHIKARI; SADIWALA, 2004), devido à baixa complexidade, porque são baseados no conhecimento de especialistas, e que os modelos de degradação não são simples de serem obtidos, e quando obtidos tipicamente simplificações e suposições de linearidade afetam a precisão do modelo (MARSEGUERRA; ZIO; PODOFILLINI, 2002).

A manutenção preventiva é comumente utilizada na manutenção de embarcações, já que as peças desses equipamentos podem falhar aleatoriamente, onde as principais causas são as condições climáticas, colisão com outros botes etc. Para estas aplicações utiliza-se um programa de Inspeção, Manutenção e Reparação (*IMR*) que neste caso pode-se reduzir

os custos de manutenção em cerca de 12%, quando comparado com a estratégia corretiva (WIRSCHING et al., 1991).

Esse tipo de manutenção também é frequentemente utilizada em equipamentos antigos, que não dispõem de instrumentação, e não é viável a sua instrumentação ou uso de tecnologias da informação. Um caso típico é o das gruas nos cais, que são dispositivos e de baixa renovação, podendo ocorrer falhas por fadiga ou fatores ambientais que degradam o equipamento. Os mesmos possuem baixo grau de automação e as tarefas de manutenção são decididas pelos operários. O problema de ter uma grua avariada é tão grave que os barcos preferem utilizar outra grua que esteja em serviço, gerando grandes perdas para o proprietário (LUNG; MOREL; LÉGER, 2003). Consequentemente deverão ser realizadas manutenções regulares, onde o intervalo entre revisões é calculado utilizando o tempo médio de ocorrência de falhas.

No entanto nem sempre é possível ou necessário seguir um calendário de manutenção. Pode-se citar o exemplo na indústria aeronáutica, onde 89% dos elementos não apresentam desgaste pela idade, e na indústria esta porcentagem baixa até 70% (DONG et al., 2004), consequentemente outra estratégia de manutenção deverá ser utilizada, já que uma falha leve nestes equipamentos pode provocar a perda total do mesmo (KNIGHT; COOK; AZZAM, 2005).

### **2.2.3 Manutenção preditiva, baseada em condição**

Uma ação de manutenção sempre leva a interrupção de funcionamento de um dispositivo em um determinado momento, e muitas vezes podem acontecer paradas de funcionamento imprevistas devido à ocorrência de falhas não detectadas ou aleatórias. Pode-se considerar três situações possíveis onde normalmente é obrigatório realizar manutenção em um equipamento:

1. A frequência de manutenção é adequada e a máquina não tem paradas adicionais, somente situações de falhas aleatórias;
2. A frequência é baixa e a máquina falha antes da ação programada de manutenção, consequentemente apresenta-se uma parada adicional por uma falha não detectada ou aleatória, e
3. A frequência de manutenção é tão alta que aumenta o custo de manutenção desneces-

sariamente.

Na década de 1990 outra ideia começa ser adotada na indústria, onde são realizadas de modo frequente a aquisição de sinais do equipamento, e quando são detectadas anormalidades no sinal, são realizadas análise e diagnósticos sem que haja a necessidade de se interromper um processo produtivo, realizando ações de manutenção somente quando for necessário (CADICK, 1999; ZENG, 1997).

A tomada de decisões de manutenção baseando-se na condição (CBM - *Condition Based Maintenance*) requer a necessidade de parâmetros precisos para a realização de um prognóstico de uma falha e prevenção de sua degradação no futuro. O CBM tem três objetivos principais (YAM et al., 2001):

1. Estruturar uma estratégia de manutenção para equipamento sofisticado em ambientes complexos de operação;
2. Reduzir custos de armazenamento e reposição de estoques, e finalmente,
3. Reduzir falhas catastróficas e eliminar paradas não programadas.

Um modelo proposto para fazer manutenção baseada em condição é o modelo de camadas OSA/CBM que é um sistema consistente em (BENGTSSON et al., 2004; DONG et al., 2004; BYINGTON; ROEMER; GALIE, 2002):

- 1. Camada de sensores:** Representa a camada física e agrupa todos os sensores, com que a máquina esteja instrumentada, que possam disponibilizar sinais relevantes para diagnóstico.
- 2. Camada de tratamento do sinal:** Os sinais são filtrados, e através de uma transformação matemática, tornam-se mais simples a interpretação e análise dessas informações. Como exemplo, a análise em frequência ou a utilização de sistemas fracionários.
- 3. Camada de monitoramento de condição:** Basicamente é realizada uma análise comparativa entre os dados obtidos através da aquisição de sinais e as condições ótimas de funcionamento do equipamento, possibilitando assim a estimação de indicadores de funcionamento do mesmo, podendo-se gerar alarmes, no caso da constatação de diferenças (falhas).

4. **Camada de avaliação de diagnóstico:** Recebe os indicadores gerados na camada anterior e realiza o diagnóstico mostrando a gravidade da falha, levando em consideração todo o histórico do equipamento.
5. **Camada de prognóstico:** A partir das informações obtidas nas camadas anteriores do modelo, tenta-se estabelecer o estado dos componentes no futuro, incluindo o seu tempo de vida. Normalmente são utilizadas três estratégias:
  - a. **Baseada em regras:** Utilizam-se ferramentas como análise heurística, lógica nebulosa, inteligência de máquina e estatística para gerar árvores de decisão, essas fortemente ligadas aos dados adquiridos e recomendações do fabricante.
  - b. **Baseada em estudo de casos:** É realizada a comparação dos sinais adquiridos com outros ocorridos no passado na presença de falhas, conseqüentemente, além da análise do problema em questão estabelece-se uma solução possível, considerando ações corretivas que tomou-se anteriormente e suas conseqüências quando foram tomadas. Infelizmente contar com uma base de dados consistente é uma tarefa difícil de se conseguir.
  - c. **Baseado no modelo:** Um modelo inicial é gerado com o equipamento em estado operativo e depois é comparado com o sistema identificado em um determinado momento. No caso da margem de erro entre os dois modelos ser maior que uma faixa predefinida, pode-se constatar a ocorrência de uma falha e possivelmente sua localização. Entretanto, a complexidade do modelo limita o tipo de falhas plenamente identificáveis, além de ser difícil de ser extraído em uma máquina complexa. Aliás se o modelo contém muitos parâmetros, o processo de identificação é lento demais para ser utilizado em tempo real.
6. **Camada de suporte de decisão:** Com a informação das camadas 4 e 5 são realizadas recomendações, indicando as ações corretivas a serem tomadas, e até a sua realização o dispositivo não poderá ser utilizado.
7. **Apresentação:** Nesta última fase é apresentado aos operadores e especialistas do equipamento, um conjunto de informações concernentes a todas as camadas, permitindo que o mesmo possa realizar ações corretivas no equipamento.

## 2.3 Técnicas de Diagnóstico e Prognóstico Inteligente

Um sistema de diagnóstico automático permite identificar a localização de uma falha (BENGTSSON et al., 2004), e mesmo possibilitando a redução de custos e ainda permitir um elevado nível de automação do processo de manutenção, entretanto, os mesmos ainda não são muito utilizados na indústria. Um dos motivos é a necessidade de um elevado nível profissional dos operários, que vem aumentando nos últimos anos, e também o medo de realizar altos investimentos na aquisição dos equipamentos necessários para obtenção de resultados confiáveis (principalmente sensores e bases de dados com grande capacidade de armazenamento de informações) (DONG et al., 2004).

No entanto este tipo de sistema fornece recomendações para os técnicos especializados desses equipamentos, realizadas a partir das informações obtidas dos sensores, onde após a realização da etapa de processamento e quantização dos sinais, estes são agrupados nos diferentes tipos de falhas possíveis (YAM et al., 2001). Nesse processo, torna-se necessário desenvolver classificadores artificiais normalmente embarcados, projetados a partir do conhecimento de especialistas de um área específica, melhorando assim a qualidade da decisão, mediante a comunicação entre usuário do equipamento/sistema diagnóstico, realimentando-se com informação de falhas anteriores, erros de diagnóstico, histórico da máquina, probabilidade de falhas, entre outros (BENGTSSON et al., 2004).

Um exemplo disto foi aplicado no metrô de Hong Kong (LIU; SIN, 1999), onde uma grande quantidade de subsistemas é monitorado, como portas de acesso (entrada e saída de passageiros), máquinas trocadoras de dinheiro, etc. Nesse caso, foi projetado o modelo a partir do conhecimento de especialistas em regras nebulosas, e ajustadas mediante o método de otimização *Hill Climbing*, que consiste na resolução do problema através de método de buscas utilizando um método iterativo. A informação obtida é assim comparada com o sistema com falha, permitindo assim, a recomendação de uma solução.

Para identificar e localizar falhas em equipamentos, o ideal é a utilização de poucos sensores, entretanto isso nem sempre é possível devido principalmente aos seguintes fatores: nível de ruído adicionado ao sinal por outros componentes mecânicos, falta de precisão nos sensores, erros de quantização, e outros. Para resolver isto, utilizam-se sinais redundantes, porém a classificação de muitas variáveis não é uma tarefa simples. Uma solução proposta é reduzir a dimensionalidade dos dados utilizando técnicas como análise de componentes

principais (PCA) , que limita o espaço de parâmetros em um espaço menor, através de combinações lineares dos parâmetros originais (DONG et al., 2004).

Pode-se considerar atualmente três propostas de localização automática de falhas em sistemas:

1. Aproveitamento da infra-estrutura computacional através da utilização de um computador central com uma base de dados compartilhada contendo o histórico de funcionamento de todas as máquinas de uma indústria no âmbito local, nacional ou mundial, onde poucos especialistas, normalmente apresentando um alto nível de qualificação, possam diagnosticar os diferentes sistemas (GROBA et al., 2007). Entretanto nessa situação não é possível a realização de um diagnóstico em tempo real;
2. Utilização de sistemas embarcados dedicados a um sistema específico, que envie um alarme ao técnico especializado no equipamento, no momento da suspeita da ocorrência de falha (ZHAO; LIU, 2007). Esta proposta requer uma maior quantidade de técnicos qualificados, e embora, estes sistemas apresentem limitações de memória e velocidade de processamento, a resposta a possíveis falhas é mais rápida.
3. Através de um sistema de diagnóstico que integre dispositivos embarcados para aquisição de dados, identificação da máquina, tratamento do sinal e encaminhamento dos dados processados a um único servidor, onde o mesmo realiza o processo diagnóstico e prognóstico (SU et al., 2005). Esta última estratégia utiliza uma grande quantidade de largura de banda e com forte possibilidade de sobrecarregar o servidor, que causaria a interrupção de funcionamento do sistema de diagnóstico.

## 2.4 Sinais utilizados em identificação de falhas

Dependendo dos equipamentos e estratégia de manutenção a ser realizada, pode-se utilizar diferentes formas de análise do sinal. Dentre as mais utilizadas, destacam-se as seguintes:

**Observação direta.** O funcionamento dos equipamentos é interrompido para realização de uma inspeção manual. Pode-se citar o exemplo de uma caixa de transmissão por engrenagens, onde a mesma é desmontada e aberta para depois se observar a existência de uma possível falha na superfície das engrenagens. Esta metodologia consome um

determinado tempo que poderia ser aproveitado no processo produtivo, aumentando a frequência de manutenção e os custos envolvidos. Além disto, é difícil diagnosticar uma falha inicialmente, considerando que a mesma pode ser imperceptível para o olho humano (JAYASWAL; WADHWANI; MULCHANDANI, 2008; BENGTSSON et al., 2004).

**Análise de resíduos no óleo.** Cerca de 30% de ocorrência de falhas em peças lubrificadas pode ser detectada por meio dessa técnica. Através do efeito do atrito, pequenas partículas de metal desprendem-se da superfície das peças, deixando impurezas no óleo, onde este é monitorado e analisado periodicamente. Quando as partículas no óleo alcançam certo nível de tamanho e/ou quantidade, uma falha poderia estar ocorrendo (PENG; KESSISSOGLU, 2003). No entanto o método nem sempre pode localizar a falha, já que, por exemplo, em caixas de transmissão fechadas com engrenagens do mesmo tipo de material, não consegue-se diferenciar a peça que está com problema (FORRESTER, 1996).

**Análise de temperatura.** Proporciona informação de quando acontece uma falha devida tipicamente a falta de refrigeração ou lubrificação. Um dos principais inconvenientes desta técnica é o fato que através dos dados obtidos com a mesma, é difícil isolar a fonte da falha (ZAREMBA, 1997).

**Análise de corrente do sistema de acionamento elétrico.** Muitas máquinas rotativas são acionadas através de um motor elétrico acoplado a uma caixa de transmissão, que produz um torque  $T_m$  em função da corrente de entrada  $I$ , com uma constante de torque  $k_t$ , torque gerado pela carga  $T_c$ , é representado através da equação 2.1 (RAJAGOPALAN et al., 2006):

$$T_m \cong k_t I - T_c \quad (2.1)$$

Consequentemente, quando uma peça de transmissão contém uma falha,  $T_c$  varia, e a corrente se altera para manter o torque do motor constante. Quando esta corrente é monitorada, pode-se discriminar no sinal diferentes frequências fundamentais, como a de interação dos dentes das engrenagens, falhas em dentes particulares, etc. (KAR; MOHANTY, 2006). No entanto, quanto maior a taxa de redução, esta variação de frequência é menos acentuada, considerando que a inércia “sentida” no eixo do motor é



bem menor do que a real.

**Emissão acústica.** É uma estratégia não destrutiva baseada na análise sonora do ruído gerado pelo equipamento, e no caso de transmissões mecânicas por engrenagens, principalmente pela aresta na superfície dos dentes, é por esse motivo, os sensores tipicamente utilizados para este tipo de análise são microfones. Dentre as suas principais vantagens pode-se considerar o fato de que um microfone pode ser muito sensível para a detecção de propagação de ondas sonoras, e que o sinal de som é multidirecional, conseqüentemente torna-se necessário somente um sensor por ponto de recompilação de dados do dispositivo. Entretanto, uma das principais desvantagens desta técnica é o fato do sinal ficar contaminado com uma grande quantidade de ruído proveniente do ambiente, necessitando a utilização de técnicas de análise de sinal robusto para filtragem e processamento do mesmo (BAYDAR; BALL, 2001); que pode se alterar em função da variação da carga, considerando que o nível de ruído diminui com o desgaste das peças, já que a superfície dos dentes vai-se alisando com o tempo de trabalho (EFTEKHARNEJAD; MBA, 2009; LOUAS et al., 2008).

**Análise de vibrações.** De acordo com (RAO, 2008), pode-se definir como vibração todo movimento que se repete após um intervalo de tempo. O balanço de um pêndulo e o movimento do dedilhar de uma corda são típicos exemplos de vibração. O número de ciclos de movimento em um segundo é chamado de frequência, medido em hertz (*Hz*). Um sistema vibratório pode apresentar um único componente de frequência, como ocorre com o diapásão, ou em vários componentes com diversas frequências simultâneas, como no caso de um conjunto de engrenagens. A frequência fundamental é a frequência básica que um corpo apresenta quando vibra. Os harmônicos são frequências múltiplas das frequências fundamentais.

Na prática, os sinais de vibração consistem em um somatório de sinais periódicos de diferentes frequências, não sendo possível a distinção clara entre elas no domínio do tempo. Através da análise espectral (domínio da frequência) é possível a identificação de cada frequência, com seus respectivos níveis de vibração (BARSZCZ, 2009).

Quando se analisa um equipamento através da representação da amplitude em função da frequência, pode-se observar um grande número de componentes periódicas. Tais componentes estão diretamente relacionadas às frequências fundamentais de várias partes da máquina, facilitando a identificação de sinais característicos, que podem representar

uma determinada falha (HOCENSKI; KESER, 2007; DAI et al., 2008).

Uma importante ferramenta matemática utilizada na análise de vibração é a Transformada Rápida de Fourier (FFT, do inglês Fast Fourier Transform). Segundo Alm e Walker (2002) ela é responsável pela transição entre as variáveis de um sinal no domínio do tempo para o domínio da frequência (espectro de frequência). Em aplicações científicas e em processamentos digitais são utilizadas funções discretas. Para isso, usa-se a Transformada Discreta de Fourier (DFT, do inglês Discrete Fourier Transform).

O sinal de vibração das máquinas muda quando acontece uma falha. Esse sinal contém uma série de informações concernentes a natureza, gravidade e sua localização para uma grande faixa de problemas (FORRESTER, 1996; MITCHELL, 2007), entretanto é difícil interpretar quando se trata de uma máquina complexa, já que podem apresentar um grande número de vibrações individuais de cada elemento, complicando a identificação da fonte da falha (YESILYURT, 2003; MCFADDEN, 2000). Na literatura se pode encontrar que a análise do sinal pode ser periódico, quando os sinais são adquiridos e analisados a cada faixa de tempo, e de análise contínua, quando o sinal é monitorado o tempo todo (JAYASWAL; WADHWANI; MULCHANDANI, 2008).

**Identificação de sistemas.** Outra técnica utilizada para detecção de falhas é através da identificação da análise do comportamento dinâmico do dispositivo em estudo, entretanto muitas vezes este sistema pode ser fortemente não linear e acoplado.

Será considerado o caso de um sistema de transmissão mecânica através de engrenagens, onde o mesmo pode possuir folgas entre os dentes das engrenagens e o modelo dos rolamentos apresenta escorregamento não linear pelo efeito viscoso de seu sistema de lubrificação, etc. Tipicamente o processo de identificação consiste em quatro etapas (LJUNG, 1987):

1. Aquisição do sinal,
2. Préprocessamento dos dados,
3. Proposta de uma família de sistemas, e
4. Escolha do modelo que melhor descreva o sinal original.

Para realização eficiente destas etapas é necessário um sistema de sensoriamento adequado para estimar parâmetros utilizando técnicas de otimização. Este é um problema

que necessita de equipamentos muito onerosos, e ao mesmo tempo este processo é iterativo e lento, com necessidade de ser implementado em tempo real (GIAGOPULOS; SALPISTIS; NATSIAVAS, 2006). Além disso, o modelo identificado pode ser pouco preciso devido aos erros de modelagem, existência de parâmetros difíceis de estimar, como atrito nos rolamentos, coeficientes de viscosidade do óleo que podem apresentar alterações com a temperatura, erros de montagem como desalinhamento, existência de ruído no sinal, variações ambientais e outros (VANIA; PENNACCHI, 2004).

Para um estudo mais aprofundado o leitor pode-se referir ao trabalho desenvolvido por (JAYASWAL; WADHWANI; MULCHANDANI, 2008). Esse trabalho apresenta as inúmeras vantagens da utilização de estratégias que incorporem a análise do sinal (análise da corrente, emissão acústica, vibrações e outros) em relação aos métodos. No desenvolvimento deste trabalho será abordada essa técnica.

Com o objetivo de trabalhar com este tipo do sinal, as metodologias utilizadas na literatura podem ser divididas em técnicas baseadas no:

- 1. Domínio do tempo:** nenhum dos dados é modificado, conseqüentemente não existe perda de informação do sinal, existindo somente perda decorrente da frequência de amostragem.
- 2. Domínio da frequência:** tipicamente utiliza a transformada de Fourier, ou seja, na obtenção do espectro de frequências, onde os eventos repetitivos geram picos de sinal.
- 3. Domínio do tempo e da frequência:** Através destes se analisa quais das frequências são exitadas em um tempo determinado.

Existem diferentes fontes de vibração através da ocorrência de falhas em um sistema automatizado, dentre as quais, pode-se encontrar a existência de forças repetitivas (desalinhamento de eixos, massas não balanceadas, eixos flexionados, desgaste de peças giratórias, etc), existência de folgas e frequências de ressonância (MA; LI, 1996). Entretanto, estas podem não ser as únicas, como pode acontecer no caso das caixas de transmissão que têm sinais de vibração complexos devido a grande quantidade de componentes das mesmas.

As principais componentes de vibração em caixas de transmissão por engrenagens são (FORRESTER, 1996; ZEMAN; BYRTUS, 2007; HALIM et al., 2008):

## 1. Engrenagens.

- (a) **Devida a interação dos dentes entre engrenagens.** São de dois tipos:
  - i. **Vibração periódica:** causada quando os dentes de duas engrenagens interagem.
  - ii. **Vibração não periódica:** causada pela ocorrência de uma falha em um determinado dente. Este tipo de comportamento de sinal é não linear, já que os dentes interagem, e depois de determinado tempo, deixam de fazê-lo, aparecendo-se assim, sinais causados pelo atrito de Coulomb entre dentes.
- (b) **Excentricidade da carga/engrenagem:** Ocorre quando o centro de massa de algum dos elementos não está localizado no eixo de rotação, aparecendo assim, um pulso curto no sinal devido à interação dos dentes na frequência de rotação do eixo.
- (c) **Efeito de carga:** Os dentes se deformam devido à carga causando componente adicional de forma “quadrada” na frequência de batimento dos dentes. Assim tem-se componentes harmônicos em todo o espectro da frequência, e a amplitude deste sinal é regulada pela carga colocada no eixo da caixa de transmissão.
- (d) **Erros de fabricação:** Este tipo de sinal acontece na frequência de interação entre as engrenagens e seus harmônicos, tendo amplitude variável para cada dente e portanto se repetindo cada vez que os mesmos dentes de cada engrenagem interagem.
- (e) **Componente fantasma:** O dispositivo de corte em que cada engrenagem é fabricada pode adicionar uma componente no sinal de vibração em cada ciclo de rotação. Esta componente produz uma vibração relacionada com a frequência de interação de dentes com uma engrenagem imaginária com frequência e seus harmônicos devido ao número de dentes da mesa rotacional onde a engrenagem foi fabricada.
- (f) **Deslizamento superficial:** Devido à força de atrito entre os dentes dos engrenagens.
- (g) **Batida de dentes:** Cada vez que um dente toca um dente de outra engrenagem, é gerado um pequeno impulso, entretanto no caso da falta de um dente, o impacto nesta frequência é a maior componente do sinal, e também no caso de possíveis jogos e folgas, o mesmo terá um efeito não linear.

## 2. Devido ao eixo.

- (a) **Rotação do eixo:** É um sinal relacionado com a rotação do eixo e seus harmônicos.
- (b) **Não balançamento:** Acontece quando o centro de massa não corresponde ao eixo de giro. A amplitude do sinal varia com a velocidade de rotação.
- (c) **Desalinhamento:** A forma do sinal depende do acoplamento utilizado entre os eixos. Geralmente produz sinais com a mesma frequência de rotação e os primeiros harmônicos.
- (d) **Eixo com entranha:** Uma entranha abre-se uma vez por revolução, gerando um sinal escada com frequência de giro do eixo e seu harmônicos.

3. **Devido aos rolamentos:** Tipicamente têm amplitudes menores que as vibrações devidas aos eixos ou as engrenagens. No caso de possuir uma falha, podem ocorrer alguns sinais de frequência devido as esferas e suas frequências de rotação dentro das guias dos rolamentos.

4. **Caminho de transmissão:** Os sinais de vibração de cada componente são deformados no percurso desde a fonte do sinal até o sensor de aquisição.

5. **Sinais de modulação:** A vibração das caixas de transmissão apresentam dois tipos de modulação:

- (a) **Modulação em amplitude:** produzida por erros na excentricidade da engrenagem. Essas acontecem como um pulso com curta duração no momento da interação entre dentes do par de engrenagens.
- (b) **Modulação de frequência:** gerada tipicamente à possível existência de espaços entre os dentes da engrenagem, e outras causas que possam acarretar a variação de velocidade angular, ainda com a mesma frequência.

6. **Adição de impulsos:** Praticamente todo defeito nos dentes de uma engrenagem vai produzir um impulso que se adiciona ao efeito de modulação, porém não simétrico ao eixo do tempo/frequência (no caso de um projeto onde necessita-se da visualização da amplitude), já que modificam o valor *DC* do sinal.

## 2.5 Técnicas de identificação baseadas em sinais

Dentre as principais técnicas utilizadas para identificação de sinais de máquinas rotativas, pode-se destacar as técnicas baseadas no domínio do tempo, da frequência e as que utilizam ao mesmo tempo os domínios do tempo e da frequência, conforme apresentado a seguir:

**Domínio do tempo.** À primeira vista, o tratamento natural de um sinal variante no tempo é mediante estratégias estatísticas ou o processamento do mesmo no domínio do tempo. A principal vantagem de sinais temporais é o fato de trabalhar com o sinal completo, sem perda de nenhum tipo de informação. Como os sinais vibratórios contêm ruídos aleatórios misturados com sinais determinísticos, utiliza-se um processo de filtragem no tempo, com a finalidade de encontrar o sinal fundamental. Além disto, o comportamento da distribuição de probabilidade contém informação para prognóstico de um equipamento.

**Domínio da frequência.** As máquinas rotativas produzem sinais de vibração periódicos, devido a fato de que a posição dos elementos da máquina repete-se em um período que depende da velocidade do eixo de entrada de potência. Conseqüentemente, algumas informações a respeito da ocorrência de uma determinada falha, conseguem ser visualizadas quando representamos estes sinais no domínio da frequência. Dentre as estratégias mais utilizadas pode-se considerar a *transformada de Fourier* que representa o sinal em termos de uma combinação linear de sinais senoidais, e a *transformada Cepstrum* que é uma representação em frequência do logaritmo do espectro de Fourier.

**Domínio do tempo/frequência.** No entanto os métodos até o presente momento mostram que para que a distribuição de probabilidade dos dados seja aproximadamente estacionárias ou ciclo-estacionários, é equivalente afirmar que as mesmas não podem ser aplicadas diretamente quando a máquina tem velocidade ou carga variável (BARSZCZ; RANDALL, 2009; YESILYURT, 2004; LIU; RIEMENSCHNEIDERA; XU, 2006), entretanto as mesmas não permitem detectar a diferença entre duas falhas com sintomas similares (GONZÁLEZ; FIGUEROA; IRIBARREN, 1996). Com o objetivo de estudar transientes, diferentes autores propuseram o uso de transformações que descrevem o comportamento simultâneo do sinal nos domínios do tempo e da frequência. As técnicas mais utilizadas para detecção de falhas são as Wavelets (*WT*), a decomposição

empírica de modos (*EMD*) e as transformadas de Cohen, especificamente a distribuição de Wigner-Ville (*WVD*) .

As técnicas apresentadas embora sejam muito utilizadas para a detecção de falhas, não são as mais apropriadas para serem usadas em um sistema de diagnóstico automático, devido à grande quantidade de parâmetros que devem ser interpretados pelo usuário, necessitando a utilização de métodos diretos que utilizam um conjunto menor de parâmetros, e na medida do possível que possam ser embarcados em interfaces eletrônicas incorporadas aos próprios equipamentos. A utilização de sistemas de ordem fracionária pode permitir a identificação direta de sistemas, e essa vai ser o objeto do estudo apresentado a seguir e detalhado nos próximos capítulos desta tese de doutoramento.

## 2.6 Sistemas de Ordem Fracionária.

Até o presente momento a utilização de cálculo de ordem fracionaria (FOC) tem sido pouco aplicada em problemas de engenharia, devido à complexidade do mesmo, como também a aparente suficiência da utilização do cálculo de ordem inteira (IOC) e ainda a falta de uma interpretação geométrica ou física simples do mesmo (MACHADO, 2003; ZENG; CAO; ZHU, 2002; PODLUBNY, 2002).

Os sistemas de ordem fracionária permitem a modelagem do comportamento de fenômenos da natureza relacionados com aplicações da engenharia, de forma mais precisa, e está começando a ser utilizado como uma ferramenta promissora em diferentes áreas de engenharia, dentre as quais a bioengenharia (MAGIN; OVADIA, 2008; SOMMACAL et al., 2008), viscoelasticidade (HEYMANS, 2008; ESPÍNDOLA; BAVASTRI; LOPES, 2008; MAINARDI, 2009), eletrônica (KRISHNA; REDDY, 2008; PU et al., 2006), mecatrônica e robótica (LIMA; MACHADO; CRISÓSTOMO, 2007; ROSARIO; DUMUR; MACHADO, 2006; DEBNATH, 2003), teoria de controle (BOHANNAN, 2008; CERVERA; BAÑOS, 2008) e processamento do sinal (PANDA; DASH, 2006; YANG; ZHOU, 2008) entre outros.

O cálculo de ordem fracionária consegue representar sistemas dinâmicos de alta ordem e fenômenos complexos não lineares utilizando poucos coeficientes (DUARTE; MACHADO, 2006; TORVIK; BAGLEY, 1984; ESPÍNDOLA; BAVASTRI; LOPES, 2008), já que a possibilidade de ter uma ordem arbitrária das derivadas permite ter um grau de liberdade adi-

cional para aproximar um comportamento específico. Outra característica importante é que as derivadas de ordem fracionária não dependem das condições locais da função, mas dependem de todo o histórico da mesma. Este fato é útil quando o sistema tem memória de longo prazo.

Consequentemente muitos sistemas reais são identificáveis a partir de teoria de sistemas fracionários (PETRAS, 2006; ESPÍNDOLA; SILVA; LOPES, 2005), considerando que a função de transferência é de ordem fracionária ou que a resposta em tempo não é aproximável através de funções exponenciais (VINAGRE, 2007), além de que a ordem variável é um grau de liberdade adicional que permite ajustar-se melhor ao sistema e descrevê-lo sob a forma compacta (HARTLEY; LORENZO, 2003).

Isto é uma característica desejável como entrada para um sistema automático para classificação de falhas, já que os mesmos requerem o uso de indicadores que representem geralmente o estado atual da máquina. Quando os sistemas automatizados obtêm muitos indicadores os mesmos tendem a se equivocar devido ao efeito da “maldição da dimensionalidade”, ou seja, quanto a maior é a dimensionalidade dos dados, mais complexo será a extração de informação deles (KANTARDZIC, 2003). Consequentemente, a identificação de um sistema utilizando cálculo de ordem fracionária, permite a obtenção de um conjunto pequeno de indicadores do estado da máquina, um indicador associado a cada parâmetro do sistema fracionário.

## 2.7 Conclusões.

Neste capítulo foram apresentados os principais conceitos relacionados com técnicas de manutenção de equipamentos utilizadas atualmente na indústria. Como foi abordado pode-se constatar a existência de diferentes estratégias de manutenção, sendo nos dias atuais quase todas elas ainda utilizadas, em função do estado crítico do processo industrial. As estratégias corretivas e oportunas em relação às preventivas são mais simples de serem implementadas, e possuem um custo menor em aplicações de curto prazo, já que o investimento na aquisição em equipamento especializado é relativamente baixo. Por outro lado, as estratégias baseadas em dados permitem diminuir o nível de especialização e aprendizagem dos operários, considerando que o processo de diagnóstico fica completamente assistido. Ao mesmo tempo, estas técnicas requerem menos investimentos a longo prazo, e ainda podem ser utilizadas como informação de entrada para um sistema de classificação automatizado de falhas.



Também foram apresentados, de maneira breve e objetiva, um estudo comparativo dos principais tipos de sinais emitidos pelos sistemas que são geralmente utilizados para identificação de falhas. Normalmente, estes sinais são analisados mediante o estudo de técnicas de tratamento do sinal no tempo, frequência e tempo/frequência, e este estudo será abordado detalhadamente no capítulo 3 deste trabalho. Finalmente estes sinais correspondem à resposta de um sistema dinâmico que pode ser identificado, assim pode-se mostrar que uma técnica de identificação de sinal pode apresentar diferenças em relação a modelagem do mesmo através de equações diferenciais de ordem inteira, permitindo ainda a modelagem do sistema utilizando poucos coeficientes, permitindo uma análise e interpretação mais simples pelo usuário.

### **3 TÉCNICAS DE IDENTIFICAÇÃO DE FALHAS NO DOMÍNIO DO TEMPO, FREQUÊNCIA E TEMPO/FREQUÊNCIA**

A teoria moderna de manutenção requer a estimação de índices de falha que indiquem a localização e gravidade da mesma. Uma etapa fundamental para isto é utilizar técnicas de processamento do sinal, que posteriormente serão analisados por um técnico especialista em manutenção de um equipamento específico. A precisão do diagnóstico depende em grande parte da simplicidade para interpretar o resultado destas técnicas e o nível de treinamento do usuário. Consequentemente, uma forma de minimizar erros de diagnóstico, é utilizar técnicas de processamento do sinal que resultem em poucos parâmetros com alta capacidade para descrever de forma precisa o estado de um equipamento particular. Neste capítulo apresenta-se as técnicas mais representativas utilizadas em identificação de falhas em sistemas mecatrônicos, mostrando seus fundamentos e analisando suas vantagens e desvantagens. As estratégias de análise do sinal foram divididas em técnicas no domínio do tempo, domínio da frequência e domínio do tempo/frequência como se mostra nas seções seguintes deste capítulo.

#### **3.1 Técnicas no domínio do tempo**

Em uma primeira abordagem, o tratamento natural de um sinal variante no tempo é mediante estratégias estatísticas ou processando-as no domínio do tempo. A maior vantagem desse é que trabalha-se com o sinal completo sem perdas de informações. Como os sinais de vibração contêm ruídos aleatórios misturados com um sinal determinístico, tipicamente utiliza-se uma filtragem no tempo que tem a capacidade de encontrar o sinal fundamental. Além disto, o comportamento da distribuição de probabilidade contém informações para realizar prognóstico de um equipamento particular.

### 3.1.1 Média sincrônica no tempo (TSA)

A vibração proveniente de uma máquina rotativa com engrenagens tem um componente periódico e um aleatório, portanto, quando combinadas, o sinal tem uma distribuição de probabilidade periódica relacionada com a posição de cada engrenagem, iniciando quando esta é exatamente igual à sua posição inicial, isto é cicloestacionária com período  $T$  (HALIM et al., 2008). Tipicamente se considera que somente a componente periódica contém informação da falha, e que a função de probabilidade do sinal também é ergódica periodicamente, uma estratégia simples consiste em extrair o sinal determinístico através da média das amostras em cada tempo  $T$ . Segundo (ROSÁRIO; ARRUDA, 1983), formalmente pode-se escrever:

$$y_{TSA}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N y(t + iT) \quad (3.1)$$

Quanto maior é o número de amostras  $N$  utilizadas para calcular a média, obtém-se o sinal fundamental com maior precisão, atuando assim como um filtro passa-baixo. Esta estratégia foi utilizada com sucesso por vários autores (BARSZCZ; RANDALL, 2009; MCFADDEN, 2000; RANDALL, 2004), e tem como desvantagem que pode requerer de grandes períodos de tempo no caso de máquinas complexas, e além disso, precisa de um sinal de sincronismo que em muitos casos é impossível de fazer coincidir com a posição exata dos elementos rotacionais em relação a sua posição inicial (LIN; ZUO, 2003), ou conhecer precisamente quais são as frequências relevantes para não perdê-las no processamento. Além disto nem sempre o sinal aleatório é desnecessário, porém esta técnica não considera esta componente, que pode conter informações importantes sobre a falha (LEBOLD et al., 2000).

### 3.1.2 A média do erro quadrático (RMS)

O RMS é uma medida estatística usada para encontrar a média dos dados sem ter que considerar a variação do sinal (LEBOLD et al., 2000). Espera-se que o valor efetivo do sinal proveniente de uma sistema eletromecânico com falhas seja diferente do proveniente de um mesmo ponto de operação em um sistema sem falhas. Formalmente para sinais discretos, calcula-se como

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} \quad (3.2)$$

Este índice permite reconhecer a existência de uma falha no sistema, mas o usuário dificilmente consegue identificar o elemento da falha nem a sua gravidade.

### 3.1.3 O Fator de Pico

O fator de pico é uma medida que indica a dispersão dos dados em relação ao valor efetivo do sinal (LEBOLD et al., 2000). Do mesmo jeito que o valor do RMS, espera-se que os valores de pico máximo do sinal e o RMS do mesmo mudem na presença de uma falha. Este é calculado como a razão entre o valor máximo do valor absoluto do sinal e o valor efetivo, assim:

$$C = \frac{|x|_{pico}}{x_{rms}} \quad (3.3)$$

Este índice permite conhecer que existe uma falha no sistema, mas não pode-se identificar a localização da falha nem a sua gravidade com exatidão.

### 3.1.4 Análise de Kurtosis

Existem técnicas que permitem comparar a forma da distribuição estatística dos dados em relação de uma distribuição gaussiana. Por exemplo, no caso das caixas de engrenagens, quando analisa-se uma falha de dente quebrado em uma engrenagem, a função de densidade de probabilidade tipicamente não é gaussiana. A mudança da forma pode ser detectada entre outras mediante análise de kurtosis, isto é, uma métrica estatística que indica a forma do pico da função de densidade de probabilidade com relação ao desvio padrão. Esta se define como o quarto momento central da distribuição de uma variável aleatória  $X$ , dividido pelo desvio padrão elevado ao quadrado, isto é

$$SK = \frac{E(x - \mu)^4}{\sigma^4} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2\right)^2} \quad (3.4)$$

Quando o sinal é determinístico,  $SK$  é constante para todo o espectro de frequência. Caso

a função de densidade de probabilidade é uma gaussiana,  $SK = 0$  (ANTONI, 2007).

Esta técnica foi usada em (BARSZCZ; RANDALL, 2009), inicialmente calculando-se um kurtograma do sinal, isto é, cálculo do kurtosis para diferentes janelas de frequência, encontrando as frequências mais relevantes para análise, e filtrando mediante *TSA* com o propósito de extrair os componentes fundamentais de vibração. Após este procedimento a informação é analisada, reportando que conseguiu encontrar uma falha até oito semanas antes que uma falha catastrófica acontece em uma bancada experimental implementada para realização de testes.

## 3.2 Técnicas no domínio da Frequência

As máquinas rotativas produzem sinais de vibrações periódicas, devido que a posição dos elementos da máquina repetem-se em um período dependente da velocidade do eixo de entrada de potência, conseqüentemente algumas informações a respeito de uma falha se ressaltam quando se representa o sinal no domínio da frequência. As estratégias mais utilizadas para fazer este análise são a *transformada de Fourier* que representa o sinal em termos de uma combinação lineal de sinais senoidais e a *transformada Cepstrum* que é uma representação em frequência do logaritmo do espectro de Fourier.

### 3.2.1 Transformada de Fourier

Na maioria das vezes é mais simples analisar um sinal complexo no domínio do tempo  $t$ , representando-o mediante termos das frequências  $\omega$  que o compõem, para isso aplica-se a transformada de Fourier, que é simples de ser utilizada e tem um significado físico bem definido (YUAN; CAI, 2005). Considere  $f(t)$  como uma função real periódica de período  $T$ . Define-se a transformada de Fourier através da forma (JOHN; DIMITRIS, 1998):

$$\mathcal{F}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (3.5)$$

Por exemplo, em uma caixa de transmissão por engrenagens, na análise no domínio da frequência, um fato amplamente aceito é que as maiores amplitudes em uma caixa de transmissão sem falhas, coincidem com a frequência de rotação do eixo, e aquela de interação dos dentes, mais algumas outras conforme apresentadas na seção 2.4. Quando uma o mais

falhas acontecem, o espectro de frequência muda. No entanto, este método pode apresentar dois problemas:

1. Nem todos os casos se tem o sinal na faixa  $[-\infty, \infty]$ , e
2. O sinal tem que ser estacionário na faixa de análise, conseqüentemente não consegue-se analisar efetivamente os sinais com transientes no tempo, já que os componentes de frequência são modulados pelos mesmos.

Para trabalhar com estes problemas, alguns autores usam a transformada de Fourier (FT) em uma faixa finita de tempo  $a \leq t \leq b$ , isto se chama de transformada de Fourier em janela, partindo da equação 3.5:

$$\mathcal{F}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_a^b f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.6)$$

que é válida em faixas de tempo, onde a velocidade de rotação pode-se considerar constante e sem transientes.

Outra alternativa é, realizar a amostragem do sinal de forma variável, dependendo da frequência de rotação do eixo, assegurando que em uma volta tem-se um número finito de amostras (NAHRATH; BAUER; SEELIGER, 1999), é como deformar a abscissa no domínio do tempo para mantê-la constante no domínio da frequência.

### 3.2.2 Série de Fourier com coeficientes variáveis

Outra abordagem proposta em (YUAN; CAI, 2005) é aproveitar o sinal de vibração de uma caixa de transmissão, que é constituída por várias componentes de frequência, assim como as séries de Fourier (JOHN; DIMITRIS, 1998), porém este é válido somente quando o sinal é estacionário. Para solucionar este inconveniente, os autores propõem variar com o tempo as constantes da série original da forma:

$$\mathcal{F}_{VAFS}(\omega) = \sum_{i=1}^n A_i(t) \sin(i\omega t + \phi_i) \quad (3.7)$$

O autor chama esta transformação de série de Fourier de coeficientes variáveis (*VAFS* por sua sigla em inglês), e como é esperado esta serie consegue melhores resultados que a *FT* com

Tabela 3.1: Glossário da Transformada Cepstrum.

Domínio de Fourier	Domínio Cepstrum
Frequência	Quefreny
Espectro	Cepstrum
Fase	Saphe
Amplitude	Gamplitude
Filtro	Liftering
Harmônico	Rahmonic
Período	Repiod

sinais de vibração. Calcular os coeficientes  $A_i$  requer um algoritmo apresentado em (YUAN; CAI, 2005).

### 3.2.3 Cepstrum

O Cepstrum é uma transformação matemática proposta pela primeira vez em (BORGET; HEALY; TURKEY, 1963) com o fim de medir a distância em tempo entre ecos de uma onda fundamental em um sinal específico (RANDALL; KJAER; DENMARK, 1974). Esta consiste em encontrar as ondas harmônicas que compõem o sinal original, através da transformada de Fourier. Após isto, com o objetivo de ressaltar a informação de frequência de cada harmônico, utiliza-se uma função logarítmica sobre os dados. Finalmente obtém-se uma aproximação no tempo entre as ondas fundamentais e seus harmônicos usando novamente a transformada de Fourier. Formalmente podemos expressar através da equação:

$$\mathcal{X}(\hat{\omega}) = |\mathcal{F}(\log(|\mathcal{F}(x(t))|^2))|^2 \quad (3.8)$$

Após esta operação, o sinal encontra-se no domínio do tempo, mas não no sentido usual, sendo que está escala é dependente da frequência de amostragem (CHILDERS; SKINNER; KEMERAIT, 1977). No entanto a informação significativa esta relacionada com a informação de frequência. Para se evitar possíveis confusões, em (BORGET; HEALY; TURKEY, 1963) propuseram um glossário de termos que relacionam os termos de frequência com termos cepstrum, como se mostra na Tabela 3.1 <sup>1</sup>.

<sup>1</sup>A fim de evitar erros de interpretação, deixa-se os termos Cepstrum em inglês.

Ao contrario da transformada de Fourier, não é desejável sobre-amostrar um sinal, já que adiciona-se um ruído repetitivo de alta frequência ao sinal de origem em tempo. Este será amplificado, tornando-se possivelmente na *quefrequency* mais relevante.

Apesar de que o diagnóstico de uma longa variedade de sistemas se realiza através do sinal de vibração, os sintomas percebidos são uma mistura de diferentes problemas em vários níveis de falha, além da resolução do espectro ficar limitado ao número de componentes e faixa de frequência, e portanto são difíceis de interpretar, e se requer um grande nível de experiência por parte do técnico especialista (GILABERT; ARNAIZ, 2006).

### 3.3 Técnicas no domínio do Tempo/Frequência

Os métodos até aqui apresentados precisam que a distribuição de probabilidade dos dados seja aproximadamente estacionária ou cicloestacionária, ou seja, não podem ser aplicados diretamente quando o equipamento tem velocidade ou carga variável (BARSZCZ; RANDALL, 2009; YESILYURT, 2004; LIU; RIEMENSCHNEIDERA; XU, 2006), nem permitem diferenciar duas falhas com sintomas similares (GONZÁLEZ; FIGUEROA; IRIBARREN, 1996). Com a finalidade de estudar transientes, diferentes autores propuseram o uso de transformações que descrevem o que acontece com o sinal tanto em tempo como em frequência. As mais utilizadas para detecção de falhas são as Wavelets (*WT*), Decomposição empírica de modos (*EMD*) e as transformadas de Cohen, especificamente a distribuição de Wigner-Ville (*WVD*), que vão ser explicadas detalhadamente nos próximos tópicos.

#### 3.3.1 Wavelets

Um sinal pode ser representado em termos de funções base  $\{e^{ikt}\}_{k \in \mathbb{Z}} : f(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} f_k e^{ikt}$  com coeficientes de Fourier  $f_k = \langle e^{ikt}, f \rangle$  (MALLAT, 1999). Como esta representação clássica precisa de infinitos coeficientes em frequência, conseqüentemente a localização em frequência não é ótima

Para isto, devem-se trocar estes coeficientes por funções base com suporte finito tanto no tempo como em frequência. Se desejar incluir todas as frequências, isso poderá ser realizado contraindo e esticando a função base. Estas funções dependem de dois parâmetros  $\psi(2^n t - k), n, k \in \mathbb{Z}$ . Formalmente, sendo  $a$  a variável de escala e  $b$  a variável de deslocamento, a *WT*



é calculada através da Equação 3.9:

$$[W_{\psi}f](a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) f(t) dt \quad (3.9)$$

E portanto a representação wavelet do sinal  $f(t)$  é:

$$f(t) = \sum_{j,k=-\infty}^{\infty} c_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (3.10)$$

com

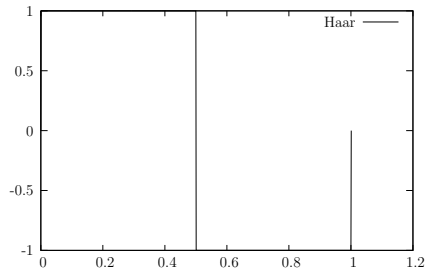
$$c_{j,k} = [W_{\psi}](2^{-j}, k2^{-j}). \quad (3.11)$$

A representação da Equação 3.10 permite deslocar-se no tempo e por diferentes escalas (maior ou menor detalhe do sinal) e frequências, em partições diádicas. Muitas funções base  $\psi$  cumprem as restrições impostas nesta formalização, das quais as mais comumente utilizadas são as wavelets de Haar, Daubechis, Chapéu Mexicano e Morlet, conforme a Figura 3.1.

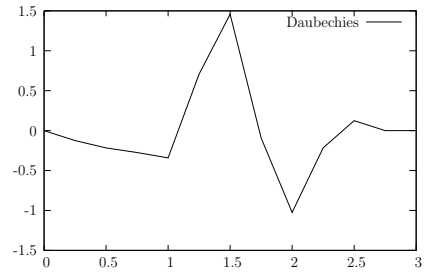
Conceitualmente as Wavelets são bancos de filtros. Assim a principal dificuldade para encontrar defeitos com elas é escolher uma família de filtros (funções base) que ressalte informação da falha e o tamanho de janela mais apropriado (suporte da função base) (LIN; ZUO, 2003; CHOY; MUGLER; ZHOUI, 2003). No entanto, cada tipo de falha é ressaltado melhor por diferentes Wavelets de base, entretanto os resultados obtidos precisam da avaliação de um técnico especialista em manutenção. Por exemplo, quando acontece uma avaria devido à falta de um dente de uma engrenagem, pequenos impulsos se adicionam ao sinal de vibração, portanto em (LIN; ZUO, 2003) aplica-se uma wavelet de Morlet, o qual tem demonstrado uma alta eficiência isolando este tipo de sinal. O autor calcula o fator de kurtosis em cada sub-banda de frequência, com o fim de escolher partições em tempo, onde os dados variem pouco em relação com outras.

Outra propriedade importante da Wavelet é que a partir do valor dos coeficientes obtidos têm-se um índice da gravidade de uma falha localizada, já que a amplitude dos sinais associados aos mesmos muda com o grau de degradação do componente (CHOY; MUGLER; ZHOUI, 2003).

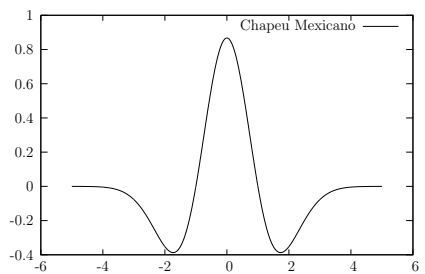
No trabalho de (HALIM et al., 2008) propõe-se a filtragem do sinal de vibração mediante



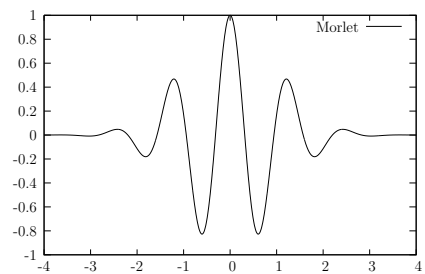
(a) Wavelet de Haar.



(b) Wavelet de Daubechies.



(c) Wavelet de Chapéu Mexicano.



(d) Wavelet de Morlet.

Observação: Eixo  $x$  representa o tempo e o eixo  $y$  representa a amplitude da base para essa resolução.

Figura 3.1: Principais funções de base wavelets comumente utilizadas para identificação de falhas.

o uso de uma transformada Wavelet em combinação com a técnica *TSA*, aplicando-a em cada subbanda de frequência fazendo o sinal mais simples de se analisar. No entanto ao tentar-se analisar uma frequência baixa, perde-se resolução no tempo, já que a janela de tempo é grande de mais para este propósito (YESILYURT, 2004). Existe outro conjunto de técnicas que melhoram estas características como será apresentado no próximo tópico.

### 3.3.2 Wigner-Ville

Para isolar uma componente do sinal específico em um instante de tempo a transformada wavelet precisa definir uma wavelet base que ressalte o componente do sinal adicionado pela falha, entretanto isto não é sempre simples de ser realizado. Existe outro tipo de ferramentas matematicamente bem definidas, que extraem este tipo de informação, as transformadas de Cohen, especificamente a distribuição de Wigner-Ville (*WVD*) (YUAN; CAI, 2005). As vantagens da *WVD* sobre outras representações como a Wavelet e a transformada em janela de Fourier, é que pelo fato de não ser linear, a mesma não é regida pelo principio de incerteza de Heisenberg, e permite diferenciar simplesmente quando uma componente esta modulada em frequência ou tempo (GONZÁLEZ; FIGUEROA; IRIBARREN, 1996; YESILYURT, 2004), portanto é possível conhecer o espectro de frequência para cada instante de tempo. Isto é desejável em detecção de falhas, já que algumas componentes do sinal geram-se somente em pequenos intervalos temporais. Formalmente, sendo  $x^*$  o complexo conjugado de  $x$ , a *WVD* é definida como:

$$W_f(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \tau/2)x^*(t + \tau/2)e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (3.12)$$

Em contraste com a transformada de Fourier, que mostra a média das frequências na janela, a *WVD* tem alta resolução no domínio do tempo e da frequência (CHOY et al., 1996). A energia da *WVD* se concentra nas frequências fundamentais do sinal e seus harmônicos (BAYDAR; BALL, 2000), sendo mais robusta ao ruído que à janela de análise da *WT*. Infelizmente os resultados são difíceis de serem interpretados, já que sendo uma transformação não linear, as informações tempo/frequência aparecem em lugares inesperados (BAYDAR; BALL, 2001; CHOY; MUGLER; ZHOUI, 2003).

Em (CHOY; MUGLER; ZHOUI, 2003), os autores utilizaram esta representação em uma bancada de teste com duas engrenagens com o mesmo número de dentes, conseguindo

identificar uma falha localizada em um dente, porém devido a dificuldade para interpretação dos dados, não foi possível diagnosticar a máquina em presença de várias falhas diferentes, nem localizar o instante de tempo em que estas acontecem.

### 3.3.3 A decomposição empírica de modos

Outra estratégia multiresolução é a decomposição empírica de modos (EMD), que não tem suporte matemático, mas consegue extrair as componentes fundamentais do sinal, sem se importar com a função geradora (LIU; RIEMENSCHNEIDERA; XU, 2006; LIU, 2006). Diferente da *DWV* as componentes resultantes de aplicar a operação são lineares e, portanto, não aparecem coeficientes em lugares não esperados, além disto não requiere de especificar uma função base que poderia ressaltar algumas componentes nem ocultar outras que poderiam conter informação importante para o diagnóstico da falha (LOUTRIDIS, 2004).

O EMD é definido de forma iterativa como aparece no algoritmo 3.1, que procura decompor os sinais em um conjunto finito de modos de oscilação intrínsecos (IMF), que dependem do sinal original e representam as escalas temporais embarcadas nos dados, definidas como a distância em tempo entre dois máximos. Os *IMF* devem satisfazer dois requerimentos (HUANG et al., 1998):

1. O número de extremos e passagens do *IMF* por zero tem que ser aproximadamente iguais.
2. A média da função envolvente dos máximos locais e os mínimos locais tem que ser igual a zero.

As *IMF* não se encontram relacionados com o período de amostragem como as escalas da *WT*, mas com as variações do sinal (YU; YANG; CHENG, 2007). Consequentemente, não se obtém necessariamente escalas diádicas, e por depender do sinal original, no caso de dois sinais distintos o número de resoluções pode diferir dificultando sua interpretação em processos reais (LOUTRIDIS, 2004). Formalmente o sinal  $x(t)$  pode ser representado como a combinação linear de bases  $H_n$ .

Finalmente, os dados são representados em um gráfico com tempo - velocidade instantânea que deve ser avaliado por um técnico especialista.

```

Input: Função Original  $s(t)$ .
Output: Componentes IMF do sinal original ( $H(t)$ )
1  $i \leftarrow 0$ ;
2 for  $s(t)$  não é uma função constante do
3   Identificar os máximos ou mínimos locais no sinal original  $s(t)$ ;
4   Conectar os máximos locais entre eles para encontrar uma função envolvente superior  $u(t)$ ;
5   Conectar os mínimos locais entre eles para encontrar uma função envolvente inferior  $l(t)$ ;
6   Aproximar as funções  $u(t)$  e  $l(t)$  mediante splines cúbicas;
7   Calcular a média das envolventes,  $m(t) \leftarrow \frac{u(t)+l(t)}{2}$ ;
8   Subtrai-se  $m(t)$  do sinal  $s(t)$ ;
9   Define-se o IMF como  $h(t) \leftarrow s(t) - m(t)$ ;
10  if  $h(t)$  não cumpre com as condições para ser IMF then
11    Executar o algoritmo 3.1 com  $h(t)$  como entrada.
12  end
13   $H_i(t) \leftarrow h(t)$ ;
14   $s(t) \leftarrow s(t) - h(t)$ ;
15   $i \leftarrow i + 1$ ;
16  return  $H$ ;
17 end

```

**Algoritmo 3.1:** Definição da decomposição empírica de modos.

### 3.4 Conclusões

A detecção de falhas é uma área bem estabelecida que consiste em analisar os diferentes tipos do sinal proveniente de um equipamento. No entanto, alguns sinais são mais difíceis de serem interpretados do que outros, e nem sempre consegue-se isolar os diferentes tipos de falhas. A literatura apresentada sugere que o sinal de vibração contém informação do estado dos diferentes componentes da máquina, mas se requer um alto nível de treinamento para identificar o tipo de falha e sua fonte.

Atualmente, o tratamento do sinal de vibração se realiza no domínio do tempo, que fornece informação da existência de uma falha, porém indica pouco a respeito da fonte geradora; no domínio da frequência, que permite distinguir de forma mais evidente o sinal de falha, pois ressalta a informação referente às variações repetitivas, que acontecem em praticamente todos os elementos da máquina, localizando-se em diferentes faixas do espectro de frequência. Outro tipo de representação do sinal de grande interesse para pesquisa é a representação em tempo/frequência, que idealmente, permite conhecer que frequências se

excitam em cada instante de tempo, entregando maior quantidade de informação ao técnico especializado em manutenção. Infelizmente estes tipos de representação estão limitados pelo princípio de incerteza de Heisenberg, dificultando em alguns casos a interpretação dos dados ou restringindo a resolução da análise.

## 4 ESTUDO COMPARATIVO DE TÉCNICAS DE AVALIAÇÃO DE QUALIDADE

Como ilustrado nos capítulos anteriores, os usuários encarregados na manutenção e avaliação de qualidade dispõem de uma ampla faixa de técnicas para avaliar o estado atual de um determinado equipamento. No entanto, interpretar os dados resultantes com exatidão, requer um nível de experiência e conhecimento específico, podendo exigir um vasto treinamento (FUNK; JACKSON, 2005). Este capítulo apresenta um estudo comparativo das técnicas estudadas anteriormente (capítulos 3 e 6), aplicando-as em sistemas simulados com a finalidade de isolar as fontes de falha e minimizar ruídos indesejados para análise. A quantidade e simplicidade de interpretação dos dados foram considerados para a interpretação dos experimentos apresentados.

As técnicas baseadas na análise do sinal agrupam os métodos que não se importam com a análise do sinal de entrada do dispositivo, mas com os sinais de vibração gerados pelo equipamento, não sendo necessário o conhecimento do modelo do sistema. O sistema experimental utilizado para avaliar estas técnicas é constituído pelo sinal de vibração de uma caixa de transmissão de potência mostrado na Figura 4.1.

### 4.1 Configuração experimental.

Uma caixa de engrenagens foi modelada conforme o proposto em (FORRESTER, 1996), supondo que o sinal de vibração das engrenagens e os eixos é muito maior do que aqueles produzidos por outras fontes. O modelo consiste em adicionar as frequências de vibração produzidas pelo batimento dos dentes, rotação de cada engrenagem em separado, rotação do eixo, etc.

Analisando os primeiros  $M$  harmônicos e sendo  $\theta_s$  a posição em radianos do eixo,  $\bar{L}$  a

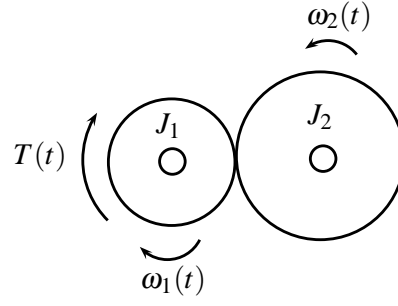


Figura 4.1: Modelo de uma caixa transmissora de potência através de engrenagens. A entrada deste sistema é o torque  $T(t)$  e a saída é o sinal de vibração no mancal da engrenagem 2.

média das forças aplicadas,  $A_{sgm}$  a amplitude de vibração devida à deflexão dos dentes no harmônico  $m$ ,  $\bar{E}_{sgm}$  a media da vibração devida aos erros de fabricação no harmônico  $m$ ,  $N_{sg}$  o número de dentes da engrenagem,  $\beta_{sg}$  a modulação de fase devida às variações da força aplicada e  $\phi_{sgm}$  a fase do harmônico  $m$  quando  $\theta = 0$ , as vibrações não devidas ao erros geométricos se escrevem como:

$$V_{gs}^{(1)}(t) = \sum_{m=1}^M [A_{sgm}(\bar{L}, \theta_s) + \bar{E}_{sgm} \cos(mN_{sg}(\theta_s + \beta_{sg}(\theta_s)) + \phi_{sgm})] \quad (4.1)$$

com

$$A_{sgm}(t) = (\bar{L}, \theta_s) = \bar{A}_{sgm}(\bar{L})(1 + \alpha_{sg}(\theta_s)). \quad (4.2)$$

As vibrações resultantes da modulação se modelaram como:

$$\begin{aligned} \beta_{sg}(\theta_s) &= \sum_{k=1}^K b_{sgk} \cos(k\theta + \gamma_{sgk}) \\ \alpha_{sg}(\theta_s) &= \sum_{k=1}^K \cos(k\theta + \lambda_{sgk}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

sendo  $\gamma_{sgk}$  e  $\lambda_{sgk}$  o deslocamento de fase de  $\beta_{sg}(\theta_s)$  e  $\alpha_{sg}(\theta_s)$  quando  $\theta_s = 0$  rad.

Outros efeitos adicionais são modelados para cada harmônico como:

$$V_{sg}^{(2)}(t) = \sum_{k=0}^K E_{sgk} \cos(k\theta_s(t) + \xi_{sgk}) \quad (4.4)$$



Tabela 4.1: Parâmetros do sistema de simulação 1.

Parâmetro	Valor
Velocidade de rotação medida na engrenagem de saída [rpm]	698
	930
	1123
	1395
	1628
	1860
	2093
	2326
Frequência de amostragem [Hz]	2500
Quantidade de dentes de cada engrenagem	9
Quantidade de dentes quebrados	Caso A: 0 Caso B: 1 Caso C: 2, um cada 180°
Quantidade de harmônicos ( $M$ )	20
Valor dos parâmetros $\alpha$ e $\beta$	0.1
Valor dos parâmetros $\gamma$ , $\lambda$ , $\phi_{sgm}$ , $\xi$ , $\psi_{sk}$	0.0
Amplitude da vibração $A_{sg1}$	1
Decaimento da amplitude de vibração em cada harmônico $m$	$1/m$

Observação: Neste caso admite-se que não existem componentes de vibração fora de fase.

sendo  $\xi_{sgk}$  o deslocamento de fase de  $V_{sg}^{(2)}(t)$  em  $t = 0$ . Neste caso o valor médio não é necessariamente nulo.

A vibração devida ao eixo para cada frequência de rotação  $f_s$ , considerando-se os primeiros  $k$  harmônicos é calculado como:

$$V_s = \sum_{k=0}^K A_s(f_s) \cos(k\theta_s + \phi_{sk}). \quad (4.5)$$

Finalmente a vibração total na caixa de transmissão é:

$$V_{sg} = V_{sg}^{(1)} + V_{sg}^{(2)} + V_s. \quad (4.6)$$

Este modelo é suficientemente geral para abranger um grande número de máquinas submetidas a vibrações mecânicas. Os parâmetros utilizados nesta simulação são apresentados na Tabela 4.1.

Cada uma das técnicas explicadas no capítulo 3 tem vantagens específicas para cada método. Neste trabalho foram divididas em três grupos: (1) técnicas no tempo que são estratégias estatísticas aplicadas diretamente sobre os dados recompilados, (2) técnicas em frequência, que aplicam a transformada de Fourier com a finalidade de encontrar um domínio onde os dados têm uma interpretação mais simples e (3) técnicas em tempo/frequência que permitem localizar não somente as frequências inesperadas, mas também o momento exato em que estas frequências ocorrem.

## 4.2 Aplicação de técnicas no tempo

Com a simulação descrita anteriormente foram obtidas informações durante um intervalo de tempo de um minuto de simulação que foi dividido, em segmentos de um segundo. Sobre cada conjunto de dados se aplicaram as técnicas RMS, kurtosis e fator de pico <sup>1</sup>. A Figura 4.2 mostra os resultados maior, menor e média para técnica com diferentes velocidades de entrada para trinta segmentos de simulação tomados aleatoriamente.

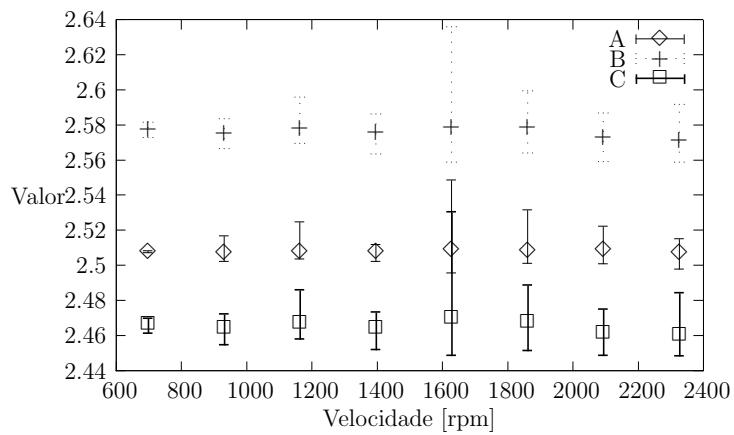
A técnica RMS produz pequenas diferenças para os tipos de falha testados, perto de 0.2 entre os conjuntos de dados para cada caso. Também pode-se notar da Figura 4.2(a) que para um conjunto de dados de velocidades, não é possível classificar os tipos de falha, entre um e dois dentes quebrados. O fator de pico é uma técnica derivada do RMS, o teste realizado mostrou que ao se aumentar a velocidade de entrada, é mais difícil distinguir entre os diferentes estados de falha (veja a Figura 4.2(b)). Finalmente a técnica kurtosis, que é um índice que permite mostrar a diferença de distribuição do sinal de vibração com uma distribuição gaussiana, conseguindo diferenciar o caso *A* dos estados de falha testados. No entanto é difícil classificar uma falha como pertencente ao caso de falha *B* ou *C* (veja a Figura 4.2(c)).

## 4.3 Aplicação de técnicas em frequência

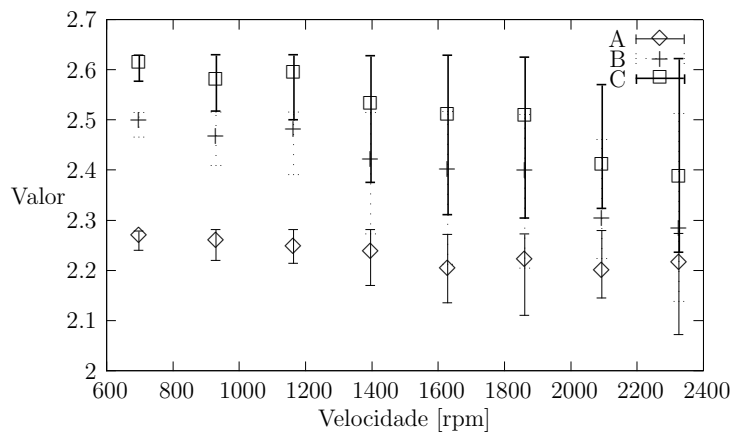
Outra abordagem possível é analisar o sinal no espaço da frequência, partindo do princípio que neste espaço a informação é estatisticamente mais independente. A grande diferença com os métodos no domínio do tempo, é que analisar a informação em frequência requer maior

---

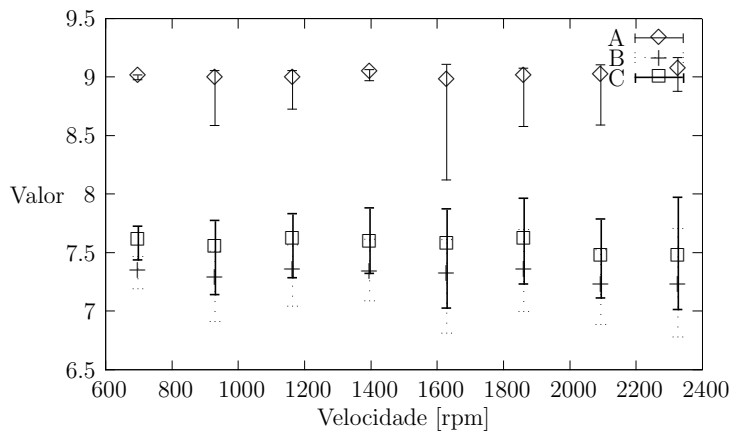
<sup>1</sup>Crest em inglês.



(a) RMS



(b) Fator de Pico



(c) Kurtosis

Observação: Os símbolos  $\diamond$ ,  $+$ ,  $\square$  representam a media do valor de cada técnica em cada velocidade testada.

Figura 4.2: Índices das técnicas no tempo (a) RMS, (b) fator de pico e (c) kurtosis em tempo obtidos para diferentes velocidades, quebrando 0 (Caso A), 1 (Caso B) e 2 (Caso C) dentes.

conhecimento por parte do especialista sobre o funcionamento do equipamento, já que se obtém uma grande quantidade de coeficientes por velocidade estudada, além de requerer que o sistema seja estatisticamente estável, é dizer, os parâmetros do sistema são os mesmos em qualquer instante de tempo.

### 4.3.1 Transformada de Fourier

Possuindo um conhecimento aprofundado do sistema e analisando um sinal suficientemente pré-processado para eliminar a maior quantidade de ruído se utiliza a transformada de Fourier. A Figura 4.3 apresenta a análise de assinatura do dispositivo, ou seja, a transformada de Fourier do sistema em estudo tomada para diferentes velocidades do mesmo, sem a presença de falhas. Quando o período do sinal aumenta <sup>2</sup>, o espectro de frequência diminui, e portanto requer se amostrar o sinal mais rapidamente do que com velocidades menores.

Quando se tem suficiente conhecimento do funcionamento de um equipamento, uma falha pode ser identificada a partir de qualquer dos espectros de frequência mostrados na Figura 4.3. Um exemplo disto é apresentado na Figura 4.4. Quando o sistema não apresenta falhas, as frequências mais importantes para análise são a frequência de rotação das engrenagens, neste caso de 11.6 *Hz* e a frequência de batimento dos dentes 104.7 *Hz*. No espectro de frequência da Figura 4.4(a) é visualizado como o maior pico do espectro e o primeiro pico de magnitude não decrescente com respeito aos picos de frequências mais baixos.

No caso em que o sistema apresenta um dente quebrado (caso *B*), a engrenagem não terá um batimento esperado de engrenagem em cada volta, portanto esta falha modifica o espectro na frequência de rotação das engrenagens. A Figura 4.4(b) mostra que o valor de amplitude do primeiro harmônico aumenta em mais de 200 unidades, junto com as bandas laterais do mesmo, e que a amplitude de frequência correspondente ao batimento dos dentes diminuiu.

Quando o sistema tem dois dentes de uma engrenagem quebrados, defasados em 180° (caso *C*), a frequência de ausência de batimento é o dobro daquela de rotação do sistema, portanto o segundo harmônico tem um aumento, quando comparado com aquele do sistema sem falhas, isto também é evidente nos harmônicos deste evento. Outro efeito gerado pela falha é que a amplitude da frequência de batimento dos dentes diminui como mostra na

---

<sup>2</sup>No caso de estudo, isto está inversamente relacionado com a velocidade de giro das engrenagens.

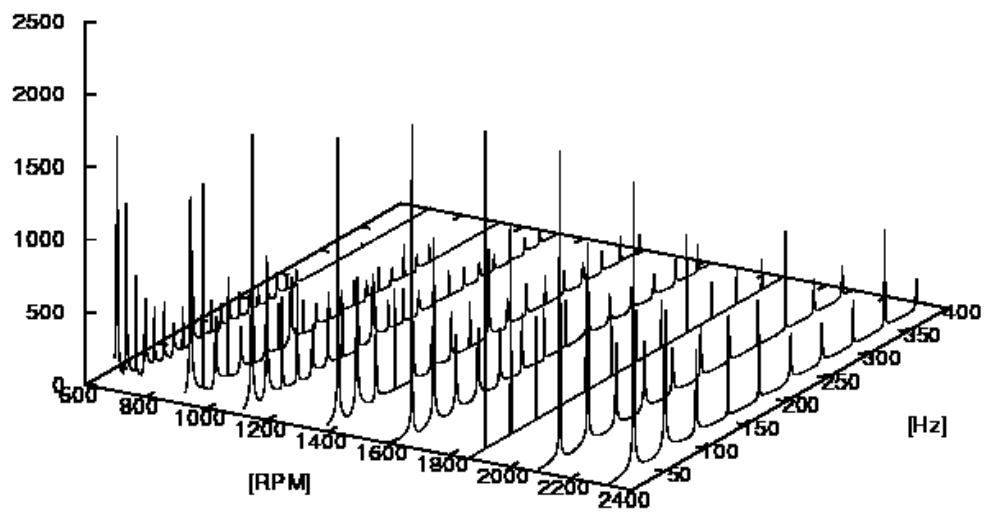
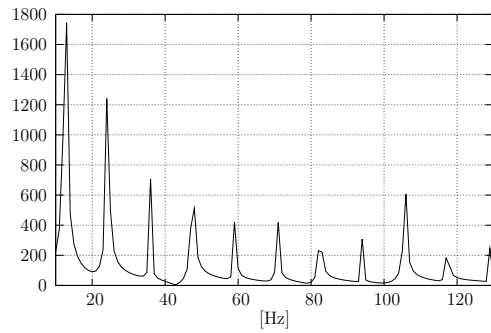
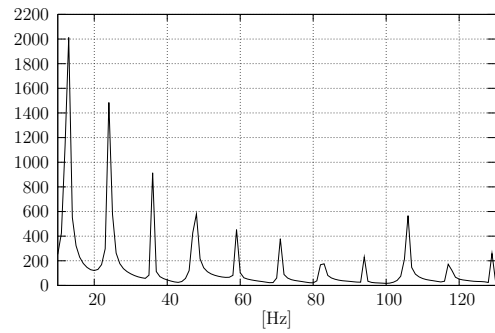


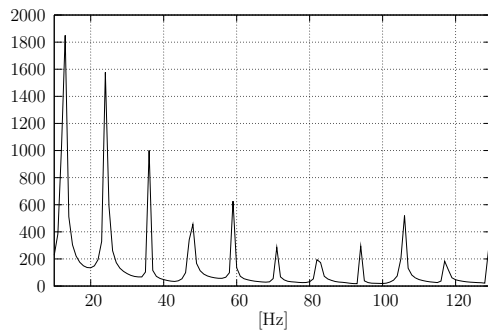
Figura 4.3: Análise de assinatura em frequência do sistema sem presença de falhas.



(a) Caso A.



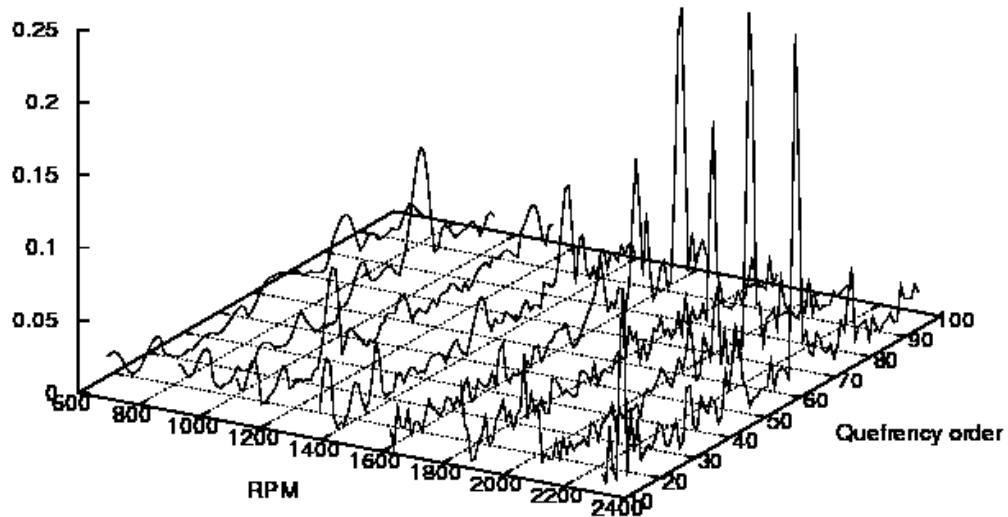
(b) Caso B.



(c) Caso C.

Observação: O eixo  $x$  representa a frequência e o eixo  $y$  o valor da transformada de Fourier.

Figura 4.4: Detalhe dos primeiros dez harmônicos do sistema (a) sem falhas, (b) com um dente quebrado e (c) com dois dentes quebrados, defasados a cada  $180^\circ$  com velocidade constante de  $698 \text{ RPM}$ .



Observação: O eixo  $x$  representa a frequência e o eixo  $y$  o valor da transformada de Fourier.

Figura 4.5: Análise de assinatura a partir da transformada Cepstrum sem presença de falhas.

Figura 4.4(c). É importante observar que a quantidade de informação que deve-se conhecer do sistema para sua análise: a velocidade de rotação de cada eixo e a quantidade de dentes de cada engrenagem. Estas informações permitem a obtenção do espectro em frequência do sistema em condição normal de funcionamento.

### 4.3.2 Transformada Cepstrum

A transformada Cepstrum permite analisar o tempo requerido para receber um do sinal de repetição. A interpretação do Cepstrum requer maior nível de experiência do que o espectro de frequência devido que este usar uma operação não linear durante a transformação do domínio do tempo para o domínio cepstrum. Como é ilustrado na Figura 4.5 em velocidades maiores aumenta-se a intensidade e regularidade dos ecos.

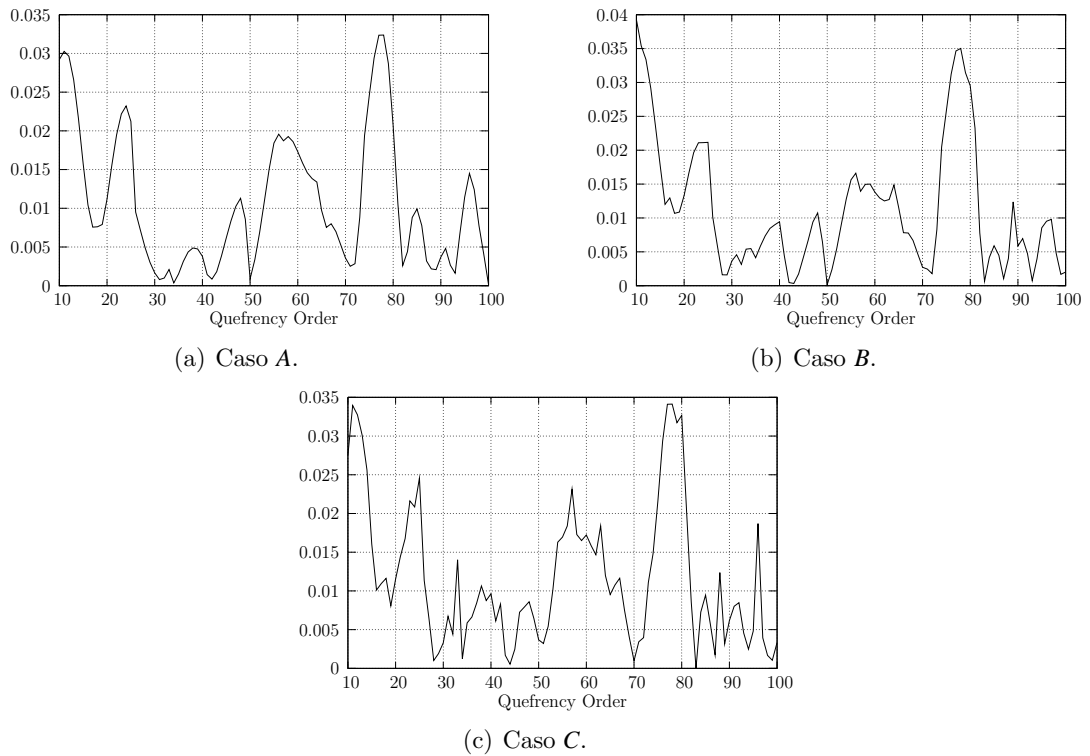


Figura 4.6: Detalhe das primeiras cem ordens de quefrency do sistema (a) sem falhas, (b) com um dente quebrado e (c) com dois dentes quebrados, defasados de  $180^\circ$  com velocidade constante de  $698 \text{ RPM}$ .

Muitos dos ecos aparecem devido à mudança dos harmônicos do sinal na presença de falhas, como poderá ser observado na Figura 4.6. Quando o sistema não apresenta falhas, a transformada Cepstrum obtida para este caso é uma função suave (Figura 4.6(a)). No entanto, a falta de um dente de uma engrenagem origina picos no sinal que correspondem aos ecos produzidos pela falta do dente (Figura 4.6(b)). Na Figura 4.6(c) os picos do sinal são mais evidentes e estão distribuídos por todo o cepstrum. Note-se também que as baixas ordens do Cepstrum aumentam suas amplitudes devido os ecos levarem menor tempo em acontecer. Neste caso a experiência adquirida pelo especialista em manutenção permite diferenciar os diferentes estados do dispositivo, possivelmente pela distância entre ecos. No entanto esta é uma técnica difícil de interpretar, considerando a sua forte dependência da frequência de amostragem. A operação não linear permite diferenciar mais claramente entre os diferentes ecos. É importante observar que as amplitudes dos Cepstrums apresentados na Figura 4.6 são similares, mas o seu conteúdo em quefrency é muito diferente.



## 4.4 Técnicas Tempo/Frequência

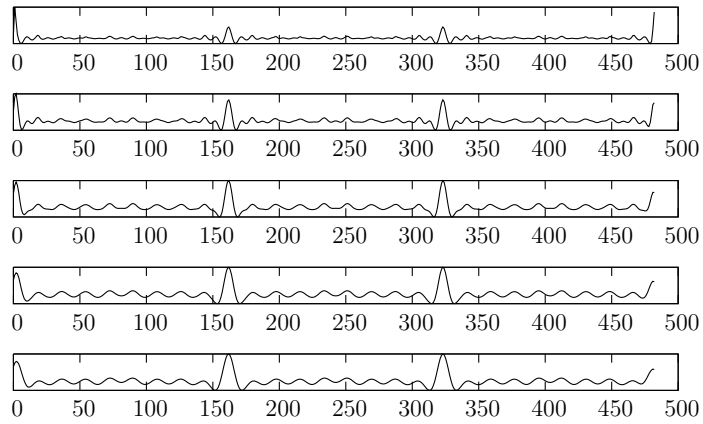
Ao contrario das técnicas estudadas até agora, as técnicas tempo/frequência permitem localizar uma falha em uma banda de frequência e em um tempo específico. Este tipo de estudo é útil quando o operário procura por uma falha localizada, como por exemplo, falhas que acontecem unicamente quando uma peça entra em contato com outra. A aplicação específica da transformada Wavelet divide o espaço tempo/frequência em partições diádicas, isto é, a falha poderá ser localizada com pouca resolução tempo/frequência; também se estuda o uso da decomposição empírica dos modos, que ainda tendo baixa resolução no domínio tempo/frequência, as suas partições não são determinadas por um fator diádico, permitindo assim assegurar que a partição contém um componente do sinal relevante para diagnóstico de falha. Finalmente analisaremos o uso da distribuição de Wigner-Ville, que oferece alta resolução, tanto para o domínio do tempo como para o da frequência, entretanto, pelo fato de ser uma operação não linear, poderá adicionar coeficientes em locais inesperados.

### 4.4.1 Transformada Wavelet

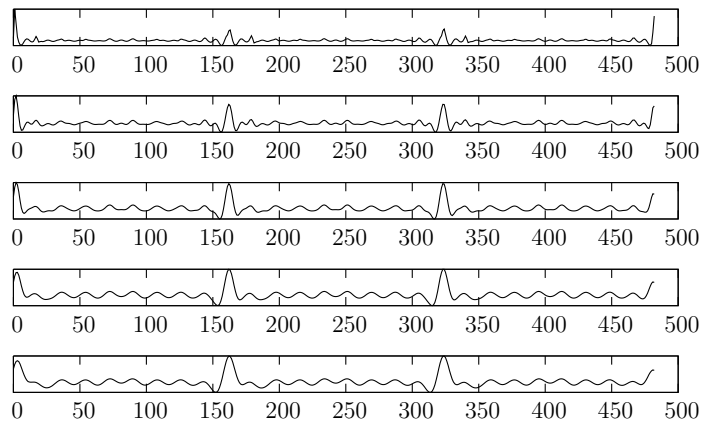
A transformada Wavelet é uma generalização da transformada em janela de Fourier, com janelas de rápido decaimento e apresentando formas suaves. Dependendo da função base utilizada durante a transformada, os resultados podem ressaltar componentes diferentes. Como norma de projeto, recomenda-se utilizar uma função com alta correlação com a componente de sinal de interesse. Neste estudo foram testados diferentes funções base, mas neste trabalho será apresentado apenas os dois com melhores resultados, chapéu mexicano e Morlet. Isto é devido a que as falhas testadas aparecem no domínio do tempo como impulsos.

Na Figura 4.7, é mostrado o resultado da transformada Wavelet dos diferentes sinais utilizando o chapéu mexicano como função base. No caso o sistema de transmissão sem falha (caso *A*), as diferentes resoluções mostram uma componente harmônica, a rotação do eixo. No entanto quando falta um dente (caso *B*), o sinal na maior resolução apresenta uma pequena diferença, dificilmente detectada em um sistema especializado. Na presença de uma falha maior (caso *C*), novamente é apresentada uma pequena distorção no sinal de maior resolução.

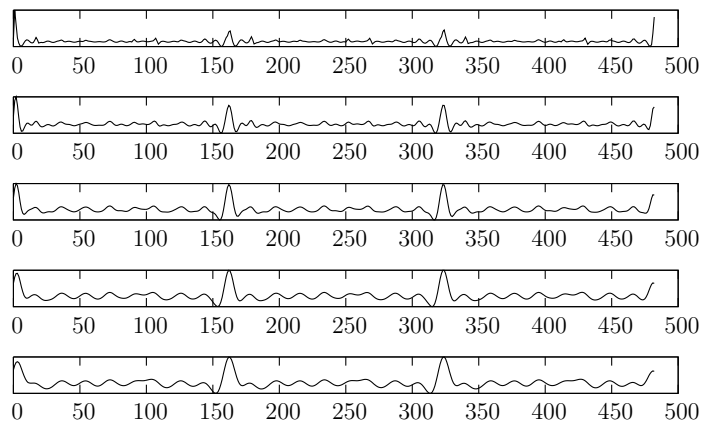
Estes resultados mudam drasticamente ao trocar a função base. Na Figura 4.8, a transformada wavelet utilizou uma função mãe Morlet. No caso sem falha (caso *A*), as diferentes



(a) Caso *A*. As resoluções do sinal estão organizadas desde a menor (figura superior) até a resolução 5 (figura inferior).



(b) Caso *B*. As resoluções do sinal estão organizadas desde a menor (figura superior) até a resolução 5 (figura inferior).



(c) Caso *C*. As resoluções do sinal estão organizadas desde a menor (figura superior) até a resolução 5 (figura inferior).

Observação: No eixo  $x$  os coeficientes wavelet, no eixo  $y$  as amplitudes.

Figura 4.7: Transformada wavelet utilizando a função Chapéu Mexicano como função base.

resoluções mostram uma componente harmônica, a rotação do eixo, isto é especialmente visível na quarta resolução. No entanto quando falta um dente (caso *B*), o sinal na quarta resolução apresenta duas componentes diferentes de vibração: a rotação do eixo e a falta de contato de um dente. Finalmente no caso *C*, novamente aparecem duas componentes, isto devido ao fato que os dentes faltantes gerem um sinal com o dobro da frequência de rotação e as resoluções escolhidas não permitem diferenciar a ocorrência deste sinal no domínio do tempo.

Note-se que o funcionário de manutenção além de conhecer quando acontece um sinal de falha e a frequência de ocorrência (onde procurar), tem que conhecer com antecedência a forma do componente que adiciona uma falha determinada (função base de convolução), requerendo um alto nível de especialização e treinamento no uso da ferramenta e do funcionamento do equipamento a ser analisado.

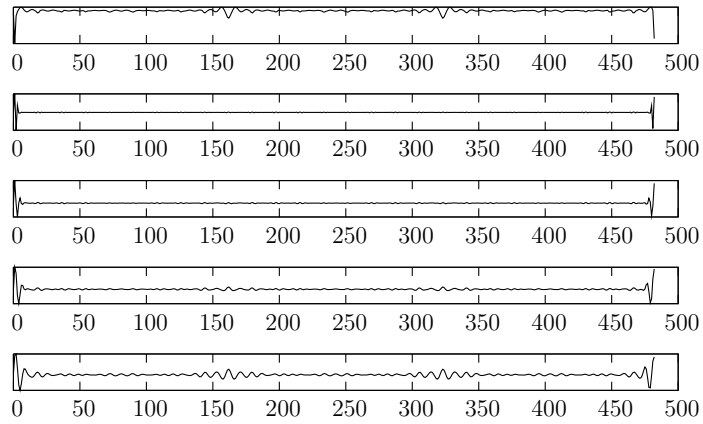
#### 4.4.2 Decomposição Empírica de Modos (EMD)

Esta técnica permite decompor o sinal em bases de tempo não necessariamente periódicas nem similares entre elas, mas que representem diferentes resoluções do sinal. Como é mostrado nas Figuras 4.9, 4.10 e 4.11, o EMD encontra o sinal de batimento dos dentes das engrenagens (subfiguras superiores).

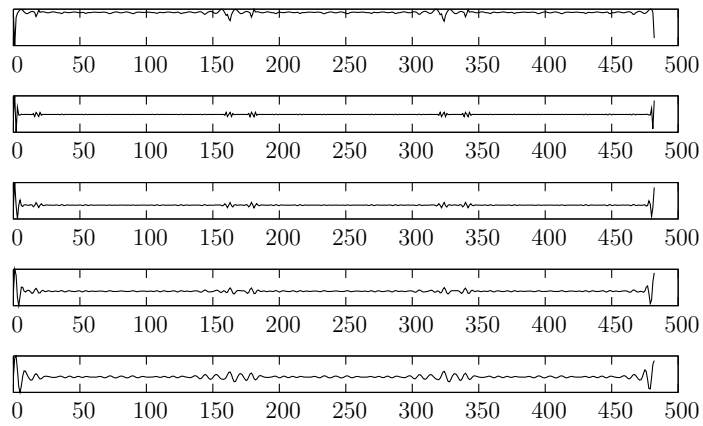
No sistema sem a ocorrência de falhas (Fig. 4.9), o sinal mostrado na segunda subfigura corresponde ao sinal de rotação do eixo, que neste caso é um sinal senoidal. O último sinal encontrado pelo algoritmo é o erro de aproximação.

Quando o sistema apresenta uma falha, neste caso a ocorrência de falta de um dente (caso *B*), o segundo sinal encontrado pela decomposição não é mais um sinal senoidal, no ponto de contato do onde falta um dente é mostrado no sinal como pico sobre o sinal de rotação do eixo, sendo que este fato é identificado rapidamente por um operário.

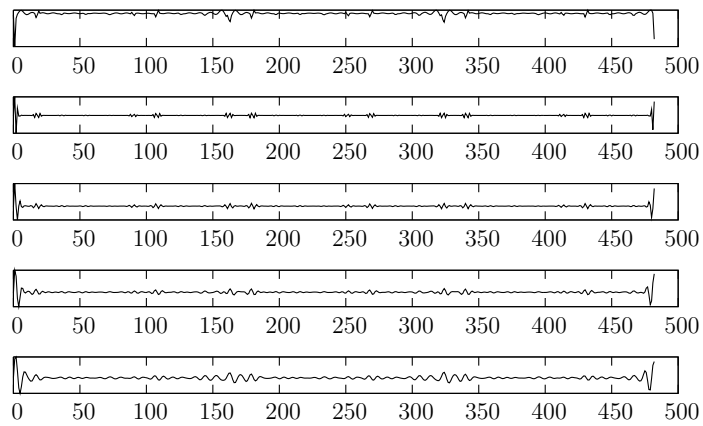
No entanto, quando o sinal do sistema é mais complexo, como no caso da quebra de dois dentes defasados de  $180^\circ$ , mostrado na Figura 4.11, os sinais encontrados pelo algoritmo não têm uma explicação direta. Neste caso reconhecer os sinais correspondentes à rotação do eixo não é simples, e os sinais gerados pela falta de dentes também não são identificáveis. Pode-se notar que a técnica realiza a decomposição do sinal em 5 bases. No entanto para sinais reais este método é dificilmente aplicável, já que não se tem domínio do número de bases nem de



(a) Caso *A*. As resoluções do sinal estão organizadas desde a menor (figura superior) até a resolução 5 (figura inferior).



(b) Caso *B*. As resoluções do sinal estão organizadas desde a menor (figura superior) até a resolução 5 (figura inferior).



(c) Caso *C*. As resoluções do sinal estão organizadas desde a menor (figura superior) até a resolução 5 (figura inferior).

Observação: No eixo  $x$  os coeficientes wavelet, no eixo  $y$  as amplitudes.

Figura 4.8: Transformada wavelet utilizando a função Morlet como função base.

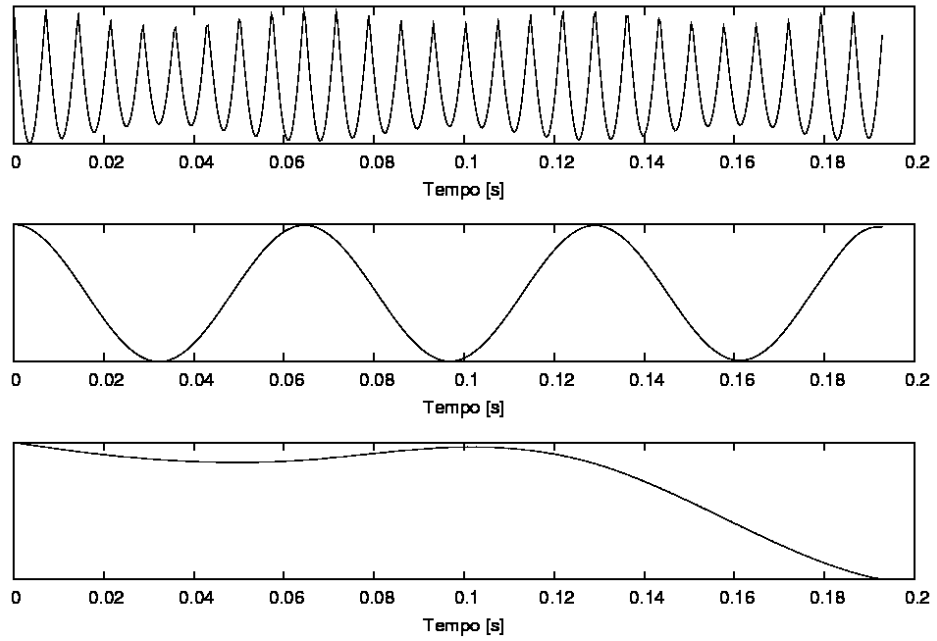


Figura 4.9: Decomposição empírica de modos para o caso *A*.

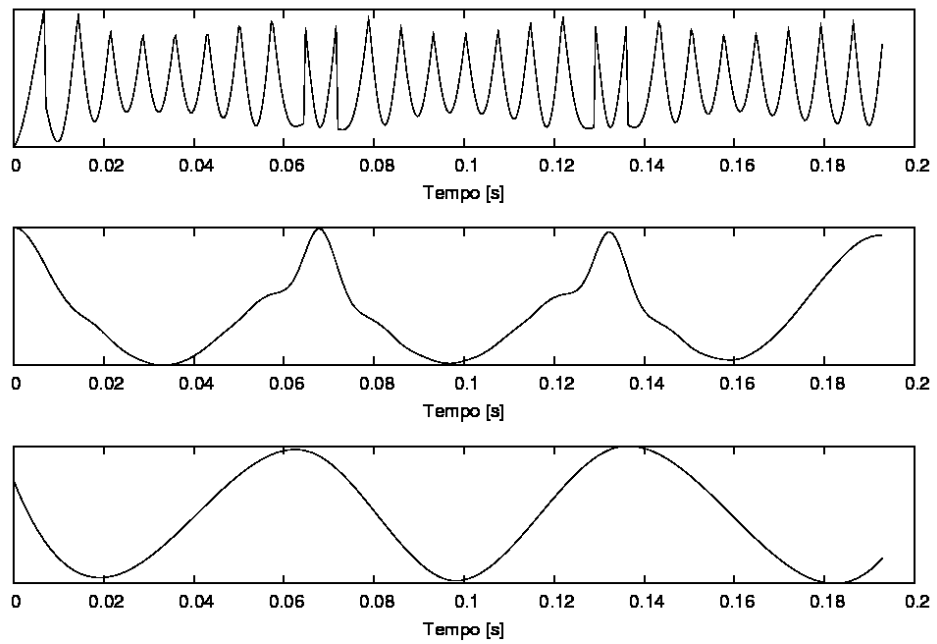


Figura 4.10: Decomposição empírica de modos para o caso *B*.

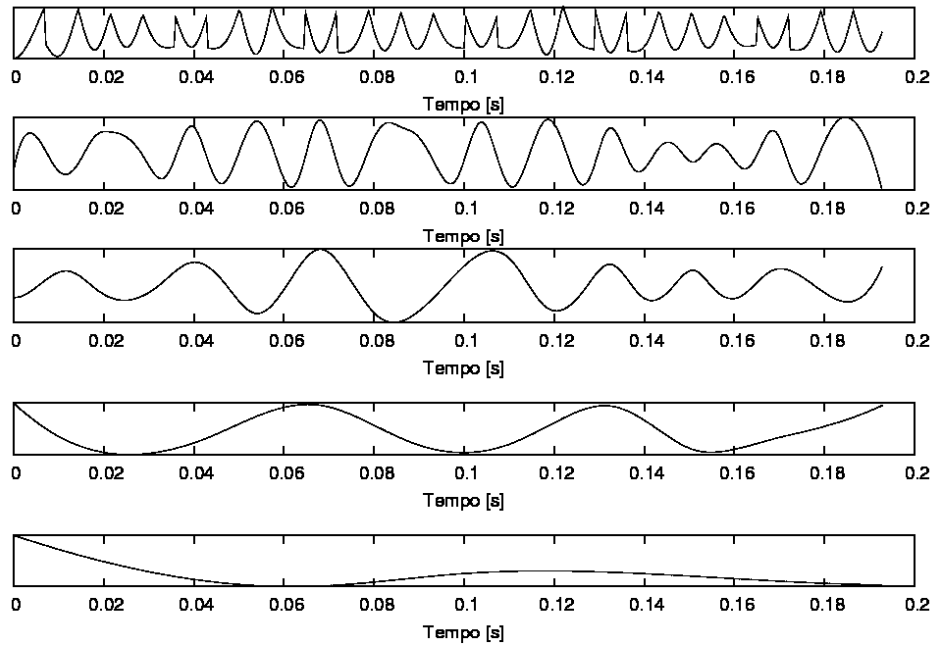


Figura 4.11: Decomposição empírica de modos para o caso *C*.

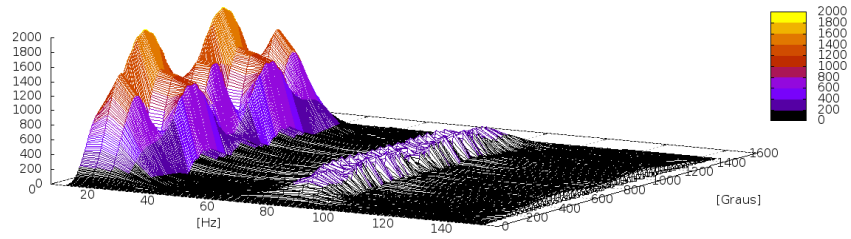
seu significado físico.

### 4.4.3 Distribuição de Wigner-Ville

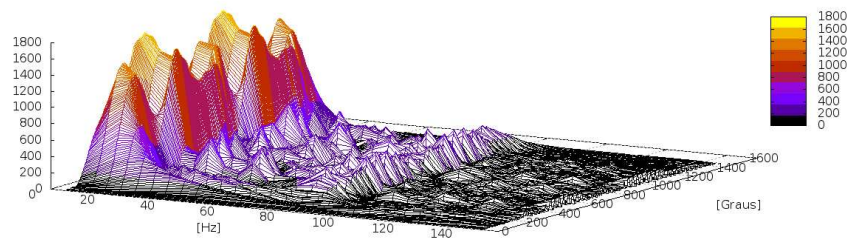
A distribuição de Wigner-Ville permite obter uma transformada tempo/frequência de alta resolução, de um espectro em frequência por cada amostra. No entanto toda esta informação é difícil de ser analisada. Exemplos desta distribuição se apresenta na Figura 4.12.

No caso de um sistema sem ocorrência de falhas (Fig. 4.12(a)), dois grupos de sinais em frequência são identificáveis, o primeiro correspondente às frequências de rotação do eixo e o segundo à frequência de batimento dos dentes. No entanto pode-se notar que neste espectro aparecem bandas laterais inexistentes, isto é, devido ser uma operação não linear. Na Figura 4.12(a) são mostrados que para todo sinal em tempo somente se excitam estas duas frequências preferencialmente.

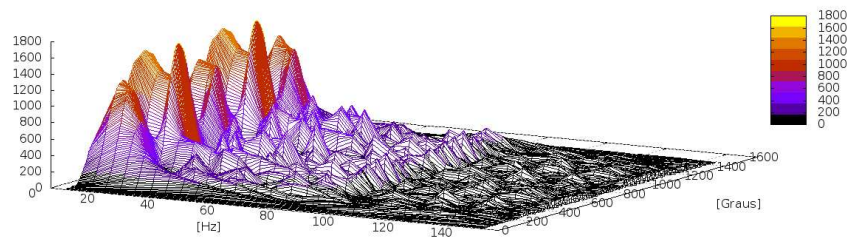
Quando existe uma falha de falta de um dente (caso *B*), como é esperado, excitam-se frequências adicionais (Figura 4.12(b)), no entanto devido à quantidade de dados e a não linearidade da operação, a superfície resultante é difícil de ser interpretada por um operário



(a) Caso A.



(b) Caso B.



(c) Caso C.

Figura 4.12: Distribuição de Wigner-Ville aplicada nos diferentes casos de ocorrência de falha.

inexperiente. Como se esperava, se excitaram as frequências correspondentes a rotação da engrenagem, entretanto aparecem frequências inesperadas por todo o domínio do sinal. Este mesmo efeito acontece para o caso de dois dentes quebrados (Figura 4.12(c)), e quanto mais complexo é o sinal, a distribuição é mais difícil de se interpretar.

## 4.5 Conclusões

No presente capítulo foram aplicadas diferentes metodologias de detecção de falhas com o objetivo de analisar a interpretabilidade dos resultados. As principais conclusões são enumeradas a seguir:

1. **Métodos baseados no tratamento estatístico do sinal temporal.** Estes permitem a obtenção de um único parâmetro para identificação, no entanto em um sinal de simulação, não é simples diferenciar os tipos de falha, sua análise deverá ser complementada através de resultados obtidos a partir de outras metodologias.
2. **Métodos frequenciais.** Contém mais informação em relação ao funcionamento do sistema que os métodos estatísticos. No entanto os técnicos especialistas devem ter conhecimento básico sobre o funcionamento do equipamento, tais como o conhecimento das frequências de rotação dos diferentes elementos, além de ter capacidade de interpretação dos espectros resultantes, precisa-se também que o operário tenha experiência em análise do sinal.
3. **Métodos em tempo - frequência.** Estes possuem uma grande quantidade de informação, permitindo isolar os elementos com falha, mas o operário deverá ter alto nível de experiência e conhecimento. Por exemplo, aquelas baseadas em transformada wavelet precisam de conhecer a forma da falha que se procura para escolher a função base. Outros métodos como a decomposição empírica de modos, não precisa de escolha de uma função base, entretanto não se tem controle da quantidade de resoluções para análise nem do significado físico das bases escolhidas pelo método. Finalmente da distribuição de Wigner - Ville se obtém muito mais dados do que as outras técnicas, mas devido à não linearidade da transformação, o nível de experiência do operário deve ser muito alto, já que nesta técnica aparecem coeficientes em lugares inesperados e uma grande quantidade de informações que dificulta a sua interpretação direta.



## **5 ESTUDO COMPARATIVO DAS TÉCNICAS BASEADAS EM ANÁLISE DO SINAL PARA UM SISTEMA DE TRANSMISSÃO MECÂNICA**

As técnicas descritas no capítulo 3 são as mais aplicadas na indústria devido a sua generalidade, possibilitando analisar inclusive sistemas não lineares, nos quais não somente são relevantes os harmônicos dos sinais fundamentais, mas também as suas bandas laterais. Porém destas se obtém uma grande quantidade de coeficientes, dificultando assim um diagnóstico automatizado, ou a avaliação por um operário com pouca experiência em seu uso específico. Tipicamente, para facilitar a análise, estes coeficientes são apresentados mediante uma representação gráfica, na qual um operário diagnostica um equipamento baseando-se na informação apresentada pelo mesmo (YUAN; CAI, 2003).

No capítulo 3 desta tese foram testadas as diferentes técnicas de análise de sinal em uma interface de simulação, que permitiu obter resultados na ausência de ruído, testando a sua capacidade para detectar e localizar falhas particulares. No entanto, na realidade, os sinais obtidos dos diferentes equipamentos contêm componentes de ruído intrínsecas à aquisição do sinal (BARSZCZ, 2009). Estes dificultam a leitura dos dados, resultando em diagnósticos imprecisos que podem aumentar os custos de manutenção na linha de produção. Neste capítulo foram testadas técnicas estudadas em um estudo de caso real, uma caixa de engrenagens. Este tipo de bancada foi escolhido por representar aplicações muito usadas na engenharia, dentre elas transmissões de máquina rotativa, utilizada em tornos, fresas, veículos de transporte e outros mecanismos.

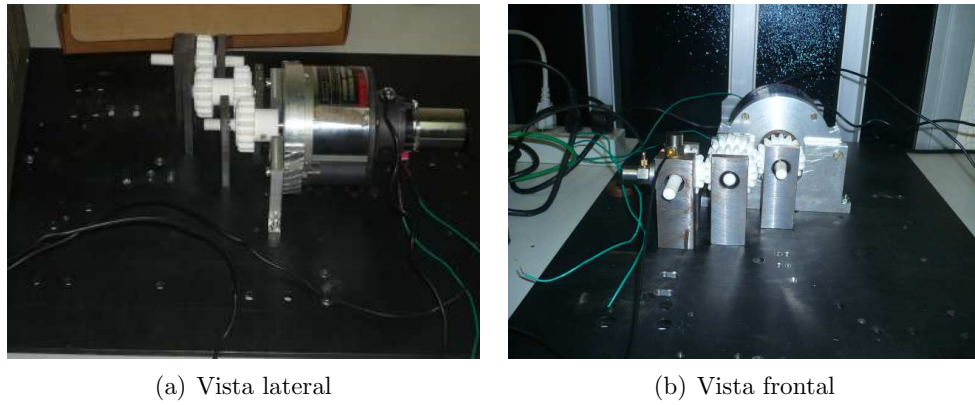


Figura 5.1: Bancada Experimental.

## 5.1 Configuração da Bancada Experimental

A bancada experimental para testar o algoritmo de detecção de falhas proposto é uma caixa de transmissão de potência através de engrenagens com múltiplas etapas, acionada por um motor de corrente contínua, como mostra a Figura 5.1. Um modelo preciso deste equipamento é difícil de obter analiticamente devido à grande quantidade de componentes interagindo como engrenagens, rolamentos e mancais. Além do mais, a interação entre duas rodas dentadas é ainda um fenômeno pouco conhecido, com vários parâmetros difíceis de serem medidos ou estimados, já que dependem de variáveis como imperfeições na superfície dos dentes, forma do perfil, tempo de contato entre dentes, etc. É importante ressaltar, que a literatura mostra que na maioria de aplicações ainda utilizam os métodos baseados na análise de sinais apresentados no capítulo 3 deste trabalho. Porém, os métodos baseados em identificação de sistemas ideais permitem diagnosticar o equipamento monitorando poucas variáveis.

A bancada de testes projetada é composta por uma fonte de tensão que alimenta atuadores e equipamentos de instrumentação, um motor de corrente contínua para o acionamento da caixa de transmissão, engrenagens feitas a partir de prototipagem rápida, que permite introduzir falhas nas mesmas de forma simples e barata. Um acelerômetro que mede a vibração no mancal de saída, como mostra a Figura 5.2. Sinais gerados pelo atuador são medidos mediante uma resistência em série com o circuito do motor (corrente do motor), um tacômetro como sistema de medida de velocidade do eixo do motor. Os sinais dos diferentes sensores são encaminhados para um computador central através da interface de aquisição

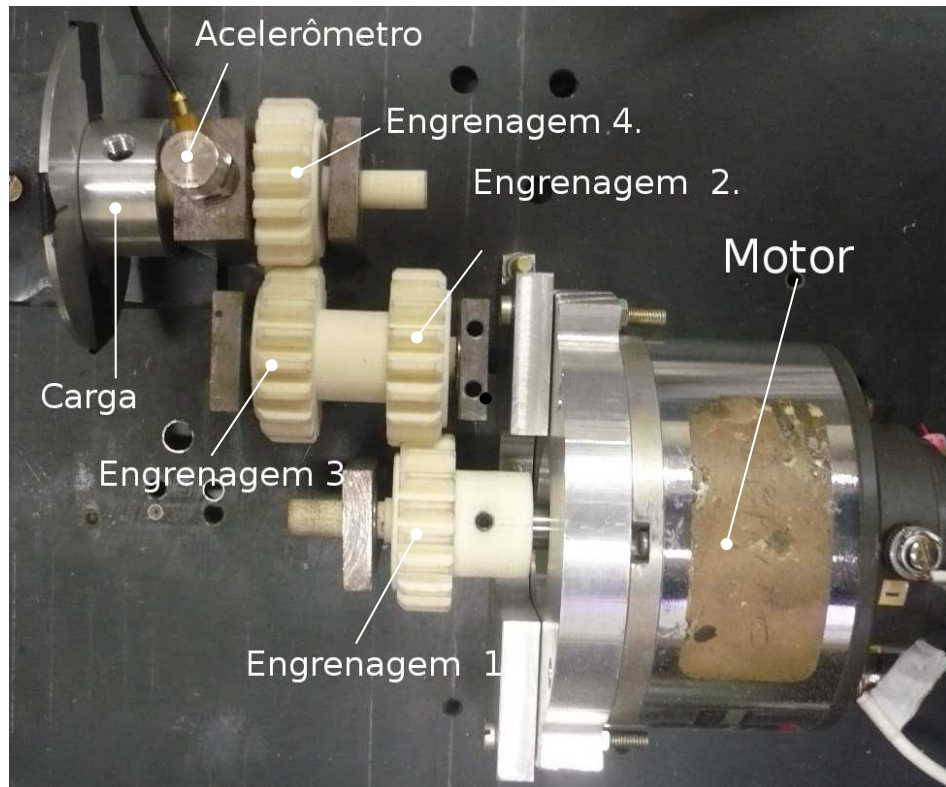


Figura 5.2: Detalhe da caixa de transmissão por engrenagens da bancada experimental.

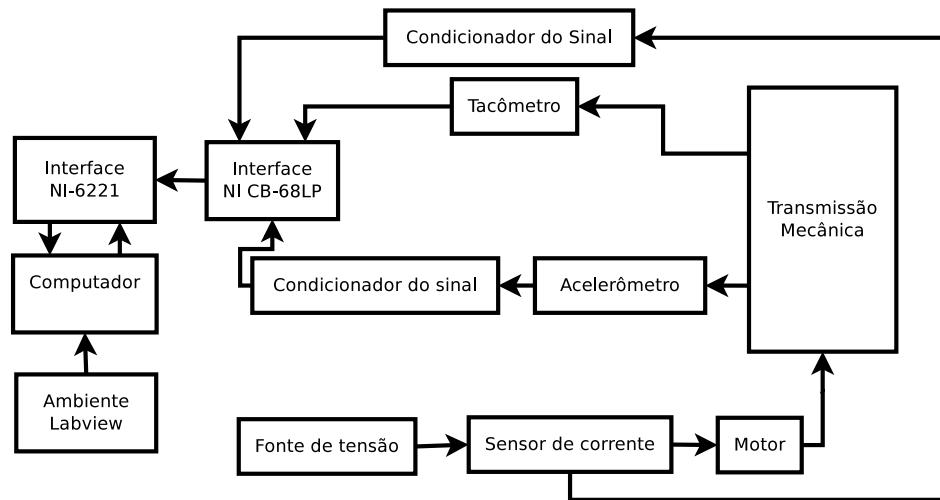


Figura 5.3: Diagrama em blocos da bancada experimental.

de dados *PCI – 6221* da *National Instruments*<sup>®</sup> complementada com a placa *CB – 68LP*. O conjunto de aquisição utilizado tem precisão de 16 bits na leitura de sinais analógicos e uma frequência máxima de amostragem de  $2.5\text{ MHz}$ . Finalmente os sinais adquiridos são armazenados em uma base de dados gerada a partir de um programa de controle de aquisição implementado em *Labview*<sup>®</sup>. O diagrama de funcionamento da bancada é apresentado na Figura 5.3. Devido ao fato que não é possível medir o sinal de falha diretamente da fonte, pois o sinal se modula devido ao caminho de transmissão, isto é, o caminho que deve seguir fisicamente o sinal antes de ser medido. A Figura 5.4 mostra o caminho de transmissão entre uma falha localizada na engrenagem 4 e o acelerômetro (sensor de vibração) e o resistor (sensor de corrente do motor).

Neste trabalho são introduzidos no sistema quatro tipos de falha conhecidas:

**Caso 1. Condição normal de operação.** O sistema não apresenta nenhum tipo de falha e opera em condições normais de funcionamento.

**Caso 2. Dente quebrado na engrenagem 2.** A segunda engrenagem não tem um de seus nove dentes. O sinal de vibração relacionado com a falha se propaga através das engrenagens 2, 3 e 4 até ser sensorado pelo acelerômetro. Esta é a falha que menos afeta o sinal obtido pelo acelerômetro, já que tem um caminho de transmissão longo que reduz a sua intensidade. Por outro lado, o sinal medido pelo resistor se propaga pelas engrenagens 1 e 2 e pelo circuito do motor afetando a corrente de entrada.

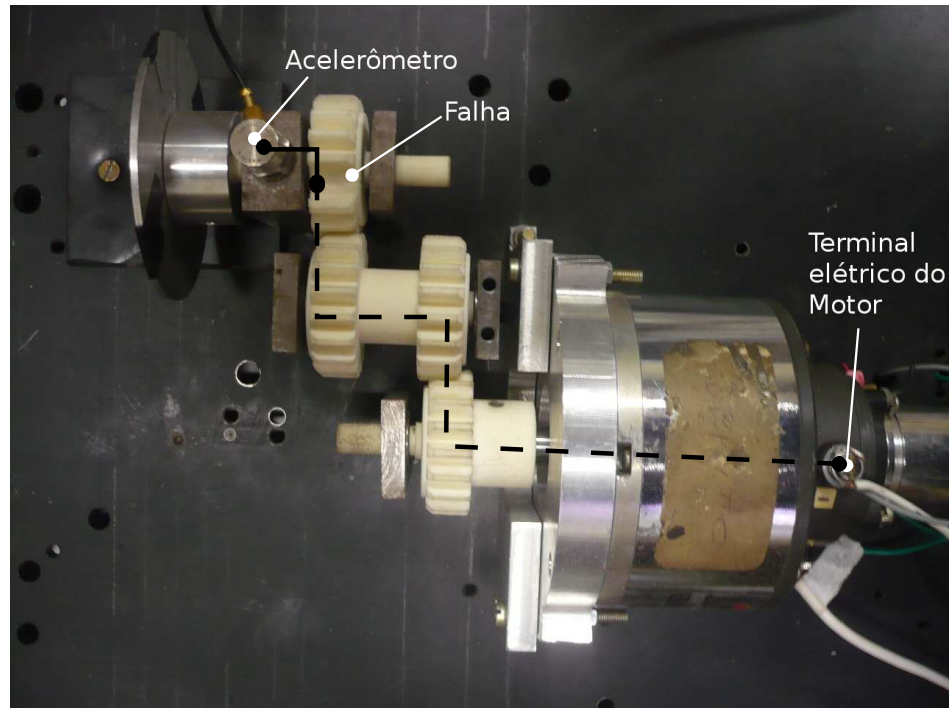


Figura 5.4: Caminho de transmissão do sinal associado à falha de falta de um dente na engrenagem 4 até os correspondentes sensores.

**Caso 3. Dente quebrado na engrenagem 3.** O padrão de vibração relacionado com a falha na engrenagem 3 se modula pelas engrenagens 3 e 4 (caminho de transmissão até o acelerômetro). O sinal de falha que afeta a corrente do motor se propaga através das engrenagens 1, 2, 3, e o circuito do motor.

**Caso 4. Dente quebrado na engrenagem 4.** Quando ocorre uma falha de falta um dente na engrenagem 4, o caminho de transmissão do sinal associado a esta falha se propaga a través da engrenagem 4 até chegar ao acelerômetro. Por outro lado, ocorre propagação através das engrenagens 1, 2, 3 e o circuito do motor, como mostra a Figura 5.4.

## 5.2 Resultados

Utilizando a bancada descrita no capítulo 7 desta tese de doutorado, foram adquiridos dados de velocidade de rotação do motor, corrente elétrica no circuito de armadura do motor e vibração no mancal de saída da transmissão mecânica. Sobre os dados de vibração coletados foram aplicadas as diferentes técnicas estudadas no capítulo 3, já que é o sinal mais comumente utilizado para diagnóstico de falhas.

### 5.2.1 Técnicas no domínio do tempo

Sobre os sinais de vibração adquiridos se aplicaram as técnicas de RMS, fator de pico e Kurtosis, cada uma delas relacionadas com um parâmetro estatístico do sinal. As técnicas em tempo tem como grande vantagem gerem um índice de gravidade da falha. Na figura 5.5 são apresentados os resultados obtidos da utilização RMS com diferentes velocidades de rotação na transmissão.

A diferença do caso de simulação proposto anteriormente (Figura 4.2(a)), o RMS não permite discriminar os diferentes tipos de falha introduzidos na bancada em nenhuma faixa de velocidade testada. Portanto este é um indicador pouco confiável para este caso. Um resultado similar se obteve ao aplicar a técnica de fator de pico sobre os dados, que no caso de teste em simulação conseguia diferenciar em praticamente todas as velocidades testadas o sistema em operação normal dos outros (Figura 4.2(b)), mas como mostrado na Figura 5.6, quando utilizado diretamente sobre os dados de vibração obtidos da bancada de teste não permitem discriminar um sistema em operação normal de um sistema em presença de falhas.

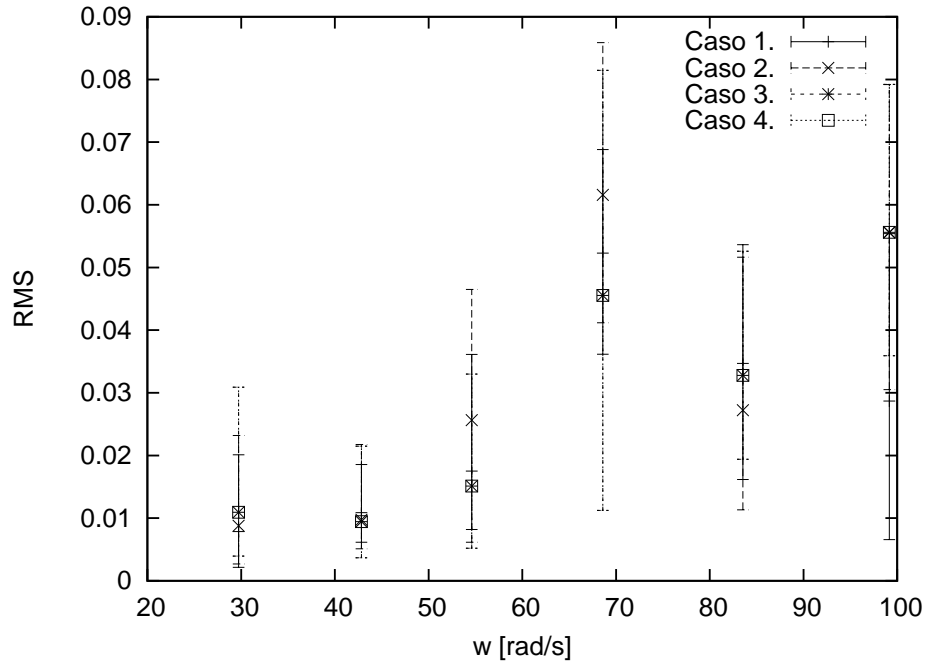


Figura 5.5: Resultado obtido ao aplicar RMS sobre os dados da bancada.

Finalmente, em teste de simulação, calcular o kurtosis do sistema tinha-se mostrado uma ferramenta suficiente para identificar o estado de um sistema (veja Figura 4.2(c)), porém, quando calculamos o valor de kurtosis sobre dados extraídos da bancada de teste, não é um bom discriminante para nenhuma das falhas testadas (veja Figura 5.7). Quando são observadas detalhadamente, as estratégias utilizadas correspondem a três dos quatro parâmetros necessários para descrever uma distribuição segundo Pearson. Como conclusão da aplicação das técnicas no domínio do tempo testadas, pode-se afirmar que os mesmos são insuficientes, pois as distribuições dos dados são muito similares para cada uma das falhas.

### 5.2.2 Técnicas no domínio da frequência

As técnicas no domínio da frequência oferecem maior quantidade de informações acerca da composição do sinal. Por tanto, quando se tem conhecimento o suficiente sobre o equipamento que se está avaliando, permite diagnosticar com exatidão a fonte de falha. Este processo requer da interpretação da representação em frequência do sinal, interpretando quais frequências têm valores não típicos no espectro, baseando-se nos períodos de interação entre

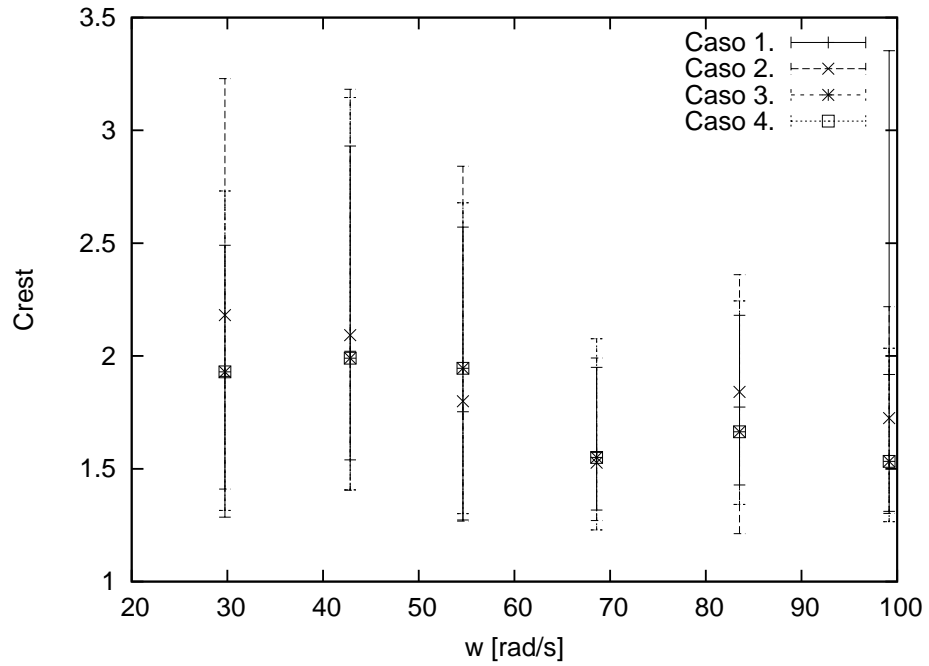


Figura 5.6: Resultado obtido ao aplicar a estratégia fator de pico sobre os dados da bancada.

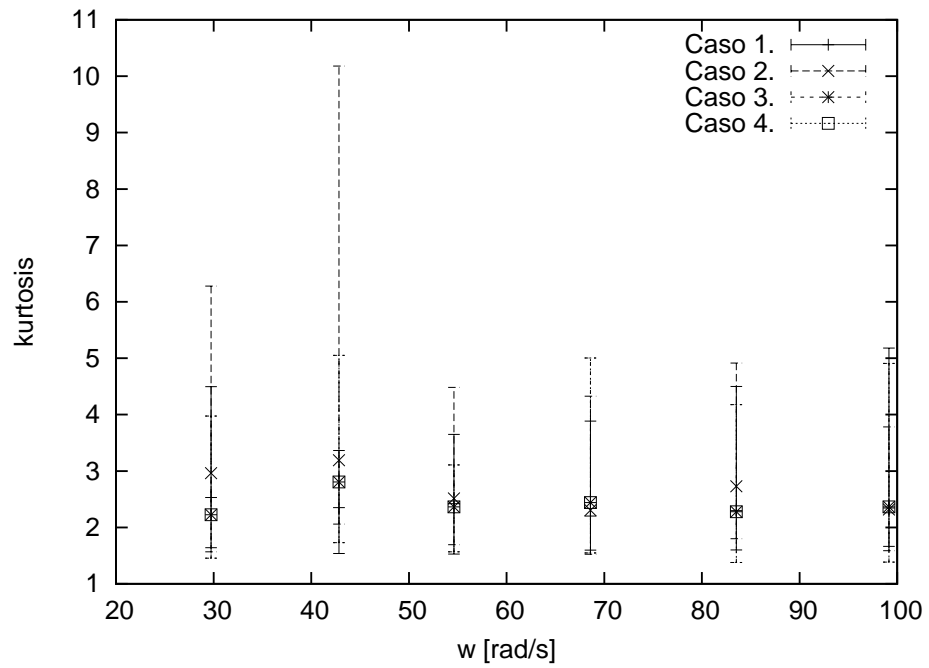
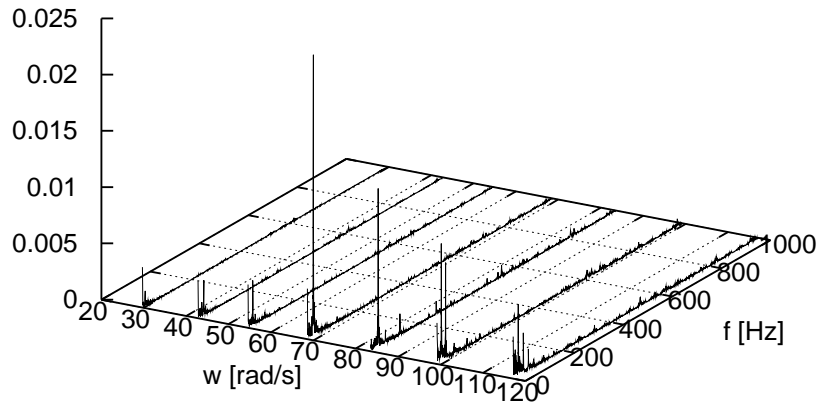


Figura 5.7: Resultado obtido ao aplicar kurtosis sobre os dados da bancada.





Observação: Eixo  $z$  corresponde a amplitude em  $[m/s^2]$ .

Figura 5.8: Análise de assinatura obtida a partir da transformada de Fourier do sinal de vibração, com o sistema operando em condições normais.

peças específicas. Uma estratégia comum é analisar o espectro em frequência do equipamento em diferentes velocidades de utilização, como é mostrado na Figura 5.8.

O caso mostrado na Figura 5.8, apresenta o comportamento em condições normais do sistema utilizado. Analisando mais detalhadamente, como mostra a Figura 5.9, o valor da frequência de 60  $Hz$  corresponde com a frequência de rotação do motor  $Fr$ , portanto, considerando que todas as engrenagens contam com 9 dentes, a outra frequência importante fica em aproximadamente 540  $Hz$ . Os outros picos mostrados na figura correspondem às frequências próprias da bancada relacionadas com outros componentes como os diferentes suportes e rolamentos.

Já no caso de ocorrência da falha na engrenagem 2, o sinal em frequência muda, como mostra a Figura 5.10, onde pode-se observar que próximo da frequência  $Fr$  aparecem bandas laterais e que o coeficiente nesta frequência perdeu energia. Do outro lado, na frequência de interação dos dentes, também perdeu energia, devido a que um dos dentes já não interage com os outros.

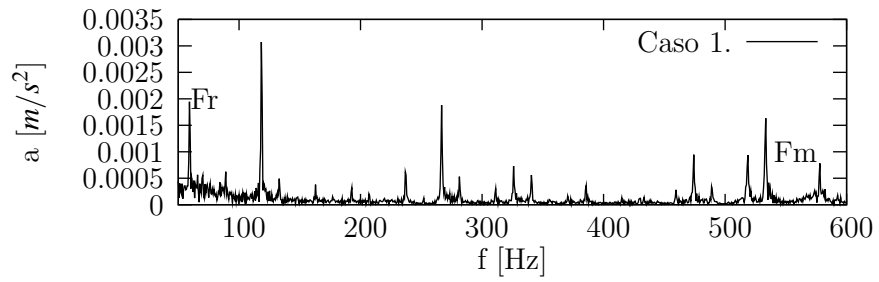


Figura 5.9: Transformada de Fourier da bancada em condições normais de funcionamento com velocidade de rotação de 360 *rpm*.

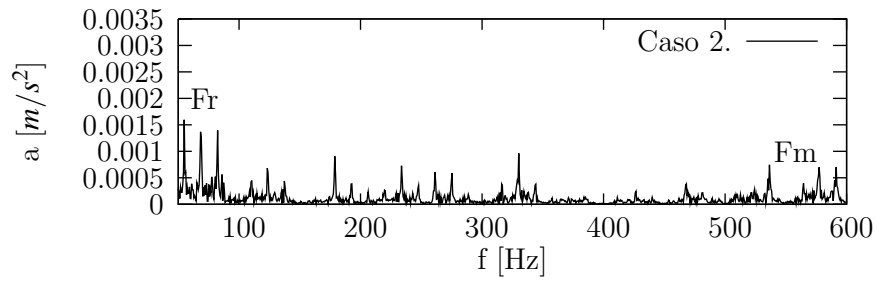


Figura 5.10: Transformada de Fourier da bancada no caso de falha 2 (Engrenagem 2 sem um dente).

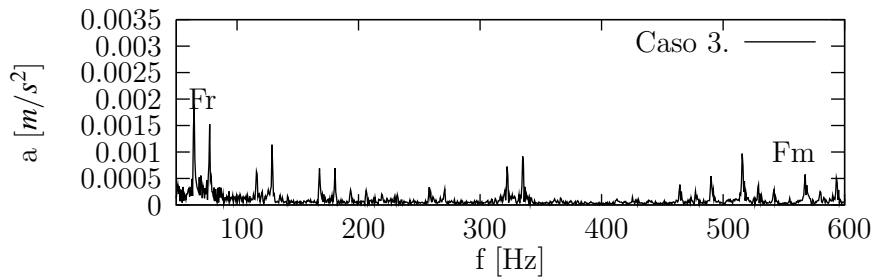


Figura 5.11: Transformada de Fourier da bancada no caso de falha 3 (Engrenagem 3 sem um dente).

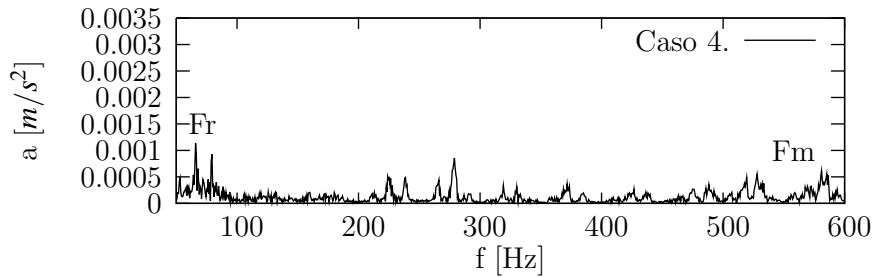


Figura 5.12: Transformada de Fourier da bancada no caso de falha 4 (Engrenagem 4 sem um dente).

No entanto, sendo visível a diferença entre o caso 1 e o caso 2, não é tão simples diferenciar entre dois sistemas com falhas distintos, como aquele do espectro mostrado na Figura 5.11, onde também aparecem bandas laterais perto da frequência  $Fr$ , e também perto de  $Fm$ , nos dois casos com valores menores quando comparado com o espectro do sistema em condições normais. Se comparamos com o caso 1, as diferenças entre os dois espectros podem-se explicar devido ao “caminho de transmissão”, segundo o qual apesar de esperar espectros similares, o sinal de vibração se modula pelo caminho percorrido desde a origem da falha até o sensor.

Finalmente quando a falha do caso 4 é introduzida, a perda de energia nas frequências  $Fr$  e  $Fm$  são mais evidentes (veja a Figura 5.12), isto é devido a que esta falha se encontra mais próxima do sensor (acelerômetro).

No entanto, discriminar entre os diferentes tipos de falha baseando-se unicamente no espectro de frequência exige técnicos em manutenção experientes para identificar o lugar da falha, além de requerer a interpretação do espectro completo. Quando se deseja tirar um único indicador a partir do espectro, é utilizado um índice de frequência  $F_i$  definido como a

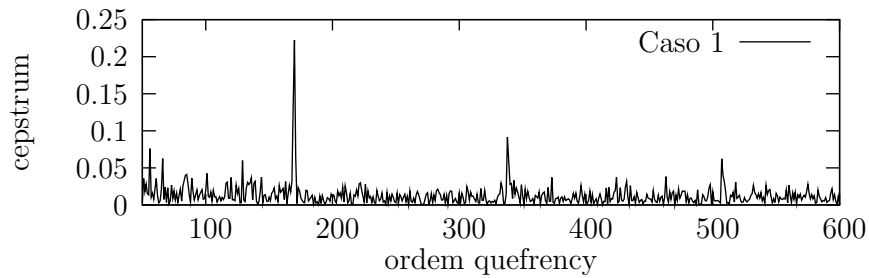


Figura 5.13: Transformada Cepstrum dos dados de vibração obtidos a 360 *RPM* em condições normais de operação.

maior magnitude de frequência  $f_{max}$  dividida pela magnitude na frequência de rotação  $f_{eixo}$  (SUN et al., 2004):

$$F_i = \frac{f_{max}}{f_{eixo}} \quad (5.1)$$

como pode ser comprovado, esta técnica obtém um índice de falha local, que exige de um conhecimento aprofundado do equipamento para seu uso.

Outra técnica baseada no uso da transformada de Fourier pretende salientar o tempo que toma uma repetição (eco) em aparecer em um sinal, a transformada Cepstrum. Novamente, é calculado o valor de esta transformada para as diferentes velocidades de análise e com todos os tipos de falhas introduzidas.

As ordens do cepstrum representam uma escala de tempo diferente, na qual a primeira ordem fica fortemente relacionada com a frequência de amostragem, por isso é o pico mais alto em todos os sinais. Já observando com maior nível de detalhe, o cepstrum do sistema em condições normais de funcionamento mostrado na Figura 5.13, as repetições mais relevantes na faixa mostrada se encontram nas ordens 170, 340 e 510 em ordem decrescente. Levando em conta que a frequência de amostragem utilizada é de 2500 Hz, significa que a primeira repetição aparece em 7 Hz do cepstrum e seus *rahmonics*.

Quando se apresenta uma falha na engrenagem 2, o Cepstrum apresenta menor amplitude no segundo *rahmonic* e maior no terceiro, isto é, repetições mais pequenas perto da ordem 340 e outros maiores no terceiro *rahmonic*, como é mostrado na Figura 5.14.

No caso de introduzir uma falha na engrenagem 3, o deslocamento em *quefrequency* do

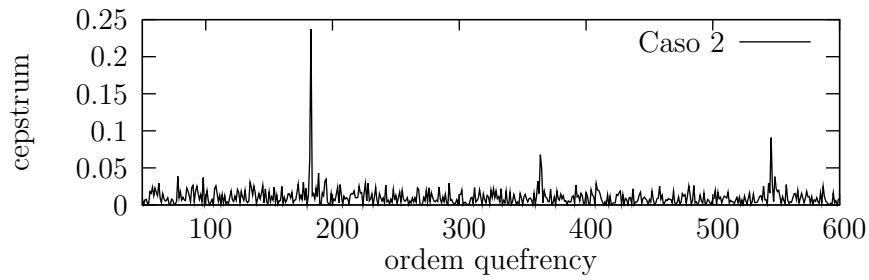


Figura 5.14: Transformada Cepstrum dos dados de vibração obtidos a 360 *RPM* com a presença de falha 2.

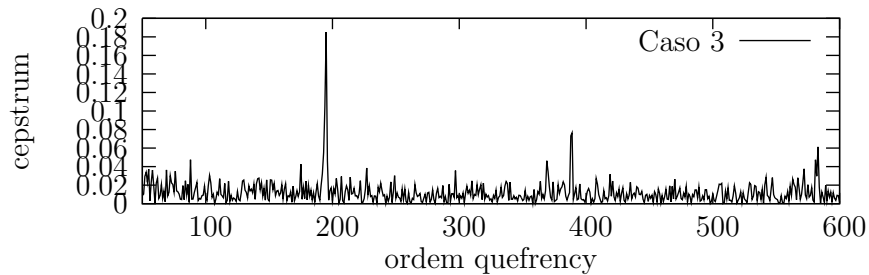


Figura 5.15: Transformada Cepstrum dos dados de vibração a 360 *RPM* com a presença de falha 3.

cepstrum em relação aquele obtido em condições normais poderá ser facilmente identificado considerando que estas falhas têm diferentes caminhos de transmissão, modificando assim o tempo de aparecimento das diferentes repetições. Por exemplo, as *quefreny* relevantes neste caso aparecem perto da ordem 196 e seus *rahmonics*. No entanto quando se desconhece a velocidade de rotação da transmissão estudada, o deslocamento em *quefreny* não é útil para discriminar o caso de falha.

No entanto, parece ser uma ferramenta eficiente para diagnosticar uma falha com um caminho de transmissão mais curto, como aquele que precisa percorrer o sinal quando se introduz uma falha na engrenagem 4. Neste caso a *quefreny* fundamental perde muita energia, como também seus *rahmonics* (veja Figura 5.16), além de ter um deslocamento na *quefreny*.

Apesar que estas técnicas permitam a identificação de algumas falhas particulares, neste caso tem falhado para discriminar entre todos os casos introduzidos. Um dos enfoques é fornecer maior quantidade de informação para o pessoal encarregado da manutenção da

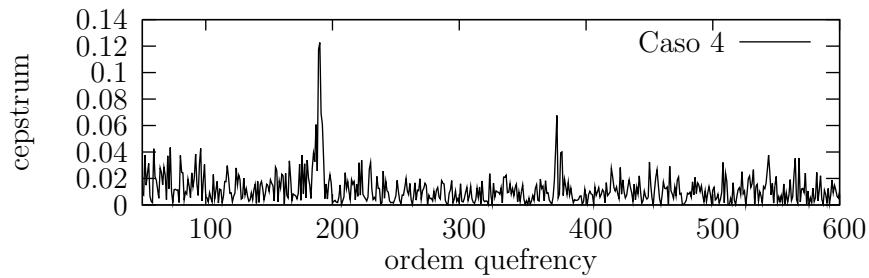


Figura 5.16: Transformada Cepstrum dos dados de vibração a 360 *RPM* com a presença de falha 4.

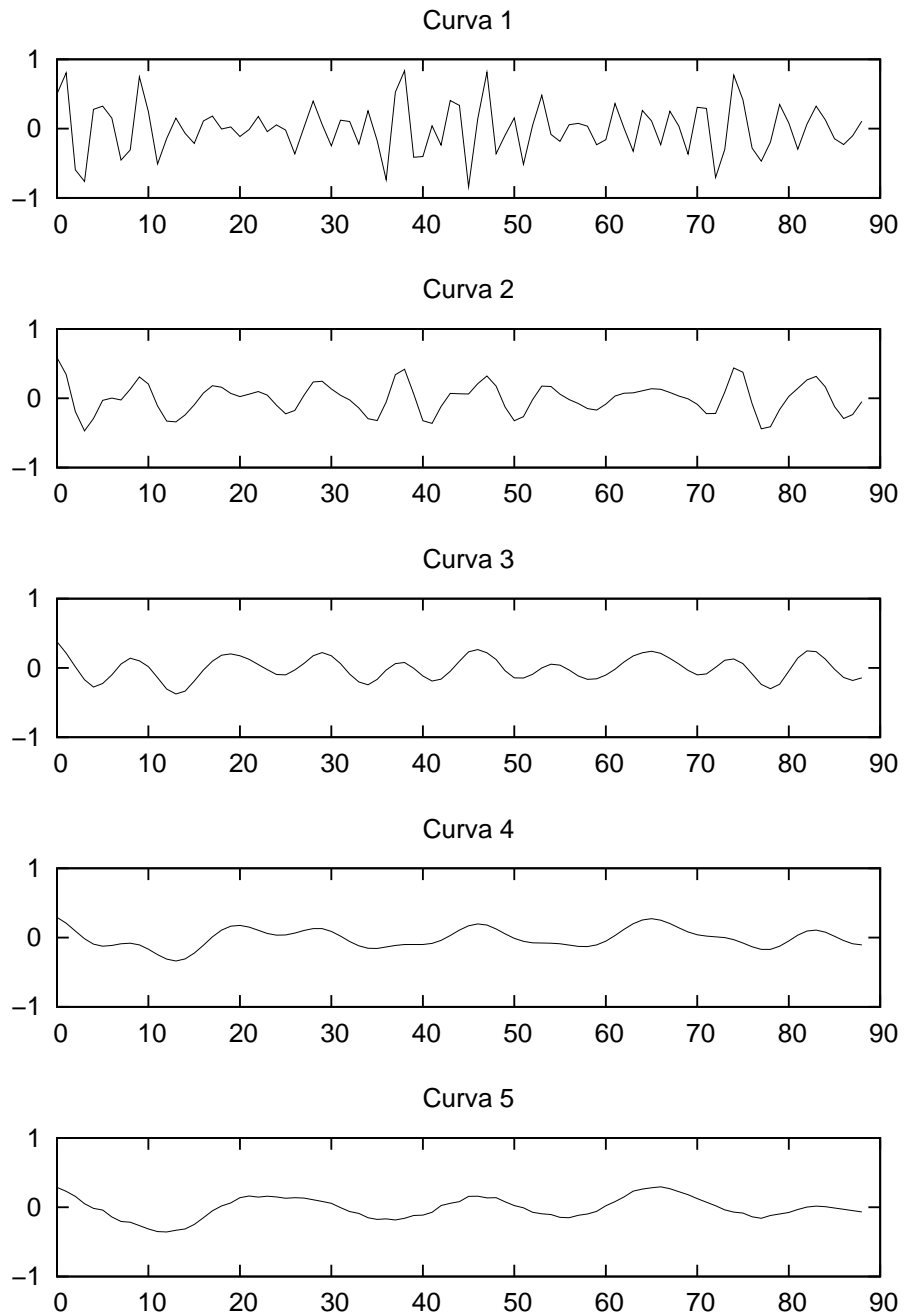
maquinaria, como se explica na secção seguinte.

### 5.2.3 Técnicas no Tempo/Frequência

Sobre o conceito que obtendo mais informação sobre os dados maior é a precisão do diagnóstico, tem-se utilizado técnicas de tratamento do sinal no tempo/frequência, que tentam localizar em que momento do tempo se excitam determinadas frequências. Uma das técnicas mais utilizadas em aplicações industriais tem sido a transformada Wavelet, a qual depende de que função base seja escolhida cuidadosamente para o tipo de falha que se pretende diagnosticar. Neste trabalho se aplicaram diferentes tipos de funções base, mas somente se mostraram os resultados daqueles que mostraram o melhor comportamento. Na Figura 5.17 é mostrado o resultado de aplicar a Wavelet sobre os dados obtidos em condições de funcionamento normais durante uma rotação, utilizando como base a função chapéu mexicano.

As sub-bandas mais relevantes são analisadas na tabela 5.1. Observe que apesar de apresentar diferenças entre os valores das transformadas Wavelet, o resultado não fornece informação específica sobre o tipo de falha introduzido, já que o uso de uma base Wavelet determinada pode ocultar informações relacionadas com o caminho de transmissão.

Outra função base utilizada para detecção de falhas é a função Morlet. A Figura 5.21 mostra o resultado de aplicar uma função Morlet nos dados de uma rotação de um sistema em condições normais de funcionamento (caso 1). A função Morlet tem um decaimento mais lento do que o chapéu mexicano, portanto adquire componentes em uma maior duração de tempo. No entanto esta escolha mostra-se insuficiente para realizar diagnóstico sobre os dados estudados, já que como se observa nas Figuras 5.22, 5.23 e 5.24, a mesma não fornece



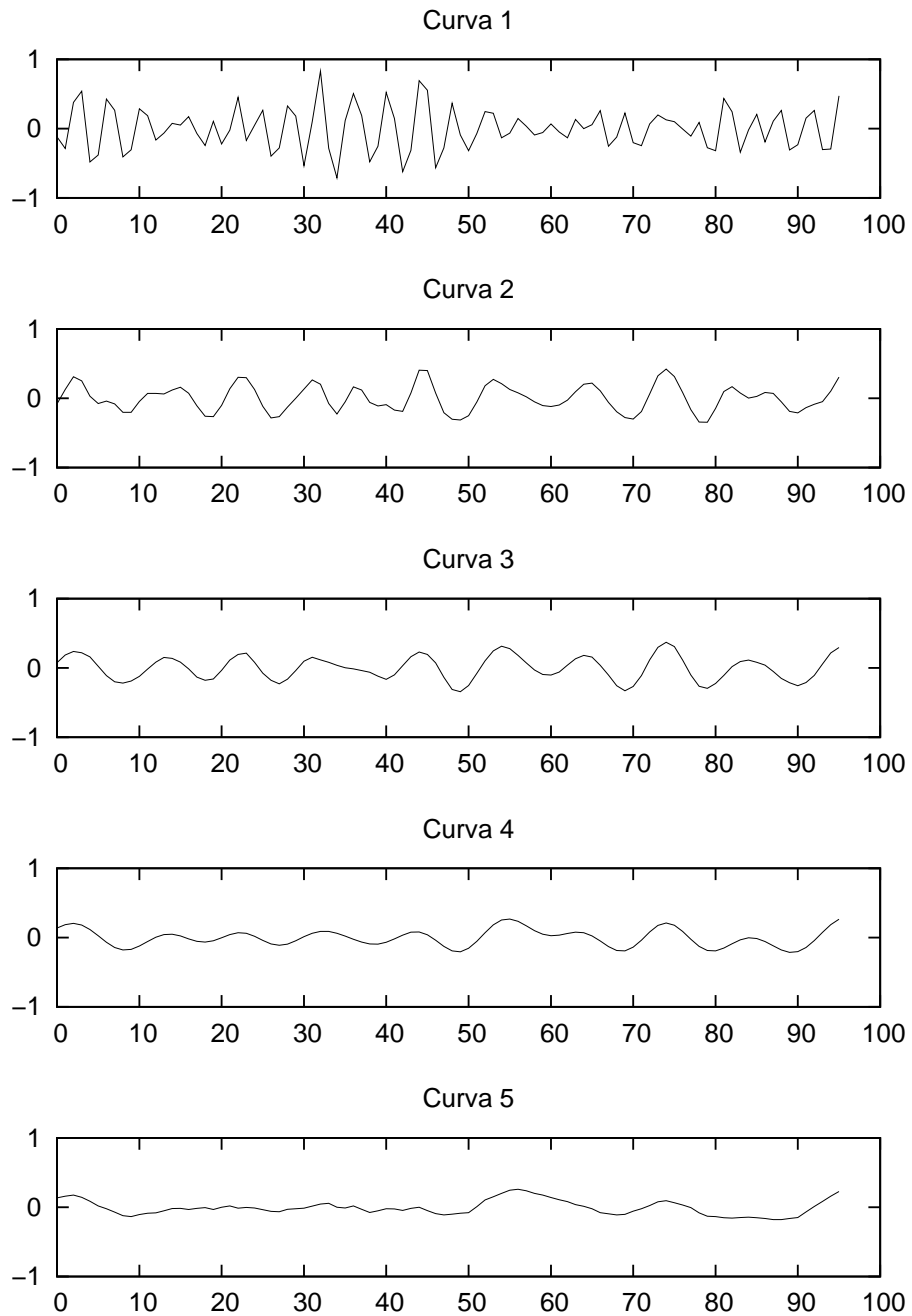
Observações: (1) Os dados estão organizados desde a wavelet com maior resolução (curva 1) até a menor resolução (curva 5). (2) O eixo  $x$  corresponde ao coeficiente wavelet e o eixo  $y$  corresponde a amplitude em  $[m/s^2]$ .

Figura 5.17: Transformada Wavelet do sistema em condições de operação normais e utilizando um função base de Chapéu Mexicano.

Tabela 5.1: Características mais relevantes da aplicação da transformada Wavelet utilizando a base Chapéu Mexicano.

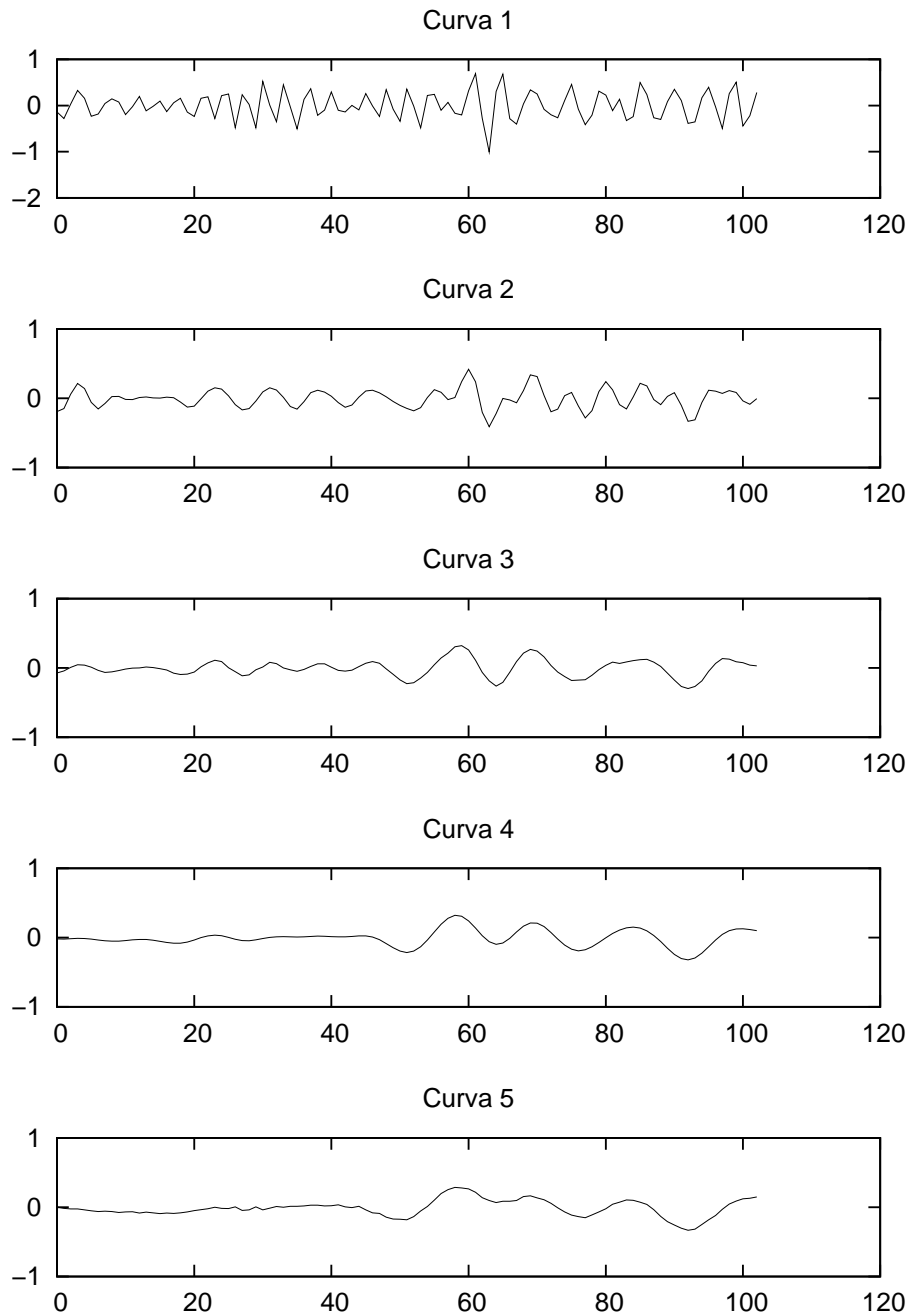
Caso	Descrição
<p>1. Sistema com condições normais de operação. Figura 5.17</p>	<p>Curva 3: Esta sub-banda de frequência coincide com a frequência de batimento dos dentes das engrenagens.</p> <p>Curva 4 e 5: Apresentam as sub-bandas de frequência passabaixo com frequências de corte <math>1/2</math> e <math>1/4</math> da resolução 3. Nenhuma delas coincide com um parâmetro de vibração físico medido, mas se espera que as falhas inseridas nas engrenagens modifiquem estas sub=bandas preferencialmente.</p>
<p>2. Dente quebrado na engrenagem 2. Figura 5.18</p>	<p>Curva 3: Claramente se observa a falta de um pico de sinal entre os coeficientes Wavelet 30 e 40, indicando assim que o sistema está na presença de uma falha. No entanto a localização desta não é possível utilizando somente esta informação.</p> <p>Curva 4 e 5: Apresentam modulações devidas ao caminho de transmissão, mas localizar exatamente a falha somente é possível através de treinamento específico sobre este equipamento.</p>
<p>3. Dente quebrado na engrenagem 3. Figura 5.19</p>	<p>Curva 3: Apesar do caminho de transmissão ser mais curto que nas falhas anteriormente estudadas, esta sub-banda de frequência, a distorção desta não permite estabelecer o instante de tempo que o sinal de falha é emitido.</p> <p>Curva 4 e 5: A função base utilizada não é uma boa escolha para os sinais obtidos nestas sub-bandas de frequência.</p>
<p>4. Dente quebrado na engrenagem 4. Figura 5.20</p>	<p>Os resultados obtidos não permitem discriminar entre o tipo de falha 3 e 4.</p>





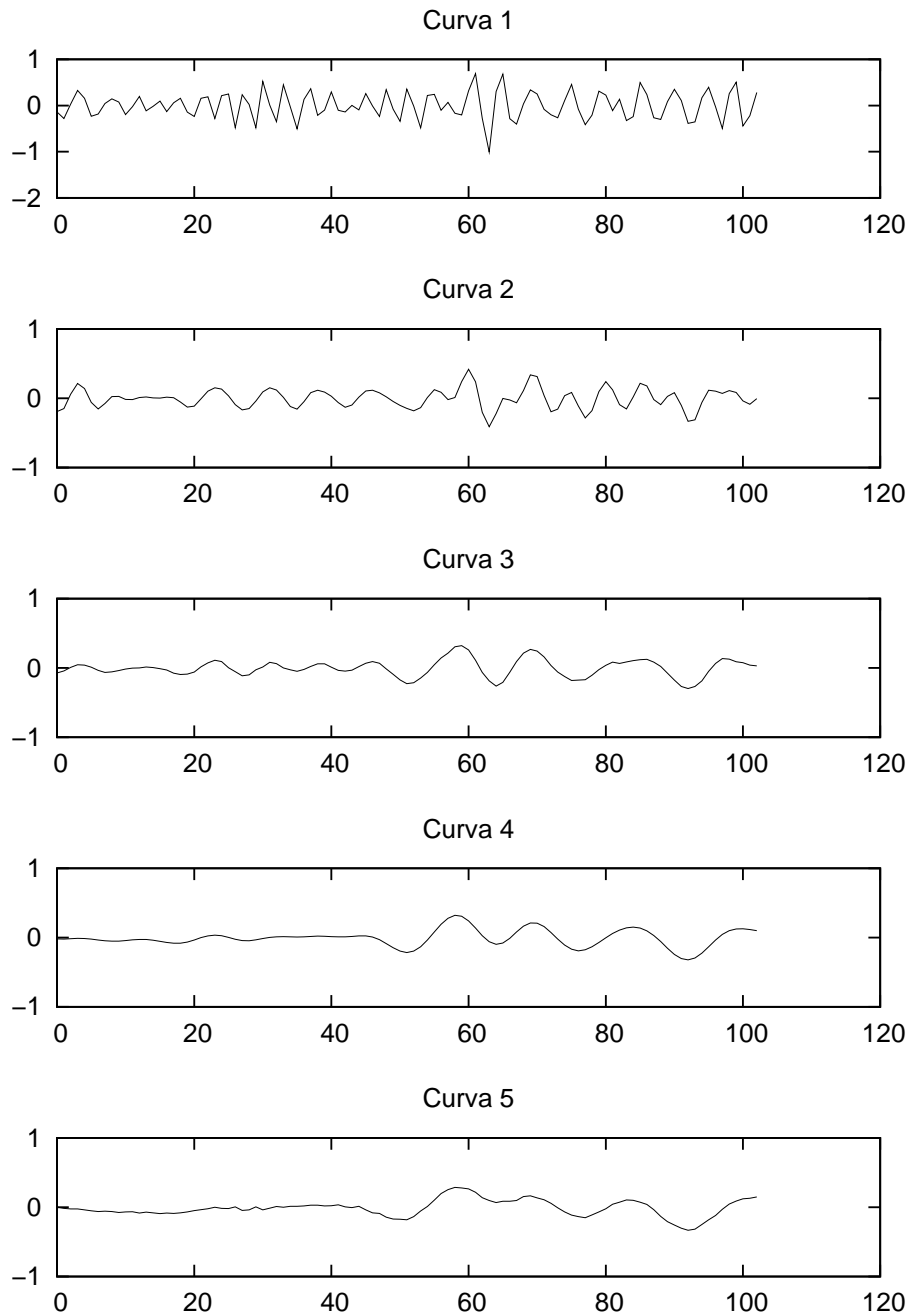
Observações: (1) Os dados estão organizados desde a Wavelet com maior resolução (curva 1) até a de menor resolução (curva 5). (2) O eixo x corresponde ao coeficiente wavelet e o eixo y corresponde a amplitude em  $[m/s^2]$ .

Figura 5.18: Transformada Wavelet do sistema com a falha de caso 2 e utilizando um função base de Chapéu Mexicano.



Observações: (1) Os dados estão organizados desde a Wavelet com maior resolução (curva 1) até a de menor resolução (curva 5). (2) O eixo  $x$  corresponde ao coeficiente wavelet e o eixo  $y$  corresponde a amplitude em  $[m/s^2]$ .

Figura 5.19: Transformada Wavelet do sistema com a falha de caso 3 e utilizando um função base de Chapéu Mexicano.



Observações: Os dados estão organizados desde a Wavelet com maior resolução (curva 1) até a de menor resolução (curva 5). (2) O eixo  $x$  corresponde ao coeficiente wavelet e o eixo  $y$  corresponde a amplitude em  $[m/s^2]$ .

Figura 5.20: Transformada Wavelet do sistema com a falha de caso 4 e utilizando um função base de Chapéu Mexicano.

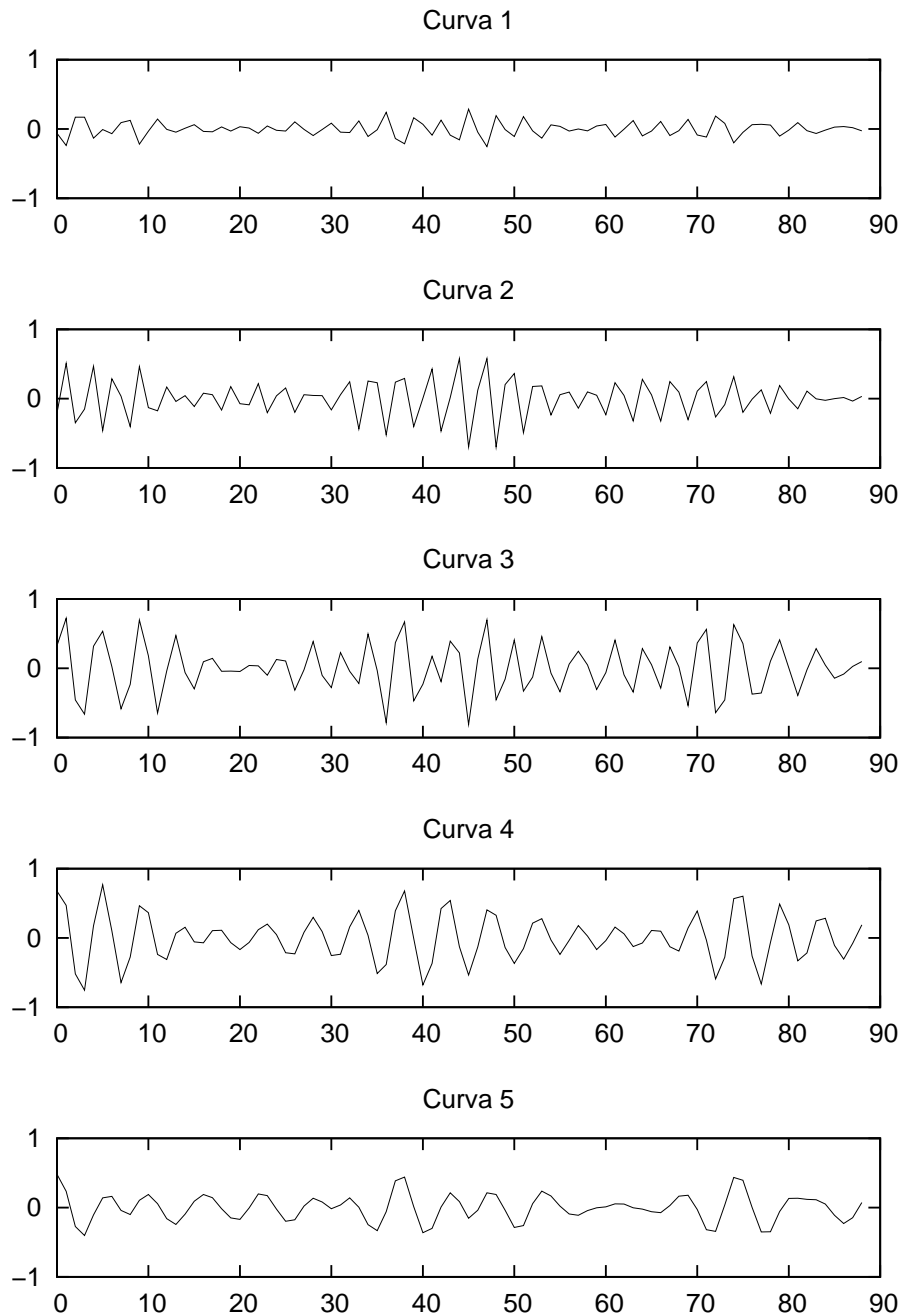
características bem diferenciadas para cada um dos casos de estudo. Uma escolha inadequada da função base, como esperado, não ressalta os componentes de falha, isto é, quando se utilizar uma transformada wavelet para fazer diagnóstico do equipamento a partir de sinais, é obrigatório conhecer a componente da forma do sinal de falha, portanto dependente de cada falha existente no sistema.

Uma opção possível para evitar a escolha de uma base equivocada, é utilizar uma ferramenta que permita utilizar diferentes tipos de bases para representar um sinal. Uma destas estratégias é a decomposição empírica de modos (EMD). Esta apresenta duas vantagens principais sobre a transformada wavelet, a primeira é não necessitar da escolha de uma função base, mediante a busca de funções que capturem os componentes principais do sinal, que podem ser periódicos ou não. A segunda vantagem é que as resoluções encontradas podem não ser diádicas, permitindo encontrar as melhores escalas intrínsecas ao sinal. No entanto, analisar a interpretação física das componentes não é sempre uma tarefa simples, já que o método utilizado pode resultar em múltiplas resoluções não controladas pelo analista. A Tabela 5.2 resume os resultados de aplicar a técnica EMD sobre os dados obtidos da bancada experimental.

Apesar de fornecer informação detalhada sobre o sistema, esta técnica como se tem apresentado requer um alto conhecimento por parte do pessoal de manutenção acerca do funcionamento específico do equipamento.

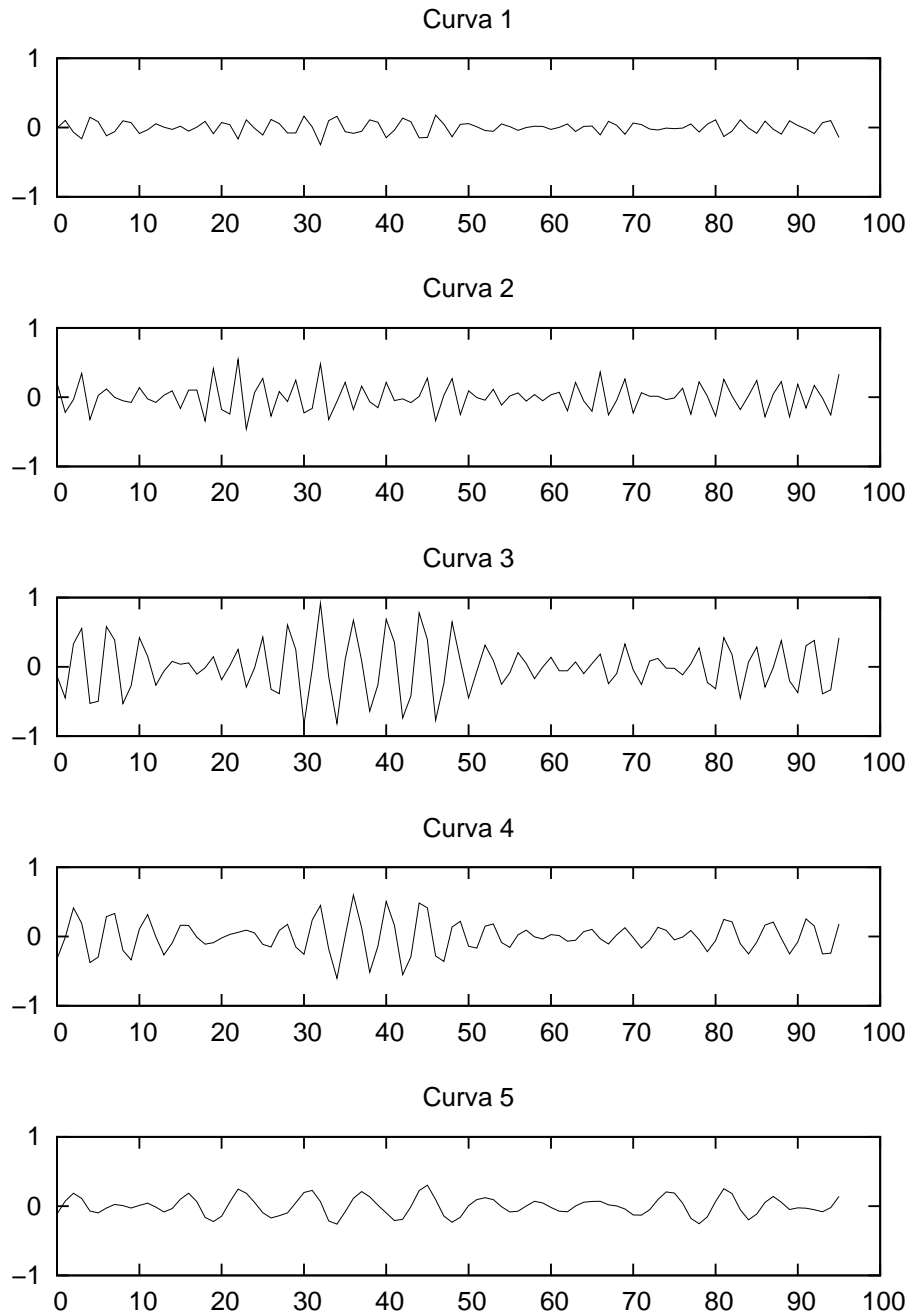
Uma última aproximação em tempo/frequência explorada neste trabalho é a distribuição de Wigner-Ville, esta obtém uma representação em alta resolução tanto para tempo como para frequência. É claro que este tipo de técnica incrementa o custo computacional junto com a quantidade de dados a serem analisados pelo especialista em manutenção, porém, quando analisados corretamente pode fornecer informação sobre o momento específico em que uma falha particular acontece.

Na Figura 5.29 é mostrado o resultado da distribuição de Wigner-Ville quando aplicada sobre os dados obtidos da bancada operando em condições normais. Como pode-se perceber da figura, este tipo de informação não é simples de interpretar devido à quantidade de dados e a aparição de componentes em lugares não esperados devido a que se aplica uma operação não linear. As componentes com maior valor da distribuição estão concentrados na faixa próxima dos 500 - 600  $Hz$ , para posição  $\theta$  de rotação do motor, coerentemente com a frequência de interação dos dentes das diferentes engrenagens.



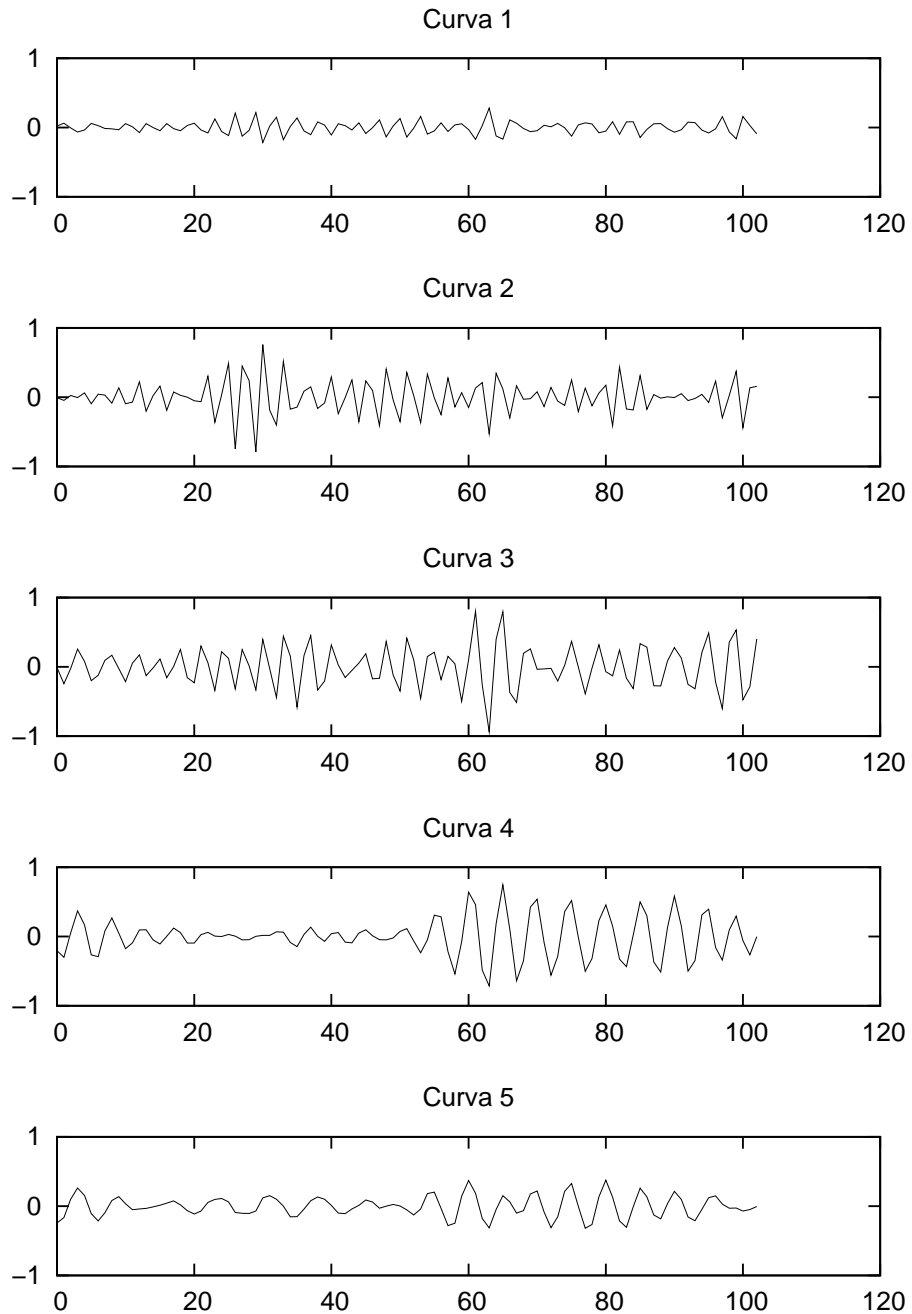
Observações: (1) Os dados estão organizados desde a wavelet com maior resolução (curva 1) até a menor resolução (curva 5). (2) O eixo  $x$  corresponde ao coeficiente wavelet e o eixo  $y$  corresponde a amplitude em  $[m/s^2]$ .

Figura 5.21: Transformada Wavelet do sistema em condições de operação normais e utilizando um função base de Morlet.



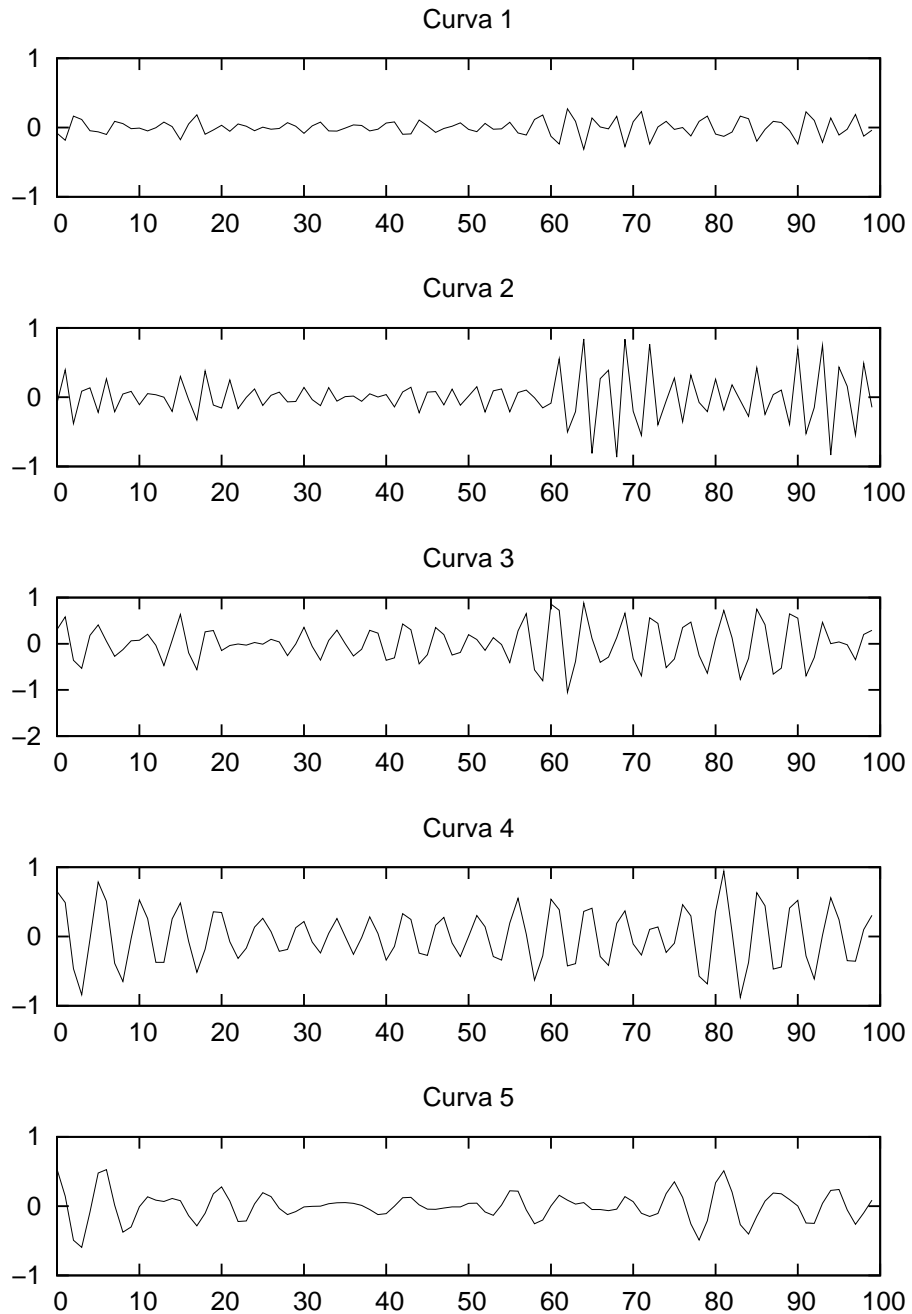
Observações: (1) Os dados estão organizados desde a wavelet com maior resolução (curva 1) até a menor resolução (curva 5). (2) O eixo  $x$  corresponde ao coeficiente wavelet e o eixo  $y$  corresponde a amplitude em  $[m/s^2]$ .

Figura 5.22: Transformada Wavelet do sistema com a falha de caso 2 e utilizando um função base de Morlet.



Observações: (1) Os dados estão organizados desde a wavelet com maior resolução (curva 1) até a menor resolução (curva 5). (2) O eixo  $x$  corresponde ao coeficiente wavelet e o eixo  $y$  corresponde a amplitude em  $[m/s^2]$ .

Figura 5.23: Transformada Wavelet do sistema com a falha de caso 3 e utilizando um função base de Morlet.



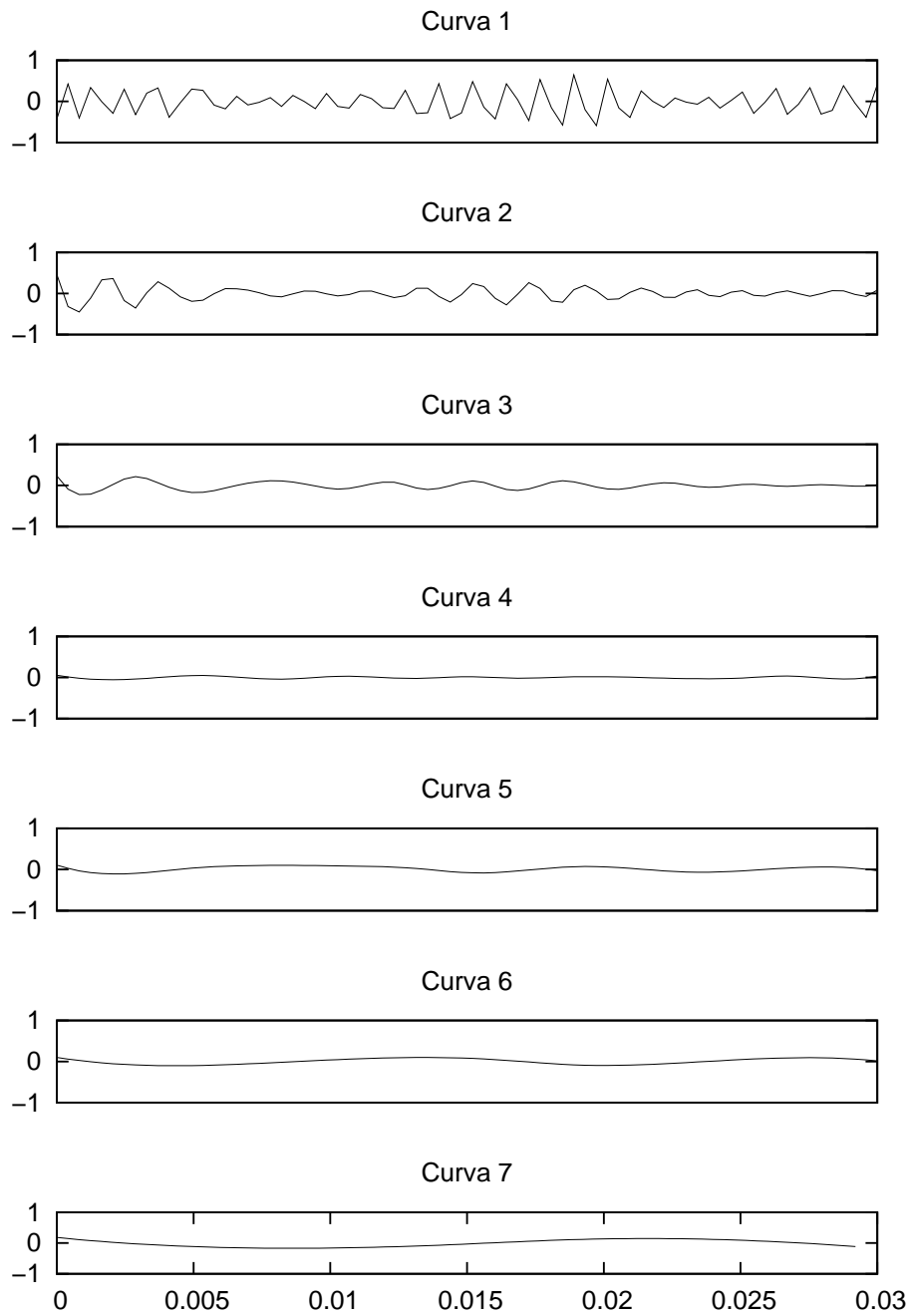
Observações: (1) Os dados estão organizados desde a wavelet com maior resolução (curva 1) até a menor resolução (curva 5). (2) O eixo  $x$  corresponde ao coeficiente wavelet e o eixo  $y$  corresponde a amplitude em  $[m/s^2]$ .

Figura 5.24: Transformada Wavelet do sistema com a falha de caso 4 e utilizando um função base de Morlet.



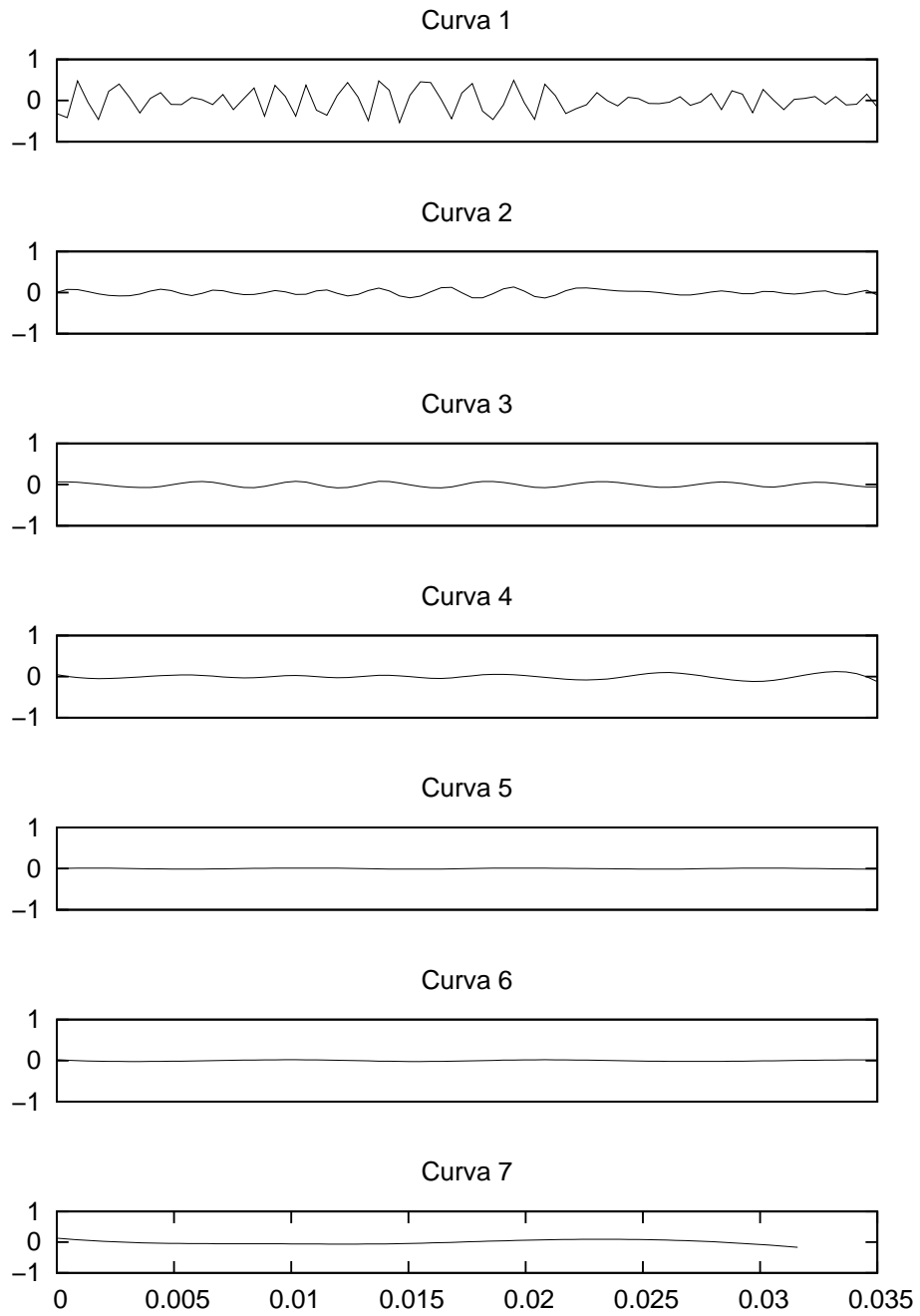
Tabela 5.2: Características mais relevantes da aplicação da decomposição empírica de modos.

Caso	Descrição
1. Sistema com condições normais de operação. Figura 5.25	<p>Quantidade de componentes: 7</p> <p>Curva 1: Corresponde à frequência de amostragem.</p> <p>Curva 3: Encontra-se relacionada com a frequência de batimento dos dentes.</p> <p>Curva 7: Está relacionada com a frequência de rotação do motor.</p>
2. Dente quebrado na engrenagem 2. Figura 5.26	<p>Quantidade de componentes: 7</p> <p>Curva 1: Corresponde à frequência de amostragem.</p> <p>Curva 3: Não está relacionada com a frequência de batimento dos dentes.</p> <p>Curva 7: Aparece uma anomalia relacionada com cada rotação.</p>
3. Dente quebrado na engrenagem 3. Figura 5.27	<p>Quantidade de componentes: 5</p> <p>Curva 1: Corresponde à frequência de amostragem.</p> <p>Curva 3: Não está relacionada com a frequência de batimento dos dentes.</p> <p>Curva 7: Está relacionada com a frequência de rotação do motor. A deformação desta componente pode servir como indício de uma falha na engrenagem 3.</p>
4. Dente quebrado na engrenagem 4. Figura 5.28	<p>Quantidade de componentes: 7</p> <p>Curva 1: Corresponde à frequência de amostragem.</p> <p>Curva 3: Não está relacionada com a frequência de batimento dos dentes.</p> <p>Curva 4: Apresenta relação direta com a frequência de batimento dos dentes. Neste caso a falta de um pico revela o instante em que a falha tem contato com o caminho de transmissão.</p> <p>Curva 7: Não está relacionada com o sinal de rotação do motor, é o erro de aproximação da representação EMD.</p>



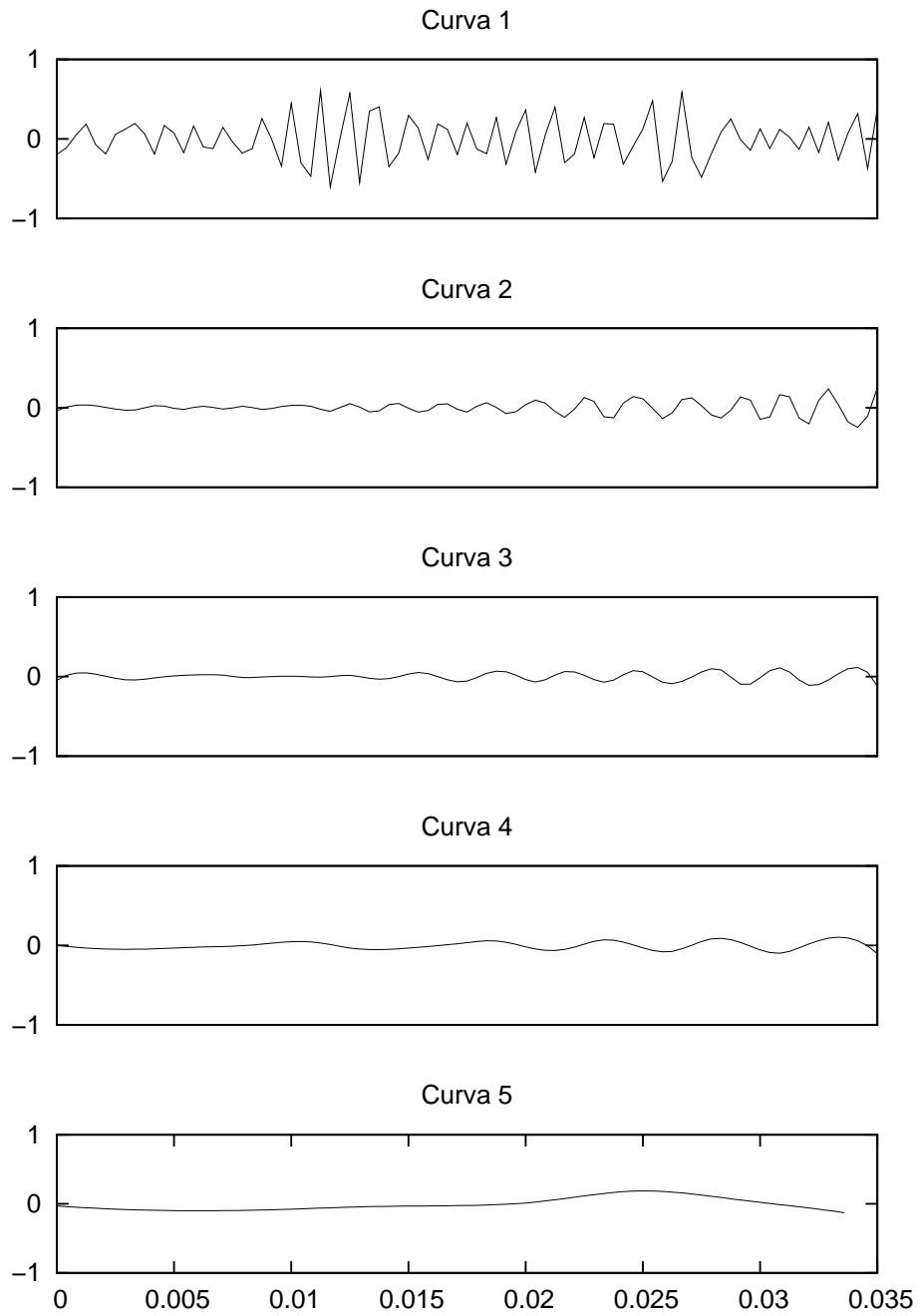
Observação: Eixo  $x$  representa o tempo em  $[s]$  e o eixo  $y$  a amplitude em  $[m/s^2]$ .

Figura 5.25: Decomposição empírica de modos do sinal de vibração da bancada quando não se introduzem falhas.



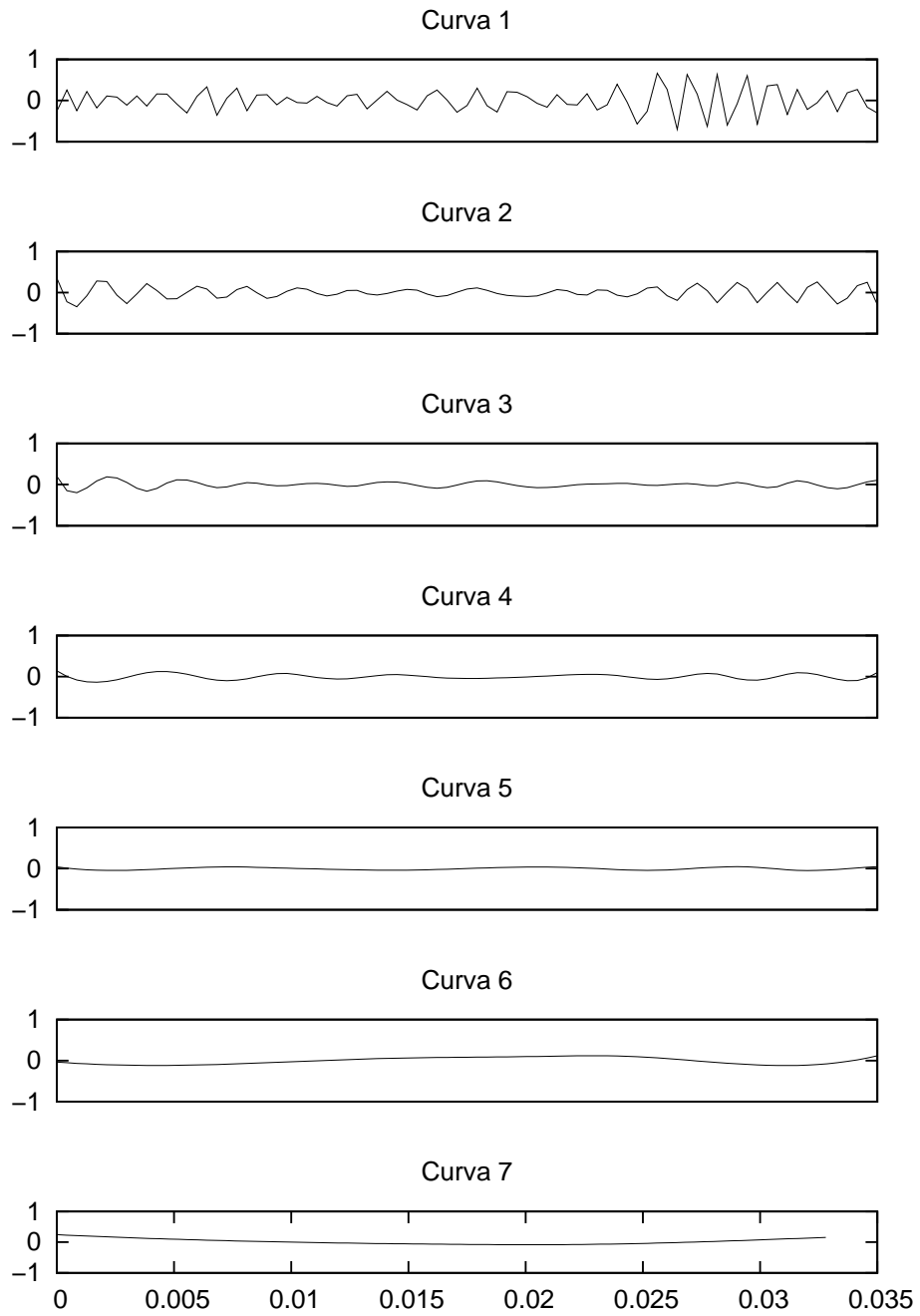
Observação: Eixo  $x$  representa o tempo em  $[s]$  e o eixo  $y$  a amplitude em  $[m/s^2]$ .

Figura 5.26: Decomposição empírica de modos do sinal de vibração da bancada quando se introduzem falhas na engrenagem 2.



Observação: Eixo  $x$  representa o tempo em  $[s]$  e o eixo  $y$  a amplitude em  $[m/s^2]$ .

Figura 5.27: Decomposição empírica de modos do sinal de vibração da bancada quando se introduzem falhas na engrenagem 3.



Observação: Eixo  $x$  representa o tempo em  $[s]$  e o eixo  $y$  a amplitude em  $[m/s^2]$ .

Figura 5.28: Decomposição empírica de modos do sinal de vibração da bancada quando se introduzem falhas na engrenagem 4.

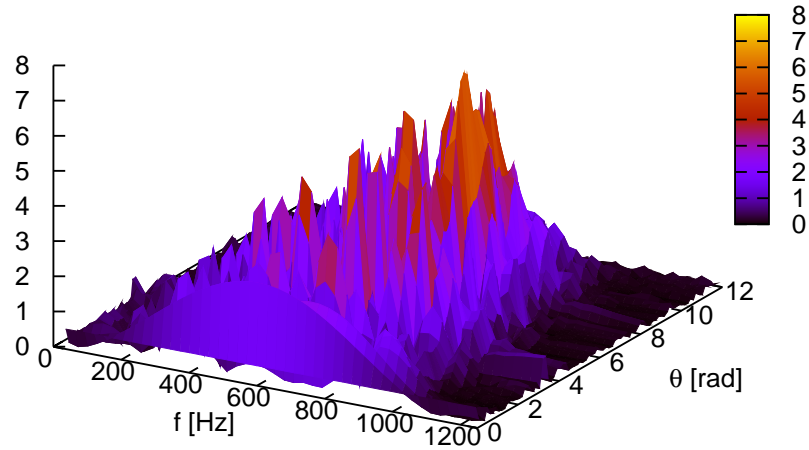


Figura 5.29: Distribuição de Wigner-Ville quando aplicados sobre os dados obtidos da bancada em condições de operação normais.

Quando se introduz uma falha na segunda engrenagem da bancada (caso 2), os coeficientes se concentram entre faixa de posições de 6 - 8 *rad*, uma fração próxima ao espaço ocupado por um dente, além de apresentar valores menores na faixa de 500 - 600 *Hz* devidos à falta de contato, como é mostrado na Figura 5.30.

Ao introduzir uma falha na engrenagem 3 (caso 3), o caminho de transmissão desde a falha até o sensor é menor do que no caso 2, aumentando o valor dos coeficientes envolvidos com o sinal de falha. Neste caso os coeficientes são agrupados perto da faixa de 600 - 800 *Hz*, mas neste caso entre 8 - 10 *rad* e com valores dos coeficientes maiores do que os outros caso de falha 2, devido a que o caminho de transmissão é mais curto, como é mostrado na Figura 5.31.

Finalmente no último caso de falha testado (caso 4), os valores dos coeficientes mais altos estão agrupados ao redor da faixa 10 - 12 *rad*, mas em uma faixa de frequência maior, entre os 400 e 1000 *Hz*, como é apresentado na Figura 5.32. Nos quatro casos mostrados o caminho de transmissão atua sobre o sinal de falha regulando o valor do mesmo em relação à distância que o sinal de falha tem que se propagar.

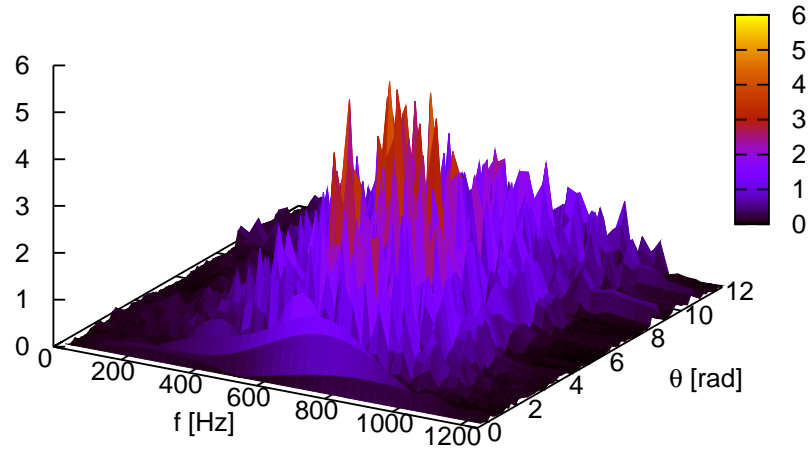


Figura 5.30: Distribuição de Wigner-Ville quando aplicados sobre os dados obtidos da bancada no caso 2 de operação.

Como se tem mostrado requerendo um alto grau de treinamento do especialista para utilizar uma técnica particular em uma máquina específica e analisar os dados. A dificuldade para diagnosticar este sistema, em parte se deve a que os componentes físicos do mesmo têm assinaturas similares, isto é, todos os eixos das engrenagens giram a mesma velocidade e as frequências de batimento dos diferentes dentes são similares. Tipicamente este problema é atacado utilizando um sensor no local de cada uma das peças de interesse, mas isto não é sempre possível, já que incrementa os custos do produto e é difícil de implementar em maquinaria antiga. Uma possível solução para este problema é identificar o modelo dinâmico do equipamento em cada um dos casos típicos de falha.

### 5.3 Conclusões

Neste anexo são apresentadas as técnicas mais comumente utilizadas para diagnóstico de falhas em máquinas rotativas através de análise de sinal, com as quais é possível analisar a frequência dos componentes de sinal envolvidos. No entanto, o caso de estudo escolhido tem

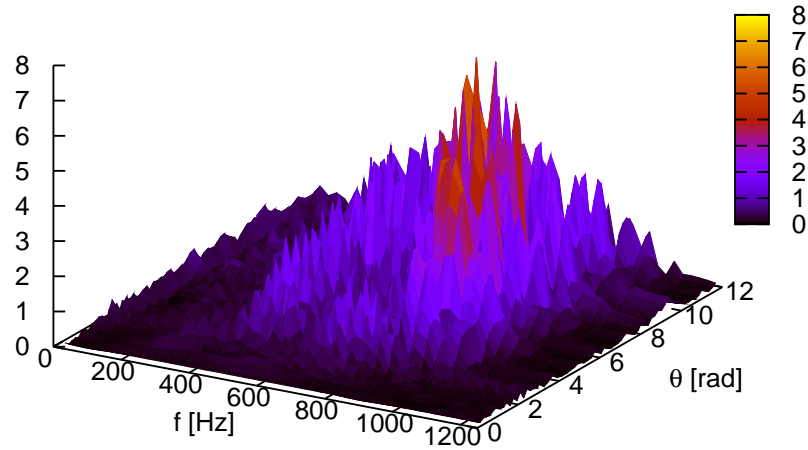


Figura 5.31: Distribuição de Wigner-Ville quando aplicados sobre os dados obtidos da bancada no caso 3 de operação.

peças funcionando a frequências similares e utilizando poucos sensores, dificultando a tarefa de diagnóstico. Os principais resultados obtidos são resumidos a seguir:

1. Técnicas no domínio tempo. As técnicas que utilizam descritores da distribuição dos dados obtém resultados mais difíceis de serem analisados por parte dos técnicos inexperientes, já que estes dados são similares em qualquer caso de falha analisado.
2. Técnicas no domínio da frequência. Estas técnicas requerem uma maior análise por parte do pessoal de manutenção, já que precisa examinar uma faixa específica de funcionamento do equipamento. Devido ao fato que várias peças da bancada adicionavam componentes do sinal nas mesmas frequências de ocorrência de falha, estes se confundiam dificultando assim o diagnóstico. Consequentemente, esta técnica necessita conhecer as frequências de aparecimento da falha, mas também a deformação da mesma devida à propagação do sinal pelo caminho de transmissão. Assim, a análise deste tipo de técnicas exige técnicos com um alto nível de experiência, e não somente com o conhecimento em processamento do sinal utilizada, mas também no diagnóstico do equipamento específico.



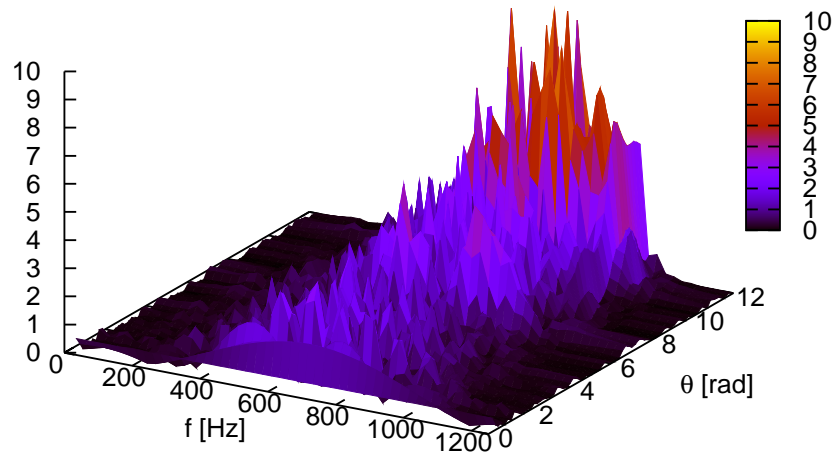


Figura 5.32: Distribuição de Wigner-Ville quando aplicados sobre os dados obtidos da bancada no caso 4 de operação.

3. Técnicas no domínio tempo/frequência. Apesar que se esperava que uma maior quantidade de informação simplificaria a tarefa de diagnóstico, isto complica a análise dos dados, já que aumenta a quantidade de coeficientes a serem examinados. Além do mais, técnicas como a transformada Wavelet, requerem conhecimento prévio de como uma falha específica que modifica o comportamento do sinal para assim fazer uma escolha coerente da função base utilizada. Por parte do *EMD*, é uma transformada da qual não se tem domínio das escalas de resolução, nem na quantidade nem em seu tamanho, dificultando a interpretação de cada uma delas. Portanto, para diagnosticar a partir desta ferramenta é preciso conhecimento específico do equipamento com o fim de comparar com cada uma das escalas e detectar qual delas poderia conter informação acerca da falha em particular, processo que também se dificulta para se realizar de forma automatizada. Finalmente a distribuição de Wigner-Ville, permite localizar com alta resolução as frequências exitadas para cada instante de tempo. Na prática resulta em uma grande quantidade de informações que precisam ser analisadas levando-se em conta que aparecem coeficientes em locais inesperados devido ao fato que esta é uma transformação não linear, tarefa que requer um técnico altamente qualificado.

## 6 FUNDAMENTOS DO CÁLCULO DE ORDEM FRACIONÁRIA

Uma técnica comumente utilizada para diagnóstico de falhas e identificação do sistema dinâmico de um equipamento é através de equações diferenciais ordinárias (DUVAR; ELDEM; SARAVANAN, 1990; ROFE, 1997). Este tipo de estratégia é útil quando o dispositivo de interesse é simples e seu modelo pode ser identificado satisfatoriamente utilizando poucos parâmetros (LJUNG, 1987). No entanto, esta não é uma situação comum, os sistemas reais tipicamente contém uma grande quantidade de componentes interagindo entre eles, além de fenômenos difíceis de serem modelados, tais como memória, não linearidades e autosemelhança entre outros (WANG; WANG; HAN, 2010). Na última década o cálculo de ordem fracionária vem ganhando interesse por parte dos pesquisadores de diferentes áreas, precisamente porque tem a capacidade de aproximar com poucos parâmetros o comportamento complexo da natureza.

O uso de cálculo de ordem fracionária (FOC) foi pouco aplicado na engenharia, devido à complexidade deste, à aparente suficiência do cálculo de ordem inteira (IOC) e a falta de uma interpretação geométrica ou física simples do mesmo (MACHADO, 2003; ZENG; CAO; ZHU, 2002; PODLUBNY, 2002). No entanto permite encontrar um modelo mais preciso do comportamento de alguns sistemas na natureza relacionados com diferentes áreas da engenharia, e é utilizado como uma promissora ferramenta nas áreas de bioengenharia (MAGIN; OVA-DIA, 2008; SOMMACAL et al., 2008), viscoelasticidade (HEYMANS, 2008; ESPÍNDOLA; BAVASTRI; LOPES, 2008; MAINARDI, 2009), eletrônica (KRISHNA; REDDY, 2008; PU et al., 2006), robótica (LIMA; MACHADO; CRISÓSTOMO, 2007; ROSARIO; DUMUR; MACHADO, 2006; DEBNATH, 2003), teoria de controle (BOHANNAN, 2008; CERVERA; BAÑOS, 2008) e processamento do sinal (PANDA; DASH, 2006; YANG; ZHOU, 2008) entre outros.

Nos últimos anos estes conceitos têm atraído a atenção dos engenheiros, considerando

a que através dos mesmos pode-se realizar o modelamento do comportamento de muitos sistemas físicos não lineares de forma compacta, considerando as características não locais como “memória infinita” (PETRAS, 2006; DORCAK et al., 2002; CAFAGNA, 2007). Alguns exemplos disto são o fenômeno de difusão de calor (BENCHELLAL; POINOT; TRIGEASSOU, 2006), impedância elétrica das frutas e vegetais (JESUS; MACHADO; CUNHA, 2006), modelamento de comportamentos sociais (AHMAD; EL-KHAZALI, 2007), o comportamento da água nas entranhas dos penhascos, onde a razão de amortecimento é constante sem importar com a massa da água em movimento (OUSTALOUP; SABATIER; MOREAU, 1998a), etc. Por outro lado, dirigir o comportamento de um processo com controladores de ordem fracionária constitui uma vantagem, já que a resposta do sistema não fica restringida à adição de funções exponenciais, portanto existe uma grande faixa de comportamentos alcançáveis onde a resposta de ordem inteira é um caso particular (PODLUBNY, 1994).

Considerando estas ideias, neste capítulo apresenta-se conceitos básicos do FOC e a sua definição analítica, expondo a seguir algumas das interpretações geométricas mais relevantes encontradas na literatura. Nas seções finais deste capítulo são apresentadas aplicações de interesse para diferentes áreas da engenharia, como identificação de sistemas dinâmicos, controle e aplicações em robótica. Finalizando o capítulo com a apresentação de conclusões e a perspectiva da aplicação desta ferramenta para identificação de falhas em sistemas de transmissão mecânica.

## 6.1 Cálculo de Ordem Fracionária

A noção do cálculo de ordem fracionária existe desde o tempo da criação do cálculo de ordem inteira e isto pode ser comprovado através de uma carta enviada por Leibniz ao L’Hopital em 1695 (XUE; ZHAO; CHEN, 2006b). O cálculo de ordem fracionária é a generalização do cálculo de ordem inteira em ordem real ou complexa (ADAMS; HARTLEY; LORENZO, 2006). Formalmente no caso da ordem real pode ser escrito como:

$$D^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \alpha > 0, \\ 1 & \alpha = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-\alpha} & \alpha < 0 \end{cases} \quad (6.1)$$

com  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

Uma das causas possíveis pelas quais este tipo de ferramenta é pouco aplicado em engenharia é que o cálculo de ordem fracionária apresenta múltiplas definições (CAFAGNA, 2007; ORTIGUEIRA; MACHADO; COSTA, 2005), dificultando sua interpretação geométrica, e ao mesmo tempo, o cálculo de ordem inteira parecia ser suficiente para modelar a natureza. No entanto muitos fenômenos se descrevem melhor por formulações de ordem fracionária, já que leva em consideração o comportamento passado e tem a capacidade de expressar através de poucos coeficientes sistemas dinâmicos considerados de alta ordem (XUE; CHEN, 2002; MAGIN; OVADIA, 2006). Algumas definições de FOC são encontradas em (ORTIGUEIRA; MACHADO; COSTA, 2005; CAFAGNA, 2007), dentre elas pode-se destacar:

- Riemann-Liouville

Integral:

$$J_c^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_c^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-\alpha}} d\tau \quad (6.2)$$

Derivada:

$$D^\alpha f(t) = \frac{d^m}{dt^m} \left[ \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1-m}} d\tau \right], m \in \mathbb{Z}^+, m-1 < \alpha \leq m. \quad (6.3)$$

- Grünwald-Letnikov

Integral:

$$D^{-\alpha} = \lim_{h \rightarrow 0} h^\alpha \sum_{m=0}^{\frac{t-a}{h}} \frac{\Gamma(\alpha+m)}{m! \Gamma \alpha} f(t-mh) \quad (6.4)$$

Derivada:

$$D^\alpha = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{m=0}^{\frac{t-a}{h}} (-1)^m \frac{\Gamma(\alpha+1)}{m! \Gamma(\alpha-m+1)} f(t-mh) \quad (6.5)$$

- Caputo:

$$D_*^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1-m}} d\tau \quad (6.6)$$

onde a função  $\Gamma$  é a generalização da função fatorial (OLDHAM; SPANIER, 2006), que é definida como:

$$\Gamma(x) \equiv \int_0^\infty y^{x-1} e^{-y} dy, \quad x > 0, x \in \mathbb{R} \quad (6.7)$$

Ou com maior generalidade:

$$\Gamma(x) \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \frac{N!N^x}{x(x+1)(x+2)\dots(x+N)} \right], \quad \forall x \notin \mathbb{Z}^- \cup 0. \quad (6.8)$$

O uso de cada uma destas definições dependem da aplicação e da preferência do projetista.

Outras ferramentas de interesse em engenharia são as transformadas de Laplace e Fourier, que ainda são válidas para simplificar operações como a convolução e que podem ser utilizadas para resolver equações diferenciais de ordem fracionária. Utilizando a definição de Riemann-Liouville, a transformada de Laplace está definida como (MA; HORI, 2004):

$$\mathcal{L}\{ {}_0D_t^\alpha f(t) \} = s^\alpha F(s) - \sum_{j=0}^{n-1} s^j [ {}_0D_t^{\alpha-j-1} f(0) ], \quad n-1 < \alpha < n, \quad n \in \mathbb{Z} \quad (6.9)$$

Desta forma, a transformada leva em conta todas as condições iniciais desde a primeira até a  $n$ -ésima-1 derivada. Outra operação de interesse para sua aplicação em engenharia é a transformada de Fourier, que generalizando para uma ordem  $\alpha$  se define como

$$\mathcal{F}\{ {}_0D_t^\alpha f(t) \} = (j\omega)^\alpha F(j\omega) \quad (6.10)$$

Adicionalmente ao problema de que definição escolher baseado nas propriedades ou na complexidade de implementação, deve-se conhecer a implicação de utilizar uma ferramenta matemática. Uma forma de entendê-la é através de uma representação gráfica, e observar que acontece quando se aplica a operação. Infelizmente, até a agora não existe uma interpretação gráfica do efeito da aplicação de uma derivada de ordem arbitrária, no entanto tem-se proposto algumas aproximações que podem ser utilizadas para projetar aplicações do FOC.

## 6.2 Interpretação Geométrica

No caso do cálculo de ordem inteira existe uma interpretação geométrica muito aceita que relaciona claramente quantidades físicas, por exemplo a taxa instantânea de troca. No entanto, até a década passada não existia uma interpretação geométrica das derivadas de ordem fracionária, como ocorre no cálculo de ordem inteira. Em (MACHADO, 2003), o autor

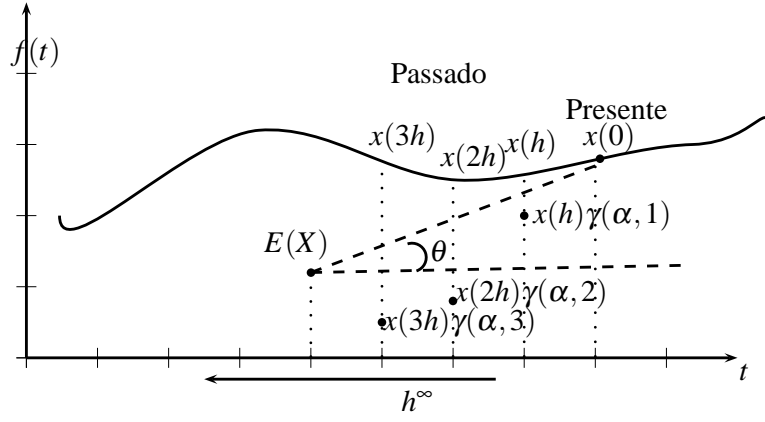


Figura 6.1: Interpretação geométrica do FOC proposta em (MACHADO, 2003).

interpretou este cálculo utilizando uma abordagem probabilística, baseando-se na formulação de Günwald-Letnikov (Equação 6.4 e 6.5). Seja  $\alpha$  um valor entre 0 e 1, e  $\gamma$  é definido como:

$$\gamma(\alpha, m) = (-1)^k \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{k! \Gamma(\alpha - m + 1)}. \quad (6.11)$$

Para  $m = 0$  obtém-se  $\gamma = 1$ , o valor no tempo atual ocorre com probabilidade de 1.

Se  $m > 0$

$$- \sum_{m=1}^{\infty} \gamma(\alpha, m) = 1 \quad (6.12)$$

Para valores de  $m \neq 0$  o valor de  $\gamma$  vai diminuindo quando afasta-se do ponto de avaliação (presente). Portanto, o autor sugere que a expressão  $-\sum_{m=1}^{\infty} \gamma(\alpha, m)x(t - mh)$  é o valor esperado de uma variável aleatória  $X$  tal que:

$$P(X = x(mh)) = |\gamma(\alpha, k)|, \quad m = 1, 2, \dots, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (6.13)$$

A interpretação geométrica do FOC proposta em (MACHADO, 2003) é apresentada na Figura 6.1. Pode-se observar que os valores próximos ao presente têm maior influência sobre o resultado do que os valores mais distantes no passado.

Outra interpretação é baseada na definição de Riemann-Liouville (Equação 6.2 e 6.3) proposta em (PODLUBNY, 2002). O autor reescreve a definição como:

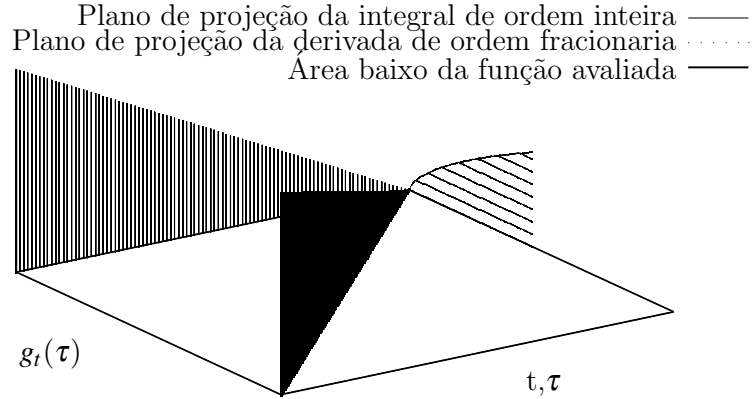


Figura 6.2: Interpretação geométrica do FOC proposta em (PODLUBNY, 2002). Os parâmetros deste gráfico são  $f(t) = t$  e  $\alpha = 0.3$  avaliada no intervalo  $[0, 3]$ .

$$J_0^\alpha = \int_0^t f(\tau) dg(\tau) \quad (6.14)$$

com

$$g(\tau) = \frac{1}{\Gamma(\alpha + 1)} [t^\alpha (t - \tau)^\alpha] \quad (6.15)$$

Com esta formulação é possível desenhar um gráfico tridimensional com eixos  $g(\tau), f(\tau), \tau$  como mostra a Figura 6.2. A projeção da área desta função sobre o plano  $\langle \tau, f(\tau) \rangle$  é  $\int_0^t f(\tau) d\tau$ , isto é, a definição de uma integral de ordem inteira. Sobre o plano  $\langle f(\tau), g(\tau) \rangle$  projeta-se  $\int_0^t f(\tau) dg(\tau)$ , a mesma definição apresentada na Equação 6.14, sendo a mesma uma interpretação geométrica da derivada de ordem fracionária para um tempo fixo  $t$ . Nota-se que  $g(\tau)$  é uma função que deforma o tempo em uma escala do tempo não homogênea dependente do parâmetro  $\alpha$ .

Outra interpretação, agora baseada na dimensão fractal, foi proposta em (MOSHREFI-TORBATY; HAMMOND, 1998) argumentando que a formulação de Riemann-Liouville (Equação

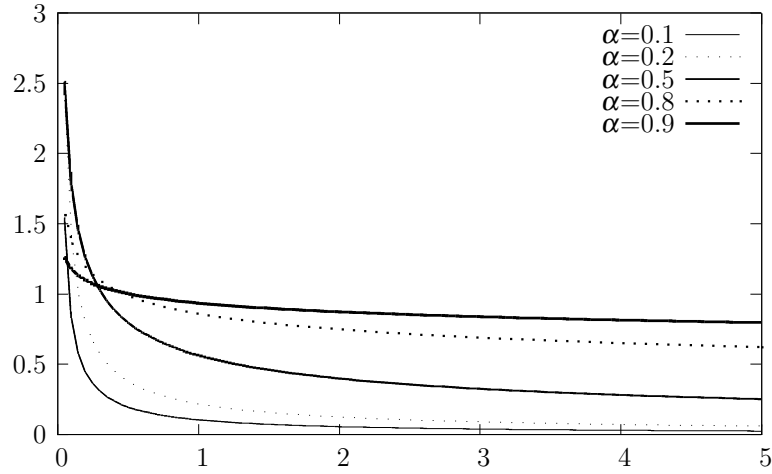


Figura 6.3: Função  $h_\infty$  avaliada para diferentes valores de  $\alpha$ .

6.2) é a convolução da função  $f(t)$  com o núcleo:

$$h_\infty = \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}. \quad (6.16)$$

Para  $\alpha = 0$ , a função  $h_\infty$  é exatamente a definição do delta de Dirac, conseqüentemente a Equação 6.2 tem como resultado a função  $f(t)$  e o operador fracionário não tem memória. Se  $\alpha > 0$  (caso da integral fracionária), o núcleo  $h_\infty$  leva em conta o efeito dos valores passados, ponderando-os (Figura 6.3). Se  $\alpha = 1$  (caso da integral de ordem inteira), então  $J_c^\alpha$  apresenta memória perfeita e cada valor no passado afeta o presente com o mesmo fator de ponderação.

No caso da derivada de ordem fracionária ( $-1 < \alpha < 0$ ), a interpretação não pode ser obtida explicitamente da Equação 6.2. Usando a regra de Leibniz na Equação 6.3 obtém-se:

$$D^\alpha f(t) = \frac{f(0)t^{-\alpha}}{\Gamma(1-\alpha)} + \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_a^t (t-\tau)^{-\alpha} f'(\tau) d\tau, \quad 0 \leq \alpha < 1 \quad (6.17)$$

Note que o núcleo da Equação 6.16 aparece de forma natural quando  $\alpha$  é substituído por  $1 - \beta$  e regula o efeito do passado proporcionalmente a este último. O valor da derivada é a soma do efeitos dos valores iniciais e a integral de ordem inteira, sendo os dois controlados pelo núcleo de convolução  $h_\infty$ . O comportamento deste núcleo é similar aos conjuntos de Cantor (MIYAZIMA; OOTA; HASEGAWA, 1996), uma função fractal obtida mediante a retirada iterativa da seção do meio de uma linha reta, como mostra a Figura 6.4. A dimensão





Figura 6.4: Conjunto de Cantor com  $\alpha = 1/3$ .

fractal de um conjunto de Cantor é definida como:

$$D = \frac{\ln 2}{\ln(1/\alpha)}, \quad 0 < \alpha < \frac{1}{2}. \quad (6.18)$$

Neste caso a dimensão  $D$ -ésima representa a densidade das barras remanescentes e é equivalente ao núcleo de convolução  $h_\infty$ , mas em tempo discreto. Portanto os autores interpretam a derivada de ordem fracionária geometricamente como a convolução da função de Cantor com uma função bidimensional “quadrada”.

### 6.3 Implementação do FOC em Engenharia

O cálculo de ordem fracionária consegue representar sistemas dinâmicos de alta ordem e fenômenos complexos não lineares utilizando poucos coeficientes (DUARTE; MACHADO, 2006; TORVIK; BAGLEY, 1984; ESPÍNDOLA; BAVASTRI; LOPES, 2008), considerando que ao ter uma ordem arbitrária nas derivadas são acrescentados graus de liberdade adicionais para aproximar um comportamento específico. Outra característica importante é que as derivadas de ordem fracionária não dependem das condições locais da função, mas de todo o histórico da mesma. Este fato é útil quando o sistema tem memória de longo ou curto prazos. Infelizmente isto também é uma de suas grandes desvantagens quando se implementa em circuitos lógicos, porque requer uma grande quantidade de memória física. As estratégias para simular sistemas de ordem fracionária podem ser classificadas em três grupos (BALEANU; I.MUSLIH, 2006; POINOT; TRIGEASSOU, 2003):

- Métodos computacionais baseados na solução analítica. Estas apresentam múltiplas

variáveis e são difíceis de serem analisadas, já que é necessário avaliar todo o passado da função para cada ponto dela, além disto são tipicamente difíceis de serem obtidos.

- Aproximação por meio de sistemas racionais em tempo discreto. O sistema analítico é substituído por um equivalente no espaço da frequência. A partir disto obtém-se coeficientes irracionais, que são aproximados novamente mediante o truncamento da série polinomial, o que implica truncar o modelo no espaço do tempo, conseqüentemente, necessita-se quando menos tantos coeficientes como amostras da função, perdendo assim a característica de memória infinita. Por outro lado, quando a série tem muitos coeficientes, limita-se a simulação em tempo real, porque exige mais ciclos de processamento.
- Aproximação mediante funções racionais em tempo contínuo. O sistema de ordem fracionária é substituído por outro racional, mas as séries são truncadas e limitam-se a uma faixa de frequência onde os dois sistemas são equivalentes.

Outra forma de simular uma resposta de ordem fracionária, é utilizando circuitos analógicos. Na literatura aparecem três tipos:

- Implementação componente por componente (OLDHAM; SPANIER, 2006; MOSHREFI-TORBATY; HAMMOND, 1998): A função de transferência se aproxima mediante o circuito recursivo mostrado na Figura 6.5. O ganho do sistema entre  $V_o$  e  $V_i$  no espaço de frequência generalizado é uma série de frações contínuas (OH; HORI, 2007), isto é:

$$\frac{V_o}{V_i} = 1 + \frac{w_n}{s + \frac{w_{n-1}}{1 + \frac{w_{n-2}}{s + \frac{w_{n-3}}{\vdots}}}}} \quad (6.19)$$

com  $w_{n-2j} = \frac{1}{R_j C_j}$  e  $w_{n-2j+1} = \frac{1}{R_{j+1} + C_j}$ .

Este circuito apresenta duas desvantagens: (1) tem-se uma largura de banda de trabalho muito limitada em frequência, e (2) é uma aproximação, portanto precisa de uma grande quantidade de componentes com baixa tolerância, dependendo da precisão requerida pelo projetista.

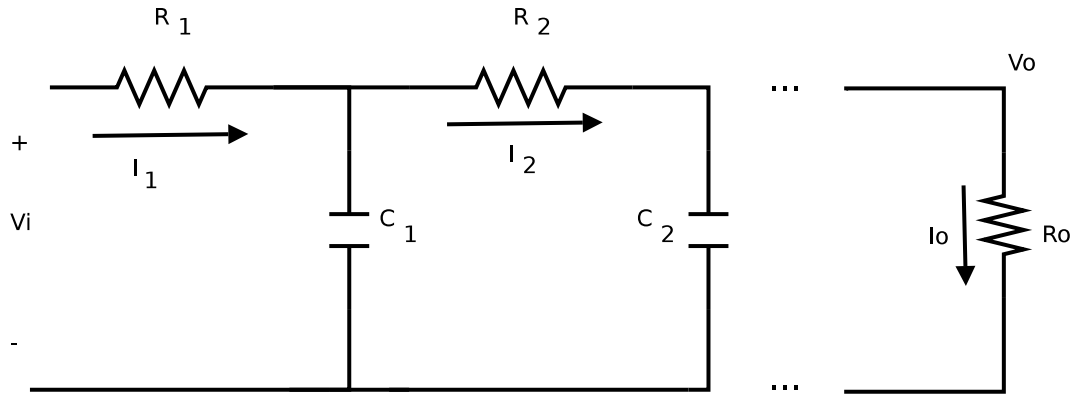


Figura 6.5: Filtro passabaixo implementado recursivamente.

- Circuito de componentes analógicas programáveis (FPAA) (CAPONETTO; PORTO, 2006): o projetista implementa o circuito da Figura 6.5, componente por componente, em uma FPAA. Isto permite trocar o comportamento dinâmico do sistema de ordem fracionária com poucas modificações e cada elemento pode ter uma tolerância desejada.
- Componente de impedância de ordem fracionária (HABA et al., 2005): em geral, consiste em um capacitor de placas planas, onde destas placas tem desenhado um fractal, como é mostrado na Figura 6.6(a). O comportamento de cada ramo se modela como um filtro passabaixo resistor/capacitor ( $RC$ ), cada um ligado a um ramo principal (Figuras 6.6(b) e 6.6(c)). Em conjunto, o comportamento do componente é de ordem fracionária.

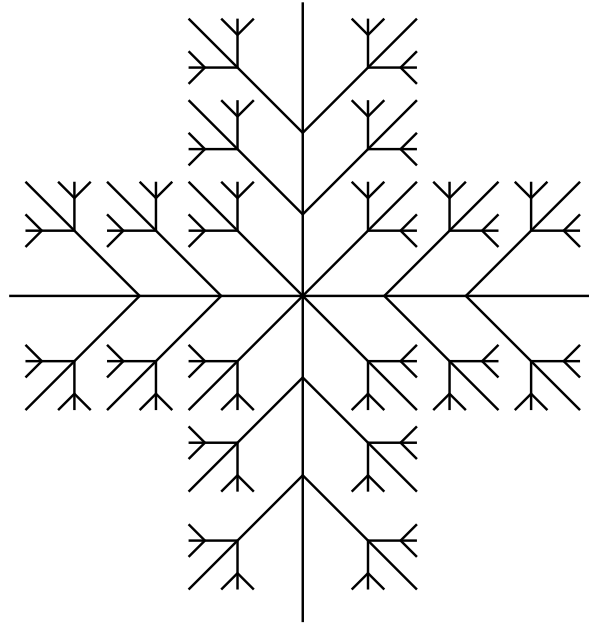
Todas estas técnicas podem ser aplicadas em engenharia. Nas seções finais deste capítulo são apresentadas algumas aplicações em identificação de sistemas, teoria de controle e robótica.

### 6.3.1 Identificação de Sistemas

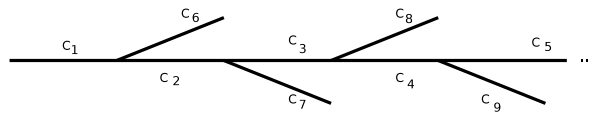
Os sistemas dinâmicos de ordem fracionária podem ser descritos através de funções de transferência da forma (PODLUBNY et al., 2002)

$$G(s) = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (6.20)$$

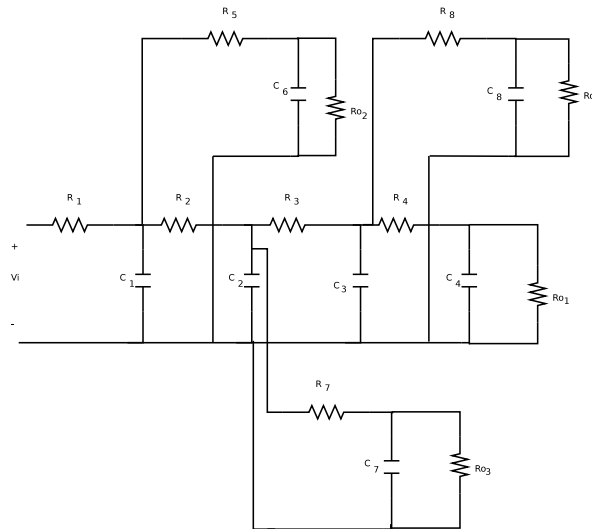
com  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha_n > \alpha_{n-1} > \dots > \alpha_0$  e  $\beta_m > \beta_{m-1} > \dots > \beta_0$ .



(a) Árvore fractal.



(b) Rama fractal.



(c) Circuito equivalente de uma rama fractal.

Figura 6.6: Princípio de funcionamento de um Fractor.

Muitos sistemas reais são identificáveis a partir de teoria de sistemas fracionários (PETRAS, 2006; ESPÍNDOLA; SILVA; LOPES, 2005), considerando que a função de transferência é de ordem fracionária ou que a resposta em tempo não é aproximável através de funções exponenciais (VINAGRE, 2007), além do que a ordem variável é um grau de liberdade adicional que permite ajustar-se melhor ao sistema e descrevê-lo sob a forma compacta (HARTLEY; LORENZO, 2003). Djouambi (DJOUAMBI; CHAREF; BESANÇON, 2006) utilizou este fato para identificar um sistema fractal, aproximando-se aos dados através da equação:

$$F(s) = \frac{K}{s^\alpha + a}, \quad \alpha \in \mathbb{R} \quad (6.21)$$

Ajustando o modelo para encontrar os parâmetros  $\{K, a, \alpha\}$  que minimizem a média do erro quando comparado com os dados reais.

Um outro exemplo, é apresentado em (VINAGRE; FELI6; FELIU, 1998), onde é identificado o comportamento de uma estrutura flexível com cinco modos de vibração utilizando o sinal de um sensor piezoelétrico. O autor utilizou uma equação com poucos coeficientes, e demonstrou que apesar disto é válida para uma grande faixa de frequências. A função de transferência proposta é apresentada através da Equação 6.22:

$$G(s) = \frac{\sum_{i=0}^m a_i (s^\alpha)^i}{(s^\alpha)^n + \sum_{j=0}^{n-1} b_j (s^\alpha)^j} \quad (6.22)$$

para  $\alpha = 1$ ,  $\alpha = 2$  e  $\alpha = 0.5$ . Utilizar um valor real para  $\alpha$  permite incorporar o efeito de amortecimento sem incrementar a ordem do sistema e usando poucos coeficientes, esta equação é válida para uma faixa de frequência de  $[0.1Hz - 200Hz]$ .

Uma outra forma, apresentada em (BENOIT-MARAND et al., 2006), utiliza uma rede neural contínua para identificar sistemas não lineares. Nestas redes utilizam-se blocos integradores em lugar de atrasos do sinal. Isto faz com que a informação seja contínua e não tenha comportamento de uma caixa preta, e é possível separar o sistema não linear estático (rede neural) do dinâmico (efeito do bloco de integração). Se o bloco de integração é de ordem não inteira, identifica-se o comportamento fracionário do sistema. Como parâmetro de treinamento da rede neural utiliza-se o erro quadrático médio entre a saída do sistema  $y_r$  e a saída da rede  $y_c$ . Este esquema do treinamento é apresentado na Figura 6.7.

Tabela 6.1: Classificação de sistemas de ordem fracionária, agrupados pelo tipo de planta e controlador.

ordem do sistema	ordem do controlador
inteira	inteira
inteira	fracionária
fracionária	inteira
fracionária	fracionária

### 6.3.2 Controladores de Ordem Fracionária

Os sistemas dinâmicos são tipicamente de ordem fracionária, mas geralmente somente se projeta o controlador assim, devido ao fato que a planta é calculada tipicamente como um sistema de ordem inteira. Os controladores robustos de ordem fracionária requerem menor quantidade de coeficientes que os de ordem inteira (XUE; ZHAO; CHEN, 2006a). Agrupando por tipo de planta e controlador, os sistemas podem ser divididos em quatro casos (CHEN, 2006), como mostra-se na Tabela 6.1.

Em (CHEN, 2006), o autor mostra que os controladores de ordem fracionária são mais robustos que aqueles de ordem inteira. O autor propôs dois esquemas para um controlador, (1) um de segunda ordem para o caso inteiro e (2) um controlador com 3 coeficientes para o caso fracionário. Estes foram otimizados para minimizar o erro de estado estacionário e porcentagem de sobre-pico. O controlador fracionário obteve uma melhor resposta com relação ao de ordem inteira devido a equação diferencial de ordem fracionária do controlador possuir dois graus de liberdade adicionais.

Os casos de controladores fracionários mais comuns são apresentados em (XUE; CHEN, 2002):

- TID<sup>1</sup>. É um controlador com arquitetura similar ao *PID* de ordem inteira, mas a componente proporcional é substituída por uma função do tipo  $s^{-1/n}$ . Isto proporciona ao sistema um grau de liberdade adicional, que permite alcançar comportamentos melhores que um controlador de ordem inteira. Um diagrama deste controlador pode ser observado na Figura 6.8.

---

<sup>1</sup>do inglês Tilted Proportional and Integral.

- Controle Robusto de Ordem não inteira (CRONE<sup>2</sup>). Este tipo de controlador é baseado em “robustez fractal” (baseado na observação de que o comportamento do amortecimento no poros de um dique é independente da massa de água em movimento) (OUSTALOUP; SABATIER; MOREAU, 1998b), na qual as raízes conjugadas do sistema podem ser deslocadas no semiplano negativo da carta de Nichols, sempre mantendo ângulo fixo. Quando realimenta-se, o sistema tem fase constante (Equação 6.25). Este resultado é idêntico à fase do sistema em malha aberta para as altas frequências. Portanto, o controlador é robusto para esta característica, que está relacionada diretamente com a porcentagem de sobre pico e o fator de amortecimento.

O sistema proposto em (OUSTALOUP; SABATIER; MOREAU, 1998b) foi;

$$G(s) = \frac{1}{(as)^\alpha + 1} \quad (6.23)$$

Portanto, para o sistema realimentado com ganho negativo tem-se:

$$G(j\omega) = \frac{1}{e^{\alpha \ln \tau \omega}} |G(j\omega)| = e^{-\alpha \ln \tau \omega} \quad (6.24)$$

$$\angle G(j\omega) = -\alpha \frac{\pi}{2} \quad (6.25)$$

- Controlador  $PI^\alpha D^\mu$  : Este controlador é a extensão de ordem fracionária do  $PID$ . A formulação para este tipo de controlador é a seguinte:

$$\frac{O(s)}{I(s)} = P + Is^{-\alpha} + Ds^\mu. \quad (6.26)$$

Utilizando ordem fracionária, este é um filtro linear de dimensão infinita, não existindo até agora nenhuma metodologia rigorosa para projetar este tipo de controlador. É possível ajustá-lo usando técnicas de inteligência artificial, como inteligência de enxame (SADATI, 2007) ou algoritmos genéticos (CAO; LIANG; CAO, 2005), onde o espaço de busca constitui-se por  $[K_p, K_i, K_d, \alpha, \mu]$ . O diagrama em blocos de um controlador  $PI^\alpha D^\mu$  é apresentado na Figura 6.9.

- Controlador *lead - lag* fracionário: É a forma geral do controlador de *lead - lag* de ordem inteira. O mesmo poderá ser representado como:

---

<sup>2</sup>do francês Contrôle Robuste d'Ordre Non Entier.

$$C_r(s) = C_0 \left( \frac{1 + s/\omega_b}{1 + s/\omega_h} \right)^r \quad (6.27)$$

com  $0 < \omega_b < \omega_h$ ,  $C_0 > 0$  y  $r \in (0, 1)$ .

Em (AGRAWAL, 2006), o autor propôs um esquema geral de otimização, baseado na formulação de Caputo, onde a equação do sistema é otimizada em termos do Lagrangiano na forma:

$$D^\alpha x = G(x, u, t), \quad (6.28)$$

$$D^\alpha = \frac{\delta F}{\delta x} + \lambda \frac{\delta G}{\delta x} = 0 \quad (6.29)$$

onde  $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange e as condições iniciais são conhecidas.

## 6.4 Conclusões

Neste capítulo foram apresentados conceitos básicos de FOC e algumas aplicações no campo da engenharia. No entanto, sua complexidade inerente, não apresentar uma interpretação geométrica simples e a aparente suficiência do cálculo de ordem inteira, têm atrasado a sua utilização dentro da área da engenharia. Nos últimos anos muitas aplicações começam a aparecer, mas ainda as mesmas se encontram em fase inicial de desenvolvimento. Num futuro próximo, tendo uma maior compreensão das implicações do uso do FOC, sua utilização em controle e em identificação de sistemas dinâmicos vai aumentar, já que tem a capacidade de capturar comportamento complexo com poucos coeficientes, e sendo que em controle de sistemas é uma ferramenta que permite alcançar uma grande faixa de comportamentos onde a ordem inteira é somente um caso especial.



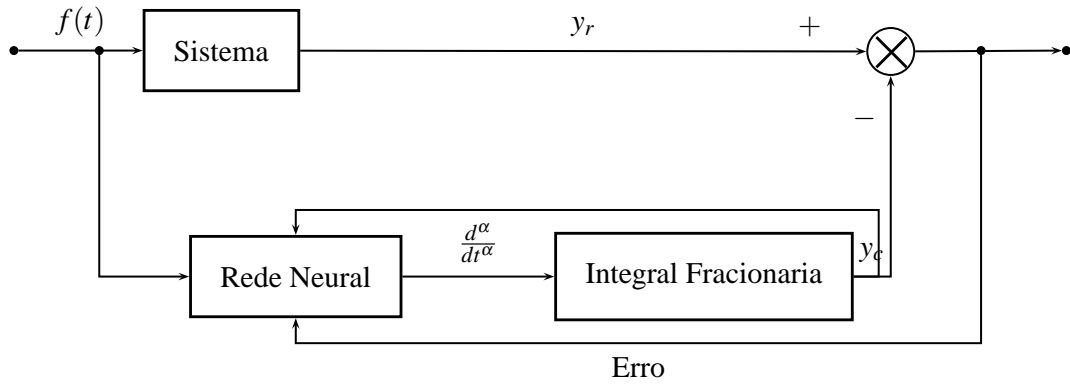


Figura 6.7: Diagrama em blocos do sistema de identificação com redes neurais artificiais contínuas.

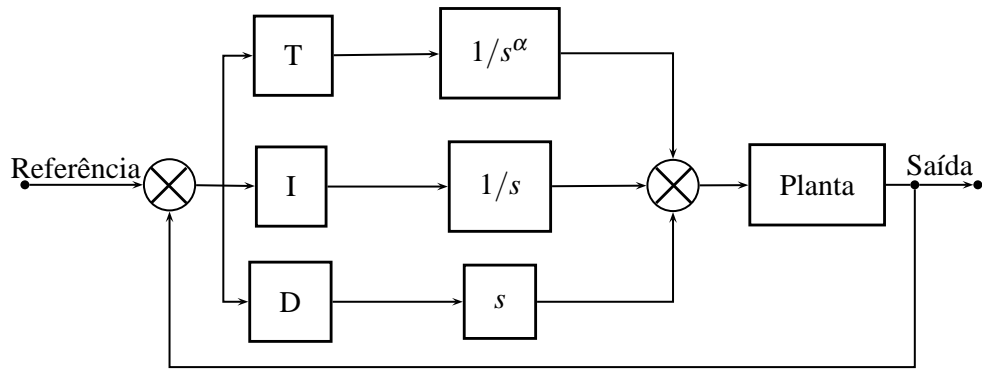


Figura 6.8: Diagrama em blocos de um controlador  $TID$ , com  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

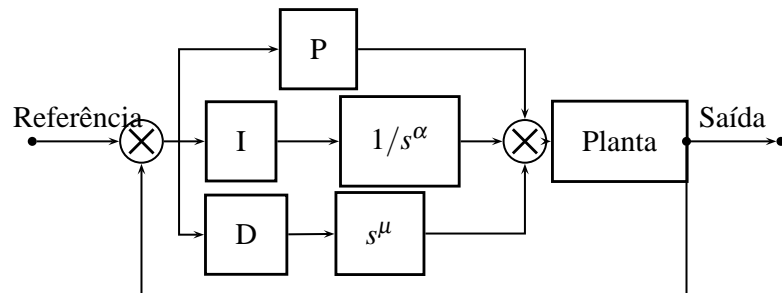


Figura 6.9: Diagrama em blocos de um controlador  $PI^\alpha D^\mu$ , com  $0 \leq \alpha \leq 1$  e  $0 \leq \mu \leq 1$ .

## **7 PROPOSTA DE UMA ESTRATÉGIA DE DIAGNÓSTICO ATRAVÉS DO CÁLCULO DE ORDEM FRACIONÁRIA. ESTUDO DE CASO: UM SISTEMA DE TRANSMISSÃO MECÂNICA**

As técnicas descritas no capítulo 3 são as mais aplicadas na indústria devido a sua generalidade, possibilitando analisar inclusive sistemas não lineares, nos quais não somente são relevantes as harmônicas dos sinais fundamentais, mas também as suas bandas laterais. Entretanto a partir das mesmas se obtém uma grande quantidade de coeficientes, dificultando assim um diagnóstico automatizado, ou a avaliação por um operário com pouca experiência em seu uso específico. Tipicamente, para facilitar a análise, estes coeficientes são apresentados mediante uma representação gráfica, na qual um técnico especialista diagnostica um equipamento baseando-se na informação apresentada pelo mesmo (YUAN; CAI, 2003). A Tabela 7.1 resume as principais características observadas no capítulo 4 deste trabalho e detalhadas no capítulo 5. Note-se que a precisão do diagnóstico depende do grau de complexidade envolvido na técnica e a experiência específica do técnico especialista para interpretar o resultado em um equipamento particular.

Considerando as características apresentadas, uma estratégia ideal para diagnóstico de equipamento deve utilizar o menor número coeficientes para serem interpretados e armazenados em dispositivos digitais, dados que podem ser recuperados para comparação com o estado atual da maquinaria; estes coeficientes também devem conter informação suficientemente diferenciável para que um técnico pouco especializado os interprete de forma simples e precisa, fator que esta intimamente relacionado com o quanto se ressalta o sinal de falha no resultado da técnica utilizada.

Ao mesmo tempo, existe outro conjunto de técnicas que identificam o sistema dinâmico do equipamento. Estes geralmente possuem menor quantidade de parâmetros para serem

Tabela 7.1: Análise do conhecimento requerido para diagnosticar um sistema a partir das técnicas de processamento do sinal estudadas.

Técnica	Quantidade de coeficientes	Nível de conhecimento	Nível do sinal de falha	Quantidade de Memória Utilizada
RMS	1	Baixo	Baixo	Baixa
Fator de pico	1	Baixo	Baixo	Baixa
Kurtosis	1	Baixo	Baixo	Baixa
Transformada de Fourier	Número de amostras/2	Médio	Alto	Média
Transformada Cepstrum	Número de amostras	Alto	Médio	Média
Transformada Wavelet	Número de amostras * Número de subbandas	Muito Alto	Médio	Alta
Decomposição Empírica de Modos	Número de amostras * Número de subbandas	Muito Alto	Médio	Alta
Distribuição de Wigner-Ville	Quadrado do número de amostras	Muito Alto	Alto	Muito Alta

analisados do que os métodos baseados em análise do sinal, mas ainda assim permitem a localização e avaliação de falhas particulares. No entanto, na realidade os sistemas dinâmicos dos equipamentos nem sempre são lineares invariantes no tempo, portanto os sistemas com poucos parâmetros de ordem inteira não conseguem atingir modelos precisos na maioria dos casos em que se trabalha com máquinas complexas. Os modelos de ordem fracionária por outro lado, modelam comportamentos ignorados por sua contrapartida inteira, como o fenômeno de memória, auto semelhança e comportamento caótico. Além do mais os modelos de ordem fracionária representam com poucos coeficientes comportamentos de alta ordem, fato que pode-se utilizar para aproximar sistemas complexos através da soma de menos coeficientes que a sua contrapartida inteira (AHMED; EL-SAKA, 2010; ROCCO; WEST, 1999; STANISLAVSKY, 2000).

Neste capítulo é apresentado um caso de simulação para identificação de um sistema, através de uma estrutura de ordem inteira e uma de ordem fracionária, comparando a capacidade de aproximação de cada técnica a um sistema de ordem superior. Baseando-se nos resultados de aproximação obtidos, é introduzida uma estratégia de diagnóstico inteligente baseada na identificação do sistema real através de um modelo de ordem fracionária utilizando como caso de estudo uma caixa de transmissão de potência através de engrenagens. Este tipo de bancada foi escolhido por representar uma aplicação muito usada na engenharia, dentre delas em transmissões de máquina rotativa, utilizado em tornos, fresas, veículos de transporte e outros mecanismos.

## 7.1 Identificação da dinâmica do sistema

Um enfoque para diagnosticar um sistema, é identificar os parâmetros do sistema. Diferentemente dos métodos de análise do sinal, nesta situação é necessário o conhecimento das entradas e saídas do sistema em estudo. Os parâmetros do sistema possuem a informação a respeito da localização da falha, no entanto exige de um modelo preciso do mesmo. Os sistemas reais apresentam termos não lineares, múltiplas interações entre peças, comportamentos de alta ordem que dificultam a tarefa de identificação, que tipicamente se simplifica através de uma aproximação por um modelo linear de baixa ordem. A propósito nesta tese estuda-se dois casos de identificação: aproximação por uma função de ordem inteira de baixa ordem e uma aproximação utilizando um sistema de ordem fracionária de poucos coeficientes.

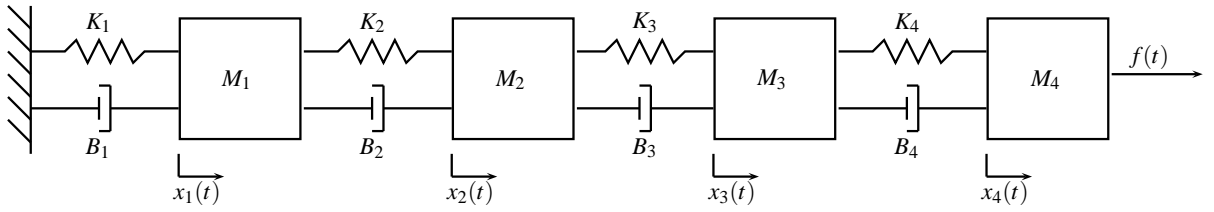


Figura 7.1: Sistema linear com 12 parâmetros para modelamento.

### 7.1.1 Configuração experimental

O sistema de simulação utilizado é apresentado na Figura 7.1, e neste aplica-se uma força na extremidade direita da massa  $M_4$ , utilizando-se um sensor de posição na massa  $M_2$ . A força aplicada na entrada é um sinal senoidal com frequência variável na faixa de  $1Hz - 100Hz$ . Na Tabela 7.2 encontra-se a definição do sistema estado e na Tabela 7.3 são apresentados os parâmetros utilizados para a simulação do modelo.

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \\ \dot{X}_7 \\ \dot{X}_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_4}{M_4} & -\frac{B_4}{M_4} & \frac{K_4}{M_4} & \frac{B_4}{M_4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_4}{M_3} & \frac{B_4}{M_3} & -\frac{K_4+K_3}{M_3} & -\frac{B_4+B_3}{M_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_3}{M_2} & \frac{B_3}{M_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.1)$$

Tabela 7.2: Definição do espaço de estados.

Estado	Variável	Estado	Variável
$X_1$	$x_4(t)$	$X_5$	$x_2(t)$
$X_2$	$\frac{dx_4(t)}{dt}$	$X_6$	$\frac{dx_2(t)}{dt}$
$X_3$	$x_3$	$X_7$	$x_1(t)$
$X_4$	$\frac{dx_3(t)}{dt}$	$X_8$	$\frac{dx_1(t)}{dt}$

Tabela 7.3: Parâmetros físicos do modelo.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$K_1$	100 [Nm]	$B_1$	200 [Nm/s]
$K_2$	300 [Nm]	$B_2$	150 [Nm/s]
$K_3$	300 [Nm]	$B_3$	320 [Nm/s]
$K_4$	300 [Nm]	$B_4$	50 [Nm/s]
$M_1$	3 [Kg]	$M_3$	5 [Kg]
$M_2$	4 [Kg]	$M_4$	4 [Kg]

Para efeitos de simulação, o sistema é tratado como desconhecido, como ocorre em muitos sistemas reais.

### 7.1.2 Algoritmo de ajuste dos modelos

O procedimento de identificação utilizado foi, em primeiro lugar escolher uma família de modelos possíveis, deixando um conjunto de parâmetros para identificar o sistema. Estes foram obtidos a partir dos dados através o algoritmo de Levenberg-Marquardt (MARQUARDT, 1963). Esta é uma estratégia tipicamente utilizada em otimização não linear, no entanto, outras estratégias de otimização podem ser utilizada sem perda da generalidade do método de identificação. O algoritmo consiste em procurar o melhor vector de parâmetros  $\mathcal{P}$  que minimize o erro  $\varepsilon$  entre os dados originais  $y$  e os dados obtidos com o modelo  $\hat{y}$ . Formalmente, o modelo é calculado como uma função  $f$  sobre o espaço de parâmetros:

$$\hat{y} = f(\mathcal{P}). \quad (7.2)$$

O vector  $\mathcal{P}$  minimiza o erro entre os dados reais e os obtidos com o modelo:

$$\varepsilon = \underset{\mathcal{P}}{\operatorname{argmin}}(y - \hat{y}(\mathcal{P})). \quad (7.3)$$

O autor recomenda utilizar a técnica de otimização de *Hill climbing* baseada na primeira derivada. Para este propósito, utilizamos a expansão em série de Taylor na expressão Equação 7.2 obtendo a seguinte função ao redor do ponto  $\mathcal{A}$ :

$$f(\mathcal{A}) \approx f(\mathcal{A}) + \frac{\partial f(\mathcal{A})}{\partial \mathcal{P}}(\mathcal{P} - \mathcal{A}) \quad (7.4)$$

portanto o problema é resolvido procurando iterativamente o argumento que minimize  $\mathcal{P} - \mathcal{A}$ .

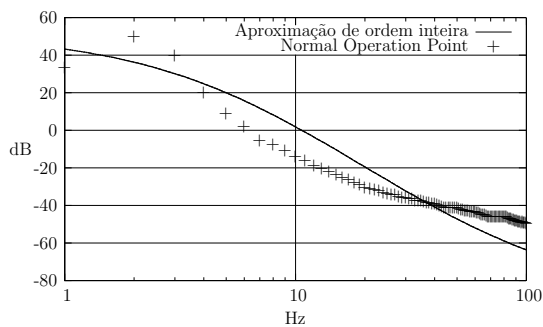
### 7.1.3 Identificação de ordem inteira

Supondo que o sistema não é conhecido, é proposto um sistema com menor quantidade de parâmetros em relação ao sistema a ser aproximado. O sistema proposto utiliza 7 coeficientes, 5 a menos que o sistema de teste. A função de aproximação utilizada é expressa através da Equação 7.5:

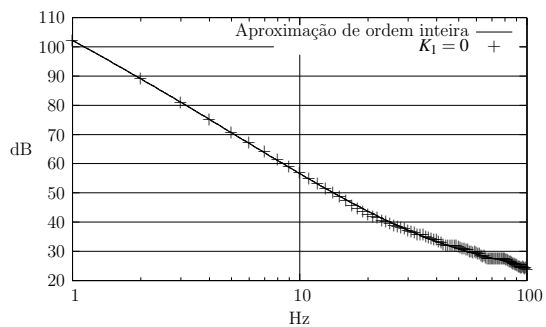
$$G(s) = \frac{X_2(s)}{F(s)} \approx T \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{(s+d)(s+e)(s+f)}. \quad (7.5)$$

Depois de ajustar os parâmetros partindo do algoritmo apresentado na seção anterior, obtiveram-se as aproximações apresentadas na Figura 7.2. É importante observar que apesar da quantidade de parâmetros utilizados na aproximação é pouco precisa.

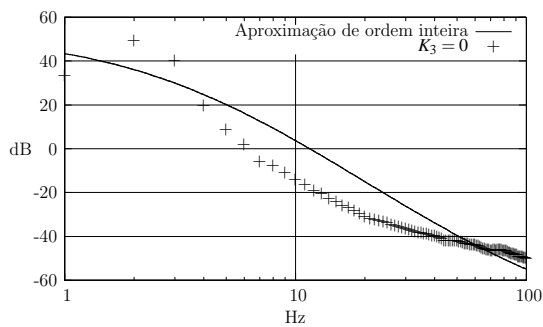
Esta aproximação somente é precisa para o caso em que a mola  $M_1$  encontra-se quebrada ( $K_1 = 0$ ), considerando que é uma aproximação pobre para identificar corretamente o sistema, e que uma restrição importante é utilizar poucos parâmetros para obter uma aproximação interpretável para o operador, tendo a necessidade de se realizar um estudo mais aprofundado, possivelmente levando em consideração o uso de um número maior de coeficientes. Esta limitação exige aplicar outro tipo de modelo que aproxime melhor os sistemas de alta ordem, como é o caso dos sistemas de ordem fracionária.



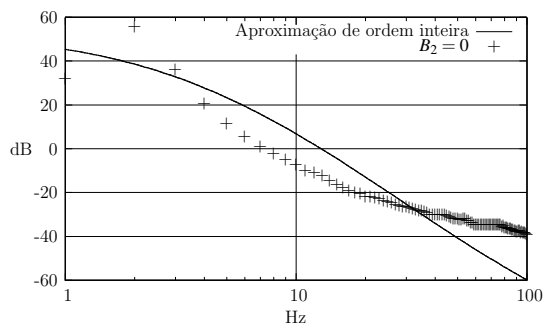
(a) Aproximação do sistema sem falha.



(b) Aproximação do sistema quando a rigidez da mola  $K_1 = 0$ .



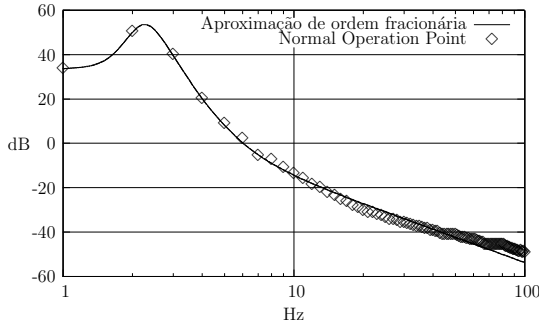
(c) Aproximação do sistema quando a rigidez da mola  $K_3 = 0$ .



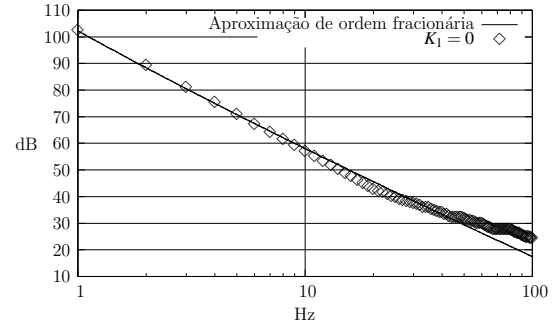
(d) Aproximação do sistema quando o amortecimento  $B_2 = 0$ .

Figura 7.2: Aproximações de ordem inteira de um sistema com diferentes tipos de falha.

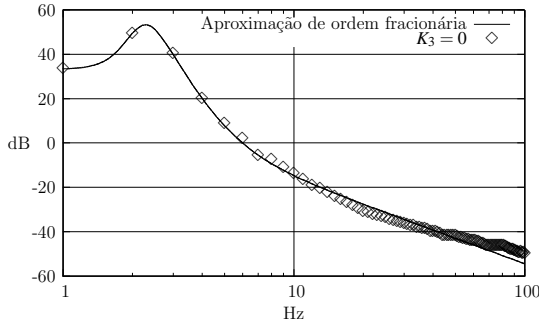




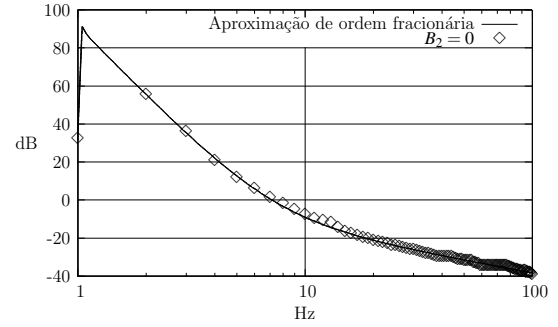
(a) Aproximação do sistema sem falha.



(b) Aproximação do sistema quando a rigidez da mola  $K_1 = 0$ .



(c) Aproximação do sistema quando a rigidez da mola  $K_3 = 0$ .



(d) Aproximação do sistema quando o amortecimento  $B_2 = 0$ .

Figura 7.3: Aproximações de ordem fracionária de um sistema com diferentes tipos de falha.

### 7.1.4 Identificação de ordem fracionária

Utilizando os dados de simulação, é proposto um sistema de ordem fracionária da forma:

$$G(s) = \frac{X_2(s)}{F(s)} \approx T \frac{(s^\beta + b)(s^\gamma + g)}{s^\alpha + a}, \quad \{\alpha, \beta, \gamma\} \in \mathfrak{R}, \quad \beta \cdot \gamma \leq \alpha \quad (7.6)$$

onde  $X_2(s)$  é a posição da massa 2 (saída do sistema) e  $F(s)$  é a força aplicada na massa 4 (entrada do sistema). O modelo foi ajustado mediante o algoritmo de Levenberg-Marquardt. Diferentes falhas foram simuladas, igualando a 0 algum dos parâmetros  $K_1$ ,  $K_3$ ,  $B_2$ , como mostrado nas Figuras 7.3(b), 7.3(c) e 7.3(d) respectivamente.

Mudar qualquer parâmetro físico do sistema resultará na mudança de todos os parâmetros da função de transferência, ou seja, o comportamento do sistema em operação normal tem grande diferença com aquele que apresenta uma falha. Portanto este fato poderá ser utilizado

Tabela 7.4: Diferença em porcentagem entre os parâmetros identificados para um sistema com falha e um no ponto de operação normal.

Falha	$T$	$a$	$\alpha$	$b$	$\beta$	$g$	$\gamma$	Erro médio
Sem falha	0	0	0	0	0	0	0	0
$K_1$ Quebrado	90.47	99.96	84.52	99.36	42.43	83.42	90.54	84.39
$K_2$ Quebrado	6.10	2.07	10.83	13.75	3.71	14.79	90.79	20.29
$K_3$ Quebrado	75.35	99.79	72.62	91.05	53.41	84.41	85.28	80.27
$K_4$ Quebrado	1.01	4.37	0.24	40.98	56.57	56.44	42.72	28.9
$B_2$ Quebrado	97.07	99.99	59.98	99.99	33.82	44.69	99.19	76.39
$B_3$ Quebrado	19.76	99.84	78.94	99.78	93.79	75.22	86.83	79.17
$B_4$ Quebrado	94.76	99.74	42.67	99.86	99.40	33.71	98.42	81.22

para identificar a presença de uma falha particular. Neste trabalho com o objetivo de avaliar esta característica para um parâmetro  $p_1$  correspondente ao ponto de operação normal e um parâmetro  $p_2$  como um parâmetro identificado no ponto atual de operação, a métrica de diferença  $d$  foi definida como:

$$d = 100 \frac{\max(p_1, p_2) - \min(p_1, p_2)}{\max(p_1, p_2)} \%. \quad (7.7)$$

Aplicando esta métrica nos diferentes casos estudados obtém-se os valores apresentados na Tabela 7.4. É importante observar que a diferença  $d$  é grande o suficiente para classificar o sistema como em operação normal ou não.

Portanto a presença de uma falha particular pode alterar o valor de um parâmetro em torno de 84%, em um sistema que utiliza bem menos parâmetros em relação ao sistema exato de ordem inteira.

## 7.2 Proposta de um Sistema de Diagnóstico

A metodologia aplicada para o desenvolvimento da estratégia proposta é baseada no modelo de camadas OSA/CBM apresentada no capítulo 2 deste trabalho. Inicialmente se adquirem diferentes sinais de interesse para diagnóstico de falha, tais como vibração, posição, corrente elétrica, etc (camada 1 e 2 do modelo OSA/CBM). A seguir é realizada a filtragem das componentes aleatórias do sinal adquirido e identificando-se o modelo de poucos parâme-

tros utilizando os tópicos apresentados no capítulo 6 (camada 3). Estes permitem gerar um conjunto de índices que permitiram avaliar o estado da máquina (camada 4), que finalmente é diagnosticado por um operário experiente ou através de um sistema de inteligência artificial (camada 5). Nas seções subsequentes deste capítulo é introduzida a estratégia desenvolvida para diagnóstico de falha (camada 5) e a avaliação objetiva da efetividade da metodologia em geral.

### 7.2.1 Configuração da Bancada Experimental

Utilizando a bancada descrita na seção 5 desta tese de doutorado, foram adquiridos dados de velocidade de rotação do motor, corrente elétrica no circuito de armadura do motor e vibração no mancal de saída da transmissão mecânica. Sobre os dados de vibração coletados fora aplicada a proposta de diagnóstico projetada e avaliada como se mostra nas seções seguintes.

### 7.2.2 Técnica de avaliação da estratégia proposta

Uma forma simples de avaliar a qualidade de um conjunto processamento do sinal – classificador é mediante a ferramenta estatística de teste de hipóteses. A mesma explica que os quatro possíveis resultados através de uma classificação binária:

**Verdadeiros Positivos (VP).** Corresponde ao número total de *sinais/sistemas* de exemplo corretamente classificados na hipótese de funcionamento correto do equipamento sem uma falha específica.

**Verdadeiros Negativos (VN).** Corresponde ao número total de *sinais/sistemas* de exemplo corretamente classificadas na hipótese de equipamento com uma falha específica.

**Falsos Positivos (FP).** Corresponde ao *erro tipo I*, total de *sinais/sistemas* provenientes de sistemas com uma falha específica que o classificador identifica erroneamente como sistemas sem apresentar esta falha.

**Falsos Negativos (FN).** Corresponde ao *erro tipo II*, total de *sinais/sistemas* provenientes de sistemas sem uma falha específica mas que o classificador identifica erroneamente.

A partir destes quatro resultados fundamentais, obtém-se mais duas métricas de interesse neste trabalho, estas são:

- Precisão (*Prec*): a quantidade de *sistemas* corretamente classificados por não ter uma falha específica dividido o total dos *sistemas* identificados como sistemas sem essa falha, formalmente:

$$Prec = \frac{VP}{VP + FP} \quad (7.8)$$

- Sensibilidade (*Sens*) definida como a quantidade de *sistemas* corretamente classificados por ter uma falha específica dividido pelo total de *sistemas* realmente sem essa falha:

$$Sens = \frac{VP}{VP + VN} \quad (7.9)$$

### 7.2.3 Metodologia Diagnóstica Proposta

As estratégias típicas de diagnóstico se encontram baseadas no uso de análise do sinal de vibração, para isto, se aplica uma transformação matemática sobre os dados para serem posteriormente interpretados por um especialista. Como mostrado, o tipo de bancada na qual foram introduzidos os erros possui múltiplas peças interagindo em frequências similares, e utilizando poucos sensores, situação que dificulta o diagnóstico. Além do mais, o protocolo *OSA/CBM* recomenda encontrar um índice de falha depois de utilizar uma transformada, mas infelizmente este não é um processo completamente padronizado, para todas as técnicas mostradas neste trabalho. Os índices gerados devem ser escolhidos de forma que representem informação relevante do sinal, muitas vezes ignorando outros dados. Vale a pena ressaltar que nem sempre todas as peças do equipamento estão instrumentadas com sensores, isto devido ao aumento do custo e complexidade do dispositivo e mesmo pelo fato de muitas vezes se tratar de um equipamento mais antigo ainda em utilização.

Para diagnosticar este tipo de equipamento se requer de técnicos com alto nível de experiência, tanto em análise de sinal como no conhecimento do equipamento em estudo, já que o tipo de dispositivo mostrado pode gerar sinais difíceis de interpretar pelos motivos apresentados anteriormente. Uma alternativa proposta neste trabalho baseia-se na hipótese de que o sistema dinâmico do dispositivo muda quando se apresenta uma falha, e se a mesma é falha

comum, então pode ser diagnosticada a partir do modelo do sistema em estudo. Infelizmente nem sempre é possível conhecer com precisão o modelo dinâmico de um equipamento, já que estas informações podem ser muito complexas e não são fornecidas pelos fabricantes. A estratégia a seguir é realizar a identificação do sistema, proporcionando uma entrada que excite múltiplas frequências, observando-se o que acontece em um sinal de saída específico. A relação entrada/saída possui informação do estado de todas as peças do equipamento considerando também o caminho de transmissão.

Uma das limitantes mais fortes deste tipo de estratégia, é que os equipamentos complexos têm uma grande quantidade de parâmetros, dificilmente identificáveis devido ao fenômeno da “maldição da dimensionalidade” (WOODWARD; WUI; GRIFFIN, 2005), onde quanto mais parâmetros a serem identificados, mais difícil se torna a tarefa de identificação. Consequentemente os analistas de sistemas tendem a realizar simplificações do modelo do sistema com o objetivo de reduzir a ordem do mesmo, restringindo a sua validade em faixas de funcionamento específicos, simplificando assim o processo de identificação, mas penalizando a precisão do modelo. No entanto, os modelos de ordem inteira de baixa ordem dificilmente conseguem capturar os efeitos de altas ordens devidas à interação de múltiplas peças ao interior do dispositivo e efeitos relacionados com memória, entre outros. Ao mesmo tempo, hoje é reconhecido que os modelos de ordem fracionária permitem modelar com uma maior precisão sistemas complexos utilizando poucos coeficientes. Isto acontece pois a generalidade fornecida através de ordens arbitrárias, permite reduzir ou explicar a quantidade de memória e complexidade associada com cada coeficiente. Consequentemente, utilizar este tipo de modelo não somente permite modelar comportamentos complexos com equações compactas, mas também permite reduzir o esforço computacional associado à tarefa de identificação.

Da mesma forma que foi explanado no capítulo 4, neste trabalho se utiliza a definição de cálculo de ordem fracionária procedente da definição da transformada de Laplace (Equação 6.9) baseada na definição de Riemann-Liouville, já que permite modelar sistemas sem alterar os conceitos prévios aprendidos durante um curso engenharia.

#### **7.2.4 Ajuste do modelo**

A identificação de um modelo consiste principalmente em quatro atividades sequenciais:

1. Obter e preprocessar os dados. Estes tipicamente são obtidos de sensores estratégica-

mente localizados no dispositivo a identificar. Comumente, requer-se filtrar os dados já que podem estar afetados com ruído do acoplamento de sensores, o ambiente ou a aquisição digital. Especificamente neste trabalho, os dados foram gerados mediante a mudança de velocidade do motor de entrada de torque, com a aquisição da corrente de entrada e vibração no mancal de saída. Para filtragem das informações utiliza-se um filtro de deslocamento da média (*MA*) .

2. Supor uma estrutura do modelo para ser identificada. Idealmente se utiliza o conhecimento disponível em relação ao comportamento físico do sistema, infelizmente isto nem sempre é possível, pois dificilmente o fabricante fornece este tipo de informação. Como foi explicado anteriormente, tipicamente supõe-se um sistema de representação compacto e o mesmo é analisado a partir da precisão com que se aproxima aos dados. Para o experimento atual, foi suposto um sistema de ordem fracionária de três coeficientes no denominador.
3. Identificação dos parâmetros do modelo. Comumente isto significa encontrar os parâmetros da estrutura escolhida que melhor se ajusta e replicam o comportamento do sistema com os dados obtidos.
4. Validação do modelo comparando com um conjunto de dados que não foram utilizados para encontrar os parâmetros.

Conseqüentemente, a identificação de um sistema pode ser tratada como um problema de minimização do erro obtido entre os dados reais e o modelo, ou, em outras palavras, deve-se encontrar o melhor vetor de parâmetros  $\vec{p}$  que minimize a função objetiva de erro  $f_e$  entre o sistema real  $G_r(s)$  e o modelo  $G_m(\vec{p}, s)$ :

$$f_e(\vec{p}) = |G_r(s) - G_m(\vec{p}, s)|. \quad (7.10)$$

Diferentes alternativas podem ser utilizadas para minimizar a Equação 7.10 sem perder generalidade do método utilizado. Neste trabalho utilizou-se o *método simplex* (LAGARIAS et al., ), que consiste em um algoritmo iterativo que procura por um ponto candidato mediante o cálculo do centróide a partir de três pontos iniciais. Posteriormente, é analisado se o centróide é melhor que algum dos pontos iniciais, e caso seja, substitui-se o pior deles.

O algoritmo é executado novamente até que o mesmo converge ou depois de um número especificado de iterações.

### 7.2.5 Função Objetiva

O sinal de entrada para o sistema é obtido a partir do acelerômetro localizado no mancal de saída, que deverá obter o sinal de vibração devido à falha. Por outro lado, esse sinal de vibração inesperado deve mudar a assinatura da corrente do motor. Portanto, este é o sinal correspondente ao comportamento da saída do sistema e é medido com um resistor em série com o circuito do motor. Para cada um dos casos de falha apresentados neste trabalho foram adquiridas informações da bancada experimental trabalhando em diferentes velocidades, e assim os sinais são compostos pela superposição de diferentes frequências. Após, realiza-se uma filtragem cada um desses sinais utilizando *MA* para reduzir o efeito do ruído ambiental. Com estes sinais calculamos uma transformada de Fourier utilizando a janela de Hanning com duração de um segundo para reduzir ruído introduzido durante o processo de digitalização. Aqui se considerou como saída do sistema a corrente do motor ( $I$ ) e a tensão gerada pelo acelerômetro como entrada ( $V$ ). Assim definimos o estado atual do dispositivo com a *estimação empírica da função de transferência* (ETFE) (LJUNG, 1987) como:

$$G_{ETFE_i}(\omega) = \frac{\mathcal{F}\{I_i(t)\}}{\mathcal{F}\{V_i(t)\}} \quad i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (7.11)$$

onde  $\mathcal{F}(\cdot)$  representa a transformada de Fourier avaliada em uma função,  $i$  denota o  $i$ -ésimo caso de falha e  $\omega$  a frequência que se está analisando, este caso na faixa de 100 até 1000 *rad/s*, de onde verifica-se que a frequência de batimento dos dentes das diferentes engrenagens se encontra nessa largura de banda.

Propõe-se identificar cada  $ETFE_i$  usando um modelo com uma estrutura três coeficientes no denominador e dois parâmetros de ordem da derivada, definida assim:

$$G_i(s) = \frac{1}{as^\alpha + bs^\beta + c}, \quad \{a, b, c, \alpha, \beta\} \in \mathfrak{R} \quad (7.12)$$

Os parâmetros deste modelo foram ajustados utilizando um conjunto de 20 séries de dados para treinamento e 10 séries de dados para avaliação com uma função objetivo que

minimize o error entre  $G_{ETFE_i}$  e  $G_i$ , formalmente:

$$f_e = |G_{ETFE_i}(\omega) - G_i(\omega, [a, b, c, \alpha, \beta])|. \quad (7.13)$$

Supondo que um sistema bem identificado terá um erro menor do que comparado com um modelo do sistema apresentando outro tipo de falha, utiliza-se o erro médio quadrático entre cada sistema  $G_{ETFE}$  no estado atual do equipamento com um modelo identificado  $G_i$  da falha  $i$  como um índice de falha para ser avaliado por um sistema de classificação automatizado.

## 7.2.6 Diagnóstico de falha

Com o objetivo de avaliar a estratégia proposta para diagnóstico de falha, utiliza-se uma técnica de classificação automatizada que permite testar de forma simples se um equipamento particular encontra-se falhando, ou localizar a peça com problema e avaliar o estado da mesma, partindo da identificação de sistema em estudo. Neste trabalho as falhas são classificadas mediante o algoritmo dos  $k$  – vizinhos mais próximos – (kNN<sup>1</sup>). Esta estratégia consiste em comparar o modelo identificado do estado atual do equipamento com uma base de dados que contém modelos identificados durante falhas conhecidas. A classificação integraliza as categorias dos  $k$  sistemas mais próximos mediante uma estratégia de escolha (COVER; HART, 1967). Este método é apresentado através do Algoritmo 7.1.

**Data:**  $sistema_{atual}$   
**Result:**  $Tipo\_falha$

```

1  $i \leftarrow 0$ ;
2 while  $i < quantidade\ de\ sinais/sistemas\ guardados\ na\ base\ de\ dados$  do
3    $d_i \leftarrow |sistema_i \ominus sistema_{atual}|$ ;
4    $i \leftarrow i + 1$ ;
5 end
6 while  $k$ –ésimo sistema de menor valor  $d_i$  do
7    $Tipo\_falha \leftarrow Tipo(sistema_i) \oplus Tipo\_falha$ ;
8 end

```

**Algoritmo 7.1:**  $k$  vizinhos mais próximos, onde o tipo de falha estimada é aquele com mais representantes na  $k$ –vizinhança

---

<sup>1</sup>Do inglês  $k$ -nearest neighbor.



Tabela 7.5: Erro médio de treinamento e teste quando se compara o sistema  $ETFE_i \pm$  com o modelo de ordem fracionária identificado.

Caso	Erro de treinamento $\pm$ desvio padrão	Erro de teste $\pm$ desvio padrão
1	$1.84 \pm 0.15$	$2.06 \pm 0.23$
2	$1.12 \pm 0.05$	$1.05 \pm 0.02$
3	$1.44 \pm 0.34$	$1.41 \pm 0.09$
4	$0.74 \pm 0.05$	$0.89 \pm 0.07$

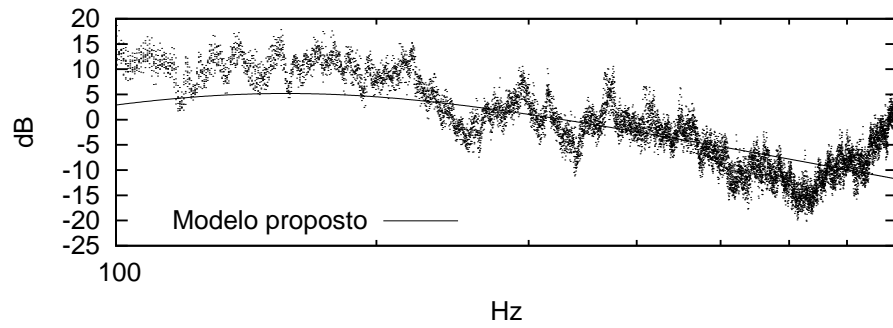
## 7.2.7 Resultados

Seguindo a metodologia descrita anteriormente, utilizaram-se 240 sistemas  $G_{ETFE}$  nunca antes usados para a identificação dos parâmetros dos modelos  $G_i(s)$  padrão, 60 de cada tipo de falha introduzida. A Figura 7.4 mostra os resultados de identificação obtidos com a estratégia proposta junto com as informações utilizadas para teste de identificação. Note que é uma aproximação coerente com a média dos dados. Na Tabela 7.5 foi introduzido o erro médio e o desvio padrão tanto para os dados utilizados para treinamento do modelo como para os dados utilizados como teste. Nos dois casos o agrupamento dos dados praticamente não superpõe um conjunto ao outro (caso 1, caso 2, etc.), portanto, esta métrica simples pode ser utilizada como índice de falha, já que descreve inequivocamente cada caso em estudo.

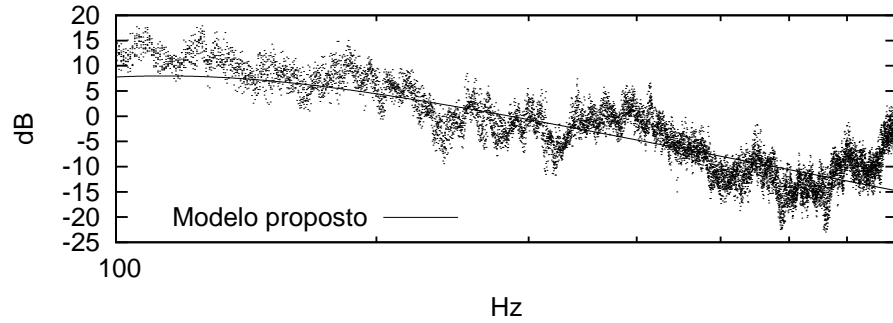
### Identificação da Falha

Considerando-se os resultados obtidos durante a aproximação do sistema, foram tomados aleatoriamente 60 amostras  $G_{ETFE}$  para cada caso em estudo, com o objetivo de testar uma estratégia de classificação. O espaço dos índices obtidos é ilustrado na Figura 7.5. Note que conforme era esperado os tipos de falha se agrupam em regiões diferentes do espaço, e isto significa que se pode utilizar uma técnica de classificação muito simples, provando que os índices descritores de cada caso permitem que operadores com pouca experiência realizem o diagnóstico do equipamento.

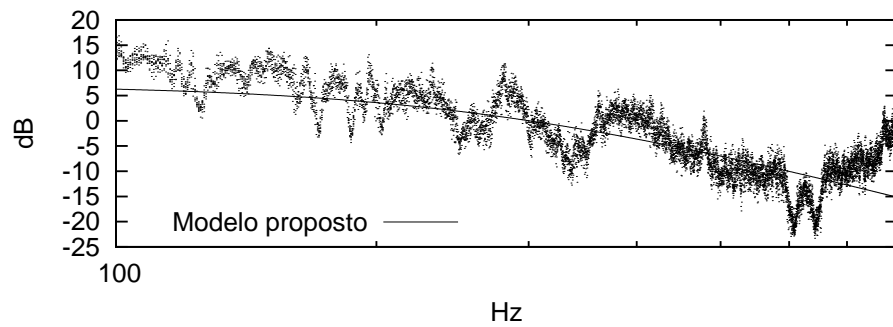
Além do mais, com a finalidade de testar a generalidade da técnica, utilizou-se a estratégia de avaliação de 10 subconjuntos, utilizando um como conjunto de teste e nove como conjuntos de treinamento. Neste trabalho é utilizada a versão mais simples do  $kNN$  onde  $k = 1$ . No passo seguinte, constitui-se outro dos subconjuntos como conjunto de teste, e se repete esta operação até ter testado todos os dados. No entanto devido a alta eficiência dos índices



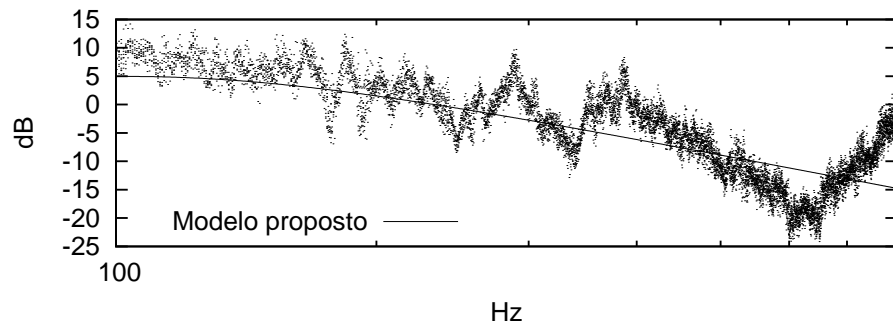
(a) Caso 1.



(b) Caso 2.



(c) Caso 3.



(d) Caso 4.

Figura 7.4: Aproximação do modelo de ordem fracionária para cada um dos modelos ETFE obtidos para cada caso de falha.

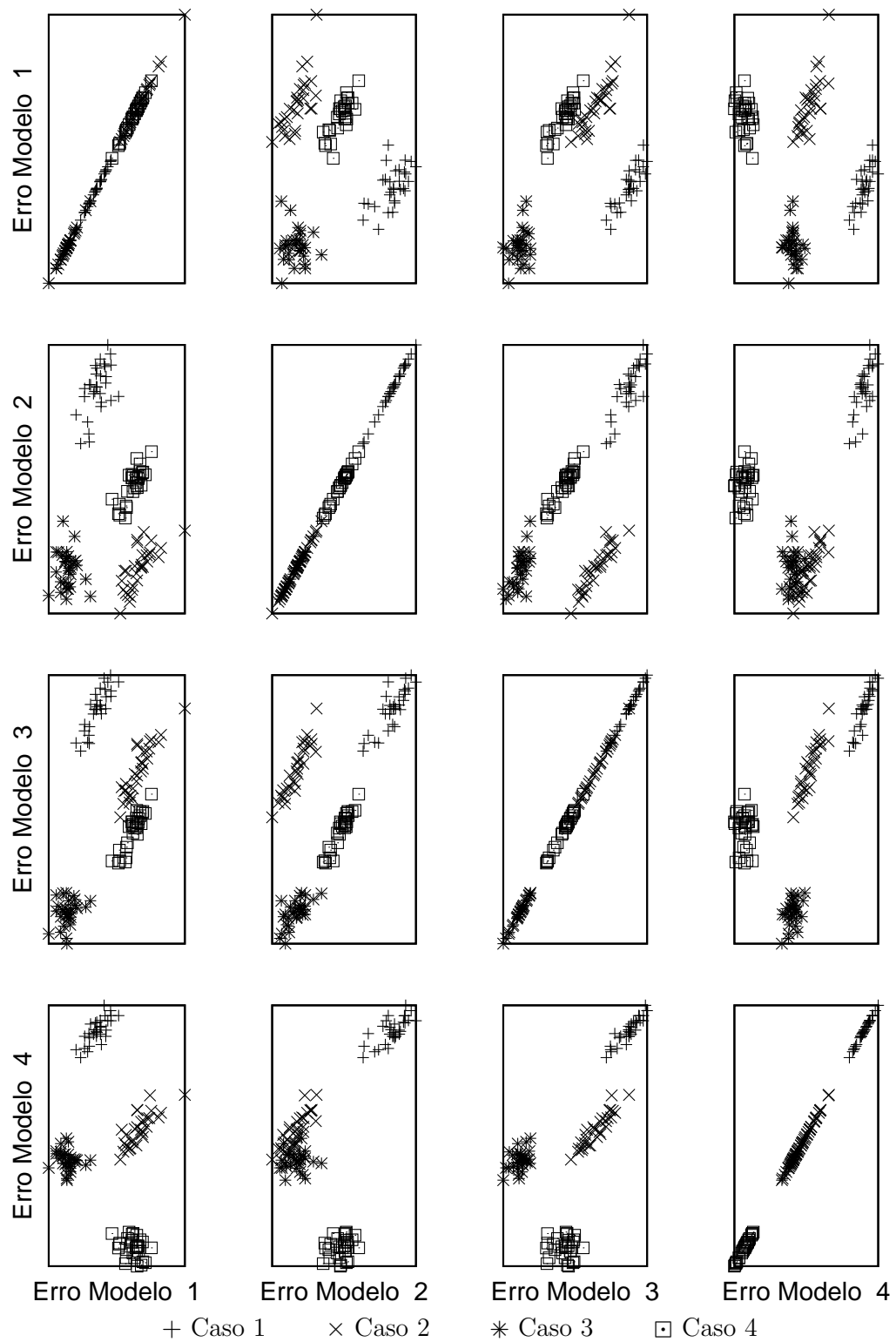


Figura 7.5: Espaço dos índices encontrados para diagnóstico de falha.

Tabela 7.6: Matriz de classificação obtida a partir do algoritmo proposto.

		Diagnóstico			
		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Falha	Caso 1	60	0	0	0
	Caso 2	0	60	0	0
	Caso 3	0	0	60	0
	Caso 4	0	0	0	60

Tabela 7.7: Análise quantitativa dos resultados obtidos a partir do diagnóstico dos sistemas testados.

Caso	<i>VP</i> [%]	<i>VN</i> [%]	<i>Sens</i> [%]	<i>Prec</i> [%]
1	100	100	100	100
2	100	100	100	100
3	100	100	100	100
4	100	100	100	100

de falha propostos, o resultado foi sempre o mesmo, a estratégia identificação de ordem fracionária – erro quadrático médio com o sistema real – *kNN* diagnosticó corretamente todos os casos testados como se mostra na Tabela 7.6, que mostra a correspondência entre o caso de falha testado com o diagnóstico gerado pela estratégia proposta. Como consequência destes resultados, a estratégia possui uma eficiência de 100 % encontrando *VP*, *FP* e índices de precisão e sensibilidade em torno de 100 %, como mostram os resultados apresentados na Tabela 7.7.

### 7.3 Conclusões

Neste capítulo foi proposta uma estratégia de diagnóstico automático para falhas comuns (conhecidas) em dispositivos mecatrônicos. A utilização de modelos de ordem fracionária permite utilizar estruturas de modelo compacta, e mesmo assim identificar corretamente o sistema em estudo. Partindo de um modelo próximo ao sistema, é possível extrair índices de falha simples que sejam bons descritores do estado atual do dispositivo, tal como foi apresentado neste capítulo. Devido a este fato, conseguiu-se utilizar uma das técnicas de classificação mais simples apresentadas na literatura *kNN*, e inclusive utilizando sua forma mais simples, ou seja, utilizando-se somente 1 vizinho.

## 8 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Inicialmente, neste trabalho foram abordadas as técnicas de processamento do sinal mais comumente utilizadas para diagnosticar equipamentos na indústria, utilizando como base os sinais de vibração emitidos por dispositivos particulares. Essas técnicas foram agrupadas e classificadas considerando o domínio no qual os resultados são analisados, nominalmente, domínio no tempo, domínio na frequência e domínio no tempo/frequência.

Cada um deles apresenta características próprias que fazem de uma técnica desejável para ser utilizada em um dispositivo particular, entre as quais deve levar em consideração o nível de instrumentação do equipamento.

Por outro lado, levando em consideração os requisitos industriais, explora-se uma estratégia alternativa para obter o estado de um dispositivo, através de identificação do sistemas, baseando-se no fato que uma falha particular (comum) altera o funcionamento do sistema de uma forma conhecida, que também pode ser identificada, através de um modelo de poucos parâmetros. A estratégia proposta gera um índice de falhas não local em frequência que pode ser utilizado para diagnosticar um dispositivo em particular.

Considerando o estudo realizado nesta tese de doutoramento, apresenta-se a seguir as principais conclusões, além das perspectivas futuras de pesquisa que poderão ser realizadas a partir do trabalho desenvolvido.

### 8.1 Conclusões

Foram apresentados os principais conceitos básicos relacionados com técnicas de manutenção atualmente utilizadas na indústria, começando pelas técnicas corretivas até a manutenção baseada em condição, recomendada para equipamentos críticos que não devem parar por muito tempo no chão de fábrica. As estratégias corretivas e oportunas em relação as preven-

tivas são mais simples de serem implementadas, e possuem um custo menor em aplicações de curto prazo, já que o investimento na aquisição em equipamento especializado é relativamente baixo. Por outro lado, as estratégias baseadas em condição permitem diminuir o nível de especialização e aprendizagem do pessoal da área de manutenção, considerando que o processo de diagnóstico fica completamente assistido. Ao mesmo tempo, estas técnicas requerem menos investimentos no longo prazo, e ainda podem ser utilizadas como informação de entrada para um sistema de classificação automático de falhas. Também foram abordados os tipos de sinais tipicamente utilizados para análise e o tipo de processamento utilizado.

Também foram apresentadas as técnicas de processamento de sinais tipicamente empregadas na indústria para diagnóstico de falhas. Estas técnicas foram divididas em três grupos:

Domínio do tempo: São baseadas em valores estatísticos do sinal. No experimento de simulação, mostraram que utilizando-os como índices de falha podem por si mesmos diagnosticar algumas das falhas introduzidas no sistema. No entanto, quando foram aplicadas no caso da bancada experimental, os índices resultantes conformam espaços superpostos, isto é, dificilmente separáveis e portanto, as falhas introduzidas são difíceis de se diagnosticar somente a partir desta informação.

Domínio da frequência: Estas se baseiam na frequência de ocorrência de determinados eventos associados ao funcionamento do equipamento. Para a sua interpretação, técnicos especialistas na área de manutenção deverão possuir conhecimento a priori do funcionamento do dispositivo, tais como velocidade de funcionamento, frequências fundamentais esperadas, além de condições específicas deste tipo de técnicas como que os dados adquiridos sejam estatisticamente estáveis (não possuir transientes). Ao utilizar uma técnica mais elaborada, também deve-se ter conhecimento do caminho de transmissão percorrido pelos sinais que conformam as informações adquiridas pelos sensores.

Domínio tempo/frequência: Este tipo de estratégia permite analisar quando um sinal de falha acontece em um dispositivo. É um domínio útil quando se conhece o instante de tempo em que as diferentes peças entram em contato. No teste de simulação, estas técnicas conseguem isolar as falhas introduzidas, no entanto, a interpretação de cada uma das sub-bandas de frequência resultantes não é direta. Quando se utiliza uma estratégia como as wavelets, tem-se domínio da duração da janela e das sub-bandas de frequência geradas, mas a escolha da base de convolução pode dificultar a interpretabilidade dos resultados obtidos. Outra estratégia pode ser: utilizar uma estratégia que gere subbandas, mas que não dependa

de uma função base, como é o caso de EMD, no entanto, como não se tem domínio sobre bases e resolução utilizadas, as sub-bandas podem não ter um significado útil para diagnóstico. Finalmente, ao utilizar uma estratégia de alta resolução, tanto no domínio do tempo como da frequência, a quantidade de dados para serem analisados aumenta consideravelmente, exigindo de um nível de experiência muito alto para ser interpretado, tanto no uso da técnica (WVD), como no conhecimento do equipamento, como também as frequências que deverão ser excitadas e a intensidade das mesmas.

Abordagem por identificação de sistemas: Uma estratégia alternativa para diagnosticar dispositivos, é realizar uma identificação precisa de sua dinâmica. No entanto, nem sempre é possível utilizar conhecimento a priori de seu funcionamento interno, já que dificilmente os fabricantes fornecem esta informação. Ao invés disso, prefere-se identificar um modelo com poucos coeficientes que se comporte como o sistema para uma faixa restrita de frequência. Neste trabalho foi utilizada uma abordagem baseada no uso de cálculo de ordem fracionária, já que este tem demonstrado uma capacidade superior de aproximação e modelamento de sistemas complexos do que o cálculo através de ordem inteira. Assim, contamos com um modelo de poucos coeficientes que aproxima coerentemente o comportamento do dispositivo real. Isto permite formular um indicador simples do estado do equipamento, que incorpora informação de todo o espectro de frequência estudado.

Finalmente foi proposta uma estratégia de diagnóstico coerente com o protocolo OSA/CBM. Para isto, seleciona-se os tipos de sinais para serem utilizados como entrada e saída de um modelo de ordem fracionária (camada 1 e 2). Os sinais obtidos são filtrados com o objetivo de retirar as componentes aleatórias relacionadas com o ruído inerente ao sistema (camada 3). Com os sinais determinísticos, calcula-se um índice de falha, integrado pela informação do comportamento atual do sistema e um conjunto de modelos de poucos parâmetros relacionados com o sistema em condições de falha conhecida (camada 4). Finalmente, com os índices gerados, utiliza-se um algoritmo de classificação simples que diagnostica o estado do sistema (camada 5). A estratégia proposta tem mostrado grande precisão para o diagnóstico, como foi mostrado no capítulo 6. Isto se deve basicamente ao uso de uma estrutura de ordem fracionária como base do sistema de identificação, que permitiu utilizar uma estrutura canônica simples, e utilizando somente 3 coeficientes e 2 ordens foi capaz de aproximar suficientemente o comportamento do dispositivo para cada caso de falha estudado.

## 8.2 Perspectivas futuras

Como principal resultado desta tese, foi proposta uma estratégia de diagnóstico de falhas comuns de equipamentos baseando-se no uso de identificação de sistemas de ordem fracionária já que o mesmo, permite modelar de forma compacta comportamentos próprios de sistemas complexos com memória, interação de múltiplas componentes físicos entre outros, que dificilmente são modelados através de sistemas inteiros de baixa ordem.

Podemos considerar que a tendência para os próximos anos na área de manutenção apresenta um futuro promissor, com o desenvolvimento de outras estratégias de diagnóstico baseadas no uso de ferramentas do cálculo de ordem fracionária. Algumas propostas neste sentido são listadas a seguir:

Implementar a estratégia proposta em um sistema embarcado, de modo a permitir a avaliação da condição de funcionamento de um dispositivo particular em tempo real. Isto permite que os fabricantes forneçam o equipamento ao usuário com um sistema de diagnóstico embarcado no mesmo, permitindo, enviar alarmes sobre o estado do equipamento ao pessoal encarregado da manutenção, permitindo a planificação de ações de manutenção no momento de ocorrência de uma falha.

Integrar a estratégia proposta em uma rede de manutenção, na qual os estados da máquina fornecem modelos compactos, que permitam ser comparados com estados anteriores (signal retrieval), e realizar assim um recomendação de ação de manutenção a curto e médio prazos.

O desenvolvimento desta tese mostrou mais uma aplicação do cálculo de ordem fracionária na engenharia, onde uma área de pesquisa que o autor considera interessante para desenvolver é o estudo de um modelo compacto, que poderia não somente localizar a falha, como foi realizado neste trabalho, mas também avaliar a sua degradação, ainda em casos da ocorrência de falhas desconhecidas.

Até onde conhece-se, a literatura não se tem apresentado trabalhos sobre o uso de modelagem de ordem fracionária para a realização de modelos de prognóstico de falhas. O cálculo de ordem fracionária é uma ferramenta promissora para este tipo de modelagem, já que o comportamento do sistema depende do histórico de funcionamento do mesmo, do desgaste das peças, e quais delas já foram trocadas.



## Referências Bibliográficas

ADAMS, J. L.; HARTLEY, T. T.; LORENZO, C. F. Fractional-order system identification using complex order-distributions. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, The Institute of Engineering of Porto (ISEP), Portugal, v. 2, n. 1, July 2006.

AGRAWAL, O. P. A formulation and a numerical scheme for fractional optimal control problems. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, The Institute of Engineering of Porto (ISEP), Portugal, v. 2, n. 1, July 2006.

AHMAD, W. M.; EL-KHAZALI, R. Fractional-order dynamical models of love. *Chaos, Solitons & Fractals*, v. 33, n. 4, p. 1367 – 1375, 2007. ISSN 0960-0779. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TJ4-4JJ2BJJ-2/2/a98458fa166303b53f27c7360458ee91>>.

AHMED, E.; EL-SAKA, H. On fractional order models for hepatitis c. *Nonlinear Biomedical Physics*, v. 4, n. 1, p. 1, 2010. ISSN 1753-4631. Disponível em: <<http://www.nonlinearbiomedphys.com/content/4/1/1>>.

ALM, J. F.; WALKER, J. S. Time-frequency analysis of musical instruments. *SIAM REVIEW*, v. 44, n. 3, p. 457–476, 2002.

ANTONI, J. Fast computation of the kurtogram for the detection of transient faults. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 21, n. 1, p. 108 – 124, 2007. ISSN 0888-3270. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6WN1-4J55616-1/2/eb6abd27e8211b9d6b60cdea716fd6e7>>.

BALEANU, D.; I.MUSLIH, S. Nonconservative systems within fractional generalized derivatives. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, The Institute of Engineering of Porto (ISEP), Portugal, v. 2, n. 1, July 2006.

BARSZCZ, T. Decomposition of vibration signals into deterministic and nondeterministic components and its capabilities of fault detection and identification. *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, v. 19, p. 327–335, 2009.

BARSZCZ, T.; RANDALL, R. B. Application of spectral kurtosis for detection of a tooth crack in the planetary gear of a wind turbine. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 23, p. 1352–1365, 2009.

BAYDAR, N.; BALL, A. Detection of gear deterioration under varying load conditions by using the instantaneous power spectrum. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 14, n. 6, p. 907–921, 2000.

- BAYDAR, N.; BALL, A. Case history and comparative study of acoustic and vibration signals in detection of gear failures using Wigner-Ville distribution. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 15, n. 6, p. 1091–1107, 2001.
- BENCHELLAL, A.; POINOT, T.; TRIGEASSOU, J.-C. Fractional modelling and identification of a thermal process. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, The Institute of Engineering of Porto (ISEP), Portugal, v. 2, n. 1, July 2006.
- BENGTSSON, M.; OLSSON, E.; FUNK, P. Technical design of condition based maintenance system - a case study using sound analysis and case-based reasoning. *Proceedings of the Maintenance and reliability Conference*, 2004.
- BENGTSSON, M. et al. Technical design of condition based maintenance system -a case study using sound analysis and case-based reasoning. *8th International Conference of Maintenance and Reliability, Knoxville*, Knoxville, USA, June 2004. Disponível em: <[http://www.idp.mdh.se/forskning/amnen/produktprocess/projekt/cbm/publikationer/bengtsson\\_m\\_technicaldesignofcbmsystems.pdf](http://www.idp.mdh.se/forskning/amnen/produktprocess/projekt/cbm/publikationer/bengtsson_m_technicaldesignofcbmsystems.pdf)>.
- BENOIT-MARAND, F. et al. Identification of non linear fractional systems using continuous time neural networks. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, The Institute of Engineering of Porto (ISEP), Portugal, v. 2, n. 1, July 2006.
- BOHANNAN, G. W. Analog fractional order controller in temperature and motor control applications. *Journal of Vibration and Control*, v. 14, n. 9-10, p. 1487–1498, September/October 2008.
- BONALDI, E.; OLIVEIRA, L. E. L.; SILVA, J. G. B. Análise e identificação de falhas em motores de indução trifásicos através da técnica de análise da assinatura elétrica. *23º Congresso Brasileiro de Manutenção*, v. 23, 2008.
- BORGET, B.; HEALY, M. J.; TURKEY, J. W. The quefrency analysis of time series for echoes: cepstrum pseudoautocovariance, crosscepstrum and sample craking. In: \_\_\_\_\_. [S.l.]: M. Rosenbla, 1963. cap. 15, p. 209–243.
- BOSA, J. L. *Sistema Embarcado Para a Manutenção Inteligente de Atuadores Elétricos*. 163 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Feredal do Rio Grande do Sul, 2009.
- BYINGTON, C.; ROEMER, M.; GALIE, T. Prognostic enhancements to diagnostic systems for improved condition-based maintenance [military aircraft]. In: *Aerospace Conference Proceedings, 2002. IEEE*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 6, p. 6–2815–6–2824 vol.6.
- CADICK, P. J. *CONDITION BASED MAINTENANCE . . . How to get started. . .*. Cadick Corporation, 1999.
- CAFAGNA, D. Fractional calculus: A mathematical tool from the past for present engineers. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, v. 101, p. 35–40, 2007.

- CAO, J.-Y.; LIANG, J.; CAO, B.-G. Optimization of fractional order pid controllers based on genetic algorithms. *Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, p. 5686–5689, 2005.
- CAPONETTO, R.; PORTO, D. Analog implementation of non integer order integrator via field programmable analog array. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, The Institute of Engineering of Porto (ISEP), Portugal, v. 2, n. 1, July 2006.
- CERVERA, J.; BAÑOS, A. Automatic loop shaping in qtf using crone structures. *Journal of Vibration and Control*, v. 14, n. 9-10, p. 1513–1530, September/October 2008.
- CHEN, J.; CHEN, J.; ZHANG, X. Mtbf-oriented prediction model for airborne equipment reliability based on som\*. *Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Chongqing, China, June 2008.
- CHEN, Y. Ubiquitous fractional order controls? *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, The Institute of Engineering of Porto (ISEP), Portugal, v. 2, n. 1, July 2006.
- CHILDERS, D.; SKINNER, D.; KEMERAIT, R. The cepstrum: A guide to processing. *Proceedings of the IEEE*, v. 65, n. 10, p. 1428–1443, October 1977.
- CHOY, F. K.; MUGLER, D. H.; ZHOUI, J. Damage identification of a gear transmission using vibration signatures. *Transactions of the ASME*, v. 125, p. 394–403, June 2003.
- CHOY, F. K. et al. Analysis of the effects of surface pitting and wear on the vibration of a gear transmission system. *Tribology International*, v. 29, n. 1, p. 71–83, 1996.
- COVER, T.; HART, P. Nearest neighbor pattern classification. *Information Theory, IEEE Transactions on*, v. 13, n. 1, p. 21 – 27, January 1967. ISSN 0018-9448.
- DAI, J. et al. Machinery vibration signals analysis and monitoring for fault diagnosis and process control. *ICIC*, p. 696–703, 2008.
- DEBNATH, L. Recent applications of fractional calculus to science and engineering. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, v. 2003, n. 54, p. 3413–3442, 2003.
- DJOUAMBI, A.; CHAREF, A.; BESANÇON, A. V. Approximation and synthesis of non integer order systems. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, The Institute of Engineering of Porto (ISEP), Portugal, v. 2, n. 1, July 2006.
- DJURDJANOVIC, D.; LEE, J.; NI, J. Watchdog agent—an infotronics-based prognostics approach for product performance degradation assessment and prediction. *Advanced Engineering Informatics*, v. 17, n. 3-4, p. 109 – 125, 2003. ISSN 1474-0346. Intelligent Maintenance Systems. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6X1X-4DH1KPY-2/2/7fd9ad91c736d29503fd18ba4af7b358>>.

- DONG, Y. et al. Applying pca to establish artificial neural network for condition prediction on equipment in power plant. *Proceedings of the 5m World Congress on Intelligent Control and Automation*, Hangzhou, P.R. China, p. 1715–1719, June 2004.
- DORCAK, L. et al. Fractional-order state space models. *International Carpathian Control Conference*, p. 193–198, 2002.
- DUARTE, F. B. M.; MACHADO, J. A. T. Fractional dynamics in the describing function analysis of nonlinear friction. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, The Institute of Engineering of Porto (ISEP), Portugal, v. 2, n. 1, July 2006.
- DUVAR, A.; ELDEM, V.; SARAVANAN, N. A system identification approach for failure diagnosis and detection. *Proceedings of the IEEE International Workshop on Intelligent Motion Control*, p. 61–64, 1990. Disponível em: <[http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs\\_all.jsp?arnumber=687296](http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs_all.jsp?arnumber=687296)>.
- EFTEKHARNEJAD, B.; MBA, D. Seeded fault detection on helical gears with acoustic emission. *Applied Acoustics*, v. 70, p. 547–555, 2009.
- ENDRENYI, J. et al. The present status of maintenance strategies and the impact of maintenance on reliability. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 4, p. 638–646, nov 2001. ISSN 0885-8950.
- ESPÍNDOLA, J. J. D.; BAVASTRI, C. A.; LOPES, E. M. D. O. Design of optimum systems of viscoelastic vibration absorbers for a given material based on the fractional calculus model. *Journal of Vibration and Control*, v. 14, p. 1607–1630, October 2008.
- ESPÍNDOLA, J. J. D.; SILVA, J. da; LOPES, E. M. de O. A generalised fractional derivative approach to viscoelastic material properties measurement. *Applied Mathematics and Computation* 164, n. 164, p. 493–506, 2005.
- FORRESTER, B. D. *Advanced Vibration Analysis Techniques for Fault Detection and Diagnosis in Geared Transmission Systems*. 303 p. Tese (Doutorado) — Swinburne University of Technology, Australia, 1996.
- FUNK, P.; JACKSON, M. Experience based diagnosis and condition based maintenance within production systems. *International Congress and Exhibition on Condition Monitoring and Diagnostic Engineering Management*, v. 18, 2005. Disponível em: <[www.mrtc.mdh.se/publications/0968.pdf](http://www.mrtc.mdh.se/publications/0968.pdf)>.
- GIAGOPULOS, D.; SALPISTIS, C.; NATSIAVAS, S. Effect of non-linearities in the identification and fault detection of gear-pair systems. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 41, v. 41, p. 113–230, July 2006.
- GILABERT, E.; ARNAIZ, A. Intelligent automation systems for predictive maintenance: A case study. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, v. 22, p. 543–549, 2006.

- GONÇALVES, L. F. *Desenvolvimento de um sistema de manutenção inteligente embarcado*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, abril 2011.
- GONZÁLEZ, P. S.; FIGUEROA, C.; IRIBARREN, M. Análisis dinámico de máquinas utilizando la distribución de wigner-ville. *Mecánica computacional*, Tucumán, v. 16, September 1996.
- GROBA, C. et al. Architecture of a predictive maintenance framework. *Computer Information Systems and Industrial Management Applications, International Conference on*, IEEE Computer Society, Los Alamitos, CA, USA, v. 0, p. 59–64, 2007.
- HABA, T. C. et al. Influence of the electrical parameters on the input impedance of a fractal structure realised on silicon. *Chaos, Solitons and Fractals*, v. 24, p. 479–490, 2005.
- HALIM, E. B. et al. Time domain averaging across all scales: A novel method for detection of gearbox faults. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 22, p. 261–278, August 2008.
- HARTLEY, T. T.; LORENZO, C. F. Fractional-order system identification based on continuous order-distributions. *Signal Processing*, v. 83, p. 2287–2300, 2003.
- HASHEMIAN, H. M. State-of-the-art predictive maintenance techniques. *IEEE Transactions on instrumentation and measurement IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT, VOL. 60, NO. 1, JANUARY 2011*, v. 60, n. 1, p. 226 – 236, 2011.
- HEYMANS, N. Dynamic measurements in long-memory materials: Fractional calculus evaluation of approach to steady state. *Journal of Vibration and Control*, v. 14, p. 1587–1596, 2008.
- HOCENSKI, b.; KESER, T. Failure detection and isolation in ceramic tile edges based on contour descriptor analysis. *Mediterranean conference on control and automation*, 2007.
- HUANG, N. E. et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *The Royal Society*, November, v. 454, p. 903–995, 1998.
- JAYASWAL, P.; WADHWANI, A. K.; MULCHANDANI, K. B. Machine fault signature analysis. *International Journal of Rotating Machinery*, 2008.
- JESUS, I. S.; MACHADO, J. A. T.; CUNHA, J. B. Fractional electrical dynamics in fruits and vegetables. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, The Institute of Engineering of Porto (ISEP), Portugal, v. 2, n. 1, July 2006.
- JOHN, P.; DIMITRIS, M. *Tratamiento Digital de Señales*. [S.l.]: Prentice-Hall, 1998.
- KANTARDZIC, M. *Data Mining Concepts, Models, Methods, and Algorithms*. [S.l.]: IEEE, 2003.

- KAR, C.; MOHANTY, A. Monitoring gear vibrations through motor current signature analysis and wavelet transform. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 20, p. 158–187, September 2006.
- KNIGHT, P.; COOK, J.; AZZAM, H. Intelligent management of helicopter health and usage management systems data. *Proc. IMechE Part G: J. Aerospace Engineering*, v. 129, p. 507, September 2005.
- KRISHNA, B. T.; REDDY, K. V. V. S. Active and passive realization of fractance device of order  $1/2$ . *Active and Passive Electronic Components*, v. 2008, 2008. Disponível em: <<http://www.hindawi.com/journals/apec/2008/369421.html>>.
- LAGARIAS, J. C. et al. Convergence properties of the nelder-mead simplex method in low dimensions. *SIAM Journal of Optimization*, v. 9, n. 1, p. 112–147.
- LEBOLD, M. et al. Review of vibration analysis methods for gearbox diagnostics and prognostics. *Proceedings of the 54th Meeting of the Society for Machinery Failure Prevention Technology*, Virginia Beach, p. 623–634, May 2000.
- LIMA, M. F. M.; MACHADO, J. A. T.; CRISÓSTOMO, M. Experimental signal analysis of robot impacts in a fractional calculus perspective. *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, v. 11, n. 9, p. 1079–1085, 2007.
- LIN, J.; ZUO, M. J. Gearbox fault diagnosis using adaptive wavelet filter. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 17, n. 6, p. 1259–1269, June 2003.
- LIU, B.; MAKIS, V. Gearbox failure diagnosis based on vector autoregressive modelling of vibration data and dynamic principal component analysis. *IMA Journal of Management Mathematics Advance*, v. 19, n. 1, p. 39–50, January 2008.
- LIU, B.; RIEMENSCHNEIDERA, S.; XU, Y. Gearbox fault diagnosis using empirical mode decomposition and Hilbert spectrum. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 20, p. 718–734, 2006.
- LIU, J.; SIN, D. Evaluating case-based reasoning and evolution strategies for machine maintenance. In: *Systems, Man, and Cybernetics, 1999. IEEE SMC '99 Conference Proceedings. 1999 IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 1999. v. 2, p. 480–485 vol.2.
- LIU, M.; FRANGOPOL, D. M. Optimal bridge maintenance planning based on probabilistic performance prediction. *Engineering Structures*, v. 24, p. 991–1002, 2004.
- LIU, Z. A novel time-frequency analysis method for mechanical failure detection. *2006 International Conference on Hybrid Information Technology (ICHIT'06)*, 2006.
- LJUNG, L. *System identification, theory for de user*. University of Linköping: Prentice Hall, 1987.
- LOUTAS, T. H. et al. A novel approach for continuous acoustic emission monitoring on rotating machinery without the use of slip ring. *Journal of Vibration and Acoustics*, v. 130, 2008.

- LOUTRIDIS, S. Damage detection in gear systems using empirical mode decomposition. *Engineering Structures*, v. 26, p. 1833–1841, July 2004.
- LTD., C. I. *Beginner's Guide to Machine Vibration*. [S.l.], 2006.
- LUNG, B.; MOREL, G.; LÉGER, J. Proactive maintenance strategy for harbour crane operation improvement. *Robotica*, United Kingdom, v. 21, p. 313–324, 2003.
- MA, C.; HORI, Y. Fractional order control and its application of  $\text{pi}^\alpha\text{d}$  controller for robust two-inertia speed control. *The 4th International Power Electronics and Motion Control Conference IPEMC 2004.*, v. 3, p. 1477–1482, August 2004.
- MA, J.; LI, C. J. Gear defect detection through model-based wideband demodulation of vibrations. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 10, n. 5, p. 653–665, 1996.
- MACHADO, J. A. T. A probabilistic interpretation of the fractional-order differentiation. *Fractional Calculus and applied Analysis*, v. 6, p. 73–80, 2003.
- MAGIN, R.; OVADIA, M. Modeling the cardiac tissue electrode interface using fractional calculus. *Journal of Vibration and Control*, v. 14, n. 9-10, p. 1431–1442, 2008.
- MAGIN, R. L.; OVADIA, M. Modeling the cardiac tissue electrode interface using fractional calculus. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, The Institute of Engineering of Porto (ISEP), Portugal, v. 2, n. 1, July 2006.
- MAINARDI, F. *Fractional Calculus and Waves in Linear Viscoelasticity*. [S.l.]: Imperial College Press, 2009.
- MALLAT, S. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. 1. ed. [S.l.]: ElsevierDirect, 1999. 832 p.
- MARÇAL, R. F. *Um método para detectar falhas incipientes em máquinas rotativas baseado em análise de vibração e lógica Fuzzy*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2000. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/1969>>.
- MARQUARDT, D. W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *J. Soc. Ind. Appl Math*, v. 11, p. 431–441, 1963.
- MARSEGUERRA, M.; ZIO, E.; PODOFILLINI, L. Condition-based maintenance optimization by means of genetic algorithms and monte carlo simulation. *Reliability Engineering and System Safety*, v. 77, p. 151–166, 2002.
- MCFADDEN, P. D. Detection of gear faults by decomposition of matched differences of vibration signals. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 14, n. 5, p. 805–817, May 2000.
- MITCHELL, J. S. From vibration measurements to condition based maintenance. *Sound and Vibration*, San Juan Capistrano, California, p. 62–75, January 2007.
- MIYAZIMA, S.; OOTA, Y.; HASEGAWA, Y. Fractality of a modified Cantor set and modified Koch curve. *Physica*, A, n. 233, p. 879–883, 1996.

- MORCOUS, G.; LOUNIS, Z. Maintenance optimization of infrastructure networks using genetic algorithms. *Automation in Construction*, v. 14, p. 129–142, 2005.
- MOSHREFI-TORBATY, M.; HAMMOND, J. Physical and geometrical interpretation of fractional operators. *Journal of Franklin Institute*, v. 335B, p. 1077–1086, 1998.
- NAHRATH, T.; BAUER, B.; SEELIGER, A. Vibration monitoring at unstable speeds. *COMADEN 99*, 1999. Disponível em: <[www.ibh.rwth-aachen.de/ibh/publikationen/fachartikel/comnah99.pdf](http://www.ibh.rwth-aachen.de/ibh/publikationen/fachartikel/comnah99.pdf)>.
- NUNES, E. L. *Manutenção Centrada em Confiabilidade (MCC) - Análise da Implatação em uma Sistemática de Manutenção preventiva Consolidada*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.
- OH, S.; HORI, Y. Realization of fractional order impedance by feedback control. *The 33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON)*, p. 299–294, 2007.
- OLDHAM, K. B.; SPANIER, J. *The Fractional Calculus: Theory and Applications of Differentiation and Integration to Arbitrary Order*. New York: Dover Publication, 2006.
- ORTIGUEIRA, M.; MACHADO, J. T.; COSTA, J. S. da. Which differintegration? *IEE Proceedings online no. 20045049*, p. 846–850, 2005.
- OUSTALOUP, A.; SABATIER, J.; MOREAU, X. From fractal robustness to the crone approach. *Proceedings of Fractional differential systems: Models, methods and applications*, v. 5, p. 177–192, 1998.
- OUSTALOUP, A.; SABATIER, J.; MOREAU, X. From fractal robustness to the crone approach. *Fractional differential systems: Models, methods and applications*, v. 5, p. 177–192, 1998.
- PANDA, R.; DASH, M. Fractional generalized splines and signal processing. *Signal Process.*, Elsevier North-Holland, Inc., Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, v. 86, n. 9, p. 2340–2350, 2006. ISSN 0165-1684.
- PENG, Z.; KESSISSOGLU, N. An integrated approach to fault diagnosis of machinery using wear debris and vibration analysis. *Wear*, v. 255, p. 1221–1232, 2003.
- PETRAS, I. A note on the fractional-order cellular neural networks. *2006 International Joint Conference on Neural Networks*, Sheraton Vancouver Wall Centre Hotel, Vancouver, BC, Canada, p. 1021–1024, July 2006.
- PODLUBNY, I. *The Laplace Transform Method for Linear Differential Equations of the Fractional Order*. Slovak Academy of Sciences Institute of Experimental Physics, 1994.
- PODLUBNY, I. Geometric and physical interpretation of fractional integration and fractional differentiation. *Fractional Calculus and Applied Analysis*, v. 5, n. 4, p. 367–386, 2002.



- PODLUBNY, I. et al. Analogue realizations of fractional-order controllers. *Nonlinear Dynamics*, v. 29, p. 281–296, 2002.
- POINOT, T.; TRIGEASSOU, J.-C. A method for modelling and simulation of fractional systems. *Signal Processing*, v. 83, p. 2319–2333, 2003.
- PU, Y. et al. A recursive two-circuits series analog fractance circuit for any order fractional calculus. *Proceedings of the SPIE ICO20: Optical Information Processing*, v. 6027, p. 509–519, 2006.
- RAJAGOPALAN, S. et al. Current/voltage-based detection of faults in gears coupled to electric motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 42, p. 1412–1420, December 2006.
- RANDALL, R. Detection and diagnosis of incipient bearing failure in helicopter gearboxes. *Engineering Failure Analysis*, v. 11, p. 177–190, 2004.
- RANDALL, R. B.; KJAER, B. .; DENMARK, N. Vibration signature analysis - techniques and instrument systems. *Noise, shock and vibration Conference*, Melbourne - Australia, May 1974.
- RAO, S. S. *Vibrações Mecânicas*. [S.l.: s.n.], 2008.
- ROCCO, A.; WEST, B. Fractional calculus and the evolution of fractal phenomena. *Physica A*, v. 265, p. 535–546, 1999.
- ROFE, S. *Signal Processing Method for Gearbox Fault Detection*. [S.l.], 1997. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/1947/3905>>.
- ROSÁRIO, J. M.; ARRUDA, J. R. de F. Avaliação da qualidade de redutores pela análise de vibrações. *Anais do Seminário Fabricação e Manutenção de Engrenagens*, 1983.
- ROSARIO, J. M.; DUMUR, D.; MACHADO, J. A. T. Analysis of fractional - order robot axis dynamics. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, The Institute of Engineering of Porto (ISEP), Portugal, v. 2, n. 1, July 2006.
- SADATI, N. Optimum design of fractional order pid for mimo and siso systems using particle swarm optimization techniques. *Proceedings of International Conference on Mechatronics*, p. 1–5, 2007.
- SHIKARI, B.; SADIWALA, C. *Automation In Condition Based Maintenance Using Vibration Analysis*. Dept. Of Mechanical Engineering. Maulana Azad National Institute Of Technology Bhopal, India, 2004.
- SOMMACAL, L. et al. Fractional multi-models of the frog gastrocnemius muscle. *Journal of Vibration and Control*, v. 14, n. 9-10, p. 1415–1430, September/October 2008.
- SOUZA, R. de Q. *Metodologia e desenvolvimento de um sistema de manutenção preditiva visando à melhoria da confiabilidade de ativos de usinas Hidrelétricas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, 2008.

- STANISLAVSKY, A. Memory effects and macroscopic manifestation of randomness. *Phys Rev*, E61, p. 4752–4759, 2000. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.61.4752>>.
- SU, Y.-C. et al. Design and implementation of an intelligent prognostics system. *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering*, Edmonton, Canada,, p. 273–278, August 2005.
- SUN, Q. et al. Pattern recognition for automatic machinery fault diagnosis. *Journal of vibration and acoustics*, v. 126, p. 307–316, 2004.
- TORVIK, P.; BAGLEY, R. On the appearance of the fractional derivative in the behaviour of real materials. *ASME Journal of Applied Mechanics June 1984.*, v. 51, p. 294–298, June 1984.
- TSANG, A. H. C. Condition-based maintenance tools and decision making. *Journal of Quality in Maintenance Engineering.*, v. 1, n. 3, p. 3–17, 1995.
- VANIA, A.; PENNACCHI, P. Experimental and theoretical application of fault identification measures of accuracy in rotating machine diagnostics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 18, p. 329–352, 2004.
- VINAGRE, B.; FELI6, V.; FELIU, J. Frequency domain identification of a flexible structure with piezoelectric actuators using irrational transfer function models. *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision & Control*, Tampa, Florida USA, v. 17, n. 20, p. 1278–1280, December 1998.
- VINAGRE, B. M. Optimal fractional controllers for rational order systems: A special case of the wiener-hopf spectral factorization method. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007.
- WANG, D.; WANG, X.; HAN, P. Identification of thermal process using fractional-order transfer function based on intelligent optimization. *IEEE/ASME International Conference on Mechatronics and Embedded Systems and Applications (MESA)*, p. 498 – 503, 2010.
- WIREMAN, T. World class maintenance management. *Industrial Press*, New York, 1990.
- WIRSCHING, P. et al. Cost/benefit-based inspections: The inspection, maintenance and repair process for fixed offshore structures. *Marine Structural Inspection, Maintenance and Monitoring Symposium*, Arlington, Virginia, March 1991.
- WOODWARD, R. T.; WUI, Y.-S.; GRIFFIN, W. L. Living with the curse of dimensionality: Closed-loop optimization in a large-scale fisheries simulation model. *American Journal of Agricultural Economics*, v. 87, n. 1, p. 48–60, 2005.
- XUE, D.; CHEN, Y. A comparative introduction of four fractional order controllers. *Proceedings of the 4 World Congress on Intelligent Control and Automation*, p. 3228–3235, 2002.

- XUE, D.; ZHAO, C.; CHEN, Y. Fractional order pid control of a dc-motor with elastic shaft: A case study. *Proceedings of the 2006 American Control Conference*, p. 3182–3187, 2006.
- XUE, D.; ZHAO, C.; CHEN, Y. A modified approximation method of fractional order system. *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, p. 1043–1048, 2006.
- YAM, R. C. M. et al. Intelligent predictive decision support system for condition-based maintenance. *The International Journal of Advance Manufacturing Technology*, London, v. 17, p. 383–391, 2001.
- YANG, Z.-Z.; ZHOU, J.-L. An improved design for the iir-type digital fractional order differential filter. *2008 International Seminar on Future BioMedical Information Engineering*, Wuhan, Hubei, China, December 18 2008.
- YESILYURT, I. Fault detection and location in gears by the smoothed instantaneous power spectrum distribution. *NDT & E International*, v. 36, p. 535–542, 2003.
- YESILYURT, I. The application of the conditional moments analysis to gearbox fault detection—a comparative study using the spectrogram and scalogram. *NDT & E International*, v. 37, p. 309–320, 2004.
- YU, D.; YANG, Y.; CHENG, J. Application of time-frequency entropy method based on Hilbert-Huang transform to gear fault diagnosis. *Measurement* 40, v. 40, p. 823–830, 2007.
- YUAN, X.; CAI, L. Gearbox diagnosis using a modified Fourier series. In: *Advanced Intelligent Mechatronics, 2003. AIM 2003. Proceedings. 2003 IEEE/ASME International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 1, p. 193 – 198 vol.1.
- YUAN, X.; CAI, L. Variable amplitude fourier series with its application in gearbox diagnosis—part i: Principle and simulation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 19, p. 1055–1066, 2005.
- ZAREMBA, S. M. *Dynamical Signatures of Gearbox Vibration*. Tese (Doutorado) — California Institute of Technology, 1997.
- ZEMAN, V.; BYRTUS, M. Mathematical modelling of gearbox nonlinear vibration. *Twelfth world congress in mechanism and machine science*, Besançon - France, June 2007. Disponível em: <[http://130.15.85.212/proceedings/proceedings\\_WorldCongress/WorldCongress07/articles/gt.htm](http://130.15.85.212/proceedings/proceedings_WorldCongress/WorldCongress07/articles/gt.htm)>.
- ZENG, Q.-S.; CAO, G.-Y.; ZHU, X.-J. The effect of the fractional-order controllers orders variation on the fractional-order control systems. *Proceedings of the first international conference on machine learning and cybernetics*, p. 367–372, 2002.
- ZENG, S. W. Discussion on maintenance strategy, policy and corresponding maintenance systems in manufacturing. *Reliability Engineering and System Safety*, p. 151–162, 1997.

ZHAO, J.; LIU, L. X. L. Equipment fault forecasting based on arma model. *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, Harbin, China, August 2007.

# ANEXO A – Trabalhos Publicados

## Relacionados com a Tese

- Ricardo E. Gutiérrez, João M. Rosário, José A. Tenreiro Machado, “A Fractional Order Identification of a Mechanical Transmission with Known Failures”. **aceito em** FSS 2011 - Symposium on Fractional Signals and Systems, Portugal, 2011.
- Ricardo E. Gutiérrez, João M. Rosário, José A. Tenreiro Machado, “Intelligent maintenance of linear systems: A fractional order identification approach”. *Mathematical Methods in Engineering*, p. 454 - 463. ISBN 978-989-83331-11-3, Portugal, 2010.
- Ricardo E. Gutiérrez, João M. Rosário, José A. Tenreiro Machado, “Fractional Order Calculus: Basic Concepts and Engineering Applications”, *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2010, Article ID 375858, 19 pages, 2010. doi:10.1155/2010/375858. (JCR Impact Factor: 0.545).
- Ricardo E. Gutiérrez, João M. Rosário, José A. Tenreiro Machado, “Intelligent maintenance in complex systems: a fractional order approach”, Maio 6 - 7 2010. Brasil, Evento: ROBOCONTROL’ 10. ISSN 1981-8602.
- Ricardo E. Gutiérrez, João M. Rosário, José A. Tenreiro Machado, “Fault detection in spur pair gear transmission”, Em: Brazil 2008, Evento: ROBOCONTROL’08. ISSN 1981-8602.

# A Fractional Order Identification of a Mechanical Transmission System with Known Failures

R. Gutiérrez<sup>1</sup>, J. M. Rosário<sup>1</sup>, and J. A. Tenreiro Machado<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Mechanical Design,  
Campinas State University, Campinas, Brazil  
{rgutic,rosario}@fem.unicamp.br

<sup>2</sup>Department of Electrical Engineering,  
Polytechnic Institute of Porto, Oporto, Portugal  
jtm@isep.ipp.pt

**Abstract** — *To compete in the global market the manufacturers must introduce new high quality products in short time. This ideal requires a fast evaluation of new products and the guarantee of availability of the critical machines in a production line, typically by reducing the maintenance shut-downs. Roughly, the diagnosis' process consist in comparing the machine's actual behavior with the known one under a specific (common) failure, namely monitoring any change of its dynamics. Unfortunately, the manufacturers rarely supply any dynamical model and consequently it is identified using naive transfer function structures of integer order. In this respect, we evaluate an integer second order model and a similar structure of a fractional one to identify a system under different types of failures. The fractional order model outperforms the integer one, suggesting that it represents better the machine condition when using compact equations.*

## 1 Introduction

For competing in the global market industries must introduce high quality products and have agile fabrication [1]. This ideal just may be approached by ensuring that the production line is fully available at any time [2]. Unfortunately this is not always possible as the machines get wear and fails, or must shut-down during a prograded maintenance task, reducing its availability. In the other hand, the quality of the new merchandise must be quickly evaluated before being introduced in the market. In both cases, the maintenance/quality inspection must be done in short time in order to avoid increasing the production time. Therefore, a competitive factory requires a fast and accurately quality inspection technique that involves short training time and a simple interpretation by the maintenance personal.

The classical approach to supervise condition in rotatory machines is the signature inspection technique. It consist of a frequency analysis of the vibratory/acoustic signal emitted by the device [3, 4, 5, 6]. Typically this strategy needs trained technicians with

a high knowledge of the machine operation: frequency of movement of each piece, expected harmonics in the vibratory/acoustic signal, among others [7, 8]. Another strategy mentioned in the literature uses multiresolution analysis, that is to say, a good localization of a failure signal both in time and frequency. However, that approach implies considerable additional data, that are typically complex to analyze, and consequently, requires very specialized workers [9, 10]. Finally, another strategy is based in the model identification of the machine [11, 12, 13]. In that approach, it is possible to locate failures by interpreting the different parameters of the model. Nevertheless, building accurate models is not always possible due to the non-linearities within and the inherent complexity of many systems. Furthermore, the maintenance team may not know perfectly the dynamics of each machine in the product line. Alternately, a dynamical system with only a few parameters is sometimes a valid approach to handling the real machine in a limited frequency range [14]. The more accurate the model that represent the actual state, better is the diagnosis associated with it [15].

Unfortunately a low Integer Order Model (*IOM*) hardly captures high order dynamics resulting of the complex interaction of several pieces within the machine. In contrast, the literature reports that the Fractional Order Models (*FOM*) deal with complex systems of high order dynamics using a few parameters as shown in [16, 17, 18, 19].

In this work, we test the *FOM*'s ability to accurately represents the data acquired from a system with several known failures and compares the fitting accuracy with an *IOM*.

Bearing this ideas in mind, the article is organized as follows. Section 2 introduces the fundamentals of our method and the methodology used to evaluate it. Section 3 presents the experimental case of study. Section 4 discusses the major results of identification based on data taken form a real device. Finally, section 5 outlines the main conclusions.

## 2 Methods

Nowadays, manufacturer's recommendations guide the frequency of maintenance over a particular machine with the aim of preventing damages on the machine due to well known failures [20, 21, 22]. However, periodic maintenance is a low efficient strategy, because the action may be programed unnecessarily early, or so rarely that the failures appear before a programed maintenance action [23]. Consequently, in the literature it is proposed an alternative kind of strategy in which the machine is subjected to a maintenance action just when it is necessary. To achieves this ideal, the maintenance experts monitor a set of signals looking for anomalies corresponding to a failure signature, that is, a change in the machine behavior [24, 25]. Unfortunately, this is a task that requires a considerable experience of high qualified technicians.

It is well accepted that a change in the system dynamics explains deterministic changes in any signal taken from the machine. Hence, an intuitive alternative is to compare a dynamical model, obtained from the machine in a normal operation point, with the current behavior. Although, obtaining accurate models is not a simple task, because the machines components interact in a complex manner (memory effects, non-linear behavior, among others) and lead to in a high order model that is difficult to identify. A common solution is to suppose that the entire system obeys a simple model, namely a second order model, disregarding other effects. This scheme simplifies the identification task but penalizes the model accuracy.

It is presently known that fractional order models capture dynamical behaviors that the integer ones overlook. In fact this is, due to the generality that gives an arbitrary order by reducing or expanding the amount of memory and complexness related to each fractional coefficient. Consequently, this type of models not only represent complex behaviors with compact equations, but also reduces the identification effort.

## 2.1 Fractional Order Model

A *FOM* is defined by set of differential equations of arbitrary order. A *FOM* allows the Bode representation of systems with decaying/rising slopes different to  $20dB$  per decade which is typical in systems with multiples interactions [26, 27]. In the Laplace space, the fractional order equations have a similar handling as the integer one. Formally, being  ${}_0D_t^\alpha$  the differential  $\alpha$ -order operator actuating between 0 and  $t$ , and  $F$  the Laplace's transform of the function  $f$ , the Laplace's transform of a fractional order derivative is defined as [28]:

$$\mathcal{L}\{{}_0D_t^\alpha\} = s^\alpha F(s) - \sum_{j=0}^{n-1} s^j [{}_0D^{\alpha-j-1} f(0)], \quad n-1 < \alpha < n, \quad n \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

Note that this representation follows the Laplace's transform of the integer order derivative if  $\alpha \in \mathbb{Z}^+$ .

By extension, a linear invariant fractional order model is defined as:

$$G(s) = \frac{\sum_{i=0}^N a_i s^{\alpha_i}}{\sum_{j=0}^M b_j s^{\beta_j}}, \quad \{a_i, b_j\} \in \mathfrak{R}, \quad \{\alpha_i, \beta_j\} \in \mathfrak{R}^+ \quad (2)$$

## 2.2 Identification Algorithm

In case of system identification, it is necessary to follow four sequential steps [14]:

- To obtain and pre-process the data, this typically comes from several sensors located strategically in the machine of interest. It is necessary to filter the data as it maybe contaminated with noise from the sensors, the environment and the digital acquisition.
- To suppose a model structure: it is a common practice to use physical knowledge about the system, but it is not always possible, because the manufacturer rarely shares this kind of information. In those cases it is common to suppose a system with compact representation as the second order ones and to test how well it fits the data.
- To identify the parameters of the model. It is common to use a set of data to find the best set of parameters that explain the data.
- To validate the model by comparing it to a set of data that was not used to find the model's parameters.

Accordingly, system identification can be seen as a minimization of the error between the data and the proposed model or, by other words, to, find the best parameter vector



$\vec{p}$  that minimizes an objective function of error  $f_e$  between actual system  $G_a(s)$  and the model  $G_m(\vec{p}, s)$ :

$$f_e(\vec{p}) = |G_a(s) - G_m(\vec{p}, s)| \quad (3)$$

Many alternatives can be applied to minimize the Eq. 3 without losing generality. Specifically, in this work we use the *simplex search* [29], that consists of an iterative algorithm that looks for a candidate point by computing the centroid of three initial test points. It is checked if the centroid is a better candidate than any of the test points. Then, it replace the worst point of the initial set. The algorithm executes again until get a convergence point or after a number of iteration specified by the user.

### 3 Case of Study

We propose simple mechanical transmission as experimental setup, because its ubiquity in rotatory machines. Using it we compare the fitting ability of *IOM* and *FOM* in systems with known failure. The experiment consist in a permanent magnet DC motor as a torque input to a four stage gearbox composed by four spur gears of nine teeth each. Figure 1 shows a detail of the transmission. The input signal is taken from an accelerometer located at the output of the gearbox, sensing the vibration due to a given failure. In the other hand, this anomalous vibration must change the motor current signature. Therefore, it corresponds to the output system signal and it is sensed by a resistance in series with the motor circuit. As it is impossible to acquire the failure signature directly in its source, the signal is modulated by the transmission path, it is, the physical pathway that the wave related to the failure travel across from the its source until a sensor. As an instance, the Figure 2 introduce the transmission path between a failure located at the gear 4 and the accelerometer (vibration sensor) and the resistance (motor's current sensor). In this configuration, we acquired the vibration on the output bushing and motor motor-current signals using and acquisition toolkit compatible with Labview<sup>®</sup>. In this work we analyze four possible cases of failure:

**Case 1. Normal condition.** The system does not present any failure and it is working in the normal conditions.

**Case 2. A tooth broken in the gear 2.** The second gear does not have one of the nine teeth. The vibration signal, related to the failure, travels through the gears 2, 3 and 4 to be sensed by the accelerometer. Hence, it is the test failure that less affects the accelerometer measurement. On the other hand, the signal signature makes a shorter travel passing by the gears 1 and 2 and the motor circuit affecting the current applied.

**Case 3. A tooth broken in the gear 3.** The pattern of the vibration signal related to a failure in the gear 3 is modulated by the gear 3 and 4 (transmission path to the accelerometer). The failure signal that affects the motor's current travels through the gears 1, 2, 3 and the motor's circuit.

**Case 4. A tooth broken in the gear 4.** In the absence of a tooth in the gear 4, the transmission path between the failure and the accelerometer is the is the body of the gear

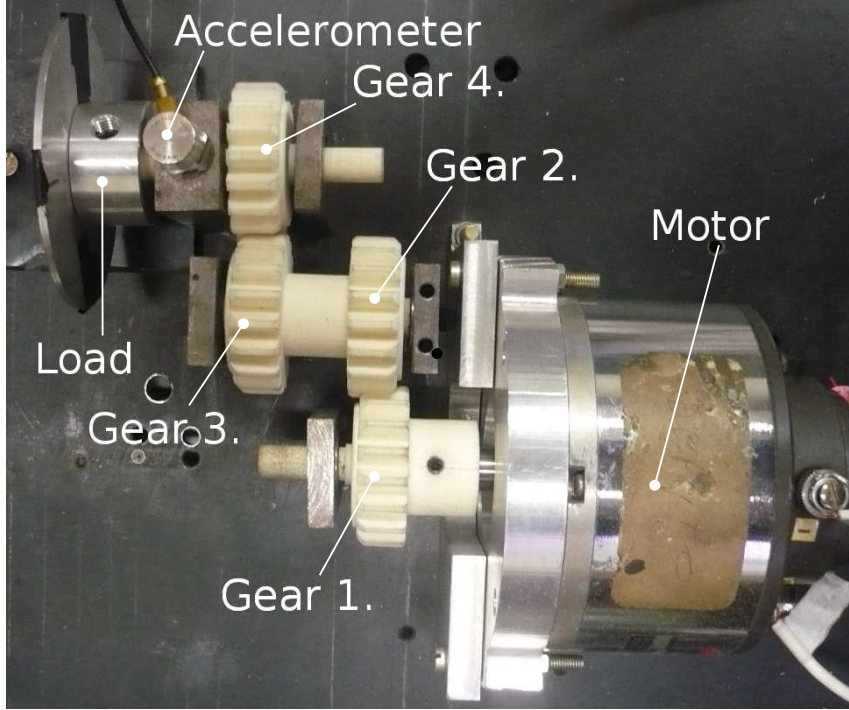


Figure 1: Principal components of the mechanical transmission. Here, the motor provides the torque necessary to rotate the load. Each of the gears may have a known failure that affects the vibration and current signatures.

4, and the gears 1,2,3 and the motor's circuit to the current sensor as shown in Figure 2.

Each of those cases is tested at several speeds, in order to provide a signal composed by a wide range of frequencies. After that, we filter each signal using a moving average (*MA*) filter to reduce the environmental noise. Later we compute a windowed Fourier transform over a Hanning's window of one seconds length, in order to reduce the noise due to the digitization process. Hence, for any of the cases, we take the motor current ( $I$ ) as the model output and the voltage generated at the accelerometer as the input ( $V$ ), we define the actual system as the *empirical transfer function estimate* (ETFE) [14] as:

$$G_{ETFE_i}(\omega) = \frac{\mathcal{F}\{I_i(t)\}}{\mathcal{F}\{V_i(t)\}} \quad i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (4)$$

where  $\mathcal{F}(\cdot)$  represents the Fourier's transform over a function,  $i$  denotes the  $i$ -th case and  $\omega$  the frequencies of analysis, in this cases between 100 to 1000  $rad/s$ , because it was verified that the meshing gear angular frequency lie in this bandwidth.

We propose the identification of each  $ETFE_i$  model using two types of structures: a classical second order model as shown in (5) and a fractional order model with the structure defined in (6).

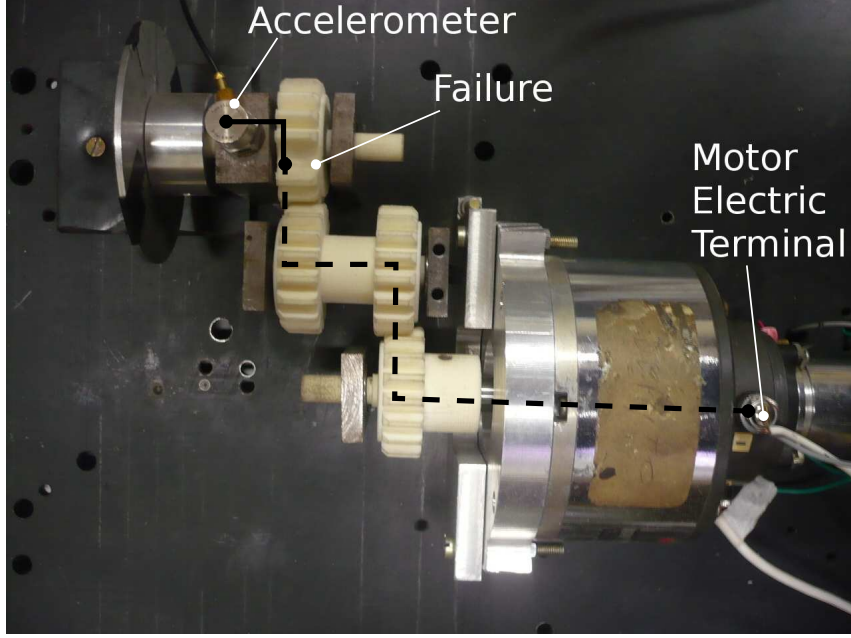


Figure 2: Transmission line between a failure at the gear 4 and each sensor. In solid black the transmission path to the accelerometer, the vibration wave travels through gear 4. In dashed line, the path of the vibration wave until be sensed as a change in the motor current signature.

$$G_i(s) = \frac{1}{as^2 + bs + c}, \quad \{a, b, c\} \in \mathfrak{R} \quad (5)$$

$$G_i(s) = \frac{1}{as^\alpha + bs^\beta + c}, \quad \{a, b, c, \alpha, \beta\} \in \mathfrak{R} \quad (6)$$

Those models were adjusted using the algorithm explained in the section 2.2, adopting 20 aleatory sets of one second of duration to train and 10 sets of data to test.

## 4 Results

In order to evaluate the efficiency of *FOM* and *IOM* to describe complex dynamics and how they are sensitive to failures in a machine, we formulate naive models with the structures presented in (5) and (6) for each case of failure using 20 aleatory sets of data. After that the resultant models were tested with a new dataset of 10 ETFEs not previously presented in order to find the parameters. As result, Figure 3 shows the residuals of each model with the test dataset using a logarithmic scale. Note that the *FOM* approach consistently gets a better fitting behavior to the data than the integer one. It is due to a main reason: The *FOM* actually captures very high order dynamics, in this case due to the interaction between several pieces [30, 31].

Accordingly, an *IOM* requires a more careful structure choice, locating a priori enough degrees of freedom (poles and zeros) increasing, therefore, the amount of knowledge in-

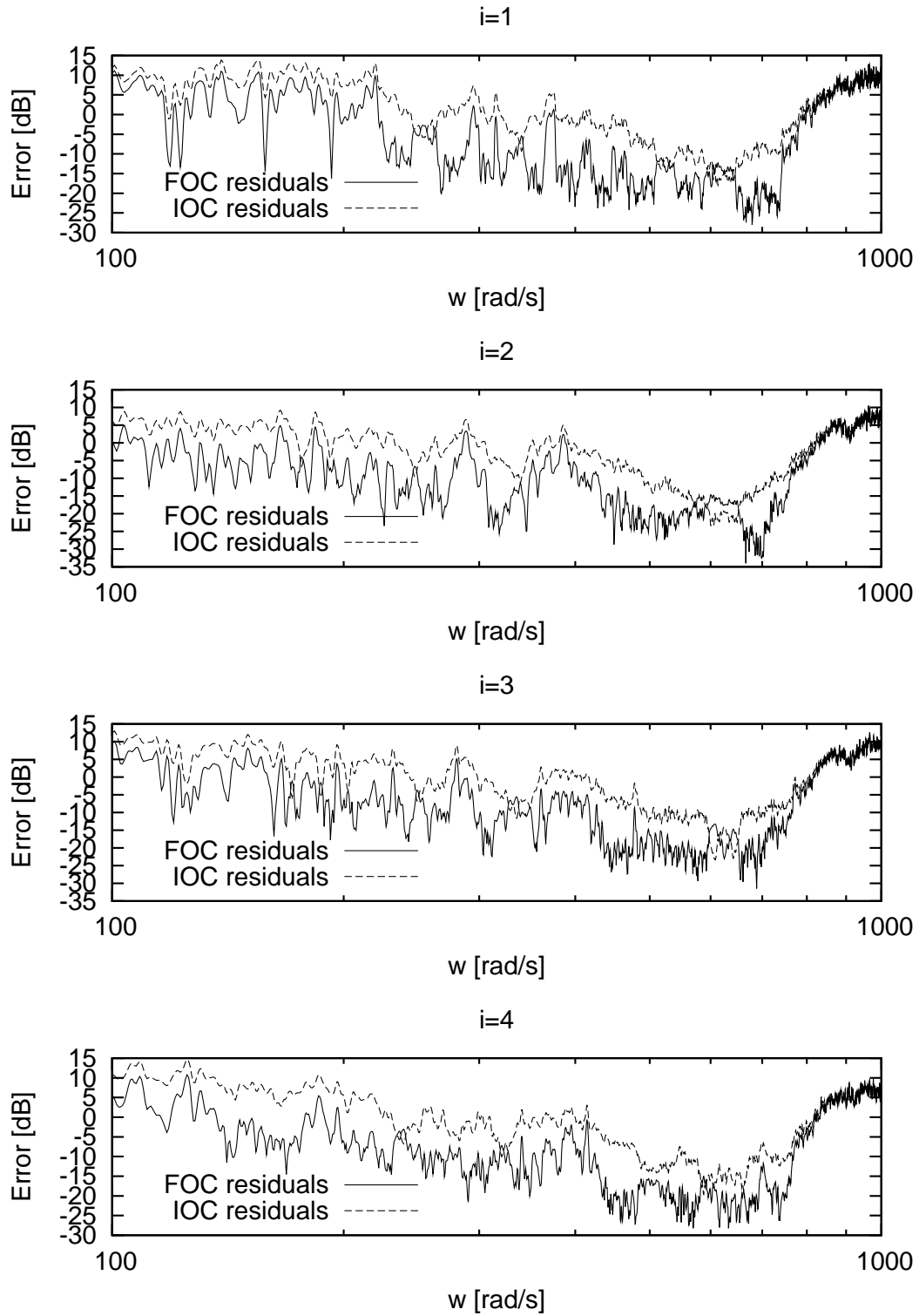


Figure 3: Fractional and integer fitting to the ETFE in each case of study. The more negative the residual, the better the approximation.

	Train error $\pm$ deviation		Test Error $\pm$ deviation	
	<i>IOM</i>	<i>FOM</i>	<i>IOM</i>	<i>FOM</i>
Case 1	$3.23 \pm 0.18$	$1.84 \pm 0.15$	$3.47 \pm 0.27$	$2.06 \pm 0.23$
Case 2	$2.26 \pm 0.05$	$1.12 \pm 0.05$	$2.17 \pm 0.03$	$1.05 \pm 0.02$
Case 3	$2.43 \pm 0.38$	$1.44 \pm 0.34$	$2.37 \pm 0.10$	$1.41 \pm 0.09$
Case 4	$1.36 \pm 0.06$	$0.74 \pm 0.05$	$1.51 \pm 0.07$	$0.89 \pm 0.07$

Table 1: Train and test mean errors  $\pm$  standard deviation of the integer and the fractional order models when compared with real data. As expected the *FOM* fits better the whole dataset than the *IOM*.

volved in this process. Moreover, to model a high order degree system using integer order equations, we need a large number of parameters, penalizing the identification convergence as it will be affected by the curse of dimensionality [32]: the higher the number of unknown parameters, the harder the identification becomes.

Table 1 presents the mean square error (*MSE*) and the standard deviation between the dataset and *FOM* and *IOM* approaches, it is computed as the difference between the actual ETFE values with the model's ones ( $G_{m_i}$ ) for the *i*-case at the angular frequency ( $\omega$ ), and *N* sampling frequencies:

$$MSE_i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (G_{ETFE_i}(\omega_n) - G_{m_i}(\omega_n))^2 \quad i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (7)$$

Although the results shows a comparable variability, the fractional order is in average better suited to fit the data. In fact, analysing the results, we verify that *FOM* outperforms clearly the *IOM* approach both on the train and in the test datasets.

## 5 Conclusions

In this paper we compared the fitting flexibility of two models, namely, a second order integer model and a fractional one with a similar structure and we use a common optimization method to identify their parameters. The fractional order model demonstrate its ability to lead with complex data, consistently better than the integer approach. It is owing to the arbitrary order brings an additional degree of freedom that regulates by itself the complexity represented by the model.

## Acknowledgment

The authors acknowledge support received from the Campinas State University - UNICAMP (Brazil), Polytechnic Institute of Porto - ISEP (Portugal), and the National Council for Scientific and Technological Development - CNPq (Brazil), by the financial support to this work.

## References

- [1] Dragan Djurdjanovic, Jay Lee, and Jun Ni. Watchdog agent—an infotronics-based prognostics approach for product performance degradation assessment and prediction. *Advanced Engineering Informatics*, 17(3-4):109 – 125, 2003. Intelligent Maintenance Systems.
- [2] Marzio Marseguerra, Enrico Zio, and Luca Podofillini. Condition-based maintenance optimization by means of genetic algorithms and monte carlo simulation. *Reliability Engineering and System Safety*, 77:151–166, 2002.
- [3] Pratesh Jayaswal, A. K. Wadhvani, and K. B. Mulchandani. Machine fault signature analysis. *International Journal of Rotating Machinery*, 2008.
- [4] S. S. Rao. *Vibrações Mecânicas*. Pearson Prentice Hall, 2008.
- [5] Babak Eftekharijad and D. Mba. Seeded fault detection on helical gears with acoustic emission. *Applied Acoustics*, 70:547–555, 2009.
- [6] T. H. Loutas, J. Kalaitzoglou, G. Sotiriades, and V. Kostopoulos. A novel approach for continuous acoustic emission monitoring on rotating machinery without the use of slip ring. *Journal of Vibration and Acoustics*, 130, 2008.
- [7] Ž. Hocenski and T. Keser. Failure detection and isolation in ceramic tile edges based on contour descriptor analysis. *Mediterranean conference on control and automation*, 2007.
- [8] Juan Dai, C.L. Philip Chen, Xiao-Yan Xu, Ying Huang, Peng Hu, Chi-Ping Hu, and Tao Wu. Machinery vibration signals analysis and monitoring for fault diagnosis and process control. *ICIC*, pages 696–703, 2008.
- [9] Naim Baydar and Andrew Ball. Case history and comparatives study of acoustic and vibration signals in detection of gear failures using wigner-ville dsitribution. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 15(6):1091–1107, 2001.
- [10] F. K. Choy, D. H. Mugler, and J. ZhouJ. Damage identification of a gear transmission using vibration signatures. *Transactions of the ASME*, 125:394–403, June 2003.
- [11] A. Vania and P. Pennacchi. Experimental and theoretical application of fault identification measures of accuracy in rotating machine diagnostics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18:329–352, 2004.
- [12] A. Duvar, V. Eldem, and N. Saravanan. A system identification approach for failure diagnosis and detection. *Proceedings of the IEEE International Workshop on Intelligent Motion Control*, pages 61–64, 1990.
- [13] Simon Rofe. Signal processing method for gearbox fault detection. Technical report, Australian Government - Department of Defense, Airframes and Engines Division, 1997.
- [14] Lennard Ljung. *System identification, theory for de user*. Prentice Hall, University of Linköping, 1987.
- [15] Kamal Medjaher, Rafael Gouriveau, and Noureddine Zerhouni. A procedure for failure prognosis in dynaic systems. *IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing*, 13:1–6, 2009.
- [16] Igor Podlubny. The laplace transform method for linear differential equations of the fractional order. Technical report, Slovak Academy of Sciences Institute of Experimental Physics, 1994.
- [17] R.L. Magin and M. Oviaia. Modeling the cardiac tissue electrode interface using fractional calculus. *Journal of Vibration and Control*, 14(9-10):1431–1442, 2008.
- [18] J.M. Rosario, D. Dumur, and J.A. Tenreiro Machado. Analysis of fractional - order robot axis dynamics. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.
- [19] Lokenath Debnath. Recent applications of fractional calculus to science and engineering. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2003(54):3413–3442, 2003.

- [20] Bankim Shikari and C.M. Sadiwala. Automation in condition based maintenance using vibration analysis. Technical report, Dept. Of Mechanical Engineering. Maulana Azad National Institute Of Technology Bhopal, India, 2004.
- [21] Jefferson Luiz Bosa. Sistema embarcado para a manutenção inteligente de atuadores elétricos. Master's thesis, Universidade Feredal do Rio Grande do Sul, 2009.
- [22] Christin Groba, Sebastian Cech, Frank Rosenthal, and Andreas Gossling. Architecture of a predictive maintenance framework. *Computer Information Systems and Industrial Management Applications, International Conference on*, 0:59–64, 2007.
- [23] R. C. M. Yam, P. W. Tse, L. Li, and P. Tu. Intelligent predictive decision support system for condition-based maintenance. *The International Journal of Advace Manufacturing Technology*, 17:383–391, 2001.
- [24] Mitchell Lebold, Katherine McClintic, Robert Campbell, Carl Byington, and Kenneth Maynard. Review of vibration analysis methods for gearbox diagnostics and prognostics. *Proceedings of the 54th Meeting of the Society for Machinery Failure Prevention Technology*, pages 623–634, May 2000.
- [25] Pedro Saavedra González, Carlos Figueroa, and Marcelo Iribarren. Análisis dinámico de máquinas utilizando la distribución de wigner-ville. *Mecánica computacional*, 16, September 1996.
- [26] Isabel S. Jesus, J. A. Tenreiro Machado, and J. Boaventura Cunha. Fractional electrical dynamics in fruits and vegetables. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.
- [27] A. Oustaloup, J. Sabatier, and X. Moreau. From fractal robustness to the crone approach. *Proceedings of Fractional differential systems: Models, methods and applications*, 5:177–192, 1998.
- [28] Keith B. Oldham and Jerome Spanier. *The Fractional Calculus: Theory and Applications of Differentiation and Integration to Arbitrary Order*, volume 1. Dover Publication, New York, 2006.
- [29] J. C. Lagarias, J. A. Reeds, M. H. Wright, and P. E. Wright. Convergence properties of the nelder-mead simplex method in low dimensions. *SIAM Journal of Optimization*, 9(1):112–147.
- [30] Dumitru Baleanu and Sami I. Muslih. Nonconservative systems within fractional generalized derivatives. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.
- [31] T. Poinot and J.-C. Trigeassou. A method for modelling and simulation of fractional systems. *Signal Processing*, 83:2319–2333, 2003.
- [32] Richard T. Woodward, Yong-Suhk Wui, and Wade L. Griffin. Living with the curse of dimensionality: Closed-loop optimization in a large-scale fisheries simulation model. *American Journal of Agricultural Economics*, 87(1):48–60, 2005.

# Intelligent Maintenance of Linear Systems: A Fractional Order Identification Approach

R. E. Gutiérrez Carvajal.<sup>1</sup>, J. M. Rosário<sup>1</sup> and J. A. Tenreiro Machado<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Mechanical Engineering  
UNICAMP, Campinas-SP, Brazil  
{rgutic,rosario}@fem.unicamp.br

<sup>2</sup>Department of Electrical Engineering  
I.S.E.P., Oporto, Portugal  
jtm@isep.ipp.pt

**Abstract** — *Competition in the global market requires high quality of products with short time of manufacture. In this paradigm the minimization of the time that the machinery is stopped and a rapid quality control of manufactured products is needed. In this paper we propose an strategy of failure identification based on fit a fractional order system to the actual system data, because it has demonstrated that can approximated accurately complex systems via few parameters.*

## 1 Introduction

A failure is something does not allow a machine to keep working properly. Typically malfunctions are caused by problems such as the use of a material primed for the task, the application of a force in a different direction that it was designed, cyclic loading, fatigue, wear, etc. When a failure occurs and the machine continues working it tends to be worse and to cause other problems. Maintenance is as good as the knowledge of the cause of failure, in order to determine the maintenance action over the parts, the tools needed to replace them, the experts and workers involved, everything in place and time needed to repair the equipment before a seriously fault occurs and keeping it the shortest time of detention. Therefore, it is not enough to know that the machine is failing, but also the source of failure [1]. To solve this problem in the industry has proposed several strategies maintenance strategies in order to reduce costs of production over time.

In mechatronics, the machines are increasingly more expensive and complex, including multiple integrated components of several technologies (as electrical, mechanical, etc.), adding components to the signals used in diagnosis. This fact complicates the task of maintenance as it the more complexity of the system, more difficult to isolate the problem. It increases the economic cost of the expert, as an instance between 1975 and 1991 in the United States the average maintenance cost increases in by 10-15 % a year [2].

In order avoid this problem, some researchers try to automate the maintenance task; therefore, some studies have proposed the use of artificial intelligence techniques over



signals usually analyzed by experts [3, 4, 5]. However only few are applied because the signals are so complex, then the expertise level of the workers must to increase, and because of the high investment on equipment without total trust in computer decisions [6].

Bearing this ideas in mind, the rest of the article is organized as follows. Section 2 introduces the general aspects of the strategy of intelligent maintenance. Section 3 presents the fundamentals of the fractional order calculus and its applications in identification of dynamical systems. In the section 5 the result of apply fractional order identification to a complex system is introduced. Finally in section 6 the main conclusions are presented.

## **2 Intelligent Maintenance**

In the global market, customers have suppliers of several qualities around the world. The factories need to produce goods of high quality and in a short time to remain competitive satisfying the demand of clients and customers recently acquired [7]. Consequently the production chain is more vulnerable to various disturbances. A perfect balance only can be achieved when the factory is in operation with several shifts a day, and the machines are fully functional. Therefore, it requires a maintenance strategy that leads to approach the ideal situation described above [8].

Each system in the chain presents problems due to deterioration of parts, leading to stochastic failures, such as dropped a tool, machine dovetailed bad, etc. In order to minimize costs of repair and stop the production, there are used some procedures to prevent, predict and correct a failure, whose together are called maintenance [9]. In literature, the strategies of maintenance are classified in [10, 9, 4]: (1) Correction. Over time this strategy is more expensive, the maintenance action takes place when the system symptoms are evident. (2) Timely. When the system has minor flaws as to keep the machine in operation. When a failure happens more, takes advantage of the maintenance stop in to play all the parts worn. (3) Preventive. Based on the information delivered by the manufacturer and experience of staff of the plant are planned periodic maintenance actions, in which possibly the machine is stopped. Moreover, the failure may occur before the time of maintenance for unusual wear of parts or because of a random failure. (4) Predictive. The system must be constantly monitored and the signals analyzed at the time. When the operator observes that the machine presents a possible situation of failure in the near future, will be held the maintenance action.

If the maintenance action needs to hold the device, then it has three possible effects: (1) the frequency of maintenance is adequate and the machine has no additional stops, only to repair random failures, (2) the frequency is low and the machine fails before the scheduled maintenance action; therefore, presents an additional stop for a random or undetected failure, or (3) the frequency is so high that it increases the maintenance costs unnecessarily. In the 1990s another idea starts to be used in industry, where signals of equipment are monitored constantly, diagnosing the system even without stopping the production, performing the maintenance action only when it is need [11, 12].

Making decisions maintenance based on condition (CBM) requires to predict failure and its severity. It has three goals: (1) Design a strategy for the maintenance of sophisticated equipment in complex operating environments, (2) reduce cost of storage of spare parts and finally (3) reduce catastrophic failures and eliminate unscheduled stops [6].

The typical techniques used in CBM are: (1) Statistics index, a single value indicating health asset of the machine is obtained by calculating one of the next measures: the root mean square, the pick to pick average ratio or kurtosis of the signal. However this value is easy to interpret does not give information about the failure localization. (2) Frequency analyzes, the data is transformed to another space where it is less correlated. By analyzing the signal carefully, it is possible to identify and localize a singular failure, but the information is typically hard to understand as it is noisy. Therefore, the analyzer is a high trained operator. This method does not give any information about when the failure occurs. (3) System identification, it could give the exact location of the failure and how it affect the machine behavior. Although, obtain a good model of the actual machine is difficult as it must consider interaction between several pieces, non-linear behavior and high order dynamics. In addition if an accurately complex model is obtained, rarely is applicable, because it consumes a lot of computational resources. Therefore, this designer must find the balance between accurately and usability.

The use of a fractional order technique could fill the lack of the integer system identification strategy, because it models complex systems with only a few parameters.

### 3 Fractional Order Calculus

Fractional order calculus (FOC) was rarely used in engineering because of its complexity, the apparent sufficiency of the integer order calculus (IOC) and the lack of a physical or geometric interpretation [13, 14]. However, it models more accurately the behavior of some systems in nature related to several areas of engineering, and it is used as a promising tool in bioengineering [15, 16], viscoelasticity [17, 18], electronics [19, 20], robotics [21, 22, 23], control theory [24, 25] and signal processing [26, 27] among others.

In the latter years these concepts have attracted the attention of engineers because it models the behavior of many physical systems nonlinear compact taking into account non-local features as “infinite memory” [28, 29, 30]. Some examples are the phenomenon of heat diffusion [31], electrical impedance of fruits and vegetables [32], modeling the love triangles between human [33], the behavior of water in the pores of the dyes, where the radio damping is constant regardless of the mass of water in motion [34], etc. On the other hand, directing the behavior of a process with fractional-order controllers is an advantage, since the system response is not restricted to the addition of exponential functions; therefore, there is a wide range of behaviors reached where the integer order response is just a particular case [35].

The concept of FOC has existed since the creation of the IOC, this can be proved across a letter from Leibniz to L’Ôpital in 1665 [36]. This is a generalization of the IOC in real or complex order [37]. Formally for real order can be written as:

$$D^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \alpha > 0, \\ 1 & \alpha = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-\alpha} & \alpha < 0 \end{cases} \quad (1)$$

with  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

One possible cause of why it was little used in engineering is that FOC has multiple definitions [30, 38], a lack of its geometric interpretation and because the IOC seemed to

be enough to model the nature behavior. However, many phenomena are better described by fractional order formulations, since it takes into account past behavior and have the ability to express with few coefficients dynamic systems considered of high order [39, 40].

A tools of interest in engineering is the Laplace transform, which is still valid to simplify operations such as convolution and can be used to solve differential equations of fractional order. FOC in the Laplace transform is defined as [41]:

$$\mathcal{L}\{ {}_0D_t^\alpha \} = s^\alpha F(s) - \sum_{j=0}^{n-1} s^j [ {}_0D^{\alpha-j-1} f(0) ] \quad (2)$$

with  $n - 1 < q < n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . Thus, the transform takes into account all the initial conditions from the first to the  $n - 1$ th derivative. Using this result is clear that any dynamic system of an arbitrary order could be described by transfer functions of the form [42]:

$$G(s) = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (3)$$

With  $\alpha, \beta \in \mathfrak{R}$ ,  $\alpha_n > \alpha < n - 1 > \dots > \alpha_0$  and  $\beta_m > \beta < m - 1 > \dots > \beta_0$

Many real systems can be identified from the theory of fractional systems [28, 43], whereas the transfer function response in time could not be achieved through a linear combination of exponential functions [44], in addition the order is a variable degree of freedom that lets to adjust accurately to the system describing it in a compact way [45]. Djouambi [46] used this fact to identify a fractal system, bringing data to the equation:

$$F(s) = \frac{K}{s^m + a}, \quad m \in \mathfrak{R} \quad (4)$$

Adjusted the template to find the parameters  $\{K, a, \alpha\}$  that minimize the mean error when fitting the actual data.

## 4 Algorithm for System Identification

We use an approach based on the Levenberg-Marquardt algorithm in order to obtain the best parameters that fit the real data [47]. This is the typical strategy for nonlinear optimization, but other methods are allowed without losing specificity of the method. It consists in looking for the best parameter vector  $\mathcal{P}$  that minimizes the error  $\epsilon$  between the original data  $y$  and the data obtained with the model  $\hat{y}$ . Formally, the model is calculated as a function  $f$  over the obtained parameter vector:

$$\hat{y} = f(\mathcal{P}) \quad (5)$$

A vector  $\mathcal{P}$  minimize the error between real and obtained data as:

$$\epsilon = \underset{\mathcal{P}}{\operatorname{argmin}}(y - \hat{y}(\mathcal{P})) \quad (6)$$

the author proposed a hill descent strategy based on the first derivative. For that it is used the Taylor expansion over Eq. 5 obtaining at the evaluation point  $\mathcal{A}$ :

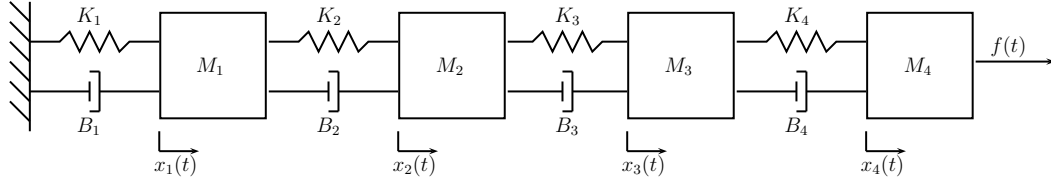


Figure 1: Case of Study. A high order system with several coupled subsystems.

$$f(\mathcal{A}) \approx f(\mathcal{A}) + \frac{\partial f(\mathcal{A})}{\partial \mathcal{P}} (\mathcal{P} - \mathcal{A}) \quad (7)$$

Then the problem is solved by looking for the best  $\mathcal{P} - \mathcal{A}$  argument iteratively.

## 5 Results

In order to evaluate the efficiency of the FOC to describe complex systems and how the fractional order approximation is sensitive to failures in a machine, we propose the model shown in the Fig. 1 as experimental setup. It was modeled in the space state presented in the equation 8. Each state is equivalent to a function of the system as shown in table 1. The parameters used in simulation as the normal point of operation of the system are presented in table 2.

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \\ \dot{X}_7 \\ \dot{X}_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_4}{M_4} & -\frac{B_4}{M_4} & \frac{K_4}{M_4} & \frac{B_4}{M_4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_4}{M_3} & \frac{B_4}{M_3} & -\frac{K_4+K_3}{M_3} & -\frac{B_4+B_3}{M_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_3}{M_2} & \frac{B_3}{M_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

The system was excited with a sinusoidal force with unitary amplitude, varying the frequency of oscillation between 1 until 100 Hz. It was supposed that there is a single sensor of displacement monitoring at  $x_2(t)$ . With that information a Bode's plot of the system in normal operation was constructed as shown in Fig. 2(a) and other equivalents to add

State	Variable	State	Variable
$X_1$	$x_4(t)$	$X_5$	$x_2(t)$
$X_2$	$\frac{dx_4(t)}{dt}$	$X_6$	$\frac{dx_2(t)}{dt}$
$X_3$	$x_3$	$X_7$	$x_1(t)$
$X_4$	$\frac{dx_3(t)}{dt}$	$X_8$	$\frac{dx_1(t)}{dt}$

Table 1: Space state definition.

Parameter	Value	Parameter	Value
$K_1$	100	$B_1$	200
$K_2$	300	$B_2$	150
$K_3$	300	$B_3$	320
$K_4$	300	$B_4$	50
$M_1$	3	$M_3$	5
$M_2$	4	$M_4$	4

Table 2: Physical parameters of the model.

failures at the parameters  $K_1$ ,  $K_3$ ,  $B_2$  as shown in Figs. 2(b), 2(c) and 2(d) respectively and approximated by:

$$G(s) = \frac{X_2(s)}{F(s)} \approx T \frac{(s^\beta + b)(s^\gamma + g)}{s^\alpha + a}, \quad \{\alpha, \beta, \gamma\} \in \Re \quad (9)$$

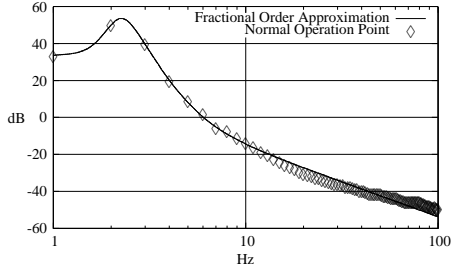
where  $X_2(s)$  is the position of the block 2 (output) and  $F(s)$  is the force applied on the block 4 (input). The model was adjusted via the Levenberg-Marquardt algorithm explained above.

Change any of the physical parameters of the system resulting a severe change of all parameters in the transfer function (Eq. 9). By other words, the system's behavior in the normal point of operation is very different to the one occurring when a failure is present. Therefore, this fact would be used to identify the presence of particular failure. In order to compare two identified parameters,  $p_1$  a parameter of the system in normal operation and  $p_2$  the parameter identified in the system with failure, we use a metric of difference  $d$  in percentage between  $p_1$  and  $p_2$ , it is:

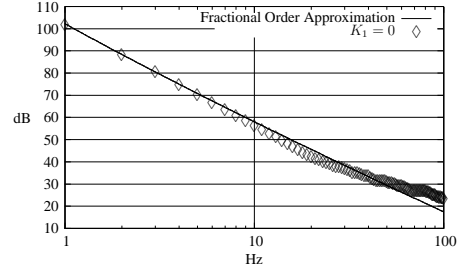
$$d = 100 \frac{\max(p_1, p_2) - \min(p_1, p_2)}{\max(p_1, p_2)} \% \quad (10)$$

Applying this metric over several cases of failure yields the table 3. Note that the difference  $d$  is long enough to classify the system as healthy or not.

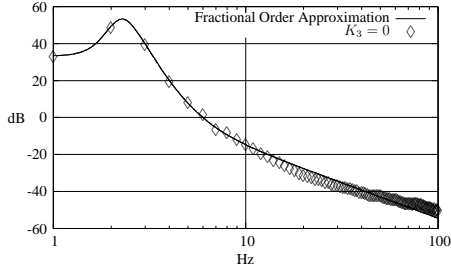
Therefore the presence of a singular particular failure could change the value of the parameters an average of 84% in a system that use less parameters than the exact integer one.



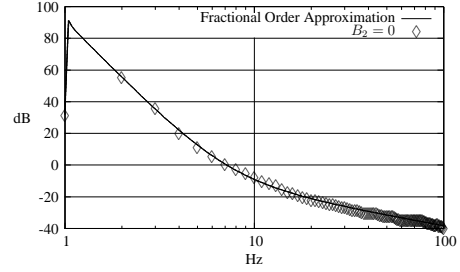
(a) Approximation of the system in “normal condition” via a fractional order system.



(b) Approximation of the system when the spring  $K_1 = 0$  via a fractional order system.



(c) Approximation of the system when the spring  $K_3 = 0$  via a fractional order system.



(d) Approximation of the system when the damper  $B_2 = 0$  via a fractional order system.

Figure 2: Approximation of a system with different failures via  $G(s) = T \frac{(s^\beta + b)(s^\gamma + g)}{s^\alpha + a} \mid \{T, a, b, g, \alpha, \beta, \gamma\} \in \mathbb{R}$ . Note that it is a good approximation for almost all systems in the frequency band of  $[1Hz - 100Hz]$ .

Failure	$T$	$a$	$\alpha$	$b$	$\beta$	$g$	$\gamma$	Mean Error
Not failing	0	0	0	0	0	0	0	0
$K_1$ Broken	90.47	99.96	84.52	99.36	42.43	83.42	90.54	84.39
$K_2$ Broken	6.10	2.07	10.83	13.75	3.71	14.79	90.79	20.29
$K_3$ Broken	75.35	99.79	72.62	91.05	53.41	84.41	85.28	80.27
$K_4$ Broken	1.01	4.37	0.24	40.98	56.57	56.44	42.72	28.9
$B_2$ Broken	97.07	99.99	59.98	99.99	33.82	44.69	99.19	76.39
$B_3$ Broken	19.76	99.84	78.94	99.78	93.79	75.22	86.83	79.17
$B_4$ Broken	94.76	99.74	42.67	99.86	99.40	33.71	98.42	81.22

Table 3: Distance in percentage between identified parameters of a system with a failure and one in the normal operation point.

## 6 Conclusions

Nowadays the availability of a method for measure the healthy of a machine or a product in short time minimizing production line stops is a paramount problem in the industry. Here were introduced some aspects of condition based monitoring (CBM) and how the fractional order calculus (FOC) is a mathematical tool suited to identify and evaluate some failures over a known system.

## Acknowledgments

The authors acknowledge support received from the Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP (Brazil), Instituto Superior de Engenharia do Porto - I.S.E.P. (Portugal) and Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES (Brazil), that made this study be possible.

## References

- [1] Pratesh Jayaswal, A. K. Wadhvani, and K. B. Mulchandani. Machine fault signature analysis. *International Journal of Rotating Machinery*, 2008.
- [2] T. Wireman. World class maintenance management. *Industrial Press*, 1990.
- [3] J.N.K. Liu and D.K.Y. Sin. Evaluating case-based reasoning and evolution strategies for machine maintenance. In *Systems, Man, and Cybernetics, 1999. IEEE SMC '99 Conference Proceedings. 1999 IEEE International Conference on*, volume 2, pages 480–485 vol.2, 1999.
- [4] Christin Groba, Sebastian Cech, Frank Rosenthal, and Andreas Gossling. Architecture of a predictive maintenance framework. *Computer Information Systems and Industrial Management Applications, International Conference on*, 0:59–64, 2007.
- [5] Jie Zhao and Limei Xu Lin Liu. Equipment fault forecasting based on arma model. *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, August 2007.
- [6] R. C. M. Yam, P. W. Tse, L. Li, and P. Tu. Intelligent predictive decision support system for condition-based maintenance. *The International Journal of Advance Manufacturing Technology*, 17:383–391, 2001.
- [7] Dragan Djurdjanovic, Jay Lee, and Jun Ni. Watchdog agent—an infotonics-based prognostics approach for product performance degradation assessment and prediction. *Advanced Engineering Informatics*, 17(3-4):109 – 125, 2003. Intelligent Maintenance Systems.
- [8] Marzio Marseguerra, Enrico Zio, and Luca Podofillini. Condition-based maintenance optimization by means of genetic algorithms and monte carlo simulation. *Reliability Engineering and System Safety*, 77:151–166, 2002.
- [9] Jefferson Luiz Bosa. Sistema embarcado para a manutenção inteligente de atuadores elétricos. Master's thesis, Universidade Feredal do Rio Grande do Sul, 2009.
- [10] Bankim Shikari and C.M. Sadiwala. Automation in condition based maintenance using vibration analysis. Technical report, Dept. Of Mechanical Engineering. Maulana Azad National Institute Of Technology Bhopal, India, 2004.
- [11] P.E. John Cadick. Condition based maintenance . . . .how to get started. . . . Technical report, Cadick Corporation, 1999.
- [12] Shuo Wei Zeng. Discussion on maintenance strategy, policy and corresponding maintenance systems in manufacturing. *Reliability Engineering and System Asfety*, pages 151–162, 1997.
- [13] J. A. Tenreiro Machado. A probabilistic interpretation of the fractional-order differentiation. *Fractional Calculus and applied Analysis*, 6, 2003.

- [14] Qing-Shan Zeng, Guang-Yi Cao, and Xin-Jian Zhu. The effect of the fractional-order controllers orders variation on the fractional-order control systems. *Proceedings of the first international conference on machine learning and cybernetics*, pages 367–372, 2002.
- [15] R.L. Magin and M. Ovidia. Modeling the cardiac tissue electrode interface using fractional calculus. *Journal of Vibration and Control*, 14(9-10):1431–1442, 2008.
- [16] L. Sommacal, P. Melchior, A. Oustaloup, and J. M. Cabelguen. Fractional multi-models of the frog gastrocnemius muscle. *Journal of Vibration and Control*, 14(9-10):1415–1430, September/October 2008.
- [17] N. Heymans. Dynamic measurements in long-memory materials: Fractional calculus evaluation of approach to steady state. *Journal of Vibration and Control*, 14:1587–1596, 2008.
- [18] José João De Espíndola, Carlos Alberto Bavastri, and Eduardo Márcio De Oliveira Lopes. Design of optimum systems of viscoelastic vibration absorbers for a given material based on the fractional calculus model. *Journal of Vibration and Control*, 14:1607–1630, October 2008.
- [19] B. T. Krishna and K. V. V. S. Reddy. Active and passive realization of fractance device of order 1/2. *Active and Passive Electronic Components*, 2008, 2008.
- [20] Yifei Pu, Xiao Yuan, Ke Liao, Jiliu Zhou, N Zhang, Xiaoxian Pu, and Yi Zheng. A recursive two-circuits series analog fractance circuit for any order fractional calculus. *Proceedings of the SPIE ICO20: Optical Information Processing*, 6027:509–519, 2006.
- [21] Miguel F. M. Lima, J. A. Tenreiro Machado, and Manuel Crisóstomo. Experimental signal analysis of robot impacts in a fractional calculus perspective. *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, 11(9):1079–1085, 2007.
- [22] J.M. Rosario, D. Dumur, and J.A. Tenreiro Machado. Analysis of fractional - order robot axis dynamics. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.
- [23] Lokenath Debnath. Recent applications of fractional calculus to science and engineering. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2003(54):3413–3442, 2003.
- [24] G. W. Bohannan. Analog fractional order controller in temperature and motor control applications. *Journal of Vibration and Control*, 14(9-10):1487–1498, September/October 2008.
- [25] J. Cervera and A. Baños. Automatic loop shaping in qtf using crone structures. *Journal of Vibration and Control*, 14(9-10):1513–1530, September/October 2008.
- [26] Rutuparna Panda and Madhumita Dash. Fractional generalized splines and signal processing. *Signal Process.*, 86(9):2340–2350, 2006.
- [27] Zhu-Zhong Yang and Ji-Liu Zhou. An improved design for the iir-type digital fractional order differential filter. *2008 International Seminar on Future BioMedical Information Engineering*, December 18 2008.
- [28] Ivo Petras. A note on the fractional-order cellular neural networks. *2006 International Joint Conference on Neural Networks*, pages 1021–1024, July 2006.
- [29] Lubomir Dorcak, Ivo Petras, Imrich Kostial, and Jan Terpak. Fractional-order state space models. *International Carpathian Control Conference*, pages 193–198, 2002.
- [30] Donato Cafagna. Fractional calculus: A mathematical tool from the past for present engineers. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 101:35–40, 2007.
- [31] A. Benchellal, T. Poinot, and J.-C. Trigeassou. Fractional modelling and identification of a thermal process. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.
- [32] Isabel S. Jesus, J. A. Tenreiro Machado, and J. Boaventura Cunha. Fractional electrical dynamics in fruits and vegetables. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.



- [33] Wajdi M. Ahmad and Reyad El-Khazali. Fractional-order dynamical models of love. *Chaos, Solitons & Fractals*, 33(4):1367 – 1375, 2007.
- [34] A. Oustaloup, J. Sabatier, and X. Moreau. From fractal robustness to the crone approach. *Proceedings of Fractional differential systems: Models, methods and applications*, 5:177–192, 1998.
- [35] Igor Podlubny. The laplace transform method for linear differential equations of the fractional order. Technical report, Slovak Academy of Sciences Institute of Experimental Physics, 1994.
- [36] Dingy Xue, Chunna Zhao, and YangQuan Chen. A modified approximation method of fractional order system. *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, pages 1043–1048, 2006.
- [37] Jay L. Adams, Tom T. Hartley, and Carl F. Lorenzo. Fractional-order system identification using complex order-distributions. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.
- [38] M.D. Ortigueira, J.A. Tenreiro Machado, and J. Sa da Costa. Which differintegration? *IEE Proceedings online no. 20045049*, pages 846–850, 2005.
- [39] Dingyu Xue and YangQuan Chen. A comparative introduction of four fractional order controllers. *Proceedings of the 4 World Congress on Intelligent Control and Automation*, pages 3228–3235, 2002.
- [40] R. L. Magin and M. Ovia. Modeling the cardiac tissue electrode interface using fractional calculus. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.
- [41] Chengbin Ma and Yoichi Hori. Fractional order control and its application of pi  $\alpha$  d controller for robust two-inertia speed control. *The 4th International Power Electronics and Motion Control Conference IPEMC 2004.*, 3:1477–1482, August 2004.
- [42] I. Podlubny, I. Petras, B. Vinagre, P. O’Leary, and L’. Dorcak. Analogue realizations of fractional-order controllers. *Nonlinear Dynamics*, 29:281–296, 2002.
- [43] José João De Espíndola, João da Silva, and Eduardo Márcio de Oliveira Lopes. A generalised fractional derivative approach to viscoelastic material properties measurement. *Applied Mathematics and Computation* 164, (164):493–506, 2005.
- [44] Blas M. Vinagre. Optimal fractional controllers for rational order systems: A special case of the wiener-hopf spectral factorization method. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007.
- [45] Tom T. Hartley and Carl F. Lorenzo. Fractional-order system identification based on continuous order-distributions. *Signal Processing*, 83:2287–2300, 2003.
- [46] Abdelbaki Djouambi, Abdelfatah Charef, and Alina Voda Besançon. Approximation and synthesis of non integer order systems. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.
- [47] D. W. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *J. Soc. Ind. Appl Math*, 11:431–441, 1963.

## *Review Article*

# **Fractional Order Calculus: Basic Concepts and Engineering Applications**

**Ricardo Enrique Gutiérrez,<sup>1</sup> João Maurício Rosário,<sup>1</sup>  
and José Tenreiro Machado<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> *Department of Mechanical Engineering, UNICAMP, 13083-970 Campinas, Brazil*

<sup>2</sup> *Department of Electrical Engineering, ISEP, 4200-072 Oporto, Portugal*

Correspondence should be addressed to Ricardo Enrique Gutiérrez, [rgutic@fem.unicamp.br](mailto:rgutic@fem.unicamp.br)

Received 7 October 2009; Revised 19 February 2010; Accepted 2 March 2010

Academic Editor: Katica R. (Stevanovic) Hedrih

Copyright © 2010 Ricardo Enrique Gutiérrez et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

The fractional order calculus (FOC) is as old as the integer one although up to recently its application was exclusively in mathematics. Many real systems are better described with FOC differential equations as it is a well-suited tool to analyze problems of fractal dimension, with long-term “memory” and chaotic behavior. Those characteristics have attracted the engineers’ interest in the latter years, and now it is a tool used in almost every area of science. This paper introduces the fundamentals of the FOC and some applications in systems’ identification, control, mechatronics, and robotics, where it is a promissory research field.

## **1. Introduction**

The fractional order calculus (FOC) was unexplored in engineering, because of its inherent complexity, the apparent self-sufficiency of the integer order calculus (IOC), and the fact that it does not have a fully acceptable geometrical or physical interpretation [1, 2]. Notwithstanding it represents more accurately some natural behavior related to different areas of engineering, and now it is used as a promissory tool in bioengineering [3, 4], viscoelasticity [5, 6], electronics [7, 8], robotics [9–11], control theory [12, 13], and signal processing [14, 15] between others.

In the latter years FOC attracted engineers’ attention, because it can describe the behavior of real dynamical systems in compact expressions, taking into account nonlocal characteristics like “infinite memory” [16–18]. Some instance are thermal diffusion phenomenon [19], botanical electrical impedances [20], model of love between humans [21], the relaxation of water on a porous dyke whose damping ratio is independent of the mass of

moving water [22], and so forth. On the other hand, direction the behavior of a process with fractional order controllers would be an advantage, because the responses are not restricted to a sum of exponential functions, therefore a wide range of responses neglected by integer order calculus would be approached [23].

Bearing these ideas in mind, this paper is organized as follows. Section 2 presents the fundamentals and analytical definitions. Section 3 introduces several approaches to the solution of the 300-years-old problem of the geometrical interpretation of the FOC. Then in Section 4 some applications in systems' identification, control, and robotics are presented. Finally Section 5 introduces the main conclusions and future applications of FOC.

## 2. Fractional Order Calculus (FOC)

The intuitive idea of FOC is as old as IOC, it can be observed from a letter written by Leibniz to L'Hopital in 1695 [24]. It is a generalization of the IOC to a real or complex order [25]. Formally the real order generalization is introduced as follows:

$$D^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \alpha > 0, \\ 1 & \alpha = 0, \\ \int_a^t (d\tau)^{-\alpha} & \alpha < 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

with  $\alpha \in \mathfrak{R}$ .

Its applications in engineering were delayed because FOC has multiple definitions [18, 26], there is not a simple geometrical interpretation and the IOC seems, at first sight, to be enough to solve engineering problems. However, many natural phenomena may be better described by a FOC formulation, because it takes into account the past behavior and it is compact when expressing high-order dynamics [27, 28]. Some common definitions of FOC are listed as follows [18, 26]:

(i) Riemann-Liouville:

Integral:

$$J_c^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_c^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-\alpha}} d\tau, \quad (2.2)$$

Derivative:

$$D^\alpha f(t) = \frac{d^m}{dt^m} \left[ \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1-m}} d\tau \right], \quad m \in \mathbb{Z}^+, \quad m-1 < \alpha \leq m, \quad (2.3)$$

(ii) Grünwald-Letnikov:

Integral:

$$D^{-\alpha} = \lim_{h \rightarrow 0} h^\alpha \sum_{m=0}^{(t-a)/h} \frac{\Gamma(\alpha + m)}{m! \Gamma(\alpha)} f(t - mh), \quad (2.4)$$

Derivative:

$$D^\alpha = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{m=0}^{(t-a)/h} (-1)^m \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{m! \Gamma(\alpha - m + 1)} f(t - mh), \quad (2.5)$$

(iii) Caputo:

$$D_*^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(m - \alpha)} \int_0^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t - \tau)^{\alpha + 1 - m}} d\tau, \quad (2.6)$$

(iv) Cauchy:

$$f_+^{(\alpha)} = \int f(\tau) \frac{(t - \tau)^{-\alpha - 1}}{\Gamma(-\alpha)} d\tau, \quad (2.7)$$

where the function  $\Gamma(\alpha)$  is the generalization of factorial function [29] and it is defined as:

$$\Gamma(x) \equiv \int_0^\infty y^{x-1} e^{-y} dy, \quad x > 0 \quad (2.8)$$

or without a restriction for  $x$

$$\Gamma(x) \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \frac{N! N^x}{x(x+1)(x+2) \cdots (x+N)} \right]. \quad (2.9)$$

We can choose one definition or another, depending on the application and the preference of the designer. In [26] the authors compare these definitions in applications of control and signals processing, finding that the Cauchy definition preserves some important frequency properties, that also exist in IOC simplifying the data's interpretation.

Some other tools of interest for engineers are the classical transforms of Laplace and Fourier, that are valid and used in order to simplify operations like convolution and can be applied to solve FOC differential equations. In FOC the Laplace transform is defined as [30]

$$\mathcal{L}\{ {}_0D_t^\alpha \} = s^\alpha F(s) - \sum_{j=0}^{n-1} s^j \left[ {}_0D^{\alpha-j-1} f(0) \right], \quad n-1 < \alpha < n, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (2.10)$$

As shown, this transform takes into account all initial conditions from the first to the  $n$ th – 1 derivative. In practice, the Fourier transform can be achieved by replacing  $s$  by  $j\omega$  in (2.10).

In addition to the problem for which definition must be chosen based on its properties or implementation complexity, the engineers may know the implications of using a mathematical tool. An easy way to understand it, is by plotting it in a figure and seeing what is happening when it is applied. Pitifully for FOC it is a lack, but some approaches were proposed in the last decade, as will be presented in Section 3.

### 3. Geometrical Interpretation

In the case of integral order calculus, there is a well-accepted geometrical explanation which clearly relates some physical quantities, for example, instant rate of change of a function completely explains the relationship between concepts like position and speed of an object. Unfortunately, until the last decade there was no geometrical interpretation of the fractional order derivatives. One of them was proposed in [1] explaining FOC from a probabilistic point of view, using the Grünwald-Letnikov definition ((2.4) and (2.5)). If  $\alpha$  is a value between 0 and 1, and  $\gamma$  is defined as

$$\gamma(\alpha, m) = (-1)^m \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{m! \Gamma(\alpha - m + 1)}. \quad (3.1)$$

Then for  $m = 0$  we obtain  $\gamma = 1$ , that is, the value of the function at evaluation time (present) appears with probability of 1.

If  $m > 0$ ,

$$-\sum_{m=1}^{\infty} \gamma(\alpha, m) = 1. \quad (3.2)$$

For values of  $m \neq 0$  the  $\gamma$  value vanishes when the analysis point is far from the evaluation one. Therefore, the author suggests that the expression  $-\sum_{m=1}^{\infty} \gamma(\alpha, m)x(t - mh)$  is the expected value of a random variable  $X$ , where

$$P(X = x(mh)) = |\gamma(\alpha, m)|, \quad m = 1, 2, \dots, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (3.3)$$

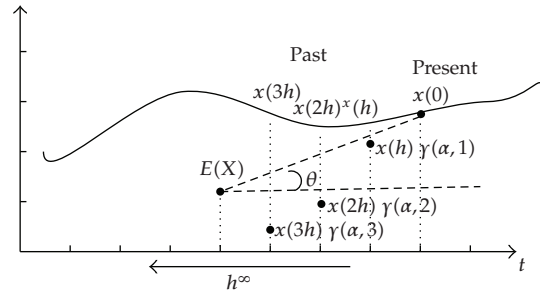
Therefore the values near to the evaluation time (present) have more influence over the result than those that are far from it. This interpretation is shown in Figure 1.

A geometric interpretation based on Riemann-Louville-definition ((2.2) and (2.3)) was presented in [31]. This definition can be written as

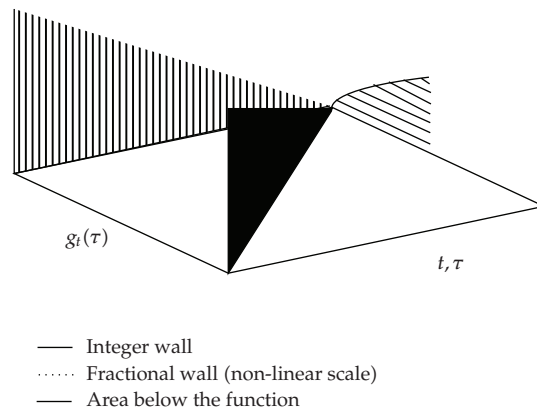
$$J_0^\alpha = \int_0^t f(\tau) dg(\tau) \quad (3.4)$$

with

$$g(\tau) = \frac{1}{\Gamma(\alpha + 1)} [t^\alpha (t - \tau)^\alpha]. \quad (3.5)$$



**Figure 1:** Tenreiro fractional order derivative interpretation. Here values near the evaluation point have a more significant effect over “the present” than others.



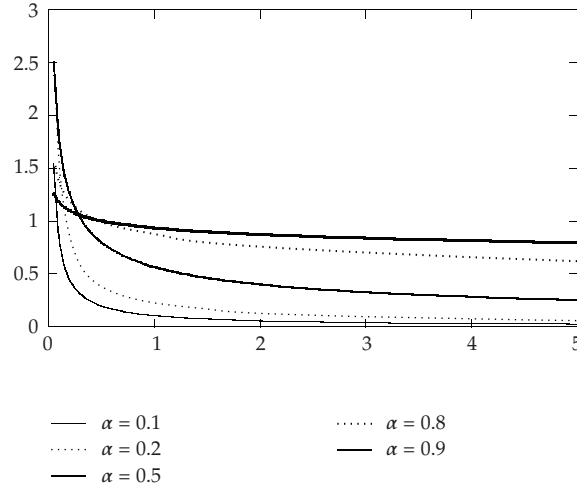
**Figure 2:** Podlubny fractional order derivative interpretation.  $f(t) = t$  and  $\alpha = 0.3$  evaluated in the interval  $[0, 3]$ . The fractional derivative is the projection of the area below the functions over a nonlinear time scale  $g(\tau)$ , with a deformation parameter  $\alpha$  (order of the derivative).

With this information a tridimensional graph is drawn with axes  $g(\tau)$ ,  $f(\tau)$ , and  $\tau$  as shown in Figure 2. The projection of the area below  $f(t)$ , over the plane  $\langle \tau, f(\tau) \rangle$ , is  $\int_0^t f(\tau) d\tau$ , the same as the integer integral definition. The projection of the area below the curve, over the plane  $\langle f(\tau), g(\tau) \rangle$ , is  $\int_0^t f(\tau) dg(\tau)$ . Note that it is the same definition as (3.4), that is, the integral of the function with a non homogeneous time scale that depends on the parameter  $\alpha$ .

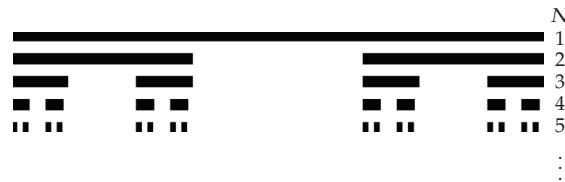
Another geometrical interpretation, this time based fractal dimension was proposed in [32]. Here the author argues that the Riemman-Lioville (2.2) is the convolution of the function  $f(t)$  with kernel:

$$h_\infty = \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}. \tag{3.6}$$

For  $\alpha = 0$ , the function  $h_\infty$  is undetermined. By increasing  $\alpha$  (fractional integral case), the kernel  $h_\infty$  takes into account the effect of the past values, weighting them (Figure 3). If  $\alpha = 1$  (integer integral case), then  $J_c^\alpha$  has perfect memory and all the past is equally weighted.



**Figure 3:** Function kernel  $h_\infty$  evaluated for different  $\alpha$  values. When convoluted with a function,  $f(t)$  drives the weigh of the “memory” in the output.



**Figure 4:** Cantor set with  $\alpha = 1/3$ . Note that the density of the remaining segments is similar to the decay of the kernel function  $h_\infty$ .

In the derivative case ( $-1 < \alpha < 0$ ), the interpretation cannot be explicit obtained from (2.2). Using the Leibniz rule on (2.3) we obtain

$$D^\alpha f(t) = \frac{f(0)t^{-\alpha}}{\Gamma(1-\alpha)} + \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_a^t (t-\tau)^{-\alpha} f'(\tau) d\tau, \quad 0 \leq \alpha < 1. \tag{3.7}$$

Note that the kernel of (3.6) naturally appears when  $\alpha$  is replaced by  $1 - \beta$  and it regulates the effect of the past in a  $\beta$ -proportional rate. The derivative value is the sum of the effect of the initial condition and the value of the integer derivative, both regulated by the kernel  $h_\infty$ . The kernel behavior is similar to the Cantor set [33], that is, an iterative function that removes the middle section of a line (Figure 4). The fractal dimension of the Cantor set is defined by

$$D = \frac{\ln 2}{\ln 1/\alpha}, \quad 0 < \alpha < \frac{1}{2}. \tag{3.8}$$

In this case the  $D$ th dimension represents the density of the remaining bars and it is analogous to the kernel  $h_\infty$ , but in discrete time.

## 4. Engineering Applications

Fractional order can represent systems with high-order dynamics and complex nonlinear phenomena using few coefficients [6, 34, 35], since the arbitrary order of the derivatives gives an additional degree of freedom to fit an specific behavior. Another important characteristic is that the fractional order derivatives depend not only on local conditions of the evaluated time, but also on all the history of the function. This fact is often useful when the system has long-term “memory” and any evaluation point depends on the past values of the function. However, it is also a problem when fractional derivative functions are implemented in logical circuits, because they require a huge quantity of physical memory. The strategies to simulate fractional order systems are classified in three groups [36, 37].

- (i) *Computational methods based on the analytic equation.* These methods present multiple parameters and are complicated to analyze, as it is necessary to evaluate every single point in the function and its history; moreover, the explicit equation is often difficult to obtain.
- (ii) *Approximation through a rational system in discrete time.* The analytical system is replaced by its discrete equivalent in frequency space. Those methods result in irrational coefficients, that are approximated again by truncating the polynomial series, which is equivalent to truncate the model in the time domain; therefore, it requires as minimum the same number of coefficients as samples, losing the characteristic of “infinite memory”. On the other hand, if the series has a lot of coefficients, it limits simulation in real time, as it requires more processing cycles.
- (iii) *Approximation of the fractional system using rational function in continuous time.* This is approximated by rational continuous approach, but the series must be truncated; therefore, it must be limited to a specific frequency range of operation.

### 4.1. Electronics Applications

Another way to obtain the response of a fractional order system is by using analogical circuits with fractional order behavior as shown in Figure 5 or systems with fractal configuration as shown in Figure 6(a). Here three methods are introduced.

- (i) *Component by component implementation* [29, 32]. The approximation of the transfer function is done by the recursive circuit shown in Figure 5. The gain between  $V_o$  and  $V_i$  in Laplace transform is the continuous fraction approximation to the original system [38], that is

$$\frac{V_o}{V_i} = 1 + \frac{\omega_n}{s + \frac{\omega_{n-1}}{1 + \frac{\omega_{n-2}}{s + \frac{\omega_{n-3}}{\vdots}}}}}, \quad (4.1)$$

where  $\omega_{n-2j} = 1/R_j C_j$  and  $\omega_{n-2j+1} = 1/(R_{j+1} + C_j)$ .

This circuit has two principal disadvantages: (1) it has a limited frequency band of work, and (2) this is an approximation, therefore it requires a lot of low tolerance components, depending on the accuracy required by the designer.



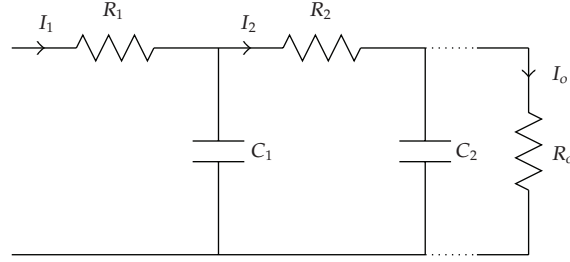


Figure 5: Recursive low pass RC filter.

- (ii) *Field Programmable Analog Array (FPAA)* [39]. The designer implements the circuit component by component into a FPAA. It allows changing of the dynamical behavior of the fractional order system with a few simple modifications and each element has custom tolerance.
- (iii) *Fractional order impedance component*. It is a capacitor with fractional order behavior introduced in [40]. In general it consists in a capacitor of parallel plates, where one of them presents fractal dimension (Figure 6(a)). Each branch could be modeled as a low pass resistor/capacitor (RC) circuit filter and it is linked to the principal branch, as shown in Figures 6(b) and 6(c).

Anyone of these approaches could be used in engineering applications, in this paper we introduce its use in systems' identification, control theory and robotics.

## 4.2. Fractional Order Identification of Dynamical Systems

Fractional order dynamical systems can be modeled using the Laplace transform-like transfer functions [41] as

$$G(S) = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (4.2)$$

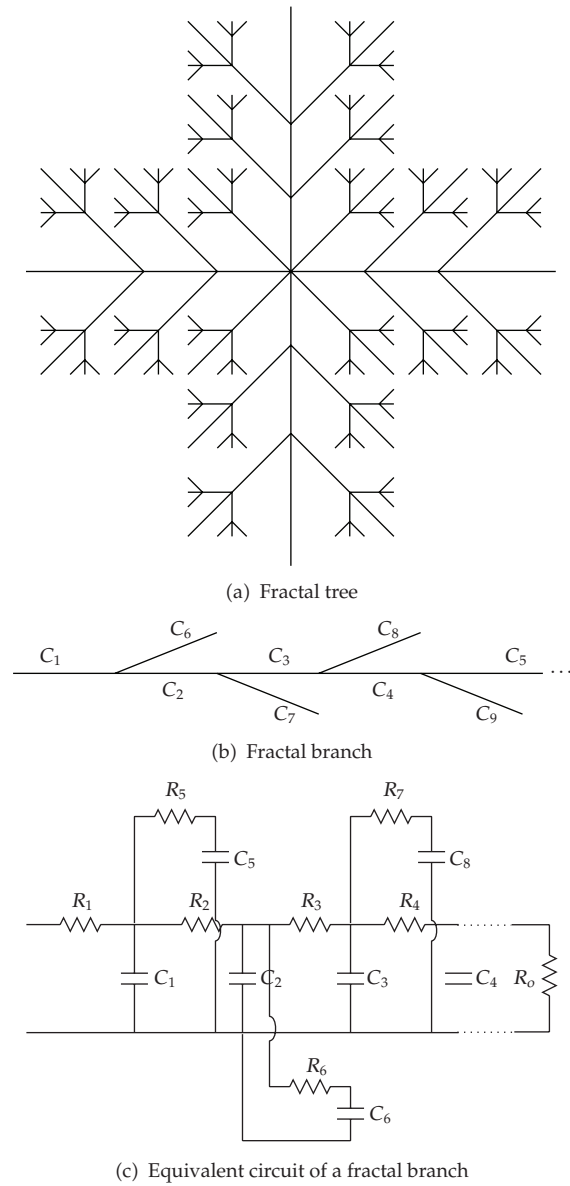
with  $\alpha, \beta \in \mathfrak{R}$ ,  $\alpha_n > \alpha_{n-1} > \dots > \alpha_0$ , and  $\beta_m > \beta_{m-1} > \dots > \beta_0$ .

Some high-order systems would be approximated with a compact fractional order expression, it is useful in cases where an approach between holistic and detailed description of the process is required. As an instance the model of the 5th order [7]

$$G(s) = \frac{s^4 + 36s^3 + 126s^2 + 84s + 9}{9s^4 + 84s^3 + 126s^2 + 36s + 1}. \quad (4.3)$$

This 8-parameter system would be well approximated by  $G(s) \approx 1/s^{0.5}$ , a compact fractional order system with just a parameter, valid in the frequency range from 100 to 10000 Hz, as shown in Figure 7.

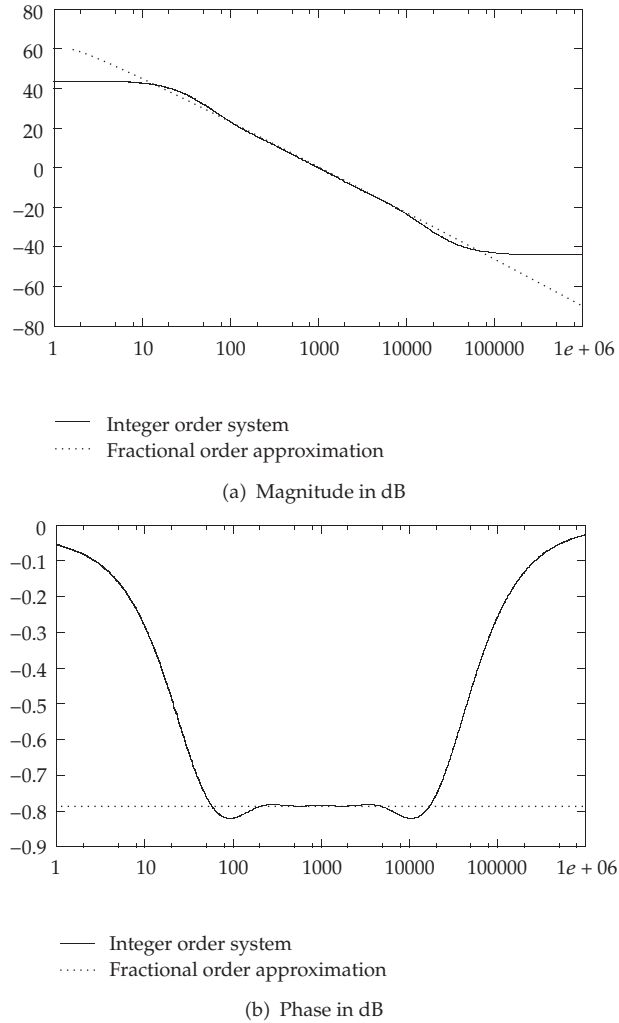
Many real systems are better identified as fractional order equations [16, 42] than integer ones. In fact, some responses cannot be approximated just as a linear combination of exponential functions [43], and the arbitrary order is an additional degree of freedom that



**Figure 6:** Fractor is a parallel capacitance with fractional order behavior. It uses fractal geometry when fabricated. (a) Introducing a type of fractal tree. (b) Presenting the link diagram, and (c) The circuit equivalence.

yields a better approximation to the real system while describing it in a compact way [44]. In [45] it was used this fact to identify a fractal system, typically modeled in frequency as:

$$F(S) = \frac{K}{s^m + a}, \quad m \in \mathfrak{R}, K, a \in \mathbb{Z}^+, s = j\omega. \tag{4.4}$$



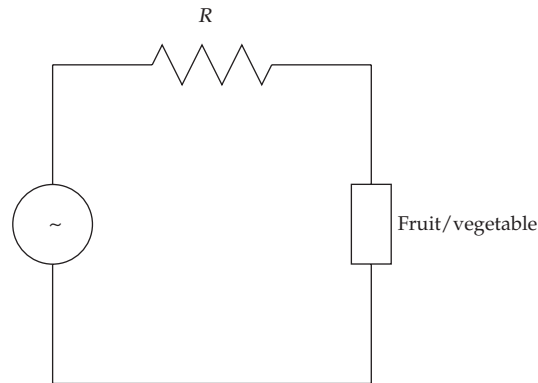
**Figure 7:** Comparison between a high-order integer system and its approximation by a fractional one.

Adjusting the model is accomplished by finding the parameters  $\{K, a, \alpha\}$  that minimize the mean error with the real data.

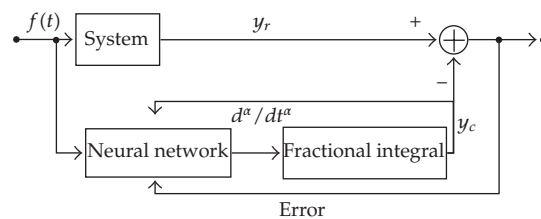
Another instance of the fractional order formulation is presented in [46], the authors approximated a complex system, a flexible structure with five vibration modes, modeling it with few parameters, being still valid for a wide range of frequencies. They propose the transfer function:

$$G(S) = \frac{\sum_{i=0}^m a_i (S^\alpha)^i}{(S^\alpha)^n + \sum_{j=0}^{n-1} b_j (S^\alpha)^j} \quad (4.5)$$

with  $\alpha = 1$ ,  $\alpha = 2$ , and  $\alpha = 0.5$ . A real value of  $\alpha$  models the damper behavior without increasing the order of the system, and maintaining a compact expression too, valid for the frequency range [0.1 Hz–200 Hz].



**Figure 8:** Circuit used for identification of fractance in fruits and vegetables.

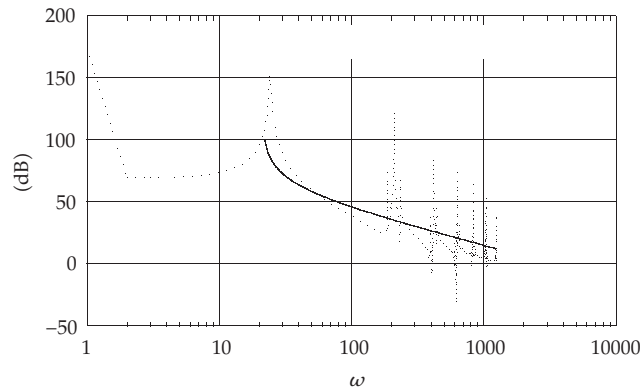


**Figure 9:** Block diagram of the identification of a system by CNN. Two sorts of systems would be identified, the neural network and the continuous fractional system.

Another example of identification of a biological system was presented in [20], the authors note that their frequency response does not decay/increase in multiples of 20 dB/dec in the Bode's plot. It may occur because fruit and vegetable's electrical properties depend on several parameters as type of fruit/vegetable, size, temperature, and pressure between others. As the author demonstrates by the experiment shown in Figure 8, by applying a sine voltage and analyzing the current over the object. They found that the response in frequency has a fractional order behavior with a constant slope, depending on the fruit/vegetable.

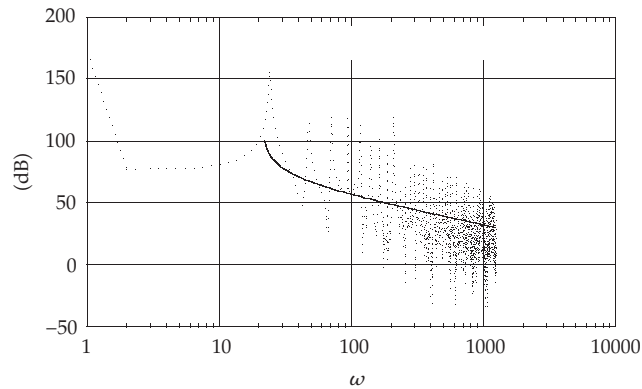
A nonparametric method introduced in [47] uses a continuous neural network (CNN) in order to identify nonlinear systems. This type of networks uses integral blocks instead of time delays. This fact makes the model continuous and its behavior is not a "black box" anymore. From this kind of network it is possible to separate the static nonlinear system (neural network) from the dynamical one (integral blocks). If the integral blocks are fractional order blocks, then the CNN captures the fractional behavior too. In order to train the network, the authors used the square mean error between the system output  $y_r$  and the neural network output  $y_c$  (Figure 9).

Just as an example, we propose an experiment with synthetic data, simulating the vibration present in a gearbox. These kinds of systems are highly complex as several frequencies and their harmonics are excited by the rotation of the axes, unbalanced pieces, meshing between gears, bearing balls interaction, backlash between pieces among others. When the system has a failure, harmonics and side-bands are added to the frequency



—  $146.74(\omega - 21.21)^{-0.616}$   
 ..... Machine's signal

(a) System without failure



—  $146.74(\omega - 21.21)^{-0.49}$   
 ..... Machine's signal

(b) System with failure

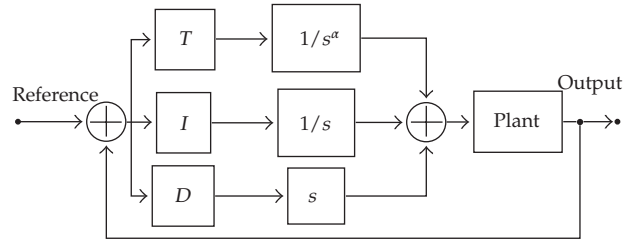
**Figure 10:** Magnitude of the Bode's plot of two complex systems, one represents the vibration signal of a rotational system without a failure (a) and the other is (b) a system with a teeth broken on the transmission box. Note that when approximating by a fractional order equations the order changes from a system to another.

spectrum and the dynamical model of the system may change. If these models were known a predictive maintenance strategy would be proposed based on comparison between them.

Unfortunately as there are many components interacting and some have nonlinear behavior, a dynamical model of integer order is frequently difficult to obtain and involve several parameters that are hardly comparable. Notwithstanding, as shown in Figure 10 the signal on the Bode's plot does not decay by 20 dB/dec, hence the systems would be approximate by a fractional order equations. When a failure is introduced, the model of the system change. In this case the failure was identified with just one parameter, the order of the equation.

**Table 1:** Classification of dynamical system grouping by order of the plant and the controller.

Order of system	Order of controller
Integer	Integer
Integer	Fractional
Fractional	Integer
Fractional	Fractional

**Figure 11:** Block diagram of *TID* controller, where  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

### 4.3. Fractional Order Control

Dynamic systems are typically fractional order, but often just the controller is designed as that, as the plant is modeled with integer order differintegral operators. A robust fractional order controller requires less coefficients than the integer one [48]. Grouping by type of plant and controller, the systems are classified in four sets [49], as shown in Table 1.

In [49] it is proved that fractional order controllers are more robust than integer order. The authors proposed two dynamic systems with three coefficients, (1) an integer system of second order and (2) a system of fractional order with three coefficient. They optimized those controllers and found that fractional algorithms were more stable taking into account stationary error and the overshoot percentage.

The typical fractional controller in literature are [27] as follows.

(i) *Tilted Proportional and Integral (TID)*. It is a controller similar to the *PID* of integer order in its architecture, but replacing the proportional component by a function like  $s^{-\alpha}$ , with  $\alpha \in \mathfrak{R}$ . It gives an additional degree of freedom to the system and allows a better behavior than that of the integer order controller. A block diagram of *TID* controllers is shown in Figure 11.

(ii) *Acronym in French of Contrôle Robuste d'Ordre Non Entier (CRONE)*. These type of controllers are based on "fractal robustness" (a damping behavior that is independent of the mass observed in water dykes) [50] in which the conjugated roots of the characteristic equation of the system can move over a fixed angle in the complex plane. When analyzed in feedback, the system has a constant phase (4.8). This result is identical to the phase of the proposed system in open loop for high frequencies. Therefore, it implies that the controller is robust in this characteristic, which is directly related with the overshoot and the damper factor.

The function approximation to the dyke behavior was

$$G(s) = \frac{1}{(\tau a)^{\alpha} + 1}. \quad (4.6)$$

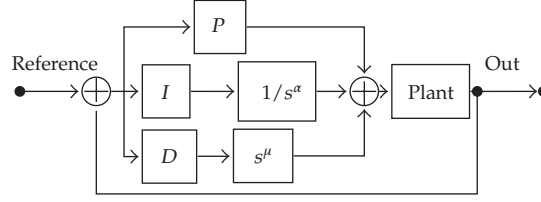


Figure 12: Block diagram of the  $PI^\alpha D^\mu$  controller, where  $0 \leq \alpha \leq 1$  and  $0 \leq \mu \leq 1$ .

Therefore, in feedback with a negative gain

$$G(s) = \frac{1}{e^{\alpha \ln \tau \omega}} |G(j\omega)| = e^{-\alpha \ln \tau \omega}, \quad (4.7)$$

$$\langle G(j\omega) \rangle = -\alpha \frac{\pi}{2}. \quad (4.8)$$

(iii) *Algorithm  $PI^\alpha D^\mu$* . This is the generalization of the integer  $PID$ . The general structure of this kind of controllers is

$$\frac{O(S)}{I(S)} = P + IS^{-\alpha} + DS^\mu. \quad (4.9)$$

There is not a rigorous formula to design this type of controller, some techniques to adjust it are artificial intelligence, as swarm intelligence [51], genetic algorithms [52] or other where the parameter space has five variables  $[K_p, K_i, K_d, \alpha, \mu]$ . A block diagram of  $PI^\alpha D^\mu$  is shown in Figure 12.

(iv) *Fractional lead-lag controller*. It is the generalization of the lead-lag controller of integer order. It can be written as

$$C_r(S) = C_0 \left( \frac{1 + s/\omega_b}{1 + s/\omega_h} \right)^r, \quad (4.10)$$

where  $0 < \omega_b < \omega_h$ ,  $C_0 > 0$  and  $r \in (0, 1)$

In [53] the author proposes a general optimization architecture, based on Caputo formula, where the system equation is optimized in Lagrange terms as follow:

$$\begin{aligned} D^\alpha x &= G(x, u, t), \\ D^\alpha &= \frac{\delta F}{\delta x} + \lambda \frac{\delta G}{\delta x} = 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

where  $\lambda$  is the Lagrange multiplier and the initial conditions are known.

#### 4.4. Applications in Robotics

In industrial environments the robots have to execute their task quickly and precisely, minimizing production time. It requires flexible robots working in large workspaces;

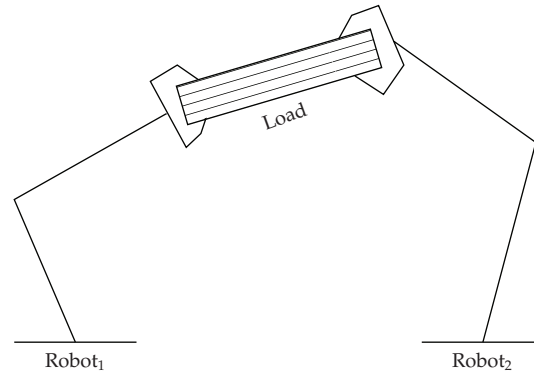


Figure 13: A cooperative cell of robots achieving a desired task.

therefore, they are influenced by nonlinear and fractional order dynamic effects [10]. For instance in [54, 55] the authors analyze the behavior of two links in a redundant robot (a robot that has more degree of freedom than required to carry out its task) following a circular trajectory in the Cartesian space. By calculating the inverse kinematics, the pseudoinverse matrix does not converge into an optimal solution either for repeatability or manipulability. In fact, the configuration of those links has a chaotic behavior that can be approximated by fractional order equations, since it is a phenomena that depends on the long-term history, as introduced in [56]. Another case-fractional order behavior in robotics was presented in [10], where a robot of three degrees of freedom was analyzed by following a circular trajectory, controlled with a predictive control algorithm on each joint. Despite it has an integer order model, the current of all motors at the joints presents clearly a fractional order behavior.

In [57], the authors analyze the effect of a hybrid force and position fractional controller applied to two robotic arms holding the same object, as shown in Figure 13. The load of the object varied and some disturbances are applied as reference of force and position. A  $PI^\alpha D^\mu$  controller was tuned by trial and error. The resulting controller was demonstrated to be robust to variable loads and small disturbances at the reference.

Another interesting problem in robotics which can be treated, with FOC is the control of flexible robots, as this kind of light robots use low power actuators, without self-destruction effects when high impacts occurs. Nevertheless significant vibrations over flexible links make a position control difficult to design, because it reveals a complex behavior difficult to approximate by linear differential equations [58]. However in [59], the authors propose a  $PD^\alpha$  for a flexible robot of one degree of freedom with variable load, resulting in a system with static phase and constant overshoot, independent of the applied load.

Another case was analyzed in [60], simulating a robot with two degrees of freedom, and some different physical characteristics, as an ideal robot, a robot with backlash and a robot with flexible joints. In each one of these configurations they applied  $PID$  and  $PI^\alpha D^\mu$  controllers and their behavior was compared. These controllers were tuned by trial and error in order to achieve a behavior close to the ideal and tested 10000 trajectories with different type of accelerations [61]. Over the ideal robot, the  $PID$  controller had a smaller response time and smaller overshoot peak than the fractional order  $PID$ . When any kind of nonlinearity is added to the model, the fractional controller has a smaller overshoot and a smaller stationary error, demonstrating that these type of controllers are more robust than classical  $PID$  to nonlinear effects.



A small overshoot in fractional order controllers is an important characteristic when accuracy and speed are desired in small spaces. In [62] the authors used CRONE controllers in order to reduce the overshoot on small displacement over a XY robot. The workspace is of  $1 \text{ mm}^2$  and the overshoot obtained was lower than 1%.

An application in a robot with legs was presented in [63, 64], designing a set of  $PD^\alpha$  algorithms in order to control position and force, applied to an hexapod robot with 12 degrees of freedom. The authors defined two performance metrics, one for quantity of energy and the other for position error. The controllers with  $\alpha = 0.5$  had the best performance in this robot.

## 5. Conclusions

In this paper some basic concepts of FOC and some applications in engineering were presented. However, its inherent complexity, the lack of a clear geometrical interpretation and the apparent sufficiency of the integer calculus have delayed its use outside the area of mathematics. Nowadays, some applications have begun to appear but they are still at the initial stage of development. In the near future, with a deep understanding of FOC's implications, its use in systems' identification will increase, as it captures very complex behavior neglected by IOC, and in control of systems this tool open a wide range of desired behavior, where the integer one is just a special case.

## Acknowledgment

The authors acknowledge support received from the Universidade Estadual de Campinas—UNICAMP (Brazil), Instituto Superior de Engenharia do Porto—I.S.E.P. (Portugal), and Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior—CAPES (Brazil), that made this study be possible.

## References

- [1] J. A. T. Machado, "A probabilistic interpretation of the fractional-order differentiation," *Fractional Calculus and applied Analysis*, vol. 6, no. 1, pp. 73–80, 2003.
- [2] Q.-S. Zeng, G.-Y. Cao, and X.-J. Zhu, "The effect of the fractional-order controller's orders variation on the fractional-order control systems," in *Proceedings of the 1st International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, vol. 1, pp. 367–372, 2002.
- [3] R. L. Magin and M. Oviaia, "Modeling the cardiac tissue electrode interface using fractional calculus," *Journal of Vibration and Control*, vol. 14, no. 9-10, pp. 1431–1442, 2008.
- [4] L. Sommacal, P. Melchior, A. Oustaloup, J.-M. Cabelguen, and A. J. Ijspeert, "Fractional multi-models of the frog gastrocnemius muscle," *Journal of Vibration and Control*, vol. 14, no. 9-10, pp. 1415–1430, 2008.
- [5] N. Heymans, "Dynamic measurements in long-memory materials: fractional calculus evaluation of approach to steady state," *Journal of Vibration and Control*, vol. 14, no. 9-10, pp. 1587–1596, 2008.
- [6] J. De Espíndola, C. Bavastri, and E. De Oliveira Lopes, "Design of optimum systems of viscoelastic vibration absorbers for a given material based on the fractional calculus model," *Journal of Vibration and Control*, vol. 14, no. 9-10, pp. 1607–1630, 2008.
- [7] B. T. Krishna and K. V. V. S. Reddy, "Active and passive realization of fractance device of order  $1/2$ ," *Active and Passive Electronic Components*, vol. 2008, Article ID 369421, 5 pages, 2008.
- [8] Y. Pu, X. Yuan, K. Liao, et al., "A recursive two-circuits series analog fractance circuit for any order fractional calculus," in *ICO20: Optical Information Processing*, vol. 6027 of *Proceedings of SPIE*, pp. 509–519, August 2006.

- [9] M. F. M. Lima, J. A. T. Machado, and M. Crisóstomo, "Experimental signal analysis of robot impacts in a fractional calculus perspective," *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, vol. 11, no. 9, pp. 1079–1085, 2007.
- [10] J. Rosario, D. Dumur, and J. T. Machado, "Analysis of fractional-order robot axis dynamics," in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.
- [11] L. Debnath, "Recent applications of fractional calculus to science and engineering," *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, vol. 2003, no. 54, pp. 3413–3442, 2003.
- [12] G. W. Bohannan, "Analog fractional order controller in temperature and motor control applications," *Journal of Vibration and Control*, vol. 14, no. 9-10, pp. 1487–1498, 2008.
- [13] J. Cervera and A. Baños, "Automatic loop shaping in QFT using CRONE structures," *Journal of Vibration and Control*, vol. 14, no. 9-10, pp. 1513–1529, 2008.
- [14] R. Panda and M. Dash, "Fractional generalized splines and signal processing," *Signal Processing*, vol. 86, no. 9, pp. 2340–2350, 2006.
- [15] Z.-Z. Yang and J.-L. Zhou, "An improved design for the IIR-type digital fractional order differential filter," in *Proceedings of the International Seminar on Future BioMedical Information Engineering (FBIE '08)*, pp. 473–476, December 2008.
- [16] I. Petráš, "A note on the fractional-order cellular neural networks," in *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, pp. 1021–1024, July 2006.
- [17] L. Dorcak, I. Petras, I. Kostial, and J. Terpak, "Fractional-order state space models," in *Proceedings of the International Carpathian Control Conference*, pp. 193–198, 2002.
- [18] D. Cafagna, "Past and present—fractional calculus: a mathematical tool from the past for present engineers," *IEEE Industrial Electronics Magazine*, vol. 1, no. 2, pp. 35–40, 2007.
- [19] A. Benchellal, T. Poinot, and J.-C. Trigeassou, "Fractional modelling and identification of a thermal process," in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.
- [20] I. S. Jesus, J. A. T. Machado, and J. B. Cunha, "Fractional electrical dynamics in fruits and vegetables," in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.
- [21] W. M. Ahmad and R. El-Khazali, "Fractional-order dynamical models of love," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 33, no. 4, pp. 1367–1375, 2007.
- [22] A. Oustaloup, J. Sabatier, and X. Moreau, "From fractal robustness to the CRONE approach," in *Systèmes Différentiels Fractionnaires (Paris, 1998)*, vol. 5, pp. 177–192, SIAM, Paris, France, 1998.
- [23] I. Podlubny, "The laplace transform method for linear differential equations of the fractional order," Tech. Rep., Slovak Academy of Sciences, Institute of Experimental Physics, 1994.
- [24] D. Xue, C. Zhao, and Y. Chen, "A modified approximation method of fractional order system," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA '06)*, pp. 1043–1048, 2006.
- [25] J. L. Adams, T. T. Hartley, and C. F. Lorenzo, "Fractional-order system identification using complex order-distributions," in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.
- [26] M. D. Ortigueira, J. A. T. Machado, and J. S. Da Costa, "Which differintegration?" *IEE Proceedings: Vision, Image and Signal Processing*, vol. 152, no. 6, pp. 846–850, 2005.
- [27] D. Xue and Y. Q. Chen, "A comparative introduction of four fractional order controllers," in *Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation*, vol. 4, pp. 3228–3235, 2002.
- [28] R. L. Magin and M. Ovia, "Modeling the cardiac tissue electrode interface using fractional calculus," in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.
- [29] K. B. Oldham and J. Spanier, *The Fractional Calculus: Theory and Applications of Differentiation and Integration to Arbitrary Order*, vol. 1, Dover, New York, NY, USA, 2006.
- [30] C. Ma and Y. Hori, "Fractional order control and its application of PI $\alpha$ D controller for robust two-inertia speed control," in *Proceedings of the 4th International Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC '04)*, vol. 3, pp. 1477–1482, August 2004.
- [31] I. Podlubny, "Geometric and physical interpretation of fractional integration and fractional differentiation," *Fractional Calculus & Applied Analysis*, vol. 5, no. 4, pp. 367–386, 2002.
- [32] M. Moshrefi-Torbati and J. K. Hammond, "Physical and geometrical interpretation of fractional operators," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 335, no. 6, pp. 1077–1086, 1998.
- [33] S. Miyazima, Y. Oota, and Y. Hasegawa, "Fractality of a modified Cantor set and modified Koch curve," *Physica A*, vol. 233, no. 3-4, pp. 879–883, 1996.

- [34] F. B. M. Duarte and J. A. T. Machado, "Fractional dynamics in the describing function analysis of nonlinear friction," in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.
- [35] P. J. Torvik and R. L. Bagley, "On the appearance of the fractional derivative in the behaviour of real materials," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 51, no. 2, pp. 294–298, 1984.
- [36] D. Baleanu and S. I. Muslih, "Nonconservative systems within fractional generalized derivatives," *Journal of Vibration and Control*, vol. 14, no. 9-10, pp. 1301–1311, 2008.
- [37] T. Poinot and J.-C. Trigeassou, "A method for modelling and simulation of fractional systems," *Signal Processing*, vol. 83, no. 11, pp. 2319–2333, 2003.
- [38] S. Oh and Y. Hori, "Realization of fractional order impedance by feedback control," in *Proceedings of the 33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON '07)*, pp. 299–304, 2007.
- [39] R. Caponetto and D. Porto, "Analog implementation of non integer order integrator via field programmable analog array," in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.
- [40] T. C. Haba, G. Ablart, T. Camps, and F. Olivie, "Influence of the electrical parameters on the input impedance of a fractal structure realised on silicon," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 24, no. 2, pp. 479–490, 2005.
- [41] I. Podlubny, I. Petráš, B. M. Vinagre, P. O'Leary, and L. Dorčák, "Analogue realizations of fractional-order controllers," *Nonlinear Dynamics*, vol. 29, no. 1–4, pp. 281–296, 2002.
- [42] J. J. De Espiñdola, J. M. Da Silva Neto, and E. M. O. Lopes, "A generalised fractional derivative approach to viscoelastic material properties measurement," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 164, no. 2, pp. 493–506, 2005.
- [43] B. M. Vinagre and V. Feliu, "Optimal fractional controllers for rational order systems: a special case of the Wiener-Hopf spectral factorization method," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 52, no. 12, pp. 2385–2389, 2007.
- [44] T. T. Hartley and C. F. Lorenzo, "Fractional-order system identification based on continuous order-distributions," *Signal Processing*, vol. 83, no. 11, pp. 2287–2300, 2003.
- [45] A. Djouambi, A. Charef, and A. V. Besan, "Approximation and synthesis of non integer order systems," in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.
- [46] B. M. Vinagre, V. Feliu, and J. J. Feliu, "Frequency domain identification of a flexible structure with piezoelectric actuators using irrational transfer function models," in *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 17, pp. 1278–1280, December 1998.
- [47] F. Benoit-Marand, L. Signac, T. Poinot, and J.-C. Trigeassou, "Identification of non linear fractional systems using continuous time neural networks," in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.
- [48] D. Xue, C. Zhao, and Y. Chen, "Fractional order PID control of A DC-motor with elastic shaft: a case study," in *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 3182–3187, 2006.
- [49] Y. Chen, "Ubiquitous fractional order controls?" in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.
- [50] A. Oustaloup, J. Sabatier, and X. Moreau, "From fractal robustness to the CRONE approach," in *Fractional Differential Systemas: Models, Methods and Applications*, vol. 5, pp. 177–192, SIAM, Paris, France, 1998.
- [51] N. Sadati, M. Zamani, and P. Mohajerin, "Optimum design of fractional order PID for MIMO and SISO systems using particle swarm optimization techniques," in *Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Mechatronics (ICM '07)*, pp. 1–5, 2007.
- [52] J. Y. Cao, J. Liang, and B.-G. Cao, "Optimization of fractional order PID controllers based on genetic algorithms," in *Proceedings of the 4th International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, pp. 5686–5689, 2005.
- [53] O. P. Agrawal, "A formulation and a numerical scheme for fractional optimal control problems," in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.
- [54] F. B. M. Duarte, M. da Graça Marcos, and J. A. T. Machado, "Fractional-order harmonics in the trajectory control of redundant manipulators," in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.
- [55] F. B. M. Duarte and J. A. Machado, "Pseudoinverse trajectory control of redundant manipulators: a fractional calculus perspective," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 2406–2411, 2002.

- [56] F. B. M. Duarte and J. A. T. Machado, "Chaotic phenomena and fractional-order dynamics in the trajectory control of redundant manipulators," *Nonlinear Dynamics*, vol. 29, no. 1–4, pp. 315–342, 2002.
- [57] N. M. F. Ferreira and J. A. T. Machado, "Fractional-order position/force control of two cooperating manipulators," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Computational Cybernetics*, August 2003.
- [58] M. F. M. Lima, J. T. Machado, and M. Cris, "Fractional order fourier spectra in robotic manipulators with vibrations," in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.
- [59] C. A. Monje, F. Ramos, V. Feliu, and B. M. Vinagre, "Tip position control of a lightweight flexible manipulator using a fractional order controller," *IET Control Theory and Applications*, vol. 1, no. 5, pp. 1451–1460, 2007.
- [60] N. M. F. Ferreira and J. A. T. Machado, "Fractional-order hybrid control of robotic manipulators," in *Proceedings of the 11th International Conference on Advanced Robotics*, pp. 393–398, 2003.
- [61] N. M. F. Ferreira, J. A. T. Machado, A. M. S. F. Galhano, and J. B. Cunha, "Fractional control of two arms working in cooperation," in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.
- [62] B. Orsoni, P. Melchior, A. Oustaloup, Th. Badie, and G. Robin, "Fractional motion control: application to an XY cutting table," *Nonlinear Dynamics*, vol. 29, no. 1–4, pp. 297–314, 2002.
- [63] M. F. Silva and J. A. T. MacHado, "Fractional order PD $^\alpha$  joint control of legged robots," *Journal of Vibration and Control*, vol. 12, no. 12, pp. 1483–1501, 2006.
- [64] M. F. Silva, J. A. T. Machado, and R. S. Barbosa, "Comparison of different orders pad fractional order pd0.5 control algorithm implementations," in *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications*, vol. 2, July 2006.

## INTELLIGENT MAINTENANCE OF COMPLEX SYSTEMS: A FRACTIONAL ORDER APPROACH

*Ricardo Enrique Gutiérrez Carvajal<sup>1</sup>, João Maurício Rosário<sup>1</sup>, José Antônio Tenreiro Machado<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>UNICAMP, Campinas - SP, Brazil, {rgutic,rosario}@fem.unicamp.br

<sup>2</sup>I.S.E.P., Oporto, Portugal,jtm@isep.ipp.pt

**Abstract:** Compete in the global market requires high quality of products with short time of manufacture, so it needs to minimize the time that the machinery is stopped, as well as a rapid quality control of manufactured products. These processes are achieved by maintenance strategies that are strongly based on the subjective knowledge of an expert. In this work we use the proficiency of the fractional order calculus to approximate complex behavior with a few parameter, providing a new tool for quickly health evaluation.

**Keywords:** Intelligent Maintenance, Fractional Order Calculus, Identification of Order.

### 1. INTRODUCTION

A failure is something does not allow a machine to keep working, because it is impossible to turn it back or safety. Typically are caused by the use of a material primed for the task, apply a force in a different direction that it was designed, cyclic loading, fatigue, wear, etc. When one of these occurs and the machine continues working tends to worsen and cause other problems. Maintenance is as good as the knowledge of the cause of failure, it is determined to thereby maintain the parts to exchange, have the tools to replace it, experts and workers, everything in place and time needed to repair the equipment before a critical failure occurs and fixing it the shortest time. Therefore, it is not enough to know that the machine is failing, but also the source of failure [1]. In order to solve this problem in literature has been proposed several strategies of maintenance trying to reduce costs of production over time.

In mechatronics, the machines typically increase cost of production and complexity, as a single product contains multiple integrated elements of several technologies ( as electrical, mechanical, optical, etc.), adding components to the signals used in diagnosis. This fact complicates the task of maintenance as currently skilled workers diagnose systems based on experience, so the more complex the system, more difficult to isolate the problem and increase the economic cost of the expert, for example between 1975 and 1991 in the United

States the maintenance cost increase in a 10-15 % a year [2].

In order to avoid this problem, some researchers try to automate the maintenance task, therefore some works propose the use of artificial intelligence techniques over signals usually analyzed by experts [3–5], but they are few applied because they are so complex consequently the academic level of the workers must increase, as well as the high investment on equipment without total trust in computer decisions [6].

Bearing this ideas in mind, the article is organized as follows: In section 2. introduce generally the strategy of intelligent maintenance, the section 3. present some basis of the fractional order calculus and its applications in identification of dynamical systems. In the section 4. the result of apply fractional order identification to a complex system and finally in section 5. the main conclusions are presented.

### 2. INTELLIGENT MAINTENANCE

In the global market, customers have suppliers of several qualities around the world. Therefore to remain competitive the factories need to produce goods of high quality and in a short time, so that satisfy the international demand of clients and customers recently acquired [7]. Consequently the production chain is more vulnerable to various disturbances, the possibility of failure and the time needed to repair it. A perfect balance only can be achieved when the factory is in operation in several shifts a day and the machines are fully functional. Therefore it requires to apply a maintenance strategy that allows to approach the ideal situation described above [8]. In the chain of production the typical problems that stop the production are [8, 9]:

- Fault present in an automated systems. It would be anything from a bad cable to internal parts.
- Failure to transmission line.
- Fault in the quality of manufactured parts. After detecting the problem has look for equipment failing and diagnose it.

- Due to fatigue of parts by repetitive motion.
- Environmental causes.
- Because of false positives in the prognosis of critical machinery, or due to a catastrophic failure to leave a machine in operation due to a false negative.

Each system in the chain presents problems due to deterioration of parts because of use or stochastic failures, such as dropped a tool, machine dovetailed bad, etc. In order to minimize costs, stop the production in order to do procedures to prevent, correct and predict failures, which together is called maintenance [10]. In literature, the strategies of maintenance are classified in [4, 10, 11]:

**Correction:** Over time this strategy is most expensive. The maintenance action takes place when the system symptoms are evident.

**Timely:** When the system has minor failures as to keep the machine in operation. When a failure is severe, takes advantage of the maintenance stop to replace all defective parts.

**Preventive** It is based on the information delivered by the manufacturer and experience of staff of the plant. There are planned periodic maintenance actions, in which possibly the machine is stopped. Moreover the failure may occur before the time of maintenance for unusual wear of parts or because of a random failure.

**Predictive:** The system must be constantly monitored and the signals analyzed at the time. When the operator observes that the machine presents a possible situation of failure in the near future, will be held the maintenance action.

If the maintenance action needs to hold the device, has three possible effects: (1) the frequency of maintenance is adequate and the machine has no additional stops, only to random failures, (2) the frequency is low and the machine failure before the scheduled maintenance action, therefore presents an additional stop for an undetected or random failure, or (3) the frequency is so high that it increases the maintenance costs unnecessarily. In the 1990s another idea starts to be used in industry, catching symptoms of equipment constantly, and when the it is abnormal it is analyzed even without stopping

the production, performing the maintenance action only when it is needed [9, 12].

Make decisions on maintenance based on condition (CBM) requires a tough one to predict failure and the severity of it in the future. It has three goals: (1) Design a strategies for the maintenance of sophisticated equipment in complex operating environments, (2) reduce cost of storage of spare parts and finally (3) reduce catastrophic failures and eliminate unscheduled stops[6].

A model proposed to CBM is the layered model OSA/CBM, this consists of [13–15]:

1. Layer of sensors. This is the physical layer comprise all the sensors in the machine. It's instrumentation that can deliver signals relevant to diagnosis.
2. Layer of signal processing: The signals are typically filtered and transformed to a mathematical space where the data are easier to interpret such frequency.
3. Layer of condition's monitor : Basically compares the data obtained with the system in optimal performance and a estimated index. In the case that they are very different, it generates an alarm.
4. Layer of health assessment: Receives the indexes generated in the previous layer and diagnoses indicated the seriousness of the failure, taking into account the history of the system.
5. Layer of prognosis: Taking into account the information collected on the other layers, attempts to establish the state of the components in the future, including lifetime . There are three commonly used strategies:
  - Based on rules: Uses heuristic tools, blurred logic, machine intelligence and statistics to generate decision trees, it is strongly linked to the data collected and the manufacturer's recommendations.
  - Based on case study: Compares the signal with others in the past in the presence of failures, as well as the problem of establishing a possible solution, taking into account that corrective action has been taken previously and that had consequences. Unfortunately have a consistent database is a difficult task to achieve.

- Based on the model: generates an initial model with the machinery in operating condition and then is compared with a system identified at current time. If the margin of error between the models and larger than a fixed band, the system presents a failure and possibly informs its location. However, the complexity of the model limits the type of failure fully identifiable besides being difficult to draw in a complex machine. Alias the model contains many parameters, the identification process is slow to use it in real time.
6. Layer of decision support: With the information on the covers 4 and 5 performs recommendations indicating the corrective actions to be taken as the part becomes unusable .
  7. Presentation: It shows information of all layers to the experienced operator in order to take corrective action.

As shown before, the OSA/CBM model requires a set of relevant signals to produce an index ease to interpret by a human or a software. Currently the most health evaluation are done by the subjective knowledge of the expert, as in case of interpret complex graphs like Fourier's spectrum, cepstrum, etc. [16]. Nowadays some mathematical techniques would simplify the task of obtain significant indexes, our approach consist in approximate complex interaction between several systems with a fractional order one. Basis of fractional order calculus will be studied in the next section.

### 3. FRACTIONAL ORDER CALCULUS

Fractional order calculus (FOC) was little used in engineering because of its complexity, the apparent sufficiency of the integer order calculus (IOC) and the lack of a simple physical or geometrical interpretation [17, 18]. However, this models more accurately the behavior of some systems in nature relating to different areas of engineering, and is used as a promising tool in bioengineering [19, 20], viscoelasticity [21, 22], electronics [23, 24], robotics [25–27], control theory [28, 29] and signal processing [30, 31] among others.

#### 3.1. Basis and applications

In recent years these concepts have attracted the attention of engineers because of through them can models the behavior of many physical nonlinear systems in a compact way taking

into account non-local features as “infinite memory” [32–34]. Examples are the phenomenon of heat diffusion [35], electrical impedance of fruits and vegetables [36], modeling the love triangles between human [37], the behavior of water in the pores of the cliffs, where the radio damping is constant regardless of the mass of water in motion [38], etc. On the other hand, directing the behavior of a process with fractional-order controllers is an advantage, since the system response is not restricted to the addition of exponential functions, therefore there is a wide range of behaviors reached where the integer response is a particular case [39].

The concept of fractional order calculus is as old as the integer order one, this can be proved across a letter from Leibniz to L'Hopital in 1695 [40]. This is a generalization of the calculation of integer order in real or complex [41]. Formally can be defined as:

$$D^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \alpha > 0, \\ 1 & \alpha = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-\alpha} & \alpha < 0 \end{cases} \quad (1)$$

With  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

One possible cause because it is little used in engineering is that the FOC has multiple definitions [34, 42], hindering their geometric interpretation, and that the IOC seemed to be sufficient to model nature. However many phenomena are better described by fractional order formulations, since it takes into account past behavior and have the ability to express with few coefficients dynamic systems considered of high-order [43, 44].

Another tool of interest in engineering is the Laplace transforms, which is still valid to simplify operations such as convolution and can be used to solve differential equations of fractional order. FOC in the Laplace transform is defined as [45]:

$$\mathcal{L}\{ {}_0D_t^\alpha \} = s^\alpha F(s) - \sum_{j=0}^{n-1} s^j [ {}_0D^{\alpha-j-1} f(0) ] \quad (2)$$

with  $n - 1 < q < n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . Thus, the transform takes into account all the initial conditions from the first to the  $n$ -th derivative  $-1$ . Using this result is clear that any dynamic system of an arbitrary order could described by transfer functions of the form [46]:

$$G(s) = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (3)$$

With  $\alpha, \beta \in \mathfrak{R}$ ,  $\alpha_n > \alpha < n - 1 > \dots > \alpha_0$  and  $\beta_m > \beta < m - 1 > \dots > \beta_0$

Many real systems can be identified from the theory of fractional systems [32, 47], whereas the transfer function is fractional order, so the response time is not approached through several exponential functions [48]. In addition the order is a variable degree of freedom that enables to adjust accurately to the system and describes it in a compact form [49]. Djuambi [50] used this fact to identify a fractal system, bringing data to the equation:

$$F(s) = \frac{K}{s^\alpha + a}, \quad \alpha \in \mathfrak{R} \quad (4)$$

Adjusted the template to find the parameters  $\{K, a, \text{alpha}\}$  that minimize the mean error when compared with the actual data.

### 3.2. Application in Maintenance of Systems

Real life systems are governed by differential equations frequently interacting with other systems, complicating the mathematical description. The behavior of the system change when a failure occurs, therefore the differential equation change. Take as an example the system proposed in the Fig. 1, here 4 subsystems interact, and is difficult to have a intuitive idea of the behavior of each part. FOC can represent the system with few parameters, supposing that the system is a fractional order equivalent as shown if Fig. 2.

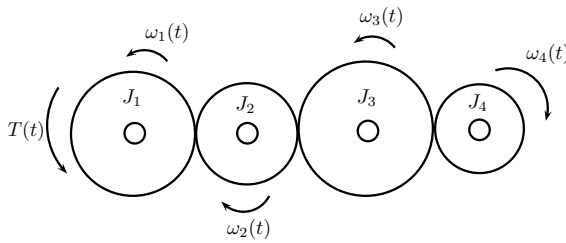


Figure 1: Case of Study. A twelve parameter linear system.

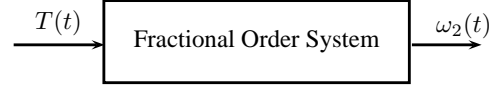


Figure 2: Fractional order equivalent system. This approximation is valid a wide band of frequencies.

## 4. RESULTS

In order to valuate the efficiency of the fractional order calculus to describe complex systems and how the fractional order approximation is sensitive to failures in the plant, we propose the model shown in Fig 1 for testing.

In this case the system is known and the signal provided by  $\omega_2(t)$  is noise free. A general space state of this linear plant is presented in the equation 5 and table 1. The parameters used in simulation are shown in table 2.

Table 1: Space state definition.

State	Variable	State	Variable
$X_1$	$\omega_4(t)$	$X_5$	$\omega_2(t)$
$X_2$	$\frac{d\omega_4(t)}{dt}$	$X_6$	$\frac{d\omega_2(t)}{dt}$
$X_3$	$\omega_3$	$X_7$	$\omega_1(t)$
$X_4$	$\frac{d\omega_3(t)}{dt}$	$X_8$	$\frac{d\omega_1(t)}{dt}$

Table 2: Parameters of the model

Parameter	Value	Parameter	Value
$K_1$	100	$B_1$	200
$K_2$	300	$B_2$	150
$K_3$	250	$B_3$	320
$K_4$	50	$B_4$	90
$J_1$	3	$J_3$	5
$J_2$	4	$J_4$	4

Just for test, the system is treated as unknown as a currently happens in the factory. It was exited with a sine force of amplitude 1, varying the frequency of oscillation between 1Hz to 1000 kHz and supposing a single sensor of displacement monitoring  $\omega_2(t)$  function. With those information was



$$\begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \\ \dot{X}_7 \\ \dot{X}_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_4}{J_4} & -\frac{B_4}{J_4} & \frac{K_4}{J_4} & \frac{B_4}{J_4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_4}{J_3} & \frac{B_4}{J_3} & -\frac{K_4+K_3}{J_3} & -\frac{B_4+B_3}{J_3} & \frac{K_3}{J_3} & \frac{B_3}{J_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_3}{J_2} & \frac{B_3}{J_2} & -\frac{K_3+K_2}{J_2} & -\frac{B_3+B_2}{J_2} & \frac{K_2}{J_2} & \frac{B_2}{J_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_2}{J_1} & \frac{B_2}{J_1} - \frac{K_2+K_1}{J_1} & -\frac{B_2+B_1}{J_1} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

constructed a Bode's plot of the system in normal operation presented in the Fig. 3(a) and adding failures to the parameters  $K_1$ ,  $K_3$ ,  $B_2$ ,  $B_4$  shown in figures 3(b), 3(c), 3(d) and 3(e) respectively and approximated by:

$$G(s) = T(s+a)^\alpha, \quad \alpha \in \mathfrak{R} \quad (6)$$

Fitting the parameters via a non-linear least square algorithm [51].

Note that just three parameter were needed to describe a twelve parameter system. In the table 3, the error between the integer and the fractional system is presented.

## 5. CONCLUSIONS

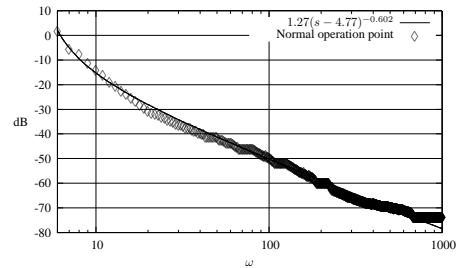
Nowadays the availability of a method to measure the quality of a machine or a product in short time minimizing production line stops is a paramount problem in the industry. In this paper were introduced some aspects of intelligent maintenance and how the fractional order calculus (FOC) would identify and evaluate some failures using just few parameters.

## ACKNOWLEDGMENTS

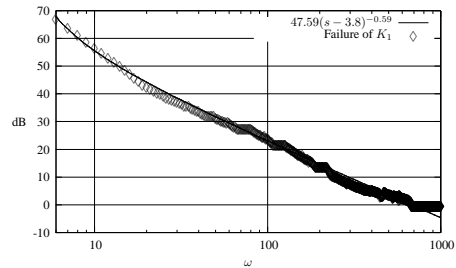
The authors acknowledge support received from the Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP (Brazil), Instituto Superior de Engenharia do Porto - I.S.E.P. (Portugal) and Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES (Brazil), that made this study be possible.

## REFERENCES

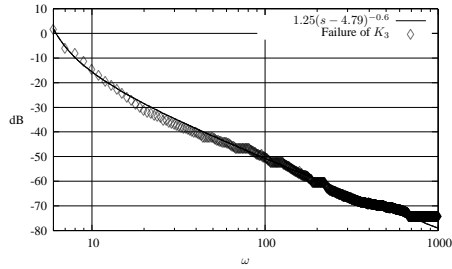
- [1] Pratesh Jayaswal, A. K. Wadhvani, and K. B. Mulchandani. Machine fault signature analysis. *International Journal of Rotating Machinery*, 2008.
- [2] T. Wireman. World class maintenance management. *Industrial Press*, 1990.
- [3] J.N.K. Liu and D.K.Y. Sin. Evaluating case-based reasoning and evolution strategies for machine maintenance. In *Systems, Man, and Cybernetics, 1999. IEEE SMC '99 Conference Proceedings. 1999 IEEE International Conference on*, volume 2, pages 480–485 vol.2, 1999.
- [4] Christin Groba, Sebastian Cech, Frank Rosenthal, and Andreas Gossling. Architecture of a predictive maintenance framework. *Computer Information Systems and Industrial Management Applications, International Conference on*, 0:59–64, 2007.
- [5] Jie Zhao and Limei Xu Lin Liu. Equipment fault forecasting based on arma model. *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, August 2007.
- [6] R. C. M. Yam, P. W. Tse, L. Li, and P. Tu. Intelligent predictive decision support system for condition-based maintenance. *The International Journal of Advance Manufacturing Technology*, 17:383–391, 2001.
- [7] Dragan Djurdjanovic, Jay Lee, and Jun Ni. Watchdog agent—an infotonics-based prognostics approach for product performance degradation assessment and prediction. *Advanced Engineering Informatics*, 17(3-4):109 – 125, 2003. Intelligent Maintenance Systems.
- [8] Marzio Marseguerra, Enrico Zio, and Luca Podofillini. Condition-based maintenance optimization by means of genetic algorithms and monte carlo simulation. *Reliability Engineering and System Safety*, 77:151–166, 2002.
- [9] Shuo Wei Zeng. Discussion on maintenance strategy, policy and corresponding maintenance systems in manufacturing. *Reliability Engineering and System Safety*, pages 151–162, 1997.
- [10] Jefferson Luiz Bosa. Sistema embarcado para a manutenção inteligente de atuadores elétricos. Master's thesis, Universidade Feredal do Rio Grande do Sul, 2009.



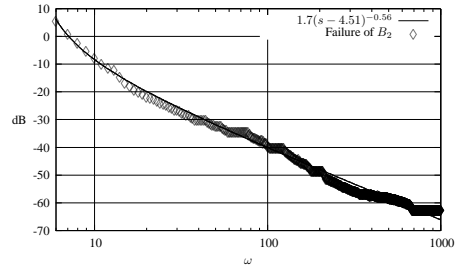
(a) Approximation of the system in “normal condition” via a fractional order system



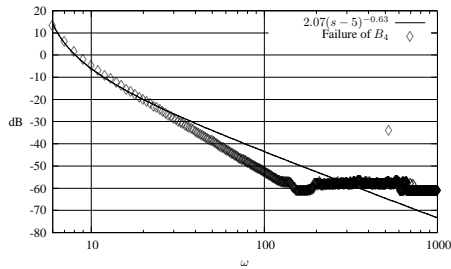
(b) Approximation of the system when the spring  $K_1$  is broken via a fractional order system



(c) Approximation of the system when the spring  $K_3$  is broken via a fractional order system



(d) Approximation of the system when the damper  $B_2$  is broken via a fractional order system



(e) Approximation of the system when the damper  $B_4$  is broken via a fractional order system

**Figure 3: Approximation of a system with different failures via  $G(s) = T(s + a)^\alpha |_{\{T, a, \alpha\} \in \mathfrak{R}}$ . Note that it is a good approximation for almost all systems in the frequency band of  $[1Hz - 1KHz]$ .**

**Table 3: Equivalent fractional order system**

System	Fractional order system	Mean Square Error
Normal operation	$\frac{1.27}{(s-7.77)^{0.6}}$	$5 \times 10^{-3} \pm 2.5 \times 10^{-5}$
$K_1$ Broken	$\frac{47.59}{(s-3.8)^{0.59}}$	$1.5 \times 10^{-1} \pm 2.5 \times 10^{-2}$
$K_3$ Broken	$\frac{1.25}{(s-4.79)^{0.6}}$	$5 \times 10^{-3} \pm 2.5 \times 10^{-5}$
$B_2$ Broken	$\frac{1.7}{(s-4.52)^{0.56}}$	$6.8 \times 10^{-3} \pm 4.7 \times 10^{-5}$
$B_4$ Broken	$\frac{2.07}{(s-5)^{0.63}}$	$0.5 \pm 2 \times 10^{-7}$

- [11] Bankim Shikari and C.M. Sadiwala. Automation in condition based maintenance using vibration analysis. Technical report, Dept. Of Mechanical Engineering, Maulana Azad National Institute Of Technology Bhopal, India, 2004.
- [12] P.E. John Cadick. Condition based maintenance . . . how to get started. . . . Technical report, Cadick Corporation, 1999.
- [13] Marcus Bengtsson, Erik Olsson, Peter Funk, and Mats Jackson. Technical design of condition based maintenance system -a case study using sound analysis and case-based reasoning. *8th International Conference of Maintenance and Reliability*, Knoxville, June 2004.
- [14] Yuliang Dong, Yujiong Gu, Kun Yang, and Jianqiang Zhang. Applying pca to establish artificial neural network for condition prediction on equipment in power plant. *Proceedings of the 5m World Congress on Intelligent Control and Automation*, pages 1715–1719, June 2004.
- [15] C.S. Byington, M.J. Roemer, and T. Galie. Prognostic enhancements to diagnostic systems for improved condition-based maintenance [military aircraft]. In *Aerospace Conference Proceedings, 2002. IEEE*, volume 6, pages 6–2815–6–2824 vol.6, 2002.
- [16] Ricardo Enrique Gutiérrez, João Maurício Rosário, and José Ântonio Tenreiro Machado. Falut detection in spur pair gear trasmissions. *Robocontrol '08*, December 2008.
- [17] J. A. Tenreiro Machado. A probabilistic interpretation of the fractional-order differentiation. *Fractional Calculus and applied Analysis*, 6:73–80, 2003.
- [18] Qing-Shan Zeng, Guang-Yi Cao, and Xin-Jian Zhu. The effect of the fractional-order controllers orders variation on the fractional-order control systems. *Proceedings of the first international conference on machine learning and cybernetics*, pages 367–372, 2002.
- [19] R.L. Magin and M. Ovidia. Modeling the cardiac tissue electrode interface using fractional calculus. *Journal of Vibration and Control*, 14(9-10):1431–1442, 2008.
- [20] L. Sommacal, P. Melchior, A. Oustaloup, and J. M. Cabelguen. Fractional multi-models of the frog gastrocnemius muscle. *Journal of Vibration and Control*, 14(9-10):1415–1430, September/October 2008.
- [21] N. Heymans. Dynamic measurements in long-memory materials: Fractional calculus evaluation of approach to steady state. *Journal of Vibration and Control*, 14:1587–1596, 2008.
- [22] José João De Espíndola, Carlos Alberto Bavastrí, and Eduardo Márcio De Oliveira Lopes. Design of optimum systems of viscoelastic vibration absorbers for a given material based on the fractional calculus model. *Journal of Vibration and Control*, 14:1607–1630, October 2008.
- [23] B. T. Krishna and K. V. V. S. Reddy. Active and passive realization of fractance device of order 1/2. *Active and Passive Electronic Components*, 2008, 2008.
- [24] Yifei Pu, Xiao Yuan, Ke Liao, Jiliu Zhou, N Zhang, Xiaoxian Pu, and Yi Zheng. A recursive two-circuits series analog fractance circuit for any order fractional calculus. *Proceedings of the SPIE ICO20: Optical Information Processing*, 6027:509–519, 2006.
- [25] Miguel F. M. Lima, J. A. Tenreiro Machado, and Manuel Crisóstomo. Experimental signal analysis of robot impacts in a fractional calculus perspective. *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, 11(9):1079–1085, 2007.
- [26] J. M. Rosario, D. Dumur, and J. A. Tenreiro Machado. Analysis of fractional - order robot axis dynamics. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.
- [27] Lokenath Debnath. Recent applications of fractional calculus to science and engineering. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2003(54):3413–3442, 2003.
- [28] G. W. Bohannan. Analog fractional order controller in temperature and motor control applications. *Journal of Vibration and Control*, 14(9-10):1487–1498, September/October 2008.
- [29] J. Cervera and A. Baños. Automatic loop shaping in qtf using crone structures. *Journal of Vibration and Control*, 14(9-10):1513–1530, September/October 2008.
- [30] Rutuparna Panda and Madhumita Dash. Fractional generalized splines and signal processing. *Signal Process.*, 86(9):2340–2350, 2006.
- [31] Zhu-Zhong Yang and Ji-Liu Zhou. An improved design for the iir-type digital fractional order differential filter. *2008 International Seminar on Future BioMedical Information Engineering*, December 18 2008.

Intelligent Maintenance of Complex Systems: A Fractional Order Approach  
Ricardo Enrique Gutiérrez Carvajal, João Maurício Rosário, José Antônio Tenreiro Machado

- [32] Ivo Petras. A note on the fractional-order cellular neural networks. *2006 International Joint Conference on Neural Networks*, pages 1021–1024, July 2006.
- [33] Lubomir Dorcak, Ivo Petras, Imrich Kostial, and Jan Terpak. Fractional-order state space models. *International Carpathian Control Conference*, pages 193–198, 2002.
- [34] Donato Cafagna. Fractional calculus: A mathematical tool from the past for present engineers. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 101:35–40, 2007.
- [35] A. Benchellal, T. Poinot, and J.-C. Trigeassou. Fractional modelling and identification of a thermal process. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.
- [36] Isabel S. Jesus, J. A. Tenreiro Machado, and J. Boaventura Cunha. Fractional electrical dynamics in fruits and vegetables. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.
- [37] Wajdi M. Ahmad and Reyad El-Khazali. Fractional-order dynamical models of love. *Chaos, Solitons & Fractals*, 33(4):1367 – 1375, 2007.
- [38] A. Oustaloup, J. Sabatier, and X. Moreau. From fractal robustness to the crone approach. *Proceedings of Fractional differential systems: Models, methods and applications*, 5:177–192, 1998.
- [39] Igor Podlubny. The laplace transform method for linear differential equations of the fractional order. Technical report, Slovak Academy of Sciences Institute of Experimental Physics, 1994.
- [40] Dingy Xue, Chunna Zhao, and YangQuan Chen. A modified approximation method of fractional order system. *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, pages 1043–1048, 2006.
- [41] Jay L. Adams, Tom T. Hartley, and Carl F. Lorenzo. Fractional-order system identification using complex order-distributions. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.
- [42] M.D. Ortigueira, J.A. Tenreiro Machado, and J. Sa da Costa. Which differintegration? *IEE Proceedings online no. 20045049*, pages 846–850, 2005.
- [43] Dingyu Xue and YangQuan Chen. A comparative introduction of four fractional order controllers. *Proceedings of the 4 World Congress on Intelligent Control and Automation*, pages 3228–3235, 2002.
- [44] R. L. Magin and M. Ovia. Modeling the cardiac tissue electrode interface using fractional calculus. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.
- [45] Chengbin Ma and Yoichi Hori. Fractional order control and its application of  $\pi^{\alpha}$ d controller for robust two-inertia speed control. *The 4th International Power Electronics and Motion Control Conference IPEMC 2004.*, 3:1477–1482, August 2004.
- [46] I. Podlubny, I. Petras, B. Vinagre, P. O’Leary, and L’. Dorcak. Analogue realizations of fractional-order controllers. *Nonlinear Dynamics*, 29:281–296, 2002.
- [47] José João De Espíndola, João da Silva, and Eduardo Márcio de Oliveira Lopes. A generalised fractional derivative approach to viscoelastic material properties measurement. *Applied Mathematics and Computation* 164, (164):493–506, 2005.
- [48] Blas M. Vinagre. Optimal fractional controllers for rational order systems: A special case of the wiener-hopf spectral factorization method. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007.
- [49] Tom T. Hartley and Carl F. Lorenzo. Fractional-order system identification based on continuous order-distributions. *Signal Processing*, 83:2287–2300, 2003.
- [50] Abdelbaki Djouambi, Abdelfatah Charef, and Alina Voda Besançon. Approximation and synthesis of non integer order systems. *Proceedings of the 2nd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, 2(1), July 2006.
- [51] K. Madsen, H.B. Nielsen, and O. Tingleff. *Methods for non-linear least square problems*, volume 2. 2004.

## FAULT DETECTION IN SPUR PAIR GEAR TRANSMISSIONS

Ricardo Enrique Gutiérrez<sup>1</sup>, João Maurício Rosário<sup>1</sup>, José Antonio Tenreiro Machado<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Estadual de Campinas UNICAMP, Campinas, Brasil, [rosario@fem.unicamp.br](mailto:rosario@fem.unicamp.br), [rgutic@fem.unicamp.br](mailto:rgutic@fem.unicamp.br)

<sup>2</sup> Polytechnic Institute of Porto, Oporto, Portugal, [mss@isep.ipp.pt](mailto:mss@isep.ipp.pt)

**Abstract:** Backlash is a typical defect between two power-transmission-pieces that brings about inaccuracy and uncontrollability to the system behavior. A theoretical four degree of freedom model is introduced to simulate resultant vibration on a bearing. Over this data a time-domain-averaging (TDA) analysis and power-cepstrum analysis were tested in order to identify failures.

**Keywords:** Fault detection, Dynamical model, Time domain average analysis, Power Cepstrum analysis.

### 1. Introduction

Gearbox transmissions are widely used for rotational speed, position and torque transmission in many mechanical systems, like automotive, robots and other hazardous mechanisms. Avoid malfunction accidents and save maintenance time, are important issues for modern machines[1]. In Gearboxes, the majority failures are located at transmission shaft or over tooth surfaces, typically caused by fatigue effect [2]. One of this failures is backlash between two power transmission pieces that brings about inaccuracy and uncontrollability to the system behavior.

Many different degree of freedom models were proposed in literature, one of the is [3], it propose to use a two degrees model, just rotation, to find the effect of backlash between two gears, this model has as input a shock created by contact between tooth. In a real gearbox, it is difficult to obtain this signals, in fact it is easier to get vibration from the box gearbox surface. Another models will be cited on section 2.

One way to determine a failure in a component of a complex multibody rotational system is signature analysis, it consists in measure the resultant vibration of the whole system in few specific fixed locations. It lets compare signals from a healthy and the current system in frequency domain.

In [4] an frequency analysis is used to find abnormal sounds of a combustion motor, identifying shock occurred when residual gas in the cylinder explodes out of time because of pressure.

Another approach introduced in [5] is to use a wavelet transform, i.e a mathematical operation that uses a family of filters, decomposing the signal in several bands, letting search and analyze with certain detail in time and frequency domains. In this cases it is used as a zoom operation looking for failures in an induction motor, sensing current input. The main advantage of this method is that it is non intrusive.

With the aim to isolate failure sources a theoretical four degree of freedom model of two spur gear transmission is introduced to simulate resultant vibration on a bearing as signature of the system. It is modeled in an eight variable state space, giving information about linear and rotational displacements of each gear. Two type of backlash sources, a broken teeth and a higher distance between centers than distance of design; and two techniques, time domain averaging (TDA) analysis, i.e. a filter in time domain that easily extract fundamental frequencies in a signal [6], and power-cepstrum analysis which is a mathematical transform that lets measure of how much time a repetitive signal echo takes to appear [7], were tested over those datasets. The effectiveness of those techniques to find a particular failure were compared.

This paper is structured as follow: section 2 introduces a dynamical model of two gears and two signal techniques for failure detection. Section 3 presents some results and discusses them. Finally, section 4 present conclusions and future work.

### 2. Materials and Methods

Use dynamical models to study failures in a system let test new techniques of detection without the costs of built a real plant. In the developed model two classic methods for failure detection were tested and compared.

$$\begin{pmatrix} \dot{X1} \\ \dot{X2} \\ \dot{X3} \\ \dot{X4} \\ \dot{X5} \\ \dot{X6} \\ \dot{X7} \\ \dot{X8} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_1 - K_t & -B_1 - B_t & K_t & B_m & -K_t r_1 & -B_t & K_t r_2 & B_t r_2 \\ m_1 & m_1 & m_1 & m_1 & m_1 & m_1 & m_1 & m_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_t & B_t & -K_t - K_2 & -B_t - B_2 & K_t r_1 & B_t r_1 & -K_t r_2 & -B_t r_2 \\ m_2 & m_2 & m_2 & m_2 & m_2 & m_2 & m_2 & m_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -K_t r_1 & -B_t r_1 & K_t r_1 & B_t r_1 & -K_t r_1^2 & -B_t r_1^2 & K_t r_1 r_2 & B_t r_1 r_2 \\ J_1 & J_1 & J_1 & J_1 & J_1 & J_1 & J_1 & J_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ K_t r_2 & B_t r_2 & -K_t r_2 & -B_t r_2 & K_t r_1 r_2 & B_t r_1 r_2 & -K_t r_2^2 & -B_t r_2^2 \\ J_2 & J_2 & J_2 & J_2 & J_2 & J_2 & J_2 & J_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \\ X4 \\ X5 \\ X6 \\ X7 \\ X8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ T \\ 0 \\ -T \end{pmatrix} \quad (1)$$

## 2.2. Gearbox Model

In order to trial different techniques of failure detection, the four degrees of freedom system of figure 1 was developed. The gears are supposed as rigid wheels with masses  $m_{1,2}$  and moments of inertia  $J_{1,2}$  and some components that represent interaction with other bodies in the system. It is similar to models proposed by [8, 9], assuming no friction between tooth and no viscous environment. Springs  $K_{1,2}$  represent the stiffness force between the shaft and the bearings, the dampers  $B_{1,2}$  represent energy losses, the damper  $B_t$  is the combined friction force between shaft .

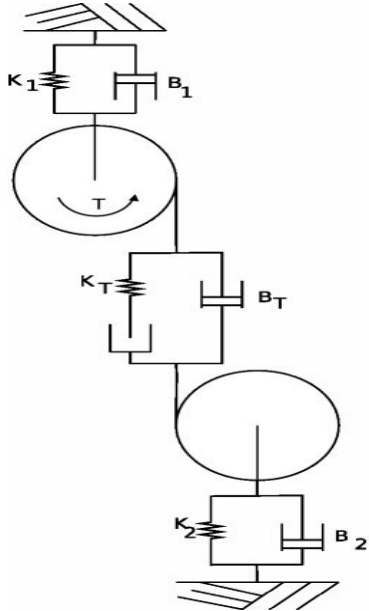


Fig. 1: Gearbox Dynamical Model

The model presented is valid was calculated for two tooth contact. The whole tooth effect is obtained by adding individual teeth effect with corresponding initial conditions.

Resulting model was represented on eight space state variables with physics meaning about movement , as described on table 1. This model can be formally written as shown in equation 1, for space state variables and 2 for outputs.

Over signal of vibration over a bearing, two techniques of failure detection were proved. These methods are explained in detail in sections 2.2 and 2.3.

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \\ Y_6 \\ Y_7 \\ Y_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \end{pmatrix} \quad (2)$$

**Table 1: Space State Variables description**

Space State Variable	Description
X <sub>1</sub>	Linear displacement of gear 1
X <sub>2</sub>	Linear velocity of gear 1
X <sub>3</sub>	Linear displacement of gear 2
X <sub>4</sub>	Linear velocity of gear 2
X <sub>5</sub>	Rotational displacement of gear 1
X <sub>6</sub>	Rotational velocity of gear 1
X <sub>7</sub>	Rotational displacement of gear 2
X <sub>8</sub>	Rotational velocity of gear 2

## 2.2. Time Domain Analysis

Time domain analysis (TDA) is a widely used method for extraction of periodic signals in presence of high frequency noise [10,11]. It is the case of the of rotative machines.

A signal is composed by 3 kind of waves, a periodic signal  $a(t, T_0)$ , a signal with a different period  $b(t, T)$  and an aleatory component  $c(t)$ .

$$x(t) = a(t, T_0) + b(t, T) + c \quad (3)$$

To correlate this signal with a sawtooth wave one is equivalent to compute a temporal media over N periods in the original signal.

Then

$$R_{xp} = \lim \frac{1}{T} \int x(t) \cdot P(t - \tau, T_0) dt \quad (4)$$

where

$$\tau = NT_0 \quad N \in \mathbb{Z}$$

$$P(t, T_0) = T_0 \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0)$$

$$\tau = NT_0$$

Developing the equation (3), it is found that the correlation with the signal  $x(t)$  is equivalent to correlate the sawtooth signal and add the signal a, b and c

$$R_{xp}(\tau) = R_{ap}(\tau) + R_{bp}(\tau) + R_{cp}(\tau) \quad (5)$$

This result is not surprisingly because it is a lineal combination of signals, Also this result is useful in order to analyze the aleatory signal  $c(t)$ . It is a logical assumption that  $c(t)$ , in mechanical vibration analysis, has a normal probability density function (pdf) with mean 0 [12], then:

$$R_{cp}(\tau) = \lim \sum_{n=0}^{N-1} c(\tau + nT_0) = \bar{c} = 0 \quad (6)$$

Another interesting result of this procedure is the fact that the correlation of the function a with the sawtooth wave function is a sampled version of  $a(t)$  as show in equation (7).

$$R_{ap}(\tau) = \lim \sum_{n=0}^{N-1} a(\tau + nT_0) = a(\tau, T_0) \quad (7)$$

In the appendix the authors proof that the amplitude of  $R_{bp}$  is not significant then

$$R_{xp}(\tau) = a(\tau, T_0) \quad (8)$$

The method has recover the meaningful signal of the mechanical system, filtering noise inside the mean. Typically this method is plotted and interpreted by an expert in signature analysis.

## 2.3 Cepstrum

Cepstrum is a mathematical transform proposed by first time in [13] to measure time distance between echoes of a fundamental wavelet in a signal.

The transform consist on find the harmonics waves that compose the original signal, by Fourier transform. In order to avoid non important frequencies, power information is separated by a nonlinear a logarithmic function. An

approach to time delay between echoes would be obtained looking at the frequency components of this function. Formally:

$$X(\hat{t}) = |FT(\log(|FT(x(t))|^2))|^2 \quad (7)$$

After this operation the signal domain is again in time, but not in then usually sense, this scale is sample rate dependent [7]. In the other hand the meaningful information is highly related to frequency information. To avoid misunderstandings was propose a glossary just for this transformation[13], some equivalent information between Fourier domain and Cepstrum domain is showed on table 2.

Oversampling the function is non desirable, because it adds repetitive high frequency noise to the original in time domain signal. This noise may be amplified by the logarithmic function, maybe turning it in the most relevant quefrequency in the cepstrum domain.

## RESULTS AND DISCUSSION

Typical values for the model of figure 1 were chosen [14,15], and presented on table 3. Parameters of design of gears are listed below:

- Number of tooth: 18
- External diameter: 46mm

Table 2: Cepstrum Glossary

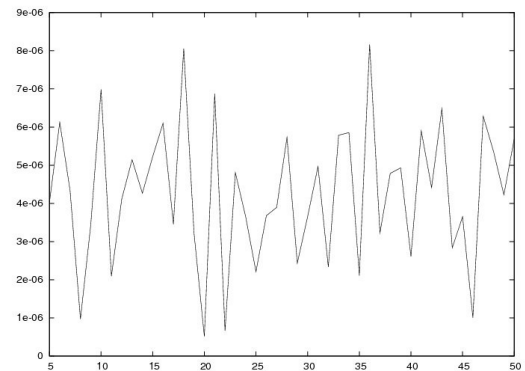
Fourier Domain	Cepstrum Domain
Frequency	Quefrequency
Spectrum	Cepstrum
Phase	Saphe
Amplitude	Gamplitude
Filtering	Liftering
Harmonic	Rahmonic
Period	Repiod

Table 3: Model's Parameters

Parameter	Value	Parameter	Value
$K_1$	$10^5$	$B_1$	0.2
$K_T$	$10^2$	$B_T$	$1.3 \times 10^{-3}$
$K_2$	$10^5$	$B_2$	0.2
$m_1$	0.182	$J_1$	38.74
$m_2$	0.192	$J_2$	37.92

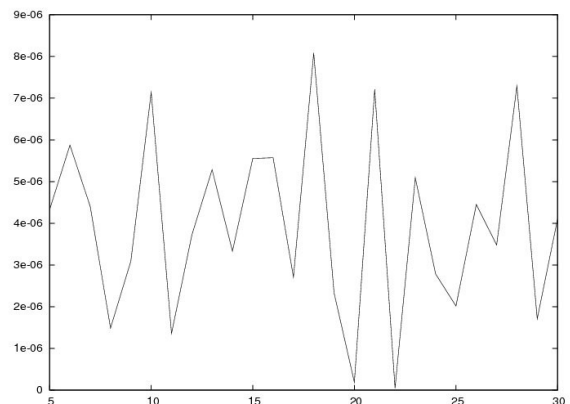
With this model we analyze three different cases, 1. healthy system, backlash caused by distance between shafts and backlash produced by a broken teeth. Figure 2. presents a signal of displacement of healthy (2a) and backlash systems (2b) in time domain, in this is difficult to recognize a failure.

As shown in figure 2, filter the original signal with a TDA approach, remove harmonics with small amplitudes, giving more readable information with few peaks. Figure 3 presents different behavior of signal harmonics in presence of a failure. These graphics have a high peak around 18 harmonic, in fact this frequency represents the number of tooth in each gear. When a backlash of 3 degrees between tooth is included, this frequency signal is practically as the same as healthy system, in fact the mean square error (MSE) between the signal of the healthy system and the other one with backlash is of  $8.4 \times 10^{-4}$  and with the system without a teeth is about  $1.2 \times 10^{-2}$ . In figures 4a and 4b, signals of cepstrum analysis are shown, the MSE between cepstrum of



a) Fourier analysis of the original signal

a) Fourier transform of the original signal



b) Fourier transform after TDA operation over a window of 100 samples

Fig. 2: TDA effect in frequency domain



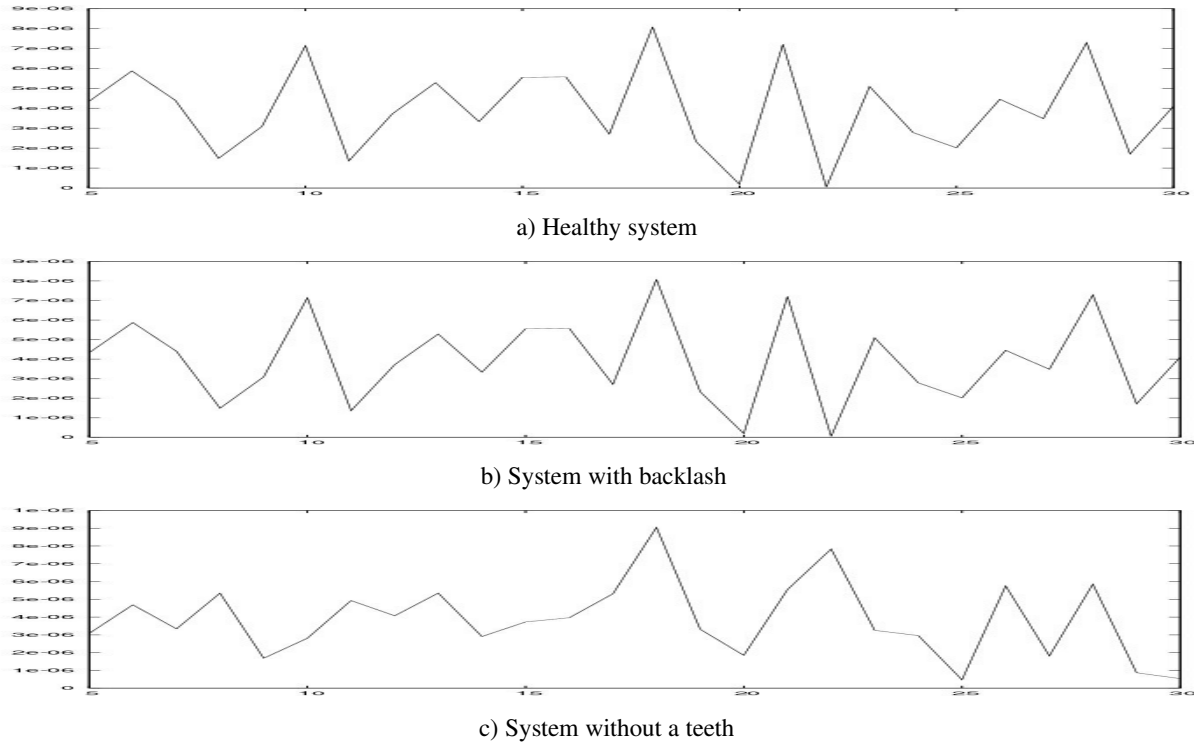


Fig. 3: Fourier Transform of TDA operation over each system

the healthy system and a cepstrum signal from a system with backlash is  $6 \times 10^{-7}$ , it is because relation between each teeth touch the other gear is still 18 times. Although a broken teeth appear, figure 4 c), an significant error between healthy and failure signal is obtained, in this case normalized mean square error is  $5.17 \times 10^9$ , this value is high because cepstrum is measured in decibels.

#### CONCLUSIONS AND FUTURE WORK

In this work a 4 degree of freedom dynamical model was presented, over it two failure detection methodology were tested, TDA and Spectrum, and determined their strength and weakness. When a failure source is a backlash produced by a high distance center, TDA + Fourier do not present high changes, although the cepstrum does. If the failure source is a single broken tooth, the difference between original signal and TDA signal is evident.

This methods, one in "time" and other in frequency domain detect this kind of failure. Although use a single method that bring information about both domains would be better for signal analysis. A future approach will be use fractional Fourier transform, that is a intermediary transformation between time and frequency, bringing information about both domains. Another method to test is change the model by a fractional order model, where not all

samples in time have same importance, just they coincident with relevant frequencies.

#### ACKNOWLEDGMENTS

The authors acknowledge support of the UNICAMP (Brazil) and I.S.E.P. (Portugal).

#### REFERENCES

- [1] B. LIU and V. MAKIS, "Gearbox failure diagnosis based on vector autoregressive modelling of vibration data and dynamic principal component analysis," IMA Journal of Management Mathematics Advance, pp. 112, 2007.
- [2] O. Asi, "Fatigue failure of a helical gear in a gearbox," Engineering Failure Analysis, vol. 13, pp. 11161125, 2006.
- [3] N. Sarkar, R. E. Ellis, and T. N. Moore, "Backlash detection in geared mechanisms: Modeling, simulation, and experimentation," Mechanical Sys tem and Signal Processing, vol. 11, no. 3, pp. 391408, 1997.
- [4] B. Samini and G. Rizzoni, "Mechanical signature analysis using time- frequency signal processing: Application to internal combustion engine knock detection," Proceedings of the IEEE, vol. 84, no. 9, pp. 13301343, September 1996.

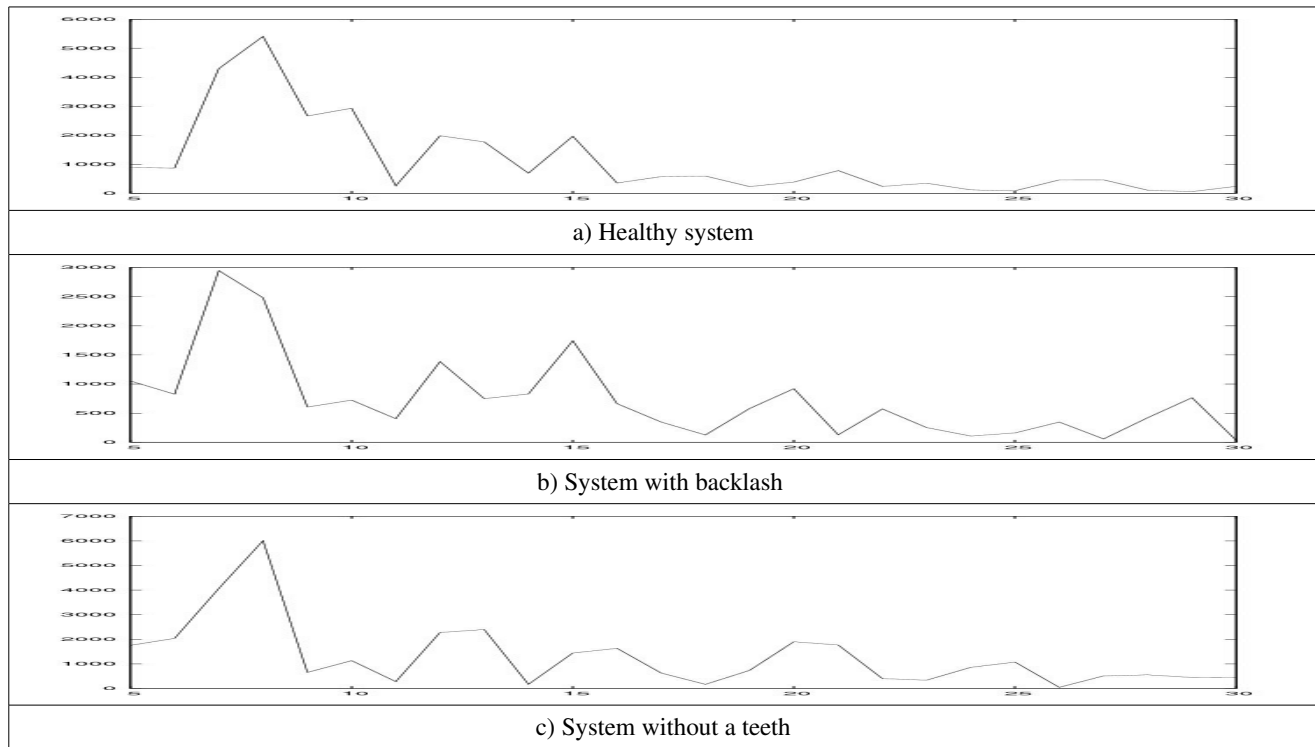


Fig. 4: Cepstrum operation over each system

[5] Z. Ye, B. Wu, and A. Sadeghian, "Current signature analysis of induction motor mechanical faults by wavelet packet decomposition," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 50, no. 6, pp. 1217-1228, 2003.

[6] J. R. de Franca Arruda and J. M. Rosario, "Avaliação da qualidade de redutores pela análise de vibrações," 7th Brazilian Congress of Mechanical Engineering - VII COBEM, vol. C-47, pp. 481-490, 1983.

[7] D. Childers, D. Skinner, and R. Kemerait, "The cepstrum: A guide to processing," *PROCEEDINGS OF THE IEEE*, vol. 65, pp. 1428-1443, 1977.

[8] A. Kahraman, J. Lim, and H. Ding, "A dynamic model of a spur gear pair with friction," 12th WORLD CONGRESS IN MECHANISM AND MACHINE SCIENCE, 2007.

[9] A. Parey, M. E. Badaoui, F. Guillet, and N. Tandon, "Dynamic modelling of spur gear pair and application of empirical mode decomposition-based statistical analysis for early detection of localized tooth defect," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 294, pp. 5475-561, 2006.

[10] N. Kabaodly and A. Akan, "Detection of machinery failure by using time-frequency analysis," *JOURNAL OF ELECTRICAL & ELECTRONICS*, vol. 1, pp. 275-280, 2001.

[11] S. Braun, "Acoustic signature analysis and time domain techniques for detecting flaws in rotating machinery," *Ultrasonics Symposium*, vol. 1, pp. 277-285, 1978.

[12] J. M. Rosario and J. R. de Franca Arruda, "Avaliação da qualidade de redutores pela análise de vibrações," *Anais do Seminário Fabricação e Manutenção de Engrenagens*, 1983.

[13] B. Borget, M. J. Healy, and J. W. Turkey, *The quefrency analysis of time series for echoes: cepstrum pseudo-autocovariance, cross-cepstrum and sample craking*. M. Rosenblat, 1963, ch. 15, pp. 209-243.

[14] F. Beer, *Mecânica De Materiales*, 4th ed., McGraw-Hill, Ed., 2007.

[15] Y. Kang, C.-C. Huang, P.-C. Shen, T.-W. Lin, and Y.-P. Chang, "Identification of dynamic coefficients of ball bearings in flexible rotor systems," *MIC'06: Proceedings of the 25th IASTED international conference on Modeling, identification, and control*, pp. 712, 2006.

## APPENDIX

Without losing generality, assume

$$b(t, T) = \sin(2\pi ft)$$

then

$$R_{bp}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sin 2\pi f(\tau + nT)$$

# WORKSHOP robocontrol'08

3<sup>rd</sup> APPLIED ROBOTICS AND  
COLLABORATIVE SYSTEMS ENGINEERING

with emphasis in  
INDUSTRIAL APPLICATIONS AND EDUCATIONAL ENVIRONMENTS

It is a well known result that

$$\sum_{n=0}^N \sin(na+b) = \frac{\sin \frac{N+1}{2} a \sin \frac{Na}{2} + b}{\sin \frac{a}{2}}$$

Replacing  $a = 2\pi f T_0$  and  $b = 2\pi f t$

$$R_{bp}(\tau) = \frac{\sin N\pi f T_0}{N \sin \pi f T_0} \sin \left( \pi f \left( \tau + \frac{N+1}{2} T_0 \right) \right)$$

As result, if N is big then  $R_{bp}$  is not significant

