



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**  
**Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação**  
**Departamento de Sistemas e Controle de Energia**

**Influência da Condutividade e Permissividade do Solo em Função da Frequência no Cálculo da Impedância Longitudinal e Admitância Transversal de Linhas Aéreas de Transmissão**

**Autor:** João Bosco Gertrudes

**Orientadora:** Profa. Dra. Maria Cristina Dias Tavares

Tese submetida à banca examinadora na Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação (FEEC), da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica com ênfase em Energia Elétrica.

**BANCA EXAMINADORA:**

Prof. Dra. Maria Cristina Dias Tavares - FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Carlos Manuel de Jesus Cruz Medeiros Portela – COPPE/UFRJ

Prof. Dr. Antonio Carlos Siqueira de Lima - COPPE/UFRJ

Prof. Dr. José Pissolato Filho - FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Luiz Carlos Pereira da Silva - FEEC/UNICAMP

Campinas/SP, Abril de 2010

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

G328i Gertrudes, João Bosco

Influência da Condutividade e Permissividade do Solo em função da frequência no Cálculo da Impedância Longitudinal e Admitância Transversal de Linhas Aéreas de Transmissão/ João Bosco Gertrudes. -- Campinas, SP: [s.n.], 2010.

Orientador: Maria Cristina Dias Tavares  
Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Condutividade elétrica. 2. Transitórios (Eletricidade). 3. Linhas elétricas aéreas. 4. Campos eletromagnéticos. 5. Dispositivos eletromagnéticos. I. Tavares, Maria Cristina Dias. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Título em Inglês: Influence of earth's conductivity and permittivity frequency dependence on longitudinal impedance and transversal admittance transmission line's parameters calculation

Palavras-chave em Inglês: Electrical conductivity, Transients (Electricity), Overhead electrical lines, Electromagnetic fields, Electromagnetic devices

Área de concentração: Energia Elétrica

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros Portela,  
Antônio Carlos Siqueira de Lima, Luiz Carlos Pereira da  
Silva, José Pissolato Filho

Data da defesa: 22/04/2010

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

**Candidato:** João Bosco Gertrudes

**Data da Defesa:** 22 de abril de 2010

**Título da Tese:** "Influência da Condutividade e Permissividade do Solo em Função da Frequência no Cálculo da Impedância Longitudinal e Admitância Transversal de Linhas Aéreas de Transmissão"

Profa. Dra. Maria Cristina Dias Tavares (Presidente):

*M. C. Dias Tavares*

Prof. Dr. Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros Portela:

*Carlos Portela*

Prof. Dr. Antonio Carlos Siqueira de Lima:

*Antonio Carlos Siqueira de Lima*

Prof. Dr. José Pissolato Filho:

*J. Pissolato Filho*

Prof. Dr. Luiz Carlos Pereira da Silva:

*Luiz C. P. da Silva*

## RESUMO

Esta tese tem como objetivo o desenvolvimento de modelos mais precisos para o cálculo de parâmetros elétricos de linhas aéreas de transmissão para estudos de transitórios na faixa de frequência 0 a 2 MHz. Esta faixa de frequência cobre a maioria das perturbações eletromagnéticas nos sistemas elétricos: energização, faltas simétricas e assimétricas, rejeições de carga, descargas atmosféricas, perturbações harmônicas, etc. Na faixa de frequência citada, em consequência da dependência dos parâmetros do solo com a frequência, a condutividade elétrica do solo ( $\sigma_g$ ) tem a mesma ordem de grandeza que o produto entre a frequência angular do sinal incidente no solo ( $\omega$ ) e a permissividade elétrica do solo ( $\epsilon_g$ ). Portanto, as suposições de baixa frequência tradicionalmente adotadas -  $\sigma_g$  constante e  $\omega\epsilon_g$  desprezível ( $\sigma_g \gg \omega\epsilon_g$ ) - podem levar a modelos que não representam de forma adequada a resposta da linha no caso de transitórios rápidos (com espectro de frequência acima de 1 kHz).

O objetivo central desta tese é verificar a influência da dependência dos parâmetros do solo no cálculo da impedância longitudinal e admitância transversal por unidade de comprimento em comparação com os modelos tradicionais de cálculo.

As análises são feitas inicialmente para o caso de um único condutor acima do solo e posteriormente através de um estudo para uma linha de transmissão trifásica, 440 kV, em operação no sistema elétrico brasileiro. As impedâncias longitudinais e as admitâncias transversais de retorno pelo solo são avaliadas através de métodos tradicionais de cálculo e através de integração numérica das formulações de Carson modificadas para inclusão do modelo de solo que considera a dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  em função da frequência.

**PALAVRAS-CHAVE:** parâmetros do solo, linha de transmissão, transitórios eletromagnéticos, dependência com a frequência.

## ABSTRACT

This thesis aims to propose more accurate models for calculating the electrical parameters of overhead power transmission lines. The influence of earth's conductivity and permittivity frequency dependence is evaluated when calculating transversal and longitudinal transmission lines' parameters in the frequency range 0 to 2 MHz. This frequency range covers the majority of the electromagnetic transients in electrical systems (switching transients, faults' transients, load rejections, harmonic disturbances, etc). Between 1 kHz to 2 MHz, the product of the signal angular frequency ( $\omega$ ) by the dielectric constant ( $\epsilon_g$ ) of the soil may have the same order of magnitude as the conductivity ( $\sigma_g$ ), due to the variation of these parameters with frequency. Therefore, the assumptions of low frequency traditionally used - the soil conductivity ( $\sigma_g$ ) considered as constant and  $\omega\epsilon_g$  that can be negligible ( $\sigma_g \gg \omega\epsilon_g$ ) - can lead to incorrect models that do not adequately represent the transmission line's response, in cases of fast transients phenomena (with frequency spectrum above 1 kHz).

The importance of properly considering the frequency dependent soil model is presented for the one-conductor case and for a single three-phase transmission line (440 kV, considered ideally transposed). The aim is to compare the transmission line parameters calculated considering the conductivity and  $\omega\epsilon_g$  frequency dependence ground model in relation to the common ground representation, with constant conductivity and  $\omega\epsilon_g$  that may be neglected. It is also compared the results obtained from the complex plane method with those obtained from the Carson's modified expressions for longitudinal parameters and between Carson's modified potential-coefficient correction factors and from the most common approximated methods for transversal admittance parameters.

**KEYWORDS:** soil model, line parameters, electromagnetic transients, frequency dependence.

*O objetivo da educação é inventar e reinventar a civilização sem barbárie (FLORESTAN FERNANDES)*

*Dedico este trabalho com apreço e gratidão à minha família, em especial aos meus pais, Manuel Gertrudes e Maria da Luz, meus irmãos, meus amigos e minha orientadora a Professora Dra. Maria Cristina. Eterna gratidão a todos pelo apoio e incentivos.*

*Este trabalho teve o apoio financeiro da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior)*



## **AGRADECIMENTOS**

- A Deus pela vida e oportunidade de aprender a cada dia um pouco mais.

- À professora Maria Cristina pela orientação, por suas idéias e sugestões, e pela confiança em mim depositada desde dos tempos de graduação e iniciação científica em São Carlos.

- Aos meus familiares que mesmo longe, sempre torceram, oraram e me incentivaram durante os meus estudos, agradeço também pela paciência e serenidade com que encararam a minha longa e interminável ausência.

- A todos, em especial os alunos e colegas do laboratório de simulação LABSIM (DSCE/UNICAMP) pela companhia diária, sugestões, críticas e discussões que contribuíram para melhorar o trabalho.

- Ao professor Carlos Portela por sua apreciável bibliografia a que tive acesso e aprendizado que estes me proporcionaram, tornando-se um dos pilares para desenvolvimento desta tese.

- A todos os meus amigos e colegas pela força, companhia e amizade sincera.

- Agradecimento especial ao apoio financeiro da CAPES, sem a qual não seria possível a realização desta tese.

- Agradecimento especial ao apoio financeiro do FAEF (Fundo de Apoio ao Ensino e à Formação do Governo de Cabo Verde), por concessão de bolsa de estudos para graduação em engenharia elétrica entre 1997 e 2002 – foi assim o começo da minha vida acadêmica e sem isso não estaria terminando mais esta etapa.

# SUMÁRIO

|   |        |
|---|--------|
| RESUMO.....   | V      |
| ABSTRACT.....   | VII    |
| AGRADECIMENTOS .....  | XV     |
| LISTA DE FIGURAS .....  | XXI    |
| LISTA DE TABELAS.....   | XXXV   |
| SIMBOLOGIA.....   | XXXVII |
| 1 CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO .....  | 1      |
| 1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS.....   | 1      |
| 1.2 MOTIVAÇÃO .....   | 5      |
| 1.3 OBJETIVOS DO ESTUDO .....   | 5      |
| 1.4 ORGANIZAÇÃO DA TESE.....  | 6      |
| 1.5 PUBLICAÇÕES DECORRENTES DESTE TRABALHO.....   | 8      |
| CAPÍTULO 2 – CÁLCULO DE PARÂMETROS LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E CONSIDERAÇÕES SOBRE A INFLUÊNCIA DA DEPENDÊNCIA DOS PARÂMETROS DO SOLO COM A FREQUÊNCIA..... | 9      |
| 2.1 INTRODUÇÃO: DINÂMICA DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO .....   | 9      |
| 2.2 MATRIZ DE IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO: CONSIDERAÇÕES E SUPOSIÇÕES DE CÁLCULO .....   | 13     |
| 2.2.1 MATRIZ DE IMPEDÂNCIA INTERNA LONGITUDINAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO .....  | 15     |
| 2.2.2 MATRIZ DE IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL EXTERNA TOTAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO .....  | 16     |
| 2.2.3 MATRIZ DE IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL EXTERNA TOTAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO: CONSIDERAÇÕES SOBRE A DEPENDÊNCIA DOS PARÂMETROS DO SOLO COM A FREQUÊNCIA .....                     | 17     |
| 2.2.3.1 INTEGRAIS DE CARSON (C-M) .....   | 17     |
| 2.2.3.2 INTEGRAIS CARSON/WISE/NAKAGAWA (C/W/N-M) .....  | 19     |
| 2.2.3.3 MÉTODO APROXIMADO DE SUNDE (S-M) .....  | 22     |

|  |           |
|--|-----------|
| 2.2.3.4 MÉTODO APROXIMADO DO PLANO COMPLEXO (DERI-M).....  | 22        |
| 2.3 MATRIZ DE ADMITÂNCIA TRANSVERSAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO: CONSIDERAÇÕES SOBRE A INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DO SOLO .....   | 28        |
| 2.3.1 INTEGRAIS DE CARSON/WISE/NAKAGAWA (C/W/N-M) .....  | 29        |
| 2.3.2 MÉTODO APROXIMADO DE ARISMUNANDAR (ARISM-M) .....  | 31        |
| 2.3.3 MÉTODO APROXIMADO DE TESCHE (T-M) .....  | 37        |
| 2.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....   | 37        |
| <b>CAPÍTULO 3: DEPENDÊNCIA DA CONDUTIVIDADE E PERMISSIVIDADE DO SOLO COM A FREQUÊNCIA: INCORPORAÇÃO DE ANÁLISE HARMÔNICA NOS PROCEDIMENTOS DE MEDIÇÃO EM CAMPO.....</b>  | <b>39</b> |
| 3.1 INTRODUÇÃO.....  | 39        |
| 3.2 DEPENDÊNCIA DA CONDUTIVIDADE E PERMISSIVIDADE DO SOLO COM A FREQUÊNCIA .....   | 39        |
| 3.2.1 MODELAGEM DOS PARÂMETROS DO SOLO COM DEPENDÊNCIA DA FREQUÊNCIA NA FAIXA 0 A 2 MHZ ....   | 40        |
| 3.2.2 METODOLOGIAS E PROCEDIMENTOS DE MEDIÇÃO EM CAMPO: CARACTERÍSTICAS DOS SINAIS DE TENSÃO E CORRENTE PROVENIENTE DE ENSAIOS EM AMOSTRAS DE SOLO.....  | 43        |
| 3.2.3 ANÁLISE HARMÔNICA APLICADA NOS PROCEDIMENTOS DE MEDIÇÃO EM CAMPO .....   | 46        |
| 3.3 RESULTADOS DO ENSAIO COM APLICAÇÃO DE ANÁLISE HARMÔNICA .....  | 48        |
| 3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....   | 51        |
| <b>CAPÍTULO 4: INFLUÊNCIA DA DEPENDÊNCIA DA CONDUTIVIDADE E PERMISSIVIDADE DO SOLO NO CÁLCULO DA ADMITÂNCIA TRANSVERSAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO – ANÁLISE PARA CASO DE CONDUTOR ÚNICO ACIMA DO SOLO .....</b> | <b>53</b> |
| 4.1 INTRODUÇÃO.....  | 53        |
| 4.2 RESULTADOS PARA O CASO DE CONDUTOR ÚNICO: COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE CÁLCULO .....  | 54        |
| 4.2.1 PARÂMETROS LONGITUDINAIS POR UNIDADE DE COMPRIMENTO.....   | 55        |
| 4.2.2 PARÂMETROS TRANSVERSAIS POR UNIDADE DE COMPRIMENTO .....   | 62        |
| 4.3 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM RELAÇÃO A DEPENDÊNCIA DE $\sigma_G$ e $\omega\epsilon_G$ EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA.....  | 70        |
| 4.3.1 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE: IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO .....   | 70        |
| 4.3.2 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE: ADMITÂNCIA TRANSVERSAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO .....  | 80        |

|  |     |
|--|-----|
| 4.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS CAUSAS DE ERROS COMUNS NOS RESULTADOS APRESENTADOS E DAS DIFERENÇAS PERCENTUAIS ENTRE OS MESMOS.....  | 87  |
| 4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....  | 104 |
| CAPÍTULO 5: ANÁLISE DE ERROS ASSINTÓTICOS ENTRE MODELOS APROXIMADOS E INTEGRAÇÃO NUMÉRICA DAS FORMULAÇÕES MODIFICADAS DE CARSON NO CÁLCULO DE PARÂMETROS LONGITUDINAIS E TRANSVERSAIS DE LINHA TRANSMISSÃO TRIFÁSICA ..... |     |
| 5.1 INTRODUÇÃO.....  | 107 |
| 5.2 COMPARAÇÃO ENTRE FORMULAÇÕES DE CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL E ENTRE FORMULAÇÕES DE CÁLCULO PARA ADMITÂNCIA TRANSVERSAL .....  | 109 |
| 5.2.1 COMPARAÇÃO ENTRE FORMULAÇÕES DERI-M E C/W/N-M NO CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO: ANÁLISE DE ERROS ASSINTÓTICOS.....   | 110 |
| 5.2.2 COMPARAÇÃO ENTRE FORMULAÇÕES C-M E C/W/N-M NO CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO: ANÁLISE DE ERROS ASSINTÓTICOS.....  | 114 |
| 5.2.3 COMPARAÇÃO ENTRE FORMULAÇÕES ARISM-M E C/W/N-M NO CÁLCULO DA ADMITÂNCIA TRANSVERSAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO COM INFLUÊNCIA DA DEPENDÊNCIA EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA DO SOLO.....                                    | 117 |
| 5.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....   | 123 |
| CAPÍTULO 6: ANÁLISE COMPARATIVA PARA DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DOS PARÂMETROS DO SOLO NO CÁLCULO DE PARÂMETROS LONGITUDINAIS E TRANSVERSAIS DA LINHA DE TRANSMISSÃO .....  |     |
| 6.1 INTRODUÇÃO.....  | 125 |
| 6.2 ANÁLISE COMPARATIVA PARA DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DOS PARÂMETROS DO SOLO NO CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL DE LINHA TRIFÁSICA .....   | 125 |
| 6.3 ANÁLISE COMPARATIVA PARA DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DOS PARÂMETROS DO SOLO NO CÁLCULO DA ADMITÂNCIA TRANSVERSAL DA LINHA TRIFÁSICA .....  | 131 |
| 6.4 ANÁLISE COMPARATIVA PARA DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DOS PARÂMETROS DO SOLO NOS PARÂMETROS DE PROPAGAÇÃO .....   | 135 |
| 6.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....   | 154 |
| CAPÍTULO 7: CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....  |     |
| 7.1 CONCLUSÕES.....  | 157 |
| 7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....  | 160 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....   | 163 |
| ANEXO A: DETALHES, CONSIDERAÇÕES E SUPOSIÇÕES NO CÁLCULO DAS MATRIZES DE IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL.....  | 169 |

|   |     |
|---|-----|
| A.1 – CÁLCULO DA MATRIZ DE IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO.....  | 170 |
| A.1.1 - CÁLCULO DA MATRIZ DE IMPEDÂNCIA INTERNA LONGITUDINAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO .....   | 170 |
| A.1.2 - CÁLCULO DA MATRIZ DE IMPEDÂNCIA EXTERNA LONGITUDINAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO NA<br>CONDIÇÃO DE SOLO E CONDUTORES IDEAIS – MÉTODO DAS IMAGENS ..... | 174 |

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 2.2.2. 1 - Ilustração para o cálculo da impedância devido ao retorno pelo solo, caso de dois condutores ( $k, m$ ) e respectivas imagens ( $k', m'$ ).....   | 16 |
| Figura 2.2.3.4. 1 - Conceito da impedância de retorno equivalente. (a) Definição da impedância do “loop” de retorno pelo solo. (b) definição da distância de retorno equivalente (DERI et al, 1981) ..... | 23 |
| Figura 2.2.3.4. 2 - Ilustração da propagação de onda numa “k-ésima” camada de solo em analogia à propagação de ondas em linhas de transmissão em cascata(DERI et al, 1981) .....                          | 25 |
| Figura 2.2.3.4. 3 - Aplicação do conceito do método do plano complexo para um sistema com mais de um condutor.....  | 28 |
| Figura 2.3.2. 1 - Etapas do método de aproximações sucessivas (ARISM-M).....  | 33 |
| Figura 3.2.1. 1 - Amostra de solo representada eletricamente por $m+1$ circuitos $R_k$ em série com capacitor $C_k$ , com admitância de cada ramo $W_k$ dado pela equação 3.2.1.1.....                    | 41 |
| Figura 3.2.2. 1 - Etapas da coleta de uma amostra de solo para medição em bancada (fotos: Amostra 3, Cachoeira Paulista, 01/08/2002).....   | 43 |
| Figura 3.2.2. 2 - Representação esquemática de uma amostra de solo e procedimento de medição em bancada de $\sigma_g + j\omega\epsilon_g$ no domínio da frequência.....                                   | 44 |
| Figura 3.2.2. 3 - Exemplos de sinais VR e VE provenientes das amostras 1 e 2 para 1 kHz.....  | 44 |
| Figura 3.2.2. 4 - Exemplos de sinais VR e VE provenientes das amostras 3 e 4 para 1 kHz.....  | 45 |
| Figura 3.2.2. 5 - Exemplos de sinais VR e VE provenientes das amostras 1 e 2 para 1 MHz.....  | 45 |
| Figura 3.2.2. 6 - Exemplos de sinais VR e VE provenientes das amostras 3 e 4 para 1 MHz.....  | 45 |
| Figura 3.2.3. 1 - Comparação entre sinais medido em campo e primeiro harmônico obtido via filtro passa baixas: 1 kHz e 2 MHz, amostra 3.....  | 47 |
| Figura 3.2.3. 2 - Comparação entre sinais medido em campo e primeiro harmônico obtido via FFT para 1kHz e 2 MHz – Amostra 3 .....   | 47 |
| Figura 3.3. 1 - Comparação em escala linear entre modelo e dados medidos em campo com tratamento do sinal – Amostras 1: (a) escala logarítmica; (b) escala linear .....                                   | 48 |
| Figura 3.3. 2 - Comparação em escala linear entre modelo e dados medidos em campo com tratamento do sinal – Amostras 2: (a) escala logarítmica; (b) escala linear .....                                   | 48 |
| Figura 3.3. 3 - Comparação em escala linear entre modelo e dados medidos em campo com tratamento do sinal – Amostras 3: (a) escala logarítmica; (b) escala linear .....                                   | 49 |
| Figura 3.3. 4 - Comparação em escala linear entre modelo e dados medidos em campo com tratamento do sinal – Amostras 4: (a) escala logarítmica; (b) escala linear .....                                   | 49 |
| Figura 3.3. 5 - Faixa de variação dos parâmetros $K_0$ das medições feitas em Cachoeira Paulista .....  | 50 |
| Figura 3.3. 6 - Faixa de variação dos parâmetros $K_1$ do solo de Cachoeira Paulista .....  | 50 |
| Figura 3.3. 7 - Faixa de variação dos parâmetros $\alpha_1$ do solo de Cachoeira Paulista.....  | 50 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 4.2.1. 1-Resistências interna, de retorno pelo solo e total – por unidade de comprimento: Comparação em escala logarítmica entre formulações aproximadas mais comuns na literatura (S-M e Deri-M) com o cálculo efetuado diretamente das formulações de Carson na forma integral (C-M e C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1) ..... | 55 |
| Figura 4.2.1. 2 - Resistências de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Comparação em escala linear entre formulações aproximadas mais comuns na literatura (S-M e Deri-M) com o cálculo efetuado diretamente das formulações de Carson na Forma integral (C-M e C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1) .....                       | 56 |
| Figura 4.2.1. 3 - Relação entre resistências: (a) solo/interna; (b) interna/total e solo/total. ....   | 58 |
| Figura 4.2.1. 4 - Indutâncias interna, de retorno pelo solo e total – por unidade de comprimento: Comparação em escala linear entre métodos de cálculo aproximado mais comuns na literatura (S-M e DERI-M) com o cálculo efetuado por integração numérica (C-M e C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1) .....                               | 59 |
| Figura 4.2.1. 5 - Indutância de retorno pelo solo: Comparação em escala linear entre formulações aproximadas mais comuns na literatura (S-M e Deri-M) com o cálculo efetuado diretamente das formulações de Carson na Forma integral (C-M e C/W/N-M). ....   | 60 |
| Figura 4.2.1. 6 - Relação entre indutâncias considerando diferentes métodos de cálculo: (a) solo/interna; (b) solo/externa. ....   | 60 |
| Figura 4.2.1. 7 - Relação percentual entre indutâncias considerando diferentes métodos de cálculo: (a) Interna/total; (b) Externa/total e solo/total.....  | 60 |
| Figura 4.3.1. 1 - Resistências de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ em função da frequência separadamente: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....                                    | 71 |
| Figura 4.3.1. 2 - Resistências de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ em função da frequência separadamente: Comparação em escala logarítmica para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....                               | 71 |
| Figura 4.3.1. 3 - Indutâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ em função da frequência separadamente: Comparação em escala logarítmica para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....                                | 72 |
| Figura 4.3.1. 4 - Módulo da Impedância de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência de $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ em função da frequência para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala logarítmica para as formulações (C/W/N-M) e (Deri-  |    |

|  |    |
|--|----|
| M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1) .....  | 73 |
| Figura 4.3.1. 5 - Módulo da Impedância de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência de $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ em função da frequência para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para as formulações (C/W/N-M) e (Deri-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1) .....  | 73 |
| Figura 4.3.1. 6 - Ângulo da Impedância de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Ângulo da Impedância de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência de $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ em função da frequência para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para as formulações (C/W/N-M) e (Deri-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)..... | 74 |
| Figura 4.3.1. 7 - Resistências de retorno pelo solo por unidade de comprimento.: Sensibilidade em relação à dependência de $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ . (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....  | 74 |
| Figura 4.3.1. 8 - Resistências de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Resistências de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência de $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ em função da frequência para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....                              | 75 |
| Figura 4.3.1. 9 - Comportamento da Resistência de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 0 Hz a 1 kHz para três casos distintos de representação do solo: Comportamento da Resistência de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 0 Hz a 1 kHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....  | 75 |
| Figura 4.3.1. 10 - Comportamento da Resistência de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 1 kHz a 10 kHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....  | 76 |
| Figura 4.3.1. 11 - Comportamento da Resistência de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 10 kHz a 100 kHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....  | 76 |
| Figura 4.3.1. 12 - Comportamento da Resistência de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 100 MHz a 2 MHz para três casos distintos de representação do solo: Comportamento da Resistência de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 100 MHz a 2 MHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação   |    |



|  |    |
|--|----|
| (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1) .....   | 77 |
| Figura 4.3.1. 13 - Indutâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência de $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ em função da frequência para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala logarítmica para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)..... | 78 |
| Figura 4.3.1. 14 - Comportamento da Indutância de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 0 a 1 kHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1) .....  | 78 |
| Figura 4.3.1. 15 - Comportamento da Indutância de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 1kHz a 10 kHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....  | 79 |
| Figura 4.3.1. 16 - Comportamento da Indutância de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 1kHz a 10 kHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....  | 79 |
| Figura 4.3.1. 17 - Comportamento da Indutância de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 1kHz a 10 kHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....  | 79 |
| Figura 4.3.2. 1 - Capacitâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ em função da frequência separadamente: Comparação em escala logarítmica. (a) Exemplo de solo de baixa resistividade e formulação (C/W/N-M); (b) Exemplo de solo de baixa resistividade e formulação (ARISM-M) - (Tabela 4.2.1). ..                       | 80 |
| Figura 4.3.2. 2 - Capacitâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ em função da frequência separadamente: Comparação em escala logarítmica. (a) Exemplo de solos de alta resistividade e formulação (C/W/N-M); (b) Exemplos de solos de alta resistividade e formulação (ARISM-M) - (Tabela 4.2.1)...                       | 81 |
| Figura 4.3.2. 3 - Capacitâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de $\sigma_g$ em função da frequência separadamente: Comparação em escala logarítmica entre ARISM-M e C/W/N-M. (a) Exemplos de solo de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de baixa resistividade - (Tabela 4.2.1).....  | 81 |
| Figura 4.3.2. 4 - Capacitâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de $\omega\epsilon_g$ em função da frequência separadamente: Comparação em  |    |

|   |    |
|---|----|
| escala logarítmica dos modelos ARISM-M e C/W/N-M. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....   | 82 |
| Figura 4.3.2. 5 - Capacitâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Comparação em escala logarítmica entre a formulação (C/W/N-M) e (ARISM-M) – “modelo completo”. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....   | 82 |
| Figura 4.3.2. 6 - Condutâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ em função da frequência: Comparação em escala logarítmica entre a formulação para os exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). (a) C/W/N-M; (b) ARISM -M.....   | 83 |
| Figura 4.3.2. 7 - Condutâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ em função da frequência separadamente: Comparação em escala logarítmica para solo de alta resistividade. (a) C/W/N-M; (b) ARISM-M.....   | 83 |
| Figura 4.3.2. 8 - Condutâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de $\sigma_g$ em função da frequência – com $\omega\epsilon_g = 0$ : Comparação em escala logarítmica entre ARISM-M e C/W/N-M. (a) Exemplos de solo de baixa resistividade; (b) Exemplos de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....              | 83 |
| Figura 4.3.2. 9 - Condutâncias transversais de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de $\omega\epsilon_g$ em função da frequência – com $\sigma_g = 0$ : Comparação em escala logarítmica entre ARISM-M e C/W/N-M. (a) Exemplos de solo de baixa resistividade; (b) Exemplos de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)..... | 84 |
| Figura 4.3.2. 10 - Condutâncias transversais de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Comparação em escala logarítmica entre a formulação (C/W/N-M) e (ARISM-M) – “modelo completo”. (a) Exemplos de solo de baixa resistividade; (b) Exemplos de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....  | 84 |
| Figura 4.3.2. 11 - Capacitância por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência de $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ em função da frequência para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala logarítmica para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solo de baixa resistividade; (b) Exemplos de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)..... | 85 |
| Figura 4.3.2. 12 - Capacitância por unidade de comprimento: Erro percentual entre modelo tradicional de cálculo e “modelo completo” com dependência dos parâmetros do solo com a frequência.....  | 86 |
| Figura 4.3.2. 13 - Capacitância por unidade de comprimento: Erro percentual entre modelo com condutividade constante e “modelo completo” com dependência dos parâmetros do solo com a frequência. ....  | 86 |
| Figura 4.3.2. 14 - Capacitância por unidade de comprimento: Erro percentual entre modelo hipotético (onde somente $\sigma$ varia com a frequência) e “modelo completo” com dependência dos parâmetros do solo com a frequência. ....  | 87 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 4.4. 1 - Partes reais e imaginárias dos fatores de correção da impedância longitudinal, $p_{k,m}$ :<br>Comparação entre os diferentes métodos de cálculo (DERI-M, C-M, C/W/N-M) com os parâmetros do solo dependentes da frequência. (a) Solo de baixa resistividade; (a) Solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....   | 92 |
| Figura 4.4. 2 - Partes reais e imaginárias dos fatores de correção da admitância transversal, $q_{k,m}$ :<br>Comparação entre os diferentes métodos de cálculo (DERI/T-M, C/T-M, C/W/N/T-M, ARISM-M, C/W/N-M) com os parâmetros do solo dependentes da frequência. (a) Solo de baixa resistividade; (a) Solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....                            | 93 |
| Figura 4.4. 3 - Partes reais e imaginárias dos fatores de correção da admitância transversal, $q_{k,m}$ :<br>Comparação entre os métodos de cálculo ARISM-M e C/W/N-M com os parâmetros do solo dependentes da frequência. (a) Solo de baixa resistividade; (a) Solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....  | 93 |
| Figura 4.4. 4 - Comparação entre as partes reais e imaginárias dos fatores de correção da impedância longitudinal, $p_{k,m}$ e da admitância transversal, $q_{k,m}$ (C/W/N-M). (a) Solo de baixa resistividade; (a) Solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1) .....   | 94 |
| Figura 4.4. 5 - Partes reais e imaginárias dos fatores de correção da impedância longitudinal, $p_{k,m}$ :<br>Comparação entre os métodos de cálculo DERI-M e C/W/N-M com os parâmetros do solo dependentes da frequência para uma variação de 50 % na altura do condutor. Solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1) .....  | 95 |
| Figura 4.4. 6 - Partes reais e imaginárias dos fatores de correção da admitância transversal, $q_{k,m}$ :<br>Comparação entre os métodos de cálculo ARISM-M e C/W/N-M com os parâmetros do solo dependentes da frequência para uma variação de 50 % na altura do condutor. Solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1) .....  | 96 |
| Figura 4.4. 7 - Partes reais e imaginárias dos fatores de correção da impedância longitudinal, $p_{k,m}$ (C/W/N-M): Sensibilidade em relação a representação do solo. Legenda: -- $\sigma_g = K_0$ ; -- $\sigma_g = K_0 + K_1 \omega^{al}$ ; -- “modelo completo”. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1) ..... | 96 |
| Figura 4.4. 8 - Partes reais dos fatores de correção da impedância longitudinal, $p_{k,m}$ (C/W/N-M): Sensibilidade em relação a representação do solo. Legenda: -- $\sigma_g = K_0$ ; -- $\sigma_g = K_0 + K_1 \omega^{al}$ ; -- “modelo completo”. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1) .....               | 97 |
| Figura 4.4. 9 - Partes imaginárias dos fatores de correção da impedância longitudinal, $p_{k,m}$ (C/W/N-M): Sensibilidade em relação a representação do solo. Legenda: -- $\sigma_g = K_0$ ; -- $\sigma_g = K_0 + K_1 \omega^{al}$ ; -- “modelo completo”. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1) .....         | 98 |
| Figura 4.4. 10 - Partes reais e imaginárias dos fatores de correção da admitância transversal, $q_{k,m}$ (C/W/N-M): Sensibilidade em relação a representação do solo. Legenda: -- $\sigma_g = K_0$ ; -- $\sigma_g = K_0 + K_1 \omega^{al}$ ; --   |    |

|   |     |
|---|-----|
| “modelo completo”. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade.....   | 99  |
| Figura 4.4. 11 - Partes reais dos fatores de correção da admitância transversal, $q_{k,m}(C/W/N-M)$ : Sensibilidade em relação a representação do solo. Legenda: -- $\sigma_g = K_0$ ; -- $\sigma_g = K_0 + K_1 \omega^{al}$ ; -- “modelo completo”. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade.....       | 99  |
| Figura 4.4. 12 - Partes imaginárias dos fatores de correção da admitância transversal, $q_{k,m}(C/W/N-M)$ : Sensibilidade em relação a representação do solo. Legenda: -- $\sigma_g = K_0$ ; -- $\sigma_g = K_0 + K_1 \omega^{al}$ ; -- “modelo completo”. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade..... | 100 |
| Figura 4.4. 13 - Condutância transversal por unidade de comprimento. Comparação entre os diferentes métodos de cálculo. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade.....  | 100 |
| Figura 4.4. 14 - Coeficiente de atenuação de amplitude. (a) Exemplo de solo de baixa resistividade; (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....   | 102 |
| Figura 4.4. 15 - Coeficiente de atenuação de amplitude: Erro ou diferença percentual entre a representação de solo com parâmetros dependentes da frequência e representação de solo ideal. (a) Exemplo de solo de baixa resistividade; (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....  | 102 |
| Figura 4.4. 16 - Coeficiente de atenuação de amplitude: Erro ou diferença percentual entre diferentes modelos de cálculo. (a) Exemplo de solo de baixa resistividade; (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....   | 103 |
| Figura 4.4. 17 - Coeficiente de fase. (a) Exemplo de solo de baixa resistividade; (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....   | 103 |
| Figura 4.4. 18 - Coeficiente de fase: Erro ou diferença percentual entre a representação de solo com parâmetros dependentes da frequência e representação de solo ideal. (a) Exemplo de solo de baixa resistividade; (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....  | 104 |
| Figura 4.4. 19 - Coeficiente fase: Erro ou diferença percentual entre diferentes modelos de cálculo. (a) Exemplo de solo de baixa resistividade; (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....  | 104 |
| Figura 5.2.1. 1 - Resistências modais em escala logarítmica: Comparação entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) - (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....                                    | 111 |
| Figura 5.2.1. 2 - Resistências modais em escala linear: Comparação entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....   | 112 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 5.2.1. 3 - Resistência modo homopolar: erro assintótico entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)– (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)  | 112 |
| Figura 5.2.1. 4 - Resistência modo não homopolar: erro assintótico entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)– (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)  | 112 |
| Figura 5.2.1. 5 - Indutâncias modais: Comparação entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)   | 113 |
| Figura 5.2.1. 6 - Indutância modo homopolar: erro relativo entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)– (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)  | 113 |
| Figura 5.2.1. 7 - Indutância modo não homopolar: erro relativo entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)   | 114 |
| Figura 5.2.2. 1 - Resistências modais em escala logarítmica: Comparação entre o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson (C-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)       | 115 |
| Figura 5.2.2. 2 - Resistências modais em escala linear: Comparação entre o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson (C-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)            | 115 |
| Figura 5.2.2. 3 - Resistência modo homopolar: erro assintótico entre o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson (C-M) e o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)    | 116 |
| Figura 5.2.2.4 - Resistência modo não homopolar: erro assintótico entre o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson (C-M) e o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1) | 116 |
| Figura 5.2.2. 5 - Indutâncias modais: Comparação entre o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson (C-M) e o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)                  | 116 |
| Figura 5.2.2. 6 - Indutância modo homopolar: entre o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson (C-M) e o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de  |     |

|  |     |
|--|-----|
| Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....   | 117 |
| Figura 5.2.2. 7 - Indutância modo não homopolar: erro relativo entre o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson (C-M) e o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)..... | 117 |
| Figura 5.2.3. 1 - Capacitância modo homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)   | 118 |
| Figura 5.2.3. 2 - Capacitância modo homopolar: erro relativo entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)  | 118 |
| Figura 5.2.3. 3 - Capacitância modo não homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)   | 119 |
| Figura 5.2.3. 4 - Capacitância modo não homopolar: erro relativo entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)  | 119 |
| Figura 5.2.3. 5 - Capacitância própria da fase equivalente: Comparação entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....   | 120 |
| Figura 5.2.3. 6 - Capacitância mútua da fase equivalente: Comparação entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....   | 120 |
| Figura 5.2.3. 7 - Condutâncias do modo homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....   | 121 |
| Figura 5.2.3. 8 - Condutâncias do modo não homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Solos de baixa resistividade; (b) Solos de alta resistividade; .....  | 121 |
| Figura 6.2. 1 - Resistências modais para exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1): Comparação entre M1 e M2: (a) cálculo utilizando a formulação de Deri (DERI-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....   | 126 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 6.2. 2 - Resistências modais para exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1): Comparação entre M1 e M2: (a) cálculo feito utilizando a formulação de Deri (DERI-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....  | 126 |
| Figura 6.2. 3- Resistências modais por unidade de comprimento. Erro percentual entre M1 e M2: (a) cálculo feito utilizando a formulação de Deri (DERI-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....   | 127 |
| Figura 6.2. 4- Indutâncias modais para exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1): Comparação entre M1 e M2: (a) cálculo utilizando a formulação de Deri (DERI-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M). ....  | 129 |
| Figura 6.2. 5 - Indutâncias modais para exemplos de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1): Comparação entre M1 e M2: (a) cálculo utilizando a formulação de Deri (DERI-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....  | 129 |
| Figura 6.2. 6 - Indutâncias modais por unidade de comprimento. Erro percentual entre M1 e M2: (a) cálculo feito utilizando a formulação de Deri (DERI-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....   | 129 |
| Figura 6.3. 1- Capacitância modo homopolar: Comparação entre M1 e M3: (a) cálculo utilizando a formulação (ARISM-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....  | 131 |
| Figura 6.3. 2 - Capacitância modo homopolar: Erro percentual entre M1 e M3: (a) cálculo utilizando a formulação (ARISM-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....  | 131 |
| Figura 6.3. 3 - Capacitância modo não homopolar: Comparação entre M1 e M3: (a) cálculo utilizando a formulação (ARISM-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....   | 132 |
| Figura 6.3. 4 - Capacitância modo não homopolar: Erro percentual entre M1 e M3: (a) cálculo utilizando a formulação (ARISM-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....  | 132 |
| Figura 6.3. 5 - Condutâncias modo homopolar: Comparação entre M1 e M3: (a) cálculo utilizando a formulação (ARISM-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....   | 133 |
| Figura 6.3. 6 - Condutâncias modo homopolar: Comparação entre M1 e M3: (a) cálculo utilizando a formulação (ARISM-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....   | 133 |
| Figura 6.4. 1 - Constante de atenuação modo homopolar –solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal..... | 135 |

- Figura 6.4. 2 - Constante de atenuação modo homopolar – solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre  $M1$  e  $M2$  e entre  $M1$  e  $M3$ : (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal. .... 135
- Figura 6.4. 3 - Constante de atenuação modo homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre  $M1$ ,  $M2$  e  $M3$ : (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal..... 136
- Figura 6.4. 4 - Constante de atenuação modo homopolar – solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre  $M1$  e  $M2$  e entre  $M1$  e  $M3$ : (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal..... 136
- Figura 6.4. 5 - Constante de atenuação modo homopolar – solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre  $M1$ ,  $M2$  e  $M3$ : (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal..... 137
- Figura 6.4. 6 - Constante de atenuação modo não homopolar – solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre  $M1$  e  $M2$  e entre  $M1$  e  $M3$ : (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal. .... 138
- Figura 6.4. 7 - Constante de atenuação modo não homopolar – solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre  $M1$ ,  $M2$  e  $M3$ : (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal..... 138
- Figura 6.4. 8 - Constante de atenuação modo não homopolar – solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre  $M1$  e  $M2$  e entre  $M1$  e  $M3$ : (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal. .... 139
- Figura 6.4. 9 - Constante de fase modo homopolar - solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre  $M1$ ,  $M2$  e  $M3$ : (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância



|  |     |
|--|-----|
| transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal.....   | 140 |
| Figura 6.4. 10 - Constante de fase modo homopolar - solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal.....     | 140 |
| Figura 6.4. 11 - Constante de fase modo homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1): Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal.....                     | 141 |
| Figura 6.4. 12 - Constante de fase modo homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1): Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal.....      | 141 |
| Figura 6.4. 13 - Constante de fase modo não homopolar - solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1): Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal.....                | 142 |
| Figura 6.4. 14 - Constante de fase modo não homopolar - solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal..... | 143 |
| Figura 6.4. 15 - Constante de fase modo não homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal.....                 | 143 |
| Figura 6.4. 16 - Constante de fase modo não homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal.....  | 144 |

- Figura 6.4. 17 - Velocidade de fase modo homopolar - solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal..... 145
- Figura 6.4. 18 - Velocidade de fase modo homopolar - solos de baixa resistividade(Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal..... 145
- Figura 6.4. 19 - Velocidade de fase modo homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal..... 146
- Figura 6.4. 20 - Velocidade de fase modo homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal..... 146
- Figura 6.4. 21 - Velocidade de fase modo não homopolar - solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal..... 147
- Figura 6.4. 22 - Velocidade de fase modo não homopolar - solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal. .... 148
- Figura 6.4. 23 - Velocidade de fase modo não homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal..... 148
- Figura 6.4. 24 - Velocidade de fase modo não homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância

|   |            |
|---|------------|
| <i>transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal.....</i>   | <i>149</i> |
| <i>Figura 6.4. 25 - Fator de atenuação de amplitude para 30, 50 e 300 km de linha, modo homopolar. Comparação entre M1, M2 e M3: (a) Solos baixa resistividade; (b) Solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....</i>   | <i>150</i> |
| <i>Figura 6.4. 26 - Fator de atenuação de amplitude para 30, 50 e 300 km de linha, modo não homopolar. Comparação entre M1, M2 e M3: (a) Solos de baixa resistividade; (b) Solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....</i>  | <i>151</i> |
| <i>Figura 6.4. 27 - Ganho de tensão em escala logarítmica para 30 km de linha, modo homopolar - solos de baixa resistividade: Comparação entre M1, M2 e M3: (a) cálculo utilizando as formulações (DERI-M) na longitudinal e (ARISM-M) na transversal; (b) cálculo utilizando as formulações (C/W/N-M) na longitudinal e na transversal .....</i> | <i>153</i> |
| <i>Figura 6.4. 28 - Ganho de tensão em escala semi-logarítmica para 30 km de linha, modo não homopolar. Comparação entre M1, M2 e M3: (a) Solos de baixa resistividade; (b) Solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....</i>   | <i>154</i> |
| <i>Figura 6.4. 29 - Ganho de tensão em escala logarítmica para 30 km de linha, modo não homopolar. Comparação entre M1, M2 e M3: (a) Solos de baixa resistividade; (b) Solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).....</i>  | <i>154</i> |

## LISTA DE TABELAS

|   |            |
|---|------------|
| <i>Tabela 4.2. 1 - Exemplos de modelos de solos de baixa e alta resistividade com parâmetros constantes e com dependência com a frequência, respectivamente .....</i>                                 | <i>54</i>  |
| <i>Tabela 4.2.1. 1 - Resistências internas, de retorno pelo solo e total: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para o caso de solos de baixa resistividade .....</i>                        | <i>56</i>  |
| <i>Tabela 4.2.1. 2 - Resistências interna, de retorno pelo solo e total: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para o caso de solos de alta resistividade .....</i>                          | <i>57</i>  |
| <i>Tabela 4.2.1. 3 - Indutância interna, externa (solo ideal) e de retorno pelo solo: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para o caso de solos de baixa resistividade .....</i>            | <i>61</i>  |
| <i>Tabela 4.2.1. 4 - Indutância interna, externa (solo ideal) e de retorno pelo solo: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para o caso de solos de alta resistividade .....</i>             | <i>62</i>  |
| <i>Tabela 4.2.2. 1 - Capacitâncias: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para o caso de solos de baixa resistividade .....</i>  | <i>68</i>  |
| <i>Tabela 4.2.2. 2 - Capacitâncias: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para o caso de solos de alta resistividade.....</i>  | <i>69</i>  |
| <i>Tabela 4.2.2. 3 - Condutâncias por unidade de comprimento: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para os exemplos de solos de baixa resistividade .....</i>                               | <i>69</i>  |
| <i>Tabela 4.2.2. 4 - Condutâncias por unidade de comprimento: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para os exemplos de solos de baixa resistividade .....</i>                               | <i>70</i>  |
| <i>Tabela 5.2.3.1 - Comparação de valores de capacitância para solo de baixa resistividade considerando os dois modelos para correção da admitância transversal.....</i>                              | <i>122</i> |
| <i>Tabela 5.2.3. 2 - Comparação de valores de capacitância para solo de alta resistividade considerando os dois modelos para correção da admitância transversal.....</i>                              | <i>122</i> |
| <i>Tabela 6.2. 1 - Resistências do modo homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....</i> | <i>127</i> |
| <i>Tabela 6.2. 2 - Resistências modo não homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação de Deri(DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson(C/W/N-M).....</i>  | <i>128</i> |
| <i>Tabela 6.2. 3 - Indutâncias modo homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....</i>     | <i>130</i> |
| <i>Tabela 6.2. 4 - Indutâncias modo não homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....</i> | <i>130</i> |
| <i>Tabela 6.3. 1 - Capacitância modo homopolar: Comparação e entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....</i>         | <i>134</i> |
| <i>Tabela 6.3. 2 - Capacitância modo não homopolar: Comparação e entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M).....</i>     | <i>134</i> |

|  |            |
|--|------------|
| <i>Tabela 6.4. 1 - Constante de atenuação modo homopolar Comparação entre M1, M2 e M3.....</i>                                   | <i>137</i> |
| <i>Tabela 6.4. 2 - Constante de atenuação modo não homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3 .....</i>                             | <i>139</i> |
| <i>Tabela 6.4. 3 - Constante de fase modo homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3 .....</i>                                      | <i>142</i> |
| <i>Tabela 6.4. 4 - Constante de fase modo não homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3 .....</i>                                  | <i>144</i> |
| <i>Tabela 6.4. 5 -Velocidade de fase modo homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3.....</i>                                       | <i>147</i> |
| <i>Tabela 6.4. 6 - Velocidade de fase modo não homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3.....</i>                                  | <i>149</i> |
| <i>Tabela 6.4.7 - Fator de atenuação de amplitude para 30 km de linha modo homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3.....</i>      | <i>151</i> |
| <i>Tabela 6.4.8 - Fator de atenuação de amplitude para 30 km de linha não modo homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3 .....</i> | <i>152</i> |

# SIMBOLOGIA

| SÍMBOLO           | DESCRIÇÃO   |
|-------------------|---|
| [A]               | matriz de coeficientes, que depende da geometria da linha   |
| $a_{l-fd}$        | coeficiente de Carson/Wise/Nakagawa modificado (C/W/N-M)  |
| $\alpha$          | constante de atenuação da linha   |
| $\alpha_1$        | parâmetro do modelo que determina da dependência da frequência ( $0 < \alpha_1 < 1$ )   |
| $\beta$           | constante de fase da linha  |
| [C]               | matriz de capacitâncias por unidade de comprimento  |
| $C_0$             | capacitâncias do modo homopolar por unidade de comprimento  |
| $C_1$             | capacitâncias do modo não homopolar por unidade de comprimento  |
| CE                | placas de cobre com ajuste de pressão   |
| [D]               | matriz de distância entre condutor k e imagem do condutor m   |
| [d]               | matriz de distâncias entre condutores k e m   |
| $d_{l_{km}}$      | distância lateral entre condutores k e m  |
| $d'$              | profundidade complexa equivalente do método do método do plano complexo   |
| $\delta l$        | comprimento da amostra de solo  |
| $\delta s$        | área de uma amostra de solo   |
| <b>E</b>          | vetor campo elétrico  |
| $\epsilon$        | permissividade do ar, aproximadamente igual a do vácuo (8,85 pF/m)  |
| $\epsilon_g$      | permissividade do solo  |
| f                 | frequência em Hz  |
| FA <sub>0</sub>   | fator de atenuação da linha de transmissão – modo homopolar   |
| FA <sub>1</sub>   | fator de atenuação da linha de transmissão – modo não homopolar   |
| $\phi$            | vetor potencial de Hertz  |
| [G]               | matriz de condutâncias por unidade de comprimento   |
| $\gamma$          | coeficiente de propagação na linha de transmissão   |
| $\gamma_0$        | coeficiente de propagação no ar   |
| $\gamma_i$        | coeficiente de propagação na linha relativa às correntes  |
| $\gamma_v$        | coeficiente de propagação na linha relativa às tensões  |
| $\gamma_g$        | coeficiente de propagação no solo   |
| $\gamma_{g-fd}$   | coeficiente de propagação no solo nas formulações C/W/N-M   |
| <b>H</b>          | vetor intensidade de campo magnético  |
| h                 | altura média do condutor em relação ao solo ( caso de condutor único)   |
| $h_k$             | altura média do k <sup>-ésimo</sup> condutor em relação ao solo   |
| $h_m$             | altura média do m <sup>-ésimo</sup> condutor em relação ao solo   |
| $I_n(x)$          | função modificada de Bessel de primeira espécie, ordem n, e com argumento x   |
| [I]               | vetor de correntes longitudinais na linha de transmissão  |
| [I <sub>g</sub> ] | vetor de correntes longitudinais no terminal de geração   |
| [I <sub>r</sub> ] | vetor de correntes longitudinais no terminal receptor   |
| [I <sub>m</sub> ] | vetor de correntes longitudinais modais   |
| j                 | número imaginário puro ( $j = \sqrt{-1}$ )  |
| J                 | densidade de corrente de condução   |
| k                 | k <sup>-ésimo</sup> condutor  |
| $K_n(x)$          | função modificada de Bessel de segunda espécie, ordem n, e com argumento x  |
| $K_0$             | condutividade de baixa frequência no modelo de solo   |
| $K_1$             | parâmetro de proporcionalidade da dependência com a frequência da condutividade e do produto entre frequência angular do sinal e constante dielétrica |
| [L]               | matriz de indutâncias por unidade de comprimento  |
| L <sub>int</sub>  | indutância interna por unidade de comprimento   |

|                     |   |
|---------------------|---|
| $L_{\text{solo}}$   | indutância de retorno pelo solo por unidade de comprimento                                  |
| $L_{\text{total}}$  | indutância total por unidade de comprimento   |
| $L_0$               | indutância total por unidade de comprimento – modo homopolar                                |
| $L_1$               | indutância total por unidade de comprimento – modo não homopolar                            |
| $m$                 | $m^{\text{-ésimo}}$ condutor  |
| $\mu$               | permeabilidade do ar, aproximadamente igual a do vácuo ( $4\pi 10^{-7}$ H/m)                |
| $\mu_c$             | permeabilidade magnética do condutor  |
| $\mu_g$             | permeabilidade magnética do solo  |
| $n$                 | número total de condutores da linha de transmissão  |
| $\eta_g$            | impedância intrínseca do solo   |
| [P]                 | matriz de coeficientes de potencial corrigida   |
| $p_{(x,y)}$         | fator de correção na impedância devido ao retorno pelo solo considerado um meio com perdas  |
| Q                   | carga elétrica no condutor por unidade de comprimento                                       |
| $q_{(x,y)}$         | fator de correção na admitância devido ao retorno pelo solo considerado um meio com perdas  |
| [q]                 | matriz de termos de correção na matriz de coeficientes de potencial                         |
| $R_0$               | raio interno do condutor (alma de aço)  |
| $R_1$               | raio externo do condutor  |
| [R]                 | matriz de resistências totais por unidade de comprimento                                    |
| $R_{\text{int}}$    | resistência interna por unidade de comprimento  |
| $R_{\text{solo}}$   | resistência de retorno pelo solo por unidade de comprimento                                 |
| $R_{\text{total}}$  | resistência total por unidade de comprimento  |
| $R_0$               | resistência total por unidade de comprimento – modo homopolar                               |
| $R_1$               | resistência total por unidade de comprimento – modo não homopolar                           |
| $\sigma_c$          | condutividade do condutor   |
| $\sigma_g$          | condutividade do solo   |
| [T <sub>i</sub> ]   | matriz de transformação modal associada ao vetor de corrente                                |
| [T <sub>v</sub> ]   | matriz de transformação modal associada ao vetor de tensão                                  |
| $\tau_{l-fd}$       | coeficiente de Carson/Wise/Nakagawa modificado (C/W/N-M)                                    |
| [V]                 | vetor de tensões transversais   |
| [V <sub>g</sub> ]   | vetor de tensões transversais no terminal de geração  |
| [V <sub>r</sub> ]   | vetor de tensões transversais no terminal receptor  |
| [V <sub>m</sub> ]   | vetor de tensões transversais modais  |
| VE                  | queda de tensão medida entre eletrodos inseridos na amostra                                 |
| VR                  | queda de tensão através do resistor de valor conhecido em série com a amostra de solo       |
| [Y]                 | matriz de admitância transversal total por unidade de comprimento                           |
| [Y <sub>g</sub> ]   | matriz de admitância transversal de retorno pelo solo por unidade de comprimento            |
| [Y <sub>c</sub> ]   | matriz de admitância transversal total por unidade de comprimento corrigida                 |
| [Y <sub>0</sub> ]   | matriz de admitância transversal do modo homopolar por unidade de comprimento corrigida     |
| [Y <sub>1</sub> ]   | matriz de admitância transversal do modo não homopolar por unidade de comprimento corrigida |
| [Z]                 | matriz de impedância longitudinal total por unidade de comprimento                          |
| [Z <sub>int</sub> ] | matriz de impedância interna por unidade de comprimento                                     |
| [Z <sub>ext</sub> ] | matriz de impedância externa por unidade de comprimento (solo ideal)                        |
| [Z <sub>g</sub> ]   | matriz de impedância de retorno pelo solo por unidade de comprimento                        |
| [Z <sub>0</sub> ]   | matriz de impedância total – modo homopolar   |
| [Z <sub>1</sub> ]   | matriz de impedância total – modo não homopolar   |
| W                   | imitância do solo em formulação complexa  |
| $\omega$            | frequência angular  |

## ABREVIATURAS

**ATP** – Programa de simulação de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia elétrica (do inglês Alternative Transient Programs).

**ARISM-M** – Método de aproximações sucessivas de Arismunandar modificada.

**ASCR** – Cabo de alumínio com alma de aço (do inglês Aluminium-Steel Cable Riforced).

**DERI-M** – Método do plano complexo modificado.

**C-M** – Formulação de Carson modificada para avaliação da impedância de retorno pelo solo.

**C/T-M** - Formulação de Carson modificada para avaliação da admitância de retorno pelo solo com a aproximação de Tesche.

**C/W/N-M** - Formulação de Carson/Wise/Nakagawa modificada para avaliação da impedância de retorno pelo solo.

**C/W/N/T-M** - Formulação de Carson/Wise/Nakagawa modificada para avaliação da impedância de retorno pelo solo.

**EMC** – Compatibilidade Eletromagnética (do inglês Eletromagnetic Compactibility).

**EMTP** - Família de programas de simulação de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia elétrica (do inglês electromagnetic transients programs).

**FFT** – Transformada rápida de Fourier (do ingles Fast Fourier Transform)

**LT** – Abreviação de linha de transmissão

**S-M** – Formulação de Sunde modificada para avaliação da impedância de retorno pelo solo.

**S/T-M** - Formulação de Sunde modificada para avaliação da admitância de retorno pelo solo com a aproximação de Tesche.



# 1 CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Para estudos de transitórios eletromagnéticos em linhas aéreas de transmissão de energia elétrica é necessária a correta representação do comportamento da linha de transmissão quando submetida à perturbações. Os modelos matemáticos das linhas são cada vez mais complexos, porém é importante representar adequadamente a permeabilidade magnética, a condutividade ( $\sigma_g$ ) e o produto da frequência angular do sinal ( $\omega$ ) incidente no solo pela permissividade elétrica do solo ( $\epsilon_g$ ). É comum encontrarmos na literatura estudos que consideram  $\sigma_g$  constante e desprezam o produto  $\omega\epsilon_g$  ( $\sigma_g \gg \omega\epsilon_g$ ). Estas suposições são válidas somente no caso de campos eletromagnéticos quase-estacionários, ou seja, uma condição válida para baixas frequências. Porém,  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  são fortemente dependentes da frequência, e as suposições citadas podem levar a modelos que não representam de forma adequada a resposta da linha no caso de transitórios rápidos (por exemplo causados por descargas atmosféricas). Na faixa de frequência de 0 a 2 MHz, e mais especificamente entre 1 kHz e 2 MHz, a condutividade elétrica do solo ( $\sigma_g$ ) tem a mesma ordem de grandeza que  $\omega\epsilon_g$  - em consequência da dependência desses parâmetros com a frequência.

O problema da propagação de campos ao longo de uma linha de transmissão composta por um único condutor acima do solo (com perdas) foi inicialmente estudado por CARSON (1926). As expressões de Carson para avaliação da impedância de retorno pelo solo foram derivadas com algumas suposições ou limitações: (i) solo como meio linear isotrópico e homogêneo com permeabilidade magnética relativa unitária e permissividade relativa unitária<sup>1</sup>; (ii) propagação instantânea e sem atenuação na direção axial ao eixo do condutor; (iii) condição de baixa frequência (condutividade do solo constante e  $\omega\epsilon_g$  desprezível). As restrições da formulação inicial de Carson implicam em soluções com razoável precisão até 1 MHz, dependendo ainda da configuração de condutores na torre, características do solo, dimensões do circuito e comprimento de onda do sinal.

Seguindo a mesma linha de pesquisa, Wise publicou extensões nas integrais de Carson em 1931 e 1934. No primeiro trabalho (WISE, 1931) foram apresentadas correções para

---

<sup>1</sup> Na formulação original Carson considerou  $\mu_g$  eventualmente diferente de  $\mu_0$ . Porém, verificou-se posteriormente (CARSON, 1928) que a formulação era válida somente se  $\mu_g = \mu_0$ .

inclusão da permissividade do solo nas formulações de Carson, ou seja, resolvendo o problema da condição de baixa frequência. Até então, as formulações eram relativas ao cálculo da impedância de retorno pelo solo. No segundo trabalho (WISE, 1934) foram derivados os fatores de correção para admitância transversal com base no conceito de potenciais de Hertz, considerando o solo como plano condutor imperfeito.

Os primeiros resultados numéricos com as modificações nas formulações de Carson sugeridas por Wise para correção da admitância transversal, surgem em 1948 (WISE, 1948) e 1956 (KIKUCHI, 1956). Os cálculos foram feitos com expansão em série da integral infinita de Carson para o caso de um único condutor acima do solo.

Convém também destacar trabalhos posteriores aos de Wise que derivam as soluções completas da propagação de ondas em linhas de transmissão - supondo propagação exponencial, condutores ideais paralelos entre si e ao solo homogêneo e perfeitamente plano e sem restrições quanto a representação de seus parâmetros (WEDEPOHL *et al*, 1978), (EFTHYMIADIS *et al*, 1978). A generalidade das expressões obtidas é garantida pelo recurso ao conceito do vetor potencial de Hertz (soma complementar das componentes dos vetores campo elétrico (**E**) transversal e magnético (**H**) transversal em cada uma das regiões – ar e solo), bem como, da satisfação das condições de fronteira entre os diferentes meios.

A determinação das correções tanto para a impedância longitudinal quanto para a admitância transversal era na época relativamente trabalhosa, já que dependiam de integrações infinitas com argumentos complexos. A dificuldade de implementação computacional e avaliação das integrais infinitas tornou-se, na época, a principal motivação de diversas pesquisas subsequentes.

ARISMUNANDAR (1963) propôs um estudo com termos de correção na matriz de coeficientes de potencial e conseqüentemente na admitância transversal para um sistema com  $n$ -condutores. Os fatores de correção foram calculados a partir de sucessivas aproximações baseadas no método das imagens.

Em 1981, surgiu um dos primeiros trabalhos com resultados numéricos calculados via integração numérica das formulações de Carson/Wise com correções simultaneamente na impedância longitudinal e admitância transversal (NAKAGAWA, 1981).

Os fatores de correção de Nakagawa foram derivados a partir do conceito de vetor potencial de Hertz - com modificações nas expressões de Carson/Wise – resolvendo as

restrições de representação dos parâmetros do solo. Nakagawa comparou os resultados obtidos com os de WEDEPOHL/EFTHYMIADIS e conclui que o pico acentuado de perdas observado nos trabalhos do referido autor era devido a não consideração da correção na admitância transversal. Além disso, apresenta resultados que mostram que os fatores de correção derivados a partir do conceito do vetor potencial de Hertz – com correção também na admitância transversal - apresentam resultados com maior precisão quando comparados com resultados obtidos pelo método de WEDEPOHL/EFTHYMIADIS.

Nakagawa conclui que a desconsideração dos termos de correção na admitância resulta em constantes de atenuação com erros consideráveis em relação aos modelos que desprezam a influência do solo na admitância transversal.

Com relação ao cálculo da impedância longitudinal, convém destacar o trabalho da DERI *et al* (1981) que introduz o conceito de impedância equivalente de retorno pelo solo e o método do plano complexo, seguindo a mesma linha de pesquisa na busca de soluções para a integral infinita de Carson. Tratam-se de aproximações assintóticas das integrais de Carson cuja precisão depende da frequência do sinal, raio dos condutores, configuração dos condutores na torre e dos parâmetros do solo ( $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$ ). O método proposto é de fácil implementação computacional, amplamente utilizado, mas os erros assintóticos devem ser avaliados para cada caso particular.

Em todos os trabalhos anteriormente citados não se considera a dependência da condutividade e da parcela  $\omega\epsilon_g$  do solo com a frequência no cálculo da impedância longitudinal e da admitância transversal de retorno pelo solo.

PORTELA (1997) apresenta no final da década de 90 estudos e procedimentos para modelagem matemática e de medição em campo dos parâmetros do solo em função da frequência, na faixa de 0 a 2 MHz. A referida modelagem satisfaz as condições de coerência física em relação a propagação dos campos eletromagnéticos no solo considerando a dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  com a frequência, com resultados analisados em 68 amostras de solo na Região Amazônica e posteriormente em 10 amostras de solo na região de Cachoeira Paulista/SP (GERTRUDES, 2005). O modelo físico representa a dependência da condutividade e  $\omega\epsilon_g$  através de ajuste de parâmetros a partir das medições de campo.

Trabalhos subsequentes, com base no método do plano complexo modificado (PORTELA *et al*, 2002), (PORTELA *et al*, 2003), (PORTELA *et al*, 2006) evidenciaram a

importância de considerar a dependência dos parâmetros do solo com a frequência no cálculo da impedância longitudinal. A dependência dos parâmetros do solo com a frequência tem influência significativa nos parâmetros de propagação e resposta da linha na faixa de frequência até 1 MHz. Nos referidos trabalhos, a admitância transversal foi calculada na condição de solo ideal.

Esta pesquisa vem na seqüência dos trabalhos citados, tendo como principal motivação verificar a influência da dependência da condutividade e da parcela  $\omega\epsilon_g$  do solo com a frequência tanto na impedância longitudinal quanto na admitância transversal de linhas aéreas de transmissão.

Inicialmente foi realizado um estudo para o caso de um único condutor acima do solo visando uma análise de sensibilidade em relação à diferentes formas de representação dos parâmetros do solo no cálculo de parâmetros longitudinais e transversais de LT's. São feitas comparações entre os cálculos efetuados a partir das diversas formulações aproximadas mais utilizadas na literatura e a partir da integração numérica das integrais completas de Carson, modificadas para inclusão do modelo de solo com dependência da frequência. Em seguida, as comparações foram feitas para o caso de uma linha de transmissão trifásica simples, 440 kV, considerada idealmente transposta objetivando a determinação de modelos de cálculo com menor grau de aproximação e que incorporam adequadamente a dependência do solo com a frequência tanto na matriz de parâmetros longitudinais quanto na matriz de parâmetros transversais – o que é adequado para uma melhor avaliação de transitórios em linhas de transmissão na faixa de frequência de 0 a 2 MHz.

No estudo de caso de linha trifásica, a impedância de retorno pelo solo é calculada através do método aproximado do plano complexo (**DERI-M**) e através da integração numérica das formulações de Carson/Wise/Nakagawa modificadas (**C/W/N-M**). Além de serem avaliadas as diferenças percentuais entre os modelos de cálculo que consideram os parâmetros do solo constantes, foram também avaliados os erros assintóticos entre os cálculos efetuados pelos métodos aproximados e pela integração numérica das formulações de Carson – estas com as devidas modificações para inclusão do modelo de solo que considera a dependência da condutividade e permissividade em função da frequência.

A admitância de retorno pelo solo também foi avaliada por dois métodos distintos - método de aproximações sucessivas de ARISMUNANDAR (**ARISM-M**) e diretamente através da integração numérica das formulações **C/W/N-M** para efeitos de comparação.

## 1.2 MOTIVAÇÃO

Esta pesquisa vem na seqüência de trabalhos anteriormente realizados com o intuito de obter modelos de cálculo de parâmetros de linhas de transmissão com maior grau de precisão para estudos de transitórios em linhas aéreas de transmissão na faixa de frequência 0 a 2 MHz. Tem como motivação principal: contribuir para uma melhor avaliação da influência da condutividade e da parcela  $\omega\epsilon_g$  do solo em função da frequência no cálculo de parâmetros longitudinais e transversais por unidade de comprimento de linhas aéreas de transmissão. A avaliação é feita através de integração numérica das integrais de Carson modificadas em comparação com modelos tradicionais de cálculo aproximado em que a condutividade do solo é assumida constante e independente da frequência e o produto  $\omega\epsilon_g$  considerado nulo tendo em conta a condição de baixa frequência ( $\sigma_g \gg \omega\epsilon_g$ ).

## 1.3 OBJETIVOS DO ESTUDO

Comparar e discutir as principais formulações encontradas na literatura justificando modificações que permitam a inclusão da dependência dos parâmetros do solo com a frequência.

Verificar e comparar divergências entre as formulações que consideram os parâmetros do solo constantes em relação à modelagem que consideram a dependência dos parâmetros do solo com a frequência, com a correção devido ao retorno pelo solo também na admitância transversal.

Avaliar os erros assintóticos decorrentes das simplificações das formulações de cálculo da impedância longitudinal por unidade de comprimento e admitância transversal por unidade de comprimento quando os parâmetros do solo são considerados dependentes da frequência.

Verificar e comparar através de estudos de caso a influência da dependência dos parâmetros do solo com a frequência nos parâmetros de propagação e resposta de linha de transmissão, comparando diferentes representações usuais dos parâmetros do solo.

## 1.4 ORGANIZAÇÃO DA TESE

Visando atingir os objetivos descritos no item anterior, o restante do trabalho foi organizado em mais seis capítulos conforme descrição a seguir apresentada.

No capítulo 2 apresentamos revisão bibliográfica dos aspectos físicos e modelos de cálculo de parâmetros de linhas aéreas de transmissão no domínio da frequência. São discutidas e apresentadas as considerações sobre a inclusão da dependência dos parâmetros do solo com a frequência nos métodos aproximados e nas integrais de Carson para avaliação da impedância longitudinal e admitância transversal de retorno pelo solo.

No capítulo 3 apresentamos revisão dos aspectos físicos e modelagem matemática da dependência dos parâmetros do solo com a frequência. Contribuições nos procedimentos de medição em campo são abordados, tendo como exemplo, um resumo do ensaio de campo com amostras coletadas na Região de Cachoeira Paulista/SP. Trata-se da incorporação de análise harmônica dos sinais medidos em campo – com o objetivo de identificar a componente do sinal com frequência (previamente conhecida através do gerador de funções) correspondente ao “sinal injetado” na amostra de solo, e a subsequente medição das amplitudes e fases de tensão e corrente sem a presença de possíveis ruídos.

No capítulo 4 apresentamos um estudo da influência da dependência dos parâmetros do solo com a frequência na avaliação da impedância longitudinal e admitância transversal por unidade de comprimento de uma linha composta por um único condutor acima do solo, tendo como objetivos:

- Uma comparação relativa entre as diversas formulações aproximadas mais utilizadas na literatura e as formulações completas de Carson modificadas para inclusão do modelo de solo com dependência da frequência visando identificar os métodos de cálculo com menor grau de aproximações;
- Uma análise de sensibilidade comparando diferentes formas de representação dos parâmetros do solo na avaliação da impedância longitudinal e admitância transversal da linha; o intuito é o de identificar faixas de frequência onde a representação da dependência dos parâmetros do solo com a frequência é importante na avaliação dos parâmetros da linha.

No capítulo 5 é apresentada uma análise das diferenças assintóticas entre resultados obtidos a partir dos modelos aproximados e via integração numérica das formulações modificadas de Carson/Wise/Nakagawa na avaliação dos parâmetros longitudinais e transversais de uma linha transmissão trifásica real em operação no sistema elétrico brasileiro.

Os métodos aproximados fazem parte de uma série de pesquisas subseqüentes aos estudos de Carson e que tinham como objetivo o desenvolvimento de métodos que permitissem a avaliação das integrais infinitas e com argumentos complexos. Além disso, pesquisas subseqüentes às de Carson que tinham como objetivo a solução das principais limitações e suposições adotadas por Carson resultaram em integrais mais apropriadas e com menor grau de aproximações. Os erros relativos devido às aproximações são também avaliados neste capítulo.

No capítulo 6 é apresentada uma análise comparativa da influência do solo no cálculo da impedância longitudinal e admitância transversal por unidade de comprimento, constantes de atenuação, constantes de fase, velocidade de propagação, fatores de atenuação de amplitude e ganho de tensão da linha trifásica em vazio, considerando os três métodos comuns de representação dos parâmetros do solo na avaliação dos parâmetros da linha de transmissão:

- condutividade do solo constante e  $\omega\epsilon_g$  nulo, com a correção devido ao retorno pelo solo somente na matriz de impedância longitudinal, enquanto a admitância transversal é calculada na condição de solo ideal;
- Considerando a dependência da condutividade e da parcela  $\omega\epsilon_g$  do solo com a frequência, com correção devido ao retorno pelo solo no cálculo da matriz de impedância longitudinal enquanto que a admitância transversal é calculada na condição de solo ideal;
- Considerando a dependência da condutividade e da parcela  $\omega\epsilon_g$  do solo com a frequência, com correção devido ao retorno pelo solo no cálculo da matriz de impedância longitudinal e no cálculo da admitância transversal;

São avaliadas as diferenças percentuais entre as diferentes representações no domínio modal e a importância da correta representação do solo nos parâmetros transversais nos parâmetros de propagação e conseqüentemente, na resposta transitória da linha de transmissão.

No capítulo 7, concluímos a respeito dos resultados obtidos evidenciando as principais contribuições da tese e propondo trabalhos futuros para dar continuidade aos resultados aqui apresentados.

## 1.5 PUBLICAÇÕES DECORRENTES DESTE TRABALHO

1 - J. B. GERTRUDES, M.C. TAVARES, C. PORTELA, “Influence of Accurate Soil Representation for Transmission-Line Parameters: Analyses Based on Carson’s Modified Formulations”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, submetido em 03 de nov. 2009.

2 - J. B. GERTRUDES, M.C. TAVARES, C. PORTELA, “Influence of Accurate Soil Representation for Longitudinal and Transversal Transmission-Line Parameters: Comparison between Carson’s Modified Formulations and Approximations Methods”, *Revista ELSEVIER/EPSS - Electric Power Systems Researches* -, submetido em 25 de Agosto de 2009.

3 - J. B. GERTRUDES, M.C. TAVARES, C. PORTELA, “Influência da Dependência da Condutividade e Permissividade do Solo com a Frequência no Cálculo da Impedância Longitudinal e da Admitância Transversal de Linha de Transmissão: Análise de Sensibilidade para Caso de Condutor Único”, *Revista SBA*, submetido em 03 de dezembro de 2009, aceito para publicação em 18/02/2010.

4 - J. B. GERTRUDES, M.C. TAVARES, C. PORTELA, “Variação da Condutividade e Permissividade do Solo com a Frequência: Influência na Admitância Transversal de Linha de Transmissão - Análise para Caso de um Único Condutor”, *Anais do SBSE 2010 - Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos de Potência*, Belém do Pará, 18-21 maio de 2010.



## CAPÍTULO 2 – CÁLCULO DE PARÂMETROS LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E CONSIDERAÇÕES SOBRE A INFLUÊNCIA DA DEPENDÊNCIA DOS PARÂMETROS DO SOLO COM A FREQUÊNCIA

### 2.1 INTRODUÇÃO: DINÂMICA DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS EM LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO

A dinâmica de propagação de ondas eletromagnéticas para o caso de um único condutor acima do solo é determinada pelas seguintes equações diferenciais pontuais, que relacionam a tensão transversal ( $v(x,t)$ ) entre um ponto na superfície do condutor e o solo e a corrente longitudinal ( $i(x,t)$ ) - que flui dentro do condutor - com a impedância longitudinal e admitância transversal por unidade de comprimento do condutor:

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = R i(x,t) + L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (2.1.1)$$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = G v(x,t) + C \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (2.1.2)$$

onde:

R - Resistência por unidade de comprimento em  $\Omega/m$ ;

L - Indutância por unidade de comprimento em H/m;

G - Condutância por unidade de comprimento em S/m;

C - Capacitância por unidade de comprimento em F/m;

Considerando as tensões e correntes variando senoidalmente no tempo, pode-se representá-las pelos respectivos fasores  $V(x)$  e  $I(x)$ . Desta forma, as equações (2.1.1) e (2.1.2) podem ser reescritas em função da frequência do sinal:

$$-\frac{dV(x)}{dx} = (R + j\omega L)I(x) = Z I(x) \quad (2.1.3)$$

$$-\frac{dI(x)}{dx} = (G + j\omega C)V(x) = YV(x) \quad (2.1.4)$$

onde:  $j = \sqrt{-1}$  - número imaginário puro;

$\omega = 2\pi f$  - frequência angular dos sinais;

f - frequência em ciclos por segundo dos sinais  $V(x)$  e  $I(x)$ ;

Para linhas de transmissão polifásicas e eventualmente com feixes de condutores por fase, as equações de onda são válidas em representação matricial devido aos acoplamentos entre condutores e condutores/solo. Portanto, a dinâmica de propagação de ondas em linhas polifásicas é determinada pelas seguintes relações matriciais entre vetores de tensões transversais,  $[V(x)]$ , e vetores de correntes longitudinais,  $[I(x)]$ <sup>1</sup>:

$$-\frac{d[V(x)]}{dx} = ([R] + j\omega[L])[I(x)] = [Z][I(x)] \quad (2.1.5)$$

$$-\frac{d[I(x)]}{dx} = ([G] + j\omega[C])[V(x)] = [Y][V(x)] \quad (2.1.6)$$

Derivando as equações em (2.1.5) e (2.1.6) com relação a  $x$  e substituindo uma na outra, obtêm-se as equações de propagação na LT relativas a tensão e a corrente, respectivamente:

$$\frac{d^2[V]}{dx^2} = [Z][Y][V]; \quad \frac{d^2[I]}{dx^2} = [Y][Z][I] \quad (2.1.7)$$

$$[Z] = [R] + j\omega[L]; \quad [Y] = [G] + j\omega[C] \quad (2.1.8)$$

onde  $x$  é a distância ao longo da linha assumindo o gerador como referência;  $[Z]$  é a matriz de impedância longitudinal ou série por unidade de comprimento e  $[Y]$  é a matriz de admitância transversal por unidade de comprimento. As matrizes  $[Z]$  e  $[Y]$  são simétricas, dependentes da frequência e com dimensão “ $n \times n$ ” (onde  $n$  é o número total de condutores) considerando as fases e os cabos pára-raios.

As matrizes  $[Z]$  e  $[Y]$  com dimensão “ $n \times n$ ” são chamadas de matrizes primitivas. A partir das matrizes primitivas é feita a redução para matrizes equivalentes de fase ( $[Z_f]$  e  $[Y_f]$ ) com a incorporação do efeito dos cabos pára-raios, com dimensão “ $n_f \times n_f$ ” – onde  $n_f$  é o número de fases.

A redução da matriz primitiva é necessária para obter os acoplamentos eletromagnéticos entre fases equivalentes. Essa redução é feita a partir de algumas hipóteses:

- A tensão transversal dos condutores da mesma fase é igual. Essa suposição é bastante razoável, uma vez que existem espaçadores ao longo da linha que garantem a equipotencialização dos condutores da mesma fase. Esses espaçadores têm dupla finalidade, uma vez que os condutores de uma mesma fase sofrem a ação

<sup>1</sup> As grandezas entre parênteses [ ] são matrizes cuja dimensão é determinada pelo número total de condutores da linha de transmissão, incluindo os cabos pára-raios.

da força magnética (corrente alternada circulando na mesma direção em todos os condutores da mesma fase).

- A corrente numa fase equivalente é igual a somatória das correntes em cada um dos sub-condutores do feixe de condutores em cada fase.
- Pode-se assumir que a tensão nos cabos pára-raios seja nula. Essa hipótese é justificável em condições de regime, caso os cabos pára-raios sejam aterrados junto às torres, mas em condições transitórias a tensão nos cabos pode ser não nula e sua influência deve ser incorporada na matriz reduzida.

Para o caso particular de linha de transmissão trifásica e com mais de um condutor por fase (feixe de condutores por fase), uma solução proposta e bem conhecida na literatura para solução das equações de onda (em forma matricial e acopladas), consiste no desacoplamento das mesmas através de uma matriz de transformação modal (HEDMAN, 1965), (PAUL, 1975). A transformação de componentes de fase (acopladas) em componentes modais (desacopladas) é obtida através de uma mudança de variáveis nas equações diferenciais em (2.1.5 e 2.1.6) - uma transformação matricial que diagonaliza o produto  $[Z_f][Y_f]$ :

$$[V(x)] = [T_v][V_m(x)] ; [I(x)] = [T_i][I_m(x)] \quad (2.1.9)$$

$$[Z_m] = [T_v]^{-1}[Z_f][T_i] ; [Y_m] = [T_i]^{-1}[Y_f][T_v] \quad (2.1.10)$$

As matrizes de transformação  $[T_i]$  e  $[T_v]$  são compostas respectivamente pelos autovetores das matrizes resultantes dos produtos de  $[Z_f][Y_f]$  e  $[Y_f][Z_f]$ . A vantagem de trabalhar em componentes modais é que todas as equações apresentadas podem ser resolvidas separadamente em cada modo de propagação. Desta forma obtém-se as equações diferenciais escalares de segunda ordem desacopladas que relacionam tensões modais,  $[V_m]$ , e correntes modais,  $[I_m]$ , com as matrizes modais de parâmetros longitudinais e transversais por unidade de comprimento,  $[Z_m]$  e  $[Y_m]$ , respectivamente:

$$\frac{d^2[V_m(x)]}{dx} = [T_v]^{-1}[Z_f][Y_f][T_v][V_m(x)] = [\gamma_v]^2[V_m(x)] \quad (2.1.11)$$

$$\frac{d^2[I_m(x)]}{dx} = [T_i]^{-1}[Y_f][Z_f][T_i][I_m(x)] = [\gamma_i]^2[I_m(x)] \quad (2.1.12)$$

Os elementos das matrizes diagonais  $[\gamma_v]$  e  $[\gamma_i]$  são os autovalores de  $[Z_f][Y_f]$  e  $[Y_f][Z_f]$ . Tendo em conta as suposições de simetria das matrizes  $[Z_f]$  e  $[Y_f]$ , os autovalores associados a  $[Z_f][Y_f]$  e a  $[Y_f][Z_f]$  são idênticos. Portanto, basta encontrarmos uma matriz  $T_v$  ou  $T_i$  que

diagonaliza o produto  $[Z_f][Y_f]$  para desacoplamento das equações diferenciais de segunda ordem. No caso específico de linhas idealmente transpostas as matrizes de transformação possuem “ $n_f - 1$ ” autovalores iguais associados aos modos não homopolares e um autovalor distinto associado ao modo homopolar. Os autovalores são utilizados para obtenção de  $n_f$  autovetores linearmente independentes.

A hipótese de linha idealmente transposta consiste em assumir que o trecho de transposição é muito menor do um quarto do comprimento de onda das frequências dos sinais envolvidos durante o transitório. Neste caso pode ser utilizada a matriz de transformação de Fortescue, dada por:

$$T_{k,m} = \frac{1}{\sqrt{n_f}} \angle \left\{ \left( \frac{2\pi}{n_f} \right) (k-1)(m-1) \right\} \quad (2.1.13)$$

onde os índices “ $k$ ” e “ $m$ ” indicam a posição do elemento da matriz, sendo “ $k$ ” associada à linha e “ $m$ ” associado a coluna.

Por exemplo, para linha trifásica simples ( $n_f = 3$ ) a matriz de transformação é dada por:

$$[T] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}; \quad a = 1 \angle \left( \frac{2\pi}{3} \right) \quad (2.1.14)$$

Todas as análises e comparações no estudo de caso da linha trifásica apresentada nesta tese são feitas no domínio dos modos de propagação - modo homopolar e modo não homopolar -, com o objetivo de identificar a contribuição de cada parcela das matrizes de impedância e admitância por unidade de comprimento, e parcelas com maior contribuição na impedância e admitância total em cada modo de propagação. A influência dos cabos pára-raios é levada em consideração ou incorporada implicitamente na redução da matriz primitiva para a matriz equivalente de fase e conseqüentemente nas componentes modais; os cabos pára-raios são considerados continuamente aterrados junto às estruturas. A incorporação dos cabos pára-raios nem sempre é levada em consideração, por exemplo, na maioria dos livros de ensino de graduação que tratam o problema em baixas frequências. Estes cabos normalmente possuem características físicas diferentes dos cabos de fase que devem ser levadas em consideração nos cálculos.

Portanto, a solução das equações diferenciais requer o cálculo da impedância longitudinal e transversal por unidade de comprimento que dependem do meio de propagação,

das vizinhanças desse meio e da geometria da linha. Uma vez conhecidas essas grandezas e a condição de carregamento da linha, todas as grandezas podem ser obtidas em qualquer ponto, ou seja, tensão, corrente e impedância característica.

Nos itens seguintes é feita uma revisão bibliográfica dos principais métodos de obtenção das matrizes primitivas ([Z] e [Y]) com considerações relativas a dependência dos parâmetros do solo com a frequência.

## **2.2 MATRIZ DE IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO: CONSIDERAÇÕES E SUPOSIÇÕES DE CÁLCULO**

Tradicionalmente, as matrizes de impedância longitudinal e transversal por unidade de comprimento são calculadas com suposições relativas à geometria da linha e à propagação dos campos eletromagnéticos. Quando as simplificações mencionadas na seqüência forem potencialmente importantes elas devem ser incorporadas na modelagem de cálculo dos parâmetros.

As simplificações geométricas consistem em: considerar a superfície do solo plano; considerar os cabos paralelos ao solo; considerar as distâncias condutores/solo muito maiores que o raio dos condutores; considerar o comprimento do(s) condutor(es) muito maior que a altura do(s) mesmos em relação ao solo.

As mudanças de temperatura devido a condições de carregamento da linha e meteorológicas (vento, chuva, gelo) têm influência no posicionamento dos condutores ao longo de todo o trecho. Portanto, o posicionamento dos condutores de uma torre para a outra é dinâmico e de difícil modelagem. O que é feito na prática é considerar os condutores a alturas médias<sup>1</sup>,  $h_m$ , em relação à superfície do solo – considerado também perfeitamente plano. Desta forma, as variações de altura decorrentes das variações de temperatura e do relevo são aproximadas. Em locais íngremes as suposições mencionadas podem resultar em modelos que não correspondem à realidade física. Supõe-se também paralelismo entre condutores e condutores/solo e que a distância entre condutores e solo é muito maior que o raio dos condutores. Na modelagem efetuada neste trabalho, os cálculos foram feitos considerando a temperatura dos cabos de fase de 75°C e dos cabos pára-raios de 45°C.

Com relação à propagação de ondas eletromagnéticas e representação dos meios de propagação, algumas suposições de baixa frequência ou quase-estacionárias são

---

<sup>1</sup>  $h_m = h_{torre} - \frac{2}{3}$  flecha a meio vão

tradicionalmente assumidas, por exemplo: considerar o tempo de propagação nulo entre condutor e solo; relacionar, no mesmo instante, o campo magnético e o elétrico estritamente às correntes e às cargas no plano perpendicular ao eixo da linha; simplificações de geometria nas condições de contorno nas superfícies condutor/ar e ar/solo; assumir o solo estritamente homogêneo ou com camadas homogêneas separadas por planos perfeitamente horizontais; assumir as mesmas características do solo ao longo de toda extensão da linha; considerar linear a relação  $\mathbf{B} \times \mathbf{H}$  dos materiais ferromagnéticos de que são constituídos os condutores (alumínio com alma de aço), com permeabilidades magnéticas,  $\mu$ , aproximadamente iguais à do vácuo. Os efeitos no campo eletromagnético das estruturas, sistema de aterramento e eventuais cabos contrapesos são desprezados.

Com as considerações acima descritas, a matriz  $[Z]$  de parâmetros longitudinais de uma linha de transmissão, incluindo os cabos pára-raios, pode ser obtida com erro pequeno e aceitável considerando três parcelas, cada uma delas com significativa contribuição:

- i) A matriz de impedâncias longitudinais internas por unidade de comprimento associada à propagação de campo eletromagnético no interior do condutor (efeito pelicular) pode ser calculada através de fórmulas baseadas nas equações diferenciais de Bessel.
- ii) A matriz de impedâncias longitudinais externas por unidade de comprimento,  $[Z_{\text{ext}}]$ , associada à propagação de campo eletromagnético no ar. Esta parcela é obtida com erros desprezíveis até cerca de 1 MHz, assumindo condutores perfeitos e solo ideal (condutividade infinita).
- iii) A matriz impedância longitudinal de retorno pelo solo por unidade de comprimento,  $[Z_g]$ , devido à propagação do campo eletromagnético no solo não ideal. Na condição de meio isotrópico, linear e homogêneo com perdas, e exceto para o caso em que a permeabilidade magnética do solo é diferente da do vácuo – caso em que não se pode aplicar a formulação de Carson na sua formulação original –, a matriz de impedância de retorno pelo solo por ser calculada com erro aceitável até frequências de 1 MHz, através de integração numérica das integrais de Carson ou através de métodos aproximados.

Portanto a matriz de impedância longitudinal de uma linha de transmissão é obtida considerando as três parcelas mencionadas que serão abordadas nos itens seguintes:

$$Z_{k,m} = Z_{int\ k,m} + Z_{ext\ k,m} + Z_{g\ k,m} \quad (2.2.1)$$

onde:

$k, m = 1, 2, \dots, n$  (número total de condutores incluindo os cabos pára-raios);

[Z] - matriz de impedâncias longitudinais por unidade de comprimento;

[Z<sub>int</sub>] - matriz longitudinal de impedâncias internas, por unidade de comprimento, para  $k = m$ , 0 para  $k \neq m$ ;

[Z<sub>ext</sub>] - matriz de impedâncias longitudinais externas por unidade de comprimento na condição de solo e condutores perfeitos;

[Z<sub>g</sub>] - matriz de impedância longitudinal externa de retorno pelo solo por unidade de comprimento supondo condutores perfeitos.

### 2.2.1 MATRIZ DE IMPEDÂNCIA INTERNA LONGITUDINAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO

A matriz de impedância interna dos condutores ( $Z_{int}$ ) varia com a frequência devido ao efeito pelicular. É obtida pelo quociente entre campo elétrico longitudinal na superfície do condutor pela corrente na mesma, e depende essencialmente dos parâmetros elétricos dos condutores ( $\sigma_c$ ,  $\mu_c$  e  $\epsilon_c$ ) e das características físicas (raio interno e externo). A formulação matemática da impedância interna é conhecida desde 1918 (DWIGHT, 1918) (detalhes, suposições e dedução são apresentadas no anexo A - seção **A.1.1**):

$$Z_{int\ k,k} = \sqrt{\frac{j\omega\mu_c}{\sigma_c}} \frac{1}{2\pi R_1} \frac{I_0(\rho_1)K_1(\rho_0) + K_0(\rho_1)I_1(\rho_0)}{I_1(\rho_1)K_1(\rho_0) - I_1(\rho_0)K_1(\rho_1)} \quad (2.2.1.1.a)$$

$$\rho_0 = R_0 \sqrt{j\omega\mu_c\sigma_c} = R_0 \sqrt{\omega\mu_c\sigma_c} e^{j\frac{\pi}{4}} \quad (2.2.1.1.b)$$

$$\rho_1 = R_1 \sqrt{j\omega\mu_c\sigma_c} = R_1 \sqrt{\omega\mu_c\sigma_c} e^{j\frac{\pi}{4}} \quad (2.2.1.1.c)$$

onde:

$I_0, I_1, K_0, K_1$  - são as funções modificadas de Bessel de primeira espécie (I) e segunda espécie (K) e ordem zero e um, respectivamente;

$k$  -  $k$ -ésimo condutor;

$m$  -  $m$ -ésimo condutor;

$\omega$  - frequência angular da tensão e corrente na linha;

$\sigma_c$  - condutividade do condutor;

$\mu_c$  - permeabilidade magnética do condutor;

$R_0$  - raio interno do condutor (representando a alma de aço);

$R_1$  - raio externo do condutor;

## 2.2.2 MATRIZ DE IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL EXTERNA TOTAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO

A matriz de impedâncias externas,  $[Z_{ext}]$ , varia com a frequência e depende do meio de propagação e da posição relativa dos condutores (na condição de condutor perfeito e solo ideal). É obtida pelo quociente entre o campo longitudinal induzido no condutor “ $k$ ” pela corrente que circula no condutor “ $m$ ”. Na condição de solo ideal e para um sistema com “ $n$ ” condutores é calculada pela expressão (detalhes, suposições e dedução são apresentados no anexo A – seção A.1.2):

$$Z_{ext\ k,m} = \frac{j\omega\mu}{2\pi} A_{k,m} \ ; \ A_{k,m} = \ln\left(\frac{D_{k,m}}{d_{k,m}}\right) \quad (2.2.2.1)$$

onde:  $h_k$  é altura média do condutor,  $k$ , em relação ao solo;

$h_m$  é altura média do condutor,  $m$ , em relação ao solo

$d_{k,m}$  é distância entre condutor  $k$  e condutor  $m$ <sup>1</sup>;

Na condição de condutores perfeitos e solo ideal,  $[Z_{ext}]$  é puramente imaginário, ou seja, contribui para a parte imaginária da matriz  $[Z]$  de parâmetros longitudinais por unidade de comprimento. É função apenas da geometria da linha (Figura 2.2.2.1) e da frequência do sinal.

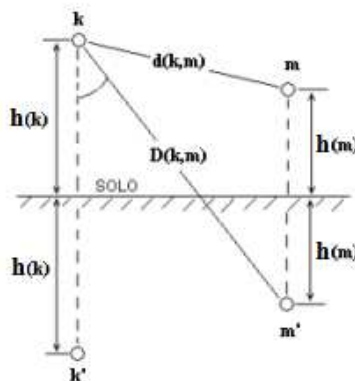


Figura 2.2.2. 1 - Ilustração para o cálculo da impedância devido ao retorno pelo solo, caso de dois condutores ( $k,m$ ) e respectivas imagens ( $k', m'$ )

<sup>1</sup>  $d_{k,k}=R_1$  ( raio externo do condutor  $k$ );



A indução de corrente de condução e de deslocamento em solo “não ideal” ou com perdas (isotrópico, linear, homogêneo e com  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  dependentes da frequência), afeta o fluxo total (próprio + induzido), tendo contribuição nas componentes próprias e mútuas da matriz de impedância longitudinal externa total por unidade de comprimento (externa solo ideal + retorno pelo solo). Neste caso, a matriz de impedância externa total pode ser avaliada por integração numérica das integrais de Carson ou através de métodos tradicionais de cálculo aproximado; com as devidas modificações para inclusão da dependência dos parâmetros do solo com a frequência.

### **2.2.3 MATRIZ DE IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL EXTERNA TOTAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO: CONSIDERAÇÕES SOBRE A DEPENDÊNCIA DOS PARÂMETROS DO SOLO COM A FREQUÊNCIA**

#### **2.2.3.1 INTEGRAIS DE CARSON (C-M)**

A propagação devida a corrente num condutor infinitamente longo acima de um plano com condutividade finita tem sido alvo de pesquisas desde o século passado, tendo início com as soluções de SOMMERFIELD (1909) do problema de radiação de um dipolo de corrente oscilante próximo de um plano perfeitamente condutor.

Formulações para modelagem do efeito do solo não homogêneo na avaliação da impedância externa total de um condutor de comprimento infinito são atribuídas a J. R. CARSON (1926) e outros autores: POLLACZEK (1926), HABERLAND (1926); sendo este autor um dos primeiros a considerar solo não homogêneo (e com mais de uma camada).

As integrais de CARSON foram derivadas tendo em conta as seguintes suposições: (i) solo como meio linear isotrópico e homogêneo<sup>1</sup>; (ii) propagação instantânea e sem atenuação na direção ortogonal ao plano que contém o condutor; (iii) condição de baixa frequência (condutividade do solo constante e permissividade desprezível). Estas restrições implicam em soluções com razoável precisão até 1 MHz, dependendo ainda da configuração de condutores na torre, características do solo, dimensões do circuito e comprimento de onda.

A expressão para o cálculo da matriz de impedância externa total - obtida na sua formulação original por integração numérica das funções de onda de um condutor

---

<sup>1</sup> Conforme explicado, as formulações originais de Carson foram derivadas para  $\mu_g$  qualquer. Porém, posteriormente foi verificado que elas eram válidas para  $\mu_g = \mu_0$ . No entanto, esta é uma condição razoável para a maioria dos solos encontrados no território brasileiro que têm comportamento essencialmente linear com permeabilidade magnética,  $\mu$ , praticamente igual à permeabilidade magnética do vácuo ( $\mu_0$ ) inclusive para minérios de ferro baseados em  $O_3Fe_2$ . Porém essa aproximação não é válida no caso de minérios de ferro baseados em  $O_4Fe_3$  que são incomuns no Brasil (Portela, 1999).

infinitamente longo acima do solo - depende de uma integral infinita com argumentos complexos:

$$Z_{ext\ k,m} + Z_{g\ k,m} = \frac{j\omega\mu}{2\pi} \left[ \ln\left(\frac{D_{k,m}}{d_{k,m}}\right) + 2 \int_0^{\infty} \frac{e^{[-(h_k+h_m)\xi]}}{\xi + \sqrt{\xi^2 + \gamma_g^2}} \cos(dl_{km}\xi) d\xi \right] \quad (2.2.3.1.1)$$

onde:  $dl_{km}$  - distância lateral entre condutores k e m;

$\mu$  - permissividade magnética do ar;

$\gamma_g$  - coeficiente de propagação no solo;

Na sua formulação original, o coeficiente de propagação no solo,  $\gamma_g$ , não inclui a parcela  $\omega\epsilon_g$ , isto é,  $\gamma_g = \sqrt{j\omega\mu\sigma_g}$ . Ou seja, as correntes de deslocamento induzidas não foram consideradas. Além disso, a propagação na direção axial a do condutor é considerada instantânea – isto resulta em mais modificações na formulação de Carson que serão abordadas oportunamente. Ambas as aproximações resultam em diferenças entre as aproximações assintóticas que serão analisadas neste trabalho.

Respeitando as condições de aplicabilidade e limitações, as fórmulas derivadas das equações de Carson que consideram  $\omega\epsilon_g = 0$  podem ser utilizadas para inclusão do efeito da dependência dos parâmetros do solo com a frequência, substituindo  $\sigma_g$  por  $\sigma_g + j\omega\epsilon_g$ , com maior ou menor grau de exatidão dependendo das suposições e restrições de cada formulação em particular. A justificativa vem do fato de que a “parâmetro<sup>1</sup>”  $\sigma_g + j\omega\epsilon_g$  surge naturalmente nas equações de Maxwell no domínio da frequência em formulação complexa ou fasorial e estão relacionadas às corrente de condução e de deslocamento definidas pela lei de Ampere (SUNDE, 1948), (WEDEPOHL, 1971), (PORTELA *et al*, 2002), (PORTELA *et al*, 2006). Quando são levadas em consideração as correntes de deslocamento, e no nosso caso particular, a dependência dos parâmetros do solo com a frequência, o coeficiente de propagação no solo é obtido através da expressão:

$$\gamma_g = \sqrt{j\omega\mu(\sigma_g + j\omega\epsilon_g)} \quad (2.2.3.1.2)$$

onde:  $\sigma_g$  – condutividade elétrica do solo;

$\epsilon_g$  – “constante” dielétrica do solo;

<sup>1</sup> A nomenclatura utilizada no modelo de solo com dependência da frequência trata o “parâmetro”  $\sigma_g + j\omega\epsilon_g$  como uma imitância obtida da formulação complexa das equações de Maxwell.

Tendo em conta a dependência dos parâmetros do solo com a frequência (PORTELA, 1997), o coeficiente de propagação é alterado em toda a faixa de frequência em estudo (0 a 2 MHz). Portanto, na sua formulação modificada, na expressão originalmente derivada por Carson deve-se substituir  $\gamma_g = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_g}$  pela expressão do coeficiente de propagação com os parâmetros do solo dependentes da frequência (indicado na expressão pelo índice “fd”):

$$\gamma_{g-fd} = \sqrt{j\omega\mu_g(\sigma_{g-fd} + j\omega\epsilon_{g-fd})} \quad (2.2.3.1.3)$$

A modelagem matemática da dependência dos parâmetros do solo com a frequência, procedimentos de medição e resultados de medições em campo serão detalhados do capítulo 3.

A expressão de Carson modificada para o cálculo da matriz de impedância de retorno pelo solo,  $[Z_g(\mathbf{C}-\mathbf{M})]$ , com condutividade e permissividade dependente da frequência é dada por:

$$Z_{ext\ k,m} + Z_g(\mathbf{C}-\mathbf{M})_{k,m} = \frac{j\omega\mu}{2\pi} \left( \ln\left(\frac{D_{k,m}}{d_{k,m}}\right) + 2 \int_0^{\infty} \frac{e^{[-(h_k+h_m)\xi]}}{\xi + \sqrt{\xi^2 + \gamma_{g-fd}^2}} \cos(dl_{km}\xi) d\xi \right) \quad (2.2.3.1.4)$$

### 2.2.3.2 INTEGRAIS CARSON/WISE/NAKAGAWA (C/W/N-M)

As suposições adotadas por Carson para derivação da impedância de retorno pelo solo motivaram uma série de pesquisas subseqüentes na busca de expressões de cálculo com menor grau de aproximações possíveis.

Seguindo essa linha de pesquisa, WISE (1931) apresenta extensões nas formulações de CARSON - a partir do conceito de vetor potencial de Hertz - e resolve a suposição de baixa frequência adotada por Carson. Adicionalmente, considera a propagação inicial na direção axial à do eixo do condutor como sendo igual a do ar. Até então as formulações eram relativas a impedância longitudinal de retorno pelo solo.

NAKAGAWA (1981) com base nas formulações de CARSON/WISE, deriva a partir do conceito de vetor potencial de Hertz fatores de correção na forma integral para o cálculo da impedância longitudinal, considerando o solo com perdas. No referido trabalho, a permeabilidade magnética do solo é considerada diferente da do vácuo - uma das limitações das formulações de CARSON/WISE -, eliminando a maioria das hipóteses simplificativas; mantendo apenas a condição de que os condutores deveriam estar afastados entre e si e em relação ao solo a uma distância muito superior a seus raios.

Nos trabalhos citados, os parâmetros do solo (condutividade e permissividade) foram considerados constantes, sendo nosso objetivo verificar as implicações e influência da sua dependência com a frequência no cálculo dos parâmetros longitudinais e transversais de linhas aéreas de transmissão.

Considerando a definição do potencial escalar,  $V$ , de um condutor de acima do solo como meio com perdas, dado por:

$$V = -\text{div} \vec{\pi} \quad (2.2.3.2.1)$$

$$V = -\left(\frac{\partial \pi_x}{\partial x} + \frac{\partial \pi_y}{\partial y} + \frac{\partial \pi_z}{\partial z}\right) \quad (2.2.3.2.2)$$

onde  $\vec{\pi}$  é vetor potencial de Hertz. O elemento da matriz de coeficiente de potencial,  $P_{k,m}$ , entre o “ $k$ -ésimo” condutor e o “ $m$ -ésimo” condutor é definido como  $V=Q P_{k,m}$ ; onde  $Q$  é a carga unitária por unidade de comprimento no condutor em C/m. O vetor potencial de Hertz (ou vetor de Hertz) de um condutor infinitamente longo é obtido por meio de integração das funções de onda de um dipolo de corrente acima de solo com perdas.

Considerando-se o dipolo carregando uma corrente na forma fasorial  $I = I_0 e^{-j\omega t}$ , as componentes do vetor resultante considerando o solo condutor imperfeito são expressas na forma (NAKAGAWA, 1981):

$$\pi_x = \frac{j \omega \mu I}{2 \pi \gamma_0^2} \left( \ln \left( \frac{D_{k,m}}{d_{k,m}} \right) + 2 \int_0^\infty \frac{e^{-(h_k+h_m)\xi}}{\xi + \frac{\mu}{\mu_g} a_1} \cos(dl_{km} \xi) d\xi \right) \quad (2.2.3.2.3)$$

$$\pi_y = 0 \quad (2.2.3.2.4)$$

$$\pi_z = \frac{j \omega \mu I}{2 \pi \gamma_0^2} (2 \gamma_0) \left( \int_0^\infty \frac{(1-\tau^2) e^{-(h_k+h_m)\xi}}{\left(\xi + \frac{\mu}{\mu_g} a_1\right) \left(\xi + \frac{\mu_g}{\mu} \tau^2 a_1\right)} \cos(dl_{km} \xi) d\xi \right) \quad (2.2.3.2.5)$$

onde:

$dl_{k,m}$  – distância horizontal entre condutor  $k$  e condutor  $m$ ;

$h_k, h_m$  - altura média dos condutores  $k$  e  $m$  em relação ao solo;

$\mu, \epsilon$  - permeabilidade magnética e permissividade elétrica do ar;

$\mu_g, \epsilon_g$  - permeabilidade magnética e permissividade elétrica do solo;

$$\gamma_0 = j \omega \sqrt{\mu \epsilon} \quad (\text{coeficiente de propagação no ar});$$

$$a_1 = \sqrt{\xi^2 + \gamma_g^2 - \gamma_0^2} \quad (\text{variável auxiliar}) \quad (2.2.3.2.6)$$

$$\tau^2 = \frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2} \quad (\text{variável auxiliar}) \quad (2.2.3.2.7)$$

Na sua formulação original, Nakagawa não considera a dependência dos parâmetros do solo com a frequência. Analogamente ao caso anterior, na formulação modificada Carson/Wise/Nakagawa modificada (C/W/N-M), deve-se substituir  $\gamma_g = \sqrt{j \omega \mu_g (\sigma + j \omega \epsilon)}$  pela expressão do coeficiente de propagação com os parâmetros do solo dependentes da frequência (indicado na expressão pelo índice “fd”, equação 2.2.3.1.3).

Conseqüentemente as variáveis auxiliares,  $a_1$  e  $\tau^2$ , serão modificadas nas componentes do vetor potencial de Hertz:

$$a_{1-fd} = \sqrt{\xi^2 + (\gamma_{g-fd})^2 - \gamma_0^2} \quad (2.2.3.2.8)$$

$$\tau_{fd}^2 = \frac{\gamma_0^2}{(\gamma_{g-fd})^2} \quad (2.2.3.2.9)$$

Diferenciando os componentes do vetor potencial de Hertz acima (2.2.3.2.3-5) com respeito a cada direção e substituindo em (2.2.3.2.1), obtém-se a expressão de  $V(x)$ . Da relação pontual entre a derivada da tensão, corrente e impedância longitudinal por unidade de comprimento da linha têm-se:

$$-\frac{d[V(x)]}{dx} = [Z][I(x)] \quad (2.2.3.2.10)$$

Portanto, a expressão da matriz de impedância externa total por unidade de comprimento e conseqüentemente a matriz de correção devido ao retorno pelo solo ( $p_{k,m}$ ), dadas respectivamente por:

$$Z_{ext_{k,m}} + Z_g (C/W/N-M)_{k,m} = \frac{j \omega \mu}{2 \pi} \left[ \ln \left( \frac{D_{k,m}}{d_{k,m}} \right) + p_{k,m} \right] \quad (2.2.3.2.11)$$

$$p_{k,m} = 2 \int_0^\infty \frac{e^{-(h_k+h_m)\xi}}{\xi + \frac{\mu_0}{\mu_g} a_{1-fd}} \cos(dl_{km} \xi) d\xi \quad (2.2.3.2.12)$$

As técnicas utilizadas por CARSON/WISE para avaliar as integrais infinitas para altas frequências foram o uso de expressões assintóticas do integrando, seguida de integração termo a termo, resultando em soluções por séries nas várias faixas de frequências. A determinação das correções na impedância externa total devido ao retorno pelo solo era na época relativamente trabalhosa, já que dependia de integrações infinitas com argumentos complexos. A dificuldade de implementação computacional e avaliação das integrais infinitas tornou-se, na época, a principal motivação de diversas pesquisas subseqüentes. Da busca por soluções viáveis para avaliação das integrais de Carson surgiram os métodos aproximados de cálculo – alguns serão abordados e utilizados nesta tese para fins de comparação e serão detalhados nos itens seguintes.

### 2.2.3.3 MÉTODO APROXIMADO DE SUNDE (S-M)

SUNDE (1948) propõe um método aproximado para avaliação da impedância de retorno pelo solo que publica posteriormente em seu livro SUNDE (1968)<sup>1</sup>.

$$Z_g(S-M) \cong \frac{j\omega\mu}{\pi} \ln\left(\frac{1 + \gamma_{g-fd} h}{\gamma_{g-fd} h}\right) \quad (2.2.3.3.1)$$

Esta expressão será avaliada conjuntamente com as formulações de Carson e do método do plano complexo somente no caso de condutor único acima do solo. Convém salientar, que esta expressão foi derivada originalmente considerando campos não estacionários ( $\sigma_g + j\omega\epsilon_g$ ), enquanto que as formulações de  $Z_g$  calculadas a partir do método do plano complexo foram originalmente derivadas na condição de baixa frequência ou de propagação de campos quase-estacionários ( $\sigma_g \gg \omega\epsilon_g$ ). Portanto, nas suas formulações originais,  $Z_g$  calculada através do método do plano complexo é equivalente à condição de baixa frequência de Sunde. Essas duas expressões são equivalentes quando ambas são modificadas para inclusão do efeito da dependência dos parâmetros do solo com a frequência em toda a faixa em estudo.

### 2.2.3.4 MÉTODO APROXIMADO DO PLANO COMPLEXO (DERI-M)

Ainda com relação ao cálculo aproximado da impedância longitudinal externa, convém destacar o trabalho da DERI *et al* (1981) que introduziram o conceito de impedância

---

<sup>1</sup> Na derivação do método aproximado Sunde despreza a componente vertical do campo eletromagnético incidente no solo.

equivalente de retorno pelo solo e o método do plano complexo, seguindo a mesma linha de pesquisa de busca de soluções para a integral infinita de Carson.

O conceito do plano complexo pode ser entendido com o auxílio da ilustração mostrada na figura 2.2.3.4.1.

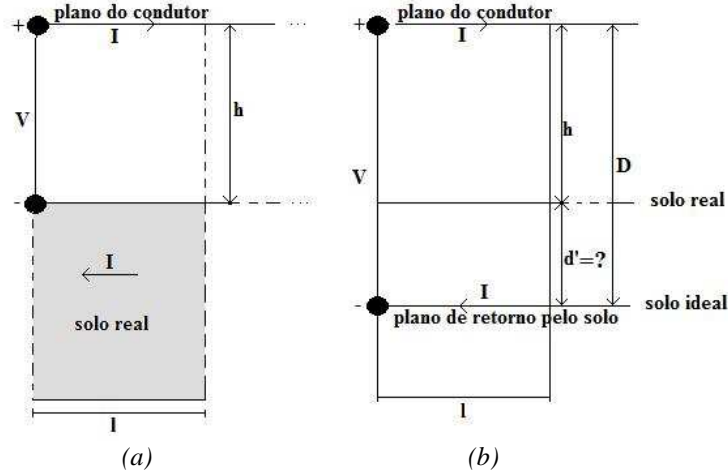


Figura 2.2.3.4. 1 - Conceito da impedância de retorno equivalente. (a) Definição da impedância do “loop” de retorno pelo solo. (b) definição da distância de retorno equivalente (DERI et al, 1981)

O condutor está localizado num plano horizontal a uma altura,  $h$ , do solo. O campo magnético gerado pela corrente  $I$  (Âmperes/metro) que circula no condutor é paralelo à superfície do solo. A impedância do “loop” condutor/retorno pelo solo é  $Z=V/I$ , ilustrado na figura 2.2.3.4.1(a). Na figura 2.2.3.4.1(b) o solo é hipoteticamente substituído por um plano condutor perfeito a uma distância  $D$  abaixo do plano que contém o condutor.  $D$  é conceitualmente chamado de distância de retorno equivalente. Conseqüentemente,  $d' = D-h$  representa a profundidade complexa do plano de retorno pelo solo, que representaria hipoteticamente o efeito do solo quando este é considerado um meio com perdas (por condução e deslocamento). Com isso, a partir do método das imagens – conhecido e utilizado no cálculo da impedância externa longitudinal considerando o solo como plano perfeitamente condutor - é então calculada a impedância externa total considerando o efeito do solo com perdas.

Considere o “loop” de retorno pelo solo mostrado na figura 2.2.3.4.1(a). Aplicando a lei de Faraday neste contorno obtém-se o fluxo concatenado pelo “loop” pela expressão:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -j\omega\lambda \quad (2.2.3.4.1)$$

onde  $\lambda$  é o fluxo concatenado no “loop”. A integral de linha em (2.2.3.4.1) pode ser relacionada com a tensão e a corrente na linha:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -j\omega\lambda = -V + Z_c I + \frac{1}{\sigma} J \quad (2.2.3.4.2)$$

ou seja,

$$V = Z_c I + \frac{1}{\sigma} J + j\omega\lambda \quad (2.2.3.4.3)$$

A equação (2.2.3.4.3) mostra as diferentes componentes da tensão  $V$ . Supondo a impedância do condutor nulo (um condutor perfeito) pode-se re-escrever a equação na forma:

$$V = \frac{1}{\sigma} J + j\omega\lambda \quad (2.2.3.4.4)$$

Obviamente as componentes de  $V$  acima são arbitrárias já que em princípio a profundidade complexa,  $d'$ , (figura 2.2.3.4.1(b)) foi selecionada arbitrariamente. Conseqüentemente torna-se conveniente assumir a linha de retorno a uma profundidade infinita, de tal forma que  $J = 0$ . Desta forma, da equação (2.2.3.4.4) pode-se estimar a tensão  $V$  em função do fluxo concatenado no “loop”:

$$V = j\omega\lambda \quad (2.2.3.4.5)$$

A profundidade complexa,  $d'$  é obtida considerando  $h = 0$  na (figura 2.2.3.4.1(b)). Nestas condições, se a corrente que circula no condutor for  $I$  [A/m], (perpendicular ao plano que contém esta folha), conseqüentemente,  $H_0 = H(0) = I$ , onde  $H(\xi)$  é a intensidade de campo magnético a uma profundidade  $\xi$  abaixo do solo. As equações de ondas, obtidas diretamente das equações de Maxwell para este caso – considerando as correntes de deslocamento no solo não consideradas na formulação original -, são:

$$-\frac{dE}{d\xi} = j\omega\mu_g H \quad (2.2.3.4.6)$$

$$-\frac{dH}{d\xi} = (\sigma_g + j\omega\epsilon_g)E \quad (2.2.3.4.7)$$

A solução das equações diferenciais que modelam a dinâmica de propagação dos campos no interior do solo pode ser encontrada por analogia a propagação de ondas em linhas de transmissão em cascata, onde cada camada de solo é representada por um quadripolo. A solução das equações diferenciais para uma camada genérica,  $k$ , é da forma:

$$\begin{bmatrix} E_k \\ H_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{k-1} \\ H_{k-1} \end{bmatrix} \quad (2.2.3.4.8)$$



onde as componentes da matriz do quadripolo dependem dos parâmetros do solo em cada camada, como ilustrado na figura 2.2.3.4.2:

$$A_k = D_k = \cosh\left(\frac{1}{P_k} l_k\right) \quad (2.2.3.4.9)$$

$$B_k = \eta_{gk} \sinh\left(\frac{1}{P_k} l_k\right) \quad (2.2.3.4.10)$$

$$C_k = \frac{1}{\eta_k} \sinh\left(\frac{1}{P_k} l_k\right) \quad (2.2.3.4.11)$$

onde:

$$P_k = \frac{1}{\gamma_{gk}} = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_{gk}(\sigma_{gk} + j\omega\epsilon_{gk})}} \quad (2.2.3.4.12)$$

$$\eta_{gk} = \sqrt{\frac{j\omega\mu_{gk}}{(\sigma_{gk} + j\omega\epsilon_{gk})}} \quad (2.2.3.4.13)$$

$\gamma_{gk}$  - coeficiente de propagação da k-ésima camada de solo;

$\eta_{gk}$  - impedância intrínseca da k-ésima camada de solo;

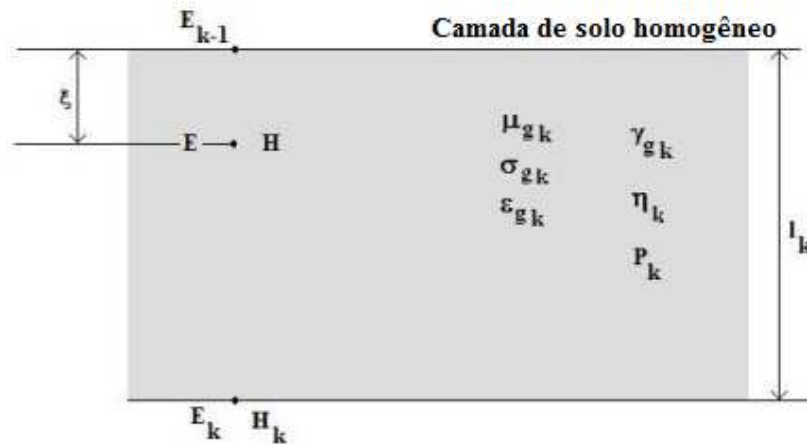


Figura 2.2.3.4. 2 - Ilustração da propagação de onda numa “k-ésima” camada de solo em analogia à propagação de ondas em linhas de transmissão em cascata (DERI et al, 1981)

A solução de  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  no interior de uma camada é obtida usando os conceitos de propagação de onda. Com “ $I$ ” indicando onda incidente e “ $R$ ” indicando a onda refletida teremos no interior de uma camada:

$$E = E^I + E^R \quad (2.2.3.4.14)$$

$$H = H^I + H^R \quad (2.2.3.4.15)$$

onde:

$$E^I = \eta_{gk} H^I = E^I_{k-1} e^{-\frac{\xi}{P_k}} \quad (2.2.3.4.16a)$$

$$E^R = -\eta_{gk} H^R = E^R_{k-1} e^{\frac{\xi}{P_k}} \quad (2.2.3.4.16b)$$

$$H^I = H^I_{k-1} e^{-\frac{\xi}{P_k}} \quad (2.2.3.4.17a)$$

$$H^R = H^R_{k-1} e^{\frac{\xi}{P_k}} \quad (2.2.3.4.17b)$$

Como comentamos anteriormente a solução em (2.2.3.4.8) é análoga ao caso de linhas de transmissão em cascata. Se houver (n+1) camadas, nas condições impostas não haverá onda refletida na última camada que se estende até o infinito. Conseqüentemente:

$$\frac{E_n}{H_n} = \eta_{gn+1} \quad (2.2.3.4.18)$$

ou no caso de solo homogêneo (n = 0) teremos:

$$\frac{E_0}{H_0} = \eta_{g1} = \eta_g \quad (2.2.3.4.19)$$

Neste caso, a intensidade de campo magnético na figura 2.2.3.4.1(a) à uma profundidade  $\xi$  no solo é dada pela expressão:

$$H = H_0 e^{-\frac{\xi}{P_1}} = I e^{-\frac{\xi}{P_1}} \quad (2.2.3.4.20)$$

O fluxo magnético total na figura 2.2.3.4.1(a) - considerando a relação  $\mathbf{B} \times \mathbf{H}$  no solo como linear - é calculada pela lei de Àmpere:

$$\lambda = \int_0^{\infty} \mu_g H d\xi = \int_0^{\infty} \mu_g I e^{-\frac{\xi}{P_1}} d\xi = P_1 \mu_g I \quad (2.2.3.4.21)$$

A intensidade de campo magnético nas condições impostas na figura 2.2.3.4.1(b) é dada pela expressão:

$$H = H_0 e^{-\frac{\xi}{d_1}} = I e^{-\frac{\xi}{d_1}} \quad (2.2.3.4.22)$$

E o fluxo total no “loop” é também calculado pela aplicação da lei de Ampère e é dado por:

$$\lambda = \int_0^{\infty} \mu_g H d\xi = \int_0^{\infty} \mu_g I e^{-\frac{\xi}{P_1}} d\xi = d' \mu_g I \quad (2.2.3.4.23)$$

Por hipótese adotada, para que a profundidade complexa  $d'$  seja representativa da influência do solo é necessário que:

$$d' = P_1 \quad (2.2.3.4.24)$$

conseqüentemente,

$$d' = \frac{1}{\gamma_g} = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_g(\sigma_g + j\omega\epsilon_g)}} \quad (2.2.3.4.25)$$

Esta expressão foi deduzida originalmente e justificada em 1981 (DERI, 1981) na condição de baixa frequência ( $\omega\epsilon_g \approx 0$ ). A derivação analítica revela que esta aproximação de cálculo é assintótica em relação às integrais de Carson na sua forma integral. Desta forma, devem ser analisadas as diferenças entre as aproximações assintóticas para cada configuração de linha de transmissão. Além disso, devido à dependência dos parâmetros do solo com a frequência torna-se interessante uma reavaliação destas diferenças. Esta reavaliação é feita para o caso de linha trifásica e detalhada no capítulo 5.

Utilizando o método das imagens e seguindo o mesmo procedimento do anexo A.1.2 - Cálculo da matriz de impedância externa longitudinal por unidade de comprimento na condição de solo e condutores ideais pelo método das imagens – calcula-se a matriz de impedância longitudinal externa total por unidade de comprimento, por substituição de  $d'$  (a profundidade complexa) na equação de impedância externa na condição de solo ideal [ $Z_{ext}$ ] em (2.2.3.4.17). Obtém-se desta forma a expressão que determina a impedância externa total da LT, onde  $d'$  é a distância complexa de retorno equivalente calculado na seção anterior<sup>1</sup>.

$$Z_{ext_{k,m}} + Z_g (DERI - M)_{k,m} = j \frac{\omega\mu}{2\pi} \ln \left( \frac{D_{k,m}}{d_{k,m}} \right) \quad (2.2.3.4.26)$$

<sup>1</sup>  $D'_{k,m} = \sqrt{(h_k + h_m + 2d')^2 + (dl_{k,m})^2}$  - distância entre condutor “k” e imagem do condutor “m” incluindo a distância de retorno equivalente ( $d'$ ).

$D_{k,m} = \sqrt{(h_k + h_m)^2 + (dl_{k,m})^2}$  - distância condutor imagem considerando solo ideal;

$d_{k,m} = \sqrt{(h_k - h_m)^2 + (dl_{k,m})^2}$  - distância entre condutor “k” e condutor “m”;

$dl_{k,m}$ - distância horizontal entre condutores k e m.

Para se obter a matriz de impedância longitudinal de retorno pelo solo, basta subtrair da matriz de impedância externa total (solo ideal + solo real) a matriz de impedância longitudinal externa (solo ideal), ou seja:

$$Z_g (DERI - M)_{k,m} = j \frac{\omega \mu}{2\pi} \ln \left[ \left( \frac{D_{k,m}}{D'_{k,m}} \right) \right] \quad (2.2.3.4.27)$$

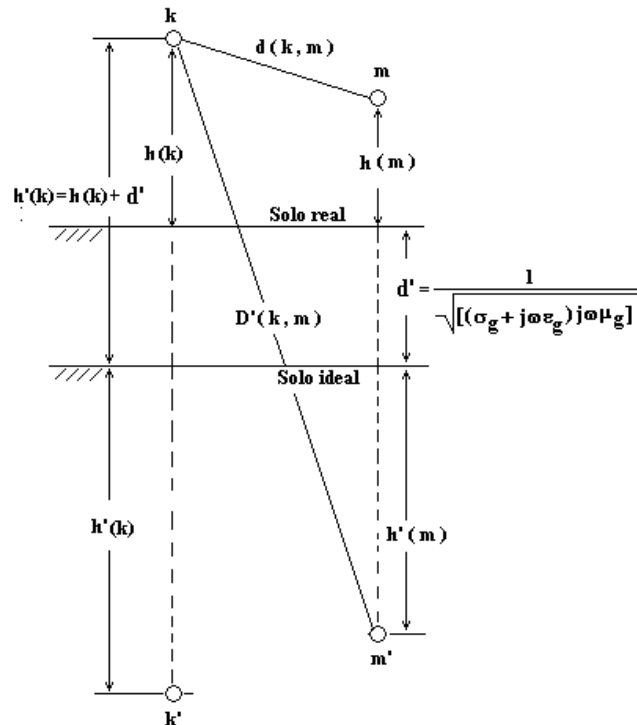


Figura 2.2.3.4. 3 - Aplicação do conceito do método do plano complexo para um sistema com mais de um condutor

### 2.3 MATRIZ DE ADMITÂNCIA TRANSVERSAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO: CONSIDERAÇÕES SOBRE A INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DO SOLO

O cálculo da matriz admitância transversal [Y] foi feita nos trabalhos anteriores (PORTELA *et al*, 2002), (GERTRUDES, 2005), (PORTELA *et al*, 2006) com as suposições de geometria e de propagação descritas anteriormente e considerando o solo como plano condutor ideal. A matriz de admitância transversal de condutores paralelos sobre um solo ideal resulta da equação matricial (SANTIAGO, 1983):

$$[Y_{ext}] = j \omega 2 \pi \varepsilon [A]^{-1} \quad (2.3.1)$$

onde:

[A] - é a matriz de coeficientes de potencial que depende da geometria da linha;

$\varepsilon$  - é a permissividade do ar, aproximadamente igual a do vácuo ( $8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m);

Portanto a matriz primitiva admitância [ $Y_{ext}$ ] (considerando condutor ideal sobre solo ideal) é somente função das posições relativas dos condutores entre si e em relação ao solo, ou seja, a matriz de capacitâncias transversais por unidade de comprimento é constante e independe da frequência.

Quando o solo for considerado um plano condutor imperfeito ou com perdas é necessária a correção na matriz de admitância transversal por unidade de comprimento [ $Y_{ext}$ ]. Os principais métodos de cálculo pesquisados são apresentados nos itens seguintes, com considerações sobre a dependência dos parâmetros do solo com a frequência.

### 2.3.1 INTEGRAIS DE CARSON/WISE/NAKAGAWA (C/W/N-M)

Num segundo trabalho proposto por WISE (1934) foram derivados fatores de correção para admitância transversal com base no conceito de vetor potencial de Hertz, considerando o solo como um meio com perdas (por condução e deslocamento). Resultados numéricos com as modificações nas formulações de Carson sugeridas por Wise para correção da admitância transversal, surgem em 1948 (WISE, 1948) e 1956 (KIKUCHI, 1956). Os cálculos foram feitos com expansão em série da integral infinita de Carson para o caso de um único condutor acima do solo.

Em 1981, surge um dos primeiros trabalhos com resultados numéricos calculados via integração numérica das formulações de Carson/Wise com correções simultaneamente na impedância longitudinal e admitância transversal (NAKAGAWA, 1981) obtida a partir de vetor potencial de Hertz.

Nos trabalhos citados não se considera a dependência dos parâmetros do solo com a frequência. Seguindo a mesma linha de raciocínio de considerar a dependência da frequência nos parâmetros transversais são obtidas as expressões modificadas de CARSON/WISE/NAKAGAWA de forma análoga ao caso da derivação das expressões de avaliação da impedância externa total de retorno pelo solo,  $Z_g$  (C/W/N-M).

Com a tensão transversal de cada condutor expressa em função do vetor potencial na forma:

$$V = -\text{div } \vec{\pi} \quad (2.3.1.1)$$

$$V = -\left(\frac{\partial \pi_x}{\partial x} + \frac{\partial \pi_y}{\partial y} + \frac{\partial \pi_z}{\partial z}\right) \quad (2.3.1.2)$$

Da relação pontual entre a derivada da corrente, tensão e admitância transversal por unidade de comprimento da linha, têm-se:

$$-\frac{dI}{dx} = j\omega Q = YV \quad (2.3.1.3)$$

Diferenciando cada componente do vetor potencial de Hertz (2.2.3.2.3-3) com respeito a cada direção e em seguida, substituindo em (2.3.1.2) e (2.3.1.3)<sup>1</sup> respectivamente, é obtida a expressão da matriz de admitância externa total por unidade de comprimento, a matriz de correção dos coeficientes de potencial, devido ao retorno pelo solo ( $q_{k,m}$ ), dadas respectivamente por:

$$P_{k,m} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[ \ln\left(\frac{D_{k,m}}{d_{k,m}}\right) + q_{k,m} \right] \quad (2.3.1.4)$$

$$q_{k,m} = 2 \int_0^\infty \frac{\left(\xi + \frac{\mu_g}{\mu} a_{1-fd}\right) \exp[-(h_k + h_m)\xi] \cos(dl_{km}\xi)}{\left(\xi + \frac{\mu}{\mu_g} a_{1-fd}\right) \left(\frac{\mu_g}{\mu} a_{1-fd} + \frac{\xi}{(\tau_{fd})^2}\right)} d\xi \quad (2.3.1.5)$$

$$[P]^{-1} = 2\pi\epsilon \left[ [A] + [q] \right]^{-1} \quad (2.3.1.6)$$

$$[Y(C/W/N-M)] = j\omega [P]^{-1} \quad (2.3.1.7)$$

Pode-se verificar que para o caso de um único condutor acima do solo, têm-se:

$$P = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{2h}{R_1}\right) + \frac{1}{2\pi\epsilon} q \quad (2.3.1.8)$$

$$q = 2 \int_0^\infty \frac{\left(\xi + \frac{\mu_g}{\mu} a_{1-fd}\right) \exp[-2h\xi]}{\left(\xi + \frac{\mu}{\mu_g} a_{1-fd}\right) \left(\frac{\mu_g}{\mu} a_{1-fd} + \frac{\xi}{(\tau_{fd})^2}\right)} d\xi \quad (2.3.1.9)$$

<sup>1</sup> Considerando corretamente as fontes em cada um dos meios de propagação, bem como, as condições de contorno nas fronteiras (WEDEPOHL, 1971), (SIQUEIRA DE LIMA, 2007).

$$j\omega P^{-1} = Y(C/W/N - M) = \frac{1}{\left( \frac{\ln\left(\frac{2h}{R_1}\right)}{j\omega 2\pi \varepsilon} + \frac{q}{j\omega 2\pi \varepsilon} \right)} \quad (2.3.1.10)$$

$$Y(C/W/N - M) = \frac{Y_g(C/W/N - M)Y_{ext}}{(Y_g(C/W/N - M) + Y_{ext})} \quad (2.3.1.11)$$

A admitância de retorno pelo solo pode ser interpretada eletricamente como uma “associação em série” da admitância na condição de solo ideal e da admitância de retorno.

### 2.3.2 MÉTODO APROXIMADO DE ARISMUNANDAR (ARISM-M)

ARISMUNANDAR (1963) apresenta um método aproximado das integrais de Carson para cálculo de termos de correção na matriz de coeficientes de potencial e conseqüentemente na admitância transversal para um sistema com n-condutores. Os fatores de correção foram calculados a partir de sucessivas aproximações baseadas no método das imagens. No referido estudo já se considera a permissividade do solo no cálculo da admitância transversal, porém não foram apresentados resultados numéricos. A seguir é apresentado o método modificado para inclusão da dependência dos parâmetros do solo com a frequência para fins de comparação com resultados obtidos via integração das expressões de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M).

A dinâmica de propagação da onda de corrente num condutor acima do solo é da forma:

$$Y^{-1} \frac{d^2 I}{dx^2} - Z I = 0 \quad (2.3.2.1)$$

onde,

$$Z = Z_{ext} + p(\gamma, y) \quad (2.3.2.2)$$

$$Y^{-1} = Y_{ext}^{-1} + q(\gamma, y) \quad (2.3.2.3)$$

$Z_{ext}$  – impedância longitudinal por unidade de comprimento na condição de solo e condutores ideais;

$Y_{ext}$  – admitância transversal por unidade de comprimento na condição de solo e condutores ideais;

$p(\gamma, y)$  - fator de correção na impedância devido ao retorno pelo solo como condutor imperfeito;

$q(\gamma, y)$  - fator de correção na admitância devido ao retorno pelo solo como condutor imperfeito;

Na equação diferencial (2.3.2.1) a coeficiente de propagação pode ser escrita em função da impedância e admitância por unidade de comprimento, que também dependem da própria coeficiente de propagação da linha, ou seja, chega-se a uma equação transcendental:

$$\gamma = [Z(\gamma)Y(\gamma)]^{\frac{1}{2}} \quad (2.3.2.4)$$

Os fatores de correção devido ao retorno pelo solo  $p(\gamma, y)$  e  $q(\gamma, y)$  são obtidos por integração (de menos infinito a mais infinito) das funções de onda de um dipolo horizontal de corrente. Estas expressões inicialmente foram inicialmente obtidas por Carson (em relação à impedância longitudinal) e posteriormente por outros autores (ARISMUNANDAR, 1963), (NAKAGAWA, 1981) e são aqui analisadas para a inclusão do modelo de solo com dependência da frequência:

$$p(\gamma, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(r) e^{j\gamma v} dv \quad (2.3.2.5)$$

$$q(\gamma, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} Q(r) e^{j\gamma v} dv \quad (2.3.2.6)$$

onde:

$r = \sqrt{y^2 + v^2}$  - distância radial a partir do condutor até um ponto de observação;

$P(r)$  - impedância longitudinal mútua entre dois condutores separados por uma distância  $r$  e dado por:

$$P(r) = \frac{j \omega \mu}{2 \pi} \int_0^{\infty} \frac{\gamma}{w_0 + w_g} e^{-w_0 h} K_0(r \gamma) d\gamma \quad (2.3.2.7)$$

$Q(r)$ : impedância transversal ou radial mútua entre dois condutores separados por uma distância  $r$  e dado por:

$$Q(r) = \frac{j \omega \mu}{2 \pi} \int_0^{\infty} \frac{\gamma}{w_0 \gamma_g^2 + w_g \gamma_0^2} e^{-w_0 h} K_0(r \gamma) d\gamma \quad (2.3.2.8)$$

$$w_0 = \sqrt{\gamma^2 + \gamma_o^2} \quad (2.3.2.9)$$



$$w_g = \sqrt{\gamma^2 + \gamma_g^2} \quad (2.3.2.10)$$

$$\gamma_0 = j \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad (2.3.2.11)$$

$$\gamma_g = \sqrt{j \omega \mu_g (\sigma_g + j \omega \epsilon_g)} \quad (2.3.2.12)$$

$K_n(x)$ : Função de Bessel de primeira espécie e ordem n;

Considerando a dependência com a frequência dos parâmetros do solo com a frequência, na formulação modificada as expressões de correção na admitância transversal e impedância longitudinal são obtidas substituindo-se  $\gamma_g$  em (2.3.2.5) e (2.3.2.6) pela expressão do coeficiente de propagação com os parâmetros do solo dependentes da frequência (indicado na expressão pelo índice “fd”):

$$\gamma_{g-fd} = \sqrt{j \omega \mu_g (\sigma_{g-fd} + j \omega \epsilon_{g-fd})} \quad (2.3.2.13)$$

O objetivo do método de aproximações sucessivas é solucionar a equação transcendental dada por (2.3.2.4) através do cálculo aproximado e sucessivo de  $Z(\gamma)$  e  $Y(\gamma)$ . O procedimento é ilustrado na figura 2.3.2.1.

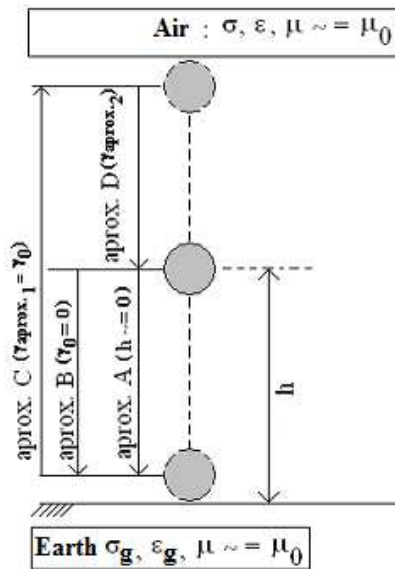


Figura 2.3.2. 1 - Etapas do método de aproximações sucessivas (ARISM-M)

O método é baseado em quatro aproximações sucessivas e três etapas que serão descritas a seguir.

*Etapa 1:*

A aproximação A ( $h \approx 0$ ), justificada pelo fato de que: de acordo com o método das imagens, para um condutor acima do solo, a constante dielétrica do solo ( $\epsilon_g$ ) tem o efeito de

diminuir a altura efetiva do condutor se o solo for assumido como não condutivo. Com a condutividade do solo constante e não nula esta aproximação é utilizada conjuntamente com a aproximação B (correntes de deslocamento no ar nulas, ou seja, o ar como dielétrico perfeito) para resolver as integrais infinitas (2.3.2.7) e (2.3.2.8) e encontrar os termos de correção devido ao retorno pelo solo. Em conseqüência teremos:

$$P(r) = \frac{j \omega \mu}{2 \pi} \int_0^{\infty} \frac{\gamma}{\gamma + \sqrt{\gamma^2 + \gamma_g^2}} K_0(r \gamma) d\gamma = \frac{j \omega \mu}{2 \pi r} \left[ \frac{1 - (1 + \gamma_g r) e^{-\gamma_g r}}{(\gamma_g r)^2} \right] \quad (2.3.2.14)$$

$$Q(r) = \frac{j \omega \mu}{2 \pi} \int_0^{\infty} \frac{K_0(r \gamma)}{\gamma_g^2} d\gamma = \frac{1}{2 \pi (\sigma_g + j \omega \epsilon_g) r} \quad (2.3.2.15)$$

Substituindo equações (2.3.2.14) e (2.3.2.15) em (2.3.2.5) e (2.3.2.6) respectivamente, obtêm-se os fatores de correção da impedância longitudinal e admitância transversal:

$$p(\gamma, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(r) e^{j \gamma v} dv = \frac{j \omega \mu}{2 \pi} F_{p-fd}(y, \gamma_{g-fd}, \gamma) \quad (2.3.2.16)$$

$$q(\gamma, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} Q(r) e^{j \gamma v} dv = \frac{1}{\pi (\sigma_g + j \omega \epsilon_g)} F_{q-fd}(\gamma, y) \quad (2.3.2.17)$$

onde:

$$F_{p-fd}(y, \gamma_{g-fd}, \gamma) = \frac{2}{y \gamma_g^2} \left[ \gamma K_1(\gamma y) - \left( \sqrt{\gamma_{g-fd}^2 + \gamma^2} \right) K_1 \left( y \sqrt{\gamma_{g-fd}^2 + \gamma^2} \right) \right] \quad (2.3.2.18)$$

$$F_{q-fd}(\gamma, y) = K_0(\gamma y) \quad (2.3.2.19)$$

$K_n(x)$  – Funções de Bessel de primeira ordem modificadas de ordem n.

Conseqüentemente, as equações transcendentais (2.3.2.1-2) podem ser re-escritas em função dos fatores de correção:

$$Z(\gamma) = \frac{j \omega \mu}{2 \pi} \left[ \ln \left( \frac{2h}{R_1} \right) + F_{p-fd}(2h, \gamma_g, \gamma) \right] \quad (2.3.2.20)$$

$$Y(\gamma)^{-1} = \frac{1}{j \omega 2 \pi \epsilon_0} \ln \left( \frac{2h}{R_1} \right) + \frac{1}{\pi (\sigma_g + j \omega \epsilon_g)} F_{q-fd}(\gamma h) \quad (2.3.2.21)$$

$$\begin{aligned} \gamma^2 \left[ \frac{1}{j \omega 2 \pi \epsilon_0} \ln \left( \frac{2h}{R_1} \right) + \frac{1}{\pi (\sigma_g + j \omega \epsilon_g)} F_{q-fd}(\gamma h) \right] &= \\ = \frac{j \omega \mu}{2 \pi} \left[ \ln \left( \frac{2h}{R_1} \right) + F_p(2h, \gamma_g, \gamma) \right] & \quad (2.3.2.22) \end{aligned}$$

*Etapa 2:*

Assumindo nulos os termos de correção nas equações (2.3.2.21) e (2.3.2.22) é obtida uma primeira aproximação para o coeficiente de propagação na linha,  $\gamma \approx \gamma_0$  (a terceira aproximação do método - aproximação C):

$$\gamma_{aprox.1} = j \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = \gamma_0 \quad (2.3.2.23)$$

Esta aproximação tem o efeito de remover o condutor das proximidades do solo devido à eliminação dos termos de correção. A última etapa tem como objetivo eliminar parcialmente esta última aproximação.

*Etapa 3:*

Considerando os termos de correção calculados quando  $\gamma \approx \gamma_0$  (obtidos na etapa 1) é introduzida uma aproximação de segunda ordem para o coeficiente de propagação, aproximação (D), com o objetivo de eliminar a aproximação C e retornar o condutor à sua posição original, considerando agora o efeito do solo:

$$\gamma_{aprox.2}^2 = [Z_{ext} + \Delta Z(\gamma_{aprox.1})][Y_{ext}^{-1} + \Delta Y^{-1}(\gamma_{aprox.1})] \quad (2.3.2.24)$$

onde:

$$Z_{ext} = \frac{j \omega \mu}{2 \pi} \ln\left(\frac{2h}{R_1}\right) \quad (2.3.2.25)$$

$$Y_{ext}^{-1} = \frac{1}{j \omega 2 \pi \epsilon} \ln\left(\frac{2h}{R_1}\right) \quad (2.3.2.26)$$

$$\Delta Z = \frac{j \omega \mu}{2 \pi} F_{p-fd}(2h, \gamma_{g-fd}, \gamma_{aprox.1}) \quad (2.3.2.27)$$

$$\Delta Y^{-1} = \frac{1}{\pi (\sigma_{g-fd} + j \omega \epsilon_{g-fd})} F_{q-fd}(\gamma_{aprox.1}, h) \quad (2.3.2.28)$$

Na hipótese de termos de correção com valores pequenos o suficiente pode-se escrever (2.3.2.24) na forma:

$$\gamma_{aprox.2} = \gamma_0 \left(1 + \frac{\Delta Z}{Z} - \frac{\Delta Y^{-1}}{Y^{-1}}\right) \quad (2.3.2.29)$$

Substituindo o novo coeficiente de propagação, nas equações de propagação (2.3.2.20-22) obtêm-se a correção devido ao retorno pelo solo, na admitância:

$$Y(\gamma)^{-1} = \frac{1}{j\omega 2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{2h}{R_1}\right) + \frac{1}{\pi(\sigma_{g-fd} + j\omega\epsilon_{g-fd})} F_{q-fd} \left[ \gamma_0 \left(1 + \frac{\Delta\gamma_0}{\gamma_0}\right), h \right] \quad (2.3.2.30)$$

$$\frac{\Delta\gamma_0}{\gamma_0} = \frac{F_p(2h, \gamma_g, \gamma_0)}{2 \ln\left(\frac{2h}{R_1}\right)} - \frac{j\omega\epsilon}{(\sigma_{g-fd} + j\omega\epsilon_{g-fd})} \frac{F_q(\gamma_0, h)}{\ln\left(\frac{2h}{R_1}\right)} \quad (2.3.2.31)$$

Um procedimento similar a do caso de condutor único (considerando a coeficiente de propagação como uma média geométrica das constantes de propagação em cada condutor individual), aplicado ao caso de um sistema de n-condutores, resultam numa matriz de correção da matriz de coeficientes de potencial. A matriz de fatores de correção relaciona a matriz calculada nas condições de solo e condutores ideais com a matriz corrigida devido ao retorno pelo solo:

$$[A]^{ARISM-M} = [F_C][A] \quad (2.3.2.32)$$

$$F_{Ck,m} = \left[ 1 + \left( \frac{P_{k,m}}{\frac{A_{k,m}}{2\pi\omega\epsilon_0} - Q_{k,m}} \right)^2 - \left( \frac{Q_{k,m}}{\frac{A_{k,m}}{2\pi\omega\epsilon_0}} \right) \right] \quad (2.3.2.33)$$

$$P_{k,m} = \left[ \frac{\sigma_{g-fd}}{\pi[\sigma_{g-fd}^2 + (\omega\epsilon_{g-fd})^2]} \left( \ln|fq_{k,m}| + \theta \frac{\omega\epsilon_g}{\sigma_g} \right) \right] \quad (2.3.2.34)$$

$$Q_{k,m} = \left[ \frac{\sigma_g}{\pi[\sigma_{g-fd}^2 + (\omega\epsilon_{g-fd})^2]} \left( \theta - \frac{\omega\epsilon_g}{\sigma_g} \ln|fq_{k,m}| \right) \right] \quad (2.3.2.35)$$

$$\ln|fq_{k,m}| = K_0(|u_{k,m}|) \quad (2.3.2.36)$$

$$u_{k,m} = \gamma_0 D_{k,m} \left( 1 + \frac{\Delta\gamma_0}{\gamma_0} \right) \quad (2.3.2.37)$$

$$\frac{\Delta\gamma_0}{\gamma_0} = \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{fp_{k,k}}{A_{k,k}} + \frac{fp_{m,m}}{A_{m,m}} \right) - \left( \frac{fq_{k,k}}{A_{k,k}} + \frac{fq_{m,m}}{A_{m,m}} \right) \right] \quad (2.3.2.38)$$

$$fp_{ii} = \frac{2}{D_{ii} \gamma_g^2} \left( \gamma_0 K_1(\gamma_0 D_{ii}) - \sqrt{\gamma_{g-fd}^2 + \gamma_0^2} K_1(\sqrt{\gamma_{g-fd}^2 + \gamma_0^2} D_{ii}) \right) \quad (2.3.2.39)$$

$$fq_{ii} = K_0(\gamma_0 \frac{D_{ii}}{2}) \quad (2.3.2.40)$$

onde:

$\theta$  - ângulo de  $fq_{k,m}$  na forma complexa;

A admitância corrigida pelo método de aproximações sucessivas para o caso de um sistema com n-condutores é da forma:

$$[Y(ARISM - M)] = j 2 \pi \omega \epsilon [A^{ARISM - M}]^{-1} \quad (2.3.2.41)$$

### 2.3.3 MÉTODO APROXIMADO DE TESCHE (T-M)

Além do método de aproximações sucessivas de Arismunandar será avaliada a aproximação de TESCHE (1992). Nesta aproximação, a admitância de retorno pelo solo é calculada a partir da impedância de retorno pelo solo e do coeficiente de propagação no solo.

$$[Y_g(T - M)] \cong [(\gamma_{g-fid})]^2 [(Z_g)]^{-1} \quad (2.3.3.1)$$

A admitância transversal total é calculada por associação série com a admitância transversal calculada na condição de solo ideal. Neste caso, a impedância de retorno pelo solo é calculada utilizando os métodos estudados (Carson, Carson/Wise, Deri, Sunde) e em seguida é utilizada a aproximação de Tesche para o cálculo aproximado. Os resultados serão comparados com os métodos de Arismunandar e com o cálculo por integração numérica das integrais de CARSON/WISE/NAKAGAWA.

## 2.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foi feita uma revisão bibliográfica dos métodos de cálculo de parâmetros de linhas de transmissão, seguindo a linha de pesquisa na busca de modelos que representem de forma mais correta a dinâmica de propagação de ondas em linhas de transmissão. Foram feitas considerações sobre a inclusão da dependência dos parâmetros do solo com a frequência e apresentadas modificações nas expressões de cálculo aproximado e no cálculo via integração numérica das integrais de Carson – visando a análise da influência da dependência dos parâmetros do solo com a frequência no cálculo de parâmetros da linha. No capítulo seguinte, é abordada a questão da dependência da condutividade e da parcela  $\omega \epsilon_g$  do solo com a frequência, com exemplos de medições em campo de amostras de solo (GERTRUDES, 2005).

## **CAPÍTULO 3: DEPENDÊNCIA DA CONDUTIVIDADE E PERMISSIVIDADE DO SOLO COM A FREQUÊNCIA: INCORPORAÇÃO DE ANÁLISE HARMÔNICA NOS PROCEDIMENTOS DE MEDIÇÃO EM CAMPO**

### **3.1 INTRODUÇÃO**

Neste capítulo são apresentados os resultados do mestrado (GERTRUDES, 2005), especificamente de ensaios de campo para determinação de modelos que levam em consideração a dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  do solo em função da frequência.

Contribuições nos procedimentos de medição de  $\sigma_g$  e de  $\omega\epsilon_g$  do solo em função da frequência são abordados – trata-se de um resumo do tratamento de dados de campo de amostras de solo coletadas na região de Cachoeira Paulista/SP (22°41.2 S, 44°59,0 W) (GERTRUDES, 2005) para evidenciar a necessidade da representação da dependência dos parâmetros do solo com a frequência. No caso específico do ensaio de Cachoeira Paulista, verificamos a presença de ruídos em baixa frequência que prejudicavam a leitura das amplitudes e defasagem entre os sinais de tensão e correntes - dados necessários para determinação do modelo que considera a dependência da frequência dos parâmetros ( $\sigma_g$ ,  $\omega\epsilon_g$ ) das amostras coletadas.

Para a solução deste problema, que surge em função da alta resistividade das amostras em baixas frequências, foi feita a análise harmônica dos sinais – com o objetivo de identificar a componente do sinal com frequência correspondente à do “sinal injetado” na amostra (previamente conhecida através do gerador de funções), e desta forma, efetuar a medição das amplitudes e fases de tensão e corrente sem a presença dos ruídos.

Duas técnicas foram empregadas: a filtragem e a identificação do “sinal injetado” na amostra através da transformada rápida de Fourier (FFT). As duas técnicas apresentadas incorporadas nos procedimentos de medição possibilitaram a obtenção dos parâmetros necessários para determinação do modelo da amostra de solo em função da frequência.

### **3.2 DEPENDÊNCIA DA CONDUTIVIDADE E PERMISSIVIDADE DO SOLO COM A FREQUÊNCIA**

A teoria eletromagnética evidencia o fato de que os materiais reagem à aplicação de campos eletromagnéticos de várias formas incluindo, por exemplo, “dispersão” de elétrons

livres e de fronteira por ação do campo elétrico e re-orientação dos dipolos ou momentos magnéticos por ação do campo magnético. Na maioria dos casos as respostas podem ser consideradas lineares na faixa usual de dependência da amplitude dos campos eletromagnéticos.

As respostas de materiais isotrópicos e lineares à variação temporal de campos eletromagnéticos dependem significativamente da frequência de variação dos mesmos. No caso específico do solo, tanto  $\sigma_g$  quanto  $\omega\epsilon_g$  são fortemente dependentes da frequência. Por outras palavras, tanto as correntes de condução quanto às de deslocamento são dependentes da frequência. Os fenômenos físicos que causam a dependência da condutividade e  $\omega\epsilon_g$  em função da frequência diferem para sólidos, líquidos e gases e foge do escopo desta tese tratá-los aqui detalhadamente.

No caso específico de amostras analisadas, verifica-se através de medições em campo, que: exceto para campos intensos onde pode ocorrer ionização, o solo apresenta uma resposta linear relativa à aplicação de campos eletromagnéticos com dependência em função da frequência, porém com a condutividade e  $\omega\epsilon_g$  dependentes da frequência do campo aplicado.

A permeabilidade magnética,  $\mu_g$ , é praticamente igual à permeabilidade magnética do vácuo ( $\mu_0$ ) inclusive para minérios de ferro baseados em  $O_3Fe_2$ , porém esta aproximação não é válida no caso de minérios de ferro baseados em  $O_4Fe_3$  que são incomuns no Brasil.

Para variações lentas de campos eletromagnéticos, uma resposta da condutividade e  $\omega\epsilon_g$  do tipo histerese pode ocorrer. No caso de corrente contínua ou variações muito lentas, migração de umidade, incluindo eletrosmose, e efeitos de heterogeneidade de temperatura podem ocorrer, o que não pode ser tratado somente considerando o solo com condutividade constante ou pela média de parâmetros locais do solo (PORTELA, 1999).

Exceto nos casos mencionados acima, como ocorrência de histerese dielétrica ou no caso de variações muito lentas dos campos eletromagnéticos, o comportamento do solo é tipicamente de defasagem mínima.

### **3.2.1 MODELAGEM DOS PARÂMETROS DO SOLO COM DEPENDÊNCIA DA FREQUÊNCIA NA FAIXA 0 A 2 MHz**

Neste trabalho consideramos o modelo tipo 3 (PORTELA, 1997) e os aspectos básicos são apresentados neste item.

Para uma análise da resposta dos parâmetros do solo ( $\sigma_g, \omega \epsilon_g$ ) em função da frequência é conveniente considerá-los nas formulações de Maxwell como uma admitância em formulação complexa,  $W = \sigma_g + j\omega \epsilon_g$ .

Em condições infinitesimais,  $W$ , é modelado como a admitância de um volume elementar (amostra de solo), representado por um circuito formado pela conexão em paralelo de “m+1” circuitos simples compostos por um resistor,  $R_k$ , em série com capacitor,  $C_k$ , com admitância de cada ramo dado por  $W_k$ . A representação de uma amostra de solo representada eletricamente é esquematizada na Figura 3.2.1.1.

$$W_k = \frac{j\omega}{j\omega + \omega_k} R_k^{-1} ; \quad \omega_k = \frac{1}{R_k C_k} \quad (3.2.1.1)$$

$$W = \sum_{k=0}^m W_k \quad (3.2.1.2)$$

considerando uma distribuição contínua de  $\omega_k$  tal que

$$R_k^{-1} = g(\omega_k) d\omega_k = k \omega^{1-\alpha_k} d\omega_k \quad (3.2.1.3)$$

substituindo (3.2.1.1) e (3) em (3.2.1.1), obtêm-se

$$W = \int_{\omega_k=0}^{\infty} \frac{j\omega}{j\omega + \omega_k} k \omega^{1-\alpha_k} d\omega_k \quad (3.2.1.4)$$

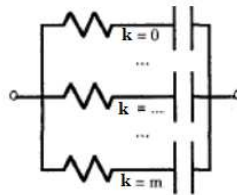


Figura 3.2.1. 1 - Amostra de solo representada eletricamente por m+1 circuitos  $R_k$  em série com capacitor  $C_k$ , com admitância de cada ramo  $W_k$  dado pela equação 3.2.1.1

No intervalo  $a < \omega < b$ , a integral em (3.2.1.4) tem como solução:

$$W(\omega) = k \left\{ \frac{b^{\alpha_k}}{\alpha_k} {}_2F_1 \left[ 1, \alpha_k, 1 + \alpha_k, \frac{jb}{\omega} \right] - \frac{a^{\alpha_k}}{\alpha_k} {}_2F_1 \left[ 1, \alpha_k, 1 + \alpha_k, \frac{ja}{\omega} \right] \right\} \quad (3.2.1.5)$$

onde,  ${}_2F_1[\dots, \dots, \dots]$  é a função hipergeométrica com quatro parâmetros (ABRAMOVITZ *et al*, 1964), (PORTELA, 1997), (PORTELA, 1999). No caso particular em que  $a = 0$  e  $b \rightarrow \infty$ , a equação (3.2.1.5) tem como resultado:



$$W(\omega) = K_k \left[ 1 + j \tan\left(\frac{\pi}{2} \alpha_k\right) \right] \omega^{\alpha_k} \quad (3.2.1.6)$$

Para a maioria dos solos até então medidos em campo é suficientemente preciso considerar duas parcelas do modelo determinado por (3.2.1.6) para representar a dependência com a frequência de  $\sigma_g + j\omega\epsilon_g$  – uma parcela constante ( $k=0$  com  $\alpha_k = 0$ ), e outra variando com a frequência ( $k=1$  com  $0 < \alpha_1 < 1$ ). Conseqüentemente o modelo dos parâmetros do solo no domínio da frequência pode ser escrito em função de três parâmetros independentes da frequência:  $K_0$ ,  $K_1$ , and  $\alpha_1$ :

$$W(\omega) = K_0 + K_1 \omega^{\alpha_1} + j K_1 \tan\left(\frac{\pi}{2} \alpha_1\right) \omega^{\alpha_1} \quad (3.2.1.7)$$

A equação (3.2.1.7) pode ser também escrita na forma:

$$W(\omega) = K_0 + K_1 (1M) \left[ \cotan\left(\frac{\pi}{2} \alpha_1\right) + j \right] \left( \frac{f}{1MHz} \right)^{\alpha_1} \quad (3.2.1.8)$$

Pode-se observar nas medições de campo que:

$$K_0 = \sigma(\omega \rightarrow 0) \approx \sigma(100 \text{ Hz}). \quad (3.2.1.9a)$$

$$K_1(1M) \approx \Delta\sigma = \sigma(1 \text{ MHz}) - \sigma(100 \text{ Hz}). \quad (3.2.1.9b)$$

Na equação (3.2.1.7),  $\alpha_1$  é o parâmetro que determina a dependência em função da frequência de  $W(\omega) = \sigma_g + j\omega\epsilon_g$ .

Em (3.2.1.8), se  $\alpha_1 \rightarrow 0$ , o modelo corresponde a um condutor “perfeito” ( $\sigma_g$  independente da frequência,  $\omega\epsilon_g$  nulo). Se  $\alpha_1 \rightarrow 1$ , o modelo corresponde a um dielétrico “perfeito”. Como comentamos anteriormente em todas as amostras até então medidas as parcelas dependentes da frequência possuem a faixa de variação de  $\alpha_1$  entre zero e um ( $0 < \alpha_1 < 1$ ). As duas parcelas do segundo membro de (3.2.1.7) estão relacionadas a fenômenos físicos diferentes (condução e deslocamento) e são estatisticamente independentes. Em alguns raros casos onde acontece comportamento tipo histerese, pode ser necessária uma parte imaginária quando  $k = 0$  para modelar o referido efeito.

### 3.2.2 METODOLOGIAS E PROCEDIMENTOS DE MEDIÇÃO EM CAMPO: CARACTERÍSTICAS DOS SINAIS DE TENSÃO E CORRENTE PROVENIENTE DE ENSAIOS EM AMOSTRAS DE SOLO

Para solos razoavelmente consistentes um procedimento de corte das amostras no local de medição é aplicado (PORTELA, 1999), com amostras coletadas em forma de cuboide (1,20 m x 0,20 m x 0,20 m)<sup>1</sup>. As amostras são cobertas e protegidas ainda no local de coleta por uma rede fina e isoladas com uma camada de parafina líquida e em seguida colocadas numa caixa de madeira para medição em bancada.

Os procedimentos de medição em bancada foram definidos após testes de laboratório e de campo. As dimensões da amostra e procedimentos de coleta levam em consideração a propagação de campos eletromagnéticos (*i.e.*, comprimento de onda e velocidade de propagação do sinal injetado em toda a faixa de frequência), e o fato de que a amostra precisa manter suas características físicas (temperatura, umidade, integridade, etc) intactas antes e durante as medições. Os procedimentos de coleta de amostras estão ilustrados na figura 3.2.2.1 através de fotos do ensaio de Cachoeira Paulista.

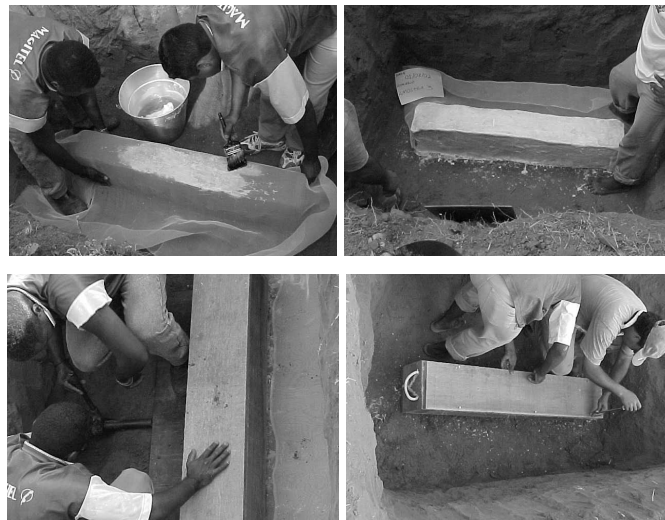


Figura 3.2.2. 1 - Etapas da coleta de uma amostra de solo para medição em bancada (fotos: Amostra 3, Cachoeira Paulista, 01/08/2002)

Para medição em bancada, duas placas de cobre (CE) são adaptadas nas extremidades

<sup>1</sup>A título de exemplo considerando uma amostra de solo de alta resistividade e com parâmetros dependentes da frequência -  $K_0 = 50 \mu\text{S/m}$ ,  $K_1 = 0,0021 \mu\text{S/m.s}^{-1}$ ;  $\alpha = 0,82$  – a velocidade de propagação no solo em 2 MHz é da ordem de 150 m/ $\mu\text{s}$ . Nestas condições, o comprimento de onda ( $\lambda$ ) é da ordem de 75 metros. Todas as dimensões da amostra são muito menores que  $\lambda/10$ . Ou seja, as dimensões da amostra não alteram a modulação do sinal injetado, atendendo desta forma as condições infinitesimais assumidas.

com ajuste de pressão e dois eletrodos são inseridos na amostra para medição de queda de tensão (VE). A representação esquemática é ilustrada na figura 3.2.2.2.

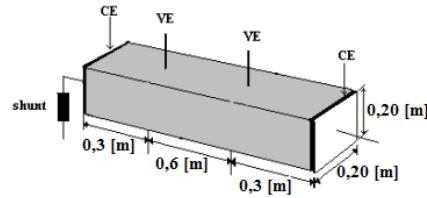


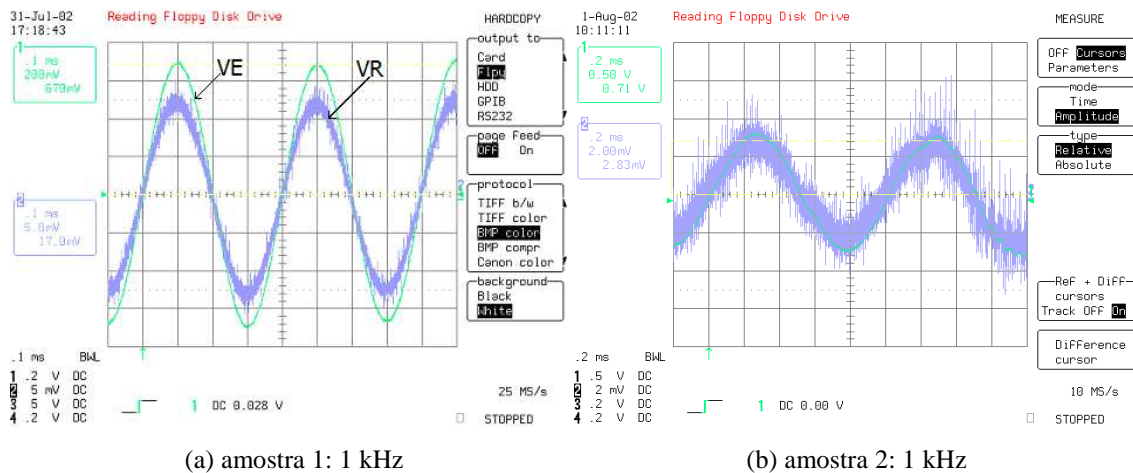
Figura 3.2.2. 2 - Representação esquemática de uma amostra de solo e procedimento de medição em bancada de  $\sigma_g + j\omega\epsilon_g$  no domínio da frequência

Considerando a amostra de solo como sendo um cubóide elementar de comprimento  $\delta l$  e área  $\delta s$ , admitância entre duas faces opostas do cubóide é dada por:

$$Y = \frac{\Delta I_t}{\Delta U_t} = (\sigma_g + j\omega\epsilon_g) \frac{\delta s}{\delta l} \quad (3.2.2.1)$$

O circuito de medição é alimentado através de um gerador de função senoidais de frequência  $f$  variável, impondo desta forma uma corrente circulando na amostra. No caso específico do ensaio de Cachoeira foi utilizado um gerador de funções senoidais sem estágio de amplificação do sinal (GERTRUDES, 2005). Medindo a amplitude da corrente através de um resistor de valor conhecido, VR, a amplitude da tensão entre os eletrodos inseridos na amostra, VE, e a defasagem entre ambos, e considerando as dimensões da amostra, obtêm-se a resposta de  $\sigma_g + j\omega\epsilon_g$  na faixa 0 a 2 MHz.

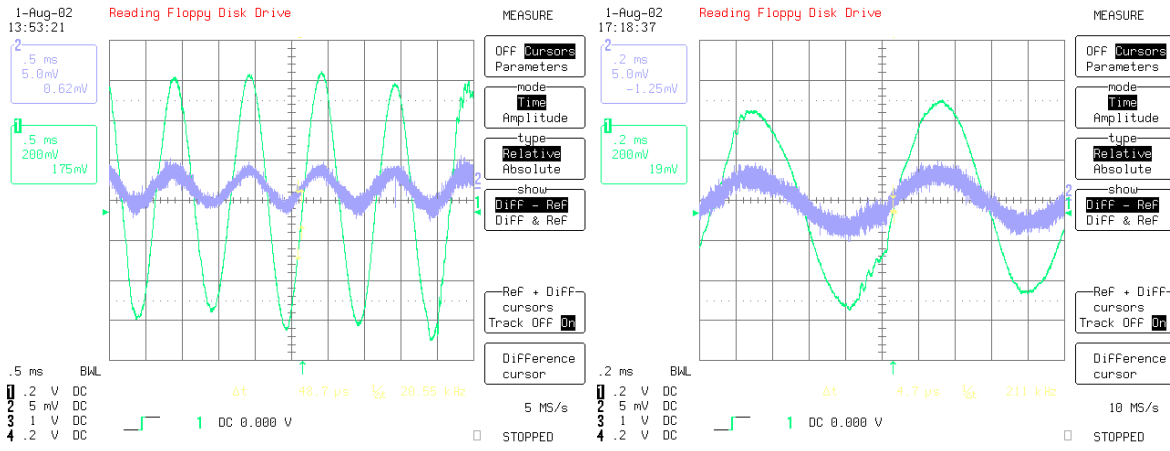
Nas figuras 3.2.2.3 a 3.2.2.6, apresentamos exemplos de medições de campo de tensão (VE) e corrente (VR) feitas em uma das amostras de solo de Cachoeira Paulista, para ilustrar as características das medições de campo.



(a) amostra 1: 1 kHz

(b) amostra 2: 1 kHz

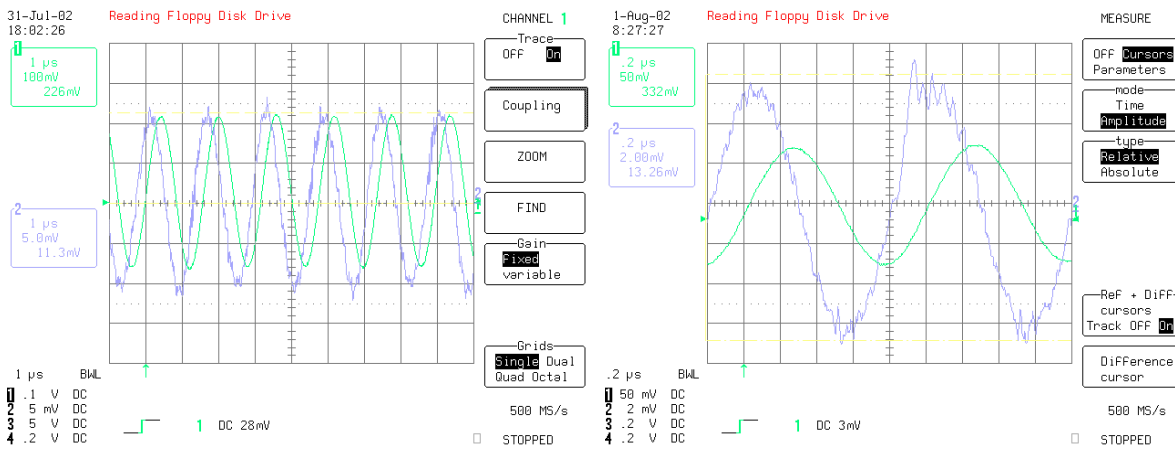
Figura 3.2.2. 3 - Exemplos de sinais VR e VE provenientes das amostras 1 e 2 para 1 kHz



(a) amostra 3: 1 kHz

(b) amostra 4: 1 kHz

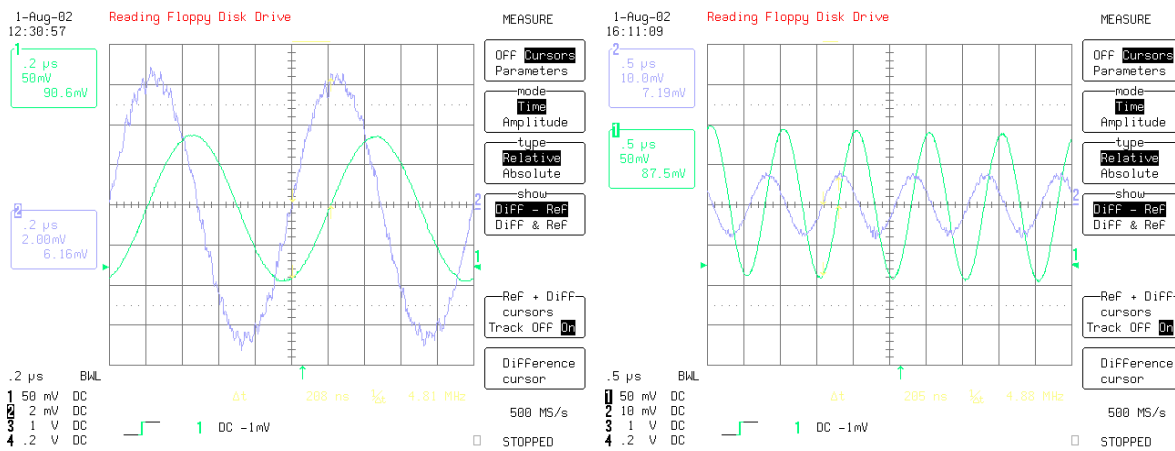
Figura 3.2.2. 4 - Exemplos de sinais VR e VE provenientes das amostras 3 e 4 para 1 kHz



(a) amostra 1: 1 MHz

(b) amostra 2: 1 MHz

Figura 3.2.2. 5 - Exemplos de sinais VR e VE provenientes das amostras 1 e 2 para 1 MHz



(a) amostra 3: 1 MHz

(b) amostra 4: 1 MHz

Figura 3.2.2. 6 - Exemplos de sinais VR e VE provenientes das amostras 3 e 4 para 1 MHz

Através dos exemplos de sinais medidos em campo, verifica-se a presença de “ruídos” – sinais com frequência elevada sobrepostos ao sinal injetado na amostra. A frequência do sinal injetado é previamente selecionada através do gerador de funções utilizado no ensaio. A presença do alto conteúdo harmônico ou “ruídos” - no caso específico do ensaio de Cachoeira Paulista - pode ser explicado pela alta resistividade/resistência das amostras em baixas frequências. Os sinais com maior conteúdo de “ruídos” foram observados para frequências até 10 kHz. A amplificação do sinal pode ser feita com a utilização de um gerador de funções com maior potência de saída ou através de um estágio de amplificação do sinal que não distorça o sinal na faixa de frequência em estudo. Para aproveitar as medições de baixa frequência realizadas, recorreremos às técnicas de análise harmônica (FFT e filtragem) para identificar o sinal injetado – cuja frequência é previamente conhecida – e desta forma efetuar a medição das amplitudes da tensão e corrente, bem como, da defasagem entre ambos.

No item seguinte apresentamos um resumo e alguns exemplos de recuperação do sinal através de análise harmônica. O tratamento de dados de campo foi um dos assuntos de dissertação de mestrado defendida em 2005 (GERTRUDES, 2005).

### **3.2.3 ANÁLISE HARMÔNICA APLICADA NOS PROCEDIMENTOS DE MEDIÇÃO EM CAMPO**

A maior vantagem da identificação da componente de primeira harmônica (sinal com frequência conhecida ou escolhida no gerador de sinais) é a possibilidade de determinação das amplitudes e da defasagem em baixa frequência (por exemplo, 1 kHz) o que resultara numa maior precisão na determinação dos parâmetros do modelo da amostra de solo.

Foram utilizadas duas técnicas distintas: Um filtro “passa-baixas” linear com frequência de corte ajustável, e extração da componente de primeira harmônica através da transformada rápida de Fourier (FFT). Ambas as técnicas apresentaram resultados que permitiram a leitura de amplitudes e defasagem, necessárias para determinação do modelo da amostra. Exemplos de sinais tratados pelas técnicas mencionadas são apresentadas nas figuras 3.2.3.1 e 3.2.3.2. Ambas as técnicas foram aplicadas em todas as medições feitas, na faixa de 100 Hz a 2 MHz, em 4 amostras distintas.

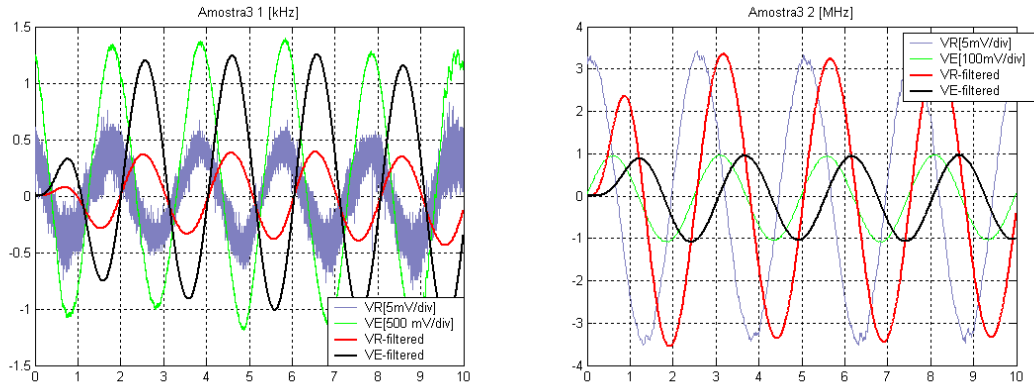


Figura 3.2.3. 1 - Comparação entre sinais medido em campo e primeiro harmônico obtido via filtro passa baixas: 1 kHz e 2 MHz, amostra 3

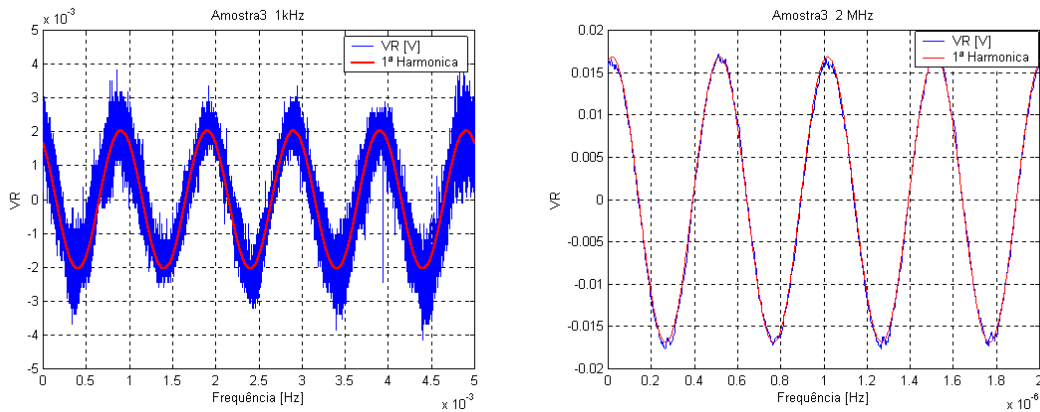


Figura 3.2.3. 2 - Comparação entre sinais medido em campo e primeiro harmônico obtido via FFT para 1kHz e 2 MHz – Amostra 3

A técnica tradicional para medição de resistividade do solo (método de Wenner) é adequada e levará ao mesmo resultado somente para o valor de condutividade medido para baixa frequência ( $K_0$ ), no caso 100 Hz, conforme verificado nos ensaios realizados.

A Tabela 3.2.3.1 apresenta um resumo dos parâmetros dos modelos das amostras tratadas com os procedimentos descritos acima.

Tabela 3.2.3. 1 - Parâmetros de amostras de solo de Cachoeira Paulista – medições feitas com análise harmônica

| Amostras | $K_0$ [ $\mu\text{S}/\text{m}$ ] | $K_1$ [ $\mu\text{S}/\text{m}\cdot\text{s}^{\alpha_1}$ ] | $\alpha_1$ |
|----------|----------------------------------|--|------------|
| 1        | 5500                             | 0,05274  | 0,845      |
| 2        | 1200                             | 0,06650  | 0,835      |
| 3        | 1200                             | 0,06420  | 0,838      |
| 4        | 1015                             | 0,067246   | 0,840      |

### 3.3 RESULTADOS DO ENSAIO COM APLICAÇÃO DE ANÁLISE HARMÔNICA

Nas figuras 3.3.1 a 3.3.4 encontram-se apresentados os gráficos em escala logarítmica e linear, comparando os resultados medidos em campo e posteriormente tratados através de análise harmônica (filtragem, FFT) com o modelo contínuo de dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  com a frequência. Os pontos constantes dos gráficos são os resultados das medidas de campo e a linha contínua refere-se ao modelo de dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  com a frequência com a especificação dos parâmetros  $K_0$ ,  $K_1$  e  $\alpha_1$  de cada amostra de solo na faixa de 0 a 2 MHz.

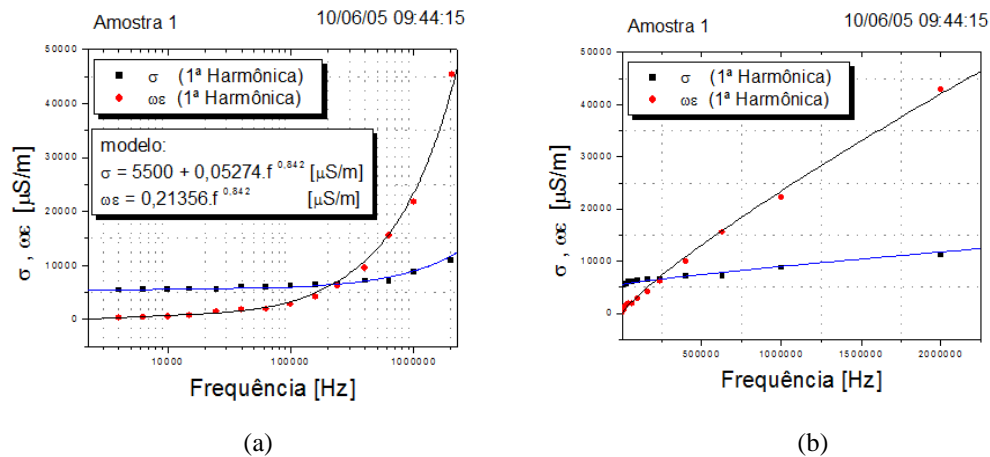


Figura 3.3. 1 - Comparação em escala linear entre modelo e dados medidos em campo com tratamento do sinal, amostras 1: (a) escala logarítmica; (b) escala linear

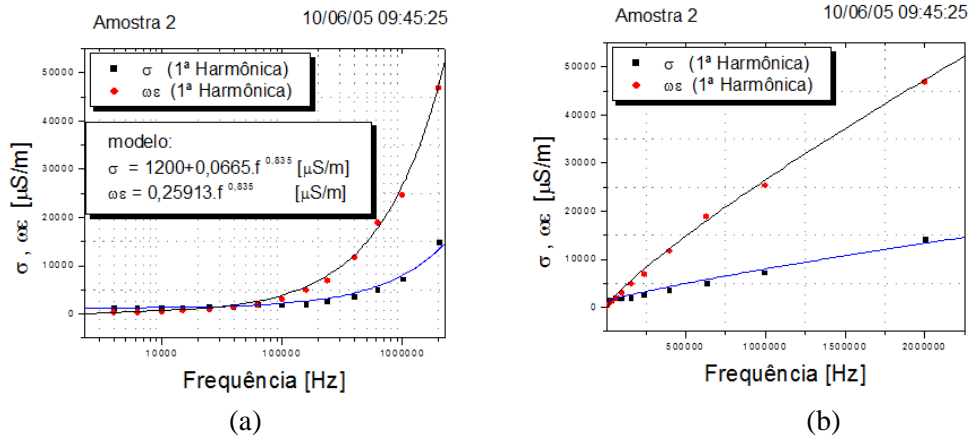


Figura 3.3. 2 - Comparação em escala linear entre modelo e dados medidos em campo com tratamento do sinal, amostras 2: (a) escala logarítmica; (b) escala linear

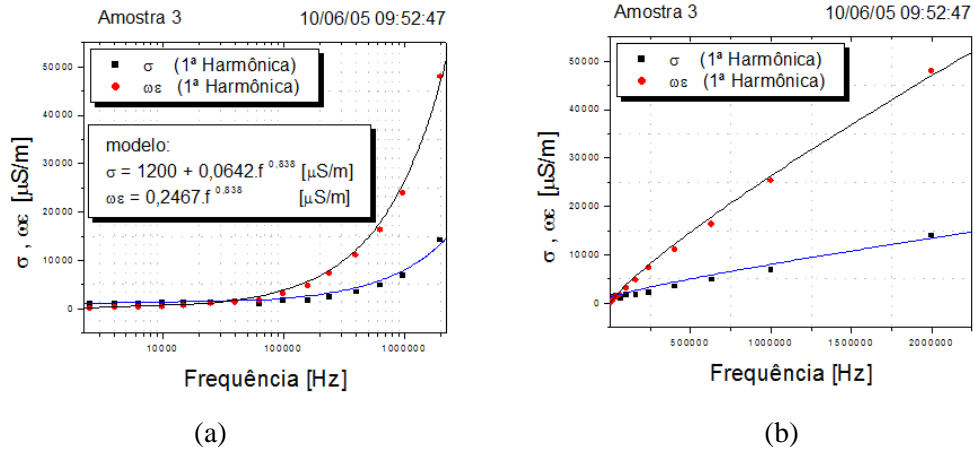


Figura 3.3. 3 - Comparação em escala linear entre modelo e dados medidos em campo com tratamento do sinal, amostras 3: (a) escala logarítmica; (b) escala linear

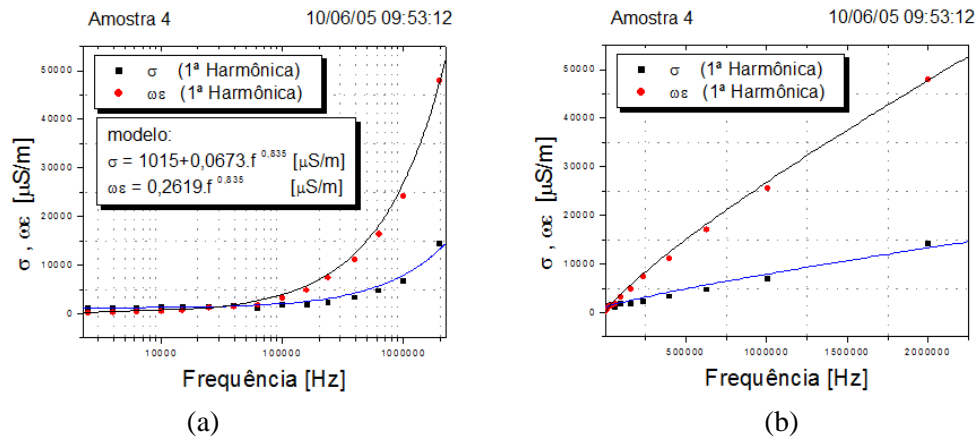


Figura 3.3. 4 - Comparação em escala linear entre modelo e dados medidos em campo com tratamento do sinal, amostras 4: (a) escala logarítmica; (b) escala linear

Nota-se pelos gráficos que a condutividade ( $\sigma_g$ ) do solo e o produto entre a frequência angular e a permissividade elétrica ( $\omega\epsilon_g$ ) têm a mesma ordem de grandeza (em geral entre 1 kHz e 100 kHz). Por outro lado,  $\omega\epsilon_g$  é muito maior que  $\sigma_g$  acima de 100 kHz, em todas os exemplos provenientes de ensaios de campo mostrados nas figuras. Portanto, a condição de campos quase-estacionários em que  $\omega\epsilon_g$  é desprezado por ser considerado muito menor que  $\sigma_g$  não se aplica no caso das amostras até então analisadas. Este é o objetivo principal de nossa pesquisa visando verificar as implicações práticas de tais simplificações no cálculo de parâmetros de linhas de transmissão.

Nas figuras 3.3.5 a 3.3.7 apresentamos o resumo dos parâmetros das amostras de solo medidas no ensaio.



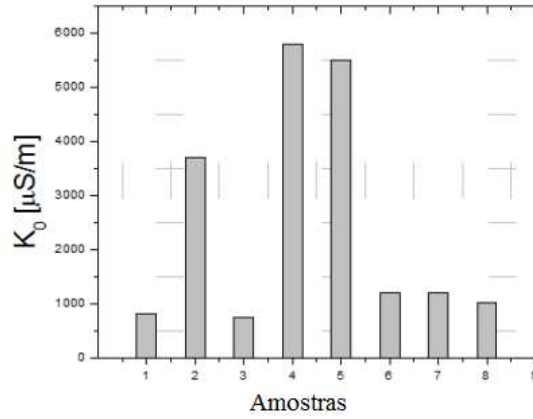


Figura 3.3. 5 - Faixa de variação dos parâmetros  $K_0$  das medições feitas em Cachoeira Paulista

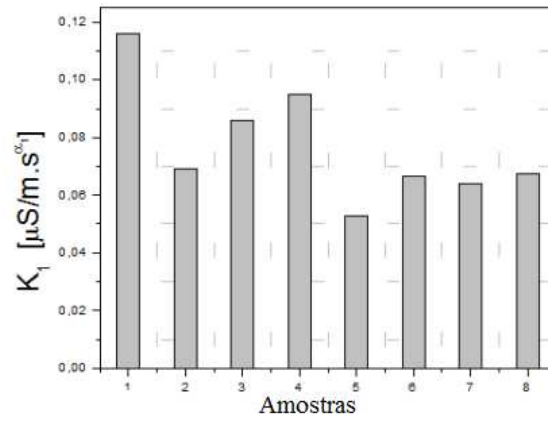


Figura 3.3. 6 - Faixa de variação dos parâmetros  $K_1$  do solo de Cachoeira Paulista

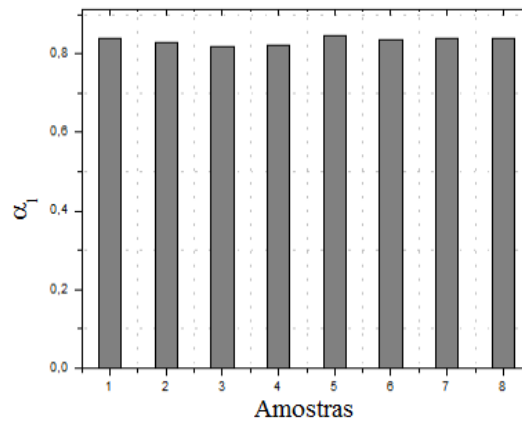


Figura 3.3. 7 - Faixa de variação dos parâmetros  $\alpha_1$  do solo de Cachoeira Paulista

As amostras de solo de Cachoeira Paulista possuem resistividade a baixa frequência variando de 172,4  $\Omega\cdot\text{m}$  a 1344  $\Omega\cdot\text{m}$  sendo que o efeito da dependência da frequência nos

parâmetros do solo é significativo acima de 10 kHz. Nas amostras de solo com resistividades de baixa frequência maiores, a influência da dependência da frequência começa a ser considerável em frequências menores.

A parcela  $\omega\epsilon_g$  é baixa até cerca de 10 kHz e a partir deste valor de frequência apresenta o mesmo comportamento da condutividade com relação a dependência com a frequência com  $\omega\epsilon_g$  maior que  $\sigma_g$  acima de 100 kHz, em todas os exemplos provenientes de ensaios de campo mostrados nas figuras.

O parâmetro  $\alpha_1$  que determina a dependência com a frequência não apresentou grandes oscilações de uma amostra para a outra, variando de 0,82 a 0,84. Os valores estão dentro da faixa típica de dependência dos parâmetros. A quantidade de amostras analisadas em Cachoeira Paulista não permite que se realize uma análise estatística dos dados medidos.

### **3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Neste capítulo foram apresentados resumidamente os resultados de medições de campo da condutividade e permissividade do solo em função da frequência. Trata-se de um resumo do tratamento de dados de campo de ensaio realizado com coletadas amostras de solo coletadas na região de Cachoeira Paulista/SP. Os resultados obtidos com relação à dependência dos parâmetros do solo com a frequência foram semelhantes e coerentes com resultados anteriormente medidos na região Amazônica. Devido a grande distância entre as referidas regiões analisadas, em torno de 2000 km, e como as regiões têm características geológicas distintas, pode-se concluir que os resultados obtidos estão coerentes em relação aos procedimentos de medição da dependência dos parâmetros do solo com a frequência.

O procedimento de medida foi cuidadosamente registrado através de fotografias de todo o processo de extração das amostras, identificando problemas que podem surgir nas amostras que descaracterizariam as medições. As amostras defeituosas devem ser descartadas para não perturbar a geração do modelo matemático. O tratamento das amostras para posterior medição em bancada foi detalhado e registrado.

O processo de medição dos parâmetros foi descrito e aplicado, e os resultados obtidos via tratamento de dados (GERTRUDES, 2005) foram apresentados aqui de forma resumida para reiterar a necessidade de considerar a dependência dos parâmetros do solo com a frequência na modelagem de linhas de transmissão.

Os resultados confirmam a alta dependência dos parâmetros do solo com a frequência, o que vem sendo pesquisado há algum tempo. As condições usualmente aceitas para a representação dos parâmetros do solo na modelagem de linhas de transmissão – condutividade constante e independente da frequência e que desprezam as correntes de deslocamento induzidas ( $\omega\epsilon_g \ll \sigma_g$ ) - não correspondem à realidade observada em campo. Nota-se que na faixa de frequência em estudo, em torno de 30 kHz ocorre a igualdade entre  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  e acima deste valor de frequência  $\omega\epsilon_g$  é maior do que  $\sigma_g$ . Portanto, a condição de campos quase-estacionários em que  $\omega\epsilon_g$  é desprezado por ser considerado muito menor que  $\sigma_g$  não se aplica no caso das amostras até então analisadas. Na presente pesquisa foram analisadas as implicações da dependência dos parâmetros do solo com a frequência no cálculo da admitância transversal.

O modelo descrito que leva em consideração a dependência dos parâmetros do solo com a frequência altera os parâmetros de propagação no solo (coeficiente de propagação, impedância intrínseca, etc) em toda a faixa de frequência em estudo (0 a 2 MHz). Conseqüentemente, nas formulações modificadas, deve-se substituir  $\gamma_g$  pela expressão do coeficiente de propagação com os parâmetros do solo dependentes da frequência (indicado nas expressões pelo índice “*fd*”):

$$\gamma_{g-fd} = \sqrt{j \omega \mu_g \left[ \left( K_0 + K_1 \omega^{\alpha_1} + j K_1 \tan\left(\frac{\pi}{2} \alpha_1\right) \omega^{\alpha_1} \right) \right]} \quad (3.4.1)$$

Nos capítulos seguintes serão analisados resultados e as implicações da dependência dos parâmetros do solo em função da frequência na avaliação dos parâmetros de linhas de transmissão, considerando casos de baixa e alta resistividade.

## **CAPÍTULO 4: INFLUÊNCIA DA DEPENDÊNCIA DA CONDUTIVIDADE E PERMISSIVIDADE DO SOLO NO CÁLCULO DA ADMITÂNCIA TRANSVERSAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO – ANÁLISE PARA CASO DE UM CONDUTOR ÚNICO ACIMA DO SOLO**

### **4.1 INTRODUÇÃO**

Neste capítulo apresentamos resultados numéricos da influência da dependência dos parâmetros do solo com a frequência no cálculo da impedância longitudinal e admitância transversal de uma linha composta por um único condutor acima do solo, tendo como objetivos: (i) Comparação entre os resultados obtidos através dos métodos aproximados mais utilizados na literatura e via integração numérica das integrais completas de Carson modificadas para inclusão do modelo de solo com dependência da frequência; (ii) Análise de sensibilidade comparando diferentes formas de representação dos parâmetros do solo na avaliação da impedância longitudinal e admitância transversal por unidade de comprimento, identificando desta forma, as faixas de frequências onde a dependência da condutividade e de  $\omega\epsilon_g$  são importantes na avaliação das impedâncias longitudinais e admitâncias transversais de retorno pelo solo.

As análises são feitas para linha composta por um único condutor “*grosbeak*”- o mesmo que forma o feixe de condutores da linha trifásica que será analisada posteriormente -, a uma altura média de 10 metros acima do solo. As características são as seguintes: Raio interno ( $R_0$ ): 4,635 mm; Raio externo ( $R_1$ ): 12,57 mm;  $R_{cc}$  (Resistência para corrente contínua) a 75°C: 0,089898  $\Omega$ /km; Permissividade relativa,  $\epsilon_r$ : 1; Permeabilidade magnética relativa,  $\mu_r$ : 1.

A impedância externa total é calculada na condição de condutor ideal e com suposições e aproximações físicas comentadas no item 2.2 e que geram erros que podem não ser aceitáveis dependendo da aplicação e da faixa de frequência em estudo.

A impedância interna é obtida através do quociente entre o campo magnético longitudinal pela corrente no condutor.

Ambos os métodos de cálculo estão sujeitos a causas comuns de erros, como por exemplo, em relação às simplificações tanto de geometria, de representação dos meios de

propagação, das condições de contorno, etc; e as causas de erros que são específicas das simplificações e restrições na derivação de cada método de análise.

As causas de erros comuns e das diferenças entre os resultados obtidos - comparando os diferentes métodos de cálculo - são importantes e são discutidas no item 4.4.

## 4.2 RESULTADOS PARA O CASO DE CONDUTOR ÚNICO: COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE CÁLCULO

Na avaliação da impedância longitudinal foram comparados os resultados obtidos através dos métodos aproximados: plano complexo modificado (Deri-M), Sunde modificado (S-M) com o resultado obtido através de integração numérica das formulações de Carson e Carson/Wise/Nakagawa modificados (C-M e C/W/N-M). Com relação a avaliação da admitância transversal foram comparados resultados obtidos através dos métodos aproximados com os resultados obtidos através da integração numérica das integrais de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) modificadas. Foram analisadas cinco possibilidades de cálculo da admitância transversal que estão descritos no item 4.2.2. As comparações e análises foram feitas considerando casos de solos de alta e baixa resistividade mostrados na Tabela 4.2.1, tendo em conta a dependência do modelo de solo com a frequência no cálculo da admitância transversal e impedância longitudinal por unidade de comprimento. Nos métodos de cálculo através das integrais de Carson modificados (C-M) e (C/W/N-M) os resultados da impedância e admitância por unidade de comprimento são obtidos por integração numérica das expressões na sua forma integral via *quadratura adaptativa de Gauss-Lobatto*, com erro de truncamento de  $10^{-6}$  e taxa de amostragem de 10 pontos por década de frequência.

Tabela 4.2. 1 - Exemplos de modelos de solos de baixa e alta resistividade com parâmetros constantes e com dependência com a frequência, respectivamente<sup>1</sup>

| Parâmetros   | Solo de baixa resistividade |      | Solo de alta resistividade |        |
|--|-----------------------------|------|----------------------------|--------|
|  |                             |      |                            |        |
| $K_0$ [ $\mu\text{S}/\text{m}$ ]                   | 1700                        | 1700 | 50                         | 50     |
| $K_1$ [ $\mu\text{S}/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ] | 0                           | 0,9  | 0                          | 0,0021 |
| $\alpha_1$   | 0                           | 0,62 | 0                          | 0,82   |

<sup>1</sup> Os parâmetros dos modelos com dependência da frequência foram convenientemente escolhidos entre valores máximos e mínimos de  $K_1$  e  $\alpha_1$  observados em campo (PORTELA, 1999). Os valores para  $K_0$  são típicos e correspondem a resistividade de baixa frequência de 588  $\Omega\cdot\text{m}$  para o exemplo de baixa resistividade e 20.000  $\Omega\cdot\text{m}$  para o exemplo de alta resistividade.

#### 4.2.1 PARÂMETROS LONGITUDINAIS POR UNIDADE DE COMPRIMENTO

Na Figura 4.2.1.1 apresentamos os gráficos em escala logarítmica comparando as diferentes contribuições no cálculo na resistência total por unidade de comprimento para casos de baixa e alta resistividade, respectivamente. No mesmo gráfico estão representadas a resistência interna, a resistência de retorno pelo solo e a resistência total. A resistência de retorno pelo solo é calculada através das formulações aproximadas e modificadas (S-M, DERI-M) e através de integração numérica das formulações de Carson (C-M) e Carson/Wise/Nakagawa modificada (C/W/N-M) para efeitos de comparação.

A resistência interna é constante até 100 Hz, varia com a frequência devido ao efeito pelicular - que a partir de 100 Hz atua diminuindo a área efetiva de condução do condutor e conseqüentemente, provocando o aumento deste parâmetro a partir desse valor de frequência. Em baixas frequências (até 100 Hz) a contribuição da resistência interna na resistência total é maior do que a contribuição do solo. Por exemplo, observando a Tabela 4.2.1.1, verificamos que em 60 Hz, frequência de operação em regime do sistema elétrico brasileiro, a resistência interna é 0,0912  $\Omega/\text{km}$  e a de retorno pelo solo é de 0,0599  $\Omega/\text{km}$  resultando numa resistência total é de 0,15  $\Omega/\text{km}$ . Ou seja, mesmo em 60 Hz, dependendo da precisão que se queira para o modelo da linha, a contribuição do solo deve ser levada em consideração.

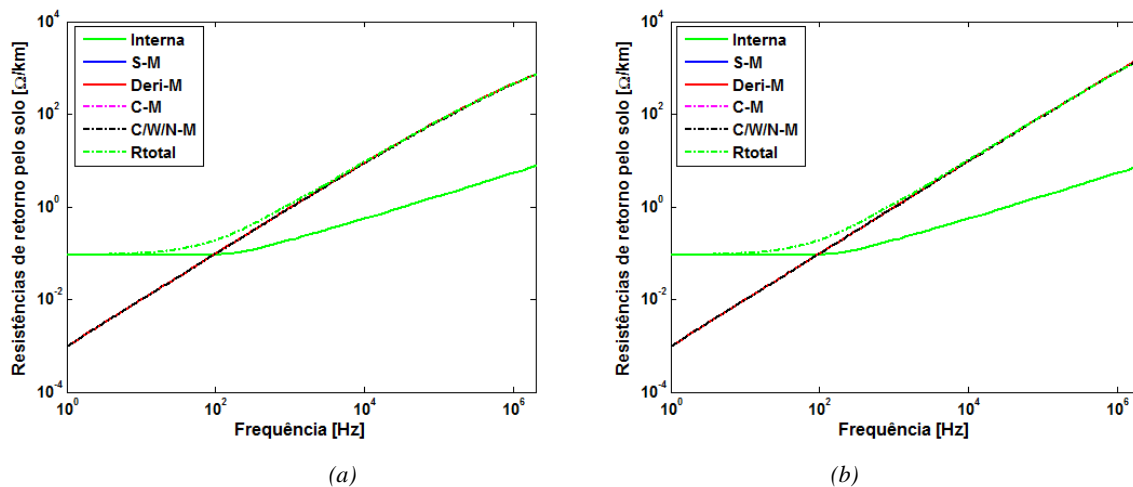


Figura 4.2.1. 1-Resistências interna, de retorno pelo solo e total – por unidade de comprimento: Comparação em escala logarítmica entre formulações aproximadas mais comuns na literatura (S-M e Deri-M) com o cálculo efetuado diretamente das formulações de Carson na forma integral (C-M e C/W/N-M). (a) Exemplo de solo de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

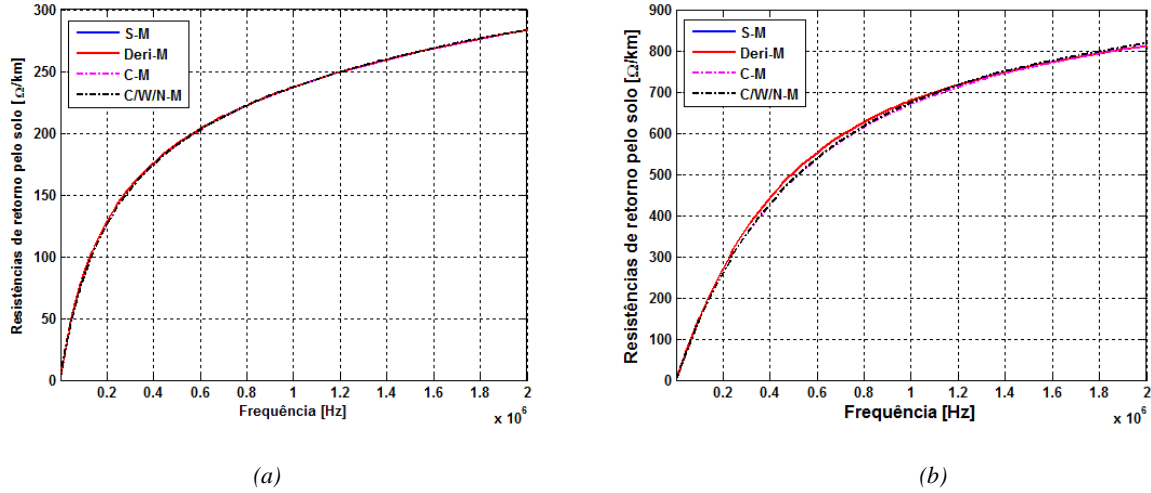


Figura 4.2.1. 2 - Resistências de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Comparação em escala linear entre formulações aproximadas mais comuns na literatura (S-M e Deri-M) com o cálculo efetuado diretamente das formulações de Carson na forma integral (C-M e C/W/N-M). (a) Exemplo de solo de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Comparando os casos de solo de baixa resistividade e alta resistividade, verifica-se (com o auxílio das tabelas 4.2.1.1 e 4.2.1.2) que até 1 kHz a contribuição do solo de baixa e alta resistividade no cálculo da resistência da retorno pelo solo têm a mesma ordem de grandeza. Porém, à medida que a frequência aumenta verificam-se resistências de retorno pelo solo com valores maiores, no caso de alta resistividade (a contribuição do solo de alta resistividade varia de 14,12 Ω/km em 10 kHz a 812 Ω/km em 2 MHz, enquanto que para solos de baixa resistividade varia de 11 Ω/km em 10 kHz a 284 Ω/km em 2 MHz).

Tabela 4.2.1. 1 - Resistências internas, de retorno pelo solo e total: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para o caso de solos de baixa resistividade

| Freq. [Hz] | R <sub>int</sub> [Ω/km] | Resistências de retorno pelo solo [Ω/km] |                         |                         |                             | Resistências totais [Ω/km]  |                          |                              |
|------------|-------------------------|--|-------------------------|-------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------------|------------------------------|
|            |                         | R <sub>solo</sub> (DERI-M)               | R <sub>solo</sub> (S-M) | R <sub>solo</sub> (C-M) | R <sub>solo</sub> (C/W/N-M) | R <sub>total</sub> (DERI-M) | R <sub>total</sub> (C-M) | R <sub>total</sub> (C/W/N-M) |
| 10         | 0,0899                  | 0,0099                                   | 0,0099                  | 0,0099                  | 0,0099                      | 0,0998                      | 0,0998                   | 0,0998                       |
| 60         | 0,0912                  | 0,0599                                   | 0,0599                  | 0,0597                  | 0,0597                      | 0,1511                      | 0,1509                   | 0,1509                       |
| 100        | 0,0934                  | 0,1002                                   | 0,1002                  | 0,0999                  | 0,0999                      | 0,1937                      | 0,1933                   | 0,1933                       |
| 600        | 0,1540                  | 0,6201                                   | 0,6201                  | 0,6156                  | 0,6156                      | 0,7742                      | 0,7697                   | 0,7697                       |
| 1k         | 0,1928                  | 1,0488                                   | 1,0488                  | 1,0393                  | 1,0393                      | 1,2415                      | 1,2320                   | 1,2320                       |
| 6 k        | 0,4350                  | 6,6961                                   | 6,6961                  | 6,5665                  | 6,5661                      | 7,1312                      | 7,0015                   | 7,0011                       |
| 10 k       | 0,5546                  | 11,2610                                  | 11,2610                 | 10,9953                 | 10,9944                     | 11,8156                     | 11,5499                  | 11,5490                      |
| 60 k       | 1,3245                  | 58,4520                                  | 58,4520                 | 56,4275                 | 56,4201                     | 59,7765                     | 57,7520                  | 57,7447                      |
| 100 k      | 1,7032                  | 85,1229                                  | 85,1229                 | 82,4884                 | 82,4792                     | 86,8261                     | 84,1916                  | 84,1825                      |
| 600 k      | 4,1390                  | 203,4854                                 | 203,4854                | 203,0354                | 203,0847                    | 207,6244                    | 207,1745                 | 207,2237                     |
| 1 M        | 5,3369                  | 237,4133                                 | 237,4133                | 237,3994                | 237,4986                    | 242,7502                    | 242,7363                 | 242,8354                     |
| 2 M        | 7,5381                  | 283,5677                                 | 283,5677                | 283,6616                | 283,8568                    | 291,1058                    | 291,1998                 | 291,3950                     |

Tabela 4.2.1. 2 - Resistências interna, de retorno pelo solo e total: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para o caso de solos de alta resistividade

| Freq. [Hz] | R <sub>int</sub> [Ω/km] | Resistências de retorno pelo solo [Ω/km] |                                |                                |                                     | Resistências totais[Ω/km]          |                                 |                                      |
|------------|-------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|
|            |                         | R <sub>solo</sub> (DERI-M) [Ω/km]        | R <sub>solo</sub> (S-M) [Ω/km] | R <sub>solo</sub> (C-M) [Ω/km] | R <sub>solo</sub> (C/W/N/-M) [Ω/km] | R <sub>total</sub> (DERI-M) [Ω/km] | R <sub>total</sub> (C-M) [Ω/km] | R <sub>total</sub> (C/W/N/-M) [Ω/km] |
| 10         | 0,0899                  | 0,0099                                   | 0,0099                         | 0,0099                         | 0,0099                              | 0,0998                             | 0,0998                          | 0,0998                               |
| 60         | 0,0912                  | 0,0598                                   | 0,0598                         | 0,0598                         | 0,0598                              | 0,1510                             | 0,1510                          | 0,1510                               |
| 100        | 0,0934                  | 0,1003                                   | 0,1003                         | 0,1002                         | 0,1002                              | 0,1937                             | 0,1937                          | 0,1937                               |
| 600        | 0,1540                  | 0,6342                                   | 0,6342                         | 0,6331                         | 0,6333                              | 0,7883                             | 0,7874                          | 0,7871                               |
| 1k         | 0,1928                  | 1,0917                                   | 1,0917                         | 1,0891                         | 1,0897                              | 1,2844                             | 1,2825                          | 1,2818                               |
| 6 k        | 0,4350                  | 7,9998                                   | 7,9998                         | 7,9493                         | 7,9631                              | 8,4348                             | 8,3981                          | 8,3843                               |
| 10 k       | 0,5546                  | 14,2133                                  | 14,2133                        | 14,0976                        | 14,1245                             | 14,7679                            | 14,6792                         | 14,6523                              |
| 60 k       | 1,3245                  | 93,2031                                  | 93,2031                        | 91,1624                        | 91,2870                             | 94,5276                            | 92,6115                         | 92,4869                              |
| 100 k      | 1,7032                  | 150,7754                                 | 150,7754                       | 146,4640                       | 146,6074                            | 152,4786                           | 148,3106                        | 148,1672                             |
| 600 k      | 4,1390                  | 553,3150                                 | 553,3150                       | 539,9817                       | 538,5064                            | 557,4540                           | 542,6455                        | 544,1207                             |
| 1 M        | 5,3369                  | 679,5292                                 | 679,5292                       | 674,6061                       | 671,3581                            | 684,8661                           | 676,6950                        | 679,9430                             |
| 2 M        | 7,5381                  | 811,6156                                 | 811,6156                       | 818,3460                       | 811,9259                            | 819,1538                           | 819,4640                        | 825,8842                             |

Comparando as diferentes formulações utilizadas verificamos que: as formulações aproximadas e modificadas de Sunde (S-M) e da Deri (DERI-M) apresentam valores idênticos, como esperado. No entanto as aproximações das formulações DERI-M e S-M em relação às formulações de Carson (C-M e C/W/N-M) é observado na faixa de 1 kHz a 100 kHz (Figura 4.2.1.2 (a) e Tabela 4.2.1.1) e na faixa de 1 kHz a 1 MHz (Figura 4.2.1.2 (b) e Tabela 4.2.1.2) - apresentando valores ligeiramente superiores, mas muito próximos dos obtidos via integração numéricas das formulações de Carson. A partir de 1 MHz a 2 MHz todas as formulações apresentam os mesmos valores o que mostra que de fato elas correspondem a aproximações assintóticas das formulações de Carson. As diferenças assintóticas entre as formulações serão avaliadas para o caso de linha trifásica.

Na Figura 4.2.1.3 são apresentados os gráficos com a relação resistência de retorno pelo solo/resistência interna, resistência interna/resistência total e resistência do solo/resistência total. A relação solo/interna varia de 0,01 a 1,07 vezes de 1 a 100 Hz, atinge um valor máximo em 244 kHz de 53,1 vezes e volta a diminuir para 38 vezes em 2 MHz (4.2.1.3 a).

Em 100 Hz a resistência interna e de retorno pelo solo têm a mesma ordem de grandeza e a partir desse valor de frequência a resistência de retorno pelo solo apresenta valores cada



vez maiores com contribuição predominante na resistência total em relação à interna (4.2.1.3 b). A relação solo/interna para o caso de alta resistividade tem a mesma ordem de grandeza que o caso de solos de baixa resistividade até 3 kHz. Porém, em altas frequências, atinge valor máximo de 134 vezes em 568 kHz e volta a diminuir para 110 vezes em 2 MHz. A partir de 10 kHz a contribuição do solo na resistência total é predominante em relação à interna (representa 96 % da total enquanto a interna situa-se abaixo dos 5 % da total).

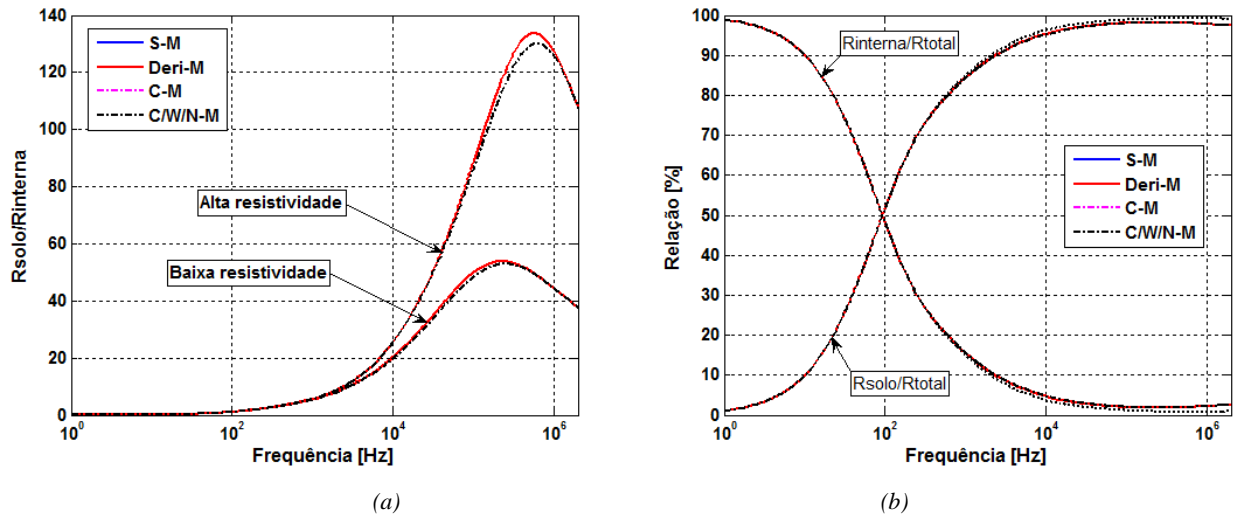


Figura 4.2.1. 3 - Relação entre resistências: (a) solo/interna; (b) interna/total e solo/total

Na Figura 4.2.1.4 apresentamos gráficos em escala logarítmica comparando as diferentes contribuições no cálculo da indutância total por unidade de comprimento. No mesmo gráfico estão representadas a indutância interna, a indutância de retorno pelo solo (real e ideal) e a indutância total por unidade de comprimento. A indutância de retorno pelo solo (real) é calculada através das formulações aproximadas e modificadas (S-M, DERI-M) e através de integração numérica das formulações de Carson (C-M) e Carson/Wise/Nakagawa modificada (C/W/N-M) para efeitos de comparação.

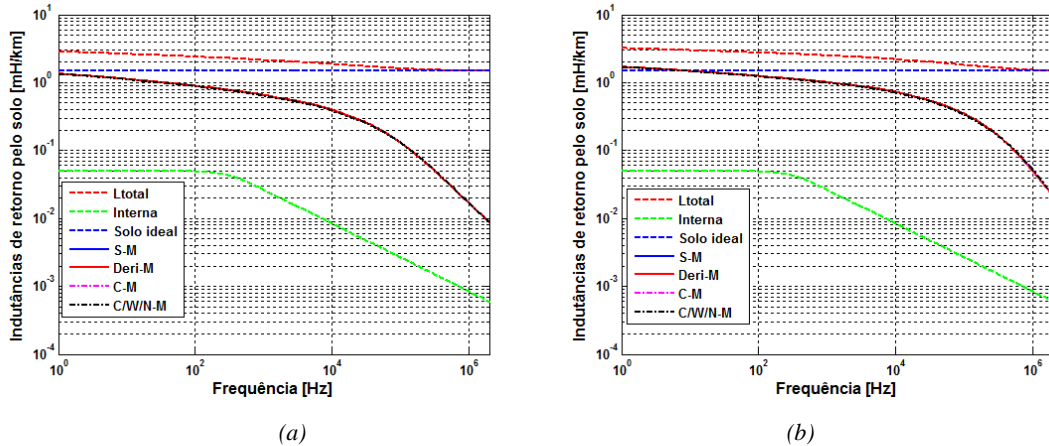


Figura 4.2.1. 4 - Indutâncias interna, de retorno pelo solo e total – por unidade de comprimento: Comparação em escala linear entre métodos de cálculo aproximado mais comuns na literatura (S-M e DERI-M) com o cálculo efetuado por integração numérica (C-M e C/W/N-M). (a) Exemplo de solo de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

A indutância interna tem comportamento inverso em relação à resistência, é constante (0,05 mH/km) e diminui com a frequência a partir de 100 Hz de 0,05 mH/km a  $10^{-4}$  mH/km em 2 MHz (Figura 4.2.1.4 e Tabela 4.2.1.3 e 4.2.1.4). É resultado do fluxo concatenado no interior do condutor sobre a corrente, portanto, é diretamente proporcional à área efetiva de condução que diminui à medida que a frequência aumenta devido ao efeito pelicular.

A indutância externa na condição de solo ideal é constante (1,47 mH/km) em toda a faixa de frequência e depende apenas da altura e do raio externo do condutor neste caso particular de condutor único. Tanto a indutância interna quanto a de retorno pelo solo diminuem em altas frequências, ou seja, a indutância total tende ao valor da indutância externa. Na Figura 4.2.1.6 está representada a relação indutância de retorno pelo solo (real)/indutância interna. Conclui-se a partir do gráfico que, a contribuição da indutância de retorno pelo solo (real) é muito mais importante em toda a faixa de frequência que a indutância interna tanto para solos de baixa quanto para solos de alta resistividade. A relação indutância de retorno pelo solo/indutância externa varia de 0,9 a 0,6 vezes de 0 a 100 Hz (praticamente da mesma ordem de grandeza), de 0,6 a 0,3 vezes a indutância externa na faixa de 100 a 10 kHz e de 0,3 a  $10^{-3}$  de 10 kHz a 2 MHz (4.2.1.7). Portanto para altas frequências, ambas as contribuições internas e solo tornam-se menos significativas, o que justifica a aproximação das curvas de indutância total e indutância externa que podem ser observadas na Figura 4.2.1.4.

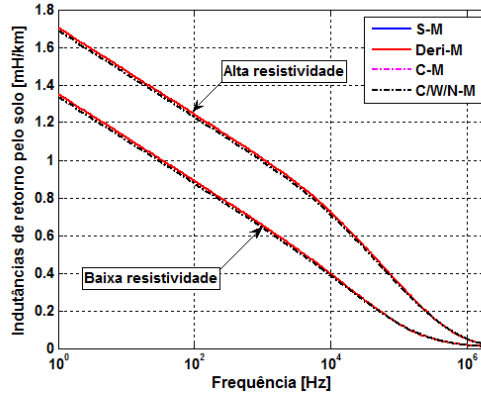


Figura 4.2.1. 5 - Indutância de retorno pelo solo: Comparação em escala linear entre formulações aproximadas mais comuns na literatura (S-M e Deri-M) com o cálculo efetuado diretamente das formulações de Carson na Forma integral (C-M e C/W/N-M)

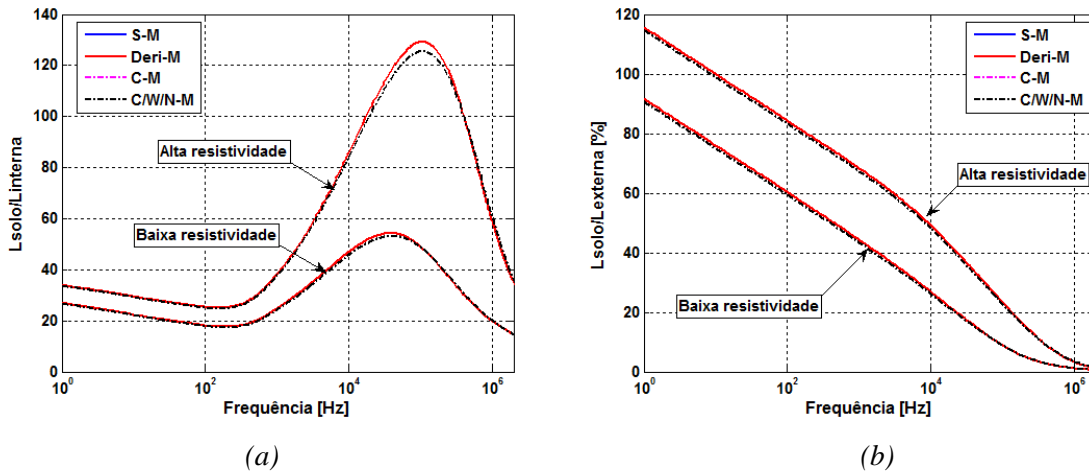


Figura 4.2.1. 6 - Relação entre indutâncias considerando diferentes métodos de cálculo: (a) solo/interna; (b) solo/externa

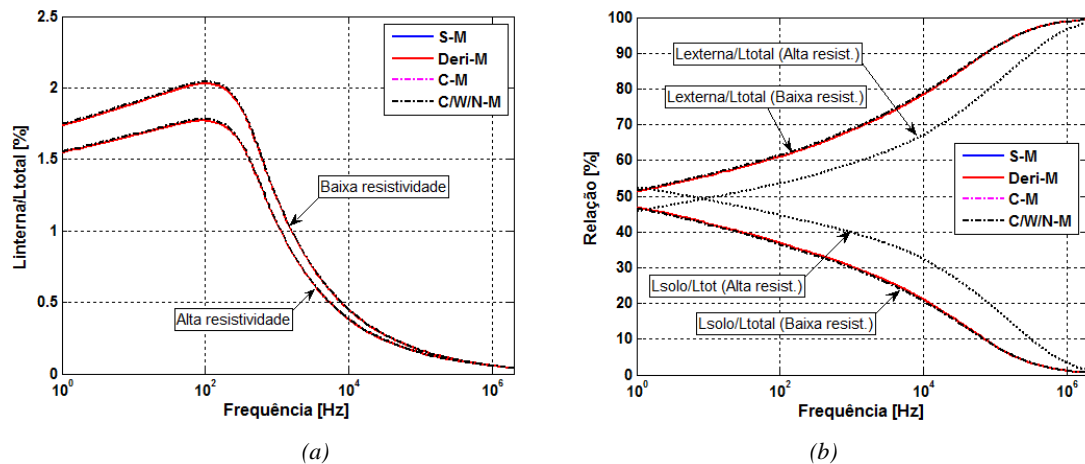


Figura 4.2.1. 7 - Relação percentual entre indutâncias considerando diferentes métodos de cálculo: (a) Interna/total; (b) Externa/total e solo/total

Comparando os casos de baixa e alta resistividade (Figura 4.2.1.7 e Tabela 4.2.1.3 e 4.2.1.4, respectivamente) verifica-se uma maior contribuição da indutância de retorno pelo solo na indutância total para os caso de solo de alta resistividade em relação ao caso de solos de baixa resistividade. A indutância interna representa no máximo 2 % da indutância total até 100 Hz e abaixo de 0,5 % de 10 kHz a 2 MHz. A externa varia de 50 % em baixas frequências a valores acima de 97 % para altas frequências (acima de 1 MHz). A contribuição do solo é importante até 10 kHz e diminui a medida que a frequência aumenta.

A diferença assintótica entre as formulações é notada para casos de solos de alta resistividade – nos gráficos em escala linear - e deve ser analisada com pormenores no caso de linha trifásica. Este fato já era esperado, uma vez que, os modelos baseados no método do plano complexo resultam de aproximações assintóticas das formulações de Carson na forma integral e devem ser avaliados para cada caso específico, pois o erro depende dos raios dos condutores, da configuração dos condutores na linha de transmissão e da frequência do sinal.

Tabela 4.2.1. 3 - Indutância interna, externa (solo ideal) e de retorno pelo solo: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para o caso de solos de baixa resistividade

| Freq. [Hz] | $L_{int}$ [mH/km] | $L_{ext}$ [mH/km] | Indutâncias de retorno pelo solo [mH/km] |                  |                  |                       | Indutâncias totais [mH/km] |                   |                        |
|------------|-------------------|-------------------|--|------------------|------------------|-----------------------|----------------------------|-------------------|------------------------|
|            |                   |                   | $L_{solo}$ (DERI-M)                      | $L_{solo}$ (S-M) | $L_{solo}$ (C-M) | $L_{solo}$ (C/W/N/-M) | $L_{total}$ (DERI-M)       | $L_{total}$ (C-M) | $L_{total}$ (C/W/N/-M) |
| 10         | 0,0500            | 1,4744            | 1,1217                                   | 1,1217           | 1,1064           | 1,1064                | 2,6461                     | 2,6308            | 2,6308                 |
| 60         | 0,0496            | 1,4744            | 0,9418                                   | 0,9418           | 0,9268           | 0,9268                | 2,4659                     | 2,4509            | 2,4509                 |
| 100        | 0,0490            | 1,4744            | 0,8903                                   | 0,8903           | 0,8754           | 0,8754                | 2,4138                     | 2,3989            | 2,3989                 |
| 600        | 0,0336            | 1,4744            | 0,7073                                   | 0,7073           | 0,6931           | 0,6931                | 2,2153                     | 2,2012            | 2,2012                 |
| 1k         | 0,0263            | 1,4744            | 0,6539                                   | 0,6539           | 0,6401           | 0,6401                | 2,1546                     | 2,1408            | 2,1408                 |
| 6 k        | 0,0109            | 1,4744            | 0,4565                                   | 0,4565           | 0,4451           | 0,4451                | 1,9419                     | 1,9304            | 1,9304                 |
| 10 k       | 0,0084            | 1,4744            | 0,3964                                   | 0,3964           | 0,3862           | 0,3862                | 1,8793                     | 1,8691            | 1,8691                 |
| 60 k       | 0,0035            | 1,4744            | 0,1835                                   | 0,1835           | 0,1807           | 0,1808                | 1,6614                     | 1,6586            | 1,6587                 |
| 100 k      | 0,0027            | 1,4744            | 0,1314                                   | 0,1314           | 0,1307           | 0,1308                | 1,6085                     | 1,6079            | 1,6079                 |
| 600 k      | 0,0011            | 1,4744            | 0,0275                                   | 0,0275           | 0,0279           | 0,0279                | 1,5030                     | 1,5034            | 1,5034                 |
| 1 M        | 0,0008            | 1,4744            | 0,0169                                   | 0,0169           | 0,0170           | 0,0170                | 1,4922                     | 1,4923            | 1,4923                 |
| 2 M        | 0,0006            | 1,4744            | 0,0088                                   | 0,0088           | 0,0088           | 0,0089                | 1,4838                     | 1,4839            | 1,4839                 |

Tabela 4.2.1. 4 - Indutância interna, externa (solo ideal) e de retorno pelo solo: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para o caso de solos de alta resistividade

| Freq.<br>[Hz] | $L_{int}$<br>[mH/km] | $L_{ext}$<br>[mH/km] | Indutâncias de retorno pelo solo [mH/km] |                     |                     |                          | Indutâncias Totais [mH/km] |                      |                           |
|---------------|----------------------|----------------------|--|---------------------|---------------------|--------------------------|----------------------------|----------------------|---------------------------|
|               |                      |                      | $L_{solo}$<br>(DERI-M)                   | $L_{solo}$<br>(S-M) | $L_{solo}$<br>(C-M) | $L_{solo}$<br>(C/W/N/-M) | $L_{total}$<br>(DERI-M)    | $L_{total}$<br>(C-M) | $L_{total}$<br>(C/W/N/-M) |
| 10            | 0,0500               | 1,4744               | 1,4745                                   | 1,4745              | 1,4590              | 1,4590                   | 2,9989                     | 2,9835               | 2,9835                    |
| 60            | 0,0496               | 1,4744               | 1,2950                                   | 1,2950              | 1,2796              | 1,2796                   | 2,8190                     | 2,8037               | 2,8037                    |
| 100           | 0,0490               | 1,4744               | 1,2436                                   | 1,2436              | 1,2283              | 1,2283                   | 2,7671                     | 2,7517               | 2,7517                    |
| 600           | 0,0336               | 1,4744               | 1,0615                                   | 1,0615              | 1,0463              | 1,0463                   | 2,5695                     | 2,5543               | 2,5543                    |
| 1k            | 0,0263               | 1,4744               | 1,0079                                   | 1,0079              | 0,9928              | 0,9928                   | 2,5087                     | 2,4935               | 2,4935                    |
| 6 k           | 0,0109               | 1,4744               | 0,7972                                   | 0,7972              | 0,7823              | 0,7826                   | 2,2825                     | 2,2677               | 2,2679                    |
| 10 k          | 0,0084               | 1,4744               | 0,7248                                   | 0,7248              | 0,7102              | 0,7106                   | 2,2077                     | 2,1930               | 2,1935                    |
| 60 k          | 0,0035               | 1,4744               | 0,4321                                   | 0,4321              | 0,4200              | 0,4210                   | 1,9100                     | 1,8979               | 1,8989                    |
| 100 k         | 0,0027               | 1,4744               | 0,3453                                   | 0,3453              | 0,3353              | 0,3365                   | 1,8224                     | 1,8124               | 1,8136                    |
| 600 k         | 0,0011               | 1,4744               | 0,0897                                   | 0,0897              | 0,0912              | 0,0923                   | 1,5653                     | 1,5667               | 1,5678                    |
| 1 M           | 0,0008               | 1,4744               | 0,0498                                   | 0,0498              | 0,0514              | 0,0523                   | 1,5251                     | 1,5267               | 1,5276                    |
| 2 M           | 0,0006               | 1,4744               | 0,0207                                   | 0,0207              | 0,0213              | 0,0218                   | 1,4958                     | 1,4963               | 1,4968                    |

Uma discussão sobre as causas das diferenças entre os resultados gráficos e numéricos obtidos é apresentada no item 4.4.

#### 4.2.2 PARÂMETROS TRANSVERSAIS POR UNIDADE DE COMPRIMENTO

A avaliação da influência da dependência dos parâmetros do solo no cálculo dos parâmetros transversais é feita considerando modelos aproximados em comparação com o cálculo via integração numérica da formulação Carson/Wise/Nakagawa modificada (C/W/N-M). Segue a descrição dos métodos utilizados para avaliação da admitância transversal:

**Solo ideal** - A admitância transversal é calculada a partir do método das imagens e na condição de solo ideal (com condutividade infinita), resultando na formulação tradicional de cálculo, onde a capacitância por unidade de comprimento é constante, independente da frequência.

**S/T-M** - Neste modelo calculamos a impedância de retorno pelo solo, com inclusão do efeito da dependência dos parâmetros do solo com a frequência a partir da formulação de Sunde modificada,  $Z_g(S-M)$ .

$$Z_g(S-M) \cong \frac{j\omega\mu}{\pi} \ln\left(\frac{1+\gamma_{g-fd} h}{\gamma_{g-fd} h}\right) \quad (4.2.2.1)$$

A admitância de retorno pelo solo é feita através da aproximação de Tesche (TESCHE, 1992), (RACHIDI *et al*, 1996):

$$Y_g(S/T-M) \cong \gamma_{g-fd}^2 Z_g^{-1} \quad (4.2.2.2)$$

Para o caso de único condutor a expressão modificada é dada por:

$$Y_g(S/T-M) \cong \gamma_{g-fd}^2 Z_g(S-M)^{-1} \quad (4.2.2.3)$$

A admitância total corrigida **S/T-M** é obtida por associação série entre admitância na condição de solo ideal e a admitância de retorno pelo solo avaliada através da aproximação (4.2.2.2):

$$Y_c(S/T-M) = \frac{Y Y_g(S/T-M)}{Y + Y_g(S/T-M)} \quad (4.2.2.4)$$

**DERI/T-M** - Neste modelo calculamos a impedância de retorno pelo solo, com inclusão do efeito da dependência dos parâmetros do solo com a frequência, a partir da formulação de DERI modificada,  $Z_g(\text{DERI-M})$ .

$$Z_g(\text{DERI}-M) \cong \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{2(h+d')}{R_1}\right) \quad (4.2.2.5)$$

A admitância de retorno pelo solo é estimada através da aproximação de Tesche:

$$Y_g(\text{DERI}/T-M) \cong \gamma_{g-fd}^2 Z_g(\text{DERI}-M)^{-1} \quad (4.2.2.6)$$

A admitância total corrigida **Deri/T-M** é obtida por associação série entre admitância na condição de solo ideal e a admitância de retorno pelo solo avaliada através da aproximação (4.2.2.6):

$$Y_c(\text{DERI}/T-M) = \frac{Y Y_g(\text{DERI}/T-M)}{Y + Y_g(\text{DERI}/T-M)} \quad (4.2.2.7)$$

**C/T-M**: Neste modelo calculamos a impedância de retorno pelo solo, com inclusão do efeito da dependência dos parâmetros do solo com a frequência, a partir da formulação de Carson, ( $Z_g(\text{C-M})$ ), via integração numérica da integral infinita.

$$Z_g(C-M) = \frac{j\omega\mu}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h\xi}}{\xi + \sqrt{\xi^2 + (\gamma_{g-fd})^2}} d\xi \quad (4.2.2.8)$$

A admitância de retorno pelo solo é feita através da aproximação de Tesche:

$$Y_g(C/T-M) \cong \gamma_{g-fd}^2 Z_g(C-M)^{-1} \quad (4.2.2.9)$$

A admitância total corrigida **C/T-M** é obtida por associação série entre admitância na condição de solo ideal e a admitância de retorno pelo solo avaliada através da aproximação (4.2.2.9):

$$Y_c(C/T-M) = \frac{Y Y_g(C/T-M)}{Y + Y_g(C/T-M)} \quad (4.2.2.10)$$

**C/W/N/T-M:** Neste modelo calculamos a impedância de retorno pelo solo, com inclusão do efeito da dependência dos parâmetros do solo com a frequência, a partir da formulação de CARSON/WISE/NAKAGAWA,  $Z_g(C/W/N-M)$ , via integração numérica da integral infinita.

$$Z_g(C/W/N-M) = \frac{j\omega\mu}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h\xi}}{\xi + \frac{\mu}{\mu_g} a_{1-fd}} d\xi \quad (4.2.2.11)$$

A admitância de retorno pelo solo é feita através da aproximação de Tesche:

$$Y_g(C/W/N-M) \cong \gamma_g^2 Z_g(C/W/N-M)^{-1} \quad (4.2.2.12)$$

A admitância total corrigida **C/W/N/T-M** é obtida por associação série entre admitância na condição de solo ideal e a admitância de retorno pelo solo avaliada através da aproximação (4.2.2.13):

$$Y_c(C/W/N-M) = \frac{Y Y_g(C/W/N-M)}{Y + Y_g(C/W/N-M)} \quad (4.2.2.13)$$

**ARISM-M:** Neste modelo calculamos a admitância total corrigida devido ao retorno pelo solo, com inclusão do efeito da dependência na frequência dos parâmetros do solo, a partir do método de aproximações de Arismunandar modificado para inclusão do solo.

**C/W/N-M:** Neste modelo calculamos a admitância total corrigida devido ao retorno pelo solo, com inclusão do efeito da dependência dos parâmetros do solo com a frequência, a partir da formulação de CARSON/WISE/NAKAGAWA  $Y_g(C/W/N-M)$ , via integração numérica da parcela que corrige a admitância transversal nas formulações C/W/N-M:  $q_{1,1}$ .

$$q_{1,1} = 2 \int_0^{\infty} \frac{\left( \xi + \frac{\mu_g}{\mu_0} a_{1-fd} \right) \exp[-(2h)\xi]}{\left( \xi + \frac{\mu_0}{\mu_g} a_{1-fd} \right) \left( \frac{\mu_g}{\mu_0} a_{1-fd} + \frac{\xi}{\tau^2} \right)} d\xi \quad (4.2.2.14)$$

$$Y_c(C/W/N-M) = j\omega 2\pi\epsilon \left[ \ln\left(\frac{2h}{R_1}\right) + q_{1,1} \right]^{-1} \quad (4.2.2.15)$$

Na Figura 4.2.2.1 estão representadas as condutâncias transversais por unidade de comprimento que surgem em decorrência da consideração de solo com perdas. Lembrando que a condutância do ar foi considerada nula. Nota-se que os valores são baixos, próximos de 0 (zero) na faixa de frequência até 10 kHz. Convém salientar que para frequências acima de 10 kHz existem valores negativos de condutâncias (resistências negativas). Resistências negativas são encontradas em várias situações de representação de circuitos equivalentes e surgem em consequência das restrições do uso de circuitos concentrados para representarem efeitos distribuídos. No caso específico de linhas de transmissão o elemento em derivação representa o fluxo capacitivo e seus efeitos na linha. No caso da condutância significa que o caminho de retorno pelo solo introduziu uma componente de perdas no ramo “shunt” e que, em geral, as condutâncias apresentam valores baixos e negativos. Este resultado já tinha sido notado e comentado em trabalhos anteriores (EFTHYMIADIS *et al*,1978). Resultados numéricos são apresentados nas Tabelas 4.2.2.3 e 4.2.2.4.

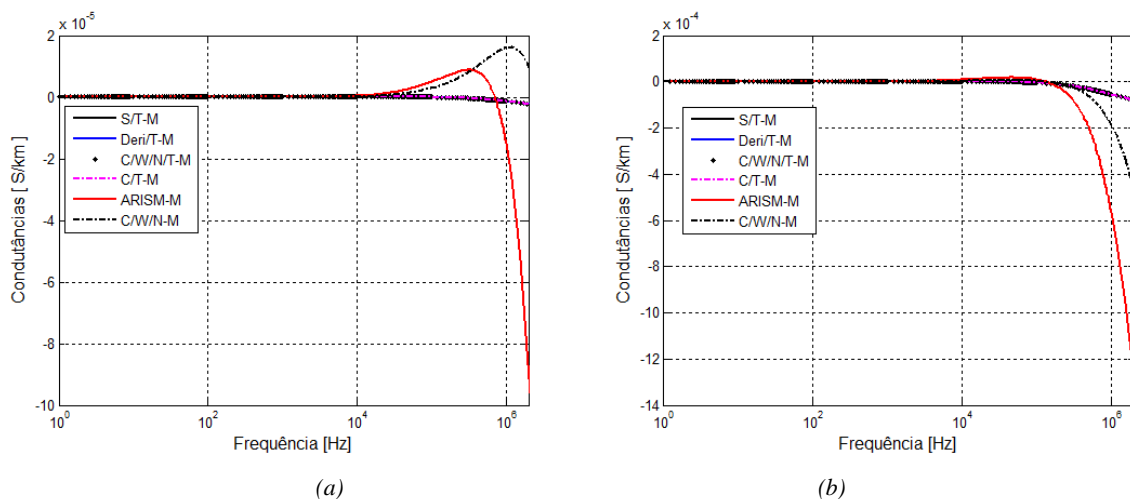


Figura 4.2.2. 1 – Condutâncias por unidade de comprimento: Comparação em escala logarítmica entre formulações aproximadas (S/T-M, Deri/T-M, C/T-M, C/W/N/T-M, ARISM-M) com o cálculo efetuado diretamente das formulações de Carson/Wise/Nakagawa modificado (C/W/N-M). (a) Exemplo de solo de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Nas Figuras 4.2.2.2 e 4.2.2.3 encontram-se os gráficos da capacitância por unidade de comprimento em escala logarítmica e linear respectivamente, comparando os diferentes métodos de cálculo descritos anteriormente.

Os fatores de correção para a admitância transversal são assintóticos em relação a condição de solo ideal - isto é notado nos gráficos em escala logarítmica (que ilustram o



comportamento em baixas frequências) e nos gráficos em escala linear (que ilustram o comportamento das curvas em altas frequências) apresentados nas Figuras 4.2.2.2 e 4.2.2.3, respectivamente. Os fatores de correção são nulos para baixas frequências e para frequências tendendo a infinito. Uma análise permenorizada das partes reais e imaginárias dos fatores de correção é apresentada no item 4.4 para análise das causas das diferenças dos resultados apresentados.

Convém salientar que nas expressões aproximadas **C/T-M** e **C/W/N/T-M** a impedância de retorno pelo solo é obtida por integração numérica. A implementação computacional das expressões **S/T-M** e **DERI/T-M** é simples e com resultados esperados. O procedimento de comparação dos modelos **C/T-M** e **C/W/N/T-M** com os modelos **S/T-M** e **DERI/T-M** foi feita para verificação e validação da rotina de integração. Todos os modelos com a aproximação de Tesche apresentam os mesmos valores (7,546 nF/km – capacitância do caso de solo ideal) em baixas frequências (até 700 Hz para solos de baixa resistividade e até 280 Hz para solos de alta resistividade).

Para exemplo de solo de baixa resistividade (Tabela 4.2.1) – onde a contribuição do solo na admitância total é de fato muito pequena –, tanto os modelos aproximados quanto o cálculo a partir das formulações de Carson apresentam valores próximos da condição ideal. O cálculo da capacitância a partir dos modelos com a aproximação de Tesche apresenta uma pequena variação entre 7,546 nF/km em baixas frequências e 7,545 nF/km em 10 kHz.

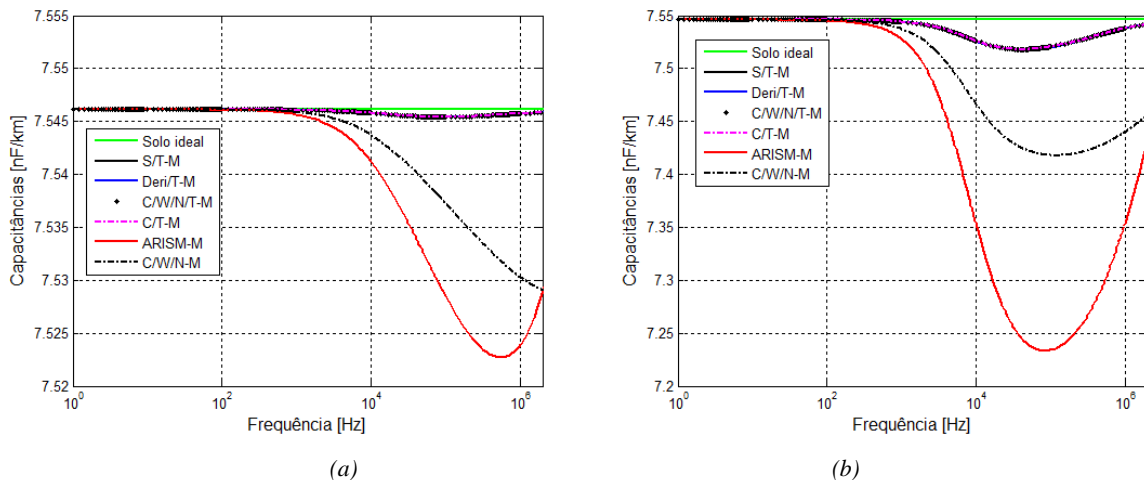


Figura 4.2.2. 2 - Capacitância por unidade de comprimento: Comparação em escala logarítmica entre formulações aproximadas (S/T-M, Deri/T-M, C/T-M, C/W/N/T-M, ARISM-M) com o cálculo efetuado diretamente das formulações de Carson/Wise/Nakagawa modificado (C/W/N-M). (a) Exemplo de solo de baixa resistividade; (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

O método de cálculo **ARISM-M** apresenta variação entre 7,546 nF/km em baixas frequências e 7,523 nF/km (568 kHz) enquanto que o modelo **C/W/N-M** apresenta resultado com variação máxima em relação a dependência dos parâmetros do solo com a frequência: entre 7,546 nF/km em baixas frequências e 7,529 nF/km. Por se tratar de um modelo com menor grau de aproximações este resultado serve como referência em termos de precisão dos modelos. As discrepâncias entre os valores apresentados são muito pequenas da ordem de  $10^{-2}$  a  $10^{-3}$ . Para solos de alta resistividade (Figura 4.2.2b e Tabela 4.2.2.2) verifica-se uma discrepância maior entre os modelos com a aproximação de Tesche em relação aos modelos **ARISM-M** e **C/W/N/T-M** e uma maior sensibilidade em relação à dependência dos parâmetros do solo com a frequência nos dois últimos modelos de cálculo.

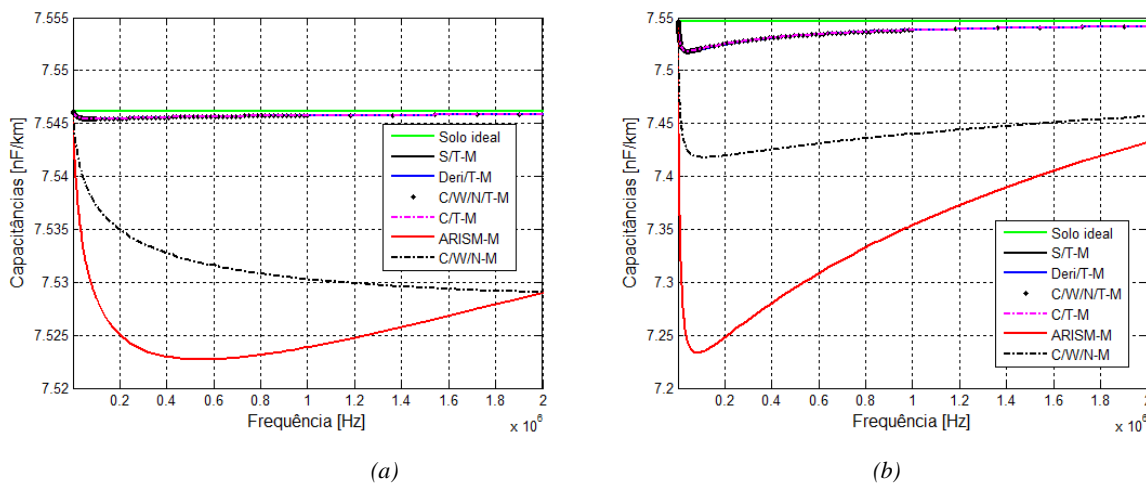


Figura 4.2.2. 3 - Capacitância por unidade de comprimento: Comparação em escala linear entre formulações aproximadas e o cálculo efetuado diretamente das formulações de Carson/Wise/Nakagawa modificado (C/W/N-M). (a) Exemplo de solos de baixa resistividade; (b) Exemplo de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Tendo o modelo **C/W/N-M** como referência de precisão verifica-se que para solos de alta resistividade os modelos com a aproximação de Tesche não representam de forma adequada a contribuição do solo. A capacitância calculada com os modelos com a aproximação de Tesche tem uma variação máxima entre 7,546 nF/km em baixas frequências e 7,518 nF/km em 40 kHz. A capacitância calculada através do modelo **ARISM-M** possui uma variação máxima entre 7,546 nF/km em baixas frequência e 7,25 nF/km acima de 10 kHz, enquanto que o modelo **C/W/N-M** apresenta uma variação maior de 7,546 nF/km e 7,418 nF/km também acima de 10 kHz. As diferentes formulações apresentam o mesmo comportamento em relação à dependência com a frequência da capacitância por unidade de

comprimento (Figura 4.2.2.2). Entretanto, entre os modelos de cálculo aproximado o que mais se aproxima do cálculo direto a partir das formulações de Carson (**C/W/N-M**) é o de Arismunandar modificado (**ARISM-M**). Mesmo assim, para casos de alta resistividade há uma pequena diferença de 0,5 % entre os dois procedimentos de cálculo que será avaliada para o caso trifásico.

Uma discussão sobre as causas das diferenças entre os resultados gráficos e numéricos obtidos é apresentada no item 4.4 através da análise dos fatores de correção da admitância transversal dos diferentes modelos de cálculo.

Tabela 4.2.2. 1 - Capacitâncias: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para o caso de solos de baixa resistividade

| Freq. [Hz] | Solo ideal [nF/km] | S/T-M [nF/km] | DERI/T-M [nF/km] | C/W/N/T-M [nF/km] | C/T-M [nF/km] | ARISM-M [nF/km] | C/W/N-M [nF/km] |
|------------|--------------------|---------------|------------------|-------------------|---------------|-----------------|-----------------|
| 10         | 7,5461             | 7,5461        | 7,5461           | 7,5461            | 7,5461        | 7,5461          | 7,5461          |
| 60         | 7,5461             | 7,5461        | 7,5461           | 7,5461            | 7,5461        | 7,5461          | 7,5461          |
| 100        | 7,5461             | 7,5461        | 7,5461           | 7,5461            | 7,5461        | 7,5461          | 7,5461          |
| 600        | 7,5461             | 7,5461        | 7,5461           | 7,5461            | 7,5461        | 7,5458          | 7,5460          |
| 1k         | 7,5461             | 7,5461        | 7,5461           | 7,5461            | 7,5461        | 7,5456          | 7,5459          |
| 6 k        | 7,5461             | 7,5459        | 7,5459           | 7,5459            | 7,5459        | 7,5430          | 7,5446          |
| 10 k       | 7,5461             | 7,5458        | 7,5458           | 7,5458            | 7,5458        | 7,5412          | 7,5437          |
| 60 k       | 7,5461             | 7,5454        | 7,5454           | 7,5454            | 7,5454        | 7,5315          | 7,5389          |
| 100 k      | 7,5461             | 7,5454        | 7,5454           | 7,5454            | 7,5454        | 7,5285          | 7,5373          |
| 600 k      | 7,5461             | 7,5457        | 7,5457           | 7,5457            | 7,5457        | 7,5227          | 7,5316          |
| 1 M        | 7,5461             | 7,5457        | 7,5457           | 7,5457            | 7,5457        | 7,5239          | 7,5303          |
| 2 M        | 7,5461             | 7,5458        | 7,5458           | 7,5458            | 7,5458        | 7,5290          | 7,5291          |

Tabela 4.2.2. 2 - Capacitâncias: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para o caso de solos de alta resistividade

| Freq. [Hz] | Solo ideal [nF/km] | S/T-M [nF/km] | DERI/T-M [nF/km] | C/W/N/T-M [nF/km] | C/T-M [nF/km] | ARISM-M [nF/km] | C/W/N-M [nF/km] |
|------------|--------------------|---------------|------------------|-------------------|---------------|-----------------|-----------------|
| 10         | 7,5461             | 7,5461        | 7,5461           | 7,5461            | 7,5461        | 7,5460          | 7,5461          |
| 60         | 7,5461             | 7,5461        | 7,5461           | 7,5461            | 7,5461        | 7,5455          | 7,5458          |
| 100        | 7,5461             | 7,5460        | 7,5460           | 7,5460            | 7,5460        | 7,5450          | 7,5455          |
| 600        | 7,5461             | 7,5452        | 7,5452           | 7,5452            | 7,5452        | 7,5366          | 7,5413          |
| 1k         | 7,5461             | 7,5443        | 7,5443           | 7,5443            | 7,5443        | 7,5279          | 7,5373          |
| 6 k        | 7,5461             | 7,5319        | 7,5319           | 7,5321            | 7,5321        | 7,4119          | 7,4892          |
| 10 k       | 7,5461             | 7,5259        | 7,5259           | 7,5262            | 7,5262        | 7,3535          | 7,4665          |
| 60 k       | 7,5461             | 7,5179        | 7,5179           | 7,5186            | 7,5186        | 7,2357          | 7,4206          |
| 100 k      | 7,5461             | 7,5199        | 7,5199           | 7,5206            | 7,5206        | 7,2340          | 7,4181          |
| 600 k      | 7,5461             | 7,5343        | 7,5343           | 7,5341            | 7,5343        | 7,3085          | 7,4310          |
| 1 M        | 7,5461             | 7,5381        | 7,5381           | 7,5379            | 7,5380        | 7,3542          | 7,4403          |
| 2 M        | 7,5461             | 7,5417        | 7,5417           | 7,5416            | 7,5417        | 7,4323          | 7,4570          |

Tabela 4.2.2. 3 - Condutâncias por unidade de comprimento: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para os exemplos de solos de baixa resistividade

| Freq. [Hz] | Solo ideal [μS/km] | S/T-M [μS /km] | DERI/T-M [μS /km] | C/W/N/T-M [μS /km] | C/T-M [μS /km] | ARISM-M [μS /km] | C/W/N-M [μS /km] |
|------------|--------------------|----------------|-------------------|--------------------|----------------|------------------|------------------|
| 10         | 0,0000             | 0,0000         | 0,0000            | 0,0000             | 0,0000         | 0,0000           | 0,0000           |
| 60         | 0,0000             | 0,0000         | 0,0000            | 0,0000             | 0,0000         | 0,0001           | 0,0000           |
| 100        | 0,0000             | 0,0000         | 0,0000            | 0,0000             | 0,0000         | 0,0001           | 0,0001           |
| 600        | 0,0000             | 0,0002         | 0,0002            | 0,0002             | 0,0002         | 0,0037           | 0,0018           |
| 1k         | 0,0000             | 0,0006         | 0,0006            | 0,0006             | 0,0006         | 0,0093           | 0,0044           |
| 6 k        | 0,0000             | 0,0093         | 0,0093            | 0,0091             | 0,0091         | 0,1819           | 0,0867           |
| 10 k       | 0,0000             | 0,0175         | 0,0175            | 0,0170             | 0,0170         | 0,3826           | 0,1837           |
| 60 k       | 0,0000             | 0,0387         | 0,0387            | 0,0404             | 0,0404         | 3,1780           | 1,7030           |
| 100 k      | 0,0000             | -0,0057        | -0,0057           | 0,0004             | 0,0004         | 4,9832           | 2,9081           |
| 600 k      | 0,0000             | -0,8122        | -0,8122           | -0,8022            | -0,8022        | 3,9519           | 13,0594          |
| 1 M        | 0,0000             | -1,3075        | -1,3075           | -1,3022            | -1,3022        | -14,8744         | 16,0421          |
| 2 M        | 0,0000             | -2,2541        | -2,2541           | -2,2524            | -2,2524        | -9,0636          | 9,7104           |

Tabela 4.2.2. 4 - Condutâncias por unidade de comprimento: Comparação entre diferentes modelos de cálculo para os exemplos de solos de baixa resistividade

| Freq. [Hz] | Solo ideal [ $\mu\text{S}/\text{km}$ ] | S/T-M [ $\mu\text{S}/\text{km}$ ] | DERI/T-M [ $\mu\text{S}/\text{km}$ ] | C/W/N/T-M [ $\mu\text{S}/\text{km}$ ] | C/T-M [ $\mu\text{S}/\text{km}$ ] | ARISM-M [mS /km] | C/W/N-M [mS /km] |
|------------|--|-----------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|------------------|------------------|
| 10         | 0,0000                                 | 0,0000                            | 0,0000                               | 0,0000                                | 0,0000                            | 0,0000           | 0,0000           |
| 60         | 0,0000                                 | 0,0002                            | 0,0002                               | 0,0002                                | 0,0002                            | 0,0000           | 0,0000           |
| 100        | 0,0000                                 | 0,0004                            | 0,0004                               | 0,0004                                | 0,0004                            | 0,0000           | 0,0000           |
| 600        | 0,0000                                 | 0,0128                            | 0,0128                               | 0,0126                                | 0,0126                            | 0,0001           | 0,0001           |
| 1k         | 0,0000                                 | 0,0321                            | 0,0321                               | 0,0316                                | 0,0316                            | 0,0003           | 0,0001           |
| 6 k        | 0,0000                                 | 0,4741                            | 0,4741                               | 0,4639                                | 0,4639                            | 0,0051           | 0,0019           |
| 10 k       | 0,0000                                 | 0,7385                            | 0,7385                               | 0,7196                                | 0,7196                            | 0,0085           | 0,0032           |
| 60 k       | 0,0000                                 | -0,8051                           | -0,8051                              | -0,8179                               | -0,8179                           | 0,0169           | 0,0058           |
| 100 k      | 0,0000                                 | -3,6093                           | -3,6093                              | -3,5161                               | -3,5161                           | 0,0100           | 0,0035           |
| 600 k      | 0,0000                                 | -38,5941                          | -38,5941                             | -37,1622                              | -37,1622                          | -0,2693          | -0,0855          |
| 1 M        | 0,0000                                 | -55,7109                          | -55,7109                             | -54,6249                              | -54,6249                          | -0,5639          | -0,1851          |
| 2 M        | 0,0000                                 | -79,8282                          | -79,8282                             | -79,6330                              | -79,6330                          | -1,2645          | -0,4665          |

### 4.3 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE EM RELAÇÃO A DEPENDÊNCIA DE $\sigma_g$ e $\omega\epsilon_g$ EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA

Neste item iremos avaliar a influência de cada parcela dos parâmetros do solo, especificamente  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$ , no cálculo da impedância série e admitância transversal da linha formada por um único condutor. Neste cálculo utilizamos a formulação C/W/N-M.

Para efetuar a análise de sensibilidade anulamos hipoteticamente a contribuição de cada um destes parâmetros. Quando a parcela  $\omega\epsilon_g$  é anulada teremos o caso de solo com condutividade finita (com hipotética dependência da condutividade com a frequência) e no segundo caso o solo como dielétrico perfeito (com  $\omega\epsilon_g$  hipoteticamente variando com a frequência). O objetivo do estudo de sensibilidade é verificarmos em que faixa de frequência cada uma dessas contribuições é significativa.

#### 4.3.1 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE: IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO

Tanto para solos de baixa quanto para de alta resistividade (exemplos da tabela 4.2.1), a eliminação de  $\omega\epsilon_g$  não influencia o cálculo da resistência de retorno pelo solo em baixas frequências (até cerca de 1000 Hz) – em comparação com o modelo completo, ou seja, o

modelo com as duas parcelas variando com a frequência<sup>1</sup>. A partir deste valor a eliminação hipotética de  $\omega\epsilon_g$  faz com que a resistência seja menor do que a do modelo completo na faixa de 1 kHz a 2 MHz, conforme mostrado na figuras 4.3.1.1 (a) e (b) e 4.3.1.2 (a) e (b).

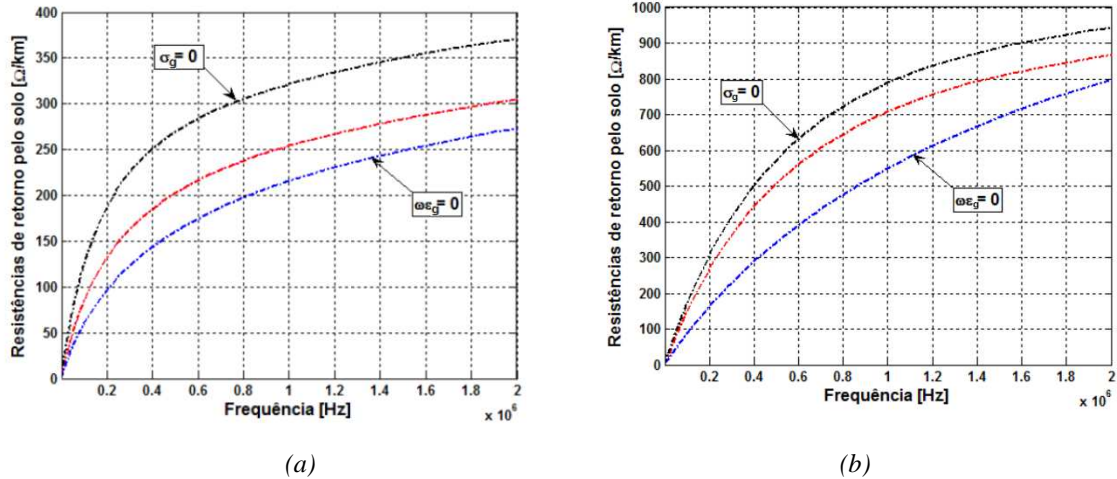


Figura 4.3.1. 1 - Resistências de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  em função da frequência separadamente: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

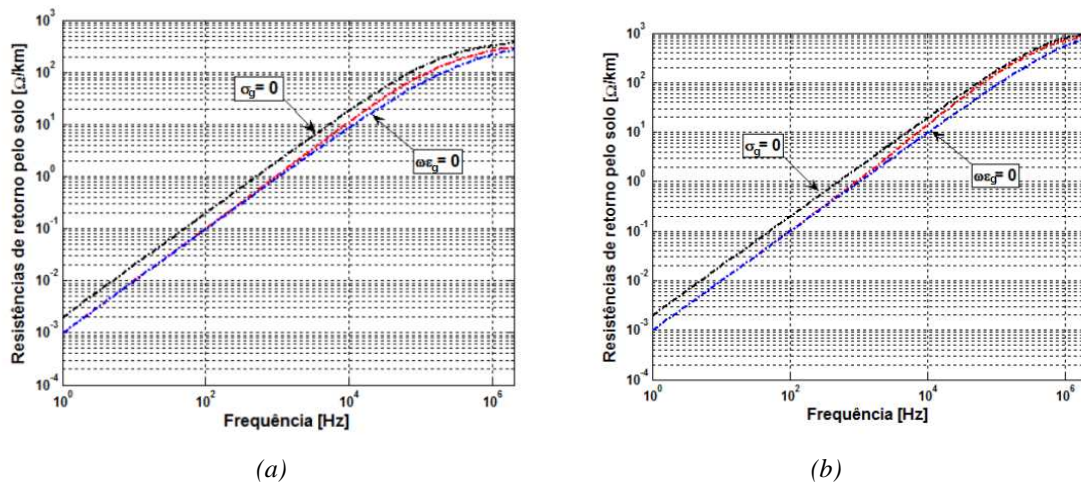


Figura 4.3.1. 2 - Resistências de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  em função da frequência separadamente: Comparação em escala logarítmica para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

A eliminação hipotética de  $\sigma_g$  é notada em toda a faixa de frequência, isto é de 1 Hz a 2 MHz e resulta em resistências de retorno pelo solo maiores em relação ao caso do modelo

<sup>1</sup> É importante ressaltar que a denominação ao longo do texto de “modelo completo” refere-se ao fato de ambas as parcelas  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  dependerem da frequência de acordo com o modelo proposto. Isso não significa que o modelo representa perfeitamente o comportamento do solo para toda a gama de frequências uma vez que algumas hipóteses foram estabelecidas na concepção do modelo.

completo. Em altas frequências o modelo completo tende ao valor calculado quando é anulado  $\sigma_g$ . Em outras palavras: de 1 Hz a 1 kHz a resistência é mais sensível à eliminação de  $\sigma_g$ , entre 1 kHz e 10 kHz, haverá um ponto (8 kHz para o caso simulado) em que a contribuição de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  é a mesma, a primeira no sentido de aumentar a resistência e a segunda no sentido de diminuir. A partir desse ponto haverá uma maior contribuição de  $\omega\epsilon_g$ . Os gráficos de sensibilidade para solos de alta resistividade são mostrados nas figuras 4.3.1 .1 e 4.3.1 .2 (b). Um comportamento similar é notado em solos de baixa resistividade, porém, a influência de  $\omega\epsilon_g$  é menos importante, sem deixar de notar que a resistência de retorno neste caso é menor.

Em relação a indutância de retorno (figuras 4.3.1 .3 (a) e (b)) a eliminação hipotética de  $\omega\epsilon_g$  não tem influência no cálculo até cerca de 10 kHz. A partir de 10 kHz, a indutância calculada sem  $\omega\epsilon_g$  apresenta valores maiores, ou seja, a presença de  $\omega\epsilon_g$  faz com que a indutância aumente. A indutância também é sensível a anulação de  $\sigma_g$  em toda a faixa de frequência. A parcela  $\omega\epsilon_g$  tem maior influencia na indutância em solos de alta resistividade.

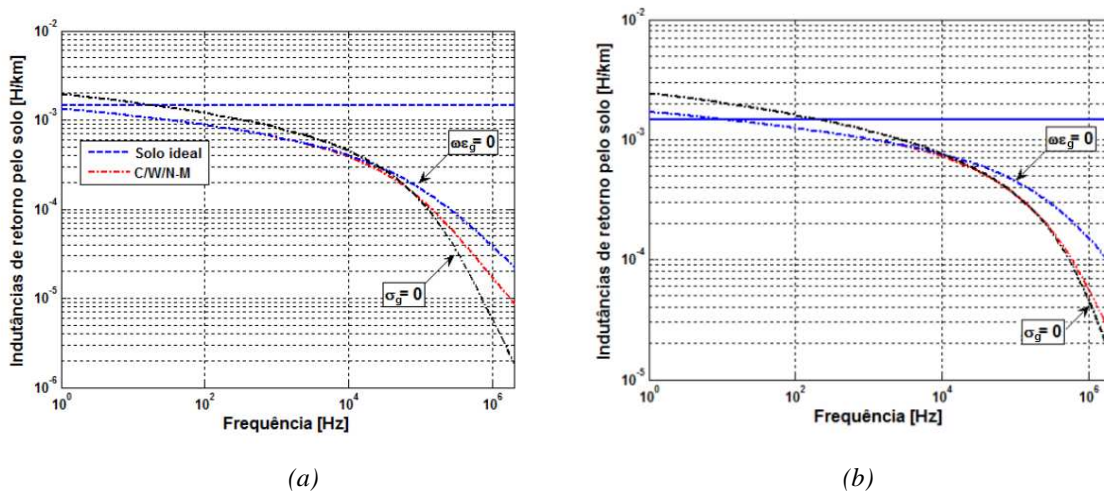


Figura 4.3.1. 3 - Indutâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  em função da frequência separadamente: Comparação em escala logarítmica para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Nas Figuras 4.3.1.4 a 4.3.1.6 encontram-se os gráficos dos módulos e os ângulos das impedâncias de retorno pelo solo para três casos distintos de representação dos parâmetros do solo: (i) solo com condutividade ( $\sigma_g$ ) constante e independente da frequência e  $\omega\epsilon_g$  nulo - (curva em negrito); (ii) solo com  $\sigma_g$  constante mais uma parcela com dependência da frequência hipoteticamente idêntica à parcela que contribuiria para o aumento da condutividade caso fosse considerado o modelo completo, porém, neste caso com  $\omega\epsilon_g$  nulo

(curva azul); (iii) modelo completo que considera a dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega \epsilon_g$  com a frequência. Observam-se valores de impedância maiores e maior contribuição das parcelas que variam com a frequência para o caso de alta resistividade. Os módulos das impedâncias de retorno nos casos (i) e (ii) apresentam valores maiores em comparação com o caso (iii) - resultado esperado já que o módulo da resistividade é maior nos dois primeiros casos. Devido à dependência do ângulo da impedância de retorno com a frequência (Figura 4.3.1.6), o mesmo comportamento não se verifica em relação a resistência de retorno – a parte real da impedância de retorno (Figuras 4.3.1.7 e 4.3.1.8).

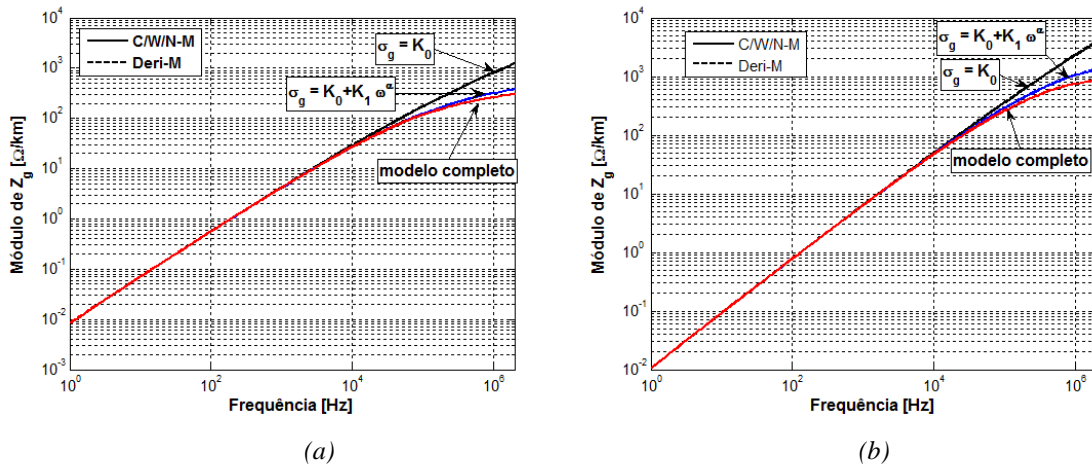


Figura 4.3.1. 4 - Módulo da Impedância de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega \epsilon_g$  em função da frequência para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala logarítmica para as formulações (C/W/N-M) e (Deri-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

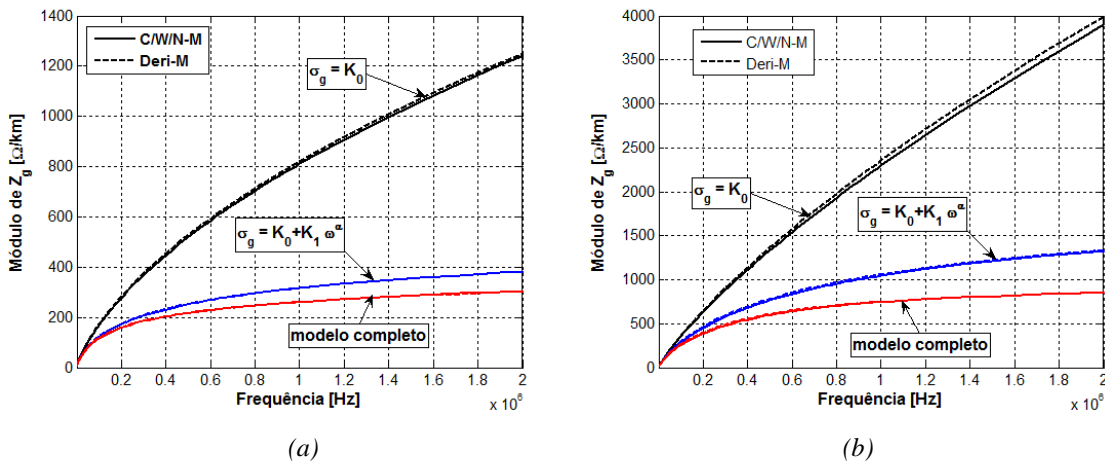


Figura 4.3.1. 5 - Módulo da Impedância de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega \epsilon_g$  em função da frequência para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para as formulações (C/W/N-M) e (Deri-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)



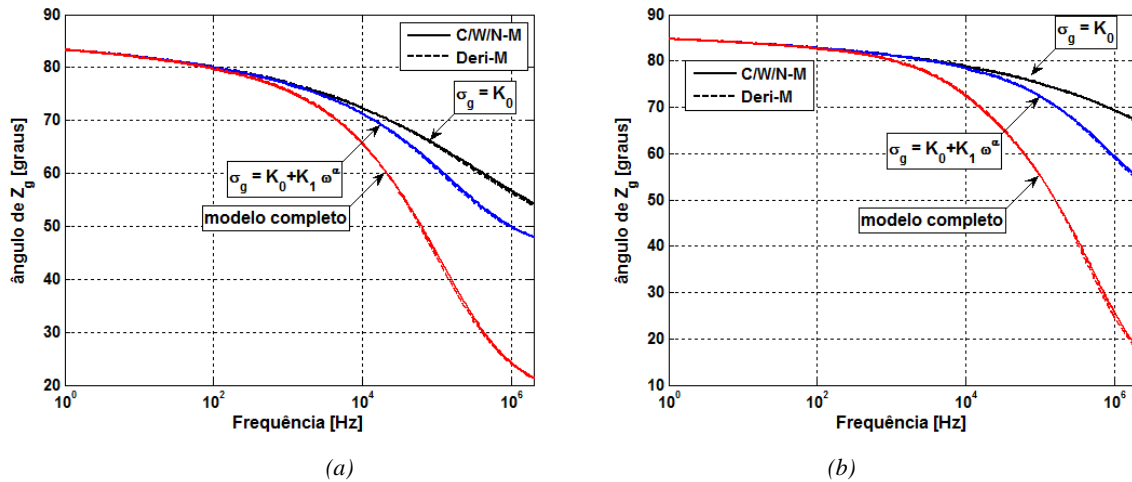


Figura 4.3.1. 6 - Ângulo da Impedância de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  em função da frequência para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para as formulações (C/W/N-M) e (Deri-M). (a) Exemplos de solo de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplo de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Nas Figuras 4.3.1.7 e 4.3.1.8 apresentamos resultados de análise de sensibilidade da resistência de retorno pelo solo em relação à dependência dos parâmetros do solo com a frequência para os três casos distintos de representação dos parâmetros do solo descritos anteriormente. As análises são feitas para os casos de solos de baixa e alta resistividade. A diferença entre a curva azul e a vermelha é a contribuição de  $\omega\epsilon_g$  na resistência de retorno, enquanto que a diferença entre a curva em negrito e a azul é a contribuição da parcela de  $\sigma_g$  que varia na frequência. Observa-se que a influência tanto de  $\omega\epsilon_g$  quanto de  $\sigma_g$  em solos de alta resistividade é maior, o que resulta numa resistência também maior quando é considerado o modelo completo. Nota-se também que há uma maior contribuição da condutividade em relação à  $\omega\epsilon_g$  tanto em solos de alta quanto de baixa resistividade.

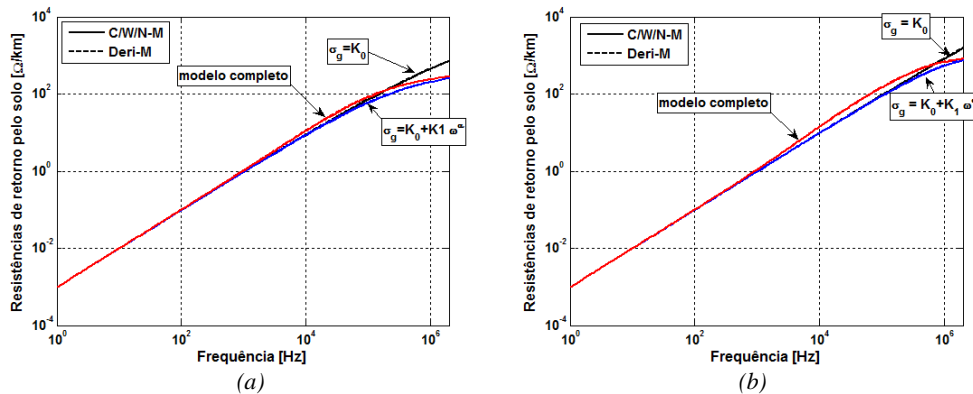


Figura 4.3.1. 7 - Resistências de retorno pelo solo por unidade de comprimento.: Sensibilidade em relação à dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$ . (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

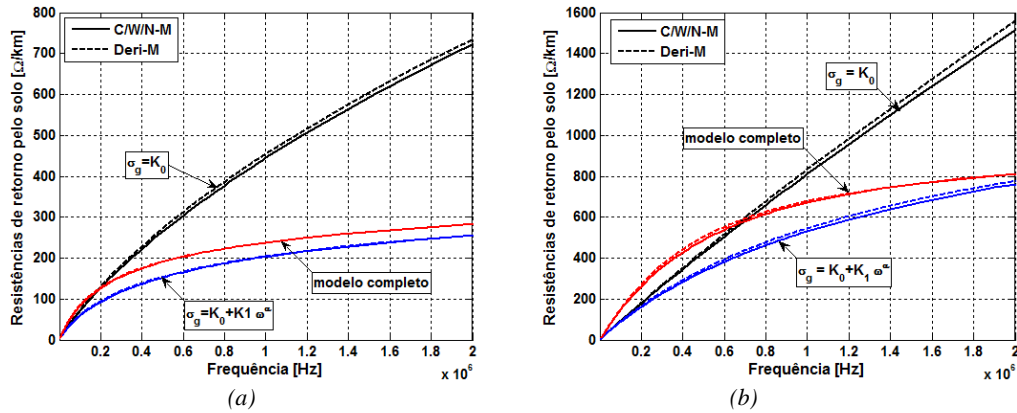


Figura 4.3.1. 8 - Resistências de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Resistências de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega \epsilon_g$  em função da frequência para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Nas figuras 4.3.1.9 a 4.3.1.12 são apresentadas uma varredura na faixa de frequência de 1 Hz a 2 MHz, onde pode-se observar em que faixa de frequência a dependência da frequência dos parâmetros do solo é importante no cálculo da resistência de retorno pelo solo, em relação ao caso em que os parâmetros do solo são considerados constantes.

Na faixa de 1 Hz a 1 kHz, tanto para solos de baixa quanto para solos de alta não há influência da parcela dependente da frequência de  $\sigma_g$  nesta faixa de frequência. Porém, a partir de 300 Hz, a influência da dependência da parcela  $\omega \epsilon_g$  com a frequência torna-se importante, além da contribuição da parte de  $\sigma_g$  constante.

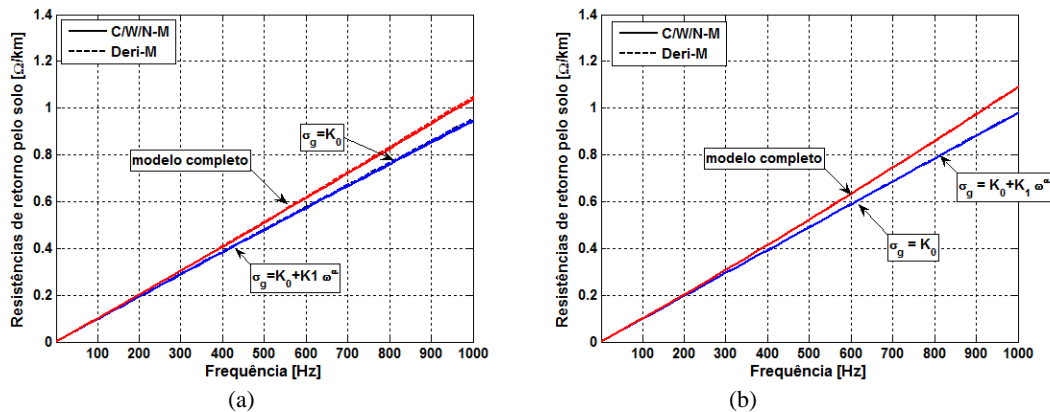


Figura 4.3.1. 9 - Comportamento da Resistência de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 1 Hz a 1 kHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Na faixa de 1 kHz a 10 kHz, inicia-se (em 6 kHz para o caso de baixa resistividade) uma pequena contribuição da parcela dependente da frequência de  $\sigma_g$  na resistência de retorno

pelo solo por unidade de comprimento. No caso de alta resistividade há uma maior contribuição da parcela  $\omega\epsilon_g$  na resistência total em relação ao modelo que considera a condutividade constante.

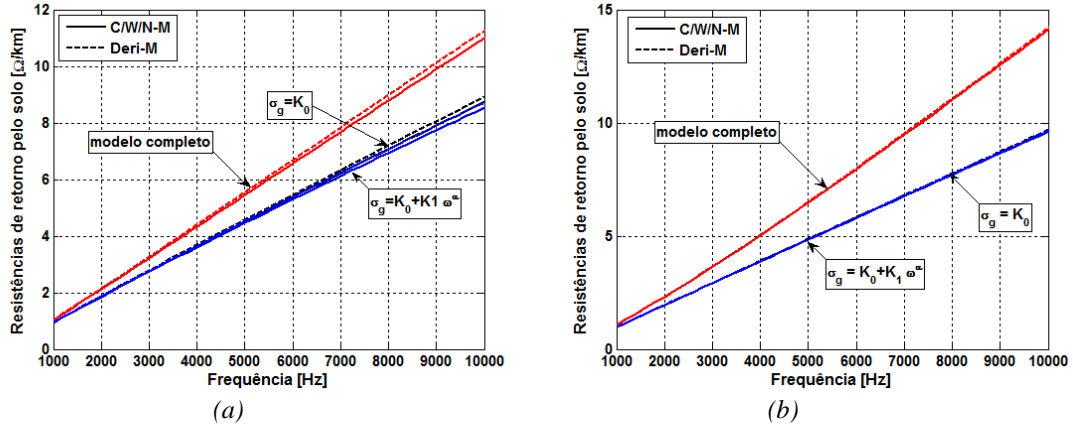


Figura 4.3.1. 10 - Comportamento da Resistência de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 1 kHz a 10 kHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Na faixa de 10 kHz a 100 kHz, nota-se que a contribuição da parcela dependente da frequência de  $\sigma_g$  na resistência de retorno pelo solo é significativa. No caso de solo de alta resistividade há uma maior contribuição da parcela  $\omega\epsilon_g$  na resistência total em relação ao modelo que considera a condutividade constante, comparando com o caso de solo de baixa resistividade.

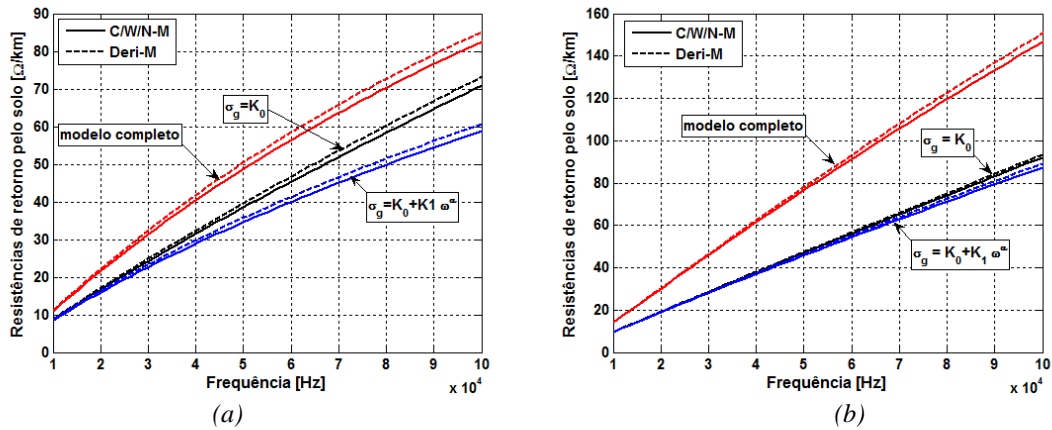


Figura 4.3.1. 11 - Comportamento da Resistência de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 10 kHz a 100 kHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Na faixa de 100 kHz a 2 MHz, tanto para solos de baixa quanto para solos de alta resistividade as contribuições da parcelas  $\omega\epsilon_g$  e  $\sigma_g$  que variam com a frequência são muito importantes na caracterização do modelo completo. Por exemplo, a diferença entre o modelo a parâmetro constante e o modelo com a parcela de  $\sigma_g$  (que hipoteticamente varia com a frequência) é de 251  $\Omega/\text{km}$  (varia de 204  $\Omega/\text{km}$  a 455  $\Omega/\text{km}$ ) em 1 MHz e 448  $\Omega/\text{km}$  (varia de 250  $\Omega/\text{km}$  a 698  $\Omega/\text{km}$ ) em 2 MHz. A diferença do modelo completo para o modelo com a parcela de  $\sigma_g$  que varia na frequência é de 3  $\Omega/\text{km}$  (varia de 204 para 207  $\Omega/\text{km}$ ) em 1 MHz e de 28  $\Omega/\text{km}$  (varia de 252 para 280  $\Omega/\text{km}$ ) em 2 MHz. Isto para o caso de baixa resistividade. Para alta resistividade, a diferença entre o modelo a parâmetro constante e o modelo com a parcela de  $\sigma_g$  que varia na frequência é de 272  $\Omega/\text{km}$  (varia de 547  $\Omega/\text{km}$  a 819  $\Omega/\text{km}$ ) em 1 MHz, e de 686  $\Omega/\text{km}$  (varia de 760 a 1446  $\Omega/\text{km}$ ) em 2 MHz. A diferença do modelo completo para o modelo com a parcela de  $\sigma_g$  que varia na frequência é 133  $\Omega/\text{km}$  (varia de 547 para 680  $\Omega/\text{km}$ ) em 1 MHz e de 43  $\Omega/\text{km}$  (varia de 760 para 803  $\Omega/\text{km}$ ) em 2 MHz. Nota-se, portanto, uma maior importância da condutividade em relação à constante dielétrica em toda a faixa de frequência.

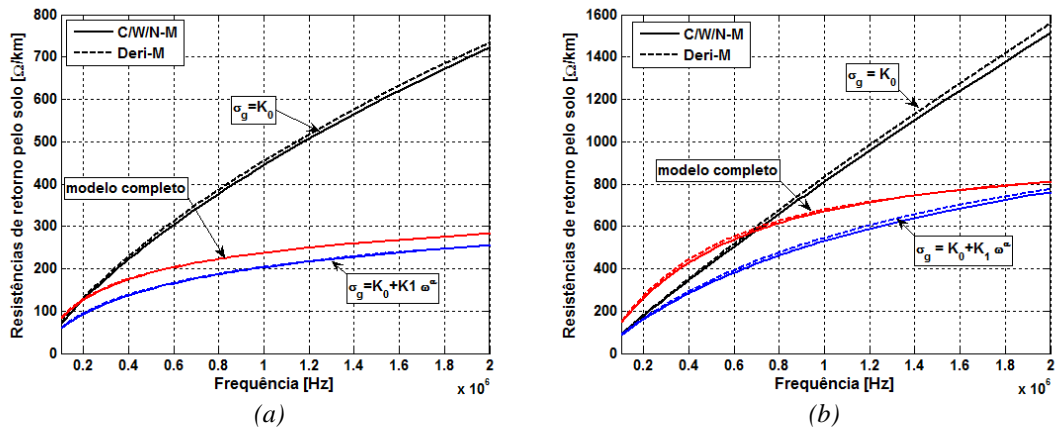


Figura 4.3.1. 12 - Comportamento da Resistência de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 100 kHz a 2 MHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Na Figura 4.3.1.13 apresentamos resultados de análise de sensibilidade da indutância de retorno pelo solo em relação à dependência dos parâmetros do solo com a frequência para três casos distintos de representação dos parâmetros do solo descritos anteriormente. As análises são feitas para os casos de baixa e alta resistividade apresentados na tabela 4.2.1.

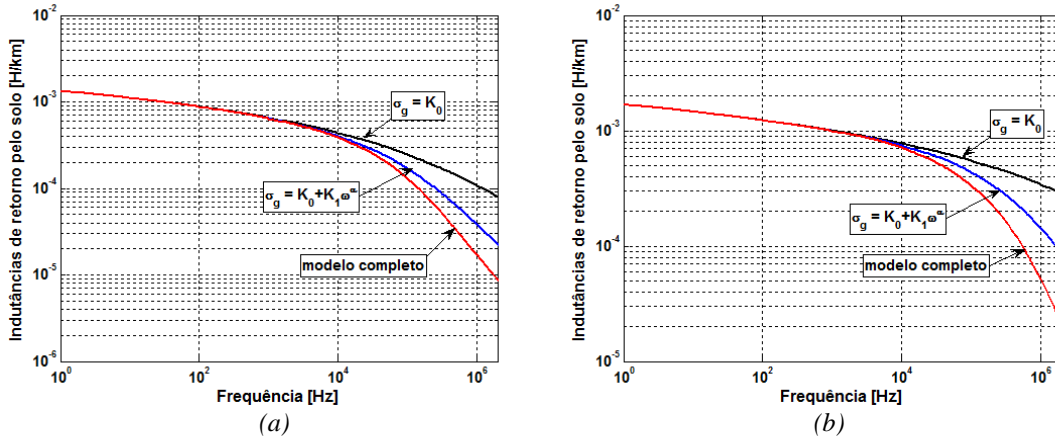


Figura 4.3.1. 13 - Indutâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  em função da frequência para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala logarítmica para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Nas figuras 4.3.1.14 a 4.3.1.17 é apresentada uma varredura na faixa de frequência de 1 Hz a 2 MHz, onde pode-se observar em que faixa de frequência a variação dos parâmetros do solo com a frequência é importante no cálculo da indutância de retorno, em relação ao caso em que os parâmetros do solo são considerados constantes. Nota-se em todos os casos, que a influência das parcelas dos parâmetros do solo que variam com a frequência são importantes acima de 1 kHz (figura 4.3.1.14). Para solos de alta resistividade tanto a dependência de  $\sigma_g$  quanto de  $\omega\epsilon_g$  é mais significativa no cálculo da indutância de retorno em relação ao caso de baixa resistividade, sendo que as indutâncias de retorno apresentam valores maiores neste último caso citado.

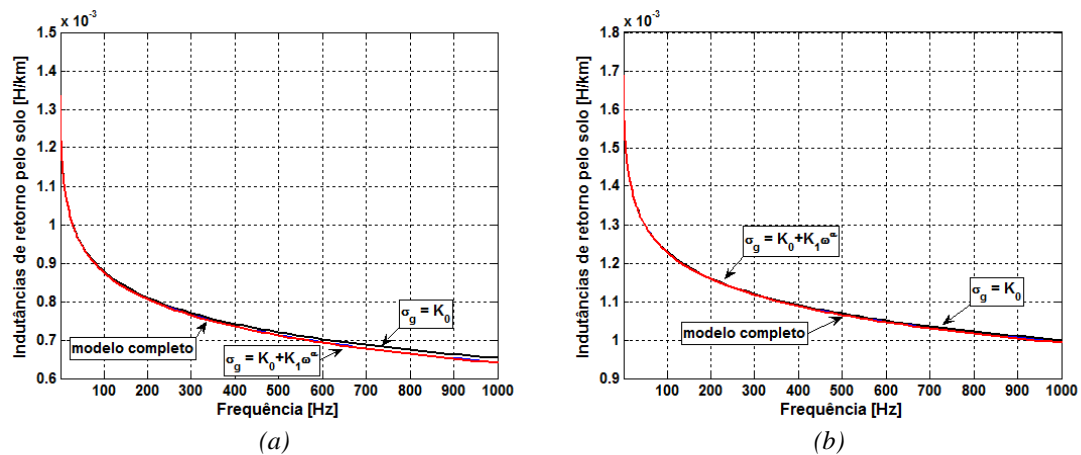


Figura 4.3.1. 14 - Comportamento da Indutância de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 1 Hz a 1 kHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

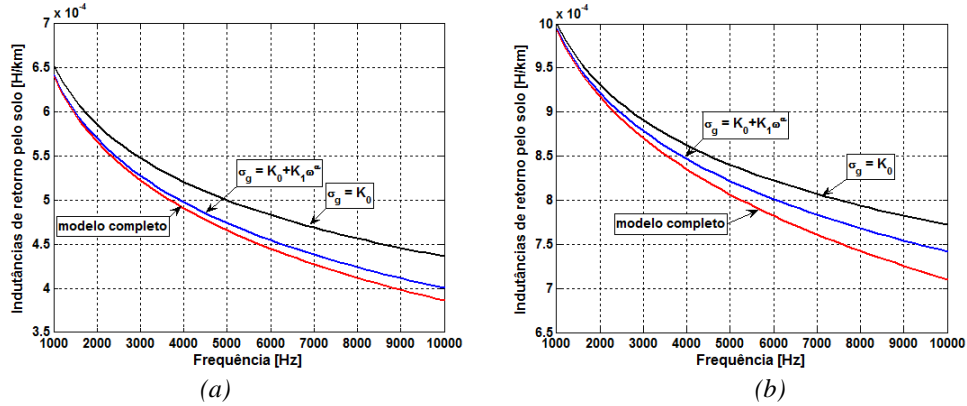


Figura 4.3.1. 15 - Comportamento da Indutância de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 1 kHz a 10 kHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

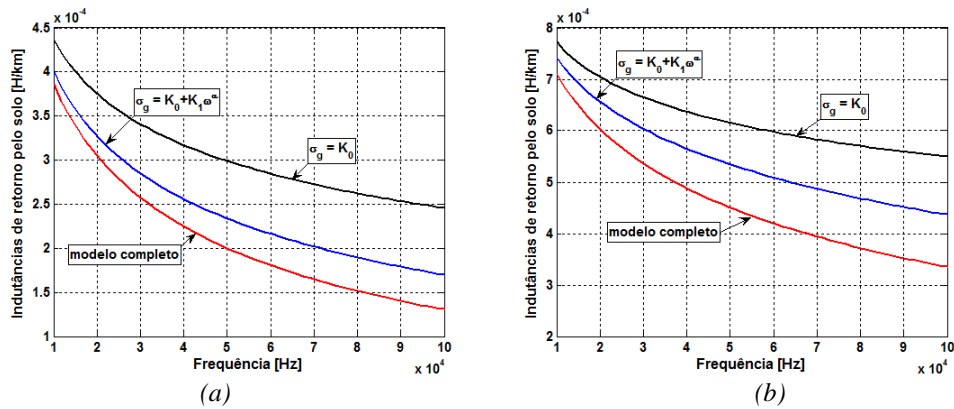


Figura 4.3.1. 16 - Comportamento da Indutância de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 10 kHz a 100 kHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

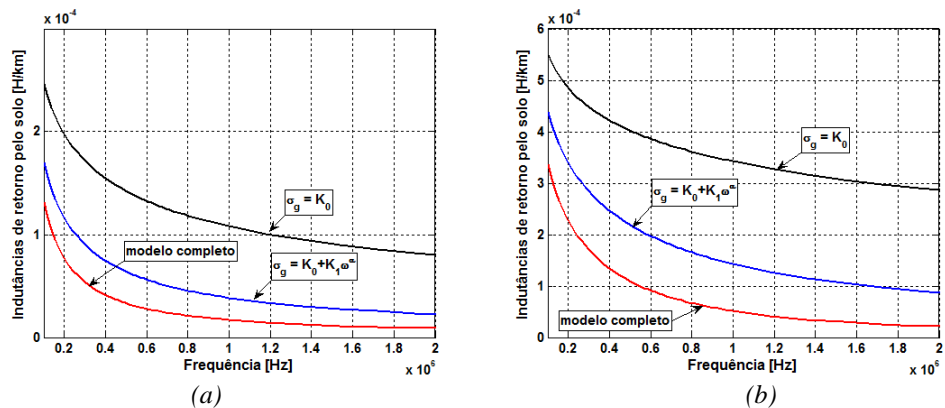


Figura 4.3.1. 17 - Comportamento da Indutância de retorno pelo solo por unidade de comprimento na faixa 100 kHz a 2 MHz para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala linear para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1); (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

### 4.3.2 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE: ADMITÂNCIA TRANSVERSAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO

Na figura 4.3.2.1 apresentamos as curvas de sensibilidade da capacitância por unidade de comprimento para solo de baixa resistividade considerando os dois modelos de cálculo (a) C/W/N-M e (b) ARISM-M. No modelo de cálculo C/W/N-M, quando anulamos  $\omega\epsilon_g$ , isto é, analisando somente a influência da dependência de  $\sigma_g$  em função da frequência, verifica-se que este parâmetro não influencia no cálculo em baixas frequências (até cerca de 1 kHz para solos de baixa resistividade e 100 Hz para solos de alta) em ambos os modelos de cálculo comparados. A partir destas faixas de frequências a capacitância é afetada pela dependência de  $\sigma_g$  com a frequência até 2 MHz. Para solos de baixa resistividade verifica uma variação máxima de entre 7,546 nF/km e 7,526 nF/km (figura 4.3.2 .3(a) ) e para alta resistividade a variação situa-se entre 7,550 e 7,280 nF/km (figura 4.3.2 .4(a)). No modelo ARISM-M, a influencia de  $\sigma_g$  apresenta o mesmo comportamento que C/W/N-M tanto em solos de baixa resistividade (figura 4.3.2 .3(b)) e tem uma menor contribuição com variação (entre 7,546 nF/km e 7,536 nF/km) para solos de alta resistividade, figura 4.3.2.4(b).

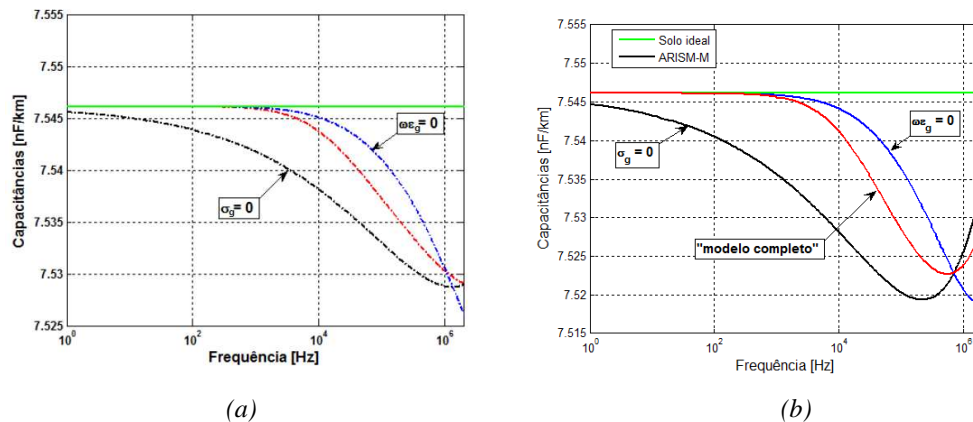


Figura 4.3.2. 1 - Capacitâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  em função da frequência separadamente: Comparação em escala logarítmica. (a) Exemplo de solo de baixa resistividade e formulação (C/W/N-M); (b) Exemplo de solo de baixa resistividade e formulação (ARISM-M) - (Tabela 4.2.1)

Quando é anulada a condutividade, verifica-se maior discrepância entre os modelos de cálculo maior diferença entre o modelo com solo ideal e também em relação do modelo completo, ou seja, a capacitância tem influência significativa da condutividade. No modelo C/W/N-M, para solos de baixa resistividade verifica-se uma variação entre 7,546 nF/km e 7,529 nF/km, enquanto que no modelo ARISM-M a variação situa-se entre 7,546 nF/km e 7,536 nF/km. Em solos de alta resistividade, o modelo C/W/N-M apresenta menor

sensibilidade quanto a anulação de  $\sigma_g$ , resultando numa variação da capacitância com valor situado entre 7,485 nF/km e 7,415 nF/km, enquanto que o modelo ARISM-M apresenta valores entre 7,1 nF/km e 7,05 nF/km. Portanto o modelo aproximado ARISM-M é mais sensível a variação tanto  $\sigma_g$  quanto de  $\omega\epsilon_g$  o que resulta numa resposta aproximada em toda a faixa de frequência de 0 a 2 MHz tanto para solos de alta resistividade quanto para solos de baixa resistividade. Essa análise justifica a diferença de valores apresentados nas Tabela 4.2.2.1 e 4.2.2.2, quando se compara os dois métodos de correção da capacitância devido a presença do solo com parâmetros dependentes da frequência. Podemos verificar pelas tabelas anteriores que os dois modelos apresentam valores de correção muito próximos até 1 kHz, porém para solos de alta resistividade, as diferenças entre valores se acentuam e que devem ser levadas em consideração no caso de precisão na modelagem da linha.

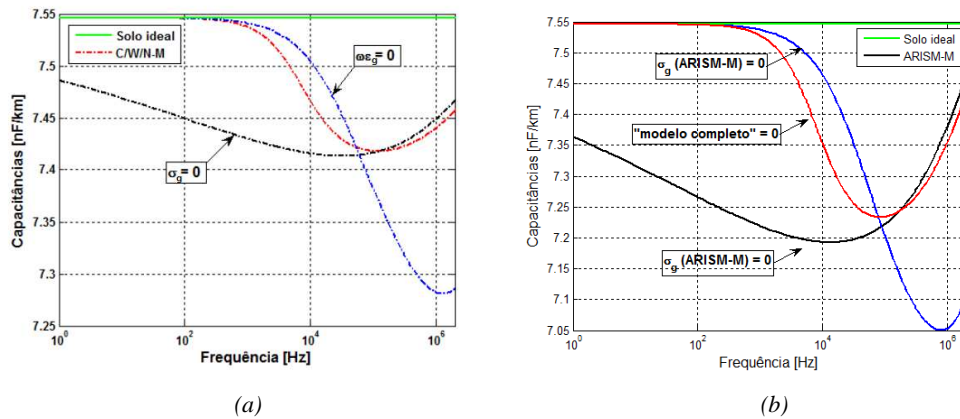


Figura 4.3.2. 2 - Capacitâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  em função da frequência separadamente: Comparação em escala logarítmica. (a) Exemplo de solos de alta resistividade e formulação (C/W/N-M); (b) Exemplos de solos de alta resistividade e formulação (ARISM-M) - (Tabela 4.2.1)

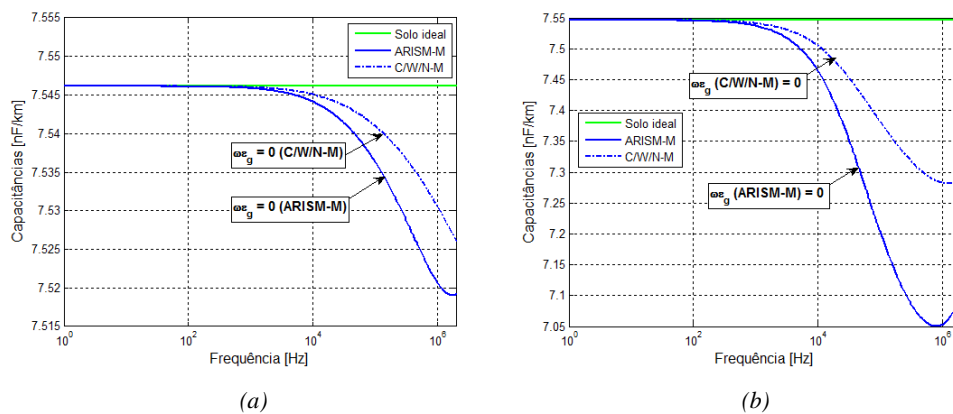


Figura 4.3.2. 3 - Capacitâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de  $\sigma_g$  em função da frequência separadamente: Comparação em escala logarítmica entre ARISM-M e C/W/N-M. (a) Exemplos de solo de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de baixa resistividade - (Tabela 4.2.1)



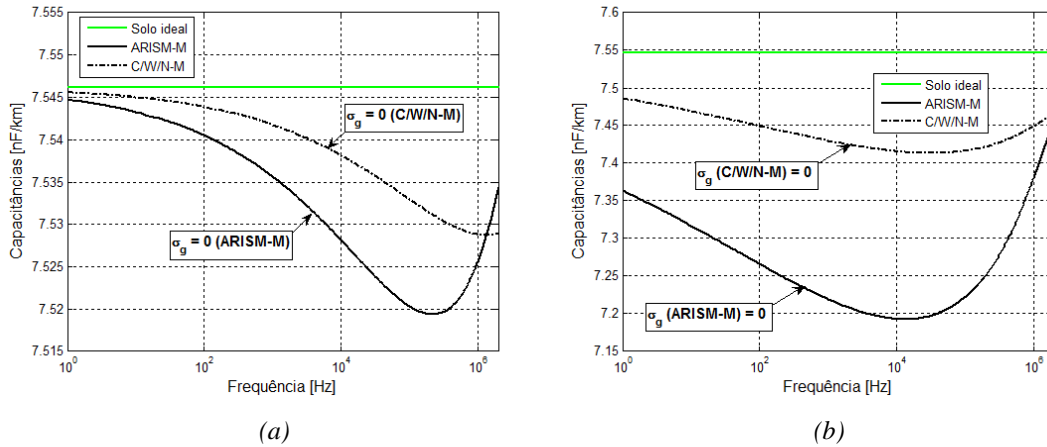


Figura 4.3.2. 4 - Capacitâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de  $\omega\epsilon_g$  em função da frequência separadamente: Comparação em escala logarítmica dos modelos ARISM-M e C/W/N-M. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

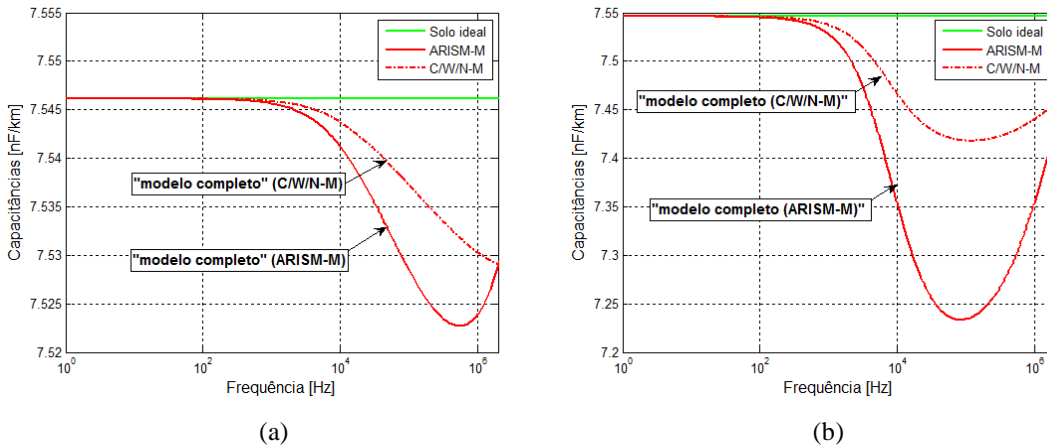


Figura 4.3.2. 5 - Capacitâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Comparação em escala logarítmica entre a formulação (C/W/N-M) e (ARISM-M) – “modelo completo”. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Os gráficos de sensibilidade da condutância são apresentados nas Figuras 4.3.2.6 a 4.3.2.10. Os valores são baixos. Ambos os modelos apresentam o mesmo comportamento. Convém notar que quando  $\sigma_g$  é anulada as condutâncias são sempre negativas. Ou seja, a ocorrência de condutâncias negativas é notada quando a influência das correntes de deslocamento no cálculo da admitância transversal torna-se significativa.

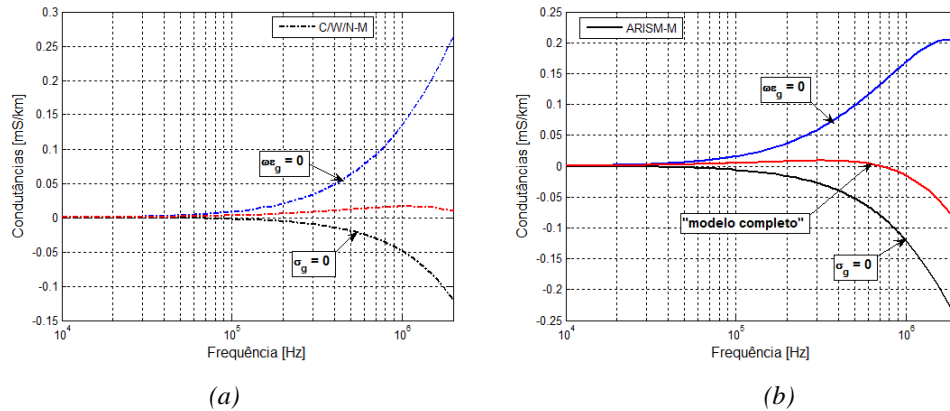


Figura 4.3.2. 6 - Conduâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  em função da frequência: Comparação em escala logarítmica entre e formulação para os exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). (a) C/W/N-M; (b) ARISM -M

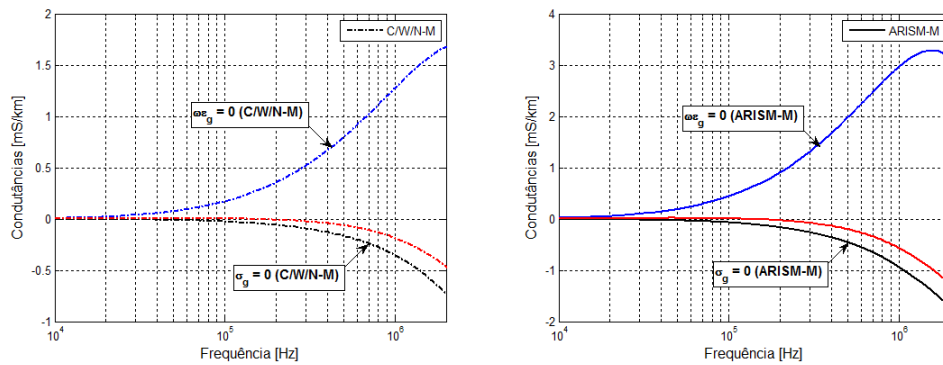


Figura 4.3.2. 7 - Conduâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  em função da frequência separadamente: Comparação em escala logarítmica para solo de alta resistividade. (a) C/W/N-M; (b) ARISM-M

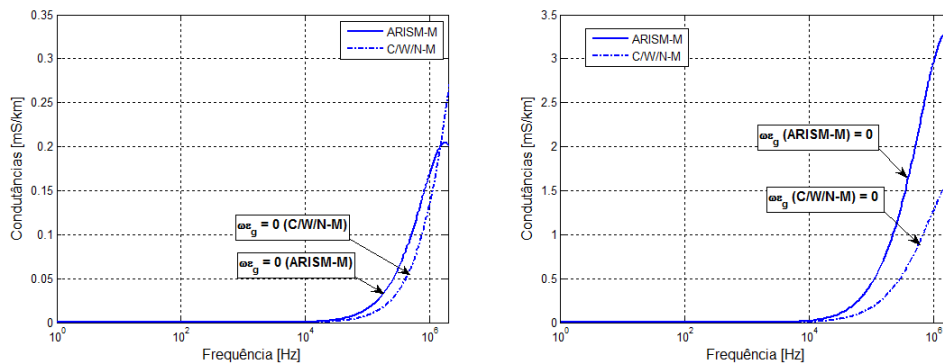


Figura 4.3.2. 8 - Conduâncias de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de  $\sigma_g$  em função da frequência – com  $\omega\epsilon_g = 0$ : Comparação em escala logarítmica entre ARISM-M e C/W/N-M. (a) Exemplos de solo de baixa resistividade; (b) Exemplos de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

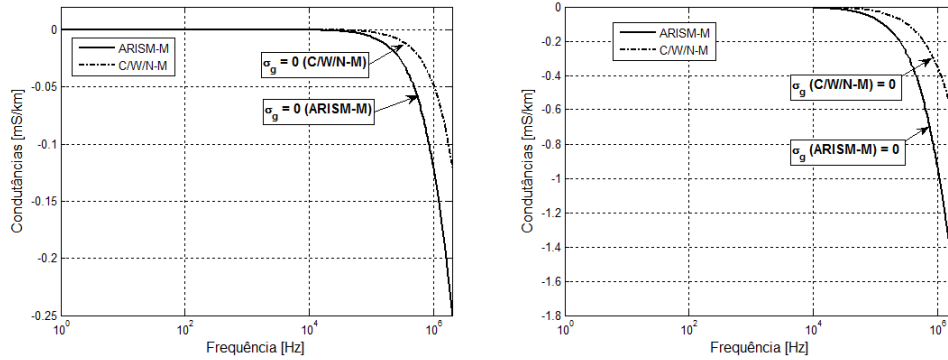


Figura 4.3.2 - Conduâncias transversais de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Sensibilidade em relação à dependência (hipotética) de  $\omega\epsilon_g$  em função da frequência – com  $\sigma_g = 0$ : Comparação em escala logarítmica entre ARISM-M e C/W/N-M. (a) Exemplos de solo de baixa resistividade; (b) Exemplos de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

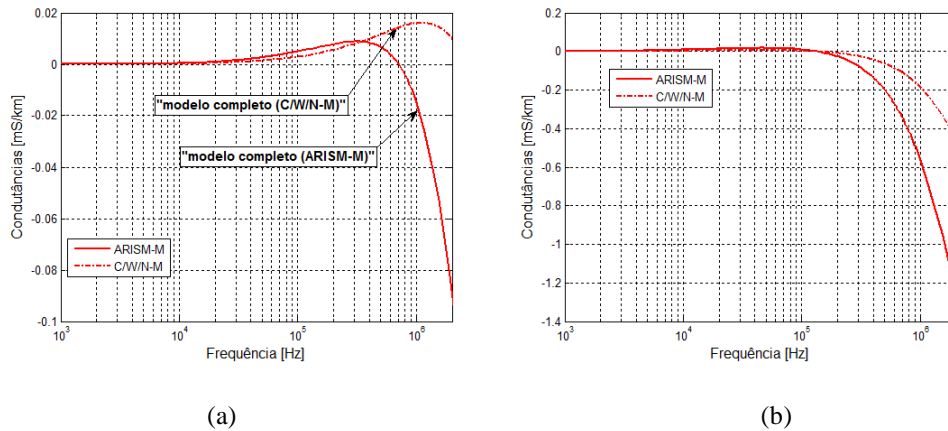


Figura 4.3.2.10 - Conduâncias transversais de retorno pelo solo por unidade de comprimento. Comparação em escala logarítmica entre a formulação (C/W/N-M) e (ARISM-M) – “modelo completo”. (a) Exemplos de solo de baixa resistividade; (b) Exemplos de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Na Figura 4.3.2.11 apresentamos gráficos de sensibilidade para três casos distintos de representação do solo: (i) solo com condutividade ( $\sigma_g$ ) constante e independente da frequência e  $\omega\epsilon_g$  nulo - (curva em negrito); (ii) solo com  $\sigma_g$  constante mais uma parcela com dependência da frequência hipoteticamente idêntica à parcela que contribuiria para o aumento da condutividade caso fosse considerado o modelo completo, porém, neste caso com  $\omega\epsilon_g$  nulo (curva azul); (iii) modelo completo que considera a dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  com a frequência.

São mostrados gráficos para solos de baixa (figura 4.3.2.11a) e alta resistividade (figura 4.3.2.11b).

O erro percentual entre a representação tradicional com solo ideal e o “modelo completo” varia de 0,23 % em 2 MHz para solos de baixa resistividade e 1,7 % em 118 kHz para solos de alta resistividade – figura 4.3.2.12.

A parcela de  $\sigma_g$  que varia com a frequência tem influência significativa no cálculo das capacitâncias – faz o “modelo completo” aproximar-se da condição de “solo ideal” com o aumento da condutividade devido a dependência deste parâmetro com a frequência, e quando não representada corretamente induz a um erro de modelagem considerável quando comparado com o modelo completo: máximo de 1,7 % em 1,36 MHz para solos de baixa resistividade e 14,1 % em 370 kHz para solos de alta resistividade – figura 4.3.2.13.

Nota-se que a dependência de  $\omega\epsilon_g$  (que está relacionada com as correntes de deslocamento induzidas no solo) não tem muita influência no cálculo quando comparada com o “modelo completo”, 0,1 % em 2 MHz para solos de baixa resistividade. Para solos de alta resistividade a influência da dependência de  $\omega\epsilon_g$  com a frequência resulta em diferenças maiores em relação ao “modelo completo” - 2,82 % em 1,36 MHz, figura 4.3.2.14.

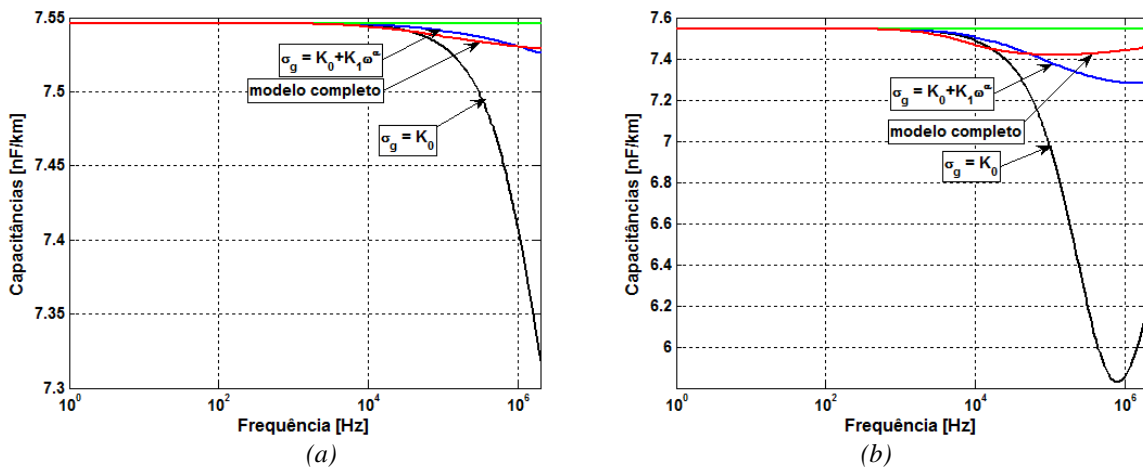


Figura 4.3.2. 11 - Capacitância por unidade de comprimento: Sensibilidade em relação à dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  em função da frequência para três casos distintos de representação do solo: Comparação em escala logarítmica para a formulação (C/W/N-M). (a) Exemplos de solo de baixa resistividade; (b) Exemplos de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

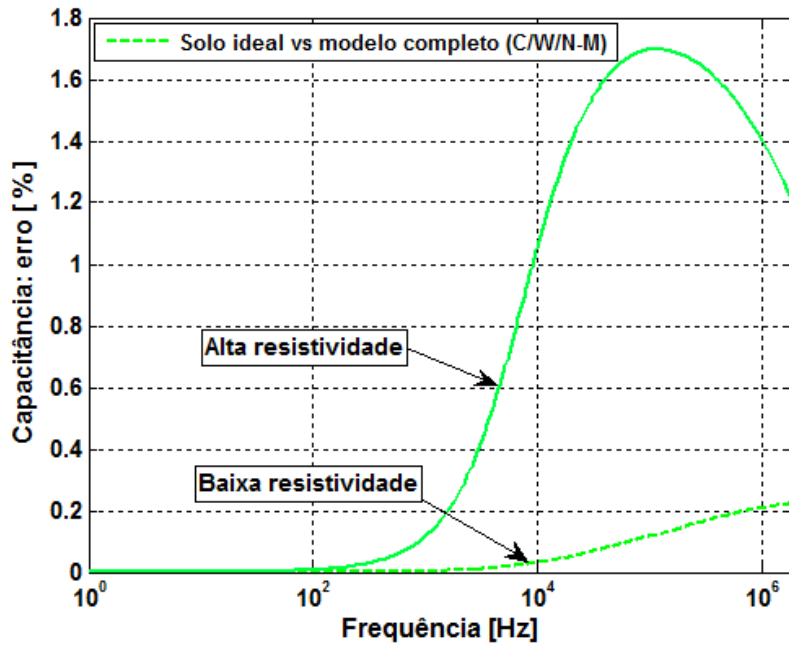


Figura 4.3.2. 12 - Capacitância por unidade de comprimento: Diferença entre modelo tradicional de cálculo e “modelo completo” com dependência dos parâmetros do solo com a frequência

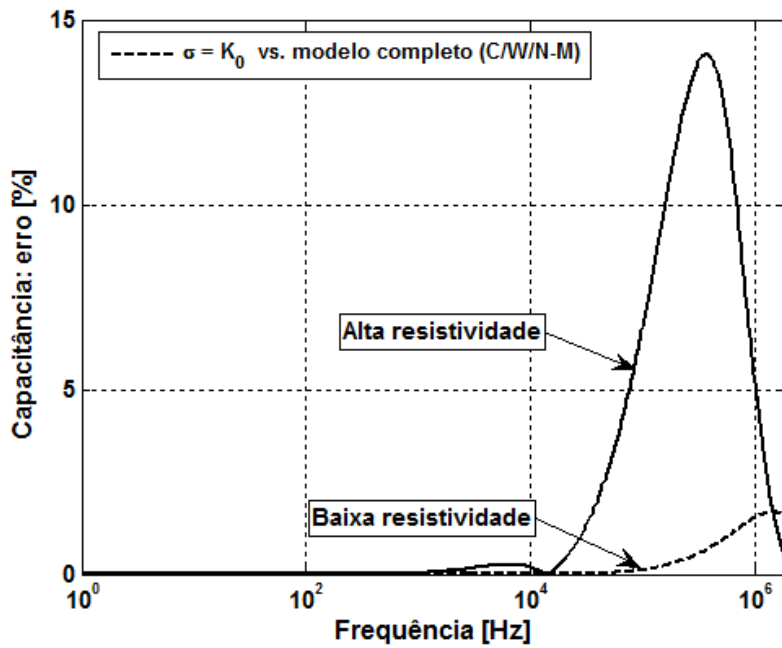


Figura 4.3.2. 13 - Capacitância por unidade de comprimento: Diferença entre modelo com condutividade constante e “modelo completo” com dependência dos parâmetros do solo com a frequência

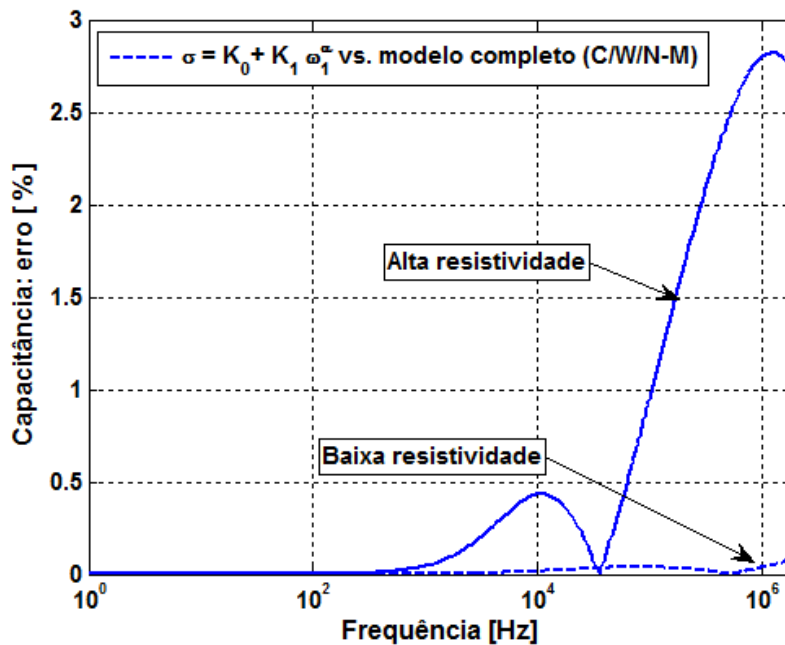


Figura 4.3.2. 14 - Capacitância por unidade de comprimento: Diferença entre modelo hipotético (onde somente  $\sigma$  varia com a frequência) e “modelo completo” com dependência dos parâmetros do solo com a frequência

#### 4.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS CAUSAS DE ERROS COMUNS NOS RESULTADOS APRESENTADOS E DAS DIFERENÇAS PERCENTUAIS ENTRE OS MESMOS

Nesta pesquisa, para avaliação da impedância longitudinal por unidade de comprimento foram utilizados o método do plano complexo (DERI -M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/M-M).

As expressões C/W/N-M são oriundas de uma série de pesquisas (WISE, 1931), (WISE, 1934), (NAKAGAWA, 1981) que tiveram como motivação a busca de modelos com menor grau de aproximações para a modelagem de linhas de transmissão no domínio da frequência, solucionando as principais suposições e restrições das expressões originalmente derivadas por Carson (1926).

As expressões C/W/N-M foram obtidas utilizando o conceito de vetor potencial de Hertz, resolvendo a maioria das simplificações nas expressões de Carson no seu formato original.

Convém também destacar trabalhos posteriores aos de Wise (WEDEPOHL *et al*, 1978), (EFTHYMIADIS *et al*, 1978) que derivam as soluções completas

da propagação de ondas em linhas de transmissão - supondo propagação exponencial, condutores ideais paralelos entre si e ao solo homogêneo e perfeitamente plano e sem restrições quanto a representação de seus parâmetros. A generalidade das expressões obtidas é também garantida pelo recurso ao conceito do vetor potencial de Hertz (soma complementar das componentes dos vetores campo elétrico (**E**) e magnético (**H**) em cada uma das regiões – ar e solo), bem como, da satisfação das condições de fronteira entre os diferentes meios.

O vetor potencial magnético transversal acima do solo é constituído de três componentes (claramente identificadas nas soluções completas de Wedepohl/ Efthymiadis):

- uma “onda” primária devido a corrente no condutor (**I**);
- uma “onda” secundária devido a corrente na imagem do condutor (**-I**)
- uma “onda” proveniente do solo.

Esta última componente é devida exclusivamente às perdas no solo e está associada às correntes de condução e deslocamento induzidas. Portanto, esta componente depende da correta representação da interação entre os campos transversais **E** e **H** e é fundamental para a precisão dos diferentes métodos. Devido a generalidade das soluções apresentadas os trabalhos citados são fundamentais para compreensão física do problema de propagação em LT's e os resultados numéricos foram posteriormente comparados com os obtidos pelas expressões de Carson em seu formato original. Desta forma, um resumo das principais conclusões dos trabalhos citados é descrito nos parágrafos seguintes.

Wedepohl (1978) também propôs no mesmo artigo um método iterativo para obtenção dos parâmetros longitudinais e transversais de LT's. As quatro componentes dos campos transversais **E** e **H** obtidas (duas em cada região) mais o coeficiente de propagação a elas associado eleva o número de incógnitas a 5 (cinco). A solução foi obtida no referido método considerando as quatro condições de contorno dos componentes horizontais de **E** e **H** na superfície do solo. A condição final é obtida da igualdade entre a componente longitudinal de **E** (associado à impedância interna do condutor) e a queda de tensão no condutor que é nula na condição de condutor ideal assumida.

Na solução numérica a constante de propagação e a distribuição de correntes são inicialmente calculadas para satisfazerem a condição na superfície do condutor e em seguida a componente do campo elétrico vertical. Posteriormente, é calculada a impedância

característica (pela relação entre tensão e corrente) e, finalmente, os parâmetros longitudinais e transversais.

A componente vertical do campo elétrico abaixo do solo é calculada à uma profundidade efetiva de potencial zero. A profundidade efetiva de potencial zero é estabelecida considerando a componente do campo vertical a vários níveis até que sua amplitude seja desprezível. Este fato aliado à condição de condutor ideal estabelece a iteratividade do método proposto.

No tratamento clássico de linha de transmissão de comprimento infinitamente longo acima do solo a impedância característica é posteriormente relacionada aos parâmetros  $Z$  e  $Y$  – o que permite cálculos independentes e comparativos simples de  $Z$  e  $Y$ , que são as maiores fontes de erros nos diferentes métodos.

No método de Wedepohl, para remoção desta restrição fez-se necessário estabelecer, nas condições impostas, a profundidade abaixo do solo, à qual a componente de campo vertical tenha decaído o suficiente para considerar este nível como o nível efetivo de potencial zero.

A partir dos resultados obtidos pelo método de solução completa de Wedepohl de resultados anteriores e também pelos resultados aqui apresentados é possível identificar algumas tendências para o problema de propagação em linhas de transmissão:

- Para  $\omega \rightarrow \infty$  (altas frequências) a profundidade de penetração de ondas no solo tende a se anular e conseqüentemente as ondas se propagam inteiramente acima do solo levando a uma região de propagação sem perdas. A faixa de ocorrência desse fenômeno físico depende da configuração de condutores, dos parâmetros dos meios de propagação e das suposições e restrições nos diferentes métodos de cálculo.
- Para frequências médias (normalmente acima de 100 Hz), porém crescentes, o solo que inicialmente tem comportamento indutivo torna-se capacitivo. Conseqüentemente há uma região onde ocorre um máximo de perdas na propagação chamada de região de transição. Após o valor de pico (que ocorre no ponto de ressonância) a propagação tende ao valor de propagação sem perdas à medida que a frequência aumenta. Os erros entre os modelos normalmente são maiores na região de transição e após esta região devido ao maior ou menor decaimento em direção à região de propagação sem perdas.



- Finalmente, a possível localização do nível de potencial zero abaixo do solo tem influência no cálculo da admitância transversal por unidade de comprimento.

Resultados numéricos publicados comparando o método de Wedepohl com as soluções obtidas das integrais de Carson originalmente propostas revelam diferenças de precisão entre os referidos métodos. Lembrando que uma das restrições da formulação original de Carson é que só é válida para solos com permeabilidade magnética relativa unitária. Alguns trabalhos posteriores sugeriram que as séries de Carson poderiam ser utilizadas sem as restrições acima e apresentavam resultados satisfatórios. No referido artigo tais modificações são tratadas como expressões de Carson modificados e os resultados são também comparados.

Os resultados obtidos via Carson quando comparados com os de Wedepohl apresentam distorções na região de transição. O método de Wedepohl identifica um pico acentuado de perdas na propagação enquanto que os métodos de Carson apresentam comportamento suave além de menor decaimento entre a região de transição e a região de propagação sem perdas.

Num trabalho posterior Nakagawa (1981) deriva fatores de correção a partir do vetor potencial de Hertz - com modificações nas expressões de Carson/Wise – resolvendo as restrições de representação dos parâmetros do solo. Compara resultados obtidos com as de Wedepohl e conclui que o pico acentuado de perdas observado anteriormente era devido a não consideração da correção na admitância transversal. Além disso, apresenta resultados que mostram que os fatores de correção derivados a partir do conceito do vetor potencial de Hertz apresentam resultados com maior precisão quando comparados com resultados obtidos pelo método de Wedepohl.

Nesta pesquisa, foram comparados resultados obtidos por integração numérica das expressões Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) e do método do plano complexo (DERI-M).

Ambos os métodos estão sujeitos às causas comuns de erros, entre estas destacam-se:

- Consideração de altura média e paralelismo entre condutor e solo (a altura depende das condições de carregamento e atmosféricas a todo o instante);
- Consideração de condutor ideal para dedução das expressões de impedância longitudinal externa total por unidade de comprimento;
- Consideração de solo ideal e condutor perfeito na dedução da impedância interna do condutor;

- Efeito das estruturas, aterramento e eventuais cabos contra-pesos na distorção dos campos que não são considerados.
- Transposição ideal para o caso trifásico.

As causas das diferenças ou de “erros percentuais” entre os diferentes métodos de cálculo são atribuídas às suposições adotadas em cada método que serão comentados oportunamente ao longo deste item.

Para uma melhor avaliação das diferenças observadas foram feitas comparações entre os fatores de correção da impedância longitudinal ( $p_{k,m}$ ) e admitância transversal ( $q_{k,m}$ ) em função da frequência, considerando os diferentes métodos de cálculo.

Na figura 4.4.1 estão representados os gráficos comparando as partes reais e imaginárias dos fatores de correção da impedância longitudinal,  $p_{k,m}$ , calculados através dos métodos de cálculo DERI-M, C-M, e C/W/N-M, com os parâmetros do solo dependentes da frequência (Tabela 4.2.1).

Salienta-se que no método do plano complexo é proposta uma distância de retorno para altura do condutor (ideal) tendendo a zero. Além disso, não se considera a componente vertical do campo abaixo do solo que tem influência na componente em quadratura da tensão no condutor. Estas restrições resultam numa expressão assintótica em relação às expressões de Carson que geram as pequenas diferenças numéricas observadas. Para uma configuração de linha definida, os erros assintóticos dependem exclusivamente da frequência e dos parâmetros do solo. Neste caso particular, as diferenças não são significativas.

As diferenças entre o método de C-M e C/W/N-M são insignificantes para este caso de condutor único em estudo. Lembrando que a diferença entre C-M e C/W/N-M é a consideração de propagação inicial instantânea no condutor na formulação C-M e propagação inicial igual a do vácuo na segunda. As diferenças obtidas são ligeiramente superiores para o caso de solo de alta resistividade. Isto se justifica devido à dependência concomitante tanto da condutividade quanto de  $\omega\epsilon_g$  com a frequência. Porém, na faixa de frequência e para o caso estudado qualquer um dos métodos poderia ser utilizado para correção da impedância longitudinal.

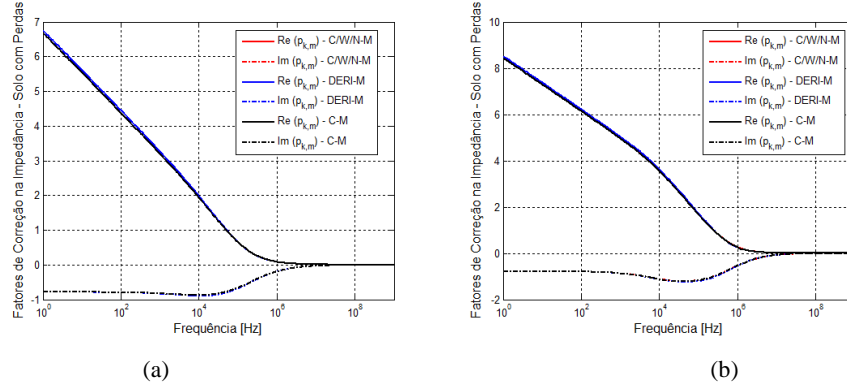


Figura 4.4. 1 - Partes reais e imaginárias dos fatores de correção da impedância longitudinal,  $p_{k,m}$ : Comparação entre os diferentes métodos de cálculo (DERI-M, C-M, C/W/N-M) com os parâmetros do solo dependentes da frequência. (a) Solo de baixa resistividade; (a) Solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Na figura 4.4.2 são apresentados os gráficos das partes reais e imaginárias dos fatores de correção da admitância,  $q_{k,m}$ . Analogamente, são feitas comparações entre os diferentes métodos de cálculo (DERI/T-M, C/T-M, C/W/N/T-M, ARISM-M, C/W/N-M) com os parâmetros do solo dependentes da frequência. Os parâmetros dos modelos de solo são os mesmos da Tabela 4.2.1.

Nota-se que há diferenças significativas tanto na parte real quanto na parte imaginária de  $q_{k,m}$ . Tendo o modelo C/W/N-M como referência em termos de precisão, nota-se que os fatores de correção com a aproximação de Tesche apresentam resultados muito menores comparados com C/W/N –M e ARISM-M. De acordo com os resultados embora apresentem o mesmo comportamento em função da frequência, os modelos com a aproximação de Tesche não representam de forma adequada a correção da admitância devido ao retorno pelo solo.

Os fatores de correção no modelo ARISM-M foram derivados através do método de aproximações sucessivas. Lembrando que numa primeira aproximação, as expressões dos fatores de correção são calculados para a altura do condutor tendendo a 0 (zero) e coeficiente de propagação inicial igual ao do ar. Em seguida o coeficiente de propagação é recalculado com os fatores de correção deduzidos nas condições anteriores e desta forma são calculadas as expressões da admitância transversais com correção devido ao retorno pelo solo. As implicações das aproximações são nitidamente notadas quando são comparadas as partes reais e imaginárias de  $q_{k,m}$ (ARISM-M) com  $q_{k,m}$  (C/W/N-M). Nota-se que os fatores de correção ARISM-M possuem valores numéricos maiores do que no primeiro caso em função da suposição de altura tendendo a zero.

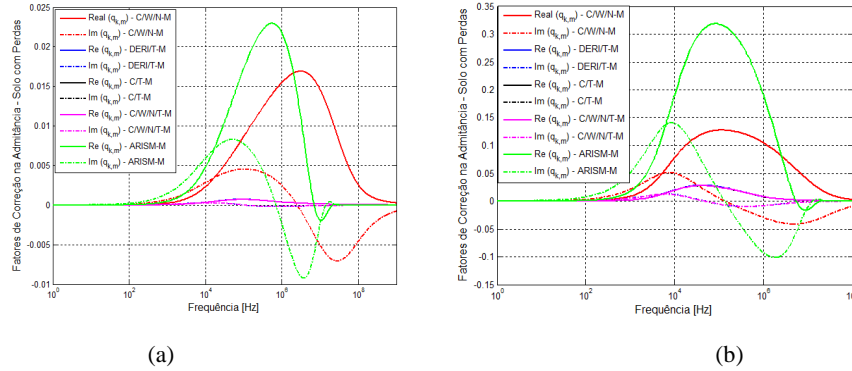


Figura 4.4. 2 - Partes reais e imaginárias dos fatores de correção da admitância transversal,  $q_{k,m}$ : Comparação entre os diferentes métodos de cálculo (DERIT-M, C/T-M, C/W/N-T-M, ARISM-M, C/W/N-M) com os parâmetros do solo dependentes da frequência. (a) Solo de baixa resistividade; (a) Solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Nota-se (figura 4.4.3) que as partes reais e imaginárias de  $q(C/W/N-M)$  convergem para 0 (zero) tanto para frequência tendendo a 0 (zero) quanto para frequências tendendo a infinito. Consequentemente as correções na admitância transversal são assintóticas em relação ao cálculo com a representação de solo ideal, o que é observado nas figuras das capacitâncias transversais por unidade de comprimento (Figura 4.2.2.3). Os picos de  $q_{k,m}$  são maiores para o caso de baixa resistividade e acontecem para frequências menores em comparação ao caso de baixa resistividade.

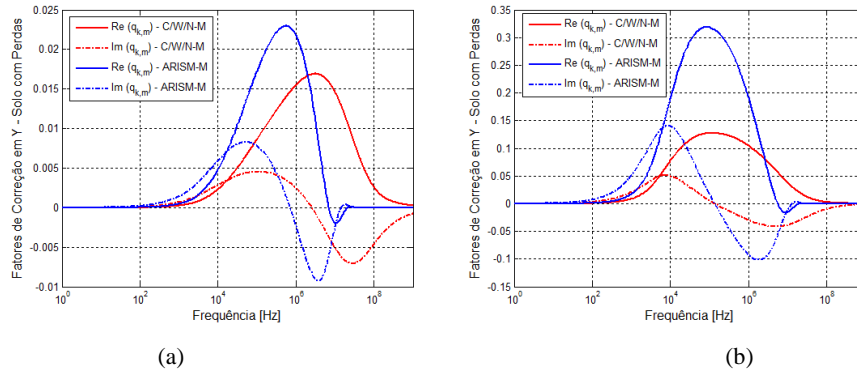


Figura 4.4. 3 - Partes reais e imaginárias dos fatores de correção da admitância transversal,  $q_{k,m}$ : Comparação entre os métodos de cálculo ARISM-M e C/W/N-M com os parâmetros do solo dependentes da frequência. (a) Solo de baixa resistividade; (a) Solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Na figura 4.4.4 os fatores de correção da impedância longitudinal,  $p_{k,m}(C/W/N-M)$  e  $q_{k,m}(DERI-M)$ , são comparados com os fatores de correção da admitância transversal  $q(C/W/N-M)$  e  $q(ARISM-M)$  para os casos dos exemplos de solo de baixa e alta resistividade apresentados na Tabela 4.2.1. Nota-se que as partes reais e imaginárias de  $q(C/W/N-M)$  são muito menores em comparação com os fatores de correção para a impedância longitudinal, e

que convergem para as partes reais e imaginárias de  $p(C/W/N-M)$  em altas frequências, tendem a 0 (zero) para frequências tendendo a infinito levando a região de propagação sem perdas – que ocorre para frequência menores no caso de alta resistividade.

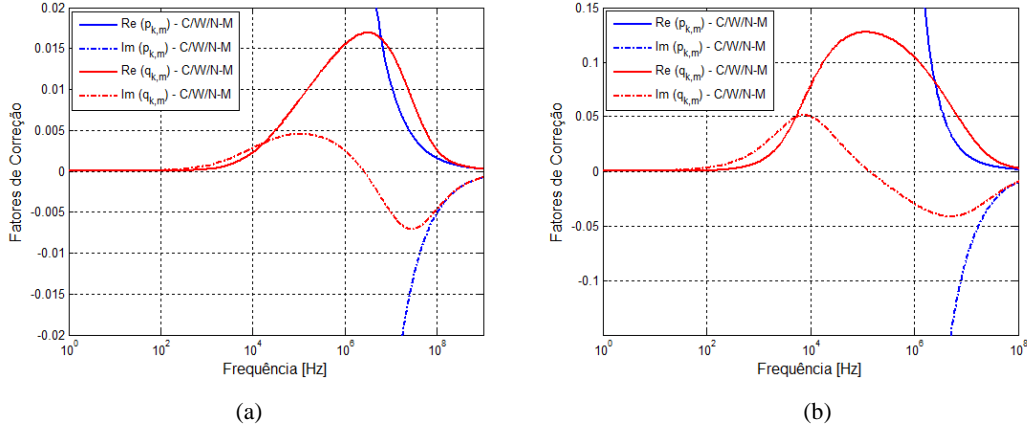


Figura 4.4. 4 - Comparação entre as partes reais e imaginárias dos fatores de correção da impedância longitudinal,  $p_{k,m}$  e da admitância transversal,  $q_{k,m}$  (C/W/N-M). (a) Solo de baixa resistividade; (a) Solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Na figuras 4.4.5 os fatores de correção da impedância longitudinal,  $p(C/W/N-M)$  e  $p(DERI-M)$ , são comparados para uma diminuição de 50 % na altura média do condutor – de 10 metros para 5 metros. Neste caso consideramos o modelo de solo de alta resistividade com parâmetros dependentes da frequência mostrados na Tabela 4.2.1. A parte imaginária está relacionada com a resistência unitária de retorno pelo solo enquanto que a parte real está relacionada com a indutância de retorno pelo solo. Portanto para uma diminuição de altura tem-se uma maior contribuição tanto na resistência de retorno quanto na indutância de retorno. As curvas têm o mesmo comportamento ao longo da frequência. Porém quando a altura é maior as partes reais e imaginárias tendem a zero mais rapidamente. O que significa dizer que para alturas maiores a região de propagação sem perdas seria antecipada.

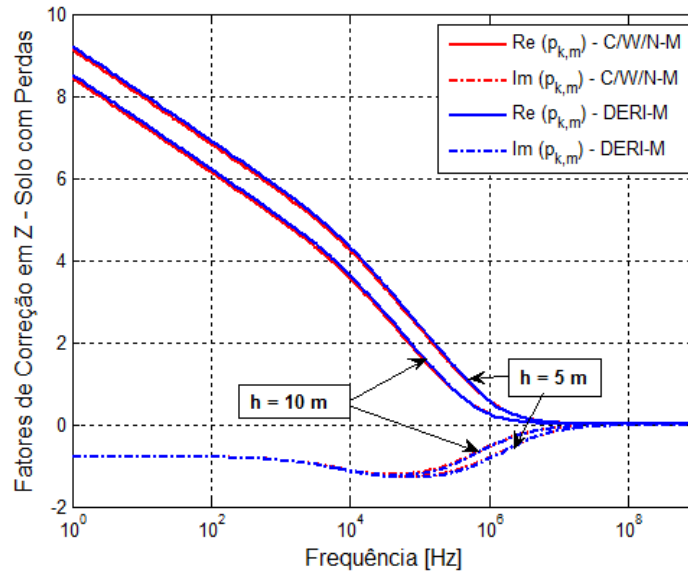


Figura 4.4. 5 - Partes reais e imaginárias dos fatores de correção da impedância longitudinal,  $p_{k,m}$ : Comparação entre os métodos de cálculo DERI-M e C/W/N-M com os parâmetros do solo dependentes da frequência para uma variação de 50 % na altura do condutor. Solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Na figuras 4.4.6 os fatores de correção da admitância transversal,  $q_{k,m}(C/W/N-M)$  e  $q(ARISM-M)$ , são comparados para uma diminuição de 50 % na altura média do condutor – de 10 metros para 5 metros. Neste caso consideramos o modelo de solo de alta resistividade com parâmetros dependentes da frequência mostrados na Tabela 4.2.1. Nota-se que a diminuição de 50 % na altura do condutor implica na diminuição das partes reais e imaginária de  $q_{k,m}$ , conforme mostra o gráfico da figura 4.4.6. O inverso das partes reais de  $q_{k,m}$  estão relacionadas com a capacitância transversal de retorno pelo solo, enquanto que o inverso das partes imaginárias estão relacionadas a condutância transversal de retorno pelo solo, a menos de um fator de escala. Além disso, nota-se que não há modificação dos valores de frequências onde ocorrem os valores máximos das partes reais e imaginárias; a variação de altura do condutor influencia de forma significativa a amplitude dos picos das partes reais e imaginárias e obviamente a taxa de variação entre as regiões em que as partes reais e imaginárias de  $q_{k,m}$  tendem a zero. Nota-se que no caso de  $h = 5$  m há uma maior aproximação entre as curvas C/W/N-M e ARISM-M. As expressões aproximadas para correção neste último caso foram derivadas fazendo a altura dos condutores tender a zero.

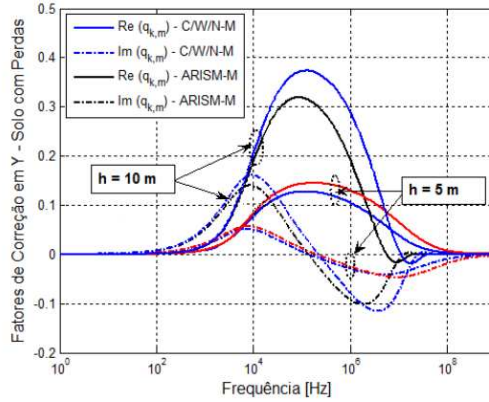


Figura 4.4. 6 - Partes reais e imaginárias dos fatores de correção da admitância transversal,  $q_{k,m}$ : Comparação entre os métodos de cálculo ARISM-M e C/W/N-M com os parâmetros do solo dependentes da frequência para uma variação de 50 % na altura do condutor. Solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Nas Figuras 4.4.7 e 4.4.8 os fatores de correção da impedância longitudinal -  $p(C/W/N-M)$  e  $p(DERI-M)$  são avaliados para três representações distintas dos parâmetros do solo: (i) solo com condutividade ( $\sigma_g$ ) constante e independente da frequência e  $\omega\epsilon_g$  nulo - (curva em negrito); (ii) solo com  $\sigma_g$  constante mais uma parcela com dependência da frequência hipoteticamente idêntica à parcela que contribuiria para o aumento da condutividade caso fosse considerado o modelo completo, porém, neste caso com  $\omega\epsilon_g$  nulo (curva azul); (iii) modelo completo que considera a dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  com a frequência (curva vermelha).

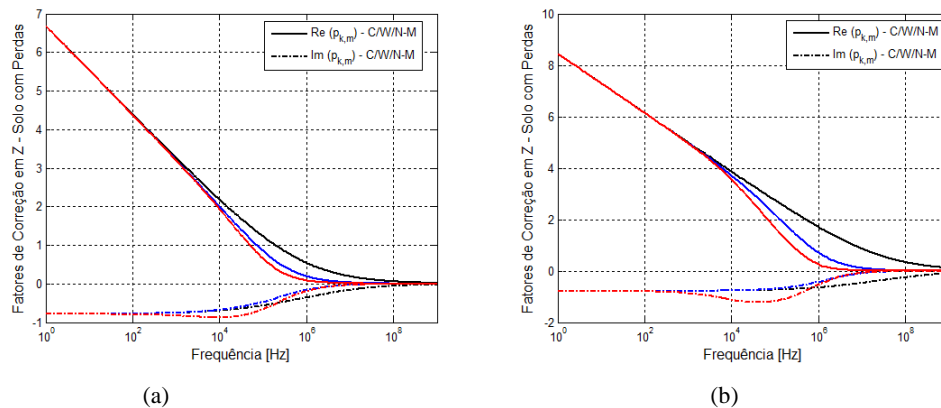


Figura 4.4. 7 - Partes reais e imaginárias dos fatores de correção da impedância longitudinal,  $p_{k,m}(C/W/N-M)$ : Sensibilidade em relação a representação do solo. Legenda: --  $\sigma_g = K_0$  ; --  $\sigma_g = K_0 + K_1 \omega^{\alpha}$ ; -- “modelo completo”. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

As partes reais de  $p_{k,m}$  (figura 4.4.8) estão relacionadas com a indutância de retorno pelo solo a menos de um fator de escala. A diferença entre as curvas em negrito e a vermelha é a contribuição da parcela da condutividade que varia com a frequência. Pode-se notar que a diferença é maior para o caso de alta resistividade (baixa condutividade) e é importante acima de 1 kHz. A diferença entre as curvas vermelhas e as curvas azuis é a contribuição da dependência de  $\omega\epsilon_g$  com a frequência. Sua influência é menor em comparação com a dependência da condutividade com a frequência, mas não deve ser desconsiderada. Ambos contribuem no sentido de diminuição das partes reais de  $p_{k,m}$ . Nota-se que no “modelo completo” as partes reais de  $p_{k,m}$  tendem a zero mais rapidamente.

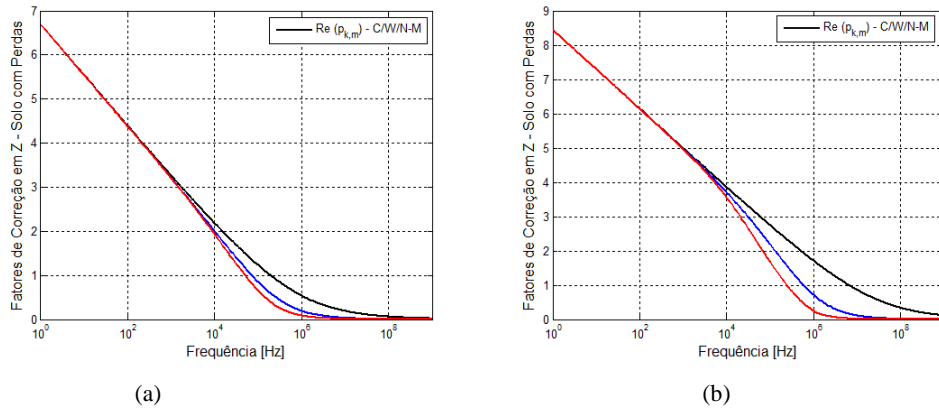


Figura 4.4. 8 - Partes reais dos fatores de correção da impedância longitudinal,  $p_{k,m}(C/W/N-M)$ : Sensibilidade em relação a representação do solo. Legenda: --  $\sigma_g = K_0$  ; --  $\sigma_g = K_0 + K_1 \omega^{\alpha}$ ; -- “modelo completo”. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

As partes imaginárias de  $p_{k,m}$  (figura 4.4.9) estão relacionadas com a resistência de retorno pelo solo a menos de um fator de escala. A diferença entre as curvas em negrito e as vermelhas é a contribuição da parcela da condutividade que varia com a frequência. Pode-se notar que a diferença é maior para o caso de alta resistividade (baixa condutividade) e é importante acima de 1 kHz. A diferença entre as curvas vermelhas e as curvas azuis é a contribuição da dependência de  $\omega\epsilon_g$  com a frequência. Nota-se que neste caso a contribuição de  $\omega\epsilon_g$  é importante para frequências acima de 100 Hz. Nota-se que em algum valor de frequência ocorre um ponto de ressonância em que a parcela da condutividade que depende da frequência é anulada pela contribuição da dependência de  $\omega\epsilon_g$  com a frequência – notada nos gráficos quando curva em negrito é igual a curva em vermelho. Para o caso de baixa



resistividade este ponto ocorre entre 10 kHz e 1 MHz e para o caso de solo de alta acima de 2 MHz.

Tanto a dependência de  $\sigma_g$  quanto de  $\omega\epsilon_g$  com a frequência têm contribuições importantes no módulo e no ângulo da impedância de retorno e, conseqüentemente, nos coeficientes de propagação e na resposta da linha no domínio da frequência – como mostramos quando da análise de sensibilidade destes parâmetros com a representação do solo.

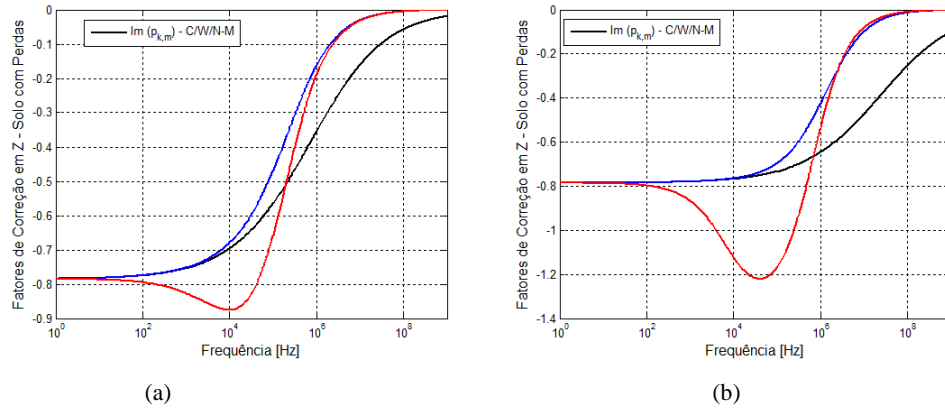


Figura 4.4. 9 - Partes imaginárias dos fatores de correção da impedância longitudinal,  $p_{k,m}(C/W/N-M)$ : Sensibilidade em relação a representação do solo. Legenda: --  $\sigma_g = K_0$  ; --  $\sigma_g = K_0 + K_1 \omega^{cl}$ ; -- “modelo completo”. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Nas Figuras 4.4.10 e 4.4.11 os fatores de correção da admitância transversal -  $q(C/W/N-M)$  e  $q(ARISM-M)$  são avaliados para três representações distintas dos parâmetros do solo: (i) solo com condutividade ( $\sigma_g$ ) constante e independente da frequência e  $\omega\epsilon_g$  nulo - (curvas em negrito); (ii) solo com  $\sigma_g$  constante mais uma parcela com dependência da frequência hipoteticamente idêntica à parcela que contribuiria para o aumento da condutividade caso fosse considerado o modelo completo, porém, neste caso com  $\omega\epsilon_g$  nulo (curvas em azul); (iii) modelo completo que considera a dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  com a frequência (curvas vermelhas).

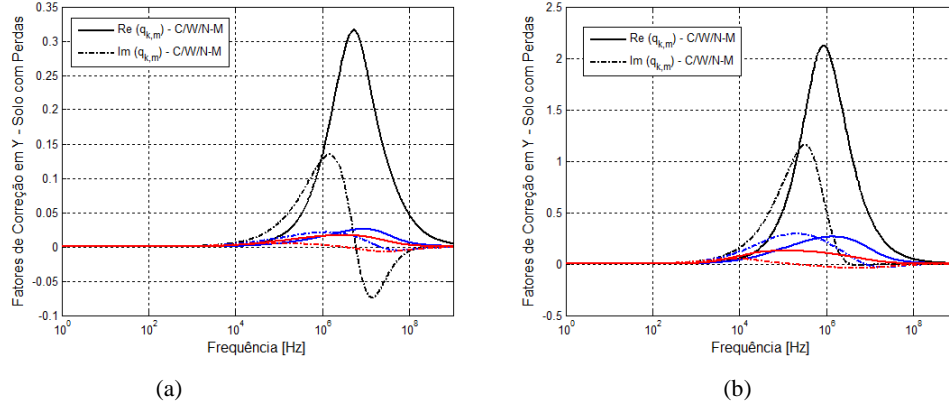


Figura 4.4. 10 - Partes reais e imaginárias dos fatores de correção da admitância transversal,  $q_{k,m}(C/W/N-M)$ : Sensibilidade em relação a representação do solo. Legenda: --  $\sigma_g = K_0$  ; - -  $\sigma_g = K_0 + K_1 \omega^{\alpha}$ ; - - "modelo completo". (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade

As partes reais de  $q_{k,m}$  (figura 4.4.11) estão relacionadas com a capacitância de retorno pelo solo a menos de um fator de escala. A diferença entre as curvas em negrito e a vermelha é a contribuição da parcela da condutividade que varia com a frequência. Nota-se que esta parcela tem influência importante nas partes reais e é responsável pela diminuição do pico da parte real de  $q_{k,m}$  (para valores abaixo de 0,05 para solo de baixa resistividade e 0,5 para solo de alta resistividade). A contribuição de  $\omega \epsilon_g$  neste caso é bem menor em comparação com a da condutividade, mas é notada nas curvas. Nota-se picos de maior amplitude e deslocados em direção a faixas de frequências menores a medida que a resistividade aumenta.

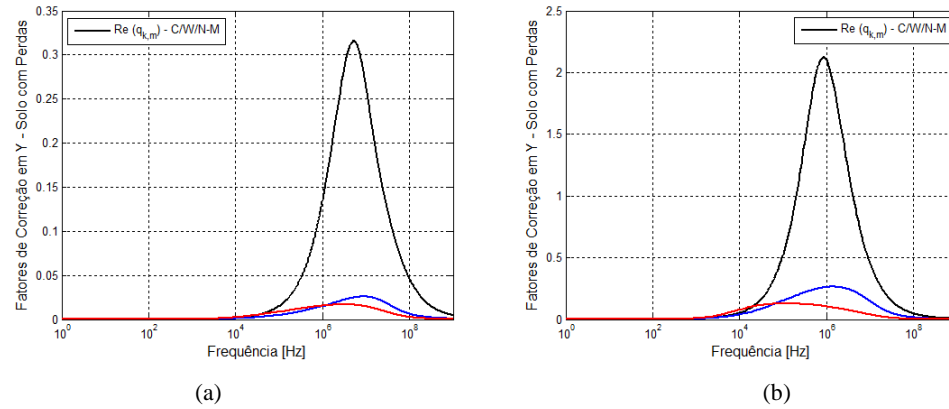


Figura 4.4. 11 - Partes reais dos fatores de correção da admitância transversal,  $q_{k,m}(C/W/N-M)$ : Sensibilidade em relação a representação do solo. Legenda: --  $\sigma_g = K_0$  ; - -  $\sigma_g = K_0 + K_1 \omega^{\alpha}$ ; - - "modelo completo". (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade

As partes imaginárias de  $q_{k,m}$  (figura 4.4.12) estão relacionadas com a condutância de retorno pelo solo a menos de um fator de escala. A diferença entre as curvas em negrito e a

vermelha é a contribuição da parcela da condutividade que varia com a frequência. Nota-se que esta parcela é importante na diminuição e deslocamento das amplitudes e é responsável pela diminuição do pico da parte real de  $q_{k,m}$  (para valores abaixo de 0,05 para solo de baixa resistividade e 0,3 para solo de alta resistividade). A contribuição de  $\omega\epsilon_g$  neste caso é também importante e notada nos gráficos. Convém salientar que para frequências acima de 10 kHz existem valores negativos na parte imaginária de  $q_{k,m}$ , o que significa condutância negativa (Figuras 4.4.12 e 4.4.13). No caso específico de linhas de transmissão, o ramo “shunt” representa o fluxo capacitivo e seus efeitos na linha. Quando surgem valores negativos significa que o caminho de retorno pelo solo introduziu uma componente de perdas no ramo “shunt” e que, em geral, as condutâncias apresentam valores baixos e negativos (Efthymiadis,1978).

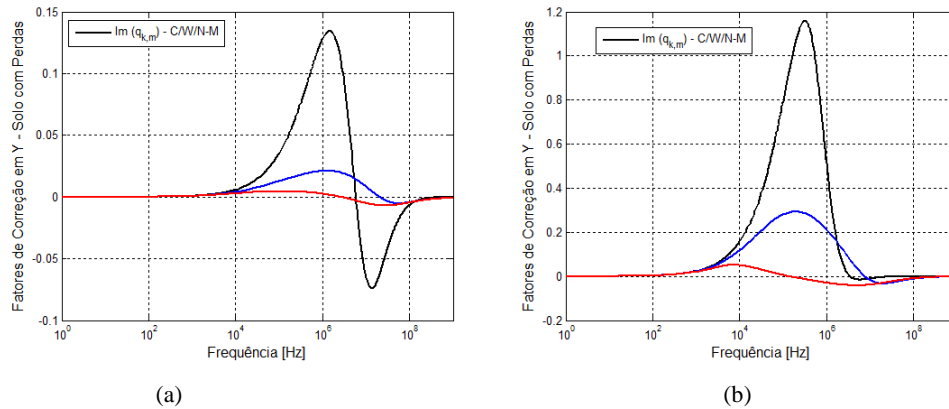


Figura 4.4. 12 - Partes imaginárias dos fatores de correção da admitância transversal,  $q_{k,m}(C/W/N-M)$ : Sensibilidade em relação a representação do solo. Legenda: --  $\sigma_g = K_0$  ; --  $\sigma_g = K_0 + K_1 \omega^{\alpha}$ ; -- “modelo completo”. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade

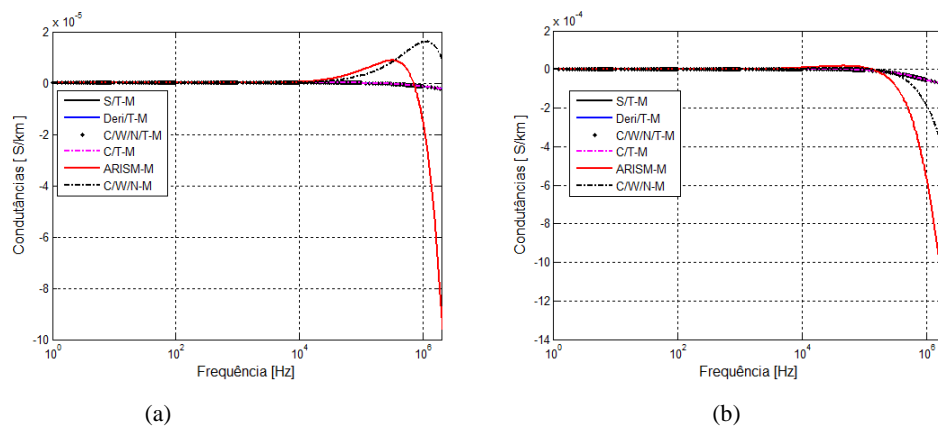


Figura 4.4. 13 - Condutância transversal por unidade de comprimento. Comparação entre os diferentes métodos de cálculo. (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade

Nas análises feitas anteriormente quanto à dependência dos parâmetros do solo com a frequência, as causas de erros comuns e as aproximações de cada método de cálculo implicam em soluções com mais ou menos precisão nas várias faixas de frequências.

Convém notar que as curvas anteriores foram feitas até 1 GHz para efeitos de comparação, embora para o nosso caso particular, nossa faixa de frequência de interesse é até 2 MHz. Os métodos aproximados de cálculo apresentados apresentam resultados com razoável precisão até frequências, tais que, a altura do condutor seja menor que um décimo do comprimento de onda (RACHIDI *et al*, 1996).

Para uma medida da precisão entre os métodos – tendo como referência de precisão o método (C/W/N-M) – são especificados os fatores de correção (FC) em função da frequência para o coeficiente de propagação<sup>1</sup> de forma análoga à dos trabalhos de Wedepohl/Efthymiadis/Nakagawa (1971).

onde:

$$FC \text{ em } \alpha = \frac{\alpha_{\text{com correção devido retorno}}}{\alpha_{\text{ideal}}} 100 \quad [\%]$$

$$FC \text{ em } \beta = \frac{\beta_{\text{com correção devido retorno}} - \beta_{\text{ideal}}}{\beta_{\text{ideal}}} 100 \quad [\%]$$

Nas Figuras 4.4.14 e 4.4.17 são apresentados os gráficos da parte real (coeficiente de atenuação de amplitude,  $\alpha$ ) e imaginária (coeficiente de modulação de fase,  $\beta$ ) do coeficiente de propagação em função da frequência para os casos específicos de solo de baixa e alta resistividades analisados (Tabela 4.2.1) e comparando os diferentes modelos de cálculo.

Com relação à constante de atenuação, pode-se notar pelos gráficos das figuras 4.4.14 a 4.4.16 que em baixas frequências (até 100 Hz) os modelos são equivalentes. Para o exemplo de baixa resistividade as diferenças percentuais entre os modelos são mais importantes na região de maior atenuação. Neste caso pode-se notar também que a correção devido ao retorno pelo solo nos parâmetros transversais não é importante. Ou seja, não há diferenças significativas entre os modelos com correção na admitância transversal e os modelos sem correção na admitância transversal. Para solos de alta resistividade as diferenças percentuais

<sup>1</sup>  $\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta$  - constante (coeficiente) de propagação para caso de condutor único;

$\alpha$  - constante de atenuação: parte real de  $\gamma$ ;

$\beta$  - constante de fase: parte imaginária de  $\gamma$ ;

são mais acentuadas na região em que ocorre o pico de perdas e podem ser importantes nas regiões de transição entre baixas frequências e a região de máximo da atenuação e entre a região de máximo da atenuação e a região de propagação sem perdas em altas frequências. A diferença entre os modelos C/W/N-M e DERI-M é também mais acentuada na região onde ocorre o pico de perdas. A diferença entre C-M e C/W/N-M não ultrapassa 0,5% em toda a faixa de frequência, como pode ser observado nos gráficos.

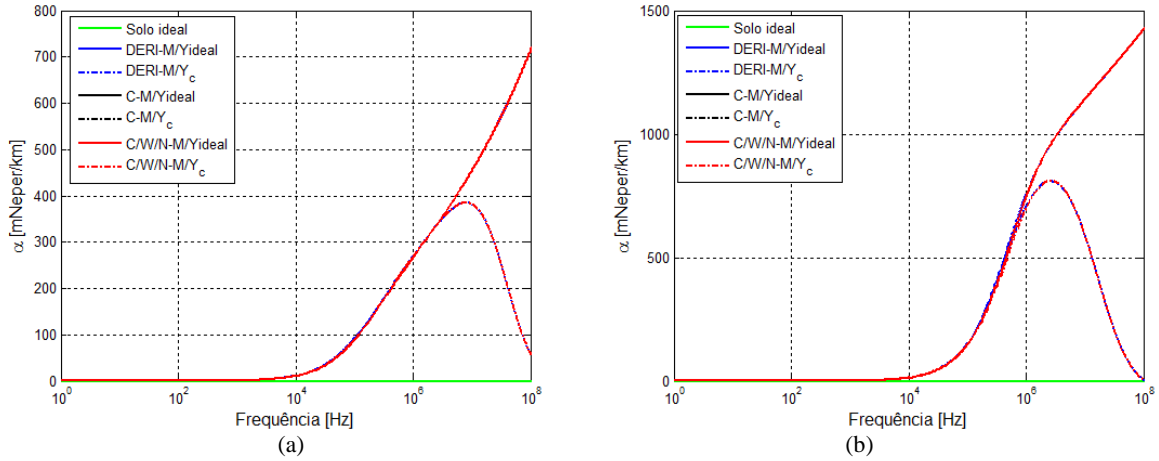


Figura 4.4. 14 - Coeficiente de atenuação de amplitude. (a) Exemplo de solo de baixa resistividade; (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

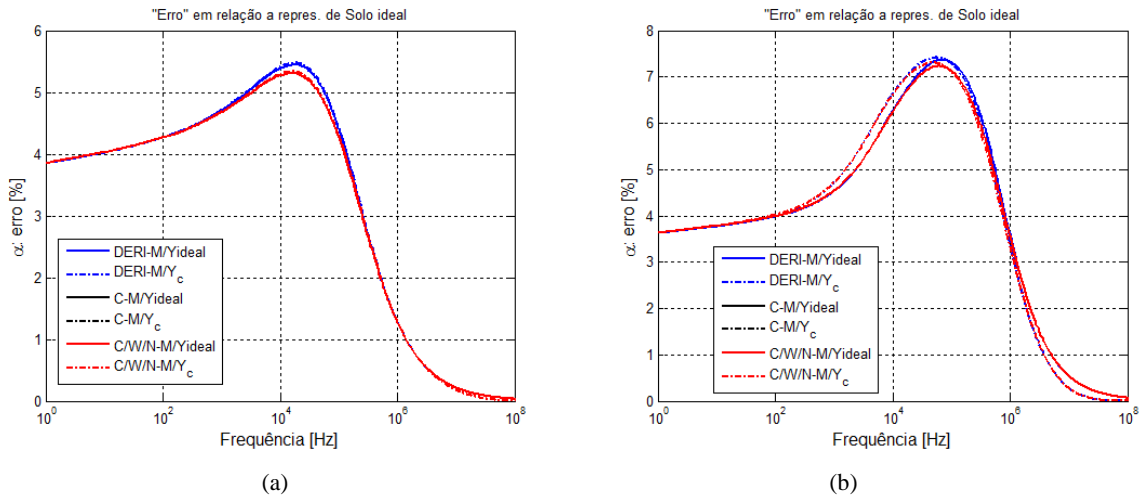


Figura 4.4. 15 - Coeficiente de atenuação de amplitude: Diferença percentual entre a representação de solo com parâmetros dependentes da frequência e representação de solo ideal. (a) Exemplo de solo de baixa resistividade; (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

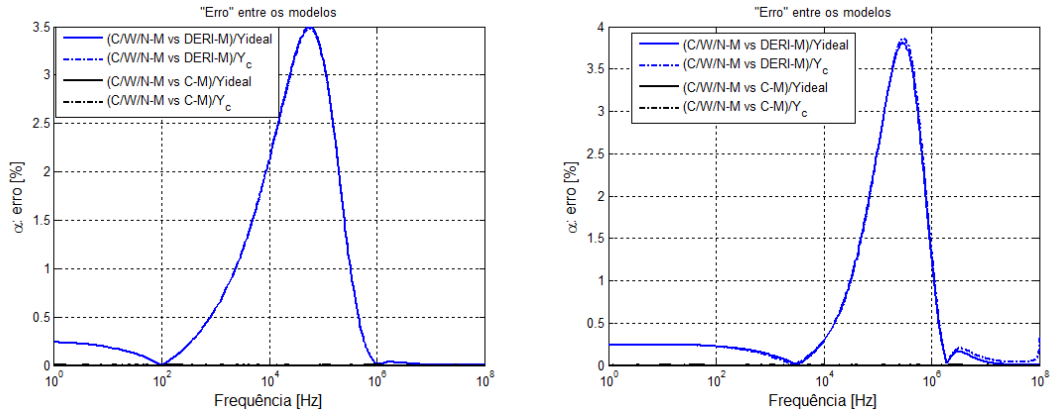


Figura 4.4. 16 - Coeficiente de atenuação de amplitude: Diferença percentual entre diferentes modelos de cálculo. (a) Exemplo de solo de baixa resistividade; (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Na avaliação da constante de fase pode-se notar que as diferenças percentuais entre o modelo de solo ideal e os modelos com a representação dos parâmetros do solo dependentes da frequência são mais acentuadas do que as diferenças no coeficiente de atenuação. Estas diferenças são maiores em baixas frequências (figura 4.4.19) e aumentam à medida que a resistividade aumenta. Não há diferenças significativas entre os modelos DERI-M e C/W/N-M e também entre C-M e C/W/N-M. A representação do retorno pelo solo nos parâmetros transversais é notada nos gráficos do exemplo de solos de alta resistividade.

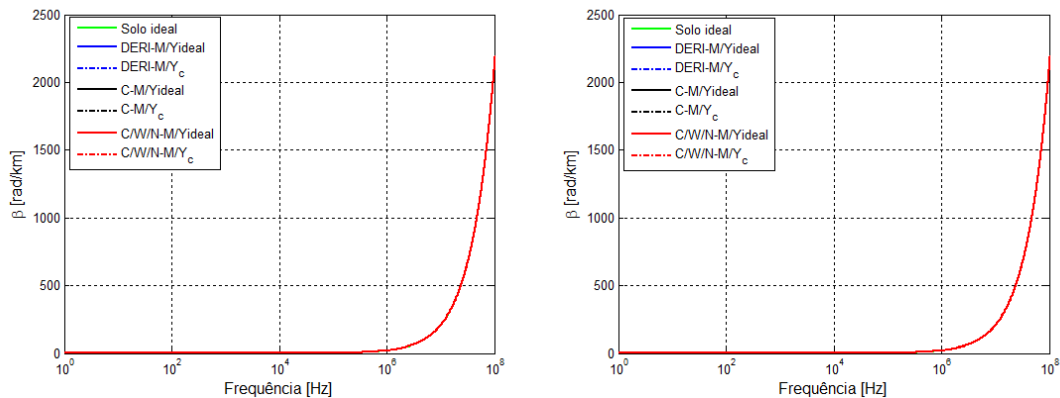


Figura 4.4. 17 - Coeficiente de fase. (a) Exemplo de solo de baixa resistividade; (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

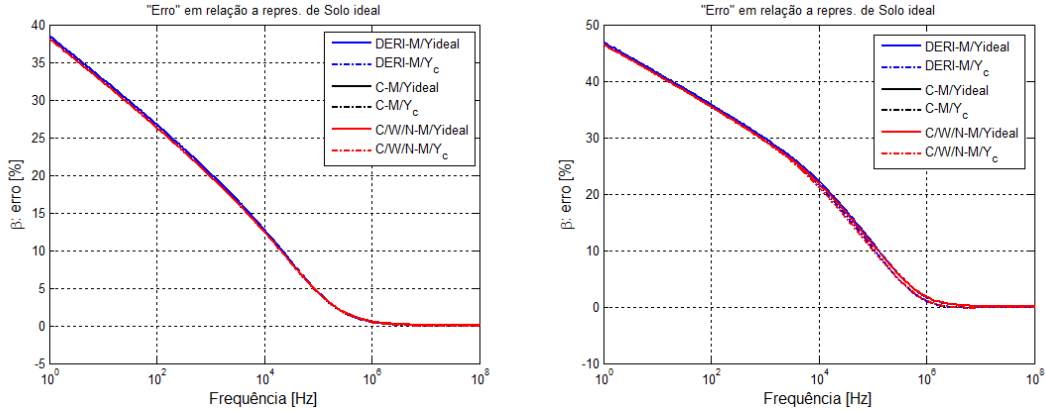


Figura 4.4. 18 - Coeficiente de fase: Diferença percentual entre a representação de solo com parâmetros dependentes da frequência e representação de solo ideal. (a) Exemplo de solo de baixa resistividade; (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

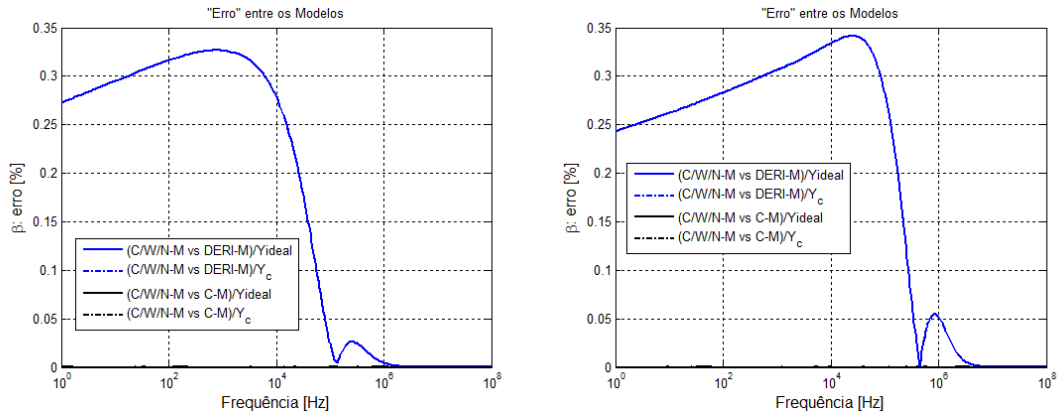


Figura 4.4. 19 - Coeficiente fase: Diferença percentual entre diferentes modelos de cálculo. (a) Exemplo de solo de baixa resistividade; (b) Exemplo de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1).

## 4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foi apresentado um estudo para o caso de um único condutor acima do solo com perdas - onde, a impedância e a admitância de retorno pelo solo são avaliadas através de métodos tradicionais de cálculo e através de integração numérica das formulações de Carson modificadas para inclusão do modelo de solo que considera a dependência da condutividade e  $\omega\epsilon_g$  com a frequência.

A representação do solo com parâmetros dependentes da frequência no cálculo dos parâmetros da linha é muito importante, tanto para a impedância longitudinal por unidade de

comprimento quanto para a admitância transversal por unidade de comprimento neste estudo de caso.

A contribuição da resistência interna no cálculo da resistência total é maior em relação à de retorno pelo solo para frequência abaixo de 100 Hz. Em 100 Hz as duas contribuições possuem a mesma ordem de grandeza. Na faixa de 100 Hz a 10 kHz a contribuição da resistência de retorno pelo solo é maior do que a da interna – mas nessa faixa a interna também é importante. Acima de 100 kHz a resistência de retorno pelo solo é predominante. A resistência interna por unidade de comprimento é menor do que 5 % da resistência total por unidade de comprimento nessa faixa de frequência.

Com relação à indutância verificamos que a interna não ultrapassa 2,5 % na faixa de 0 a 100 Hz e é menor ainda a medida que a frequência aumenta. A indutância total é predominantemente composta pela indutância externa e a de retorno pelo solo – que diminui em altas frequências.

Comparando os diferentes métodos de cálculo da impedância longitudinal nota-se coerência nos resultados apresentados: os dois métodos aproximados (S-M) e (Deri-M) apresentam os mesmos resultados. Quando comparados com o cálculo via integração numérica são observadas diferenças entre os dois procedimentos de avaliação – que neste caso particular não ultrapassa 5 %, mas que deve ser avaliados para o caso de linha trifásica. Lembrando que os métodos aproximados são aproximações assintóticas das expressões de Carson e o erro decorrente desta aproximação depende do comprimento de onda e da configuração de condutores e serão analisados para o caso de linha trifásica no capítulo seguinte.

Da análise de sensibilidade da capacitância por unidade de comprimento considerando três casos distintos de representação dos parâmetros do solo - (i) solo com condutividade ( $\sigma$ ) constante e independente da frequência e  $\omega\epsilon_g$  nulo; (ii) solo com condutividade constante mais uma parcela com dependência em função da frequência hipoteticamente idêntica à parcela que contribuiria para o aumento da condutividade caso fosse considerado o modelo completo, porém, neste caso com  $\omega\epsilon_g$  nulo; (iii) modelo completo que considera a dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$ .

Conclui-se que:

A parcela de  $\sigma_g$  que varia com a frequência tem influência significativa no cálculo das capacitâncias – faz o “modelo completo (C/W/N-M)” aproximar-se da condição de “solo



ideal” com o aumento da condutividade devido a dependência deste parâmetro com a frequência, e quando não representada corretamente induz a um erro de modelagem considerável. Portanto, a condição de solo ideal apresenta-se “naturalmente” como um boa aproximação para o cálculo da capacitância transversal – que não deve ser avaliada com condutividade do solo constante. Quando é desejável ou indispensável uma maior precisão de cálculo recomenda-se a avaliação da capacitância por unidade de comprimento através do “modelo completo (C/W/N-M)”.

De acordo com os resultados, verifica-se que a dependência dos parâmetros do solo com a frequência é importante do ponto de vista de erros de modelagem dos parâmetros da linha neste estudo de caso e serão analisadas para o caso de linha trifásica.

## CAPÍTULO 5: ANÁLISE DAS DIFERENÇAS ENTRE APROXIMAÇÕES ASSINTÓTICAS DOS MODELOS APROXIMADOS E DA INTEGRAÇÃO NUMÉRICA DAS FORMULAÇÕES MODIFICADAS DE CARSON NO CÁLCULO DE PARÂMETROS LONGITUDINAIS E TRANSVERSAIS DE LINHA TRANSMISSÃO TRIFÁSICA

### 5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão feitas análises comparativas da influência da dependência dos parâmetros do solo com a frequência no cálculo de parâmetros longitudinais e transversais de uma linha trifásica. As características e a localização dos condutores na silhueta da torre da linha, cujos parâmetros serão calculados nos itens seguintes, são mostradas na Figura 5.2.1. Trata-se de uma linha trifásica simples, 440 kV, com feixes de quatro condutores (*grosbeak*) por fase, cabos pára-raios EHS 3/8”, considerada idealmente transposta. As análises são feitas considerando três possibilidades usuais de representação dos parâmetros do solo (**M1**, **M2**, **M3**):

**M1:** Considera a condutividade do solo constante e  $\omega\epsilon_g$  nulo - aproximação de baixa frequência ( $\omega\epsilon_g \ll \sigma_g$ ). Nesta representação consideramos a correção devido ao retorno pelo solo no cálculo da matriz de impedância longitudinal  $[Z]$  enquanto que a matriz de admitância transversal  $[Y]$  é calculada considerando solo ideal. Essa é a representação tradicional e mais comum encontrada na literatura.

**M2:** Considera a dependência da condutividade e de  $\omega\epsilon_g$  do solo no domínio da frequência. Nesta representação consideramos a correção devido ao retorno pelo solo no cálculo da matriz de impedância longitudinal  $[Z]$  enquanto que a matriz de admitância transversal  $[Y]$  é calculada considerando solo ideal.

**M3:** Considera a dependência da condutividade e de  $\omega\epsilon_g$  do solo no domínio da frequência. Nesta representação consideramos a correção devido ao retorno pelo solo no cálculo da matriz de impedância longitudinal  $[Z]$  e na matriz de admitância transversal  $[Y]$ , portanto, o “modelo completo” com todas as contribuições nas matrizes, com representação da dependência da frequência dos parâmetros do solo.

As análises foram feitas no domínio modal e doravante chamaremos o modo homopolar de **Modo 0** e o modo ou quase-modo não homopolar de **Modo 1** – que neste caso particular de linha transposta são modos exatos e correspondem às componentes de seqüência zero e positiva, respectivamente.

A avaliação da influência do solo na impedância longitudinal de retorno pelo solo é feita através da formulação aproximada do plano complexo modificado (**DERI-M**) e através das formulações modificadas de Carson na forma integral (**C/W/N-M**) resolvidas por integração numérica. A influência do retorno pelo solo nos parâmetros transversais é avaliada pelo método de aproximações sucessivas (**ARISM-M**) e também através de correções na matriz de coeficientes de potencial obtidas por integração das expressões modificadas de Carson (**C/W/N-M**). O objetivo é analisar as diferenças entre as aproximações assintóticas decorrentes das simplificações de cálculo adotadas nos métodos aproximados em relação aos cálculos efetuados diretamente através das integrais de Carson modificadas.

Além das causas comuns de erros entre os modelos comentados anteriormente (com relação a geometria, solo homogêneo com as mesmas características ao longo da linha, a não consideração da distorção dos campos pelas estruturas, isoladores, ferragens, etc), convém destacar aqui a consideração de que a linha trifásica é idealmente transposta.

A consideração de transposição ideal consiste em assumir que o comprimento do trecho de transposição é muito menor que um quarto do comprimento de onda do sinal.

Obviamente a medida que a frequência aumenta o comprimento de onda diminui e dependendo das frequências envolvidas a consideração de transposição ideal não é nem mesmo razoável. Uma das alternativas nesse caso é trabalhar diretamente no domínio das fases considerando todos os acoplamentos ou trabalhar no domínio dos modos naturais de propagação. No caso de linhas cujas torres tenham um plano de simetria vertical é possível trabalhar com quase-modos (TAVARES, 1998).

Como a análise foi feita para uma larga faixa de frequência, não é válido, para a linha trifásica, considerar a linha como idealmente transposta para altas frequências. No entanto, devido à simetria da linha, é possível utilizar o conceito de quase-modos. Porém, deve ser efetuada uma verificação dos termos mútuos entre os modos para confirmar a validade do uso dos quase-modos quando os parâmetros do solo variam com a frequência.

## 5.2 COMPARAÇÃO ENTRE FORMULAÇÕES DE CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL E ENTRE FORMULAÇÕES DE CÁLCULO PARA ADMITÂNCIA TRANSVERSAL

No item 5.2.1 é feita uma comparação da impedância longitudinal por unidade de comprimento calculada a partir do modelo do plano complexo modificado (**DERI-M**) e a partir das formulações de Carson/Wise/Nakagawa modificadas (**C/W/N-M**). As causas comuns de erros tanto nos métodos aproximados quanto via integração numérica estão condicionados a consideração ou não de transposição; a consideração de transposição ideal; a consideração da modelagem dos cabos para-raios – que possuem físicas diferentes dos cabos de fase e podem ser continuamente aterrados ou não; às suposições na representação dos meios de propagação e condições de contorno assumidas. As diferenças assintóticas entre os métodos aproximados e a integração numérica estão condicionadas às simplificações e aproximações de cada método em particular.

No item 5.2.2 é feita uma comparação da impedância longitudinal por unidade de comprimento calculado via integração numérica das formulações de Carson modificadas (**C-M**) e a partir das formulações de Carson/Wise/Nakagawa modificadas (**C/W/N-M**), e entre o cálculo a partir da integração numérica das formulações de Carson/Wise/Nakagawa modificadas (**C/W/N-M**) para verificação das diferenças entre as aproximações assintóticas dos modelos.

Carson supôs inicialmente nula a propagação na direção axial  $a$  do condutor infinito (**C-M**), enquanto que nas formulações (**C/W/N-M**) o coeficiente de propagação é assumido inicialmente como sendo o do ar. Estas e outras causas de erros discutidas no capítulo anterior são analisadas para o caso de linhas trifásicas assumindo transposição ideal e cabos para-raios continuamente aterrados. A transposição ideal é neste caso uma causa comum de erro aliado às outras já mencionadas. Portanto trata-se de uma análise de diferenças e não “erros” entre os modelos – já que ambos estão sujeitos à erros comuns e próprios das simplificações em cada modelo de cálculo.

No item 5.2.3 é feita uma comparação entre o método de aproximações sucessivas (**ARISM-M**) e as formulações modificadas de CARSON/WISE/NAKAGAWA (**C/W/N-M**) para estudo da influência do solo na admitância transversal comparando os dois métodos de cálculo.

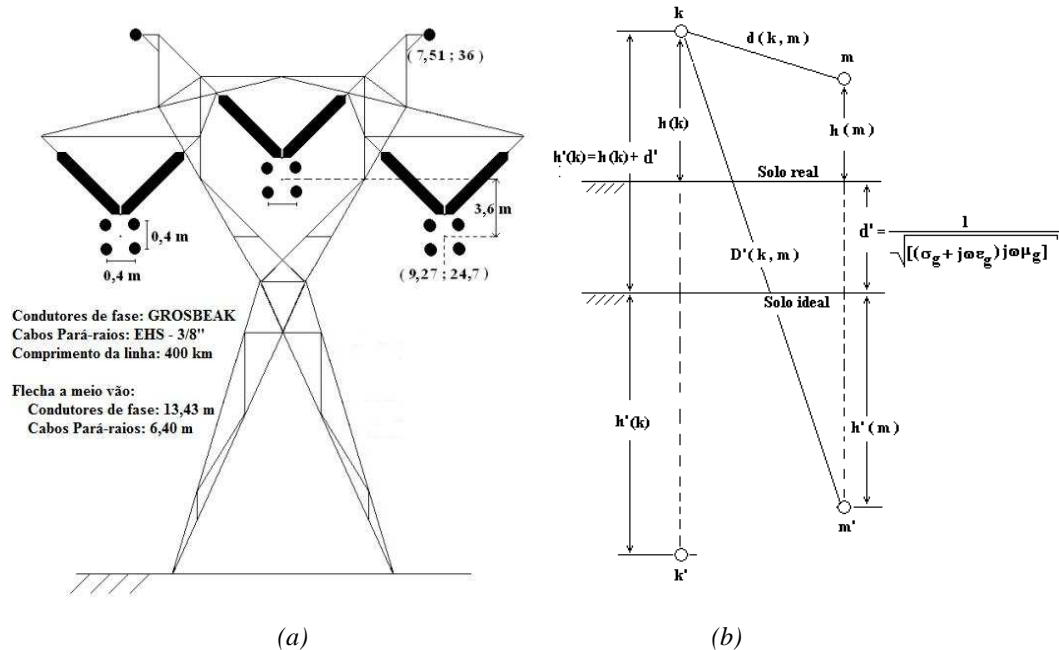


Figura 5.2. 1 - (a) Posicionamento dos condutores na torre da linha de transmissão 440 kV, idealmente transposta ; (b) Posicionamento de condutores  $k$  e  $m$  considerando o plano complexo do modelo aproximado (DERI-M)

### 5.2.1 ANÁLISE DAS DIFERENÇAS ASSINTÓTICAS ENTRE OS MODELOS DERI-M E C/W/N-M NO CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL COM INFLUÊNCIA DA DEPENDÊNCIA DOS PARÂMETROS DO SOLO COM A FREQUÊNCIA

A derivação analítica do método do plano complexo (DERI *et al*, 1981) revela que esta aproximação de cálculo é assintótica em relação às integrais de Carson na sua forma integral. A diferença assintótica depende da frequência e da geometria da linha (relação entre a distância horizontal dos condutores e altura destes em relação ao solo) e sua utilização deve ser analisada para cada caso específico de linha e modelagem dos parâmetros do solo. Na sua formulação original, as diferenças assintóticas foram normalizadas e poderiam ser previstas através do conhecimento prévio das configurações dos condutores da linha de transmissão. Porém, com a inclusão da dependência dos parâmetros do solo com a frequência, torna-se necessário uma re-avaliação das diferenças assintóticas quando comparadas com o método de cálculo a partir das formulações modificadas de Carson/Wise/Nagagawa (C/W/N-M).

A seguir apresentamos os gráficos dos parâmetros longitudinais da linha, em função da frequência, comparando os resultados obtidos pelo método do plano complexo (DERI-M) e diretamente através de integração numérica da formulação modificada (C/W/N-M). São

analisadas as diferenças assintóticas nas resistências e indutâncias modais (modo homopolar e não homopolar) por unidade de comprimento.

Nas figuras 5.2.1.1 e 5.2.1.2 apresentamos os gráficos das resistências modais da linha trifásica. Nota-se que para solos de baixa resistividade os dois métodos de cálculo apresentam resultados próximos.

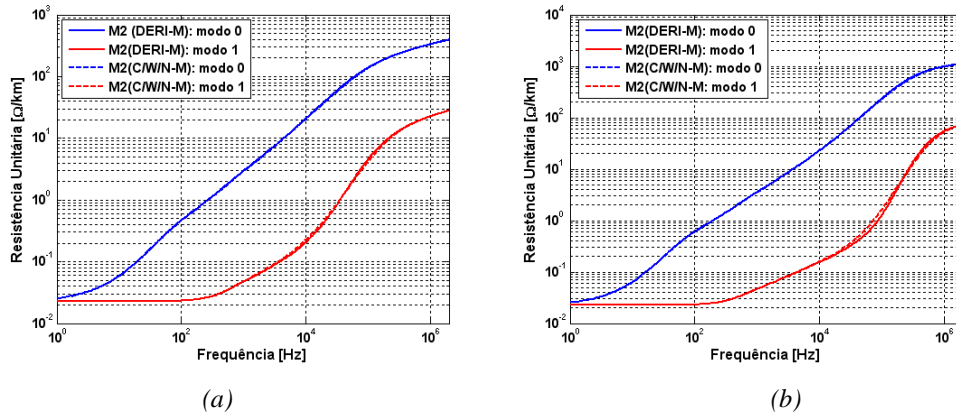


Figura 5.2.1. 1 - Resistências modais em escala logarítmica: Comparação entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) - (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

O “erro”<sup>1</sup> assintótico no modo homopolar (figura 5.2.1.3 (a) e (b)) não ultrapassa os 5 % em toda a faixa de frequência, isto é, de 0 a 2 MHz, tanto para solos de baixa resistividade quanto para solos de alta resistividade. No modo não homopolar, para frequências acima de 10 kHz o erro assintótico é significativo, chegando a valores entre 10 % para solos de baixa resistividade e acima de 20 % para solo de alta resistividade, como pode ser observado nas figuras 5.2.1.4 (a) e (b). Estes resultados mostram que, dependendo do grau de precisão que se queira para o modelo da linha, não é aconselhável desprezar os erros de modelagem, sendo conveniente neste caso, optar-se pelo cálculo via integração numérica. Embora de fácil implementação computacional a utilização do modelo do plano complexo deve ser ponderada caso a caso.

<sup>1</sup> Convém salientar que no texto a expressão “erro” percentual deve ser entendida como diferença percentual já ambos os modelos possuem causas de erros comuns e próprios que foram discutidos ao longo da tese.

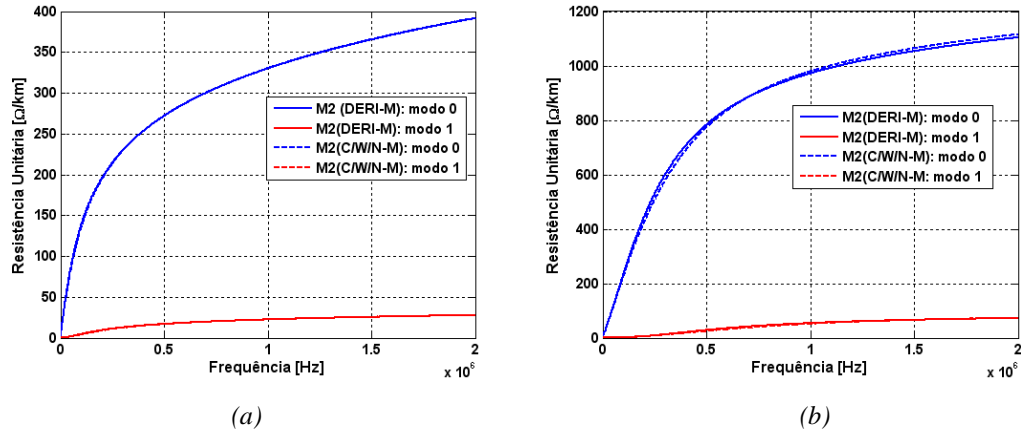


Figura 5.2.1. 2 - Resistências modais em escala linear: Comparação entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

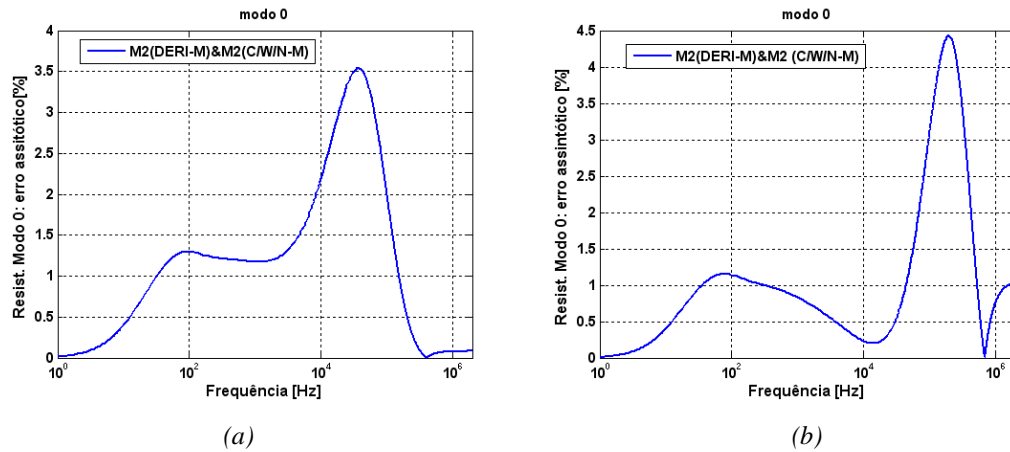


Figura 5.2.1. 3 - Resistência modo homopolar: erro assintótico entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

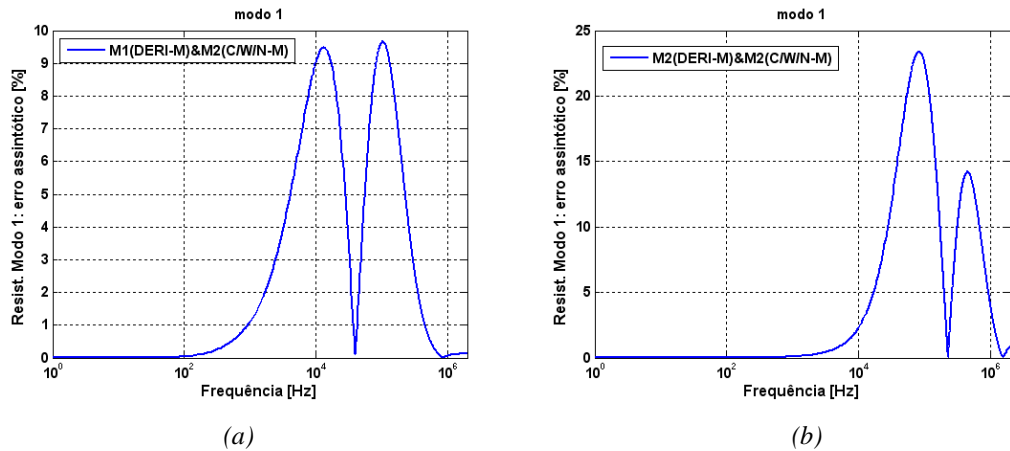


Figura 5.2.1. 4 - Resistência modo não homopolar: erro assintótico entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Na figura 5.2.1.5 apresentamos os gráficos das indutâncias modais da linha trifásica em estudo. Nota-se que os erros assintóticos na indutância são maiores em baixas frequências e diminuem a medida que a frequência aumenta.

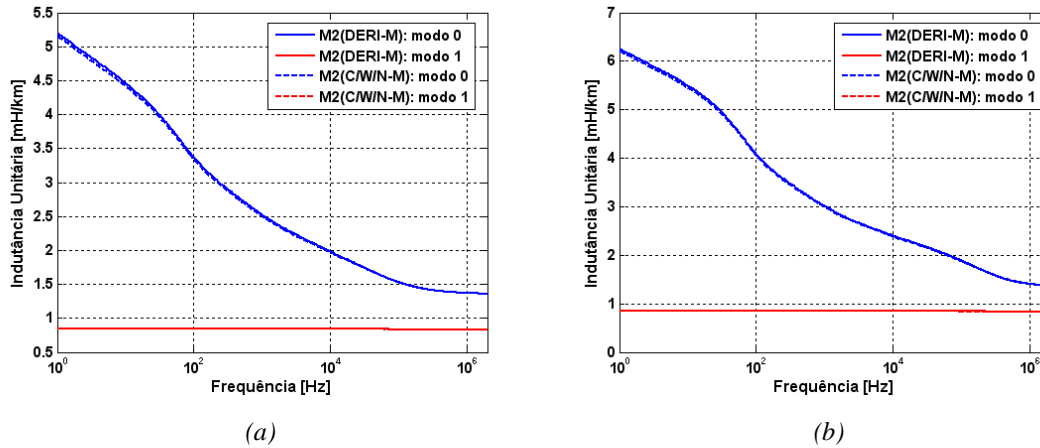


Figura 5.2.1. 5 - Indutâncias modais: Comparação entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Na avaliação da indutância longitudinal os dois modelos apresentam resultados muito próximos tanto para solos de baixa resistividade quanto para solos de alta resistividade. O erro relativo para o modo homopolar (figura 5.1.2.6 (a) e (b)) não ultrapassa os 1,2 % em toda a faixa de frequência tanto para solo de baixa quanto para solo de alta resistividade. No modo não homopolar o erro relativo entre os dois procedimentos de cálculo é ainda menor e não ultrapassa 0,16 % (figura 5.2.1.7 (a) e (b)).

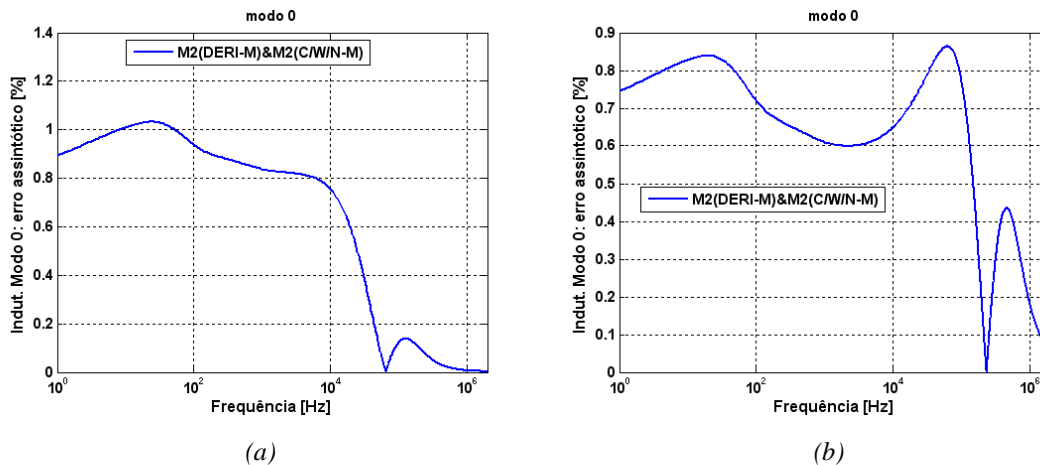


Figura 5.2.1. 6 - Indutância modo homopolar: erro relativo entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)– (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)



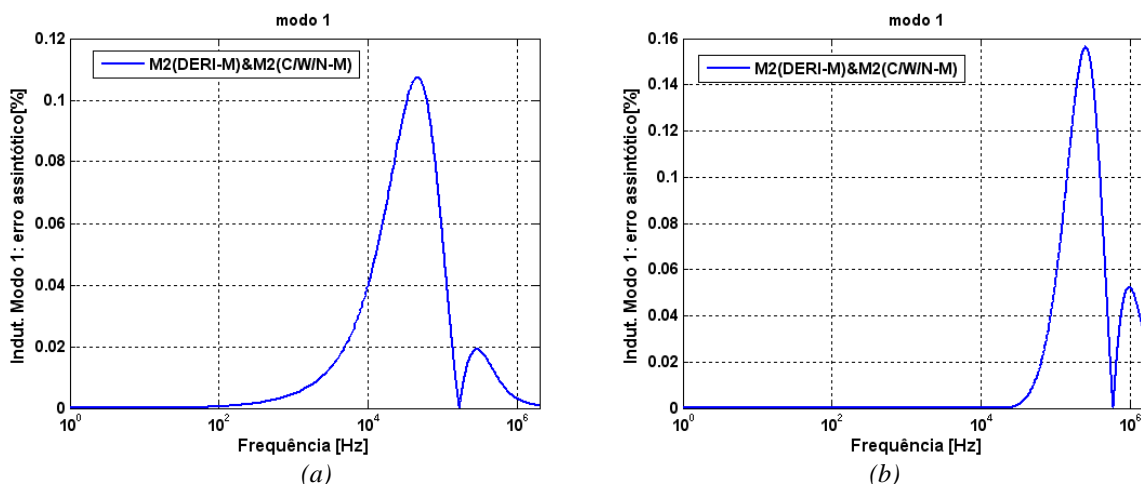


Figura 5.2.1. 7 - Indutância modo não homopolar: erro relativo entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Com os resultados apresentados pode-se concluir que o método do plano complexo modificado **DERI-M** apresenta resultados com razoável precisão, quando comparado com o modelo **C/W/N-M**, para transitórios de manobra até 10 kHz. Porém a sua utilização se torna questionável para casos de solos de alta resistividade e transitórios rápidos (acima de 10 kHz); os erros na resistência do modo não homopolar atinge valores (acima de 10 %) que devem ser considerados em termos de precisão. O método de cálculo **DERI-M** tem como vantagem em relação ao modelo **C/W/N-M** a fácil implementação computacional e menor tempo de processamento em detrimento de menor precisão que deve ser levado em consideração para cada caso em particular.

## 5.2.2 ANÁLISE DAS DIFERENÇAS ASSINTÓTICAS ENTRE OS MODELOS C-M E C/W/N-M NO CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL COM INFLUÊNCIA DA DEPENDÊNCIA DOS PARÂMETROS DO SOLO COM A FREQUÊNCIA

A seguir apresentamos os gráficos dos parâmetros longitudinais da linha, comparando os resultados obtidos da formulação de Carson modificada (**C-M**) e da formulação Carson/Wise/Nakagawa modificada (**C/W/N-M**) – ambas por integração numérica. São analisadas as diferenças assintóticas nas resistências e indutâncias modais no domínio da frequência.

Através dos resultados apresentados nas figuras 5.2.2.1-7 a seguir pode-se concluir que: a diferença assintótica entre estes dois métodos de cálculo dos parâmetros longitudinais é muito pequena e não compromete a precisão. A diferença é maior para a resistência e seu

valor máximo obtido é menor do que 0,9 % em solos de alta resistividade. As diferenças podem ser consideradas desprezíveis no cálculo dos parâmetros longitudinais. Portanto, a suposição de propagação instantânea na direção axial ao eixo da linha, para esta configuração e a faixa de frequência em estudo, não compromete o resultado final, podendo ser utilizadas quaisquer destas metodologias de cálculo da impedância longitudinal.

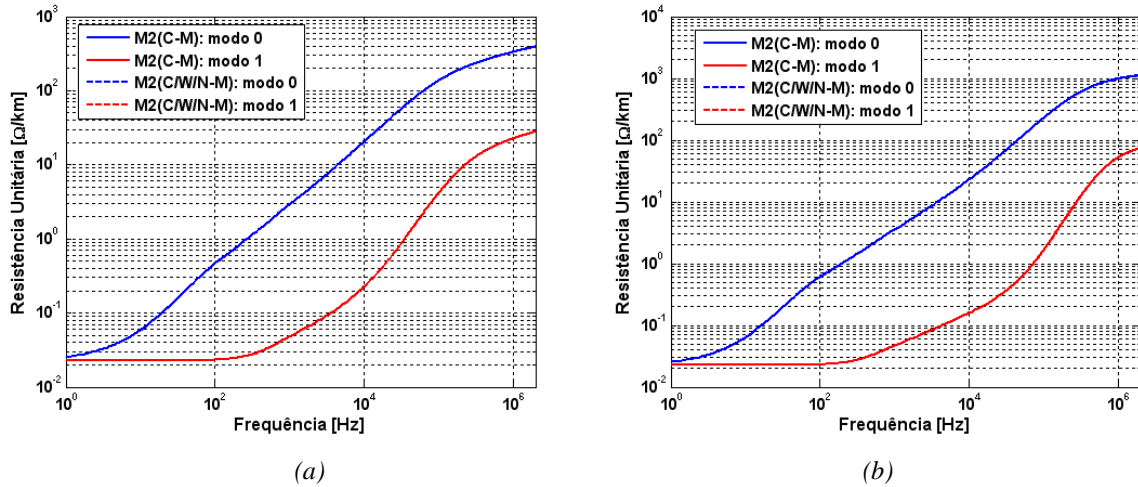


Figura 5.2.2. 1 - Resistências modais em escala logarítmica: Comparação entre o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson (C-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

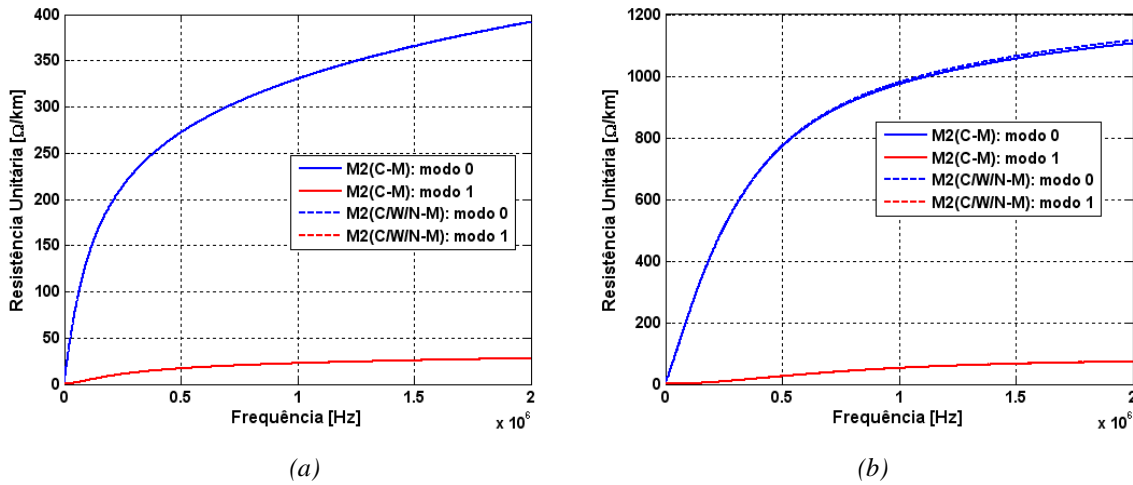


Figura 5.2.2. 2 - Resistências modais em escala linear: Comparação entre o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson (C-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

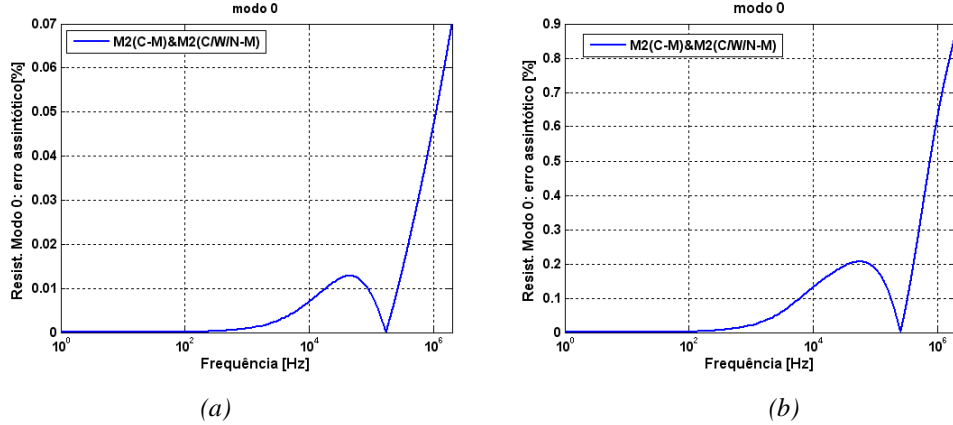


Figura 5.2.2.3 - Resistência modo homopolar: erro assintótico entre o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson (C-M) e o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

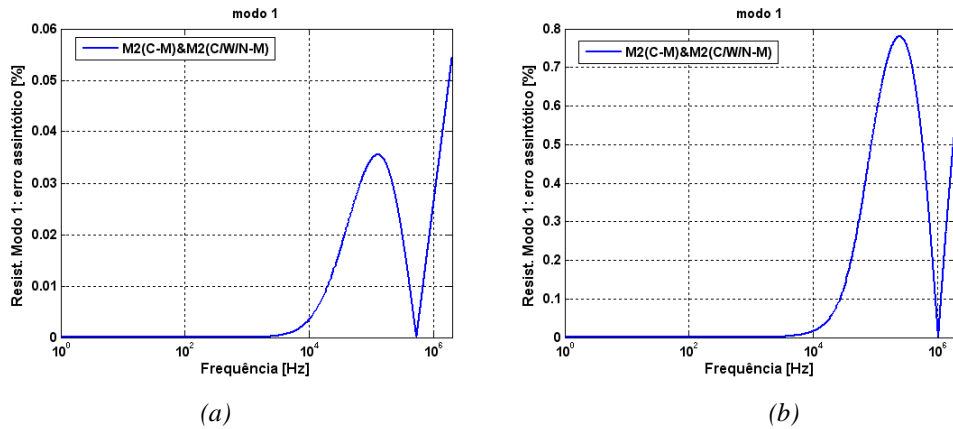


Figura 5.2.2.4 - Resistência modo não homopolar: erro assintótico entre o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson (C-M) e o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

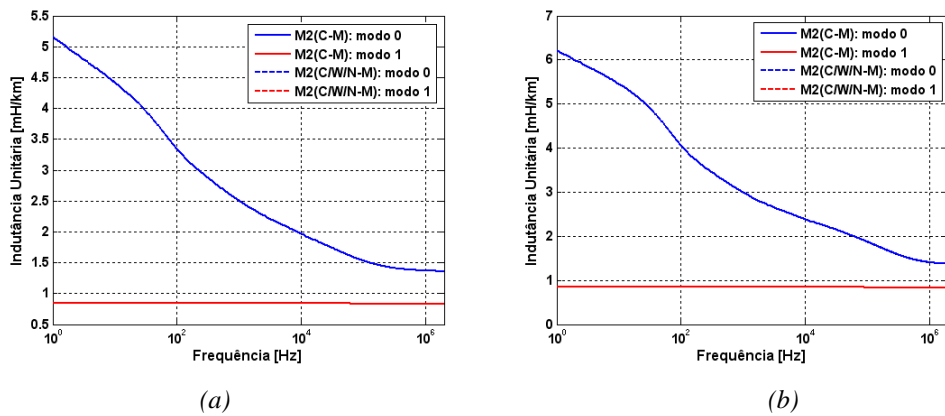


Figura 5.2.2.5 - Indutâncias modais: Comparação entre o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson (C-M) e o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

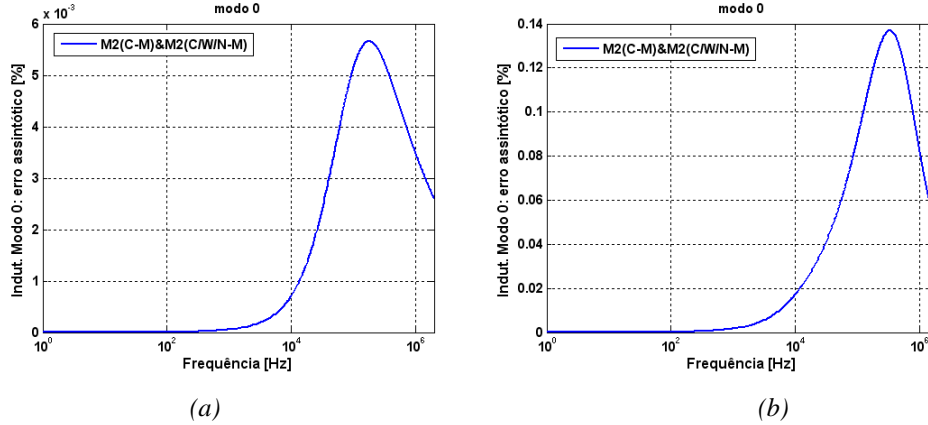


Figura 5.2.2. 6 - Indutância modo homopolar: erro relativo entre o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson (C-M) e o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

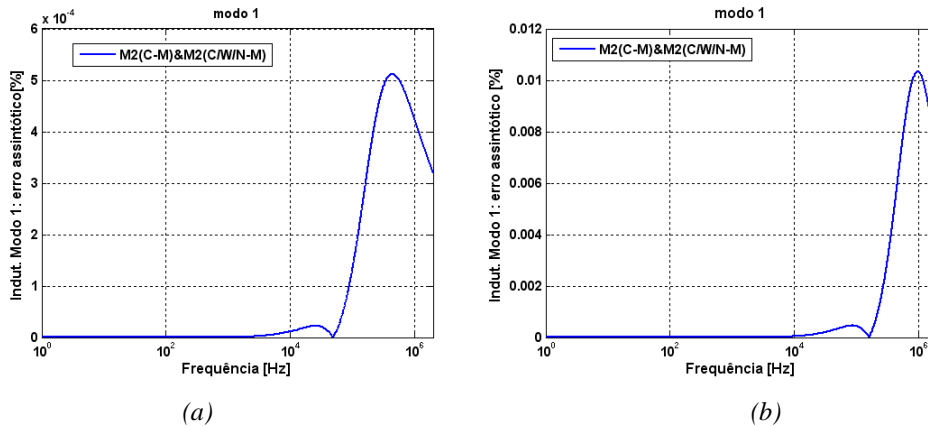


Figura 5.2.2. 7 - Indutância modo não homopolar: erro relativo entre o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson (C-M) e o cálculo via integração numérica das formulações modificadas de Carson/Wise/Nakagawa (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

### 5.2.3 ANÁLISE DAS DIFERENÇAS ASSINTÓTICAS ENTRE OS MODELOS ARISM-M E C/W/N-M NO CÁLCULO DA ADMITÂNCIA TRANSVERSAL COM INFLUÊNCIA DA DEPENDÊNCIA DOS PARÂMETROS DO SOLO COM A FREQUÊNCIA

Nas Figuras 5.2.3.1 (a) e (b) apresentamos gráficos da capacitância do modo homopolar, comparando o caso de solo ideal com os modelos que incluem a dependência dos parâmetros do solo com a frequência. As comparações são feitas para os casos de solo de baixa e alta resistividade apresentados na tabela 4.2.1. No modo homopolar, nota-se que o modelo aproximado (ARISM-M) e (C/W/N-M) apresentam resultados próximos até 1 kHz em solos de baixa resistividade e até 100 Hz em solos de alta resistividade.

A partir dessas frequências há uma maior sensibilidade do modelo C/W/N-M em relação à dependência dos parâmetros do solo com a frequência que se traduz numa pequena diferença entre os dois procedimentos de cálculo, mas com valores muito próximos como pode ser observado na Tabelas 5.2.3.1.1 e 5.2.3.1.2. Os resultados estão coerentes em relação à análise de sensibilidade feita para o caso de um único condutor. A diferença entre essas duas metodologias de cálculo não ultrapassa 1 % para solos de baixa resistividade.

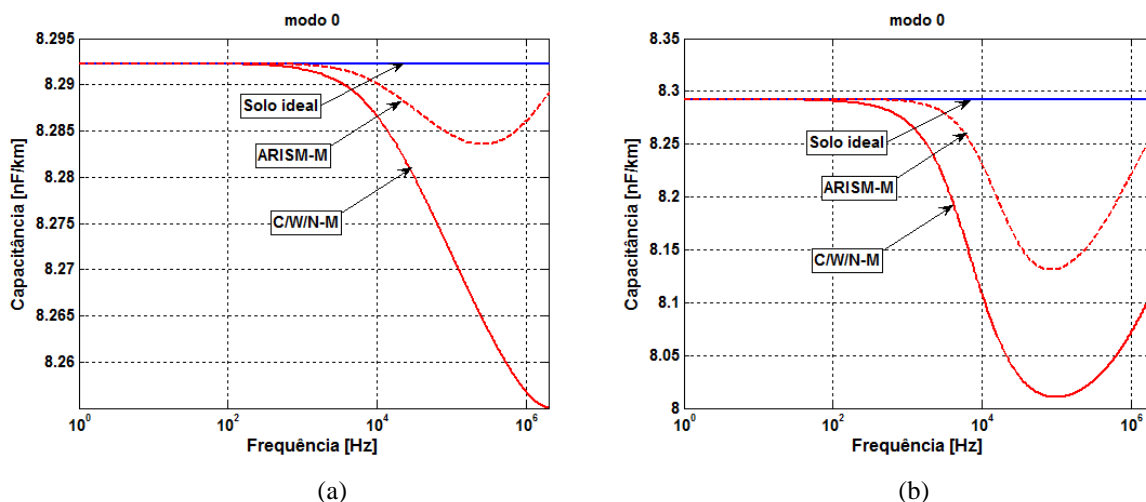


Figura 5.2.3. 1 - Capacitância modo homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

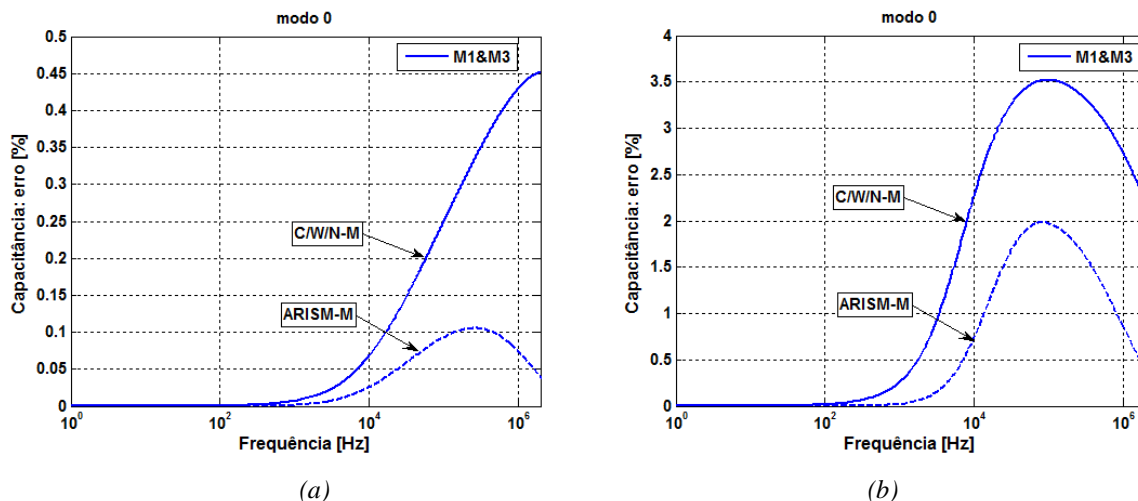


Figura 5.2.3. 2 - Capacitância modo homopolar: erro relativo entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

No modo homopolar para solo de alta resistividade o erro relativo é maior do que para solo de baixa resistividade, considerando os dois modelos de cálculo, e não ultrapassam os 3,5 % (C/W/N-M) em toda a faixa de frequência. Comparando os dois modelos de cálculo

verifica-se que o erro relativo do modelo ARISM-M em relação ao modelo tradicional de cálculo – com solo ideal - é um pouco menor em relação ao erro relativo entre C/W/N-M e o modelo tradicional. O erro entre os dois procedimentos de cálculo é menor que 2 %.

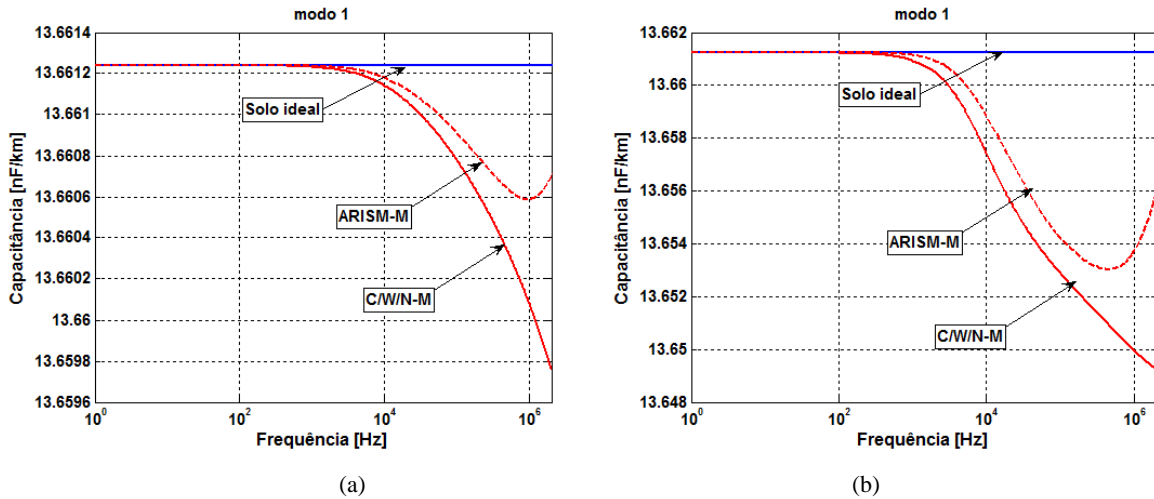


Figura 5.2.3. 3 - Capacitância modo não homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

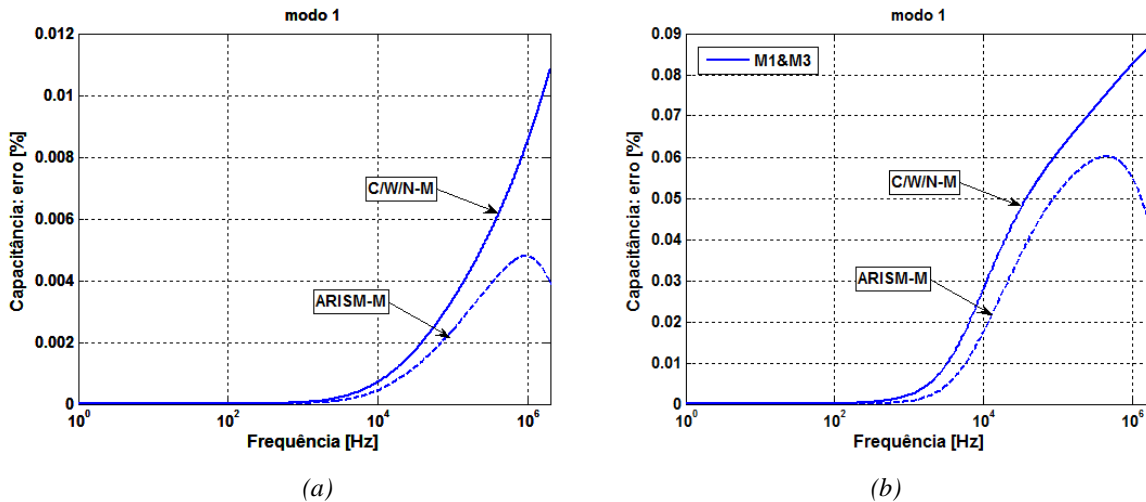


Figura 5.2.3. 4 - Capacitância modo não homopolar: erro relativo entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Com relação à capacitância do modo não homopolar, a diferença entre a representação tradicional com o solo considerado um plano condutor perfeito e a representação com dependência da frequência dos parâmetros do solo através de C/W/N-M ou ARISM-M é menor que 1 %, mesmo para solos de alta resistividade, não sendo importante.

Nas figuras 5.2.3.5 e 5.2.3.7 são apresentadas as capacitâncias de fase - próprias e mútuas - comparando os dois modelos de cálculo. A capacitância do Modo 0 é o resultado da

capacitância própria mais duas vezes a capacitância mútuas enquanto que a capacitância do Modo 1 é dada pela capacitância própria menos a mútua. Nota-se diferenças entre os dois métodos de cálculos na avaliação das capacitâncias próprias e mútuas e, conseqüentemente, nas capacitâncias modais analisadas anteriormente. As diferenças são devidas as simplificações adotadas em cada método e comentadas anteriormente.

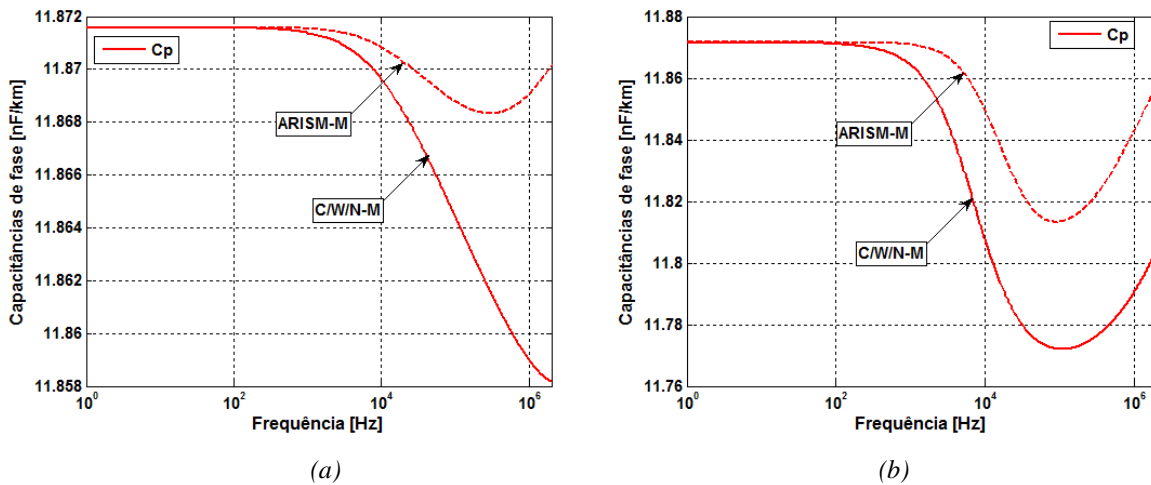


Figura 5.2.3. 5 - Capacitância própria da fase equivalente: Comparação entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

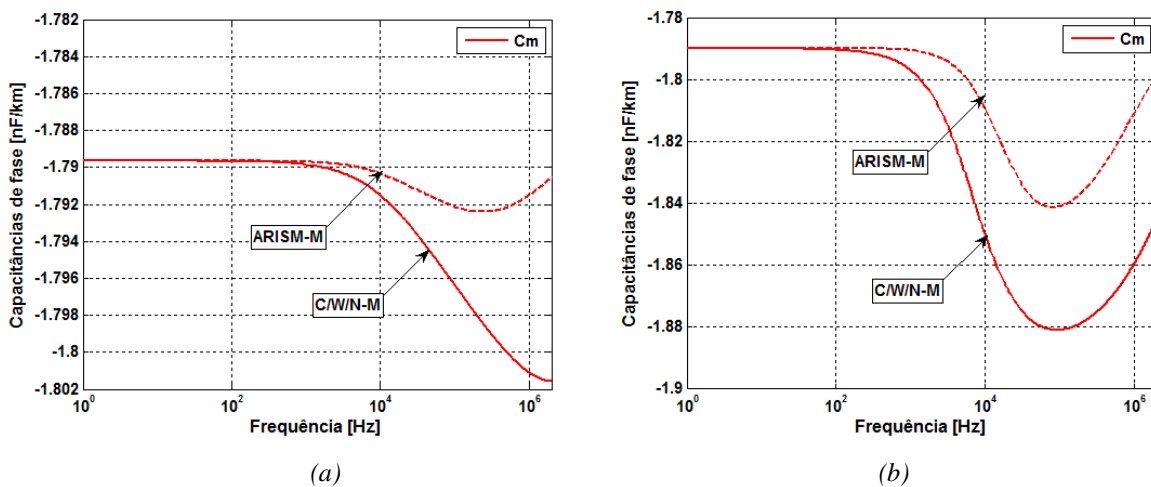


Figura 5.2.3. 6 - Capacitância mútua da fase equivalente: Comparação entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Nas figuras 5.2.3.7 e 5.2.3.8 são apresentadas as condutâncias dos modos homopolares e não homopolares respectivamente. Em ambos os casos a condutância apresenta valores nulos até 10 kHz e valores baixos na faixa de 10 kHz a 2 MHz. Os valores das condutâncias modais

foram incorporados no cálculo dos coeficientes de propagação e não apresentam influência significativa nos parâmetros de propagação.

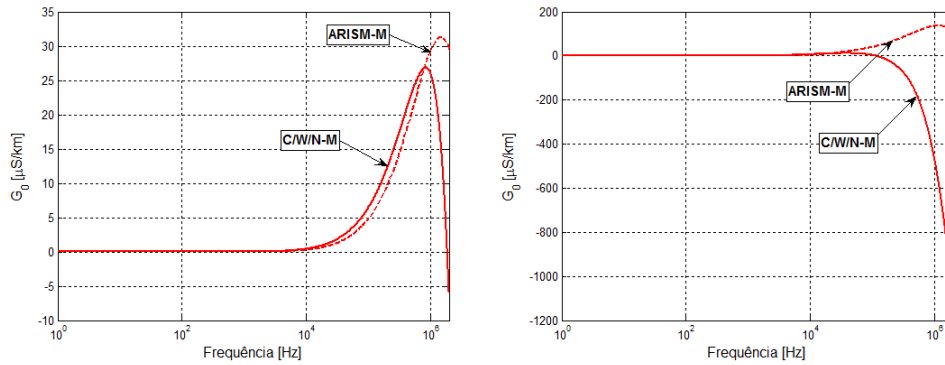


Figura 5.2.3. 7 - Condutâncias do modo homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Exemplos de solos de baixa resistividade; (b) Exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

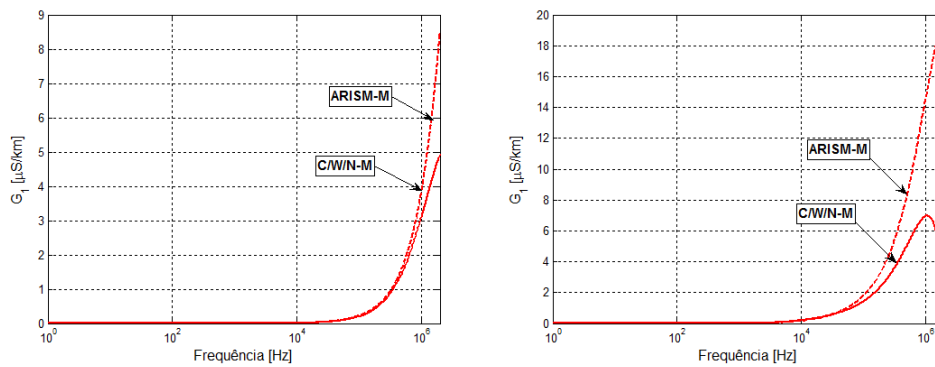


Figura 5.2.3. 8 - Condutâncias do modo não homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M) – (a) Solos de baixa resistividade; (b) Solos de alta resistividade;



Tabela 5.2.3.1 - Comparação de valores de capacitância para solo de baixa resistividade considerando os dois modelos para correção da admitância transversal

| Freq. [Hz] | Solo de baixa resistividade |        |        |         |               |        |        |         |
|------------|-----------------------------|--------|--------|---------|---------------|--------|--------|---------|
|            | ARISM-M                     |        |        |         | C/W/N-M       |        |        |         |
|            | $C_p$ [nF/km]               | $-C_m$ | $C_0$  | $C_1$   | $C_p$ [nF/km] | $-C_m$ | $C_0$  | $C_1$   |
| 10         | 11,8716                     | 1,7897 | 8,2923 | 13,6612 | 11,8716       | 1,7897 | 8,2923 | 13,6612 |
| 60         | 11,8716                     | 1,7897 | 8,2923 | 13,6612 | 11,8716       | 1,7897 | 8,2922 | 13,6612 |
| 100        | 11,8716                     | 1,7897 | 8,2923 | 13,6612 | 11,8716       | 1,7897 | 8,2922 | 13,6612 |
| 600        | 11,8716                     | 1,7897 | 8,2922 | 13,6612 | 11,8715       | 1,7898 | 8,2919 | 13,6612 |
| 1k         | 11,8715                     | 1,7897 | 8,2921 | 13,6612 | 11,8714       | 1,7899 | 8,2917 | 13,6612 |
| 6k         | 11,8711                     | 1,7901 | 8,2910 | 13,6612 | 11,8703       | 1,7909 | 8,2886 | 13,6612 |
| 10k        | 11,8708                     | 1,7903 | 8,2901 | 13,6612 | 11,8696       | 1,7915 | 8,2866 | 13,6611 |
| 60k        | 11,8692                     | 1,7918 | 8,2857 | 13,6610 | 11,8657       | 1,7951 | 8,2755 | 13,6609 |
| 100k       | 11,8688                     | 1,7921 | 8,2846 | 13,6609 | 11,8644       | 1,7964 | 8,2717 | 13,6608 |
| 600k       | 11,8686                     | 1,7920 | 8,2845 | 13,6606 | 11,8600       | 1,8003 | 8,2593 | 13,6603 |
| 1M         | 11,8691                     | 1,7915 | 8,2861 | 13,6606 | 11,8590       | 1,8011 | 8,2568 | 13,6601 |
| 2 M        | 11,8702                     | 1,7906 | 8,2890 | 13,6607 | 11,8582       | 1,8016 | 8,2550 | 13,6598 |

Obs.: Todos os valores de capacitâncias em nF/km

$$C_0 = C_p + 2C_m = C_p - 2(-C_m) \quad C_1 = C_p - C_m = C_p + (-C_m)$$

Tabela 5.2.3. 2 - Comparação de valores de capacitância para solo de alta resistividade considerando os dois modelos para correção da admitância transversal

| Freq. [Hz] | Solo de alta resistividade |        |        |         |               |        |        |         |
|------------|----------------------------|--------|--------|---------|---------------|--------|--------|---------|
|            | ARISM-M                    |        |        |         | C/W/N-M       |        |        |         |
|            | $C_p$ [nF/km]              | $-C_m$ | $C_0$  | $C_1$   | $C_p$ [nF/km] | $-C_m$ | $C_0$  | $C_1$   |
| 10         | 11,8716                    | 1,7897 | 8,2923 | 13,6612 | 11,8715       | 1,7897 | 8,2921 | 13,6612 |
| 60         | 11,8716                    | 1,7897 | 8,2923 | 13,6612 | 11,8713       | 1,7899 | 8,2914 | 13,6612 |
| 100        | 11,8716                    | 1,7897 | 8,2922 | 13,6612 | 11,8711       | 1,7902 | 8,2908 | 13,6612 |
| 600        | 11,8713                    | 1,7899 | 8,2915 | 13,6612 | 11,8676       | 1,7935 | 8,2806 | 13,6611 |
| 1k         | 11,8709                    | 1,7902 | 8,2904 | 13,6611 | 11,8643       | 1,7967 | 8,2709 | 13,6609 |
| 6k         | 11,8595                    | 1,8003 | 8,2590 | 13,6598 | 11,8252       | 1,8334 | 8,1583 | 13,6587 |
| 10k        | 11,8496                    | 1,8092 | 8,2313 | 13,6588 | 11,8076       | 1,8498 | 8,1081 | 13,6574 |
| 60k        | 11,8145                    | 1,8405 | 8,1335 | 13,6550 | 11,7736       | 1,8800 | 8,0136 | 13,6536 |
| 100k       | 11,8134                    | 1,8408 | 8,1317 | 13,6542 | 11,7720       | 1,8809 | 8,0103 | 13,6529 |
| 600k       | 11,8329                    | 1,8202 | 8,1924 | 13,6531 | 11,7830       | 1,8676 | 8,0477 | 13,6506 |
| 1M         | 11,8431                    | 1,8107 | 8,2218 | 13,6537 | 11,7905       | 1,8595 | 8,0716 | 13,6500 |
| 2 M        | 11,8575                    | 1,7984 | 8,2607 | 13,6560 | 11,8039       | 1,8453 | 8,1133 | 13,6493 |

Obs.: Todos os valores de capacitâncias em nF/km

$$C_0 = C_p + 2C_m = C_p - 2(-C_m) \quad C_1 = C_p - C_m = C_p + (-C_m)$$

### **5.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Neste capítulo foram comparados os erros assintóticos decorrentes das simplificações de cada procedimento de cálculo. Na avaliação da impedância longitudinal foram avaliadas as diferenças percentuais – aqui chamados de “erro” - entre o método do plano complexo e o cálculo a partir das formulações de Carson modificadas. Verifica-se que o método do plano complexo apresenta resultados com razoável precisão para solos de baixa resistividade e para baixas frequências (até 1 kHz). Para solos de alta resistividade, os erros assintóticos na avaliação da resistência do modo não homopolar variam de 10 % a valores acima de 20 % na faixa de 1 kHz a 2 MHz. As maiores diferenças entre os resultados são observadas na avaliação da resistência total por unidade de comprimento. Na indutância as diferenças não ultrapassam 1,2 %. Portanto, dependendo do grau de precisão que se queira para o cálculo dos parâmetros da linha não é aconselhável desprezar os erros de modelagem decorrentes das formulações assintóticas do método do plano complexo. Para as faixas de frequências em que o erro é elevado é aconselhável o cálculo via integração numérica.

A consideração da dependência dos parâmetros do solo com a frequência não é significativa para o cálculo da capacitância por unidade de comprimento da linha em estudo quando o modelo do solo é representado corretamente. A parcela da condutividade que depende da frequência tem influência significativa – conforme observado no caso de condutor único – fazendo com que o valor da capacitância obtida com os parâmetros do solo dependentes da frequência aproxime-se do valor calculado na condição ideal. Mesmo no caso trifásico e modo homopolar a diferença entre o modelo com solo ideal e do modelo com parâmetros do solo dependentes da frequência não ultrapassa 3,5 %, e é menor ainda no modo não homopolar. Os dois modelos analisados ARISM-M e C/W/N-M apresentam resultados próximos. Porém, em consequência das aproximações do método ARISM-M na avaliação da capacitância há uma pequena diferença entre os dois procedimentos de cálculo que não ultrapassa 2 %.

## **CAPÍTULO 6: ANÁLISE COMPARATIVA PARA DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DOS PARÂMETROS DO SOLO NO CÁLCULO DE PARÂMETROS DE PROPAGAÇÃO DA LINHA DE TRANSMISSÃO**

### **6.1 INTRODUÇÃO**

Neste capítulo apresentamos a análise comparativa da influência do solo no cálculo da impedância longitudinal e admitância transversal, constantes de atenuação, constantes de fase, velocidade de propagação, fatores de atenuação de amplitude e função de transferência da linha trifásica (a mesma do capítulo anterior) em vazio, considerando as três possibilidades usuais de representação dos parâmetros do solo descritos no capítulo anterior: **M1**, **M2** e **M3**.

De forma análoga ao capítulo anterior, as análises foram feitas no domínio modal e doravante chamaremos o modo homopolar de **Modo 0** e o modo ou quase-modo não homopolar de **Modo 1**. No caso particular de se considerar a linha como idealmente transposta para toda a gama de frequência em análise, devem ser levados em consideração os erros decorrentes desta hipótese conforme explicado anteriormente. Desta forma são obtidos modos exatos da linha que correspondem às componentes de sequência zero, positiva e negativa, respectivamente.

Os parâmetros dos modelos de solo utilizados foram apresentados na tabela 4.2.1. As resistividades (condutividades) dos modelos de solo em baixa frequência são iguais para efeitos de comparação.

### **6.2 ANÁLISE COMPARATIVA PARA DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DOS PARÂMETROS DO SOLO NO CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL DE LINHA TRIFÁSICA**

Nas figuras 6.2.1 e 6.2.2 são apresentados os gráficos em escala logarítmica das resistências modais, para caso de solo de baixa resistividade e alta resistividade, respectivamente. É feita comparação entre os modelos M1 e M2.

As diferenças percentuais são apresentadas nos gráficos da figura 6.2.3. Nota-se que as diferenças entre M1 e M2 são maiores para o caso de alta resistividade. Até 100 Hz os modelos M1 e M2 são equivalentes com erro percentual que pode ser desconsiderado. Entre

100 Hz e 10 kHz a diferença percentual entre as duas modelagens varia de 0 a 15 % (10 kHz), modo homopolar e baixa resistividade, e de 0 a 23 % (10 kHz), modo homopolar e alta resistividade. Nessa mesma faixa de frequência, as diferenças entre M1 e M2 no modo não homopolar são menores, variando de 0 a 11 % (10 kHz) para baixa resistividade e de 0 a 4 % em alta resistividade.

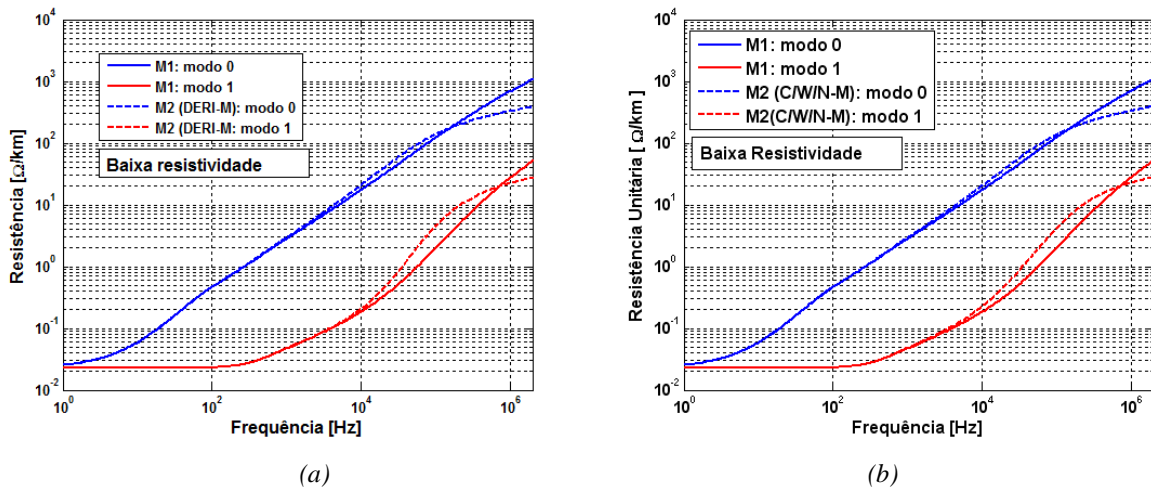


Figura 6.2. 1 - Resistências modais para exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1): Comparação entre M1 e M2: (a) cálculo utilizando a formulação de Deri (DERI-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

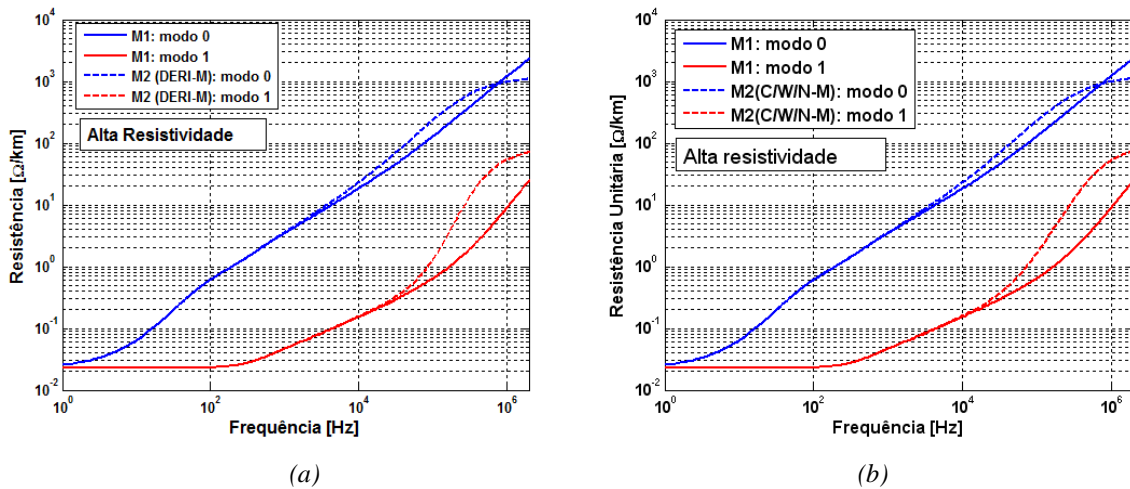


Figura 6.2. 2 - Resistências modais para exemplos de solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1): Comparação entre M1 e M2: (a) cálculo feito utilizando a formulação de Deri (DERI-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

Nota-se também que, acima de 10 kHz as diferenças percentuais entre os dois procedimentos de cálculo são consideráveis chegando a valores acima de 100 % em 2 MHz no modo homopolar, tanto para solos de baixa quanto para solos de alta resistividade (figura

6.2.3). As diferenças são também expressivas no modo não homopolar. Há diferenças entre os valores calculados com o método do plano complexo modificado (**DERI-M**) e através das formulações de Carson (**C/W/N-M**) que se justificam pelas aproximações assintóticas do método do plano complexo. Valores das resistências modais calculados para frequências específicas são apresentados nas tabelas 6.2.1 e 6.2.2.

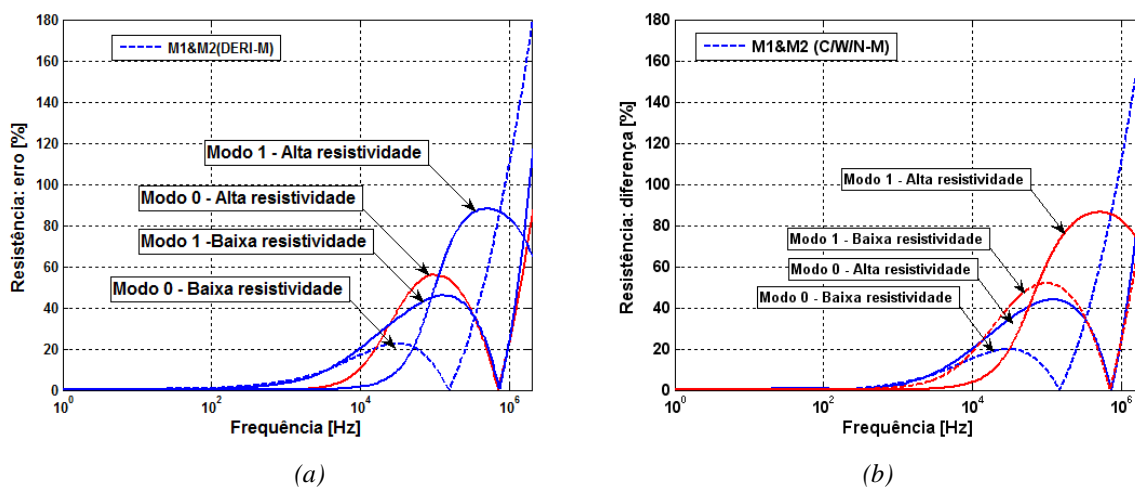


Figura 6.2. 3- Resistências modais por unidade de comprimento. Erro percentual entre M1 e M2: (a) cálculo feito utilizando a formulação de Deri (DERI-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

Tabela 6.2. 1 - Resistências do modo homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

| Freq. [Hz] | $R_0$ [ $\Omega$ /km] – Baixa Resistividade |           |            |                      |                       | $R_0$ [ $\Omega$ /km] – Alta Resistividade |           |            |                      |                       |
|------------|---|-----------|------------|----------------------|-----------------------|--|-----------|------------|----------------------|-----------------------|
|            | M1  | M2 DERI-M | M2 C/W/N-M | ERRO [%] DERI-M & M1 | ERRO [%] C/W/N-M & M1 | M1   | M2 DERI-M | M2 C/W/N-M | ERRO [%] DERI-M & M1 | ERRO [%] C/W/N-M & M1 |
| 10         | 0,0588                                      | 0,0590    | 0,0588     | 0,2994               | 0,0977                | 0,0634                                     | 0,0641    | 0,0638     | 0,1206               | 0,2807                |
| 60         | 0,3009                                      | 0,3032    | 0,2995     | 0,7443               | 0,4931                | 0,3918                                     | 0,3932    | 0,3888     | 0,3613               | 0,7714                |
| 100        | 0,4663                                      | 0,4707    | 0,4647     | 0,9402               | 0,3448                | 0,6112                                     | 0,61412   | 0,6072     | 0,4883               | 0,6464                |
| 600        | 1,8989                                      | 1,9590    | 1,9360     | 3,0647               | 1,9112                | 2,3741                                     | 2,4267    | 2,4046     | 2,1673               | 1,26894               |
| 1k         | 2,8337                                      | 2,9609    | 2,9265     | 4,2980               | 3,1755                | 3,4733                                     | 3,5933    | 3,5637     | 3,3388               | 2,5363                |
| 6k         | 11,4686                                     | 13,2454   | 13,0270    | 13,4149              | 11,9631               | 12,5688                                    | 14,7181   | 14,6658    | 14,6025              | 14,2981               |
| 10k        | 17,3894                                     | 20,9902   | 20,5408    | 17,1545              | 15,3424               | 18,3429                                    | 23,0464   | 22,9932    | 20,4085              | 20,2241               |
| 60k        | 79,8013                                     | 99,1367   | 96,1027    | 19,5038              | 16,9625               | 80,1132                                    | 137,6195  | 135,4169   | 41,7865              | 40,8396               |
| 100k       | 122,7708                                    | 138,5918  | 135,8195   | 11,4156              | 9,6074                | 128,0143                                   | 233,9585  | 226,9980   | 45,2833              | 43,6055               |
| 600k       | 488,8473                                    | 287,1924  | 287,3668   | 70,2160              | 70,1126               | 732,0706                                   | 840,9771  | 836,6433   | 12,9500              | 12,4991               |
| 1M         | 693,5024                                    | 330,0016  | 330,2553   | 110,1512             | 109,9898              | 1206,8388                                  | 972,0451  | 979,3876   | 24,1546              | 23,22381              |
| 2 M        | 1083,9895                                   | 391,5099  | 391,8420   | 176,8741             | 176,6395              | 2334,5627                                  | 1103,7939 | 1115,2698  | 111,5035             | 109,3272              |

Tabela 6.2. 2 - Resistências modo não homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação de Deri(DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson(C/W/N-M)

| Freq.<br>[Hz] | R <sub>1</sub> [Ω/km] – Baixa resistividade |              |               |                            |                             | R <sub>1</sub> [Ω/km] – Alta resistividade |           |               |                            |                             |
|---------------|---|--------------|---------------|----------------------------|-----------------------------|--|-----------|---------------|----------------------------|-----------------------------|
|               | M1  | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | ERRO [%]<br>DERI-M<br>& M1 | ERRO [%]<br>C/W/N-M<br>& M1 | M1   | M2 DERI-M | M2<br>C/W/N-M | ERRO [%]<br>DERI-M &<br>M1 | ERRO [%]<br>C/W/N-M<br>& M1 |
| 10            | 0,0225                                      | 0,0225       | 0,0225        | 0,0000                     | 0,0006                      | 0,0225                                     | 0,0225    | 0,0225        | 0,0000                     | 0,0000                      |
| 60            | 0,0228                                      | 0,0228       | 0,0228        | 0,0002                     | 0,0166                      | 0,0228                                     | 0,0228    | 0,0228        | 0,0000                     | 0,0014                      |
| 100           | 0,0232                                      | 0,0232       | 0,0232        | 0,0009                     | 0,0419                      | 0,0232                                     | 0,0232    | 0,0232        | 0,0001                     | 0,0039                      |
| 600           | 0,0362                                      | 0,0362       | 0,0364        | 0,0607                     | 0,6694                      | 0,0359                                     | 0,0359    | 0,0359        | 0,0132                     | 0,0663                      |
| 1k            | 0,0475                                      | 0,0476       | 0,0481        | 0,1621                     | 1,2672                      | 0,0469                                     | 0,0469    | 0,0469        | 0,0347                     | 0,1332                      |
| 6k            | 0,1295                                      | 0,1357       | 0,1457        | 4,5918                     | 11,1272                     | 0,1165                                     | 0,1173    | 0,1186        | 0,7336                     | 1,8075                      |
| 10k           | 0,1846                                      | 0,2065       | 0,2270        | 10,5922                    | 18,6739                     | 0,1531                                     | 0,1556    | 0,1593        | 1,6064                     | 3,8620                      |
| 60k           | 1,0696                                      | 2,2484       | 2,1206        | 52,4288                    | 49,5619                     | 0,4416                                     | 0,5995    | 0,7615        | 26,3398                    | 42,0113                     |
| 100k          | 2,0040                                      | 4,5644       | 4,1632        | 56,0946                    | 51,8638                     | 0,6398                                     | 1,2804    | 1,6544        | 50,0299                    | 61,3251                     |
| 600k          | 16,5543                                     | 18,3938      | 18,3269       | 10,0005                    | 9,6721                      | 4,3410                                     | 35,2945   | 31,4773       | 87,7006                    | 86,2091                     |
| 1M            | 27,5639                                     | 22,4057      | 22,4187       | 23,0215                    | 22,9503                     | 8,9394                                     | 53,8873   | 51,7396       | 83,4109                    | 82,7223                     |
| 2 M           | 51,1907                                     | 27,8073      | 27,8406       | 84,0911                    | 83,8709                     | 24,9166                                    | 72,6121   | 73,2258       | 65,6853                    | 65,9729                     |

Nas figuras 6.2.4 e 6.2.5 encontram-se os gráficos em escala logarítmica das indutâncias modais, para caso de solo de baixa resistividade e alta resistividade respectivamente. É feita comparação entre os modelos M1 e M2. A diferença entre M1 e M2 é maior para caso de solo de alta resistividade. As diferenças percentuais no modo não homopolar entre M1 e M2 podem ser considerados desprezíveis. No modo homopolar as diferenças são consideráveis, especialmente acima de 10 kHz. As diferenças nesta faixa de frequência estão acima de 10 % para solos de baixa resistividade e acima de 30 % para solos de alta resistividade (figura 6.2.6). Valores das indutâncias modais calculados para frequências específicas são apresentados nas tabelas 6.2.3 e 6.2.4.

Os resultados mostram a necessidade de representação correta da dependência dos parâmetros do solo em função da frequência para uma melhor representação da resposta da linha no domínio da frequência. As diferenças entre M1 e M2 relativas aos parâmetros longitudinais têm influência nos parâmetros de propagação e conseqüentemente na resposta da linha no domínio da frequência.

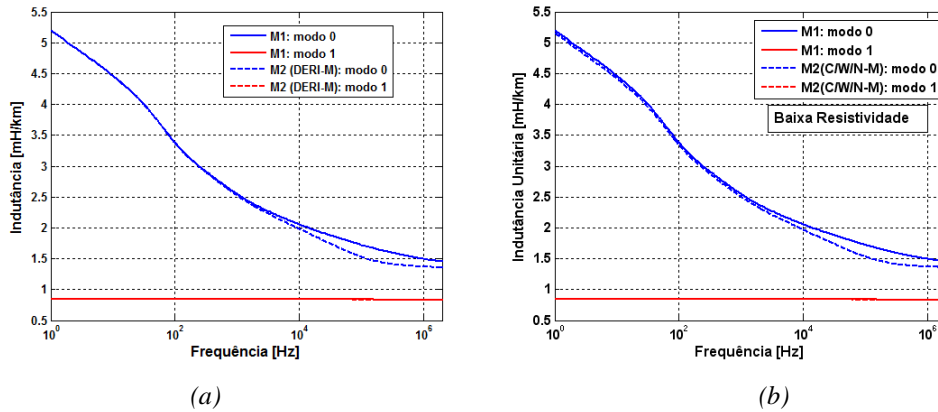


Figura 6.2. 4- Indutâncias modais para exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1): Comparação entre M1 e M2: (a) cálculo utilizando a formulação de Deri (DERI-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

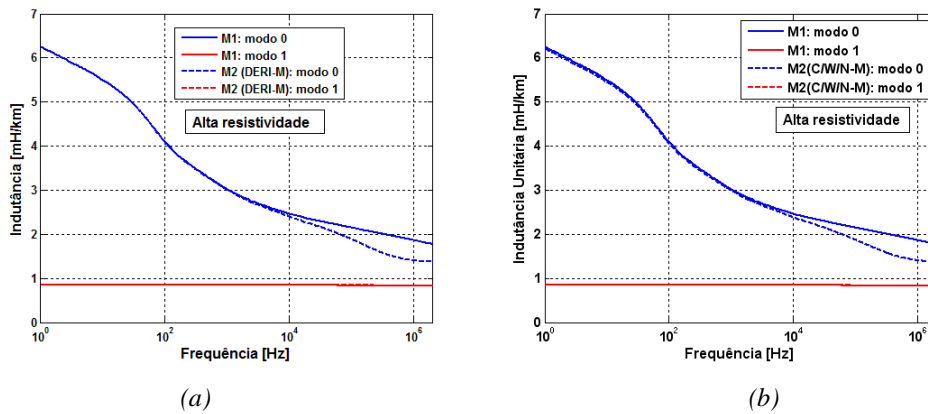


Figura 6.2. 5 - Indutâncias modais para exemplos de solo de alta resistividade (Tabela 4.2.1): Comparação entre M1 e M2: (a) cálculo utilizando a formulação de Deri (DERI-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

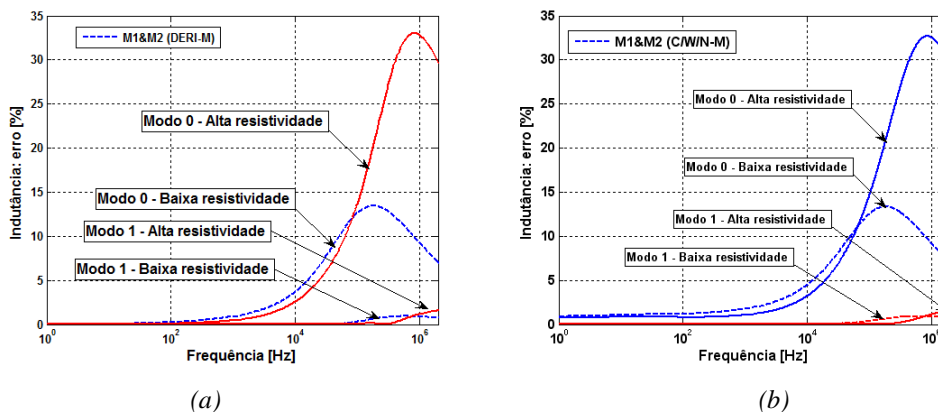


Figura 6.2. 6 - Indutâncias modais por unidade de comprimento. Erro percentual entre M1 e M2: (a) cálculo feito utilizando a formulação de Deri (DERI-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

Tabela 6.2. 3 - Indutâncias modo homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

| Freq. [Hz] | L <sub>0</sub> [mH/km] – Baixa Resistividade |              |               |                            |                             | L <sub>0</sub> [mH/km] – Alta Resistividade |              |               |                            |                             |
|------------|--|--------------|---------------|----------------------------|-----------------------------|---|--------------|---------------|----------------------------|-----------------------------|
|            | M1   | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | ERRO [%]<br>DERI-M<br>& M1 | ERRO [%]<br>C/W/N-M<br>& M1 | M1  | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | ERRO [%]<br>DERI-M<br>& M1 | ERRO [%]<br>C/W/N-M<br>& M1 |
| 10         | 4,4671                                       | 4,4648       | 4,4202        | 0,0502                     | 1,0602                      | 5,5019                                      | 5,5014       | 5,4562        | 0,0088                     | 0,8367                      |
| 60         | 3,6616                                       | 3,6547       | 3,6189        | 0,1897                     | 1,1798                      | 4,4846                                      | 4,4819       | 4,4474        | 0,0596                     | 0,8366                      |
| 100        | 3,3816                                       | 3,3729       | 3,3416        | 0,2561                     | 1,1974                      | 4,0948                                      | 4,0911       | 4,0619        | 0,0894                     | 0,8104                      |
| 600        | 2,7007                                       | 2,6823       | 2,6595        | 0,6876                     | 1,5475                      | 3,2135                                      | 3,2035       | 3,1836        | 0,3120                     | 0,9405                      |
| 1k         | 2,5482                                       | 2,5251       | 2,5041        | 0,9154                     | 1,7611                      | 3,0240                                      | 3,0105       | 2,9923        | 0,4490                     | 1,0619                      |
| 6k         | 2,1451                                       | 2,0895       | 2,0729        | 2,6608                     | 3,4823                      | 2,5574                                      | 2,5139       | 2,4984        | 1,7300                     | 2,3599                      |
| 10k        | 2,0565                                       | 1,9829       | 1,9680        | 3,7128                     | 4,4967                      | 2,4655                                      | 2,4034       | 2,3879        | 2,5831                     | 3,2495                      |
| 60k        | 1,7898                                       | 1,6157       | 1,6150        | 10,7760                    | 10,8183                     | 2,2122                                      | 2,0186       | 2,0013        | 9,5912                     | 10,5370                     |
| 100k       | 1,7231                                       | 1,5293       | 1,5311        | 12,6715                    | 12,5339                     | 2,1491                                      | 1,8902       | 1,8756        | 13,7009                    | 14,5858                     |
| 600k       | 1,5344                                       | 1,3826       | 1,3828        | 10,9814                    | 10,9632                     | 1,9293                                      | 1,4570       | 1,4626        | 32,4145                    | 31,9057                     |
| 1M         | 1,4962                                       | 1,3694       | 1,3695        | 9,2648                     | 9,2570                      | 1,8651                                      | 1,4042       | 1,4068        | 32,8251                    | 32,5788                     |
| 2 M        | 1,4550                                       | 1,3591       | 1,3592        | 7,0556                     | 7,0520                      | 1,7781                                      | 1,3707       | 1,3716        | 29,7184                    | 29,6422                     |

Tabela 6.2. 4 - Indutâncias modo não homopolar: Comparação entre o cálculo feito pela formulação de Deri (DERI-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

| Freq. [Hz] | L <sub>1</sub> [mH/km] – Baixa resistividade |              |               |                            |                             | L <sub>1</sub> [mH/km] – Alta resistividade |              |               |                            |                             |
|------------|--|--------------|---------------|----------------------------|-----------------------------|---|--------------|---------------|----------------------------|-----------------------------|
|            | M1   | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | ERRO [%]<br>DERI-M<br>& M1 | ERRO [%]<br>C/W/N-M<br>& M1 | M1  | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | ERRO [%]<br>DERI-M<br>& M1 | ERRO [%]<br>C/W/N-M<br>& M1 |
| 10         | 0,8502                                       | 0,8502       | 0,8502        | 0,0000                     | 0,0000                      | 0,8502                                      | 0,8502       | 0,8502        | 0,0000                     | 0,0000                      |
| 60         | 0,8500                                       | 0,8500       | 0,8500        | 0,0000                     | 0,0003                      | 0,8500                                      | 0,8500       | 0,8500        | 0,0000                     | 0,0000                      |
| 100        | 0,8498                                       | 0,8498       | 0,8498        | 0,0001                     | 0,0005                      | 0,8498                                      | 0,8498       | 0,8498        | 0,0000                     | 0,0000                      |
| 600        | 0,8473                                       | 0,8473       | 0,8473        | 0,0006                     | 0,0024                      | 0,8473                                      | 0,8473       | 0,8473        | 0,0001                     | 0,0001                      |
| 1k         | 0,8456                                       | 0,8456       | 0,8455        | 0,0011                     | 0,0036                      | 0,8456                                      | 0,8456       | 0,8456        | 0,0002                     | 0,0001                      |
| 6k         | 0,8412                                       | 0,8413       | 0,8411        | 0,0111                     | 0,0132                      | 0,8414                                      | 0,8414       | 0,8414        | 0,0009                     | 0,0005                      |
| 10k        | 0,8405                                       | 0,8406       | 0,8403        | 0,0191                     | 0,0208                      | 0,8407                                      | 0,8407       | 0,8407        | 0,0018                     | 0,0017                      |
| 60k        | 0,8381                                       | 0,8372       | 0,8364        | 0,0974                     | 0,1987                      | 0,8392                                      | 0,8395       | 0,8394        | 0,0389                     | 0,0225                      |
| 100k       | 0,8372                                       | 0,8346       | 0,8342        | 0,3080                     | 0,3642                      | 0,8389                                      | 0,8396       | 0,8391        | 0,0786                     | 0,0245                      |
| 600k       | 0,8325                                       | 0,8248       | 0,8249        | 0,9273                     | 0,9186                      | 0,8381                                      | 0,8327       | 0,8327        | 0,6521                     | 0,6511                      |
| 1M         | 0,8309                                       | 0,8236       | 0,8236        | 0,8817                     | 0,8785                      | 0,8378                                      | 0,8281       | 0,8285        | 1,1728                     | 1,1199                      |
| 2 M        | 0,8288                                       | 0,8227       | 0,8227        | 0,7422                     | 0,7413                      | 0,8372                                      | 0,8243       | 0,8245        | 1,5650                     | 1,5448                      |



### 6.3 ANÁLISE COMPARATIVA PARA DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DOS PARÂMETROS DO SOLO NO CÁLCULO DA ADMITÂNCIA TRANSVERSAL DA LINHA TRIFÁSICA

Nos gráficos das figuras 6.3.1 e 6.3.2 apresentamos as capacitâncias do modo homopolar por unidade de comprimento comparando M1 e M3. A inclusão do efeito da dependência em função da frequência dos parâmetros do solo na admitância transversal é feita considerando dois procedimentos de cálculo: o método de aproximações sucessivas (ARISM-M) e através da formulação de Carson modificado (C/W/N-M).

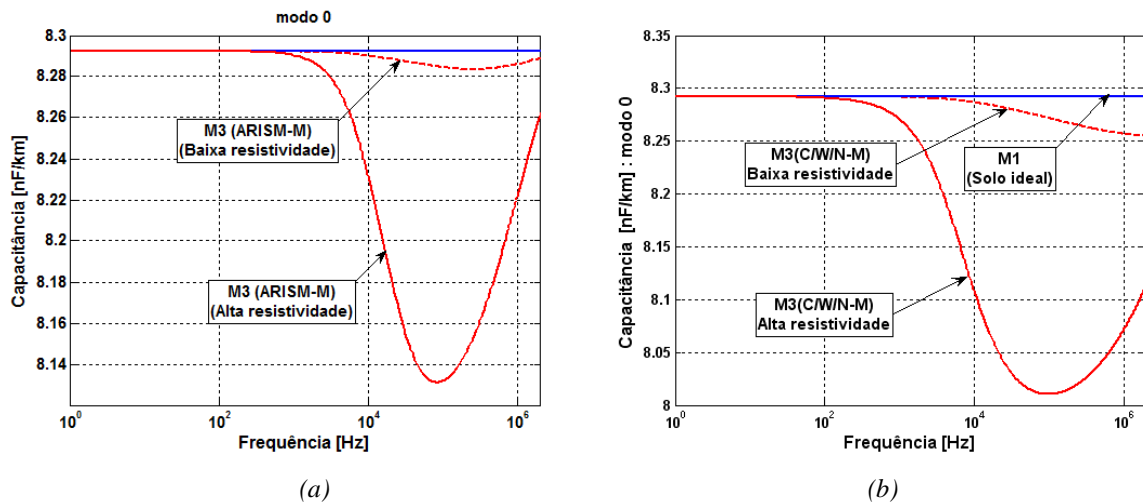


Figura 6.3. 1- Capacitância modo homopolar: Comparação entre M1 e M3: (a) cálculo utilizando a formulação (ARISM-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

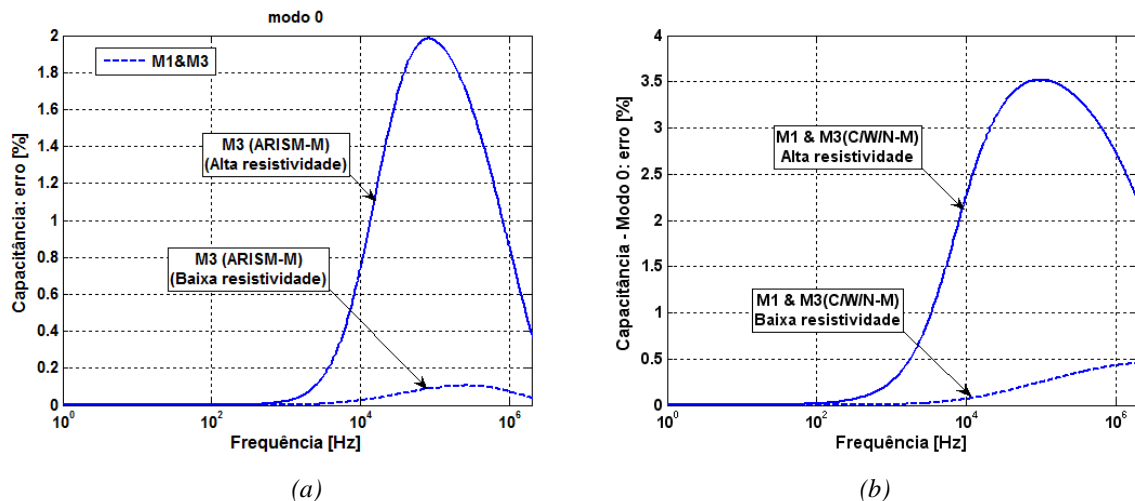


Figura 6.3. 2 - Capacitância modo homopolar: Erro percentual entre M1 e M3: (a) cálculo utilizando a formulação (ARISM-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

No modo não homopolar as diferenças percentuais entre M1 e M3 podem ser consideradas desprezíveis (Figuras 6.3.3 e 6.3.4).

Há uma pequena contribuição da dependência dos parâmetros do solo em função da frequência na capacitância do modo homopolar, mas o erro relativo é baixo e não ultrapassa os 3,5 % (C/W/N-M) em toda a faixa de frequência. Comparando os dois modelos de cálculo verificamos o erro relativo do modelo **ARISM-M** em relação ao modelo tradicional de cálculo é um pouco menor em relação ao erro relativo entre **C/W/N-M** e o modelo tradicional por se tratar de um método com maior grau de aproximações. Valores das capacitâncias modais calculados para frequências específicas são apresentados nas Tabelas 6.3.1 e 6.3.2.

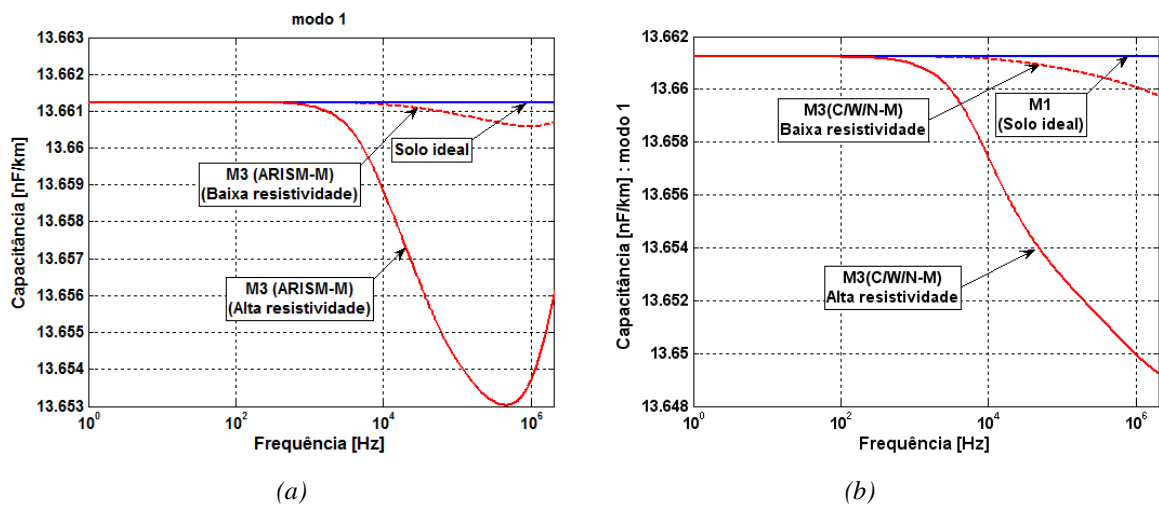


Figura 6.3. 3 - Capacitância modo não homopolar: Comparação entre M1 e M3: (a) cálculo utilizando a formulação (ARISM-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

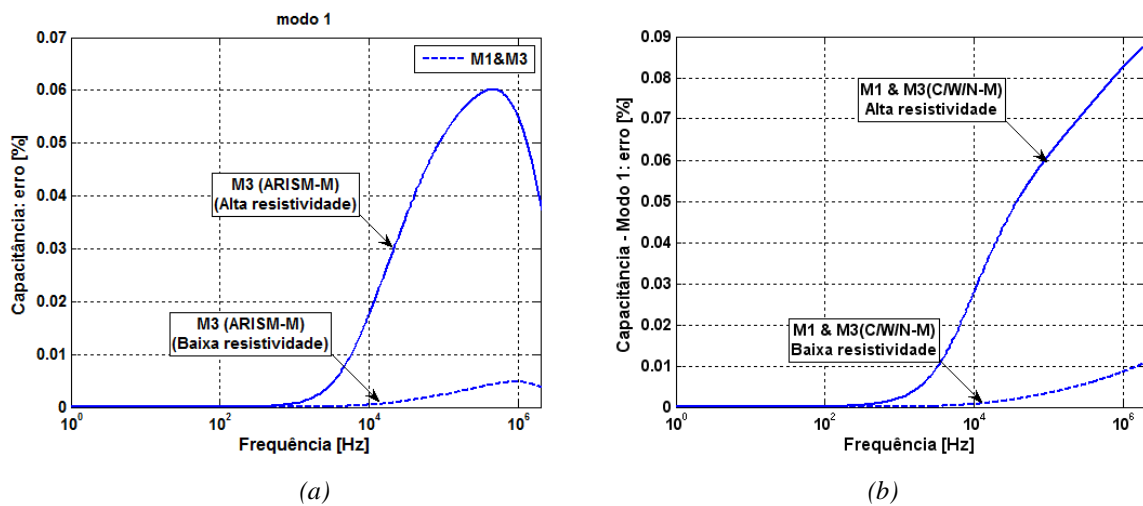


Figura 6.3. 4 - Capacitância modo não homopolar: Erro percentual entre M1 e M3: (a) cálculo utilizando a formulação (ARISM-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

Nas figuras 6.3.5 e 6.3.6 estão apresentados os gráficos das condutâncias modais por unidade de comprimento. Os valores são baixos e surgem exclusivamente devido à contribuição do solo já que o ar foi considerado com condutância nula (dielétrico perfeito). De forma análoga ao caso de um condutor único verifica-se a ocorrência de condutâncias negativas. Os valores são baixos e não tem influência nos parâmetros de propagação.

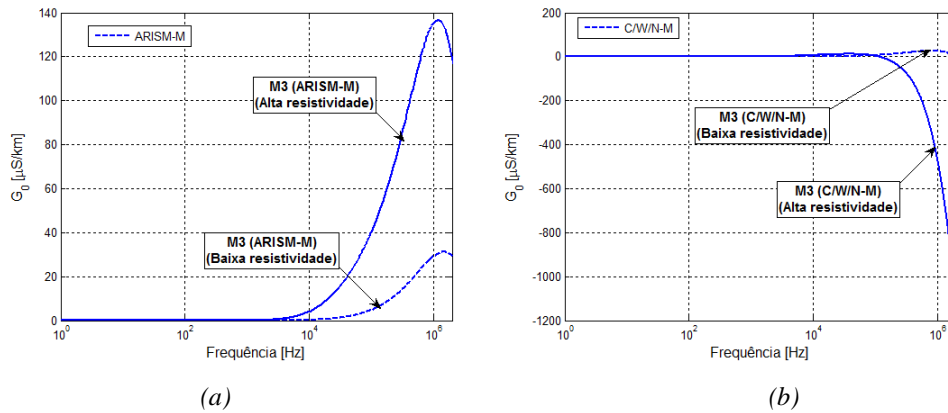


Figura 6.3. 5 - Condutâncias modo homopolar: Comparação entre M1 e M3: (a) cálculo utilizando a formulação (ARISM-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

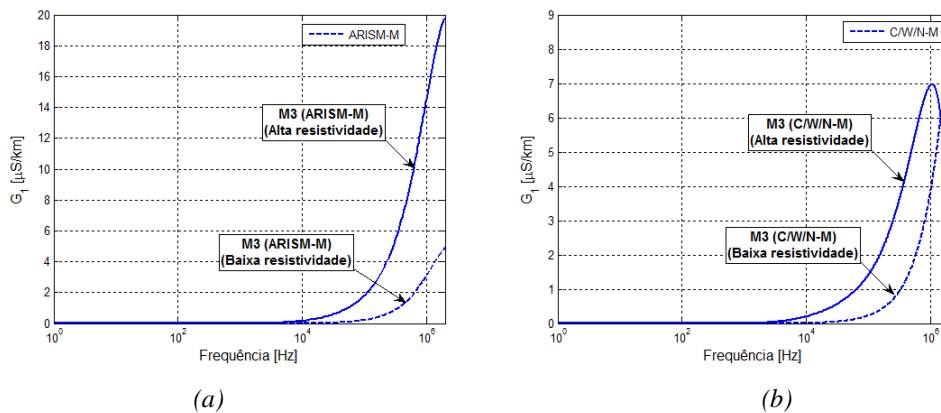


Figura 6.3. 6 - Condutâncias modo não homopolar: Comparação entre M1 e M3: (a) cálculo utilizando a formulação (ARISM-M); (b) cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

Tabela 6.3. 1 - Capacitância modo homopolar: Comparação e entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

| Freq. [Hz] | C <sub>0</sub> [μF/km] – Baixa Resistividade |                           |               |                                |                                | C <sub>0</sub> [μF/km] – Alta Resistividade |                           |               |                               |                                |
|------------|--|---------------------------|---------------|--------------------------------|--------------------------------|---|---------------------------|---------------|-------------------------------|--------------------------------|
|            | M1   | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>C/W/N-M | Erro [%]<br>M1&M3<br>(ARISM-M) | Erro [%]<br>M1&M3<br>(C/W/N-M) | M1  | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>C/W/N-M | Erro [%]<br>M1&M3<br>(DERI-M) | Erro [%]<br>M1&M3<br>(C/W/N-M) |
| 10         | 8,2923                                       | 8,2923                    | 8,2923        | 0,0000                         | 0,0000                         | 8,2923                                      | 8,2923                    | 8,2921        | 0,0000                        | 0,0016                         |
| 60         | 8,2923                                       | 8,2923                    | 8,2922        | 0,0000                         | 0,0003                         | 8,2923                                      | 8,2923                    | 8,2914        | 0,0008                        | 0,0105                         |
| 100        | 8,2923                                       | 8,2923                    | 8,2922        | 0,0001                         | 0,0006                         | 8,2923                                      | 8,2922                    | 8,2908        | 0,0019                        | 0,0183                         |
| 600        | 8,2923                                       | 8,2922                    | 8,2919        | 0,0010                         | 0,0041                         | 8,2923                                      | 8,2915                    | 8,2806        | 0,0374                        | 0,1411                         |
| 1k         | 8,2923                                       | 8,2921                    | 8,2917        | 0,0020                         | 0,0072                         | 8,2923                                      | 8,2904                    | 8,2709        | 0,0841                        | 0,2584                         |
| 6k         | 8,2923                                       | 8,2910                    | 8,2886        | 0,0166                         | 0,0444                         | 8,2923                                      | 8,2590                    | 8,1583        | 0,8543                        | 1,6417                         |
| 10k        | 8,2923                                       | 8,2901                    | 8,2866        | 0,0268                         | 0,0684                         | 8,2923                                      | 8,2313                    | 8,1081        | 1,2635                        | 2,2716                         |
| 60k        | 8,2923                                       | 8,2857                    | 8,2755        | 0,0800                         | 0,2033                         | 8,2923                                      | 8,1335                    | 8,0136        | 2,0240                        | 3,4776                         |
| 100k       | 8,2923                                       | 8,2846                    | 8,2717        | 0,0939                         | 0,2493                         | 8,2923                                      | 8,1317                    | 8,0103        | 1,9879                        | 3,5206                         |
| 600k       | 8,2923                                       | 8,2845                    | 8,2593        | 0,0940                         | 0,3988                         | 8,2923                                      | 8,1924                    | 8,0477        | 1,2526                        | 3,0389                         |
| 1M         | 8,2923                                       | 8,2861                    | 8,2568        | 0,0746                         | 0,4293                         | 8,2923                                      | 8,2218                    | 8,0716        | 0,8736                        | 2,7343                         |
| 2 M        | 8,2923                                       | 8,2890                    | 8,2550        | 0,0390                         | 0,4512                         | 8,2923                                      | 8,2607                    | 8,1133        | 0,3848                        | 2,2064                         |

Tabela 6.3. 2 - Capacitância modo não homopolar: Comparação e entre o cálculo feito pela formulação (ARISM-M) e o cálculo via integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M)

| Freq. [Hz] | C <sub>i</sub> [μF/km] – Baixa resistividade |                           |               |                               |                                | C <sub>i</sub> [μF/km] – Alta resistividade |                           |               |                               |                                |
|------------|--|---------------------------|---------------|-------------------------------|--------------------------------|---|---------------------------|---------------|-------------------------------|--------------------------------|
|            | M1   | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>C/W/N-M | Erro [%]<br>M1&M3<br>(DERI-M) | Erro [%]<br>M1&M3<br>(C/W/N-M) | M1  | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>C/W/N-M | Erro [%]<br>M1&M3<br>(DERI-M) | Erro [%]<br>M1&M3<br>(C/W/N-M) |
| 10         | 13,6612                                      | 13,6612                   | 13,6612       | 0,0000                        | 0,0000                         | 13,6612                                     | 13,6612                   | 13,6612       | 0,0000                        | 0,0000                         |
| 60         | 13,6612                                      | 13,6612                   | 13,6612       | 0,0000                        | 0,0000                         | 13,6612                                     | 13,6612                   | 13,6612       | 0,0000                        | 0,0001                         |
| 100        | 13,6612                                      | 13,6612                   | 13,6612       | 0,0000                        | 0,0000                         | 13,6612                                     | 13,6612                   | 13,6612       | 0,0001                        | 0,0001                         |
| 600        | 13,6612                                      | 13,6612                   | 13,6612       | 0,0000                        | 0,0000                         | 13,6612                                     | 13,6612                   | 13,6611       | 0,0011                        | 0,0011                         |
| 1k         | 13,6612                                      | 13,6612                   | 13,6612       | 0,0000                        | 0,0001                         | 13,6612                                     | 13,6611                   | 13,6609       | 0,0025                        | 0,0022                         |
| 6k         | 13,6612                                      | 13,6612                   | 13,6612       | 0,0002                        | 0,0004                         | 13,6612                                     | 13,6598                   | 13,6587       | 0,0127                        | 0,0187                         |
| 10k        | 13,6612                                      | 13,6612                   | 13,6611       | 0,0004                        | 0,0007                         | 13,6612                                     | 13,6588                   | 13,6574       | 0,0081                        | 0,0279                         |
| 60k        | 13,6612                                      | 13,6610                   | 13,6609       | 0,0017                        | 0,0026                         | 13,6612                                     | 13,6550                   | 13,6536       | 0,0334                        | 0,0557                         |
| 100k       | 13,6612                                      | 13,6609                   | 13,6608       | 0,0023                        | 0,0034                         | 13,6612                                     | 13,6542                   | 13,6529       | 0,0421                        | 0,0612                         |
| 600k       | 13,6612                                      | 13,6606                   | 13,6603       | 0,0045                        | 0,0071                         | 13,6612                                     | 13,6531                   | 13,6506       | 0,0581                        | 0,0780                         |
| 1M         | 13,6612                                      | 13,6606                   | 13,6601       | 0,0047                        | 0,0085                         | 13,6612                                     | 13,6537                   | 13,6500       | 0,0550                        | 0,0825                         |
| 2 M        | 13,6612                                      | 13,6607                   | 13,6598       | 0,0039                        | 0,0108                         | 13,6612                                     | 13,6560                   | 13,6493       | 0,0384                        | 0,0877                         |

## 6.4 ANÁLISE COMPARATIVA DA REPRESENTAÇÃO DA DEPENDÊNCIA DOS PARÂMETROS DO SOLO COM A FREQUÊNCIA NOS PARÂMETROS DE PROPAGAÇÃO DA LINHA DE TRANSMISSÃO

Nas figuras 6.4.1 e 6.4.2 apresentamos os gráficos em escala logarítmica da constante de atenuação ( $\alpha$ ) do modo homopolar comparando os modelos M1, M2 e M3 para o caso de solo de baixa resistividade. Observa-se que neste caso não há diferença significativa entre os modelos M2 e M3 – modelo que representa corretamente a dependência dos parâmetros do solo no cálculo da admitância transversal. Porém os erros relativos entre M1 e M2 são expressivos – com valores que variam de 0 a 20 % na faixa de 100 Hz a 10 kHz, acima de 20 % de 10 kHz a 1 MHz. Em altas frequências – 1 MHz a 2 MHz - o erro relativo entre M1 e M2 pode chegar a valores acima de 160 %.

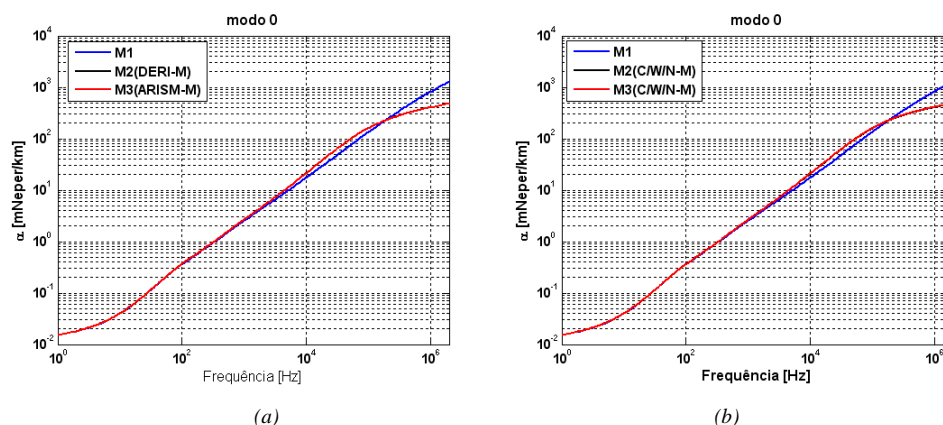


Figura 6.4. 1 - Constante de atenuação modo homopolar – solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

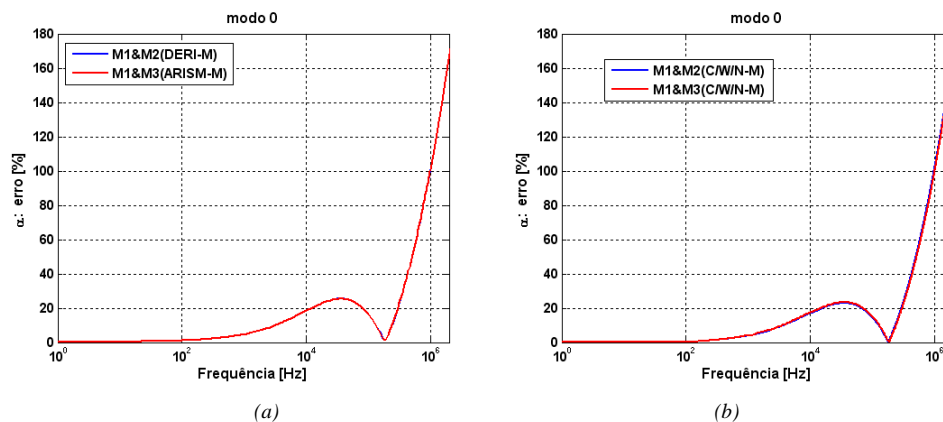


Figura 6.4. 2 - Constante de atenuação modo homopolar – solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

Nas figuras 6.4.3 e 6.4.4 apresentamos os gráficos em escala logarítmica da constante de atenuação do modo homopolar comparando os modelos M1, M2 e M3 para o caso de solo de alta resistividade. Observa-se neste caso que há diferença percentual entre os modelos M2 e M3 (modelo que representa a dependência dos parâmetros do solo no cálculo da admitância transversal) acima de 1 kHz (exemplos: 3 % em 1 kHz, 8,7 % em 10 kHz e 18 % em 2 MHz). Os erros relativos entre M1 e M2 são maiores quando comparados com o caso de baixa resistividade – com valores que variam de 0 a 20 % na faixa de 100 Hz a 10 kHz, acima de 40 % de 10 kHz a 1 MHz. Em altas frequências de 1 MHz a 2 MHz o erro relativo entre M1 e M2 pode chegar a valores acima de 80 % e, entre M1 e M3, acima de 120 %. Valores numéricos são apresentados na Tabela 6.4.1 para os casos de baixa e alta resistividade, respectivamente.

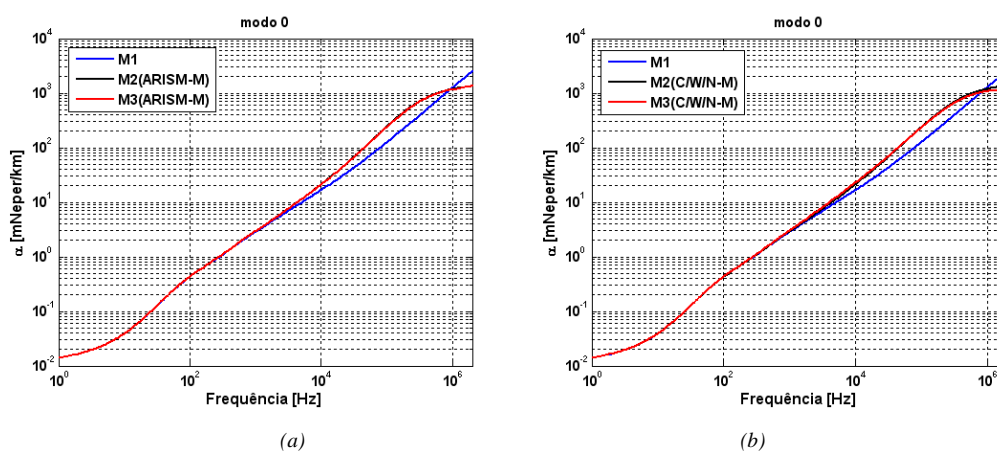


Figura 6.4.3 - Constante de atenuação modo homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

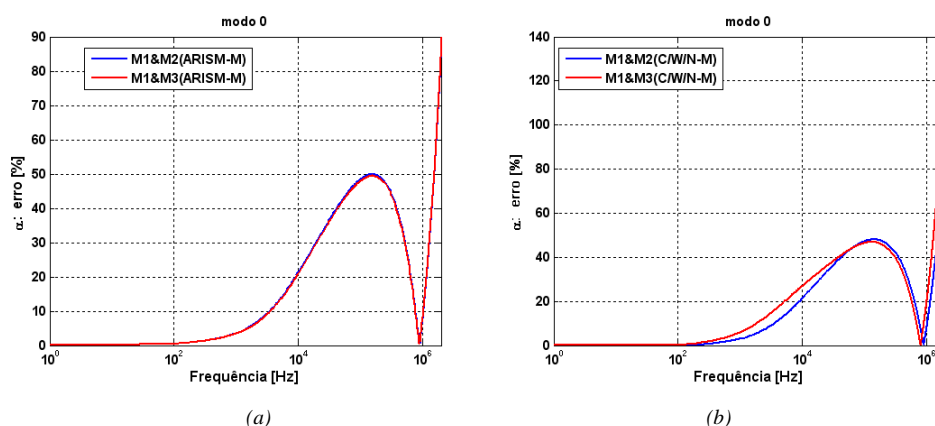


Figura 6.4.4 - Constante de atenuação modo homopolar – solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

Tabela 6.4. 1 - Constante de atenuação modo homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3

| Freq. [Hz] | $\alpha_0$ [mNeper/km] – Baixa Resistividade |              |               |                           |               | $\alpha_0$ [mNeper/km] – Alta Resistividade |              |               |                           |               |
|------------|--|--------------|---------------|---------------------------|---------------|---|--------------|---------------|---------------------------|---------------|
|            | M1   | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>C/W/N-M | M1  | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>C/W/N-M |
| 10         | 0,0398                                       | 0,0400       | 0,0400        | 0,0400                    | 0,0400        | 0,0391                                      | 0,0392       | 0,0392        | 0,0392                    | 0,0392        |
| 60         | 0,2251                                       | 0,2270       | 0,2253        | 0,2270                    | 0,2253        | 0,2646                                      | 0,2656       | 0,2637        | 0,2656                    | 0,2643        |
| 100        | 0,3625                                       | 0,3668       | 0,3638        | 0,3668                    | 0,3639        | 0,4318                                      | 0,4341       | 0,4308        | 0,4341                    | 0,4324        |
| 600        | 1,65665                                      | 1,7143       | 1,7014        | 1,7143                    | 1,7026        | 1,8978                                      | 1,9424       | 1,9308        | 1,9424                    | 1,9694        |
| 1k         | 2,54595                                      | 2,6713       | 2,6514        | 2,6713                    | 2,6542        | 2,8640                                      | 2,9685       | 2,9531        | 2,9686                    | 3,0443        |
| 6k         | 11,24625                                     | 13,1471      | 12,9827       | 13,1471                   | 13,0308       | 11,2924                                     | 13,3256      | 13,3191       | 13,3256                   | 14,4024       |
| 10k        | 17,41995                                     | 21,3868      | 21,0100       | 21,3868                   | 21,1074       | 16,7908                                     | 21,3425      | 21,3618       | 21,3425                   | 22,9971       |
| 60k        | 85,73635                                     | 111,9292     | 108,5454      | 111,9292                  | 109,2871      | 77,4645                                     | 138,9031     | 137,2767      | 138,9031                  | 137,5814      |
| 100k       | 134,4488                                     | 160,9462     | 157,6473      | 160,9462                  | 158,8449      | 125,5878                                    | 243,8481     | 237,5612      | 243,8481                  | 234,3284      |
| 600k       | 567,70148                                    | 351,5337     | 351,7182      | 351,5337                  | 356,1400      | 757,9037                                    | 1000,2288    | 993,2120      | 1000,2288                 | 931,4476      |
| 1 M        | 815,75938                                    | 405,9620     | 406,2593      | 405,9620                  | 410,7099      | 1270,6739                                   | 1179,3125    | 1187,0980     | 1179,3125                 | 1074,7997     |
| 2 M        | 1293,3123                                    | 483,4902     | 483,8923      | 483,4902                  | 481,6068      | 2517,3448                                   | 1356,7306    | 1370,4194     | 1356,7306                 | 1124,97987    |

Nas figuras 6.4.5 e 6.4.6 apresentamos os gráficos em escala logarítmica da constante de atenuação do modo não homopolar comparando os modelos M1, M2 e M3 para o caso de solo de baixa resistividade. Observa-se que não há diferenças significativas entre os modelos M2 e M3. Porém os erros relativos entre M1 e M2 são expressivos, também neste modo de propagação – com valores que variam de 0 a 10 % na faixa de 100 Hz a 10 kHz, acima de 50 % de 10 kHz a 1 MHz. Em altas frequências - 1 MHz a 2 MHz - o erro relativo entre M1 e M2 pode chegar a valores acima de 80 %.

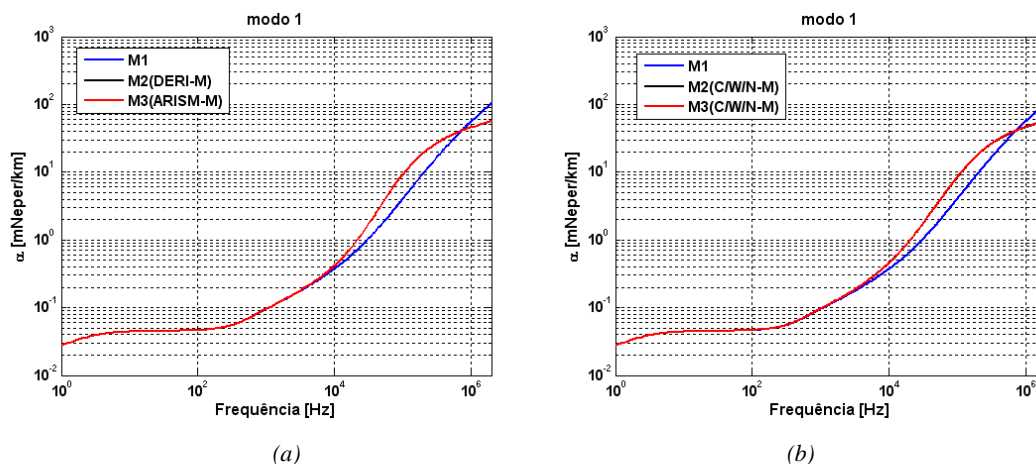


Figura 6.4. 5 - Constante de atenuação modo homopolar – solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

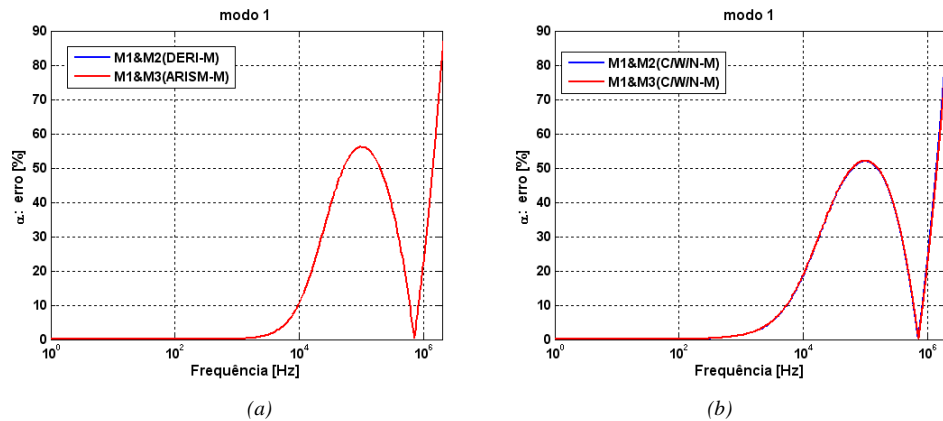


Figura 6.4. 6 - Constante de atenuação modo não homopolar – solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal.

Nas figuras 6.4.7 e 6.4.8 apresentamos os gráficos em escala logarítmica da constante de atenuação do modo não homopolar comparando os modelos M1, M2 e M3 para o caso de solo de alta resistividade. Observa-se que não há diferenças significativas entre os modelos M2 e M3. Os erros relativos entre M1 e M2 são mais expressivos que no caso de baixa resistividade, também neste modo de propagação – com valores que variam de 0 a 10 % na faixa de 100 Hz a 10 kHz, acima de 80 % de 10 kHz a 1 MHz. Em altas frequências - 1 MHz a 2 MHz - o erro relativo entre M1 e M2 pode chegar a valores acima de 70 %. Valores calculados para os diferentes modelos são apresentados na tabela 6.4.2.

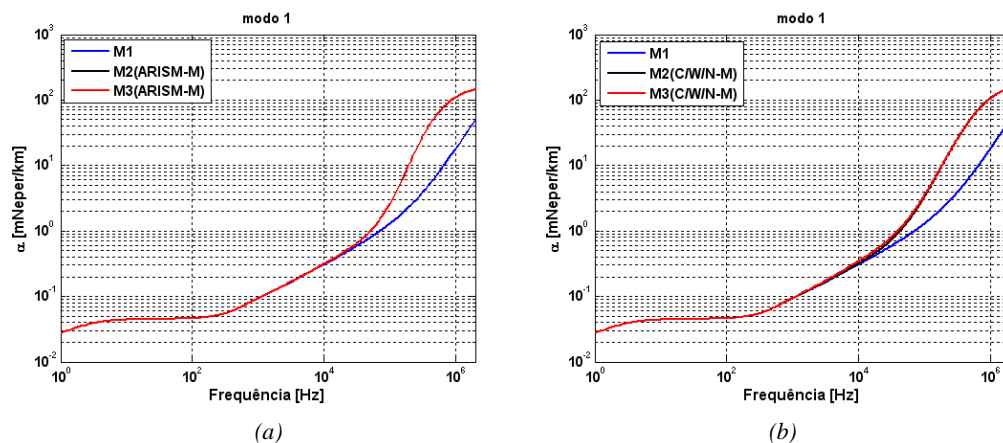


Figura 6.4. 7 - Constante de atenuação modo não homopolar – solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal



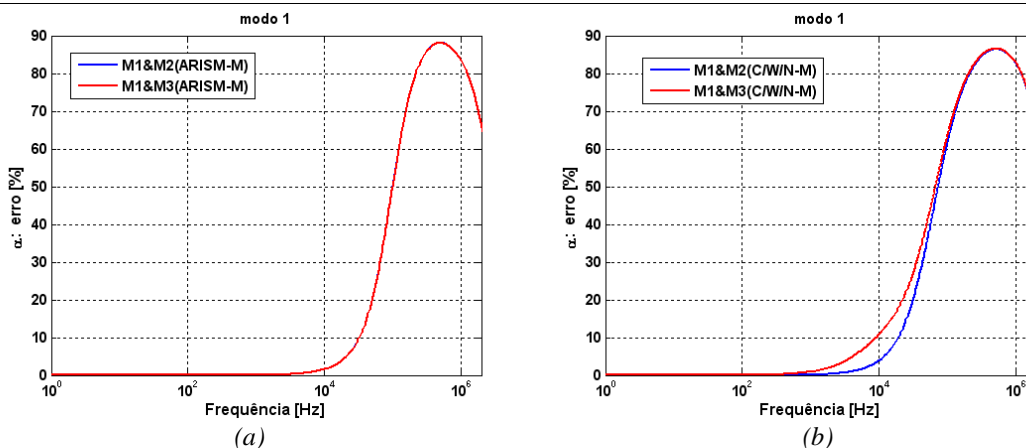


Figura 6.4. 8 - Constante de atenuação modo não homopolar – solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal.

Tabela 6.4. 2 - Constante de atenuação modo não homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3

| Freq. [Hz] | $\alpha_1$ [mNeper/km] – Baixa Resistividade |              |               |                              |               | $\alpha_1$ [mNeper/km] – Alta Resistividade |              |            |                           |               |
|------------|--|--------------|---------------|------------------------------|---------------|---|--------------|------------|---------------------------|---------------|
|            | M1   | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | M3<br>DERI-M<br>&<br>ARISM-M | M3<br>C/W/N-M | M1  | M2<br>DERI-M | M2 C/W/N-M | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>C/W/N-M |
| 10         | 0,0441                                       | 0,0441       | 0,0441        | 0,0441                       | 0,0441        | 0,0441                                      | 0,0441       | 0,0441     | 0,0441                    | 0,0441        |
| 60         | 0,0456                                       | 0,0456       | 0,0456        | 0,0456                       | 0,0456        | 0,0456                                      | 0,0456       | 0,0456     | 0,0456                    | 0,0456        |
| 100        | 0,0465                                       | 0,0465       | 0,0465        | 0,0465                       | 0,0465        | 0,0465                                      | 0,0465       | 0,0465     | 0,0465                    | 0,0465        |
| 600        | 0,0727                                       | 0,0727       | 0,0731        | 0,0727                       | 0,0732        | 0,0721                                      | 0,0721       | 0,0722     | 0,0721                    | 0,0725        |
| 1k         | 0,0955                                       | 0,0956       | 0,0967        | 0,0956                       | 0,0967        | 0,0942                                      | 0,0942       | 0,0943     | 0,0942                    | 0,0951        |
| 6k         | 0,2609                                       | 0,2734       | 0,2936        | 0,2734                       | 0,2941        | 0,2346                                      | 0,2364       | 0,2390     | 0,2364                    | 0,2527        |
| 10k        | 0,3721                                       | 0,4162       | 0,4576        | 0,4162                       | 0,4588        | 0,3086                                      | 0,3137       | 0,3210     | 0,3137                    | 0,3461        |
| 60k        | 2,1592                                       | 4,5410       | 4,2851        | 4,5410                       | 4,2996        | 0,8909                                      | 1,2092       | 1,5361     | 1,2092                    | 1,6530        |
| 100k       | 4,0477                                       | 9,2332       | 8,4240        | 9,2332                       | 8,4518        | 1,2910                                      | 2,5825       | 3,3377     | 2,5825                    | 3,5124        |
| 600k       | 33,5302                                      | 37,4283      | 37,2906       | 37,4283                      | 37,5422       | 8,7630                                      | 71,4784      | 63,7477    | 71,4784                   | 64,4208       |
| 1 M        | 55,8842                                      | 45,6263      | 45,6519       | 45,6263                      | 46,1164       | 18,0488                                     | 109,4343     | 105,0455   | 109,4343                  | 105,8573      |
| 2 M        | 103,9174                                     | 56,6581      | 56,7257       | 56,6581                      | 57,7583       | 50,3253                                     | 147,8005     | 149,0348   | 147,8005                  | 149,2212      |

Nas figuras 6.4.9 e 6.4.10 apresentamos os gráficos em escala logarítmica da constante de fase do modo homopolar comparando os modelos M1, M2 e M3 para o caso de solo de baixa resistividade. Observa-se que, não há diferenças significativas entre os modelos M2 e M3. Os erros relativos entre M1 e M2 não ultrapassa os 2 % na faixa de 100 Hz a 10 kHz e

não ultrapassa 7 % na faixa de 10 kHz a 2 MHz. Valores calculados para os diferentes modelos são apresentados na tabela 6.4.3.

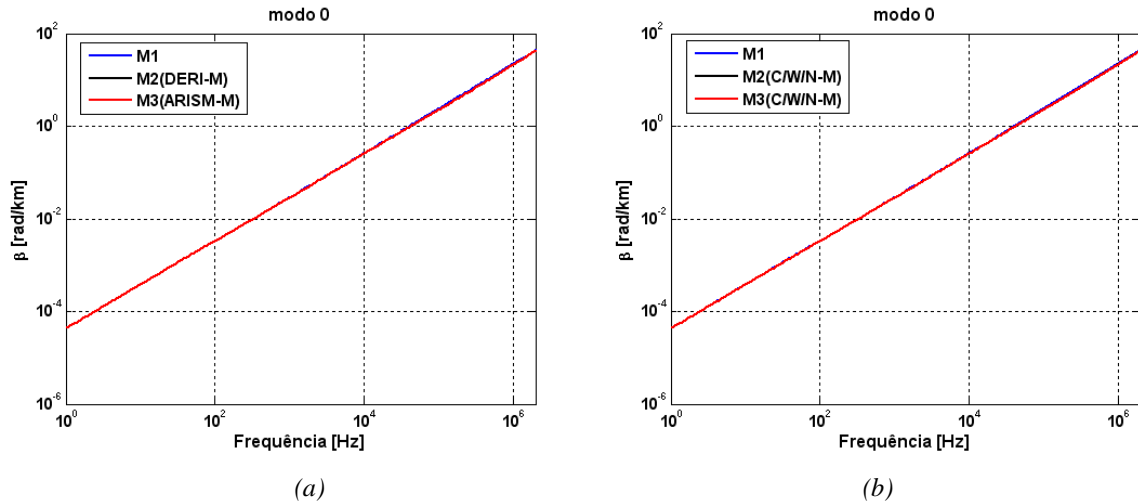


Figura 6.4. 9 - Constante de fase modo homopolar - solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

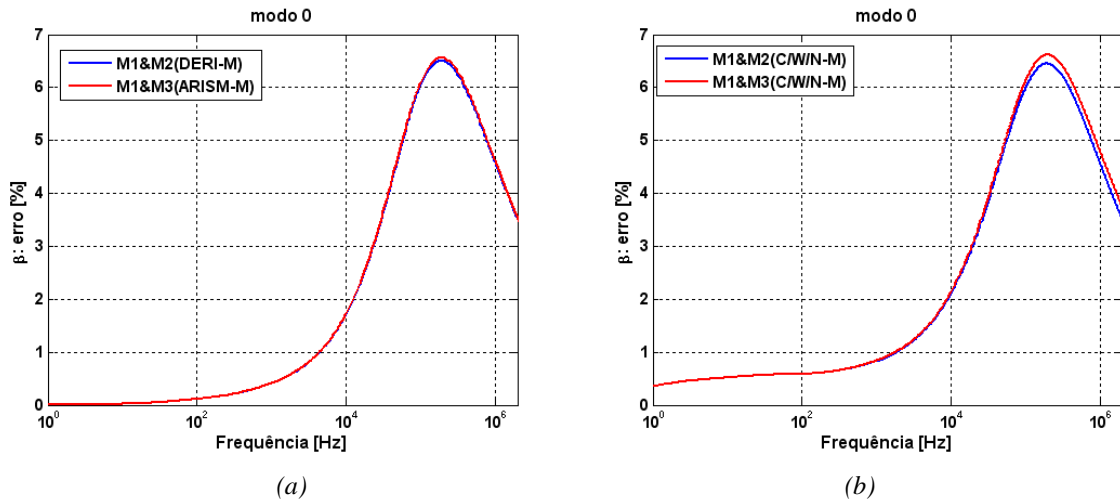


Figura 6.4. 10 - Constante de fase modo homopolar - solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

Nas figuras 6.4.11 e 6.4.12 apresentamos os gráficos em escala logarítmica da constante de fase do modo homopolar comparando os modelos M1, M2 e M3 para o caso de solo de alta resistividade. Observa-se que neste caso, não há diferenças significativas entre os modelos M2 e M3 acima de 10 kHz - Valores calculados para os diferentes modelos são

apresentados na tabela 6.4.3. Os erros relativos entre M1 e M2 não ultrapassam os 2 % na faixa de 100 Hz a 10 kHz e são maiores do quando comparados com o caso de baixa resistividade – variam de 2 % a 16 % na faixa de 10 kHz a 2 MHz. Valores calculados para os diferentes modelos são apresentados na tabela 6.4.3.

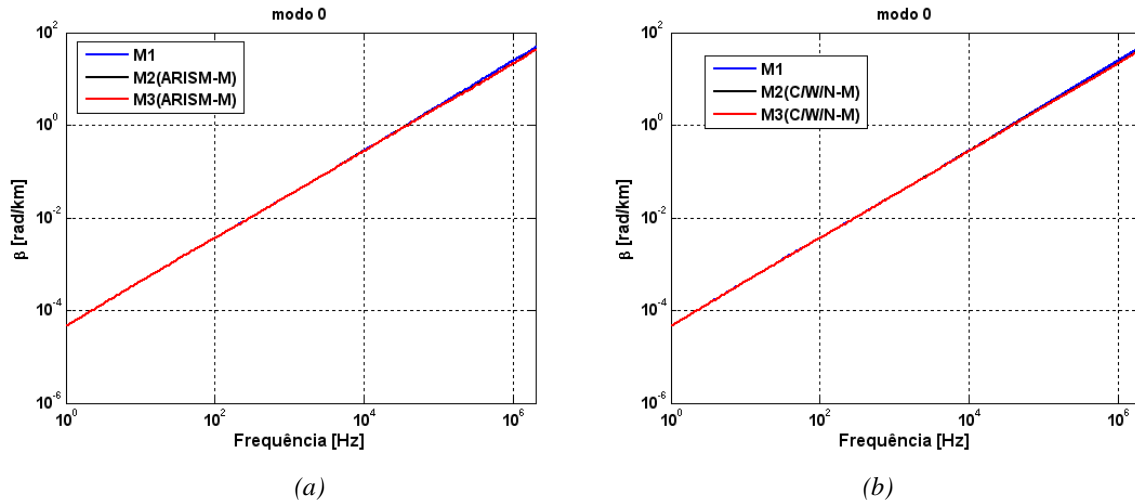


Figura 6.4. 11 - Constante de fase modo homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1): Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

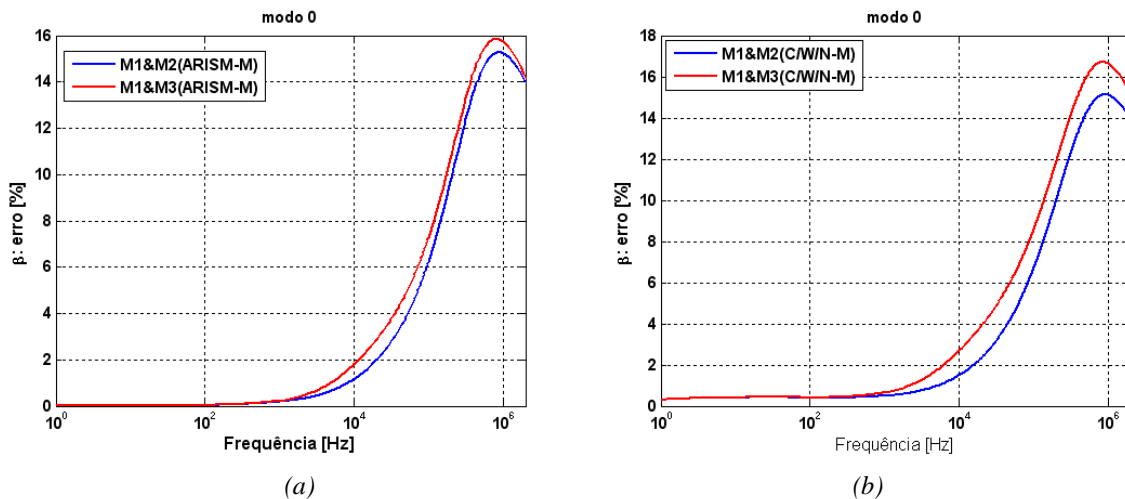


Figura 6.4. 12 - Constante de fase modo homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1): Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

Tabela 6.4.3 - Constante de fase modo homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3

| Freq. [Hz] | $\beta_0$ [rad/km] – Baixa Resistividade |              |               |                           |               | $\beta_0$ [rad/km] – Alta Resistividade |              |                |                           |                           |
|------------|--|--------------|---------------|---------------------------|---------------|---|--------------|----------------|---------------------------|---------------------------|
|            | M1                                       | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>C/W/N-M | M1                                      | M2<br>DERI-M | M2 C/W/N-<br>M | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>DERI-M &<br>C/W/N-M |
| 10         | 0,0004                                   | 0,0004       | 0,0004        | 0,0004                    | 0,0004        | 0,0004                                  | 0,0004       | 0,0004         | 0,0004                    | 0,0004                    |
| 60         | 0,0021                                   | 0,0021       | 0,0021        | 0,0021                    | 0,0021        | 0,0023                                  | 0,0023       | 0,0023         | 0,0023                    | 0,0023                    |
| 100        | 0,0033                                   | 0,0033       | 0,0033        | 0,0033                    | 0,0033        | 0,0037                                  | 0,0037       | 0,0037         | 0,0037                    | 0,0037                    |
| 600        | 0,0179                                   | 0,0179       | 0,0178        | 0,0179                    | 0,0178        | 0,0196                                  | 0,0195       | 0,0195         | 0,0195                    | 0,0194                    |
| 1k         | 0,0290                                   | 0,0289       | 0,0288        | 0,0289                    | 0,0288        | 0,0316                                  | 0,0315       | 0,0314         | 0,0315                    | 0,0314                    |
| 6k         | 0,1594                                   | 0,1575       | 0,1568        | 0,1575                    | 0,1568        | 0,1740                                  | 0,1726       | 0,1721         | 0,1726                    | 0,1706                    |
| 10k        | 0,2601                                   | 0,2557       | 0,2547        | 0,2557                    | 0,2546        | 0,2846                                  | 0,2813       | 0,2804         | 0,2813                    | 0,2771                    |
| 60k        | 1,4549                                   | 1,3844       | 1,3839        | 1,3844                    | 1,3824        | 1,6165                                  | 1,5486       | 1,5419         | 1,5486                    | 1,5155                    |
| 100k       | 2,3788                                   | 2,2433       | 2,2444        | 2,2433                    | 2,2415        | 2,6554                                  | 2,4994       | 2,4893         | 2,4994                    | 2,4465                    |
| 600k       | 13,4595                                  | 12,7697      | 12,7708       | 12,7697                   | 12,7452       | 15,0978                                 | 13,1419      | 13,1666        | 13,1419                   | 12,9746                   |
| 1 M        | 22,1467                                  | 21,1765      | 21,1773       | 21,1765                   | 21,1319       | 24,7422                                 | 21,4724      | 21,4927        | 21,4724                   | 21,2103                   |
| 2 M        | 43,6692                                  | 42,1899      | 42,1906       | 42,1899                   | 42,0958       | 48,3188                                 | 42,3885      | 42,4014        | 42,3885                   | 41,9493                   |

Nas figuras 6.4.13 a 6.4.16 apresentamos os gráficos em escala logarítmica da constante de fase do modo não homopolar comparando os modelos M1, M2 e M3 para os caso de solos de baixa e alta resistividades, respectivamente. Para este parâmetro os erros relativos entre os modelos M1, M2 e M3 apresentam valores muito baixos que não ultrapassam 1 % em toda a faixa de frequência. Valores calculados são apresentados nas Tabela 6.4.3.

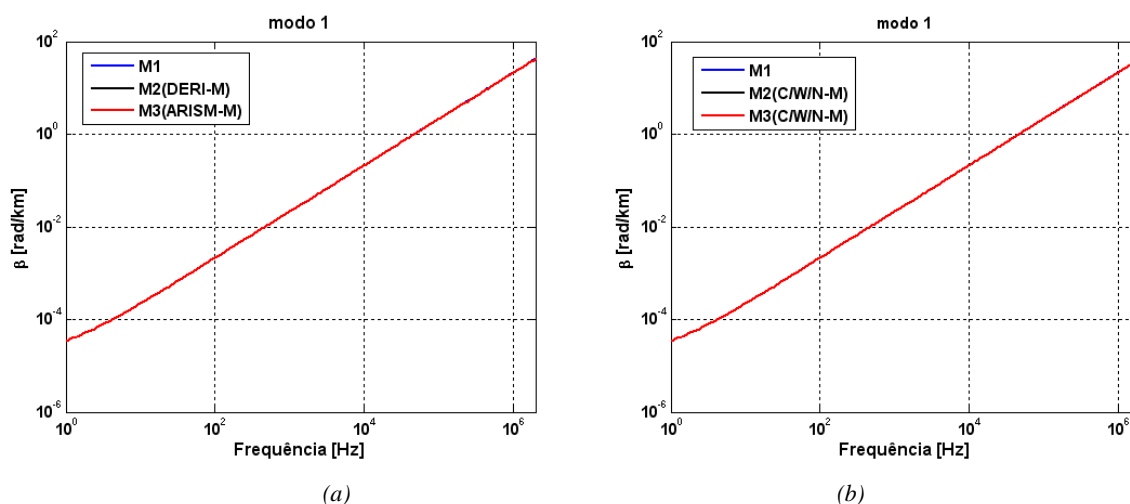


Figura 6.4.13 - Constante de fase modo não homopolar - solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1): Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

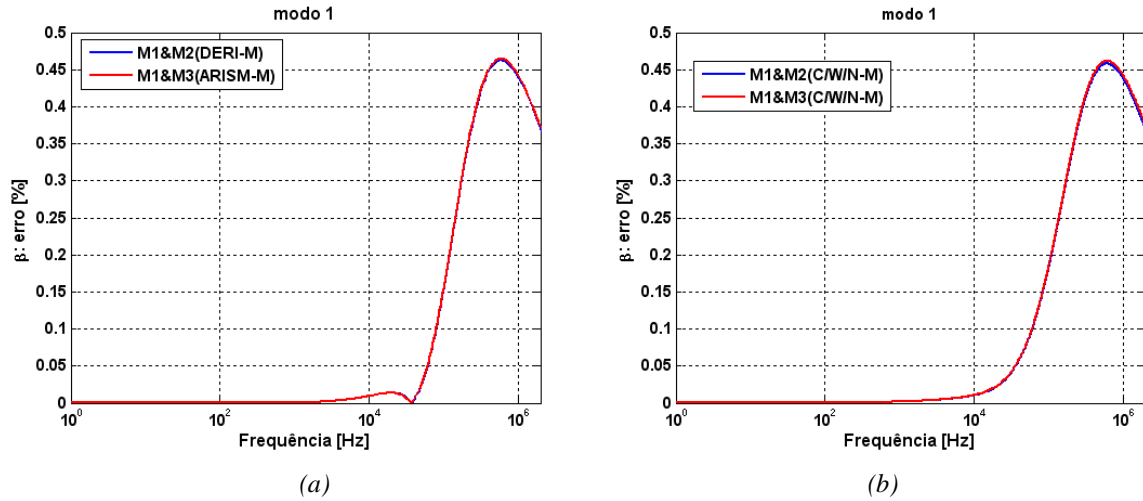


Figura 6.4. 14 - Constante de fase modo não homopolar - solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

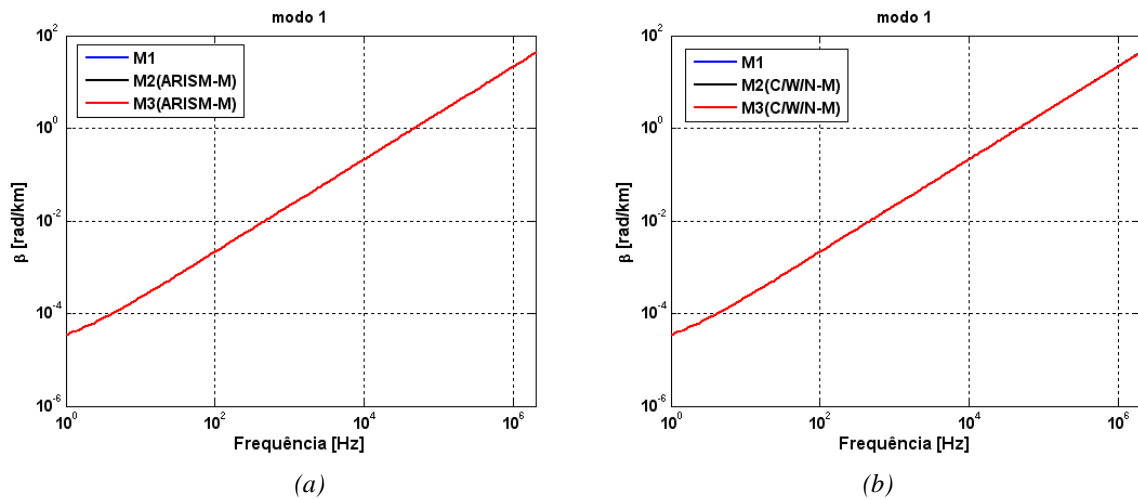


Figura 6.4. 15 - Constante de fase modo não homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

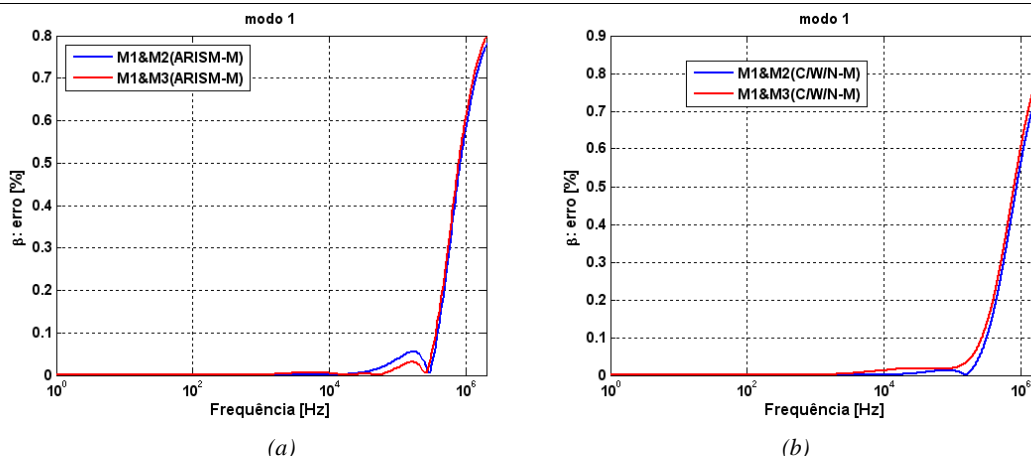


Figura 6.4. 16 - Constante de fase modo não homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

Tabela 6.4. 4 - Constante de fase modo não homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3

| Freq. [Hz] | $\beta_1$ [rad/km] – Baixa Resistividade |           |            |                     |            | $\beta_1$ [rad/km] – Alta Resistividade |           |            |                     |                     |
|------------|--|-----------|------------|---------------------|------------|---|-----------|------------|---------------------|---------------------|
|            | M1                                       | M2 DERI-M | M2 C/W/N-M | M3 DERI-M & ARISM-M | M3 C/W/N-M | M1                                      | M2 DERI-M | M2 C/W/N-M | M3 DERI-M & ARISM-M | M3 DERI-M & C/W/N-M |
| 10         | 0,0002                                   | 0,0002    | 0,0002     | 0,0002              | 0,0002     | 0,0002                                  | 0,0002    | 0,0002     | 0,0002              | 0,0002              |
| 60         | 0,0013                                   | 0,0013    | 0,0013     | 0,0013              | 0,0013     | 0,0013                                  | 0,0013    | 0,0013     | 0,0013              | 0,0013              |
| 100        | 0,0021                                   | 0,0021    | 0,0021     | 0,0021              | 0,0021     | 0,0021                                  | 0,0021    | 0,0021     | 0,0021              | 0,0021              |
| 600        | 0,0128                                   | 0,0128    | 0,0128     | 0,0128              | 0,0128     | 0,0128                                  | 0,0128    | 0,0128     | 0,0128              | 0,0128              |
| 1k         | 0,0214                                   | 0,0214    | 0,0214     | 0,0214              | 0,0214     | 0,0214                                  | 0,0214    | 0,0214     | 0,0214              | 0,0214              |
| 6k         | 0,1278                                   | 0,1278    | 0,1278     | 0,1278              | 0,1278     | 0,1278                                  | 0,1278    | 0,1278     | 0,1278              | 0,1278              |
| 10k        | 0,2129                                   | 0,2129    | 0,2129     | 0,2129              | 0,2129     | 0,2129                                  | 0,2129    | 0,2129     | 0,2129              | 0,2129              |
| 60k        | 1,2756                                   | 1,2750    | 1,2743     | 1,2750              | 1,2743     | 1,2764                                  | 1,2767    | 1,2766     | 1,2767              | 1,2762              |
| 100k       | 2,1249                                   | 2,1216    | 2,1211     | 2,1216              | 2,1210     | 2,1271                                  | 2,1279    | 2,1273     | 2,1279              | 2,1267              |
| 600k       | 12,7135                                  | 12,6550   | 12,6555    | 12,6550             | 12,6551    | 12,7564                                 | 12,7152   | 12,7152    | 12,7152             | 12,7103             |
| 1 M        | 21,1686                                  | 21,0758   | 21,0762    | 21,0758             | 21,0753    | 21,2569                                 | 21,1336   | 21,1391    | 21,1336             | 21,1304             |
| 2 M        | 42,2837                                  | 42,1276   | 42,1277    | 42,1276             | 42,1255    | 42,4984                                 | 42,1700   | 42,1742    | 42,1700             | 42,1557             |

Nas figuras 6.4.17 e 6.4.18 apresentamos os gráficos em escala logarítmica da velocidade de fase do modo homopolar comparando os modelos M1, M2 e M3 para o caso de solo de baixa resistividade. Nota-se pequenas diferenças entre os modelos M2 e M3 acima de 10 kHz - Valores calculados para os diferentes modelos são apresentados na tabela 6.4.5. Os erros relativos entre M1 e M2 não ultrapassa os 2 % na faixa de 100 Hz a 10 kHz e varia de 2 % a 6 % na faixa de 10 kHz a 2 MHz, lembrando que a velocidade de fase é inversamente

proporcional a constante de fase. Este parâmetro é importante para efetuar o cálculo correto das sobretensões e coordenação de isolamento. Uma das técnicas utilizadas para amortecimento de sobretensões de energização, por exemplo, é a de resistor de pré-inserção. O tempo de permanência deste equipamento depende do comprimento do trecho a ser energizado e do tempo de trânsito – que depende da velocidade de propagação. A representação do solo nos parâmetros transversais não afeta este parâmetro de forma considerável.

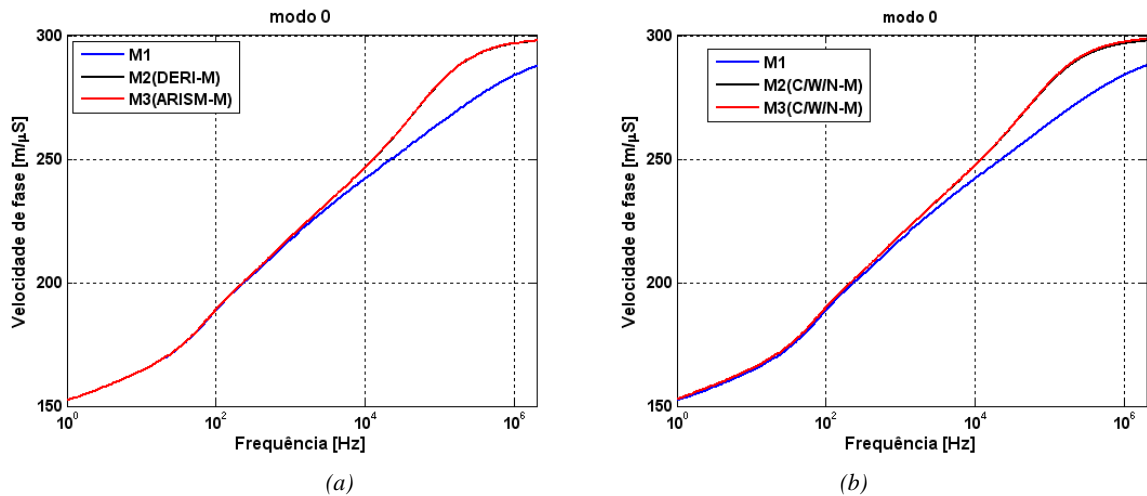


Figura 6.4. 17 - Velocidade de fase modo homopolar - solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

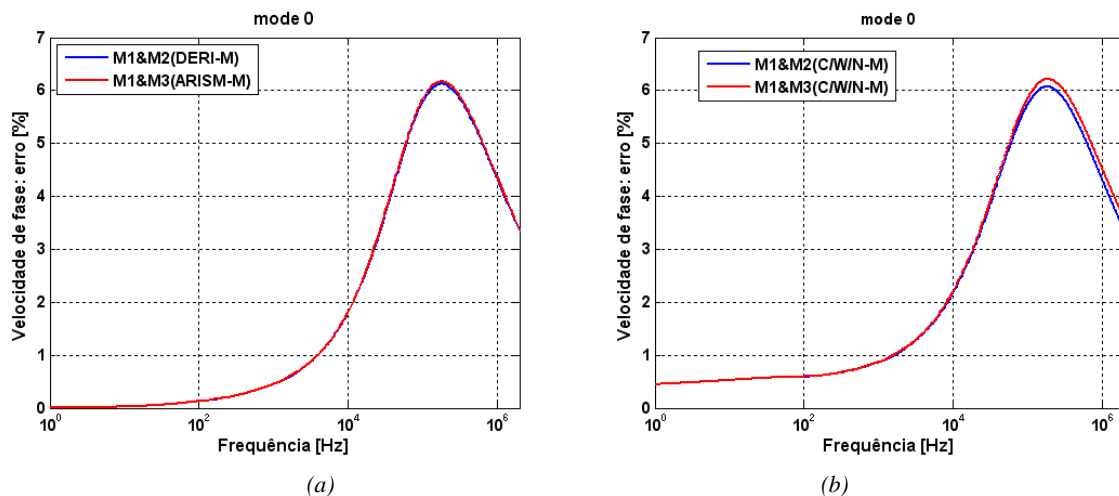


Figura 6.4. 18 - Velocidade de fase modo homopolar - solos de baixa resistividade(Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

Nas figuras 6.4.19 e 6.4.20 apresentamos os gráficos em escala logarítmica da velocidade de fase do modo homopolar comparando os modelos M1, M2 e M3 para o caso de

solo de alta resistividade. Observa-se, que há uma pequena diferença entre os modelos M2 e M3 acima de 100 Hz, maior comparado ao caso de baixa resistividade - Valores calculados para os diferentes modelos são apresentados na tabela 6.4.5. Os erros relativos entre M1 e M2 são maiores em relação ao caso de baixa resistividade, não ultrapassam os 2 % na faixa de 100 Hz a 10 kHz e variam de 2 % a 14 % na faixa de 10 kHz a 2 MHz.

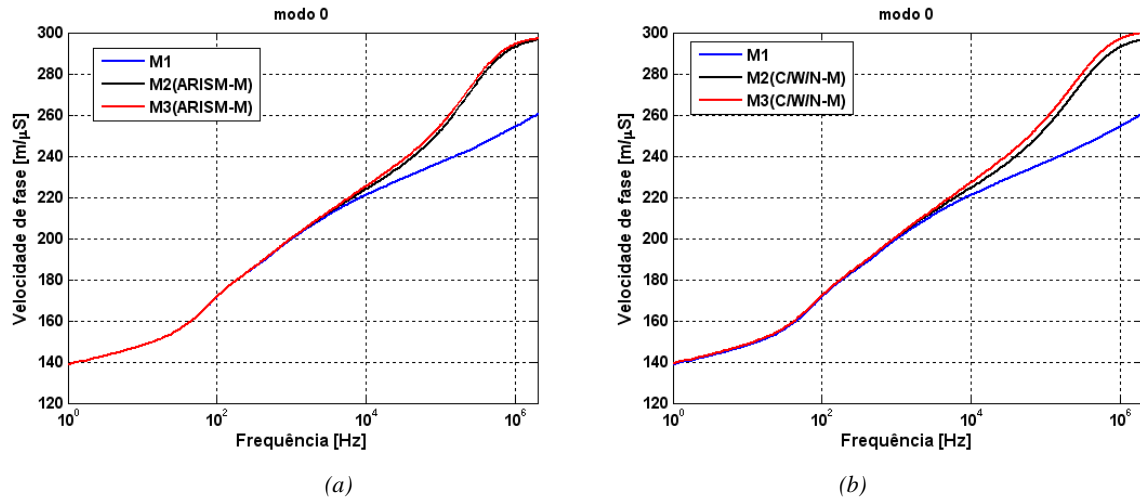


Figura 6.4. 19 - Velocidade de fase modo homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

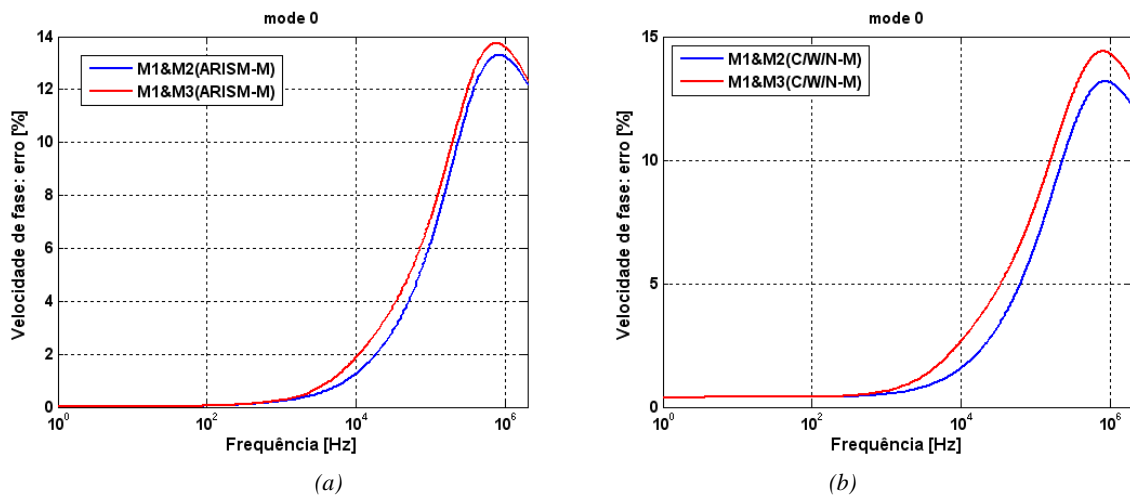


Figura 6.4. 20 - Velocidade de fase modo homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal



Tabela 6.4. 5 -Velocidade de fase modo homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3

| Freq.<br>[Hz] | $V_0$ [m/ $\mu$ s] – Baixa Resistividade |              |               |                           |                           | $V_0$ [m/ $\mu$ s] – Alta Resistividade |              |               |                           |                           |
|---------------|--|--------------|---------------|---------------------------|---------------------------|---|--------------|---------------|---------------------------|---------------------------|
|               | M1                                       | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>DERI-M &<br>C/W/N-M | M1                                      | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>DERI-M &<br>C/W/N-M |
| 10            | 164,3053                                 | 164,3466     | 165,1740      | 164,3466                  | 165,1741                  | 148,0495                                | 148,0560     | 148,6675      | 148,0560                  | 148,6688                  |
| 60            | 181,4789                                 | 181,6510     | 182,5463      | 181,6510                  | 182,5466                  | 163,9845                                | 164,0333     | 164,6690      | 164,0333                  | 164,6777                  |
| 100           | 188,8442                                 | 189,0859     | 189,9714      | 189,0859                  | 189,9720                  | 171,6116                                | 171,6883     | 172,3056      | 171,6883                  | 172,3213                  |
| 600           | 211,3125                                 | 212,0377     | 212,9412      | 212,0377                  | 212,9456                  | 193,7186                                | 194,0205     | 194,6275      | 194,0205                  | 194,7647                  |
| 1k            | 217,5432                                 | 218,5366     | 219,4504      | 218,5366                  | 219,4583                  | 199,6964                                | 200,1442     | 200,7539      | 200,1442                  | 201,0131                  |
| 6k            | 237,1030                                 | 240,2367     | 241,1960      | 240,2367                  | 241,2496                  | 217,1528                                | 219,0231     | 219,7002      | 219,0231                  | 221,4962                  |
| 10k           | 242,1558                                 | 246,6102     | 247,5405      | 246,6102                  | 247,6252                  | 221,1643                                | 224,0025     | 224,7289      | 224,0025                  | 227,2670                  |
| 60k           | 259,5773                                 | 273,2056     | 273,2577      | 273,2056                  | 273,5352                  | 233,4826                                | 244,4232     | 245,4757      | 244,4232                  | 249,7075                  |
| 100k          | 264,5533                                 | 280,8149     | 280,6434      | 280,8149                  | 280,9929                  | 236,8818                                | 252,5886     | 253,5695      | 252,5886                  | 257,9945                  |
| 600k          | 280,3431                                 | 295,3351     | 295,3109      | 295,3351                  | 295,8992                  | 250,0146                                | 287,6955     | 287,1423      | 287,6955                  | 291,4726                  |
| 1 M           | 283,8999                                 | 296,7601     | 296,7494      | 296,7601                  | 297,3858                  | 254,2815                                | 293,0589     | 292,7870      | 293,0589                  | 296,7628                  |
| 2 M           | 287,8891                                 | 297,8722     | 297,8672      | 297,8722                  | 298,5385                  | 260,4256                                | 296,6092     | 296,5220      | 296,6092                  | 299,7754                  |

Nas figuras 6.4.21 e 6.4.24 apresentamos os gráficos em escala logarítmica da velocidade de fase do modo não homopolar comparando os modelos M1, M2 e M3 para os caso de solos de baixa e alta resistividades, respectivamente. Analogamente ao caso da constante de fase, neste modo de propagação os erros relativos entre os modelos M1, M2 e M3 apresentam-se com valores muito baixos que não ultrapassam 1 % em toda a faixa de frequência. Os valores calculados são apresentados nas tabela 6.4.6.

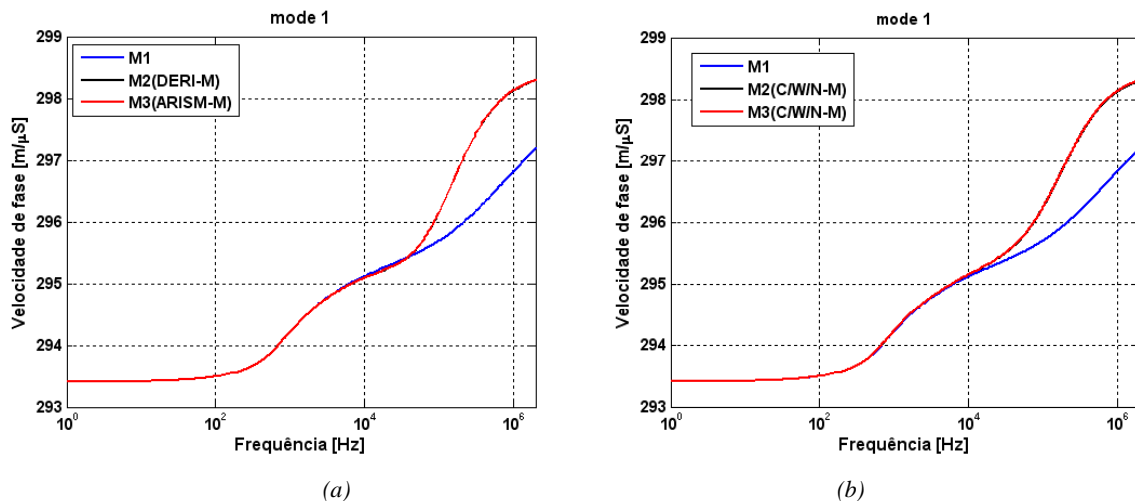


Figura 6.4. 21 - Velocidade de fase modo não homopolar - solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

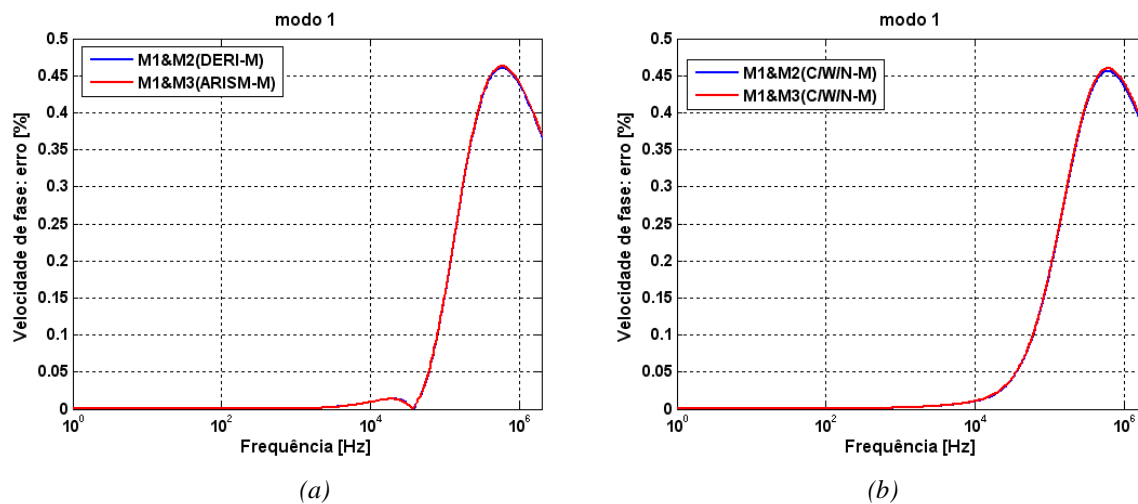


Figura 6.4. 22 - Velocidade de fase modo não homopolar - solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

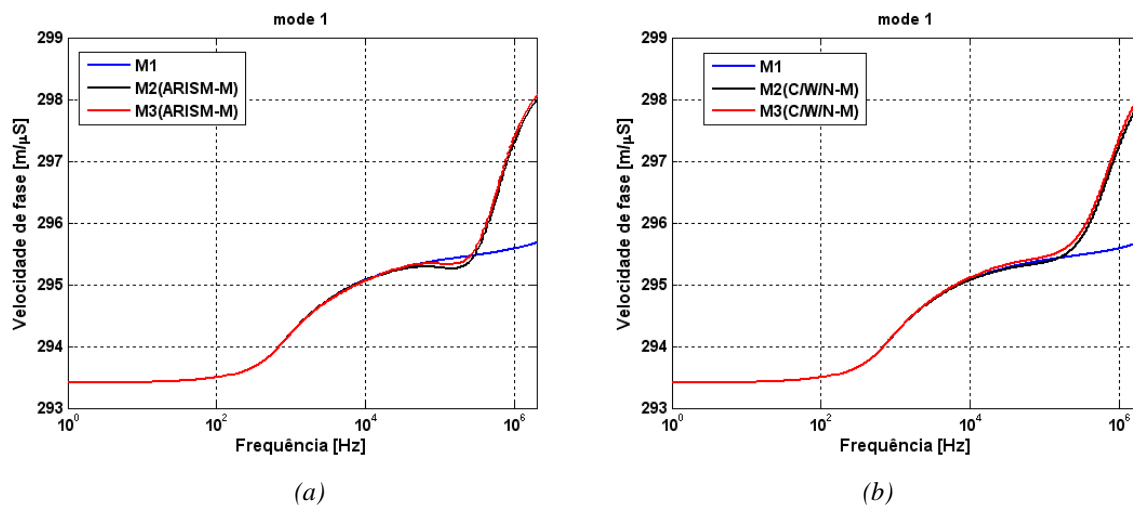


Figura 6.4. 23 - Velocidade de fase modo não homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Comparação entre M1, M2 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

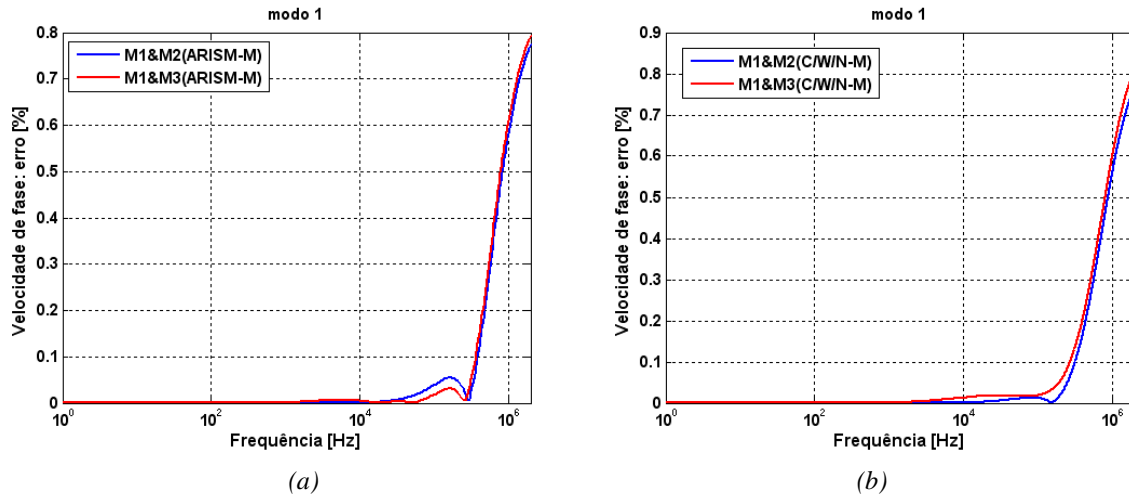


Figura 6.4. 24 - Velocidade de fase modo não homopolar - solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1). Erro relativo entre M1 e M2 e entre M1 e M3: (a) utilizando as formulações (DERI-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (ARISM-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal; (b) utilizando as formulações (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de impedância longitudinal e (C/W/N-M) para o cálculo das matrizes de admitância transversal

Tabela 6.4. 6 - Velocidade de fase modo não homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3

| Freq. [Hz] | V <sub>1</sub> [m/μs] – Baixa Resistividade |              |               |                           |               | V <sub>1</sub> [m/μs] – Alta Resistividade |              |               |                           |               |
|------------|---|--------------|---------------|---------------------------|---------------|--|--------------|---------------|---------------------------|---------------|
|            | M1  | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>C/W/N-M | M1   | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>C/W/N-M |
| 10         | 293,4189                                    | 293,4189     | 293,4189      | 293,4189                  | 293,4189      | 293,4189                                   | 293,4189     | 293,4189      | 293,4189                  | 293,4190      |
| 60         | 293,4632                                    | 293,4632     | 293,4636      | 293,4632                  | 293,4636      | 293,4638                                   | 293,4638     | 293,4638      | 293,4638                  | 293,4639      |
| 100        | 293,4972                                    | 293,4971     | 293,4979      | 293,4971                  | 293,4979      | 293,4972                                   | 293,4972     | 293,4972      | 293,4972                  | 293,4974      |
| 600        | 293,9296                                    | 293,9288     | 293,9331      | 293,9288                  | 293,9331      | 293,9241                                   | 293,9239     | 293,9242      | 293,9239                  | 293,9259      |
| 1k         | 294,2260                                    | 294,2243     | 294,2312      | 294,2243                  | 294,2313      | 294,2175                                   | 294,2173     | 294,2178      | 294,2173                  | 294,2210      |
| 6k         | 294,9827                                    | 294,9663     | 295,0023      | 294,9663                  | 295,0029      | 294,9532                                   | 294,9519     | 294,9524      | 294,9519                  | 294,9799      |
| 10k        | 295,1192                                    | 295,0911     | 295,1499      | 295,0911                  | 295,1509      | 295,0761                                   | 295,0734     | 295,0736      | 295,0734                  | 295,1148      |
| 60k        | 295,5401                                    | 295,6840     | 295,8336      | 295,6840                  | 295,8374      | 295,3439                                   | 295,2865     | 295,3107      | 295,2865                  | 295,3930      |
| 100k       | 295,6942                                    | 296,1492     | 296,2321      | 296,1492                  | 296,2372      | 295,3911                                   | 295,2750     | 295,3549      | 295,2750                  | 295,4453      |
| 600k       | 296,5285                                    | 297,9001     | 297,8874      | 297,9001                  | 297,8979      | 295,5309                                   | 296,4929     | 296,4914      | 296,4929                  | 296,6070      |
| 1 M        | 296,8179                                    | 298,1236     | 298,1188      | 298,1236                  | 298,1315      | 295,5839                                   | 297,3121     | 297,2344      | 297,3121                  | 297,3571      |
| 2 M        | 297,1928                                    | 298,2936     | 298,2923      | 298,2936                  | 298,3085      | 295,6904                                   | 297,9952     | 297,9656      | 297,9952                  | 298,0962      |

Do ponto de vista de engenharia o que importa é o quanto as diferenças entre os modelos M1, M2 e M3 irão influenciar na atenuação de sinais, resposta da linha na faixa de frequência – ambos dependem do comprimento da mesma. Nas figuras seguintes serão comparados os fatores de atenuação de amplitudes para diferentes comprimentos de linha e ganho de tensão para linha sem compensação.

O fator de atenuação de amplitude (FA)<sup>1</sup> do modo de propagação homopolar (figura 6.4.25) e não homopolar (figura 6.4.26) foram calculados para trecho de linha de 30, 50 e 300 km, representando, por exemplo, a distância entre uma localização de falta e um dos extremos da linha. A diferença entre M1 e M2 é significativa para frequências acima de 1 kHz (figuras 6.4.25 a e b) e mais ainda para distâncias curtas (30 e 50 km).

Para longas distâncias mesmo quando o erro relativo seja significativo, o fator de atenuação é muito baixo a partir de 10 kHz. As diferenças entre M1 e M2 são maiores para o caso de solos de alta resistividade (figuras 6.4.25 b).

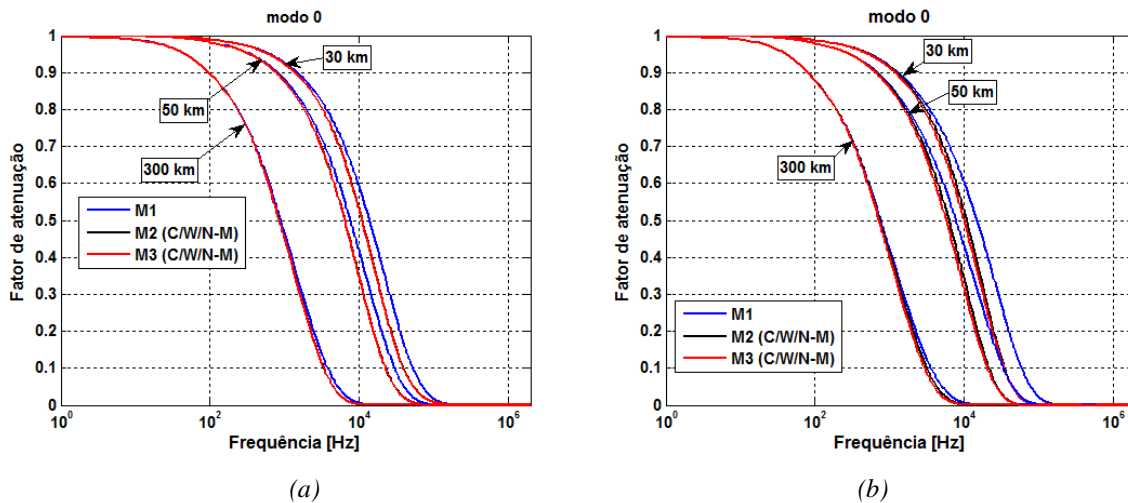


Figura 6.4. 25 - Fator de atenuação de amplitude para 30, 50 e 300 km de linha, modo homopolar. Comparação entre M1, M2 e M3: (a) Solos baixa resistividade; (b) Solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

De acordo com este resultado, se um sinal com espectro de frequência perto de 10 kHz é aplicado a 30 km da extremidade da linha modelada através da representação M2 ou M3, a amplitude do sinal chega atenuada à outra extremidade, com fator de atenuação de 0,6 – valores são apresentados na tabela 6.4.7. No caso da representação M1 a atenuação é menor, os sinais são menos atenuados. Comparando M2 e M3 verifica-se que não há diferenças significativas quando se incorpora a representação correta do solo nos parâmetros transversais.

Pode-se também observar que a atenuação no modo não homopolar é menor que no modo homopolar, porém as diferenças entre M1 e M2 ou M3 são maiores neste último caso, como pode ser observado nas figuras 6.4.26.

<sup>1</sup>  $FA = e^{-\alpha l}$ ;

onde:

$(\gamma = \alpha + j\beta)$  é a constante de propagação em cada modo de propagação;

$(\alpha = \Re(\gamma))$  é a constante de atenuação de amplitude em cada modo de propagação;

$\beta = \Im(\gamma)$  é a constante de fase em cada modo de propagação;  $l$  é o comprimento da linha.

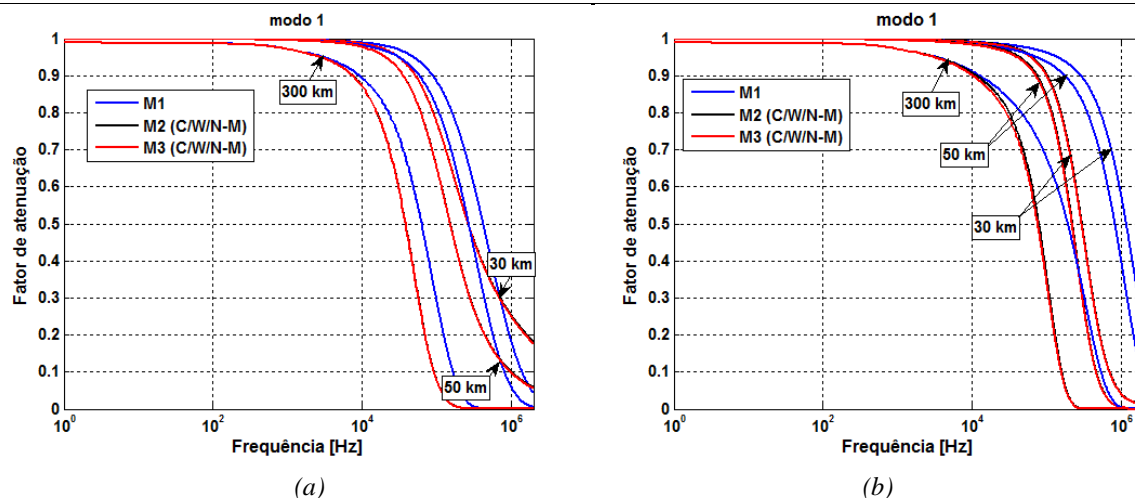


Figura 6.4. 26 - Fator de atenuação de amplitude para 30, 50 e 300 km de linha, modo não homopolar. Comparação entre M1, M2 e M3: (a) Solos de baixa resistividade; (b) Solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

Tabela 6.4.7 - Fator de atenuação de amplitude para 30 km de linha modo homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3

| Freq. [Hz] | FA <sub>0</sub> – Baixa Resistividade |              |               |                           |               | FA <sub>0</sub> – Alta Resistividade |              |               |                           |               |
|------------|---------------------------------------|--------------|---------------|---------------------------|---------------|--------------------------------------|--------------|---------------|---------------------------|---------------|
|            | M1                                    | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>C/W/N-M | M1                                   | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | M3<br>DERI-M &<br>ARISM-M | M3<br>C/W/N-M |
| 10         | 0,9988                                | 0,9988       | 0,9988        | 0,9988                    | 0,9988        | 0,9988                               | 0,9988       | 0,9988        | 0,9988                    | 0,9988        |
| 60         | 0,9933                                | 0,9932       | 0,9933        | 0,9932                    | 0,9933        | 0,9921                               | 0,9921       | 0,9921        | 0,9921                    | 0,9921        |
| 100        | 0,9892                                | 0,9891       | 0,9891        | 0,9891                    | 0,9891        | 0,9871                               | 0,9871       | 0,9872        | 0,9871                    | 0,9871        |
| 600        | 0,9515                                | 0,9499       | 0,9502        | 0,9499                    | 0,9502        | 0,9447                               | 0,9434       | 0,9437        | 0,9434                    | 0,9426        |
| 1k         | 0,9265                                | 0,9230       | 0,9235        | 0,9230                    | 0,9235        | 0,9177                               | 0,9148       | 0,9152        | 0,9148                    | 0,9127        |
| 6k         | 0,7136                                | 0,6741       | 0,6774        | 0,6741                    | 0,6764        | 0,7126                               | 0,6705       | 0,6706        | 0,6705                    | 0,6492        |
| 10k        | 0,5930                                | 0,5264       | 0,5324        | 0,5264                    | 0,5309        | 0,6043                               | 0,5271       | 0,5268        | 0,5271                    | 0,5016        |
| 60k        | 0,0764                                | 0,0348       | 0,0385        | 0,0348                    | 0,0377        | 0,0979                               | 0,0155       | 0,0163        | 0,0155                    | 0,0161        |
| 100k       | 0,0177                                | 0,0080       | 0,0088        | 0,0080                    | 0,0085        | 0,0231                               | 0,0007       | 0,0008        | 0,0007                    | 0,0009        |
| 600k       | 0,0000                                | 0,0000       | 0,0000        | 0,0000                    | 0,0000        | 0,0000                               | 0,0000       | 0,0000        | 0,0000                    | 0,0000        |
| 1 M        | 0,0000                                | 0,0000       | 0,0000        | 0,0000                    | 0,0000        | 0,0000                               | 0,0000       | 0,0000        | 0,0000                    | 0,0000        |
| 2 M        | 0,0000                                | 0,0000       | 0,0000        | 0,0000                    | 0,0000        | 0,0000                               | 0,0000       | 0,0000        | 0,0000                    | 0,0000        |

Tabela 6.4.8 - Fator de atenuação de amplitude para 30 km de linha não modo homopolar: Comparação entre M1, M2 e M3

| Freq.<br>[Hz] | FA <sub>1</sub> – Baixa Resistividade |           |               |                               |               | FA <sub>1</sub> – Alta Resistividade |              |               |                               |               |
|---------------|---------------------------------------|-----------|---------------|-------------------------------|---------------|--------------------------------------|--------------|---------------|-------------------------------|---------------|
|               | M1                                    | M2 DERI-M | M2<br>C/W/N-M | M3<br>DERI-M<br>& ARISM-<br>M | M3<br>C/W/N-M | M1                                   | M2<br>DERI-M | M2<br>C/W/N-M | M3<br>DERI-M<br>& ARISM-<br>M | M3<br>C/W/N-M |
| 10            | 0,9987                                | 0,9987    | 0,9987        | 0,9987                        | 0,9987        | 0,9987                               | 0,9987       | 0,9987        | 0,9987                        | 0,9987        |
| 60            | 0,9986                                | 0,9986    | 0,9986        | 0,9986                        | 0,9986        | 0,9986                               | 0,9986       | 0,9986        | 0,9986                        | 0,9986        |
| 100           | 0,9986                                | 0,9986    | 0,9986        | 0,9986                        | 0,9986        | 0,9986                               | 0,9986       | 0,9986        | 0,9986                        | 0,9986        |
| 600           | 0,9978                                | 0,9978    | 0,9978        | 0,9978                        | 0,9978        | 0,9978                               | 0,9978       | 0,9978        | 0,9978                        | 0,9978        |
| 1k            | 0,9971                                | 0,9971    | 0,9971        | 0,9971                        | 0,9971        | 0,9972                               | 0,9972       | 0,9972        | 0,9972                        | 0,9972        |
| 6k            | 0,9922                                | 0,9918    | 0,9912        | 0,9918                        | 0,9912        | 0,9930                               | 0,9929       | 0,9929        | 0,9929                        | 0,9924        |
| 10k           | 0,9889                                | 0,9876    | 0,9864        | 0,9876                        | 0,9863        | 0,9908                               | 0,9906       | 0,9904        | 0,9906                        | 0,9897        |
| 60k           | 0,9373                                | 0,8726    | 0,8794        | 0,8726                        | 0,8790        | 0,9736                               | 0,9644       | 0,9550        | 0,9644                        | 0,9516        |
| 100k          | 0,8857                                | 0,7581    | 0,7767        | 0,7581                        | 0,7760        | 0,9620                               | 0,9254       | 0,9047        | 0,9254                        | 0,9000        |
| 600k          | 0,3657                                | 0,3254    | 0,3267        | 0,3254                        | 0,3242        | 0,7688                               | 0,1171       | 0,1477        | 0,1171                        | 0,1448        |
| 1 M           | 0,1870                                | 0,2544    | 0,2542        | 0,2544                        | 0,2507        | 0,5819                               | 0,0375       | 0,0428        | 0,0375                        | 0,0418        |
| 2 M           | 0,0443                                | 0,1827    | 0,1824        | 0,1827                        | 0,1768        | 0,2210                               | 0,0119       | 0,0114        | 0,0119                        | 0,0114        |

Nas Figuras 6.4.27 a 6.4.30 é feita uma comparação do ganho de tensão da linha  $(|V_R|/|V_G|)^1$  em vazio e sem compensação comparando os modelos M1, M2 e M3. Nota-se que ocorrem deslocamento dos picos de ressonância quando comparadas as representações M1 e M2, tanto no modo homopolar (figuras 6.4.27 e 6.4.28) quanto no modo não homopolar (figuras 6.4.29 e 6.4.30). Observa-se menor atenuação na representação M1 em relação a representação M2, acima de 100 Hz. Não há diferença significativa entre M2 e M3, o que significa dizer que, a representação correta da dependência dos parâmetros do solo na admitância transversal não tem influência significativa no ganho de tensão. Embora o modelo M2 apresente maior atenuação, este resultado ilustra que a representação M1 pode levar a erros consideráveis no caso de ressonâncias, especialmente acima de 10 kHz. A diferença entre M1 e M2 é maior no caso de solos de alta resistividade.

Verifica-se que no modo homopolar os picos de ressonância são atenuados e podem chegar a valores máximos acima de 7 p.u. (M1: solos de baixa – figura 6.4.27) e menores com a representação M2.

No modo não homopolar os picos de ressonância são bem mais severos comparados

<sup>1</sup>  $\frac{|V_R|}{|V_G|} = \frac{1}{\cosh(\gamma l)}$ ;  $\gamma$  – é o coeficiente de propagação em cada modo e  $l$  é comprimento da linha em metros.

com o modo homopolar, com valores extremamente elevados acima de 1 kHz. Os sinais são também mais atenuados para M2. No modo não homopolar, o caso de alta resistividade apresenta ressonância de maior amplitude acima de 10 kHz, como mostram a figuras 6.4.29 e 6.4.30. A função de transferência no modo não homopolar é muito diferente acima de 10 kHz quando comparados M1 e M2 ou M3.

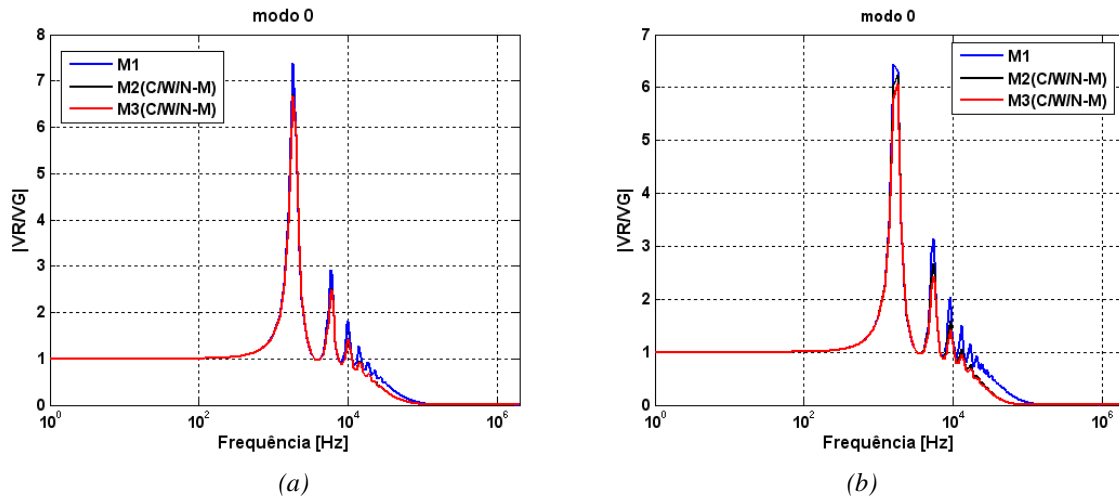


Figura 6.4. 27- Ganho de tensão em escala semi-logarítmica para 30 km de linha, modo homopolar. Comparação entre M1, M2 e M3: (a) Solos de baixa resistividade; (b) Solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

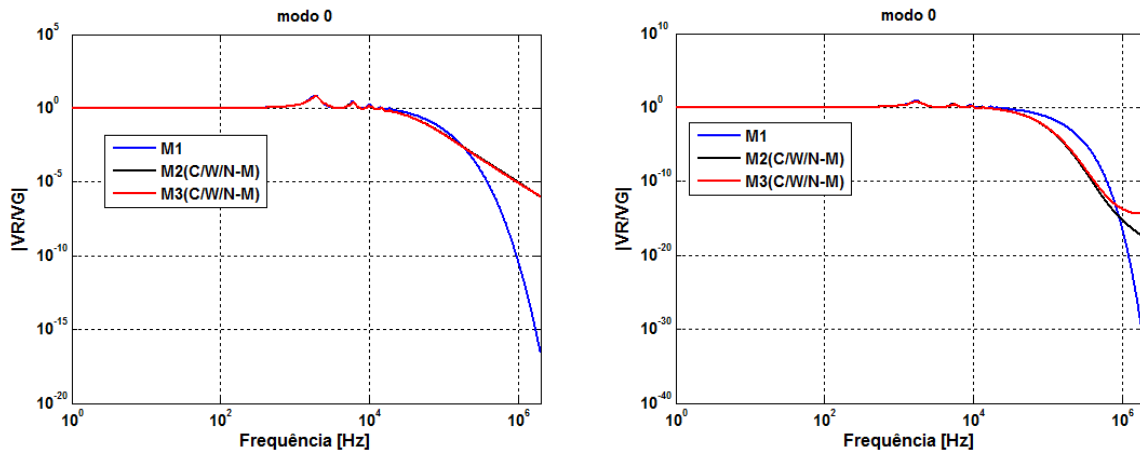


Figura 6.4. 28 - Ganho de tensão em escala logarítmica para 30 km de linha, modo homopolar - solos de baixa resistividade: Comparação entre M1, M2 e M3: (a) cálculo utilizando as formulações (DERI-M) na longitudinal e (ARISM-M) na transversal; (b) cálculo utilizando as formulações (C/W/N-M) na longitudinal e na transversal

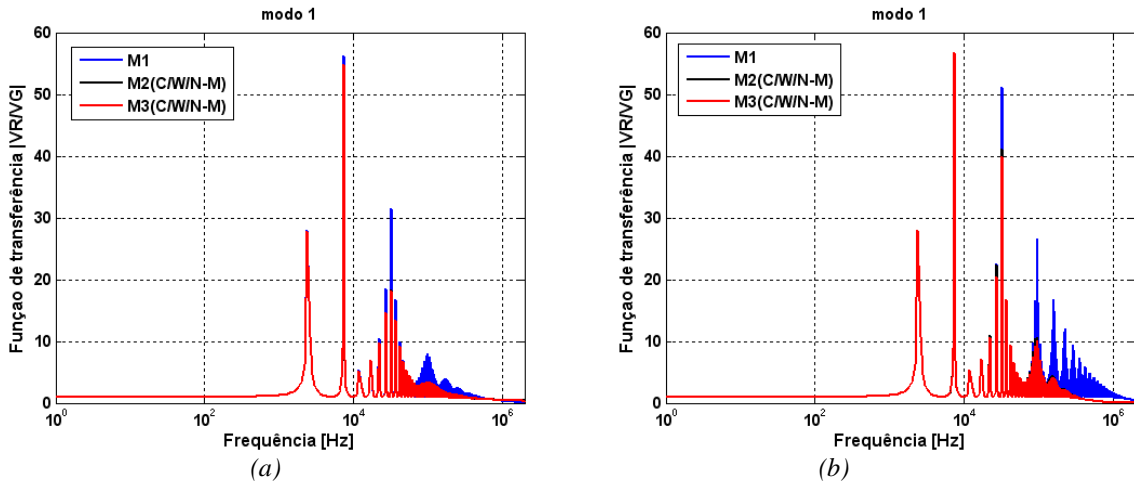


Figura 6.4. 29 - Ganho de tensão em escala semi-logarítmica para 30 km de linha, modo não homopolar. Comparação entre M1, M2 e M3: (a) Solos de baixa resistividade; (b) Solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1)

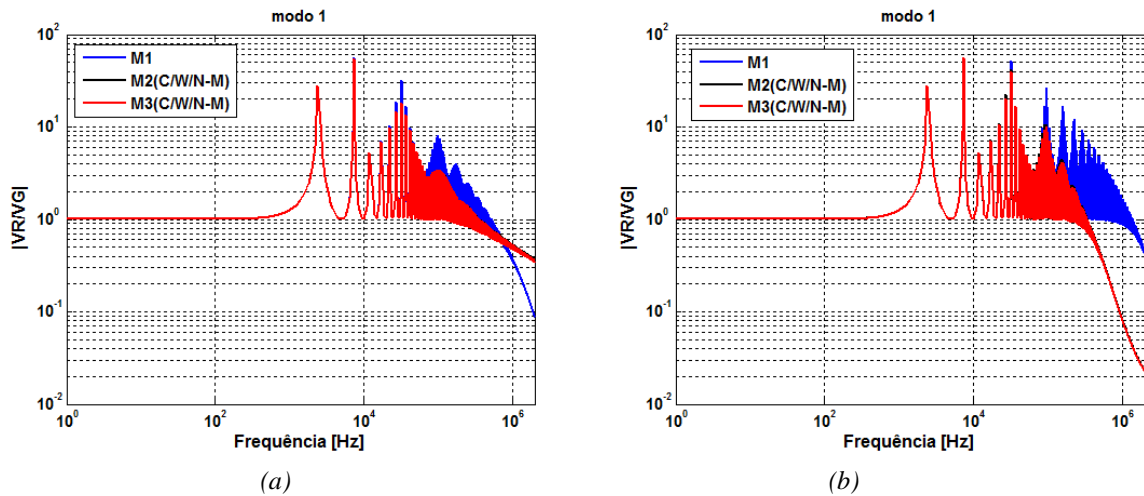


Figura 6.4. 30 - Ganho de tensão em escala logarítmica para 30 km de linha, modo não homopolar. Comparação entre M1, M2 e M3: (a) Solos de baixa resistividade; (b) Solos de alta resistividade (Tabela 4.2.1).

## 6.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo apresentamos o estudo comparativo da influência do solo no cálculo de parâmetros (no domínio da frequência) de uma linha de transmissão, levando em consideração representações usuais dos parâmetros do solo (M1 e M2), em comparação com M3 que considera a influência da dependência dos parâmetros do solo ( $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$ ) com a frequência tanto na matriz de impedância longitudinal quanto na matriz de admitância transversal. A comparação é feita para caso de alta e baixa resistividade, respectivamente.

Averiguamos a influência do solo nos parâmetros longitudinais, velocidade de



propagação, fator de atenuação e ganho de tensão da linha em vazio. A diferença entre modelos usuais M1 e M2 é importante para frequências acima de 1 kHz no caso de alta resistividade e 10 kHz em solos de baixa resistividade. A diferença percentual é maior em solos de alta resistividade. As diferenças entre M2 e M3 não são significativas, ou seja, a influência do modelo de solo variável com a frequência nos parâmetros transversais não é significativa, quando representado corretamente.

Para a resposta em frequência ou função de transferência da linha, nota-se um deslocamento dos picos de ressonância quando se compara a resposta dos modelos M1 e M2. Embora os picos de ressonância com o solo apropriadamente representado (M2 e M3) apresentem amplitudes menores, o modelo a parâmetros constantes (M1) pode levar a erros consideráveis no caso de transitórios que sintonizem as frequências de ressonância da linha real que não são corretamente identificadas pela referida representação.

O efeito do solo pode também ser importante para a análise harmônica do sistema (projeto de filtros de harmônicos de frequência elevada) e conseqüentemente para estudos de qualidade de energia.

## CAPÍTULO 7: CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 7.1 CONCLUSÕES

Neste trabalho fizemos um estudo da influência da dependência com a frequência da condutividade e da parcela  $\omega\epsilon_g$  do solo no cálculo de parâmetros de linhas aéreas de transmissão na faixa de frequência de 0 a 2 MHz.

Nos parâmetros longitudinais foram comparados os cálculos obtidos pelo método do plano complexo modificado (DERI-M) e os obtidos através de integração numérica de formulações de Carson modificados (C/W/N-M).

Nos parâmetros transversais foram avaliados vários métodos de inclusão do efeito do solo encontrados na literatura, para o caso de condutor único acima do solo. Verificamos que algumas aproximações encontradas na literatura não representam de forma adequada a contribuição do solo, como por exemplo, as propostas por TESCHE, que aproxima a influência do solo na admitância transversal pela relação entre o coeficiente de propagação no solo e a impedância longitudinal por unidade de comprimento. Nas análises feitas para o caso de condutor único verificamos que os modelos que melhor representariam a contribuição do solo na admitância transversal seriam o método de aproximações sucessivas e o cálculo a partir da integração numérica das formulações de Carson (C/W/N-M), modificadas para inclusão do efeito do solo.

Das análises de sensibilidade da capacitância por unidade de comprimento considerando três casos distintos de representação dos parâmetros do solo - (i) solo com condutividade ( $\sigma_g$ ) constante e independente da frequência e  $\omega\epsilon_g$  nulo; (ii) solo com condutividade constante mais uma parcela com dependência em função da frequência hipoteticamente idêntica à parcela que contribuiria para o aumento da condutividade caso fosse considerado o modelo proposto, porém, neste caso com  $\omega\epsilon_g$  nulo; (iii) modelo proposto que considera a dependência de  $\sigma_g$  e  $\omega\epsilon_g$  com a frequência.

Conclui-se que:

---

- O erro percentual máximo entre a representação tradicional com solo ideal e o modelo proposto varia muito pouco, tanto para solos de baixa resistividade (0,23 % em 2 MHz) quanto para solos de alta resistividade (1,7 % em 118 kHz).

-A dependência de  $\omega\epsilon_g$  (que está relacionada com as correntes de deslocamento induzidas no solo) não tem muita influência no cálculo quando comparado com o modelo proposto: 0,1 % em 2 MHz para solos de baixa resistividade. Para solos de alta resistividade a influência da dependência de  $\omega\epsilon_g$  com a frequência resulta em diferenças maiores em relação ao modelo proposto - 2,82 % em 1,36 MHz.

- A parcela de  $\sigma_g$  que varia com a frequência tem influência significativa no cálculo das capacitâncias – faz o “modelo completo (C/W/N-M)” aproximar-se da condição de “solo ideal” com o aumento da condutividade devido a dependência deste parâmetro com a frequência, e quando não representada corretamente induz a um erro de modelagem considerável: máximo de 1,7 % em 1,36 MHz para solos de baixa resistividade e 14,1 % em 370 kHz para solos de alta resistividade.

Portanto, a condição de solo ideal apresenta-se “naturalmente” como uma boa aproximação para a capacitância transversal – que não deve ser avaliada com condutividade do solo constante – a condição que apresenta maior erro em relação ao “modelo completo (C/W/N-M)”. Quando é desejável ou indispensável uma maior precisão de cálculo recomenda-se a avaliação da capacitância por unidade com o “modelo completo (C/W/N-M)”. Nota-se que a diferença entre o modelo proposto e o modelo de solo ideal não ultrapassa os 2 % para este caso em particular.

Para o caso de linha trifásica foram avaliadas as diferenças entre as aproximações assintóticas das formulações de cálculo tendo como referência o modelo com menor grau de aproximação, Carson/Wise/Nakagawa modificado (C/W/N-M). Nota-se que o modelo DERI-M apresenta resultados com razoável precisão, quando comparado com o modelo C/W/N-M, para solos de baixa resistividade e frequências abaixo de 1 kHz. Porém a sua utilização se torna questionável para casos de solos de alta resistividade, os erros na resistência do modo não homopolares chega a valores que devem ser considerados em termos de precisão, acima de 20 % na faixa de 1 kHz a 2 MHz. O modelo DERI-M tem como vantagem em relação ao modelo C/W/N-M a fácil implementação computacional e menor tempo de processamento em detrimento de menor precisão que deve ser levado em consideração para cada caso em estudo.

---

Comparamos a diferença assintótica entre o cálculo efetuado através das formulações de Carson modificadas (C-M) em relação à Carson/Wise/Nakagawa modificado (C/W/N-M). As duas diferem pela consideração de propagação como um termo não nulo nas formulações C/W/N-M e igual a do ar na direção axial a do condutor. Verificamos que a diferença assintótica entre esses dois métodos de cálculo dos parâmetros longitudinais é muito pequena e não compromete a precisão. A diferença assintótica é maior para a resistência e seu valor máximo obtido é menor do que 0,9 % em solos de alta resistividade e pode ser desconsiderado no cálculo dos parâmetros longitudinais.

Verificamos a influência do solo no cálculo a admitância transversal comparando duas formulações de cálculo: o método de aproximações sucessivas modificado (ARISM-M) e diretamente através de integração numéricas das formulações de Carson/Wise/Nakagawa modificado (C/W/N-M). Os dois métodos de cálculo apresentaram resultados semelhantes. No modo não homopolar as diferenças percentuais entre M1 e M3 podem ser desconsideradas. A representação da dependência dos parâmetros do solo em função da frequência na capacitância do modo homopolar, causa um erro relativo entre M1 e M3 que não ultrapassa os 3,5 % (C/W/N-M) em toda a faixa de frequência. Comparando os dois modelos de cálculo verificamos que o erro relativo do modelo ARISM-M em relação ao modelo tradicional de cálculo é um pouco menor em relação ao erro relativo entre C/W/N-M e o modelo tradicional por se tratar de um método com maior grau de aproximações. A diferença entre os dois procedimentos de cálculo é menor que 2 %.

Comparamos diferentes representações do solo na avaliação dos parâmetros da linha de transmissão (M1, M2 e M3). A representação M1 considera a condutividade do solo constante e  $\omega\epsilon_g$  desprezível, uma condição de baixa frequência comumente utilizada na literatura. M2 considera a influência da dependência dos parâmetros do solo no domínio da frequência somente nos parâmetros longitudinais. M3 considera a influência da dependência dos parâmetros do solo no domínio da frequência nos parâmetros longitudinais e transversais. Através dos resultados gráficos e numéricos apresentados concluímos que há uma diferença considerável entre M1 e M2, especialmente acima de 1 kHz para os exemplos de solos de alta resistividade e 10 kHz para os exemplos de solos de baixa resistividade (Tabela 4.2.1). As diferenças são expressivas e devem ser consideradas. Comparando M2 e M3 verificamos que há uma pequena diferença entre estas duas representações em consequência da influência do

solo especialmente na capacitância unitária homopolar. Porém essa diferença é muito pequena e pode ser desconsiderada dependendo da precisão que se queira para o modelo da linha.

Analisando o ganho de tensão da linha em vazio verificamos que há uma diferença considerável entre as respostas de M1 e M2 ou M3 que deve ser levada em consideração numa análise de resposta transitória. As ressonâncias - que acontecem nos pólos da função de transferência - estão deslocadas quando comparados M1 e M2 ou M3, ou seja, o modelo M1 não representa de forma adequada a resposta da linha na faixa de frequência que estudamos. Na faixa acima de 10 kHz haverá casos em que poderá ocorrer, por exemplo, uma ressonância numa frequência de valor diferente daquela avaliada pela representação M1.

## 7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões de continuidade das pesquisas apresentadas nesta tese recomendamos as seguintes etapas:

- A coleta de amostras de solo ao longo de uma linha de transmissão real em operação no sistema elétrico para modelagem da dependência da frequência dos parâmetros do solo ao longo da mesma;
- Implementação dos modelos de cálculo de parâmetros de linhas de transmissão que levam em consideração a dependência com a frequência do solo em programas do tipo ATP e PSCAD para simulações no domínio do tempo;
- Avaliação de transitórios de manobra, faltas assimétricas, rejeições de cargas, energização de transformadores, dentre outros, num sistema real comparando as representações M1, M2 e M3. Para cada tipo de transitório comparar o espectro de frequência dos sinais; comparar resultados de campo e de simulação.
- Verificar a influência da dependência dos parâmetros do solo com a frequência na resposta transitória de linhas reais com as estruturas, isoladores, sistemas de aterramento e eventuais contrapesos devidamente representados;
- Verificar a validade da análise efetuada ao se considerar a linha como não transposta ou transposta em trechos reais;
- Verificar a influência da dependência dos parâmetros do solo no cálculo de parâmetros longitudinais e transversais, bem como, nos parâmetros de propagação de cabos subterrâneos.

- Levantamento dos parâmetros do solo em baixa frequência e no domínio da frequência de um local específico e estudo comparativo da influência da dependência dos parâmetros do solo com a frequência no desempenho de uma malha de aterramento quando submetida a correntes impulsivas.

---

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- SOMMERFIELD, A. (1909), The Propagation of Waves in Wireless Telegraphy, *Ann. Physik*, vol. 28, p. 65, 1909.
- DWIGHT, H. B. (1918), Skin Effect in Tubular and Flat Conductors, *AIEE Transactions*, Vol.37, pt. II, p.139-1403, 1918.
- CARSON, J. R. (1926), Wave Propagation in Overhead Wires, *Bell System Technical Journal*, vol. 5, pp.: 539-554, 1926.
- POLLACZEK, F. (1926), The Field due to a Single, Infinitely Long Alternating-Current Conductor (em alemão), *Elektrische Nachrichten-Techniek*, Berlin, Germany, vol. 3, Setembro de 1926, pp. 339-46
- HABERLAND, G. (1926), The Theory of Conduction of Alternating-Current Through the Earth (em alemão), *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, Berlin, Germany, Vol.6, Outubro de 1926, pp. 366-79
- CARSON, J.R. (1928), The Rigorous and Approximate Theories of Electrical Transmission Along Wires, *Bell System Technical Journal*, vol. 7, pp. 11-25, 1928.
- EVANS, H.P. (1930), A Two-Dimensional Boundary Value Problem for the Transmission of Alternating Currents through a Semi-Infinite Heterogeneous Conductivity System, *Physics Review*, New York, N.Y., vol. 36, nº 10, Novembro, 1930, pp. 1579-88.
- WISE, W. H. (1931), Effect of Ground Permeability on Ground Return Circuits, *Bell System Technical Journal*, New York, vol. 10, Julho, 1931, pp.: 472-484.
- GRAY, M.C. (1933), Mutual Impedance of Long Grounded Wires when the Conductivity of the Earth Varies Exponentially with Depth, *Physics*, New York, N.Y., vol. 4, nº 2, Fevereiro, 1933, pp.76-80
- WISE, W. H. (1934), Propagation of High-Frequency Currents in Ground Return Circuits, *Proceedings, Institute of Radio Engineers*, New York, N.Y., vol. 22, Abril, 1934, pp.: 522-27.
- WISE, W.H. (1948), Potential Coefficients for Ground Return Circuits, *Bell Syst. Tech. Journal*, 1948, Vol. 27, pp. 365-359.

- 
- SUNDE, E. D. (1948), *Earth Conduction Effects in Transmission Systems*, Princeton, New Jersey: Van Nostrand, 1948.
- KIKUCHI, H. (1956), Wave Propagation along Infinite Wire above Ground at High Frequencies, *ETJ of Japan*, 1956, pp. 73-78.
- ARISMUNANDAR, A. (1963), Capacitive Correction Factors for Transmission Lines to Include Finite Conductivity and Dielectric of the Earth, *Proceedings of the IEEE Summer General Meeting and Nuclear Radiation Effects Conference*, Toronto, Ont., Canadá, 16-21 de Junho, 1963, pp.: 436-455.
- ABRAMOWITZ, M., STEGUN I. A., (1965) *Handbook of Mathematical Functions*, *Dover Publications, New York*, 1965
- HEDMAN, D. E. (1965), Propagation on Overhead Transmission lines I – Theory of modal Analyses, and II – Earth Conduction effects and Practical Results, *Vol. PAS-84*, IEEE Power Apparatus and Systems, págs. 200-211, 1965.
- WAIT, J. R. (1972), Theory of Wave Propagation Along a Thin Wire Parallel to an interface, *Radio Science*, Vol. 7, nº 6, págs.: 675-679, Junho, 1972.
- WEDEPOHL, L. M., Wilcox, D. J., (1973) Transient Analysis of Underground Power-Transmission Systems: System-Model and Wave-Propagation Characteristics, *Proceedings of the IEE*, Vol. 120, nº2, Fevereiro, 1973.
- PAUL, C. R., (1975) Solutions of the transmission line equations for lossy conductors and ground, *Proceedings of the IEE (Londres)*, vol. 122, nº 2, pp.:177-182, Fevereiro, 1975.
- DUBANTON, C. (1976), Calcul Approche dès Parameters Primaires et secondaires d’une ligne de transport. Valeurs homopolaires”, *EDF Bulletin de la Direction dès Etudes et Recherches*, 1976
- WEDEPOHL, L. H. *et al* (1978), Wave Propagation in Transmission Lines Over Lossy Ground: a New, Complete Field Solution, *Proc. IEE*, vol. 126, nº 6, 1978, pp.: 505-510.
- EFTHYMIADIS, A. E. *et al*, (1978) Propagation Characteristics of Infinite-Long Single-Conductor Lines by the Complete Field Solution, *ibid.* 1978, vol. 125, nº 6, pp.: 511-17.



- 
- NAKAGAWA, M. (1981), Admittance Correction Effects of a Single Overhead Line, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No. 3, Março, 1981.
- NAKAGAWA, M. (1981), Further Studies on Wave Propagation Along Overhead Transmission Lines: Effects of Admittance Correction, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No. 7, Julho, 1981.
- DERI, A.; TEVAN, G.; SEMLYEN, A.; CASTANHEIRA, A. (1981), The Complex Ground Return Plane, a Simplified Model for Homogeneous and Multi-layer Earth Return, *IEEE Trans. PAS*, vol. 100, no. 8, pp.: 3686-3693, 1981.
- OLSEN, R. G., PANKASKIE, T.A. (1983) On The Exact, Carson and Image Theories for Wires at/or Above The Earth's Interface, *IEEE Transactions on Apparatus and Systems*, Vol. PAS-102, nº 4, Abril, 1983.
- SANTIAGO, N. (1983), Linhas Aéreas de Transmissão, UFRJ, 1983.
- TESCHE, F. M. (1992), Comparison of the transmission line and scattering models for computing the HEMP response of overhead cables, *IEEE Trans. Electromagn. Compatibility*, vol. 34, Maio, 1992.
- D'AMORE, M. D., SARTO, M.S. (1983) Simulation Models of a Dissipative Transmission Line Above a Lossy Ground for a Wide-Frequency Range - Parte I and II: Single and Multiconductor Configuration, *IEEE Transactions on EMC*, Vol. 38, nº 2, Maio, 1983.
- RACHIDI, F.; NUCCI, C. A.; IANOZ, M.; MAZZETTI, C. (1996), Influence of a Lossy Ground on Lightning-induced Voltages on Overhead Lines, *IEEE Transactions on EMC*, vol.38, No. 2, Agosto, 1996.
- PORTELA, C. (1997), Frequency and Transient Behavior of Grounding Systems I- Physical and Methodological Aspects, *Proceedings 1997 International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pp.: 380-384, Agosto, 1997, EUA.
- PORTELA, C. (1997) Frequency and transient behavior of grounding systems. II. Practical application examples, *Proceedings of the IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pp.: 385-390, 18-22 Agosto, 1997.

- PORTELA, C. (1999), Measurement and Modeling of Soil Electromagnetic Behavior, *Proceedings IEEE 1999 International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC Society*, pp.: 1004-1009, Agosto, 1999, EUA.
- PORTELA, C. (2000), Grounding Requirement to Assure People and Equipment Safety Against Lightning, *Proceedings IEEE 2000 International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pp.: 969-974, Agosto, 2000, Washington DC, EUA.
- PORTELA, C. (2002), TAVARES, M.; Modeling, Simulation and Optimization of Transmission Lines. Applicability and Limitations of Some Used Procedures - Transmission and Distribution 2002, *IEEE Institute of Electrical and Electronic Engineers - PES Society*, 38 p., Invited speech, was available at: <http://www.ieee.org/pesTD2002>, São Paulo, Brasil, Março, 2002
- PORTELA, C., TAVARES, M.C., PISSOLATO, J. (2003), Accurate Representation of Soil Behaviour for Transient Studies, *IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 150/6, pp.: 734-744, Nov. 2003.
- ARRUDA, C. K. da Costa, (2003) Modelagem de linhas de transmissão para análise de comportamento quanto a descargas atmosféricas, Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2003.
- GERTRUDES, J. B., TAVARES, M.C., PISSOLATO, J., PORTELA C. (2004), Modelling of Soil Electromagnetic Behaviour in Frequency Domain, *Proc. of the 27th International Conference on Lightning Protection*, Avignon-France, v. 2 , 566-571, setembro, 2004.
- PORTELA, C.; GERTRUDES, J. B.; TAVARES, M. C; PISSOLATO J. (2005), “Earth Conductivity and Permittivity Data Measurements –Influence in Transmission Line Transient Performance”, *Proceedings of the International Conference on Power Systems Transients (IPST’05)*, 19-23 de Junho, 2005.
- GERTRUDES, J. B., TAVARES, M.C., PISSOLATO, J., PORTELA C. (2005) Medição e Avaliação da Condutividade e Permissividade no Domínio da Frequência de Amostras de Solo da Região de Cachoeira Paulista SP, *Anais do XVIII SNPTEE, Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, SP/GSC/071, 6 págs , Curitiba PR, 2005.

- 
- GERTRUDES, J. B., (2005) Comportamento eletromagnético do solo no domínio da frequência: Tratamento de dados de campo e influência no desempenho transitório de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica, *Dissertação de mestrado*, FEEC/UNICAMP, Campinas, 2005.
- KUROKAWA, S., PISSOLATO, J., TAVARES, M.C., PORTELA, C., PRADO, A. (2005) Behavior of overhead Transmission line Parameters on the Presence of Ground Wires, *IEEE Transactions on EMC on Power Delivery*, Vol. 20, No. 2, Abril, 2005
- PORTELA, C.; GERTRUDES, J. B.; TAVARES, M. C.; PISSOLATO, J. (2006), Earth Conductivity and Permittivity Data Measurements - Influence in Transmission Line Transient Performance. *Electric Power Systems Research*, v. 76, n. 2006, pp.: 907-915, 2006.
- DE LIMA, A.C.S.; PORTELA, C.; “Inclusion of Frequency-Dependent Soil Parameters in Transmission-Line Modeling”, *IEEE Transaction on Power Delivery*, Volume 22, Issue 1, Janeiro, 2007, pp.: 492 - 499.

**ANEXO A: DETALHES, CONSIDERAÇÕES E SUPOSIÇÕES NO CÁLCULO DAS  
MATRIZES DE IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL**

## A.1 – CÁLCULO DA MATRIZ DE IMPEDÂNCIA LONGITUDINAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO

### A.1.1 - CÁLCULO DA MATRIZ DE IMPEDÂNCIA INTERNA LONGITUDINAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO

Considere um condutor tubular, com seção reta em forma de coroa circular, com raio interno  $R_0$  e externo  $R_1$ , conforme ilustrados na Figura A.1.1.1 (uma idealização de um cabo ASCR que é composto por fios encordoados de alumínio com alma de aço). Suponha que a distância entre este condutor e qualquer outro do mesmo feixe ou dos feixes das fases vizinhas, seja muito maior que o raio externo do condutor. Da mesma forma, suponha que a distância entre o condutor e o solo seja muito maior do que o raio externo do mesmo. Para estas condições pode-se analisar os efeitos dos campos  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  no condutor isolado.

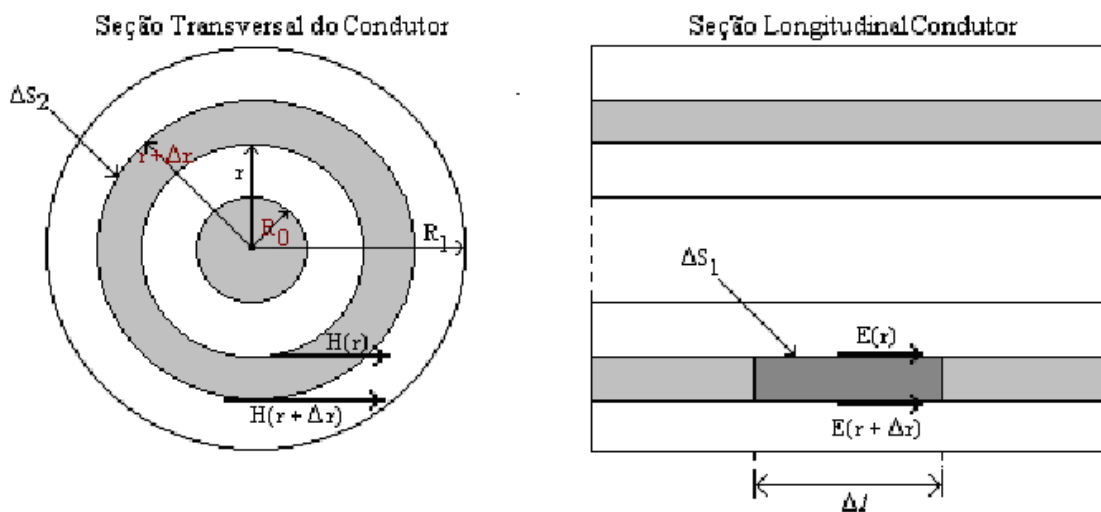


Figura A.1.1.1– Condutor circular: corte transversal e longitudinal.

Aplicando a equação de Maxwell na forma integral, considerando regime senoidal com frequência angular  $\omega$ , e que o comprimento de onda do sinal é muito maior que as dimensões transversais do condutor ( $\oint_{\gamma} (\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}) = -j\omega \int_s (\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s})$ ) na superfície  $\Delta S_1$ , obtém-se:

$$\Delta l [\mathbf{E}(r + \Delta r) + \mathbf{E}(r)] = j\omega (B \Delta l \Delta r) \quad (\text{A.1.1.1})$$

Quando  $\Delta r$  tende a zero, se considerarmos a intensidade de campo magnético no condutor variando senoidalmente no tempo e sabendo que a relação  $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$  no condutor é

linear<sup>1</sup>, nestas condições obtemos a equação diferencial (ou pontual) que modela a dinâmica do campo elétrico no interior do condutor:

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} = j\omega\mu \mathbf{H} \quad (\text{A.1.1.2})$$

Aplicando a equação de Maxwell na forma integral à superfície  $\Delta S_2$ , desprezando as correntes de deslocamento no condutor<sup>2</sup> ( $\oint_{\gamma} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s}$ ), tem-se:

$$2\pi(r + \Delta r)(H(r + \Delta r)) - 2\pi r H(r) = J 2\pi r \Delta r \quad (\text{A.1.1.3})$$

Analogamente ao caso anterior de quando  $\Delta r$  tende a zero, obtemos equação diferencial, sabendo que  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ , que modela a dinâmica do campo magnético no interior do condutor:

$$r \frac{\partial H(r)}{\partial r} + H(r) = \sigma E \quad (\text{A.1.1.4})$$

Substituindo A.1.1.4 em A.1.1.2 obtém-se a equação diferencial de segunda ordem que rege o comportamento do campo elétrico no interior do condutor em função da variável adimensional  $\rho(r) = r\sqrt{j\omega\mu\sigma}$  :

$$\rho^2 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial^2 r} + \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} - \rho^2 \mathbf{E} = 0 \quad (\text{A.1.1.5})$$

A solução da equação (A.1.1.5) é da forma (SANTIAGO, 1983):

$$E = C_1 I_0(\rho) + C_2 K_0(\rho) \quad (\text{A.1.1.6})$$

Onde  $C_1$  e  $C_2$  são constantes que dependem de valores de contorno, e  $I_0$  e  $K_0$  são respectivamente as funções modificadas de Bessel de primeira e segunda espécie, ordem zero.

Substituindo (A.1.1.6) em (A.1.1.4) obtém-se a equação da intensidade de campo magnético  $\mathbf{H}$  no interior do condutor na forma:

$$H = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{d}{dr} [C_1 I_0(\rho) + C_2 K_0(\rho)] \quad (\text{A.1.1.7})$$

<sup>1</sup> Em condições transitórias as correntes que fluem pelos cabos podem levá-los a região de saturação e a condição de operação linear pode levar a resultados que não condizem com a realidade dos fatos.

<sup>2</sup> O condutor é considerado com condutividade finita para o cálculo da impedância interna.

Como  $\frac{d}{d\rho} I_0(\rho) = I_1(\rho)$  e  $\frac{d}{d\rho} K_0(\rho) = -K_1(\rho)$  por conta das propriedades das funções de Bessel podemos reescrever a equação (A.1.1.7) de  $\mathbf{H}$  na forma:

$$H = \sqrt{\frac{\sigma}{j\omega\mu}} [C_1 I_1(\rho) - C_2 K_1(\rho)] \quad (\text{A.1.1.8})$$

As constantes  $C_1$  e  $C_2$  podem ser determinadas pelas duas condições de contorno:

- O campo magnético é nulo para  $r = R_0$ ;
- As correntes no condutor são nulas para  $r < R_0$ , por hipótese adotada.

Pela primeira condição de contorno (substituindo na equação A.1.1.8), obtêm-se a relação:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{K_1(\rho_0)}{I_1(\rho_1)} \quad (\text{A.1.1.9})$$

onde:

$$\rho_0 = R_0 \sqrt{j\omega\mu\sigma} \quad (\text{A.1.1.10})$$

A corrente total no condutor é dada por;

$$I = \int_S J ds = \int_{R_0}^{R_1} \sigma E ds = \int_{R_0}^{R_1} \sigma E 2\pi r dr = 2\pi\sigma \int_{R_0}^{R_1} E r dr \quad (\text{A.1.1.11})$$

com  $\rho = r\sqrt{j\omega\mu\sigma} \Rightarrow \frac{dr}{d\rho} = \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu\sigma}}$  a expressão (A.1.1.11) pode ser reescrita com na forma:

$$I = \frac{2\pi}{j\omega\mu} \int_{\rho_0}^{\rho_1} \rho [C_1 I_0(\rho) + C_2 K_0(\rho)] d\rho \quad (\text{A.1.1.12})$$

como:

$$\frac{d}{d\rho} (\rho I_1(\rho)) = \rho I_0(\rho) \text{ e } \frac{d}{d\rho} (\sigma K_1(\rho)) = -\rho K_0(\rho) \quad (\text{A.1.1.13})$$

$$I = \frac{2\pi}{j\omega\mu} \left\{ [C_1 \rho I_0(\rho)]_{\rho_0}^{\rho_1} - [C_2 \rho K_0(\rho)]_{\rho_0}^{\rho_1} \right\} \quad (\text{A.1.1.14})$$

cuja solução é da forma:

$$I = \frac{2\pi\rho_1}{j\omega\mu} C_1 \left[ I_1(\rho_1) - I_1(\rho_0) \frac{K_1(\rho_1)}{K_0(\rho_1)} \right] \quad (\text{A.1.1.15})$$

Desta relação e da equação A.1.1.9 obtêm-se as constantes  $C_1$  e  $C_2$ :

$$C_1 = \frac{j\omega\mu}{2\pi\rho_1} \frac{K_1(\rho_0)}{I_1(\rho_1)K_1(\rho_0) - I_1(\rho_0)K_1(\rho_1)} I \quad (\text{A.1.1.16})$$

$$C_2 = \frac{j\omega\mu}{2\pi\rho_1} \frac{I_1(\rho_0)}{I_1(\rho_1)K_1(\rho_0) - I_1(\rho_0)K_1(\rho_1)} I \quad (\text{A.1.1.17})$$

A relação entre o campo elétrico longitudinal na superfície exterior do condutor e a corrente  $I$  é a impedância longitudinal por unidade de comprimento do condutor, ou seja,  $Z_{\text{int}} = \frac{E(\rho_1)}{I}$ . Desta forma, a impedância interna do condutor, considerando cabo de alumínio com alma de aço (ACSR), com a seção reta em forma de coroa circular, de raio interno  $R_0$  e externo  $R_1$  é dada pela expressão:

$$Z_{\text{int},k,k} = \sqrt{\frac{j\omega\mu_c}{\sigma_c}} \frac{1}{2\pi R_1} \frac{I_0(\rho_1)K_1(\rho_0) + K_0(\rho_1)I_1(\rho_0)}{I_1(\rho_1)K_1(\rho_0) - I_1(\rho_0)K_1(\rho_1)} \quad (\text{A.1.1.18})$$

para  $k = m$  e  $I_0, I_1, K_0, K_1$  são as funções modificadas de Bessel de primeira espécie (I) e segunda espécie (K) e ordem zero e um, respectivamente;

onde:

$$\rho_0 = R_0 \sqrt{j\omega\mu_c \sigma_c} = R_0 \sqrt{\omega\mu_c \sigma_c} e^{j\frac{\pi}{4}} \quad (\text{A.1.1.19})$$

$$\rho_1 = R_1 \sqrt{j\omega\mu_c \sigma_c} = R_1 \sqrt{\omega\mu_c \sigma_c} e^{j\frac{\pi}{4}} \quad (\text{A.1.1.20})$$



## A.1.2 - CÁLCULO DA MATRIZ DE IMPEDÂNCIA EXTERNA LONGITUDINAL POR UNIDADE DE COMPRIMENTO NA CONDIÇÃO DE SOLO E CONDUTORES IDEAIS – MÉTODO DAS IMAGENS

Considere o mesmo condutor da seção anterior de raio externo  $R_1$ , a uma altura  $H$  do solo,  $H \gg R_1$ , conforme ilustração da Figura A.1.2.1. Suponha que o solo ideal ( $\sigma \rightarrow \infty$ ) e o condutor perfeito.

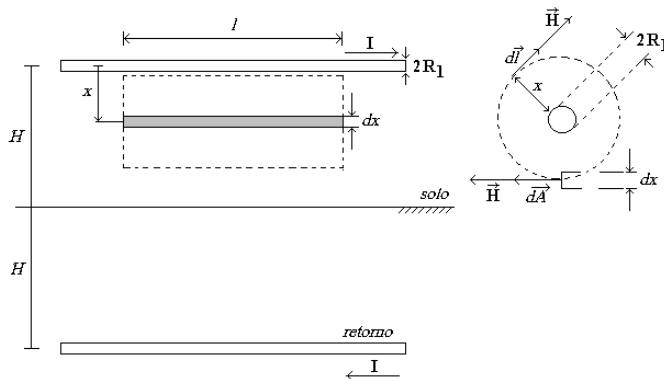


Figura A.1.2.1 – Ilustração para o cálculo da reatância própria de um condutor ideal sob solo ideal

No condutor circula uma corrente  $I$  Ampères. As linhas de fluxo são círculos concêntricos ao condutor e todo o fluxo encontra-se entre o ponto  $r = R_1$  e  $r = H$ . Num elemento tubular distante  $x$  do centro do condutor a intensidade de campo magnético é  $H_x$ . A força magnetomotriz em torno do elemento tubular será  $FMM = 2\pi x H_x$ , que é facilmente calculada aplicando a lei de “Gauss magnética” ou lei de Ampère à superfície gaussiana ilustrada na figura A.1.2.1. Desprezando as correntes de deslocamento no meio ar<sup>1</sup>, teremos:

$$\oint_{\gamma} H dl = \int_S J ds \Rightarrow H_x = \frac{I}{2\pi r} \quad \text{e a densidade de fluxo } B_x = \frac{\mu I}{2\pi x} \quad (\text{A.1.2.1})$$

Desta forma o fluxo magnético  $d\phi$  no elemento tubular de espessura  $dx$  é dado por:

$$d\phi = B \cdot dA = \frac{\mu I}{2\pi x} l dx \quad (\text{A.1.2.2})$$

O fluxo magnético  $d\phi'$  no elemento tubular por unidade de comprimento será:

$$d\phi' = \frac{\mu I}{2\pi x} dx \quad (\text{A.1.2.3})$$

<sup>1</sup> Além de assumir neste cálculo tradicional o condutor perfeito, assume-se o ar como dielétrico perfeito cuja permeabilidade magnética é igual a do vácuo.

Considerando o método das imagens, o fluxo magnético por unidade de comprimento resultante entre o condutor e o solo, é a superposição do fluxo devido ao condutor e à sua imagem:

$$d\phi' = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx + \frac{\mu_0 I}{2\pi(2H-x)} dx \quad (\text{A.1.2.4})$$

E o fluxo total entre o condutor e o solo por unidade de comprimento será dado por integração de (A.1.4) de  $R_1$  até  $H$ :

$$\phi = \int_{R_1}^H \left( \frac{\mu I}{2\pi x} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(2H-x)} \right) dx = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{2H - R_1}{R_1} \quad (\text{A.1.2.5})$$

Admitindo-se a hipótese de  $H \gg R_1$

$$\phi = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{2H}{R_1} \quad (\text{A.1.2.6})$$

Logo a indutância  $L$  por unidade de comprimento é  $L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{2H}{R_1}$  e

conseqüentemente  $X_{ext} = \omega L$  a reatância é da forma:

$$X_{ext} = \frac{\omega \mu}{2\pi} \ln \frac{2H}{R_1} \quad (\text{A.1.2.7})$$

Considere o caso de dois condutores paralelos entre si e ao solo, de raio  $R_1$  e  $R_2$ , situados a uma altura  $H_1$  e  $H_2$ , em relação ao solo e distantes na horizontal de uma distância  $y$ , como mostra a Figura A.1.2.2, com o condutores 1 e 2 nas posições  $k$  e  $m$ , respectivamente. Novamente considerando o solo ideal (com condutividade infinita) e condutor perfeito.

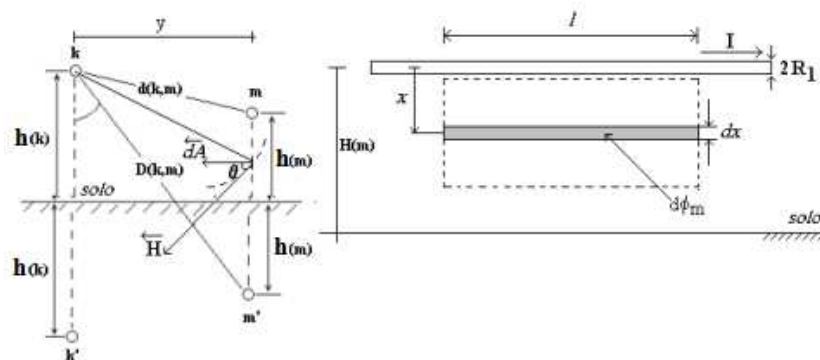


Figura A.1.2.2 – Ilustração para o cálculo da reatância mútua entre dois condutores ideais sobre solo ideal

A densidade de fluxo magnético produzido pela corrente que circula no condutor 1 e que enlaça o condutor 2 é calculado de forma análoga ao caso anterior e é dada por:

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r} = \frac{\mu I}{2\pi\sqrt{y^2 + (H_1 - H_2 + x)^2}} \quad (\text{A.1.2. 8})$$

onde I é a corrente no condutor 1.

O diferencial de fluxo magnético mútuo  $d\phi_m$  no elemento tubular será:

$$d\phi_m = B dA \cos \theta$$

$$d\phi_m = \frac{\mu I}{2\pi\sqrt{y^2 + (H_1 - H_2 + x)^2}} dA \frac{H_1 - H_2 + x}{2\pi\sqrt{y^2 + (H_1 - H_2 + x)^2}} \quad (\text{A.1.2. 9})$$

O fluxo magnético mútuo  $d\phi_{m1}$  no elemento tubular por unidade de comprimento será:

$$d\phi_{m_1} = \frac{\mu I (H_1 - H_2 + x)}{2\pi (y^2 + (H_1 - H_2 + x)^2)} dx \quad (\text{A.1.2. 10})$$

O fluxo que enlaça o condutor 2 e o solo será a superposição do fluxo devido ao condutor 1 e à sua imagem:

$$d\phi_m = \frac{\mu I (H_1 - H_2 + x)}{2\pi (y^2 + (H_1 - H_2 + x)^2)} dx + \frac{\mu I (H_1 + H_2 - x)}{2\pi (y^2 + (H_1 + H_2 - x)^2)} dx \quad (\text{A.1.2. 11})$$

Desta forma o fluxo mútuo total por unidade de comprimento será:

$$\phi_m = \int_{R_2}^{H_2} d\phi_m \quad (\text{A.1.2. 12})$$

$$= \int_{R_2}^{H_2} \frac{\mu I (H_1 - H_2 + x)}{2\pi (y^2 + (H_1 - H_2 + x)^2)} dx + \int_{R_2}^{H_2} \frac{\mu_0 I (H_1 + H_2 - x)}{2\pi (y^2 + (H_1 + H_2 - x)^2)} dx$$

$$\phi_m = \frac{\mu I}{4\pi} \left\{ \ln(y^2 + (H_1 - H_2 + x)^2) - \ln(y^2 + (H_1 + H_2 - x)^2) \right\}_{R_2}^{H_2} \quad (\text{A.1.2. 13})$$

$$\phi_m = \frac{\mu I}{4\pi} \left\{ \ln \left( \frac{y^2 + (H_1 + H_2 - R_2)^2}{y^2 + (H_1 - H_2 + R_2)^2} \right) \right\} \quad (\text{A.1.2. 14})$$

Admitindo a hipótese de  $H_1$  e  $H_2 \gg R_2$ :

$$\phi_m = \frac{\mu I}{4\pi} \left\{ \ln \left( \frac{y^2 + (H_1 + H_2)^2}{y^2 + (H_1 - H_2)^2} \right) \right\} \quad (\text{A.1.2. 15})$$

Com  $D^2 = y^2 + (H_1 + H_2)^2$  e  $d^2 = y^2 + (H_1 - H_2)^2$  (veja Figura A.1.2.2):

$$\varphi_m = \frac{\mu I}{4\pi} \left\{ \ln \left( \frac{D}{d} \right)^2 \right\} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \left( \frac{D}{d} \right) \quad (\text{A.1.2. 16})$$

Portanto, a expressão geral para o cálculo da reatância devido ao retorno pelo solo com condutividade infinita obtida pelo método da imagem, tendo o solo como “espelho”, é dada por:

$$Z_{ext\ k,m} = j \frac{\omega \mu}{2\pi} (A_{k,m}) ; \quad A_{k,m} = \ln \left( \frac{D_{k,m}}{d_{k,m}} \right) \quad (\text{A.1.2. 17})$$

onde [D] é a matriz de distâncias entre o condutor k e a imagem do condutor m, como mostrado na Figura A.1.2.3,  $\mu$  a permeabilidade magnética do ar que é aproximadamente igual ao do vácuo e [d], a matriz de distâncias entre o condutor k e m<sup>1</sup>. A matriz [A] é denominada matriz de coeficientes de potencial. Por análise a esta expressão (A.1.2.17) acima, podemos observar que [Z<sub>ext</sub>] é puramente imaginário, ou seja, só contribui na parte reativa da matriz de parâmetros. É função apenas da geometria da linha e da frequência do sinal.

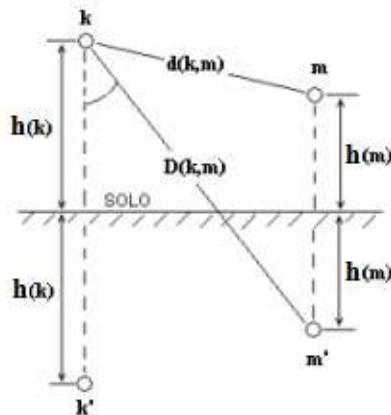


Figura A.1.2. 3 - Ilustração para o cálculo da impedância devido ao retorno pelo solo, caso de dois condutores (k, m) e respectivas imagens (k', m').

<sup>1</sup> Nota-se que:  $D_{k,k} = 2H$  e  $d_{k,k}$  é o raio do k-ésimo condutor