

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Contribuições Teóricas para Ambientes Generalizados do Canal sem Fio

Autor: Daniel Benevides da Costa

Orientador: Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: **Engenharia Elétrica**.

Banca Examinadora

Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub DECOM/FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Hélio Waldman Universidade Federal do ABC/UNICAMP
Prof. Dr. Paulo Cardieri DECOM/FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Humberto Abdalla Júnior UnB
Prof. Dr. Sílvio Ernesto Barbin USP

Campinas, SP

Junho/2008

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

C823c Costa, Daniel Benevides da
Contribuições teóricas para ambientes generalizados do canal sem fio / Daniel Benevides da Costa. –Campinas, SP: [s.n.], 2008.

Orientador: Michel Daoud Yacoub.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistemas de comunicação sem fio. 2. Rádio - Transmissores e transmissão - desvanecimento. 3. Correlação (Estatística). 4. Comunicações digitais. 5. Variáveis aleatórias. I. Yacoub, Michel Daoud. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Título em Inglês: Theoretical contributions for generalized scenarios of wireless channels

Palavras-chave em Inglês: Generalized fading scenarios, channel characterization
Diversity, Higher order statistics, Approximations methods
Performance metrics.

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática.

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica.

Banca examinadora: Hélio Waldman, Paulo Cardieri, Humberto Abdalla Júnior e Sílvio Ernesto Barbin.

Data da defesa: 06/06/2008

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

Candidato: Daniel Benevides da Costa

Data da Defesa: 6 de junho de 2008

Título da Tese: "Contribuições Teóricas para Ambientes Generalizados do Canal sem Fio"

Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub (Presidente): Michel Daoud Yacoub

Prof. Dr. Humberto Abdalla Júnior: Humberto Abdalla Júnior

Prof. Dr. Silvio Ernesto Barbin: Silvio Ernesto Barbin

Prof. Dr. Hélio Waldman: Hélio Waldman

Prof. Dr. Paulo Cardieri: Paulo Cardieri

Resumo

Recentemente, três novos modelos probabilísticos de canal, modelos α - μ , η - μ e κ - μ , foram propostos com o intuito de prover uma análise mais realística do sinal propagante. Por apresentarem um grau de liberdade a mais que os demais já existentes na literatura, um melhor ajuste a medidas de campo verificou-se com a utilização dos mesmos. Esta tese provê uma caracterização estatística para estes modelos de desvanecimento generalizados. Tal caracterização engloba tanto estatísticas de primeira como de segunda ordem. Aproximações simples e precisas para a soma de variáveis e processos aleatórios são propostas. Inúmeras métricas de desempenho em ambientes com e sem diversidade na recepção são investigadas de forma exata e aproximada. Dentre estas, podemos citar: probabilidade de *outage*, taxa de erro de bit, capacidade de canal, taxa de cruzamento de nível, duração média de desvanecimento, dentre outras. Além disso, mostra-se também qual das distribuições generalizadas melhor aproxima a soma de variáveis e processos Nakagami- m , uma vez que todas incluem Nakagami- m como caso especial. Finalmente, expressões exatas e aproximadas para a taxa de cruzamento de nível de canais Weibull correlacionados e não idênticos em receptores multirramos são apresentadas.

Palavras-chave: Ambientes de desvanecimento generalizados, caracterização de canal, diversidade, estatísticas de ordem superior, métodos de aproximação, métricas de desempenho.

Abstract

Recently, three new channel models, α - μ , η - μ and κ - μ , were proposed with the aim to provide a more realistic analysis of the propagate signal. Due to they have one degree of freedom more than those already existing in the literature, a better adjust to field measurement data was attested with their use. This thesis deals with the statistical characterization of these generalized fading models. Such a characterization includes both first and second order statistics. Simple and precise approximations to the sum of random variables and processes are proposed. Several performance metrics in scenarios with and without diversity are investigated in an exact and approximate manner. Among them, we may cite: outage probability, bit error probability, channel capacity, level crossing rate, average fade duration, such others. Furthermore, it is shown what is the generalized distribution that better approximate the sum of Nakagami- m variates and processes, once that all of them include Nakagami- m as special case. Finally, exact and approximate expressions for the crossing rates of non-identical correlated Weibull channels in multibranch receivers are presented.

Keywords: Generalized fading scenarios, channel characterization, diversity, higher order statistics, approximation methods, performance metrics.

Aos meus pais, esposa, filho e avós.

Agradecimentos

Primeiramente, a Deus por ter iluminado meus caminhos e permitido que eu chegasse até aqui.

Ao meu orientador Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub por tudo que me ensinou desde a época do mestrado. Boa parte do conhecimento técnico que tenho hoje devo à excelente orientação que recebi. Sou eternamente grato a ele.

Aos membros da banca examinadora pelas críticas e sugestões que melhoraram consideravelmente a leitura e a qualidade desta tese.

Aos meus colegas do laboratório Wisstek pela convivência diária que, de uma maneira ou de outra, contribuíram para a elaboração desta tese. Em especial, agradeço aos amigos de longa data Ugo e Cândido.

Aos demais colegas da Unicamp pelo bom convívio nestes anos de pós-graduação.

Aos meus tios, tias, primos e primas pelo apoio durante essa jornada, em especial agradeço ao tio Marcos pelos inúmeros conselhos e incentivos.

Aos meus pais e avós por terem me formado como pessoa e terem me fornecido todas as condições para eu alcançar os objetivos almejados. Em especial, agradeço a minha mãe e a minha avó Mozarina.

Ao meu filho Davi por ser tudo em minha vida.

A minha esposa Edneida pelo apoio durante estes anos de labuta.

À FAPESP, pelo apoio financeiro.

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xv
Lista de Siglas	xvii
Trabalhos Publicados Pelo Autor	xix
1 Introdução	1
1.1 O Sinal em Comunicações sem Fio	1
1.2 Distribuições Generalizadas de Desvanecimento	2
1.3 Sistemas com Diversidade	3
1.3.1 Métodos de Combinação	4
1.4 Objetivos e Descrição dos Capítulos	5
2 Formulações Aproximadas em Forma Fechada para a Soma de Variáveis Aleatórias Generalizadas e Aplicações em Métricas de Desempenho	7
2.1 Modelos de Canal α - μ , η - μ e κ - μ	8
2.2 Soma de Variáveis i.i.d - Formulações Aproximadas	12
2.3 Aplicações - Receptores EGC multirramos	18
2.3.1 Probabilidade de Outage	19
2.3.2 Probabilidade de Erro de Bit Média	22
2.4 Aplicações - Receptores MRC multirramos	27
2.5 Conclusões	32
3 Estatísticas de Segunda Ordem para Canais de Desvanecimento η-μ: Teoria e Aplicações	33
3.1 Preliminares	34
3.2 Taxa de Cruzamento de Fase	34
3.3 Taxa de Cruzamento de Nível e Duração Média de Desvanecimento	36
3.4 Aplicações	40
3.4.1 LCR e AFD - Receptores MRC multirramos em Canais Hoyt	41
3.4.2 LCR e AFD - Receptores EGC multirramos em Canais Hoyt	42
3.5 Conclusões	43

4	Distribuição η-μ Conjunta da Envoltória e Fase	45
4.1	Formulação e Cálculo	45
4.2	Algumas Discussões e Resultados Numéricos	47
4.3	Aplicações	47
4.4	Conclusões	51
5	Taxa de Cruzamento de Nível e Duração Média de Desvanecimento para Canais Generalizados usando Técnicas de Diversidade por Combinação na Recepção	53
5.1	Estatísticas Condicionais da Derivada Temporal da Envoltória em Cada Ramo de Diversidade	54
5.2	Formulações Exatas para a LCR e AFD de Receptores Multirramos PSC	58
5.3	Formulações Exatas para a LCR e AFD de Receptores Multirramos EGC	60
5.4	Formulações Exatas para a LCR e AFD de Receptores Multirramos MRC	65
5.5	Comparação entre as Técnicas PSC, EGC e MRC	69
5.6	Formulações Aproximadas para a LCR e AFD de Receptores Multirramos EGC e MRC	72
5.7	Conclusões	76
6	Soma de Variáveis e Processos Nakagami-m Arbitrários - A Melhor Estratégia de Aproximação	81
6.1	Proposta - Formulação Geral e Unificada	82
6.2	Aplicações	83
6.3	Resultados Numéricos	83
7	Capacidade de Canal e Funções Geradoras de Momento para Ambientes Generalizados	89
7.1	Funções Geradoras de Momento	90
7.1.1	Possível Aplicação - Taxa de Erro Média	91
7.2	Capacidade de Canal	94
7.2.1	Capacidade de Canal para um parâmetro m de Nakagami fixo	96
8	Formulações Exatas e Aproximadas para a Taxa de Cruzamento de Nível de Receptores Multirramos em Canais Weibull Correlacionados e Não-Idênticos	99
8.1	Modelo de Sistema	100
8.2	Taxa de Cruzamento de Nível	100
8.3	Média e Variância de \hat{R} dado \mathbf{Z}	104
8.4	Formulações Aproximadas	106
8.5	Resultados Numéricos e Discussões	107
9	Perspectivas de Investigações Futuras	111
	Referências bibliográficas	113
A	Propriedades de Soma de RVs α-μ	121
B		123

Lista de Figuras

2.1	PDF da soma de 4 RVs α - μ i.i.d com potências unitária ($\mu_i = 2.5$).	14
2.2	PDF da soma de RVs η - μ i.i.d com potências unitária ($M = 2, 4; \mu_i = 2.5$; linhas sólidas \rightarrow exato; círculos \rightarrow aproximação).	16
2.3	PDF da soma de RVs κ - μ i.i.d com potências unitária ($M = 2, 4; \mu_i = 2.5$; linhas sólidas \rightarrow exato; círculos \rightarrow aproximação).	18
2.4	OP de receptores EGC em canais α - μ ($M = 4; \mu_i = 2; \hat{r}_i = 1$).	20
2.5	OP de receptores EGC em canais η - μ ($M = 2, 4; \mu_i = 2.5; \hat{r}_i = 1$; linhas sólidas \rightarrow exato; círculos \rightarrow aproximação).	21
2.6	OP de receptores EGC em canais κ - μ ($M = 2, 4; \mu_i = 2.5; \hat{r}_i = 1$; linhas sólidas \rightarrow exato; círculos \rightarrow aproximação).	22
2.7	ABEP de receptores EGC em canais α - μ (DBPSK, NBFSK; $M = 4; \mu_i = 2; \hat{r}_i = 1$).	24
2.8	ABEP de receptores EGC em canais η - μ (DBPSK; $M = 2, 4; \mu_i = 2.5; \hat{r}_i = 1$).	26
2.9	ABEP de receptores EGC em canais η - μ (NBFSK; $M = 2, 4; \mu_i = 2.5; \hat{r}_i = 1$).	26
2.10	ABEP de receptores EGC em canais κ - μ (DBPSK; $M = 2, 4; \mu_i = 2.5; \hat{r}_i = 1$).	28
2.11	ABEP de receptores EGC em canais κ - μ (NBFSK; $M = 2, 4; \mu_i = 2.5; \hat{r}_i = 1$).	28
2.12	OP de receptores MRC em canais α - μ ($M = 4; \mu_i = 2; \hat{r}_i = 1$).	31
2.13	ABEP de receptores MRC em canais α - μ (DBPSK, NBFSK; $M = 4; \mu_i = 2; \hat{r}_i = 1$).	32
3.1	PCR de canais η - μ ($\eta = 0.5$).	37
3.2	Comparação entre as curvas teóricas e simuladas da PCR de canais η - μ (linhas sólidas \rightarrow teórico, círculos \rightarrow simulação).	37
3.3	LCR de canais η - μ ($\eta = 0.5$).	39
3.4	LCR de canais η - μ ($\mu = 0.6$).	40
3.5	Comparação entre as curvas teóricas e simuladas da LCR de canais η - μ ($\eta = 0.5$, linhas sólidas \rightarrow teórico, círculos \rightarrow simulação).	41
3.6	Comparação entre as curvas teóricas e simuladas da LCR de canais η - μ ($\mu = 1$, linhas sólidas \rightarrow teórico, círculos \rightarrow simulação).	42
3.7	LCR e AFD de receptores multirramos EGC operando em canais Hoyt.	44
4.1	PDF da fase de canais η - μ ($\eta = 0.5$).	48
4.2	PDF da fase de canais η - μ ($\mu = 0.6$).	48
4.3	PDF da fase de canais η - μ - coordenadas polares ($\eta = 0.5$).	49
4.4	PDF da derivada temporal da envoltória η - μ ($\mu = 2$).	50
4.5	PDF da derivada temporal da envoltória η - μ ($\eta = 1$).	50

5.1	LCR e AFD para receptores PSC em canais α - μ i.i.d ($\alpha_i = 1.5, \mu_i = 2$).	60
5.2	LCR e AFD para receptores PSC em canais η - μ i.i.d ($\eta_i = 0.5, \mu_i = 2$).	61
5.3	LCR e AFD para receptores PSC em canais κ - μ i.i.d ($\kappa_i = 1.5, \mu_i = 2$).	61
5.4	LCR e AFD para receptores EGC em canais α - μ i.i.d ($M = 2, \alpha_i = 1.5, \hat{r}_i = 1$). . .	65
5.5	LCR e AFD para receptores EGC em canais η - μ i.i.d ($M = 2, \eta_i = 0.5, \Omega_i = 1$). . .	66
5.6	LCR e AFD para receptores EGC em canais κ - μ i.i.d ($M = 2, \kappa_i = 1.5, \Omega_i = 1$). . .	66
5.7	LCR e AFD para receptores MRC em canais α - μ i.i.d ($M = 2, \mu_i = 2, \hat{r}_i = 1$). . . .	70
5.8	LCR e AFD para receptores MRC em canais η - μ i.i.d ($M = 2, \mu_i = 1, \Omega_i = 1$). . . .	70
5.9	LCR e AFD para receptores MRC em canais κ - μ i.i.d ($M = 2, \mu_i = 2, \Omega_i = 1$). . . .	71
5.10	LCR e AFD para receptores PSC, EGC e MRC em canais α - μ i.i.d ($M = 4, \alpha_i = 1.5, \hat{r}_i = 1$).	71
5.11	LCR e AFD para receptores PSC, EGC e MRC em canais α - μ i.i.d ($M = 4, \mu_i = 2, \hat{r}_i = 1$).	72
5.12	LCR e AFD para receptores PSC, EGC e MRC em canais η - μ i.i.d ($M = 4, \mu_i = 2, \Omega_i = 1$).	73
5.13	LCR e AFD para receptores PSC, EGC e MRC em canais η - μ i.i.d ($M = 4, \mu_i = 0.6, \Omega_i = 1$).	74
5.14	LCR e AFD para receptores PSC, EGC e MRC em canais κ - μ i.i.d ($M = 4, \kappa_i = 1.5, \Omega_i = 1$).	75
5.15	LCR e AFD para receptores PSC, EGC e MRC em canais κ - μ i.i.d ($M = 4, \mu_i = 2, \Omega_i = 1$).	76
5.16	Curvas exatas e aproximadas para a LCR e AFD de receptores EGC em canais α - μ i.i.d ($M = 4, \alpha_i = 1.5, \hat{r}_i = 1$).	77
5.17	Curvas exatas e aproximadas para a LCR e AFD de receptores MRC em canais α - μ i.i.d ($M = 4, \alpha_i = 2.5, \hat{r}_i = 1$).	78
5.18	Curvas exatas e aproximadas para a LCR de receptores EGC em canais η - μ i.i.d com potência unitária ($\mu_i = 1.5$).	79
5.19	Curvas exatas e aproximadas para a LCR de receptores EGC em canais κ - μ i.i.d com potência unitária ($\mu_i = 2.5$).	79
6.1	PDF da soma de 4 RVs Nakagami- m i.n.i.d (linhas sólidas \rightarrow exato, linhas tracejadas \rightarrow aproximação proposta, linhas pontilhadas \rightarrow método aproximado de [1]).	84
6.2	PDF da envoltória na saída de receptores EGC e MRC usando 4 canais Nakagami- m com parâmetros $m_1 = 4, m_2 = 3, m_3 = 2$ e $m_4 = 1$	85
6.3	Curvas exatas e aproximadas para a LCR de receptores EGC e MRC usando 4 canais Nakagami- m com parâmetros $m_1 = 4, m_2 = 3, m_3 = 2$ e $m_4 = 1$	86
6.4	Curvas exatas e aproximadas para a LCR de receptores EGC e MRC usando 4 canais Nakagami- m	86
7.1	AER em canais η - μ (Formato 1) usando BPSK coerente.	93
7.2	AER em canais κ - μ usando BPSK coerente.	94
7.3	ACC para canais α - μ	97
7.4	ACC para canais η - μ (Formato 1).	97
7.5	ACC para canais κ - μ	98

7.6	ACC para canais α - μ , η - μ e κ - μ usando o mesmo parâmetro m de Nakagami- m ($m = 0.5$).	98
8.1	Esquemático do modelo de correlação entre os sinais complexos de entrada e suas respectivas derivadas temporais.	101
8.2	Formulações exatas e aproximadas para a LCR de receptores PSC em um nível de envoltória $r = -20$ dB operando em três balanceados e desbalanceados canais Weibull correlacionados.	109
8.3	Formulações exatas e aproximadas para a LCR de receptores EGC em um nível de envoltória $r = -20$ dB operando em três balanceados e desbalanceados canais Weibull correlacionados.	109
8.4	Formulações exatas e aproximadas para a LCR de receptores MRC em um nível de envoltória $r = -20$ dB operando em três balanceados e desbalanceados canais Weibull correlacionados.	110
8.5	Comparação entre a LCR de receptores PSC, EGC e MRC em um nível de envoltória $r = -20$ dB operando em três canais Weibull idênticos e correlacionados.	110

Lista de Tabelas

6.1	Valores dos parâmetros requeridos nas formulações aproximadas da Fig. 6.1.	85
6.2	Valores dos parâmetros requeridos nas formulações aproximadas das Figs. 6.2 e 6.3.	85
6.3	Valores dos parâmetros requeridos nas formulações aproximadas da Fig. 6.4.	87
7.1	Número de termos em (7.11) para um erro menor que 10^{-6}	94
7.2	Número de termos em (7.12) para um erro menor que 10^{-6}	94

Lista de Siglas

ABEP	-	Probabilidade de erro de bit média
ACC	-	Capacidade de canal média
AER	-	Taxa de erro média
AFD	-	Duração média de desvanecimento
CDF	-	Função de distribuição cumulativa
BFSK	-	Chaveamento por desvio de frequência binário
BPSK	-	Chaveamento por desvio de fase binário
DBPSK	-	Chaveamento por desvio de fase binário diferencial
NBFSK	-	Chaveamento por desvio de fase binário não-coerente
DPSK	-	Chaveamento por desvio de fase diferencial
QPSK	-	Chaveamento por desvio de fase em quadratura
PSK	-	Chaveamento por desvio de fase
FSK	-	Chaveamento por desvio de frequência
EGC	-	Combinação por ganho igual
MRC	-	Combinação por razão máxima
PSC	-	Combinação por seleção pura
PDF	-	Função densidade de probabilidade
OP	-	Probabilidade de outage
MGF	-	Função geradora de momento
LCR	-	Taxa de cruzamento de nível
PCR	-	Taxa de cruzamento de fase
RV	-	Variável aleatória
i.i.d	-	Independente identicamente distribuído
i.n.i.d	-	Independente não-identicamente distribuído
SNR	-	Relação sinal-ruído

Trabalhos Publicados Pelo Autor

Revistas

1. D. B. da Costa, M. D. Yacoub, and J. C. S. Santos Filho, "An Improved Closed-Form Approximation to the Sum of Arbitrary Nakagami- m Variates", *Scheduled for publication in IEEE Trans. Veh. Technol.*, Nov. 2008.
2. D. B. da Costa and M. D. Yacoub, "Accurate Approximations to the Sum of Generalized Random Variables and Applications in the Performance Analysis of Diversity Systems", *Accepted for publication in IEEE Trans. Commun.*, 2008.
3. D. B. da Costa, M. D. Yacoub, and J. C. S. Santos Filho, "Highly Accurate Closed-Form Approximations to the Sum of α - μ Variates and Applications", *Accepted for publication in IEEE Trans. Wirel. Commun.*, 2007.
4. D. B. da Costa, J. C. S. Santos Filho, M. D. Yacoub, and G. Fraidenraich, "Second-Order Statistics of η - μ Fading Channels: Theory and Applications", *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, vol. 7, no. 3, pp. 819-824, Mar. 2008.
5. D. B. da Costa and M. D. Yacoub, "Moment Generating Functions of Generalized Fading Distributions and Applications", *IEEE Commun. Lett.*, vol. 12, no. 2, pp. 112-114, Feb. 2008.
6. D. B. da Costa and M. D. Yacoub, "Dual-Hop Transmissions with Semi-Blind Relays over Nakagami- m Fading Channels", *IEE Electron. Lett.*, vol. 44, no. 3, Jan. 2008.
7. D. B. da Costa, J. C. S. Santos Filho, M. D. Yacoub, and G. Fraidenraich, "Crossing Rates and Fade Durations for Diversity-Combining Schemes over α - μ Fading Channels", *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, vol. 6, no. 12, pp. 4263-4267, Dec. 2007.
8. D. B. da Costa and M. D. Yacoub, "Average Channel Capacity for Generalized Fading Scenarios", *IEEE Commun. Lett.*, vol. 11, no. 12, pp. 949-951, Dec. 2007.
9. D. B. da Costa, M. D. Yacoub, J. C. S. Santos Filho, and G. Fraidenraich, "General Exact Level Crossing Rate and Average Fade Duration for Dual-Diversity Combining of Nonidentical Correlated Weibull Signals", *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 56, no. 6, pp. 3571-3577, Nov. 2007.
10. D. B. da Costa and M. D. Yacoub, "The η - μ Joint Phase-Envelope Distribution", *IEEE Ant. Wirel. Prop. Lett.*, vol. 6, pp. 195-198, 2007.

11. U. S. Dias, M. D. Yacoub, G. Fraidenraich, D. B. da Costa, and J. C. S. Santos Filho, "On the Weibull Autocorrelation and Power Spectrum Functions: Field Trials and Validation", *IEEE Commun. Lett.*, vol. 10, no. 10, pp. 710-712, Oct. 2006.
12. D. B. da Costa, M. D. Yacoub, J. C. S. Santos Filho, G. Fraidenraich, and J. R. Mendes, "Generalized Nakagami- m Phase Crossing Rate", *IEEE Commun. Lett.*, vol. 10, no. 1, pp. 13-15, Jan. 2006.
13. J. R. Mendes, M. D. Yacoub, and D. B. da Costa, "Closed-Form Generalised Power Correlation Coefficient of Ricean Channels", *European Trans. Telecommun.*, 2006.
14. M. D. Yacoub, D. B. da Costa, U. S. Dias, and G. Fraidenraich, "Joint Statistics for Two Correlated Weibull Variates", *IEEE Ant. Wirel. Prop. Lett.*, vol. 4, pp. 129-132, 2005.

Congressos Nacionais e Internacionais

1. A. C. Moraes, D. B. da Costa, and M. D. Yacoub, "A Simple, Accurate Approximation for the Outage Probability of Equal-Gain Receivers with Cochannel Interference in an α - μ Fading Scenario", in *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, Las Vegas, EUA, Mar., 2008.
2. D. B. da Costa and M. D. Yacoub, "Accurate Closed-Form Approximations to the Sum of Generalized Random Variables and Applications", in *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, Las Vegas, EUA, Mar., 2008.
3. D. B. da Costa, M. D. Yacoub, and J. C. S. Santos Filho, "Simple Accurate Closed-Form Approximations for the Crossing Rates of Weibull Fading Channels in Multibranch Diversity Systems", in *IEEE Radio and Wireless Symposium*, Florida, EUA, Jan., 2008.
4. D. B. da Costa and M. D. Yacoub, "A Simple and Accurate α - μ Approximation to Crossing Rates in EGC and MRC Receivers Undergoing Nakagami- m Fading", in *IEEE International Microwave and Optoelectronics Conference*, Salvador, Brazil, Nov., 2007.
5. D. B. da Costa and M. D. Yacoub, "On the Second Order Statistics of η - μ Fading Channels in Diversity Systems", in *IEEE International Microwave and Optoelectronics Conference*, Salvador, Brazil, Nov., 2007.
6. D. B. da Costa and M. D. Yacoub, "Channel Capacity for Single Branch Receivers Operating in Generalized Fading Scenarios", in *IEEE International Symposium on Wireless Communications Systems*, Trondheim, Norway, Oct., 2007.
7. D. B. da Costa and M. D. Yacoub, "Level Crossing Rates and Average Fade Durations for Multibranch Diversity Receivers Operation on κ - μ Fading Channels", in *IEEE International Symposium on Wireless Communications Systems*, Trondheim, Norway, Oct., 2007.

8. D. B. da Costa, M. D. Yacoub, and J. C. S. Santos Filho, “Estatísticas de Segunda Ordem para Canais de Desvanecimento η - μ : Teoria e Aplicações”, in *XXV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Recife, PE, Sep., 2007.
9. D. B. da Costa, M. D. Yacoub, and J. C. S. Santos Filho, “Taxa de Cruzamento de Nível e Duração Média de Desvanecimento para Canais α - μ usando Técnicas de Combinação por Diversidade”, in *XXV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Recife, PE, Sep., 2007.
10. D. B. da Costa, M. D. Yacoub, and J. C. S. Santos Filho, “Simple Accurate Closed-Form Approximations for Outage Probability of Equal-Gain and Maximal-Ratio Receivers over α - μ (Generalized Gamma) Fading Channels”, in *European Wireless*, Paris, France, Apr., 2007.
11. D. B. da Costa and M. D. Yacoub, “The η - μ Joint Phase-Envelope-Distribution”, in *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, Hong Kong, China, Mar., 2007.
12. U. S. Dias, M. D. Yacoub, J. C. S. Santos Filho, G. Fraidenraich, and D. B. da Costa, “On the Nakagami-m Autocorrelation and Power Spectrum Functions: Field Trials and Validation”, in *IEEE International Telecommunications Symposium*, Fortaleza, Brazil, Sep., 2006.
13. D. B. da Costa, M. D. Yacoub, and G. Fraidenraich, “Second-Order Statistics for the Envelope and Phase of η - μ Generalized Fading Channels”, in *IEEE International Telecommunications Symposium*, Fortaleza, Brazil, Sep., 2006.
14. D. B. da Costa, M. D. Yacoub, and G. Fraidenraich, “Second-Order Statistics of Equal-Gain and Maximal-Ratio Combining for the α - μ (Generalized Gamma) Fading Distribution”, in *IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, Manaus, Brazil, Aug., 2006.
15. D. B. da Costa, M. D. Yacoub, G. Fraidenraich, J. R. Mendes, and J. C. S. Santos Filho “Generalized Nakagami-m Phase Crossing Rate”, in *Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Campinas, Brazil, Sep., 2005.
16. U. S. Dias, M. D. Yacoub, G. Fraidenraich, J. C. S. Santos Filho, and D. B. da Costa, “On the Weibull Autocorrelation and Power Spectrum Functions: Field Trials and Validation”, in *Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Campinas, Brazil, Sep., 2005.
17. D. B. da Costa, M. D. Yacoub, and G. Fraidenraich, “Generalized Phase Crossing Rate and Random FM Noise for Weibull Fading Channels”, in *IEEE International Microwave and Optoelectronics Conference*, Brasilia, Brazil, Jul., 2005.
18. D. B. da Costa, M. D. Yacoub, and G. Fraidenraich, “Second-order Statistics for Diversity-Combining of Non-Identical, Unbalanced, Correlated Weibull Signals”, in *IEEE International Microwave and Optoelectronics Conference*, Brasilia, Brazil, Jul., 2005.

Capítulo 1

Introdução

A necessidade de mobilidade garantiu aos sistemas de comunicação um nicho privilegiado no mercado mundial das telecomunicações e um crescimento vertiginoso nos últimos tempos. As novas gerações de sistemas trazem propostas ousadas, com altas taxas de transmissão integrando voz, dados e imagem. Em vista do acelerado avanço tecnológico, vislumbra-se para um futuro próximo uma rede sem fio global e convergente, provendo as mais remotas localidades com uma ampla gama de serviços, total flexibilidade e transparência para os diversos tipos de usuários. Neste contexto, uma boa caracterização do canal rádio-móvel torna o projeto e análise de qualquer técnica de comunicação muito mais precisa.

1.1 O Sinal em Comunicações sem Fio

Em comunicações sem fio, um grande número de fatores afeta diretamente a qualidade do sinal recebido. A intensidade do sinal sofre freqüentes flutuações, ora proporcionando um sinal de boa qualidade, ora degradando o sinal. Torna-se, portanto, necessária uma caracterização mais precisa do canal de comunicações, de forma que se possa ter uma melhor previsão de como será o comportamento do sinal quando sujeito a determinadas condições de propagação. Baseado nisso, o sinal rádio-móvel costuma ser tratado de forma estatística.

A intensidade do sinal pode ser caracterizada por três fenômenos: perda de percurso, desvanecimento de longo prazo ou lento e desvanecimento de curto prazo ou rápido. A perda de percurso diz respeito à atenuação sofrida pelo sinal ao longo do percurso entre transmissor e receptor. Ela depende de um grande número de fatores que incluem altura da antena, freqüência de operação, ambiente de propagação, distância entre transmissor e receptor, entre outros. O desvanecimento lento é caracterizado pelo efeito do sombreamento provocado por obstruções de larga escala. Tal desvanecimento determina a variação da média global do sinal recebido e ocorre ao longo de dezenas de comprimento

de onda. O desvanecimento rápido decorre da propagação por múltiplos percursos, ou seja, da ação conjunta de múltiplas reflexões, espalhamento e difrações do sinal rádio-móvel ao longo do seu percurso. Esse tipo de desvanecimento afeta a média local do sinal e ocorre em intervalos de tempo correspondentes a frações de comprimento de onda. Nesta tese, iremos investigar ambientes em que prevalecem este último tipo de desvanecimento.

1.2 Distribuições Generalizadas de Desvanecimento

Um grande número de distribuições existem que descrevem bem as estatísticas do sinal rádio-móvel. A variação a longo prazo segue uma distribuição lognormal, enquanto que a variação a curto prazo pode ser descrita por algumas outras distribuições, tais como Rayleigh, Hoyt, Rice, Nakagami- m e Weibull. Dentre estas distribuições, Nakagami- m tem recebido uma atenção especial por sua facilidade de manipulação e ampla gama de aplicações [2]. Embora, em geral, as estatísticas do canal rádio-móvel possa ser bem caracterizado por Nakagami- m , existem situações nas quais outras distribuições tais como Hoyt, Rice e Weibull se ajustam melhor às medidas de campo [3–6]. Indo mais além, situações são encontradas nas quais nenhuma distribuição se ajusta bem aos dados experimentais, embora uma ou outra se adeque moderadamente. Alguns pesquisadores [5] questionam o uso da distribuição Nakagami- m devido ao fato de sua cauda não se ajustar bem aos dados medidos, sendo um bom ajuste percebido apenas em torno da média.

Todas as distribuições de desvanecimento citadas acima, quando propostas, assumiram um campo de espalhamento difuso homogêneo resultante a partir de pontos espalhadores distribuídos aleatoriamente. Tal suposição é certamente apenas uma aproximação, uma vez que as superfícies são espacialmente correlacionadas caracterizando um ambiente não-linear [7]. Recentemente, três novas distribuições foram propostas [8, 9] com o intuito de prover uma melhor caracterização estatística para o sinal rádio-móvel. Por apresentarem um grau de liberdade a mais que as demais distribuições anteriormente existentes na literatura, esperou-se que estas novas distribuições possuísem um melhor ajuste às medidas de campo, o que posteriormente pôde ser comprovado pelas inúmeras campanhas de medição realizadas para a validação das mesmas.

Com o objetivo de explorar a não-linearidade do meio de propagação, a distribuição α - μ foi proposta em [8]. Inicialmente, pensou-se que esta distribuição era nova mas, de fato, ela é uma versão reescrita da distribuição Gamma generalizada, que foi inicialmente proposta por Amoroso [10] e particularizada por Stacy [11]. De acordo com o próprio Stacy [11], o intuito de sua proposta referia-se a uma generalização da distribuição Gamma, sendo esta realizada com a inclusão de um parâmetro positivo no expoente do fator exponencial da mesma. Porém, o trabalho de Stacy não estava associado nem com uma aplicação específica nem com um modelamento físico de algum dado fenômeno.

Ele era puramente um problema matemático no qual algumas propriedades estatísticas de uma versão generalizada da distribuição Gamma foram investigadas. Por outro lado, a distribuição α - μ [8] tem como base um modelo de desvanecimento. Devido a isso, seus parâmetros estão diretamente associados com as propriedades físicas do meio de propagação. Ela inclui outras distribuições importantes como casos especiais, além de suas principais estatísticas de primeira ordem serem expressas por meio de equações simples e em forma fechada. Como seu próprio nome infere, a distribuição α - μ é escrita em termos de dois parâmetros físicos, α e μ , que descrevem a não-linearidade do meio de propagação e o número de *clusters* de ondas de multipercurso, respectivamente.

Com o objetivo de explorar tanto o desbalanceamento de potência entre as componentes em fase e em quadratura de cada *cluster* das ondas de multipercurso como a correlação entre as mesmas, a distribuição η - μ foi proposta em [9] em dois formatos, correspondendo assim a dois modelos físicos. A distribuição κ - μ foi proposta também em [9], porém com o intuito de modelar sinais propagando em ambientes com linha de visada. Estas duas distribuições foram pioneiramente investigadas nos artigos clássicos de Nakagami [12, 13], porém sem nenhuma ligação com modelos físicos de desvanecimento. Elas eram puramente relacionadas a um problema matemático. As distribuições η - μ e κ - μ , em contraste, tem como base um modelo físico, onde seus parâmetros estão diretamente associados com as propriedades físicas do meio de propagação. Ambas as distribuições consideram o fenômeno da *clusterização*, descrito pelo parâmetro μ , enquanto que o parâmetro η da distribuição η - μ e o parâmetro κ da distribuição κ - μ descrevem fenômenos distintos que serão detalhados no Capítulo 2.

1.3 Sistemas com Diversidade

Contornar os efeitos prejudiciais da propagação por multipercurso é uma das tarefas difíceis no projeto de sistemas de comunicação sem fio. Há muitas técnicas de combate a esses efeitos. Técnicas de diversidade, codificação e equalização adaptativa são exemplos representativos. Diversidade é uma técnica que está presente em sistemas de comunicação desde os anos 20 e é bastante interessante por sua eficiência e relativa simplicidade de implementação.

O princípio da diversidade estabelece que desvanecimentos em canais independentes são eventos independentes. Assim, se determinada informação é disponibilizada com redundância em um certo número de canais (ramos de diversidade), a probabilidade de que seja afetada por um desvanecimento profundo, simultaneamente em todos os canais, é menor que a probabilidade de ocorrência em qualquer um dos canais. Por fim, combinando os sinais de informação dos diversos ramos com um algoritmo adequado (método de combinação), obtém-se um sinal resultante menos deteriorado pelo desvanecimento do que os sinais de cada ramo individualmente. Usualmente, existem dois tipos de esquemas de diversidade. Um deles é chamado diversidade macroscópica e o outro é denominado

diversidade microscópica. A diversidade macroscópica é usada para combinar dois ou mais sinais sujeitos a desvanecimento lento, por exemplo, sinais recebidos por caminhos independentes oriundos de duas ou mais antenas distintas de estações bases distintas. Por outro lado, a diversidade microscópica é usada para combinar dois ou mais sinais sujeitos a desvanecimento rápido e obtidos por caminhos independentes através de duas ou mais antenas distintas da mesma estação transmissora.

1.3.1 Métodos de Combinação

A literatura costuma mencionar seis métodos de combinação, classificados em três grupos segundo o princípio de operação: combinação por seleção, combinação por adição e métodos híbridos. A combinação por seleção escolhe como saída um dos M sinais de diversidade, conforme algum critério. Na combinação por adição, o sinal resultante é uma combinação linear dos M sinais de diversidade. Uma mescla ocorre nos métodos híbridos. Neste caso, $1 \leq l \leq M$ sinais são selecionados e combinados adequadamente. A seguir, apresentaremos uma breve descrição dos três métodos de combinação analisados em alguns Capítulos desta tese.

Combinação por Seleção Pura:

Na combinação por seleção pura (PSC, do inglês *pure selection combining*) os sinais de diversidade são monitorados continuamente e o melhor sinal é selecionado. Geralmente, o critério de seleção é a maior relação sinal-ruído. Na prática, entretanto, a presença de ruído dificulta a estimativa da potência do sinal puro, e o ramo com maior potência de “sinal+ruído” é selecionado. A necessidade de um receptor para cada ramo de diversidade e de monitoramento dos sinais a uma taxa superior à da ocorrência de desvanecimento são limitações desta técnica.

Combinação por Ganho Igual:

O sinal resultante da combinação por ganho igual (EGC, do inglês *equal-gain combining*) corresponde à soma coerente dos sinais de diversidade. Faz-se necessária, portanto, circuitaria para alinhar em fase os sinais dos ramos. Tal necessidade inexistente no método de seleção. Apesar disto, a simplicidade de implementação e a eficiência são características da EGC. Seu desempenho se aproxima do desempenho da combinação ótima (descrita a seguir), mesmo sendo substancialmente menos complexa.

Combinação por Razão Máxima:

A combinação por razão máxima (MRC, do inglês *maximal-ratio combining*) realiza uma soma ponderada dos sinais de diversidade, onde o coeficiente de ponderação de cada ramo é proporcional à razão entre o valor do seu sinal e a potência média do ruído correspondente. Este método resulta na combinação ótima, atingindo o limite máximo teórico de ganho com uso de diversidade com sinais para ramos identicamente distribuídos. O desempenho ideal não é atingido na prática devido a erros na estimativa dos ganhos de cada ramo. Recentes avanços na área de processamento digital de sinais, no entanto, impulsionaram o uso da MRC em sistemas atuais envolvendo receptores RAKE e *arrays* de antenas.

1.4 Objetivos e Descrição dos Capítulos

Esta tese visa investigar ambientes de desvanecimento generalizados [8,9] através de uma análise estatística dos mesmos, preenchendo uma lacuna ainda existente neste ramo de comunicações sem fio. Por terem sido recentemente apresentados na literatura, existem pouquíssimos trabalhos que abordam e investigam estes tipos de ambiente. Esta tese está estruturada da seguinte forma:

- Capítulo 2: Neste Capítulo, formulações aproximadas para a soma de variáveis aleatórias (RVs, do inglês *random variables*) α - μ , η - μ e κ - μ serão propostas. Por serem simples e precisas, tais formulações serão estendidas para a análise de algumas métricas de desempenho onde ocorrem soma de RVs.
- Capítulo 3: Este Capítulo investiga algumas estatísticas de segunda ordem de canais η - μ . Em especial, a taxa de cruzamento de nível (LCR, do inglês *level crossing rate*), a duração média de desvanecimento (AFD, do inglês *average fade duration*) e a taxa de cruzamento de fase (PCR, do inglês *phase crossing rate*) serão obtidas. Além disso, formulações exatas e aproximadas para a LCR de receptores multirramos MRC e EGC, respectivamente, em ambientes Hoyt serão propostas.
- Capítulo 4: Neste Capítulo, uma expressão simples e em forma fechada para a função densidade de probabilidade (PDF, do inglês *probability density function*) conjunta da envoltória e fase de canais η - μ será obtida.
- Capítulo 5: Neste Capítulo, expressões exatas para a LCR e AFD da envoltória na saída de receptores multirramos PSC, EGC e MRC serão obtidas para ambientes α - μ , η - μ e κ - μ . Além disso, formulações aproximadas bastante precisas para as estatísticas acima serão também apresentadas.

- Capítulo 6: Neste Capítulo, a capacidade de canal média (ACC, do inglês *average channel capacity*) de ambientes η - μ e κ - μ será obtida. Além disso, será mostrado que a ACC de ambientes Nakagami- m define regiões de capacidade quando analisada em conjunto com modelos de canal α - μ , η - μ e κ - μ .
- Capítulo 7: Neste Capítulo, expressões para as funções geradoras de momento (MGFs, do inglês *moment generating functions*) de ambientes η - μ e κ - μ serão obtidas. Como uma possível aplicação de nossos resultados, a taxa de erro média (AER, do inglês *average error rate*) de esquemas de modulação binários será também apresentada.
- Capítulo 8: Neste Capítulo, formulações exatas e aproximadas para a LCR da envoltória de canais Weibull correlacionados e não-idênticos em receptores PSC, EGC e MRC serão apresentadas.
- Capítulo 9: Neste Capítulo, algumas considerações finais e perspectivas de investigações futuras serão apresentadas.
- Apêndice A: Neste Apêndice, algumas propriedades relacionadas a soma de RVs α - μ serão introduzidas.
- Apêndice B: Neste Apêndice, algumas PDFs conjuntas de canais η - μ serão apresentadas.

Capítulo 2

Formulações Aproximadas em Forma Fechada para a Soma de Variáveis Aleatórias Generalizadas e Aplicações em Métricas de Desempenho

A análise de desempenho de um grande número de aplicações em comunicações sem fio envolve a soma de RVs. Tais aplicações incluem, por exemplo, EGC, detecção de sinais, interferência intersimbólica, equalização linear, cálculos de limitantes de erro para codificação, dentre outras [14, 15]. Infelizmente, a formulação analítica exata para as estatísticas de soma de RVs é inviável do ponto de vista computacional, uma vez que baseia-se na convolução multidimensional ou na integral do produto de MGFs. Por essa razão, alguns métodos referentes à aproximação de somas têm sido propostos na literatura para os mais variados tipos de RVs [1, 13, 16–21]. Em um trabalho pioneiro [13], uma aproximação para a soma de RVs Nakagami- m i.i.d foi proposta. Baseando-se nessa idéia, os parâmetros da distribuição Nakagami- m que aproxima a soma de duas RVs Nakagami- m independentes e correlacionadas foram obtidos em [16]. Em [17, 18], aproximações em forma fechada para a PDF da soma de RVs Rayleigh e Rice foram obtidas. Um conjunto de trabalhos empregando estimadores baseados em momentos foi apresentado em [1, 19–21] para aproximar somas de RVs Weibull, Nakagami- m , Rice e Hoyt.

O objetivo deste Capítulo é apresentar formulações aproximadas em forma fechada para as estatísticas de soma de RVs i.i.d α - μ [8], η - μ e κ - μ [9]. Para isto, estimadores baseados em momentos serão usados com o intuito de obter os parâmetros da aproximação α - μ , η - μ e κ - μ requeridos. Observar-se-á que as aproximações são altamente precisas, provendo resultados que são praticamente indistintos das soluções exatas. A simplicidade de nossas formulações as tornarão adequadas na investigação

de algumas métricas de desempenho. Dessa forma, aproximações simples e precisas para a OP e ABEP de receptores multirramos EGC serão obtidas para os três tipos de ambientes de desvanecimento em questão. Além disso, considerando receptores multirramos MRC, expressões exatas e em forma fechada, para os canais η - μ e κ - μ , e expressões aproximadas, para canais α - μ , serão também propostas.

2.1 Modelos de Canal α - μ , η - μ e κ - μ

As distribuições α - μ , η - μ e κ - μ são distribuições de desvanecimento gerais que descrevem a variação a curto prazo do sinal em desvanecimento. Elas incluem como casos especiais outras distribuições importantes. Em particular, Weibull é um caso especial da distribuição α - μ , Hoyt da distribuição η - μ e Rice consiste um caso particular da distribuição κ - μ . Além disso, a distribuição Nakagami- m pode ser obtida partindo de qualquer uma destas distribuições generalizadas. Na seqüência, uma discussão detalhada acerca dos modelos físicos inerentes a cada uma destas distribuições será feita.

Modelo de Canal α - μ :

O modelo de canal para a distribuição α - μ considera um sinal composto por *clusters* de ondas de multipercurso propagando-se em um ambiente não-homogêneo. Dentro de cada um dos *clusters*, as fases das ondas espalhadas são aleatórias e têm atrasos temporais similares, com o espalhamento do atraso dos diferentes *clusters* sendo relativamente grande. Além disso, os *clusters* de ondas de multipercurso possuem ondas espalhadas com potências idênticas. A envoltória resultante é obtida como uma função não-linear do módulo da soma das componentes de multipercurso. Tal não-linearidade é manifestada em termos de um parâmetro de potência, tal que a intensidade do sinal resultante é obtida não apenas como o módulo da soma das componentes de multipercurso, mas como este módulo elevado a um certo expoente.

Assumindo que em um dado ponto o sinal recebido compreende um número arbitrário n de componentes de multipercurso e sendo $\alpha > 0$ o parâmetro de potência que descreve a não-linearidade do meio, a envoltória resultante R do sinal α - μ pode ser escrita como

$$R^\alpha = \sum_{i=1}^n (X_i^2 + Y_i^2), \quad (2.1)$$

onde X_i e Y_i são processos gaussianos mutuamente independentes de média nula e com variâncias idênticas tal que $E(X_i) = E(Y_i) = 0$ e $E(X_i^2) = E(Y_i^2) = \sigma^2$, com $E(\cdot)$ denotando média estatís-

tica, e n é o número de *clusters* de ondas de multipercurso. A partir de (2.1), seguindo o procedimento estatístico padrão de transformação de variáveis, temos que a PDF $f_R(\cdot)$ de R pode ser expressa como

$$f_R(r) = \frac{\alpha \mu^\mu r^{\alpha\mu-1}}{\hat{r}^{\alpha\mu} \Gamma(\mu)} \exp\left(-\mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right), \quad (2.2)$$

no qual $\hat{r} = \sqrt[\alpha]{E(R^\alpha)} = \sqrt[2]{2\mu\sigma^2}$, $\Gamma(\cdot)$ é a função Gamma [22, Eq. 6.1.1] e $\mu > 0$ é a extensão real do parâmetro n , dado pela inversa da variância normalizada de R^α , isto é,

$$\mu = \frac{E^2(R^\alpha)}{V(R^\alpha)}, \quad (2.3)$$

onde $V(\cdot)$ representa o operador variância. Para $\alpha = 2$, (2.2) reduz-se à PDF de Nakagami- m e para $\mu = 1$, (2.2) reduz-se à PDF de Weibull. A partir de (2.2), o k -ésimo momento $E(R^k)$ pode ser obtido como

$$E(R^k) = \hat{r}^k \frac{\Gamma(\mu + k/\alpha)}{\mu^{k/\alpha} \Gamma(\mu)}. \quad (2.4)$$

Analogamente, a função de distribuição cumulativa (CDF, do inglês *cumulative distribution function*) $F_R(\cdot)$ de R pode ser obtida de (2.2) como

$$F_R(r) = \frac{\Gamma(\mu, \mu r^\alpha / \hat{r}^\alpha)}{\Gamma(\mu)}, \quad (2.5)$$

onde $\Gamma(z, y) = \int_0^y t^{z-1} \exp(-t) dt$ é a função Gamma incompleta.

Modelo de Canal η - μ :

O modelo de canal para a distribuição η - μ considera um sinal composto por *clusters* de ondas de multipercurso tal que dentro de cada um dos *clusters* as fases das ondas espalhadas são aleatórias e têm atrasos temporais similares, com o espalhamento do atraso dos diferentes *clusters* sendo relativamente grande. A envoltória R do sinal η - μ pode ser escrita como em (2.1) fazendo $\alpha = 2$. Neste caso, dependendo do formato da distribuição η - μ , as componentes em fase e em quadratura X_i e Y_i assumem comportamento distintos. No Formato 1, X_i e Y_i são processos gaussianos independentes de média nula e variâncias distintas, onde a razão destas últimas é dada pelo parâmetro η , isto é, $\eta = E(X_i^2)/E(Y_i^2)$, $\eta > 0$. No Formato 2, X_i e Y_i são processos gaussianos correlacionados de média nula e mesma variância, sendo o parâmetro η dado como o coeficiente de correlação entre tais processos, isto é, $\eta = E(X_i Y_i)/E(X_i^2)$ (ou, equivalentemente, $\eta = E(X_i Y_i)/E(Y_i^2)$), $-1 < \eta < 1$.

Em ambos os formatos, o parâmetro μ é uma extensão real de $n/2$ e é dado por

$$\mu = \frac{E^2(R^2)}{2V(R^2)} \times \left[1 + \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right], \quad (2.6)$$

onde H e h são funções do parâmetro η e variam de um formato para outro. Para os dois formatos, a PDF da envoltória η - μ pode ser expressa como

$$f_R(r) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu r^{2\mu}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{2\mu hr^2}{\Omega}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left[\frac{2\mu Hr^2}{\Omega}\right], \quad (2.7)$$

onde $\Omega = E(R^2)$ e $I_\nu[\cdot]$ é a função de Bessel modificada de primeiro tipo de ordem arbitrária [22, Eq. 9.6.20]. No Formato 1, $h = (2+\eta^{-1}+\eta)/4$ e $H = (\eta^{-1}-\eta)/4$, enquanto no Formato 2, $h = 1/(1-\eta^2)$ e $H = \eta/(1-\eta^2)$. Um formato pode ser convertido no outro por meio da simples transformação bilinear dada por $\eta_1 = (1-\eta_2)/(1+\eta_2)$, onde η_1 é o parâmetro η no Formato 1 e η_2 é o parâmetro η no Formato 2. Além disso, pode ser constatado que a PDF da envoltória η - μ é simétrica em torno de $\eta = 1$ no Formato 1 ou em torno de $\eta = 0$ no Formato 2, isto é, ela possui os mesmos valores nos intervalos $0 < \eta < 1$ e $0 < \eta^{-1} < 1$, no Formato 1, e nos intervalos $0 < \eta < 1$ e $-1 < \eta < 0$, no Formato 2. A partir de (2.7), o k -ésimo momento de R pode ser expresso como

$$E(R^k) = \frac{\Gamma(2\mu + \frac{k}{2}) \Omega^{\frac{k}{2}}}{h^{\mu+\frac{k}{2}} (2\mu)^{\frac{k}{2}} \Gamma(2\mu)} {}_2F_1\left(\mu + \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, \mu + \frac{k}{4}; \mu + \frac{1}{2}; \left(\frac{H}{h}\right)^2\right), \quad (2.8)$$

onde ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ é a função hipergeométrica [22, Eq. 15.1.1]. A CDF da envoltória η - μ pode ser expressa como

$$F_R(r) = 1 - Y_\mu\left(\frac{H}{h}, \sqrt{\frac{2h\mu}{\Omega}}r\right), \quad (2.9)$$

onde [9]

$$Y_\nu(\lambda, \beta) \triangleq \frac{2^{-\nu+\frac{3}{2}}\sqrt{\pi}(1-\lambda^2)^\nu}{\Gamma(\nu)} \frac{1}{\lambda^{\nu-\frac{1}{2}}} \int_\beta^\infty x^{2\nu} \exp(-x^2) I_{\nu-\frac{1}{2}}[\lambda x^2] dx. \quad (2.10)$$

A distribuição de Hoyt (ou Nakagami- q) pode ser obtida a partir da distribuição η - μ fixando $\mu = 1/2$. Neste caso, o parâmetro de Hoyt (ou Nakagami- q) é dado por $b = -(1-\eta)/(1+\eta)$ (ou $q^2 = \eta$) no Formato 1 ou $b = -\eta$ (ou $q^2 = (1-\eta)/(1+\eta)$) no Formato 2. A distribuição Nakagami- m , por sua vez, advém da η - μ fazendo $\mu = m$ e $\eta \rightarrow 0$ ou $\eta \rightarrow \infty$ no Formato 1, ou $\eta \rightarrow \pm 1$ no Formato 2. Da mesma forma, ela pode ser obtida usando $\mu = m/2$ e $\eta \rightarrow 1$ no Formato 1 ou $\eta \rightarrow 0$ no Formato 2.

Modelo de Canal κ - μ :

No modelo de desvanecimento κ - μ , os *clusters* de ondas de multipercurso são compostos tanto por ondas espalhadas como por ondas em linha de visada. Neste caso, a envoltória R de um sinal κ - μ pode ser escrita em termos das componentes em fase e em quadratura do mesmo como

$$R^2 = \sum_{i=1}^n (X_i + p_i)^2 + \sum_{i=1}^n (Y_i + q_i)^2, \quad (2.11)$$

onde X_i e Y_i são processos gaussianos independentes de média nula e variâncias idênticas tal que $E(X_i^2) = E(Y_i^2) = \sigma^2$, p_i e q_i são, respectivamente, os valores médios das componentes em fase e em quadratura das ondas de multipercurso do *cluster* i e n corresponde ao número de *clusters* de ondas de multipercurso. O parâmetro κ é definido como a razão entre a potência total das componentes dominantes e a potência total das ondas espalhadas, ou seja, $\kappa = d^2/(2\mu\sigma^2)$, onde $d^2 = \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)$. O parâmetro μ , que representa uma extensão real de n , é dado por

$$\mu = \frac{E^2(R^2)}{V(R^2)} \times \frac{1 + 2\kappa}{(1 + \kappa)^2}. \quad (2.12)$$

A PDF da envoltória R de um sinal κ - μ é dada por

$$f_R(r) = \frac{2\mu(1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \frac{r^\mu}{\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \exp\left(-\frac{\mu(1 + \kappa)r^2}{\Omega}\right) I_{\mu-1} \left[2\mu r \sqrt{\frac{\kappa(1 + \kappa)}{\Omega}} \right], \quad (2.13)$$

no qual $\Omega = E(R^2)$. O k -ésimo momento de R pode ser expresso como

$$E(R^k) = \frac{\Gamma\left(\mu + \frac{k}{2}\right) \exp(-\kappa\mu) \Omega^{\frac{k}{2}}}{\Gamma(\mu) ((1 + \kappa)\mu)^{\frac{k}{2}}} {}_1F_1\left(\mu + \frac{k}{2}; \mu; \kappa\mu\right), \quad (2.14)$$

onde ${}_1F_1(\cdot; \cdot; \cdot)$ é a função hipergeométrica confluyente [22, Eq. 13.1.2]. A partir de (2.13), a CDF de R pode ser obtida como

$$F_R(r) = 1 - Q_\mu \left(\sqrt{2\kappa\mu}, \sqrt{\frac{2\mu(1 + \kappa)}{\Omega}} r \right), \quad (2.15)$$

onde

$$Q_\nu(a, b) = \frac{1}{a^{\nu-1}} \int_b^\infty x^\nu \exp\left(-\frac{x^2 + a^2}{2}\right) I_{\nu-1}[ax] dx, \quad (2.16)$$

é a função de Marcum-Q generalizada [23]. Como já mencionado, as distribuições de Rice e Nakagami- m constituem casos particulares da κ - μ . Fixando $\mu = 1$ em (2.13), obtemos a PDF de Rice. Por outro

lado, a PDF de Nakagami- m é obtida a partir de (2.13) fazendo $\kappa = 0$.

2.2 Soma de Variáveis i.i.d - Formulações Aproximadas

Seja $S = \sum_{i=1}^M R_i$ a soma de M RVs R_i i.i.d seguindo uma das distribuições generalizadas discutidas anteriormente. Neste caso, R_i pode ser α - μ distribuído com parâmetros $(\alpha_i, \mu_i, \hat{r}_i)$ e PDF e CDF dadas em (2.2) e (2.5), respectivamente. R_i pode também seguir uma distribuição η - μ com parâmetros $(\eta_i, \mu_i, \Omega_i)$ e PDF e CDF dadas em (2.7) e (2.9), respectivamente. Finalmente, R_i pode também ser κ - μ distribuído com PDF e CDF expressas em (2.13) e (2.15), respectivamente, para os parâmetros $(\kappa_i, \mu_i, \Omega_i)$. A solução exata para a PDF $f_S(\cdot)$ de S pode ser calculada de diversas maneiras. Um dos procedimentos padrões é realizando a convolução das PDFs marginais de R_i , que resulta em

$$f_S(s) = \int_0^s \int_0^{s-r_M} \dots \int_0^{s-\sum_{i=3}^M r_i} f_{R_1} \left(r - \sum_{i=2}^M r_i \right) \prod_{i=2}^M f_{R_i}(r_i) dr_2 \dots dr_{M-1} dr_M. \quad (2.17)$$

A CDF $F_S(\cdot)$ de S é obtida a partir de (2.17) como

$$F_S(s) = \int_0^s \int_0^{s-r_M} \dots \int_0^{s-\sum_{i=3}^M r_i} \int_0^{s-\sum_{i=2}^M r_i} \prod_{i=1}^M f_{R_i}(r_i) dr_1 dr_2 \dots dr_{M-1} dr_M. \quad (2.18)$$

Este método torna-se não atrativo quando se soma um grande número de RVs, devido as múltiplas integrais da formulação. De fato, acima de 4 RVs, tais soluções tornam-se computacionalmente impraticáveis. Por exemplo, fazendo a soma de 5 RVs e implementando (2.18) usando o software *MATHEMATICA*, os resultados podem não convergir. Portanto, formulações aproximadas matematicamente simples e precisas são uma das alternativas para evitar essa inconveniência. Em seguida, aproximações em forma fechada precisas serão obtidas para a soma de RVs i.i.d assumindo que R_i segue uma distribuição α - μ , η - μ ou κ - μ .

Soma de RVs α - μ :

Nesta Subseção, nós propomos aproximar a PDF $f_S(\cdot)$ e CDF $F_S(\cdot)$ de S pela PDF e CDF da envoltória α - μ dadas em (2.2) e (2.5), respectivamente, ou seja,

$$f_S(s) \approx \frac{\alpha \mu^\mu s^{\alpha\mu-1}}{\hat{r}^{\alpha\mu} \Gamma(\mu)} \exp \left(-\mu \frac{s^\alpha}{\hat{r}^\alpha} \right), \quad (2.19)$$

$$F_S(s) \approx \frac{\Gamma(\mu, \mu s^\alpha / \hat{r}^\alpha)}{\Gamma(\mu)}. \quad (2.20)$$

Esta idéia surgiu a partir de duas propriedades de soma de RVs α - μ que estão detalhadas no Apêndice A. Lá, mostra-se que, quando sujeita a algumas condições especiais, a soma de RVs α - μ é exatamente uma RV α - μ , com os parâmetros sendo estimados a partir dos parâmetros das RVs da própria soma. Portanto, baseando-se nisso, é de se esperar que para outras condições diferentes daquelas especificadas no Apêndice, uma RV α - μ possa ser usada para aproximar uma soma de RVs α - μ .

Com o objetivo de tornar (2.2) e (2.5) boas aproximações para a PDF e CDF da soma resultante S , usaremos estimadores baseados em momentos para calcular os parâmetros α , μ e \hat{r} (requeridos nas expressões aproximadas) a partir dos momentos exatos de S . Assumindo, no momento, o conhecimento de $E(S)$, $E(S^2)$ e $E(S^4)$, estimadores para α , μ e \hat{r} podem ser obtidos como [8]

$$\frac{\Gamma^2(\mu + 1/\alpha)}{\Gamma(\mu)\Gamma(\mu + 2/\alpha) - \Gamma^2(\mu + 1/\alpha)} = \frac{E^2(S)}{E(S^2) - E^2(S)}, \quad (2.21)$$

$$\frac{\Gamma^2(\mu + 2/\alpha)}{\Gamma(\mu)\Gamma(\mu + 4/\alpha) - \Gamma^2(\mu + 2/\alpha)} = \frac{E^2(S^2)}{E(S^4) - E^2(S^2)}, \quad (2.22)$$

$$\hat{r} = \frac{\mu^{1/\alpha} \Gamma(\mu) E(S)}{\Gamma(\mu + 1/\alpha)}. \quad (2.23)$$

Note que, para a estimação dos parâmetros α e μ , o sistema de equações transcendentais (2.21) e (2.22) precisa ser resolvido. Para isso, existem rotinas disponíveis nos mais modernos softwares de computação que realizam esta tarefa de maneira direta e eficiente. No *MATHEMATICA*, por exemplo, a função requerida é *FindRoot*. Neste caso, os seguintes comandos podem ser usados para o cálculo de α and μ :

$$\text{FindRoot}\left[\left\{\frac{R1^2}{R2 - R1^2} - \frac{\text{Gamma}[\mu + 1/\alpha]^2}{\text{Gamma}[\mu]\text{Gamma}[\mu + 2/\alpha] - \text{Gamma}[\mu + 1/\alpha]^2} == 0, \frac{R2^2}{R4 - R2^2} - \frac{\text{Gamma}[\mu + 2/\alpha]^2}{\text{Gamma}[\mu]\text{Gamma}[\mu + 4/\alpha] - \text{Gamma}[\mu + 2/\alpha]^2} == 0\right\}, \{\alpha, x\}, \{\mu, y\}\right], \quad (2.24)$$

onde $R1 \triangleq E(R)$, $R2 \triangleq E(R^2)$ e $R4 \triangleq E(R^4)$. Os termos x e y em (2.24) são valores iniciais arbitrários para α e μ , respectivamente, a partir dos quais a solução numérica parte (por exemplo, $x = 1$ e $y = 1$). Após obtido α e μ , \hat{r} é estimado a partir de (2.23).

Para o cálculo dos momentos exatos $E(S)$, $E(S^2)$ e $E(S^4)$ requeridos em (2.21), (2.22) e (2.23), que foram assumidos inicialmente conhecidos, usaremos uma expansão multinomial. Neste caso, tais

momentos podem ser escritos em termos dos momentos individuais de cada RV R_i como

$$E(S^n) = \sum_{n_1=0}^n \sum_{n_2=0}^{n_1} \dots \sum_{n_{M-1}=0}^{n_{M-2}} \binom{n}{n_1} \binom{n_1}{n_2} \dots \binom{n_{M-2}}{n_{M-1}} E(R_1^{n-n_1}) E(R_2^{n_1-n_2}) \dots E(R_M^{n_{M-1}}), \quad (2.25)$$

onde os momentos individuais α - μ requeridos são dados em (2.4) usando os parâmetros $(\alpha_i, \mu_i, \hat{r}_i)$.

Perceba que nosso método de aproximação é bastante simples e eficiente, com a determinação dos parâmetros da aproximação feito de maneira instantânea. Além disso, como as expressões são dadas em forma fechada, os resultados são também obtidos de forma rápida, independente do número de RVs considerado na soma.

Fig. 2.1 plota a PDF exata e aproximada da soma de quatro RVs α - μ i.i.d com potências unitária. O parâmetro μ_i de cada RV foi fixado em 2.5, enquanto variou-se o parâmetro α_i de 1 a 4. Um excelente ajuste entre as curvas exatas e aproximadas é observado. Outras condições de desvanecimento foram analisadas e, em todas elas, nossas aproximações foram muito boas.

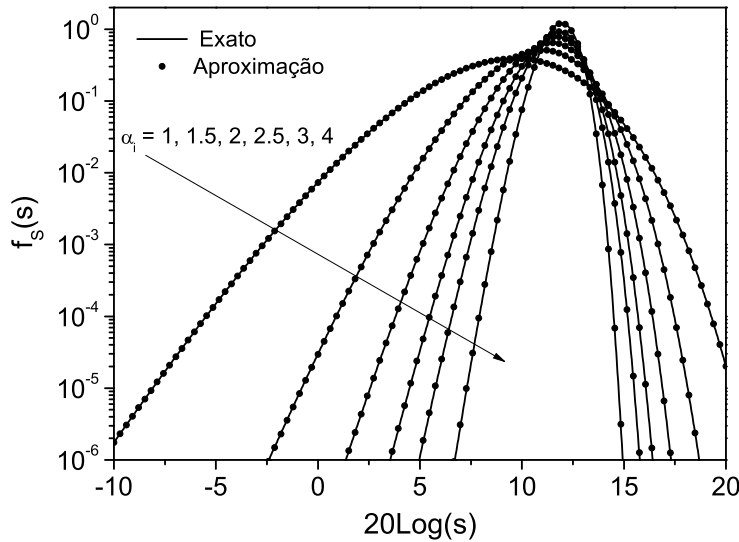


Fig. 2.1: PDF da soma de 4 RVs α - μ i.i.d com potências unitária ($\mu_i = 2.5$).

Soma de RVs η - μ :

Assumindo agora que R_i segue uma distribuição η - μ , nós propomos aproximar a PDF $f_S(\cdot)$ e CDF $F_S(\cdot)$ de S pela PDF e CDF da envoltória η - μ dadas em (2.7) e (2.9), respectivamente, ou seja,

$$f_S(s) \approx \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu s^{2\mu}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{2\mu hs^2}{\Omega}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left[\frac{2\mu Hs^2}{\Omega}\right], \quad (2.26)$$

$$F_S(s) \approx 1 - Y_\mu\left(\frac{H}{h}, \sqrt{\frac{2h\mu}{\Omega}}s\right). \quad (2.27)$$

A inspiração para isto deve-se aos seguintes fatores. Primeiramente, a partir do modelo físico da distribuição, pode-se facilmente constatar que a soma de potências η - μ segue uma distribuição η - μ . Ou seja, assumindo que Z_i são RVs i.i.d η - μ com parâmetros η_i , μ_i e Ω_i , então, do modelo físico da distribuição [9], $Z^2 = \sum_{i=1}^M Z_i^2$ é também η - μ distribuído com parâmetros η_i , $M\mu_i$ e $M\Omega_i$. Baseando-se nisso e fazendo uso de [24, pp. 453-457], no qual é mostrado que para pequenos argumentos as estatísticas de receptores EGC e MRC diferem umas das outras apenas por uma razão constante, é de se esperar que, para pequenos valores de argumento, as estatísticas de receptores EGC sejam bem aproximadas por aquelas de MRC com argumentos escalados apropriadamente. Usando essa idéia, em [24] a distribuição da soma de envoltórias Rayleigh foi aproximada pela distribuição da soma de potências Rayleigh. Essa mesma abordagem foi usada em [13] para aproximar a soma de envoltórias Nakagami- m por uma outra envoltória Nakagami- m . (Perceba que a soma de potências Nakagami- m é uma outra potência Nakagami- m .)

Nosso objetivo é então encontrar os parâmetros de (2.26) e (2.27), isto é, η , μ e Ω , a partir dos momentos exatos de S , de forma que isso resulte em boas aproximações. Vale a pena lembrar que H e h são funções do parâmetro η e que variam de um formato para outro da distribuição. Os momentos exatos de S podem ser calculados usando a equação (2.25), onde os momentos individuais das RVs η - μ são expressos em (2.8) usando os parâmetros $(\eta_i, \mu_i, \Omega_i)$. De posse dos momentos de S , estimadores para η , μ e Ω podem ser escritos como [9]

$$\Omega = E(S^2), \quad (2.28)$$

$$\frac{H_{a,b}}{h_{a,b}} = \sqrt{\frac{3 \pm \sqrt{9 - 8c}}{2c}} - 1, \quad (2.29)$$

$$c \triangleq \frac{\frac{E(S^6)}{\Omega^3} - \frac{3E(S^4)}{\Omega^2} + 2}{2 \left[\frac{E(S^4)}{\Omega^2} - 1 \right]^2}, \quad (2.30)$$

$$\mu_{a,b} = \frac{\Omega^2}{2(E(S^4) - \Omega^2)} \times \left[1 + \left(\frac{H_{a,b}^2}{h_{a,b}^2} \right) \right]. \quad (2.31)$$

Das equações acima, perceba que dois pares de estimadores para η e μ são encontrados, denominados (η_a, μ_a) e (η_b, μ_b) . O par correto será aquele que resultar no menor valor de $|E(S) - E(R)|$, no qual $E(R)$ é dado em (2.8) para (Ω, η_a, μ_a) e (Ω, η_b, μ_b) .

Assim como na Subseção 2.2, aqui nossas formulações são bastante simples e eficazes, uma vez que as múltiplas integrais da solução exata foram substituídas por expressões compactas e em forma fechada. Além disso, nossas aproximações são excelentes, muitas vezes sendo impossível distingui-las das soluções exatas.

Considerando o Formato 1 da distribuição η - μ , neste caso $h = (2 + \eta^{-1} + \eta)/4$ e $H = (\eta^{-1} - \eta)/4$, Fig. 2.2 esboça a PDF exata e aproximada da soma de duas e quatro RVs η - μ i.i.d com potências unitária, mantendo $\mu_i = 2.5$ e variando η_i . Um ótimo ajuste é observado entre os dados exatos e aproximados.

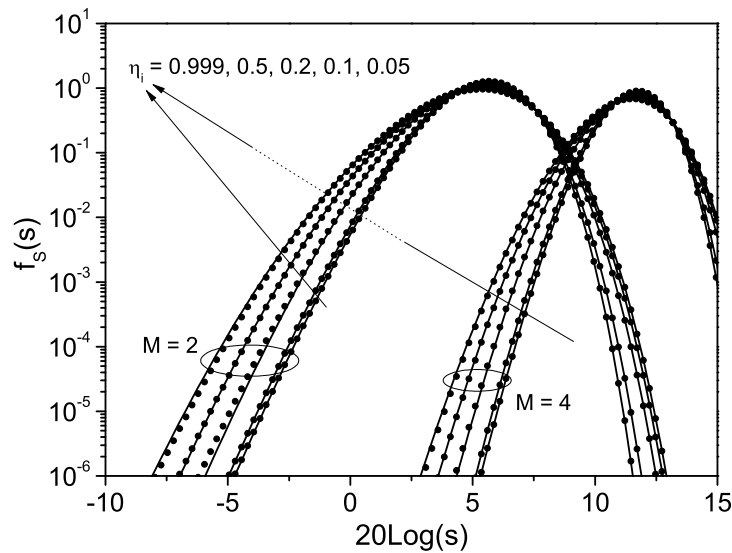


Fig. 2.2: PDF da soma de RVs η - μ i.i.d com potências unitária ($M = 2, 4$; $\mu_i = 2.5$; linhas sólidas \rightarrow exato; círculos \rightarrow aproximação).

Soma de RVs κ - μ :

Usando o mesmo raciocínio das duas subseções anteriores, aqui nós propomos aproximar a PDF $f_S(\cdot)$ e CDF $F_S(\cdot)$ de S pela PDF e CDF da envoltória κ - μ dadas em (2.13) e (2.15), respectivamente. Neste caso, assim como nos demais anteriores, parâmetros das expressões aproximadas devem ser convenientemente determinados com o intuito de torná-las boas aproximações. Temos então que nossas aproximações são dadas por

$$f_S(s) \approx \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \frac{r^\mu}{\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)r^2}{\Omega}\right) I_{\mu-1} \left[2\mu r \sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)}{\Omega}} \right], \quad (2.32)$$

$$F_S(s) \approx 1 - Q_\mu \left(\sqrt{2\kappa\mu}, \sqrt{\frac{2\mu(1+\kappa)}{\Omega}} r \right). \quad (2.33)$$

De forma análoga ao caso η - μ , a motivação para tais formulações vem do fato de que a soma de potências κ - μ segue uma distribuição κ - μ . Ou seja, assumindo que Z_i são RVs i.i.d κ - μ com parâmetros κ_i , μ_i e Ω_i , então, do modelo físico da distribuição [9], $Z^2 = \sum_{i=1}^M Z_i^2$ é também κ - μ distribuído com parâmetros κ_i , $M\mu_i$ e $M\Omega_i$. Baseando-se nisso e a partir dos comentários já discutidos para o caso η - μ , há uma forte tendência para que (2.32) e (2.33) sejam boas aproximações.

Estimadores baseados em momentos para os parâmetros κ , μ e Ω , como requerido em (2.32) e (2.33), podem ser obtidos como [9]

$$\Omega = E(S^2) \quad (2.34)$$

$$\kappa^{-1} = \frac{\sqrt{2}(E(S^4) - \Omega^2)}{\sqrt{2E^2(S^4) - \Omega^2 E(S^4) - \Omega E(S^6)}} - 2 \quad (2.35)$$

$$\mu = \frac{\Omega^2}{E(S^4) - \Omega^2} \times \frac{1 + 2\kappa}{(1 + \kappa)^2} \quad (2.36)$$

Os momentos exatos de S necessários para a estimação dos parâmetros acima podem ser calculados a partir de (2.25), onde os momentos individuais das RVs κ - μ são expressos como em (2.14) usando os parâmetros $(\kappa_i, \mu_i, \Omega_i)$.

Novamente, vale a pena ressaltar que a simplicidade de nossas formulações, aliada à sua excelente precisão, verificada através da Fig. 2.3, as tornam adequadas para a análise de desempenho de sistemas onde a soma de RVs ocorre. Em seguida, como possíveis aplicações, aproximações simples e precisas para a OP e ABEP de receptores EGC multirramos sujeitos a desvanecimento α - μ , η - μ e κ - μ serão obtidas. Considerando o caso de receptores MRC multirramos, a Seção 2.4 apresentará expressões exatas e em forma fechada (canais η - μ e κ - μ) e expressões aproximadas (canais α - μ) para as mesmas métricas de desempenho analisadas anteriormente para o caso EGC.

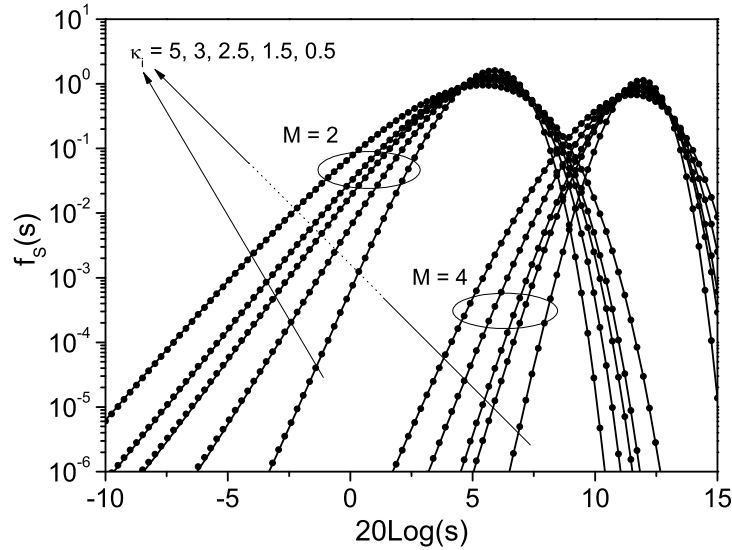


Fig. 2.3: PDF da soma de RVs κ - μ i.i.d com potências unitária ($M = 2, 4$; $\mu_i = 2.5$; linhas sólidas \rightarrow exato; círculos \rightarrow aproximação).

2.3 Aplicações - Receptores EGC multirramos

Nesta Seção, como já mencionado anteriormente, estender-se-á a idéia usada para aproximar soma de RVs na análise de algumas métricas de desempenho em receptores EGC multirramos, em especial a OP e ABEP.

Em receptores EGC, os sinais recebidos com envoltórias R_i são cofasados e adicionados tal que a envoltoria R_{EGC} na saída do combinador, já levando em conta a potência do ruído resultante na saída do mesmo, é escrita como

$$R_{EGC} = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=1}^M R_i. \quad (2.37)$$

Seja $\Upsilon = R^2 E_s / N_0$ a razão sinal-ruído (SNR, do inglês *signal-to-noise ratio*) instantânea por símbolo na saída de um dado combinador, onde E_s e N_0 denotam a energia de símbolo média e a densidade espectral de potência unilateral, respectivamente. A partir de (2.37), a SNR instantânea na saída do combinador em questão pode ser expressa como

$$\Upsilon_{EGC} = \frac{1}{M} \left(\sum_{i=1}^M \sqrt{\Upsilon_i} \right)^2, \quad (2.38)$$

onde Υ_i representa a SNR instantânea em cada ramo de diversidade.

A CDF de R_{EGC} pode ser obtida integrando a PDF conjunta de R_i sobre o volume M -dimensional limitado pelo hiperplano $\sqrt{M}r = \sum_{i=1}^M r_i$ [25]. Após obtida a CDF de R_{EGC} , a CDF de Υ_{EGC} é encontrada após uma simples transformação de variáveis como

$$F_{\Upsilon_{EGC}}(\gamma) = \int_0^{\sqrt{M}\gamma} \int_0^{\sqrt{M}\gamma-r_M} \dots \int_0^{\sqrt{M}\gamma-\sum_{i=2}^M r_i} \prod_{i=1}^M f_{R_i}(r_i) dr_1 dr_2 \dots dr_{M-1} dr_M, \quad (2.39)$$

onde $f_{R_i}(r_i)$ pode ser expressa tanto como (2.2), (2.7) ou (2.13) após as substituições dos devidos parâmetros de cada ramo de diversidade nas respectivas equações. De posse de (2.39), a PDF de Υ_{EGC} é obtida, após uma apropriada integração, como

$$f_{\Upsilon_{EGC}}(\gamma) = \frac{\sqrt{M}}{2\sqrt{\gamma}} \int_0^{\sqrt{M}\gamma} \int_0^{\sqrt{M}\gamma-r_M} \dots \int_0^{\sqrt{M}\gamma-\sum_{i=3}^M r_i} f_{R_1} \left(\sqrt{M}\gamma - \sum_{i=2}^M r_i \right) \times \prod_{i=2}^M f_{R_i}(r_i) dr_2 \dots dr_{M-1} dr_M. \quad (2.40)$$

2.3.1 Probabilidade de Outage

Uma métrica importante de desempenho em sistema com diversidade é a OP. Ela é definida como a probabilidade que a SNR na saída do combinador, Υ_{EGC} , cai abaixo de um certo limiar específico, γ_{th} , e pode ser calculada como

$$F_{\Upsilon_{EGC}}(\gamma_{th}) = \int_0^{\gamma_{th}} f_{\Upsilon_{EGC}}(\gamma) d\gamma, \quad (2.41)$$

que é de fato a CDF de Υ_{EGC} , dada em (2.39), calculada no ponto γ_{th} .

Canais α - μ :

A solução exata para a OP em canais de desvanecimento α - μ é obtida substituindo (2.2), com os parâmetros $(\alpha_i, \mu_i, \hat{r}_i)$, em (2.39). Perceba que, devido às múltiplas integrais e de forma a se ter resultados confiáveis, a solução exata fica restrita à análise de apenas uma pequena quantidade de ramos na entrada do combinador. Acima disso, dados confiáveis seriam obtidos apenas através de simulação. Sendo assim, aproximações simples e precisas tornam-se boas alternativas para contornar essa inconveniência inerente à solução exata.

Seguindo o raciocínio aplicado à soma de RVs, aqui nossa proposta é aproximar a OP de receptores EGC multirramos operando em canais i.i.d α - μ pela OP de um único canal α - μ , onde esta pode

ser obtida a partir de (2.5) fazendo as apropriadas substituições. Temos então que

$$F_{\Upsilon_{EGC}}(\gamma_{th}) \approx \frac{\Gamma(\mu, \gamma_{th}^{\alpha/2} / \beta^{\alpha/2})}{\Gamma(\mu)}, \quad (2.42)$$

onde $\beta = \bar{\gamma} \Gamma(\mu) / \Gamma(\mu + 2/\alpha)$ e $\bar{\gamma} = E(\Upsilon_{EGC})$ tal que

$$\bar{\gamma} = \hat{r}^2 \frac{\Gamma(\mu + 2/\alpha) E_s}{\mu^{2/\alpha} \Gamma(\mu) N_0}. \quad (2.43)$$

Estimadores para α , μ e \hat{r} requeridos em (2.42) são dados em (2.21)-(2.23) usando R_{EGC} ao invés de S . Neste caso, os momentos exatos de R_{EGC} ficam expressos em termos dos momentos individuais das RVs R_i , dado em (2.4) para $(\alpha_i, \mu_i, \hat{r}_i)$, da seguinte maneira $E(R_{EGC}^k) = M^{-k/2} E(S^k)$, no qual $E(S^k)$ foi obtido em (2.25).

Fig. 2.4 mostra as curvas exatas e aproximadas para a OP de receptores EGC com quatro ramos de entrada, $\mu_i = 2$, $\hat{r}_i = 1$ e α_i variando de 1.5 a 3. Note, mais uma vez, a excelente concordância entre as curvas. Vale a pena ressaltar que, nossas soluções aproximadas são, de fato, soluções exatas quando os ramos de entrada têm parâmetros de não-linearidade iguais a 1, isto é, $\alpha_i = 1$. Quando α_i aumenta, de 1 a ∞ , ou diminui, de 1 a 0, a diferença entre as curvas exatas e aproximadas aumenta, mas de uma maneira quase que imperceptível.

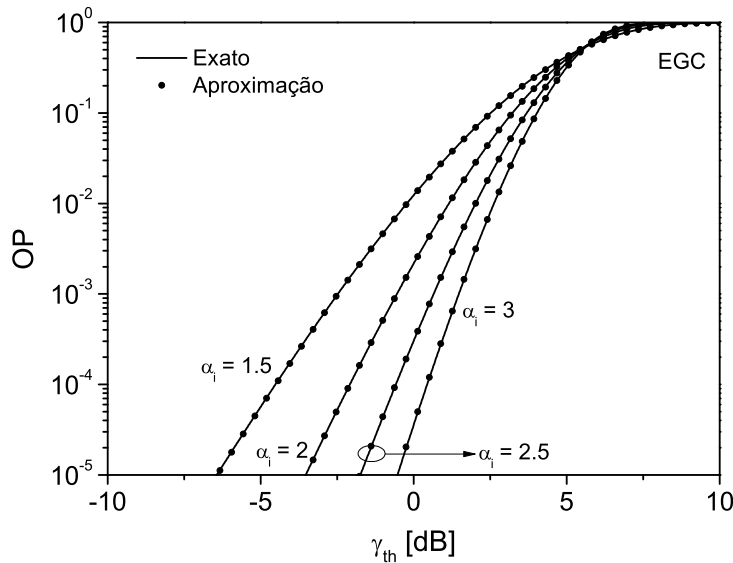


Fig. 2.4: OP de receptores EGC em canais α - μ ($M = 4$; $\mu_i = 2$; $\hat{r}_i = 1$).

Canais η - μ :

Seguindo a linha de raciocínio já discutida anteriormente, temos que a OP para receptores EGC sujeito a desvanecimento η - μ pode ser bem aproximada por

$$F_{\Upsilon_{EGC}}(\gamma_{th}) \approx 1 - Y_{\mu} \left(\frac{H}{h}, \sqrt{\frac{2h\mu\gamma_{th}}{\bar{\gamma}}} \right), \quad (2.44)$$

onde o termo do lado direito de (2.44) representa a OP de um único canal η - μ . Note que a aproximação em (2.44) é válida para qualquer um dos dois formatos da distribuição η - μ , bastando para isso substituir os devidos valores de H e h , que são funções do parâmetro η , na equação.

Precisamos então estimar os parâmetros η , μ e $\bar{\gamma}$ de forma a tornar (2.44) uma boa aproximação. Tais estimadores são dados em (2.28)-(2.31), no qual $\bar{\gamma} = \Omega$ e usando R_{EGC} no lugar de S . Assim como foi feito para canais α - μ , os momentos exatos de R_{EGC} são expressos como $E(R_{EGC}^k) = M^{-k/2} E(S^k)$, onde $E(S^k)$ é dado em (2.25).

Fig. 2.5 ilustra, mais uma vez, a alta precisão de nossas aproximações. As curvas foram traçadas considerando o Formato 1 da distribuição η - μ . Testes exaustivos foram realizados levando em conta outras condições de desvanecimento e nossas aproximações mostraram-se ser sempre satisfatórias.

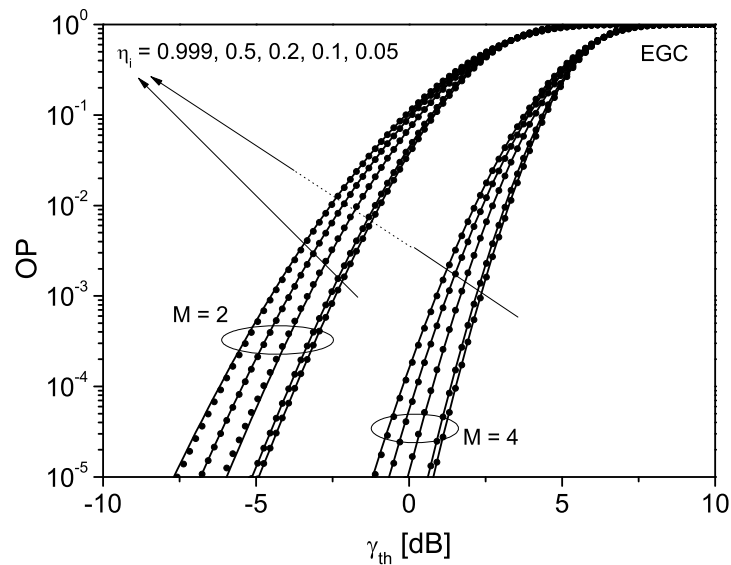


Fig. 2.5: OP de receptores EGC em canais η - μ ($M = 2, 4$; $\mu_i = 2.5$; $\hat{r}_i = 1$; linhas sólidas \rightarrow exato; círculos \rightarrow aproximação).

Canais κ - μ :

Considerando o caso de canais κ - μ , propomos aproximar (2.39) pela OP de um único canal κ - μ , ou seja,

$$F_{\Upsilon_{EGC}}(\gamma_{th}) \approx 1 - Q_{\mu} \left(\sqrt{2\kappa\mu}, \sqrt{\frac{2\mu(1+\kappa)\gamma_{th}}{\bar{\gamma}}} \right). \quad (2.45)$$

Estimadores para κ , μ e $\bar{\gamma} = \Omega$ são dados em (2.34)-(2.36), sendo os momentos exatos de R_{EGC} expressos como nos dois casos anteriores, ou seja, $E(R_{EGC}^k) = M^{-k/2}E(S^k)$. Fig. 2.6 plota a OP para canais κ - μ usando os mesmos parâmetros da Fig. 2.5, só que nesse caso variou-se o parâmetro κ_i .

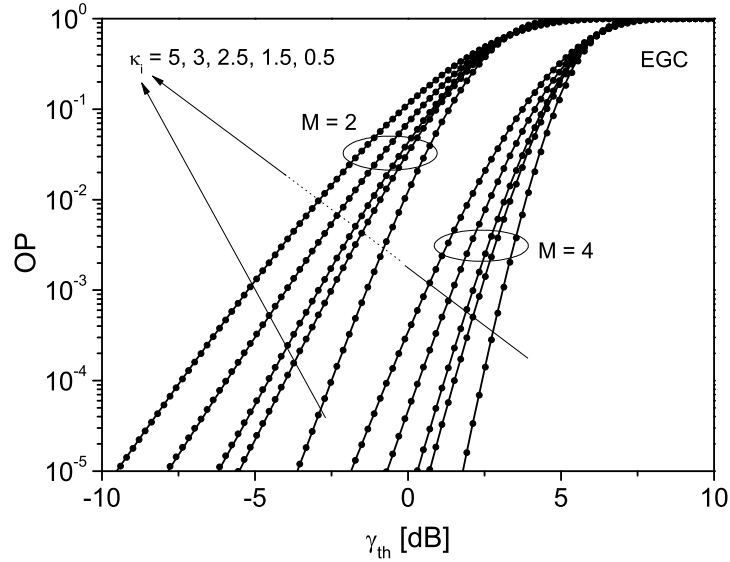


Fig. 2.6: OP de receptores EGC em canais κ - μ ($M = 2, 4$; $\mu_i = 2.5$; $\hat{r}_i = 1$; linhas sólidas \rightarrow exato; círculos \rightarrow aproximação).

2.3.2 Probabilidade de Erro de Bit Média

Outro critério de desempenho frequentemente usado em sistemas sem fio é a ABEP. Para receptores EGC, tal métrica pode ser expressa como

$$\bar{P}_e = \int_0^{\infty} P_e(\gamma) f_{\Upsilon_{EGC}}(\gamma) d\gamma, \quad (2.46)$$

onde $P_e(\gamma)$ denota a probabilidade de erro de bit condicional, que varia de acordo com o tipo de modulação empregado. Por exemplo, usando chaveamento por desvio de fase binário diferencial (DBPSK, do inglês *differential binary phase-shift keying*) e chaveamento por desvio de frequência binário não-coerente (NBFSK, do inglês *noncoherent binary frequency-shift keying*) com receptor com filtro casado ótimo, $P_e(\gamma)$ é dado por [26]

$$P_e(\gamma) = A \exp(-B\gamma), \quad (2.47)$$

enquanto para BPSK, BFSK, PSK codificado diferencialmente M -ário (M -DEPSK, do inglês *differentially encoded PSK*), PSK em quadratura (QPSK, do inglês *quadrature PSK*), M -PSK e PSK diferencial M -ário (M -DPSK, do inglês *differential PSK*), temos que [26]

$$P_e(\gamma) = A \operatorname{erfc}(\sqrt{B\gamma}), \quad (2.48)$$

onde $\operatorname{erfc}(\cdot)$ representa a função erro complementar [27] e os parâmetros A and B em (2.47) e (2.48) assumem valores particulares de acordo com o cenário de modulação analisado.

A solução exata para a ABEP é obtida substituindo (2.40) em (2.46). Perceba que, assim como na solução exata para a OP, aqui nossas formulações exatas são também ineficientes do ponto de vista computacional, pois são expressas em termos de múltiplas integrais. Isto limita nossa análise para um pequeno número de ramos de diversidade. Na seqüência, aproximações precisas para os dois conjuntos de modulações descritos em (2.47) e (2.48) serão apresentadas para canais de desvanecimento α - μ , η - μ e κ - μ .

Canais α - μ :

Como será visto, diferentemente dos outros dois tipos de canais, nossas aproximações para canais α - μ serão dadas apenas em termos de uma integral simples (isso sendo independente do número de ramos empregado), e não também em função de um somatório. Nossa proposta reduz consideravelmente o tempo de obtenção dos resultados, além de convergir sempre, gerando portanto resultados confiáveis. A idéia é aproximar a PDF $f_{\Upsilon_{EGC}}(\gamma)$ da SNR na saída do combinador, como requerido em (2.46), pela PDF da SNR de um único canal, obtida a partir (2.2) fazendo uma transformação de variáveis. Segue então que

$$f_{\Upsilon_{EGC}}(\gamma) \approx \frac{\alpha \gamma^{(\alpha\mu/2)-1}}{2\beta^{\alpha\mu/2} \Gamma(\mu)} \exp \left[- \left(\frac{\gamma}{\beta} \right)^{\alpha/2} \right], \quad (2.49)$$

onde os parâmetros α , μ e \hat{r} de (2.49) são estimados usando o mesmo procedimento realizado na Subseção 2.3.1 para estes tipos de canais. Expressões aproximadas são obtidas substituindo (2.49) e (2.47), ou (2.48), dependendo do tipo de modulação desejado, em (2.46). Vale ressaltar que nossas aproximações são bastante precisas, produzindo resultados praticamente indistinguíveis da solução exata, com a vantagem de ser muito mais eficiente computacionalmente.

Fig. 2.7 plota a ABEP de canais α - μ em função da SNR média $\bar{\gamma}$ na saída do receptor EGC. Por conveniência, esboçou-se curvas considerando apenas modulações do tipo DBPSK e NBFSK, dadas em (2.47) para $B = 1$ e $B = 1/2$, respectivamente, e $A = 1/2$. Perceba quão precisas são nossas aproximações. Isso nos permite, na prática, substituir as intrincadas soluções exatas por aproximações simples e de fácil implementação.

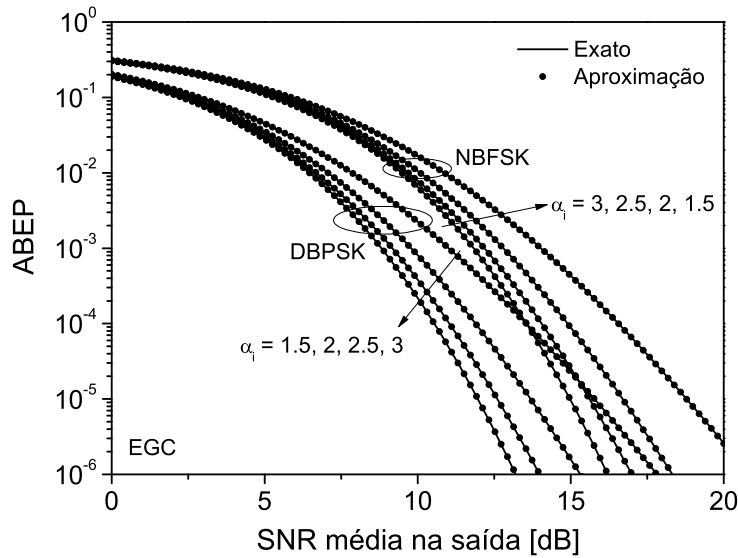


Fig. 2.7: ABEP de receptores EGC em canais α - μ (DBPSK, NBFSK; $M = 4$; $\mu_i = 2$; $\hat{r}_i = 1$).

Canais η - μ :

Primeiramente, analisaremos modulações do tipo dada em (2.47). Neste caso, assim como realizado para canais α - μ , propomos aproximar $f_{\Upsilon_{EGC}}(\gamma)$ pela PDF da SNR de um único canal η - μ , sendo esta obtida a partir de (2.7). Logo,

$$f_{\Upsilon_{EGC}}(\gamma) \approx \frac{2\sqrt{\pi} \mu^{\mu+\frac{1}{2}} h^\mu \gamma^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\mu) H^{\mu-\frac{1}{2}} \bar{\gamma}^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{2\mu h \gamma}{\bar{\gamma}}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left[\frac{2\mu H \gamma}{\bar{\gamma}}\right]. \quad (2.50)$$

Então, uma primeira formulação aproximada para a ABEP operando em canais η - μ seria substituir (2.50) e (2.47) em (2.46). Tal formulação é expressa em termos de uma integral simples e altamente eficiente, além de se ajustar muito bem aos dados obtidos da formulação exata (múltiplas integrais).

Propomos agora uma segunda expressão aproximada para a ABEP. Usando uma representação em série infinita para $I_\nu[\cdot]$, dada em [27, Eq. 8.445], e substituindo esta série, juntamente com (2.50) e (2.47), em (2.46), uma integral com integrandos $\gamma^{2n-2\mu-1}$, $\exp(-B\gamma)$ e $\exp(-2\mu h\gamma/\bar{\gamma})$ aparece. Expressando as funções exponenciais em termos de funções G-Meijer [28, Eq. 11], isto é, $\exp(-B\gamma) = G_{0,1}^{1,0}[B\gamma|_0^-]$ e $\exp(-2\mu h\gamma/\bar{\gamma}) = G_{0,1}^{1,0}[2\mu h\gamma/\bar{\gamma}|_0^-]$, e sabendo que a integral do produto de uma potência e duas funções G-Meijer é também uma função G-Meijer [28, Eq. 21], a ABEP em canais η - μ empregando modulações do tipo em (2.47) pode também ser bem aproximada por

$$\bar{P}_e \approx \frac{2A\sqrt{\pi}}{\Gamma(\mu)h^\mu} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{-2n-2\mu}}{n!\Gamma(n+\mu+\frac{1}{2})} \left(\frac{H}{h}\right)^{2n} G_{1,1}^{1,1} \left[\frac{2\mu h}{B\bar{\gamma}} \left| \begin{matrix} 1 \\ 2n+2\mu \end{matrix} \right. \right]. \quad (2.51)$$

Os parâmetros η , μ e $\bar{\gamma}$ são estimados usando o mesmo procedimento feito na Subseção 2.3.1 para canais η - μ .

Analisaremos agora as modulações do tipo dada em (2.48). Substituindo (2.50) e (2.48) em (2.46), obtemos a formulação aproximada em termos de uma única integral. A formulação aproximada em termos de somatório segue os mesmos passos do caso anterior. Porém, agora, surge uma integral com integrandos $\gamma^{2n-2\mu-1}$, $\operatorname{erfc}(-\sqrt{B\gamma})$ e $\exp(-2\mu h\gamma/\bar{\gamma})$. Expressando a função erro complementar em termos da função G-Meijer [29, Eq. 8.4.14-2], isto é, $\operatorname{erfc}(-\sqrt{B\gamma}) = G_{1,2}^{2,0}[B\gamma|_{0,1/2}]$, e procedendo como antes, a ABEP resultante de (2.48) pode ser bem aproximada por

$$\bar{P}_e \approx \frac{2A}{\Gamma(\mu)h^\mu} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{-2n-2\mu}}{n!\Gamma(n+\mu+\frac{1}{2})} \left(\frac{H}{h}\right)^{2n} G_{2,2}^{1,2} \left[\frac{2\mu h}{B\bar{\gamma}} \left| \begin{matrix} 1, \frac{1}{2} \\ 2n+2\mu, 0 \end{matrix} \right. \right], \quad (2.52)$$

onde os parâmetros requeridos acima são estimados como anteriormente.

É bom salientar que, embora as equações (2.51) e (2.52) sejam escritas em termos de somatório infinito, elas são dadas em termos de funções bem conhecidas da literatura técnica e facilmente implementadas usando o software *MATHEMATICA*. Além disso, considerando um erro menor que 10^{-4} , tais equações requerem poucos termos para convergir.

Figs. 2.8 e 2.9 ilustram a ABEP de receptores EGC em canais η - μ (Formato 1) para as modulações DBPSK e NBFSK, respectivamente. Uma excelente concordância entre os dados exatos e aproximados é perceptível. Modulações do tipo dado em (2.48), embora não esboçadas aqui, foram também investigadas e novamente as aproximações mostraram-se ser muito precisas.

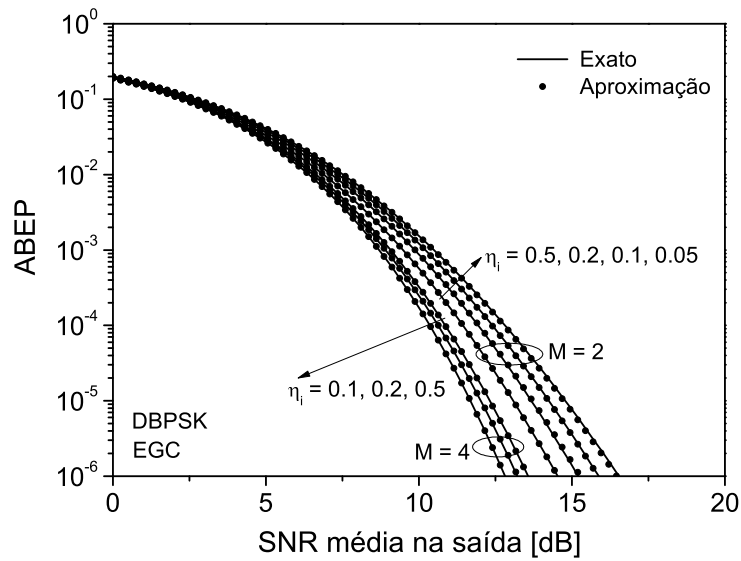


Fig. 2.8: ABEP de receptores EGC em canais η - μ (DBPSK; $M = 2, 4$; $\mu_i = 2.5$; $\hat{r}_i = 1$).

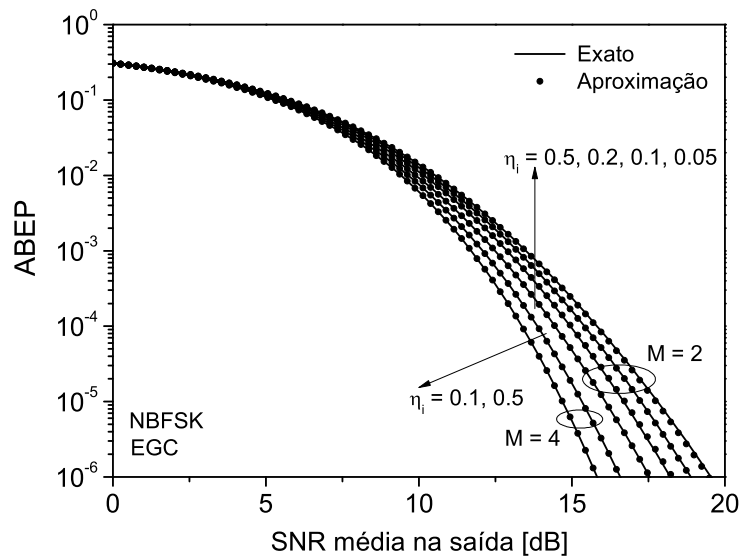


Fig. 2.9: ABEP de receptores EGC em canais η - μ (NBFSK; $M = 2, 4$; $\mu_i = 2.5$; $\hat{r}_i = 1$).

Canais κ - μ :

Nossa proposta é basicamente a mesma realizada para os canais η - μ . Para não ser tão repetitivo, iremos apenas mostrar aonde elas se distinguem. A PDF $f_{\Upsilon_{EGC}}(\gamma)$ será aproximada pela PDF da SNR de um único canal κ - μ , obtida a partir de (2.13) através de uma transformação de variáveis. Portanto,

$$f_{\Upsilon_{EGC}}(\gamma) \approx \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}} \gamma^{\frac{\mu-1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa) \bar{\gamma}^{\frac{\mu+1}{2}}} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}\right) I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}}\right]. \quad (2.53)$$

Substituindo (2.53) e (2.47), ou (2.48), em (2.46), expressões aproximadas em termos de uma única integral são obtidas, onde os parâmetros requeridos em (2.53) são estimados da mesma forma que a realizada na Subseção 2.3.1 para o caso κ - μ , procedimento este simples e facilmente implementado no *MATHEMATICA*.

A representação em termos de somatório é obtida expressando a função $I_\nu[\cdot]$ em (2.53) como série infinita e escrevendo os integrandos requeridos na integral resultante em termos de funções G-Meijer. Logo, para as modulações do tipo dada em (2.47), a ABEP pode ser aproximada por

$$\bar{P}_e \approx \frac{A}{\exp(\mu\kappa)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mu\kappa)^n}{n!\Gamma(n+\mu)} G_{1,1}^{1,1} \left[\frac{\mu(1+\kappa)}{B\bar{\gamma}} \middle| \begin{matrix} 1 \\ n+\mu \end{matrix} \right], \quad (2.54)$$

enquanto que considerando os tipos de modulação em (2.48), segue que

$$\bar{P}_e \approx \frac{A}{\sqrt{\pi} \exp(\mu\kappa)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mu\kappa)^n}{n!\Gamma(n+\mu)} G_{2,2}^{1,2} \left[\frac{\mu(1+\kappa)}{B\bar{\gamma}} \middle| \begin{matrix} 1, \frac{1}{2} \\ n+\mu, 0 \end{matrix} \right]. \quad (2.55)$$

As mesmas observações referentes a convergência e simplicidade de implementação, feitas anteriormente para canais η - μ , podem ser feitas aqui considerando as equações (2.54) e (2.55). Figs. 2.10 e 2.11 esboçam curvas exatas e aproximadas para a ABEP de receptores EGC em canais κ - μ . Assim como para canais η - μ , as curvas foram traçadas para os tipos de modulação descritos em (2.47), porém um bom ajuste também é observado para as modulações dadas em (2.48).

2.4 Aplicações - Receptores MRC multirramos

Nesta Seção, expressões exatas para a OP e ABEP em receptores MRC multirramos sobre canais i.i.d η - μ e κ - μ serão apresentadas. Além disso, por não ser possível obter soluções exatas simples e computacionalmente eficientes para canais α - μ , expressões aproximadas serão obtidas. Neste caso,

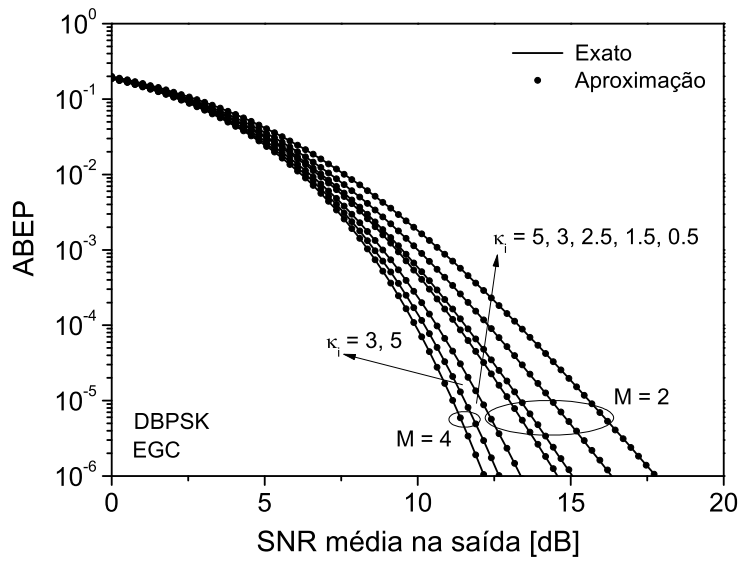


Fig. 2.10: ABEP de receptores EGC em canais κ - μ (DBPSK; $M = 2, 4$; $\mu_i = 2.5$; $\hat{r}_i = 1$).

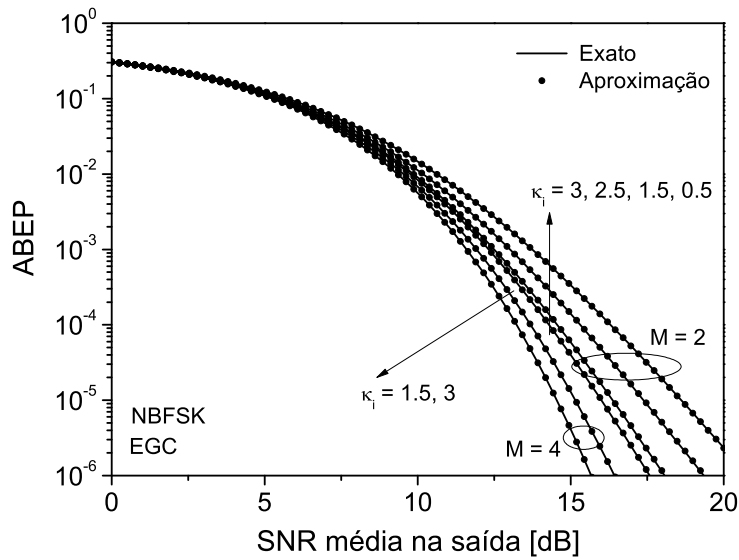


Fig. 2.11: ABEP de receptores EGC em canais κ - μ (NBFSK; $M = 2, 4$; $\mu_i = 2.5$; $\hat{r}_i = 1$).

um excelente ajuste é observado entre as curvas aproximadas e exatas.

Em receptores MRC, os sinais recebidos com envoltórias R_i são cofasados, cada sinal é amplificado convenientemente por combinação ótima, e os sinais resultantes são adicionados tal que a envoltória R_{MRC} na saída do combinador é dada por

$$R_{MRC} = \sqrt{\sum_{i=1}^M R_i^2}. \quad (2.56)$$

A partir de (2.56), a SNR instantânea na saída do combinador Υ_{MRC} pode ser escrita em função das SNRs instantâneas Υ_i de cada ramo de entrada como

$$\Upsilon_{MRC} = \sum_{i=1}^M \Upsilon_i \quad (2.57)$$

Perceba que Υ_{MRC} é dada como a soma das SNRs individuais de cada ramo. Portanto, a PDF de Υ_{MRC} é obtida como a convolução das M PDFs $f_{\Upsilon_i}(\gamma_i)$ e é dada por

$$f_{\Upsilon_{MRC}}(\gamma) = \int_0^\gamma \int_0^{\gamma-\gamma_M} \dots \int_0^{\gamma-\sum_{i=3}^M \gamma_i} f_{\Upsilon_1} \left(\gamma - \sum_{i=2}^M \gamma_i \right) \prod_{i=2}^M f_{\Upsilon_i}(\gamma_i) d\gamma_2 \dots d\gamma_{M-1} d\gamma_M. \quad (2.58)$$

A partir de (2.58), a CDF de Υ_{MRC} é obtida como

$$F_{\Upsilon_{MRC}}(\gamma) = \int_0^\gamma \int_0^{\gamma-\gamma_M} \dots \int_0^{\gamma-\sum_{i=3}^M \gamma_i} \int_0^{\gamma-\sum_{i=2}^M \gamma_i} \prod_{i=1}^M f_{\Upsilon_i}(\gamma_i) d\gamma_1 d\gamma_2 \dots d\gamma_{M-1} d\gamma_M, \quad (2.59)$$

onde (2.59) também representa a solução exata para a OP de um dado canal em desvanecimento.

Canais η - μ e κ - μ :

A partir dos modelos de desvanecimento propostos em [9], pode-se constatar que uma potência η - μ e uma potência κ - μ podem ser, respectivamente, modeladas como a soma de potências η - μ e potências κ - μ . Dessa forma, (2.56) coincide tanto com o modelo de envoltória η - μ , dado em (2.7), como com o modelo de envoltória κ - μ , dado em (2.13). Sendo mais claro, a envoltória na saída do combinador R_{MRC} segue exatamente uma distribuição η - μ , ou uma distribuição κ - μ , com parâmetros

$$\psi = \psi_i, \tag{2.60a}$$

$$\Omega = M\Omega_i, \tag{2.60b}$$

$$\mu = M\mu_i, \tag{2.60c}$$

onde $\psi = \eta, \psi_i = \eta_i$ para o caso η - μ e $\psi = \kappa, \psi_i = \kappa_i$ para o caso κ - μ . Tal comportamento foi um dos fatores que nos motivou a aproximar soma de RVs i.i.d η - μ e κ - μ por uma RV η - μ e κ - μ , respectivamente, na Seção 2.2, sendo novamente mencionado aqui para um melhor entendimento por parte dos leitores do porquê destes modelos serem exatos quando receptores MRC multirramos estão em questão.

Baseando-se no que foi dito acima, as aproximações propostas na Seção 2.3 para receptores EGC são, de fato, formulações exatas quando receptores MRC são empregados. Em outras palavras, (2.44), (2.51) e (2.52) são agora expressões exatas, com os parâmetros η, μ e Ω sendo obtidos de (2.60). Da mesma forma, para canais κ - μ , (2.45), (2.54) e (2.55) tornam-se expressões exatas.

Canais α - μ :

Infelizmente, para estes tipos de canais, devido ao modelo físico inerente aos mesmos, não é possível usar o raciocínio aplicado anteriormente. Porém, expressões aproximadas altamente precisas serão apresentadas.

Assim como feito para o caso EGC, aqui nós propomos aproximar a OP na saída do combinador, dada em (2.59), pela OP de um único canal α - μ . Logo, a Eq. (2.42) é a nossa proposta de aproximação, com a ressalva de que estamos fazendo a análise em relação a Υ_{MRC} . Os parâmetros α, μ e \hat{r} de (2.42) precisam então ser estimados levando em conta as condições de contorno devido a (2.56). Estimadores para tais parâmetros diferem portanto de (2.21)-(2.23) e são agora expressos da seguinte maneira

$$\frac{\Gamma^2(\mu + 2/\alpha)}{\Gamma(\mu) \Gamma(\mu + 4/\alpha) - \Gamma^2(\mu + 2/\alpha)} = \frac{E^2(R_{MRC}^2)}{E(R_{MRC}^4) - E^2(R_{MRC}^2)}, \tag{2.61}$$

$$\frac{\Gamma^2(\mu + 4/\alpha)}{\Gamma(\mu) \Gamma(\mu + 8/\alpha) - \Gamma^2(\mu + 4/\alpha)} = \frac{E^2(R_{MRC}^4)}{E(R_{MRC}^8) - E^2(R_{MRC}^4)}, \tag{2.62}$$

$$\hat{r} = \left[\frac{\mu^{2/\alpha} \Gamma(\mu) E(R_{MRC}^2)}{\Gamma(\mu + 2/\alpha)} \right]^{\frac{1}{2}}. \tag{2.63}$$

Fazendo uso da expansão multinomial, os momentos $E(R_{MRC}^2), E(R_{MRC}^4)$ e $E(R_{MRC}^8)$ requeri-

dos em (2.61), (2.62) e (2.63) podem ser calculados como

$$E(R_{MRC}^{2n}) = \sum_{n_1=0}^n \sum_{n_2=0}^{n_1} \dots \sum_{n_{M-1}=0}^{n_{M-2}} \binom{n}{n_1} \binom{n_1}{n_2} \dots \binom{n_{M-2}}{n_{M-1}} E(R_1^{2(n-n_1)}) E(R_2^{2(n_1-n_2)}) \dots E(R_M^{2(n_{M-1})}). \quad (2.64)$$

Fig. 2.12 faz uma comparação entre as curvas exatas e aproximadas referentes a OP de receptores MRC em canais α - μ . Como já era esperado, nossas aproximações são muito boas. Além disso, para $\alpha_i = 2$, as expressões aproximadas são, de fato, expressões exatas. Aumentando α_i , de 2 a ∞ , ou diminuindo, de 2 a 0, a diferença entre as curvas aumenta, mas de uma maneira quase que irrisória.

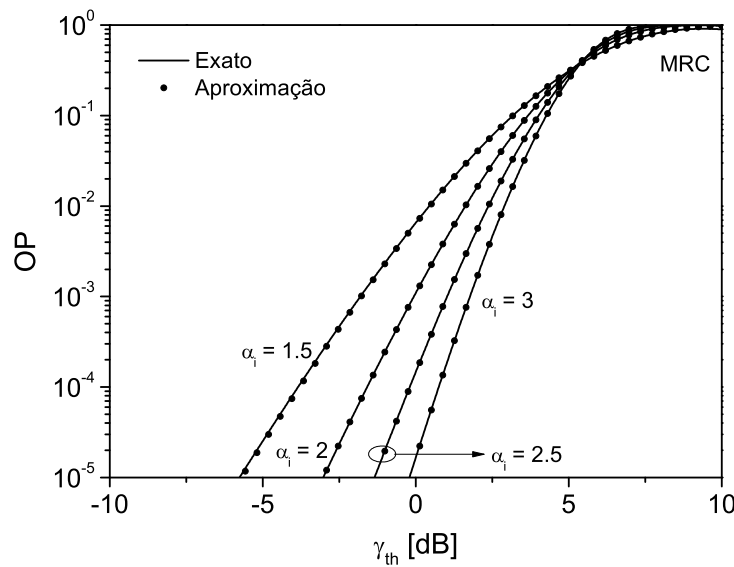


Fig. 2.12: OP de receptores MRC em canais α - μ ($M = 4$; $\mu_i = 2$; $\hat{r}_i = 1$).

Analisando agora a ABEP, temos que a solução exata é dada substituindo (2.58) em (2.46). Na derivação da solução aproximada, nossa idéia é aproximar a PDF de Υ_{MRC} pela PDF da SNR de um único canal α - μ , fazendo uso portanto da Eq. (2.49). Estimadores baseados em momentos para os parâmetros requeridos em (2.49) são dados em (2.61)-(2.63), com os momentos exatos de R_{MRC} calculados a partir de (2.64). Assim como nas análises anteriores referentes a ABEP, Fig. 2.13 esboça, para receptores MRC, modulações DBPSK e NBFSK. Novamente, um bom ajuste entre as curvas é percebido.

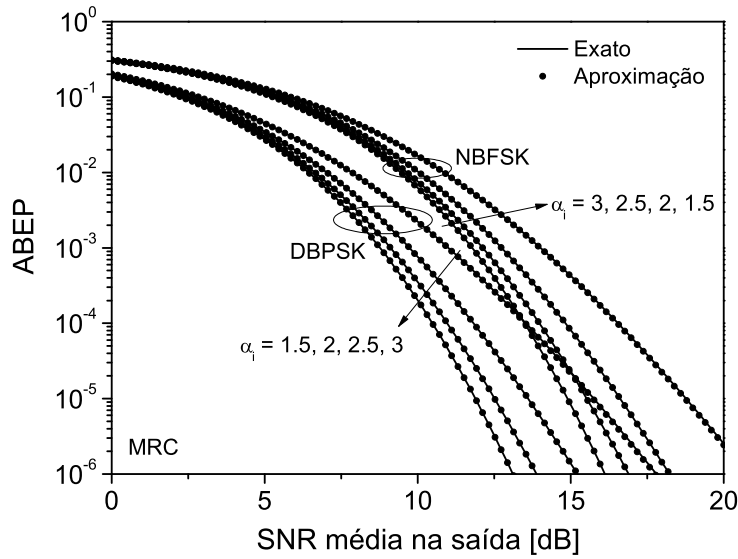


Fig. 2.13: ABEP de receptores MRC em canais α - μ (DBPSK, NBFSK; $M = 4$; $\mu_i = 2$; $\hat{\tau}_i = 1$).

2.5 Conclusões

Neste Capítulo, aproximações em forma fechada para a soma de RVs i.i.d α - μ , η - μ e κ - μ foram propostas. Para isto, estimadores baseados em momentos foram usados com o intuito de obter os parâmetros da aproximação α - μ , η - μ e κ - μ requeridos. Observou-se um excelente ajuste entre as soluções exatas e as soluções aproximadas propostas aqui. Aliando a precisão de nossas formulações com a simplicidade das mesmas, algumas métricas de desempenho em cenários de desvanecimento onde a soma de RVs ocorre foram investigadas. Dessa forma, aproximações simples e precisas para a OP e ABEP de receptores multirramos EGC foram obtidas para os canais α - μ , η - μ e κ - μ . Além disso, considerando receptores multirramos MRC, expressões exatas e em forma fechada, para os canais η - μ e κ - μ , e expressões aproximadas, para canais α - μ , foram também propostas.

Capítulo 3

Estatísticas de Segunda Ordem para Canais de Desvanecimento η - μ : Teoria e Aplicações

A distribuição η - μ [9], cujo modelo físico associado foi discutido no Capítulo 2, é uma distribuição de desvanecimento geral que compreende outras distribuições importantes como casos especiais. Por ter sido recentemente proposta, poucos trabalhos na literatura lidam com a caracterização estatística de canais seguindo esta distribuição.

Em comunicações sem fio, a envoltória e a fase do sinal recebido variam de maneira aleatória devido ao fenômeno do multipercurso. Portanto, uma boa caracterização das variações da envoltória e fase do mesmo torna a análise de qualquer técnica de comunicação muito mais precisa. Estatísticas associadas com a variação da envoltória são, por exemplo, a LCR e a AFD. Estas estatísticas já foram investigadas para os mais conhecidos canais de desvanecimento [30–34]. Relacionada a variação da fase do sinal, uma estatística comumente usada para quantificar seu comportamento é a PCR. Diferentemente das outras distribuições (Hoyt, Rice, Rayleigh), quando a distribuição η - μ , assim como a Nakagami- m foram propostas, nenhuma informação a respeito da fase do sinal foi fornecida. Somente recentemente, uma expressão simples e em forma fechada para a PDF da envoltória e fase das distribuições Nakagami- m e η - μ foi obtida [35, 36]. Baseado em [35], um estudo das estatísticas de segunda ordem do processo de fase para canais Nakagami- m foi realizado [37]. Porém, até então, tais estatísticas permanecem inexploradas para canais de desvanecimento η - μ .

O objetivo deste Capítulo é explorar as estatísticas de segunda ordem de canais de desvanecimento η - μ (Formato 1), em especial a LCR, AFD e PCR. Para tal, expressões exatas e em forma fechada referentes às estatísticas conjuntas da envoltória, da fase e de suas respectivas derivadas temporais serão obtidas. As expressões exatas para a LCR e AFD serão usadas para aproximar a LCR e AFD de receptores multirramos EGC operando em canais Hoyt, onde integrais múltiplas e complexas fornecem a solução exata [38, Eq. 14]. Além disso, estas mesmas expressões exatas constituíram soluções

exatas para a LCR e AFD de canais Hoyt usando receptores MRC, substituindo assim as integrais múltiplas e complexas que representam a solução exata original [38, Eq. 18]. Os resultados analíticos serão completamente validados reduzindo as expressões para alguns casos particulares (Nakagami- m , Hoyt, Rayleigh), para os quais as soluções são conhecidas, e por meio de simulação, para o caso mais geral.

3.1 Preliminares

Neste Capítulo, iremos analisar apenas o Formato 1 do modelo de desvanecimento η - μ . Porém, como já mencionado, um formato pode ser obtido através do outro aplicando uma simples transformação bilinear de variáveis com relação ao parâmetro η da distribuição.

A envoltória R do sinal no modelo de desvanecimento η - μ pode ser escrita em termos das componentes em fase X_i e em quadratura Y_i de cada um dos n clusters do sinal como

$$R^2 = \sum_{i=1}^n (X_i^2 + Y_i^2) = X^2 + Y^2, \quad (3.1)$$

onde $X^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2$ e $Y^2 = \sum_{i=1}^n Y_i^2$ representam a componente em fase e em quadratura do sinal η - μ . A fase Θ do sinal, por sua vez, é dada por $\Theta = \arctan(X/Y)$.

Em [36], mostrou-se que X e Y têm PDFs marginais dada por

$$f_Z(z) = \frac{\mu^\mu |z|^{2\mu-1}}{\Omega_Z^\mu \Gamma(\mu)} \exp\left(-\frac{\mu z^2}{\Omega_Z}\right), \quad -\infty < z < \infty, \quad (3.2)$$

onde $Z \equiv X$ e $\Omega_Z \equiv \Omega_X \triangleq E(X^2) = 2\mu\sigma_X^2 = \eta\Omega/(1+\eta)$, ou $Z \equiv Y$ e $\Omega_Z = \Omega_Y \triangleq E(X^2) = 2\mu\sigma_Y^2 = \Omega/(1+\eta)$. Neste caso, $\sigma_X^2 = E(X_i^2)$, $\sigma_Y^2 = E(Y_i^2)$, $\Omega = E(R^2)$ e μ é uma extensão real de $n/2$.

3.2 Taxa de Cruzamento de Fase

A PCR, representada como $N_\Theta(\theta)$, é definida como o número médio de cruzamento ascendentes (ou descendentes) por segundo de um sinal em um nível de fase específico θ . Tal estatística pode ser expressa como

$$N_\Theta(\theta) = \int_0^\infty \dot{\theta} f_{\Theta, \dot{\Theta}}(\theta, \dot{\theta}) d\dot{\theta}, \quad (3.3)$$

onde $f_{\Theta, \dot{\Theta}}(\cdot, \cdot)$ denota a PDF conjunta da fase Θ e de sua derivada temporal $\dot{\Theta}$. O cálculo desta estatística conjunta torna-se portanto crucial na obtenção da PCR. Isso será feito em detalhe na seqüência.

Fazendo uso da idéia pioneiramente aplicada em [35], cada componente Z pode ser escrita como $Z = S|Z|$, onde $S = \text{sgn}(Z)$ (sinal de Z) e $|Z|$ segue uma distribuição Nakagami- m [35]. Por conveniência, escreveremos $Z = SN$, com N representando uma variável Nakagami- m . Diferenciando Z em relação ao tempo, segue que $\dot{Z} = \dot{S}N + S\dot{N}$. Devido S assumir valores constantes ± 1 , exceto nos instantes de transição ($-1 \rightarrow +1$ e $+1 \rightarrow -1$), sua derivada temporal \dot{S} é nula. Além disso, como Z é contínuo, os instantes de transição ocorrem exatamente e somente nos instantes de cruzamento de zero de Z , implicando $N = |Z|$ nulo. Portanto, sempre teremos $\dot{S}N = 0$ e $\dot{Z} = S\dot{N}$. Em [32] foi mostrado que \dot{N} é gaussiano e independente de N . Sabendo que $\dot{Z} = S\dot{N}$, então \dot{Z} condicionado a $Z = SN$ segue também uma distribuição gaussiana, tendo os mesmos parâmetros da distribuição daquela de \dot{N} . Portanto, \dot{Z} é de fato independente de Z . De forma mais clara, \dot{X} e \dot{Y} seguem uma distribuição gaussiana de média nula com desvios padrões $\pi f_m \sqrt{\eta \Omega / (\mu(1 + \eta))}$ e $\pi f_m \sqrt{\Omega / (\mu(1 + \eta))}$, respectivamente, onde f_m é o desvio Doppler máximo em Hz. Como já mencionado, X é independente de \dot{X} e Y é independente de \dot{Y} . Sendo X e Y processos independentes, segue que X , \dot{X} , Y e \dot{Y} são mutuamente independentes. Finalmente, percebendo que \dot{X} e \dot{Y} seguem uma distribuição gaussiana com os parâmetros citados e que a PDF de X e Y é expressa em (3.2), a PDF conjunta $f_{X, \dot{X}, Y, \dot{Y}}(x, \dot{x}, y, \dot{y})$ é dada por

$$\begin{aligned} f_{X, \dot{X}, Y, \dot{Y}}(x, \dot{x}, y, \dot{y}) &= f_X(x) f_{\dot{X}}(\dot{x}) f_Y(y) f_{\dot{Y}}(\dot{y}) = \\ &= \frac{|x|^{2\mu-1} |y|^{2\mu-1} \mu^{2\mu+1} (1 + \eta)^{2\mu+1}}{2 f_m^2 \pi^3 \Omega^{2\mu+1} \eta^{\mu+\frac{1}{2}} \Gamma^2(\mu)} \exp\left(-\frac{\mu(1 + \eta)}{2 \Omega} \left(\frac{\dot{x}^2}{f_m^2 \pi^2 \eta} + \frac{\dot{y}^2}{f_m^2 \pi^2} + \frac{2x^2}{\eta} + 2y^2\right)\right). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Sabendo que X e Y podem ser escritos em termos da envoltória R e fase Θ como $X = R \cos \Theta$ e $Y = R \sin \Theta$, segue que $\dot{X} = \dot{R} \cos \Theta - R \dot{\Theta} \sin \Theta$ e $\dot{Y} = \dot{R} \sin \Theta + R \dot{\Theta} \cos \Theta$. Seguindo o procedimento estatístico padrão de transformação de variáveis e após manipulações algébricas, a PDF conjunta $f_{R, \dot{R}, \Theta, \dot{\Theta}}(r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta})$ é obtida como

$$\begin{aligned} f_{R, \dot{R}, \Theta, \dot{\Theta}}(r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta}) &= \frac{[(1 + \eta) \mu]^{2\mu+1} |\sin(2\theta)|^{2\mu-1} r^{4\mu}}{2^{2\mu} \pi^3 f_m^2 \eta^{\mu+\frac{1}{2}} \Gamma^2(\mu) \Omega^{2\mu+1}} \\ &\times \exp\left\{-\frac{(1 + \eta) \mu}{2 \Omega} \left[\frac{[\dot{r} \cos(\theta) - r \dot{\theta} \sin(\theta)]^2}{f_m^2 \pi^2 \eta} + \frac{[\dot{r} \sin(\theta) + r \dot{\theta} \cos(\theta)]^2}{f_m^2 \pi^2} + 2r^2 \left(\frac{\cos^2(\theta)}{\eta} + \sin^2(\theta)\right) \right]\right\}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Para as condições apropriadas, como detalhado no Capítulo 2, (3.5) reduz de maneira exata aos casos Nakagami- m [37, Eq. 4] e Hoyt [33, Eq. 10]. Ainda a partir de (3.5), realizando as devidas integrações, algumas PDFs conjuntas exatas e em forma fechadas podem ser encontradas. Tais

estatísticas são apresentadas no Apêndice B.

Substituindo (B.3) em (3.3), a PCR de canais η - μ resulta em

$$N_{\Theta}(\theta) = \frac{f_m \sqrt{\pi} \eta^{\mu-\frac{1}{2}} \Gamma(2\mu - \frac{1}{2}) |\sin(2\theta)|^{2\mu-1}}{2^{\frac{3}{2}} \Gamma^2(\mu) [1 + \eta + (1 - \eta) \cos(2\theta)]^{2\mu-1}}. \quad (3.6)$$

Uma forma de verificar a veracidade de (3.6) é reduzindo-a a alguns casos especiais cujas soluções são conhecidas. Substituindo $\eta = 1$ e $\mu = m/2$ em (3.6), a PCR para canais Nakagami- m é obtida como [37, Eq. 12]

$$N_{\Theta}(\theta) = \frac{\sqrt{\pi} f_m \Gamma(m - \frac{1}{2}) |\sin(2\theta)|^{m-1}}{2^{m+\frac{1}{2}} \Gamma^2(\frac{m}{2})}. \quad (3.7)$$

Da mesma forma, para η arbitrário e $\mu = 0.5$, (3.6) reduz ao caso Hoyt dado como

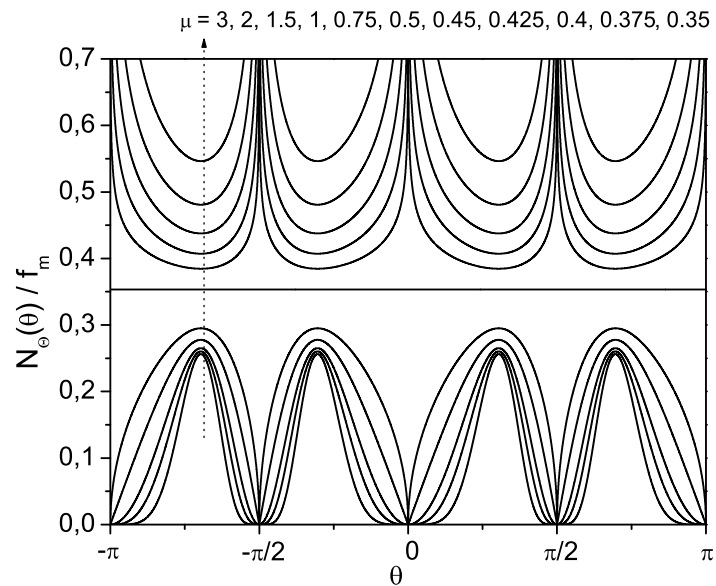
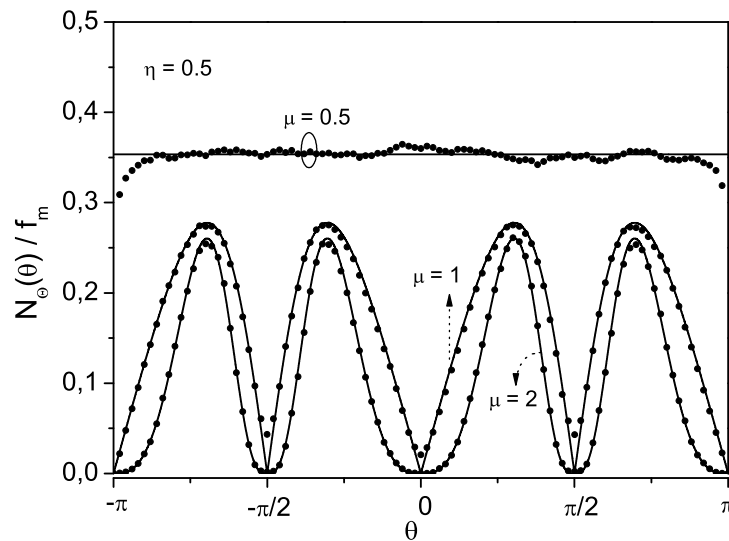
$$N_{\Theta}(\theta) = \frac{f_m}{2\sqrt{2}}. \quad (3.8)$$

Perceba que (3.8) é independente do nível de fase θ , sendo portanto coerente com o resultado obtido em [39]. Além disso, possui o mesmo resultado que o caso Rayleigh ($\eta = 1$).

Fig. 3.1 esboça a PCR normalizada, $N_{\Theta}(\theta)/f_m$, para valores arbitrários de μ e $\eta = 0.5$. Para $\mu = 0.5$ (caso Hoyt), a PCR é independente do nível de fase, assumindo um valor constante igual a $1/(2\sqrt{2})$. Para valores de μ maiores do que 0.5, as curvas assumem valores nulo em múltiplos inteiros de $\pi/2$. Por outro lado, para valores de μ menores que 0.5, as curvas são convexas, tendendo a infinito em múltiplos inteiros de $\pi/2$. Vale ressaltar que, exceto para $\mu = 0.5$ no qual ela é uniforme, a PCR é periódica com período π . Fig. 3.2 compara as curvas teóricas com dados de simulação. O método de simulação empregado foi o Monte Carlo, no qual as variáveis autocorrelacionadas X_i e Y_i foram geradas de acordo com o modelo já bem fundamentado de Clark/Jakes [30]. O parâmetro η foi ajustado alterando a razão das variâncias de X_i e Y_i , enquanto que o parâmetro μ foi regulado variando o número de variáveis gaussianas, como em (3.1).

3.3 Taxa de Cruzamento de Nível e Duração Média de Desvanecimento

A LCR é definida como o número médio de vezes que a envoltória de um sinal cruza um dado nível na direção ascendente (ou descendente) dentro de um certo período de tempo. Denotando este

Fig. 3.1: PCR de canais η - μ ($\eta = 0.5$).Fig. 3.2: Comparação entre as curvas teóricas e simuladas da PCR de canais η - μ (linhas sólidas \rightarrow teórico, círculos \rightarrow simulação).

nível de cruzamento por r , a LCR é estimada como [40]

$$N_R(r) = \int_0^\infty \dot{r} f_{R,\dot{R}}(r, \dot{r}) d\dot{r}, \quad (3.9)$$

onde $f_{R,\dot{R}}(\cdot, \cdot)$ é a PDF conjunta de R e \dot{R} . A AFD é definida como o tempo médio que a envoltória recebida permanece abaixo de um dado limiar r e é formulada como

$$T_R(r) = \frac{F_R(r)}{N_R(r)}, \quad (3.10)$$

no qual, para o Formato 1 da distribuição η - μ , a CDF $F_R(\cdot)$ pode ser obtida a partir de (2.9) como

$$F_R(r) = 1 - Y_\mu \left(\frac{1-\eta}{1+\eta}, (1+\eta) r \sqrt{\frac{\mu}{2\eta\Omega}} \right). \quad (3.11)$$

Com o intuito de obter a LCR em canais η - μ , seguiremos os seguintes passos. Primeiramente, iremos reescrever a expressão geral de Rice para o cálculo da LCR, dada em (3.9), como

$$N_R(r) = \int_0^{2\pi} N_{R,\Theta}(r, \theta) d\theta, \quad (3.12)$$

onde

$$N_{R,\Theta}(r, \theta) = \int_0^\infty \dot{r} f_{R,\dot{R},\Theta}(r, \dot{r}, \theta) d\dot{r}, \quad (3.13)$$

Substituindo (B.2) em (3.13) e realizando a integral requerida, temos que (3.13) é obtida como

$$\begin{aligned} N_{R,\Theta}(r, \theta) = & \frac{f_m \sqrt{\pi} r^{4\mu-1} (1+\eta)^{2\mu-\frac{1}{2}} \mu^{2\mu-\frac{1}{2}} |\sin(2\theta)|^{2\mu-1} \sqrt{1+\eta + (-1+\eta) \cos(2\theta)}}{\eta^\mu \Omega^{2\mu-\frac{1}{2}} 2^{2\mu} \Gamma^2(\mu)} \\ & \times \exp\left(-\frac{r^2(1+\eta)\mu}{2\eta\Omega} (1+\eta - (-1+\eta) \cos(2\theta))\right). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Finalmente, substituindo (3.14) em (3.12), temos que a expressão final para a LCR em canais η - μ pode ser escrita em termos de uma integral simples como

$$\begin{aligned} N_R(r) = & \frac{f_m \sqrt{\pi} [(1+\eta)\mu]^{2\mu-\frac{1}{2}} r^{4\mu-1}}{2^{2\mu-2} \eta^\mu \Gamma^2(\mu) \Omega^{2\mu-\frac{1}{2}}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin(2\theta)]^{2\mu-1} \sqrt{1+\eta - (1-\eta) \cos(2\theta)} \\ & \times \exp\left\{-\frac{[(1+\eta)^2 + (1-\eta^2) \cos(2\theta)] \mu r^2}{2\eta\Omega}\right\} d\theta. \end{aligned} \quad (3.15)$$

A AFD segue diretamente substituindo (3.15) e (3.11) em (3.10). Com propósitos ilustrativos e como uma das formas de validar nossos resultados, alguns casos especiais de (3.15) serão reproduzidos

aqui. A LCR de canais Nakagami- m é obtida abaixo a partir de (3.15) fazendo $\eta = 1$ e $\mu = m/2$

$$N_R(r) = \frac{\sqrt{2\pi} f_m m^{m-\frac{1}{2}} r^{2m-1}}{\Omega^{m-\frac{1}{2}} \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right), \quad (3.16)$$

que está de acordo com [32, Eq. 17]. Para $\mu = 0.5$ em (3.15), a LCR em canais Hoyt com parâmetros $b = (\eta - 1)/(\eta + 1)$ é derivada, sendo mais uma vez coerente com [33, Eq. 13]. Porém, tal LCR continua sendo escrita na forma integral. Fazendo $m = 1$ em (3.16), a LCR para o caso Rayleigh é obtida como em [41, Eq. 4.64] da seguinte forma

$$N_R(r) = \sqrt{2\pi} f_m \left(\frac{r}{\sqrt{\Omega}}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{\Omega}\right). \quad (3.17)$$

Figs. 3.3 e 3.4 plotam a LCR normalizada (eixo da esquerda), $N_R(r)/f_m$, e AFD (eixo da direita), $T_R(r)f_m$, como função da envoltória normalizada $\rho = r/\sqrt{\Omega}$. Aumentando μ e mantendo η constante, percebe que níveis mais baixos são cruzados com taxas menores. Em outras palavras, um aumento do parâmetro μ proporciona uma melhoria no desempenho do sistema. O mesmo pode ser dito para o caso de η aumentando e μ constante. Comparando as Figs. 3.3 e 3.4, percebe-se que ambos LCR e AFD sofrem mais influência com a variação do parâmetro μ do que a do η . De fato, as curvas da AFD são fracamente dependentes do parâmetro η .

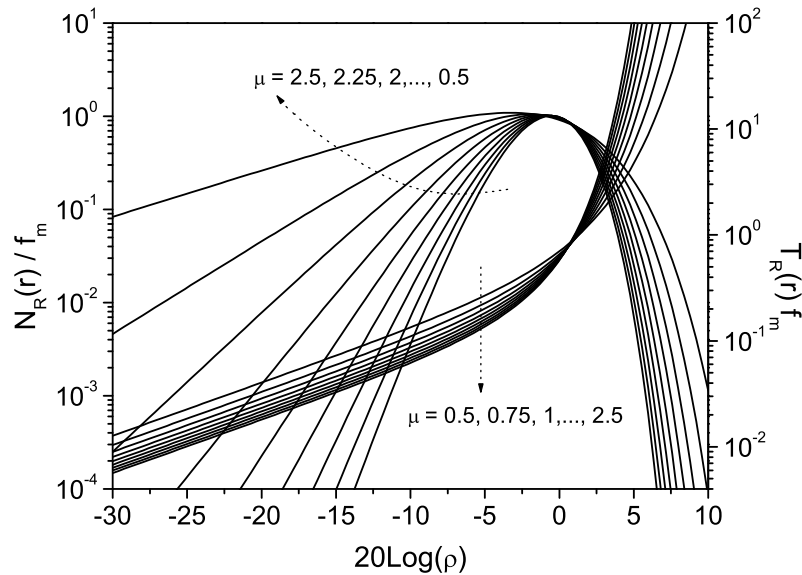


Fig. 3.3: LCR de canais η - μ ($\eta = 0.5$).

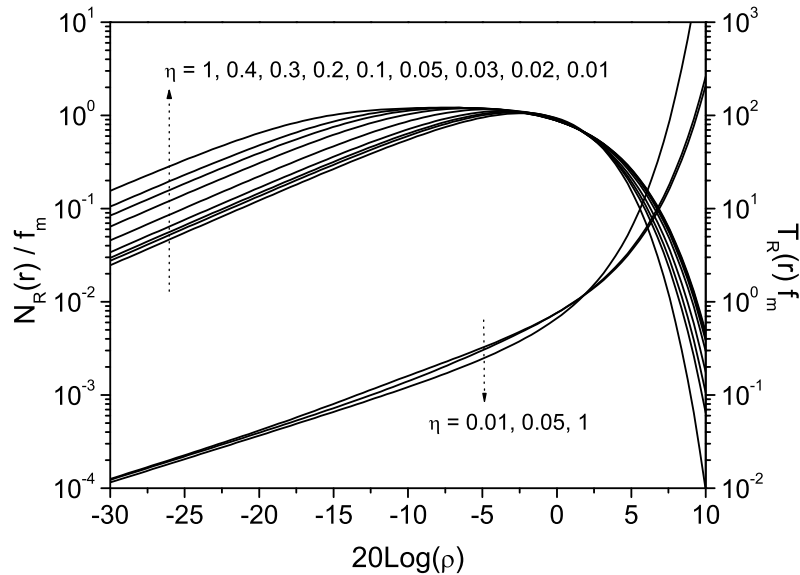


Fig. 3.4: LCR de canais η - μ ($\mu = 0.6$).

Figs. 3.5 e 3.6 esboçam as curvas teóricas e simuladas para a LCR normalizada em função de ρ . Observe a excelente concordância entre as curvas. Simulações foram também realizadas para outras condições de desvanecimento e um bom ajuste entre as curvas ocorreu em todas elas.

3.4 Aplicações

A LCR e AFD de sistemas multirramos EGC e MRC operando em canais independentes Hoyt são conhecidas na literatura e apresentadas em termos de múltiplas integrais [38, Eqs. 14 and 18]. Nesta Seção, serão usadas as expressões para a LCR e AFD, obtidas na Seção 3.3, como soluções exatas, simples e alternativas para a LCR e AFD de sistemas multirramos MRC operando em canais Hoyt. Da mesma forma, elas serão usadas como aproximações altamente precisas para a LCR e AFD de sistemas EGC sobre o mesmo cenário de desvanecimento. Em cada caso, os parâmetros da distribuição η - μ (Ω , η e μ) serão devidamente calculados em termos dos parâmetros de Hoyt de cada ramo. O procedimento para tal será detalhado em seguida. Este mesmo raciocínio pode ser usado para o caso Nakagami- m , no qual a solução exata é dada em [25, 42]. Porém, testes realizados mostraram que a distribuição α - μ produz melhores ajustes na aproximação da LCR de canais Nakagami- m independentes não-identicamente distribuídos (i.n.i.d, do inglês *independent non-identically distributed*) do que a distribuição η - μ . Isso será melhor discutido e detalhado no Capítulo 6. Devido isso, somente o

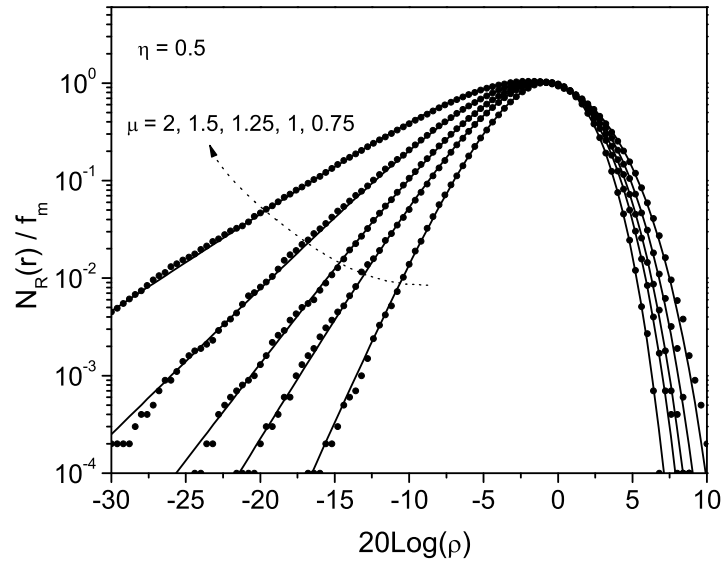


Fig. 3.5: Comparação entre as curvas teóricas e simuladas da LCR de canais η - μ ($\eta = 0.5$, linhas sólidas \rightarrow teórico, círculos \rightarrow simulação).

caso Hoyt será explorado neste Capítulo.

3.4.1 LCR e AFD - Receptores MRC multirramos em Canais Hoyt

Em MRC, a envoltória na saída do combinador R_{MRC} é dada como em (2.56). Neste caso, R_i , que é a envoltória do i -ésimo ramo, $i = 1, \dots, M$, segue a distribuição de Hoyt com potência média $\Omega_i = E(R_i^2)$ e parâmetro de desvanecimento b_i . De fato, cada envoltória Hoyt R_i pode ser modelada como a soma de variáveis quadráticas gaussianas independentes e desbalanceadas, tal que (2.56) coincide com o modelo de envoltória η - μ (3.1) (isto é, $R_{MRC} \equiv R$) tendo a distribuição η - μ os parâmetros

$$\Omega = M\Omega_i, \quad (3.18a)$$

$$\mu = M/2, \quad (3.18b)$$

$$\eta = \frac{1 + b_i}{1 - b_i}. \quad (3.18c)$$

Usando (3.18) em (3.15) e (3.11), obtém-se formulações alternativas exatas, expressas como uma única integral, para a LCR e AFD de sistemas MRC operando em canais Hoyt, atualmente disponível

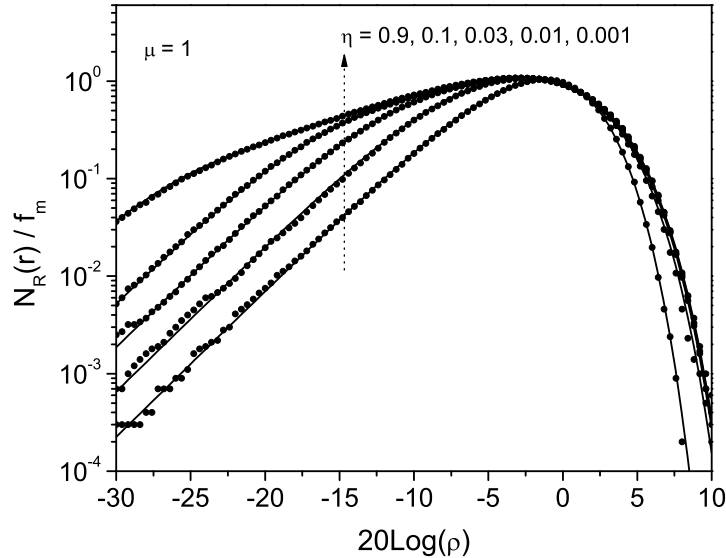


Fig. 3.6: Comparação entre as curvas teóricas e simuladas da LCR de canais η - μ ($\mu = 1$, linhas sólidas \rightarrow teórico, círculos \rightarrow simulação).

na literatura em [38, Eq. 18] na forma de múltiplas integrais.

Vale relembrar que essa mesma abordagem foi realizada na Seção 2.4 para prover expressões exatas para a OP e ABEP em receptores MRC multirramos de canais η - μ i.i.d. Portanto, é fácil concluir que as formulações propostas acima é um mero subcaso das formulações já propostas na Seção 2.4, uma vez que a partir do modelo físico da distribuição η - μ , a soma de potências η - μ pode ser subdividida em uma soma de potências Hoyt. Logo, temos também que (3.15) constitui uma solução exata para a LCR de receptores MRC em canais η - μ i.i.d, onde os parâmetros da distribuição são dados como em (2.60). A expressão exata, escrita em termos de múltiplas integrais e válida para canais não necessariamente i.i.d, será apresentada no Capítulo 5.

3.4.2 LCR e AFD - Receptores EGC multirramos em Canais Hoyt

Considerando a técnica EGC, a envoltória na saída do combinador R_{EGC} pode ser escrita como em (2.37), onde R_i segue a distribuição Hoyt com parâmetros já citados na Subseção 3.4.1. Neste caso, como antes, as formulações exatas para a LCR e AFD de canais Hoyt estão disponíveis na literatura na forma de múltiplas integrais [38, Eq. 14]. Sendo assim, usando as equações (3.15) e (3.11), aproximações altamente precisas para a LCR e AFD na saída do combinador serão apresentadas.

Com o intuito de tornar estas expressões boas aproximações (isto é, $R_{EGC} \approx R$), nós calcularemos os parâmetros de R (Ω , η e μ) a partir dos momentos exatos da saída do combinador R_{EGC} , usando o mesmo procedimento que foi exaustivamente discutido no Capítulo 2. Considerando o Formato 1 da distribuição η - μ , estimadores baseados em momentos para os parâmetros Ω , η e μ podem ser obtidos a partir de (2.28)-(2.31) como

$$\Omega = E(R_{EGC}^2), \quad (3.19)$$

$$\eta_{a,b} = \frac{\sqrt{2c} - \sqrt{3 - 2c \pm \sqrt{9 - 8c}}}{\sqrt{2c} + \sqrt{3 - 2c \pm \sqrt{9 - 8c}}}, \quad (3.20)$$

$$c \triangleq \frac{\frac{E(R_{EGC}^6)}{\Omega^3} - \frac{3E(R_{EGC}^4)}{\Omega^2} + 2}{2 \left[\frac{E(R_{EGC}^4)}{\Omega^2} - 1 \right]^2}, \quad (3.21)$$

$$\mu_{a,b} = \frac{\Omega^2}{E(R_{EGC}^4) - \Omega^2} \times \frac{1 + \eta_{a,b}^2}{(1 + \eta_{a,b})^2}. \quad (3.22)$$

Os momentos exatos de R_{EGC} , requeridos acima, ficam expressos em termos dos momentos individuais das RVs R_i , obtidos a partir de (2.8) para $R = R_i$, $h = (2 + \eta^{-1} + \eta)/4$, $H = (\eta^{-1} - \eta)/4$, $\mu = 0.5$ e $\eta = (1 + b_i)/(1 - b_i)$, da seguinte maneira $E(R_{EGC}^k) = M^{-k/2} E(S^k)$, no qual $E(S^k)$ foi obtido em (2.25).

Na Fig. 3.7, nossas aproximações para a LCR e AFD de receptores EGC operando em canais de Hoyt são comparadas com as formulações exatas expressas em termos de múltiplas integrais como em [38, Eq. 14], para $M = 2, 3, 4$, $b_i = 0.1, 0.6$ e $\Omega_i = 1$. Percebe-se como as aproximações propostas produzem resultados indistinguíveis das formulações exatas. Como mencionado antes, para o caso MRC, nossas expressões alternativas dadas em uma única integral são de fato exatas e coincidem com as formulações em múltiplas integrais dadas em [38, Eq. 18]. É claro que, neste caso, não existe necessidade de comparar ambas as formulações.

3.5 Conclusões

Neste Capítulo, estatísticas de segunda ordem para canais de desvanecimento η - μ foram apresentadas. Dentre estas, as estatísticas conjuntas da envoltória, da fase e de suas derivadas temporais, combinadas de diferentes formas, assim como a PCR, foram obtidas em forma fechada. Por sua vez, a LCR e AFD foram expressas como uma integral simples. Tais expressões foram validadas reduzindo-as a alguns casos particulares (Rayleigh, Hoyt e Nakagami- m), para os quais os resultados são conhecidos, e por meio de simulação. Além disso, baseando-se nos novos resultados, formulações exatas e na forma de uma única integral para a LCR e AFD de sistemas multiramados MRC

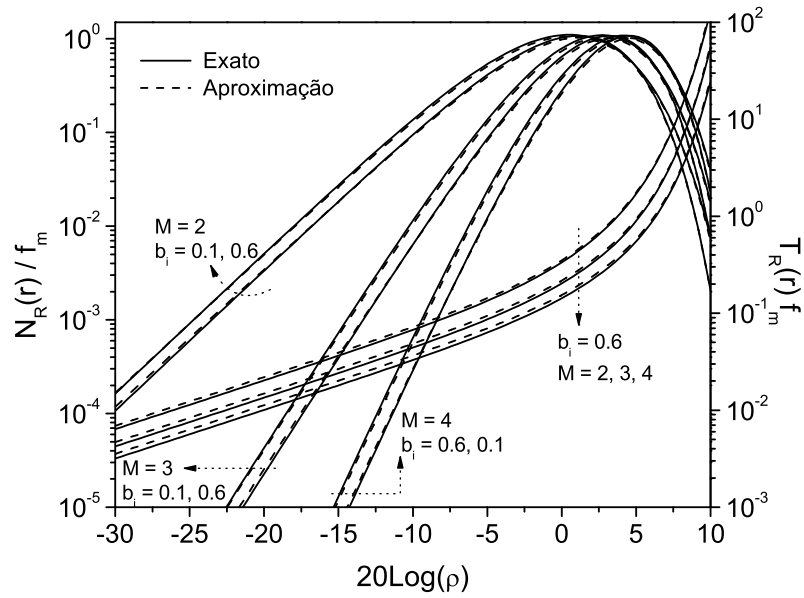


Fig. 3.7: LCR e AFD de receptores multirramos EGC operando em canais Hoyt.

e aproximações altamente precisas para a LCR e AFD de sistemas multirramos EGC, operando em canais independentes Hoyt, foram propostas.

Capítulo 4

Distribuição η - μ Conjunta da Envoltória e Fase

Nesta parte introdutória, gostaríamos de ressaltar que embora a estatística apresentada neste Capítulo, considerando o Formato 1 da distribuição η - μ , possa ser obtida a partir de (3.5), ela difere da análise anterior por ser mais geral. Em outras palavras, neste Capítulo é proposto uma representação geral e unificada da PDF conjunta da envoltória e fase para os dois formatos nos quais a distribuição η - μ pode aparecer. Em contrapartida, no Capítulo anterior a análise foi feita apenas para o Formato 1, sendo possível a obtenção do Formato 2 por meio de uma transformação bilinear.

A distribuição da fase tem uma grande variedade de aplicações em sistemas de comunicação [23, 43–46], principalmente quando a informação é transmitida na fase da portadora. Em particular, a PDF da fase pode ser útil, por exemplo, no cálculo de probabilidade de erro em canais de desvanecimento com sinalização na fase [47]. A distribuição conjunta da envoltória e fase, por sua vez, tem uso, por exemplo, na determinação de estatísticas de ordem superior, como a LCR (ver Capítulo 5).

4.1 Formulação e Cálculo

Seja $R \exp(j\Theta)$ um sinal seguindo a distribuição η - μ , no qual R representa a envoltória e Θ a fase. Portanto, do Capítulo 2 segue que

$$R^2 = X^2 + Y^2, \quad (4.1)$$

$$\Theta = \arctan(Y/X), \quad (4.2)$$

onde as componentes em fase X e em quadratura Y do sinal são expressas como o somatório das componentes em fase X_i e em quadratura Y_i de cada um dos n *clusters* que compõem o sinal recebido

e têm potências médias Ω_X e Ω_Y , respectivamente. No Formato 1, X_i e Y_i são processos mutuamente independentes de média nula e variâncias não-idênticas tal que $E(X_i^2) = \eta\Omega/(2\mu(1+\eta)) = \Omega_X/2\mu$ e $E(Y_i^2) = \Omega/(2\mu(1+\eta)) = \Omega_Y/2\mu$, sendo $\eta = E(X_i^2)/E(Y_i^2)$ e $\Omega = E(R^2)$. No Formato 2, X_i e Y_i são processos correlacionados de média nula e variâncias idênticas tal que $E(X_i^2) = E(Y_i^2) = \Omega/4\mu$ e $\eta = 4\mu E(X_i Y_i)/\Omega$.

Partindo das variáveis correlacionadas X_i e Y_i (Formato 2) e realizando uma rotação de eixos, obtém-se variáveis em fase e em quadratura independentes, tal como no Formato 1, tendo potências médias respectivamente igual a $\Omega_X = \frac{(1-\eta)\Omega}{2}$ e $\Omega_Y = \frac{(1+\eta)\Omega}{2}$. Após isso, Ω_X e Ω_Y podem ser expressos da mesma forma para os dois formatos como

$$\Omega_X = \frac{(h-H)\Omega}{2h}, \quad (4.3)$$

$$\Omega_Y = \frac{(h+H)\Omega}{2h}, \quad (4.4)$$

com h e H assumindo valores distintos para os dois diferentes formatos.

Sabendo que, após a transformação descrita, X e Y são variáveis independentes para ambos os formatos, então sua PDF conjunta é dada por $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) \times f_Y(y)$, onde $f_X(x)$ e $f_Y(y)$ podem ser obtidas a partir de (3.2). Segue então que

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{\mu^{2\mu} |x|^{2\mu-1} |y|^{2\mu-1}}{\Omega_X^\mu \Omega_Y^\mu \Gamma^2(\mu)} \exp\left(-\mu\left(\frac{x^2}{\Omega_X} + \frac{y^2}{\Omega_Y}\right)\right). \quad (4.5)$$

Usando o procedimento estatístico padrão de transformação de variáveis tal que $f_{R,\Theta}(r,\theta) = |J|f_{X,Y}(x,y)$, no qual $|J| = r$ é o jacobiano da transformação, e substituindo (4.3) e (4.4) em (4.5), a PDF conjunta correspondente $f_{R,\Theta}(r,\theta)$ é dada por

$$f_{R,\Theta}(r,\theta) = \frac{2\mu^{2\mu} h^{2\mu} r^{4\mu-1} |\sin(2\theta)|^{2\mu-1}}{(h^2 - H^2)^\mu \Omega^{2\mu} \Gamma^2(\mu)} \exp\left(-\frac{2\mu h r^2}{\Omega(h^2 - H^2)}(h + H \cos(2\theta))\right). \quad (4.6)$$

Perceba que, diferentemente do caso Nakagami- m , R não é independente de Θ . Integrando (4.6) em relação a r , obtém-se a PDF da fase $f_\Theta(\theta)$ como

$$f_\Theta(\theta) = \frac{(h^2 - H^2)^\mu \Gamma(2\mu) |\sin(2\theta)|^{2\mu-1}}{2^{2\mu} \Gamma^2(\mu) (h + H \cos(2\theta))^{2\mu}}. \quad (4.7)$$

4.2 Algumas Discussões e Resultados Numéricos

Como citado na Seção 2.1, a PDF da envoltória da distribuição η - μ é simétrica em $\eta = 1$, para o Formato 1, e $\eta = 0$, para o Formato 2, ou seja, tanto faz explorá-la dentro de um intervalo ou outro do parâmetro η . Contudo, tal fato não é verdadeiro para a PDF da fase, no qual um desvio de $\pi/2$ é observado entre as curvas dentro dos respectivos intervalos.

O resultado em (4.7) reduz ao de Hoyt [48, Eq. 6.3] de maneira exata para $\mu = 0.5$ e parâmetro de Hoyt $b = -H/h$. Da mesma forma, ele reduz exatamente ao de Nakagami- m [35, Eq. 3] para $\mu = m/2$ e $H/h \rightarrow 0$. O caso para o qual $H/h \rightarrow 1$ merece uma atenção especial. Embora esta condição gere a PDF da envoltória de Nakagami- m , o mesmo não acontece para a PDF da fase. Como pode ser visto de (4.7), exceto para $\theta = \pi/2$ e $\theta = 3\pi/2$ onde impulsos ocorrem, a PDF da fase é constantemente nula em todo o intervalo de θ . O caso dual é quando $H/h \rightarrow -1$, onde impulsos ocorrem em $\theta = \pi$ e $\theta = 2\pi$. Tal resultado é de fato esperado desde que $H/h \rightarrow 1$ significa a existência da componente em quadratura somente, enquanto $H/h \rightarrow -1$ representa a existência apenas da componente em fase.

Agora, alguns gráficos da distribuição de fase η - μ serão mostrados. Por conveniência, apenas o Formato 1 será esboçado. Fig. 4.1 ilustra a PDF da fase para $\eta = 0.5$ e μ variando de 0.25 a 3. Para valores de μ menores que 0.5, as curvas são convexas tendendo ao infinito em múltiplos inteiros de $\pi/2$. Para $\mu = 0.5$, as curvas atingem seus mínimos em inteiros múltiplos de π e máximos em múltiplos ímpares de $\pi/2$. Para valores de μ maiores que 0.5, as curvas assumem valores nulos em múltiplos inteiros de $\pi/2$. Fig. 4.2 plota a PDF da fase para $\mu = 0.6$ e variando η . Fig. 4.3 mostra a PDF da fase em coordenadas polares para $\eta = 0.5$ e variando μ .

4.3 Aplicações

A distribuição da fase encontra um grande número de aplicações em comunicações sem fio. A distribuição conjunta da envoltória e fase, por exemplo, é útil na determinação de estatísticas de ordem superior, tais como LCR em sistemas multirramos com diversidade. Nesta Seção, uma possível aplicação dos resultados aqui obtidos é mostrada. Em particular, a PDF $f_{\dot{R}}(\dot{r})$ da derivada temporal da envoltória será encontrada. Para tal, faz-se uso da PDF condicional $f_{\dot{R}|\Theta}(\dot{r}|\theta)$ de \dot{R} dado Θ , como segue

$$f_{\dot{R}}(\dot{r}) = \int_0^{2\pi} f_{\dot{R}|\Theta}(\dot{r}|\theta) f_{\Theta}(\theta) d\theta. \quad (4.8)$$

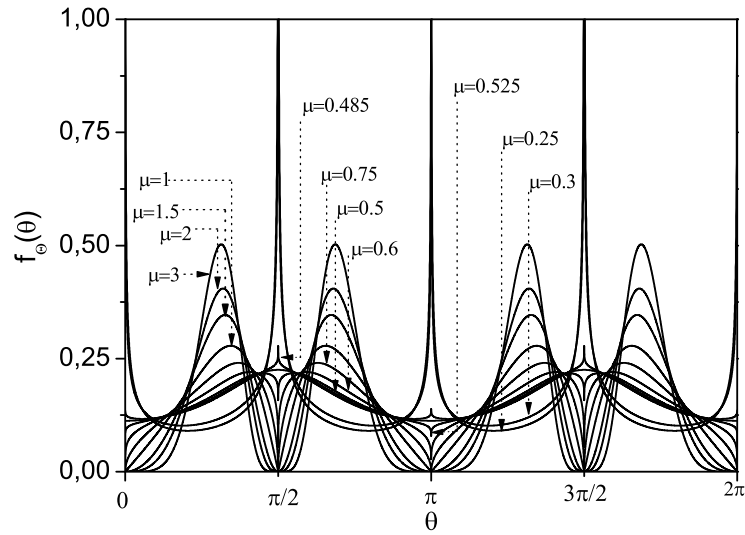


Fig. 4.1: PDF da fase de canais η - μ ($\eta = 0.5$).

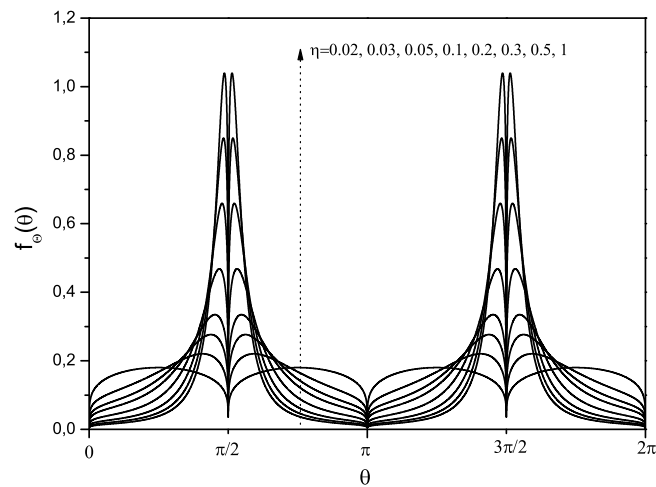


Fig. 4.2: PDF da fase de canais η - μ ($\mu = 0.6$).

De (4.1), temos que $R\dot{R} = X\dot{X} + Y\dot{Y}$, onde \dot{X} e \dot{Y} representam, respectivamente, as derivadas temporais de X e Y . Sabendo que $X = R \cos(\Theta)$ e $Y = R \sin(\Theta)$, segue que

$$\dot{R} = \dot{X} \cos(\Theta) + \dot{Y} \sin(\Theta). \quad (4.9)$$

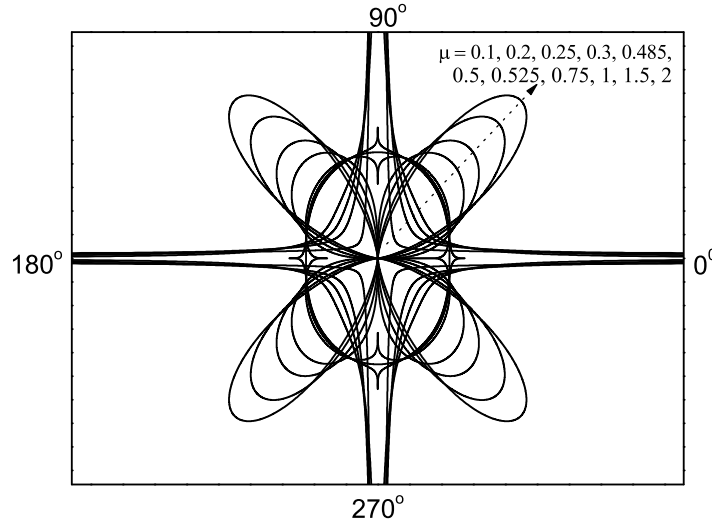


Fig. 4.3: PDF da fase de canais η - μ - coordenadas polares ($\eta = 0.5$).

Devido Z ($Z = X$, ou $Z = Y$) seguir uma distribuição Nakagami- m [35] e sua derivada temporal ser gaussiana [32], então, para espalhamento isotrópico, \dot{Z} é gaussiano de média nula com $E(\dot{Z}^2) = (\pi f_m)^2 \Omega_Z / \mu$. A partir de (4.9), percebe-se que \dot{R} , dado Θ , é gaussiano de média nula com variância $E(\dot{R}^2|\Theta)$. Alterando as componentes em fase e em quadratura do Formato 2 de forma que estas fiquem independentes como no Formato 1, tal variância pode ser expressa como

$$E(\dot{R}^2|\Theta) = \frac{f_m^2 \pi^2 \hat{r}^2}{2\mu} \left(1 - \frac{H \cos(2\theta)}{h} \right), \quad (4.10)$$

para ambos os formatos. Substituindo (4.7) em (4.8) e sabendo que $f_{\dot{R}|\Theta}(\dot{r}|\theta)$ é uma distribuição gaussiana de média nula com variância dada em (4.10), a PDF de \dot{R} é obtida como

$$f_{\dot{R}}(\dot{r}) = \frac{(\mu h)^{\frac{1}{2}} (h^2 - H^2)^\mu \Gamma(2\mu)}{4^{\mu-1} f_m \pi^{\frac{3}{2}} \hat{r} \Gamma^2(\mu)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(h + H \cos(2\theta))^{-2\mu} (\sin(2\theta))^{2\mu-1}}{\sqrt{h - H \cos(2\theta)}} \times \exp\left(\frac{-h\mu\dot{r}^2}{f_m^2 \pi^2 \hat{r}^2 (h - H \cos(2\theta))}\right) d\theta. \quad (4.11)$$

Figs. 4.4 e 4.5 mostram (Formato 1) a PDF normalizada de \dot{R} , $f_{\dot{R}}(\dot{r}) f_m \Omega^{1/2}$, como função da derivada temporal da envoltória normalizada, $\dot{r} / f_m \Omega^{1/2}$, para algumas condições de desvanecimento. Perceba que as curvas tem suas formas semelhantes a gaussianas, embora $f_{\dot{R}}(\dot{r})$ não seja gaussiana, diferentemente dos modelos de desvanecimento Nakagami- m e Rice.

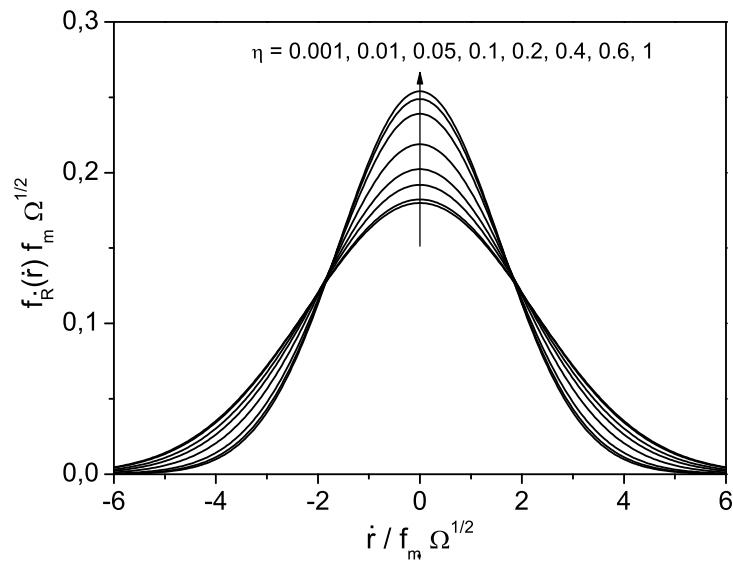


Fig. 4.4: PDF da derivada temporal da envoltória η - μ ($\mu = 2$).

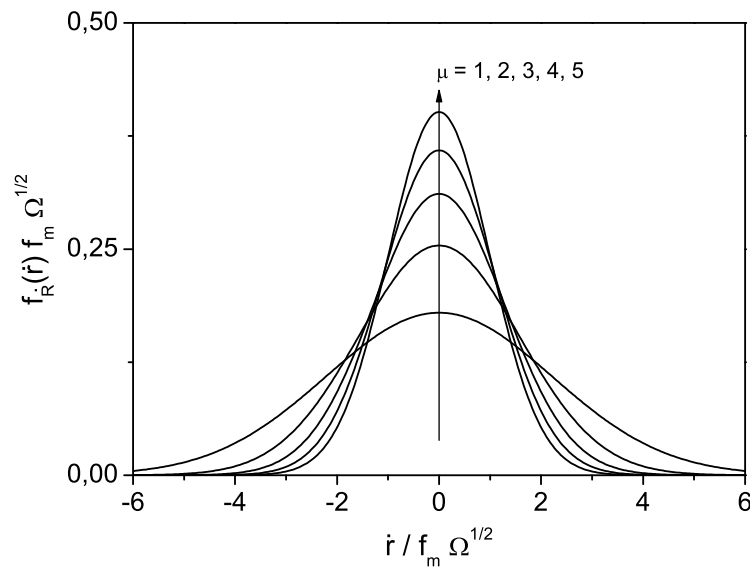


Fig. 4.5: PDF da derivada temporal da envoltória η - μ ($\eta = 1$).

4.4 Conclusões

Neste Capítulo, a PDF conjunta da envoltória e da fase assim como a PDF da fase da distribuição η - μ foram obtidas em forma fechada e de maneira exata. As formulações aqui apresentadas compreendem aquelas de Hoyt e Nakagami- m já publicadas na literatura. Uma característica importante relacionada ao formato das curvas é que a distribuição da fase para o intervalo $-1 \leq H/h \leq 0$ é a mesma para o intervalo $0 \leq H/h \leq 1$, porém deslocada de $\pi/2$. A partir de nossos resultados, a PDF da derivada temporal da envoltória foi encontrada e alguns gráficos foram plotados mostrando que, diferentemente de Nakagami- m e Rice, tal estatística não é gaussiana, embora o formato das curvas se assemelhem muito a ela.

Capítulo 5

Taxa de Cruzamento de Nível e Duração Média de Desvanecimento para Canais Generalizados usando Técnicas de Diversidade por Combinação na Recepção

Em sistemas sem fio, a envoltória do sinal recebido varia aleatoriamente devido ao fenômeno do multipercorso e técnicas de diversidade são geralmente utilizadas para combater esta variação aleatória do nível de sinal, proporcionando assim uma maior confiabilidade na detecção do mesmo. A LCR e a AFD são métricas importantes que avaliam o desempenho dinâmico de sistemas com diversidade, sendo aplicadas em algoritmos de *handoff*, códigos corretores de erros, cálculo de comprimento de pacotes, etc. Por esta razão, tais métricas têm sido amplamente investigadas na literatura para os canais de desvanecimento mais conhecidos [25, 34, 38, 49]. Um dos propósitos deste Capítulo é obter expressões exatas para a LCR e AFD de receptores multirramos EGC e MRC operando em canais de desvanecimento α - μ , η - μ e κ - μ com potências médias e parâmetros de desvanecimento arbitrários. Devido à dificuldade inerente das formulações exatas, nos quais a LCR e AFD serão expressas em termos de múltiplas integrais, aproximações simples e precisas serão propostas para tais métricas, extendendo para estatísticas de segunda ordem a idéia inicialmente aplicada no Capítulo 2. Como será visto através dos resultados numéricos, novamente as diferenças entre as curvas exatas e aproximadas serão imperceptíveis. Além disso, baseando-se em alguns resultados da literatura, expressões simples e em forma fechada para a LCR e AFD usando técnicas PSC serão encontradas. Os resultados analíticos aqui apresentados serão validados reduzindo as expressões gerais para alguns casos particulares, nos quais as soluções são conhecidas, e por meio de simulação.

5.1 Estatísticas Condicionais da Derivada Temporal da Envoltória em Cada Ramo de Diversidade

Em um cenário de recepção com diversidade, considere que o sinal recebido no i -ésimo ramo ($i = 1, \dots, M$) compreende um certo número n_i de *clusters* de multipercurso tal que a envoltória R_i possa ser escrita como

$$R_i^{\alpha_i} = \sum_{l=1}^{n_i} (X_{il} + p_{il})^2 + (Y_{il} + q_{il})^2, \quad (5.1)$$

onde, dependendo do modelo de canal a ser investigado, variáveis e parâmetros de (5.1) possuem um dado comportamento e valor, como já detalhado na Seção 2.1. É importante apenas ressaltar que os parâmetros estatísticos de X_{il} e Y_{il} variam somente de um ramo para outro, permanecendo os mesmos dentro dos diversos *clusters* ($l = 1, \dots, n_i$) que o atinge. Note também que cada ramo de entrada possui um número específico de *clusters*, podendo ser o mesmo ou não. Na seqüência, a PDF condicional de \dot{R}_i , derivada temporal de R_i , será obtida para cada um dos modelos de canais generalizados apresentados aqui. Tal estatística será de crucial importância na obtenção da LCR e AFD. Em toda a análise, é assumido que o espalhamento é isotrópico. Além disso, para canais η - μ , nossas formulações levam em conta o Formato 1 da distribuição.

Canais α - μ :

Neste caso, a envoltória R_i é modelada a partir de (5.1) fazendo $p_{il} = q_{il} = 0$. Logo, para canais α - μ , (5.1) é reescrito como

$$R_i^{\alpha_i} = \sum_{l=1}^{n_i} (X_{il}^2 + Y_{il}^2). \quad (5.2)$$

Derivando cada lado da igualdade em (5.2), segue que

$$\alpha_i R_i^{\alpha_i-1} \dot{R}_i = \sum_{l=1}^{n_i} (2X_{il} \dot{X}_{il} + 2Y_{il} \dot{Y}_{il}), \quad (5.3)$$

onde, rearranjando os termos de (5.3), resulta em

$$\dot{R}_i = 2 \sum_{l=1}^{n_i} \frac{X_{il} \dot{X}_{il} + Y_{il} \dot{Y}_{il}}{\alpha_i R_i^{\alpha_i-1}}. \quad (5.4)$$

Para espalhamento isotrópico, as derivadas temporais \dot{X}_{il} e \dot{Y}_{il} são variáveis gaussianas de médias nulas e variâncias $\dot{\sigma}_i^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma_i^2 = \pi^2 f_m^2 \hat{r}_i^{\alpha_i} / \mu_i$ [30]. Conseqüentemente, baseando-se em (5.4) e

sabendo que a combinação linear de variáveis gaussianas segue também uma distribuição gaussiana, temos que a PDF condicional de \dot{R}_i dado R_i é gaussiana de média nula e variância $\sigma_{\dot{R}_i}^2$, isto é,

$$f_{\dot{R}_i|R_i}(\dot{r}_i|r_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{R}_i}} \exp\left(-\frac{\dot{r}_i^2}{2\sigma_{\dot{R}_i}^2}\right). \quad (5.5)$$

Portanto, precisamos determinar o valor de $\sigma_{\dot{R}_i}^2$, que é a estatística requerida em (5.5). Aplicando o operador variância condicional em (5.4), temos

$$\begin{aligned} \sigma_{\dot{R}_i}^2 &= 4 \sum_{l=1}^{n_i} \frac{X_{il}^2 + Y_{il}^2}{\alpha_i^2 R_i^{2\alpha_i-2}} \dot{\sigma}_i^2 \\ &= 4\pi^2 f_m^2 \sum_{l=1}^{n_i} \frac{X_{il}^2 + Y_{il}^2}{\alpha_i^2 \mu_i R_i^{2\alpha_i-2}} \hat{r}_i^{\alpha_i}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Perceba que, exceto X_{il} e Y_{il} , todos os demais termos de (5.6) não são funções do número de *clusters* l . Logo, substituindo (5.2) em (5.6), segue que a variância da PDF condicional de \dot{R}_i dado R_i pode ser expressa como

$$\sigma_{\dot{R}_i}^2 = \frac{R_i^{2-\alpha_i}}{\alpha_i^2 \mu_i} 4\pi^2 f_m^2 \hat{r}_i^{\alpha_i}. \quad (5.7)$$

Canais η - μ :

Para estes tipos de canais, a envoltória R_i é modelada a partir de (5.1) fazendo $\alpha_i = 2$ e $p_{il} = q_{il} = 0$. Logo,

$$R_i^2 = \sum_{l=1}^{n_i} (X_{il}^2 + Y_{il}^2). \quad (5.8)$$

Escrevendo a envoltória R_i , expressa em (5.8), e a fase Θ_i do sinal η - μ em termos da componente em fase X_i e quadratura Y_i do mesmo, temos que

$$R_i^2 = X_i^2 + Y_i^2, \quad (5.9)$$

$$\Theta_i = \arctan(Y_i/X_i), \quad (5.10)$$

onde $X_i = \sqrt{\sum_{l=1}^{n_i} X_{il}^2}$ e $Y_i = \sqrt{\sum_{l=1}^{n_i} Y_{il}^2}$ com potências médias dadas, respectivamente, como $\Omega_{X_i} = 2\mu_i\sigma_{X_{il}}^2$ e $\Omega_{Y_i} = 2\mu_i\sigma_{Y_{il}}^2$, onde $\sigma_{X_{il}}^2 = E(X_{il}^2)$ e $\sigma_{Y_{il}}^2 = E(Y_{il}^2)$. Uma outra forma de expressar Ω_{X_i} e Ω_{Y_i} é em termos da potência média Ω_i da envoltória do sinal η - μ . Neste caso, $\Omega_{X_i} = (\eta_i/(1 + \eta_i))\Omega_i$ e $\Omega_{Y_i} = (1/(1 + \eta_i))\Omega_i$.

A partir de (5.9), perceba que X_i e Y_i podem ser escritos como $X_i = R_i \cos(\Theta_i)$ e $Y_i = R_i \sin(\Theta_i)$.

Logo, derivando ambos os lados de (5.9), segue que

$$\dot{R}_i = \dot{X}_i \cos(\Theta_i) + \dot{Y}_i \sin(\Theta_i). \quad (5.11)$$

No Capítulo 3, foi mostrado que \dot{X}_i and \dot{Y}_i são variáveis gaussianas de média nula com variâncias dadas por $\sigma_{\dot{X}_i}^2$ and $\sigma_{\dot{Y}_i}^2$, respectivamente. Baseando-se nisso e através de (5.11), é fácil ver que \dot{R}_i , dado R_i e Θ_i , segue também uma distribuição gaussiana de média nula, isto é,

$$f_{\dot{R}_i|R_i, \Theta_i}(\dot{r}_i|r_i, \theta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{R}_i}} \exp\left(-\frac{\dot{r}_i^2}{2\sigma_{\dot{R}_i}^2}\right). \quad (5.12)$$

Temos que, novamente, encontrar o valor de $\sigma_{\dot{R}_i}^2$. Aplicando o operador variância condicional em ambos os lados de (5.11), temos

$$\sigma_{\dot{R}_i}^2 = \sigma_{\dot{X}_i}^2 \cos^2(\Theta_i) + \sigma_{\dot{Y}_i}^2 \sin^2(\Theta_i). \quad (5.13)$$

Portanto, um pré-requisito para a determinação de $\sigma_{\dot{R}_i}^2$ é a obtenção de $\sigma_{\dot{X}_i}^2$ e $\sigma_{\dot{Y}_i}^2$. As expressões para estes parâmetros, por sua vez, são equivalentes aquelas de $\sigma_{\dot{X}_{il}}^2$ and $\sigma_{\dot{Y}_{il}}^2$, respectivamente, como será mostrado em seguida.

Derivando ambos os lados da igualdade $X_i^2 = \sum_{l=1}^{n_i} X_{il}^2$, segue que

$$\dot{X}_i = \frac{\sum_{l=1}^{n_i} X_{il} \dot{X}_{il}}{X_i}. \quad (5.14)$$

Aplicando o operador variância condicional em (5.14)

$$\sigma_{\dot{X}_i}^2 = \frac{\sum_{l=1}^{n_i} X_{il}^2 \sigma_{\dot{X}_{il}}^2}{X_i^2}. \quad (5.15)$$

A partir do modelo de desvanecimento η - μ , percebe-se que $\sigma_{\dot{X}_{il}}^2$ não depende do número de *clusters* l , variando somente de um ramo para outro, isto é, quando i varia. Portanto, (5.15) pode ser reescrita como

$$\sigma_{\dot{X}_i}^2 = \sigma_{\dot{X}_{il}}^2 \frac{\sum_{l=1}^{n_i} X_{il}^2}{X_i^2} = \sigma_{\dot{X}_{il}}^2. \quad (5.16)$$

De forma análoga, mostra-se que $\sigma_{\dot{Y}_i}^2 = \sigma_{\dot{Y}_{il}}^2$.

O objetivo agora torna-se então calcular $\sigma_{\dot{X}_{il}}^2$ e $\sigma_{\dot{Y}_{il}}^2$. Para espalhamento isotrópico, sabe-se que \dot{X}_{il} e \dot{Y}_{il} são variáveis gaussianas de médias nula com variâncias $\sigma_{\dot{X}_{il}}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma_{X_{il}}^2$ e $\sigma_{\dot{Y}_{il}}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma_{Y_{il}}^2$,

respectivamente. Sabendo que $\sigma_{X_{il}}^2 = \Omega_{X_i}/2\mu_i = (\eta_i/(2\mu_i(1 + \eta_i)))\Omega_i$ e $\sigma_{Y_{il}}^2 = \Omega_{Y_i}/2\mu_i = (1/(2\mu_i(1 + \eta_i)))\Omega_i$, as variâncias $\sigma_{\dot{X}_i}^2$ e $\sigma_{\dot{Y}_i}^2$ podem ser expressas como

$$\sigma_{\dot{X}_i}^2 \equiv \sigma_{\dot{X}_{il}}^2 = \pi^2 f_m^2 \left(\frac{\eta_i \Omega_i}{\mu_i(1 + \eta_i)} \right), \quad (5.17)$$

$$\sigma_{\dot{Y}_i}^2 \equiv \sigma_{\dot{Y}_{il}}^2 = \pi^2 f_m^2 \left(\frac{\Omega_i}{\mu_i(1 + \eta_i)} \right). \quad (5.18)$$

Substituindo (5.17) e (5.18) em (5.13) e após algumas manipulações algébricas, a variância $\sigma_{\dot{R}_i}^2$ da PDF condicional de \dot{R}_i , requerida em (5.12), é obtida como

$$\sigma_{\dot{R}_i}^2 = \frac{\pi^2 f_m^2 \Omega_i}{\mu_i(1 + \eta_i)} (1 - (1 - \eta_i) \cos^2(\theta_i)). \quad (5.19)$$

Canais κ - μ :

Em canais κ - μ , a envoltória R_i é obtida a partir de (5.1) fazendo $\alpha_i = 2$. Logo,

$$R_i^2 = \sum_{l=1}^{n_i} (X_{il} + p_{il})^2 + (Y_{il} + q_{il})^2, \quad (5.20)$$

no qual (5.20) pode ser reescrita como

$$R_i^2 = \sum_{l=1}^{n_i} W_l^2, \quad (5.21)$$

onde W_l denota a envoltória de Rice. Derivando ambos os lados de (5.21)

$$\dot{R}_i = \frac{\sum_{l=1}^{n_i} W_l \dot{W}_l}{R_i}. \quad (5.22)$$

Em [43], foi mostrado que \dot{W}_l segue uma distribuição gaussiana de média nula com variância $\sigma_{\dot{W}_l}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma_i^2$, onde $\sigma_i^2 = E(X_{il}^2) = E(Y_{il}^2)$. Baseando-se nisso e a partir de (5.22), é fácil perceber que \dot{R}_i , dado R_i , é também uma RV gaussiana cuja PDF pode ser expressa como em (5.5). Usando o operador condicional em(5.22), temos

$$\sigma_{\dot{R}_i}^2 = \frac{\sum_{l=1}^{n_i} W_l^2 \sigma_{\dot{W}_l}^2}{R_i^2}. \quad (5.23)$$

Como $\sigma_{\hat{W}_l}^2$ não depende do número de *clusters* l , variando somente de um ramo para outro, a variância $\sigma_{\hat{R}_i}^2$ da PDF condicional de \hat{R}_i pode também ser expressa como $\sigma_{\hat{R}_i}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma_i^2$. Porém, neste caso, σ_i^2 é dado por

$$\sigma_i^2 = \frac{\Omega_i}{2\mu_i(1 + \kappa_i)}. \quad (5.24)$$

Portanto, para canais κ - μ , a variância da PDF condicional de \hat{R}_i , dado R_i , é dada por

$$\sigma_{\hat{R}_i}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma_i^2 = \frac{\pi^2 f_m^2 \Omega_i}{\mu_i(1 + \kappa_i)}. \quad (5.25)$$

5.2 Formulações Exatas para a LCR e AFD de Receptores Multirramos PSC

Em PSC, os sinais recebidos são continuamente monitorados tal que o melhor sinal é selecionado. Dessa forma, a envoltória na saída do combinador R_{PSC} pode ser escrita como

$$R_{PSC} = \max_{i=1, \dots, M} \{R_i\}. \quad (5.26)$$

Em [50], uma formulação geral para a LCR de receptores PSC operando em canais de desvanecimento independentes foi apresentada no qual a LCR $N_{R_{PSC}}(r)$ na saída do combinador era determinada apenas com o conhecimento da LCR $N_{R_i}(r)$ e da CDF $F_{R_i}(r)$ de cada ramo de entrada. Tal formulação foi apresentada como

$$N_{R_{PSC}}(r) = \sum_{i=1}^M N_{R_i}(r) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M F_{R_j}(r). \quad (5.27)$$

Fazendo uso da formulação acima, percebe-se que para o cálculo da LCR na saída do combinador basta substituir em (5.27) as respectivas LCRs e CDFs dos canais α - μ , η - μ e κ - μ . As CDFs foram apresentadas no Capítulo 2 e são dadas em (2.5), (2.9) e (2.15) para os parâmetros $(\alpha_i, \mu_i, \hat{r}_i)$, $(\eta_i, \mu_i, \Omega_i)$ e $(\kappa_i, \mu_i, \Omega_i)$, respectivamente. Em seguida, baseando-se em resultados já publicados anteriormente, apresentaremos as devidas LCRs.

Para canais α - μ , a LCR da envoltória R_i é dada por [8]

$$N_{R_i}(r) = \frac{\sqrt{2\pi} f_m r^{\alpha_i(\mu_i-1/2)} \mu_i^{\mu_i-1/2}}{\Gamma(\mu_i) \hat{r}_i^{\alpha_i(\mu_i-1/2)}} \exp\left(-\frac{\mu_i r^{\alpha_i}}{\hat{r}_i^{\alpha_i}}\right). \quad (5.28)$$

Logo, substituindo (5.28) e (2.5) em (5.27), obtém-se a LCR de canais α - μ na saída do combinador.

Por sua vez, substituindo (3.15) e (2.9) em (5.27), obtém-se a LCR de canais η - μ . Já a LCR de canais κ - μ foi obtida em [51, 52] e é expressa como

$$N_{R_i}(r) = f_m \sqrt{\frac{\pi \Omega_i}{2\mu_i(1 + \kappa_i)}} f_{R_i}(r), \quad (5.29)$$

onde $f_{R_i}(r)$ é dado em (2.13). Logo, substituindo (5.29) e (2.15) em (5.27), resulta na LCR de canais κ - μ em receptores PSC.

Vamos agora encontrar uma representação geral para a AFD $T_{R_{PSC}}(r)$ na saída de receptores PSC, até então não apresentada na literatura. Assumindo independência entre os ramos, temos que $F_{R_{PSC}}(r) = \prod_{i=1}^M F_{R_i}(r)$. Substituindo isso e (5.27) em (3.10) e após algumas manipulações algébricas, pode ser mostrado que

$$T_{R_{PSC}}^{-1}(r) = \sum_{i=1}^M T_{R_i}^{-1}(r), \quad (5.30)$$

onde $T_{R_i}(r)$ representa a AFD de cada ramo de entrada. Para canais α - μ , tal estatística é dada por [9]

$$T_{R_i}(r) = \frac{\Gamma(\mu_i, \mu_i r^{\alpha_i} / \hat{r}_i^{\alpha_i}) \hat{r}_i^{\alpha_i(\mu_i-1/2)}}{\sqrt{2\pi} f_m r^{\alpha_i(\mu_i-1/2)} \mu_i^{\mu_i-1/2}} \exp\left(\frac{\mu_i r^{\alpha_i}}{\hat{r}_i^{\alpha_i}}\right), \quad (5.31)$$

enquanto que para canais η - μ e κ - μ , $T_{R_i}(r)$ é obtida substituindo (3.15) e (2.9) em (3.10) e substituindo (5.29) e (2.15) em (3.10), respectivamente, usando nas substituições os devidos parâmetros de cada ramo de entrada.

Vale a pena ressaltar que (5.30) é de fato geral e se aplica a qualquer cenário de desvanecimento com ramos independentes, sendo assim a grande contribuição deste capítulo relacionada a receptores PSC, uma vez que a LCR já havia sido formulada anteriormente.

Figs. 5.1, 5.2 e 5.3 plotam a LCR normalizada (eixo da esquerda), $N_R(r)/f_m$, e AFD (eixo da direita), $T_R(r)f_m$, como funções da envoltória normalizada ρ . Para canais α - μ , $\rho = r/\hat{r}_i$, enquanto que para canais η - μ e κ - μ , $\rho = r/\sqrt{\Omega_i}$. As curvas foram exemplificadas considerando apenas o caso de canais i.i.d. Perceba como o uso da diversidade reduz drasticamente o efeito prejudicial do desvanecimento. Além disso, quando o número de ramos aumenta, níveis mais baixos são cruzados com taxas menores, enquanto que níveis mais altos com taxas maiores, provendo assim uma melhoria de desempenho, como já é esperado. A influência da variação dos parâmetros físicos de desvanecimento das respectivas distribuições no desempenho do sistema será investigada mais adiante para receptores EGC e MRC. As conclusões são as mesmas, por isso, para não ser tão repetitivo esboçando curvas que chegam as mesmas conclusões, optaremos para cada tipo de receptor investigar a influência da variação de um determinado parâmetro. Aqui, para receptores PSC, foi analisado a variação do

número de ramos de diversidade.

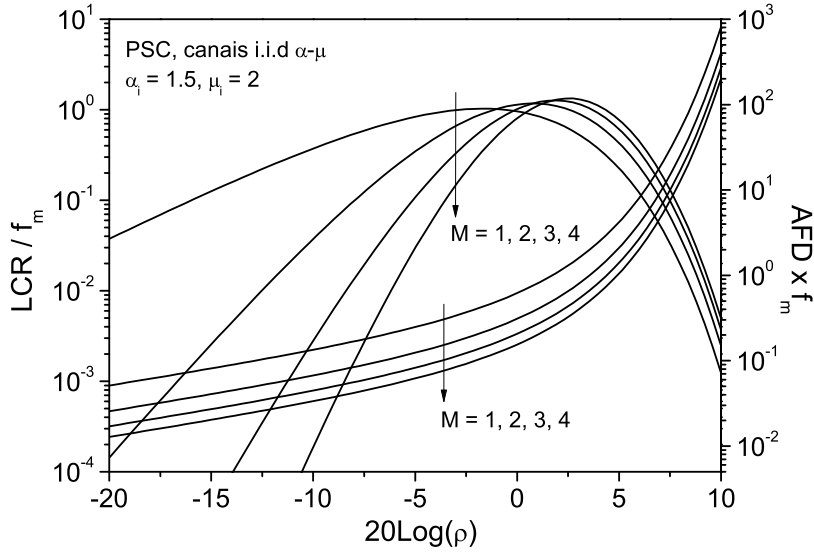


Fig. 5.1: LCR e AFD para receptores PSC em canais α - μ i.i.d ($\alpha_i = 1.5, \mu_i = 2$).

5.3 Formulações Exatas para a LCR e AFD de Receptores Multirramos EGC

Nesta Seção, expressões exatas para a LCR e AFD de canais α - μ , η - μ e κ - μ na saída de receptores EGC serão encontradas. A envoltória na saída destes combinadores é dada em termos das envoltórias de entrada como em (2.37). Derivando ambos os lados de (2.37), segue que

$$\dot{R}_{EGC} = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=1}^M \dot{R}_i, \quad (5.32)$$

A partir de (3.9) e (3.10), note que para determinar a LCR e AFD na saída do combinador EGC, temos que encontrar a PDF conjunta $f_{R_{EGC}, \dot{R}_{EGC}}(r, \dot{r})$ e a CDF $F_{R_{EGC}}(r)$. Esta última é obtida integrando a PDF conjunta $f_{R_1, \dots, R_M}(\cdot, \dots, \cdot)$ sobre o volume limitado pelo hiperplano $\sqrt{M}r = \sum_{i=1}^M r_i$

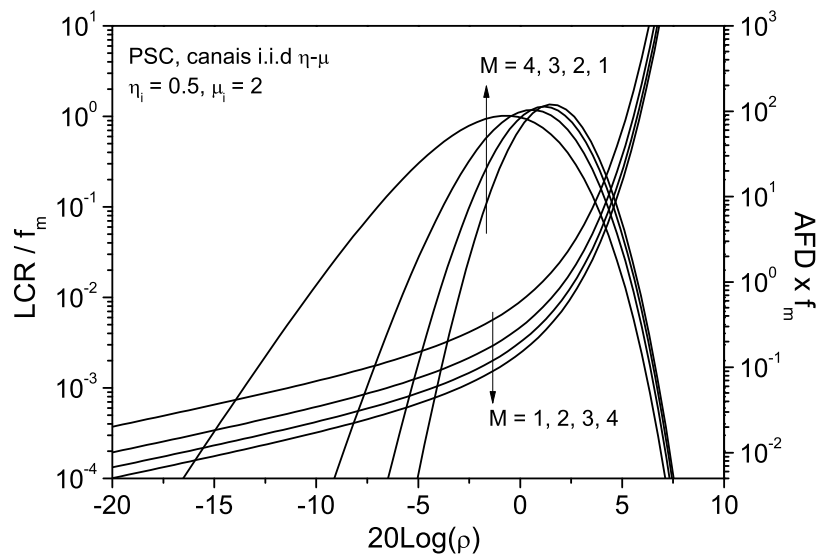


Fig. 5.2: LCR e AFD para receptores PSC em canais η - μ i.i.d ($\eta_i = 0.5$, $\mu_i = 2$).

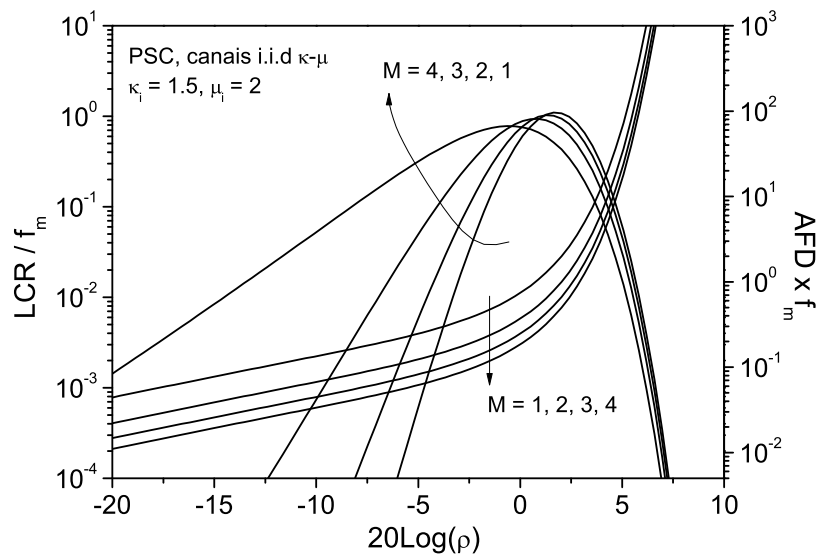


Fig. 5.3: LCR e AFD para receptores PSC em canais κ - μ i.i.d ($\kappa_i = 1.5$, $\mu_i = 2$).

[53], resultando em

$$F_{REGC}(r) = \int_0^{\sqrt{M}r} \int_0^{\sqrt{M}r-r_M} \cdots \int_0^{\sqrt{M}r-\sum_{i=3}^M r_i} \int_0^{\sqrt{M}r-\sum_{i=2}^M r_i} f_{R_1, \dots, R_M}(r_1, \dots, r_M) dr_1 dr_2 \dots dr_{M-1} dr_M. \quad (5.33)$$

A equação acima é geral e é válida para o cálculo da CDF da envoltória na saída de receptores EGC sobre qualquer canal de desvanecimento em questão. Tal expressão foi inicialmente proposta no artigo clássico de Brennan [53] e desde então vem sendo usada na literatura pelos pesquisadores para a análise de estatísticas de segunda ordem em receptores EGC. Ainda relacionado a (5.33), como estamos assumindo independência entre os ramos de entrada, $f_{R_1, \dots, R_M}(r_1, \dots, r_M) = \prod_{i=1}^M f_{R_i}(r_i)$, onde no nosso caso $f_{R_i}(\cdot)$ pode ser expresso tanto como (2.1), (2.7) ou (2.13), fazendo as devidas substituições dos parâmetros de entrada. Falta encontrarmos a PDF conjunta $f_{REGC, \dot{R}_{EGC}}(r, \dot{r})$ para cada um dos tipos de canais. Na seqüência, esta estatística assim como as expressões finais para a LCR e AFD serão determinadas.

Canais α - μ :

Assuma que a envoltória de entrada R_i , dada em (2.37), segue uma distribuição α - μ com parâmetros $(\alpha_i, \mu_i, \hat{r}_i)$. Derivando (5.33) com relação a r com o intuito de obter $f_R(r)$ e usando a regra de Bayes [49], $f_{REGC, \dot{R}_{EGC}}(\cdot, \cdot)$ pode ser expressa como

$$f_{REGC, \dot{R}_{EGC}}(r, \dot{r}) = \sqrt{M} \overbrace{\int_0^{\sqrt{M}r} \int_0^{\sqrt{M}r-r_M} \cdots \int_0^{\sqrt{M}r-\sum_{i=3}^M r_i}}^{M-1} f_{R_1, R_2, \dots, R_M, \dot{R}_{EGC}} \left(\left(\sqrt{M}r - \sum_{i=2}^M r_i \right), r_2, \dots, r_M, \dot{r} \right) dr_2 \dots dr_M, \quad (5.34)$$

onde, usando propriedades da teoria de probabilidade [54], o integrando de (5.34) pode ser reescrito como

$$f_{R_1, R_2, \dots, R_M, \dot{R}_{EGC}}(r_1, r_2, \dots, r_M, \dot{r}) = f_{\dot{R}_{EGC}|R_1, R_2, \dots, R_M}(\dot{r}|r_1, r_2, \dots, r_M) \times \prod_{i=1}^M f_{R_i}(r_i). \quad (5.35)$$

A partir de (2.37), (5.32) e (5.5), pode-se demonstrar que $f_{\dot{R}_{EGC}|R_1, \dots, R_M}(\cdot|\cdot, \dots, \cdot)$, requerido acima, segue uma distribuição gaussiana de média nula com variância $\sigma_{\dot{R}}^2 = \sum_{i=1}^M \sigma_{\dot{R}_i}^2 / M$, onde $\sigma_{\dot{R}_i}^2$

é dado em (5.7). Substituindo (5.34) em (3.9) e realizando os cálculos necessários seguido de algumas manipulações algébricas, a LCR na saída de receptores EGC em canais α - μ é dada por

$$\begin{aligned}
 N_{REGC}(r) = & \sqrt{2\pi} f_m \overbrace{\int_0^{\sqrt{M}r} \int_0^{\sqrt{M}r-r_M} \cdots \int_0^{\sqrt{M}r-\sum_{i=3}^M r_i}}^{M-1} \sqrt{\frac{\left(\sqrt{M}r - \sum_{i=2}^M r_i\right)^{2-\alpha_1} \hat{r}_1^{\alpha_1}}{\alpha_1^2 \mu_1} + \sum_{i=2}^M \frac{r_i^{2-\alpha_i} \hat{r}_i^{\alpha_i}}{\alpha_i^2 \mu_i}} \\
 & \times f_{R_1} \left(\sqrt{M}r - \sum_{i=2}^M r_i \right) \prod_{i=2}^M f_{R_i}(r_i) dr_2 \dots dr_{M-1} dr_M. \tag{5.36}
 \end{aligned}$$

Substituindo (5.36) e (5.33) em (3.10), a AFD em canais α - μ é determinada.

Como uma forma de validar nossas expressões, iremos reduzi-las para alguns casos especiais. Para $\mu_i = 1$ (caso Weibull), nossos resultados exatos reduzem-se aqueles de [49]. Da mesma forma, fazendo $\alpha_i = 2$ (caso Nakagami- m) e $\hat{r}_i^{\alpha_i} = \Omega$, novamente as formulações exatas reduzem-se aquelas obtidas em [25, Eqs. 23-24]. Em particular, para $\alpha_i = 2$ e considerando o caso desbalanceado, as expressões aqui obtidas reduzem-se aquelas apresentadas em [55, Eqs. 39-40].

Canais η - μ :

Assuma agora que a envoltória R_i na entrada de cada ramo, dada em (2.37), segue uma distribuição η - μ (Formato 1) com parâmetros $(\eta_i, \mu_i, \Omega_i)$. A PDF conjunta $f_{REGC, \dot{R}_{EGC}}(\cdot, \cdot)$ é determinada seguindo os mesmos passos descritos anteriormente para canais α - μ , mas neste caso pode-se mostrar que tal estatística é escrita em termos de $f_{R_1, \dots, R_M, \Theta_1, \dots, \Theta_M, \dot{R}_{EGC}}(r_1, \dots, r_M, \theta_1, \dots, \theta_M, \dot{r})$ como

$$\begin{aligned}
 f_{REGC, \dot{R}_{EGC}}(r, \dot{r}) = & \sqrt{M} \overbrace{\int_0^{2\pi} \cdots \int_0^{2\pi}}^M \overbrace{\int_0^{\sqrt{M}r} \int_0^{\sqrt{M}r-r_M} \cdots \int_0^{\sqrt{M}r-\sum_{i=3}^M r_i}}^{M-1} \\
 & f_{R_1, \dots, R_M, \Theta_1, \dots, \Theta_M, \dot{R}_{EGC}} \left(\sqrt{M}r - \sum_{i=2}^M r_i, r_2, \dots, r_M, \theta_1, \dots, \theta_M, \dot{r} \right) dr_2 \dots dr_M d\theta_1 \dots d\theta_M, \tag{5.37}
 \end{aligned}$$

onde, por sua vez, o integrando de (5.37) pode ser expresso como

$$\begin{aligned}
 f_{R_1, \dots, R_M, \Theta_1, \dots, \Theta_M, \dot{R}_{EGC}}(r_1, \dots, r_M, \theta_1, \dots, \theta_M, \dot{r}) = & f_{\dot{R}_{EGC} | R_1, \dots, R_M, \Theta_1, \dots, \Theta_M}(\dot{r} | r_1, \dots, r_M, \theta_1, \dots, \theta_M) \\
 & \times \prod_{i=1}^M f_{R_i, \Theta_i}(r_i, \theta_i). \tag{5.38}
 \end{aligned}$$

no qual $f_{R_i, \Theta_i}(\cdot, \cdot)$ é dada em (4.6) para os respectivos parâmetros de entrada e fazendo as devidas substituições para o Formato 1. A partir de (2.37), (5.32) e (5.12), é fácil ver que o primeiro termo após a igualdade em (5.38) segue uma distribuição gaussiana de média nula com variância $\sigma_{\hat{R}}^2 = \sum_{i=1}^M \sigma_{\hat{R}_i}^2 / M$, onde $\sigma_{\hat{R}_i}^2$ é dada em (5.19). Substituindo (5.37) em (3.9), obtemos a LCR de receptores EGC em canais η - μ como

$$N_{R_{EGC}}(r) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} f_m \overbrace{\int_0^{2\pi} \cdots \int_0^{2\pi}}^M \overbrace{\int_0^{\sqrt{M}r} \int_0^{\sqrt{M}r-r_M} \cdots \int_0^{\sqrt{M}r-\sum_{i=3}^M r_i}}^{M-1} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \Omega_i [1 - (1 - \eta_i) \cos^2(\theta_i)]}{\mu_i(1 + \eta_i)}} \\ \times f_{R_1, \Theta_1} \left(\sqrt{M}r - \sum_{i=2}^M r_i, \theta_1 \right) \prod_{i=2}^M f_{R_i, \Theta_i}(r_i, \theta_i) dr_2 \dots dr_M d\theta_1 \dots d\theta_M. \quad (5.39)$$

A AFD é determinada substituindo (5.39) e (5.33) em (3.10).

Comparando nossas formulações exatas com aquelas que já existem na literatura e constituem casos especiais das obtidas aqui, uma boa concordância é observada. Fazendo $\mu_i = 0.5$ (caso Hoyt) e para um parâmetro de desvanecimento de Hoyt $b_i = -(1 - \eta_i)/(1 + \eta_i)$, nossos resultados reduzem de maneira exata a [38, Eq. 14]. Da mesma forma, para $\eta_i = 1$ (caso Nakagami- m) e fazendo $\mu_i = m_i/2$, nossas formulações reduzem aquelas de [25, Eqs. 23-24].

Canais κ - μ :

Para estes tipos de canais, iremos fazer uso de algumas estatísticas já encontradas anteriormente. A PDF conjunta $f_{R_{EGC}, \hat{R}_{EGC}}(\cdot, \cdot)$ é dada como em (5.34). A diferença agora refere-se na variância de $f_{\hat{R}_{EGC} | R_1, R_2, \dots, R_M}(\cdot | \cdot, \dots, \cdot)$, que nesse caso é expressa como em (5.25). Realizando o procedimento padrão já detalhado para canais α - μ , a LCR em receptores EGC para canais κ - μ pode ser obtida como

$$N_{R_{EGC}}(r) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} f_m \overbrace{\int_0^{\sqrt{M}r} \int_0^{\sqrt{M}r-r_M} \cdots \int_0^{\sqrt{M}r-\sum_{i=3}^M r_i}}^{M-1} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \Omega_i}{\mu_i(1 + \kappa_i)}} f_{R_1} \left(\sqrt{M}r - \sum_{i=2}^M r_i \right) \\ \times \prod_{i=2}^M f_{R_i}(r_i) dr_2 \dots dr_{M-1} dr_M \quad (5.40)$$

A AFD é determinada substituindo (5.40) e (5.33) em (3.10). Reduzindo nossas formulações a alguns casos especiais [25, 56], uma boa concordância é obtida.

Figs. 5.4, 5.5 e 5.6 esboçam a LCR e AFD de receptores EGC em canais i.i.d α - μ , η - μ e κ - μ . A influência da variação do número de *clusters*, representada neste caso pela variação do parâmetro μ_i , é

analisada nas curvas. Percebe-se que um aumento no número de *clusters* resulta em uma melhoria de desempenho. Embora não mostrado nas curvas, mas já verificado para o caso PSC e válido também para receptores EGC, um aumento no número de ramos melhora substancialmente o desempenho, como já era esperado.

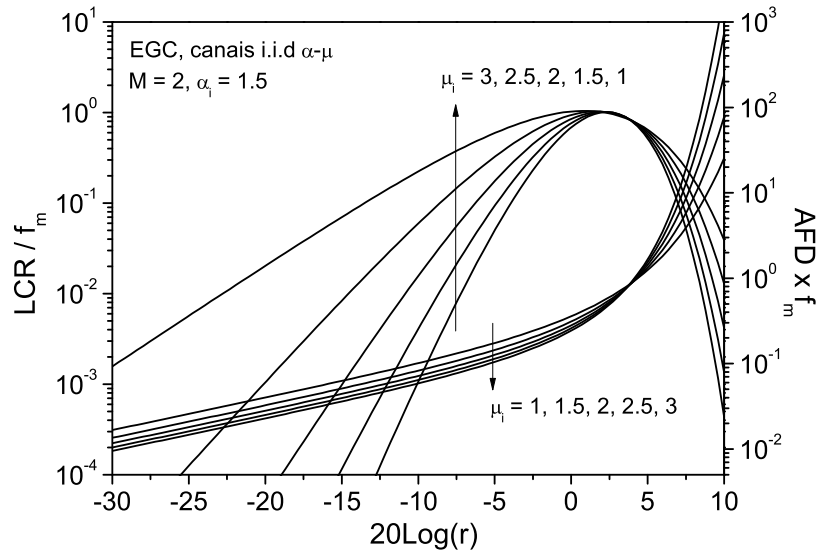


Fig. 5.4: LCR e AFD para receptores EGC em canais α - μ i.i.d ($M = 2$, $\alpha_i = 1.5$, $\hat{r}_i = 1$).

5.4 Formulações Exatas para a LCR e AFD de Receptores Multirramos MRC

O procedimento para o cálculo da LCR e AFD em receptores MRC segue o mesmo raciocínio aplicado a receptores EGC. Porém, algumas diferenças existem. Primeiramente, o hiperplano usado para a determinação das estatísticas é $r^2 = \sum_{i=1}^M r_i^2$ [53]. Baseando-se nisso e assumindo independência entre os ramos, a CDF da envoltória na saída do combinador é dada agora por

$$F_{R_{MRC}}(r) = \int_0^r \int_0^{\sqrt{r^2 - r_M^2}} \cdots \int_0^{\sqrt{r^2 - \sum_{i=3}^M r_i^2}} \int_0^{\sqrt{r^2 - \sum_{i=2}^M r_i^2}} \prod_{i=1}^M f_{R_i}(r_i) dr_1 dr_2 \cdots dr_{M-1} dr_M, \quad (5.41)$$

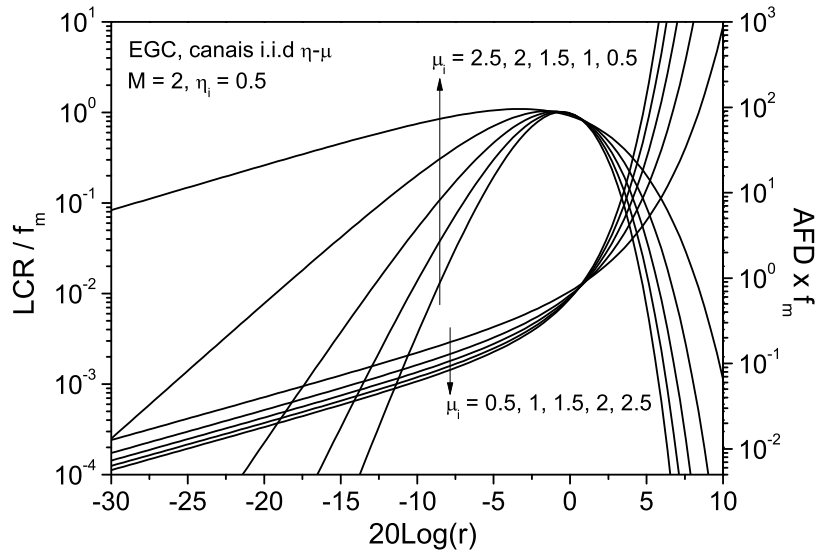


Fig. 5.5: LCR e AFD para receptores EGC em canais η - μ i.i.d ($M = 2$, $\eta_i = 0.5$, $\Omega_i = 1$).

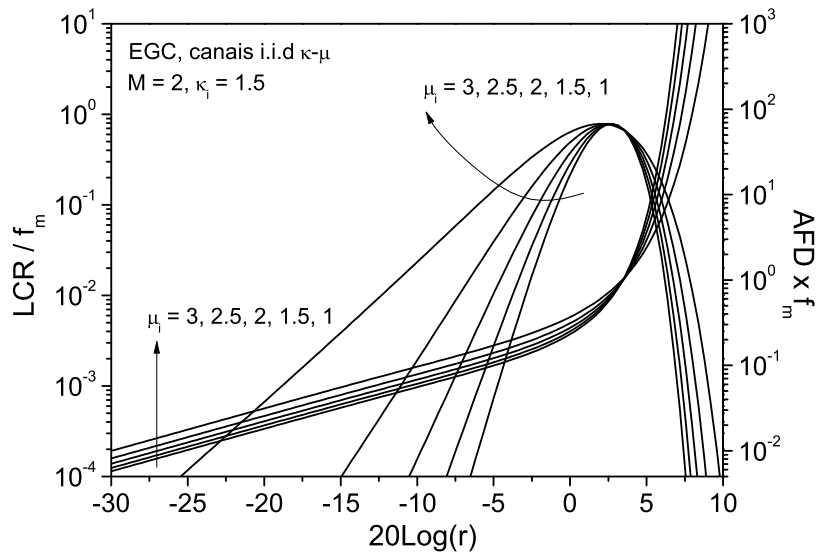


Fig. 5.6: LCR e AFD para receptores EGC em canais κ - μ i.i.d ($M = 2$, $\kappa_i = 1.5$, $\Omega_i = 1$).

onde R_{MRC} pode ser escrita como em (2.56). Derivando ambos os lados de (2.56), segue que

$$\dot{R}_{MRC} = \sum_{i=1}^M \frac{R_i}{R_{MRC}} \dot{R}_i. \quad (5.42)$$

A partir de (2.56), (5.42) e (5.5), para canais α - μ e κ - μ , e a partir de (2.56), (5.42) e (5.12), para canais η - μ , é fácil ver que $f_{\dot{R}_{MRC}|R_1, R_2, \dots, R_M}(\dot{r}|r_1, r_2, \dots, r_M)$, para os dois primeiros tipos de canal, e $f_{\dot{R}_{MRC}|R_1, \dots, R_M, \Theta_1, \dots, \Theta_M}(\dot{r}|r_1, \dots, r_M, \theta_1, \dots, \theta_M)$, para o último tipo de canal, seguem uma distribuição gaussiana de média nula e variância $\sigma_{\dot{R}}^2 = \sum_{i=1}^M r_i^2 \sigma_{\dot{R}_i}^2 / r^2$, onde $\sigma_{\dot{R}_i}^2$ é dado em (5.7), (5.19) ou (5.25), dependendo do tipo de canal em análise. Assim como para receptores EGC, aqui nossas formulações serão expressas em termos dessas estatísticas e, por isso, elas são de crucial importância. Na seqüência, apresentaremos a LCR e AFD para cada canais α - μ , η - μ e κ - μ .

Canais α - μ e κ - μ :

De forma análoga a receptores EGC, em receptores MRC ambos os canais α - μ e κ - μ possuem a mesma formulação analítica para a PDF conjunta $f_{R_{MRC}, \dot{R}_{MRC}}(\cdot, \cdot)$, sendo dada por

$$\begin{aligned} f_{R_{MRC}, \dot{R}_{MRC}}(r, \dot{r}) &= \overbrace{\int_0^r \int_0^{\sqrt{r^2 - r_M^2}} \dots \int_0^{\sqrt{r^2 - \sum_{i=3}^M r_i^2}}}_{M-1} \frac{r}{\sqrt{r^2 - \sum_{i=2}^M r_i^2}} \\ &\times f_{R_1, R_2, \dots, R_M, \dot{R}_{MRC}} \left(\left(\sqrt{r^2 - \sum_{i=2}^M r_i^2}, r_2, \dots, r_M, \dot{r} \right) dr_2 \dots dr_{M-1} dr_M, \right. \end{aligned} \quad (5.43)$$

onde a PDF conjunta presente no integrando acima pode ser decomposta no produto de duas PDFs, como em (5.35). Após isso, realizando o mesmo procedimento feito anteriormente para receptores EGC, a LCR em canais α - μ é dada por

$$\begin{aligned} N_{R_{MRC}}(r) &= \sqrt{2\pi} f_m \overbrace{\int_0^r \int_0^{\sqrt{r^2 - r_M^2}} \dots \int_0^{\sqrt{r^2 - \sum_{i=3}^M r_i^2}}}_{M-1} \frac{1}{\sqrt{r^2 - \sum_{i=2}^M r_i^2}} \\ &\times \sqrt{\frac{\left(r^2 - \sum_{i=2}^M r_i^2 \right)^{\frac{4-\alpha_1}{2}} \hat{r}_1^{\alpha_1}}{\alpha_1^2 \mu_1} + \sum_{i=2}^M \frac{r_i^{4-\alpha_i} \hat{r}_i^{\alpha_i}}{\alpha_i^2 \mu_i} f_{R_1} \left(\sqrt{r^2 - \sum_{i=2}^M r_i^2} \right) \prod_{i=2}^M f_{R_i}(r_i) dr_2 \dots dr_{M-1} dr_M,} \end{aligned} \quad (5.44)$$

enquanto que para canais κ - μ , a LCR é expressa por

$$\begin{aligned}
 N_{R_{MRC}}(r) &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} f_m \int_0^r \int_0^{\sqrt{r^2 - r_M^2}} \cdots \int_0^{\sqrt{r^2 - \sum_{i=3}^M r_i^2}} \frac{1}{\sqrt{r^2 - \sum_{i=2}^M r_i^2}} \\
 &\times \sqrt{\frac{\Omega_1 \left(r^2 - \sum_{i=2}^M r_i^2 \right)}{\mu_1 (1 + \kappa_1)} + \sum_{i=2}^M \frac{\Omega_i r_i^2}{\mu_i (1 + \kappa_i)}} f_{R_1} \left(\sqrt{r^2 - \sum_{i=2}^M r_i^2} \right) \prod_{i=2}^M f_{R_i}(r_i) dr_2 \cdots dr_{M-1} dr_M.
 \end{aligned} \tag{5.45}$$

Para canais α - μ , a AFD é determinada substituindo (5.42) e (5.44) em (3.10). Já para canais κ - μ , tal estatística é obtida substituindo (5.42) e (5.45) em (3.10).

As expressões acima reduzem de maneira exata a alguns casos particulares existentes na literatura. Fazendo $\alpha_i = 2$, em (5.44), ou $\kappa_i = 0$, em (5.45), a LCR de canais Nakagami- m com MRC é obtida [25, Eq. 36]. Em particular, para $\alpha_i = 2$ ou $\kappa_i = 0$ e considerando o caso desbalanceado (ramos com potências distintas), as expressões aqui obtidas reduzem-se aquelas apresentadas em [55, Eqs. 29-30]. Para $\mu_i = 1$ em (5.44) e (5.45), obtemos a LCR de canais Weibull [49] e Rice [56], respectivamente. Além disso, para $M = 2$, $\mu_i = 1$ e $\alpha_i = 4$, as formulações para canais α - μ reduzem-se aquelas de [49, Eqs. 16-17]. Percebe-se então que há uma boa concordância ao reduzirmos nossas expressões a alguns casos especiais. O mesmo será observado para canais η - μ , que serão analisados em seguida. Para casos mais gerais, nossos resultados foram validados por meio de simulação.

Canais η - μ :

Para estes tipos de canais, baseando-se nas discussões anteriores, pode-se facilmente mostrar que a PDF conjunta $f_{R_{MRC}, \dot{R}_{MRC}}(\cdot, \cdot)$ é formulada como

$$\begin{aligned}
 f_{R_{MRC}, \dot{R}_{MRC}}(r, \dot{r}) &= \int_0^{2\pi} \cdots \int_0^{2\pi} \int_0^r \int_0^{\sqrt{r^2 - r_M^2}} \cdots \int_0^{\sqrt{r^2 - \sum_{i=3}^M r_i^2}} \frac{r}{\sqrt{r^2 - \sum_{i=2}^M r_i^2}} \\
 &\times f_{R_1, \dots, R_M, \Theta_1, \dots, \Theta_M, \dot{R}_{MRC}} \left(\sqrt{r^2 - \sum_{i=2}^M r_i^2}, r_2, \dots, r_M, \theta_1, \dots, \theta_M, \dot{r} \right) dr_2 \cdots dr_M d\theta_1 \cdots d\theta_M,
 \end{aligned} \tag{5.46}$$

no qual a PDF presente no integrando acima pode ser decomposta como em (5.38). Fazendo as devidas substituições e após manipulações algébricas, a LCR em canais η - μ é dada por

$$\begin{aligned}
N_{R_{MRC}}(r) &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} f_m \overbrace{\int_0^{2\pi} \cdots \int_0^{2\pi}}^M \overbrace{\int_0^r \int_0^{\sqrt{r^2 - r_M^2}} \cdots \int_0^{\sqrt{r^2 - \sum_{i=3}^M r_i^2}}}_{M-1} \frac{1}{\sqrt{r^2 - \sum_{i=2}^M r_i^2}} \\
&\times \sqrt{\frac{\Omega_1 \left(r^2 - \sum_{i=2}^M r_i^2 \right) [1 - (1 - \eta_1) \cos^2(\theta_1)]}{\mu_1 (1 + \eta_1)} + \sum_{i=2}^M \frac{\Omega_i r_i^2 [1 - (1 - \eta_i) \cos^2(\theta_i)]}{\mu_i (1 + \eta_i)}} \\
&\times f_{R_1, \Theta_1} \left(\sqrt{r^2 - \sum_{i=2}^M r_i^2}, \theta_1 \right) \prod_{i=2}^M f_{R_i, \Theta_i}(r_i, \theta_i) dr_2 \dots dr_M d\theta_1 \dots d\theta_M. \quad (5.47)
\end{aligned}$$

A AFD é calculada substituindo (5.42) e (5.47) em (3.10). Para $\mu_i = 0.5$ e para um parâmetro de desvanecimento de Hoyt $b_i = -(1 - \eta_i)/(1 + \eta_i)$, nossos resultados reduzem de maneira exata a [38, Eq. 18]. Da mesma forma, para $\eta_i = 1$ (caso Nakagami- m) e fazendo $\mu_i = m_i/2$, nossas formulações reduzem aquelas de [25, Eqs. 36-37].

Figs. 5.7, 5.8 e 5.9 plotam a LCR e AFD normalizada para receptores MRC em canais α - μ , η - μ e κ - μ . Para um mesmo número de *clusters*, a variação dos parâmetros α_i , η_i e κ_i é investigada nas curvas. Percebe-se que um aumento dos parâmetros α_i e η_i melhora o desempenho do sistema tanto em termos da LCR e AFD. De forma interessante, considerando o parâmetro κ_i , observou-se que um aumento do mesmo melhora o desempenho do sistema do ponto de vista da LCR, porém tal fato não ocorre assumindo a AFD como métrica de desempenho. Este comportamento já foi constatado em [51, 52], porém para o caso de não-diversidade.

5.5 Comparação entre as Técnicas PSC, EGC e MRC

Nesta Seção, iremos fazer uma comparação entre as três técnicas de recepção com diversidade analisadas neste Capítulo. As figuras serão exemplificadas apenas para o caso de canais i.i.d, com os combinadores tendo 4 ramos de entrada. Como já era esperado, MRC possui o melhor desempenho, sendo seguido muito próximo por EGC. Já a técnica PSC possui o pior desempenho. Figs. 5.10-5.15 descrevem este comportamento para diversas condições de desvanecimento. Vale salientar que a disparidade entre PSC e as demais técnicas aumenta à medida que o número de ramos na entrada aumenta. Resultados de simulação foram gerados e comparados com os resultados teóricos. Um bom ajuste foi obtido. Por opção, tais resultados não são mostrados aqui na tese.

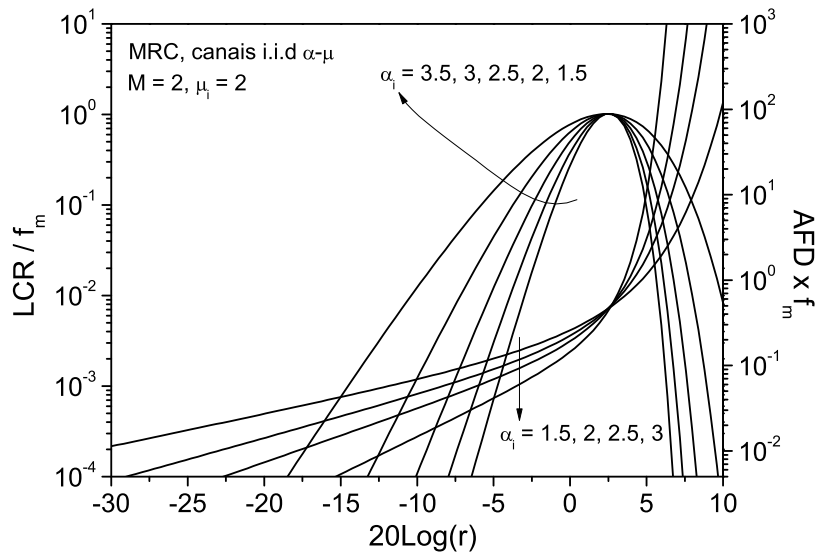


Fig. 5.7: LCR e AFD para receptores MRC em canais α - μ i.i.d ($M = 2, \mu_i = 2, \hat{r}_i = 1$).

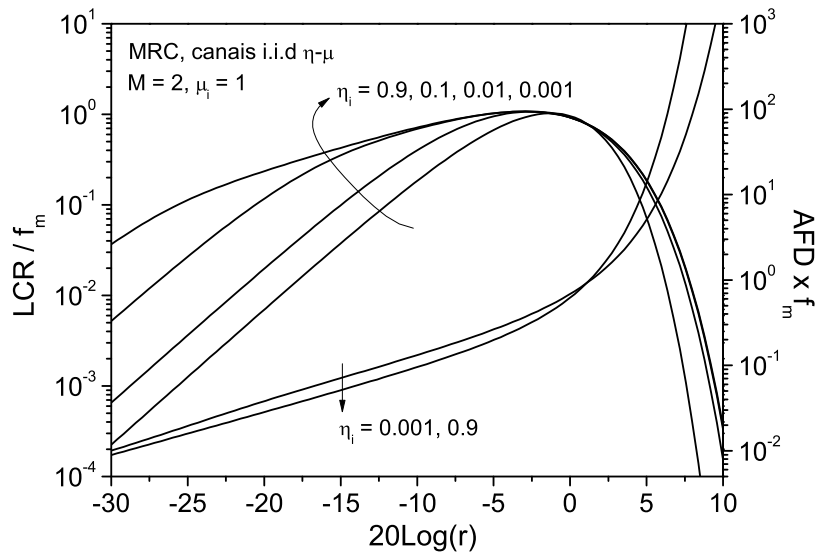


Fig. 5.8: LCR e AFD para receptores MRC em canais η - μ i.i.d ($M = 2, \mu_i = 1, \Omega_i = 1$).

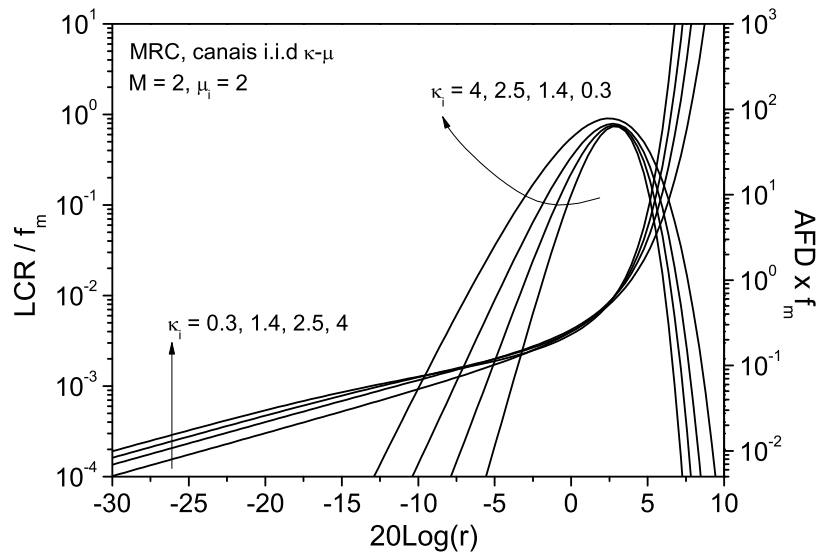


Fig. 5.9: LCR e AFD para receptores MRC em canais κ - μ i.i.d ($M = 2, \mu_i = 2, \Omega_i = 1$).

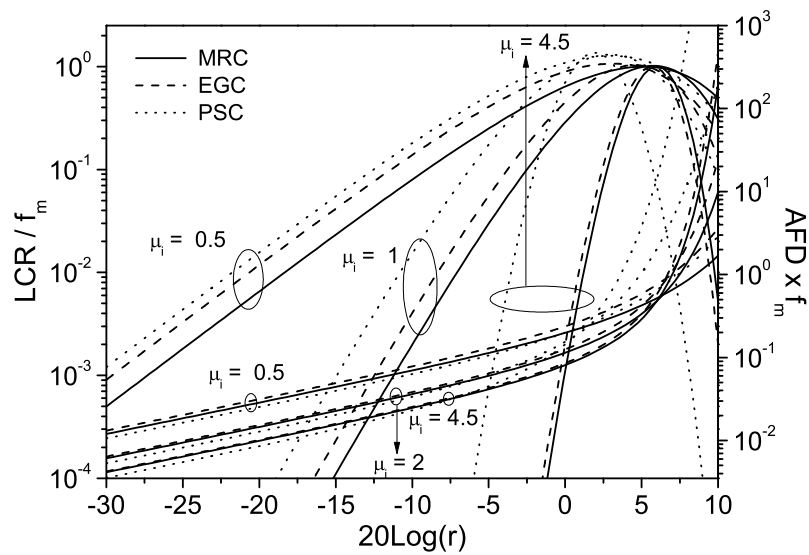


Fig. 5.10: LCR e AFD para receptores PSC, EGC e MRC em canais α - μ i.i.d ($M = 4, \alpha_i = 1.5, \hat{r}_i = 1$).

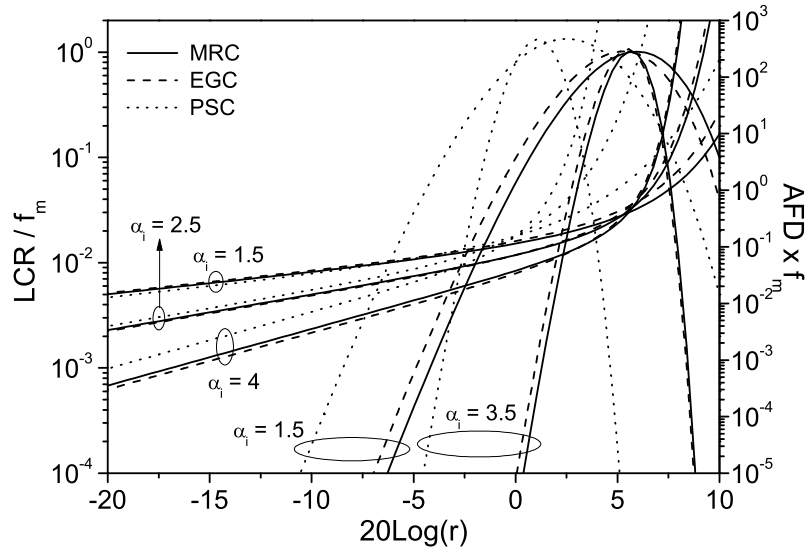


Fig. 5.11: LCR e AFD para receptores PSC, EGC e MRC em canais α - μ i.i.d ($M = 4$, $\mu_i = 2$, $\hat{r}_i = 1$).

5.6 Formulações Aproximadas para a LCR e AFD de Receptores Multirramos EGC e MRC

As formulações desenvolvidas nas Seções anteriores são gerais e exatas. Por outro lado, soluções dadas em função de múltiplas integrais podem não ser tão interessantes do ponto de vista computacional, uma vez que o critério de convergência da maioria dos *softwares* se restringe a um determinado número de integrais. Sendo assim, é certamente desejável encontrar aproximações precisas que possam ser utilizadas para substituir tais integrais.

No Capítulo 2, foi mostrado que as estatísticas da soma de RVs i.i.d α - μ , η - μ e κ - μ podem ser bem aproximadas pela estatística de uma única RV α - μ , η - μ e κ - μ , respectivamente. Além disso, expressões analíticas exatas de algumas métricas de desempenho em receptores EGC e MRC foram aproximadas usando o mesmo raciocínio aplicado à soma de RVs. Além de serem bastante precisas, nossas formulações aproximadas reduziram bastante o tempo de geração dos resultados, melhorando substancialmente a eficiência computacional. O objetivo agora é então estender a idéia, inicialmente proposta no Capítulo 2, para estatísticas de segunda ordem, em especial a LCR e AFD, onde expressões exatas foram obtidas nas Seções anteriores para canais α - μ , η - μ e κ - μ .

5.6 Formulações Aproximadas para a LCR e AFD de Receptores Multirramos EGC e MRC 73

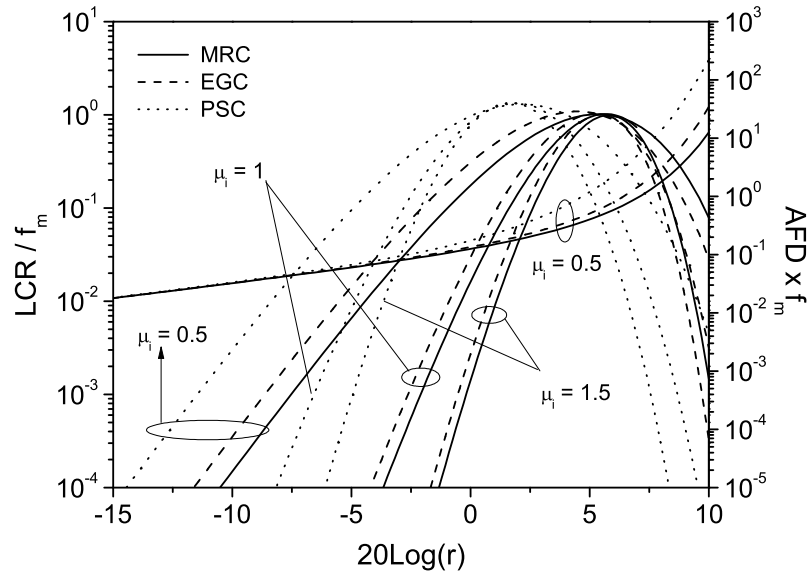


Fig. 5.12: LCR e AFD para receptores PSC, EGC e MRC em canais η - μ i.i.d ($M = 4$, $\mu_i = 2$, $\Omega_i = 1$).

Canais α - μ :

Nossa proposta é aproximar a LCR e a AFD da envoltória na saída de ambos os combinadores EGC e MRC, dadas através de (5.36), (5.44), (5.33) e (5.41), pela LCR (Eq. 5.28) e AFD (Eq. 5.31) de um único canal α - μ , isto é,

$$N_R(r) \approx \frac{\sqrt{2\pi} f_m r^{\alpha(\mu-1/2)} \mu^{\mu-1/2}}{\Gamma(\mu) \hat{r}^{\alpha(\mu-1/2)}} \exp\left(-\frac{\mu r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right), \quad (5.48)$$

$$T_R(r) \approx \frac{\Gamma(\mu, \mu r^\alpha / \hat{r}^\alpha) \hat{r}^{\alpha(\mu-1/2)}}{\sqrt{2\pi} f_m r^{\alpha(\mu-1/2)} \mu^{\mu-1/2}} \exp\left(\frac{\mu r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right), \quad (5.49)$$

onde $R \equiv R_{EGC}$ ou $R \equiv R_{MRC}$. Os parâmetros α , μ e \hat{r} , requeridos em (5.48) e (5.49), são calculados usando estimadores que variam de acordo com a técnica de combinação. Para EGC, tais estimadores são dados em (2.21)-(2.23), usando R_{EGC} ao invés de S e onde $E(R_{EGC}^k) = M^{-k/2} E(S^k)$, sendo $E(S^k)$ dado em (2.25). Considerando receptores MRC, os estimadores são dados em (2.61)-(2.63), com os momentos exatos de $E(R_{MRC})$ calculados a partir de (2.64).

Com o intuito de comparar as formulações exata e aproximada, Figs. 5.16 e 5.17 traçam a LCR normalizada e AFD como função da envoltória. As curvas foram plotadas para $\alpha_i = 1.5$ (caso

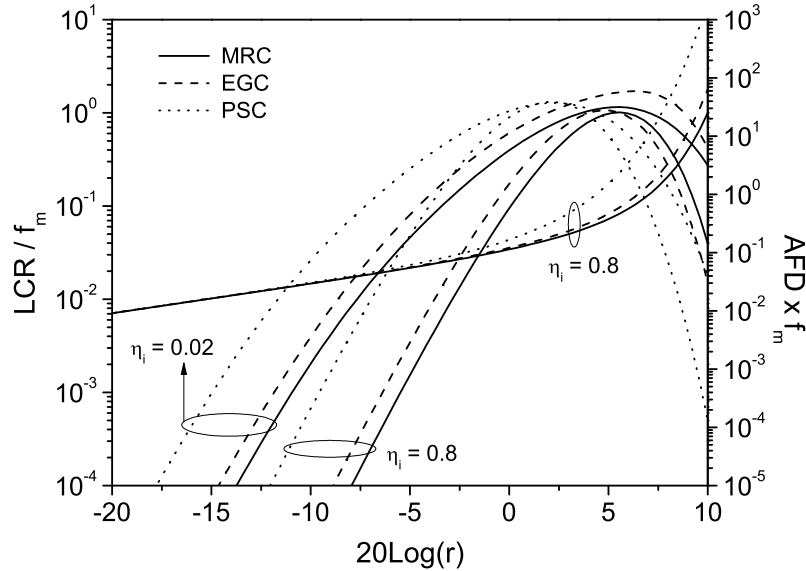


Fig. 5.13: LCR e AFD para receptores PSC, EGC e MRC em canais η - μ i.i.d ($M = 4$, $\mu_i = 0.6$, $\Omega_i = 1$).

EGC) e $\alpha_i = 2.5$ (caso MRC), variando o parâmetro μ_i . Note como as aproximações propostas produzem resultados muito bons, sendo verificado pela diferença mínima entre as curvas exatas e aproximadas. De fato, ambas as curvas são coincidentes para $\alpha_i = 1$ (caso EGC) e $\alpha_i = 2$ (caso MRC), independente do valor assumido por μ_i . Ressalta-se que, quando α_i aumenta (de 1 a $\infty \rightarrow$ EGC, ou de 2 a $\infty \rightarrow$ MRC) ou α_i diminui (de 1 a 0 \rightarrow EGC, ou de 2 a 0 \rightarrow MRC), a diferença entre as curvas exatas e aproximadas aumenta, mas de uma maneira suave, de forma que um bom ajuste ainda é garantido. Tal comportamento não é mostrado nas figuras devido as mesmas serem traçadas para um único valor de α_i ($\alpha_i = 1.5 \rightarrow$ EGC, $\alpha_i = 2.5 \rightarrow$ MRC). Além disso, para altos valores do parâmetro μ_i , α_i pode ter um intervalo de variação ainda maior tal que uma ótima aproximação é ainda mantida.

Canais η - μ e κ - μ :

Para estes dois tipos de canais, devido ao modelo físico inerente aos mesmos, é possível obter-se expressões exatas para a LCR na saída de receptores MRC, analogamente ao que foi feito na Seção 2.4. Neste caso, a LCR de receptores MRC, dadas em (5.45) e (5.47) para os canais κ - μ e η - μ podem

5.6 Formulações Aproximadas para a LCR e AFD de Receptores Multirramos EGC e MRC 75

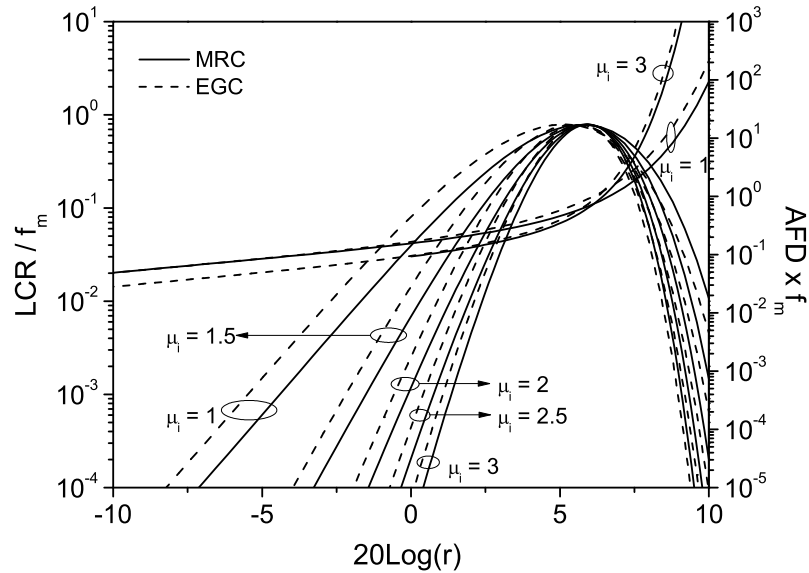


Fig. 5.14: LCR e AFD para receptores PSC, EGC e MRC em canais κ - μ i.i.d ($M = 4$, $\kappa_i = 1.5$, $\Omega_i = 1$).

ser, respectivamente, substituídas por

$$N_{R_{MRC}}(r) = f_m \sqrt{\frac{\pi \Omega}{2\mu(1+\kappa)}} f_R(r), \quad (5.50)$$

$$N_{R_{MRC}}(r) = \frac{f_m \sqrt{\pi} [(1+\eta)\mu]^{2\mu-\frac{1}{2}} r^{4\mu-1}}{2^{2\mu-2} \eta^\mu \Gamma^2(\mu) \Omega^{2\mu-\frac{1}{2}}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin(2\theta)]^{2\mu-1} \sqrt{1+\eta - (1-\eta)\cos(2\theta)} \\ \times \exp\left\{-\frac{[(1+\eta)^2 + (1-\eta^2)\cos(2\theta)]\mu r^2}{2\eta\Omega}\right\} d\theta, \quad (5.51)$$

onde os parâmetros requeridos acima são obtidos a partir de (2.60). Por outro lado, levando em conta receptores EGC, (5.50) e (5.51) constituem expressões altamente precisas, onde a determinação dos parâmetros é feita a partir de (2.28)-(2.31), para canais η - μ , e a partir de (2.34)-(2.36), para canais κ - μ . Em ambos os casos, $E(R_{EGC}^k) = M^{-k/2} E(S^k)$, sendo $E(S^k)$ dado em (2.25). Figs. 5.18 e 5.19 esboçam as curvas exatas e aproximadas para a LCR normalizada da envoltória na saída de receptores EGC sujeitos a desvanecimento η - μ e κ - μ . Perceba o ótimo ajuste de nossas aproximações. Inúmeras outras condições de desvanecimento foram analisadas e, em todas elas, um excelente ajuste entre as

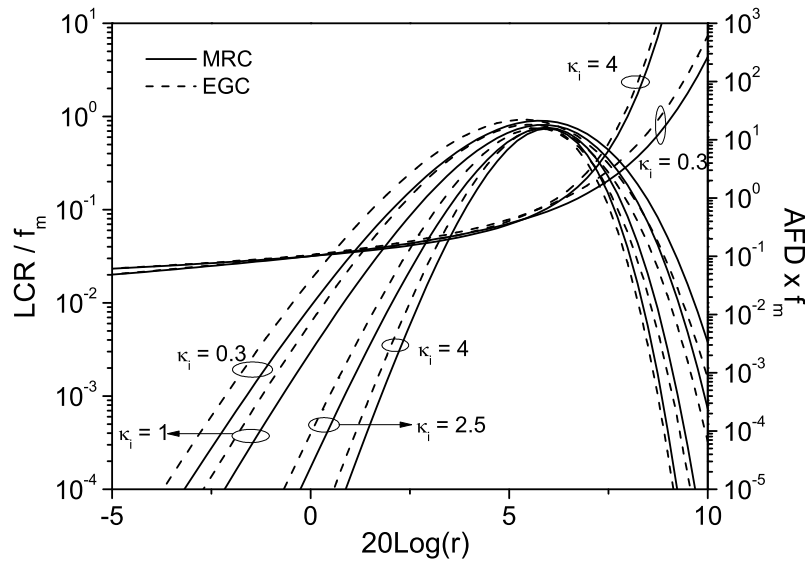


Fig. 5.15: LCR e AFD para receptores PSC, EGC e MRC em canais κ - μ i.i.d ($M = 4$, $\mu_i = 2$, $\Omega_i = 1$).

curvas foi verificado.

5.7 Conclusões

Neste Capítulo, expressões exatas e aproximadas para a LCR e AFD da envoltória na saída de receptores EGC e MRC sujeitos a desvanecimento α - μ , η - μ e κ - μ foram obtidas. As aproximações propostas mostraram-se ser altamente precisas. Além disso, expressões simples e em forma fechada para tais métricas (LCR e AFD) foram apresentadas para a técnica PSC no qual os canais estavam sujeitos as mesmas condições de desvanecimento, isto é, independentes, desbalanceados e não-idênticos, das técnicas EGC e MRC.

As expressões exatas foram validadas reduzindo-as para alguns casos particulares, no qual as soluções são conhecidas, e por meio de simulação. Nossos resultados encontram aplicabilidade na análise e projeto de sistemas sem fio com diversidade operando em condições generalizadas de desvanecimento.

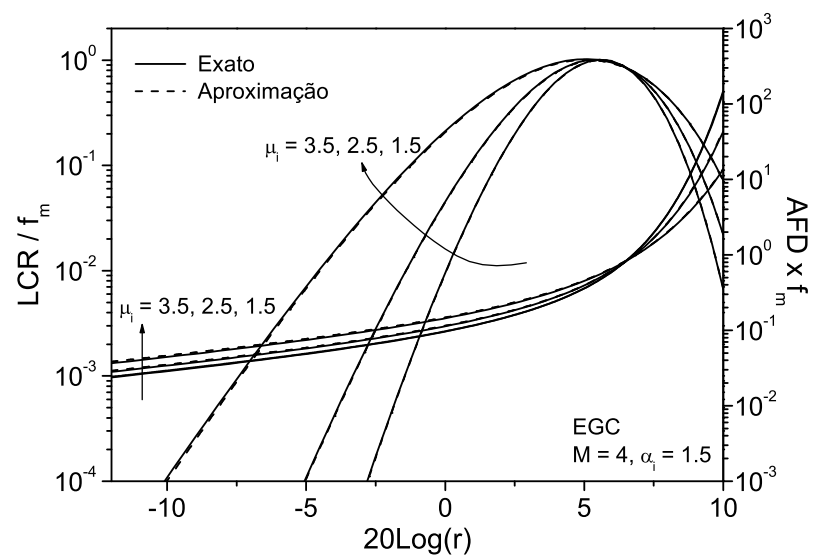


Fig. 5.16: Curvas exatas e aproximadas para a LCR e AFD de receptores EGC em canais α - μ i.i.d ($M = 4$, $\alpha_i = 1.5$, $\hat{r}_i = 1$).

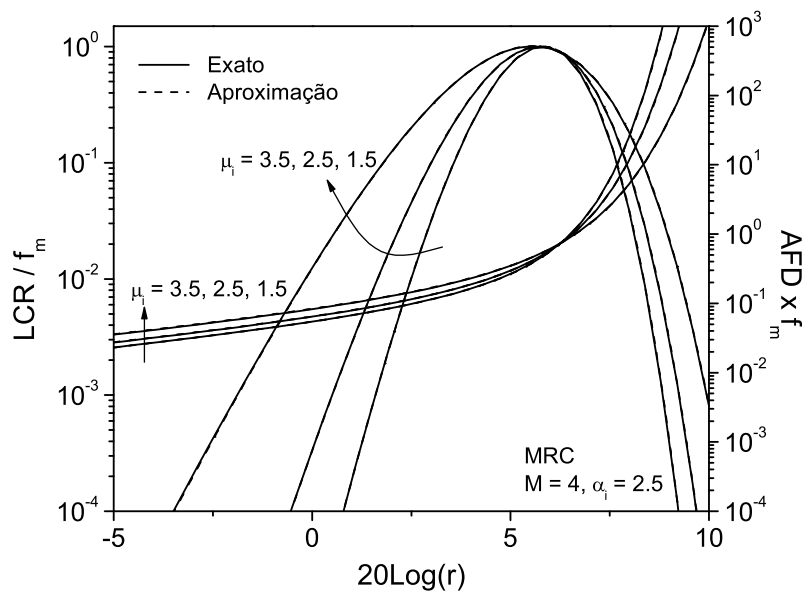


Fig. 5.17: Curvas exatas e aproximadas para a LCR e AFD de receptores MRC em canais α - μ i.i.d ($M = 4, \alpha_i = 2.5, \hat{r}_i = 1$).

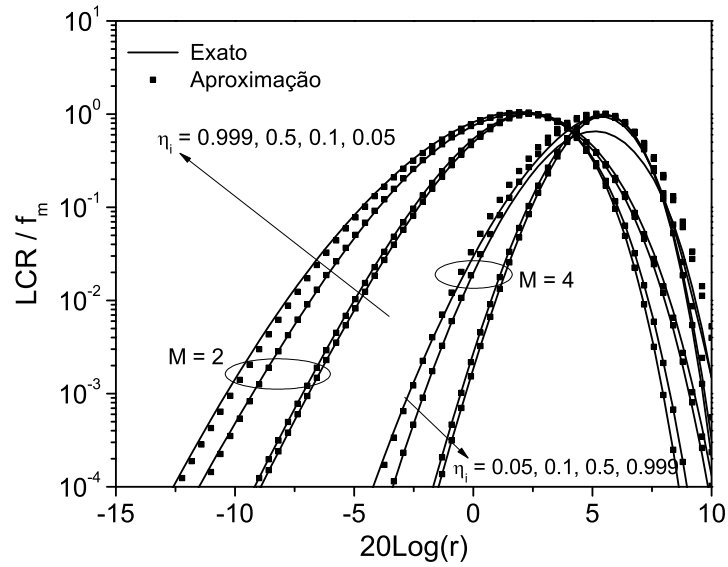


Fig. 5.18: Curvas exatas e aproximadas para a LCR de receptores EGC em canais η - μ i.i.d com potência unitária ($\mu_i = 1.5$).

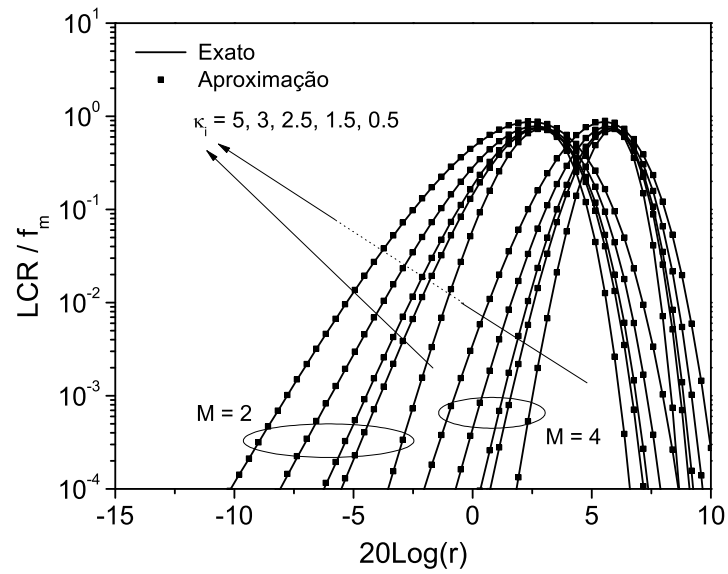


Fig. 5.19: Curvas exatas e aproximadas para a LCR de receptores EGC em canais κ - μ i.i.d com potência unitária ($\mu_i = 2.5$).

Capítulo 6

Soma de Variáveis e Processos Nakagami- m Arbitrários - A Melhor Estratégia de Aproximação

Iniciamos este Capítulo com a seguinte pergunta: dentre as distribuições generalizadas que existem (α - μ , η - μ e κ - μ), qual delas melhor aproxima soma de variáveis e processos Nakagami- m ? Tal questionamento surgiu devido aos seguintes fatos. Primeiramente, como já se sabe, as distribuições α - μ , η - μ e κ - μ possuem um grau de liberdade a mais que a de Nakagami- m e a incluem como caso especial. Além disso, foi mostrado nos Capítulos 2 e 5 que estas distribuições generalizadas podem ser usadas para aproximar muito bem a soma de suas respectivas RVs e processos. Portanto, é de se esperar que aproximando soma de RVs e processos Nakagami- m por qualquer uma destas três distribuições resultará em aproximações bastante precisas. Isto é de fato verdadeiro, sendo bem ajustável não apenas para o caso i.i.d, mas também para o caso onde as RVs possuem potências e parâmetros de desvanecimento arbitrários. Porém, fica a pergunta, qual das distribuições generalizadas é a mais apropriada para ser usada na aproximação?

Testes realizados mostraram que, embora as distribuições η - μ e κ - μ possuam um ajuste bem melhor do que a própria Nakagami- m [1], elas são ligeiramente “piores” do que a distribuição α - μ . Aliado a isso, suas formulações aproximadas são razoavelmente mais complexas, como pode ser verificado após uma minuciosa inspeção nos métodos de aproximação propostos para as três distribuições. Dessa forma, formulações baseadas na distribuição α - μ são as mais adequadas para aproximar soma de RVs e processos Nakagami- m .

Este Capítulo tem os seguintes objetivos: (i) propor uma aproximação simples, precisa e em forma fechada para a PDF da soma de RVs Nakagami- m arbitrárias; (ii) propor uma aproximação simples, precisa e em forma fechada para a LCR da soma de processos Nakagami- m ; (iii) mostrar

algumas aplicações possíveis para nossas formulações. Em particular, expressões em forma fechada para a PDF e LCR da envoltória na saída de receptores multirramos EGC e MRC serão obtidas. Para estes fins, a distribuição α - μ é escolhida, baseando-se nos fatos citados no parágrafo anterior. Como será visto, as aproximações para a PDF da envoltória são bem melhores do que aquelas propostas em [1]. Além disso, até então aproximações para LCR nunca tinham sido propostas antes na literatura. Leitores podem se perguntar do porquê deste Capítulo não ser incluso nos Capítulos 2 e 5, uma vez que neles são propostos e aplicados os mesmos métodos de aproximação dos usados aqui. A idéia deste Capítulo ser a parte dos demais é que queríamos primeiramente validar as formulações para as distribuições generalizadas e só depois investigar a aproximação da soma de RVs e processos Nakagami- m pois, a priori, tal soma poderia ser aproximada por qualquer uma das distribuições generalizadas uma vez que todas tem um grau de liberdade a mais que Nakagami- m . Outro fator que contribuiu para este Capítulo ser a parte é que aqui propomos estimadores gerais e unificados para soma de RVs e processos genéricos, isto é, elevados a um certo expoente. Além disso, nos Capítulos 2 e 5 boas aproximações são obtidas apenas para o caso i.i.d, enquanto que agora nossas formulações se mostrarão satisfatórias também para o caso i.n.i.d.

6.1 Proposta - Formulação Geral e Unificada

Seja $S^k = \sum_{i=1}^M R_i^k$, onde k é um inteiro positivo, a soma de M RVs Nakagami- m R_i com parâmetros (Ω_i, m_i) , tal que a PDF $f_{R_i}(\cdot)$ de R_i é dada por

$$f_{R_i}(r_i) = \frac{2 m_i^{m_i} r_i^{2m_i-1}}{\Gamma(m_i) \Omega_i^{m_i}} \exp\left(-\frac{m_i r_i^2}{\Omega_i}\right) \quad (6.1)$$

onde $\Omega_i = E(R_i^2)$ representa a potência média do sinal e $m_i = \Omega_i V^{-1}(R_i^2)$ é o parâmetro de desvanecimento Nakagami- m . Como já mencionado, testes realizados mostraram que a melhor escolha para aproximar a PDF de S é pela PDF da distribuição α - μ , dada em (2.2). Assim como realizado no Capítulo 2, estimadores baseados em momentos serão utilizados para calcular os parâmetros requeridos da expressão aproximada. A determinação de α e μ é obtida resolvendo o sistema de equações transcendentais dado abaixo

$$\frac{\Gamma^2(\mu + k/\alpha)}{\Gamma(\mu) \Gamma(\mu + 2k/\alpha) - \Gamma^2(\mu + k/\alpha)} = \frac{E^2(S^k)}{E(S^{2k}) - E^2(S^k)}, \quad (6.2)$$

$$\frac{\Gamma^2(\mu + 2k/\alpha)}{\Gamma(\mu) \Gamma(\mu + 4k/\alpha) - \Gamma^2(\mu + 2k/\alpha)} = \frac{E^2(S^{2k})}{E(S^{4k}) - E^2(S^{2k})}. \quad (6.3)$$

Obtido α e μ , \hat{r} é calculado a partir de (2.4) como

$$\hat{r} = \left[\frac{\mu^{k/\alpha} \Gamma(\mu) E(S^k)}{\Gamma(\mu + k/\alpha)} \right]^{1/k}. \quad (6.4)$$

Os momentos $E(S^k)$, $E(S^{2k})$ e $E(S^{4k})$ necessários em (6.2), (6.3) e (6.4) são calculados realizando uma expansão multinomial, onde tais momentos são escritos em termos dos momentos de Nakagami- m como

$$E(S^{kn}) = \sum_{n_1=0}^n \sum_{n_2=0}^{n_1} \dots \sum_{n_{M-1}=0}^{n_{M-2}} \binom{n}{n_1} \binom{n_1}{n_2} \dots \binom{n_{M-2}}{n_{M-1}} E(R_1^{k(n-n_1)}) E(R_2^{k(n_1-n_2)}) \dots E(R_M^{kn_{M-1}}), \quad (6.5)$$

no qual os momentos individuais de Nakagami- m são dados por

$$E(R_i^n) = \frac{\Gamma(m_i + n/2)}{\Gamma(m_i)} \left(\frac{\Omega_i}{m_i} \right)^{n/2}. \quad (6.6)$$

O mesmo procedimento realizado acima pode ser aplicado para aproximar a LCR da soma de processos. Neste caso, $N_S(s) \approx N_R(r)$, onde $N_S(s)$ é a LCR exata, que é aproximada por $N_R(r)$, dada em (5.48).

6.2 Aplicações

Nesta Seção, as formulações apresentadas anteriormente serão usadas para aproximar a PDF e LCR da envoltória na saída de receptores multirramos EGC e MRC. A formulação exata para a PDF de R_{EGC} e R_{MRC} envolve múltiplas integrais, sendo obtida a partir de (2.40) e (2.58) após uma transformação de variáveis. Já a LCR exata para estes receptores pode ser obtida a partir de (5.36) e (5.44) fazendo $\alpha_i = 2$. Estimadores para o cálculo dos parâmetros usando as técnicas EGC e MRC são obtidos a partir de (6.2)-(6.4) fazendo $k = 1$ e $k = 2$, respectivamente. Além disso, os momentos exatos de R_{EGC} e R_{MRC} são dados por $E(R_{EGC}^n) = M^{-n/2} E(S^n)$ e $E(R_{MRC}^{2n}) = E(S^{2n})$, onde $E(S^n)$ e $E(S^{2n})$ são obtidos a partir de (6.5) para $k = 1$ e $k = 2$, respectivamente.

6.3 Resultados Numéricos

Nesta Seção, as formulações exatas e aproximadas para a PDF e LCR da envoltória de canais Nakagami- m são comparadas através de alguns exemplos numéricos. O método de aproximação proposto em [1] para a PDF é também plotado nas curvas. Optou-se por apenas mostrar os casos

onde as variáveis são i.n.i.d, uma vez que para o caso i.i.d as aproximações propostas são praticamente indistinguíveis das soluções exatas. Tabelas 6.1, 6.2 e 6.3 mostram os parâmetros estimados para as curvas aproximadas nas Figs. 6.1-6.4.

Fig. 6.1 esboça a PDF exata e aproximada da soma de quatro RVs Nakagami- m . Um perfil de decaimento exponencial de potência com fator de decaimento δ é usado para modelar o desbalanceamento de potência, de forma que $\Omega_i = \Omega_1 \exp(-\delta(i - 1))$, com $\Omega_1 = 1$ em todas as curvas. Perceba que o método proposto em [1], embora bom, não se ajusta tão bem quanto o proposto aqui. O pior ajuste ocorre quando sinais com maior severidade de desvanecimento têm potências médias maiores (isto é, $(m_1, m_2, m_3, m_4, \delta) = (1, 2, 3, 4, 1)$). Em um cenário oposto a esse, isto é, quando sinais mais desvanecidos têm potências médias menores (que é o caso de $(m_1, m_2, m_3, m_4, \delta) = (4, 3, 2, 1, 1)$), curvas exatas e aproximadas são praticamente coincidentes. Uma vasta quantidade de condições de desvanecimento foram investigadas e, em todas elas, nossas aproximações foram bem melhores do que aquelas propostas em [1].

Figs. 6.2 e 6.3, 6.4 traçam a PDF e a LCR da envoltória na saída de receptores EGC e MRC com quatro ramos de entrada. Note que aproximações considerando o cenário EGC produzem sempre melhores resultados que aquelas formuladas para o cenário MRC.

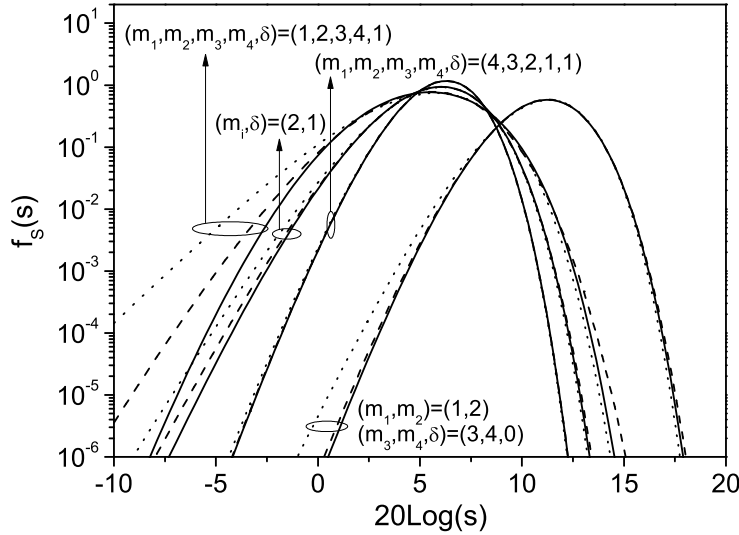


Fig. 6.1: PDF da soma de 4 RVs Nakagami- m i.n.i.d (linhas sólidas \rightarrow exato, linhas tracejadas \rightarrow aproximação proposta, linhas pontilhadas \rightarrow método aproximado de [1]).

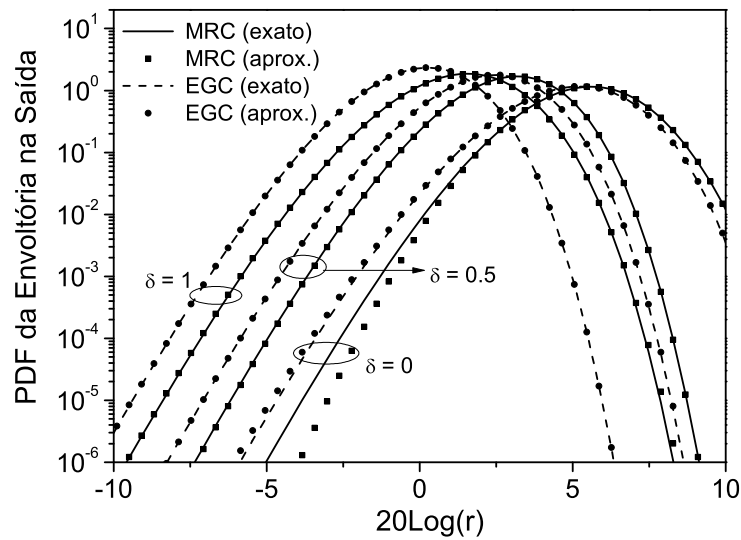


Fig. 6.2: PDF da envoltória na saída de receptores EGC e MRC usando 4 canais Nakagami- m com parâmetros $m_1 = 4$, $m_2 = 3$, $m_3 = 2$ e $m_4 = 1$.

Tab. 6.1: Valores dos parâmetros requeridos nas formulações aproximadas da Fig. 6.1.

		α	μ	\hat{r}
$m_1 = 1, m_2 = 2, m_3 = 3, m_4 = 4$	$\delta = 0$	1.493	13.482	3.786
	$\delta = 1$	1.200	10.513	2.039
$m_1 = 4, m_2 = 3, m_3 = 2, m_4 = 1$	$\delta = 1$	1.922	10.340	2.120
$m_i = 2$	$\delta = 1$	1.721	8.048	2.097

Tab. 6.2: Valores dos parâmetros requeridos nas formulações aproximadas das Figs. 6.2 e 6.3.

		α	μ	\hat{r}
$\delta = 0$	EGC	1.493	13.482	1.893
	MRC	0.810	47.875	1.963
$\delta = 0.5$	EGC	1.823	11.137	1.368
	MRC	1.942	10.449	1.481
$\delta = 1$	EGC	1.922	10.340	1.060
	MRC	1.482	14.386	1.236

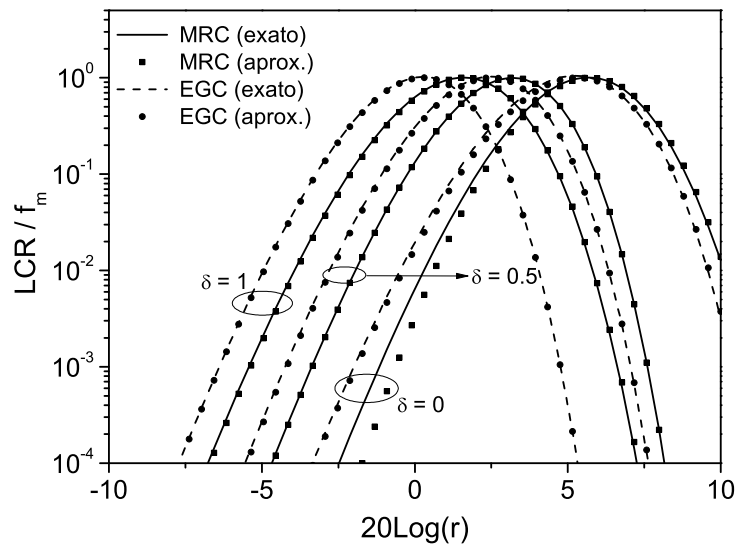


Fig. 6.3: Curvas exatas e aproximadas para a LCR de receptores EGC e MRC usando 4 canais Nakagami- m com parâmetros $m_1 = 4, m_2 = 3, m_3 = 2$ e $m_4 = 1$.

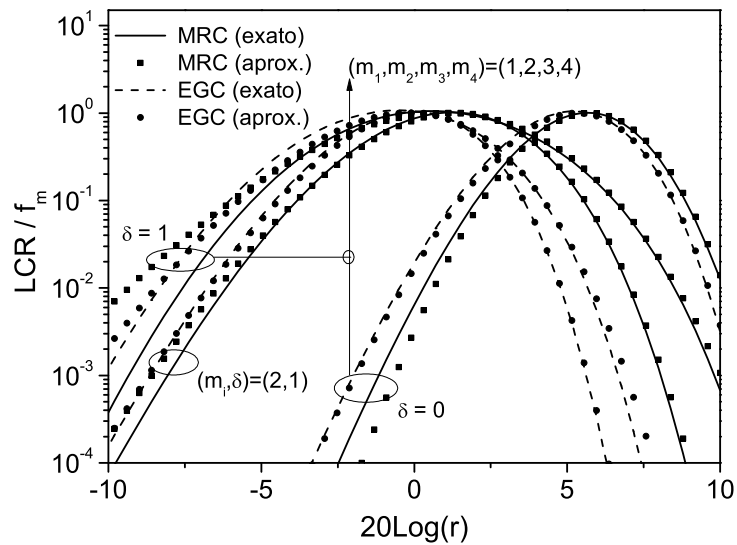


Fig. 6.4: Curvas exatas e aproximadas para a LCR de receptores EGC e MRC usando 4 canais Nakagami- m .

Tab. 6.3: Valores dos parâmetros requeridos nas formulações aproximadas da Fig. 6.4.

		α	μ	\hat{r}
$m_1 = 1, m_2 = 2, m_3 = 3, m_4 = 4, \delta = 0$	EGC	1.493	13.482	1.893
	MRC	0.810	47.875	1.963
$m_1 = 1, m_2 = 2, m_3 = 3, m_4 = 4, \delta = 1$	EGC	1.200	10.513	1.019
	MRC	0.919	11.243	1.180
$m_i = 2, \delta = 1$	EGC	1.721	8.048	1.049
	MRC	1.253	10.715	1.220

Capítulo 7

Capacidade de Canal e Funções Geradoras de Momento para Ambientes Generalizados

A análise de desempenho de sistemas de comunicação sem fio pode ser feita através de algumas métricas e usando diferentes abordagens [15, 57–63]. Em [15], um método unificado para o cálculo da taxa de erro foi proposto baseado no uso alternativo da MGF. Neste caso, as taxas de erro média (AERs, do inglês *average error rates*) foram escritas em termos de integrais finitas simples, com os integrandos correspondendo as MGFs das SNRs instantâneas. Poucos trabalhos existem na literatura que aplicam esse método. Na sequência, citamos os principais e mais recentes trabalhos que fazem uso desse artifício. Em [57], fórmulas para probabilidades de erro em sistemas com receptores simples e multirramos sujeitos a desvanecimento Nakagami- m foram encontradas, assumindo que o parâmetro m é um inteiro positivo. Em [58], os resultados de [57], para recepção simples, foram estendidos considerando valor real arbitrário para m . Mais recentemente [59], os resultados de [58] foram também generalizados para o caso de recepção multicanal. Em [60], a análise da taxa de erro de bit em canais Gamma generalizados (α - μ) foi realizada. E em [61], o desempenho de cenários de modulação M -ários foi avaliado para ambientes Hoyt. Contudo, até onde temos conhecimento, não existem trabalhos na literatura reportando a AER em canais η - μ e κ - μ . Em parte, isso é devido a ausência de uma expressão explícita para a MGF de tais canais.

Com o intuito de prover uma ferramenta útil e alternativa para o cálculo da AER em canais η - μ e κ - μ , um dos objetivos deste Capítulo é encontrar expressões para a MGF das distribuições generalizadas que regem estes canais. As expressões resultantes serão obtidas em termos das funções G-Meijer [27, Eq. 9.301], que são facilmente implementáveis na maioria dos *softwares* de computação. Além disso, estes novos resultados serão usados para obter expressões para a AER em cenários de modulação binários. Novamente, elas aparecem em termos de funções G-Meijer, estando de acordo com as formulações apresentadas na Seção 2.3.2, na qual outra abordagem foi utilizada para se chegar

nestas mesmas expressões. Como os resultados são dados em termos de série infinita, uma análise da convergência no sexto dígito significativo é realizada truncando a série e calculando o número de termos requeridos para atingir tal precisão. Uma convergência rápida das expressões é obtida, o que proporciona a geração de resultados quase que instantaneamente.

Nos últimos anos, devido à crescente demanda de serviços sem fio, o estudo da ACC em cenários de desvanecimento tem recebido bastante atenção [64–69], principalmente porque esta métrica provê um limite superior para a taxa de transmissão máxima. Motivado por este fato, outro objetivo deste Capítulo é investigar a ACC em ambientes η - μ e κ - μ , no qual expressões exatas em termos de funções G-Meijer serão obtidas. Mais uma vez, apesar das expressões serem obtidas em termos de somas infinitas, é verificado uma rápida convergência das mesmas. Nossos resultados generalizam aqueles apresentados em [67]. Ainda referente a ACC, um resultado bastante interessante é apresentado neste Capítulo. É mostrado que, para qualquer condição de desvanecimento, a ACC em ambientes Nakagami- m define regiões de capacidade: ela limita inferiormente a ACC em ambientes η - μ e limita superiormente a ACC em ambientes κ - μ . Da mesma forma, capitalizando um resultado disponível na literatura no qual a ACC em ambientes α - μ foi obtida [69], é mostrado que a ACC em ambientes Nakagami- m limita inferiormente a ACC em cenários α - μ para $\alpha < 2$ e $\mu > m$ e superiormente para $\alpha > 2$ e $\mu < m$. Com propósitos comparativos, a ACC de canais AWGN é também esboçada nos gráficos e, como é esperado, ela provê um limite superior para qualquer cenário de desvanecimento investigado.

7.1 Funções Geradoras de Momento

A MGF da SNR instantânea Υ é definida como

$$M_{\Upsilon}(s) = \int_0^{\infty} \exp(-s\gamma) f_{\Upsilon}(\gamma) d\gamma, \quad (7.1)$$

onde, para canais η - μ , $f_{\Upsilon}(\cdot)$ é dada como em (2.50), isto é,

$$f_{\Upsilon}(\gamma) = \frac{2\sqrt{\pi} \mu^{\mu+\frac{1}{2}} h^{\mu} \gamma^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\mu) H^{\mu-\frac{1}{2}} \bar{\gamma}^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{2\mu h \gamma}{\bar{\gamma}}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left[\frac{2\mu H \gamma}{\bar{\gamma}}\right], \quad (7.2)$$

enquanto que, para canais κ - μ , $f_{\Upsilon}(\cdot)$ é expressa como em (2.53), ou seja,

$$f_{\Upsilon}(\gamma) = \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}} \gamma^{\frac{\mu-1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa) \bar{\gamma}^{\frac{\mu+1}{2}}} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}\right) I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)\gamma}{\bar{\gamma}}}\right]. \quad (7.3)$$

Na seqüência, (7.1) será calculado para cenários de desvanecimento η - μ e κ - μ .

Canais η - μ :

A MGF é obtida substituindo (7.2) em (7.1). Com o intuito de obter uma expressão computacionalmente mais eficiente, iremos recorrer a [27, Eq. 8.445], de forma que o seguinte pode ser escrito

$$I_{\mu-\frac{1}{2}} \left[\frac{2\mu H\gamma}{\bar{\gamma}} \right] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n! \Gamma(n + \mu + \frac{1}{2})} \left(\frac{\mu H\gamma}{\bar{\gamma}} \right)^{2n + \mu - \frac{1}{2}}. \quad (7.4)$$

Substituindo (7.4) em (7.2) e então este em (7.1), uma integral Z_1 cujos integrandos são uma potência e funções exponenciais resulta. A solução para esta integral está detalhada abaixo

$$\begin{aligned} Z_1 &= \int_0^{\infty} \gamma^{2n+2\mu-1} \exp(-s\gamma) \exp\left(-\frac{2\mu h\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma, \\ &\stackrel{(a)}{=} \int_0^{\infty} \gamma^{2n+2\mu-1} G_{0,1}^{1,0} \left[s\gamma \left| \begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix} \right. \right] G_{0,1}^{1,0} \left[\frac{2\mu h\gamma}{\bar{\gamma}} \left| \begin{matrix} - \\ 0 \end{matrix} \right. \right] d\gamma, \\ &\stackrel{(b)}{=} \left(\frac{2\mu h}{\bar{\gamma}} \right)^{-2n-2\mu} G_{1,1}^{1,1} \left[\frac{2\mu h}{s\bar{\gamma}} \left| \begin{matrix} 1 \\ 2n+2\mu \end{matrix} \right. \right], \end{aligned} \quad (7.5)$$

onde $G_{p,q}^{m,n}[\cdot]$ é a função G-Meijer [27, Eq. 9.301], (a) é obtido escrevendo as funções exponenciais em termos de funções G-Meijer [28, Eq. 11], e (b) resulta sabendo que o produto de uma potência e duas funções G-Meijer é também uma função G-Meijer [28, Eq. 21] e usando a propriedade dada em [29, Eq. 8.2.2.14]. A partir de (7.5), a MGF de canais η - μ é expressa como

$$M_{\Upsilon}(s) = \frac{2\sqrt{\pi}}{\Gamma(\mu)h\mu} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{-2n-2\mu}}{n! \Gamma(n + \mu + \frac{1}{2})} \left(\frac{H}{h} \right)^{2n} G_{1,1}^{1,1} \left[\frac{2\mu h}{s\bar{\gamma}} \left| \begin{matrix} 1 \\ 2n+2\mu \end{matrix} \right. \right]. \quad (7.6)$$

Canais κ - μ :

Para estes tipos de canais, o cálculo da MGF segue exatamente os mesmos passos descritos para canais η - μ . Exprimindo $I_{\mu-1}[\cdot]$ em termos de série infinita [27, Eq. 8.445], como antes, e realizando o passo intermediário similar a (7.5), a MGF é determinada como

$$M_{\Upsilon}(s) = \frac{1}{\exp(\mu\kappa)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mu\kappa)^n}{n! \Gamma(n + \mu)} G_{1,1}^{1,1} \left[\frac{\mu(1 + \kappa)}{s\bar{\gamma}} \left| \begin{matrix} 1 \\ n + \mu \end{matrix} \right. \right]. \quad (7.7)$$

7.1.1 Possível Aplicação - Taxa de Erro Média

Com a finalidade de mostrar uma possível aplicação para os resultados obtidos na Seção anterior, a AER em cenários de modulação binários, em especial BPSK e BFSK coerentes, será calculada.

Logicamente, outros esquemas de modulação poderiam ser investigados a partir de nossas expressões, porém somente o caso binário será tratado neste Capítulo. Fica como proposta de investigações futuras o estudo de outros esquemas de modulações. A AER para sinais binários coerentes é dada por [15]

$$\bar{P}_e = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} M_{\Upsilon} \left(\frac{\psi}{\sin^2 \theta} \right) d\theta, \quad (7.8)$$

onde $\psi = 1$ para BPSK coerente, $\psi = 1/2$ para BFSK coerente e $\psi = 0.715$ para BFSK coerente com correlação mínima [58].

Canais η - μ e κ - μ :

Analisaremos primeiramente canais η - μ . Substituindo (7.6) em (7.8) e efetuando a mudança de variável $t = \cos^2 \theta$, temos que após algumas manipulações algébricas o seguinte precisa ser calculado

$$\begin{aligned} Y_1 &= \int_0^1 t^{-\frac{1}{2}} (1-t)^{-\frac{1}{2}} G_{1,1}^{1,1} \left[\frac{2\mu h(1-t)}{\psi \bar{\gamma}} \middle| \begin{matrix} 1 \\ 2n+2\mu \end{matrix} \right] dt, \\ &\stackrel{(a)}{=} \int_0^1 t^{-\frac{1}{2}} (1-t)^{-\frac{1}{2}} H_{1,1}^{1,1} \left[\frac{2\mu h(1-t)}{\psi \bar{\gamma}} \middle| \begin{matrix} (1, 1) \\ (2n+2\mu, 1) \end{matrix} \right] dt, \end{aligned} \quad (7.9)$$

onde $H_{p,q}^{m,n}[\cdot]$ é a função H-Fox [29, Eq. 8.3.1.1] e (a) surge devido a relação entre as funções H-Fox e G-Meijer [29, Eq. 8.3.2.14]. Baseado em [29, Eq. 2.25.2.2], (7.9) resulta em

$$\begin{aligned} Y_1 &= \sqrt{\pi} H_{2,2}^{1,2} \left[\frac{2\mu h}{\psi \bar{\gamma}} \middle| \begin{matrix} (\frac{1}{2}, 1), (1, 1) \\ (2n+2\mu, 1), (0, 1) \end{matrix} \right], \\ &\stackrel{(a)}{=} \sqrt{\pi} G_{2,2}^{1,2} \left[\frac{2\mu h}{\psi \bar{\gamma}} \middle| \begin{matrix} \frac{1}{2}, 1 \\ 2n+2\mu, 0 \end{matrix} \right], \end{aligned} \quad (7.10)$$

onde (a) é obtido por meio de [29, Eq. 8.3.2.14]. A partir de (7.10), a AER para canais η - μ em esquemas de modulação binários coerentes é obtida como

$$\bar{P}_e = \frac{1}{\Gamma(\mu)h^\mu} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{-2n-2\mu} H^{2n}}{n! h^{2n} \Gamma(n+\mu+\frac{1}{2})} G_{2,2}^{1,2} \left[\frac{2\mu h}{\psi \bar{\gamma}} \middle| \begin{matrix} \frac{1}{2}, 1 \\ 2n+2\mu, 0 \end{matrix} \right]. \quad (7.11)$$

Um caso particular de (7.11) produz a AER de canais Nakagami- m [58, Eq. 5], [60, Eq. 15]. Outro caso especial de (7.11) é o Hoyt (ver [61] para o caso binário).

Para canais κ - μ , a AER é calculada seguindo os mesmos passos anteriormente. Após substituir

(7.7) em (7.8), efetua-se a mudança de variável $t = \cos^2 \theta$ e uma integral similar a (7.9) aparece. Para resolvê-la, realiza-se o mesmo procedimento de antes. A AER é então obtida como

$$\bar{P}_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi} \exp(\mu\kappa)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mu\kappa)^n}{n! \Gamma(n + \mu)} G_{2,2}^{1,2} \left[\frac{\mu(1 + \kappa)}{\psi\bar{\gamma}} \left| \begin{array}{c} \frac{1}{2}, 1 \\ n + \mu, 0 \end{array} \right. \right], \quad (7.12)$$

Um caso especial de (7.12) é a AER em canais Nakagami- m [58, Eq. 5], [60, Eq. 15]. Outro caso especial é Rice [15].

Embora as expressões (7.11) e (7.12) sejam dadas como séries infinitas, elas convergem rapidamente. Plotando-as em função do número de termos da série, observa-se que elas decaem a zero monotonicamente e rápido. Alguns resultados numéricos para a AER da modulação BPSK coerente em canais η - μ Formato 1 (Fig. 7.1) e canais κ - μ (Fig. 7.2), como dada em (7.11) e (7.12) para $\psi = 1$, são mostrados. A veracidade de nossos resultados é comprovada por meio de simulação Monte Carlo. Como pode ser visto nas figuras, não há distinção entre as curvas teóricas e simuladas. Perceba que mantendo μ constante, um aumento de η ou κ implica numa melhora do desempenho do sistema. Da mesma forma, fixando η ou κ , o desempenho melhora quando μ aumenta.

Tabelas 7.1 e 7.2 ilustram com alguns exemplos o número de termos requeridos em (7.11) e (7.12) para atingir uma precisão no sexto dígito significativo sobre a condição de pior caso (maior SNR). Como já dito, poucos termos são necessários para a precisão desejada.

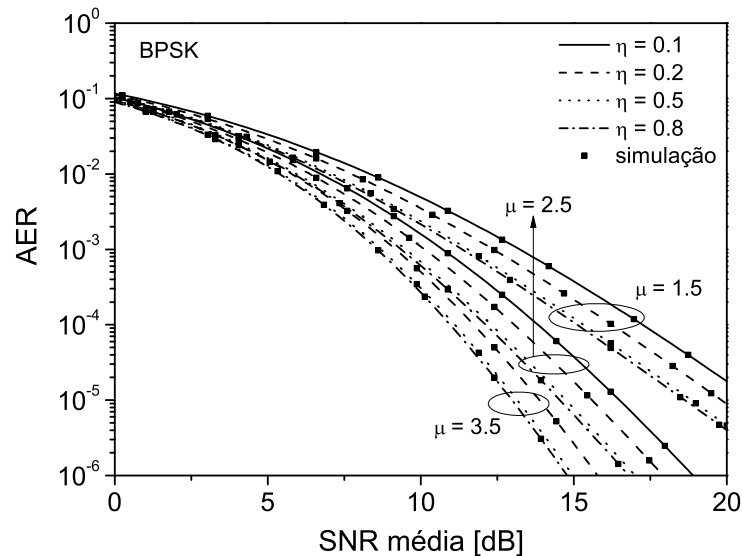


Fig. 7.1: AER em canais η - μ (Formato 1) usando BPSK coerente.

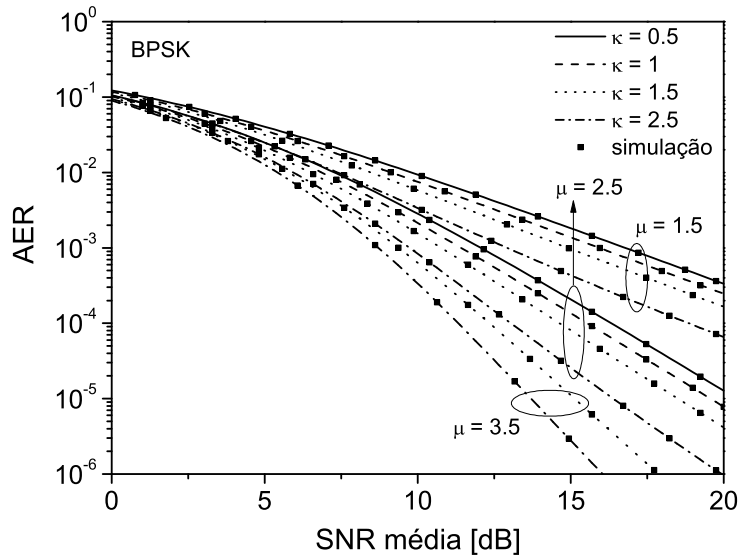


Fig. 7.2: AER em canais κ - μ usando BPSK coerente.

Tab. 7.1: Número de termos em (7.11) para um erro menor que 10^{-6}

	$\eta = 0.1$	$\eta = 0.2$	$\eta = 0.5$	$\eta = 0.8$
$\mu = 1.5$	21	11	5	3
$\mu = 2.5$	24	14	6	3
$\mu = 3.5$	24	17	7	4

Tab. 7.2: Número de termos em (7.12) para um erro menor que 10^{-6}

	$\kappa = 0.5$	$\kappa = 1$	$\kappa = 1.5$	$\kappa = 2.5$
$\mu = 1.5$	7	9	11	15
$\mu = 2.5$	9	12	15	20
$\mu = 3.5$	11	15	20	24

7.2 Capacidade de Canal

A ACC de um dado ambiente em desvanecimento pode ser calculada como [64]

$$C \triangleq W \int_0^{\infty} \log_2(1 + \gamma) f_{\Gamma}(\gamma) d\gamma, \quad (7.13)$$

onde W representa a largura de banda do canal. No que se segue, (7.13) será calculado para canais η - μ e κ - μ . Além disso, a ACC de canais α - μ , obtida em [69], será apresentada uma vez que estudos referentes a regiões de capacidade levando em conta estes tipos de canais serão feitos posteriormente.

Canais α - μ :

A ACC para um cenário de desvanecimento α - μ foi determinada em [69] e é escrita em termos de funções G-Meijer como

$$C = \frac{W}{\ln(2)} \frac{1}{\sqrt{k} \beta^{\frac{\alpha\mu}{2}} \Gamma(\mu) (2\pi)^{\frac{k+\alpha k-3}{2}}} G_{\alpha k, k(\alpha+1)}^{k(\alpha+1), \frac{\alpha k}{2}} \left[\frac{\beta^{-\frac{\alpha}{2}k}}{k^k} \left| \begin{array}{c} \Phi\left(\frac{\alpha k}{2}, -\frac{\alpha\mu}{2}\right), \Phi\left(\frac{\alpha k}{2}, 1 - \frac{\alpha\mu}{2}\right) \\ \Phi(k, 0), \Phi\left(\frac{\alpha k}{2}, -\frac{\alpha\mu}{2}\right), \Phi\left(\frac{\alpha k}{2}, -\frac{\alpha\mu}{2}\right) \end{array} \right. \right], \quad (7.14)$$

onde o parâmetro β foi definido logo após a Eq. (2.42) e $\Phi(n, \varrho) \triangleq \varrho/n, (\varrho+1)/n, \dots, (\varrho+n-1)/n$, sendo ϱ um valor real arbitrário e n um inteiro positivo. Da mesma forma, $\alpha k/2$ e k são inteiros positivos, embora α possa assumir qualquer valor positivo. (Perceba que k é arbitrário e é escolhido tal que $\alpha k/2$ seja inteiro.)

Canais η - μ e κ - μ :

Determinaremos primeiramente a ACC de canais η - μ . A idéia utilizada será similar a que foi realizada para o cálculo da MGF. Ou seja, substituiremos (7.2) em (7.13) já com a função de Bessel presente em (7.2) expressa como uma soma infinita. Após isso, escrevendo os integrandos da integral resultante como funções G-Meijer e usando as propriedades dadas em [28, Eq. 21] e [29, Eq. 8.2.2.14], a ACC de canais η - μ é obtida como

$$C = \frac{W}{\ln(2)} \frac{2\sqrt{\pi}}{\Gamma(\mu) h^\mu} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{-2n-2\mu}}{n! \Gamma(n + \mu + \frac{1}{2})} \left(\frac{H}{h}\right)^{2n} G_{2,3}^{3,1} \left[\frac{2\mu h}{\bar{\gamma}} \left| \begin{array}{c} 0, 1 \\ 2n + 2\mu, 0, 0 \end{array} \right. \right]. \quad (7.15)$$

Para canais κ - μ , o mesmo procedimento é realizado. Neste caso, a ACC é encontrada como

$$C = \frac{W}{\ln(2)} \frac{1}{\exp(\mu\kappa)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mu\kappa)^n}{n! \Gamma(n + \mu)} G_{2,3}^{3,1} \left[\frac{\mu(1 + \kappa)}{\bar{\gamma}} \left| \begin{array}{c} 0, 1 \\ n + \mu, 0, 0 \end{array} \right. \right]. \quad (7.16)$$

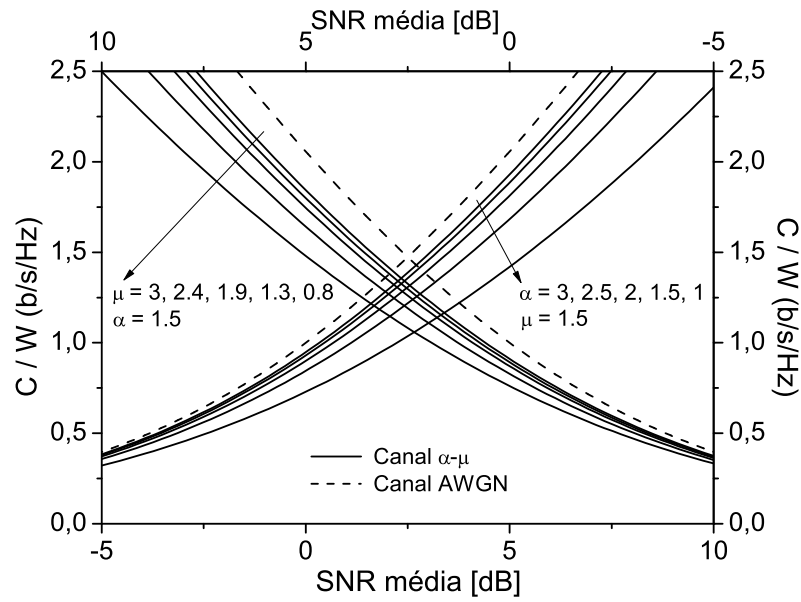
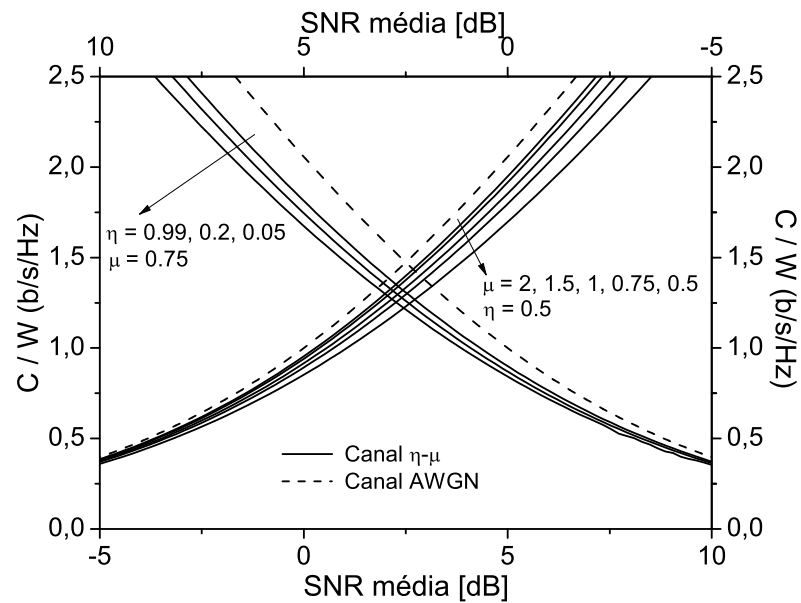
Alguns casos especiais de (7.15) e (7.16) serão citados agora. A ACC de ambientes Rice, dada em [67, Eq. 5], pode ser obtida a partir de (7.16) fazendo $\mu = 1$. Já a ACC de cenários Nakagami- m , dada em [67, Eq. 3], pode ser determinada a partir de qualquer um dos dois ambientes generalizados cujas expressões foram apresentadas acima. Ela pode tanto resultar (i) a partir de (7.15) para $\mu = m$

e $\eta \rightarrow 0$ ou $\eta \rightarrow \infty$ no Formato 1, e para $\mu = m$ e $\eta \rightarrow \pm 1$ no Formato 2; ou (ii) a partir de (7.16) para $\kappa \rightarrow 0$. A ACC de canais Hoyt, proposta em [66], pode ser obtida de forma exata a partir de (7.15) fazendo $\mu = 0.5$. (Perceba, contudo, que o resultado de [66] não aparece em termos de funções G-Meijer.)

Figs. 7.3, 7.4 e 7.5 esboçam a ACC como função da SNR média $\bar{\gamma}$ para canais α - μ , η - μ e κ - μ . Em cada caso, na mesma figura, dois conjuntos de eixo são usados: conjunto 1, compreendendo o eixo vertical da esquerda e o eixo horizontal inferior; conjunto 2, compreendendo o eixo vertical da direita e o eixo horizontal superior. Analisando primeiramente a Fig. 7.3, perceba que um aumento de α ou μ acarreta uma melhoria de desempenho, sendo esta verificada por um aumento da capacidade do canal. Este mesmo comportamento pode ser constatado para as Figs. 7.4 e 7.5, no qual um aumento de qualquer um dos parâmetros induz uma melhoria de desempenho. Como a ACC de canais η - μ e κ - μ é expressa em termos de série infinita, investigou-se o número de termos necessários em cada série para plotar as curvas com um erro menor que 10^{-5} . Em todas elas, este número não foi maior que 20, mostrando que nossas formulações são bastante eficientes do ponto de vista computacional.

7.2.1 Capacidade de Canal para um parâmetro m de Nakagami fixo

Equações [8, Eq. 16], [9, Eq. 13] e [9, Eq. 30] relacionam o parâmetro m de Nakagami com aqueles das distribuições α - μ , η - μ e κ - μ . Partindo disso, foi mostrado em [8, 9] que existem uma infinidade de curvas relacionadas as distribuições α - μ , η - μ e κ - μ que apresentam o mesmo parâmetro de Nakagami. Os gráficos em [9] revelam que a CDF da distribuição Nakagami- m limita superiormente a CDF da distribuição η - μ e inferiormente a CDF da distribuição κ - μ . Já em relação a CDF da distribuição α - μ , nada foi reportado em [8]. Porém, após uma minuciosa investigação, observou-se uma característica muito interessante, que é: a CDF da distribuição Nakagami- m limita superiormente a CDF da distribuição α - μ para $\alpha < 2$ e $\mu > m$ e limita inferiormente para outras condições ($\alpha > 2$ e $\mu < m$). Como será mostrado em seguida, um comportamento similar existe quando a ACC é a métrica em questão. Neste caso, contudo, a ACC de canais Nakagami- m limita superiormente a ACC de canais κ - μ e inferiormente a ACC de canais η - μ ACC. Da mesma forma, a ACC de canais Nakagami- m limita inferiormente a ACC de canais α - μ para $\alpha \leq 2$ e $\mu \geq m$ e superiormente em outras condições. Fig. 7.6 ilustra esse comportamento para $m = 0.5$, onde pode-se perceber claramente as regiões de capacidade delimitadas pela ACC de canais Nakagami- m .

Fig. 7.3: ACC para canais α - μ .Fig. 7.4: ACC para canais η - μ (Formato 1).

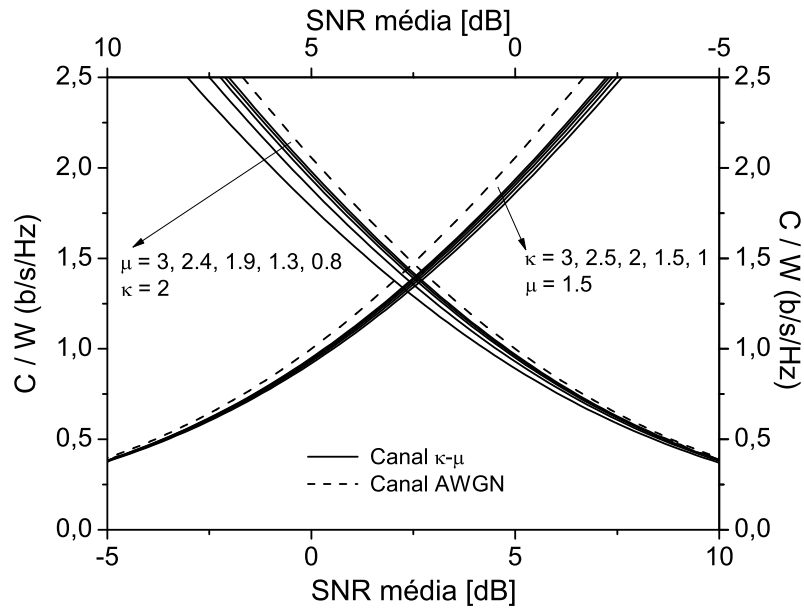


Fig. 7.5: ACC para canais κ - μ .

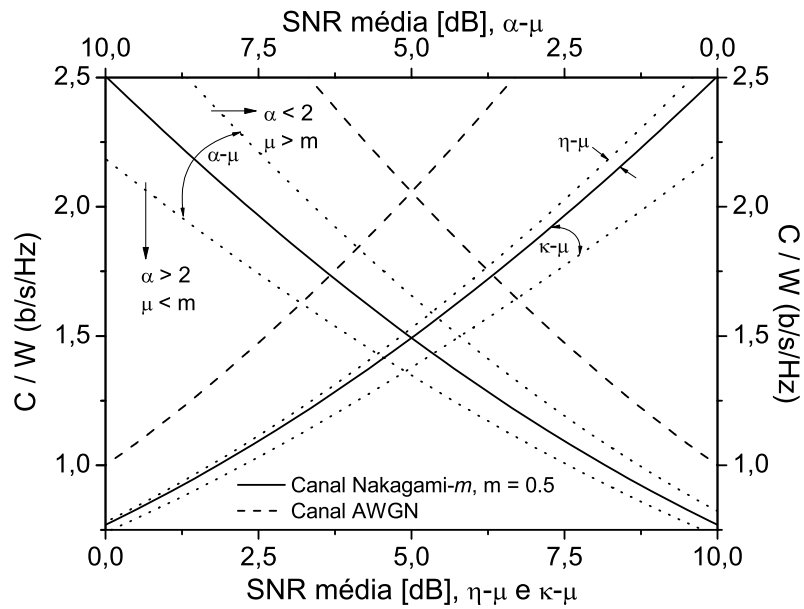


Fig. 7.6: ACC para canais α - μ , η - μ e κ - μ usando o mesmo parâmetro m de Nakagami- m ($m = 0.5$).

Capítulo 8

Formulações Exatas e Aproximadas para a Taxa de Cruzamento de Nível de Receptores Multirramos em Canais Weibull Correlacionados e Não-Idênticos

Como é bem conhecido e já comentado nos Capítulos anteriores, a LCR é uma métrica dinâmica largamente usada na literatura como medida de desempenho de sistemas com diversidade. Geralmente, costuma-se fazer algumas considerações em sua análise como, por exemplo, a independência entre os ramos da entrada. Isto facilita consideravelmente os cálculos pois, na prática, os sinais nesses ramos são correlacionados [70–76]. Além do mais, para o caso mais geral, tem-se que não somente os sinais são correlacionados entre si mas também há correlação entre suas respectivas derivadas temporais e os sinais dos outros ramos. Este fato torna a solução para a LCR ainda mais intrincada. Tal condição foi pioneiramente analisada em [70] para o caso de canais Rayleigh idênticos com dois ramos e posteriormente em [75, 76] para cenários Rayleigh e Weibull com dois ramos não-idênticos.

Neste Capítulo, os resultados de [76] serão generalizados para o caso de receptores multirramos. Em outras palavras, expressões exatas para a LCR de receptores PSC, EGC e MRC em canais Weibull correlacionados e não-idênticos serão determinadas. Nossas formulações levam em conta o caso de correlação explorado em [70, 75, 76]. As expressões exatas serão apresentadas em termos de múltiplas integrais. Devido a isso, formulações precisas e aproximadas serão também propostas, sendo dadas em forma fechada, para PSC, e em termos de múltiplas integrais, para EGC e MRC, porém com a vantagem dos integrandos serem bem mais simples do que aqueles da solução exata. Logicamente, a AFD pode ser obtida a partir dos resultados encontrados para a LCR, uma vez que é aplicação direta de nossas formulações. Por conveniência, contudo, discussões acerca da AFD serão omitidas.

8.1 Modelo de Sistema

Em sistemas com diversidade, o sinal Weibull Z_i recebido no i -ésimo ramo ($i = 1, \dots, L$) pode ser representado na forma complexa como

$$Z_i = R_i^{\alpha_i/2} \exp(j\Theta_i) = X_i + jY_i, \quad (8.1)$$

onde $j = \sqrt{-1}$, α_i é o parâmetro de não-linearidade de Weibull, Θ_i denota a fase, assumida uniformemente no intervalo $[0, 2\pi)$, X_i e Y_i são variáveis gaussianas de médias nulas e variâncias idênticas, e R_i representa a envoltória. A PDF de R_i é dada por

$$f_{R_i}(r_i) = \frac{\alpha_i r_i^{\alpha_i-1}}{\Omega_i} \exp\left(-\frac{r_i^{\alpha_i}}{\Omega_i}\right), \quad (8.2)$$

onde $\Omega_i = E(R_i^{\alpha_i})$. Para $\alpha_i = 2$, (8.2) reduz a PDF de Rayleigh. O l -ésimo momento de R_i pode ser obtido a partir de (8.2) como

$$E(R_i^l) = \Omega_i^{l/\alpha_i} \Gamma\left(1 + \frac{l}{\alpha_i}\right). \quad (8.3)$$

A potência média P_i resulta diretamente de (8.3) fazendo $l = 2$. Ao longo do Capítulo, usaremos $\mathbf{Z} \triangleq [Z_1 \dots Z_L]^T$ e $\mathbf{z} \triangleq [r_1^{\alpha_1/2} e^{j\theta_1} \dots r_L^{\alpha_L/2} e^{j\theta_L}]^T$ para representar o conjunto de variáveis complexas de cada ramo e seus valores amostrais, respectivamente. Além disso, a derivada temporal de uma variável genérica, por exemplo W , será expressa por \dot{W} ; e a diferença de fase entre os sinais nos ramos i e k como $\theta_{ik} \triangleq \theta_i - \theta_k$. Por conveniência e sem perda de generalidade, usaremos θ_1 como uma fase de referência, tal que as diferenças serão escritas como $\theta_{ik} = \theta_{1k} - \theta_{1i}$, isto é, em termos de $\theta_{12}, \dots, \theta_{1L}$. Definiremos $\rho_{ik}(\tau) \triangleq E(Z_i^*(t)Z_k(t+\tau))/\sqrt{\Omega_i\Omega_k}$ como o coeficiente de correlação entre o i -ésimo e o k -ésimo sinais nos ramos, e seja $\dot{\rho}_{ik} = \left. \frac{d\rho_{ik}(\tau)}{d\tau} \right|_{\tau=0}$, $\ddot{\rho}_{ik} = \left. \frac{d^2\rho_{ik}(\tau)}{d\tau^2} \right|_{\tau=0}$, e $\rho_{ik} \triangleq \rho_{ik}(0)$. Em seguida, considerando um cenário de diversidade Weibull com múltiplos ramos na entrada, uma formulação exata para a LCR de receptores PSC, EGC e MRC será apresentada. Fig. 8.1 esboça o cenário de correlação bastante geral investigado neste Capítulo.

8.2 Taxa de Cruzamento de Nível

O significado físico dessa métrica assim como sua formulação já foi discutida nos Capítulos anteriores, em especial nos Capítulos 3 e 5. Portanto, iremos omitir os comentários introdutórios relativo a mesma, partindo logo para o formulação de $f_{R,\dot{R}}(r, \dot{r})$, que no nosso método é o ponto inicial para o cálculo da LCR. Como já mencionado no Capítulo 5, para cada cenário de combinação a envoltória R na saída do combinador pode ser escrita em termos das envoltórias de entrada R_i em cada ramo

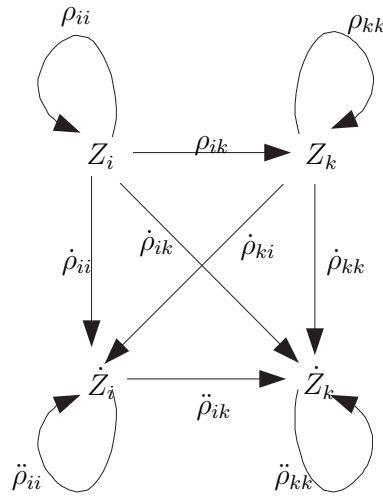


Fig. 8.1: Esquemático do modelo de correlação entre os sinais complexos de entrada e suas respectivas derivadas temporais.

como

$$R = \begin{cases} \max(R_1, \dots, R_L), & \text{PSC} \\ \sum_{i=1}^L R_i / \sqrt{L}, & \text{EGC} \\ \sqrt{\sum_{i=1}^L R_i^2}, & \text{MRC} \end{cases} \quad (8.4)$$

Derivando ambos os lados de (8.4), a derivada temporal da envoltória na saída é obtida de forma direta como

$$\dot{R} = \begin{cases} \dot{R}_i, & R_i = \max(R_1, \dots, R_L), & \text{PSC} \\ \sum_{i=1}^L \dot{R}_i / \sqrt{L}, & & \text{EGC} \\ \left(\sum_{i=1}^L R_i \dot{R}_i \right) / \left(\sqrt{\sum_{i=1}^L R_i^2} \right), & & \text{MRC} \end{cases} \quad (8.5)$$

Na seqüência, um método geral para o cálculo da PDF conjunta $f_{R, \dot{R}}(r, \dot{r})$ é apresentado, no qual esta é escrita em termos da PDF conjunta de \mathbf{Z} e \dot{R} , $f_{\mathbf{Z}, \dot{R}}(\cdot, \cdot)$. Optamos por usar esta abordagem devido ao fato que $f_{\mathbf{Z}, \dot{R}}(\cdot, \cdot)$ poder ser expressa como função das estatísticas condicionais da PDF de \dot{R} dado \mathbf{Z} , $f_{\dot{R}|\mathbf{Z}}(\cdot|\cdot)$, onde esta por sua vez é escrita em termos de variáveis gaussianas (ver Seções vindouras).

PSC:

Iremos primeiramente investigar receptores do tipo PSC. Como um passo intermediário, obtaremos de início a CDF de R . Tal estatística pode ser calculada realizando uma integração apropriada sobre a PDF de \mathbf{Z} [53], isto é,

$$F_R(r) = \int_0^{2\pi} \cdots \int_0^{2\pi} \int_0^r \cdots \int_0^r f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z}) d\mathbf{z}, \quad (8.6)$$

no qual $d\mathbf{z} = \prod_{k=1}^L dr_k \prod_{k=2}^L d\theta_{1k}$. Desde que \mathbf{Z} é circularmente simétrico, a distribuição gaussiana multivariável de suas componentes pode ser escrita em termos de uma matriz de covariância complexa \mathbf{b} , definida na próxima Seção. Assumindo então, no momento, o conhecimento de \mathbf{b} , e usando o procedimento estatístico padrão de transformação de variáveis, onde $\prod_{i=1}^L \alpha_i r_i^{\alpha_i/2-1} / 2^L$ corresponde ao módulo do jacobiano da transformação, $f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z})$ pode ser expresso a partir de [24, Eq. (B-2-2)], após algumas manipulações algébricas e fazendo as devidas substituições, como

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z}) &= \frac{\prod_{i=1}^L \alpha_i r_i^{\alpha_i-1}}{2^L (2\pi)^{L-1} \det(\mathbf{b})} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{b}^{-1} \mathbf{z}^*\right) \\ &= \frac{\prod_{i=1}^L \alpha_i r_i^{\alpha_i-1}}{2^L (2\pi)^{L-1} \det(\mathbf{b})} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^L r_i^{\frac{\alpha_i}{2}} r_k^{\frac{\alpha_k}{2}} b_{ki}^{-1} e^{j(\theta_{1i}-\theta_{1k})}\right), \end{aligned} \quad (8.7)$$

onde $(\cdot)^T$ representa matriz transposta, $(\cdot)^*$ é o operador conjugado e $b_{i,k}^{-1}$ denota o (i, k) -ésimo elemento de \mathbf{b}^{-1} .

Derivando (8.6) em relação a r de forma a obter $f_R(r)$ e então usando a regra de Bayes [54], a PDF conjunta $f_{R,\hat{R}}(r, \hat{r})$ pode ser expressa como

$$f_{R,\hat{R}}(r, \hat{r}) = \sum_{i=1}^L \int_0^{2\pi} \cdots \int_0^{2\pi} \int_0^r \cdots \int_0^r f_{\mathbf{Z},\hat{R}}(\mathbf{z}_{SC,i}, \hat{r}) d\mathbf{z}_i, \quad (8.8)$$

no qual $\mathbf{z}_{SC,i} = \mathbf{z}|_{r_i=r}$ e $d\mathbf{z}_i = \prod_{k=1, k \neq i}^L dr_k \prod_{k=2}^L d\theta_{1k}$.

EGC:

Neste caso, $F_R(r)$ é formulada integrando $f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z})$, dado em (8.7), sobre o volume de $2L$ dimensões limitado pelo hiperplano $\sqrt{L}r = \sum_{i=1}^L r_i$ e pelas diferenças de fase θ_{1k} , $k = 2, \dots, L$

$$F_R(r) = \int_0^{2\pi} \cdots \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{L}r} \int_0^{\sqrt{L}r-r_L} \cdots \int_0^{\sqrt{L}r-\sum_{i=2}^L r_i} f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z}) d\mathbf{z}. \quad (8.9)$$

Agora, derivando (8.9) e usando a regra de Bayes, a PDF conjunta $f_{R,\dot{R}}(r, \dot{r})$ pode ser expressa como

$$f_{R,\dot{R}}(r, \dot{r}) = \sqrt{L} \int_0^{2\pi} \cdots \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{L}r} \int_0^{\sqrt{L}r-r_L} \cdots \int_0^{\sqrt{L}r-\sum_{i=3}^L r_i} f_{\mathbf{Z},\dot{R}}(\mathbf{z}_{EGC}, \dot{r}) d\mathbf{z}_1, \quad (8.10)$$

onde $\mathbf{z}_{EGC} = \mathbf{z}|_{r_1=\sqrt{L}r-\sum_{i=2}^L r_i}$.

MRC:

Em receptores MRC, a CDF $F_R(r)$ também pode ser escrita em termos de $f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z})$, dado em (8.7). Porém, a superfície hipergeométrica usada é $r^2 = \sum_{i=1}^L r_i^2$. Portanto, segue que

$$F_R(r) = \int_0^{2\pi} \cdots \int_0^{2\pi} \int_0^r \int_0^{\sqrt{r^2-r_L^2}} \cdots \int_0^{\sqrt{r^2-\sum_{i=2}^L r_i^2}} f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z}) d\mathbf{z}. \quad (8.11)$$

De (8.11), a PDF conjunta $f_{R,\dot{R}}(r, \dot{r})$ é formulada como

$$f_{R,\dot{R}}(r, \dot{r}) = \int_0^{2\pi} \cdots \int_0^{2\pi} \int_0^r \int_0^{\sqrt{r^2-r_L^2}} \cdots \int_0^{\sqrt{r^2-\sum_{i=3}^L r_i^2}} \frac{r}{\sqrt{r^2-\sum_{i=2}^L r_i^2}} f_{\mathbf{Z},\dot{R}}(\mathbf{z}_{MRC}, \dot{r}) d\mathbf{z}_1, \quad (8.12)$$

onde $\mathbf{z}_{MRC} = \mathbf{z}|_{r_1=\sqrt{r^2-\sum_{i=2}^L r_i^2}}$.

Baseado nas formulações acima, é possível obter expressões preliminares para a LCR de receptores PSC, EGC e MRC. Partindo delas e através de algumas propriedades estatísticas inerentes a cada formulação, expressões em termos de integrais múltiplas finitas serão providas na seqüência.

Usando propriedades da probabilidade condicional, temos que $f_{\mathbf{Z},\dot{R}}(\mathbf{z}, \dot{r}) = f_{\dot{R}|\mathbf{Z}}(\dot{r}|\mathbf{z})f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z})$. É fácil concluir que, para todos os esquemas de combinação, \dot{R} dado \mathbf{Z} segue uma distribuição gaussiana com média \dot{m} e variância $\dot{\sigma}^2$ (por enquanto, assumamos que estas estatísticas são conhecidas). Realizando a integração em (3.9) com a relação a \dot{r} , após serem feitas as devidas substituições, uma expressão útil resulta de tal procedimento, que é

$$\vartheta(\mathbf{z}) \triangleq \int_0^\infty \dot{r} f_{\dot{R}|\mathbf{Z}}(\dot{r}|\mathbf{z}) d\dot{r} = \frac{\dot{\sigma}}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\dot{m}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) + \frac{\dot{m}}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\dot{m}}{\sqrt{2}\dot{\sigma}}\right)\right] \quad (8.13)$$

onde $\operatorname{erf}(\cdot)$ é a função erro. Logicamente, a média condicional $\dot{m} = E(\dot{R}|\mathbf{Z} = \mathbf{z})$ e a variância condicional $\dot{\sigma}^2 = V(\dot{R}|\mathbf{Z} = \mathbf{z})$ dependem do cenário de combinação e serão determinadas posteriormente. Contudo, assumindo que estas estatísticas condicionais são conhecidas, uma formulação geral para a

LCR de receptores multirramos PSC, EGC e MRC é dada por

$$N_R(r) = \sum_{i=1}^L \int_0^{2\pi} \cdots \int_0^{2\pi} \int_0^r \cdots \int_0^r \vartheta(\mathbf{z}_{SC,i}) f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z}_{SC,i}) d\mathbf{z}_i, \quad \text{PSC} \quad (8.14)$$

$$N_R(r) = \sqrt{L} \int_0^{2\pi} \cdots \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{L}r} \int_0^{\sqrt{L}r-r_L} \cdots \int_0^{\sqrt{L}r-\sum_{i=3}^L r_i} \vartheta(\mathbf{z}_{EGC}) f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z}_{EGC}) d\mathbf{z}_1, \quad \text{EGC} \quad (8.15)$$

$$N_R(r) = \int_0^{2\pi} \cdots \int_0^{2\pi} \int_0^r \int_0^{\sqrt{r^2-r_L^2}} \cdots \int_0^{\sqrt{r^2-\sum_{i=3}^L r_i^2}} \frac{r}{\sqrt{r^2-\sum_{i=2}^L r_i^2}} \vartheta(\mathbf{z}_{MRC}) f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z}_{MRC}) d\mathbf{z}_1, \quad \text{MRC} \quad (8.16)$$

onde $f_{\mathbf{Z}}(\cdot)$ e $\vartheta(\cdot)$ são dados em (8.7) e (8.13), respectivamente, para os respectivos parâmetros. Embora nossas discussões posteriores se limitem a LCR, vale a pena ressaltar que a AFD é formulada diretamente a partir de (8.6) e (8.14), para PSC, de (8.9) e (8.15), para EGC, e finalmente de (8.11) e (8.16), para MRC.

Falta então encontrarmos \dot{m} e $\dot{\sigma}^2$ para cada esquema de combinação. Esta é a etapa crucial do problema, uma vez que nela estarão descritas todas as possíveis correlações existentes entre os sinais e suas respectivas derivadas temporais.

8.3 Média e Variância de \dot{R} dado \mathbf{Z}

As estatísticas de \dot{R} condicionada a \mathbf{Z} , como requeridas na Seção anterior, serão agora obtidas. De acordo com [54,70], os vetores \mathbf{Z} e $\dot{\mathbf{Z}}$ formam um conjunto de variáveis complexas conjuntamente gaussianas de média nula e matriz de covariância dada por

$$\Phi = \frac{1}{2} \mathbb{E} \left[\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{Z}} \\ \mathbf{Z} \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{Z}} \\ \mathbf{Z} \end{pmatrix}^T \right] \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{c} \\ \mathbf{c}^H & \mathbf{b} \end{bmatrix}, \quad (8.17)$$

onde $(\cdot)^H$ representa a matriz hermitiana. A partir da definição de coeficiente de correlação dada na Seção 8.1 e após realizar as operações necessárias em (8.17), segue que os (i, k) -ésimos elementos

das matrizes particionadas \mathbf{a} , \mathbf{b} e \mathbf{c} podem ser expressos como [70]

$$a_{ik} = -\frac{\sqrt{\Omega_i \Omega_k}}{2} \ddot{\rho}_{ik} \quad (8.18)$$

$$b_{ik} = \frac{\sqrt{\Omega_i \Omega_k}}{2} \rho_{ik} \quad (8.19)$$

$$c_{ik} = -\frac{\sqrt{\Omega_i \Omega_k}}{2} \dot{\rho}_{ik} \quad (8.20)$$

Note que os elementos b_{ik} são requeridos em (8.7) para o cálculo de $f_{\mathbf{Z}}(\mathbf{z})$. De [24, pp. 495-496], a densidade condicional de $\dot{\mathbf{Z}}$ dado \mathbf{Z} é gaussiana com matriz média $\mathbf{M} \triangleq E(\dot{\mathbf{Z}}|\mathbf{Z} = \mathbf{z})$ e matriz de covariância $\Delta \triangleq (1/2)E(\dot{\mathbf{Z}}^* \dot{\mathbf{Z}}^T | \mathbf{Z} = \mathbf{z})$ tal que

$$\mathbf{M} = (\mathbf{cb}^{-1})^* \mathbf{z} = \mathbf{mz}, \quad (8.21)$$

$$\Delta = \mathbf{a} - \mathbf{cb}^{-1} \mathbf{c}^H, \quad (8.22)$$

Derivando ambos os lados de (8.1) com relação ao tempo, segue

$$\dot{R}_i = \frac{2}{\alpha_i} R_i^{1-\frac{\alpha_i}{2}} \text{Re}[\dot{Z}_i e^{-j\theta_i}], \quad (8.23)$$

onde $\text{Re}[\cdot]$ denota a parte real de um número complexo. Usando um procedimento similar ao utilizado em [76, Appendix B], as estatísticas condicionais de \dot{R}_i podem ser escritas em termos das estatísticas condicionais de \dot{Z}_i . Em outras palavras, as médias $\dot{m}_i \triangleq E(\dot{R}_i | \mathbf{Z} = \mathbf{z})$, variâncias $\dot{\sigma}_i^2 \triangleq V(\dot{R}_i | \mathbf{Z} = \mathbf{z})$ e covariâncias $\dot{\sigma}_{ik}^2 \triangleq C(\dot{R}_i, \dot{R}_k | \mathbf{Z} = \mathbf{z})$ condicionais podem ser expressas a partir de (8.21), (8.22) e (8.23) como

$$\begin{aligned} \dot{m}_i &= \frac{2}{\alpha_i} r_i^{1-\frac{\alpha_i}{2}} \text{Re}[E(\dot{Z}_i | \mathbf{Z} = \mathbf{z}) e^{-j\theta_i}] = \frac{2}{\alpha_i} r_i^{1-\frac{\alpha_i}{2}} \text{Re}[M_i e^{-j\theta_i}] \\ &= \frac{2}{\alpha_i} r_i^{1-\frac{\alpha_i}{2}} \text{Re} \left[\sum_{k=1}^L m_{ik} r_k^{\frac{\alpha_k}{2}} e^{j\theta_k} e^{-j\theta_i} \right] = \frac{2}{\alpha_i} r_i^{1-\frac{\alpha_i}{2}} \sum_{k=1}^L r_k^{\frac{\alpha_k}{2}} \text{Re} [m_{ik} e^{j\theta_{ki}}] \\ &= \frac{2}{\alpha_i} r_i^{1-\frac{\alpha_i}{2}} \sum_{k=1}^L r_k^{\frac{\alpha_k}{2}} \text{Re} [m_{ik} e^{j(\theta_{1i} - \theta_{1k})}], \end{aligned} \quad (8.24a)$$

$$\dot{\sigma}_i^2 = \frac{2r_i^{2-\alpha_i}}{\alpha_i^2} V(\dot{Z}_i | \mathbf{Z} = \mathbf{z}) = \frac{4r_i^{2-\alpha_i}}{\alpha_i^2} \Delta_{ii}, \quad (8.24b)$$

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{ik}^2 &= \frac{2}{\alpha_i \alpha_k} r_i^{1-\frac{\alpha_i}{2}} r_k^{1-\frac{\alpha_k}{2}} \operatorname{Re}[C(\dot{Z}_i, \dot{Z}_k | \mathbf{Z} = \mathbf{z}) e^{j\theta_{ik}}] = \frac{4}{\alpha_i \alpha_k} r_i^{1-\frac{\alpha_i}{2}} r_k^{1-\frac{\alpha_k}{2}} \operatorname{Re}[\Delta_{ik} e^{j\theta_{ik}}] \\ &= \frac{4}{\alpha_i \alpha_k} r_i^{1-\frac{\alpha_i}{2}} r_k^{1-\frac{\alpha_k}{2}} \operatorname{Re}[\Delta_{ik} e^{j(\theta_{1k} - \theta_{1i})}],\end{aligned}\quad (8.24c)$$

onde M_i é o i -ésimo elemento da matriz \mathbf{M} , m_{ik} é o (i, k) -ésimo elemento de \mathbf{m} e Δ_{ik} é o (i, k) -ésimo elemento da matriz Δ . Como \dot{R} condicionado a \mathbf{Z} segue uma distribuição gaussiana, sua média condicional \dot{m} e variância condicional $\dot{\sigma}^2$ podem ser obtidas de (8.5), para cada cenário de combinação, como

$$\dot{m} = \begin{cases} \dot{m}_i, & r_i = \max(r_1, \dots, r_L), & \text{PSC} \\ \sum_{i=1}^L \dot{m}_i / \sqrt{L}, & & \text{EGC} \\ \left(\sum_{i=1}^L r_i \dot{m}_i \right) / \left(\sqrt{\sum_{i=1}^L r_i^2} \right), & & \text{MRC} \end{cases}\quad (8.25)$$

$$\dot{\sigma}^2 = \begin{cases} \dot{\sigma}_i^2, & r_i = \max(r_1, \dots, r_L), & \text{PSC} \\ \left(\sum_{i=1}^L \dot{\sigma}_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{L-1} \sum_{k=i+1}^L \dot{\sigma}_{ik}^2 \right) / L, & & \text{EGC} \\ \left(\sum_{i=1}^L r_i^2 \dot{\sigma}_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{L-1} \sum_{k=i+1}^L r_i r_k \dot{\sigma}_{ik}^2 \right) / \left(\sum_{i=1}^L r_i^2 \right), & & \text{MRC} \end{cases}\quad (8.26)$$

Substituindo (8.24) em (8.25) e (8.26), as estatísticas condicionais \dot{m} e $\dot{\sigma}^2$ são encontradas, como requeridas nas formulações anteriores. Perceba que (8.25) e (8.26) são funções de $r_1, \dots, r_L, \theta_{12}, \dots, \theta_{1L}, \Omega_i, \rho_{ik}, \dot{\rho}_{ik}$ e $\dot{\rho}_{ik}$ ($i, k = 1, \dots, L$). É bom enfatizar que as expressões obtidas para a LCR são gerais e podem ser aplicadas a qualquer tipo de diversidade (espaço, tempo, ou frequência) usando receptores multirramos PSC, EGC e MRC. A única “desvantagem” é que são dadas em função de múltiplas integrais. Porém, formulações exatas menos complexas que estas são praticamente impossíveis de se obter, uma vez que mesmo para dois ramos ou para o caso independente, elas são expressas como múltiplas integrais.

8.4 Formulações Aproximadas

Nesta Seção serão apresentadas expressões aproximadas altamente precisas para a LCR de receptores PSC, EGC e MRC que foi obtida na Seção anterior. Nossas aproximações serão dadas em forma fechada, para PSC, e como múltiplas integrais com integrandos mais simples, para EGC e MRC. A única restrição é que uma boa aproximação é obtida apenas para pequenos valores da envoltória.

Das Secções 8.2 e 8.3, pode ser verificado que para pequenos valores de R , o termo $\dot{m}/(\sqrt{2}\dot{\sigma})$ torna-se desprezível de forma que, para os três esquemas de combinação, (8.7) e (8.13) podem ser

bem aproximadas por

$$f_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}) \approx \frac{\prod_{i=1}^L \alpha_i r_i^{\alpha_i-1}}{2^L (2\pi)^{L-1} \det(\mathbf{b})}, \quad (8.27a)$$

$$\vartheta(\mathbf{z}) \approx \frac{\dot{\sigma}}{\sqrt{2\pi}}. \quad (8.27b)$$

Substituindo (8.27) in (8.14) e após manipulações algébricas, uma expressão simples e em forma fechada para a LCR de receptores multirramos PSC é obtida como

$$N_R(r) \approx \frac{1}{2^{L-1} \sqrt{2\pi} \det(\mathbf{b})} \sum_{i=1}^L \left(r^{\frac{\alpha_i}{2}} \sqrt{\Delta_{ii}} \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^L r^{\alpha_k} \right), \quad \text{PSC} \quad (8.28)$$

Perceba que (8.28) é substancialmente mais simples que (8.14), gerando resultados quase que instantaneamente. Além disso, (8.28) é bastante precisa, como será visto em seguida. Para os casos EGC e MRC, as aproximações resultam da substituição de (8.27) em (8.15) e (8.16), respectivamente. Infelizmente, não é possível se chegar a uma formulação em forma fechada. Contudo, uma melhoria considerável do ponto de vista da eficiência computacional é observada. Uma análise similar a esta foi realizada em [70] para o caso de canais Rayleigh com dois ramos i.i.d na recepção. Aqui, os resultados de [70] serão generalizados para um cenário Weibull multirramos i.n.i.d.

8.5 Resultados Numéricos e Discussões

Nesta Seção, alguns resultados numéricos serão apresentados e discutidos. Além disso, as aproximações propostas serão comparadas com as formulações exatas. Logicamente, qualquer matriz de correlação geral pode ser usada na nossa análise. Porém, com propósitos ilustrativos, assumimos um sistema com diversidade espacial usando três antenas omnidirecionais espaçadas horizontalmente na estação móvel. Neste caso, considerando um espalhamento isotrópico, a função de correlação cruzada é dada por [70]

$$\rho_{ik}(\tau) = J_0 \left(2\pi \left[(f_m \tau)^2 + (d(i-k)/\lambda)^2 + 2f_m \tau (d(i-k)/\lambda) \cos(\beta) \right]^{\frac{1}{2}} \right), \quad (8.29)$$

onde $J_0(\cdot)$ representa a função de Bessel de ordem zero, λ é o comprimento de onda da portadora, d é o espaçamento entre as antenas e $\beta \in [0, 2\pi)$ é o ângulo entre o eixo da antena e a direção de movimento do veículo em radiano [70]. Os coeficientes de correlação correspondentes podem ser

calculados como

$$\rho_{ik} = J_0(2\pi d(i-k)/\lambda), \quad (8.30a)$$

$$\dot{\rho}_{ik} = -2\pi f_m J_1(2\pi d(i-k)/\lambda) \cos(\beta), \quad (8.30b)$$

$$\ddot{\rho}_{ik} = (2\pi f_m)^2 \left[\frac{J_1(2\pi d(i-k)/\lambda)}{2\pi d(i-k)/\lambda} \cos(2\beta) - J_0(2\pi d(i-k)/\lambda) \cos(\beta)^2 \right], \quad (8.30c)$$

no qual $J_1(\cdot)$ é a função de Bessel de primeira ordem.

Figs. 8.2, 8.3 e 8.4 esboçam a LCR exata e aproximada dos receptores PSC, EGC e MRC operando em três balanceados (mesma potência) e desbalanceados (potências diferentes) canais Weibull correlacionados. As curvas são plotadas em função de d/λ e para um nível de envoltória $r = -20\text{dB}$. Esboçou-se os gráficos para $\alpha_i = 1.6, 2.5, 3.7$ e usando $\beta = \pi/4$. O caso i.i.d é também plotado com critérios comparativos. Um perfil de decaimento de potência exponencial com fator de decaimento $\delta = 1$ é usado para modelar o desbalanceamento de potência tal que $P_i = \zeta P_1 \exp(-i + 1)$, com $P_1 = \Gamma(1 + 2/\alpha_i)$ em todas as curvas. O parâmetro ζ é escolhido convenientemente de forma a garantir que a potência total de entrada dos cenários balanceados e desbalanceados seja a mesma. No nosso caso, para os três valores de α_i usados aqui, $\zeta = 1.99573$. Conhecendo P_i e α_i , os valores de Ω_i requeridos nas formulações podem ser diretamente obtidos de (8.3). Para d/λ maior que 0.1, percebe-se a excelente concordância entre as formulações exatas e aproximadas, tornando-se ainda mais precisas quando α_i aumenta. Vale salientar que $d/\lambda = 0.1$ corresponde a uma correlação entre os ramos adjacentes de 0.9, que é de fato alto. Note também que quando o espaçamento entre as antenas aumenta, a correlação diminui e o caso correlacionado converge para o caso i.i.d. Ainda analisando as figuras, pode ser visto que o desbalanceamento de potência sempre deteriora o desempenho devido o aumento da LCR. Outras condições de desvanecimento foram investigadas e, em todas elas, chegou-se as mesmas conclusões citadas ao longo deste parágrafo.

Fig. 8.5 faz uma comparação entre a LCR de receptores PSC, EGC e MRC operando em três canais Weibull correlacionados idênticos. As curvas são esboçadas para $\beta = 0, \pi/2, \pi/4$ e $P_i = \Gamma(1 + 2/\alpha_i)$. Como pode-se perceber, a recepção via MRC apresenta o melhor desempenho, seguido por EGC e PSC. Considerando pequenas distâncias entre as antenas, pode-se observar também que, para cada uma das técnicas de combinação, o melhor desempenho é verificado para o caso em que as três antenas são paralelas a direção de movimento do veículo, isto é, quando $\beta = 0$. Para grandes espaçamentos, as curvas convergem para um dado valor independente do ângulo, como esperado.

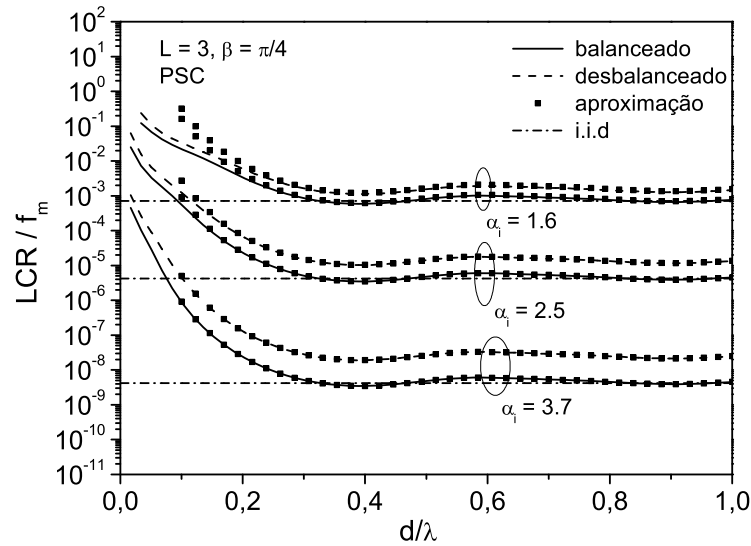


Fig. 8.2: Formulações exatas e aproximadas para a LCR de receptores PSC em um nível de envoltória $r = -20\text{dB}$ operando em três balanceados e desbalanceados canais Weibull correlacionados.

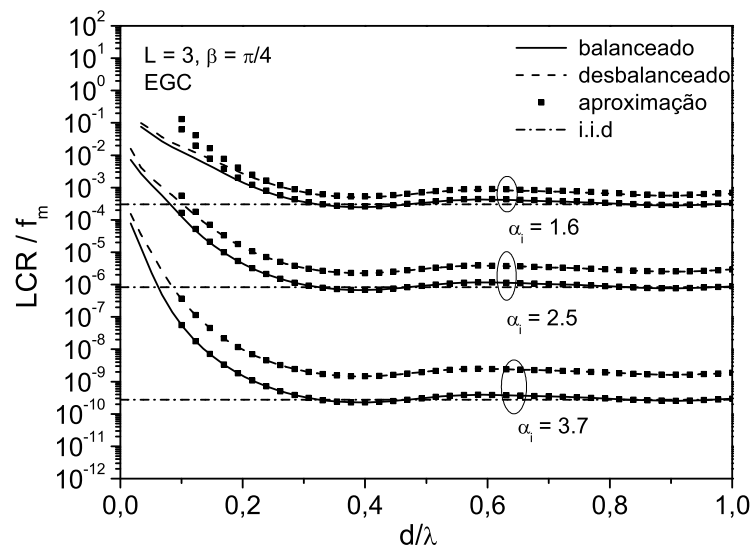


Fig. 8.3: Formulações exatas e aproximadas para a LCR de receptores EGC em um nível de envoltória $r = -20\text{dB}$ operando em três balanceados e desbalanceados canais Weibull correlacionados.

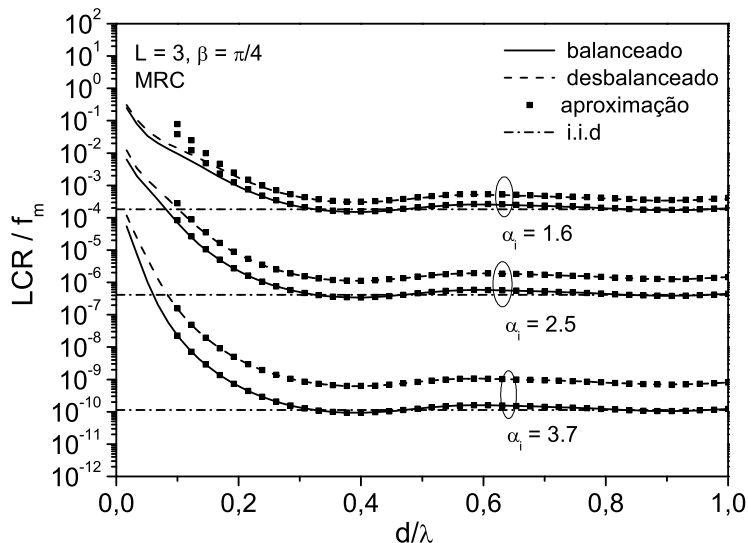


Fig. 8.4: Formulações exatas e aproximadas para a LCR de receptores MRC em um nível de envoltória $r = -20\text{dB}$ operando em três balanceados e desbalanceados canais Weibull correlacionados.

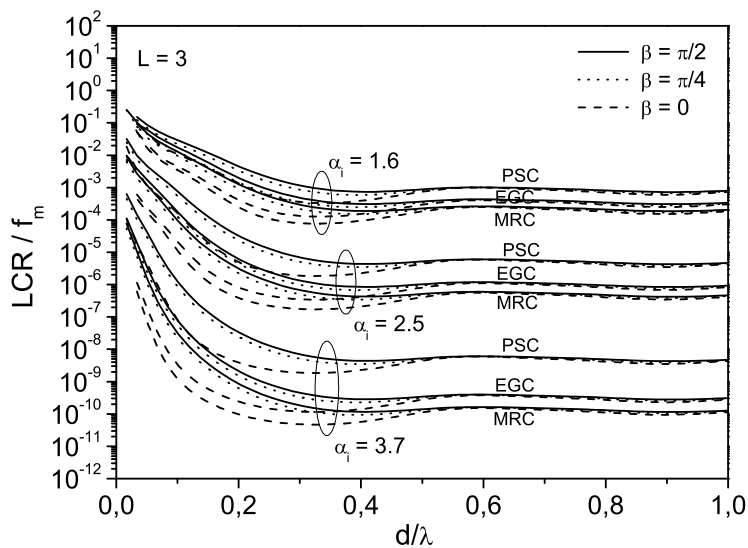


Fig. 8.5: Comparação entre a LCR de receptores PSC, EGC e MRC em um nível de envoltória $r = -20\text{dB}$ operando em três canais Weibull idênticos e correlacionados.

Capítulo 9

Perspectivas de Investigações Futuras

Esta tese é fruto de um trabalho em andamento e introduz uma vasta área no ramo da pesquisa, voltada à caracterização estatística do sinal em ambientes generalizados de desvanecimento, que pode ser investigada baseada nos resultados, e acima de tudo, nas idéias aqui propostas.

Em seguida, listamos algumas propostas de trabalhos futuros a serem feitos relacionados a esta tese:

- Os ambientes de desvanecimento generalizados α - μ , η - μ e κ - μ poderão ser investigados quando técnicas de diversidade com múltiplas antenas na entrada e múltiplas antenas na saída (MIMO, do inglês *multiple-input multiple-output*) forem empregadas. Atualmente, a maioria dos trabalhos existentes na literatura consideram que o ganho do canal complexo entre o transmissor e receptor segue uma distribuição gaussiana circularmente simétrica de média nula (canal Rayleigh).
- Outros esquemas de modulação poderão ser estudados por meio das expressões para as MGFs obtidas no Capítulo 7. Além disso, uma análise de convergência mais detalhada das expressões obtidas, dadas em termos de um somatório infinito, poderá ser realizada.
- Dando continuidade à análise apresentada no Capítulo 8, expressões gerais e exatas para a LCR e AFD operando em sistemas multirramos desbalanceados, correlacionados e não-idênticos poderão ser obtidas para outros modelos de desvanecimento existentes na literatura (Rice, Hoyt, Nakagami- m). Resultados numéricos poderão ser discutidos particularizando as expressões gerais para os casos apresentados na literatura.
- Outra proposta de trabalho é a implementação de um simulador para ramos de diversidade correlacionados. No ramo de comunicações, um grande número de algoritmos têm sido propostos para a geração de variáveis aleatórias Rayleigh correlacionadas através de gaussianas

correlacionadas [77–80]. Entre estes, simuladores baseados na soma de senóides, no método de filtragem do ruído branco, ou na transformada discreta inversa de Fourier (IDFT, do inglês *inverse discrete Fourier transform*) tornaram-se populares. Porém, algumas limitações inerentes a estes simuladores nos impede de simular o que propusemos no item anterior. A seguir, algumas dessas limitações serão comentadas. Sérios problemas afetam o comportamento estatístico dos simuladores via soma de senóides. Em particular, foi mostrado em [81] que o simulador clássico de Jakes produz sinais de desvanecimento que não são estacionários no sentido amplo. Novos métodos de soma de senóides, tais como os propostos em [82, 83], foram sugeridos com o objetivo de resolver o problema da não-estacionariedade. A técnica IDFT, por outro lado, é bem conhecida por gerar um simulador eficiente e de alta qualidade [77]. Infelizmente, uma desvantagem do método IDFT é que todas as amostras são geradas de uma só vez com uma única operação do algoritmo, utilizando a transformada rápida de Fourier. Essa abordagem torna-se pouco atrativa na geração de um grande número de variáveis aleatórias correlacionadas, devido às exigências de armazenamento. Certamente, é mais viável e interessante gerar as amostras à medida que for necessário. Uma outra peculiaridade dos simuladores existentes na literatura (principal motivo para propormos esse novo simulador) é que eles não consideram diversidade e, os que fazem, não a consideram como um fenômeno espacial. O simulador proposto tem que levar em conta a diversidade de ramos correlacionados, tratando-o da maneira correta, ou seja, como um fenômeno espacial.

As propostas de trabalhos futuros aqui apresentadas pretendem preencher uma lacuna ainda existente relacionada aos fundamentos das comunicações sem fio. Esse campo tem despertado interesse em diversos pesquisadores da área que recentemente têm publicado com o objetivo de melhor fundamentar o fenômeno de rádio propagação. Acreditamos que tais propostas poderão contribuir de forma significativa neste sentido.

Referências Bibliográficas

- [1] J. C. S. Santos Filho and M. D. Yacoub. Nakagami- m approximation to the sum of M non-identical independent Nakagami- m variates. *Electron. Lett.*, 40(15):951–952, Jul. 2004.
- [2] H. Suzuki. A statistical model for urban radio propagation. *IEEE Trans. Commun.*, COM-25(7):673–679, Jul. 1977.
- [3] C. -X. Wang, N. Youssef, and M. Pätzold. Level-crossing rate and average duration of fades of deterministic simulation models for Nakagami-Hoyt fading channels. *Proc. 5th Int. Symp. Wirel. Pers. Multimedia Commun.*, 1:272–276, Oct. 2002.
- [4] J. D. Parsons. *The Mobile Radio Channel*, volume 1. Wiley, Chichester, U.K., 2nd edition, 2000.
- [5] S. Stein. Fading channel issues in system engineering. *IEEE Journal Sel. Areas Commun.*, SAC-5(2):68–69, Feb. 1987.
- [6] G. Tzeremes and C. G. Christodoulou. Use of Weibull distribution for describing outdoor multipath fading. *Proc. IEEE Ant. Propag. Soc. Int. Symp.*, 1:232–235, Jun. 2002.
- [7] W. R. Braun and U. Dersch. A physical mobile radio channel model. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 40(2):472–482, May 1991.
- [8] M. D. Yacoub. The α - μ distribution: a physical fading model for the Stacy distribution. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 56(1):27–34, Jan. 2007.
- [9] M. D. Yacoub. The κ - μ distribution and the η - μ distribution. *IEEE Ant. and Prop. Magazine*, 49(1):68–81, Feb. 2007.
- [10] L. Amoroso. Ricerche intorno alla curva dei redditi. *Ann. Mat. Pura Ser.*, 4(21):123–159, 1925.
- [11] E. W. Stacy. A generalization of the Gamma distribution. *Annal. Math. Stat.*, 33(3):1187–1192, Sep. 1962.

- [12] M. Nakagami and M. Nishio. Generalized forms of the basic distributions. *Ann. Conv. Record*, 1954. Japan.
- [13] M. Nakagami. The m-distribution - A general formula of intensity distribution of rapid fading. in *Statistical Methods in Radio Wave Prop.*, Ed. Elmsford, Pergamon, 1960.
- [14] J. G. Proakis. *Digital Communications*. McGraw-Hill, New York, 2001.
- [15] M. K. Simon and M. -S. Alouni. *Digital Communication over Fading Channels*. Wiley, New York, 2005.
- [16] J. Reig and N. Cardona. Nakagami- m approximate distribution of sum of two correlated Nakagami- m correlated variables. *Electron. Lett.*, 36(11):978–980, May 2000.
- [17] J. Hu and N. C. Beaulieu. Accurate simple closed-form approximations to Rayleigh sum distributions and densities. *IEEE Commun. Lett.*, 9(2):109–111, Feb. 2005.
- [18] J. Hu and N. C. Beaulieu. Accurate closed-form approximations to Ricean sum distributions and densities. *IEEE Commun. Lett.*, 9(2):133–135, Feb. 2005.
- [19] J. C. S. Santos Filho and M. D. Yacoub. Simple precise approximations to Weibull sums. *IEEE Commun. Lett.*, 10(8):614–616, Aug. 2006.
- [20] J. C. S. Santos Filho and M. D. Yacoub. Highly accurate κ - μ approximation to sum of M independent non-identical Ricean variates. *Electron. Lett.*, 41(6):338–339, Mar. 2005.
- [21] J. C. S. Santos Filho and M. D. Yacoub. Highly accurate η - μ approximation to the sum of M independent non-identical Hoyt variates. *IEEE Ant. and Wirel. Prop. Lett.*, 4:436–438, 2005.
- [22] M. Abramowitz and I. A. Stegun, Eds. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. New York: Dover, 1972.
- [23] J. I. Marcum. A statistical theory of target detection by pulsed radar. *IRE Trans. Inf. Theory*, 29:59–267, Nov. 1960.
- [24] M. Schwartz, W. R. Bennett, and S. Stein. *Communications Systems and Techniques*. New York, 1966.
- [25] M. D. Yacoub, C. R. C. M. da Silva, and J. E. V. Bautista. Second-order statistics for diversity-combining techniques in Nakagami-fading channels. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 50(6):1464–1470, Nov. 2001.

- [26] N. C. Sagias, G. K. Karagiannidis, P. T. Mathiopoulos, and T. A. Tsiftsis. On the performance analysis of equal-gain diversity receivers over generalized Gamma fading channels. *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, 5(10):2967–2975, Oct. 2006.
- [27] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik. *Table of Integrals, Series, and Products*. New York: Academic, 6th edition, 2000.
- [28] V. S. Adamchik and O. I. Marichev. The algorithm for calculating integrals of hypergeometric type functions and its realization in reduce systems. *Proc. Intern. Conf. on Symbolic and Algebraic Computation*, pages 212–224, 1990.
- [29] A. P. Prudnikov, Y. A. Brychkov, and O. I. Marichev. *Integrals and Series: More Special Functions*, volume 3. Gordon and Breach Science, 1990. Translated from the Russian by G. G. Gould.
- [30] W. C. Jakes. *Microwave Mobile Communications*. New York: Wiley, 1974.
- [31] N. C. Sagias, D. A. Zogas, G. K. Karagiannidis, and G. S. Tombras. Channel capacity and second-order statistics in Weibull fading. *IEEE Commun. Lett.*, 8(6):377–379, Jun. 2004.
- [32] M. D. Yacoub, J. E. V. Bautista, and L. G. R. Guedes. On higher order statistics of the Nakagami- m distribution. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 48(3):790–793, May 1999.
- [33] N. Youssef, C. -X. Wang, and M. Pätzold. A study on the second-order statistics of Nakagami-Hoyt mobile fading channels. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 54(4):1259–1265, Jul. 2005.
- [34] S. O. Rice. Mathematical analysis of random noise. *Bell System Technical Journal*, 23:282–332, Jul. 1944.
- [35] M. D. Yacoub, G. Fraidenraich, and J. C. S. Santos Filho. Nakagami- m phase-envelope joint distribution. *Electron. Lett.*, 41(5), Mar. 2005.
- [36] D. B. da Costa and M. D. Yacoub. The η - μ joint phase-envelope distribution. *IEEE Ant. and Wirel. Prop. Lett.*, 6:195–198, 2007.
- [37] D. B. da Costa, M. D. Yacoub, J. C. S. Santos Filho, G. Fraidenraich, and J. R. Mendes. Generalized Nakagami- m phase crossing rate. *IEEE Commun. Lett.*, 10(1):13–15, Jan. 2006.
- [38] G. Fraidenraich, J. C. S. Santos Filho, and M. D. Yacoub. Second-order statistics of maximal-ratio and equal-gain combining in Hoyt fading. *IEEE Commun. Lett.*, 9(1):19–21, Jan. 2005.

- [39] N. Youssef, W. Elbahri, M. Pätzold, and S. Elasmî. On the crossing statistics of phase processes and random FM noise in Nakagami- q mobile fading channels. *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, 4(1):24–29, Jan. 2005.
- [40] S. O. Rice. Statistical properties of random noise currents. *Selected Papers on Noise and Stochastic Processes*, pages 133–294, 1954. N. Wax. Ed. New York:Dover.
- [41] M. D. Yacoub. *Foundations of Mobile Radio Engineering*. CRC Press, 1993.
- [42] C. D. Iskander and P. T. Mathiopoulos. Analytical level crossing rates and average fade durations for diversity techniques in nakagami fading channels. *IEEE Trans. Commun.*, 50(8):1301–1309, Aug. 2002.
- [43] S. O. Rice. Statistical properties of a sine wave plus random noise. *Bell System Technical Journal*, 27:109–157, Jan. 1948.
- [44] W. C. Lindsey and M. K. Simon. *Telecommunication Systems Engineering*. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1973.
- [45] R. F. Pawula. On the theory of error rates for narrowband signals digital FM. *IEEE Trans. Commun.*, 29:1634–1643, Nov. 1981.
- [46] J. H. Roberts. *Angle Modulation*. Stevenage, U.K.: Peregrinus, 1977.
- [47] J. G. Proakis. Probabilities of error for adaptive reception of M -phase signals. *IEEE Trans. on Commun. Technol.*, 16(1):71–81, Feb. 1968.
- [48] R. S. Hoyt. Probability functions for the modulus and angle of the normal complex variate. *Bell System Technical Journal*, 26:318–359, Apr. 1947.
- [49] G. Fraidenraich, M. D. Yacoub, and J. C. S. Santos Filho. Second-order statistics of maximal-ratio and equal-gain combining in Weibull fading. *IEEE Commun. Lett.*, 9(6):499–501, Jun. 2005.
- [50] L. Yang and M.-S. Alouni. Level crossing rate over multiple independent random processes - an extension of the applicability of the Rice formula. In *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf.*, San Francisco, USA, Dec. 2005.
- [51] S. A. Fasolo and R. S. Duque. Second-order statistics for the κ - μ distribution (In Portuguese). *Brazilian Telecommunications Symposium*, pages 1030–1035, Sep. 2005. Campinas, Brazil.

- [52] S. L. Cotton and W. G. Scanlon. Higher-order statistics for κ - μ distribution. *Electron. Lett.*, 43(22), Oct. 2007.
- [53] D. G. Brennan. Linear diversity combining techniques. *In IRE*, 47:1075–1102, Jun. 1959.
- [54] A. Papoulis. *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*. 4 edition, 2002.
- [55] C.-D. Iskander and P. T. Mathiopoulos. Analytical level crossing rates and average fade durations for diversity techniques in Nakagami fading channels. *IEEE Trans. Commun.*, 50(8):1301–1309, Aug. 2002.
- [56] N. C. Beaulieu and X. Dong. Level crossing rate and average fade duration of MRC and EGC diversity in Ricean fading. *IEEE Trans. Commun.*, 51(5):722–726, May 2005.
- [57] A. Annamalai and C. Tellambura. Error rates for Nakagami- m fading multichannel reception of binary and M -ary signals. *IEEE Trans. Commun.*, 49(1):58–68, Jan. 2001.
- [58] H. Shin and J. H. Lee. On the error probability of binary and M -ary signals in Nakagami- m fading channels. *IEEE Trans. Commun.*, 52(4):536–539, Apr. 2004.
- [59] G. P. Efthymoglou, T. Piboongunon, and V. A. Aalo. Error rates of M -ary signals with multi-channel reception in Nakagami- m fading channels. *IEEE Commun. Lett.*, 10(2):100–102, Feb. 2006.
- [60] V. A. Aalo, T. Piboobgunon, and C.-D. Iskander. Bit error rate of binary digital modulation schemes in generalized gamma fading channels. *IEEE Commun. Lett.*, 9(2):139–141, Feb. 2005.
- [61] R. M. Radaydeh. Average error performance of M -ary modulation schemes in Nakagami- q (Hoyt) fading channels. *IEEE Commun. Lett.*, 11(3):255–257, Mar. 2007.
- [62] N. C. Sagias, G. K. Karagiannidis, P. T. Mathiopoulos, and T. A. Tsiftsis. On the performance analysis of equal-gain diversity receivers over generalized Gamma fading channels. *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, 5(10):2967–2975, Oct. 2006.
- [63] P. S. Bithas, N. C. Sagias, P. T. Mathiopoulos, G. K. Karagiannidis, and A. A. Rontogiannis. On the performance analysis of digital communications over generalized-K fading channels. *IEEE Commun. Lett.*, 10(5):353–355, May 2006.
- [64] W. C. Y. Lee. Estimate of channel capacity in Rayleigh fading environment. *IEEE Trans Veh. Technol.*, 39(3):187–189, Aug. 1990.

- [65] M.-S. Alouini and A. Goldsmith. Capacity of Rayleigh fading channels under different adaptive transmission and diversity-combining techniques. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 48(4):1165–1181, Jul. 1999.
- [66] J. Cheng and T. Berger. Capacity of Nakagami- q (Hoyt) fading channels with channel side information. In *Proc. IEEE Int. Conf. Commun. Technol.*, volume 2, pages 1915–1918, Beijing, China, 2003.
- [67] N. C. Sagias, G. S. Tombras, and G. K. Karagiannidis. New results for the Shannon channel capacity in generalized fading channels. *IEEE Commun. Lett.*, 2(9):97–99, Feb. 2005.
- [68] S. Khatalin and J. P. Fonseka. On the channel capacity in Rician and Hoyt fading environments with MRC diversity. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 55(1):137–141, Jan. 2006.
- [69] N. C. Sagias and P. T. Mathiopoulos. Switched diversity receivers over generalized Gamma fading channels. *IEEE Comm. Lett.*, 9(10):871–873, Oct. 2005.
- [70] F. Adachi, M. T. Feeney, and J. D. Parsons. Effects of correlated fading on level crossing rates and average fade durations with preselection diversity reception. In *Proc. Radar and Signal Processing*, pages 11–17, Feb. 1988.
- [71] X. Dong and N. C. Beaulieu. Average level crossing rate and fade duration of maximal-ratio diversity in unbalanced and correlated channels. In *WCNC - IEEE Wirel. Commun. and Net. Conf.*, pages 762–767, Mar. 2002.
- [72] X. Dong and N. C. Beaulieu. Optimal maximal-ratio combining with correlated diversity branches. *IEEE Comm. Lett.*, 6(1):22–24, Jan. 2002.
- [73] L. Yang and M.-S. Alouini. An exact analysis of the impact of fading correlation on the average level crossing rate and average fade duration of selection combining. In *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf.*, volume 1, pages 241–245, Apr. 2003.
- [74] D. Li and V. K. Prabhu. Average level crossing rates and average fade durations for maximal-ratio combining in correlated Nakagami channels. In *WCNC - IEEE Wirel. Commun. and Net. Conf.*, pages 339–344, Mar. 2004.
- [75] J. C. S. Santos Filho, G. Fraidenraich, and M. D. Yacoub. Exact crossing rates of dual diversity over unbalanced correlated Rayleigh channels. *IEEE Commun. Lett.*, 10(1):37–39, Jan. 2006.

- [76] D. B. da Costa, M. D. Yacoub, J. C. S. Santos Filho, and G. Fraidenraich. General exact level crossing rate and average fade duration for dual-diversity combining of nonidentical correlated Weibull signals. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 56(6):3571–3577, Nov. 2007.
- [77] D. J. Young and N. C. Beaulieu. The generation of correlated Rayleigh random variates by inverse Fourier transform. *IEEE Trans. Commun.*, 48(7):1114–1127, Jul. 2000.
- [78] C. Loo and N. Secord. Computer models for fading channels with applications to digital transmission. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 40(4):700–707, Nov. 1991.
- [79] P. Höher. A statistical discrete-time model for the WSSUS multipath channel. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 41(4):461–468, Jul. 1992.
- [80] D. Verdin and T. Tozer. Generating a fading process for the simulation of land-mobile radio communications. *Electron. Lett.*, 29(23):2011–2012, Nov. 1993.
- [81] M. F. Pop and N. C. Beaulieu. Limitations of sum-of-sinusoids fading channels simulators. *IEEE Trans. Commun.*, 49(4):699–708, Apr. 2001.
- [82] Y. R. Zheng and C. Xiao. Improved models for the generation of multiple uncorrelated Rayleigh fading waveforms. *IEEE Commun. Lett.*, 6(6):256–258, Jun. 2002.
- [83] Y. R. Zheng and C. Xiao. Simulation models with correct statistical properties for Rayleigh fading channels. *IEEE Trans. Commun.*, 51(6):920–928, Jun. 2003.

Apêndice A

Propriedades de Soma de RVs α - μ

1) *Propriedade I:* Seja Z_i uma RV α - μ com parâmetros $(\alpha_i, \mu_i, \hat{r}_i)$, no qual $\hat{r}_i^{\alpha_i} / \mu_i = k$ e Z é uma variável arbitrária tal que

$$Z^\alpha = \sum_{i=1}^M Z_i^{\alpha_i}. \quad (\text{A.1})$$

Logo, Z segue uma distribuição α - μ com parâmetros $(\alpha, \mu = \sum_{i=1}^M \mu_i, \hat{r} = \sqrt[\alpha]{\sum_{i=1}^M \hat{r}_i^{\alpha_i}})$.

Prova: Seja $Y_i = Z_i^{\alpha_i}$. Usando o procedimento estatístico padrão de transformação de variáveis, a PDF de Y_i pode ser expressa como

$$f_{Y_i}(y_i) = \frac{\mu_i^{\mu_i} y_i^{\mu_i-1}}{\hat{r}_i^{\alpha_i \mu_i} \Gamma(\mu_i)} \exp\left(-\mu_i \frac{y_i}{\hat{r}_i^{\alpha_i}}\right). \quad (\text{A.2})$$

Aplicando a transformada de Laplace $\mathcal{L}\{\cdot\}$ em (A.2), segue

$$\mathcal{L}\{f_{Y_i}(y_i)\} = \frac{\mu_i^{\mu_i}}{\hat{r}_i^{\alpha_i \mu_i}} \left(s + \frac{\mu_i}{\hat{r}_i^{\alpha_i}}\right)^{-\mu_i}. \quad (\text{A.3})$$

Agora, escrevendo $Y = Z^\alpha = \sum_{i=1}^M Y_i$, temos que a transformada de Laplace de Y é dada por $\mathcal{L}\{f_Y(y)\} = [\mathcal{L}\{f_{Y_i}(y_i)\}]^M$, onde $\mathcal{L}\{f_{Y_i}(y_i)\}$ é dada em (A.3). Portanto, a PDF de Y é obtida fazendo a sua transformada de Laplace inversa, que resulta em

$$\mathcal{L}^{-1}\{f_Y(y)\} = f_Y(y) = \left(\frac{1}{k}\right)^{\sum_{i=1}^M \mu_i} \frac{y^{\sum_{i=1}^M \mu_i-1}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^M \mu_i\right)} \exp\left(-\frac{y}{k}\right), \quad (\text{A.4})$$

onde $k = \hat{r}_i^{\alpha_i} / \mu_i$. Dado que $Y = Z^\alpha$, temos que a PDF of Z é

$$f_Z(z) = \alpha z^{\alpha-1} f_Y(z^\alpha) = \left(\frac{1}{k}\right)^{\sum_{i=1}^M \mu_i} \frac{\alpha z^{\alpha \sum_{i=1}^M \mu_i - 1}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^M \mu_i\right)} \exp\left(-\frac{z^\alpha}{k}\right), \quad (\text{A.5})$$

Analisando a equação (A.5), percebe-se claramente que ela segue uma distribuição α - μ com parâmetros $(\alpha, \mu = \sum_{i=1}^M \mu_i, \hat{r} = \sqrt[\alpha]{\sum_{i=1}^M \hat{r}_i^{\alpha_i}})$. C.Q.D

2) *Propriedade II*: Seja Z_i uma RV α - μ com parâmetros $(\alpha_i, \mu_i, \hat{r}_i)$ e Z uma variável arbitrária tal que

$$Z^\alpha = a \sum_{i=1}^M \frac{Z_i^{\alpha_i} \mu_i}{\hat{r}_i}, \quad (\text{A.6})$$

onde a é uma constante. Então, a variável Z segue uma distribuição α - μ com parâmetros $(\alpha, \mu = \sum_{i=1}^M \mu_i, \hat{r} = \sqrt[\alpha]{a\mu})$.

Prova: Esta demonstração segue os mesmos passos descritos anteriormente. Começa-se escrevendo $Y_i = a Z_i^{\alpha_i} \mu_i / \hat{r}_i^{\alpha_i}$, tal que a PDF de Y_i é dada por

$$f_{Y_i}(y_i) = \frac{y_i^{\mu_i-1}}{a^{\mu_i} \Gamma(\mu_i)} \exp\left(-\frac{y_i}{a}\right). \quad (\text{A.7})$$

Aplicando a transformada de Laplace em (A.7), temos

$$\mathcal{L}\{f_{Y_i}(y_i)\} = a^{-\mu_i} \left(s + \frac{1}{a}\right)^{-\mu_i}. \quad (\text{A.8})$$

Fazendo $Y = Z^\alpha = \sum_{i=1}^M Y_i$, segue que

$$\mathcal{L}^{-1}\{f_Y(y)\} = f_Y(y) = \frac{a^{-\sum_{i=1}^M \mu_i} y^{\sum_{i=1}^M \mu_i - 1}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^M \mu_i\right)} \exp\left(-\frac{y}{a}\right), \quad (\text{A.9})$$

no qual, após uma transformação de variáveis, obtém-se a PDF de Z como

$$f_Z(z) = \alpha z^{\alpha-1} f_Y(z^\alpha) = \frac{\alpha a^{-\sum_{i=1}^M \mu_i} z^{\alpha \sum_{i=1}^M \mu_i - 1}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^M \mu_i\right)} \exp\left(-\frac{z^\alpha}{a}\right). \quad (\text{A.10})$$

Novamente, a partir de (A.10) percebe-se claramente que Z é α - μ distribuído com parâmetros $(\alpha, \mu = \sum_{i=1}^M \mu_i, \hat{r} = \sqrt[\alpha]{a\mu})$. C.Q.D

Apêndice B

Neste Apêndice, algumas PDFs conjuntas em forma fechada de canais η - μ que podem ser obtidas a partir da PDF conjunta $f_{R,\dot{R},\Theta,\dot{\Theta}}(r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta})$ realizando uma integração apropriada são apresentadas. Abaixo, seguem algumas das possíveis PDFs conjuntas.

$$f_{R,\Theta,\dot{\Theta}}(r, \theta, \dot{\theta}) = \frac{(1 + \eta)^{1+2\mu} \mu^{2\mu+\frac{1}{2}} |\sin(2\theta)|^{2\mu-1} r^{4\mu}}{\eta^\mu 2^{2\mu-1} f_m \pi^{\frac{3}{2}} \Gamma^2(\mu) \sqrt{(1 + \eta)^2 + (1 - \eta)^2 \cos(2\theta)} \hat{r}^{4\mu+1}} \times \exp \left\{ - \frac{\mu(1 + \eta) \left\{ f_m^2 \pi^2 [3 + \eta(2 + 3\eta)] + 4\eta \dot{\theta}^2 + f_m^2 \pi^2 [4(1 - \eta^2) \cos(2\theta) + (1 - \eta)^2 \cos(4\theta)] \right\} r^2}{8 f_m^2 \pi^2 \eta [\cos^2(\theta) + \eta \sin^2(\theta)] \hat{r}^2} \right\} \quad (\text{B.1})$$

$$f_{R,\dot{R},\Theta}(r, \dot{r}, \theta) = \frac{[\mu(1 + \eta)]^{\frac{1}{2}+2\mu} |\sin(2\theta)|^{2\mu-1} r^{4\mu-1}}{\eta^\mu 2^{2\mu-1} f_m \pi^{\frac{3}{2}} \Gamma^2(\mu) \sqrt{1 + \eta - (1 - \eta) \cos(2\theta)} \hat{r}^{4\mu+1}} \times \exp \left\{ - \frac{\mu(1 + \eta) \left\{ f_m^2 \pi^2 [1 + \eta(6 + \eta)] r^2 + 4\eta \dot{r}^2 - f_m^2 \pi^2 (1 - \eta)^2 \cos(4\theta) r^2 \right\}}{8 f_m^2 \pi^2 \eta [\eta \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)] \hat{r}^2} \right\} \quad (\text{B.2})$$

$$f_{\Theta,\dot{\Theta}}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{2^{4\mu-1} f_m^2 \pi^{4\mu-\frac{1}{2}} (1 + \eta)^{2\mu-1} \mu^{2\mu-1} |\sin(2\theta)|^{2\mu-1} \Gamma(2\mu + \frac{1}{2})}{\eta^{\mu-\frac{3}{2}} \Gamma^2(\mu) \left[(2f_m^2 \pi^2 + \eta \dot{\theta}^2) \cos^4(\theta) + 2\eta (2f_m^2 \pi^2 + \dot{\theta}^2) \cos^2(\theta) \sin^2(\theta) + \eta (2f_m^2 \pi^2 \eta + \dot{\theta}^2) \sin^4(\theta) \right]} \times \left\{ \frac{(1 + \eta) \mu \left\{ f_m^2 \pi^2 (3 + 2\eta + 3\eta^2) + 4\eta \dot{\theta}^2 + f_m^2 \pi^2 [4(1 - \eta^2) \cos(2\theta) + (1 - \eta)^2 \cos(4\theta)] \right\}}{f_m^2 \eta [\cos^2(\theta) + \eta \sin^2(\theta)]} \right\}^{\frac{1}{2}-2\mu} \times \sqrt{\frac{(1 + \eta) \mu [\cos^2(\theta) + \eta \sin^2(\theta)]}{f_m^2 \eta}} \quad (\text{B.3})$$