

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Comunicações - DECOM

Códigos LDPC Quaternários Aplicados à Técnica de Transmissão OFDM

Autora: Maria Leopoldina Martins Neves Seixas Gonçalves

Orientador: Prof. Dr. Renato Baldini Filho

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Telecomunicações e Telemática.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Renato Baldini Filho (Orientador) - FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Paulo Cardieri - FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Carlos Eduardo Câmara - UNIANCHIETA/FATEC-AMERICANA

Campinas, SP

2010

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

G586c Gonçalves, Maria Leopoldina Martins Neves Seixas
Códigos LDPC quaternários aplicados à técnica de
transmissão OFDM / Maria Leopoldina Martins Neves
Seixas Gonçalves. –Campinas, SP: [s.n.], 2010.

Orientador: Renato Baldini Filho.

Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Códigos de controle de erros. 2. Multiplexão por
divisão de frequência ortogonal. 3. Televisão digital. I
Baldini Filho, Renato. II. Universidade Estadual de
Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação. III. Título.

Título em Inglês: Quaternary LDPC codes applied to OFDM transmission technique

Palavras-chave em Inglês: Error control codes, Multiplexing orthogonal frequency
division, Digital TV

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora: Paulo Cardieri, Carlos Eduardo Câmara

Data da defesa: 12/11/2010

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

Candidata: Maria Leopoldina Martins Neves Seixas Gonçalves

Data da Defesa: 12 de novembro de 2010

Título da Tese: "Códigos LDPC Quaternários Aplicados a Técnica de Transmissão OFDM"

Prof. Dr. Renato Baldini Filho (Presidente): Renato Baldini Filho

Prof. Dr. Carlos Eduardo Câmara: Carlos Eduardo Câmara

Prof. Dr. Paulo Cardieri: Paulo Cardieri

Resumo

Esta dissertação aborda o estudo de códigos corretores de erro baseados em matrizes quaternárias esparsas, aplicadas em sistemas de transmissão OFDM. Os códigos LDPC (*Low Density Parity Check*) constituem uma importante família de códigos gerados a partir de matrizes de verificação esparsas e são considerados como uma das classes de códigos que apresentam melhor desempenho em sistemas de comunicação digital. Os códigos LDPC desenvolvidos sobre o anel \mathbb{Z}_4 são o grande foco deste trabalho e para efeito de comparação de desempenho é utilizado como referência o padrão proposto pelo SBTVD (*Sistema Brasileiro de Televisão Digital*).

No sistema de TV Digital, o receptor deve ser robusto a vários tipos de canal. Para uma recepção fixa o canal pode ser influenciado pelo ruído AWGN (*Additive White Gaussian Noise*), já para uma recepção móvel o sinal pode sofrer várias reflexões e refrações, o que é caracterizado pelas interferências do desvanecimento plano e/ou seletivo. Para minimizar este problema é proposto a utilização da técnica de transmissão OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), devido às suas vantagens com canais seletivos em frequência, como é comumente observado nos canais dos sistemas de comunicações móveis digitais.

A decodificação dos códigos é feita utilizando uma adaptação (generalização) do algoritmo SISO (*Soft Input Soft Output*) proposto por P. Farrell e J. Moreira [39], [5]. É feita uma análise comparativa dos códigos do ponto de vista do desempenho, através de simulação de códigos de diferentes comprimentos para cada um dos três canais descritos acima. Os códigos LDPC definidos sobre \mathbb{Z}_4 apresentam bom desempenho e demonstram ser bons candidatos a sua utilização em conjunto com sistemas OFDM.

Palavras-chave: Códigos LDPC, Televisão Digital, AWGN, Desvanecimento Plano e Seletivo em Frequência, OFDM, Algoritmo SISO.

Abstract

This dissertation addresses the study of error correcting codes based on sparse non-binary matrices. The LDPC (Low Density Parity Check) codes constitute a efficient family of codes generated by sparse parity check matrices and it is considered as one of the classes of codes that presents the best performance in digital communications systems. LDPC codes over the ring of integers modulo-4 (\mathbb{Z}_4) are the main focus of this work. The standard proposed by SBTVD (Brazilian Digital Television System) is used as reference for performance comparisons.

It is proposed the substitution of the inner code in the channel encoding at the transmitter, for a LDPC code. On Digital TV system, the receiver must be robust to some kinds of interferences. For a fixed channel, the receiving end is basically influenced by the AWGN (Additive White Gaussian Noise). For mobile channels, the signal suffers reflections and refractions, which can be characterized as flat and frequency-selective fading. To minimize those interferences it is proposed the associated use of the OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) technique.

The decoding process is based on a generalization of the SISO (Soft Input Soft Output) algorithm proposed by P. Farrell and J. Moreira [39], [5]. A comparative analysis of the LDPC codes is made based on BER performance and on computational complexity. Finally, the simulation results for different codes lengths are presented, highlighted the significative improvement in performance for LDPC codes.

Keywords: LDPC Codes, Digital Television, AWGN, Flat and Frequency-Selective Fading, OFDM, SISO Algorithm.

Agradecimentos

A Deus, pelas bênçãos em tornar este trabalho possível e por permitir a realização de mais um sonho.

Ao professor Dr. Renato Baldini Filho, pela oportunidade, orientação, sugestões e pelos conhecimentos transmitidos que foram fundamentais para a execução deste trabalho.

Aos meus pais, Antonio Roberto e Jussara e aos meus irmãos, Isabel, Robertinho e Carol, pelo amor, motivação, suporte e incentivo durante esta jornada.

Ao professor do Instituto Nacional de Telecomunicações (INATEL), Luciano Leonel Mendes, pelas indicações e esclarecimentos.

Ao corpo docente da FEEC, pelo aprendizado.

Aos amigos, Maranhão, Marcos, Tarciana e Renata pelos conselhos e pelas valiosas discussões e contribuições na busca de correções e otimizações dos algoritmos implementados. Em especial a grande amiga Renatinha, pela amizade e pelo constante apoio prestado durante o mestrado.

As amigas e companheiras de república, Eduarda, Fernanda, Marcela e Mirela pelo companheirismo no decorrer da minha estadia em Campinas, compartilhando as dificuldades e os momentos de alegria.

Aos amigos, Ariadne, Carlos Eduardo, Cibele, Fábio, Fernanda, Jeferson, Lucas, Luís Otávio, Márzio, Paulo Marcos, Valéria, Vanessa, Veruska e demais colegas da FEEC pela amizade.

Ao Vinícius, pelo carinho e grande incentivo durante a finalização deste trabalho.

Aos professores Dr. Paulo Cardieri (UNICAMP) e Dr. Carlos Eduardo Câmara (UNIANCHIETA/ FATEC-AMERICANA), membros da banca examinadora.

A CAPES, pelo apoio financeiro.

A todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Aos meus pais e irmãos, conselheiros e amigos inseparáveis, que embora o destino nos tenha feito distantes, nunca saíram do meu coração e pensamento.

Trabalhos Publicados Pelo Autor

1. M. L. Gonçalves, R. B. Filho. “Quaternary LDPC Codes on OFDM Systems”. *Seventh International Telecommunications Symposium (ITS’2010)*, Manaus, Amazonas, Brasil, Setembro 2010.

Sumário

Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xv
Glossário	xvii
Lista de Símbolos	xix
1 Introdução	1
1.1 Motivação e Objetivos	2
1.2 Contribuições da Dissertação	3
1.3 Organização	3
2 Modelo do Sistema	5
2.1 TV Digital	5
2.1.1 Resoluções da Televisão Digital	8
2.1.2 Arquitetura Genérica do Sistema	9
2.2 QPSK (Quaternary Phase Shift Keying)	12
2.2.1 Distância Euclidiana entre sinais QPSK	14
2.3 FDM, OFDM, COFDM e BST-OFDM	15
2.3.1 Transmissão e Recepção do sinal OFDM.	21
2.4 Canal de Propagação	25
2.4.1 Canal AWGN	25
2.4.2 Canal com Desvanecimento	26
3 Códigos de Verificação de Paridade de Baixa Densidade	31
3.1 Códigos Definidos sobre Anel de Inteiros \mathbb{Z}_q	32
3.1.1 Conceitos Básicos	32
3.1.2 Grafos de Tanner	35

3.1.3	Cálculo da Síndrome	39
3.2	Códigos LDPC Regulares e Irregulares	39
3.3	Construção de Códigos LDPC sobre Anel de Inteiros \mathbb{Z}_4	40
3.3.1	Códigos de Mackay e Neal	40
3.4	Decodificação de Códigos LDPC	42
3.4.1	Algoritmo Soft-Input Soft-Output [39]	42
3.4.2	Aplicação Numérica do Decodificador SISO em um Código de Bloco Li-near Quaternário	47
4	Condições de Simulação e Resultados	55
4.1	Medida de Desempenho	55
4.2	Condições de Simulação	56
4.3	Resultados	61
5	Conclusões	69
5.1	Trabalhos Futuros	71

Lista de Figuras

1.1	Sistema de comunicação digital.	1
2.1	Comparação entres os padrões de TV Digital.	7
2.2	Alocação dos canais na banda de 6 MHz [20].	8
2.3	Arquitetura Genérica de um Sistema de Televisão Digital.	10
2.4	Representação dos símbolos da modulação QPSK.	13
2.5	Comparação do aproveitamento espectral entre o sistema FDM convencional e o OFDM.	16
2.6	Sistema com portadora única e sistema com múltiplas portadoras.	16
2.7	Desvanecimento em um sistema de portadora única e um sistema de múltiplas portadoras.	17
2.8	(a) Banda ocupada de um sistema OFDM com 12 portadoras e (b) Banda ocupada pelo sistema de portadora única equivalente.	18
2.9	Características de um sinal OFDM.	19
2.10	Esquema BST-OFDM.	20
2.11	Diagrama em bloco de um sistema OFDM	22
2.12	Diagrama em blocos de um sistema com canal AWGN.	25
2.13	Ambiente com múltiplos percursos.	26
2.14	Diagrama em blocos de um sistema com desvanecimento.	27
2.15	Geração das variáveis aleatórias com distribuição de Rayleigh.	28
3.1	Operações sobre o anel \mathbb{Z}_4	33
3.2	Grafo Bipartido do Código (8, 4).	36
3.3	Exemplo de um <i>girth</i> de comprimento 4 em um grafo.	38
4.1	Fluxograma que representa o algoritmo de construção das matrizes LDPC sobre o anel \mathbb{Z}_4	57
4.2	Desempenho do Código H(96,48) para diversos números de iterações.	62

4.3	Desempenho do Código $H(204,102)$ para diversos números de iterações.	62
4.4	Desempenho de códigos LDPC quaternário para diversos comprimentos.	63
4.5	Desempenho do Código ζ em um canal com desvanecimento plano.	64
4.6	Desempenho do Código ψ em um canal com desvanecimento plano.	64
4.7	Desempenho do Código ψ em um ambiente seletivo em frequência com distribuição Rayleigh.	65
4.8	Desempenho do Código ψ em um ambiente seletivo com degradação de 16 e 32 subportadoras no centro da banda.	66
4.9	Desempenho do Código ψ em um ambiente seletivo com degradação de 16, 32, 64 e 128 subportadoras no centro da banda.	66
4.10	Desempenho dos códigos LDPC quaternário e binário no ambiente com as características do SBTVD.	67

Lista de Tabelas

2.1	Comparação entre TV Analógica e Digital.	9
2.2	Representação do alfabeto sobre anel \mathbb{Z}_4 mapeado pelo código de Gray.	12
2.3	Representação do alfabeto sobre anel \mathbb{Z}_4 no plano cartesiano modulado em QPSK.	13
3.1	Dados referentes a mensagem transmitida.	48
3.3	Valores de Q_{yw}^0	48
3.4	Valores de Q_{yw}^1	49
3.5	Valores de Q_{yw}^2	49
3.6	Valores de Q_{yw}^3	49
3.7	Combinações lineares entre os símbolos do anel \mathbb{Z}_4	50
3.8	Valores de R_{yw}^0	51
3.9	Valores de R_{yw}^1	52
3.10	Valores de R_{yw}^2	52
3.11	Valores de R_{yw}^3	52
3.12	Valores atualizados de Q_{yw}^0	53
3.13	Valores atualizados de Q_{yw}^1	53
3.14	Valores atualizados de Q_{yw}^2	53
3.15	Valores atualizados de Q_{yw}^3	53
3.16	Soft distâncias acumuladas para cada símbolo.	54
4.1	Perfil do Sistema Brasileiro de Televisão Digital.	56
4.2	Tempo de simulação para o Código ζ e ψ sobre influência do desvanecimento plano.	65
4.3	Parâmetros utilizados para obtenção da Figura (4.10).	67

Glossário

Abert	- Associação Brasileira de Emissoras de Rádio e Televisão.
ADTV-LAB	- Advanced Digital Television - Laboratory.
ATSC	- Advanced Television Systems Committee.
AWGN	- Additive White Gaussian Noise.
BER	- Bit Error Rate.
BP	- Belief Propagation.
COFDM-BST	- Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing - Band Segmented Transmission.
DFT	- Discrete Fourier Transform.
DTTB	- Digital Television Terrestrial Broadcasting.
DVB-T	- Digital Video Broadcasting - Terrestrial.
EDTV	- Enhanced Definition Television.
ELG	- European Launching Group.
FDM	- Frequency Division Multiplexing.
FFT	- Fast Fourier Transform.
FPGA	- Field Programmable Gate Array.
HDTV	- High Definition Television.
ICI	- Inter Channel Interference.
IDFT	- Inverse Discrete Fourier Transform.
IFFT	- Inverse Fast Fourier Transform.
ISDB-T	- Integrated Services of Digital Broadcasting - Terrestrial.
ISDB-Tb	- Integrated Services of Digital Broadcasting - Terrestrial Brazil.
ISI	- Inter Symbol Interference.

LDPC	- Low Density Parity Check Codes.
LDTV	- Low Definition Television.
MatLab	- Matrix Laboratory.
MCM	- Multiple Carrier Modulation.
ML	- Maximum Likelihood.
MPEG-4 AVC	- Moving Picture Experts Group - Advanced Video Coding.
MPEG-4 AAC	- Moving Picture Experts Group - Advanced Audio Coding.
NLOS	- Non Line-of-Sight.
OFDM	- Orthogonal Frequency Division Multiplexing.
PAL-M	- Phase Alternate Lines.
QPSK	- Quadrature Phase Shift Keying.
RMA	- Radio Manufacturers Association.
SBTVD	- Sistema Brasileiro de Televisão Digital.
SCM	- Single Carrier Modulation.
SDTV	- Standart Definition Television.
SET	- Sociedade Brasileira de Engenharia de Televisão.
SISO	- Soft-Input and Soft-Output.
SNR	- Sinal to Noise Ratio.
SPA	- Sum Product Algorithm.
WiFi	- Wireless Fidelity.
WiMAX	- Worldwide Interoperability for Microwave Access.

Lista de Símbolos

A	- Amplitude do sinal transmitido.
B_{ofdm}	- Banda de um sistema OFDM.
B_s	- Banda de um sistema de portadora única.
B_{sub}	- Banda das subportadoras de um sistema OFDM.
c	- Palavra código.
c_n	- Representação complexa do sinal OFDM.
C	- Capacidade do canal de transmissão em bits/s.
D_E	- Distância euclidiana.
d_i^2	- Distância euclidiana quadrada do símbolo i .
e	- Vetor erro ou padrão de erro.
E_b	- Energia por bit.
f_c	- Frequência da portadora.
f_n	- Frequência das subportadoras de um sinal OFDM em banda básica.
G	- Matriz geradora.
H	- Matriz de verificação de paridade.
H^T	- Transposta da matriz H .
I_k	- Matriz identidade de dimensão k .
i_n	- Termo em fase do sinal OFDM de ordem n .
L	- Número de versões do sinal transmitido.
m	- Mensagem transmitida.
M	- Número de níveis de uma constelação M -PSK.
N	- Número de subportadoras de um sistema OFDM.
$n(t)$	- Função-amostra de um processo aleatório correspondente a um ruído aditivo gaussiano branco.
$N_0/2$	- Densidade espectral de potência bilateral do ruído AWGN.

P	- Matriz de paridade.
P_b	- Probabilidade de erro de bit.
P_e	- Probabilidade de erro de símbolo.
Q	- Envoltória do sinal recebido.
q_n	- Termo em quadratura do sinal OFDM de ordem n .
R	- Taxa de transmissão em bits/s.
R_c	- Taxa de codificação.
r_I	- Componente em fase.
r_n	- Sinal discreto OFDM transmitido.
r_Q	- Componente em quadratura.
\hat{R}_s	- Taxa de amostragem.
$r(t)$	- Sinal OFDM recebido.
s	- Síndrome.
S_i	- Sinais modulados.
$s(t)$	- Sinal transmitido.
$S_{ofdm}(t)$	- Sinal OFDM transmitido.
$s_{ofdm\varsigma}$	- Sinal OFDM amostrado ς vezes.
$s_{ofdm}(t_\varsigma)$	- Sinal OFDM amostrado no instante t_ς .
\hat{s}_l	- Sinal OFDM estimado pelo demodulador.
T_s	- Período do sinal de um sistema OFDM.
T_{sub}	- Período de um símbolo de um sistema OFDM.
t_ς	- Intervalo entre as ς amostras do sinal OFDM.
t_s	- Período do sinal de um sistema OFDM em banda básica.
w_c	- Número de elementos não nulos por coluna da matriz H .
w_n	- Frequência angular da subportadora n .
w_r	- Número de elementos não nulos por linha da matriz H .
W_E	- Peso euclidiano.
$\gamma(t)$	- Envoltória de distorção multiplicativa introduzida pelo desvanecimento no sinal transmitido.
θ	- Argumento do cosseno e do seno do sinal OFDM amostrado.
ν_v	- Nós de verificação.
ϖ_r	- Número de ligações que parte de cada nó de verificação em direção aos nós de símbolo.
ρ_n	- Nós de símbolo.
ς	- Índice temporal das amostras.

- τ_c - Número de ligações que parte de cada nó de símbolo em direção aos nós de verificação.
- Δf - Espaçamentos entre as subportadoras.
- Θ - Diferença de fase introduzido pelo canal no sinal transmitido.
- Ω_n - Frequência angular da n -ésima subportadora amostrada.
- \mathbb{Z}_4 - Anel de inteiros módulo-4.
- \ominus - Operação de subtração módulo-4.

Capítulo 1

Introdução

O canal de transmissão normalmente introduz ruído e interferências na informação transmitida. Uma solução para reduzir estes efeitos é codificar a informação a ser transmitida por este canal, inserindo redundância de maneira controlada. Esta solução possibilita uma diminuição da probabilidade de erro de bit, contudo aumenta a complexidade para implementação do sistema de comunicação e diminui a taxa de transmissão de informação.

A Figura (1.1) demonstra um típico sistema de comunicação digital.

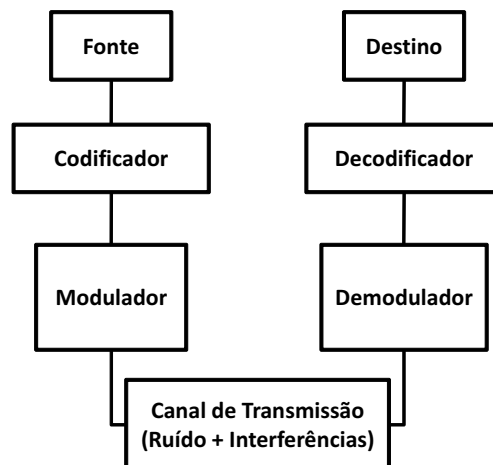


Figura 1.1: Sistema de comunicação digital.

Os critérios adotados no projeto do sistema de codificação variam segundo as características do canal de comunicação utilizado, mas visa sempre o melhor desempenho em termos de taxa de erro de bit.

Em sistemas de radiodifusão (*broadcasting*) como a TV Digital, as interferências podem ser ocasionadas por diversos fatores, dentre estes, os múltiplos percursos do sinal transmitido. Uma das características dos serviços comerciais propostos pela TV Digital é a recepção móvel. Por este tipo

de serviço se tratar de uma transmissão sem fio, a posição dos obstáculos no meio de transmissão e o próprio meio variam conforme o receptor se desloca. Com isso, o sinal é refletido e refratado gerando réplicas deste sinal que chegam ao receptor com atenuações e atrasos diferentes.

Assim, é necessário o uso de técnicas que cancelem estas interferências, para que o sinal digital tenha qualidade e possa ser processado de maneira correta pelo receptor [11]. A propagação por múltiplos percursos também pode gerar Interferência entre Símbolos (*Inter Symbol Interference - ISI*), com a sobreposição dos símbolos adjacentes recebidos.

Entre as técnicas de combate às interferências pode-se citar a transmissão por múltiplas portadoras, conhecida como Multiplexação Ortogonal por Divisão de Frequência (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing - OFDM*). Esta técnica tenta minimizar as chances do sinal ser desvanecido e/ou interferido pelas imperfeições e reflexões do meio de transmissão.

Os códigos de Verificação de Paridade de Baixa Densidade (*Low Density Parity Check - LDPC*) constituem uma família de códigos de bloco, construídos utilizando matrizes esparsas e apresentam excelente desempenho em diversos tipos de canais. Os códigos LDPC inicialmente foram introduzidos utilizando um algoritmo de decodificação iterativa, designado por Algoritmo da Soma e Produto (*Sum Product Algorithm - SPA*), conhecido também por *Belief Propagation - BP*. Estes códigos foram originalmente propostos por Robert Gallager [3] em 1962, entretanto a implementação de seu algoritmo de decodificação era computacionalmente inviável para a época, e desta forma eles ficaram esquecidos. Três décadas depois, os códigos LDPC foram “redescobertos” por Mackay e Neal [4] ao publicarem um artigo demonstrando o potencial prático dos códigos LDPC para se alcançar a capacidade de canal próximo ao limite de Shannon.

Para canais ruidosos, o Teorema de Shannon [2] mostra que se a informação codificada é transmitida com uma taxa abaixo da capacidade do canal, a probabilidade de erro de decodificação pode tender exponencialmente a zero, dependendo do tipo de codificação utilizada. Em outras palavras, se a taxa (velocidade) de transmissão R (bits/s) da informação a ser enviada pelo canal for menor que a capacidade C (bits/s) do mesmo, então a comunicação através do canal poderá ser estabelecida com uma probabilidade de erro tão baixa quanto se deseje, através do uso de um código adequado para a correção de erro.

1.1 Motivação e Objetivos

O padrão de TV Digital brasileiro apresenta a codificação de canal composta da concatenação de um código convolucional (interno) e um código Reed-Solomon (externo) para se obter taxas de erro de bit da ordem de 10^{-11} a 10^{-12} antes da descompressão da informação recebida. O código convolucional pode ser substituído por um código Turbo ou LDPC que apresentam maior eficiência

na correção de erro.

Códigos LDPC definidos sobre anel de inteiros \mathbb{Z}_4 apresentam algumas vantagens sobre os códigos equivalentes binários, como por exemplo, o perfeito casamento dos símbolos gerados na saída do codificador e a modulação QPSK. Assim, neste trabalho é avaliado o desempenho de códigos LDPC quaternários construídos sobre o anel finito de inteiros \mathbb{Z}_4 , utilizando a técnica de transmissão OFDM, onde as subportadoras são moduladas em QPSK. O canal é modelado com o ruído AWGN com influência de interferências causadas pelo desvanecimento seletivo e plano.

A avaliação do desempenho dos códigos LDPC é feita utilizando curvas de probabilidade de erro de bit (*Bit Error Rate - BER*) versus razão sinal-ruído (*Sinal to Noise Ratio - SNR*) e a ferramenta utilizada para a simulação computacional para avaliar o desempenho dos algoritmos analisados é a técnica de Monte Carlo utilizando o programa MatLab^{MR} (*Matrix Laboratory*).

O algoritmo para decodificação do código LDPC é baseado no SPA e denominado (*Soft-Input and Soft-Output - SISO*) proposto por Jorge Castiñeira Moreira e Patrick G. Farrell [5]. O algoritmo SISO utiliza as distâncias Euclidianas para efetuar a decodificação do código, através do cálculo da máxima verossimilhança (*Maximum Likelihood - ML*), dando ao receptor a melhor estimativa possível dos símbolos transmitidos. A escolha deste decodificador se deu pela sua facilidade de implementação, já que a sua decodificação baseia-se somente em operações de adição e tabelas comparativas.

O sistema implementado é comparado usando como referência o Sistema Brasileiro de Televisão Digital (SBTVD). A proposta deste trabalho é a substituição do código corretor de erro interno utilizado na etapa de Codificação de Canal no SBTVD pelo código corretor de erro LDPC quaternário.

1.2 Contribuições da Dissertação

Entre as contribuições desta dissertação podem ser destacadas:

- Introdução de códigos LDPC sobre anéis finitos de inteiros.
- Desenvolvimento de um simulador para validação e análise do algoritmo de decodificação SISO - *Soft-Input and Soft-Output* [5].
- Análise comparativa entre os códigos LDPC definidos sobre o anel de inteiros \mathbb{Z}_4 de comprimentos diferentes, utilizando a técnica de transmissão de dados OFDM em um canal AWGN com influência do desvanecimento plano e seletivo em frequência.

1.3 Organização

Esta dissertação está dividida em cinco capítulos e organizada da seguinte maneira:

No Capítulo 1 é introduzido de forma sucinta o tema, a motivação, o objetivo e a organização desta dissertação.

No Capítulo 2 são apresentadas as características principais da TV Digital e na sequência são introduzidos os conceitos sobre a modulação, a evolução da família FDM (*Frequency Division Multiplexing*) e os canais de propagação a que o sinal é submetido.

No Capítulo 3 é introduzida a teoria sobre os códigos de bloco lineares e descrita a teoria dos códigos LDPC, destacando suas principais características; como a descrição do método de decodificação dos códigos LDPC, apresentando de forma detalhada o algoritmo de decodificação SISO usado nas simulações.

O Capítulo 4 versa sobre a descrição dos ambientes simulados e os resultados obtidos ao longo do desenvolvimento deste trabalho, descrevendo todo o sistema implementado baseado nas técnicas descritas nos capítulos anteriores.

E finalmente, no Capítulo 5 é apresentada a conclusão do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Modelo do Sistema

O advento de sistemas da terceira geração (3G) e da Televisão Digital impulsionou o crescimento de serviços que necessitam de alta taxa de transmissão de dados no meio sem fio. Na comunicação sem fio, as diversas transmissões e serviços em radiofrequência geram interferências entre os canais de transmissão (*Inter Channel Interference - ICI*). Além disso, o ambiente de propagação terrestre gera múltiplos percursos, o que provoca desvanecimento seletivo em frequência no sinal transmitido. Para minimizar os efeitos destas interferências sofridas pelo sinal ao longo da sua trajetória entre o transmissor e receptor, foi adotado o OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), uma técnica de transmissão que utiliza múltiplas portadoras [12].

O OFDM é utilizado em padrões de transmissão comercial de áudio e vídeo, como exemplo o DVB-T (*Digital Video Broadcasting - Terrestrial*), ISDB-T (*Integrated Services of Digital Broadcasting - Terrestrial*), WiFi (*Wireless Fidelity*), WiMAX (*Worldwide Interoperability for Microwave Access*), etc. Esta técnica apresenta alta robustez aos problemas de interferências entre símbolos, ao desvanecimento seletivo em frequência e eficiência de largura de faixa. Para que a técnica de transmissão OFDM seja eficiente é preciso associar a ela um processo de proteção contra erro.

Neste capítulo é descrita a arquitetura do modelo do sistema, onde os princípios básicos da TV Digital são introduzidos, evidenciando as etapas da codificação e decodificação de canal, bem como, a modulação e demodulação, a técnica de transmissão de dados por multiportadoras e uma rápida abordagem sobre canais com desvanecimento plano e seletivo e canais AWGN.

2.1 TV Digital

Desde seu advento, há mais de 10 anos, a transmissão terrestre do sinal de TV Digital, conhecida por DTTB (*Digital Television Terrestrial Broadcasting*), vem sendo desenvolvida com a finalidade de substituir o sistema de televisão analógica [26], proporcionando ao telespectador uma melhoria na

qualidade de imagem e som, além de otimizar o uso do espectro de frequência.

A criação de um novo método para transmissão do sinal foi necessária para permitir o envio de sinais televisivos em alta definição (*High Definition Television - HDTV*). Em virtude disto, grupos de estudos foram formados, resultando assim, na definição e normalização dos seguintes modelos:

- Modelo Americano - Sugerido pela junção de grupos de estudos do ramo das telecomunicações, denominado por a Grande Aliança, e padronizado pelo Comitê de Sistemas de Televisão Avançados (*Advanced Television Systems Committee - ATSC*).
- Modelo Europeu - Proposto pelo grupo denominado de ELG (*European Launching Group*), que definiu o padrão chamado de DVB-T (*Digital Video Broadcasting - Terrestrial*).
- Modelo Japonês - Apresentado pelo grupo ADTV-LAB (*Advanced Digital Television - Laboratory*), que definiu o padrão denominado de ISDB-T (*Integrated Services of Digital Broadcasting - Terrestrial*).

O objetivo dos pesquisadores brasileiros era indicar um dos três padrões citados acima como o mais adequado para ser adotado pelo Brasil. O desenvolvimento de um sistema inteiramente nacional estava fora de questão, devido principalmente ao elevado custo financeiro envolvido.

No início de 1999, os equipamentos necessários para testar os três sistemas de transmissão foram importados e após os testes de laboratório e de campo realizados pelo grupo Abert/SET (Abert - Associação Brasileira de Emissoras de Rádio e Televisão, SET - Sociedade Brasileira de Engenharia de Televisão) [19], percebeu-se que o padrão americano ATSC possuía um desempenho insatisfatório na recepção doméstica, principalmente usando antenas internas, além do desempenho insuficiente nos quesitos de transmissão de sinais em áreas de sombra e para receptores móveis; desta forma o padrão americano foi descartado.

O relatório final dos testes de TV Digital confirmou o bom desempenho dos sistemas europeu e japonês, contudo o padrão ISDB (japonês) foi considerado superior ao padrão DVB (europeu), devido ao melhor desempenho na recepção de sinais televisivos em ambientes fechados e a sua flexibilidade para acesso a serviços através de terminais fixos ou móveis [19]. Em 31 de agosto de 2000, a Anatel (Agência Nacional de Telecomunicações) encerrou as discussões técnicas sobre o padrão de TV Digital a ser adotado no Brasil. A Figura (2.1) mostra o resultado dos testes realizados pelo grupo Abert/SET, comparando o desempenho dos padrões ATSC, DVB e ISDB para transmissão de televisão digital terrestre.

Dois anos depois, o governo decidiu que o país desenvolveria um padrão próprio de transmissão e seguindo a tendência mundial, foi criado no Brasil um comitê composto por emissoras de radiodifusão, fabricantes de equipamentos de transmissão ou recepção, indústrias de softwares e entidades

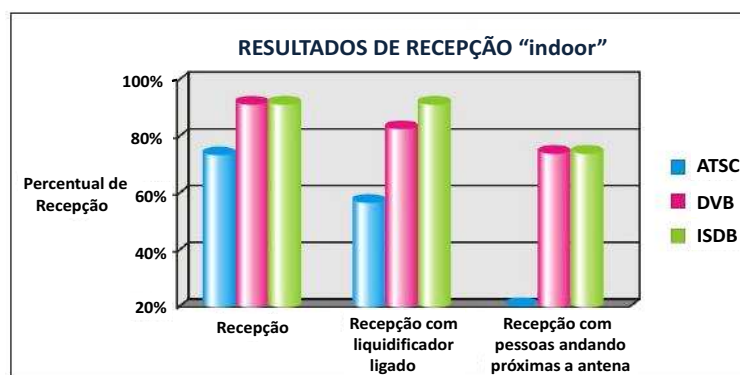


Figura 2.1: Comparação entres os padrões de TV Digital.

de ensino e pesquisa, ao qual foi denominado de Fórum do Sistema Brasileiro de Televisão Digital Terrestre (SBTVD). Este fórum possuía a missão de auxiliar e estimular a criação e melhoria do sistema de transmissão e recepção de sons e imagens digitais no Brasil, propiciando padrão e qualidade compatíveis com as exigências dos usuários, mobilidade, portabilidade, multiprogramação e interatividade [21].

Baseado nas normas estabelecidas pelo fórum SBTVD e conforme estabelecido no Decreto Presidencial nº5.820, de 29/06/2006 [45], foi instaurado o modelo Brasileiro de televisão digital, o qual recebeu o nome comercial de ISDB-Tb (*Integrated Services of Digital Broadcasting - Terrestrial Brazil*). O início das transmissões do ISDB-Tb aconteceu em 2 de dezembro de 2007 na capital do Estado de São Paulo e gradativamente está sendo implantado nas outras localidades do Brasil. Está também previsto que os sinais analógico e digital serão transmitidos simultaneamente até Junho de 2016 [22].

O modelo Brasileiro de TV Digital é baseado no modelo Japonês, esta escolha se deve ao fato da possibilidade da incorporação de facilidades que os outros não tinham e não poderiam ser acrescentadas. Dentre estas merecem destaques:

1 - Modulação COFDM-BST (*Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing - Band Segmented Transmission*). A sigla BST quer dizer que o canal com largura de banda igual a 6 MHz é dividido em segmentos (no Brasil e no Japão são 13). Cada segmento pode levar um programa diferente. O segmento do meio, o sétimo, é usado para transmitir para os celulares e equipamentos portáteis.

2 – Possibilidade de transmitir mais de um programa no mesmo canal, graças a compressão de áudio e vídeo utilizada.

3 – Possibilidade de incorporar novas tecnologias, com a vantagem destas permitirem a mesma qualidade das outras, mas utilizando uma banda de frequência menor.

Finalmente, o “b” da sigla ISDB-Tb é para contemplar as atualizações tecnológicas introduzidas

Sistemas	Resolução	Linhas Ativas	Pontos por Linha	Relação de Aspecto
PAL-M	525 linhas	425 linhas	-----	4:3
SDTV	480 linhas	480 linhas	640	4:3
EDTV	720 linhas	720 linhas	1280	16:9
HDTV	1080 linhas	1080 linhas	1920	16:9

Tabela 2.1: Comparação entre TV Analógica e Digital.

nomenclatura RMA (*Radio Manufacturers Association*), ou como também é conhecido padrão M [44]. Este ganho é devido à diferença entre o número total de linhas da resolução e o número de linhas ativas, já que na transmissão analógica as primeiras e últimas linhas do quadro são perdidas devido ao apagamento vertical.

2.1.2 Arquitetura Genérica do Sistema

Na plataforma de televisão digital, além de trafegarem os sinais de áudio e vídeo, foi possível a inclusão de um canal de dados utilizando a mesma banda de 6 MHz. Como exemplo dos serviços adicionados por este canal pode-se citar o comércio eletrônico e a interatividade. A Figura (2.3) mostra uma arquitetura genérica do sistema de TV Digital em diagrama de bloco e representada por dois subsistemas simétricos: um referente ao lado da transmissão, onde a informação é gerada pelas emissoras e outro referente ao lado da recepção, onde o usuário faz uso da informação transmitida. Cada um destes subsistemas é nomeado respectivamente de Difusão e Acesso e Terminal de Acesso [25].

O bloco de Difusão e Acesso é constituído pelos módulos necessários à codificação e ao empacotamento das informações a serem transmitidas para os receptores digitais. Um sinal no padrão HDTV sem compressão pode atingir uma taxa de mais de 1 Gbps [26], entretanto esta taxa é impraticável em um canal de 6 MHz. No bloco da Codificação de Fonte os sinais de vídeo, áudio e dados são adequadamente codificados e comprimidos para que possam ser transmitidos pela plataforma de TV Digital terrestre, dentro da largura de banda limitada pelo espectro de frequência que é de 6 MHz. Para isso o sinal é dividido em: codificação de vídeo, codificação de áudio e codificação de dados.

Para a compressão de vídeo é utilizado o algoritmo MPEG-4 AVC (*Moving Picture Experts Group - Advanced Video Coding*), que reduz esta taxa de transmissão para aproximadamente 10 ou 20 Mbps. O MPEG-4 AVC oferece aos radiodifusores [20]:

- Uma melhor utilização do espectro, devido às altas taxas de compressão;

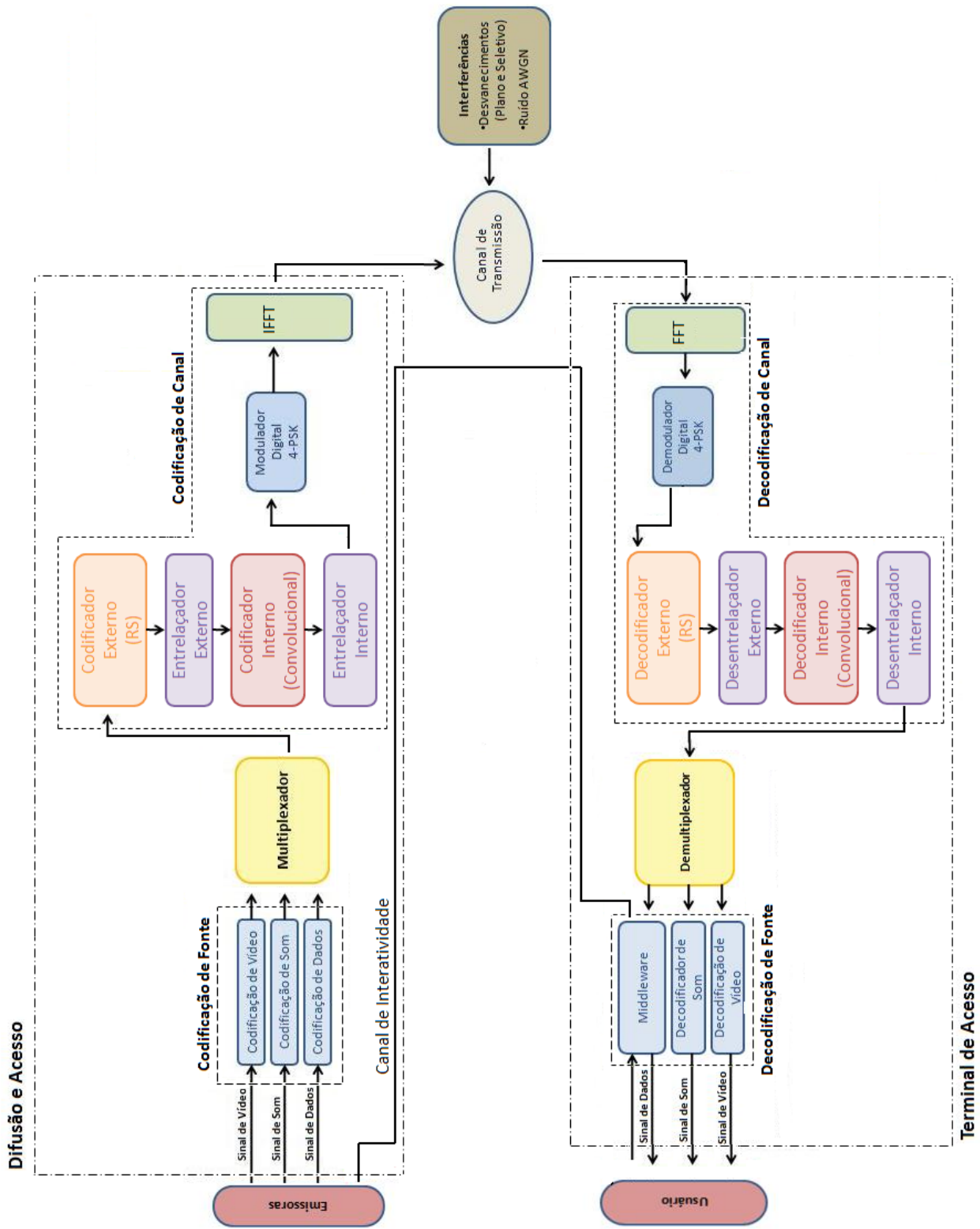


Figura 2.3: Arquitetura Genérica de um Sistema de Televisão Digital.

- Transmissão de um maior número de canais, mantendo a mesma qualidade;
- Transmissão de um menor número de canais, melhorando a qualidade.

Com a utilização dos algoritmos de compressão é possível alocar em um canal de 6 MHz, 4 canais SDTV ou 2 canais SDTV + EDTV, como mostrado na Figura (2.2).

Para a compressão de áudio é utilizado o algoritmo de compressão denominado de MPEG-4 AAC (*Moving Picture Experts Group - Advanced Audio Coding*), que permite obter uma qualidade de som comparável a de um CD (*Compact Disc*) de áudio [20].

Após feita as codificações, os sinais são multiplexados resultando em um único feixe digital contendo os três sinais originados pela emissora. Na etapa seguinte, o sinal gerado pelo multiplexador passa por um processamento adicional no bloco da Codificação de Canal, onde o sinal é codificado para proteção contra erros na transmissão.

O bloco de codificação externa introduz redundâncias que permitem ao decodificador no receptor corrigir erros produzidos pelo canal de comunicação. Nos padrões de TV Digital, o código externo é um Reed-Solomon (RS) [46] de comprimento de 188 *bytes*.

A função do bloco entrelaçador é evitar que os erros em rajada introduzidos pelo canal sejam apresentados também em rajada para o decodificador externo. A capacidade de correção do Reed Solomon é limitada a 8 *bytes* por palavra código, por isso, erros em rajada devem ser evitados. Vale ressaltar que mesmo que o canal introduza erros em rajada no sinal, ao utilizar o entrelaçador, esses erros chegam de forma dispersa no decodificador, aumentando a eficiência do código corretor de erro.

O bloco de codificação interna tem função similar à função do bloco de codificação externa, ou seja, o objetivo é aumentar a robustez do sistema contra os ruídos e interferências provocados pelo canal através da inclusão de redundâncias. A principal diferença entre o código externo e o código interno é que o primeiro trabalha com *bytes*, enquanto que o segundo opera com *bits*. O código interno é um código convolucional [46].

Da mesma forma que o código externo, a capacidade de correção do código interno também é limitada. Com isso, é necessário evitar erros de bit em rajada no receptor. Logo, é necessário empregar um entrelaçador interno (entrelaçador de bit) na saída do codificador interno para garantir um desempenho satisfatório do sistema.

Após a codificação, o sinal é modulado (4-PSK) e em seguida submetido a um bloco IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*), gerando um sinal OFDM que será transmitido pelo canal de transmissão. O sinal OFDM ao passar pelo canal de transmissão sofre interferências do meio, como o desvanecimento plano e seletivo e o ruído AWGN. A utilização dos blocos IFFT-FFT, que resultam em um sistema OFDM, é adicionado à arquitetura com o objetivo de minimizar estas interferências.

No bloco do Terminal de Acesso acontece o processamento inverso ao do bloco de Difusão e Acesso, reconstituindo as informações originais de vídeo, áudio e dados. O sinal recebido pelo Ter-

minal de Acesso passa pelo bloco FFT (*Fast Fourier Transform*) e em seguida passa por um processo de demodulação e decodificação, de onde resulta o sinal que será enviado ao demultiplexador.

O demultiplexador separa os sinais codificados de áudio, vídeo e dados, que são então submetidos aos decodificadores de áudio, de vídeo e ao middleware, respectivamente. Os decodificadores de áudio e vídeo reconstituem os sinais originais, para que possam ser corretamente exibidos. O *middleware*, por outro lado, além de decodificar os dados recebidos, funciona como uma plataforma de execução de software, permitindo aos usuários utilizarem aplicações interativas.

O Canal de Interatividade permite a comunicação entre os usuários da TV Digital, no lado do Terminal de Acesso e as emissoras provedoras de serviços, no lado da Difusão e Acesso. É por este canal que cada usuário pode interagir, transmitindo ou recebendo informações das emissoras, para isso o Canal de Interatividade é formado por dois canais de comunicação: canal direto e canal de retorno, sendo que o canal direto faz a comunicação no sentido das emissoras para os usuários e o canal de retorno faz a comunicação no sentido inverso [27].

2.2 QPSK (Quaternary Phase Shift Keying)

Na constelação QPSK ou 4-PSK, como também é conhecida, a modulação é realizada pelo mapeamento dos símbolos a serem transmitidos nos pares de coordenadas $\{\pm 1/\sqrt{2}, \pm j/\sqrt{2}\}$.

O sistema de coordenadas QPSK é descrito em termos de coordenadas (x, y) em que x é representado por I (*in phase*), referente ao eixo real e y é representado por Q (*quadrature*), referente ao eixo imaginário. Cada um dos pares (I, Q) representa um símbolo, cada símbolo da constelação QPSK carrega 2 bits. O mapeamento bit para símbolo segue o código de Gray, o que garante que símbolos vizinhos na constelação diferenciam-se em apenas um bit. A Tabela (2.2) apresenta a relação entre os símbolos da constelação QPSK e os dibits do código de Gray.

Símbolos QPSK	0	1	2	3
Códigos de Gray	00	10	11	01

Tabela 2.2: Representação do alfabeto sobre anel \mathbb{Z}_4 mapeado pelo código de Gray.

Uma vantagem da modulação utilizando o mapeamento pelo código de Gray é que a probabilidade de erro de bit é minimizada, pois na maioria das vezes os erros entre os símbolos vizinhos são os mais prováveis de acontecer. Desta forma, a probabilidade de erro de bit pode ser aproximada para [28]:

$$P_b \cong \frac{P_e}{\log_2(M)}, \quad (2.1)$$

onde M é o número de níveis de uma constelação M-PSK.

A probabilidade de erro de símbolo, admitindo-se canal AWGN e detecção coerente, pode ser aproximada por 2.2 [28]:

$$P_e \cong 2Q \left(\sqrt{2 \frac{E_s}{N_0}} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi}{4} \right) \right), \quad (2.2)$$

onde $E_s = E_b \cdot (\log_2 M)$ é a energia do símbolo.

A energia do símbolo no plano cartesiano é dada pelo quadrado do raio da circunferência que o contém. Normalizando E_s para 1, a constelação modulada em QPSK consiste de quatro símbolos representados por pontos $s \in \{\pm 1/\sqrt{2}, \pm j/\sqrt{2}\}$ projetados no eixo real e imaginário, como demonstrado na Figura (2.4). Os símbolos correspondentes a cada ponto do eixo cartesiano da Figura (2.4) estão descritos na Tabela (2.3). Após a demodulação, a detecção de um símbolo é feita comparando as distâncias euclidianas entre o símbolo recebido e todos os possíveis símbolos da constelação. O símbolo escolhido na estimativa será aquele que minimiza esta distância.

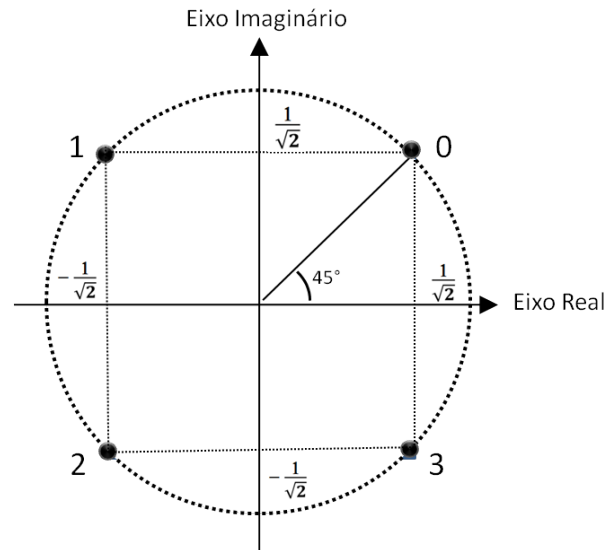


Figura 2.4: Representação dos símbolos da modulação QPSK.

Símbolos QPSK	0	1	2	3
Pontos	$\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$

Tabela 2.3: Representação do alfabeto sobre anel \mathbb{Z}_4 no plano cartesiano modulado em QPSK.

2.2.1 Distância Euclidiana entre sinais QPSK

A distância Euclidiana entre dois sinais de uma modulação QPSK é estritamente relacionada ao símbolo correspondente do anel de inteiros sobre \mathbb{Z}_4 , associado a estes sinais de modulação. Os sinais modulados são representados por:

$$S_i = \exp\left(j\frac{\pi i}{2}\right) \quad i = 0, 1, 2, 3, \quad (2.3)$$

onde o elemento correspondente do anel é dado pelo índice i .

A distância Euclidiana quadrática entre dois sinais de modulação S_i e S_r pode ser calculada por:

$$\begin{aligned} D_E^2(S_i, S_r) &= |S_i - S_r|^2, \\ &= \left| \exp\left(j\frac{\pi i}{2}\right) - \exp\left(j\frac{\pi r}{2}\right) \right|^2, \\ &= \left| \exp\left(\frac{j\pi(i \ominus r)}{2}\right) - 1 \right|^2, \end{aligned}$$

onde \ominus denota a operação de subtração módulo-4.

Desta forma, é possível definir a distância Euclidiana quadrática entre dois pontos no espaço de sinal modulado em QPSK, pela seguinte expressão:

$$D_E^2(i, r) \triangleq \left| \exp\left(\frac{j\pi(i \ominus r)}{2}\right) - 1 \right|^2, \quad (2.4)$$

e o peso Euclidiano quadrático é dado por:

$$W_E^2(i) \triangleq D_E^2(i, 0) = \left| \exp\left(\frac{j\pi i}{2}\right) - 1 \right|^2. \quad (2.5)$$

Através das Equações (2.4) e (2.5), verifica-se que a distância Euclidiana quadrática entre dois pontos no espaço de sinais é igual ao peso Euclidiano quadrático no resultado da subtração entre estes dois pontos, como mostra a Equação (2.6):

$$D_E^2(i, r) = W_E^2(i \ominus r). \quad (2.6)$$

Generalizando, a distância Euclidiana quadrática entre n -uplas x e y , com componentes pertencentes ao anel de inteiros sobre \mathbb{Z}_4 , pode ser definida como sendo:

$$D_E^2(x, y) \triangleq \sum_{i=1}^n \left| \exp\left(\frac{j\pi(x_i \ominus y_i)}{2}\right) - 1 \right|^2.$$

2.3 FDM, OFDM, COFDM e BST-OFDM

Com o advento das técnicas digitais, os sistemas de telecomunicações puderam migrar de sistemas de portadora única SCM (*Single Carrier Modulation*) para sistemas de multiportadoras MCM (*Multiple Carrier Modulation*). Na técnica SCM os símbolos digitais são transmitidos serialmente, significando que a duração da janela temporal associada a cada símbolo é muito pequena para altas taxas de transmissão de dados. Já na técnica MCM, cada símbolo pode ter seu período de transmissão aumentado para que seja maior que a duração do desvanecimento.

A evolução da família de siglas FDM (*Frequency Division Multiplexing*) marcou profundamente as telecomunicações. FDM é a Multiplexação por Divisão de Frequência, ou seja, neste sistema é utilizada uma banda de frequência bem maior do que a necessária para cada canal individual. O conjunto de canais que ocupam esta banda possui cada um sua própria portadora e faixa de frequência, que se sobrepõe no tempo. Os dados transmitidos podem ser recuperados utilizando filtros passa-faixa, pois estas subfaixas não se sobrepõem no domínio da frequência.

O OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) é uma técnica de transmissão de dados, projetada para sistemas sem visada direta (*Non Line-of-Sight - NLOS*) e surgiu como uma evolução da técnica convencional FDM, na qual as portadoras são ortogonais entre si, podendo então serem recuperadas individualmente, mesmo na ocorrência de certa superposição de banda de frequência [14].

As primeiras publicações sobre o OFDM datam da década de 60, quando Chang [16] publicou um artigo propondo um sistema com múltiplas portadoras ortogonais entre si, de forma que garantida a condição de ortogonalidade, as portadoras pudessem sobrepor umas às outras sem haver interferência entre elas, aumentando significativamente a eficiência espectral. Porém, tal técnica não foi utilizada na época, devido à complexidade na geração e sincronização das várias portadoras. Com a introdução da Transformada Discreta de Fourier (*Discret Fourier Transform - DFT*) para a geração do sinal OFDM, viabilizou-se a modulação e a demodulação, como proposto por Erbert e Weinstein [30].

Com o problema da manutenção da ortogonalidade resolvido, o uso de milhares de portadoras foi possível, utilizando a Transformada Discreta de Fourier Inversa (*Inverse Discret Fourier Transform - IDFT*) para gerar e modular todas as portadoras simultaneamente. Logo, na recepção não existe a necessidade de se proceder a filtragem das portadoras para sua separação, sendo utilizada em seu lugar uma amostra do sinal recebido para aplicação da DFT. Em comparação à técnica de modulação de única portadora que apresenta muita sensibilidade a ruído impulsivo, desvanecimento seletivo

e ecos causados por múltiplos percursos, as técnicas de multiportadoras são mais robustas a estes fenômenos.

A Figura (2.5) mostra um esboço comparando o aproveitamento espectral do sistema FDM com o sistema OFDM, ambos com um mesmo número de subportadoras. A economia de banda do sistema OFDM chega a ser aproximadamente 50% do sistema FDM.

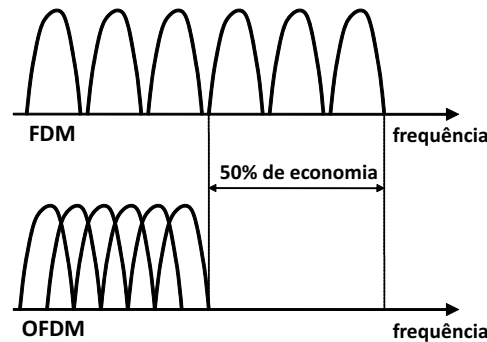


Figura 2.5: Comparação do aproveitamento espectral entre o sistema FDM convencional e o OFDM.

A idéia básica do OFDM consiste em dividir o sinal de entrada com alta taxa de transmissão R , em N sinais com uma taxa menor $\frac{R}{N}$, que serão transmitidos por N subportadoras moduladas em QPSK, como ilustrado na Figura (2.6). É fácil observar que no sistema FDM os símbolos possuem faixa larga, já no OFDM devido à divisão do sinal em várias subportadoras, os símbolos possuem faixa estreita e consequentemente a duração de cada símbolo transmitido é aumentado por um fator N .

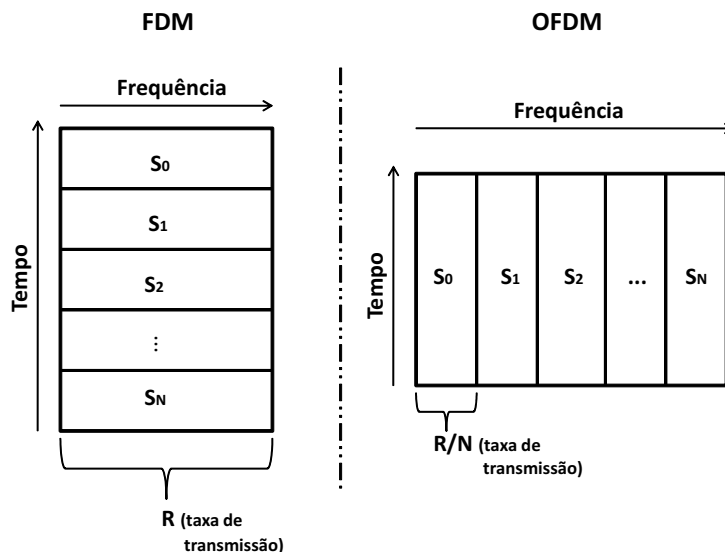


Figura 2.6: Sistema com portadora única e sistema com múltiplas portadoras.

Uma das principais vantagens do uso do OFDM é o aumento da robustez do sistema contra interferências ao longo do trajeto entre o transmissor e receptor. Trabalhar com canais mais estreitos ao invés de um único canal mais largo traz um grande benefício no que diz respeito a seletividade em frequência. A possível natureza do desvanecimento seletivo em frequência apresentado por um canal para uma transmissão de portadora única pode ser revertida numa natureza de um desvanecimento aproximadamente plano apresentada por cada subportadora, quando empregada a técnica OFDM, tornando o sinal menos sensível a ruído e a interferências. A Figura (2.7) esboça a influência do desvanecimento seletivo em um sistema de portadora única (FDM) e no OFDM.

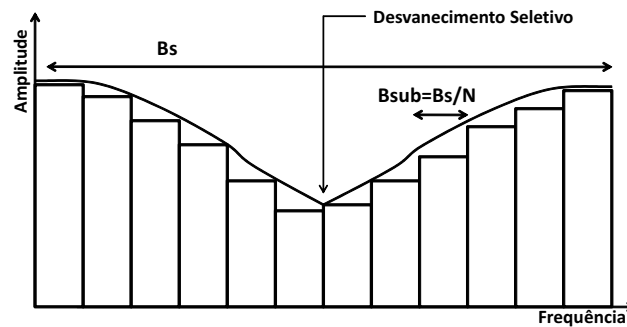


Figura 2.7: Desvanecimento em um sistema de portadora única e um sistema de múltiplas portadoras.

Apenas algumas das N subportadoras irão experimentar um desvanecimento aproximadamente plano em frequência, ao contrário do sinal transmitido com portadora única, que sofre um efeito severo do desvanecimento seletivo.

Pela análise das Figuras (2.6) e (2.7) é possível obter as expressões das largura de faixa B_{sub} , ocupada por cada uma das N subportadoras e a duração T_{sub} de cada símbolo de um sistema OFDM, que são definidas respectivamente pelas Equações:

$$B_{sub} \cong \frac{B_s}{N}, \quad (2.7)$$

$$T_{sub} \cong N \cdot T_s, \quad (2.8)$$

onde B_s é a largura de faixa ocupada pelo sistema de transmissão de portadora única e T_s é o período de duração do sinal. Ressaltando que a definição dos valores de B_{sub} e T_{sub} são aproximados devido ao intervalo de guarda entre as subportadoras, como será explicado mais adiante.

Sendo assim, a largura de faixa de um sistema de transmissão OFDM pode ser definida por:

$$B_{ofdm} \cong N \cdot B_{sub} = B_s. \quad (2.9)$$

Desta forma, o valor da banda ocupada por um sistema OFDM, dado na Equação (2.9), se torna praticamente igual ao valor obtido para um sistema de transmissão de portadora única equivalente, como mostra a Equação (2.7). É relevante observar as Figuras (2.8) (a) e (b), que ilustram a igualdade entre B_{ofdm} e B_s , respectivamente.

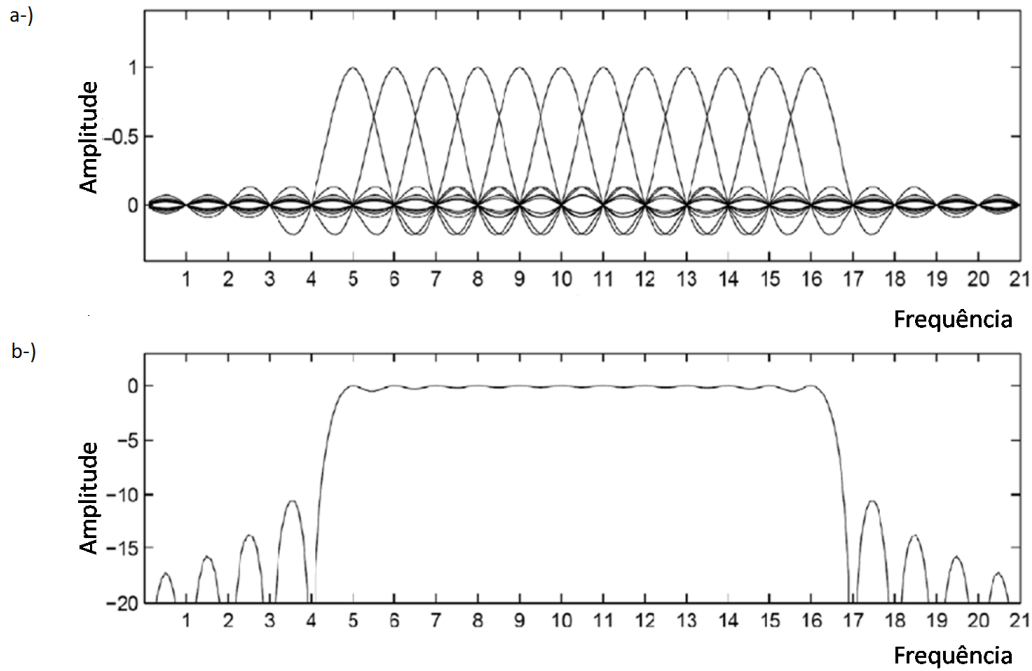


Figura 2.8: (a) Banda ocupada de um sistema OFDM com 12 portadoras e (b) Banda ocupada pelo sistema de portadora única equivalente.

Como descrito anteriormente, a técnica OFDM constitui uma evolução da técnica FDM, a qual utiliza bandas de guarda para separar os espectros de frequência de cada subportadora do sinal de transmissão. Como consequência, no sistema FDM há desperdício de faixa de frequência. Por outro lado, a técnica OFDM utiliza a sobreposição espectral de N subportadoras moduladas ortogonalmente entre si.

O emprego de sinais ortogonais permite uma sobreposição das subportadoras no espectro de frequências, sem que haja uma interferência entre elas. Para se manterem ortogonais as subportadoras devem atender às condições da Equação (2.10) no domínio do tempo, onde T é o período da largura de faixa do sistema. As frequências f_i e f_j correspondem a duas subportadoras adjacentes.

$$\int_0^T \cos(2\pi f_i t) \cdot \cos(2\pi f_j t) \cdot dt = 0 \quad \text{para } i \neq j. \quad (2.10)$$

A condição de ortogonalidade dada pela Equação (2.10) considera uma transmissão livre de erro de fase ou de frequência nos osciladores de cada subportadora. Logo, um sinal OFDM constituído de N subportadoras senoidais terá espaçamento entre subportadoras dado por:

$$\Delta f = \frac{1}{N \cdot T} = \frac{1}{T_{sub}}, \quad (2.11)$$

onde T_{sub} é a duração de um símbolo OFDM.

Apesar de existir sobreposição espectral entre as subportadoras, elas não interferem entre si, se forem amostradas nos instantes adequados.

O espectro de um sinal OFDM é representado pela superposição dos espectros de cada subportadora. Na Figura (2.8) (a), pode ser observado que as funções *sinc* se anulam para todas as subportadoras, a menos daquela de interesse que possui sua amplitude máxima.

Em relação à ortogonalidade no domínio do tempo, cada subportadora possui exatamente um número inteiro de ciclos dentro de um intervalo de duração de um símbolo OFDM. A Figura (2.9) apresenta a composição de um sinal OFDM nos domínios do tempo e da frequência, e a formação do espectro de um sinal OFDM, onde se constata a ortogonalidade entre suas subportadoras.

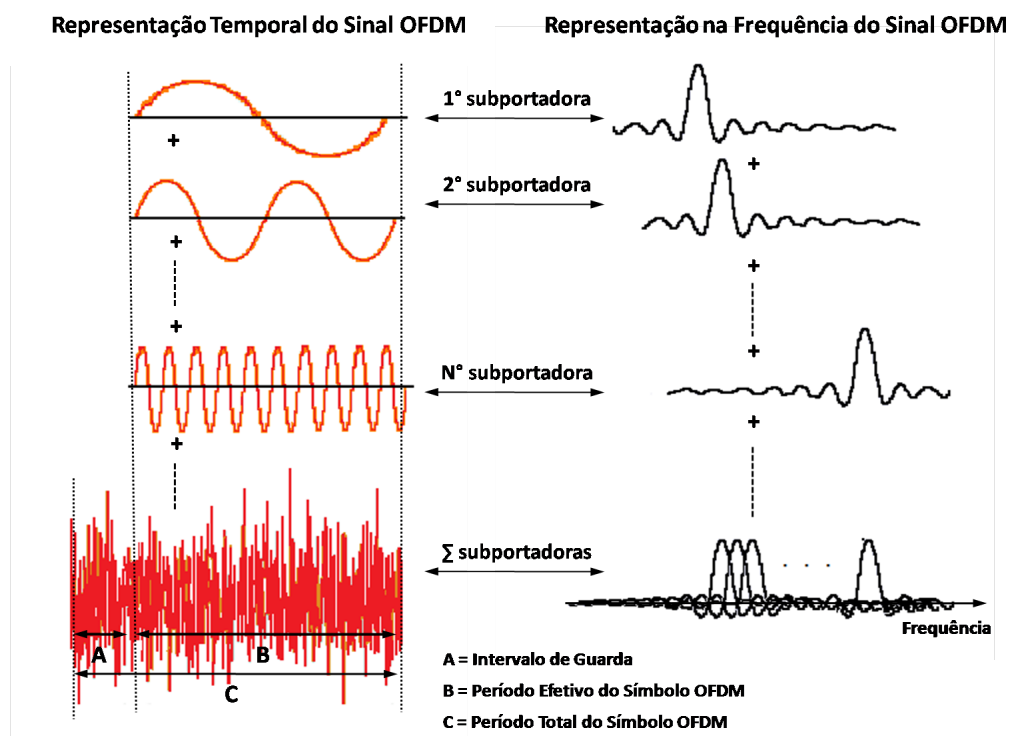


Figura 2.9: Características de um sinal OFDM.

A conversão série/paralela dos dados de entrada na técnica OFDM, tem como consequência um

aumento na duração de cada símbolo transmitido T_s , por um fator N , como mostra a Equação (2.8). Para eliminar a interferência entre símbolos, introduz-se um intervalo de guarda a cada símbolo OFDM, como pode ser observado na Figura (2.9), representado pela letra 'A'. Este intervalo é projetado de forma que as componentes multipercurso de um símbolo OFDM não interfiram na recepção do símbolo OFDM subsequente. Então, analisando a Figura (2.9), um símbolo OFDM de duração T_s (representado pela letra 'C') será constituído pelo símbolo útil OFDM de duração T_{sub} (representado pela letra 'B') e pelo intervalo de guarda de duração T_g (representado pela letra 'A'), ou seja, $T_s = T_{sub} + T_g$.

Em suma, o princípio básico da técnica OFDM consiste na transmissão paralela de dados, em que os feixes de dados são enviados de forma simultânea, ou seja, todos os elementos de uma sequência são enviados num mesmo instante através de múltiplas portadoras, garantindo maior robustez aos efeitos do multipercurso. Isso porque, o efeito do desvanecimento seletivo em frequência em um sistema de transmissão com múltiplas portadoras pode afetar apenas um subconjunto de subportadoras, caracterizando-se como um desvanecimento plano nesta parcela da faixa. Dessa maneira, a implementação do esquema de equalização pode ser reduzida a um problema de normalização das amostras a serem entregues ao dispositivo de decisão.

Outra alternativa para combater as interferências causadas pelo desvanecimento seletivo, é a inserção de redundância nos dados para detectar e corrigir os erros introduzidos. A realização da codificação de canal antecedendo o processo de modulação aumenta a robustez do sistema em termos da taxa de erro de bit. A esta técnica dá-se o nome de COFDM (*Coded Orthogonal Frequency Division Multiplex*) [26].

No padrão adotado pelo Sistema Brasileiro de Televisão Digital, o ISDB-Tb, é utilizado o esquema de banda segmentada (*Band Segmented Transmission - BST-OFDM*), que permite dividir a banda de 6 MHz em 13 segmentos de 429 kHz cada, como ilustrado na Figura (2.10). Esses 13 segmentos permitem a flexibilidade de alocação de diferentes tipos de serviços no mesmo canal de 6 MHz, ou seja, é possível transmitir no mesmo canal de TV vários tipos de serviços, como serviços de rádio, TV móvel, SDTV, HDTV, etc.

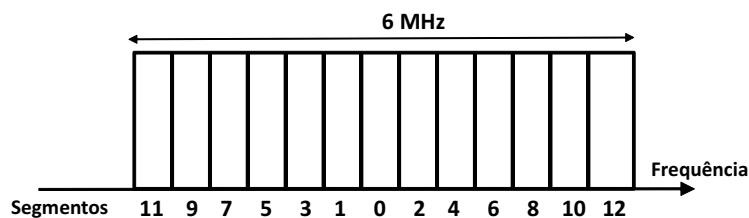


Figura 2.10: Esquema BST-OFDM.

2.3.1 Transmissão e Recepção do sinal OFDM.

Para gerar o sinal OFDM, faz-se uso da Transformada Discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform - DFT*). A partir do uso da DFT, os sistemas OFDM passaram a ser implementados utilizando técnicas de processamento digital de sinais. Deste modo, os algoritmos IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*) e FFT (*Fast Fourier Transform*) são executados nos processos de modulação e demodulação do sinal OFDM, respectivamente. Embora tenha o termo multiplexação em sua denominação, não ocorre realmente multiplexação num sistema OFDM, mas sim a transmissão paralela de uma sequência de bits originalmente única.

A representação matemática de um sinal OFDM, consiste do somatório de cossenóides e de senoídes com amplitude modulada pelos símbolos i_n e q_n , respectivamente, como mostra a Equação (2.12) [17]:

$$S_{ofdm}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} [i_n \cdot \cos(w_n t) + q_n \cdot \sin(w_n t)] , \quad (2.12)$$

onde:

- i_n e q_n são, respectivamente, os termos em fase e em quadratura do sinal de ordem n ;
- w_n é a frequência angular da subportadora n ;
- N é o número de subportadoras.

Observando a Equação (2.12), verifica-se que o sinal OFDM pode ser representado pela Transformada de Fourier de um sinal complexo $c_n = i_n + jq_n$. Um modo eficiente de geração dos símbolos OFDM é através do algoritmo IFFT na transmissão dos símbolos, bem como a utilização do algoritmo FFT para detectar os símbolos recebidos.

A Figura (2.11) apresenta o diagrama em bloco do sistema OFDM. No modulador digital, a sequência de dados de entrada $s(t)$, formada por palavras de N símbolos, são moduladas em N sub-símbolos $c(t)$, os quais são em seguida amostrados antes de serem transmitidos pelo canal.

O sinal OFDM representado pela Equação (2.12) pode ser analisado no domínio discreto, utilizando a taxa de amostragem dada pela Equação (2.13):

$$\hat{R}_s = \frac{1}{t_s} , \quad (2.13)$$

onde t_s é o período do sinal de um sistema OFDM em banda básica.

Após a amostragem do sinal, é gerada uma sequência de símbolos complexos $c_n = i_n + jq_n$, em que i_n é a componente real do símbolo que representa o sinal em fase modulando a cossenóide de

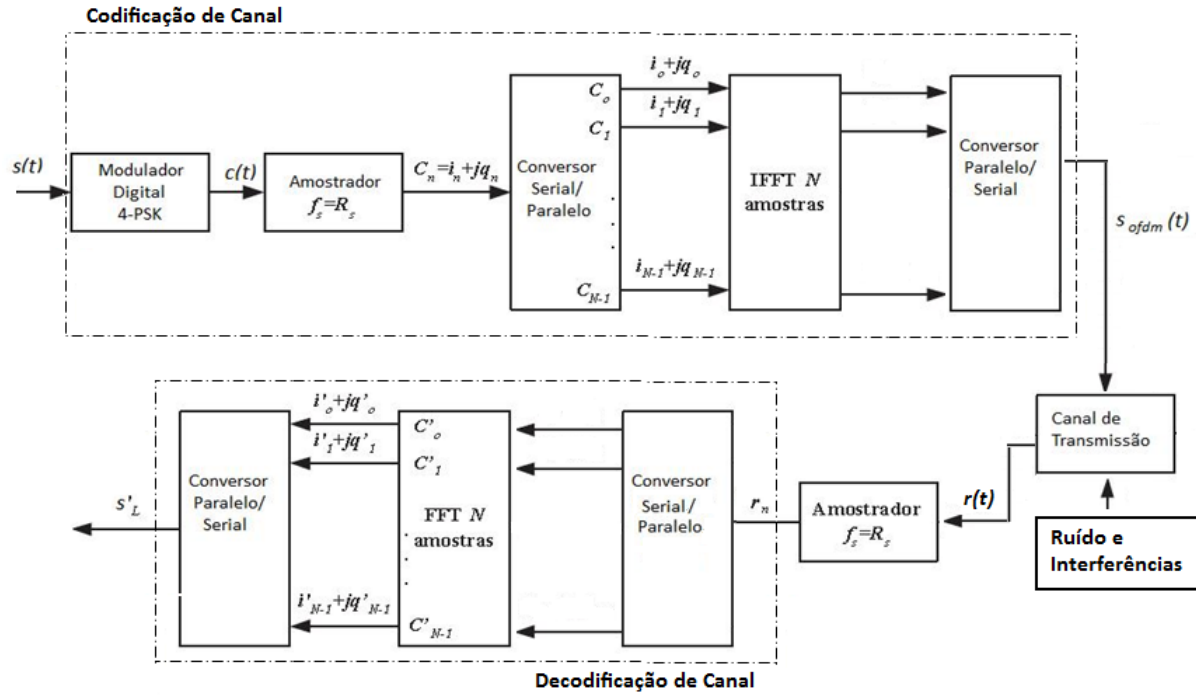


Figura 2.11: Diagrama em bloco de um sistema OFDM

frequência w_n , enquanto que q_n é a componente imaginária que representa o sinal em quadratura e que modula a senóide de mesma frequência w_n .

As componentes i_n e q_n determinam os pontos da constelação de cada subportadora de acordo com a modulação 4-PSK empregada.

Assim o sinal descrito pela Equação (2.12) amostrado ς vezes, pode ser reescrito conforme a Equação (2.14):

$$s_{ofdmS} = \sum_{n=0}^{N-1} [i_n \cdot \cos(\theta) + q_n \cdot \sen(\theta)] , \quad (2.14)$$

$$\theta = \Omega_n t_s \varsigma , \quad \varsigma = 0, 1, 2, 3, \dots, N - 1 , \quad (2.15)$$

onde ς é o índice temporal das amostras do sinal OFDM e θ é o argumento do cosseno e do seno do sinal OFDM amostrado. Ω_n é a frequência angular da n -ésima subportadora amostrada, definida por:

$$\Omega_n = 2\pi f_n . \quad (2.16)$$

Para um sinal OFDM em banda básica, a frequência da primeira subportadora é nula ($f_0 = 0 \text{ Hz}$)

e as frequências das demais subportadoras são dadas pela Equação 2.17.

$$f_n = \frac{n}{T_{sub}} \quad n = 0, 1, \dots, N - 1. \quad (2.17)$$

As amostras do sinal OFDM são tomadas no intervalo segundo:

$$t_\zeta = \zeta \cdot t_s, \quad (2.18)$$

onde a duração do símbolo OFDM dado na Equação (2.8), pode ser reescrito como:

$$T_{sub} = N \cdot t_s. \quad (2.19)$$

Com as definições apresentadas nas Equações 2.16, 2.17 e 2.19, o argumento do cosseno e do seno do sinal OFDM amostrado pode ser reescrito como:

$$\theta = \Omega_n t_s \zeta = 2\pi f_n t_s \zeta = 2\pi \frac{n}{T_{sub}} t_s \zeta = 2\pi \frac{n}{N \cdot t_s} t_s \zeta = 2\pi \frac{n}{N} \zeta \quad (2.20)$$

Assim pode-se representar o sinal OFDM amostrado ζ vezes, no instante t_ζ , em banda básica, como:

$$s_{ofdm}(t_\zeta) \equiv s_{ofdm}\zeta = \sum_{n=0}^{N-1} \left[i_n \cdot \cos\left(2\pi \frac{n}{N} \zeta\right) + q_n \cdot \text{sen}\left(2\pi \frac{n}{N} \zeta\right) \right], \quad (2.21)$$

ou,

$$s_{ofdm}\zeta = \sum_{n=0}^{N-1} c_n e^{j \frac{2\pi n}{N} \zeta}. \quad (2.22)$$

Em seguida, é feita uma conversão serial-paralelo, caso a dimensão do conjunto de subsímbolos convertidos seja menor que a dimensão da IFFT, um conjunto subportadoras inativas são inseridas nos pontos da IFFT não associados às subportadoras, e então é aplicada uma IFFT a este bloco de subsímbolos complexos.

O par de transformada direta de Fourier é dado por:

$$X(l) = DFT[x(n)] = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j2\pi l \left(\frac{n}{N}\right)}, \quad (2.23)$$

$$x(n) = IDFT[X(l)] = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} X(l) \cdot e^{j2\pi l \left(\frac{n}{N}\right)}. \quad (2.24)$$

Deste modo, após ser aplicada a IFFT ao sinal c_n amostrado no domínio da frequência, é feita uma

conversão paralelo-serial deste sinal e finalmente o sinal OFDM no domínio do tempo é transmitido pelo canal de propagação.

O sinal $s_{ofdm}(t)$ é transmitido por um canal que causa interferências e ruído. Assim, o sinal $r(t)$ que chega ao receptor é dado por:

$$r(t) = s_{ofdm}(t) \cdot \gamma(t) + n(t), \quad (2.25)$$

em que $\gamma(t)$ é a envoltória de distorção multiplicativa introduzida pelo desvanecimento plano ou seletivo e $n(t)$ é o ruído aditivo gaussiano branco.

O canal de propagação é considerado com sincronização perfeita de símbolo e de frequência de portadora.

No bloco da Decodificação de Canal, o sinal $r(t)$ é então amostrado na mesma taxa de amostragem dada pela Equação (2.13), ou seja, o sinal amostrado r_n é composto por ς amostras e é dado por:

$$r_n = \sum_{n=0}^{N-1} \left[i_n \cdot \cos\left(2\pi \frac{n}{N} \varsigma\right) + q_n \cdot \sen\left(2\pi \frac{n}{N} \varsigma\right) \right]. \quad (2.26)$$

Após amostrado, o sinal é convertido de serial para paralelo (S/P) e a FFT é aplicada ao sinal r_n , considerando a ortogonalidade entre as funções seno e cosseno. Por fim, as subportadoras para controle inseridas na transmissão são removidas e no conversor P/S é novamente feita a conversão de paralelo para serial, resultando na estimativa \hat{s}_l . A recuperação do sinal no receptor através da aplicação da FFT é definida pelas equações:

$$\hat{s}_l \equiv DFT[S_{ofdm}(t_\varsigma)] \equiv \sum_{\varsigma=0}^{N-1} S_{ofdm\varsigma} \cdot e^{-j2\pi l(\frac{\varsigma}{N})}, \quad (2.27)$$

$$\hat{s}_l = \sum_{\varsigma=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} c_n \cdot e^{j2\pi(\frac{n}{N})\varsigma} \cdot e^{-j2\pi l(\frac{\varsigma}{N})}, \quad (2.28)$$

$$\hat{s}_l = \sum_{\varsigma=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} c_n \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}(n-l)\varsigma}, \quad l = 0, \dots, N-1. \quad (2.29)$$

O resultado obtido na Equação (2.29) deve ser analisado sob duas condições distintas.

Primeira condição : $n \neq l$.

Neste caso, a Equação (2.29) resulta na soma de senos e cossenos, cujo número de ciclos em $\varsigma = 0, \dots, N-1$ é sempre um valor inteiro. Logo, $\hat{s}_l = 0$ para esta condição [18].

Segunda condição: $n = l$.

Neste caso, tem-se:

$$\hat{s}_l = \sum_{\varsigma=0}^{N-1} \sum_{l=n=0}^{N-1} c_n \cdot e^{j \frac{2\pi}{N} (l-l)\varsigma} = \sum_{\varsigma=0}^{N-1} c_n, \quad (2.30)$$

$$\hat{s}_l = i_n + jq_n = c_n. \quad (2.31)$$

A Equação (2.31) representa a informação transmitida [18].

2.4 Canal de Propagação

Em comunicações sem fio, os sinais de informação são submetidos a distorções causadas por reflexões e difrações geradas pela interação do sinal com obstáculos. As distorções sofridas por um sinal de comunicação incluem atraso de propagação, ruído térmico, atenuação na potência do sinal, desvanecimento por multipercurso e efeito Doppler. Os modelos de canal utilizados são o que introduz o ruído aditivo gaussiano branco, denominado de canal AWGN, e os que introduzem o desvanecimento plano e seletivo em frequência.

2.4.1 Canal AWGN

O ruído térmico é um dos principais causadores de erro nas informações transmitidas por um canal de comunicações. O ruído térmico é modelado como um ruído aditivo com distribuição Gaussiana de valor médio igual a zero e largura de banda infinita com densidade espectral de potência bilateral de $N_0/2$ [W/Hz], em que N_0 é uma constante.

Um canal com ruído AWGN caracteriza-se por adicionar ao sinal transmitido um sinal indesejável em todas as frequências relevantes do sinal transmitido.

O sistema de transmissão é composto de um transmissor, um canal de propagação e um receptor, como ilustrado na Figura (2.12).

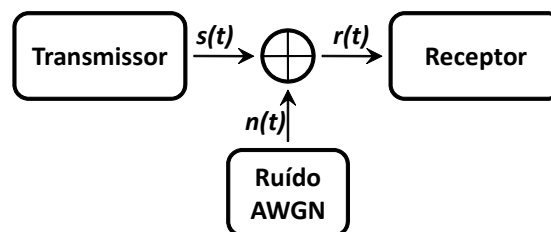


Figura 2.12: Diagrama em blocos de um sistema com canal AWGN.

O sinal $r(t)$ resultante na entrada do receptor é dado pela Equação (2.32).

$$r(t) = s(t) + n(t). \quad (2.32)$$

2.4.2 Canal com Desvanecimento

Em um canal de transmissão sem fio, a comunicação entre o transmissor e o receptor frequentemente não ocorre em linha de visada direta, devido aos obstáculos existentes entre ambos. Os obstáculos presentes nas vizinhanças do receptor funcionam como espalhadores do sinal enviado, resultando em diversas cópias do sinal transmitido com amplitudes e fases aleatórias [31]. Esse ambiente de propagação é conhecido como ambiente de transmissão por múltiplos percursos, conforme ilustra a Figura (2.13) e produz uma degradação no sinal denominada desvanecimento.

Existem diversas maneiras de caracterizar a natureza de um desvanecimento. Neste trabalho, o desvanecimento é modelado segundo a distribuição de Rayleigh.

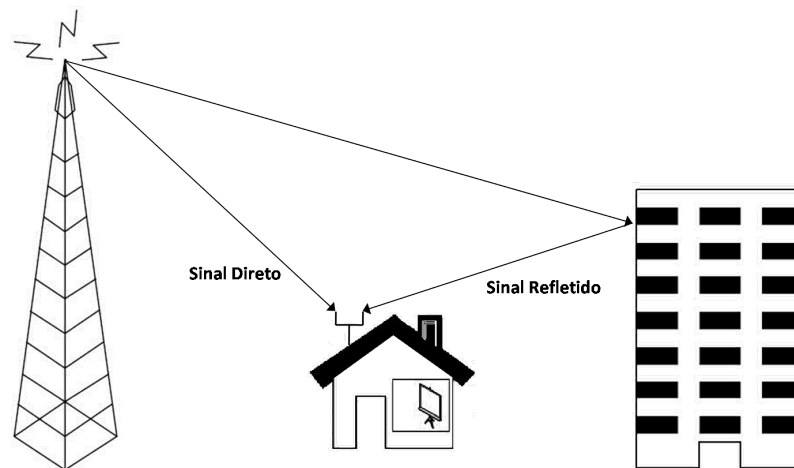


Figura 2.13: Ambiente com múltiplos percursos.

Os efeitos do desvanecimento podem ser benéficos ou desastrosos, dependendo de como ocorre a soma das várias cópias dos sinais que chegam ao receptor. Se não existir defasagem entre os sinais recebidos, pode-se dizer que o resultado da soma é benéfico. Caso contrário, o efeito da soma dos sinais recebidos é desconhecido, podendo ocasionar degradações.

Na transmissão do sinal de TV Digital, o desvanecimento tem grande influência na qualidade do sinal transmitido. Comparativamente, na TV Analógica, o desvanecimento é o agente responsável pelo efeito de sobreposição de imagem, também conhecido como efeito “fantasma”. Na TV Digital, o desvanecimento causa a degradação do sinal transmitido, que levará ao aumento da taxa de erro de símbolos.

Existem dois tipos de desvanecimento que caracterizam um canal de propagação sem fio: o desvanecimento plano e o desvanecimento seletivo em frequência. O diagrama em blocos do sistema com desvanecimento é mostrado na Figura (2.14). Em que $s(t)$ é o sinal modulado transmitido através do canal com desvanecimento e com ruído AWGN. O desvanecimento plano ou seletivo distorce o sinal transmitido através da introdução de uma envoltória de distorção multiplicativa $\gamma(t)$, com distribuição Rayleigh, resultando no sinal $r(t)$ na entrada do receptor.

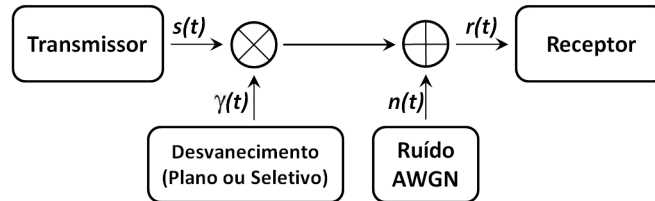


Figura 2.14: Diagrama em blocos de um sistema com desvanecimento.

Desvanecimento Plano

Se a largura de banda do sinal transmitido for menor que a largura de banda de coerência do canal, todas as componentes do sinal serão afetadas da mesma forma e consequentemente, o sinal será atenuado, o que caracteriza o desvanecimento plano.

Note que, o desvanecimento ocorre somente na magnitude do sinal transmitido. O sinal recebido $r(t)$ é modelado como:

$$r(t) = \gamma(t) \cdot s(t) + n(t), \quad (2.33)$$

onde $n(t)$ é o ruído aditivo.

Supondo que o sinal transmitido $s(t)$ consiste de um sinal de banda estreita definido por:

$$s(t) = A \cos(2\pi f_c t), \quad (2.34)$$

onde f_c é a frequência da portadora e A é a amplitude do sinal transmitido. O sinal que chega no receptor é um somatório de L versões do sinal transmitido com diferentes atenuações e fases como representado por:

$$r(t) = \sum_{i=1}^L A_i \cdot \cos(2\pi f_c t + \Theta_i), \quad (2.35)$$

onde os termos A_i e Θ_i são variáveis aleatórias que representam a amplitude e a fase decorrentes de cada um das L réplicas do sinal transmitido.

A Equação 2.35 pode ser expressa de forma equivalente em termos de sua envoltória e de sua fase por:

$$r(t) = Q \cdot \cos(2\pi f_c t + \Theta), \quad (2.36)$$

onde o módulo Q e a fase Θ representam a atenuação e a diferença de fase introduzidos pelo canal no sinal recebido e são respectivamente dados por:

$$Q = \sqrt{r_I^2 + r_Q^2}, \quad (2.37)$$

$$\Theta = \text{tg}^{-1} \left(\frac{r_Q}{r_I} \right). \quad (2.38)$$

As componentes em fase e em quadratura, r_I e r_Q , podem ser consideradas variáveis aleatórias gaussianas com média nula e variância σ^2 [32]. A envoltória segue, portanto, uma distribuição do tipo Rayleigh com função densidade de probabilidade dada por:

$$f_Q(q) = \frac{q}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{q^2}{2\sigma^2}\right) \quad q \geq 0, \quad (2.39)$$

em que a fase Θ possui uma distribuição uniforme dada por:

$$f(\Theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & 0 < \Theta < 2\pi \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.40)$$

Através da Equação (2.37) pode-se observar que um sinal com a distribuição de Rayleigh pode ser obtido pela raiz quadrada da soma dos quadrados de dois sinais com distribuição gaussiana.

O diagrama em blocos utilizado para gerar as variáveis aleatórias de Rayleigh é ilustrado na Figura (2.15).

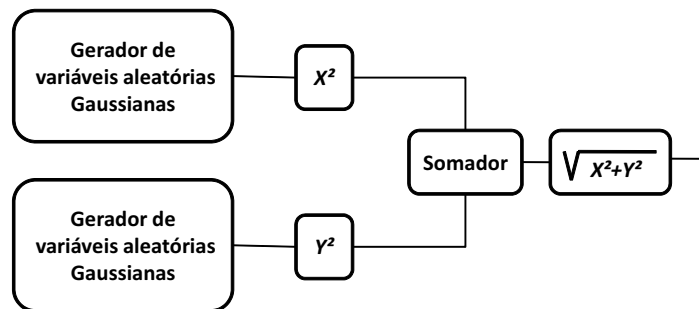


Figura 2.15: Geração das variáveis aleatórias com distribuição de Rayleigh.

Desvanecimento Seletivo

Em um sistema onde a faixa de frequência do sinal transmitido é afetada de forma não uniforme, configura-se um desvanecimento seletivo em frequência. O desvanecimento seletivo em frequência é caracterizado pela largura de banda do sinal transmitido ser maior que a largura de banda de coerência do canal. Nesta situação as componentes de frequência do sinal são afetadas de forma diferente ocasionando em severa distorção do sinal transmitido.

O sinal recebido com desvanecimento seletivo é representado da mesma forma que o sinal modelado em um ambiente com desvanecimento plano, ou seja, pela Equação (2.33). A diferença entre o desvanecimento plano e seletivo nos ambientes simulados neste trabalho, é que no primeiro a envoltória de distorção multiplicativa $\gamma(t)$ influencia todas as subportadoras de maneira uniforme, enquanto que no segundo, $\gamma(t)$ influencia apenas as subportadoras centrais, o que ocasiona um nulo no centro da banda de transmissão.

Neste capítulo foram introduzidos os principais conceitos do sistema de transmissão terrestre de TV Digital. Este sistema é formado por blocos de codificação de fonte, seguidos da codificação de canal e modulação. A codificação é responsável pela inserção de redundância no sinal transmitido para corrigir erros na recepção. O mapeamento dos símbolos é realizado utilizando a modulação QPSK com a vantagem de minimizar a probabilidade de erro de bit. Após o mapeamento, foi utilizada a técnica de transmissão com múltiplas portadoras, o OFDM, que caracteriza por sua robustez contra interferências causadas pelo desvanecimento seletivo em frequência.

Foram apresentados e comparados os principais padrões de TV Digital existentes no mercado mundial (ATSC, DVB-T e ISDB-T), mostrando suas configurações, vantagens e limitações. O Brasil adotou o padrão japonês ISDB-T como base para o SBTVD e estima-se que o sinal analógico e digital será transmitido simultaneamente até Junho de 2016.

Os parâmetros da transmissão de TV Digital tornam-se referência para os próximos capítulos desta dissertação, que tem seu enfoque na apresentação da técnica de transmissão OFDM em conjunto com a modulação QPSK, utilizando o código LDPC definido sobre o anel de inteiros \mathbb{Z}_4 . Os ambientes de propagação com interferências aditivas e multiplicativas descritos neste capítulo são simulados para avaliar o desempenho do sistema de transmissão proposto.

Capítulo 3

Códigos de Verificação de Paridade de Baixa Densidade

Os Códigos de Verificação de Paridade de Baixa Densidade (*Low Density Parity Check - LDPC*) são uma classe de códigos de bloco linear, que tem como característica uma estrutura robusta e grande distância mínima, o que leva estes códigos a apresentarem baixa probabilidade de erro e desempenho muito próximo ao limitante de Shannon.

Devido a grande distância mínima, os códigos LDPC apresentam a *Matriz de Verificação de Paridade H* esparsa, ou seja, possui baixa densidade de elementos não nulos nas suas linhas e colunas.

Os códigos LDPC [3] foram introduzidos por R. G. Gallager no início dos anos 60, mas nesta época os computadores não eram capazes de simular o desempenho de códigos com comprimentos significativos e a baixas taxas de erro. Além disso, a elevada complexidade computacional requerida tanto para a geração de uma matriz H com boa distância mínima, como para sua codificação e decodificação, fez com que os códigos LDPC fossem esquecidos pelos pesquisadores da área. Em 1981, R. M. Tanner generalizou o trabalho de Gallager [6] e introduziu uma representação gráfica de códigos LDPC através de grafos bipartidos.

Em meados dos anos 90, os códigos LDPC tiveram um novo impulso com os trabalhos desenvolvidos por Mackay [1], Neal [7], Luby [8] e outros. Mackay mostrou que códigos LDPC longos quando decodificados com o *Algoritmo da Soma e Produto* são capazes de atingir um desempenho muito próximo ao limite de Shannon no canal AWGN [4]. Desde então, os códigos LDPC têm sido intensamente pesquisados e utilizados para controle e detecção de erro em vários sistemas de comunicação e armazenamento de dados.

Neste capítulo, primeiramente são definidos alguns conceitos básicos de códigos de blocos lineares sobre anel de inteiros \mathbb{Z}_q . A seguir, as características gerais dos códigos LDPC definidos sobre o anel de inteiros módulo-4 são introduzidas.

3.1 Códigos Definidos sobre Anel de Inteiros \mathbb{Z}_q

Nesta seção serão descritos os processos de codificação e decodificação de códigos de bloco definidos sobre o anel de inteiros \mathbb{Z}_q .

Em um código de bloco, a mensagem gerada por uma fonte não binária é uma sequência de símbolos pertencentes a um conjunto $\mathbb{Z}_q = \{0, 1, 2, \dots, q-1\}$ que pode ser definido como um anel de inteiros módulo- q . Cada mensagem tem comprimento fixo de k símbolos de informação. Para uma sequência de k símbolos existem q^k mensagens possíveis.

Logo, um código de blocos (n, k) é composto basicamente por mensagens de k símbolos em blocos codificados de n símbolos, onde $n > k$. A diferença $(n - k)$ representa o número de símbolos de redundância utilizados para a detecção e correção de erro [9].

Como o alfabeto de entrada e saída do codificador é o mesmo, a taxa de codificação [9] é definida como:

$$R_c = \frac{k}{n}. \quad (3.1)$$

Esta definição de taxa de codificação só é válida se o alfabeto de entrada do codificador for igual ao alfabeto de saída.

3.1.1 Conceitos Básicos

Definição de Grupo

Um grupo é uma estrutura $(G, *)$ formada por um conjunto não vazio G sobre o qual foi definido uma operação “ $*$ ” em \mathbb{Z}_q , satisfazendo às seguintes propriedades:

1. Fechamento: $a, b \in G \implies c = a * b \in G$.
2. Associatividade: $a * (b * c) = (a * b) * c$.
3. Elemento Identidade: Existe um elemento identidade “ I_d ”, tal que, $(I_d + a = a + I_d = a)$, para todo $a \in G$.
4. Elemento Inverso: Para um dado elemento a , existe o elemento inverso a' , que satisfaça $a' + a = a + a' = I_d$.

Se a estrutura de grupo $(G, *)$ é comutativa, o grupo é abeliano. Nesse caso a operação pode ser chamada de “adição” e representada por “ $+$ ”, o elemento identidade é o elemento zero, e o inverso de a pode ser escrito como $-a$.

A Figura (3.1) apresenta as operações adição e multiplicação módulo-4 entre dois elementos do conjunto $\{0, 1, 2, 3\}$ pertencentes ao anel de inteiros sobre \mathbb{Z}_4 .

+	0	1	2	3	·	0	1	2	3
0	0	1	2	3	0	0	0	0	0
1	1	2	3	0	1	0	1	2	3
2	2	3	0	1	2	0	2	0	2
3	3	0	1	2	3	0	3	2	1

Figura 3.1: Operações sobre o anel \mathbb{Z}_4 .**Definição de Anel**

Um anel $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ é um conjunto \mathbb{R} de elementos com duas operações definidas, adição e multiplicação, tal que as seguintes condições são satisfeitas:

1. $(\mathbb{R}, +)$ é um grupo abeliano.
2. \mathbb{R} é fechado sob a operação multiplicação.
3. A multiplicação é associativa.
4. Para todos $a, b, c \in \mathbb{R}$, vale a lei distributiva à direita $(a+b) \cdot c = (c \cdot a) + (c \cdot b)$ e a distributiva à esquerda $a \cdot (b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$.

Representação Matricial dos Códigos de Bloco**Matriz Geradora**

Dado um código de bloco linear (n, k) , uma palavra-código c é um vetor de dimensão n formada por símbolos pertencentes ao anel \mathbb{Z}_q ,

$$c = [c_0, c_1, \dots, c_{n-1}] . \quad (3.2)$$

E a mensagem m a ser codificada é formada por um vetor de dimensão k , também definido com símbolos pertencentes ao anel \mathbb{Z}_q ,

$$m = [m_0, m_1, \dots, m_{k-1}] . \quad (3.3)$$

As palavras-código c podem ser geradas a partir de uma *Matriz Geradora* G , de dimensões $k \times n$, cujas linhas são linearmente independentes, obtidas fazendo:

$$c = m \cdot G. \quad (3.4)$$

A *Matriz Geradora* recebe este nome devido ao fato de cada palavra-código ser gerada a partir do produto da mensagem pela matriz.

Um código é sistemático se os símbolos da mensagem aparecem na palavra-código, ou seja,

$$c = [c_0 \ c_1 \ \dots \ c_{n-1}] = [b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{n-k-1}, \ m_0 \ m_1 \ m_{k-1}]. \quad (3.5)$$

Os símbolos b_i , com $i = 0, 1, \dots, n - k - 1$ são designados símbolos de verificação de paridade e podem ser representados como,

$$b = [b_0, b_1, \dots, b_{n-k-1}] = m \cdot P. \quad (3.6)$$

onde P é a *Submatriz de Paridade*, de dimensão $k \times (n - k)$. Com base nestas informações, a *Matriz Geradora* na forma sistemática é definida por:

$$G = [P \mid I_k], \quad (3.7)$$

sendo I_k a matriz identidade de dimensão $k \times k$.

Um exemplo de uma *Matriz Geradora* na forma sistemática de um código de bloco (8,4) definido sobre \mathbb{Z}_4 é dada por:

$$G = (g_{\nu n})_{4 \times 8} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 & | & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Matriz de Verificação de Paridade

Uma vez obtida a *Matriz Geradora* na forma sistemática, a *Matriz de Verificação de Paridade* H , de dimensão $(n - k) \times n$ pode ser obtida por:

$$H = [I_{n-k} \mid -P^T], \quad (3.9)$$

onde I_{n-k} é a matriz identidade de dimensão $(n-k) \times (n-k)$ e $-P^T$ é a matriz transposta de P com os seus elementos trocados pelos seus respectivos inversos aditivos.

A matriz H a seguir é um exemplo de uma matriz de verificação de paridade obtida a partir da matriz G em (3.8).

$$H = (h_{vn})_{4 \times 8} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & | & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 3 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

As q^k palavras-código geradas por todas as combinações lineares das linhas da *Matriz Geradora* G obedecem a relação:

$$c \cdot H^T = 0_{(n-k) \times 1}. \quad (3.11)$$

Assim, a matriz H forma o espaço nulo da matriz G , portanto, a seguinte relação também é válida:

$$G \cdot H^T = 0_{k \times (n-k)}. \quad (3.12)$$

As matrizes G e H possuem uma relação de ortogonalidade em que qualquer vetor gerado por G é ortogonal às linhas de H .

3.1.2 Grafos de Tanner

Em 1981, R. Michael Tanner introduziu os grafos de fatores para caracterizar graficamente os códigos corretores de erro como o LDPC, facilitando desta forma a compreensão do processo de decodificação iterativa. Atualmente, estes grafos de fatores são conhecidos como *Grafos de Tanner* [6].

Os grafos de Tanner são grafos bipartidos, ou seja, o grafo é representado por um diagrama dividido em duas regiões distintas, cada uma com um determinado tipo de nó, conectadas por linhas de acordo com o número de elementos não nulos da matriz de verificação de paridade.

A Figura (3.2) ilustra um grafo bipartido do código de bloco (8, 4) referente a matriz H dada em (3.10).

Como definido na Subsecção 3.1.1, um código linear (n, k) pode ser definido por um sistema de $(n-k)$ equações lineares homogêneas obtidas a partir da matriz de verificação de paridade. A partir deste sistema de equações, um grafo bipartido pode ser construído definindo-se os nós de verificação (ν_v) , em quantidades iguais ao número de linhas da matriz H e nós de símbolo (ρ_n) , em número igual ao de colunas da matriz H .

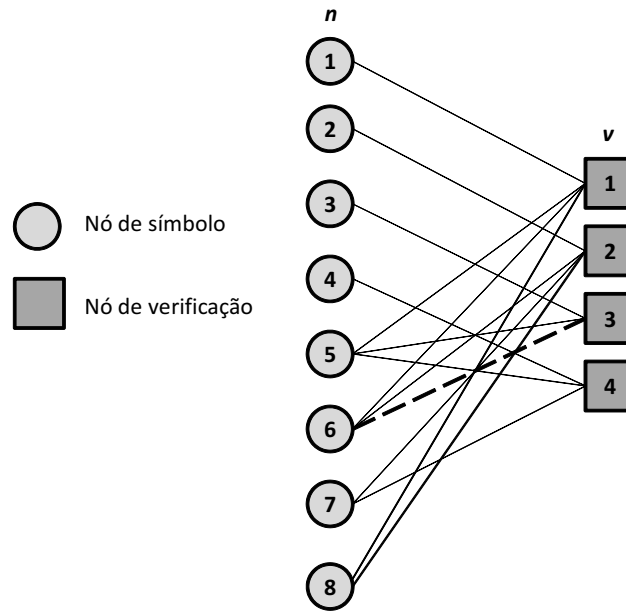


Figura 3.2: Grafo Bipartido do Código (8, 4).

O número de ligações (τ_c) que parte de cada nó de símbolo em direção aos nós de verificação é determinado pelo número de elementos não nulos de cada coluna da *Matriz de Verificação de Paridade*, isto é, o número de elementos não nulos em cada coluna. Da mesma forma, o número de ligações (ϖ_r) que parte de cada nó de verificação em direção aos nós de símbolo é igual ao número de elementos não nulos de cada linha da matriz H . Logo, as posições dos elementos não nulos da matriz H definem as interconexões entre os nós de símbolo e os nós de verificação [34]. O número de linhas que confluem num dado nó chama-se *grau* do nó e o número total de linhas do grafo é igual ao número de elementos não nulos da matriz H do código [34].

Para exemplificar o que foi descrito nos parágrafos acima, dada a matriz H genérica representada em (3.13) e a *Matriz de Verificação de Paridade* do código de bloco (8, 4) apresentada em (3.10), observe que para o elemento h_{36} tem-se $v = 3$, correspondendo a terceira linha de H e $n = 6$, indicando a sexta coluna de H .

$$H = (h_{vn})_{4 \times 8} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} & h_{15} & h_{16} & h_{17} & h_{18} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} & h_{25} & h_{26} & h_{27} & h_{28} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} & h_{35} & h_{36} & h_{37} & h_{38} \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} & h_{44} & h_{45} & h_{46} & h_{47} & h_{48} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Assim, n indica o nó de símbolo e v indica o nó de verificação. Então, para h_{36} é realizada a ligação do nó de símbolo de índice 6, ρ_6 , para o nó de verificação de índice 3, ν_3 , indicada pela ligação com linha tracejada na Figura (3.2).

Logo, para cada elemento não nulo da matriz H haverá uma ligação correspondente no grafo bipartido.

Analisando a matriz H dada em (3.10), observa-se que esta possui 4 linhas, 8 colunas, nós de símbolo ($\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 1$, $\tau_5 = \tau_6 = 3$, $\tau_7 = \tau_8 = 2$) e nós de verificação ($\varpi_1 = \varpi_2 = 4$, $\varpi_3 = \varpi_4 = 3$). Desta forma o grafo bipartido possui 8 nós de símbolo (ρ_n) com graus variando de $\tau_c = 1, 2$ ou 3 e 4 nós de verificação (ν_v) com variação de grau entre $\varpi_r = 3$ e 4 , como está ilustrado na Figura (3.2).

As *Equações de Verificação de Paridade* da matriz H são:

$$c_1 \oplus c_5 \oplus c_6 \oplus c_8 = 0 \quad (3.14)$$

$$c_2 \oplus c_6 \oplus c_7 \oplus c_8 = 0 \quad (3.15)$$

$$c_3 \oplus c_5 \oplus c_6 = 0 \quad (3.16)$$

$$c_4 \oplus c_5 \oplus c_7 = 0 \quad (3.17)$$

Sendo c_1, c_2, \dots, c_8 uma palavra-código.

Transferência de Mensagens entre Grafos Bipartidos

O algoritmo de decodificação baseado em grafos apresentado por Gallager [3] também é conhecido como Algoritmo da Soma e Produto (*Sum Product Algorithm - SPA*). No entanto, o seu campo de aplicação vai muito além da decodificação de códigos de bloco, abrangendo áreas do processamento de sinal, das comunicações digitais e da inteligência artificial, onde é conhecido por *Belief Propagation* (BP).

O algoritmo BP foi formulado por J. Pearl em 1988 [34] e propaga probabilidades entre os nós do grafo. Porém, Gallager, mais de vinte anos antes, já utilizava um método iterativo semelhante no seu trabalho pioneiro sobre códigos LDPC. Este algoritmo de transferência de mensagens permite a decodificação suave (*Soft Decoding*) e considera a distribuição probabilística dos símbolos recebidos.

Conceito de *Girth*

Um dos conceitos mais importantes relativos aos grafos de Tanner é o de ciclo com comprimento Υ , definido como sendo um percurso fechado formado por Υ caminhos [40]. Tendo por base a Figura (3.3) é possível observar um ciclo de comprimento 4 representado pelas arestas em negrito. O menor comprimento de todos os ciclos existentes num grafo de Tanner é designado por *girth*.

$$A_d^p = \begin{bmatrix} 0 & H \\ H^T & 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Em [43], foi provado que o elemento (i, j) da matriz A_d^p é o número de percursos com comprimento p entre os nós i e j do grafo do código. Assim, cada elemento a_{ii}^p da diagonal da matriz A_d^p representa o número de ciclos de dimensão p que contém o nó i . O método descrito permite determinar rapidamente o *girth* de cada nó de variável, bem como o *girth* do código.

3.1.3 Cálculo da Síndrome

Considerando um código de bloco (n, k) com uma matriz de verificação de paridade H , pode-se definir então o vetor c como palavra código e o vetor recebido r após o canal de transmissão. Logo, o vetor r pode ser expressado por:

$$r = c + e, \quad (3.20)$$

sendo e , o vetor erro ou padrão de erro. O vetor erro é causado devido ao ruído e interferências do canal de transmissão. A síndrome s é usada para verificar se o vetor recebido r possui ou não erro, sendo definida como:

$$s = r \cdot H^T. \quad (3.21)$$

O vetor s possui dimensões $1 \times (n - k)$, e como o vetor recebido r é a soma entre o vetor erro e e a palavra código c , pode-se substituir r na Equação (3.21), obtendo :

$$s = r \cdot H^T = (c + e) \cdot H^T = c \cdot H^T + e \cdot H^T. \quad (3.22)$$

Mas, $c \cdot H^T = 0$, logo:

$$s = e \cdot H^T. \quad (3.23)$$

Caso a síndrome encontrada seja nula, o vetor recebido r é considerado uma palavra código. Caso contrário, o vetor recebido contém erro.

3.2 Códigos LDPC Regulares e Irregulares

Um código LDPC é um código de bloco linear (n, k) caracterizado por uma *Matriz de Verificação de Paridade* H com poucos elementos não nulos. A codificação das mensagens é realizada pela mul-

tiplicação entre as palavras códigos e a *Matriz Geradora*. A decodificação é feita de modo iterativo, através de um procedimento que inclui a transferência de mensagens entre os n nós de símbolo e os $(n - k)$ nós de verificação do seu grafo bipartido de Tanner [6].

Os códigos binários LDPC *regulares* foram propostos pela primeira vez por Robert Gallager em 1963 [3]. Um código LDPC *regular* é definido como sendo um código de bloco linear (n, k, w_c) com $w_c \ll n - k$, cuja *Matriz de Verificação de Paridade* H tem dimensões $(n - k) \times n$, contendo w_c elementos não nulos por coluna e $w_r = w_c \cdot \left(\frac{n}{n-k}\right)$ elementos não nulos por linha.

Gallager demonstrou que fazendo $w_c \geq 3$, o conjunto de códigos binários LDPC (n, k, w_c) que podem ser obtidos, na sua grande maioria, possuem uma distância mínima de Hamming elevada, mas para isso é necessário seguir algumas regras de construção como por exemplo, garantir que quaisquer duas colunas da matriz H possuam no máximo um elemento não nulo na mesma posição. Como a matriz H possui uma densidade muito baixa de elementos não nulos, o número mínimo de colunas de H que é necessária somar de forma a obter o vetor nulo é elevado, e logo conclui-se que os códigos binários LDPC possuem uma distância mínima de Hamming elevada.

Os códigos binários LDPC *irregulares* possuem a matriz H com baixa densidade de elementos não nulos, mas o número destes por coluna e por linha não é constante. Em [35], Richardson e Urbanke provam que os códigos LDPC *irregulares* possuem desempenho superior aos regulares para blocos longos. Entretanto, a implementação em hardware dos códigos LDPC regulares é mais simples. Além disso, para comprimentos de bloco mais curtos, os códigos irregulares possuem na maioria dos casos, uma distância mínima inferior aos regulares, daí a preferência por estes últimos nessa situação.

3.3 Construção de Códigos LDPC sobre Anel de Inteiros \mathbb{Z}_4

O projeto de um código LDPC (n, k) consiste na construção da *Matriz de Verificação de Paridade* H que atinja os objetivos pretendidos para o código, seja ele um código LDPC regular ou irregular. Existem diversos métodos para se obter esta *Matriz de Verificação de Paridade* e fazendo-se algumas restrições nesta matriz, como número de elementos não nulos por coluna e taxa do código é possível criar várias famílias de códigos LDPC.

O método usado para construir o código LDPC sobre \mathbb{Z}_4 utilizado neste trabalho segue as regras utilizadas por Mackay e Neal para a construção da matriz H .

3.3.1 Códigos de Mackay e Neal

Os códigos de Mackay são considerados alguns dos melhores códigos LDPC existentes de comprimentos curtos. Existe um arquivo de códigos LDPC disponibilizados por Mackay em [36], dos

quais alguns foram utilizados neste trabalho.

Mackay foi o primeiro pesquisador a demonstrar que os códigos baseados em matrizes esparsas eram capazes de atingir um desempenho próximo da capacidade do canal AWGN. Em [7] Mackay e Neal apresentam um conjunto de regras para gerar códigos LDPC binários. Neste trabalho, foram utilizados estes códigos propostos por Mackay, adaptando as matrizes para operar sobre o anel \mathbb{Z}_4 .

As regras apresentadas por Mackay e Neal para a construção de códigos LDPC binários são as seguintes:

1. A matriz H é gerada partindo de uma matriz de zeros de dimensões $(n-k) \times n$ e aleatoriamente distribui-se w_c 1's em cada coluna (o código assim gerado pode ser irregular);
2. A matriz H é gerada criando aleatoriamente colunas de peso de Hamming w_c ;
3. A matriz H é gerada criando aleatoriamente colunas de peso de Hamming w_c e procurando uniformizar ao máximo o peso de Hamming w_r de cada linha;
4. A matriz H é gerada com colunas de peso de Hamming w_c , linhas de peso de Hamming w_r , e não possuindo quaisquer duas colunas com mais de um 1 em comum;
5. A matriz H é gerada de acordo com o procedimento anterior, mas tendo como objetivo a maximização do *girth* do código;
6. A matriz H é gerada de acordo com o procedimento referido em (4) procurando obter uma matriz H de característica máxima, de preferência na forma $H = [H_1|H_2]$ com H_1 ou H_2 inversível.

Após a execução das regras numeradas acima, obtemos a *Matriz de Verificação de Paridade* H . Neste trabalho, estas matrizes foram obtidas através da enciclopédia de matrizes H , disponibilizadas por Mackay em [36], porém estas matrizes são binárias. Para adequá-las ao anel de inteiros sobre \mathbb{Z}_4 foi utilizado o seguinte método:

1. Identificação dos elementos não nulos da matriz H binária;
2. Substituição destes elementos não nulos, de forma totalmente aleatória, por elementos não nulos pertencentes ao anel $\mathbb{Z}_4 = \{1, 2, 3\}$, com exceção do elemento 2, o qual não possui inverso multiplicativo.

Vale ressaltar que a posição dos elementos não nulos da matriz H binária é mantida na nova matriz H quaternária, pois a única modificação que ocorre é a substituição dos elementos não nulos binários por elementos não nulos quaternários. Assim, são mantidas as regras impostas na construção das matrizes de Mackay utilizadas.

As matrizes binárias de Mackay utilizadas são consideradas como as melhores geradoras dos códigos binários. Após a construção das matrizes quaternárias, foi verificada a distância mínima dos códigos e da mesma forma, utilizou-se as matrizes que geravam os melhores códigos em \mathbb{Z}_4 .

Foram construídos cinco diferentes códigos seguindo o método de adequação para o anel de inteiros sobre \mathbb{Z}_4 . Estes códigos disponíveis em [36] são denominados por:

1. LDPC (Número de referência: 96.3.963). Comprimento de bloco $N = 96$.
2. LDPC (Número de referência: 204.33.486). Comprimento de bloco $N = 204$.
3. LDPC (Número de referência: 408.3.834). Comprimento de bloco $N = 408$.
4. LDPC (Número de referência: 252.252.3.252). Comprimento de bloco $N = 504$.
5. LDPC (Número de referência: 504.504.3.504). Comprimento de bloco $N = 1008$.

3.4 Decodificação de Códigos LDPC

Como mencionado na Seção 3.2, os códigos LDPC possuem uma baixa densidade de elementos não nulos na sua matriz H , equivalentemente, o grafo de Tanner [6] do código tem baixa densidade de ligações. A complexidade do algoritmo de decodificação LDPC esta diretamente ligada à densidade e por esse motivo tem-se o interesse no desenvolvimento dos códigos LDPC tentando manter a menor densidade possível [3][35]. O pequeno número de ligações entre os nós do grafo bipartido permite que aconteça um processo iterativo de decodificação de forma simples. A decodificação iterativa permite que o vetor recebido seja analisado várias vezes, até que se encontre um vetor considerado decodificado ou que seja declarado um erro, caso seja excedido o número máximo de iterações permitidas. Essa decodificação iterativa acontece com a troca de informações entre os nós de símbolo e os nós de verificação, através das ligações determinadas durante a construção do grafo de Tanner.

Os algoritmos de decodificação LDPC utilizam o processo de decodificação iterativa e tem como objetivo encontrar o vetor $r = [r_n]$ para que a operação $r \cdot H^T = 0$ seja verdadeira.

Nesta seção é descrito o algoritmo *Soft-Input Soft-Output* implementado para decodificar os códigos LDPC baseados nas matrizes propostas por Mackay [36].

3.4.1 Algoritmo Soft-Input Soft-Output [39]

O Algoritmo *Soft-Input Soft-Output* (SISO) foi inicialmente proposto por Farrell [39] em Abril de 2008. Este algoritmo trabalha com distâncias Euclidianas para decodificação de códigos LDPC, reduzindo sensivelmente a complexidade e os efeitos de *overflow* e *underflow* dos processos iterativos,

sendo assim, apropriado para implementações práticas em tecnologias de lógicas programáveis, como o FPGA (*Field Programmable Gate Array*). Além disso, o desempenho alcançado pelo SISO é bem próximo do algoritmo de decodificação iterativa proposto por Mackay e Neal [4].

Outra contribuição do algoritmo proposto por Farrell e Moreira [5] é que não é preciso ter conhecimento da informação do canal para efetuar a decodificação do código, ou seja, não é preciso ter o conhecimento das probabilidades a priori dos símbolos transmitidos pelo canal de transmissão, como ocorre no algoritmo *Belief Propagation* (BP).

O algoritmo apresentado utiliza apenas adições e comparações, com isso o grande número de operações do decodificador iterativo que acarretam na utilização de bastante memória tornando o processo custoso e muitas vezes inviável é evitado. Esta simplificação às vezes pode produzir uma degradação na taxa de erro de bit (BER), o qual pode ser facilmente solucionado ao implementar fatores de correção por meio de *look-up tables*.

A base dos algoritmos de decodificação dos códigos LDPC é descrito em [1], [3] e [4]. Porém, o algoritmo SISO considera o uso da distância Euclidiana quadrada como a métrica para designar a decodificação iterativa dos códigos LDPC.

Considerando que este trabalho se refere a códigos LDPC sobre anel \mathbb{Z}_4 , a descrição do algoritmo SISO será feita levando em consideração esta entidade algébrica.

A decodificação envolve os seguintes passos: inicialização, passo horizontal e vertical, e a estimação do vetor decodificado. Estes passos são descritos nas subseções seguintes. Por fim, é apresentado um exemplo numérico da aplicação do algoritmo SISO na decodificação de um código de bloco quaternário.

Inicialização

O algoritmo SISO é iniciado assim como ocorre no tradicional *Algoritmo da Soma e Produto*, porém com uma sutil diferença, as probabilidades necessárias na inicialização dos algoritmos SPA são substituídas pelas distâncias Euclidianas quadradas.

No passo inicial, são calculadas as distâncias Euclidianas quadradas entre cada símbolo do vetor recebido e os possíveis valores de cada símbolo na posição i , referente às posições da modulação empregada, no caso a modulação 4-PSK. No Capítulo 2 foi descrito a modulação 4-PSK, bem como sua representação cartesiana. Porém, estes conceitos serão reescritos novamente aqui por conveniência. Assim, i pode assumir as seguintes posições:

- $i(0) = +\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}$ posição do símbolo 0 na constelação 4-PSK.
- $i(1) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}$ posição do símbolo 1 na constelação 4-PSK.
- $i(2) = -\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}$ posição do símbolo 2 na constelação 4-PSK.

- $i(3) = +\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}$ posição do símbolo 3 na constelação 4-PSK.

Assumindo que $r = [r_n]$ é o vetor recebido pelo decodificador, calcula-se as distâncias Euclidianas quadradas correspondente a cada símbolo do vetor r , levando em consideração cada posição que o símbolo pode assumir na constelação da modulação empregada. Com isso, a distância Euclidiana quadrada para cada símbolo é calculada pelas Equações (3.24):

$$\begin{aligned}
 d_0^2 &= (r_1 - i(0))^2 (r_2 - i(0))^2 \dots (r_n - i(0))^2 = (d_0^2(1) d_0^2(2)) \dots d_0^2(n), \\
 d_1^2 &= (r_1 - i(1))^2 (r_2 - i(1))^2 \dots (r_n - i(1))^2 = (d_1^2(1) d_1^2(2)) \dots d_1^2(n), \\
 d_2^2 &= (r_1 - i(2))^2 (r_2 - i(2))^2 \dots (r_n - i(2))^2 = (d_2^2(1) d_2^2(2)) \dots d_2^2(n), \\
 d_3^2 &= (r_1 - i(3))^2 (r_2 - i(3))^2 \dots (r_n - i(3))^2 = (d_3^2(1) d_3^2(2)) \dots d_3^2(n).
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

A inicialização deste algoritmo consiste em fixar os valores dos coeficientes das matrizes $Q_{ij}^0, Q_{ij}^1, Q_{ij}^2$ e Q_{ij}^3 , com os valores das componentes das Equações (3.24) correspondentes. Todas as matrizes $Q_{ij}^0, Q_{ij}^1, Q_{ij}^2$ e Q_{ij}^3 possuem as mesmas características da matriz de verificação de paridade H , ou seja, a posição dos elementos não nulos da matriz H é mantida nas matrizes criadas na inicialização. Assim, as matrizes de inicialização são dadas por:

$$\begin{aligned}
 Q_{ij}^0 &= d_0^2(j), \\
 Q_{ij}^1 &= d_1^2(j), \\
 Q_{ij}^2 &= d_2^2(j), \\
 Q_{ij}^3 &= d_3^2(j).
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Passo Horizontal

O passo horizontal leva em consideração que as *Equações de Verificação de Paridade* correspondentes aos códigos LDPC devem ser satisfeitas.

Após a inicialização, o próximo passo é a troca de informações entre os nós de símbolo e os nós de verificação. A informação R_{ij}^x enviada por cada nó de verificação ν_i para seus respectivos nós de símbolo ρ_j , é calculada através das Equações (3.26). A variável x é utilizada para designar os símbolos (0, 1, 2 e 3) em análise.

$$\begin{aligned}
 R_{ij}^0 &= -\log_2 \sum_{d:\rho_j=0} \left[2^{-\left(\sum_{k \in N(i) \setminus j} Q_{ik}^{d_k} \right)} \right], \\
 R_{ij}^1 &= -\log_2 \sum_{d:\rho_j=1} \left[2^{-\left(\sum_{k \in N(i) \setminus j} Q_{ik}^{d_k} \right)} \right], \\
 R_{ij}^2 &= -\log_2 \sum_{d:\rho_j=2} \left[2^{-\left(\sum_{k \in N(i) \setminus j} Q_{ik}^{d_k} \right)} \right], \\
 R_{ij}^3 &= -\log_2 \sum_{d:\rho_j=3} \left[2^{-\left(\sum_{k \in N(i) \setminus j} Q_{ik}^{d_k} \right)} \right].
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

Nas expressões acima, ρ_j é o j -ésimo nó de símbolo, $N(i)$ representa o conjunto de índices de todos os nós de símbolo conectados ao nó de verificação ν_i , onde $N(i) \setminus j$ representa o mesmo conjunto com a exclusão do nó de símbolo ρ_j .

• Uma Simplificação dos Cálculos no Passo Horizontal

Quando a decodificação iterativa avança no número de iterações, problemas numéricos nos cálculos podem ocorrer na simulação computacional. Como as distâncias Euclidianas quadradas em um dado passo são avaliadas como o somatório de valores anteriores, os valores das distâncias podem tornarse números grandes. Consequentemente, o cálculo das Equações (3.26) que envolvem termos da forma $2^{-d_x^2}$ tende a zero, gerando um problema de *underflow*. Isso leva o decodificador a tomar uma decisão errada. Entretanto, estes problemas com as operações das Equações (3.26) podem ser resolvidos fazendo uso da seguinte aproximação:

$$\log_2(2^t + 2^z) = \max(t, z) + \log_2(1 + 2^{-|t-z|}). \tag{3.27}$$

Por exemplo, para o caso de um código LDPC binário, define-se $t = -d_{x1}^2$ e $z = -d_{x2}^2$, em que t e z são os negativos das distâncias Euclidianas ao quadrado. Então, o termo de correção $\log_2(1 + 2^{-|t-z|})$ é evitado e a aproximação se torna igual a Equação (3.28):

$$-\log_2(2^{-d_{x_1}^2} + 2^{-d_{x_2}^2}) \approx \min(d_{x_1}^2, d_{x_2}^2). \quad (3.28)$$

Logo, o algoritmo de decodificação iterativa pode ser implementado usando esta aproximação, e as operações envolvidas se tornam apenas adições e comparações, que são as formas mais simples para implementações práticas.

O uso da aproximação da Equação (3.28) é feito para códigos LDPC curtos. Para códigos LDPC longos é necessário adicionar o fator de correção $-\log_2(1 + 2^{-|d_{x_1}^2 - d_{x_2}^2|})$. Então levando em consideração o caso binário avaliado, as Equações (3.26) adotam a forma dada por:

$$-\log_2(2^{-d_{x_1}^2} + 2^{-d_{x_2}^2}) = \min(d_{x_1}^2, d_{x_2}^2) - \log_2(1 + 2^{-|d_{x_1}^2 - d_{x_2}^2|}). \quad (3.29)$$

Para códigos definidos sobre anel de inteiros \mathbb{Z}_q , a Equação (3.29) adquire o formato:

$$-\log_2(2^{-d_{x_1}^2} + 2^{-d_{x_2}^2} + \dots + 2^{-d_{x_q}^2}) = \min(d_{x_1}^2, d_{x_2}^2, \dots, d_{x_q}^2) - \log_2(1 + \sum_{i \neq k} 2^{-|d_{x_i}^2 - d_{x_k}^2|}), \quad (3.30)$$

onde o valor de $d_{x_k}^2$ é obtido por:

$$d_{x_k}^2 = \min(d_{x_1}^2, d_{x_2}^2, \dots, d_{x_q}^2). \quad (3.31)$$

O fator de correção que aparece na Equação (3.30) pode ser calculado por meio de *look-up tables* e então o algoritmo proposto por Farrell e Moreira [39] pode ser implementado utilizando somente adições, comparações e estas *look-up tables*.

Passo Vertical

No passo vertical, o nó de símbolo ρ_j envia para os nós de verificação ν_i conectados a ele, a estimativa Q_{ij}^x a qual é a estimativa que o nó está no estado x , de acordo com a informação dada pelos outros nós de verificação conectados a ele. O estado x referencia os símbolos 0, 1, 2 e 3.

As informações que o nó de símbolo ρ_j envia para os nós de verificação conectados a ele são dadas por:

$$\begin{aligned} Q_{ij}^0 &= d_0^2(j) + \sum_{k \in M(j) \setminus i} R_{kj}^0, \\ Q_{ij}^1 &= d_1^2(j) + \sum_{k \in M(j) \setminus i} R_{kj}^1, \\ Q_{ij}^2 &= d_2^2(j) + \sum_{k \in M(j) \setminus i} R_{kj}^2, \\ Q_{ij}^3 &= d_3^2(j) + \sum_{k \in M(j) \setminus i} R_{kj}^3. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Sendo $M(j)$ o conjunto de índices de todos os nós de verificação conectados ao nó de símbolo ρ_j , onde $M(j) \setminus i$ representa o mesmo conjunto com a exclusão do nó de verificação ν_i .

Desta maneira, o cálculo das matrizes Q_{ij}^x permite a determinação dos valores das matrizes R_{ij}^x que em sequência pode ser usado para apresentar uma estimativa para cada valor do índice j .

Estimativa

Finalmente, uma estimativa para cada símbolo x transmitido é calculada pelo argumento mínimo das *soft* distâncias acumuladas, dado por:

$$\hat{d}_j^2 = \underset{x}{\arg \min} [d_x^2(j) + \sum_{k \in M(j)} R_{kj}^x]. \quad (3.33)$$

Então, o algoritmo de decodificação SISO pode tomar uma decisão em um dado passo do processo de decodificação, baseando-se no fato que:

- Se \hat{d}_0^2 for a menor *soft* distância cumulada obtida, então $x_j = 0$;
- Se \hat{d}_1^2 for a menor *soft* distância acumulada obtida, então $x_j = 1$;
- Se \hat{d}_2^2 for a menor *soft* distância acumulada obtida, então $x_j = 2$;
- Se \hat{d}_3^2 for a menor *soft* distância acumulada obtida, então $x_j = 3$.

Como pode ser visto nos cálculos das etapas do decodificador SISO, não é necessário o conhecimento das probabilidades a priori dos símbolos, nem o valor da variância do ruído σ presente no canal, ao contrário do algoritmo tradicional BP que requer estas informações para a decodificação dos códigos LDPC.

3.4.2 Aplicação Numérica do Decodificador SISO em um Código de Bloco Linear Quaternário

Como exemplo será considerado o código $C(8, 4)$ de taxa $R = 0.5$ correspondente ao código de bloco sobre o anel de inteiros \mathbb{Z}_4 . Sua *Matriz de Verificação de Paridade* H de dimensão $y \times w$ e a *Matriz Geradora* G de mesmas dimensões na forma sistemática são dadas por:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Considera-se a mensagem $m = [0\ 1\ 3]$, a qual gera a palavra código $c = [3\ 2\ 1\ 0\ 1\ 3]$. A modulação empregada é do tipo QPSK, desta forma a palavra código modulada é transmitida no formato,

$$b = (+a - aj, -a - aj, -a + aj, +a + aj, -a + aj, +a - aj),$$

em que $a = 1/\sqrt{2}$. O vetor modulado b adicionado ao ruído produzido pelas características do canal AWGN, resulta no vetor recebido $r = (1.4676 - 0.4670j, -0.7263 - 0.3730j, -0.0934 + 0.6679j, 0.3590 + 1.1517j, -0.7033 + 1.8617j, 1.0985 - 0.9694j)$.

Inicialização

Na inicialização, as distâncias Euclidianas quadradas são obtidas. A Tabela (3.1) mostra os valores obtidos para cada símbolo transmitido.

w	c	b	r	d_0^2	d_1^2	d_2^2	d_3^2
1	1	$+a - aj$	$1.4676 - 0.4670j$	1.9569	6.1079	4.7870	0.6360
2	2	$-a - aj$	$-0.7263 - 0.3730j$	3.2213	1.1670	0.1120	2.1663
3	1	$-a + aj$	$-0.0934 + 0.6679j$	0.6424	0.3782	2.2673	2.5315
4	2	$+a + aj$	$0.3590 + 1.1517j$	0.3188	1.3343	4.5918	3.5764
5	0	$-a + aj$	$-0.7033 + 1.8617j$	3.3224	1.3331	6.5988	8.5881
6	1	$+a - aj$	$1.0985 - 0.9694j$	2.9639	6.0709	3.3290	0.2220

Tabela 3.1: Dados referentes a mensagem transmitida.

Os valores da Tabela (3.1) são usados para fixar os valores dos coeficientes $Q_{yw}^0, Q_{yw}^1, Q_{yw}^2$ e Q_{yw}^3 com os valores das respectivas distâncias calculadas. Como resultado é obtido as Tabelas (3.3), (3.4), (3.5) e (3.6) seguintes.

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	1.9569	3.2213	0.6424			
2		3.2213		0.3188		2.9639
3		3.2213	0.6424		3.3224	

Tabela 3.3: Valores de Q_{yw}^0 .

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	6.1079	1.16703	0.3782			
2		1.1670		1.3343		6.0709
3		1.1670	0.3782		1.3331	

Tabela 3.4: Valores de Q_{yw}^1 .

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	4.7870	0.1120	2.2673			
2		0.1120		4.5918		3.3290
3		0.1120	2.2673		6.5988	

Tabela 3.5: Valores de Q_{yw}^2 .

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	0.6360	2.1663	2.5315			
2		2.1663		3.5764		0.2220
3		2.1663	2.5315		8.5881	

Tabela 3.6: Valores de Q_{yw}^3 .

Nelas pode ser observado que os valores dos coeficientes Q_{yw}^0 , Q_{yw}^1 , Q_{yw}^2 e Q_{yw}^3 são preenchidos seguindo a distribuição dos elementos não nulos da *Matriz de Verificação de Paridade H*, os espaços vazios representam os elementos nulos, os quais não são usados nos cálculos efetuados para a decodificação das palavras-código transmitidas.

Quanto mais esparsa for a matriz H , menos operações serão necessárias na decodificação e mais simples será a implementação do algoritmo SISO. Com os valores das Tabelas (3.3), (3.4), (3.5) e (3.6) calculados, o algoritmo passa para o passo horizontal.

Passo Horizontal

O passo horizontal inicia-se com a construção das equações de verificação de paridade da matriz H . Para cada linha de H existe uma equação de verificação de paridade, onde o subíndice de cada palavra-código c corresponde a posição do elemento não nulo na matriz H . Assim, obtemos as seguintes equações de verificação de paridade:

$$\begin{aligned}
 c_{11} + c_{12} + c_{13} &= 0 \\
 c_{22} + c_{24} + c_{26} &= 0 \\
 c_{32} + c_{33} + c_{35} &= 0
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

Em seguida, constrói-se a tabela com as combinações lineares entre os símbolos do anel \mathbb{Z}_4 . O

cálculo das combinações lineares é igual ao número de elementos não nulos por linha da matriz H menos 1.

Para compreensão dos cálculos efetuados, iremos calcular o valor de Q_{32}^0 , ou seja, a informação transmitida pelo nó de verificação 3 para o nó de símbolo 2, considerando que o nó de verificação está transmitindo o símbolo 0 e considerando que a equação teste de paridade correspondente é satisfeita.

Como Q_{32}^0 esta na terceira linha da matriz H , iremos considerar a equação de verificação de paridade $c_{32} \oplus c_{33} \oplus c_{35} = 0$. Assim temos, 3 elementos não nulos na terceira linha de H menos 1, que resulta em 2. Desta forma, iremos fazer a construção das combinações lineares do anel \mathbb{Z}_4 dois a dois. A Tabela 3.7 mostra as combinações lineares obtidas, onde o somatório de cada elemento em \mathbb{Z}_4 é exatamente igual ao símbolo correspondente.

0	1	2	3
00	01	02	03
13	10	11	12
22	23	20	21
31	32	33	30

Tabela 3.7: Combinações lineares entre os símbolos do anel \mathbb{Z}_4 .

Em seguida, são calculadas as *soft* distâncias que são definidas como a soma dos valores das matrizes Q_{yw}^x das posições $M(y) \setminus w$ (conjunto de índices da linha y da matriz de verificação de paridade H com exclusão da coluna w), em que os índices de ' x ' estão relacionados com os elementos das combinações lineares em \mathbb{Z}_q dos elementos não nulos das linhas da matriz H . As matrizes Q_{yw}^x foram construídas na etapa da inicialização.

Para o exemplo que estamos calculando, existem 4 casos de combinações lineares que tornam verdade esta condição, ou seja, que a soma dos índices das *soft* distâncias sejam iguais a zero, já que esta sendo considerada a transmissão do símbolo zero.

Então, os cálculos das *soft* distâncias para a informação transmitida por Q_{32}^0 são expressas em (3.37):

$$\begin{aligned}
 d_{00}^2 &= Q_{33}^0 + Q_{35}^0 = 0.6424 + 3.3224 = 3.9648. \\
 d_{13}^2 &= Q_{33}^1 + Q_{35}^3 = 0.3782 + 8.5881 = 8.9663. \\
 d_{22}^2 &= Q_{33}^2 + Q_{35}^2 = 2.2673 + 6.5988 = 8.8661. \\
 d_{31}^2 &= Q_{33}^3 + Q_{35}^1 = 2.5315 + 1.3331 = 3.8646.
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

Observa-se que os subíndices yw das matrizes Q_{yw}^x são exatamente iguais as posições das palavras-código da equação de verificação de paridade $c_{32} + c_{33} + c_{35} = 0$, com exceção da posição da informação calculada. Os índices de cada matriz Q^x são iguais aos elementos das combinações lineares para o símbolo zero.

Detalhando o processo de obtenção das *soft* distâncias d_{00}^2 e d_{13}^2 somente para melhor compreensão dos cálculos efetuados, consideramos as matrizes Q_{yw}^0 , Q_{yw}^1 , Q_{yw}^3 obtidas na inicialização e repetidas aqui para melhor visualização dos coeficientes das mesmas utilizados.

$$Q_{yw}^0 =$$

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	1.9569	3.2213	0.6424			
2		3.2213		0.3188		2.9639
3		3.2213	0.6424		3.3224	

Assim, $d_{00}^2 = Q_{33}^0 + Q_{35}^0 = 0.6424 + 3.3224$. Para o cálculo da *soft* distância d_{13}^0 , utiliza-se as matrizes Q_{yw}^1 e Q_{yw}^3 .

$$Q_{yw}^1 =$$

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	6.1079	1.16703	0.3782			
2		1.1670		1.3343		6.0709
3		1.1670	0.3782		1.3331	

$$Q_{yw}^3 =$$

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	0.6360	2.1663	2.5315			
2		2.1663		3.5764		0.2220
3		2.1663	2.5315		8.5881	

Desta forma, $d_{13}^2 = Q_{33}^1 + Q_{35}^3 = 0.3782 + 8.5881$.

Substituindo os valores das *soft* distâncias na equação abaixo, obtemos a informação transmitida por R_{32}^0 .

$$R_{32}^0 = -\log_2[2^{-d_{00}^2} + 2^{-d_{13}^2} + 2^{-d_{22}^2} + 2^{-d_{31}^2}] = -\log_2[2^{-3.9648} + 2^{-8.9663} + 2^{-8.8661} + 2^{-3.8646}] = -\log_2(6.4043 \times 10^{-2} + 1.9992 \times 10^{-3} + 2.1431 \times 10^{-3} + 6.8650 \times 10^{-2}) = 2.8694. \quad (3.38)$$

As Tabelas (3.8), (3.9), (3.10) e (3.11) mostram os coeficientes R_{yw}^x para cada símbolo.

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	0.9733	0.5774	1.5107			
2		1.1579		1.0263		1.9999
3		2.8694	3.1864		0.9733	

Tabela 3.8: Valores de R_{yw}^0 .

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	0.8005	1.5253	0.4744			
2		3.2290		0.1940		1.0399
3		1.5841	3.4457		0.8005	

Tabela 3.9: Valores de R_{yw}^1 .

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	0.0054	2.3280	1.3509			
2		2.6182		1.6131		0.0869
3		1.5855	1.8839		0.0054	

Tabela 3.10: Valores de R_{yw}^2 .

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	0.0503	1.0360	2.6811			
2		0.4379		2.4855		0.8033
3		3.1931	1.3422		0.0503	

Tabela 3.11: Valores de R_{yw}^3 .

Passo Vertical

Após o cálculo dos coeficientes R_{yw}^0 , R_{yw}^1 , R_{yw}^2 e R_{yw}^3 , inicia-se o passo vertical, em que os coeficientes Q_{yw}^0 , Q_{yw}^1 , Q_{yw}^2 e Q_{yw}^3 são atualizados utilizando as Equações (3.32). Como exemplo, foi calculado a informação transmitida por Q_{32}^0 que é determinado sem qualquer fator de normalização como mostra a Equação (3.39).

$$Q_{32}^0 = d_0^2(2) + R_{12}^0 + R_{22}^0 = 3.2213 + 0.5774 + 1.1579 = 4.9566. \quad (3.39)$$

Lembrando que estamos considerando a transmissão do símbolo zero. Como a informação em análise esta na segunda coluna da matriz H , iremos utilizar o valor de d_0^2 para $w = 2$. Os valores das distâncias Euclidianas quadradas foram calculadas na inicialização, e os valores das matrizes R_{yw}^x foram obtidos no passo horizontal. As novas matrizes Q_{yw}^x obtidas no passo vertical serão utilizadas na iteração seguinte.

As Tabelas (3.12), (3.13), (3.14) e (3.15) a seguir mostram os valores dos coeficientes Q_{yw}^x atualizados.

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	1.9569	7.2487	3.8288			
2		6.6682		0.3188		2.9639
3		4.9566	2.1531		3.3224	

Tabela 3.12: Valores atualizados de Q_{yw}^0 .

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	6.1079	5.9801	3.8238			
2		4.2764		1.3343		6.0709
3		5.9213	0.8526		1.3331	

Tabela 3.13: Valores atualizados de Q_{yw}^1 .

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	4.7870	4.3157	4.1512			
2		4.0254		4.5918		3.3290
3		5.0582	3.6182		6.5988	

Tabela 3.14: Valores atualizados de Q_{yw}^2 .

$y \setminus w$	1	2	3	4	5	6
1	0.6360	5.7973	3.8737			
2		6.3954		3.5764		0.2220
3		3.6402	5.2125		8.5881	

Tabela 3.15: Valores atualizados de Q_{yw}^3 .

Estimativa

Neste ponto, uma decisão pode ser obtida. Isso é feito calculando as *soft* distâncias acumuladas para cada símbolo. Exemplificando:

$$\hat{d}_0^2(2) = d_0^2(2) + R_{12}^0 + R_{22}^0 + R_{32}^0 = 3.2213 + 0.5774 + 1.1579 + 2.8694 = 7.8260.$$

$$\hat{d}_1^2(2) = d_1^2(2) + R_{12}^1 + R_{22}^1 + R_{32}^1 = 1.1670 + 1.5253 + 3.2290 + 1.5841 = 7.5054.$$

$$\hat{d}_2^2(2) = d_2^2(2) + R_{12}^2 + R_{22}^2 + R_{32}^2 = 0.1120 + 2.3280 + 2.6182 + 1.5855 = 6.6437.$$

$$\hat{d}_3^2(2) = d_3^2(2) + R_{12}^3 + R_{22}^3 + R_{32}^3 = 2.1663 + 1.0360 + 0.4379 + 3.1931 = 6.8333.$$

O próximo passo é construir uma tabela com estes valores e observar qual a menor *soft* distância acumulada obtida. A Tabela (3.16) a seguir, mostra os valores para a primeira iteração.

Logo, a decisão para o símbolo na posição $w = 2$, é que este símbolo é 2, já que a *soft* distância

w	$\hat{d}_0^2(w)$	$\hat{d}_1^2(w)$	$\hat{d}_2^2(w)$	$\hat{d}_3^2(w)$
1	2.9302	6.9085	4.7924	0.6863
2	7.82610	7.5054	6.6437	6.8333
3	5.3395	4.2982	5.5021	6.5548
4	1.7552	1.5283	6.2049	6.0619
5	3.1957	3.2337	6.6042	8.6384
6	4.9638	7.1108	3.4159	1.0253

Tabela 3.16: Soft distâncias acumuladas para cada símbolo.

acumulada para o símbolo 2 é menor que a *soft* distância acumulada para os demais símbolos.

Assim, o vetor decodificado é $\hat{d} = (3\ 2\ 1\ 1\ 0\ 3)$.

Neste caso, o vetor \hat{d} não é uma palavra código, ou seja, o vetor não obedece a Equação (3.11) e novas iterações devem ser realizadas para tentar obter a decisão correta do vetor transmitido. Após 3 iterações, o vetor é decodificado com sucesso.

Neste capítulo, foi feita uma breve introdução aos códigos de bloco definidos sobre o anel de inteiros \mathbb{Z}_q , destacando suas principais propriedades, que serviram de base para a compreensão dos códigos de verificação de baixa densidade definidos sobre o anel de inteiros \mathbb{Z}_4 , objeto principal de estudo desta dissertação. O código LDPC foi apresentado, bem como suas classificações, construção, codificação e decodificação. Por fim, foi apresentada a proposta de decodificação dos códigos LDPC quaternários pelo algoritmo de decodificação iterativa SISO, proposto por Farrell e Moreira, além da apresentação de um pequeno exemplo numérico.

Capítulo 4

Condições de Simulação e Resultados

Este capítulo apresenta uma análise comparativa do desempenho de códigos LDPC definidos sobre \mathbb{Z}_4 aplicados em sistemas de transmissão OFDM, apresentados no capítulo anterior. Inicialmente é feita uma abordagem de como avaliar o desempenho de um código, em seguida é descrito os canais utilizados para as simulações e por fim é apresentado os resultados, em termos da taxa de erro de bit *versus* E_b/N_0 .

Os sistemas de transmissão e recepção OFDM com LDPC foram implementados utilizando o *software* MatLab (*Matrix Laboratory*), que possui uma rica biblioteca na área de telecomunicações e processamento digital de sinais, facilitando a concepção, otimização e validação dos algoritmos.

As simulações foram realizadas utilizando matrizes geradoras dos códigos para diferentes comprimentos, como proposto por Mackay [36], porém, adaptadas para a construção de códigos sobre anel \mathbb{Z}_4 . As palavras-código transmitidas pelo canal foram decodificadas pelo algoritmo SISO, proposto por Farrell e Moreira [5], sendo considerado o comprimento da sequência de informação, o número de iterações e o tipo de canal de propagação.

4.1 Medida de Desempenho

São várias as medidas usadas para exprimir o desempenho de um sistema de transmissão digital, entre as quais se destacam a taxa de erro de bits (BER) na saída do decodificador de canal. No caso de um sistema tipo FEC (*Forward Error Control*), ou seja, um sistema que corrige e detecta os erros no receptor, o decodificador tenta detectar e corrigir os erros da palavra recebida, fornecendo em sua saída uma estimativa da mensagem transmitida.

A taxa de codificação é definida por $R_c = k/n$, em que k e n são respectivamente o número de linhas e o número de colunas da matriz geradora G . Para a modulação 4-PSK, a energia por

símbolo é dada por:

$$E_{s_{4-psk}} = \frac{2 \cdot E_b}{R_c}, \quad (4.1)$$

onde E_b é a energia por bit.

Assim, para o caso de um canal Gaussiano, os gráficos de desempenho passam a ser expressos em termos da figura de mérito E_b/N_0 que está diretamente relacionada com a SNR do canal, ou seja,

$$SNR = \frac{E_{s_{4-psk}}}{N_0} = \frac{E_b}{R_c \cdot \sigma^2} [dB], \quad (4.2)$$

em que σ^2 é a variância do ruído AWGN que é adicionado a cada símbolo da palavra código transmitida e $N_0/2$ é a densidade espectral de potência bilateral do ruído.

Deste modo, o cálculo do desvio padrão necessário para a simulação do canal Gaussiano é obtido pela Equação 4.3:

$$\sigma = \sqrt{\frac{E_b}{SNR \cdot R_c}} \quad (4.3)$$

Sem perda de generalidade a energia por bit E_b é geralmente normalizada no valor unitário.

Quando a modulação OFDM é aplicada, a energia por símbolo OFDM é dada por $E_s = N \cdot E_{s_{4-psk}}$, onde N é o número de subportadoras utilizadas na modulação OFDM.

4.2 Condições de Simulação

Todos os ambientes de simulação foram desenvolvidos em MatLab. O sistema de TV Digital implementado no Brasil foi usado como referência para comparação de desempenho com o sistema proposto. A Tabela (4.1) apresenta um resumo dos principais parâmetros e características do modo de transmissão do SBTVD.

Parâmetros	SBTVD
Largura de Banda	6 MHz
Número de Subportadoras	2048
Duração do Símbolo OFDM	341 μ s
Modulação	4-PSK
Taxa de Codificação (Codificador Interno)	1/2

Tabela 4.1: Perfil do Sistema Brasileiro de Televisão Digital.

Os códigos LDPC são definidos por matrizes de verificação de paridade de baixa densidade. O método utilizado para a construção das matrizes H sobre o anel de inteiros \mathbb{Z}_4 segue basicamente o mesmo princípio utilizado por Mackay e Neal [1], [7] para a construção de códigos LDPC binários.

As matrizes utilizadas para geração dos códigos LDPC analisados estão disponibilizadas em [36]. Como estas matrizes são binárias, foi implementado um algoritmo que substituiu os elementos não nulos das matrizes binárias por elementos não nulos pertencentes ao anel de inteiros \mathbb{Z}_4 de forma totalmente aleatória, garantindo a regra proposta por Mackay [10] na construção de matrizes de verificação de paridade de baixa densidade.

A Figura (4.1) apresenta o fluxograma com todas as etapas do algoritmo de construção das matrizes LDPC sobre o anel \mathbb{Z}_4 . De acordo com o fluxograma, foi implementado o algoritmo e a simulação dos códigos LDPC.

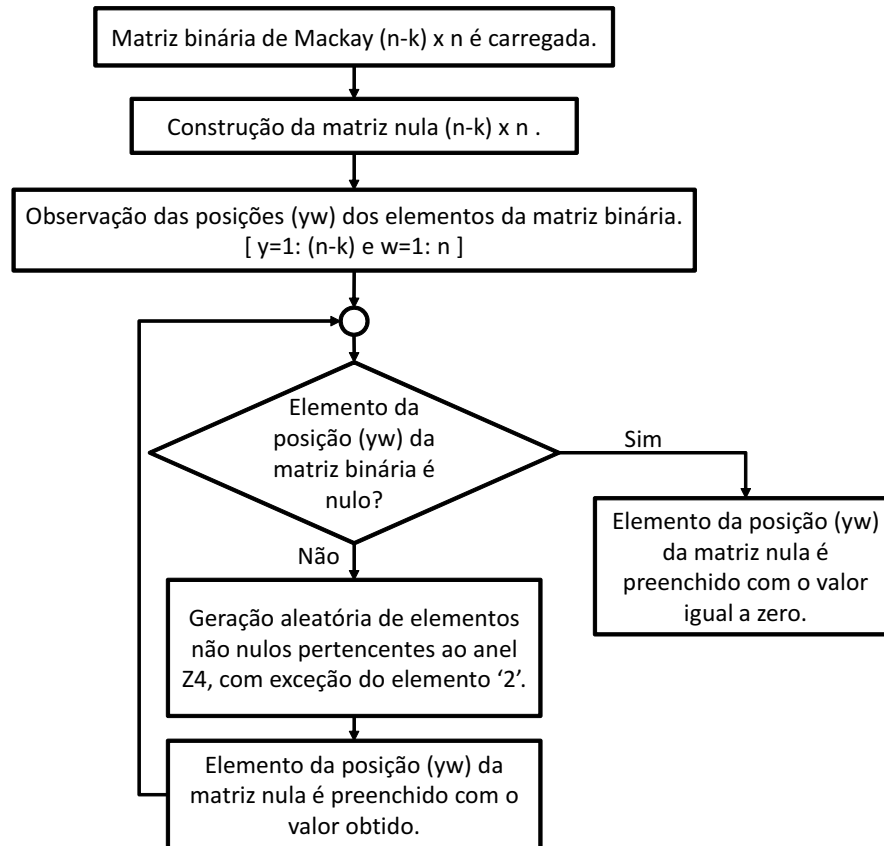


Figura 4.1: Fluxograma que representa o algoritmo de construção das matrizes LDPC sobre o anel \mathbb{Z}_4 .

Em virtude dos códigos LDPC serem lineares, para a obtenção do desempenho do sistema LDPC-OFDM por simulação, as palavras-código transmitidas, sem perda de generalidade, foram palavras-código nulas, de comprimento igual ao número de colunas da matriz H . Como mostra a Figura (3.1)

apresentada no Capítulo 3, o anel \mathbb{Z}_4 não possui inverso multiplicativo, o que torna o processo de codificação mais complexo. A transmissão de palavras-código nulas torna o processo de simulação mais rápido.

Vale ressaltar que na construção das matrizes H quaternárias, o símbolo 2 é excluído da geração aleatória de elementos não nulos do anel \mathbb{Z}_4 , pois como ele não possui inverso multiplicativo, isto iria contrariar uma das regras propostas por Mackay que é ter uma das matrizes H_1 e H_2 inversíveis, como foi descrito no Capítulo 3, subseção 3.3.1.

As simulações foram realizadas baseadas no algoritmo de Monte Carlo para a obtenção das curvas de desempenho dos códigos LDPC. Já a escolha do número máximo de iterações resultou da análise entre o valor a partir do qual não havia melhoria significativa no desempenho do algoritmo SISO.

A modulação utilizada, para cada subportadora foi a modulação 4- PSK . Como a mensagem transmitida é constituída apenas dos símbolos zero, a palavra-código modulada transmitida é uma sequência de valores $\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}$ de comprimento igual ao número de colunas da matriz H do código em análise.

O receptor de TV Digital deve ser robusto a vários tipos de canais. Assim, para a análise do sistema LDPC-OFDM sobre o anel \mathbb{Z}_4 , foram implementados três tipos de ambiente de propagação. Um com influência exclusiva do ruído AWGN e os outros dois com influência do desvanecimento plano ou seletivo, juntamente com o ruído AWGN.

A implementação do bloco OFDM foi feita através das funções do MatLab^{MR} iff e fft , que substituem as transformadas discretas de Fourier IDFT e DFT, respectivamente. As funções iff e fft ainda possuem a característica de adicionar zeros à sequência de informação a ser transmitida, caso o comprimento desta não seja uma potência de dois. Assim o número de subportadoras faltantes para completar a exigência da iff e fft é preenchido por subportadoras sem informação durante a transmissão e estas extraídas na recepção, após a demodulação OFDM. Com isso, as matrizes H utilizadas nos ambientes implementados podem ter o número de colunas diferente do número de subportadoras da modulação OFDM.

Foi assumido também, pleno sincronismo entre transmissor e receptor, possibilitando a correspondência exata entre as subportadoras transmitidas e recebidas.

O desvanecimento plano possui caráter multiplicativo e sua representação é feita através da Equação (2.33) e repetida aqui por conveniência,

$$r(t) = \gamma(t) \cdot s(t) + n(t). \quad (4.4)$$

Sendo $r(t)$ o sinal recebido pelo decodificador, $\gamma(t)$ o parâmetro que causa o desvanecimento plano, $s(t)$ o sinal transmitido e $n(t)$ o ruído Gaussiano.

O parâmetro $\gamma(t)$ é calculado por [32]:

$$R = \sqrt{r_I^2 + r_Q^2}, \quad (4.5)$$

As componentes r_I e r_Q são variáveis aleatórias em fase e em quadratura com distribuição Rayleigh e foram geradas a partir de duas variáveis aleatórias com distribuição Gaussiana com média nula e variâncias iguais.

Para analisar o desempenho do sistema LDPC-OFDM em canal com desvanecimento seletivo, assim como com desvanecimento plano, o sinal recebido é representado pela Equação (4.4). Porém a diferença entre o desvanecimento plano e o seletivo está diretamente ligada ao parâmetro $\gamma(t)$.

Para o desvanecimento seletivo, a simulação leva em consideração duas maneiras de calcular o parâmetro $\gamma(t)$, sendo que em ambas o desvanecimento gera um nulo no centro da banda de frequência ocupada pelo sinal, ou seja, o desvanecimento gera uma forte degradação nas subportadoras centrais do sistema OFDM.

Na primeira, para gerar um nulo no centro da faixa de passagem do canal, é preciso utilizar uma resposta ao impulso do tipo: $h(t) = \delta(t) - \delta(t - T)$, onde $\delta(\cdot)$ é a função impulso e T é o atraso entre o primeiro percurso e o segundo percurso. Ao aplicar a transformada de Fourier desta resposta ao impulso, temos a resposta em frequência do canal que é $H(j\omega) = 1 - \exp(-j\omega T)$.

Desta forma, para a simulação foi criado um vetor com resposta ao impulso, $h = [a \quad -a + \psi]$, que representa um nulo dentro da banda do sinal $r(t)$ transmitido. O parâmetro ψ representa um valor infinitesimal, que somado na segunda tomada evita um possível problema de cálculo. Note que o valor médio quadrático do módulo de h é unitário. A variável aleatória a possui distribuição de Rayleigh e é variante no tempo, concluindo que nem sempre ocorre um nulo profundo dentro da banda do canal.

Como resultado desta simulação, foi observado que apesar de não ocorrer sempre um nulo profundo dentro da banda do canal, o vetor h causava uma atenuação muito forte em uma considerável porcentagem das portadoras na banda do sinal transmitido, já que podemos considerar que o desvanecimento é plano para cada subportadora, o que diminuiu sensivelmente o desempenho do código LDPC neste ambiente. Além disso, o tempo de simulação foi extremamente demorado, o que fez necessário a implementação de um novo cenário que tivesse as características de um ambiente seletivo em frequência.

Então, uma segunda maneira de simular um canal com desvanecimento seletivo foi implementada. Nesta metodologia, utilizaram-se os parâmetros encontrados na literatura sobre TV Digital, como largura de banda e período do símbolo OFDM, mostrado na Tabela (4.1). O parâmetro que causa um atraso (*delay*) no sinal em um ambiente seletivo em frequência foi extraído de medidas feitas por Rummler [33], ao implementar um modelo similar ao representado pela distribuição Rayleigh. Rummler utilizou este *delay* para determinar a performance da taxa de erro de sistemas rádio digital

e para isso o valor da largura de banda empregada foi a de um canal típico, $B_{Canal\ Típico} = 30\ MHz$.

Como o canal seletivo de Rummler é similar ao canal com distribuição Rayleigh, utilizou-se o mesmo atraso $\tau_0 = 6.3\ ns$, para simular o desvanecimento seletivo no segundo ambiente.

Com estes parâmetros, é possível calcular o número médio de subportadoras atenuadas. Os cálculos efetuados foram os seguintes:

$$T = \frac{1}{B_{TV\ Digital}} = \frac{1}{6} \cong 160\ ns \quad (4.6)$$

$$T_{sub} = \frac{T}{N} = \frac{160 \times 10^{-9}}{2048} \cong 81\ \mu s \quad (4.7)$$

Onde T e T_{sub} são o período do sinal da banda do canal da TV Digital utilizada no padrão brasileiro e o período de cada subportadora, respectivamente. N é o número de subportadoras do sistema.

Como a banda da TV Digital utilizada nas implementações é 5 vezes menor que a banda do canal típico, considerou-se que o *delay* utilizado para calcular o atraso no segundo ambiente também era 5 vezes menor que o *delay* do canal típico. Equacionando estas afirmativas, o atraso para a TV Digital é obtido da seguinte maneira:

$$\tau_{TV\ Digital} = \frac{\tau_0}{5} = \frac{6.3 \times 10^{-9}}{5} \cong 1.2\ ns \quad (4.8)$$

Finalmente, é efetivado o cálculo do número de subportadoras a ter o sinal degradado. A obtenção do parâmetro N_{deg} segue o mesmo princípio da Equação 4.7, substituindo o período do sinal da banda do canal pelo atraso calculado na Equação 4.8. Assim, o número de subportadoras a sofrer desvanecimento será:

$$N_{deg} = \frac{T}{T_{sub}} = \frac{1.2 \times 10^{-9}}{81 \times 10^{-6}} \cong 16 \quad (4.9)$$

Então, chegou-se a conclusão de degradar em 100 vezes o sinal das 16 subportadoras centrais. A fim de comparação do ambiente simulado com as características do desvanecimento proposto, também foi utilizado $N_{deg} = 32, 64$ e 128 .

Todos os ambientes estudados obedeceram exatamente às mesmas condições de simulação (para cada código em particular), ou seja, o mesmo número de palavras erradas, corrompidas pelo ruído Gaussiano e pelo desvanecimento plano e seletivo, a mesma modulação, o mesmo algoritmo de decodificação e ainda mesmo número máximo de iterações admissíveis.

4.3 Resultados

No estudo realizado foram utilizados cinco códigos LDPC de diferentes comprimentos, porém com a mesma taxa de codificação. Escolheu-se os seguintes códigos cujos resultados são reportados na literatura e cujas matrizes teste de paridade binárias estão disponíveis em [36]. Todos os códigos utilizados são regulares com $w_c = 3$ e $w_r = 6$, onde w_c e w_r são o peso da coluna e peso da linha da matriz H , respectivamente. As matrizes H sobre o anel \mathbb{Z}_4 são obtidas pelo algoritmo descrito pelo fluxograma da Figura (4.1) e possui taxa de codificação $R_c = 1/2$.

1. Código α : Comprimento de bloco $N = 96$.
2. Código β : Comprimento de bloco $N = 204$.
3. Código γ : Comprimento de bloco $N = 408$.
4. Código ζ : Comprimento de bloco $N = 504$.
5. Código ψ : Comprimento de bloco $N = 1008$.

Foram utilizados diferentes tipos de matrizes para analisar o desempenho dos códigos LDPC baseados nos seus comprimentos. Assim utilizou-se inicialmente uma matriz $H(96, 48)$ para a verificação da confiabilidade dos resultados, decodificados pelo algoritmo SISO [5]. Como a matriz possui pequenas dimensões, a vantagem é o curto tempo de simulação.

A Figura (4.2) ilustra o desempenho do algoritmo SISO na decodificação do Código α de comprimento $N = 96$ ao longo de 8 iterações. A variação do número de iterações tem a finalidade de estimar quantas iterações seriam necessárias para obter um desempenho satisfatório sem gerar uma latência significativa no processo de simulação.

Analisando as curvas do Código α para o ponto onde a BER vale 10^{-2} , é possível notar que, para apenas uma iteração, a E_b/N_0 está 0.5 dB acima do mesmo ponto para a curva com três iterações. Da mesma forma, para a curva com oito iterações, temos 0.25 dB abaixo da curva com três iterações. Assim, note que o ganho até três iterações é significativo, mas à medida que este número vai aumentando o ganho é cada vez menor.

Alterando o código para uma matriz $H(204, 102)$ utilizada no Código β e fazendo a simulação para até 8 iterações, chega-se as curvas apresentadas na Figura (4.3).

As curvas de desempenho da Figura (4.3) para a BER = 10^{-3} mostram que para uma iteração, temos $E_b/N_0 \cong 3.3 \text{ dB}$, para três iterações, temos $E_b/N_0 \cong 2.8 \text{ dB}$ e para oito iterações tem-se a $E_b/N_0 \cong 2.6 \text{ dB}$. Observa-se, portanto, um ganho de 0.5 dB entre as curvas para uma e três iterações e de apenas 0.2 dB entre 3 e 8 iterações.

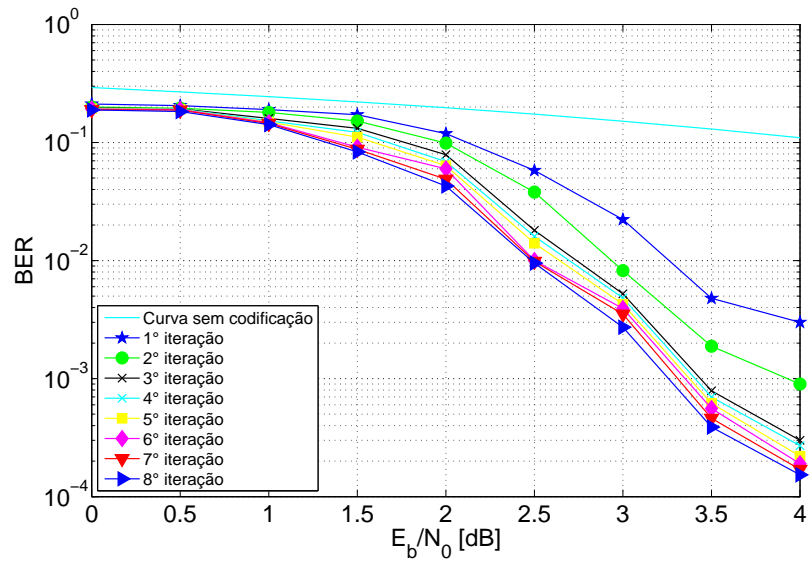


Figura 4.2: Desempenho do Código H(96,48) para diversos números de iterações.

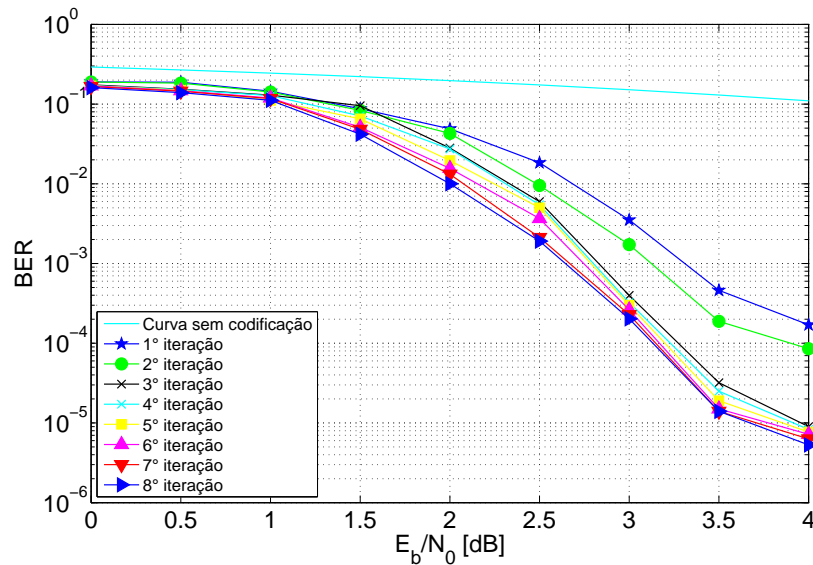


Figura 4.3: Desempenho do Código H(204,102) para diversos números de iterações.

Conclui-se então, que a partir de três iterações o algoritmo não apresenta melhoria significativa de desempenho. Logo, de acordo com os resultados obtidos pelas simulações dos Códigos α e β , nas demais simulações o número máximo de iterações para análise do desempenho dos códigos foi fixado em 3.

A Figura 4.4 mostra o desempenho dos códigos LDPC regulares de comprimento 96, 204, 408, 504 e 1008 com três iterações no canal AWGN. Note que o desempenho dos códigos LDPC melhora com

o aumento do comprimento N .

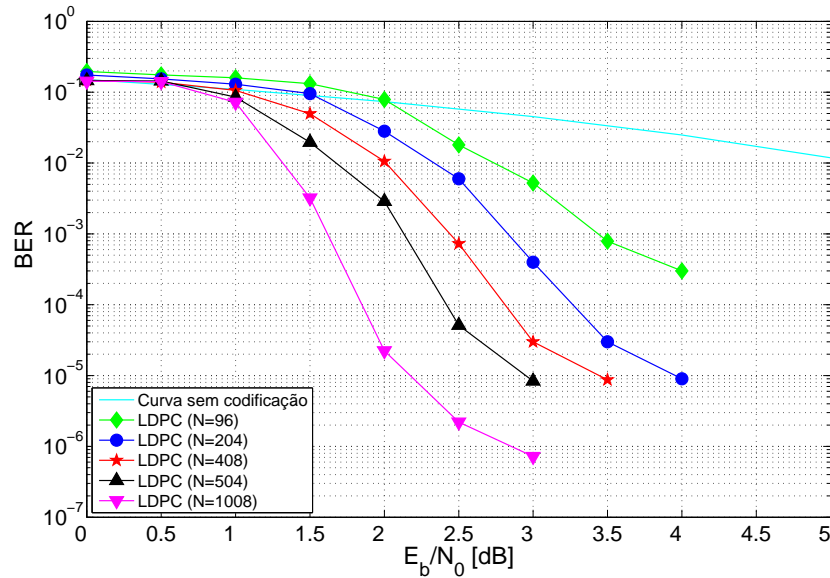


Figura 4.4: Desempenho de códigos LDPC quaternário para diversos comprimentos.

Na Figura (4.4) é possível observar uma tendência a um patamar de saturação da BER nas curvas de desempenho dos códigos LDPC. Para o cálculo do fator de correção no processo de decodificação SISO, $-\log_2(1 + \sum_{i \neq k} 2^{-|d_{xi}^2 - d_{xk}^2|})$, os valores resultantes tendem a números muito pequenos, o que pode ocasionar erros no cálculo das curvas.

A referência para a avaliação de desempenho dos códigos LDPC é o modelo de transmissão de televisão digital brasileiro, que possui o número de subportadoras igual a 2048. O Código ψ possui comprimento $N = 1008$ símbolos, mas como cada símbolo transmitido carrega 2 bits, então o seu comprimento em bits é igual a 2016. Os 32 bits faltantes para completar o comprimento N proposto pelo SBTVD são completados pela inserção de 16 subportadoras inativas pelos algoritmos *fft-iff*.

Contudo, antes de apresentar a curva de desempenho do Código ψ , a Figura (4.5) mostra o desempenho do Código ζ com $N = 504$ símbolos em um canal com ruído AWGN e em um canal com desvanecimento plano mais AWGN. Note a evidente diminuição do desempenho do Código ζ , quando submetido a um ambiente com influência do desvanecimento plano. Para a BER = 10^{-2} o Código ζ possui desempenho em termos de E_b/N_0 de aproximadamente 2.15 dB pior que em um canal só com o ruído AWGN. Para a BER = 10^{-3} e BER = 10^{-4} , a diferença de E_b/N_0 do código é de 2.3 dB e 2.9 dB, respectivamente.

A Figura (4.6) apresenta o Código ψ com $N = 1008$ símbolos em canais com ruído AWGN e com desvanecimento plano mais AWGN. Note que para BER = 10^{-3} o Código ψ possui um desempenho, em termos de E_b/N_0 , em torno de 2 dB pior que no canal AWGN.

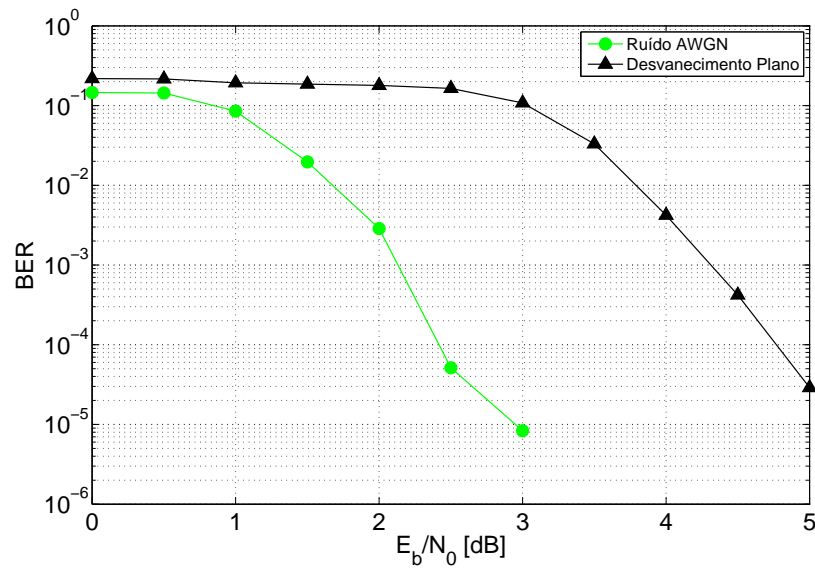


Figura 4.5: Desempenho do Código ζ em um canal com desvanecimento plano.

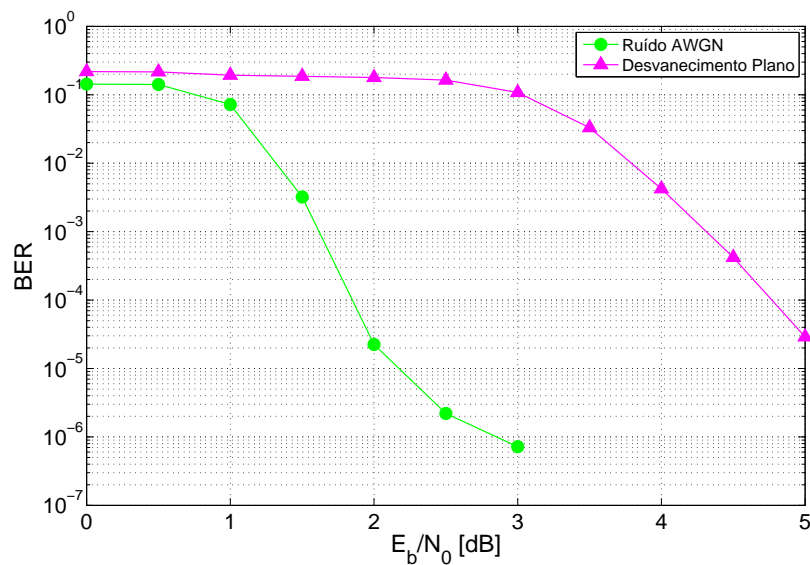


Figura 4.6: Desempenho do Código ψ em um canal com desvanecimento plano.

Vale ressaltar que o aumento do tamanho das matrizes dos códigos utilizados torna o tempo de simulação proibitivo. Como exemplo, mostramos na Tabela (4.2) o tempo gasto para obtenção das curvas de desempenho dos Códigos ζ e ψ em um canal com desvanecimento plano.

Códigos em Análise	Tempo de Simulação
Código ζ	≈ 803.528 segundos
Código ψ	$\approx 1.667.520$ segundos

Tabela 4.2: Tempo de simulação para o Código ζ e ψ sobre influência do desvanecimento plano.

O último cenário implementado foi o do ambiente com desvanecimento seletivo em frequência, onde o modelo de distribuição Rayleigh gera um nulo no centro da banda, degradando de forma variante no tempo uma porcentagem considerável de subportadoras. O desempenho do Código ζ neste ambiente é ilustrado na Figura (4.7). Analisando tal figura, notamos que, para o valor da BER= 10^{-3} , os valores da E_b/N_0 para a curva com desvanecimento Rayleigh seletivo em frequência e para a curva AWGN são aproximadamente iguais a 8 dB e 2.2 dB , respectivamente. Com isso, é possível afirmar a forte degradação no sinal após este sofrer o desvanecimento seletivo.

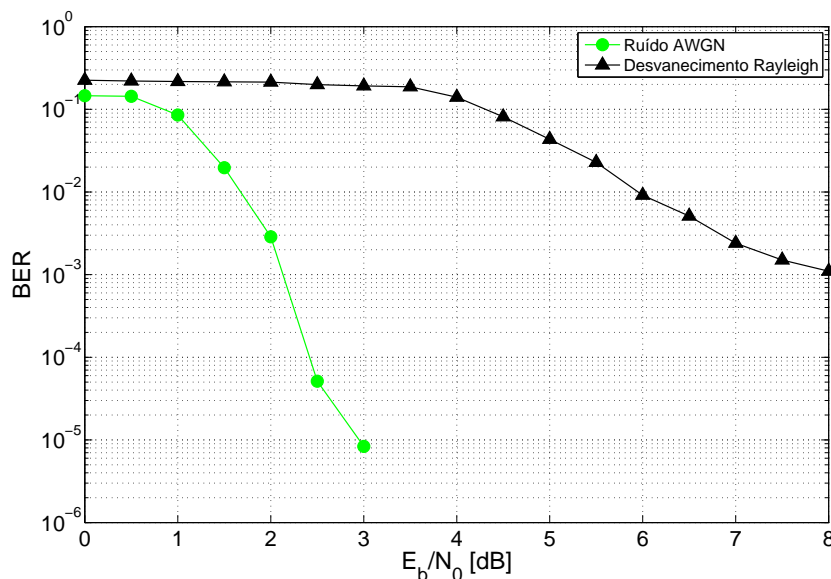


Figura 4.7: Desempenho do Código ψ em um ambiente seletivo em frequência com distribuição Rayleigh.

A Figura (4.8) mostra que, para a BER= 10^{-4} , o Código ψ apresenta desempenho de 0.5 dB e 1.02 dB para 16 e 32 subportadoras centrais degradadas, respectivamente.

A Figura (4.9) apresenta o desempenho do Código ψ para 16, 32, 64 e 128 subportadoras degradadas no centro da banda de frequência do sinal OFDM. Observe o aumento na degradação do desempenho do Código ψ a medida que o número de subportadoras centrais degradadas aumenta. Para a BER de 10^{-3} a perda para 64 subportadoras afetadas é maior que 1 dB em relação a 16 subportadoras.

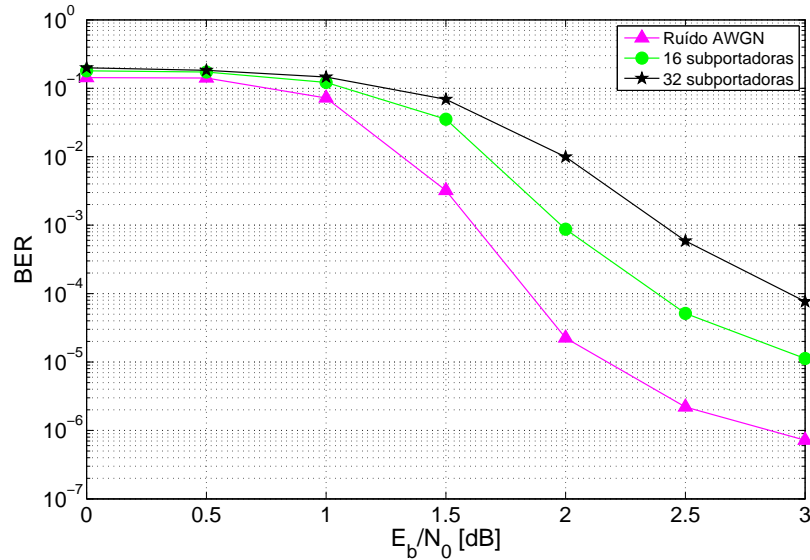


Figura 4.8: Desempenho do Código ψ em um ambiente seletivo com degradação de 16 e 32 subportadoras no centro da banda.

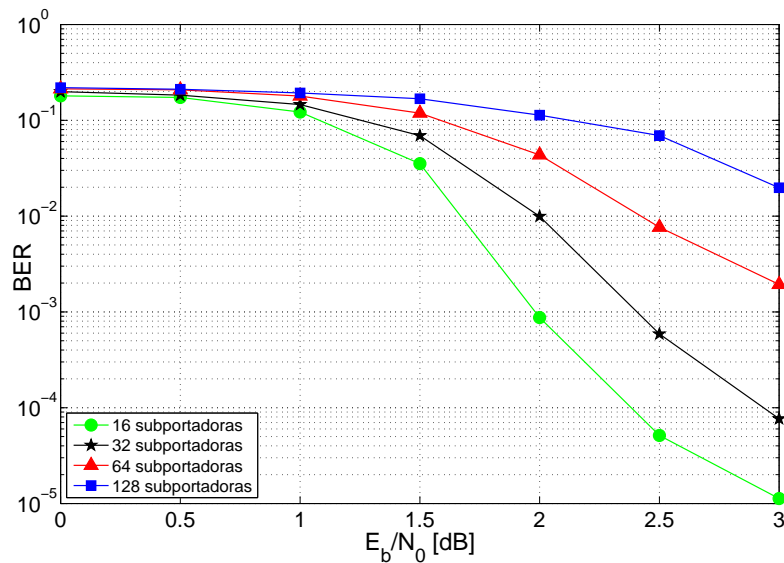


Figura 4.9: Desempenho do Código ψ em um ambiente seletivo com degradação de 16, 32, 64 e 128 subportadoras no centro da banda.

Após as simulações dos códigos LDPC em ambientes com características típicas de transmissão terrestre, o próximo passo foi avaliar o desempenho do código LDPC sobre \mathbb{Z}_4 comparado ao código LDPC binário equivalente [23] e ao código convolucional binário, usado como código interno nos padrões DVB-T e ISDB-T [47]. Os parâmetros dos códigos avaliados estão mostrados na Tabela

(4.3).

Parâmetros	Código LDPC quaternário	Código LDPC binário [23]	Código Convolutacional [47]
N	1008 símbolos	4896 bits	-----
Taxa de Codificação	1/2	1/2	1/2
Modulação	QPSK	BPSK	BPSK
Canal	AWGN	AWGN	AWGN
Iterações	3	50	-----

Tabela 4.3: Parâmetros utilizados para obtenção da Figura (4.10).

Para uma implementação real, o número de iterações dos códigos LDPC quaternário poderá variar, já que no SBTVD o código interno é concatenado ao código externo Reed-Solomon para alcançar taxas de erro de bit da ordem de 10^{-11} a 10^{-12} antes da descompressão da informação recebida.

A Figura (4.10) mostra que o código quaternário de comprimento $N = 1008$ símbolos possui desempenho cerca de 0.75 dB inferior ao código binário de comprimento $N = 4896$ bits para $BER = 10^{-5}$. Vale ressaltar que o código LDPC binário possui o comprimento da palavra-código e o número iterações muito maior do que o código LDPC quaternário. Apesar disso, o desempenho do código LDPC quaternário é muito próximo do binário.

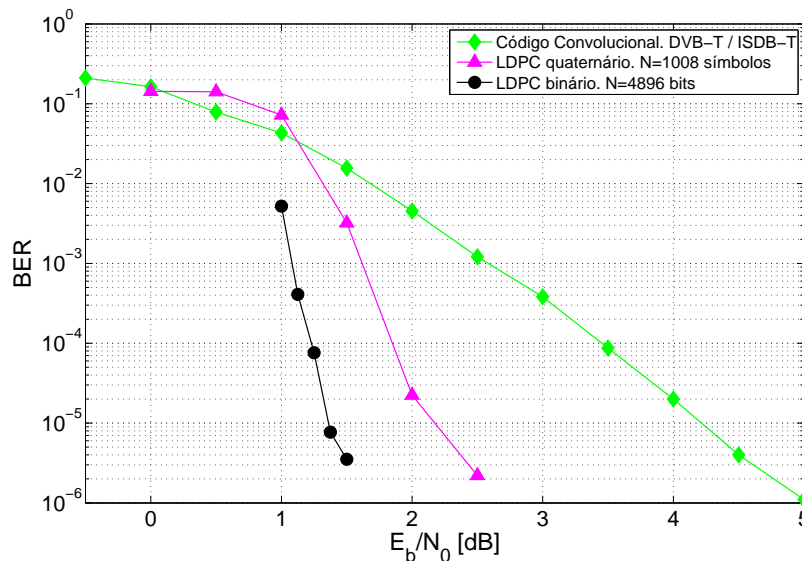


Figura 4.10: Desempenho dos códigos LDPC quaternário e binário no ambiente com as características do SBTVD.

Observa-se também que os resultados mostram o melhor desempenho do código LDPC quaternário em relação ao código convolucional interno empregado no padrão SBTVD. Para a BER de 10^{-5} o desempenho é cerca de 2 dB superior ao código proposto pelo SBTVD.

O sistema SBTVD utiliza como código externo um Reed-Solomon $(204, 188, 8)$ que é concatenado aos códigos internos em análise. Caso o código LDPC ($N = 1008$) fosse utilizado junto com o mesmo código externo, como proposto em [24], o seu patamar de erro seria levado a um nível mais baixo de BER. Como a utilização do Reed-Solomon requer elevado tempo de simulação, sua implementação não foi realizada nesta dissertação.

Capítulo 5

Conclusões

Neste capítulo apresentamos as conclusões tiradas no decurso deste trabalho, destacando os principais resultados obtidos e propondo alguns trabalhos futuros.

Comunicações de faixa larga baseadas em múltiplas portadoras tem atraído grande atenção de pesquisadores por todo o mundo. Padrões de transmissão a altas taxas, tais como DVB (Digital Video Broadcasting), ISDB (Integrated Service Digital Broadcasting), Wi-Fi (Wireless Fidelity) e WiMax (Worldwide Interoperability for Microwave Access) utilizam a técnica OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) associada a um esquema de correção de erro para minimizar a degradação produzida pelo canal sem fio.

Neste trabalho foi obtido um conjunto de códigos LDPC definidos sobre o anel de inteiros módulo-4 (\mathbb{Z}_4), baseados nos códigos LDPC binários obtidos em [36], segundo o algoritmo apresentado na Figura 4.1. Foi observado a distância mínima das matrizes quaternárias geradas e utilizada somente as que geravam o melhor código. O desempenho destes códigos foi avaliado, em termos de BER *versus* E_b/N_0 , em um sistema de transmissão OFDM. Os modelos de canais utilizados nas simulações computacionais foram AWGN, com desvanecimento plano e com desvanecimento seletivo em frequência. Os resultados obtidos foram comparados com o desempenho do padrão do Sistema Brasileiro de Televisão Digital (SBTVD).

A codificação de canal SBTVD é composta da concatenação de um código convolucional binário (código interno) e um código (204, 188, 8) de Reed-Solomon encurtado (código externo). Os códigos LDPC sobre \mathbb{Z}_4 construídos foram usados no lugar do código interno e suas saídas quaternárias foram mapeadas diretamente na modulação QPSK de cada subportadora do OFDM. Entretanto, devido ao excessivo tempo de processamento da simulação, a avaliação do desempenho dos códigos foi feita sem a concatenação com o código externo.

Para decodificação utilizamos o algoritmo de decodificação iterativa, SISO (Soft-Input and Soft-Output), proposto por Farrell e Moreira [5], [39], adaptados para códigos LDPC sobre \mathbb{Z}_4 . O algo-

ritmo SISO trabalha com distâncias Euclidianas quadradas e não é necessário ter o conhecimento das probabilidades a priori dos símbolos transmitidos pelo canal de transmissão. A decodificação é feita utilizando apenas adições e tabelas de comparação, tornando o processo de simulação mais simples.

Os códigos LDPC foram avaliados em ambientes com interferência aditiva do ruído gaussiano branco e dos desvanecimentos plano e seletivo em frequência. Inicialmente os códigos foram avaliados utilizando o canal com ruído AWGN, onde foi possível avaliar o desempenho dos códigos LDPC ao longo de 8 iterações. Verificou-se que a partir de 3 iterações o ganho não era significativo e concluiu-se que o desempenho dos códigos é diretamente proporcional ao comprimento N dos mesmos.

No canal com desvanecimento plano, o desempenho do código LDPC foi muito inferior ao alcançado no canal AWGN, onde houve uma perda de mais de 2.5 dB para a BER de 10^{-5} do Código ψ . Para o canal com desvanecimento seletivo, utilizando a metodologia de degradação uniforme de uma certa quantidade de subportadoras centrais, o código LDPC se mostrou mais robusto. Para a BER de 10^{-4} a degradação do Código ψ em termos de E_b/N_0 , quando submetido a um ambiente com influência única do ruído AWGN foi de aproximadamente 1.02 dB para 32 subportadoras centrais degradadas.

Após as simulações nos ambientes com ruído AWGN e desvanecimento plano e seletivo, o próximo passo foi comparar os códigos LDPC quaternários com outros códigos também utilizados no SBTVD. Ao compararmos o desempenho do código LDPC quaternário com o código LDPC binário [23], notou-se que para a BER = 10^{-5} , o código quaternário ψ apresentou desempenho cerca de 0.75 dB inferior ao código proposto por [23], entretanto, lembramos que o código LDPC sobre \mathbb{Z}_4 possui comprimento e número de iterações inferior ao código binário analisado. Com isso, concluímos que o código LDPC sobre \mathbb{Z}_4 é melhor que o código equivalente binário, pois caso fosse submetido aos mesmos parâmetros de simulação do código LDPC binário, seu desempenho seria bastante superior a este. Isto pôde ser concluído partindo da análise dos gráficos da Figura 4.4, onde o ganho em termos de E_b/N_0 é cerca de 8 dB ao dobrarmos o comprimento N do código. Lembrando que o comprimento do código binário comparado é maior que o dobro do código quaternário ψ .

Em relação ao código convolucional (interno) empregado no padrão SBTVD [47], percebemos que o desempenho do código LDPC ψ , sobre \mathbb{Z}_4 foi superior a codificação convolucional interna do SBTVD. Para a BER de 10^{-5} o código LDPC proposto apresentou um ganho de cerca de 2 dB em relação ao código convolucional. Ressaltando que o código convolucional é concatenado ao código externo Reed-Solomon, caso o código LDPC quaternário fosse simulado junto ao RS, seu desempenho seria ainda melhor.

Os maiores problemas encontrados no decorrer desta dissertação foram na área de programação, devido ao grande consumo de tempo nas simulações. Todas as funções do decodificador foram rea-

lizadas utilizando o programa de simulação MatLab^{MR}.

Enfim, o bom desempenho da BER demonstrado nos ambientes típicos da transmissão terrestre elege os códigos LDPC definidos sobre o anel de inteiros \mathbb{Z}_4 , como uma boa alternativa para utilização como código interno no Sistema Brasileiro de TV Digital (SBTVD).

5.1 Trabalhos Futuros

Uma continuação natural deste trabalho é a busca por códigos LDPC ótimos definidos sobre \mathbb{Z}_q , onde q é uma potência de 2. Propõe-se também o estudo de matrizes de verificação de paridade de baixa densidade irregulares e adoção de outras taxas de codificação, o que levariam os códigos LDPC a apresentarem um melhor desempenho.

Realizar a concatenação dos códigos LDPC sobre \mathbb{Z}_4 com o código externo de Reed-Solomon seria desejável para se obter o real desempenho destes códigos.

Recomenda-se também realizar uma análise de esquemas de proteção hierarquizada (desigual) contra erros de canal.

Referências Bibliográficas

- [1] D. Mackay, “Good Error correcting codes based on very sparse matrices”, IEEE Transactions on Information Theory, v.45, n.2, p.399-431, Março, 1999.
- [2] C. E. Shannon, “A Mathematical Theory of Communication”, Bell Systems Technical Journal, vol. 27, pp. 379-423 and 623-656, 1948.
- [3] R.G. Gallager, "Low-density parity-check codes", IRE, Transactions on Information Theory, Cambridge, 1963.
- [4] D. J. C. MacKay and R. M. Neal, "Near Shannon limit performance of low density parity check codes", Electronics Letters , vol. 32, 18 , pp. 1645, Aug. 1996.
- [5] P.G. Farrell and J.Castiñeira Moreira, “Soft-Input Soft-Output Euclidean Distance Metric Iterative Decoder for LDPC codes”, Argentine Symposium on Computing Technology (AST), Santa Fé, Argentina, Setembro 2008.
- [6] R.M Tanner, “A recursive approach to low complexity codes”, IEEE Transactions on Information Theory, p.533-547, Setembro, 1981.
- [7] D. J. C. MacKay and R. M. Neal, "Good Codes based on Very Sparse Matrices", Cryptography and Coding, 5th IMA Conference, Colin Boyd (ed.), Lecture Notes in Computer Science, nº 1025, pp. 100-111, 1995, Springer, Berlim.
- [8] M. Luby, M. Mitzenmacher, M. Shokrollahi e D. Spielman, “Analysis of Low Density Codes and Improved Designs Using Irregular Graphs”. Proceedings of the 30th ACM Symposium on Theory of Computing (STOC), Maio 1998.
- [9] L. Shu, D. J. Costello Jr, “ Error Control Coding: fundamentals and applications”. New Jersey: Prentice Hall, 1983.
- [10] D. J. C. Mackay, “Information Theory, Inference and Learning Algorithms”. Cambridge University Press, 2003.

- [11] B. P. LATHI, “Sistemas de Comunicação”. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1989.
- [12] W.Y. Zou, Y. Wu, “COFDM: An overview”, vol 41. IEEE Transactions on Communications , pp. 1-8, Março 1995.
- [13] L. L. Mendes, S. A. Fasolo, “Introdução a Televisão Digital”, Semana Internacional das Telecomunicações, 2002, pp. 253-258.
- [14] E. L. Pinto e C. P. de Albuquerque, “A Técnica de Transmissão OFDM”, Revista Científica Periódica - Telecomunicações, vol.5, n°1, Junho 2002.
- [15] E. Prado e F. Lima, “Dimensionamento de Redes WiMax” . Disponível em: <http://www.revistadeWiMax.com.br/AdminSite/Revista/DimensionamentoRedes/tabid/92/Default.aspx>. Acessado em: 20 de Julho de 2009.
- [16] R. W Chang, “Synthesis of band-limited orthogonal signals for multi-channel data transmission”, Bell Systems Technical Journal (46), 1996, pp. 1775-1796.
- [17] L. L. Mendes, R. B. Filho, A. C. Silveira, “Modeling and Simulation of the OFDM System Performance in Non-Linear AWGN Channel”
- [18] L. L. Mendes, “Modelos matemáticos para estimação do desempenho de sistemas de multiplexação por divisão em frequências ortogonais”, Unicamp,2007.
- [19] ABERT/SET, “Digital Television Systems Brazilian Tests Final Report”, Maio, 2000.
- [20] STB, Superior Technologies in Broadcasting, “ Apostila Introdução à TV Digital. Funcionamento do Sistema e suas Aplicações. Disponível em: <http://www.sbt.ind.br/tvdigital.htm> .Acessado em 22 de Agosto de 2009.
- [21] Fórum SBTVD, Site oficial do Fórum do Sistema Brasileiro de TV Digital Terrestre. Disponível em: <http://www.forumsbtvd.org.br/> . Acessado em: 03 de Setembro de 2009.
- [22] DTV, Site oficial da TV Digital Brasileira. Disponível em: <http://www.dtv.org.br/> .Acessado em: 03 de Setembro de 2009.
- [23] F. L. Garcia, “Implementação de um Codificador LDPC para um Sistema de TV Digital usando Ferramentas de Prototipagem Rápida”, Unicamp, Campinas, 2006.
- [24] ABNT NBR 15601:2007, “Televisão Digital Terrestre - Sistema de Transmissão”, 2007

- [25] CPqD, Centro de Pesquisa e Desenvolvimento. “Arquitetura de Referência”. OS 40.541. Campinas-SP, 2005.
- [26] S. A. Fasolo e L. L. Mendes, “Televisão Digital - Fundamentos e Padrões”, Inatel
- [27] CPqD, Centro de Pesquisa e Desenvolvimento. ” Modelo de Referência: Sistema Brasileiro de Televisão Terrestre. Campinas- SP, 2005.
- [28] S. Haykin, “Communication Systems”, John Willey & Sons, 4^o Edição, EUA, 2001.
- [29] A. L. Rodrigues e R. M. Gomes, ”Modulação COFDM – Uma proposta atrativa para os padrões de TV Digital”. Revista Digital Online. Vol. 3. IESB, Brasília, 2004.
- [30] S. B. Weinstein and P. M. Ebert, “Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform”, IEEE trans. Commun., COM-19, Oct. 1971.
- [31] E. M. Miyoshi, C.A. Sanches, “Projetos de Sistemas de Rádio”. Ed. Erica, São Paulo, 2002
- [32] A. Papoulis, “Probability, Random Variables, and Stochastic Process”. 3^o edition, McGraw Hill Science, USA, 1991.
- [33] J.G. Proakis, “ Digital Communications”. 4^o edition, McGraw Hill Science, 2000.
- [34] S. A. Abrantes, “Descodificação Iterativa de Códigos LDPC por Transferência de mensagens em Gráficos de Factores”. Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Portugal, Julho 2005.
- [35] T. Richardson e R. Urbanke, “The Capacity of Low-Density Parity-Check Codes Under Message-Passing Decoding”, IEEE Transactions on Information Theory, vol. 47, n^o 2, pp. 599-618, Fevereiro 2001.
- [36] D. J. C. Mackay, Online database of low-density parity-check codes, Website. Disponível em: <http://www.inference.phy.cam.ac.uk/mackay/codes/data.html>. Acessado em abril de 2009.
- [37] S. Lin & D. J. Costello Jr, “Error Control Coding”. Prentice Hall, 2004.
- [38] F. C. Fossorier, “Reduced Complexity Iterative Decoding of Low-Density Parity Check Codes Based on Belief Propagation”. IEEE Transactions on Communications, Vol. 47, No. 5, Maio 1999.
- [39] P. G. Farrell; “Decoding Error-Control Codes with Soft Distance as the Metric”. Workshop on Mathematical Techniques in Coding Theory, Edinburgh, UK, 24th April, 2008.

- [40] Y. Mao e A. H. Banihashemi, “Decoding Low-Density Parity-Check Codes With Probabilistic Scheduling”, *IEEE Communication Letters*, vol. 5, nº 10, pp. 414-416, October 2001.
- [41] F. R. Kschischang, B. J. Frey e H. Loeliger, “Factor Graphs and the Sum-Product Algorithm”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, nº 2, pp. 498-519, February 2001.
- [42] T. Etzion, A. Trachtenberg e A. Vardy, “Which Codes Have Cycle-Free Tanner Graphs”, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 45, nº 6, pp. 2173-2181, September 1999.
- [43] J. A. McGowan e R. C. Williamson, “Loop Removal from LDPC Codes”, *IEEE Information Theory Workshop 2003, Paris, 2003*.
- [44] Wikipédia Website. Disponível em: <http://www.pt.wikipedia.org/wiki/PAL-M>. Acessado em agosto de 2009.
- [45] Documento de Implantação do SBTVD-T. Decreto Presidencial nº5.820, de 29.06.2006. [Website] Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2006/Decreto/D5820.htm. Acessado em Agosto de 2009.
- [46] G. G. R. Gomes, D. A. Guimarães e T. Pegoraro, “Definição de códigos, entrelaçamento e modulação”. SBTVD RFP 2004/18.1.4, Santa Rita do Sapucaí: Instituto Nacional de Telecomunicações (INATEL), 2005.
- [47] T. F. Pegoraro et. al. “Codificação LDPC em Sistemas de Televisão Digital”. *Revista Científica Periódica- Telecomunicações*, vol.09, nº 02, Julho de 2007.