

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS



**FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA**

**ANÁLISE DA CORRETA MODELAGEM DA TRANSPOSIÇÃO
EM LINHAS DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DA
FREQUÊNCIA**

Alexander Vladimir Elguera Flores

Orientadora: **Prof^a. Dr^a. Maria Cristina Dias Tavares**

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do título de **Mestre em Engenharia Elétrica**.

Banca Examinadora:

Prof^a. Dr^a. Maria Cristina Dias Tavares – FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros Portela – COPPE/UFRJ

Prof. Dr. José Pissolato Filho – FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Sigmar Maurer Deckmann – FEEC/UNICAMP

16 de Novembro 2006

Campinas/SP

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

EL38a Elguera Flores, Alexander Vladimir
Análise da correta modelagem da transposição em linhas
de transmissão no domínio da frequência / Alexander
Vladimir Elguera Flores. --Campinas, SP: [s.n.], 2006.

Orientador: Maria Cristina Dias Tavares
Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Transitórios (Eletricidade). 2. Energia elétrica
(Transmissão). 3. Impedância (Eletricidade). I. Tavares,
Maria Cristina Dias. II. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III.
Título.

Título em Inglês: Analysis of Transmission Line Transposition Correct Modeling on
Frequency Domain.

Palavras-chave em Inglês: Transients (Electricity), Electric power transmission,
Impedance (Electricity).

Área de concentração: Energia Elétrica.

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica.

Banca examinadora: Carlos Manuel de Jesus Cruz de Medeiros Portela, José Pissolato
Filho e Sigmar Maurer Deckmann.

Data da defesa: 16/11/2006.

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica.

RESUMO

É usual utilizar a transposição das fases nas linhas de transmissão com o intuito de diminuir o desequilíbrio de tensão e corrente existente. Na frequência fundamental uma linha de transmissão pode ser considerada idealmente transposta, mas normalmente nos estudos de transitórios eletromagnéticos e nos estudos de qualidade de energia as linhas também são representadas como se fossem idealmente transpostas. Para frequência fundamental é adequado tratar uma linha como idealmente transposta, mas isto não pode ser generalizado para toda a gama de frequência dos fenômenos transitórios.

No presente trabalho foi analisado o erro de se tratar uma linha como idealmente transposta para toda a faixa de frequências, especificamente até 10 kHz. Uma análise teórica foi implementada identificando o desequilíbrio entre as fases considerando uma linha idealmente transposta e considerando uma linha com trechos de transposição real. A dependência da frequência dos parâmetros elétricos da linha de transmissão foi adequadamente representada.

Palavras-chave: Dependência da Frequência, Parâmetros Elétricos, Transitórios Eletromagnéticos, Transposição.

ABSTRACT

It is usual to use the phase transposition in transmission line aiming to decrease the existing voltage and current unbalance. In fundamental frequency a transmission line can be considered ideally transposed, but normally in the electromagnetic transients and quality energy studies the lines also are represented as if they were ideally transposed. For fundamental frequency it is correct to treat a line as ideally transposed, but this cannot be generalized for the entire frequency range of transient phenomena.

In the present work it was analyzed the error of treating transmission line as ideally transposed for all frequency range, specifically up to 10 kHz. A theoretical analysis was implemented identifying the unbalances between the phases considering the transmission line ideally transposed and considering the transmission line with its actual transposition sections. The frequency dependence of transmission line parameters was properly represented.

Keywords: Electrical Parameters, Electromagnetic Transients, Frequency Dependence, Transposition.

Dedico.

Aos meus Avôs, Francisco e Lucia, meus tios Gaby e Marcos, a meus Pais Leandra Elsa e Wenceslao, especialmente minha mãe Leandra e principalmente a Deus por sua força e amor inefável, capacitando-me assim, a concretizar aquilo que um dia foi um sonho e, hoje se torna realidade.

AGRADECIMENTOS

À professora Maria Cristina Dias Tavares pela fé depositada em mim ao aceitar-me como seu orientando e com isso me dando a oportunidade de trabalhar com esta pessoa extremamente cordial, bem-humorada e competente que é a professora Maria Cristina.

A todos, em especial meus colegas do DSCE pelo apoio, sugestões, comentários que ajudaram no desenvolvimento do trabalho.

À minha família pelo apoio incondicional.

À UNICAMP e a Faculdade de Engenharia Elétrica, onde desde o começo do mestrado tive a oportunidade de usufruir uma das melhores infra-estruturas de ensino do país.

À Capes, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela bolsa de estudo.

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xvi
Capítulo 1: Introdução	1
1.1 Evolução Histórica dos Sistemas de Transmissão.....	1
1.2 Apresentação da Transposição em Linhas de Transmissão.....	4
1.3 Objetivos.....	5
1.4 Revisão Bibliográfica	6
1.5 Apresentação da Linha de Transmissão em Estudo	8
1.5.1 Dados Elétricos da Linha.....	9
1.6 Estrutura do Trabalho	10
1.7 Trabalhos Decorrentes da Dissertação	12
Capítulo 2: Parâmetros Elétricos de Linhas de Transmissão	13
2.1 Cálculo de Parâmetros Elétricos.....	13
2.2 Considerações Importantes no Cálculo de Parâmetros.....	14
2.3 Matriz de Parâmetros Longitudinais Unitários.....	15
2.3.1 Impedância Interna Unitária	15
2.3.2 Impedância Externa Unitária Supondo o Solo Ideal	17
2.3.3 Impedância Externa Unitária Corrigindo o Efeito do Solo Real	18
2.4 Matriz de Parâmetros Transversais Unitárias.....	21
2.5 Matriz Reduzidas.....	22
2.6 Parâmetros Elétricos em Função da Frequência para a Configuração da Torre de Transmissão Analisada	23
2.6.1 Parâmetros Elétricos para a Configuração Física da Linha Trifásica Real Analisada.....	24

Capítulo 3: Transposição em Linhas de Transmissão	31
3.1 Definição de Transposição	31
3.2 Método Geral de Transposição em Linhas de Transmissão	33
3.3 Tipos de Linha em Estudo	35
3.3.1 Linha sem Transposição	35
3.3.2 Linha com Ciclo de Transposição Parcial	37
3.3.3 Linha com Ciclo de Transposição (LT3) e (LT4)	38
3.3.4 Linha com Dois Ciclos de Transposição (LT6).....	40
3.3.5 Linha Idealmente Transposta	41
Capítulo 4: Relações de Tensão e Corrente numa Linha de Transmissão.....	43
4.1 Representações de Linhas em Função do Comprimento.....	43
4.1.1 Linhas de Comprimento Curto	44
4.1.2 Linhas de Comprimento Médio.....	45
4.1.3 Linhas de Comprimento Longo.....	47
Capítulo 5: Resolução das Equações de Propagação de Onda para Linhas Polifásicas	55
5.1 Transformação Modal	57
5.1.1 Transformação Modal de Linha Idealmente Transposta	57
5.1.1.1 Esquema de Linha Trifásica Simples	58
5.1.2 Transformação Modal de Linha Não Transposta (Autovalores e Autovetores)	63
5.2 Quadramento	70
5.3 Séries Equivalentes às Funções Hiperbólicas.....	72
Capítulo 6: Funções de Transferência (Quadripolos) em Linhas de Transmissão	77
6.1 Apresentação da Função de Transferência para Linha Idealmente Transposta.....	78
6.1.1 Utilizando Representação em Quadramento	81
6.1.2 Utilizando Representação com Séries Equivalentes	82
6.2 Apresentação da Função de Transferência para Linha não Transposta	83
6.2.1 Utilizando Representação em Quadramento	85
6.2.2 Utilizando Representação com Séries Equivalentes	86

6.3 Apresentação da Função de Transferência para Linha com Transposição Real.....	87
6.3.1 Utilizando Representação em Quadramento	91
6.3.2 Utilizando Representação com Séries Equivalentes.....	93
6.4 Funções de Transferência para Frequência Fundamental	94
6.4.1 Tensão e Corrente numa Linha Idealmente Transposta	94
6.4.2 Tensão e Corrente numa Linha não Transposta	96
6.4.3 Tensão e Corrente numa Linha com Transposição Parcial	98
6.4.4 Tensão e Corrente numa Linha com Ciclo de Transposição Completo ..	100
6.5 Matrizes de Transferência em Função da Frequência	102
6.5.1 Matriz de Transferência de Linha com Transposição Real	102
Capítulo 7: Análise dos Resultados	115
7.1 Análise da Tensão e Corrente para a Frequência Fundamental de 60 Hz	116
7.2 Análise dos Elementos das Matrizes de Transferência (sub-matrizes A, B e C no Domínio das Fases) Considerando Valores de Frequências Harmônicas até 3600 Hz e Comprimento de 300 km.....	118
7.3 Análise dos Módulos dos Elementos das Matrizes de Transferência (sub-matrizes A, B e C no Domínio das Fases) Considerando os Elementos em Função da Frequência e Comprimentos de 300 e 600 km.....	129
7.3.1 Diferença entre as Representações de LIT e LT4 para 300 km.....	129
7.3.2 Diferença entre as Representações de LIT e LT4 para 600 km.....	135
7.4 Simulação da Energização da Linha.....	141
Capítulo 8: Conclusões.....	147
8.1 Propostas Futuras.....	149
Referências Bibliográficas.....	151
Apêndice A : Matrizes Não Simétricas Associadas à Função de Transferência de uma Linha de Transmissão.....	155
Apêndice B : Módulos dos Elementos da Matriz Transferência para Linha de 300 km....	159

Apêndice C : Módulos dos Elementos da Matriz Transferência para Linha de 600 km....	167
Apêndice D : Comparações dos Módulos dos Elementos das Matrizes Transferência para Linha (LT4) de 300 e 600 km.....	177
Apêndice E : Módulos e Fases da Tensão e Corrente na Frequência Fundamental de 60 Hz, (LT3) e (LT6) para Linha de 300 km.....	181

Lista de Figuras

1.1 Crescimento do sistema de transmissão (km)	3
1.2 Silhueta de torre da linha de 440 kV	9
2.1 Representação de um trecho de linha com parâmetros distribuídos	13
2.2 Vista longitudinal e transversal de um condutor cilíndrico de seção reta em forma de coroa circular	16
2.3 Representação esquemática de dois condutores da linha e suas imagens para solo ideal	18
2.4 Representação esquemática de dois condutores da linha e suas imagens para solo real.....	19
2.5 Representação do equivalente trifásico de uma linha trifásica usando a regra de Kron.	23
2.6 Configuração física dos condutores de fase para a linha real analisada.....	24
2.7 Parcelas da resistência própria por unidade de comprimento em função da frequência – matriz primitiva.....	25
2.8 Parcelas da resistência mútua por unidade de comprimento em função da frequência – matriz primitiva.....	25
2.9 Parcelas da indutância própria por unidade de comprimento em função da frequência – matriz primitiva.....	26
2.10 Parcelas da indutância mútua por unidade de comprimento em função da frequência – matriz primitiva.....	27
2.11 Resistências próprias por unidade de comprimento em função da frequência – matriz reduzida.....	27
2.12 Resistências mútuas por unidade de comprimento em função da frequência – matriz reduzida.....	28
2.13 Indutâncias próprias por unidade de comprimento em função da frequência – matriz reduzida.....	28
2.14 Indutâncias mútuas por unidade de comprimento em função da frequência – matriz reduzida.....	28
3.1 Representação de uma linha trifásica com acoplamento mútuo	32
3.2 Esquema de ciclo completo de transposição com três trechos	33
3.3 Esquema de ciclo completo de transposição com quatro trechos.....	35
3.4 Esquema de linha de transmissão sem transposição (LNT).....	36
3.5 Esquema de linha de transmissão com transposição parcial (LCTP).....	37

3.6 Esquema de linha de transmissão com ciclo de transposição (LT3) e (LT4).....	39
3.7 Esquema de linha de transmissão com dois ciclos de transposição (LT6)	40
3.8 Esquema de linha de transmissão idealmente transposta (LIT).....	41
4.1 Gerador alimentando uma carga equilibrada ligada em “Y”, através de uma linha de transmissão	43
4.2 Circuito equivalente monofásico do circuito da Fig. 4.1	44
4.3 Circuito equivalente de uma linha monofásica de transmissão curta.....	45
4.4 Circuito π nominal de uma linha de transmissão monofásica de comprimento médio	46
4.5 Diagrama esquemático de uma linha de transmissão, mostrando uma fase e neutro	47
5.1 Esquema de desacoplamento com transformação modal.....	57
5.2 Representação esquemática da linha de transmissão trifásica simples	58
5.3 Corrente nos condutores para as componentes de Clarke na forma racionalizada	59
5.4 Resistências modo para LIT	62
5.5 Indutâncias modo para LIT	62
5.6 Constante de atenuação para LIT.....	63
5.7 Constante de fase para LIT	63
5.8 Autovalores modo exato (eixo real) para LNT.....	66
5.9 Autovalores modo exato (eixo imaginário) para LNT.....	67
5.10 Resistências modo exato para LNT	69
5.11 Indutâncias modo exato para LNT	69
5.12 Constante de atenuação para LNT	70
5.13 Constante de fase para LNT	70
5.14 Linha de transmissão representada por cascata de seções π	72
6.1 Representação de linha monofásica na forma de quadripolo	77
6.2 Representação da propagação de onda da linha trifásica LIT na forma de um quadripolo	78
6.3 Representação de linha trifásica LIT na forma de circuitos π em cascata	82
6.4 Representação de linha trifásica LNT na forma de um quadripolo.....	84
6.5 Representação de linha trifásica LNT na forma de circuitos π em cascata	86
6.6 Esquema de linha trifásica de 300 km com transposição	87
6.7 Representação de linha trifásica com transposição real na forma de quadripolos.....	88
6.8 Representação de linha trifásica com transposição na forma de circuitos π em cascata.....	91
6.9 Módulos das tensões de LIT para 60 Hz.....	94
6.10 Fases das tensões de LIT para 60 Hz	95
6.11 Módulos das correntes de LIT para 60 Hz.....	95
6.12 Fases das correntes de LIT para 60 Hz	95
6.13 Módulos das tensões de LNT para 60 Hz	96
6.14 Fases das tensões de LNT para 60 Hz.....	97
6.15 Módulos das correntes de LNT para 60 Hz.....	97

6.16 Fases das correntes de LNT para 60 Hz	97
6.17 Módulos das tensões de LCTP para 60 Hz	98
6.18 Fases das tensões de LCTP para 60 Hz	99
6.19 Módulos das correntes de LCTP para 60 Hz	99
6.20 Fases das correntes de LCTP para 60 Hz.....	99
6.21 Módulos das tensões de LT4 para 60 Hz	100
6.22 Fases das tensões de LT4 para 60 Hz.....	101
6.23 Módulos das correntes de LT4 para 60 Hz.....	101
6.24 Fases das correntes de LT4 para 60 Hz	101
6.25 Comportamento dos elementos A (1,1)	103
6.26 Comportamento dos elementos A (2,2)	103
6.27 Comportamento dos elementos A (1,1) e A (2,2).....	104
6.28 Comportamento dos elementos B (1,1)	104
6.29 Comportamento dos elementos B (2,2)	104
6.30 Comportamento dos elementos B (1,1) e B (2,2)	105
6.31 Comportamento dos elementos C (1,1)	105
6.32 Comportamento dos elementos C (2,2)	105
6.33 Comportamento dos elementos C (1,1) e C (2,2).....	106
6.34 Comportamento dos elementos A (1,2)	106
6.35 Comportamento dos elementos A (1,3)	107
6.36 Comportamento dos elementos A (1,2) e A (1,3).....	107
6.37 Comportamento dos elementos B (1,2)	107
6.38 Comportamento dos elementos B (1,3)	108
6.39 Comportamento dos elementos B (1,2) e B (1,3)	108
6.40 Comportamento dos elementos C (1,2)	108
6.41 Comportamento dos elementos C (1,3)	109
6.42 Comportamento dos elementos C (1,2) e C (1,3).....	109
6.43 Ângulos dos elementos A (1,1)	110
6.44 Ângulos dos elementos A (2,2)	110
6.45 Ângulos dos elementos B (1,1)	110
6.46 Ângulos dos elementos B (2,2)	111
6.47 Ângulos dos elementos C (1,1)	111
6.48 Ângulos dos elementos C (2,2)	111
6.49 Ângulos dos elementos A (1,2)	112
6.50 Ângulos dos elementos A (1,3)	112
6.51 Ângulos dos elementos B (1,2)	112
6.52 Ângulos dos elementos B (1,3)	113
6.53 Ângulos dos elementos C (1,2)	113

6.54	Ângulos dos elementos C (1,3)	113
7.1	Erro existente no elemento A (1,1)	130
7.2	Erro existente no elemento A (2,2)	131
7.3	Erro existente no elemento B (1,1)	131
7.4	Erro existente no elemento B (2,2)	131
7.5	Erro existente no elemento C (1,1)	132
7.6	Erro existente no elemento C (2,2)	132
7.7	Erro existente no elemento A (1,2)	132
7.8	Erro existente no elemento A (1,3)	133
7.9	Erro existente no elemento B (1,2)	133
7.10	Erro existente no elemento B (1,3)	133
7.11	Erro existente no elemento C (1,2)	134
7.12	Erro existente no elemento C (1,3)	134
7.13	Erro existente no elemento A (1,1) – 600 km	135
7.14	Erro existente no elemento A (2,2) – 600 km	136
7.15	Erro existente no elemento B (1,1) – 600 km	136
7.16	Erro existente no elemento B (2,2) – 600 km	136
7.17	Erro existente no elemento C (1,1) – 600 km	137
7.18	Erro existente no elemento C (2,2) – 600 km	137
7.19	Erro existente no elemento A (1,2) – 600 km	137
7.20	Erro existente no elemento A (1,3) – 600 km	138
7.21	Erro existente no elemento B (1,2) – 600 km	138
7.22	Erro existente no elemento B (1,3) – 600 km	138
7.23	Erro existente no elemento C (1,2) – 600 km	139
7.24	Erro existente no elemento C (1,3) – 600 km	139
7.25	Comportamento dos elementos A (1,1) de LIT para 300 e 600 km	140
7.26	Comportamento dos elementos A (2,2) de LIT para 300 e 600 km	140
7.27	Comportamento dos elementos A (1,1) de LT4 para 300 e 600 km	140
7.28	Comportamento dos elementos A (2,2) de LT4 para 300 e 600 km	141
7.29	Esquema de linha idealmente transposta utilizando PSCAD	143
7.30	Esquema de linha com transposição real utilizando PSCAD	143
7.31	Energização da linha – Tensão no terminal próximo à geração (0,09 a 0,14 s)	144
7.32	Energização da linha – Tensão no terminal próximo à geração (0,14 a 0,19 s)	144
7.33	Energização da linha – Tensão no terminal da recepção da linha (0,09 a 0,14 s)	145
7.34	Energização da linha – Tensão no terminal da recepção da linha (0,14 a 0,19 s)	145
B.1	Comportamento dos elementos A (1,1) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	159
B.2	Comportamento dos elementos A (2,2) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	159
B.3	Comportamento dos elementos A (1,1) e A (2,2) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	160

B.4	Comportamento dos elementos B (1,1) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	160
B.5	Comportamento dos elementos B (2,2) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	160
B.6	Comportamento dos elementos B (1,1) e B (2,2) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	161
B.7	Comportamento dos elementos C (1,1) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	161
B.8	Comportamento dos elementos C (2,2) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	161
B.9	Comportamento dos elementos C (1,1) e C (2,2) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	162
B.10	Comportamento dos elementos A (1,2) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	162
B.11	Comportamento dos elementos A (1,3) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	162
B.12	Comportamento dos elementos A (1,2) e A (1,3) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	163
B.13	Comportamento dos elementos B (1,2) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	163
B.14	Comportamento dos elementos B (1,3) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	163
B.15	Comportamento dos elementos B (1,2) e B (1,3) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	164
B.16	Comportamento dos elementos C (1,2) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	164
B.17	Comportamento dos elementos C (1,3) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	164
B.18	Comportamento dos elementos C (1,2) e C (1,3) – (Freq. 600 até 1800 Hz)	165
C.1	Comportamento dos elementos A (1,1) – 600 km - (Freq. 0 até 600 Hz)	167
C.2	Comportamento dos elementos A (2,2) – 600 km - (Freq. 0 até 600 Hz)	167
C.3	Comportamento dos elementos B (1,1) – 600 km - (Freq. 0 até 600 Hz)	168
C.4	Comportamento dos elementos B (2,2) – 600 km - (Freq. 0 até 600 Hz)	168
C.5	Comportamento dos elementos C (1,1) – 600 km - (Freq. 0 até 600 Hz)	168
C.6	Comportamento dos elementos C (2,2) – 600 km - (Freq. 0 até 600 Hz)	169
C.7	Comportamento dos elementos A (1,2) – 600 km - (Freq. 0 até 600 Hz)	169
C.8	Comportamento dos elementos A (1,3) – 600 km - (Freq. 0 até 600 Hz)	169
C.9	Comportamento dos elementos B (1,2) – 600 km - (Freq. 0 até 600 Hz)	170
C.10	Comportamento dos elementos B (1,3) – 600 km - (Freq. 0 até 600 Hz)	170
C.11	Comportamento dos elementos C (1,2) – 600 km - (Freq. 0 até 600 Hz)	170
C.12	Comportamento dos elementos C (1,3) – 600 km - (Freq. 0 até 600 Hz)	171
C.13	Comportamento dos elementos A (1,1) – 600 km - (Freq. 600 até 1800 Hz)	171
C.14	Comportamento dos elementos A (2,2) – 600 km - (Freq. 600 até 1800 Hz)	171
C.15	Comportamento dos elementos B (1,1) – 600 km - (Freq. 600 até 1800 Hz)	172
C.16	Comportamento dos elementos B (2,2) – 600 km - (Freq. 600 até 1800 Hz)	172
C.17	Comportamento dos elementos C (1,1) – 600 km - (Freq. 600 até 1800 Hz)	172
C.18	Comportamento dos elementos C (2,2) – 600 km - (Freq. 600 até 1800 Hz)	173
C.19	Comportamento dos elementos A (1,2) – 600 km - (Freq. 600 até 1800 Hz)	173
C.20	Comportamento dos elementos A (1,3) – 600 km - (Freq. 600 até 1800 Hz)	173
C.21	Comportamento dos elementos B (1,2) – 600 km - (Freq. 600 até 1800 Hz)	174
C.22	Comportamento dos elementos B (1,3) – 600 km - (Freq. 600 até 1800 Hz)	174
C.23	Comportamento dos elementos C (1,2) – 600 km - (Freq. 600 até 1800 Hz)	174

C.24 Comportamento dos elementos C (1,3) – 600 km - (Freq. 600 até 1800 Hz).....	175
D.1 Comportamento dos elementos A (1,2) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz)	177
D.2 Comportamento dos elementos A (1,3) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz)	177
D.3 Comportamento dos elementos B (1,1) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz)	178
D.4 Comportamento dos elementos B (2,2) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz)	178
D.5 Comportamento dos elementos B (1,2) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz)	178
D.6 Comportamento dos elementos B (1,3) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz)	179
D.7 Comportamento dos elementos C (1,1) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz)	179
D.8 Comportamento dos elementos C (2,2) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz)	179
D.9 Comportamento dos elementos C (1,2) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz)	180
D.10 Comportamento dos elementos C (1,3) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz)	180
E.1 Módulos das tensões de LT3 para 60 0 Hz)	181
E.2 Fases das tensões LT3 para 60 Hz).....	181
E.3 Módulos das correntes de LT3 para 60 Hz.....	182
E.4 Fases de correntes de LT3 para 60 Hz.....	182
E.5 Módulos das tensões de LT6 para 60 Hz.....	182
E.6 Fases das tensões de LT6 para 60 Hz	183
E.7 Módulos das correntes de LT6 para 60 Hz.....	183
E.8 Fases das correntes de LT6 para 60 Hz	183

Lista de Tabelas

1.1 Dados e características dos condutores de fase da linha	10
1.2 Dados e características dos cabos pára-raios da linha	10
2.1 Valores de resistência e indutância por unidade de comprimento para a configuração de linha real analisada	29
3.1 Comprimentos de onda em função da frequência	39
7.1 Módulos das tensões iniciais e finais nos tipos de linha.....	117
7.2 Fases das tensões iniciais e finais nos tipos de linha	117
7.3 Módulos das correntes iniciais e finais nos tipos de linha	117
7.4 Fases das correntes iniciais e finais nos tipos de linha.....	117
7.5 Valores complexos dos elementos das matrizes de transferência para componentes harmônicas.....	120

I

INTRODUÇÃO

1.1 Evolução Histórica dos Sistemas de Transmissão [1, 2, 3]

A estrutura genérica de um sistema de energia elétrica é formada por geradores, transformadores, linhas de transmissão e outros dispositivos importantes. Entre seus equipamentos, os mais expressivos são as linhas de transmissão de alta tensão, as elevadas torres de aço que cruzam o país em todas as direções. Transportando milhares de megawatts de energia, estas linhas interligam as estações geradoras distantes com os centros urbanos de carga ou unem, em sistemas cooperativos, as instalações de produção de energia de grandes áreas geográficas.

Os sistemas de energia têm pouco mais de 100 anos. Por volta de 1876, não se sabia qual a melhor maneira de, por exemplo, transmitir a energia elétrica gerada por uma queda de água para um centro consumidor distante, e foi graças aos trabalhos de cientistas como Siemens, Gramme e Pacinotti, que foi possível obter energia elétrica em quantidades razoáveis a partir da energia mecânica. Somente em 1879-1880, porém, com a invenção da lâmpada incandescente por Thomas A. Edison, é que a energia elétrica teve seu grande impulso. A partir de 1882, quando foi inaugurada a central elétrica de Pearl, pelo mesmo Edison, fornecendo iluminação pública e energia para motores em parte da cidade de Nova York, começaram a surgir os primeiros sistemas comerciais de eletricidade, em diversos países do mundo. Com eles também tiveram início problemas com o transporte e a distribuição de energia elétrica, então gerada e consumida em tensão contínua. Surge então a tensão alternada. A expansão dos sistemas incipientes e o uso da energia hidráulica eram limitados devido à queda de tensão e ao efeito Joule. Para evitar a utilização de condutores de seções maiores, as centrais elétricas eram construídas relativamente próximas umas das outras. Grande potencial hidroelétrico ficava fora de alcance, pois a energia era consumida na tensão em que era produzida, não havendo solução imediata à vista para os problemas de corrente contínua.

Por volta de 1884/1885 foi inventado o transformador, que permitia elevar e abaixar a tensão, e começou a ser usada a tensão alternada. Nessas condições, o problema de transmissão em tensões mais elevadas resultando em menores perdas de energia estava resolvido. Destaca-se neste período, duas realizações que podem ser consideradas notáveis para a época: em 1886 foi construída na Itália uma linha monofásica com 29,5 km para Roma e em 1888 foi construída uma linha trifásica de 11 kV e 180 km na Alemanha.

A invenção de Ferraris e Tesla, dos motores a indução (1885-1888), deu novo impulso aos sistemas de tensão alternada em detrimento dos sistemas de tensão contínua que foram pouco a pouco sendo substituídos. Mais e mais, a energia elétrica passou a ser utilizada, crescendo continuamente as potências das centrais elétricas; os novos locais que favoreciam aproveitamentos hidroelétricos tornavam-se cada vez mais remotos, exigindo tensões sempre mais elevadas e linhas mais longas, avolumando-se os problemas. Assim é que, por volta de 1903, a tensão de 60 kV era atingida; em 1910, 150 kV. Por volta de 1922 entrou em operação a primeira linha de 230 kV, e posteriormente em 1936, uma linha de 287 kV. Esta somente foi suplantada em 1950, com a entrada em serviço de uma linha com tensão de 400 kV na Suécia. Por volta de 1955 foram construídas as primeiras linhas em 345 kV nos Estados Unidos, onde se iniciaram estudos e experiências, visando à implantação de linhas de 500 kV. Entre 1964 e 1967, no Canadá foram projetadas e construídas as primeiras linhas de 735 kV.

No Brasil a evolução de sistemas de transmissão foi relativamente mais lenta, considerando-se que a primeira linha de transmissão de que se tem registro no Brasil foi construída por volta de 1883, na cidade de Diamantina, Minas Gerais. Esta linha transportava energia gerada em uma usina hidroelétrica, constituída de duas rodas d'água e dois dínamos Gramme, a uma distância de 2 km aproximadamente. A energia transmitida através desta linha acionava bombas hidráulicas em uma mina de diamantes. Consta que era a linha mais longa do mundo na época. Em 1901, com a entrada em serviço da central Hidroelétrica de Santana do Parnaíba, a então The San Paulo Tramway Light and Power Co. Ltd. construiu as primeiras linhas de seus sistemas de 40 kV. Em 1914, com a entrada em serviço da Usina Hidroelétrica de Utupararanga, a mesma empresa introduziu o padrão 88 kV. Esse padrão de tensão foi em seguida adotado pela Companhia Paulista de Estradas de Ferro, Estrada de Ferro Sorocabana e através desta, pela USELPA (Usinas elétricas do

Paranapanema), que futuramente viria a integrar o sistema CESP. Entre os anos 1945 e 1947 construiu-se a primeira linha de 230 kV no Brasil, com um comprimento aproximado de 330 km. Esta linha, destinada a interligar os sistemas Rio Light e São Paulo Light, operava inicialmente em 170 kV, passando, em 1950, a operar com 230 kV. Foi também a primeira interligação de dois sistemas importantes realizados no Brasil. Vieram, a partir daí, em rápida sucessão, as linhas de 230 kV do sistema da Cia. Hidroelétrica de São Francisco, 161 e 345 kV da CEMIG e FURNAS, 440 kV da CESP, as linhas de 500 kV de FURNAS e 765 kV do sistema Itaipu.

Considerando os dados encontrados no site www.aneel.gov.br, a Agência Nacional de Energia Elétrica licitou e autorizou, desde 1998, 24.814,01 km de extensão de linhas de transmissão. Desses, 19.935,276 km estão em operação comercial. Em 2005 foram energizados 3.035,696 km de linha e em 2006 estão previstos energizar mais de 2.146,194 km de linhas. Atualmente estão em operação 82.995,876 km de linha no sistema interligado nacional – SIN Brasileiro.

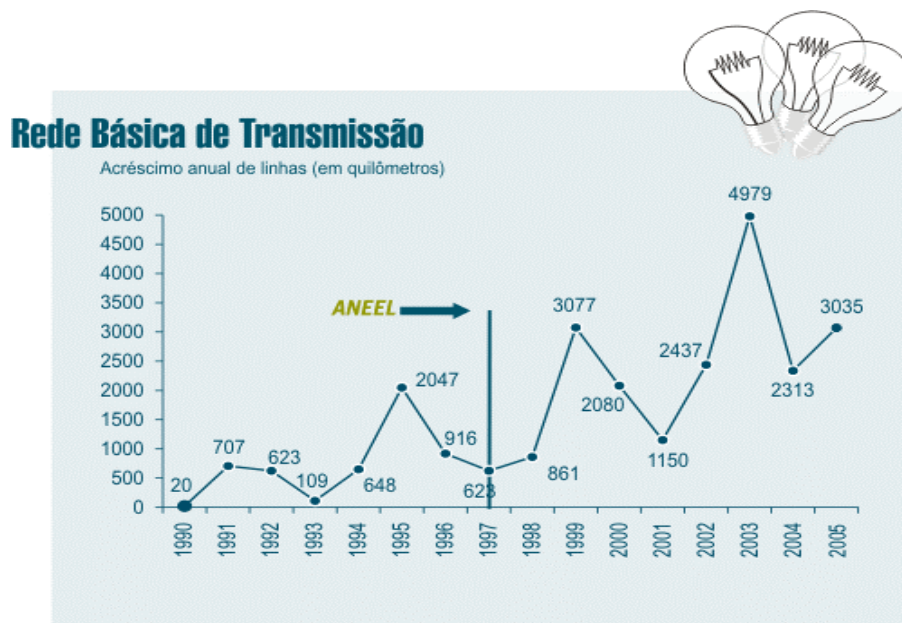


Fig. 1.1: Crescimento do sistema de transmissão (km)

A Fig. 1.1 foi obtida do site da ANEEL, pode-se observar o acréscimo anual das linhas de transmissão. Essa evolução, evidentemente, é uma consequência do crescimento da demanda de energia elétrica e da extensão dos sistemas.

1.2 Apresentação da Transposição em Linhas de Transmissão

As linhas de transmissão de energia têm como função principal o transporte de energia entre centros de produção e centros de consumo, assim como a interligação de centros de produção e entre os mesmos e sistemas independentes. No caso predominante no Brasil (geração hídrica) a natureza impõe os locais onde sejam viáveis as construções das barragens. As linhas de transmissão no Brasil costumam ser extensas, porque as grandes usinas hidrelétricas geralmente estão situadas a distâncias consideráveis dos centros consumidores de energia.

Se numa determinada linha de transmissão tem-se tensão e corrente a frequência fundamental equilibrados num extremo, observa-se que os valores *medidos* no outro extremo apresentam desequilíbrio entre eles, devido ao efeito eletromagnético provocado pela linha. Este desequilíbrio depende quase exclusivamente de geometria da linha, ou seja, de suas características físicas que não só ditam o seu comportamento em regime normal de operação como também o comportamento quando são submetidas a perturbações transitórias.

Particularmente uma linha de transmissão trifásica gera desequilíbrio em termos de tensão e corrente a frequência fundamental considerável tanto maior quanto maior for o comprimento da linha. Este desequilíbrio analisado no extremo *medido* da linha é produto de várias características físicas e elétricas dos cabos condutores, os quais constituem os elementos ativos propriamente ditos das linhas de transmissão. Idealmente os condutores das linhas de transmissão deveriam apresentar características como: alta condutividade elétrica, baixo custo, boa resistência mecânica, baixo peso específico, etc. [2].

A característica física responsável pelo desequilíbrio de tensão e corrente observado nos terminais da linha de transmissão é a disposição física dos condutores na linha, que pode ser representada matematicamente por impedância longitudinal e admitância transversal próprias e mútuas distintas entre si [4].

Por meio da “*transposição da linha*” é possível restaurar o equilíbrio das tensões e correntes nos terminais da linha para a frequência fundamental. A transposição numa linha de transmissão consiste em fazer com que cada fase ocupe cada uma das posições nas torres por igual distância (para uma linha trifásica, três são as posições possíveis e deve-se fazer

com que cada fase ocupe por 1/3 do comprimento da linha cada uma das três posições). Considerando por exemplo uma linha de 300 km pode-se fazer a transposição de uma linha utilizando duas estruturas de transposição (três trechos de 100 km), como também é possível fazer um ciclo de transposição utilizando três estruturas de transposição (dois trechos de 50 km e dois de 100 km). Neste último caso as posições iniciais das fases do primeiro trecho são as mesmas posições do último trecho.

A transposição como forma de restaurar o equilíbrio de tensão e corrente entre as fases é necessária para a frequência fundamental e nas representações matemáticas de modelos de linhas em programas de simulação comumente as linhas de transmissão também são consideradas como idealmente transpostas, o que não é válido.

1.3 Objetivos

O objetivo deste trabalho é a quantificação do erro de se tratar uma linha como idealmente transposta para estudos de transitórios eletromagnéticos para uma faixa de frequência de 120 Hz até 10 kHz. Considerando que a frequência fundamental de transmissão no Brasil é 60 Hz, neste estudo está incluída a análise das harmônicas da frequência fundamental.

Serão estudados os seguintes tópicos:

- Como parte inicial deste trabalho serão calculados os parâmetros elétricos da linha em função da frequência.
- Identificação através da função de transferência (quadripolos) para quais frequências uma linha com transposição real pode ser considerada como idealmente transposta.
- Avaliação da influência do comprimento do trecho de transposição no desequilíbrio de tensão e corrente nos terminais de uma linha em regime permanente.
- Análise da manobra de energização representando a linha com transposição ideal e a linha com transposição real, ou seja, trechos de linhas não transpostas seguidos por torres de transposição.

1.4 Revisão Bibliográfica

As simulações de transitórios eletromagnéticos são fundamentais num estudo de planejamento e operação de um sistema. A confiabilidade dos estudos de transitórios eletromagnéticos é fortemente dependente da modelagem dos elementos do sistema nos programas de simulação. Neste contexto, destacam-se as linhas de transmissão, pela vasta variedade de modelos encontrados na literatura técnica. O grande desafio na modelagem de linhas de transmissão é a representação da variação de seus parâmetros com a frequência, devido ao efeito pelicular nos condutores e à impedância de retorno pelo solo.

No presente trabalho, os modelos de linha são utilizados para representar a transposição real da linha. Não foram encontrados muitos trabalhos que tratem da transposição, mas sim alguns trabalhos que analisam a transposição para frequências harmônicas [4]. O efeito da indução eletromagnética em estudos de transposição [5] e os efeitos de ressonância devido à transposição de um condutor [6]. A informação com referência à transposição em linhas de alta tensão é considerada como base para a análise da transposição real da linha, conjuntamente com os modelos de linha de transmissão.

A partir de trabalhos desenvolvidos até a atualidade, inúmeras formas de análise matemática foram aplicadas na análise de linhas. Além da análise matricial, podem ser identificados, entre outros exemplos, aplicações de equações diferenciais, transformadas de Laplace e séries de Fourier. Os primeiros simuladores utilizavam a transformada numérica de Fourier, onde se considera um número de pontos de frequência para o cálculo [7].

Os modelos de linhas de transmissão podem ser classificados como modelos descritos no domínio do tempo e no domínio da frequência. Uma das principais limitações dos modelos de linha com parâmetros dependentes da frequência é devido à avaliação computacional muito pesada, em termos de tempo.

Em contrapartida ao desenvolvimento de programas no domínio da frequência há a modelagem de sistemas diretamente no domínio do tempo. Este tipo de abordagem é, atualmente, mais comum tanto na literatura técnica como nas empresas do setor elétrico, visto a grande disseminação de programas do tipo EMTP (*Electromagnetic Transients Program*) [8]. Nos modelos no domínio do tempo, a solução é obtida diretamente em função do tempo sem utilizar transformadas inversas, mas para modelos no domínio da

freqüência é primeiro obtida a solução no domínio da freqüência e depois convertida para o domínio do tempo utilizando transformadas inversas [9].

Para as simulações de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão com parâmetros dependentes da freqüência, deve-se obter as soluções por integrais de convolução [10]. Ao associar séries de Fourier aos métodos de convolução, o resultado é um modelo preciso e eficiente para linhas sem distorção e sem perdas. Distorções e perdas podem ser introduzidas mediante parâmetros concentrados [11 e 12]. Para se determinar os parâmetros de linha devem ser consideradas a configuração da torre e as características construtivas dos feixes de condutores [13]. Considerando-se linhas com dependência da freqüência, a maioria dos programas digitais utiliza aplicações das fórmulas de Carson e o efeito pelicular.

Os modelos de linhas podem ser classificados também enquanto à natureza de seus parâmetros em modelos a parâmetros concentrados e modelos em parâmetros distribuídos. Os parâmetros concentrados são de fácil utilização [13], mas nem sempre representam adequadamente a linha para toda a faixa de freqüências que estão presentes nos fenômenos de regime transitório. Na maior parte dos casos estes modelos aumentam a amplitude das harmônicas de ordem elevada, distorcendo as formas de ondas e produzindo picos exagerados [14]. Os modelos com parâmetros distribuídos dependentes da freqüência são considerados mais precisos que os modelos que consideram os parâmetros constantes [15].

Os parâmetros de propagação são variantes com a freqüência e, na prática, só podem ser calculados de forma discreta neste domínio. Nos primeiros modelos, a resposta temporal da linha era obtida através de convoluções numéricas envolvendo amostras temporais da admitância característica e do fator de propagação, que eram obtidas através da transformada numérica de Fourier. Uma formulação muito mais eficiente é alcançada quando estas grandezas são sintetizadas por funções racionais, permitindo uma análise recursiva das convoluções [16]. Desta forma, um ponto crítico na modelagem de linhas em simuladores do tipo EMTP é a síntese da admitância característica e do fator de propagação, podendo ser efetuada tanto no domínio modal quanto no domínio de fases.

Uma alternativa para a modelagem consiste no uso de parâmetros concentrados representando a variação da impedância série da linha de transmissão com a frequência [17, 18, 19, 20, 21, 22].

Buscam-se, então, soluções mais precisas, substituindo os métodos recursivos de convolução por transformação modal. Trabalha-se no domínio dos modos, caracterizando uma mudança de base vetorial, do domínio das fases para o domínio dos modos, e diagonalizando as matrizes de impedâncias e de admitâncias, representativas da linha. A representação de uma linha de transmissão através de seus autovetores traz a vantagem de que um sistema acoplado com n fases pode ser avaliado por n linhas monofásicas independentes [23]. Então, obtêm-se elementos desacoplados a partir dos componentes de fase [17,18,19,23]. No entanto, como os parâmetros de linha são dependentes da frequência, os autovetores e os autovalores também são dependentes da frequência [19, 24]; os autovalores e autovetores podem ser obtidos também pelo método de Newton Raphson [25].

Matrizes de transformação constantes, tais como as matrizes de Clarke, de Fortescue e Karrenbauer têm boa precisão em relação aos autovetores exatos quando se inclui um termo de correção [26, 27]. Caso a linha analisada seja idealmente transposta, os resultados obtidos com a transformação de Clarke são exatos para linhas trifásicas simples [17, 18, 19, 26, 27, 28]. Uma das grandes dificuldades no estudo de transitórios eletromagnéticos é a correta representação dependência com a frequência dos parâmetros longitudinais da linha de transmissão nos programas no domínio do tempo.

Outra forma de representação é a modelagem de linhas de transmissão no domínio direto das fases e não de modos a qual tem sido objeto de diversos estudos [29, 30, 31, 32, 33 e 34].

1.5 Apresentação da Linha de Transmissão em Estudo

A linha em análise é uma linha trifásica simples da CESP de 440 kV. Esta possui quatro sub-condutores compondo o feixe de cada fase e dois cabos pára-raios.

Na Fig. 1.2. estão mostradas as disposições físicas tanto dos sub-condutores como os cabos pára-raios.

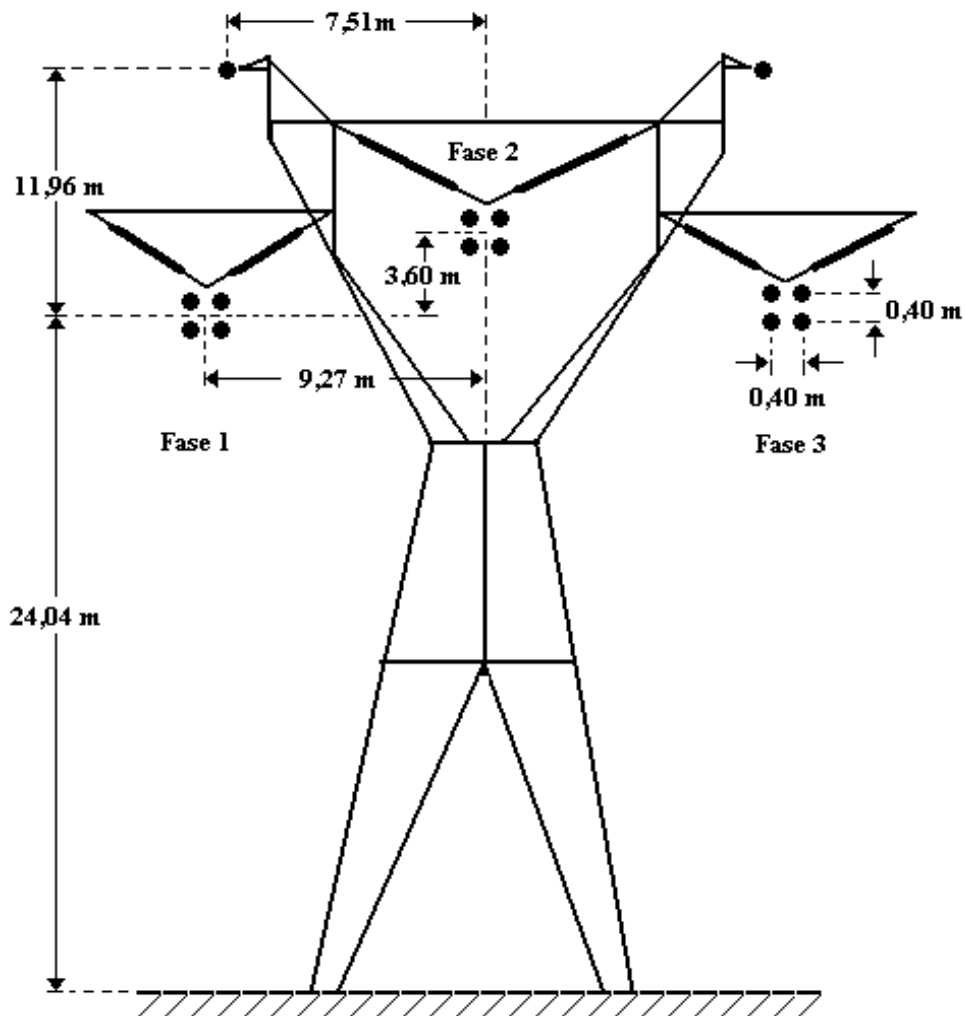


Fig. 1.2: Silhueta de torre da linha de 440 kV

1.5.1 Dados Elétricos da Linha

Mostram-se nas Tabelas 1.1 e 1.2, os dados elétricos para os doze condutores de fase, e dois cabos pára-raios. A resistividade do solo considerada para a análise é de $1000 \Omega \cdot m$ e vão médio de 450 m.

Tabela 1.1: Dados e características dos condutores de fase da linha

<i>Condutor de fase Grosbeak</i>	
Raio externo R_1	12,57 mm
Raio interno R_0	4,635 mm
Resistência cc.	0,089898 Ω /km
Temperatura	75 ° C
Permeabilidade magnética relativa	1,0
Flecha a meio vão	13,43 m

Tabela 1.2: Dados e características dos cabos pára-raios da linha

<i>Cabo Pára-raios</i>	
Raio externo R_1	4,572 mm
Raio interno R_0	0,0 mm
Resistência cc	4,188 Ω /km
Temperatura	45 ° C
Permeabilidade magnética relativa	70
Flecha a meio vão	6,4 m

1.6 Estrutura do Trabalho

O texto da dissertação está dividido em oito capítulos, incluindo este capítulo introdutório. A seguir apresenta-se uma descrição dos demais capítulos.

O capítulo 2 apresenta a teoria fundamental para o cálculo de parâmetros elétricos de uma linha de transmissão tanto da impedância série quanto da admitância em derivação. As matrizes de parâmetros estão apresentadas em função da frequência.

O capítulo 3 apresenta o processo de transposição em linhas, mostrando os casos de linha para análise, começando por linha sem transposição, com transposição parcial, com transposição de ciclo completo e finalmente apresentando o caso de uma linha idealmente transposta.

O capítulo 4 aborda as relações de tensão e corrente numa linha de transmissão, onde estão apresentados os diferentes tipos de modelos de linha. A utilização dos modelos vai depender do comprimento da linha em análise. A solução de propagação de onda para linhas longas está apresentada para um sistema monofásico.

No capítulo 5 estão apresentadas as diferentes formas de soluções das equações de propagação de onda em linhas polifásicas. É apresentada a solução freqüentemente aplicada (funções hiperbólicas), nas quais são utilizadas transformações modais. Outras duas formas adicionais de solução para representações de sistemas polifásicos são apresentadas neste capítulo (quadramento e séries equivalentes).

No capítulo 6 são aplicadas as três soluções de propagação de onda do capítulo 5, obtendo-se as funções de transferência (quadripolos) para as linhas em análise. As funções de transferência de uma linha a freqüência nominal são apresentadas, obtendo as tensões e correntes nos extremos da linha e desta forma permitindo observar a influência da transposição numa linha de transmissão. Neste capítulo estão apresentados também os elementos da matriz de transferência em componentes de fase em função da freqüência para o caso de linha idealmente transposta e da linha com transposição real. São apresentados os módulos dos elementos da matriz de transferência em função da freqüência e é possível observar a diferença entre a representação ideal e a representação com transposição real.

No capítulo 7 são avaliados os resultados da influência da transposição em função das tensões e correntes para freqüência nominal. Estão apresentados também valores dos elementos das matrizes de transferência no domínio das fases para as harmônicas de 60 Hz. Neste capítulo são apresentados os erros calculados entre as representações de linha idealmente transposta e linha com transposição real em função da freqüência. Como parte da análise são realizadas simulações de transitórios eletromagnéticos para avaliar e identificar as diferenças entre representações ideais e representações reais de linha. A comparação é feita simulando uma energização de linha no simulador PSCAD/EMTDC.

O capítulo 8 apresenta, com base nos resultados obtidos nos capítulos anteriores, as conclusões da dissertação e algumas sugestões de trabalhos futuros.

1.7 Trabalhos Decorrentes da Dissertação

- A) A.V. Elguera, M.C. Tavares, “Importancia de la Representación de Transposición en Líneas de Transmisión para Estudios de Transitorios Electromagnéticos”, Trabalho aceito para o *Congreso del Área Andina IEEE 2006 – ANDESCON 2006*, Quito, Ecuador, Nov. 2006.
- B) A.V. Elguera, M.C. Tavares, “Influence of Transmission Line Transposition in Electromagnetic Transients Phenomena”, *Proc. Of the IEEE/PES International Conference on Transmission and Distribution Latin America*, Caracas, Venezuela, Aug. 2006.

II

PARÂMETROS ELÉTRICOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

2.1 Cálculo de Parâmetros Elétricos

As linhas de transmissão são essenciais no desenvolvimento do setor elétrico. Com o crescimento dos sistemas de transmissão, torna-se cada vez mais importante a representação adequada da linha de transmissão em programas de simulação. Neste contexto, deve-se prestar uma atenção especial na determinação dos parâmetros fundamentais da linha (resistência, indutância, condutância e capacitância).

Os parâmetros unitários de linhas de transmissão, resistência por unidade de comprimento (R), indutância por unidade de comprimento (L) e capacitância por unidade de comprimento (C) não podem, em geral, ser considerados como concentrados e podem ser supostos igualmente distribuídos ao longo da linha de transmissão. A condutância (G) normalmente pode ser desconsiderada para linhas aéreas excetuando-se os estudos de efeito corona. A representação da linha através de seus parâmetros por unidade de comprimento é válida quando a linha tem características homogêneas e o efeito dos seus terminais pode ser desprezado. Caso a linha seja não uniforme é necessário representar trechos de linha que possuam características semelhantes e associá-los em série.

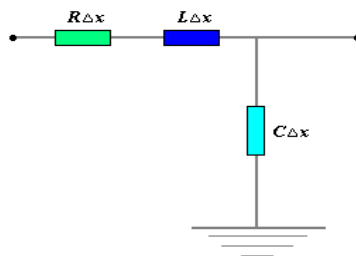


Fig. 2.1: Representação de um trecho de linha com parâmetros distribuídos.

Atualmente no ATP-EMTP existem duas sub-rotinas capazes de calcular os parâmetros das linhas de transmissão, a *Line Constants* e a *Cable Parameters*. Enquanto a

primeira existe praticamente desde as primeiras versões de EMTP, a segunda rotina é uma evolução da *Cable Constants*, originalmente implementada em 1981. Estas duas rotinas calculam os parâmetros elétricos de uma linha, mas a *Line Constants* calcula os parâmetros elétricos de uma linha de transmissão, enquanto a *Cable Parameters* permite também o cálculo dos modelos de cabos aéreos e subterrâneos [35].

O cálculo de parâmetros pode ser efetuado também utilizando qualquer outra ferramenta computacional e neste trabalho o cálculo de parâmetros foi desenvolvido dentro do ambiente computacional *Matlab*.

2.2 Considerações Importantes no Cálculo de Parâmetros

A análise dos fenômenos de propagação de ondas eletromagnéticas em linhas de transmissão é bastante complexa, uma vez que as grandezas envolvidas tal como morfologia de terreno, posição dos condutores no espaço, efeitos das estruturas e outros, não podem ser representados com exatidão. Isto faz com que o cálculo exato dos parâmetros ao longo de toda a linha seja muito complexo, sendo usual admitir hipóteses simplificativas. Para calcular estes parâmetros são adotadas algumas hipóteses, como as descritas a seguir [36]:

- O solo é plano nas vizinhanças da linha;
- O solo é homogêneo ao longo de toda a extensão da linha;
- Os condutores são paralelos entre si e o solo, sendo seus raios muito inferiores às distâncias envolvidas;
- Os efeitos terminais da linha e das estruturas são desprezados na determinação do campo eletromagnético;
- Os cabos pára-raios de aço da linha possuem permeabilidade magnética constante com a frequência;
- Os cabos de fase, compostos por fios encordoados com alma de aço, são representados através de um condutor com seção reta com a forma de coroa circular, onde a corrente na alma de aço é desprezada.

Os parâmetros elétricos de uma linha de transmissão são expressos sob a forma de matrizes com elementos próprios e mútuos, cujas dimensões correspondem ao número de

condutores da linha (sub-condutores que compõem o feixe e os cabos pára-raios). As matrizes de parâmetros longitudinais e transversais, ou seja, matriz resistência e indutância e matriz capacitância (sendo desprezada a condutância), são calculadas de forma a se obter os parâmetros de cada cabo, tanto dos condutores quanto dos cabos pára-raios.

2.3 Matriz de Parâmetros Longitudinais Unitários

A matriz de parâmetros longitudinais unitários de uma linha de transmissão supondo as considerações mencionadas anteriormente é composta pela soma das seguintes contribuições:

- Impedância interna unitária do condutor,
- Reatância externa unitária para um solo ideal,
- Impedância unitária devido ao solo real.

Todas as parcelas da impedância longitudinal unitária da linha são função da frequência.

Os elementos da matriz impedância série por unidade de comprimento da linha são dados por:

$$Z_{ij} = (R_{c_{ij}} + R_{e_{ij}}) + j \cdot (X_{c_{ij}} + X_{e_{ij}} + X_{ext_{ij}}) \quad (2.1)$$

$i, j = 1, 2, 3, \dots, n$

Onde:

- a) $R_c + jX_c$ Impedância interna unitária do condutor.
- b) jX_{ext} Reatância mútua unitária entre os condutores (solo e condutores ideais).
- c) $R_e + jX_e$ Impedância unitária devido ao retorno no solo.
- d) n Número total de condutores.

Unidade da impedância longitudinal unitária: Ω/km .

2.3.1 Impedância Interna Unitária

Por definição a impedância interna é a relação entre campo elétrico na superfície do condutor e a corrente total do condutor. A impedância interna de um condutor cilíndrico

com seção reta em forma de coroa circular com raio externo R_1 e raio interno R_0 , mostrado na Fig. 2.2 é definida através da resistência interna e reatância interna. No caso de um condutor sólido de seção circular, para frequências baixas a corrente é uniformemente distribuída em sua seção circular. À medida que a frequência aumenta, a densidade de corrente concentra-se em maior grau na superfície do condutor e diminui bastante na região central do condutor. A distribuição da densidade de corrente através da seção transversal do condutor não é uniforme, sendo este fenômeno conhecido como *Efeito Pelicular* (em inglês, “Skin Effect”). Tal efeito, de alteração do fluxo magnético interno pode ser representado através da modificação da impedância interna fazendo com que a resistência e a indutância variem em função da frequência [2].

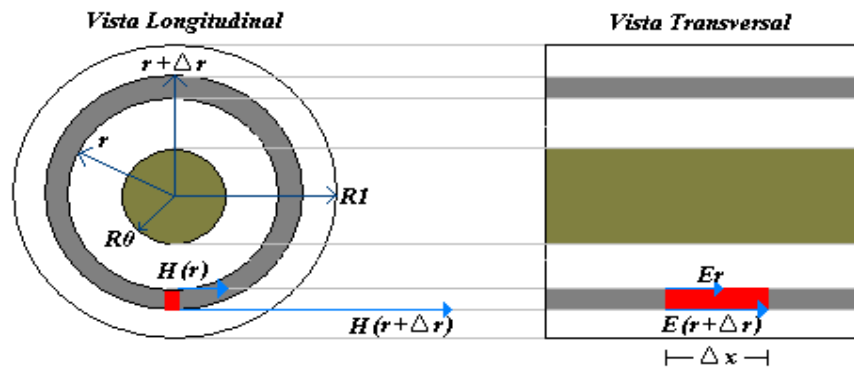


Fig. 2.2: Vista longitudinal e transversal de um condutor cilíndrico de seção reta em forma de coroa circular.

Considerando o efeito pelicular, a expressão da impedância interna é obtida a partir do cálculo das expressões de campo elétrico, fluxo magnético e densidade de corrente obtidas através das leis do eletromagnetismo. A relação entre o campo elétrico longitudinal na superfície exterior do condutor e a corrente que flui no condutor será a impedância interna do condutor por unidade de comprimento. Realizadas as deduções destas expressões, a impedância interna resulta numa combinação (somadas e produtos) de Funções de Bessel.

Ao realizar a implementação no *Matlab*, utilizou-se as funções de Bessel já definidas neste ambiente.

Finalmente a impedância interna de um condutor tubular, com seção reta com a forma de uma coroa circular de raio interno R_0 e externo R_1 é dada pela fórmula:

$$Z_c = R_c + j \cdot X_c = \sqrt{\frac{j \cdot \omega \cdot \mu}{\sigma}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_1} \cdot \frac{I_0(\rho_1) \cdot K_1(\rho_0) + K_0(\rho_1) \cdot I_1(\rho_0)}{I_1(\rho_1) \cdot K_1(\rho_0) - I_1(\rho_0) \cdot K_1(\rho_1)} \quad (2.2)$$

Onde: I_0 , I_1 , K_0 e K_1 são funções de Bessel de primeira e segunda ordem, respectivamente .

$$\rho_0 = R_0 \cdot \sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \sigma} = R_0 \cdot \sqrt{\omega \cdot \mu \cdot \sigma} \cdot e^{j \frac{\pi}{4}} \quad (2.3)$$

$$\rho_0 = \rho_0' \cdot e^{j \frac{\pi}{4}} \quad (2.4)$$

$$\rho_0 = R_0 \cdot \sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \sigma} = R_0 \cdot \sqrt{\omega \cdot \mu \cdot \sigma} \cdot e^{j \frac{\pi}{4}} \quad (2.5)$$

$$\rho_1 = \rho_1' \cdot e^{j \frac{\pi}{4}} \quad (2.6)$$

$$\rho_0' = R_0 \cdot \sqrt{\omega \cdot \mu \cdot \sigma} \quad (2.7)$$

$$\rho_1' = R_1 \cdot \sqrt{\omega \cdot \mu \cdot \sigma} \quad (2.8)$$

μ = Permeabilidade magnética do condutor.

σ = Condutividade do condutor.

ω = Frequência angular.

Geralmente, na implementação computacional do cálculo da impedância interna, utilizam-se fórmulas aproximadas (polinômios interpoladores) das funções de Bessel acima. Tais aproximações apresentam uma boa precisão no cálculo.

2.3.2 Impedância Externa Unitária Supondo o Solo Ideal

A reatância externa jX_{ext} , supondo que o solo seja um condutor ideal, representa a reatância entre condutores reais e os condutores imagens, fazendo uso do conceito de imagem de corrente. Na reatância externa não é considerada a contribuição interna dos condutores. Um solo ideal é aquele de condutividade infinita.

A expressão da reatância externa, definida em [36], é dada pela fórmula:

$$X_{ext_{ij}} = \omega \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D_{ij}}{d_{ij}}\right) \quad (2.9)$$

Onde:

ω = frequência angular;

μ_0 = permeabilidade magnética do vácuo ($4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m);

D_{ij} e d_{ij} = são definidos conforme Fig. 2.3;

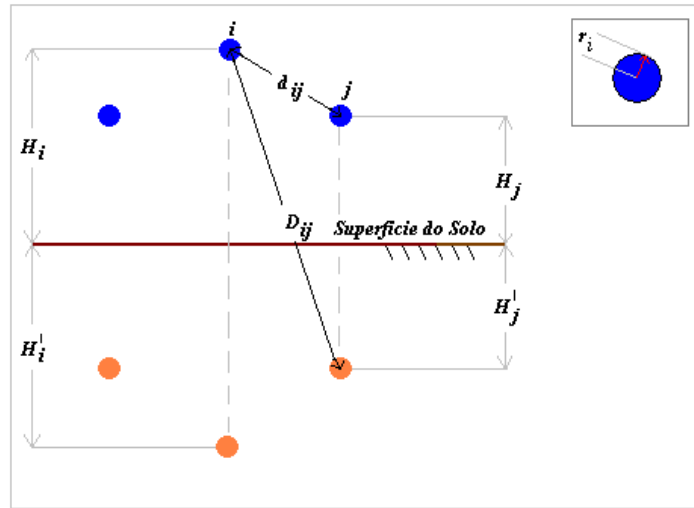


Fig. 2.3: Representação esquemática de dois condutores da linha e suas imagens para solo ideal.

Para os termos próprios ($i = j$): $D_{ij} = 2H_i$ e $d_{ij} = r_i$ (raio interno).

2.3.3 Impedância Externa Unitária Corrigindo o Efeito do Solo Real

O solo real não tem condutividade infinita (resistividade ρ) e as contribuições do solo real para resistência e reatância longitudinais ($Re + jXe$) numa linha de transmissão são obtidas através de um conjunto de fórmulas desenvolvidas por Carson [19].

Em 1926, o Dr. John R. Carson publicou suas equações para calcular a impedância de um circuito, considerando o efeito do retorno pela terra. Estas equações são muito utilizadas para o cálculo de parâmetros de linhas de transmissão aérea e subterrânea. Carson supõe que a terra é uma superfície uniforme, plana, sólida e infinita com uma resistividade constante e não nula.

No cálculo desta impedância o método de Carson é apresentado sob a forma de séries, mas seria possível utilizar a formulação diretamente na forma de integrais; em [36]

apresenta-se a formulação dos termos gerais das séries. As séries para representar a formulação de Carson foram implementadas no ambiente *Matlab* para calcular o efeito do solo real na impedância externa.

As expressões de cálculo de impedância devido ao solo real estão apresentadas:

$$Re_{ij} = \frac{\omega \cdot \mu_0}{\pi} \cdot P_{ij} \quad (2.10)$$

$$Xe_{ij} = \frac{\omega \cdot \mu_0}{\pi} \cdot Q_{ij} \quad (2.11)$$

Onde P_{ij} e Q_{ij} são definidos para dois intervalos do parâmetro adimensional δ :

$$\delta_{ij} = \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu_0}{\rho}} \cdot D_{ij} \quad (2.12)$$

Onde ρ é a resistividade do solo, D_{ij} e θ_{ij} são obtidos da geometria da linha conforme a Fig. 2.4.

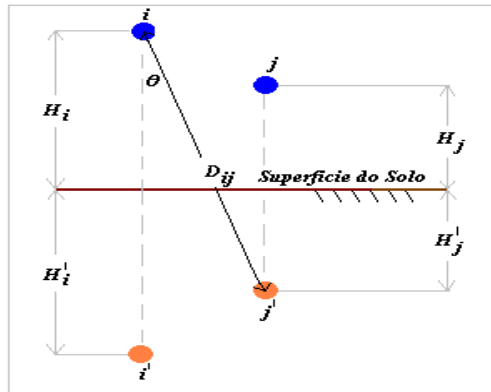


Fig. 2.4: Representação esquemática de dois condutores da linha e suas imagens para solo real.

Para $\delta_{ij} \leq 5$:

$$P_{ij} = \frac{\pi}{8} \cdot (1 - S_4) + \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{1,1229}{\delta_{ij}}\right) \cdot S_2 + \frac{1}{2} \cdot \theta_{ij} \cdot S_2' - \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}} + \frac{\sigma_2}{2} + \frac{\sigma_3}{\sqrt{2}} \quad (2.13)$$

$$Q_{ij} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{1,1229}{\delta_{ij}}\right) \cdot (1 - S_4) - \frac{1}{2} \cdot \theta_{ij} \cdot S_4' + \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8} \cdot S_2 + \frac{\sigma_3}{\sqrt{2}} - \frac{\sigma_4}{2} \quad (2.14)$$

Onde:

$$S_2 = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot \text{Cos}((4 \cdot n + 2) \cdot \theta_{ij}) \quad (2.15)$$

$$S_2' = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot \text{Sen}((4 \cdot n + 2) \cdot \theta_{ij}) \quad (2.16)$$

$$S_4 = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot \text{Cos}((4 \cdot n + 4) \cdot \theta_{ij}) \quad (2.17)$$

$$S_4' = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot \text{Sen}((4 \cdot n + 4) \cdot \theta_{ij}) \quad (2.18)$$

$$\sigma_1 = \sum_{n=0}^{\infty} e_n \cdot \text{Cos}((4 \cdot n + 1) \cdot \theta_{ij}) \quad (2.19)$$

$$\sigma_2 = \sum_{n=0}^{\infty} g_n \cdot (S_2)_n \quad (2.20)$$

$$(S_2)_n = a_n \cdot \text{Cos}((4 \cdot n + 2) \cdot \theta_{ij}) \quad (2.21)$$

$$\sigma_3 = \sum_{n=0}^{\infty} f_n \cdot \text{Cos}((4 \cdot n + 3) \cdot \theta_{ij}) \quad (2.22)$$

$$\sigma_4 = \sum_{n=0}^{\infty} h_n \cdot (S_4)_n \quad (2.23)$$

$$(S_4)_n = c_n \cdot \text{Cos}((4 \cdot n + 4) \cdot \theta_{ij}) \quad (2.24)$$

$$a_n = \frac{-a_{n-1}}{2 \cdot n \cdot (2 \cdot n + 1)^2 \cdot (2 \cdot n + 2)} \cdot \left(\frac{\delta}{2}\right)^2; a_0 = \frac{\delta^2}{8} \quad (2.25)$$

$$c_n = \frac{-c_{n-1}}{(2 \cdot n + 1) \cdot (2 \cdot n + 2)^2 \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot \left(\frac{\delta}{2}\right)^4; c_0 = \frac{\delta^4}{192} \quad (2.26)$$

$$e_n = \frac{-e_{n-1}}{(4 \cdot n - 1) \cdot (4 \cdot n + 1)^2 \cdot (4 \cdot n + 3)} \cdot (\delta)^4; e_0 = \frac{\delta}{3} \quad (2.27)$$

$$f_n = \frac{-f_{n-1}}{(4 \cdot n + 1) \cdot (4 \cdot n + 3)^2 \cdot (4 \cdot n + 5)} \cdot (\delta)^4; f_0 = \frac{\delta^3}{45} \quad (2.28)$$

$$g_n = g_{n-1} + \frac{1}{(4 \cdot n)} + \frac{1}{(2 \cdot n + 1)} + \frac{1}{(2 \cdot n + 2)} - \frac{1}{(4 \cdot n + 4)}; g_0 = \frac{5}{4} \quad (2.29)$$

$$h_n = h_{n-1} + \frac{1}{(4 \cdot n + 2)} + \frac{1}{(2 \cdot n + 2)} + \frac{1}{(2 \cdot n + 3)} - \frac{1}{(4 \cdot n + 6)}; h_0 = \frac{5}{3} \quad (2.30)$$

Em algumas das expressões, os índices i e j foram omitidos por facilidade de notação.

Para $\delta_{ij} \geq 5$:

$$P_{ij} = \frac{\cos(\theta_{ij})}{\sqrt{2} \cdot \delta_{ij}} - \frac{\cos(2 \cdot \theta_{ij})}{\delta_{ij}^2} + \frac{\cos(3 \cdot \theta_{ij})}{\sqrt{2} \cdot \delta_{ij}^3} - \frac{3 \cdot \cos(5 \cdot \theta_{ij})}{\sqrt{2} \cdot \delta_{ij}^5} + \dots \quad (2.31)$$

$$Q_{ij} = \frac{\cos(\theta_{ij})}{\sqrt{2} \cdot \delta_{ij}} - \frac{\cos(3 \cdot \theta_{ij})}{\sqrt{2} \cdot \delta_{ij}^3} + \frac{3 \cdot \cos(5 \cdot \theta_{ij})}{\sqrt{2} \cdot \delta_{ij}^5} + \dots \quad (2.32)$$

2.4 Matriz de Admitâncias Transversais Unitárias

A matriz de admitâncias transversais unitárias é formada basicamente por dois parâmetros: condutância e capacitância. No entanto, o primeiro termo é muito pequeno e não é considerado em representações de linhas aéreas.

Concretamente, para o caso do parâmetro condutância não existe um modelo matemático preciso e com simplicidade apropriada para conseguir representar a condutância. Este parâmetro resulta da observação das “correntes de fuga” descrevendo uma trajetória das fases a terra. Principalmente estas correntes fluem através do isolador até a torre, sendo função das perdas do isolador, a qual varia significativamente com o calor, umidade atmosférica, contaminação e salinidade do ambiente, entre outros fatores. Por esta razão, obter um modelo matemático representativo deste fenômeno resulta numa tarefa complexa, por outro lado é comum desprezar o efeito dessas correntes de fuga, por elas representarem uma porcentagem muito pequena com respeito às correntes nominais da linha.

Finalmente a matriz admitância considerando-se só a capacitância, é calculada entre condutores e dos condutores para a terra. Analogamente à reatância mútua, a expressão da admitância é dada por:

$$Y_{ij} = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot [A]^{-1} \quad (2.33)$$

Onde:

ω = frequência angular;

ϵ_0 = permissividade do ar ($8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m);

A = matriz cujos elementos são $\ln(D_{ij}/d_{ij})$;

No caso de D_{ij} e d_{ij} são definidos também pela Fig. 2.3, onde para os termos próprios ($i = j$): $D_{ij} = 2H_i$ e $d_{ij} = r_i$ (raio interno).

2.5 Matrizes Reduzidas

Os parâmetros elétricos de uma linha de transmissão obtidos na análise são apresentados por duas matrizes unitárias (matriz impedância e matriz admitância). Estas matrizes cuja ordem é igual ao número total de sub-condutores e cabos pára-raios são chamadas de matrizes primitivas e no caso da linha em análise sua matriz primitiva é de ordem catorze.

A partir das matrizes primitivas da linha são obtidas as matrizes reduzidas da linha que tem dimensão igual ao número de fases da linha de transmissão. Esta redução é realizada pelo método de Kron. A hipótese para eliminação dos cabos pára-raios foi supô-los continuamente aterrados, ou seja, $V_{PR} = 0$. Para redução dos sub-condutores a um condutor equivalente por fase foi suposto que a corrente no condutor equivalente era igual à soma das correntes em cada sub-condutor e que a tensão em todos os sub-condutores era igual à tensão no condutor equivalente, ou seja,

$$I_A = I_{a1} + I_{a2} + \dots + I_{ak} , \quad V_A = V_{a1} = V_{a2} = \dots = V_{ak} \quad (2.34)$$

Onde:

A - associado ao condutor equivalente e;

k - número de sub-condutores fase.

Utilizando a redução são incorporados os efeitos dos sub-condutores e cabos-pára-raios num equivalente trifásico, ou seja, obtém-se matrizes de parâmetros elétricos de ordem três (impedância e admitância).

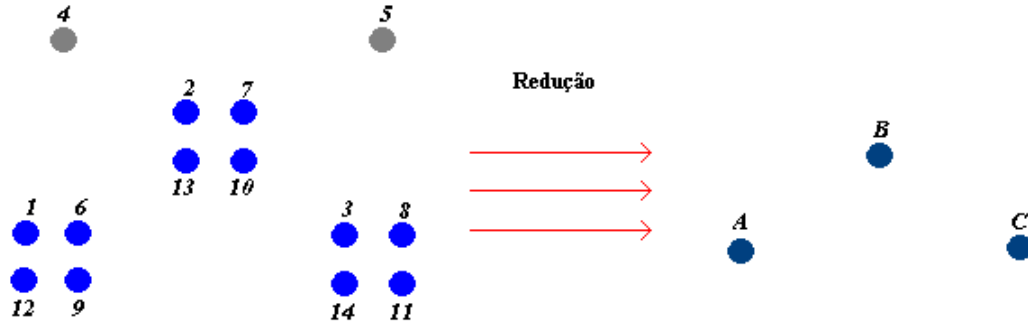


Fig. 2.5: Representação do equivalente trifásico de uma linha trifásica usando a regra de Kron.

Em resumo a implementação do cálculo dos parâmetros teve como base [36], extraindo as fórmulas do cálculo de impedância série e susceptância paralelo, já que a condutância em paralelo foi desprezada. Calculou-se a impedância série unitária para cada cabo (condutor e pára-raio) em partes, sendo definidas elas como: impedância interna, reatância externa (solo ideal), impedância devido ao efeito do solo real. A impedância da linha é composta pela soma de todas as contribuições acima descritas, sendo seus elementos dependentes da frequência. No cálculo da susceptância, utilizou-se algumas definições usadas no cálculo da impedância úteis para encontrar a capacitância. Esse cálculo é somente função das posições relativas dos condutores ao solo e relativas entre si, e no caso da admitância esta é constante para toda a gama de frequências do estudo (até 10 kHz).

No cálculo dos parâmetros foi considerada a resistividade do solo de 1000 $\Omega \cdot m$.

O estudo realizado exige a representação da dependência com a frequência dos parâmetros de linha, já que se deseja obter resultados comparativos em frequência. Alguns gráficos demonstrativos dos parâmetros da linha de transmissão sem transposição serão apresentados neste capítulo.

2.6 Parâmetros Elétricos em Função da Frequência para a Configuração da Torre de Transmissão Analisada

Considerando o seguinte:

- R_c = Resistência interna unitária
- L_c = Indutância interna unitária
- R_e = Resistência de Carson unitária

- L_e = Indutância de Carson unitária
- L_g = Indutância externa unitária (solo ideal)
- $R_{tot} = R_c + R_e$
- $L_{tot} = L_c + L_e + L_g$

A representação do solo utilizada neste estudo foi simplificada, não sendo considerada a sua dependência com a frequência e a permissividade foi suposta nula [37, 38]. O solo foi suposto somente representado por uma resistividade independente da frequência e igual $1000 \Omega.m$. Em trabalhos futuros deverá ser analisada a influência da representação mais precisa do solo na análise da transposição.

2.6.1 Parâmetros Elétricos para a Configuração Física da Linha Trifásica Real Analisada

As posições físicas dos condutores na torre de transmissão são obtidas de uma linha real da Fig. 1.2, dita linha tem a configuração triangular mostrada na Fig. 2.6.

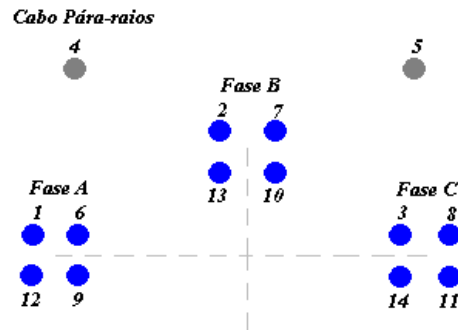


Fig. 2.6: Configuração física dos condutores de fase para a linha real analisada

A Fig. 2.7 apresenta a resistências internas (R_c), as resistências próprias devido à correção de solo real (R_e) e a resistência total do condutor (R_{tot}) da linha da Fig. 2.6 variando com a frequência. Enquanto a Fig. 2.8 apresenta a resistência mútua entre os condutores A_1 e B_2 variando com a frequência.

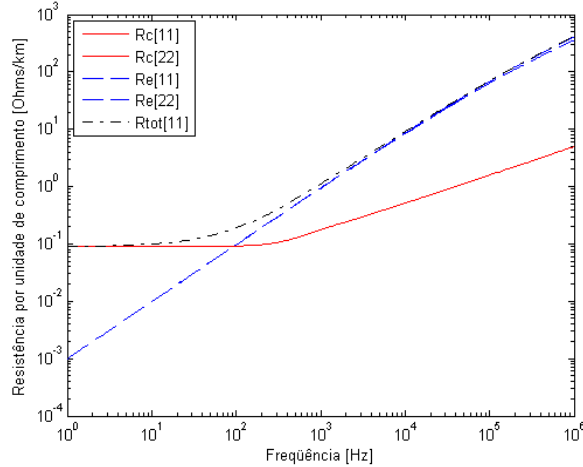


Fig. 2.7: Parcelas da resistência própria por unidade de comprimento em função da frequência - matriz primitiva

Na Fig. 2.7 pode-se observar que a resistência interna total do condutor é constante até 100 Hz. A partir de 100 Hz, a $R_{tot[11]}$ passa ser dependente da frequência devido ao efeito pelicular e à correção do solo. À medida que a frequência aumenta a corrente tende a fluir na parte superficial do condutor e do solo. Portanto a $R_{tot[11]}$ aumenta significativamente para frequências maiores a 100 Hz.

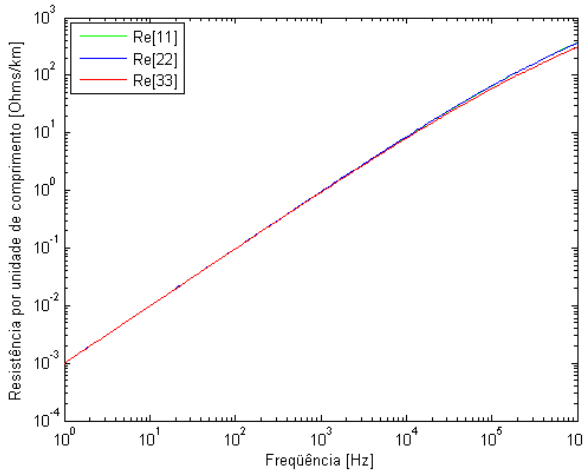


Fig. 2.8: Parcelas da resistência mútua por unidade de comprimento em função da frequência - matriz primitiva

Pode-se observar na Fig. 2.8 que as resistências externas do condutor “1” e do condutor “2” para frequências baixas apresentam valores praticamente iguais, mesmo com o condutor 1 mais próximo do solo. No entanto, para frequências acima de 100 Hz a resistência externa do condutor “1” apresenta variação ligeiramente mais acentuada com a

freqüência comparada com a resistência externa do condutor “2”, em consequência de sua configuração física da torre de transmissão.

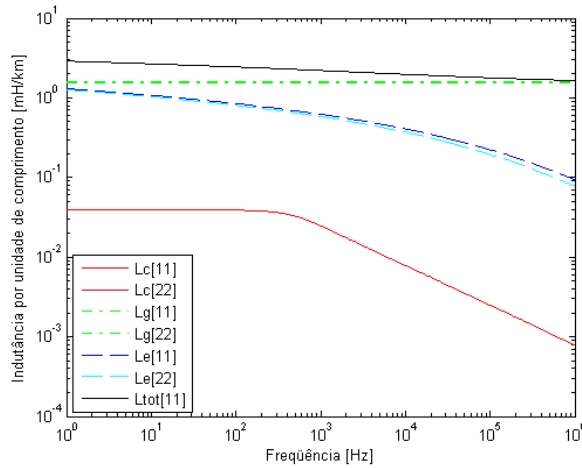


Fig. 2.9: Parcelas da indutância própria por unidade de comprimento em função da freqüência - matriz primitiva

A Fig. 2.9 mostra a indutância interna (L_c), indutância própria devido à correção de solo real (L_g), a indutância para solo ideal e a indutância própria total do condutor (L_{tot}) da linha da Fig. 2.6 variando com a freqüência.

Pode-se observar Fig. 2.9 que a indutância interna permaneceu constante até aproximadamente 100 Hz, observando-se que é a mesma faixa de freqüência em que a resistência interna se manteve constante. Posteriormente começa a declinar, mostrando um comportamento dual em relação a resistência interna própria. As indutâncias externas apresentam um decréscimo suave, sempre com valores bem próximos, e mais elevados que a indutâncias interna.

Em baixas freqüências a indutância própria total é a soma da parcela interna constante com a correção do solo real mais a contribuição da parcela externa na condição de solo ideal, que depende da posição relativa dos condutores na torre de transmissão. Para freqüências acima de 10 kHz a influência do solo faz com que a indutância decresça em forma mais acentuada.

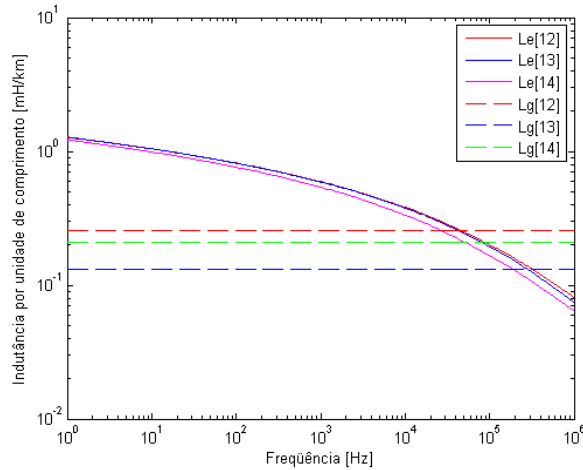


Fig 2.10: Parcelas da indutância mútua por unidade de comprimento em função da frequência - matriz primitiva

As indutâncias mútuas devido à contribuição do solo apresentam decréscimo suave, sendo que as três indutâncias mútuas para diferentes características físicas apresentadas na Fig. 2.10 são bem próximas para baixas frequências, apresentado-se uma diferença bem pequena entre elas para altas frequências.

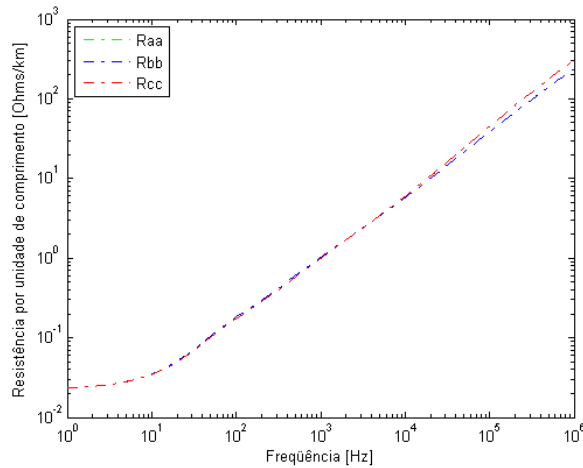


Fig. 2.11: Resistências próprias por unidade de comprimento em função da frequência - matriz reduzida

Nas Fig. 2.11 até Fig. 2.14 estão apresentadas as resistências próprias e mútuas, as indutâncias próprias e mútuas, numa representação equivalente em fase tanto para resistência como indutância em função da frequência. Nestas equivalências em fase estão presentes todas contribuições que correspondem tanto para resistências como para indutâncias.

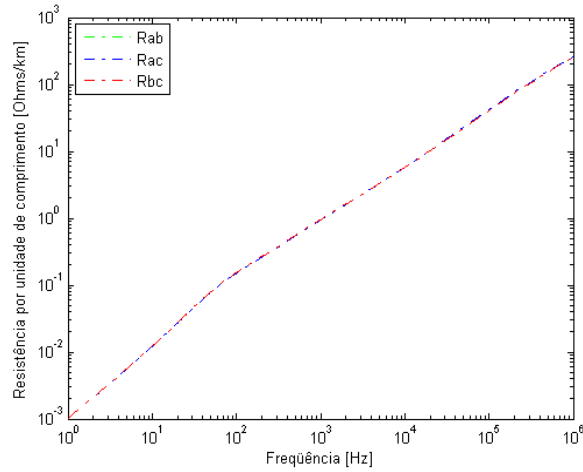


Fig. 2.12: Resistências mútuas por unidade de comprimento em função da frequência - matriz reduzida

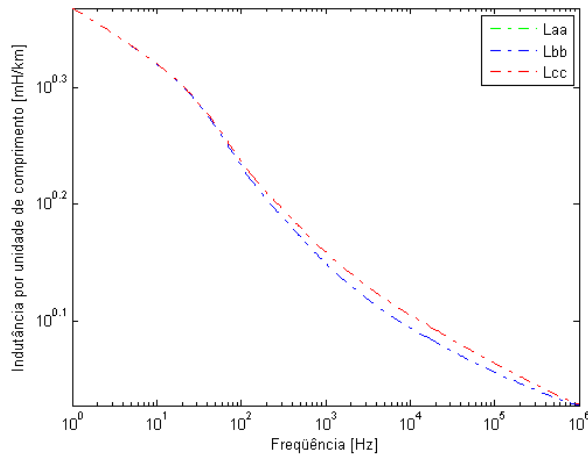


Fig. 2.13: Indutâncias próprias por unidade de comprimento em função da frequência - matriz reduzida

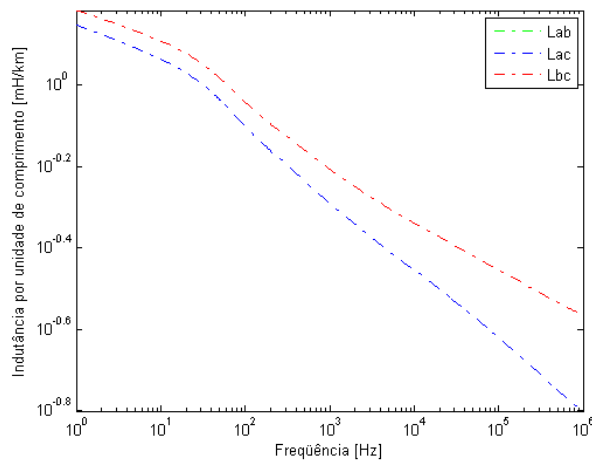


Fig. 2.14: Indutâncias mútuas por unidade de comprimento em função da frequência - matriz reduzida

Na seguinte tabela 2.1 estão apresentados os valores das resistências próprias e mútuas, as indutâncias próprias e mútuas, numa representação equivalente em fase tanto para resistência como indutância em função da frequência.

Tabela 2.1: Valores de resistência e indutância por unidade de comprimento para a configuração de linha real analisada.

Parâmetros Elétricos - Matriz Impedância Reduzida				
Frequência	Resistência por unidade de comprimento [Ω/km]			
Hz	Raa	Rbb	Rab	Rac
10 Hz	0,0347	0,0349	0,0123	0,0122
60 Hz	0,1169	0,1215	0,0964	0,0941
100 Hz	0,1730	0,1809	0,1538	0,1497
120 Hz	0,1971	0,2062	0,1782	0,1735
180 Hz	0,2622	0,2742	0,2438	0,2376
240 Hz	0,3237	0,3383	0,3054	0,2978
300 Hz	0,3840	0,4010	0,3654	0,3565
360 Hz	0,4431	0,4624	0,4241	0,4139
420 Hz	0,5007	0,5222	0,4810	0,4696
480 Hz	0,5566	0,5801	0,5361	0,5235
540 Hz	0,6108	0,6362	0,5895	0,5758
600 Hz	0,6635	0,6906	0,6412	0,6265
1 kHz	0,9851	1,0196	0,9554	0,9360
3 kHz	2,2860	2,3097	2,2150	2,1944
10 kHz	5,9894	5,7710	5,7111	5,7740
Frequência	Indutância por unidade de comprimento [mH/km]			
Hz	Laa	Lbb	Lab	Lac
10 Hz	2,0931	2,0923	1,2846	1,1604
60 Hz	1,8210	1,8108	1,0080	0,8886
100 Hz	1,7259	1,7099	0,9102	0,7937
120 Hz	1,6953	1,6774	0,8788	0,7632
180 Hz	1,6362	1,6149	0,8182	0,7044
240 Hz	1,5999	1,5767	0,7813	0,6684
300 Hz	1,5734	1,5489	0,7544	0,6422
360 Hz	1,5522	1,5267	0,733	0,6213
420 Hz	1,5345	1,5082	0,7151	0,604
480 Hz	1,5193	1,4923	0,7000	0,5892
540 Hz	1,5062	1,4785	0,6868	0,5764
600 Hz	1,4946	1,4664	0,6753	0,5651
1 kHz	1,4422	1,4117	0,6234	0,5145
3 kHz	1,3504	1,3173	0,5332	0,4258
10 kHz	1,2738	1,2417	0,4591	0,3516

III

TRANSPosição EM LINHAS DE TRANSMISSÃO

3.1 Definição de Transposição

Em um sistema de potência, a linha de transmissão não deveria agregar desequilíbrio ao sistema, mas isto acontece devido à geometria da linha, já que as distâncias entre as fases e a terra e entre as fases nunca serão exatamente as mesmas; conseqüentemente, haverá desbalanços no fluxo de potência. O desequilíbrio provocado pela transmissão é observado nos terminais da linha em termos de tensão e corrente a frequência fundamental. Portanto, a *transposição em linhas de transmissão* é um método utilizado para diminuir o desequilíbrio a frequência fundamental entre as tensões e correntes de fase vistas dos terminais da linha em análise supondo balanceamento no início da linha, e consiste na mudança nas posições das fases, ou seja, mudam-se as posições físicas dos condutores de fase. Desta forma é possível minimizar o desequilíbrio causado pela linha.

Em uma linha de transmissão equilibrada temos, por exemplo, a amplitude da tensão de fase “a” igual à das outras fases, “b” e “c”, o mesmo ocorrendo para as correntes que fluem nas fases.

Para compreender melhor a influência da geometria da linha nesta análise é apresentada na equação (3.1) a impedância série correspondente a uma linha sem transposição multiplicada pela corrente de cada fase, obtendo valores de tensão diferentes para cada fase, considerando que os elementos próprios são diferentes entre si e os elementos mútuos são diferentes entre si para a matriz impedância de uma linha não transposta. Esta linha de transmissão tem impedâncias próprias Z_{aa} Z_{bb} Z_{cc} , impedâncias mútuas Z_{ab} , Z_{bc} , Z_{ca} :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

As impedâncias dependem da geometria da linha de transmissão. A única situação em que Z_{ab} , Z_{bc} e Z_{ca} são iguais ocorre quando a linha é completamente transposta, como esta mostrado em (3.2).

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_P & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_P & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

A equação (3.1) representa uma linha sem transposição apresentada na Fig. 3.1, que ilustra o acoplamento entre as fases e pode-se entender melhor a forma da matriz impedância (elementos da impedância mútua) da linha não transposta.

Na equação (3.1) os elementos fora da diagonal da matriz impedância representam os acoplamentos mútuos entre as fases da linha de transmissão.

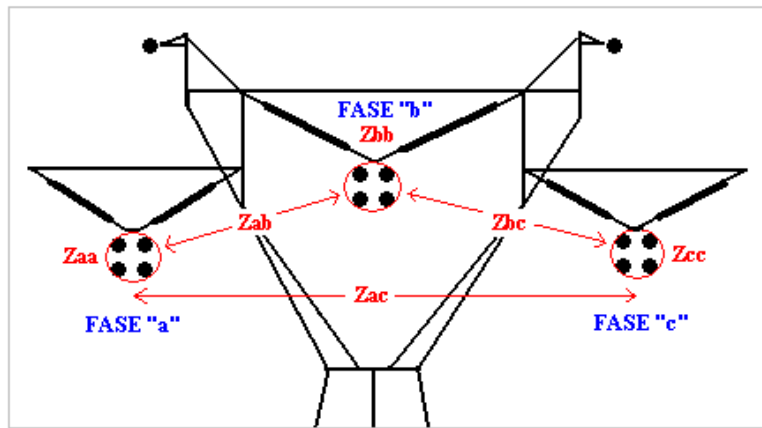


Fig. 3.1: Representação de uma linha trifásica com acoplamento mútuo.

As correntes de qualquer condutor produzem quedas de tensão nos condutores adjacentes. As quedas de tensão podem ser diferentes entre si, mesmo para correntes balanceadas, pois as impedâncias mútuas e próprias dependem da configuração física dos condutores da linha e são distintas entre si numa linha não transposta.

Mesmo uma linha com espaçamento triangular equilátero, isto é, a distância entre as três fases são iguais, gerará desequilíbrio de tensão e corrente, já que os parâmetros não

dependem somente das distâncias entre condutores, mas também dependem das distâncias entre os condutores e o solo e entre condutores e cabos pára-raios.

Como foi dito anteriormente a maneira de obter o equilíbrio das impedâncias e admitâncias próprias e mútuas consiste na realização de transposições (rotação física dos condutores) ao longo da linha.

3.2 Método Geral de Transposição em Linhas de Transmissão

A transposição em linhas de transmissão consiste na mudança das posições das fases para que cada fase ocupe cada uma das posições na torre, por igual distância ao longo da linha (para uma linha trifásica três são as possíveis posições e deve-se fazer com que cada fase ocupe 1/3 do comprimento da linha em cada uma das três posições), como é mostrado na Fig. 3.2. Tendo em conta que:

$$L_1 = L_2 = L_3 = L/3 \quad (3.3)$$

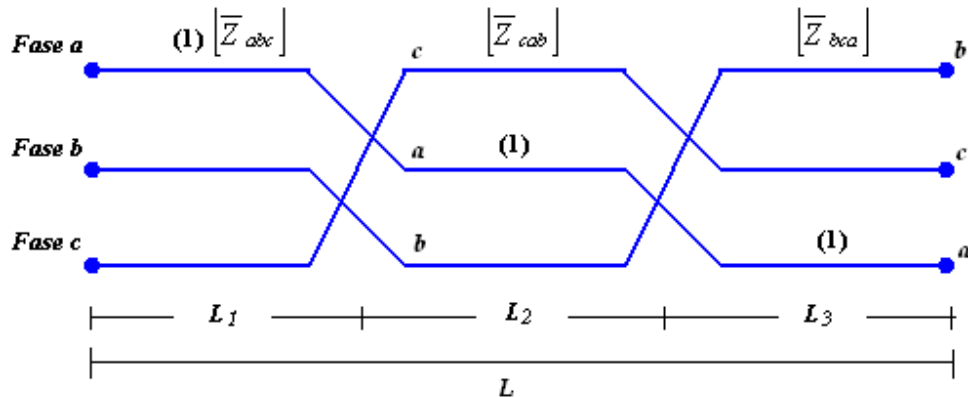


Fig. 3.2: Esquema de ciclo completo de transposição com três trechos.

Para conseguir o equilíbrio do sistema de transmissão deve-se ter em mente que o comprimento do trecho em que a fase “a” ocupa a posição “1” deve ser igual ao comprimento do trecho em que as fases “b” e “c” ocupam a mesma posição. O mesmo deve ocorrer para as demais posições.

A forma de representar matematicamente a transposição é utilizando matrizes de rotação para conseguir modificar as posições dos condutores nas matrizes que representam a linha de transmissão (matriz impedância e admitância). É possível conseguir as mudanças de posição dos condutores utilizando as duas matrizes de rotação seguintes:

$$\mathbf{R}_\phi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

E sua inversa:

$$\mathbf{R}_\phi^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

onde $\mathbf{R}_\phi^{-1} = \mathbf{R}_\phi^t$.

Em uma linha trifásica sua matriz impedância e admitância têm a forma:

$$\mathbf{Z}_{abc} = \mathbf{Z}_f = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{Y}_{abc} = \mathbf{Y}_f = \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

No caso de se aplicar a transposição à matriz impedância de (3.6), ter-se-á como resultado uma outra matriz, na qual as posições dos elementos serão diferentes das posições da matriz (3.6).

$$[\mathbf{Z}_{cab}] = [\mathbf{R}_\phi] \cdot [\mathbf{Z}_{abc}] \cdot [\mathbf{R}_\phi^{-1}] \quad (3.8)$$

Observando na Fig. 3.2. a expressão (3.8) é utilizada para a primeira transposição que é feita no final do primeiro trecho ($L/3$), e para o caso da transposição no final do segundo trecho é feita como em (3.9).

$$[\mathbf{Z}_{bca}] = [\mathbf{R}_\phi^{-1}] \cdot [\mathbf{Z}_{abc}] \cdot [\mathbf{R}_\phi] \quad (3.9)$$

As equações (3.8) e (3.9) são utilizadas de igual forma para as admitâncias.

Um ciclo de transposição numa linha de transmissão pode estar constituído por duas ou três estruturas de transposição. Um ciclo com duas estruturas de transposição foi mostrado na Fig. 3.2, e para o caso de ciclo com três estruturas de transposição é mostrado na Fig. 3.3, considerando também que:

$$L_2 = L_3 = L/3 \quad \text{e} \quad L_1 = L_4 = L/6 \quad (3.10)$$

O ciclo de transposição com três estruturas de transposição será analisado, pois as posições das fases no início e final da linha não se alteram. Este ciclo de transposição é usado no sistema real.

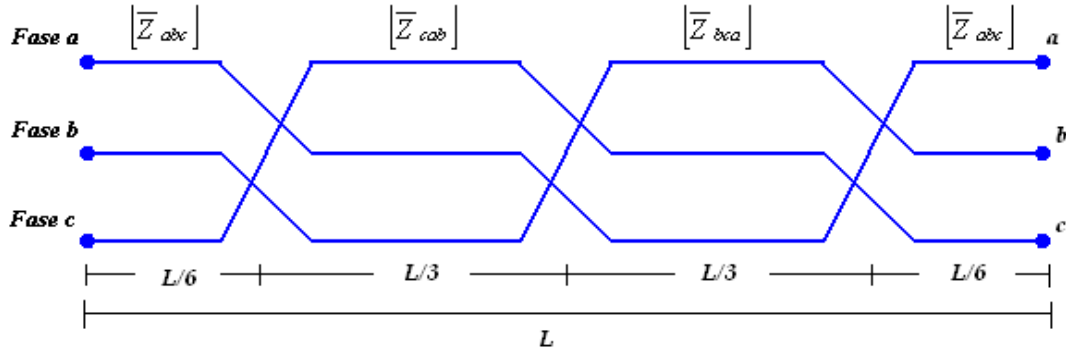


Fig. 3.3: Esquema de ciclo completo de transposição com quatro trechos.

Neste trabalho é feita a análise da transposição em linhas de transmissão. Tendo as linhas em análise 300 km de comprimento total, e como maneira de comparação são apresentados os seguintes tipos de transposição de linha.

- Linha sem Transposição (LNT).
- Linha com ciclo de Transposição Parcial (2 trechos) (LCTP).
- Linha com ciclo de Transposição (3 trechos) (LT3).
- Linha com ciclo de Transposição (4 trechos) (LT4).
- Linha com dois ciclos de Transposição (6 trechos) (LT6).
- Linha Idealmente Transposta (LIT).

Para o caso da linha idealmente transposta serão feitas algumas considerações particulares para o seu desenvolvimento, apresentadas ao longo do trabalho.

3.3 Tipos de Linha em Estudo

3.3.1 Linha sem Transposição

Na Fig. 3.4, mostra-se o esquema de uma linha sem transposição ou não transposta. Numa linha não transposta tem uma única matriz impedância e admitância ao longo do seu comprimento. As matrizes de impedância e admitância deste tipo de linha permitem observar o maior grau de desequilíbrio que pode existir entre os acoplamentos mútuos e próprios da impedância série e admitância transversal. Considerando uma linha de

transmissão em regime permanente, o desequilíbrio é observado em termos de módulos de tensão e corrente no extremo final da linha.

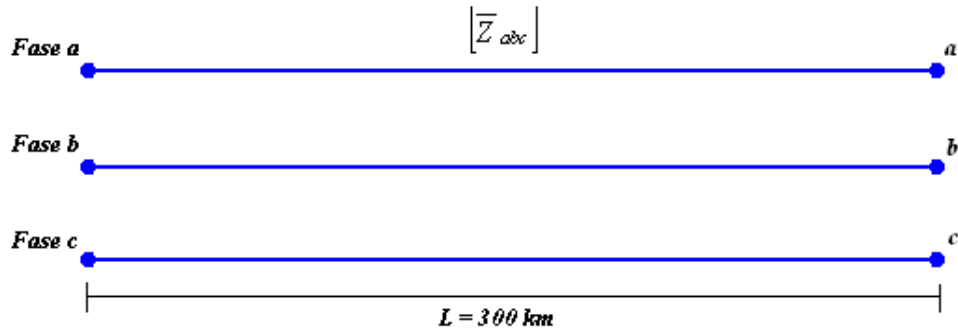


Fig. 3.4: Esquema de linha de transmissão sem transposição (LNT).

Considerando a Fig. 3.2 e Fig. 3.4, podemos afirmar o seguinte:

$$L_1 = L \quad (3.11)$$

$$L_2 = L_3 = 0 \quad (3.12)$$

$$[Z_{abc}] = [Z_{NT}] \quad (3.13)$$

Os parâmetros elétricos (matriz impedância e matriz admitância) de uma linha não transposta têm as formas apresentadas a seguir.

$$Z_{abc} = Z_{NT} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$Y_{abc} = Y_{NT} = \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Observando na Fig. 3.1, que corresponde à configuração geométrica dos condutores de fase na torre pode-se perceber que as distâncias entre as fases não são as mesmas como também não são as distâncias entre cada fase e a terra. Portanto as características próprias e mútuas são diferentes entre si. Estas características são representadas por meio de impedâncias próprias e mútuas que estão apresentadas nas matrizes (3.14) e (3.15), onde os elementos fora da diagonal correspondem às impedâncias mútuas e os elementos diagonais às impedâncias próprias. Portanto, os termos próprios da matriz de parâmetros são diferentes entre si e também os termos mútuos da dita matriz serão diferentes entre si.

Considerando a matriz (3.14) que representa a impedância da linha não transposta, os seus elementos da matriz são caracterizados por:

$$Z_{aa} \neq Z_{bb} \quad \text{e} \quad Z_{ab} \neq Z_{ac} \quad (3.16)$$

3.3.2. Linha com Ciclo de Transposição Parcial

Uma transposição parcial numa linha de transmissão é a que resulta de dividir a linha em só duas seções do comprimento total, fazendo somente uma rotação tal como mostrado na Fig. 3.5. Este tipo de análise é teórico e visa principalmente mostrar a influência que vai ter a transposição na linha.

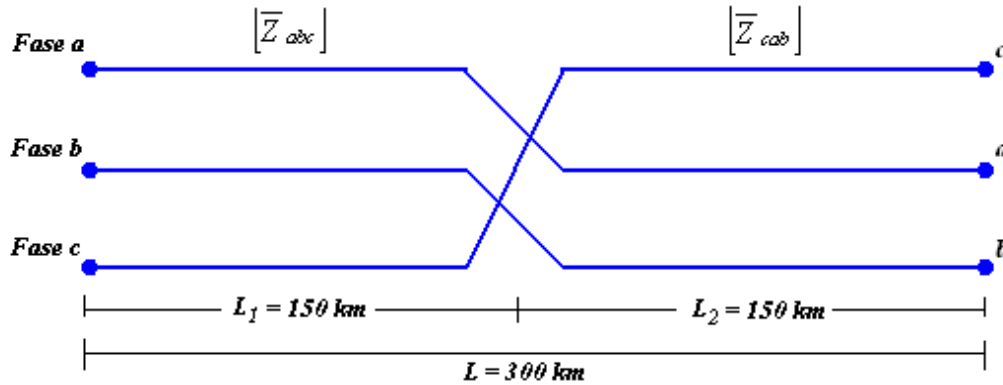


Fig. 3.5: Esquema de linha de transmissão com transposição parcial (LCTP).

Da Fig. 3.5, que apresenta a transposição parcial podemos afirmar que;

$$L = L_1 + L_2 \quad (3.17)$$

$$L_3 = 0 \quad (3.18)$$

$$Z_{TP} = Z_{abc} + Z_{cab} \quad (3.19)$$

Para a linha com transposição parcial só é necessário utilizar uma rotação o que resulta numa nova matriz de parâmetros para o segundo trecho, da mesma forma como foi mostrado em (3.8). As duas matrizes que representam a linha com transposição parcial ao longo do comprimento estão apresentadas nas seguintes equações:

$$Z_{abc} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$Z_{cab} = \begin{bmatrix} Z_{cc} & Z_{ca} & Z_{cb} \\ Z_{ac} & Z_{aa} & Z_{ab} \\ Z_{bc} & Z_{ba} & Z_{bb} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

O grau de desequilíbrio para o caso de linhas com transposições parciais será menor que para o caso de ter uma linha sem transposição. Isso ocorre devido a uma rotação que ajuda consideravelmente ao balanceamento.

Neste tipo de linha com uma só estrutura de transposição será possível perceber a influência que terá a transposição numa linha trifásica. A forma de observar os efeitos da transposição é por meio da análise do comportamento das tensões e correntes nos extremos da linha em estudo.

3.3.3 Linha com Ciclo de Transposição (LT3) e (LT4)

Uma linha com ciclo de transposição completo pode ser apresentada de duas formas; a primeira considerando três trechos iguais (LT3), sendo utilizadas duas estruturas de transposição está mostrada na Fig. 3.2, onde cada trecho tem $L/3=100$ km. A outra forma de ciclo de transposição completo é considerando quatro trechos (LT4) (dois trechos = $L/3$ e dois trechos = $L/6$), sendo utilizadas três estruturas de transposição, como está mostrada na Fig. 3.3.

Neste trabalho para a análise da transposição será considerada uma linha com ciclo de transposição completo como é mostrado na Fig. 3.6, onde a linha tem um comprimento total de 300 km, e é dividido em quatro seções sendo duas de 50 km e duas de 100 km. Portanto, a forma das matrizes de parâmetros estão distribuídas para cada trecho da seguinte maneira:

Primeiro trecho de comprimento de 50 km, tem sua matriz na forma: $[Z_{abc}]$.

Segundo trecho de comprimento de 100 km, tem sua matriz na forma: $[Z_{cab}]$.

Terceiro trecho de comprimento de 100 km, tem sua matriz na forma: $[Z_{bca}]$.

Quarto trecho de comprimento de 50 km, tem sua matriz na forma: $[Z_{abc}]$.

Na linha com quatro seções, a posição inicial das fases no primeiro trecho vai ser igual à posição final no último trecho da linha. Este tipo de transposição é mais utilizado em campo por motivos operacionais.

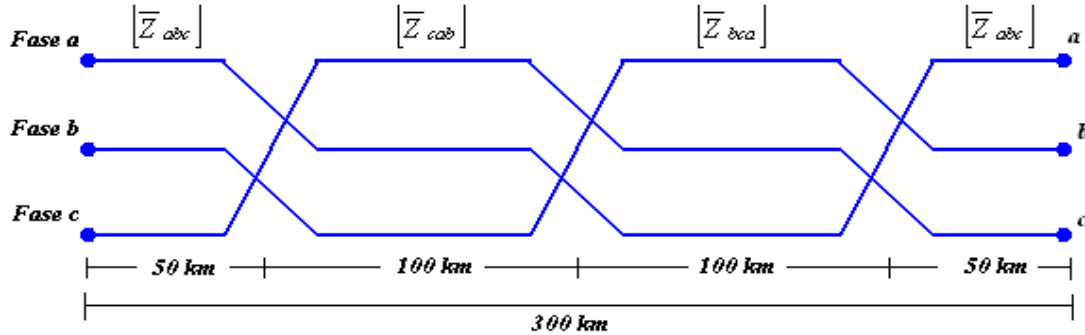


Fig. 3.6: Esquema da linha de transmissão com ciclo completo de transposição em análise (LT4).

A transposição de ciclo completo numa linha de transmissão garante bons resultados com relação ao equilíbrio das tensões e correntes nas fases quando o comprimento do ciclo de transposição é bem menor do que $\frac{1}{4}$ do comprimento da onda. A velocidade de propagação da onda é sempre menor do que a velocidade da luz (300.000 km/s). Consideremos para frequência de 60 Hz o comprimento de onda (λ) de 5000 km; assim $\frac{1}{4}$ de λ é 1250 km. Como o ciclo de transposição utilizado na prática é de 300 km ($\ll \frac{\lambda}{4}$), a linha transposta para a frequência de 60 Hz pode ser considerada uma linha idealmente transposta, ou seja, considera-se que não há desequilíbrio entre as fases. Todavia, há ainda, um pequeno desequilíbrio entre as fases, mesmo para 60 Hz.

Esse desequilíbrio é maior para frequências superiores, porque, para essas frequências, o ciclo de transposição já não é muito menor do que $\frac{1}{4}$ do comprimento da onda em questão como apresentado na tabela 3.1.

Tabela. 3.1: Comprimentos de onda em função da frequência.

Frequência (Hz)	Comprimento de onda
60	5000 km e $\lambda/4=1250$ km
120	2500 km e $\lambda/4=625$ km
180	1666,6 km e $\lambda/4=416,65$ km
240	1250 km e $\lambda/4=312,5$ km
300	1000 km e $\lambda/4=250$ km
360	833,3 km e $\lambda/4=208,3$ km

O presente trabalho faz um estudo para frequências superiores a 60 Hz (de 120 Hz a 10 kHz), ou seja, harmônicas geradas por uma manobra ou harmônicas produzidas por cargas especiais.

3.3.4 Linha com Dois Ciclos de Transposição (LT6)

Para representar uma linha de 300 km com dois ciclos de transposição são formados dois ciclos de transposição (LT3) um a continuação do outro como mostrado na Fig. 3.7. Cada ciclo de transposição (LT3) tem um comprimento de linha de 150 km, então os trechos de transposição têm comprimentos de 50 km.

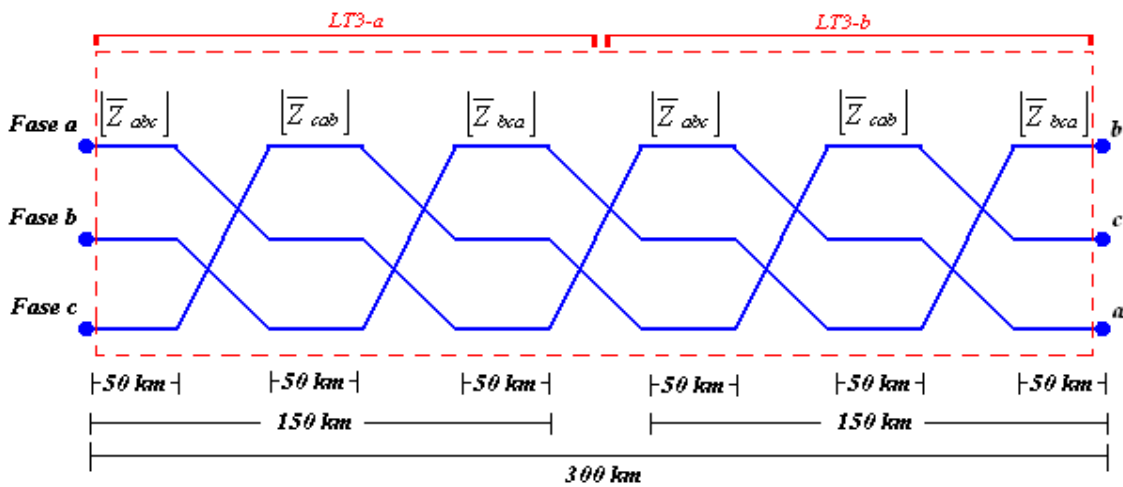


Fig. 3.7: Esquema da linha de transmissão com dois ciclos de transposição (LT6).

No final do primeiro ciclo de transposição (LT3-a) se utiliza uma estrutura de transposição para voltar às posições iniciais do primeiro trecho de transposição deste ciclo. Desta maneira se continua com o seguinte ciclo de transposição (LT3-b) para os seguintes 150 km.

Nesta forma de utilizar dois ciclos de transposição para uma linha de 300 km tem melhor desempenho na obtenção do equilíbrio da linha de transmissão devido que neste caso o ciclo de transposição (150 km) é ainda menor do que $\frac{1}{4}$ do comprimento de onda comparado ao caso de ciclo de transposição de 300 km. O desequilíbrio de tensão (e de corrente) na frequência fundamental deve ser menor do que o obtido com somente um ciclo de transposição.

3.3.5 Linha Idealmente Transposta

Na linha idealmente transposta a “mudança de posição” das fases ocorre “continuamente”, em trechos extremamente pequenos na forma da Fig. 3.2. Matematicamente as matrizes de impedância e admitância podem ser obtidas de (3.22).

$$Z_{IT} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{ba} \\ Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{ca} \\ Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{aa} \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{cc} & Z_{ca} & Z_{cb} \\ Z_{ac} & Z_{aa} & Z_{ab} \\ Z_{bc} & Z_{ba} & Z_{bb} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$Z_{IT} = \begin{bmatrix} Z_P & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_P & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_P \end{bmatrix}$$

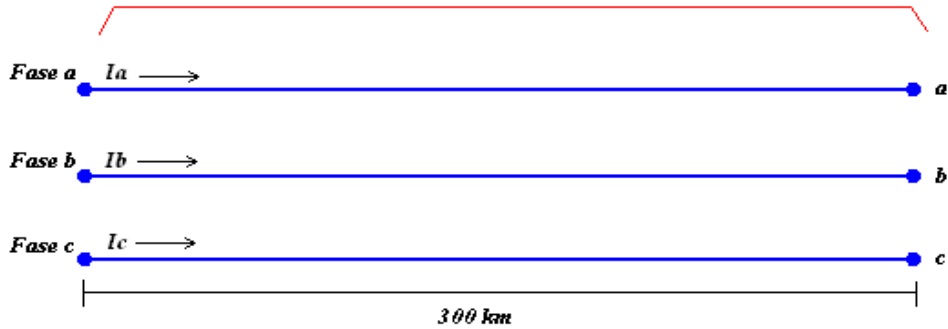


Fig. 3.8: Esquema de linha de transmissão idealmente transposta (LIT).

Numa linha idealmente transposta as matrizes impedância e admitância têm seus termos próprios iguais entre si e também os termos mútuos iguais entre si. As matrizes de parâmetros é constante ao longo da linha como mostrado na Fig. 3.8. Esta característica facilita o uso da linha idealmente transposta na análise de diversos problemas de um sistema de potência.

As representações das matrizes de impedância e admitância de uma linha idealmente transposta são apresentadas em (3.23) e (3.24), respectivamente.

$$Z_{IT} = \begin{bmatrix} Z_P & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_P & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_P \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$Y_{IT} = \begin{bmatrix} Y_P & Y_M & Y_M \\ Y_M & Y_P & Y_M \\ Y_M & Y_M & Y_P \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Nos estudos de sistemas de potência são assumidas várias considerações com respeito às linhas de transmissão como é o caso da linha ser idealmente transposta.

IV

RELAÇÕES DE TENSÃO E CORRENTE NUMA LINHA DE TRANSMISSÃO

Neste capítulo iremos apresentar as expressões com as quais poderemos calcular a tensão e corrente em qualquer ponto de uma linha de transmissão, desde que esses valores sejam conhecidos num ponto qualquer da linha. Normalmente este ponto é um dos terminais da linha.

4.1 Representações de Linhas em Função do Comprimento

A representação matemática de uma linha de transmissão é feita através de seus parâmetros elétricos, os quais, para um caso monofásico, são representados como escalares. Para o caso de um sistema trifásico os parâmetros elétricos que representam a linha de transmissão são matrizes (impedância e admitância), tal como foi mostrado no capítulo 2.

Normalmente as linhas de transmissão alimentam cargas trifásicas equilibradas. Para frequência fundamental o sistema pode ser considerado em equilíbrio. A Fig. 4.1 mostra um sistema equivalente de geração ligado em “Y” alimentando uma carga equilibrada, também ligada em “Y”, através de uma linha de transmissão. O circuito equivalente da linha de transmissão apresenta-se simplificado; nele aparecem apenas a resistência e a reatância ligadas em série, consideradas como parâmetros concentrados e não distribuídos ao longo da linha.

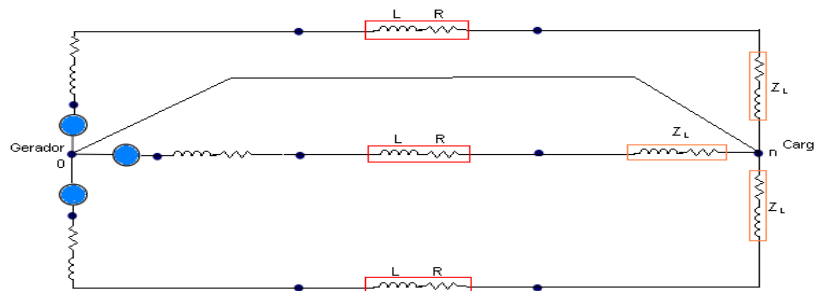


Fig. 4.1: Equivalente de geração alimentando uma carga equilibrada ligada em “Y”, através de uma linha de transmissão.

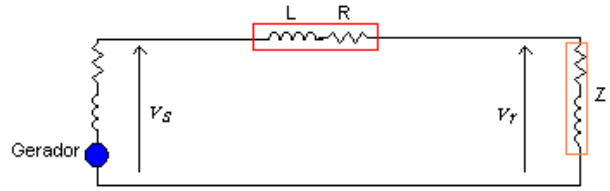


Fig. 4.2: Diagrama unifilar do circuito da Fig. 4.1.

As equações gerais que relacionam a tensão e corrente de linhas de transmissão estabelecem o fato de que os quatro parâmetros de uma linha de transmissão, resistência e indutância, que constituem a impedância em série da linha, capacitância e condutância constituindo a admitância em paralelo, estão distribuídos uniformemente ao longo da linha. Se a linha aérea for curta, a capacitância em derivação é tão pequena que se pode omitir por completo, com uma perda de exatidão pequena e só considera-se a resistência R e a indutância L em série para o comprimento total da linha como foi mostrado na Fig. 4.2.

Em relação ao comprimento [40], consideram-se as linhas na frequência de 60 Hz como:

Linhas curtas (<80 km) de comprimento.

Linhas médias (80 km – 240 km) de comprimento.

Linhas longas (> 240 km) de comprimento.

As linhas com comprimentos longos necessitam ser representadas em termos de parâmetros distribuídos, sendo este o nosso caso por analisarmos uma linha de transmissão trifásica de 300 km de comprimento.

Existem vários modelos que são úteis para representar a linha, mas sua aplicação vai depender do comprimento da linha.

4.1.1 Linhas de Comprimento Curto

O circuito equivalente de uma linha de transmissão monofásica curta é mostrado na Fig. 4.3, onde I_s e I_r são as correntes, respectivamente, no gerador e na carga; V_s e V_r são as tensões entre fase e terra, também no gerador e na carga, respectivamente. Quando a corrente instantânea flui no sentido indicado no circuito ela é considerada positiva; meio ciclo depois, quando se inverte o sentido da corrente, ela é negativa. As indicações de polaridade mostram o sentido considerado positivo para as tensões nos extremos da linha.

O valor instantâneo da tensão entre fase e terra é considerado positivo quando o terminal (+) estiver num potencial maior do que o terminal (-), caso contrário será negativo [39].

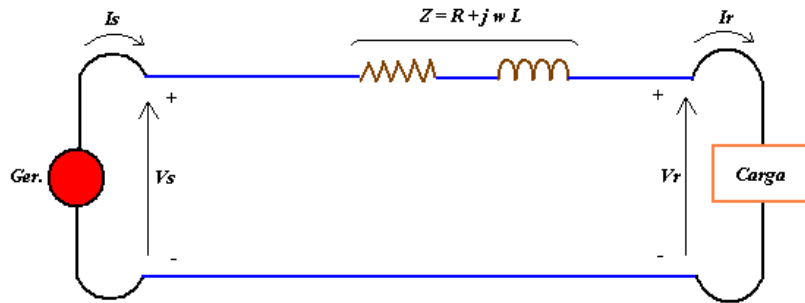


Fig. 4.3: Circuito equivalente de uma linha monofásica de transmissão curta.

O circuito da Fig. 4.3 é resolvido como um simples circuito (C.A.) série, ou seja, só se consideram parâmetros longitudinais e desconsideram-se parâmetros transversais, e a corrente será a mesma no gerador e na carga:

$$I_s = I_r \quad (4.1)$$

A tensão do gerador será

$$V_s = V_r + I_r Z \quad (4.2)$$

4.1.2 Linhas de Comprimento Médio

Em uma linha monofásica de comprimento médio a sua admitância em paralelo, geralmente uma capacitância pura, é incluída nos cálculos. Divide-se em duas partes iguais a admitância em paralelo total da linha e cada parte se coloca nos extremos do gerador e receptor, então se obtém o chamado circuito *pi* nominal (Fig. 4.4). Para se obter a expressão de V_s , se observa que a corrente na capacitância no extremo receptor é $V_r Y/2$ e a corrente no ramo série é $I_r + V_r Y/2$.

Então, tem-se a seguinte equação:

$$V_s = \left(V_r \frac{Y}{2} + I_r \right) Z + V_r \quad (4.3)$$

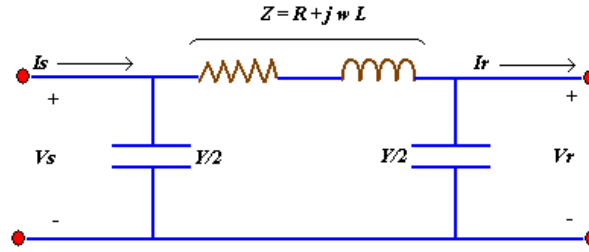


Fig. 4.4: Circuito π nominal de uma linha de transmissão monofásica de comprimento médio.

$$V_s = \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) V_r + ZI_r \quad (4.4)$$

Para encontrar I_s , observa-se que a corrente na capacitância em derivação no extremo do gerador é $V_s Y/2$, e somada à corrente no ramo série, obtém-se:

$$I_s = V_s \frac{Y}{2} + V_r \frac{Y}{2} + I_r \quad (4.5)$$

Ao substituir V_s , da equação (4.4), na equação (4.5), obtém-se:

$$I_s = V_r Y \left(1 + \frac{ZY}{4} \right) + \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) I_r \quad (4.6)$$

As equações (4.4) e (4.6) podemos expressar na forma geral:

$$V_s = AV_r + BI_r \quad (4.7)$$

$$I_s = CV_r + DI_r \quad (4.8)$$

onde:

$$A = D = \frac{ZY}{2} + 1, \quad B = Z, \quad C = Y \left(1 + \frac{ZY}{4} \right) \quad (4.9)$$

As constantes (A, B, C e D) são chamadas algumas vezes constantes gerais do circuito da linha de transmissão. Em geral, são números complexos. As constantes “A” e “D” são adimensionais e iguais entre si. A linha é a mesma quando se vê de qualquer lado terminal. As unidades de “B” e “C” são os *ohms* e *siemens*, respectivamente. Tal circuito é conhecido como quadripolo.

Facilmente se pode dar um significado físico às constantes. Se em (4.7) I_r é igual a zero, se observa que “A” é a relação V_s / V_r sem carga. De igual forma, “B” é a relação V_s / I_r quando o extremo receptor está em curto circuito.

Na modelagem de linha de transmissão monofásica são utilizadas as constantes (A, B, C e D), mas para um sistema trifásico, as ditas constantes têm forma matricial e representam a linha trifásica. A representação de linha de comprimento médio pode ser utilizada para a modelagem de uma linha longa, desde que se considere a linha em pequenos segmentos (quadramento). Esta representação será mais detalhada no capítulo 5.

4.1.3 Linhas de Comprimento Longo

Para se conseguir a solução exata para qualquer linha de transmissão monofásica e para obter-se um alto grau de precisão na representação de linhas com mais de 240 km, frequência de 60 Hz, deve-se considerar o fato de que os parâmetros da linha não estão concentrados e sim uniformemente distribuídos ao longo da mesma.

Na Fig. 4.5, mostra-se a fase e terra de uma linha monofásica, considerando parâmetros distribuídos.

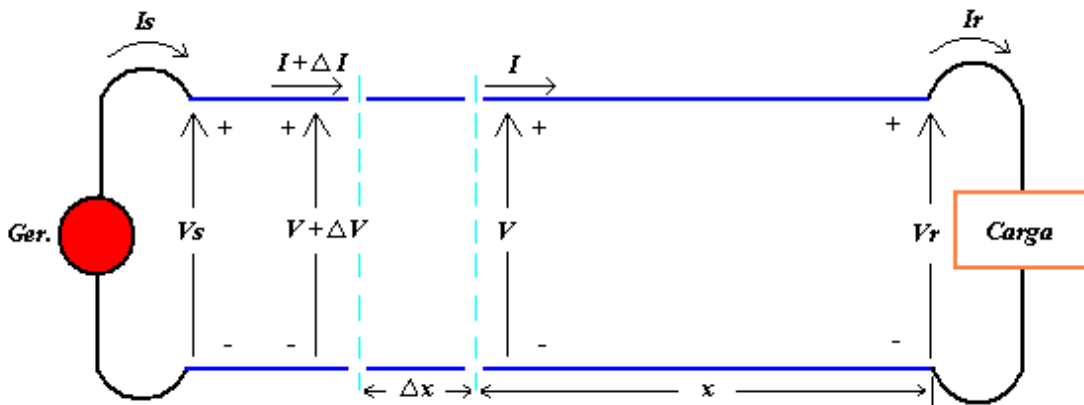


Fig. 4.5: Diagrama esquemático de uma linha de transmissão monofásica.

Da Fig. 4.5, consideremos um elemento muito pequeno da linha e calculemos a diferença de tensão e a diferença de corrente entre as duas extremidades do elemento. Designa-se “x” a distância medida a partir da barra receptora até o pequeno elemento da linha, e chamaremos o comprimento do elemento “ Δx ”. Então, “ $Z \cdot \Delta x$ ” será a impedância em série, e “ $Y \cdot \Delta x$ ” a admitância em derivação do elemento da linha. A tensão de fase é

“V”, que é a expressão complexa do valor eficaz de tensão, cuja amplitude e fase variam com a distância. A tensão do lado do gerador é “V + ΔV”. A queda de tensão “ΔV” do lado do gerador é:

$$\Delta V = -I \cdot Z \cdot \Delta x \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta V}{\Delta x} = -I \cdot Z \quad (4.10)$$

quando $\Delta x \rightarrow 0$, o limite se torna:

$$\frac{dV}{dx} = -I \cdot Z \quad (4.11)$$

Da mesma forma, a equação da corrente que flui para fora do elemento no lado da carga é “I”. E a corrente que flui para dentro do elemento, do lado do gerador, é “I + ΔI”. A diferença de corrente é a corrente “V · Y · Δx” que flui pela admitância em derivação do elemento. Portanto:

$$\Delta I = -V \cdot Y \cdot \Delta x \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta I}{\Delta x} = -V \cdot Y \quad (4.12)$$

Através dos mesmos passos usados para a tensão,

$$\frac{dI}{dx} = -V \cdot Y \quad (4.13)$$

As equações de propagação de onda (4.11) e (4.13), numa seção da linha de transmissão e derivando-as em função de “x” se obtém:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -Z \frac{dI}{dx} = Z \cdot Y \cdot V \quad (4.14)$$

$$\frac{d^2 I}{dx^2} = -Y \frac{dV}{dx} = Y \cdot Z \cdot I \quad (4.15)$$

A solução das equações (4.14) e (4.15) é uma solução do tipo exponencial como mostrado abaixo:

$$V = A_1 e^{\sqrt{YZ}x} + A_2 e^{-\sqrt{YZ}x} \quad (4.16)$$

$$I = \frac{1}{\sqrt{Z/Y}} A_1 e^{\sqrt{YZ}x} - \frac{1}{\sqrt{Z/Y}} A_2 e^{-\sqrt{YZ}x} \quad (4.17)$$

As constantes A_1 e A_2 podem ser calculadas usando as condições de contorno na saída, ou seja, $x = 0$, $V = V_2$ e $I = I_2$. Substituindo estes valores em (4.16) e (4.17), tem-se:

$$V_2 = A_1 + A_2 \quad (4.18)$$

$$I_2 = \frac{1}{\sqrt{Z/Y}}(A_1 - A_2) \quad (4.19)$$

Substituindo $Z_c = \sqrt{Z/Y}$, que é chamada de impedância característica, tem-se;

$$A_1 = \frac{V_2 + I_2 Z_c}{2} \quad (4.20)$$

$$A_2 = \frac{V_2 - I_2 Z_c}{2} \quad (4.21)$$

Assim, substituindo (4.20) e (4.21) em (4.16) e (4.17), tendo a definição de $\gamma = \sqrt{YZ}$, que é a constante de propagação da linha se pode apresentar:

$$V = \frac{V_2 + I_2 Z_c}{2} e^{\gamma x} + \frac{V_2 - I_2 Z_c}{2} e^{-\gamma x} \quad (4.22)$$

$$I = \frac{V_2/Z_c + I_2}{2} e^{\gamma x} - \frac{V_2/Z_c - I_2}{2} e^{-\gamma x} \quad (4.23)$$

As equações (4.22) e (4.23) fornecem os valores de “V” e “I” em qualquer ponto da linha em função das distâncias “x” medidas a partir dos terminais da carga, supondo-se conhecidos V_2 , I_2 e as outras variáveis relacionadas aos parâmetros da linha.

A interpretação das equações anteriores mostram que tanto γ como Z_c , são grandezas complexas. A parte real da constante de propagação γ é chamada constante de atenuação α , sendo medida em *nepers* por unidade de comprimento; a parte imaginária de γ é a constante de fase β , medida em *radianos* por unidade de comprimento. Portanto:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (4.24)$$

e as equações (4.22) e (4.23) tornam-se

$$V = \frac{V_2 + I_2 Z_c}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} + \frac{V_2 - I_2 Z_c}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} \quad (4.25)$$

$$I = \frac{V_2 / Z_c + I_2}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} - \frac{V_2 / Z_c - I_2}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} \quad (4.26)$$

As propriedades de $e^{\alpha x}$ e $e^{j\beta x}$ ajudam a explicar a variação da tensão e da corrente em qualquer instante, em função da distância ao longo da linha. O termo $e^{\alpha x}$ muda a amplitude com a variação de “x”, enquanto $e^{j\beta x}$ produz uma defasagem de β radianos por unidade de comprimento na onda.

Em cada equação acima, há dois termos, o primeiro termo se refere à parcela da onda incidente e o segundo é referente à onda refletida da linha de transmissão. Em qualquer ponto da linha a tensão é a soma das componentes incidente e refletida no ponto.

A razão de estudar a tensão e corrente de uma linha em função de suas componentes incidente e refletida é principalmente para compreender fenômenos que ocorrem nas linhas de transmissão.

Agora uma forma mais conveniente de representar as equações (4.25) e (4.26) é utilizando funções hiperbólicas, as quais são definidas em forma exponencial por:

$$\sinh = \frac{e^{\theta} - e^{-\theta}}{2} \quad (4.27)$$

$$\cosh = \frac{e^{\theta} + e^{-\theta}}{2} \quad (4.28)$$

Rearranjando as equações (4.27) e (4.28) e substituindo os termos exponenciais por funções hiperbólicas, obtemos um novo conjunto de equações. As novas equações para a tensão e corrente são:

$$V_1 = V_2 \cosh \gamma x + I_2 Z_c \sinh \gamma x \quad (4.29)$$

$$I_1 = I_2 \cosh \gamma x + \frac{V_2}{Z_c} \sinh \gamma x \quad (4.30)$$

Onde o índice “1” e “2” indicam o início e o final de um trecho “x” de linha respectivamente.

Deseja-se obter V_2 e I_2 , pois a intenção é analisar o desequilíbrio no final da linha em função da entrada. Sendo assim, as equações (4.29) e (4.30) tornam-se:

$$V_2 = V_1 \cosh \gamma x - I_1 Z_c \sinh \gamma x \quad (4.31)$$

$$I_2 = I_1 \cosh \gamma x - \frac{V_1}{Z_c} \sinh \gamma x \quad (4.32)$$

As equações (4.29) e (4.30) são as equações que apresentam a propagação das ondas nas linhas de transmissão monofásica para qualquer comprimento. Para resolver as equações é necessário, inicialmente determinar os valores das funções hiperbólicas. Sendo em geral “ γx ” complexo, as funções hiperbólicas também serão complexas.

As funções hiperbólicas podem ser representadas em séries de Maclaurin:

$$\cosh \gamma x = 1 + \frac{(\gamma x)^2}{2!} + \frac{(\gamma x)^4}{4!} + \frac{(\gamma x)^6}{6!} + \dots \quad (4.33)$$

$$\sinh(\gamma x) = (\gamma x) + \frac{(\gamma x)^3}{3!} + \frac{(\gamma x)^5}{5!} + \frac{(\gamma x)^7}{7!} + \dots \quad (4.34)$$

As séries (4.33) e (4.34) convergem rapidamente para os valores de “ γx ” usualmente encontrados para as linhas de transmissão, sendo que uma precisão suficiente para frequência fundamental é obtida calculando apenas os primeiros termos de cada série e para frequências maiores é necessário usar mais termos da série.

A seguir podemos utilizar as definições hiperbólicas ou suas equivalências, para a representação das constantes (A, B, C e D) do quadripolo monofásico. Sendo as constantes definidas por:

$$A = \cosh \gamma x \quad (4.35)$$

$$B = -Z_c \sinh \gamma x \quad (4.36)$$

$$C = -\frac{\sinh \gamma x}{Z_c} \quad (4.37)$$

$$D = A \quad (4.38)$$

Onde Z_c é a impedância característica da linha, γ é a constante de propagação.

Então, depois de ter as definições das constantes (A, B, C e D) é possível apresentar a forma tradicional de quadripolo, mostrado na seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Desta forma a análise do comportamento da linha de transmissão torna-se bastante simples representando a linha através do seu quadripolo. As entradas do quadripolo são a tensão e corrente de geração ou do início do trecho e as saídas são a tensão e corrente da carga ou do final do trecho. Isso pode ser observado na equação (4.39), na qual V_1 e I_1 são a tensão e corrente no gerador e V_2 e I_2 são a tensão e corrente no final da linha, neste caso “x” é o comprimento da linha.

Todas as equações acima são apresentadas para uma linha monofásica, ou seja, um quadripolo monofásico. A impedância longitudinal e a admitância transversal da linha são os principais elementos para se representar uma linha através do quadripolo, e com a tensão e corrente na entrada pode-se obter os correspondentes valores de tensão e corrente na saída do quadripolo.

O elemento “A” na equação (4.35) vai estar em função do valor de “ γx ”, que é utilizado na função co-seno hiperbólico. Igualmente para os demais elementos (B, C e D) vão estar em função dos valores de “ γx ”.

Em um sistema monofásico a solução das equações de propagação de onda para linha de comprimento longo (4.11) e (4.13) foi apresentada passo a passo desde (4.14) até (4.39), chegando finalmente a uma representação matricial (quadripolo), que está definida por funções hiperbólicas.

As soluções de propagação de onda para: Linha de comprimento curto, Linha de comprimento médio e Linha de comprimento longo foram apresentadas considerando uma linha de transmissão monofásica.

Agora para a representação matemática de propagação de onda numa linha polifásica, a impedância e a admitância têm forma matricial. A ordem das matrizes de parâmetros corresponde ao número de fases. Particularmente, numa linha trifásica a resolução das equações que representam a linha vai ser análoga ao caso monofásico, com a diferença que toda a representação de linha trifásica tem forma matricial, portanto as constantes (A, B, C e D) são da mesma ordem da matriz de parâmetros elétricos da linha.

A resolução das equações de propagação de onda para linhas polifásicas será apresentada no capítulo 5, onde a solução, por exemplo, para uma linha trifásica terá a forma da equação (4.39), portanto o quadripolo trifásico no domínio das fases terá a forma de (4.40).

$$\begin{bmatrix} V_{fa-2} \\ V_{fb-2} \\ V_{fc-2} \\ I_{fa-2} \\ I_{fb-2} \\ I_{fc-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & B_{31} & B_{32} & B_{33} \\ C_{11} & C_{12} & C_{13} & D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{fa-1} \\ V_{fb-1} \\ V_{fc-1} \\ I_{fa-1} \\ I_{fb-1} \\ I_{fc-1} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

V

RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS PARA LINHAS POLIFÁSICAS

A solução das equações de propagação de onda, desenvolvida para linha monofásica, pode ser estendida a linhas polifásicas de “ n ” condutores. Embora sejam consideradas nesta análise somente linhas de transmissão trifásicas, que são os tipos de linha mais freqüente nos sistemas de energia elétrica, a formulação adotada é de caráter geral, podendo ser estendida a linhas com n fases. O sistema pode ainda possuir as mais diversas configurações, com n cabos pára-raios e mais de um condutor por fase. No entanto, após a redução de suas matrizes primitivas de impedância longitudinal e admitância transversal unitárias por fase, o sistema original se transforma num sistema equivalente de ordem igual ao número de fases, sendo que os efeitos da presença de mais de um condutor por fase, dos cabos pára-raios vão estar todos incluídos nas matrizes equivalentes de impedâncias longitudinais $[Z]$ e admitâncias transversais $[Y]$ unitárias de fase do sistema reduzido. A matriz impedância é formada por resistência e indutância dependentes da freqüência, a admitância formada por sua capacitância independente da freqüência. A matriz impedância e admitância são apresentadas na equação (5.1).

$$[Z(\omega)] = [R(\omega)] + j \cdot \omega \cdot [L(\omega)] \quad \text{e} \quad [Y(\omega)] = j \cdot \omega \cdot [C] \quad (5.1)$$

Reescrevendo as equações de propagação de onda da linha monofásica (4.11) e (4.13), e apresentando a dependência com a freqüência (ω) e os índices de representação em fase (f), pode-se apresentar as equações de propagação de onda para sistemas polifásicos considerando o modelo de parâmetros distribuídos e representação complexa de tensões e correntes senoidais.

$$\frac{d[V_f(x)]}{dx} = -[Z_f(\omega)] \cdot [I_f(x)] \quad (5.2)$$

$$\frac{d[I_f(x)]}{dx} = -[Y_f(\omega)] \cdot [V_f(x)] \quad (5.3)$$

Derivando as equações (5.2) e (5.3) com relação a “x” e substituindo uma na outra, obtemos as equações de propagação de ondas de segunda ordem para uma linha de transmissão.

$$\frac{d^2[V_f(x)]}{dx^2} = [Z_f(\omega)] \cdot [Y_f(\omega)] \cdot [V_f(x)] \quad (5.4)$$

$$\frac{d^2[I_f(x)]}{dx^2} = [Y_f(\omega)] \cdot [Z_f(\omega)] \cdot [I_f(x)] \quad (5.5)$$

Onde $[Z_f(\omega)]$ é a matriz impedância longitudinal por unidade de comprimento, e $[Y_f(\omega)]$ é a matriz admitância transversal por unidade de comprimento (considerando nulas as perdas por dispersão, efeito corona e radiação). A matriz impedância e admitância são simétricas.

Considerando (4.16) e (4.17) podemos observar que para o caso monofásico a multiplicação dos elementos impedância e admitância $\sqrt{Z \cdot Y} = \sqrt{Y \cdot Z}$, mas no caso, por exemplo, num sistema trifásico as operações matemáticas em (5.6) têm soluções diferentes.

$$\left(\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} \right)^{1/2} \neq \left(\begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \right)^{1/2} \quad (5.6)$$

A dificuldade na solução de equações lineares para linhas polifásicas deve-se ao fato de estar-se trabalhando com matrizes e não mais com escalares. Como foi apresentada a solução das equações de propagação de onda é obtida através de funções matemáticas difíceis de aplicar a matrizes cheias, mas simples quando aplicadas a escalares.

O método mais frequentemente usado para se representar a propagação de ondas num sistema polifásico é utilizando transformações modais, de modo a transformar as matrizes

cheias em matrizes diagonais o que permite aplicar as funções matemáticas a cada elemento da matriz isoladamente, como se fosse escalar.

Existem outras formas de solução das equações de sistemas polifásicos e uma delas é por meio da representação em “quadramento”, que será desenvolvida posteriormente neste capítulo. Também uma outra possibilidade de solução no domínio das fases é utilizando séries equivalentes às funções hiperbólicas, que também será desenvolvido neste capítulo.

5.1 Transformação Modal

A transformação modal é essencialmente uma mudança de base vetorial caracterizada por desacoplar um grupo de equações. Isso pode ser tipicamente aplicado às matrizes impedância e admitância de uma linha que no domínio das fases apresentam acoplamento entre fases. Na Fig. 5.1, são mostrados os acoplamentos, onde os termos mútuos da matriz impedância Z_M são eliminados na matriz impedância transformada, na qual somente aparecem os termos diagonais de impedância modal Z_{m1} , Z_{m2} e Z_{m3} e os outros elementos fora da diagonal são iguais a zero. Este desacoplamento é muito importante, pois a manipulação matemática requerida para tratamento matricial da propagação de onda se transforma em manipulação de escalares. O desacoplamento para a matriz admitância ocorre da mesma forma.

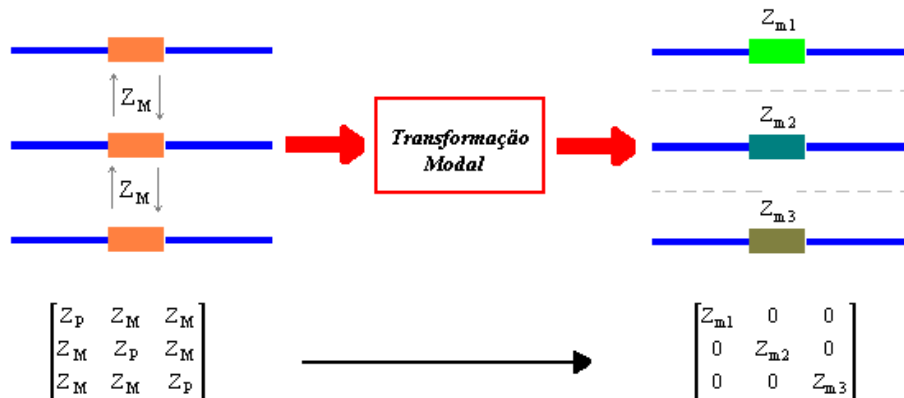


Fig. 5.1: Esquema de desacoplamento com transformação modal.

5.1.1 Transformação Modal de Linha Idealmente Transposta

Considera-se uma linha idealmente transposta aquela que tem sua matriz impedância e matriz admitância totalmente transposta, ou seja, seus termos próprios da matriz

impedância são iguais entre si, de igual forma para a matriz admitância; e para o caso dos termos mútuos da matriz impedância são também iguais entre si, igualmente para a matriz admitância, como é mostrado em (5.7) e (5.8).

$$Z_{IT} = \begin{bmatrix} Z_P & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_P & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_P \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$Y_{IT} = \begin{bmatrix} Y_P & Y_M & Y_M \\ Y_M & Y_P & Y_M \\ Y_M & Y_M & Y_P \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

5.1.1.1. Esquema de Linha Trifásica Simples

Suponha a linha de transmissão trifásica simples apresentada esquematicamente na Fig. 5.2, com os cabos pára-raios considerados implicitamente.

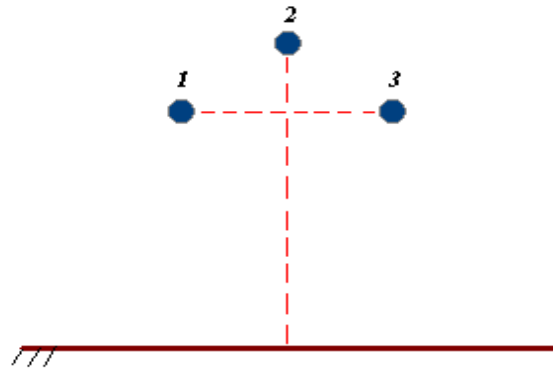


Fig. 5.2: Representação esquemática da linha de transmissão trifásica simples.

A transformação modal permite que o sistema trifásico seja tratado como um sistema de três circuitos monofásicos independentes como foi mostrado na Fig. 5.1. A matriz de impedância (ou admitância) em componentes de fase é transformada em matriz de impedância em modo composta por três impedâncias desacoplados: um modo homopolar (modo 0) e dois modos não homopolares (modo α e modo β), também conhecido como modo não homopolar “1” e modo não homopolar “2”. Os três modos apresentam impedância característica e velocidade de propagação distintas [41]. Na linha idealmente transposta os modos não homopolares são idênticos.

A transformação de Clarke pode ser aplicada e correntes e tensões podem ser descompostas para cada componente como na Fig 5.3.

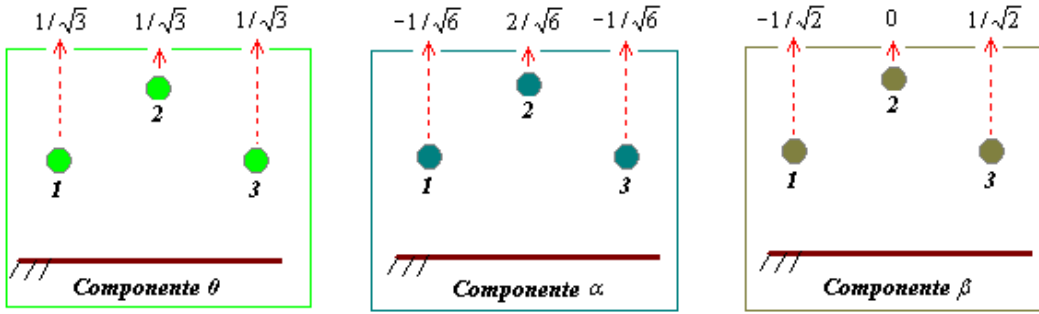


Fig 5.3: Corrente nos condutores para as componentes de Clarke na forma racionalizada.

A matriz de transformação de Clarke e sua inversa são:

$$T_{cl} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$$T_{cl}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Por meio da transformação modal, as componentes 0 (zero), α (alfa) e β (beta) de tensão e corrente podem ser obtidas através das componentes de fase do sistema trifásico, respectivamente como segue:

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

e para as correntes temos:

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

ou de forma resumida.

$$[V_{0\alpha\beta}] = [T_{cl}^{-1}] \cdot [V_{abc}] \quad (5.13)$$

$$[I_{0\alpha\beta}] = [T_{cl}^{-1}] \cdot [I_{abc}] \quad (5.14)$$

Onde $V_{0\alpha\beta}$ e $I_{0\alpha\beta}$ são os vetores modais de tensão e corrente, V_{abc} e I_{abc} são os vetores de fase de tensão e corrente.

Considerando $[V_f] = [V_{abc}]$, $[I_f] = [I_{abc}]$ e usando as equações (5.13) e (5.14) em (5.2) e (5.3) tem-se:

$$-\frac{\partial}{\partial x} ([T_{cl}] \cdot [V_{0\alpha\beta}]) = [Z_{IT}] \cdot [T_{cl}] \cdot [I_{0\alpha\beta}] \quad (5.15)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} [V_{0\alpha\beta}] = [T_{cl}^{-1}] \cdot [Z_{IT}] \cdot [T_{cl}] \cdot [I_{0\alpha\beta}] \quad (5.16)$$

Utilizando a matriz de transformação de Clarke é possível obter matrizes de impedância e admitância em componentes modais, matrizes diagonais, ou seja, matrizes sem elementos mútuos. A representação modal para a matriz admitância tem a mesma forma (5.17).

$$Z_{IT} = \begin{bmatrix} Z_P & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_P & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_P \end{bmatrix}, \quad [Z_{0\alpha\beta}] = [T_{cl}^{-1}] \cdot [Z_{IT}] \cdot [T_{cl}], \quad Z_{0\alpha\beta} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & Z_\beta \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Portanto ao aplicar a transformação modal a uma linha idealmente transposta, a mesma será descomposta em três sistemas monofásicos desacoplados, dos quais dois terão as mesmas impedâncias e velocidades de propagações de ondas, resultando em apenas dois circuitos para análise, os circuitos de modo homopolar (modo zero) e de modo não homopolar (modo alfa = modo beta).

Obtém-se, portanto, matrizes de impedância e admitância em componentes de modo.

$$[Z_{0\alpha\beta}] = [T_{cl}^{-1}] \cdot [Z_{IT}] \cdot [T_{cl}] \quad (5.18)$$

$$[Y_{0\alpha\beta}] = [T_{cl}^{-1}] \cdot [Y_{IT}] \cdot [T_{cl}] \quad (5.19)$$

Com isso cada modo, zero, alfa e beta, pode ser estudado separadamente como simples circuito monofásico. Se a linha fosse ideal (sem perdas) as velocidades de propagação dos modos homopolar v_{m0} e não homopolar $v_{m\alpha}$ [41] seriam iguais a:

$$v_{m0} = \frac{1}{\sqrt{L_0 \cdot C_0}} \quad (5.20)$$

$$v_{m\alpha} = \frac{1}{\sqrt{L_\alpha \cdot C_\alpha}} \quad (5.21)$$

Em que L_0 , C_0 , L_α , C_α , são as indutâncias e capacitâncias unitárias de modo zero e alfa da linha de transmissão, respectivamente.

Sendo as matrizes impedância e admitância diagonais, estas facilitam a manipulação matemática da função de transferência de um sistema trifásico. Portanto a representação das sub-matrizes de transferência (A, B, C e D) serão analisadas em componentes modais, por exemplo, a sub-matriz de transferência “A” em componentes modais terá a seguinte forma:

$$A_{0\alpha\beta} = \begin{bmatrix} A_0 & 0 & 0 \\ 0 & A_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & A_\beta \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

A seguir são mostrados os gráficos da resistência, indutância e constante de propagação em modo e em função da frequência correspondente a uma linha idealmente transposta. Os parâmetros modais para este caso foram calculados considerando uma resistividade do solo de 1000 $\Omega \cdot m$.

A maneira de simplificar a apresentação literal dos tipos de linha tem-se:

- Linha Idealmente Transposta (LIT)
- Linha Não Transposta (LNT)

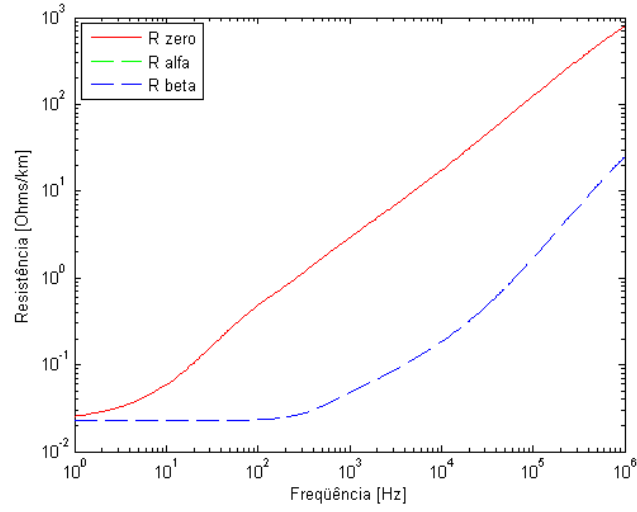


Fig. 5.4: Resistências modo para LIT.

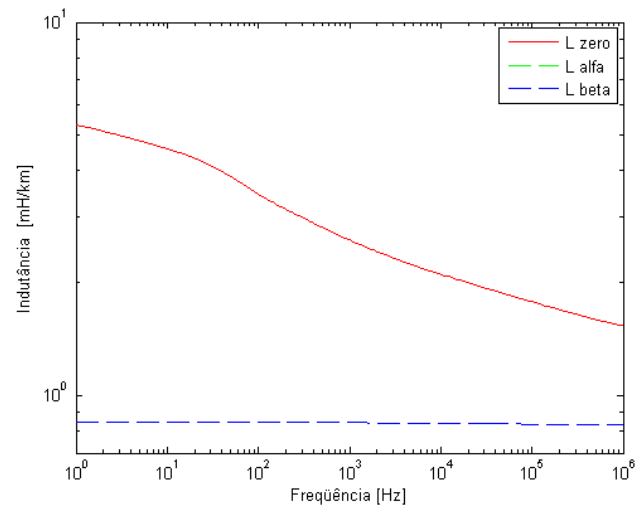


Fig. 5.5: Indutâncias modo para LIT.

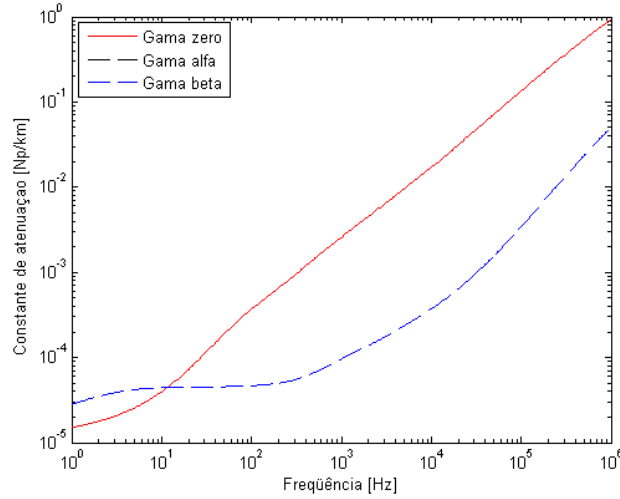


Fig. 5.6: Constante de atenuação para LIT.

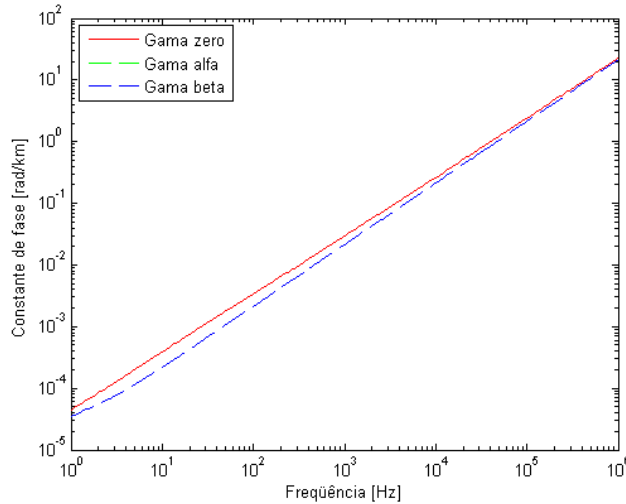


Fig. 5.7: Constante de fase para LIT.

As Fig. 5.4 a Fig. 5.7 apresentam o comportamento da resistência, indutância e constante de propagação em modos exatos, onde os modos não homopolares são iguais para toda a faixa de frequência.

5.1.2 Transformação Modal de Linha Não Transposta (Autovalores e Autovetores)

As matrizes de transformação, que fazem a ligação entre os componentes de fase e os modos naturais da linha são função da matriz impedância e admitância da linha. Essas matrizes de transformação são dependentes da frequência, sendo a matriz impedância $[Z]$

formada por resistência e indutância (dependente da frequência) e a matriz admitância $[Y]$ formada por sua capacitância (independente da frequência).

As matrizes de transformação não são únicas, existe uma família de autovetores associados aos autovalores que diagonalizam as matrizes de impedância e admitância. De acordo com o tipo de normalização imposto no cálculo dos autovetores, obtém-se um determinado valor de impedância e admitância em modo associado [19].

Reescrevendo as equações de onda da linha (5.2) e (5.3) são apresentadas as derivadas em função de “x”, tendo:

$$\frac{d^2[V_f(x)]}{dx^2} = -[Z_f(\omega)] \cdot \frac{d[I_f(x)]}{dx} = [Z_f(\omega)] \cdot [Y_f(\omega)] \cdot [V_f(x)] \quad (5.23)$$

$$\frac{d^2[I_f(x)]}{dx^2} = -[Y_f(\omega)] \cdot \frac{d[V_f(x)]}{dx} = [Y_f(\omega)] \cdot [Z_f(\omega)] \cdot [I_f(x)] \quad (5.24)$$

$$\left([Z_f(\omega)] \cdot [Y_f(\omega)] - \frac{d^2}{dx^2} \right) \cdot [V_f(x)] = 0 \quad (5.25)$$

$$\left([Y_f(\omega)] \cdot [Z_f(\omega)] - \frac{d^2}{dx^2} \right) \cdot [I_f(x)] = 0 \quad (5.26)$$

omitindo o índice “x” para a definição de tensão senoidal tem-se:

$$[V_f] = \text{Re} \left[\bar{V} e^{\gamma x} e^{j\omega t} \right] \quad (5.27)$$

onde γ é a constante de propagação da linha, \bar{V} é o valor máximo de tensão e

$$[V_f] = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

tem-se

$$\frac{d[V_f]}{dx} = \text{Re} \left[\gamma \cdot \bar{V} e^{\gamma x} e^{j\omega t} \right] = \Gamma \cdot [V_f] \quad (5.29)$$

onde

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

E assim

$$\frac{d^2[V_f]}{dx^2} = \text{Re}[\gamma^2 \bar{V} e^{\gamma x} e^{j\omega t}] = \Gamma^2 \cdot [V_f] \quad (5.31)$$

$$\Gamma^2 = \Gamma \cdot \Gamma \quad (5.32)$$

Substituindo-se (5.31) em (5.25), tem-se:

$$([Z_f(\omega)] \cdot [Y_f(\omega)] - \Gamma^2) \cdot [V_f] = 0 \quad (5.33)$$

$$([Y_f(\omega)] \cdot [Z_f(\omega)] - \Gamma^2) \cdot [I_f] = 0 \quad (5.34)$$

Os autovalores associados às matrizes $[Z_f(\omega)] \cdot [Y_f(\omega)]$ e $[Y_f(\omega)] \cdot [Z_f(\omega)]$ são iguais a Γ^2 . Os autovetores associados são:

$$[T_v(\omega)] \cdot ([Z_f(\omega)] \cdot [Y_f(\omega)]) \cdot [T_v^{-1}(\omega)] = \Gamma^2(\omega) \quad (5.35)$$

$$[T_i(\omega)] \cdot ([Y_f(\omega)] \cdot [Z_f(\omega)]) \cdot [T_i^{-1}(\omega)] = \Gamma^2(\omega) \quad (5.36)$$

Onde:

$\Gamma^2(\omega)$ - Matriz diagonal formada pelos autovalores γ^2 ;

$[T_v(\omega)]$ - Matriz formada pelos autovetores associados aos autovalores do produto $[Z_f(\omega)] \cdot [Y_f(\omega)]$, esta matriz é associada à tensão e é função da frequência.

$[T_i(\omega)]$ - Matriz formada pelos autovetores associados aos autovalores do produto $[Y_f(\omega)] \cdot [Z_f(\omega)]$, esta matriz é associada à corrente e é função da frequência.

Como a linha não é transposta, os produtos $[Z_f(\omega)] \cdot [Y_f(\omega)]$ e $[Y_f(\omega)] \cdot [Z_f(\omega)]$ não são iguais, o que significa que existem duas matrizes transformação diferentes, uma associada à tensão e outra associada a corrente. Porém essas matrizes têm a seguinte relação entre si:

Transpondo (5.35)

$$[T_v^{-1}(\omega)] \cdot ([Y_f] \cdot [Z_f(\omega)]) \cdot [T_v^t(\omega)] = \Gamma^2(\omega) \quad (5.37)$$

Comparando (5.36) e (5.37) obtém-se:

$$[T_i(\omega)] = [T_v^{-1}(\omega)] \quad (5.38)$$

$$[T_i^{-1}(\omega)] = [T_v^t(\omega)] \quad (5.39)$$

Pode-se, portanto, calcular somente uma matriz transformação (a de corrente ou a de tensão) e obter a outra através das relações acima.

Com a ajuda das matrizes de transformação é possível obter as matrizes de impedância longitudinal e admitância transversal em modos para uma linha não transposta. A matriz de transformação $T_v(\omega)$ e $T_i(\omega)$, dependentes da frequência, foram obtidas do produto das matrizes de impedância e de admitância, sendo que a primeira também depende da frequência. O método utilizado para a obtenção destas matrizes formadas pelos autovetores foi o de Newton Raphson [25].

A seguir são mostrados os gráficos das partes real e imaginária do autovalor em função da frequência.

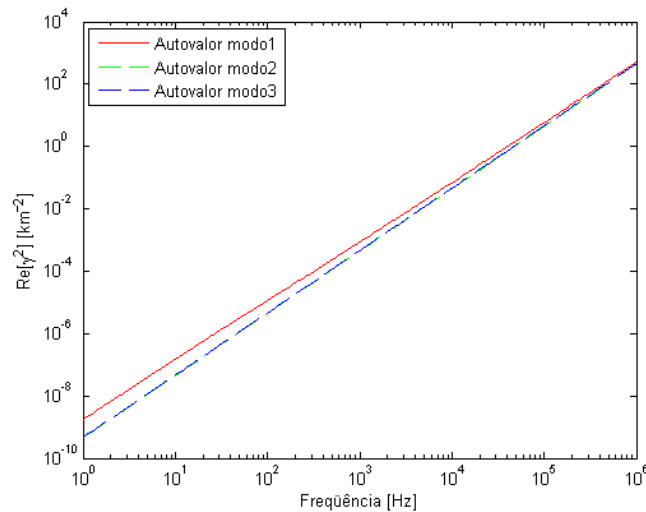


Fig. 5.8: Autovalores modo exato (parte real) para LNT.

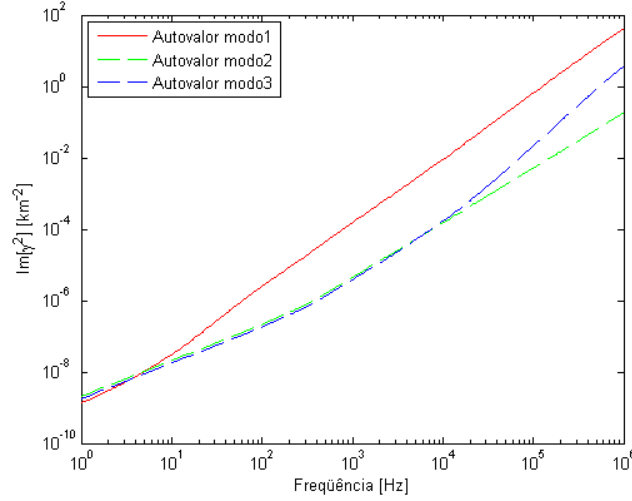


Fig. 5.9: Autovalores modo exato (parte imaginária) para LNT.

O autovalor modo 3 na Fig. 5.9 varia com a frequência, sendo que a sua influência é sentida a partir de 1000 Hz. Para o autovalor modo 2 apresenta um crescimento quase linear conforme aumenta a frequência. O autovalor modo 1 (homopolar) apresenta também um crescimento aproximadamente linear (escala log) conforme aumenta a frequência, mas com valores superiores dos modos não homopolares.

Finalmente depois de observar os autovalores em função da frequência para a transformação em modo exato chega-se ao cálculo dos componentes, tensão e corrente em modo:

$$\frac{d[V_f]}{dx} = -[Z_f(\omega)] \cdot [I_f] \quad (5.40)$$

$$\frac{d[I_f]}{dx} = -[Y_f(\omega)] \cdot [V_f] \quad (5.41)$$

$$[V_m] = [T_v^{-1}(\omega)] \cdot [V_f] \quad (5.42)$$

$$[I_m] = [T_i^{-1}(\omega)] \cdot [I_f] \quad (5.43)$$

$$[V_f] = [T_v(\omega)] \cdot [V_m] \quad (5.44)$$

$$[I_f] = [T_i(\omega)] \cdot [I_m] \quad (5.45)$$

Substituindo (5.44) e (5.45) em (5.40) e (5.41)

$$\frac{d[V_m]}{dx} = -([T_v^{-1}(\omega)] \cdot [Z_f(\omega)] \cdot [T_i(\omega)]) \cdot [I_m] \quad (5.46)$$

$$\frac{d[I_m]}{dx} = -([T_i^{-1}(\omega)] \cdot [Y_f(\omega)] \cdot [T_v(\omega)]) \cdot [V_m] \quad (5.47)$$

$$[Z_m(\omega)] = [T_v^{-1}(\omega)] \cdot [Z_f(\omega)] \cdot [T_i(\omega)] \quad (5.48)$$

$$[Y_m(\omega)] = [T_i^{-1}(\omega)] \cdot [Y_f(\omega)] \cdot [T_v(\omega)] \quad (5.49)$$

O resultado da transformação exata de uma linha não transposta são matrizes impedância e admitância da linha em componentes de modo. Sendo as matrizes Z_m e Y_m matrizes diagonais, é possível tratar o sistema trifásico como três sistemas monofásicos (Z_{m1} , Z_{m2} , Z_{m3}) e desta forma se pode representar a linha de transmissão através de funções hiperbólicas aplicadas a escalares, já que foi eliminado o acoplamento entre as fases como é mostrado em (5.50) e (5.51).

$$Z_m = \begin{bmatrix} Z_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{m3} \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

$$Y_m = \begin{bmatrix} Y_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{m3} \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

Em geral, com a ajuda da transformação modal (autovalores e autovetores) pode-se representar por circuitos modais desacoplados os sistemas polifásicos, o que é muito útil para a manipulação matricial e modelagem da linha. As sub-matrizes de transferência (A, B, C e D) em modos utilizadas na modelagem de linha também são diagonais, por exemplo, para uma linha trifásica a sub-matriz “A” tem forma da matriz A_m .

$$A_m = \begin{bmatrix} A_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & A_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & A_{m3} \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

Esta matriz A_m está formada pelos modos (A_{m1} , A_{m2} , A_{m3}). As definições dos elementos das sub-matrizes (A_m , B_m , C_m e D_m) são as mesmas do caso monofásico, apresentado nas equações (4.35) até (4.38).

Na análise de transposição serão utilizadas estas matrizes de transformação exata, observando desta maneira a influência que tem de trabalhar com matrizes de transformação em função da frequência.

Finalmente são mostrados os gráficos da resistência, indutância e constante de propagação em componentes modais e em função da frequência de uma linha não transposta, utilizando matrizes de transformação exata em função da frequência.

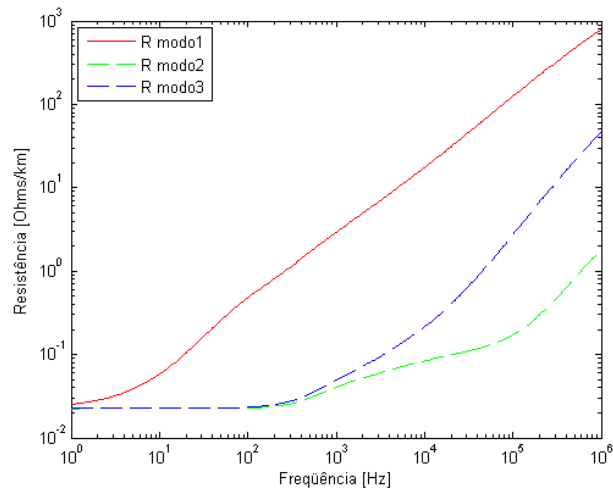


Fig. 5.10: Resistência modo exato para LNT.

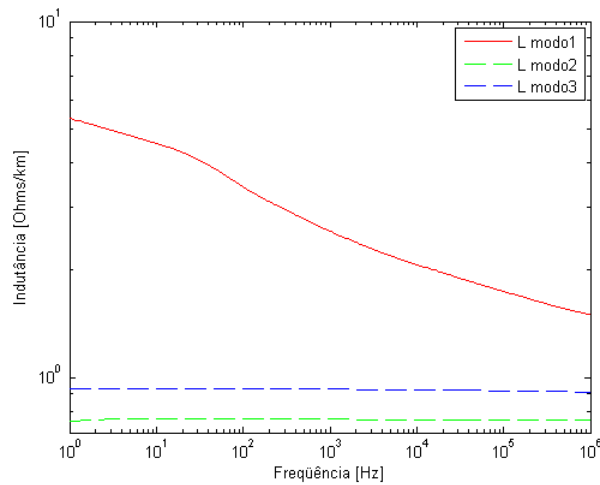


Fig. 5.11: Indutâncias modo exato para LNT.

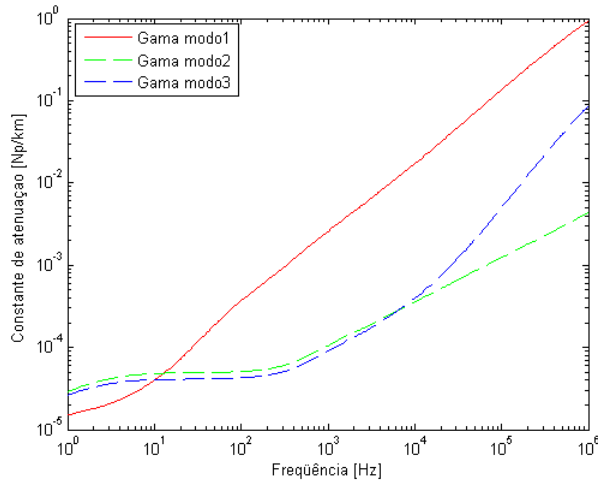


Fig. 5.12: Constante de atenuação para LNT.

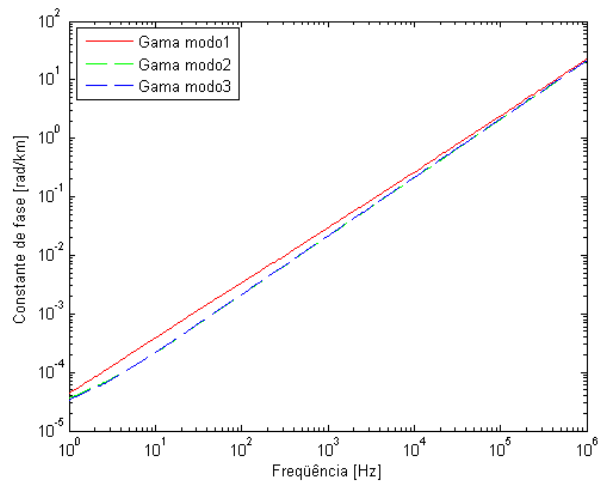


Fig. 5.13: Constante de fase para LNT.

5.2 Quadramento

Outra forma de apresentar a solução da propagação de ondas em linhas polifásicas é através do quadramento. No quadramento a linha será dividida em trechos curtos, podendo ser representada através do modelo de linha média do capítulo 4. O uso do quadramento é independente do tipo de transposição da linha, podendo ser aplicada a linhas idealmente transpostas Z_{IT} e Y_{IT} , como também para linhas não transpostas Z_{NT} e Y_{NT} ou transposta em trechos reais, pois ela é feita diretamente no domínio das fases.

Considere um trecho de linha uniforme de comprimento ℓ . Supondo uma seção finita muito pequena $\Delta\ell$, considerando a aproximação da derivada no ponto x aplicada ao

intervalo x e $x + \Delta\ell$ (que resulta num erro da ordem de $\Delta\ell$), tem-se, entre dois “pontos” identificados pelos índices 1 e 2 a distância $\Delta\ell = \ell / 2^n$:

$$\begin{aligned} V_2 &= V_1 - Z \cdot \Delta\ell \cdot I_1 \\ I_2 &= -Y \cdot \Delta\ell \cdot V_1 + I_1 \end{aligned} \quad (5.53)$$

Ou

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = W_a \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}, \quad W_{\Delta\ell} e W_a = \begin{bmatrix} I & -Z \cdot \Delta\ell \\ -Y \Delta\ell & I \end{bmatrix} \quad (5.54)$$

Sendo $W_{\Delta\ell}$ a função de transferência de tensões e correntes de fase entre os dois terminais da seção de comprimento $\Delta\ell$ e I a matriz identidade.

Supondo uma seção finita de comprimento muito pequeno $\Delta\ell$, considerando a aproximação da derivada variando linearmente com x , aplicada no intervalo x e $x + \Delta\ell$ (o que resulta num erro da ordem de $\Delta\ell^2$), tem-se, entre dois “pontos” identificados pelos índices 1 e 2 e a distância $\Delta\ell = \ell / 2^n$:

$$\begin{aligned} V_2 + Z \cdot \frac{\Delta\ell}{2} \cdot I_2 &= V_1 - Z \cdot \Delta\ell \cdot I_1 \\ Y \cdot \frac{\Delta\ell}{2} \cdot V_2 + I_2 &= -Y \cdot \Delta\ell \cdot V_1 + I_1 \end{aligned} \quad (5.55)$$

Ou

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = W_b \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}, \quad W_{\Delta\ell} e W_b = \begin{bmatrix} I & Z \cdot \frac{\Delta\ell}{2} \\ Y \cdot \frac{\Delta\ell}{2} & I \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} I & -Z \cdot \frac{\Delta\ell}{2} \\ -Y \cdot \frac{\Delta\ell}{2} & I \end{bmatrix} \quad (5.56)$$

Sendo $W_{\Delta\ell}$ a função de transferência de tensões e correntes de fase entre os dois terminais de seção de comprimento $\Delta\ell$ e I a matriz identidade.

A formulação (5.56) permite considerar um valor de $\Delta\ell$ mais elevado que a equação (5.54), evitando o uso de uma seção de comprimento “ $\Delta\ell$ ” extremamente pequena, o que poderia originar um erro numérico significativo devido ao número limitado de dígitos das operações numéricas.

A matriz W correspondente à cascata de 2^n seções de linha idênticas, cada uma com comprimento $\Delta\ell$, e, portanto, a um trecho de linha uniforme, de comprimento ℓ , obtém-se

com n quadraturas sucessivas da matriz $W_{\Delta\ell}$ correspondente a um trecho de linha de comprimento $\Delta\ell$ (Fig. 5.14) [20].

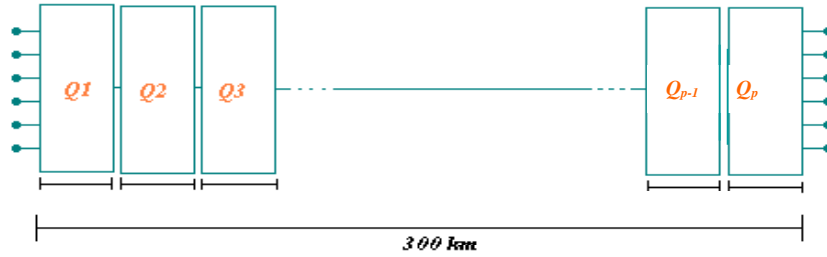


Fig. 5.14 Linha de transmissão representada por cascata de seções π

Por exemplo, a matriz W de uma linha de 300 km pode ser obtida a partir da função de transferência $W_{\Delta\ell}$ de um trecho de linha de comprimento “ $\Delta\ell$ ” de (300/1024) km, quadrada 10 vezes. O quarto do comprimento de onda para 10 kHz é aproximadamente 7,5 km, o que é muito grande quando comparado a (300/1024) km.

A função de transferência $W_{\Delta\ell}$ de “ $\Delta\ell$ ” utilizada para a representação em quadramento de uma linha de transmissão de 300 km é mostrada na equação (5.57).

$$W_{\Delta\ell-1km} = \begin{bmatrix} A_{aa-\Delta\ell} & A_{ab-\Delta\ell} & A_{ac-\Delta\ell} & B_{aa-\Delta\ell} & B_{ab-\Delta\ell} & B_{ac-\Delta\ell} \\ A_{ba-\Delta\ell} & A_{bb-\Delta\ell} & A_{bc-\Delta\ell} & B_{ba-\Delta\ell} & B_{bb-\Delta\ell} & B_{bc-\Delta\ell} \\ A_{ca-\Delta\ell} & A_{cb-\Delta\ell} & A_{cc-\Delta\ell} & B_{ca-\Delta\ell} & B_{cb-\Delta\ell} & B_{cc-\Delta\ell} \\ C_{aa-\Delta\ell} & C_{ab-\Delta\ell} & C_{ac-\Delta\ell} & D_{aa-\Delta\ell} & D_{ab-\Delta\ell} & D_{ac-\Delta\ell} \\ C_{ba-\Delta\ell} & C_{bb-\Delta\ell} & C_{bc-\Delta\ell} & D_{ba-\Delta\ell} & D_{bb-\Delta\ell} & D_{bc-\Delta\ell} \\ C_{ca-\Delta\ell} & C_{cb-\Delta\ell} & C_{cc-\Delta\ell} & D_{ca-\Delta\ell} & D_{ab-\Delta\ell} & D_{cc-\Delta\ell} \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

5.3 Séries Equivalentes às Funções Hiperbólicas

A solução de propagação de ondas de uma linha utilizando séries finitas equivalentes às funções hiperbólicas é outra forma de modelagem para os diferentes tipos de linha. A modelagem consiste em substituir as funções hiperbólicas pelas séries finitas equivalentes, a qual podem ser aplicadas a matrizes no domínio das fases e desta maneira desconsiderar a representação modal.

Primeiramente na modelagem de linha monofásica consideramos o quadripolo da equação (4.39), então na definição dos elementos (A, B, C e D) são utilizadas as séries

equivalentes às funções hiperbólicas. Estas séries foram apresentadas anteriormente como séries de Maclaurin nas equações (4.33) e (4.34). Portanto, a definição dos elementos é:

$$A = \cosh \gamma x = 1 + \frac{(\gamma x)^2}{2!} + \frac{(\gamma x)^4}{4!} + \frac{(\gamma x)^6}{6!} + \dots \quad (5.58)$$

$$B = -Z_c * \sinh \gamma x = -Z_c * \left(\gamma x + \frac{(\gamma x)^3}{3!} + \frac{(\gamma x)^5}{5!} + \frac{(\gamma x)^7}{7!} + \dots \right) \quad (5.59)$$

$$C = -\frac{\sinh \gamma x}{Z_c} = -\frac{\left(\gamma x + \frac{(\gamma x)^3}{3!} + \frac{(\gamma x)^5}{5!} + \frac{(\gamma x)^7}{7!} + \dots \right)}{Z_c} \quad (5.60)$$

$$D = A \quad (5.61)$$

Sendo:

- $Z_c = \sqrt{Z/Y}$ a impedância característica da linha.
- $\gamma = \sqrt{Y \cdot Z}$, é a constante de propagação formada pela raiz do produto $Y \cdot Z$
- “ x ” é o comprimento da linha.

Para o caso de sistemas polifásicos os elementos (A, B, C e D) terão forma matricial, tendo em conta as definições (5.58) até (5.61).

Na representação para um sistema trifásico primeiramente são apresentadas as seguintes definições (5.62) e (5.63), que são úteis nas definições das sub-matrizes (A, B, C e D).

$$[\gamma x] = x \cdot \sqrt{\begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix}} \cdot \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

$$[Z_c] = \sqrt{\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}} \cdot \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix}^{-1} \quad (5.63)$$

Aplicando-se as definições das equações (5.58) até (5.61), e considerando as matrizes $[Z_c]$ e $[\gamma x]$, tem-se as equivalências das sub-matrizes (A, B, C e D) que correspondem a uma linha trifásica.

Na apresentação das seguintes equações, a matriz impedância característica será apresentada por $[Z_c]$.

$$\begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} & A_{ac} \\ A_{ba} & A_{bb} & A_{bc} \\ A_{ca} & A_{cb} & A_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{\left(\begin{bmatrix} \gamma_{aa} & \gamma_{ab} & \gamma_{ac} \\ \gamma_{ba} & \gamma_{bb} & \gamma_{bc} \\ \gamma_{ca} & \gamma_{cb} & \gamma_{cc} \end{bmatrix} \cdot x \right)^2}{2!} + \frac{\left(\begin{bmatrix} \gamma_{aa} & \gamma_{ab} & \gamma_{ac} \\ \gamma_{ba} & \gamma_{bb} & \gamma_{bc} \\ \gamma_{ca} & \gamma_{cb} & \gamma_{cc} \end{bmatrix} \cdot x \right)^4}{4!} + \dots \quad (5.64)$$

$$\begin{bmatrix} B_{aa} & B_{ab} & B_{ac} \\ B_{ba} & B_{bb} & B_{bc} \\ B_{ca} & B_{cb} & B_{cc} \end{bmatrix} = -[Z_c] \cdot \left(\begin{bmatrix} \gamma_{aa} & \gamma_{ab} & \gamma_{ac} \\ \gamma_{ba} & \gamma_{bb} & \gamma_{bc} \\ \gamma_{ca} & \gamma_{cb} & \gamma_{cc} \end{bmatrix} \cdot x \right) + \frac{\left(\begin{bmatrix} \gamma_{aa} & \gamma_{ab} & \gamma_{ac} \\ \gamma_{ba} & \gamma_{bb} & \gamma_{bc} \\ \gamma_{ca} & \gamma_{cb} & \gamma_{cc} \end{bmatrix} \cdot x \right)^3}{3!} + \frac{\left(\begin{bmatrix} \gamma_{aa} & \gamma_{ab} & \gamma_{ac} \\ \gamma_{ba} & \gamma_{bb} & \gamma_{bc} \\ \gamma_{ca} & \gamma_{cb} & \gamma_{cc} \end{bmatrix} \cdot x \right)^5}{5!} + \dots \quad (5.65)$$

$$\begin{bmatrix} C_{aa} & C_{ab} & C_{ac} \\ C_{ba} & C_{bb} & C_{bc} \\ C_{ca} & C_{cb} & C_{cc} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \gamma_{aa} & \gamma_{ab} & \gamma_{ac} \\ \gamma_{ba} & \gamma_{bb} & \gamma_{bc} \\ \gamma_{ca} & \gamma_{cb} & \gamma_{cc} \end{bmatrix} \cdot x \right) + \frac{\left(\begin{bmatrix} \gamma_{aa} & \gamma_{ab} & \gamma_{ac} \\ \gamma_{ba} & \gamma_{bb} & \gamma_{bc} \\ \gamma_{ca} & \gamma_{cb} & \gamma_{cc} \end{bmatrix} \cdot x \right)^3}{3!} + \frac{\left(\begin{bmatrix} \gamma_{aa} & \gamma_{ab} & \gamma_{ac} \\ \gamma_{ba} & \gamma_{bb} & \gamma_{bc} \\ \gamma_{ca} & \gamma_{cb} & \gamma_{cc} \end{bmatrix} \cdot x \right)^5}{5!} + \dots \cdot [Z_c]^{-1} \quad (5.66)$$

$$\begin{bmatrix} D_{aa} & D_{ab} & D_{ac} \\ D_{ba} & D_{bb} & D_{bc} \\ D_{ca} & D_{cb} & D_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} & A_{ac} \\ A_{ba} & A_{bb} & A_{bc} \\ A_{ca} & A_{cb} & A_{cc} \end{bmatrix} \quad (5.67)$$

Todas as sub-matrizes (A, B, C e D), neste caso estão determinadas para um comprimento “x” definido pelo comprimento da linha em estudo ou trecho da linha sem transposição. Portanto, agora é possível por meio do método de séries equivalentes, modelar a propagação de onda na linha de transmissão diretamente no domínio das fases.

As séries de Maclaren presentes nas equações (5.64), (5.65) e (5.66) convergem rapidamente para os valores de “ γx ” usualmente encontrados para as linhas de transmissão, sendo que uma precisão suficiente para frequência fundamental é obtida calculando apenas

os primeiros termos de cada série e para frequências maiores é necessário usar mais termos da série.

Finalmente, as duas formas de solução de propagação de onda no domínio das fases são fáceis de utilização para as representações de linhas de transmissão. A representação em quadrante pode representar a linha para qualquer frequência. No entanto, para a representação em fase com séries de Maclaurin é preciso calcular mais termos da série quando se requer representações de linha para frequências maiores do que a fundamental.

VI

FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA (QUADRIPOLOS) EM LINHAS DE TRANSMISSÃO

A modelagem matemática da propagação de onda de uma linha de transmissão é descrita através de funções de transferência. Esta função matemática representa o comportamento elétrico da linha.

Tendo em conta que os parâmetros longitudinais da linha variam com a frequência, neste capítulo será observado o comportamento dos elementos da matriz de transferência em função da frequência. Também serão analisadas as funções de transferência na frequência fundamental de 60 Hz para os vários tipos de representação de linha em análise. Observando os elementos da matriz de transferência será possível comparar as representações de uma linha com transposição ideal e com transposição real em função da frequência.

As soluções de propagação de onda em linhas monofásicas e polifásicas foram apresentadas nos capítulos 4 e 5. As três formas de solução de propagação de onda (funções hiperbólicas, quadrado e séries equivalentes às funções hiperbólicas) serão utilizadas para obter as matrizes de transferência dos diferentes tipos de representação de linha em análise.

Considerando um sistema monofásico e retomando as definições das equações (4.35) até (4.38), tem-se a representação de quadripolo correspondente à linha de transmissão monofásica com seus respectivos elementos.

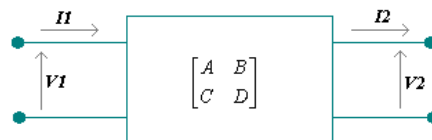


Fig. 6.1: Representação de linha monofásica na forma de quadripolo.

Um quadripolo de uma linha monofásica tem duas variáveis de entrada e duas variáveis de saída como foi mostrado na Fig. 6.1. No quadripolo de uma linha monofásica os elementos A, B, C e D são números complexos definidos em função dos parâmetros elétricos (impedância Z e admitância Y) e do comprimento da linha.

Finalmente a representação matricial de um quadripolo de uma linha monofásica é a seguinte, na configuração para aplicação em cascata:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

6.1 Apresentação da Função de Transferência para Linha Idealmente Transposta

A função de transferência para uma linha trifásica idealmente transposta é diretamente relacionada com seus parâmetros elétricos. Os parâmetros elétricos da LIT (matriz impedância longitudinal e matriz admitância transversal) como já foi dito são matrizes onde seus termos fora da diagonal são iguais entre si e seus termos próprios são iguais entre si.

Na Fig 6.2 é apresentada a função de transferência na forma de quadripolo para uma linha trifásica idealmente transposta onde as sub-matrizes de transferência estão no domínio das fases.

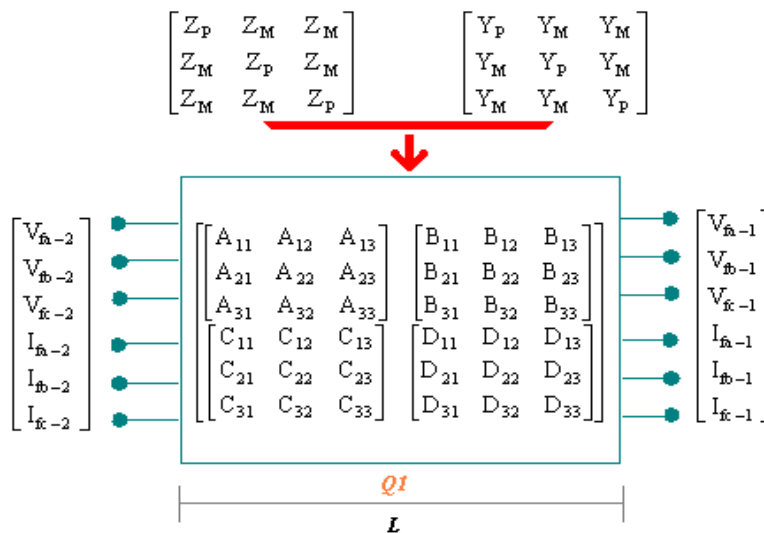


Fig. 6.2: Representação da propagação de onda da linha trifásica LIT na forma de um quadripolo.

Usualmente na solução de propagação de ondas em sistemas polifásicos são utilizadas transformações modais para obter soluções sem acoplamento mútuo, ou seja, para se trabalhar com matrizes diagonais. Então, para representar a linha numa função de transferência (quadripolo trifásico) as matrizes de parâmetros de LIT são transformadas em componentes modais e nestes elementos modais são aplicadas as funções hiperbólicas. Para voltar novamente para o domínio das fases utiliza-se novamente as matrizes de transformação fase-modo.

Usualmente, numa linha considerada idealmente transposta a transformação de Clarke é utilizada para diagonalizar a matriz em fase, obtendo-se os modos naturais. Esta transformação é baseada na decomposição das correntes nos condutores conforme a Fig. 5.3.

As matrizes de transformação de Clarke relacionadas à tensão e corrente são iguais, tal como foi apresentado no capítulo 5.

$$T_v = T_i = T \quad (6.2)$$

Depois de diagonalizadas as matrizes de parâmetros elétricos, são calculadas as matrizes de impedância característica Z_{cm} e constante de propagação γ_m também diagonais. Considerando que para LIT, $Z_{cm} = Z_{cm-IT}$ e $\gamma_m = \gamma_{m-IT}$, são apresentadas as matrizes:

$$\gamma_m = \sqrt{\begin{bmatrix} Y_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{m3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{m3} \end{bmatrix}} \quad (6.3)$$

$$Z_{cm} = \sqrt{\begin{bmatrix} Z_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{m3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{m3} \end{bmatrix}^{-1}} \quad (6.4)$$

Obtidas as matrizes de parâmetros, Z_{cm} e γ_m em componentes modais, trabalha-se com os elementos diagonais, e desta maneira é possível aplicar as funções hiperbólicas nos elementos das matrizes como se estivéssemos operando escalares, os valores de tensão e corrente também são apresentados em modos. A função de transferência em componentes modais é apresentada na seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} V_{m1-2} \\ V_{m2-2} \\ V_{m3-2} \\ I_{m1-2} \\ I_{m2-2} \\ I_{m3-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & A_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & A_{m3} \\ C_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & C_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & C_{m3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & B_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & B_{m3} \\ D_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & D_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & D_{m3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{m1-1} \\ V_{m2-1} \\ V_{m3-1} \\ I_{m1-1} \\ I_{m2-1} \\ I_{m3-1} \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Uma forma de representação mais simples de (6.5) tem-se:

$$\begin{bmatrix} V_{m-2} \\ I_{m-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & B_m \\ C_m & A_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{m-1} \\ I_{m-1} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Voltando à representação em fase considerando o caso de linha geral, utilizar-se-ia as transformações (5.46) e (5.47) em (6.6). Então;

$$\begin{bmatrix} T_v^{-1} \cdot V_{f-2} \\ T_i^{-1} \cdot I_{f-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & B_m \\ C_m & A_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_v^{-1} \cdot V_{f-1} \\ T_i^{-1} \cdot I_{f-1} \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$$\begin{bmatrix} V_{f-2} \\ I_{f-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_v \cdot A_m \cdot T_v^{-1} & T_v \cdot B_m \cdot T_i^{-1} \\ T_i \cdot C_m \cdot T_v^{-1} & T_i \cdot A_m \cdot T_i^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{f-1} \\ I_{f-1} \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

Lembrando-se do capítulo 5 e (6.2), numa linha idealmente transposta as suas transformações relacionadas à tensão e corrente são iguais. Portanto aplicando (6.2) em (6.8), tem-se:

$$\begin{bmatrix} V_{f-2} \\ I_{f-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \cdot A_m \cdot T^{-1} & T \cdot B_m \cdot T^{-1} \\ T \cdot C_m \cdot T^{-1} & T \cdot A_m \cdot T^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{f-1} \\ I_{f-1} \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

Aplicadas as transformações nas sub-matrizes de transferência de (6.9) é obtida a matriz de transferência em fase:

$$\begin{bmatrix} V_{fa-2} \\ V_{fb-2} \\ V_{fc-2} \\ I_{fa-2} \\ I_{fb-2} \\ I_{fc-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & B_{31} & B_{32} & B_{33} \\ C_{11} & C_{12} & C_{13} & D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{fa-1} \\ V_{fb-1} \\ V_{fc-1} \\ I_{fa-1} \\ I_{fb-1} \\ I_{fc-1} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Na função de transferência (6.10) pode-se perceber que as sub-matrizes de transferência (A, B, C e D) em fase têm ordem três. Portanto, a matriz de transferência total

será de ordem seis, a qual representa a função de transferência da propagação de onda de uma linha trifásica. Os valores em fase calculados da matriz de transferência são função do comprimento e têm dependência com a frequência.

Agora como exemplo é apresentada a sub-matriz de transferência A_{ij-f} no domínio das fases de uma linha idealmente transposta definida para a frequência de 60 Hz e comprimento total de 300 km.

$$A_{ij-f} = \begin{bmatrix} +0,8870 + 0,0170i & -0,0397 + 0,0118i & -0,0397 + 0,0118i \\ -0,0397 + 0,0118i & +0,8870 + 0,0170i & -0,0397 + 0,0118i \\ -0,0397 + 0,0118i & -0,0397 + 0,0118i & +0,8870 + 0,0170i \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

6.1.1 Utilizando Representação em Quadramento

A modelagem de uma linha idealmente transposta utilizando a representação em quadramento é feita diretamente no domínio das fases, tal como foi definido no capítulo 5. Na Fig. 6.3. são mostradas as funções de transferência na forma de quadripolos em cascata para a representação da linha idealmente transposta com quadramento para um comprimento total “L”.

Na representação em quadramento para um sistema trifásico de LIT, a equação matricial que representa a função de transferência tem a forma da equação (6.10). Esta definição é para um pequeno trecho de linha, então a modelagem do comprimento total da linha será através da associação das pequenas funções de transferência em cascata.

O esquema de representação por quadramento de uma linha de transmissão com comprimento total de 300 km está mostrado na Fig. 6.3.

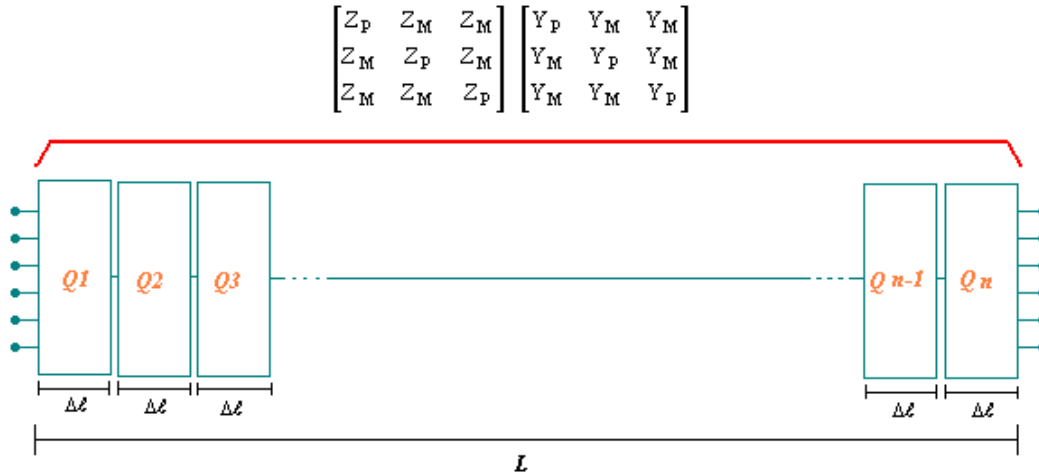


Fig. 6.3: Representação de linha trifásica LIT na forma de circuitos *pi* em cascata.

Observando-se na Fig. 6.3. se tem cada Q_i com sua respectiva função de transferência correspondente a $\Delta\ell = 1\text{km}$.

A modelagem de uma linha de transmissão utilizando quadramento é mais simples do que utilizando funções hiperbólicas, já que toda a representação é realizada no domínio das fases e sem a necessidade de transformações modais.

Finalmente é apresentada a sub-matriz de transferência A_{ij-f} de uma linha idealmente transposta de comprimento total de 300 km, na qual foi utilizada a representação em quadramento com parâmetros elétricos definidos para 60 Hz.

$$A_{ij-f} = \begin{bmatrix} +0,8870 + 0,0170i & -0,0397 + 0,0118i & -0,0397 + 0,0118i \\ -0,0397 + 0,0118i & +0,8870 + 0,0170i & -0,0397 + 0,0118i \\ -0,0397 + 0,0118i & -0,0397 + 0,0118i & +0,8870 + 0,0170i \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

6.1.2 Utilizando Representação com Séries Equivalentes

A utilização da representação das funções hiperbólicas através de séries equivalentes na modelagem de uma linha idealmente transposta é um método bem prático como foi apresentado no capítulo 5, o qual é desenvolvido no domínio das fases e é útil para linhas transpostas ou não transpostas.

As modelagens utilizando funções hiperbólicas ou séries equivalentes representam a propagação de onda da linha por meio de uma única função de transferência que está

definida para o comprimento total da linha em análise. A forma do quadripolo é a da Fig. 6.2.

Na representação por séries equivalentes de uma linha idealmente transposta, primeiramente se tem as seguintes definições:

$$\gamma_{IT} = \sqrt{\begin{bmatrix} Y_P & Y_M & Y_M \\ Y_M & Y_P & Y_M \\ Y_M & Y_M & Y_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_P & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_P & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_P \end{bmatrix}} \quad (6.13)$$

$$Z_{c-IT} = \sqrt{\begin{bmatrix} Z_P & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_P & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_P & Y_M & Y_M \\ Y_M & Y_P & Y_M \\ Y_M & Y_M & Y_P \end{bmatrix}^{-1}} \quad (6.14)$$

Na seguinte equação é apresentada como exemplo a sub-matriz A_{ij-f} da matriz de transferência total de uma linha idealmente transposta, na qual foi utilizada a representação com séries equivalentes definidas para um comprimento de 300 km e frequência 60 Hz.

$$A_{ij-f} = \begin{bmatrix} +0,8870 + 0,0170i & -0,0397 + 0,0118i & -0,0397 + 0,0118i \\ -0,0397 + 0,0118i & +0,8870 + 0,0170i & -0,0397 + 0,0118i \\ -0,0397 + 0,0118i & -0,0397 + 0,0118i & +0,8870 + 0,0170i \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

6.2 Apresentação da Função de Transferência para Linha não Transposta

Na modelagem da propagação de onda de uma linha não transposta é possível utilizar a representação hiperbólica (modelo de linha longa). A função de transferência terá a mesma forma que a da representação hiperbólica de linha idealmente transposta com a diferença de que a matriz de transformação modal é obtida a partir dos autovetores.

Primeiramente a linha não transposta tem os elementos próprios da sua matriz impedância e matriz admitância diferentes entre si, de igual forma para os termos mútuos têm uma diferença entre si.

As matrizes de parâmetros de linha não transposta transformadas em parâmetros modais foram apresentadas no capítulo 5. Para visualizar melhor é mostrada a Fig 6.4.

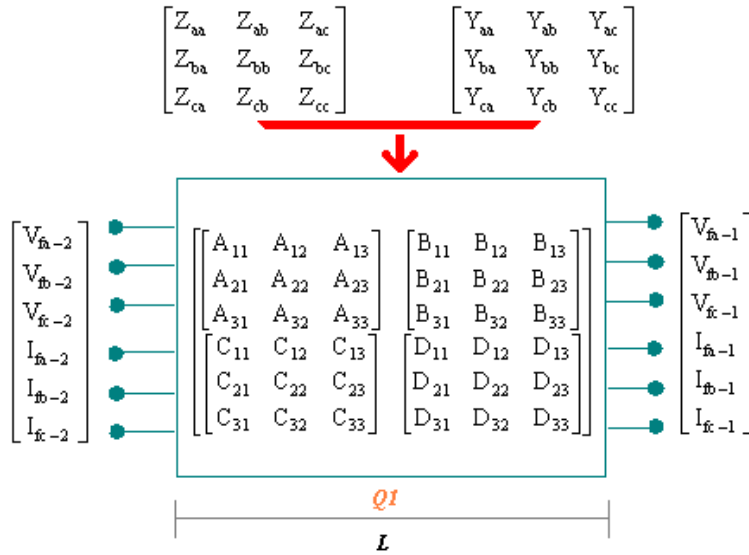


Fig. 6.4: Representação de linha trifásica LNT na forma de um quadripolo.

Na Fig. 6.4 estão apresentadas as matrizes de parâmetros de linha não transposta (Z_{NT} e Y_{NT}), as quais são transformadas em matrizes diagonais utilizando matrizes de transformação formadas por seus autovetores. Desta forma é possível obter a transformação modal exata de uma linha não transposta.

No capítulo 5 foram apresentadas as duas matrizes de transformação, uma delas relacionada à tensão T_v e outra relacionada à corrente T_i , em função da frequência. Então, por exemplo, se se deseja uma função de transferência de uma linha não transposta para a frequência de 60 Hz, serão definidas as matrizes de transformação à mesma frequência.

Depois de obter as transformações das matrizes (Z_{NT} e Y_{NT}), tem-se as matrizes modais apresentadas como Z_{m-NT} e Y_{m-NT} , e tem a forma de (5.54) e (5.55), então da mesma forma que (6.3) e (6.4) são obtidas as matrizes Z_{cm-NT} e γ_{m-NT} modais correspondentes à impedância característica e constante de propagação modais, sendo estas matrizes diagonais utilizadas na definição das sub-matrizes (A, B, C e D).

Agora, por exemplo, para representar uma linha não transposta em componentes modais para um comprimento de 300 km, tem-se:

$$\begin{bmatrix} V_{m-2} \\ I_{m-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{m-300km} & B_{m-300km} \\ C_{m-300km} & A_{m-300km} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{m-1} \\ I_{m-1} \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

Aplicando as transformações (5.46) e (5.47) em (6.16), tem-se.

$$\begin{bmatrix} V_{f2} \\ I_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_v \cdot A_{m-300km} \cdot T_v^{-1} & T_v \cdot B_{m-300km} \cdot T_i^{-1} \\ T_i \cdot C_{m-300km} \cdot T_v^{-1} & T_i \cdot A_{m-300km} \cdot T_i^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{f1} \\ I_{f1} \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

Os valores no domínio das fases das tensões e correntes no início e final da linha não transposta de 300 km são mostrados em (6.18) e (6.19), respectivamente.

$$\begin{bmatrix} V_{f1} \\ I_{f1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{f1-a} \\ V_{f1-b} \\ V_{f1-c} \\ I_{f1-a} \\ I_{f1-b} \\ I_{f1-c} \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

$$\begin{bmatrix} V_{f2} \\ I_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{f2-a-300km} \\ V_{f2-b-300km} \\ V_{f2-c-300km} \\ I_{f2-a-300km} \\ I_{f2-b-300km} \\ I_{f2-c-300km} \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

Considerando que a equação matricial de uma linha não transposta tem a forma de (6.10), é apresentada a sub-matriz A_{ij-f} de transferência no domínio das fases de uma linha não transposta definida para um comprimento total de 300 km e frequência de 60 Hz.

$$A_{ij-f} = \begin{bmatrix} +0,8845 + 0,0174i & -0,0354 + 0,0105i & -0,0418 + 0,0126i \\ -0,0425 + 0,0124i & +0,8935 + 0,0162i & -0,0425 + 0,0124i \\ -0,0418 + 0,0126i & -0,0354 + 0,0105i & +0,8845 + 0,0174i \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

6.2.1 Utilizando Representação em Quadramento

A modelagem da propagação de onda de uma linha não transposta através da representação em quadramento tem a mesma forma que a de linha idealmente transposta. Na Fig. 6.5 são apresentadas as funções de transferência obtida através de quadripolos em cascata de uma LNT de 300 km.

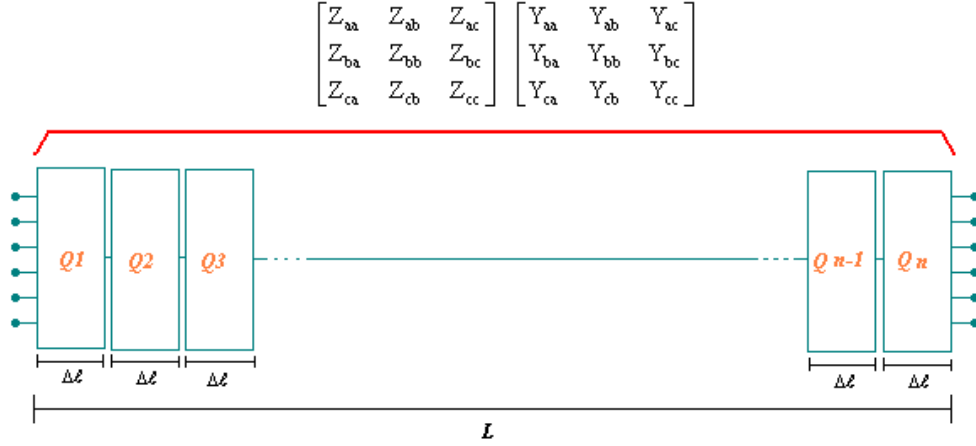


Fig. 6.5: Representação de linha trifásica LNT na forma de circuitos π em cascata.

As definições das sub-matrizes (A, B, C e D) de LNT por quadramento estão apresentadas em (5.57) até (5.60). A sub-matriz de transferência A_{ij-f} de uma linha não transposta definida para um comprimento total de 300 km e frequência de 60 Hz é apresentada em (6.21).

$$A_{ij-f} = \begin{bmatrix} +0,8845 + 0,0174i & -0,0354 + 0,0105i & -0,0418 + 0,0126i \\ -0,0425 + 0,0124i & +0,8935 + 0,0162i & -0,0425 + 0,0124i \\ -0,0418 + 0,0126i & -0,0354 + 0,0105i & +0,8845 + 0,0174i \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

6.2.2 Utilizando Representação com Séries Equivalentes

A modelagem da propagação de onda de uma linha não transposta utilizando a representação das funções hiperbólicas através de séries equivalentes é igual à representação para linha idealmente transposta.

As representações em séries equivalentes feitas no domínio das fases precisam da impedância característica e constante de propagação, as quais para a modelagem de linha não transposta são apresentadas nas seguintes equações.

$$\gamma_{NT} = \sqrt{\begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}} \quad (6.22)$$

$$Z_{c-NT} = \sqrt{\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix}^{-1}} \quad (6.23)$$

Utilizando as equações (6.22) e (6.23) é possível obter as sub-matrizes (A, B, C e D), aplicando as definições das equações (5.68) até (5.71).

A função de transferência na forma de quadripolo para linha não transposta, na qual foram utilizadas séries equivalentes é apresentada na Fig. 6.4.

A seguir é apresentada a sub-matriz A_{ij-f} da matriz de transferência de uma linha não transposta utilizando séries equivalentes às funções hiperbólicas, definida para um comprimento de 300 km e frequência de 60 Hz.

$$A_{ij-f} = \begin{bmatrix} +0,8845 + 0,0174i & -0,0354 + 0,0105i & -0,0418 + 0,0126i \\ -0,0425 + 0,0124i & +0,8935 + 0,0162i & -0,0425 + 0,0124i \\ -0,0418 + 0,0126i & -0,0354 + 0,0105i & +0,8845 + 0,0174i \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

6.3 Apresentação da Função de Transferência para Linha com Transposição Real

A linha com transposição real estudada foi dividida em quatro trechos, ou seja, utilizam-se três estruturas de transposição e desta maneira as posições das fases no início da linha serão iguais às posições no final da linha. Portanto, uma linha com comprimento total de 300 km é dividida como na Fig. 6.6.

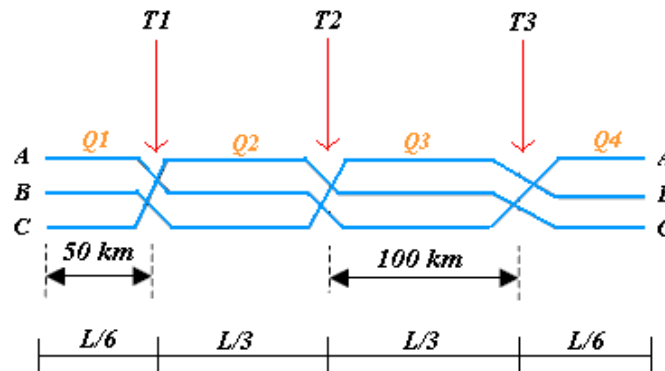


Fig. 6.6: Esquema de linha trifásica de 300 km com transposição.

Na modelagem da linha com transposição real cada trecho de linha é uma pequena linha não transposta, então a linha com ciclo de transposição completo será composto por quatro pequenas linhas. Na Fig. 6.6. pode-se observar a linha com transposição real na forma de quadripolos (Fig. 6.7).

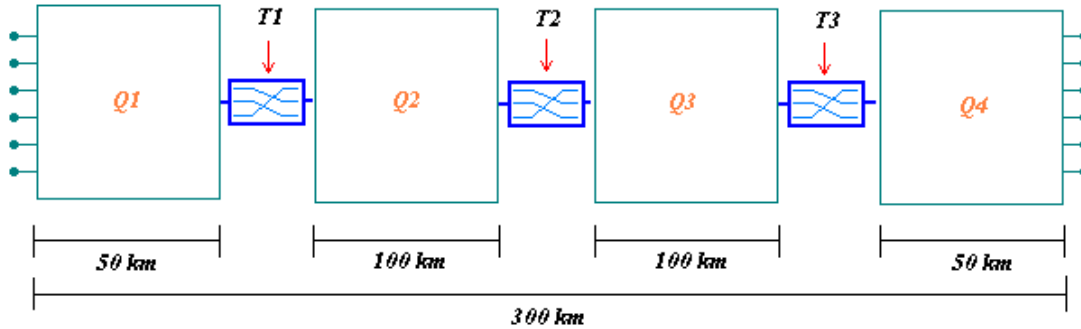


Fig. 6.7: Representação de linha trifásica com transposição real na forma de quadripolos.

O primeiro trecho tem um comprimento de 50 km e é apresentado como uma pequena linha não transposta, na qual aplicando a forma de (6.8), se obtém a função de transferência para Q1.

$$\begin{bmatrix} V_{f-2} \\ I_{f-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_v \cdot A_{m-50km} \cdot T_v^{-1} & T_v \cdot B_{m-50km} \cdot T_i^{-1} \\ T_i \cdot C_{m-50km} \cdot T_v^{-1} & T_i \cdot A_{m-50km} \cdot T_i^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{f-1} \\ I_{f-1} \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

De (6.25) é apresentada a sub-matriz de transferência para o pequeno trecho Q1 de 50 km, definido para a frequência de 60 Hz.

$$A_{50} = \begin{bmatrix} +0,9967 + 0,0005i & -0,0010 + 0,0003i & -0,0012 + 0,0004i \\ -0,0012 + 0,0004i & +0,9970 + 0,0005i & -0,0012 + 0,0004i \\ -0,0012 + 0,0004i & -0,0010 + 0,0003i & +0,9967 + 0,0005i \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

Continuando a modelagem se tem a primeira transposição T1, que consiste na troca das posições das fases, então depois de T1 os valores de tensão e corrente no final do primeiro trecho serão os valores iniciais do segundo trecho, considerando que para o trecho dois, suas posições das fases estão modificadas devido à aplicação de (6.27).

$$\begin{bmatrix} V_{fc-1} \\ V_{fa-1} \\ V_{fb-1} \\ I_{fc-1} \\ I_{fa-1} \\ I_{fb-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{fa-2} \\ V_{fb-2} \\ V_{fc-2} \\ I_{fa-2} \\ I_{fb-2} \\ I_{fc-2} \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

Em (6.28) é apresentada a sub-matriz A_{ij-f} depois de ter aplicado a transposição T1.

$$A_{50T} = \begin{bmatrix} +0,9967 + 0,0005i & -0,0012 + 0,0004i & -0,0010 + 0,0003i \\ -0,0012 + 0,0004i & +0,9967 + 0,0005i & -0,0010 + 0,0003i \\ -0,0012 + 0,0004i & -0,0012 + 0,0004i & +0,9970 + 0,0005i \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

Para a análise do segundo trecho se utiliza novamente a função de transferência, em modos para um trecho de 100 km. Então a representação matricial da função de transferência para o segundo trecho Q2 é mostrada na seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} V_{f2} \\ I_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_v \cdot A_{m-100km} \cdot T_v^{-1} & T_v \cdot B_{m-100km} \cdot T_i^{-1} \\ T_i \cdot C_{m-100km} \cdot T_v^{-1} & T_i \cdot A_{m-100km} \cdot T_i^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{f1} \\ I_{f1} \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

Na seguinte equação é apresentada a sub-matriz produto A_{ij-f} para a linha de 150 km com transposição T1.

$$A_{150} = \begin{bmatrix} +0,9705 + 0,0045i & -0,0118 + 0,0033i & -0,0081 + 0,0028i \\ -0,0118 + 0,0034i & +0,9710 + 0,0046i & -0,0092 + 0,0028i \\ -0,0099 + 0,0032i & -0,0108 + 0,0032i & +0,9724 + 0,0042i \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

Na segunda transposição T2 ocorre outra mudança das posições das fases devido à (6.31), tendo em conta que os valores finais do segundo trecho serão os valores iniciais para o terceiro trecho, como mostrado na seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} V_{fb-1} \\ V_{fc-1} \\ V_{fa-1} \\ I_{fb-1} \\ I_{fc-1} \\ I_{fa-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{fc-2} \\ V_{fa-2} \\ V_{fb-2} \\ I_{fc-2} \\ I_{fa-2} \\ I_{fb-2} \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

Em (6.32) é apresentada a sub-matriz A_{ij-f} depois de ter aplicado a transposição T2.

$$A_{150T} = \begin{bmatrix} +0,9710 + 0,0046i & -0,0092 + 0,0028i & -0,0118 + 0,0034i \\ -0,0108 + 0,0032i & +0,9724 + 0,0042i & -0,0099 + 0,0032i \\ -0,0118 + 0,0033i & -0,0081 + 0,0028i & +0,9705 + 0,0045i \end{bmatrix} \quad (6.32)$$

A matriz de transferência equivalente produto da cascata Q1, T1, Q2, T2 e Q3 para 250 km é apresentada a seguir.

$$A_{250} = \begin{bmatrix} +0,9223 + 0,0115i & -0,0288 + 0,0088i & -0,0262 + 0,0083i \\ -0,0249 + 0,0079i & +0,9195 + 0,0124i & -0,0312 + 0,0086i \\ -0,0241 + 0,0078i & -0,0326 + 0,0090i & +0,9212 + 0,0121i \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

Com a terceira transposição, fisicamente é possível retornar às posições das fases do primeiro trecho, como mostrado em (6.34).

$$\begin{bmatrix} V_{fa-1} \\ V_{fb-1} \\ V_{fc-1} \\ I_{fa-1} \\ I_{fb-1} \\ I_{fc-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{fb-2} \\ V_{fc-2} \\ V_{fa-2} \\ I_{fb-2} \\ I_{fc-2} \\ I_{fa-2} \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

Na seguinte equação (6.35) é apresentada a sub-matriz A_{ij-f} depois de aplicar a terceira transposição T3.

$$A_{250T} = \begin{bmatrix} +0,9211 + 0,0121i & -0,0241 + 0,0078i & -0,0326 + 0,0090i \\ -0,0262 + 0,0083i & +0,9223 + 0,0115i & -0,0288 + 0,0088i \\ -0,0312 + 0,0086i & -0,0249 + 0,0079i & +0,9195 + 0,0124i \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

O último trecho Q4 é igual do trecho Q1, já que seus comprimentos e estrutura de linha são iguais. Em (6.36) é apresentada a sub-matriz A_{ij-f} , a qual é a representação total da linha, produto das funções de transferência em cascata Q1, Q2, Q3 e Q4 com as respectivas transposições. Então a sub-matriz final A_{ij-f} para a linha com ciclo de transposição completo para frequência de 60 Hz e comprimento total de 300 km é apresentada em (6.36).

$$A_{ij-f} = \begin{bmatrix} +0,8875 + 0,0167i & -0,0379 + 0,0118i & -0,0407 + 0,0121i \\ -0,0366 + 0,0115i & +0,8869 + 0,0170i & -0,0428 + 0,0122i \\ -0,0387 + 0,0116i & -0,0417 + 0,0120i & +0,8864 + 0,0173i \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

Em resumo as matrizes de transferência incluindo as transposições foram apresentadas em função do comprimento e frequência definida, mostradas da seguinte maneira:

Sub-matriz A_{ij-f} para: Q1; 50 km - (6.26)

Sub-matriz A_{ij-f} para: Q1+T1; 50 km - (6.28)

Sub-matriz A_{ij-f} para: Q1+T1+Q2; 150 km - (6.30)

Sub-matriz A_{ij-f} para: Q1+T1+Q2+T2; 150 km - (6.32)

Sub-matriz A_{ij-f} para: Q1+T1+Q2+T2+Q3; 250 km - (6.33)

Sub-matriz A_{ij-f} para: Q1+T1+Q2+T2+Q3+T3; 250 km - (6.35)

Sub-matriz A_{ij-f} para: Q1+T1+Q2+T2+Q3+T3+Q4; 300 km - (6.36)

As sub-matrizes de transferência apresentadas anteriormente são matrizes não simétricas. Esta particularidade das matrizes está explicada no apêndice “A”.

6.3.1 Utilizando Representação em Quadramento

A linha com transposição real foi obtida também através do quadramento representando trechos de linha não transposta e as transposições. A transposição ocorrerá em alguns pontos ao longo da linha como mostrado na Fig. 6.8. No modelo em quadramento utilizado, cada pequena função de transferência foi de 1 km, o primeiro trecho teve 50 segmentos de linha, o segundo e terceiro trecho tiveram 100 segmentos de linha em quadramento cada um. Para o último trecho foram 50 segmentos de linha que finalizam os últimos 50 km. O esquema de toda a linha em quadramento com ciclo de transposição completo está mostrado na Fig. 6.8.

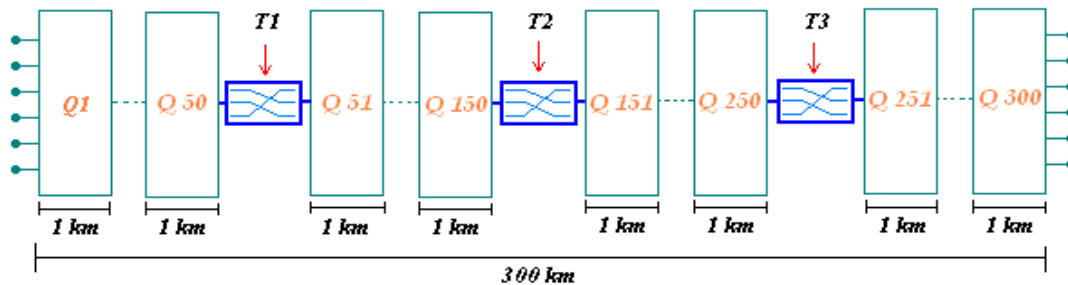


Fig. 6.8: Representação de linha trifásica com transposição na forma de circuitos π em cascata.

A linha de transmissão foi modelada em pequenos segmentos, tendo em conta que eles estão conectados em cascata ao longo do seu comprimento, considerando novamente que os valores finais da linha num primeiro segmento vão ser os valores iniciais para o segundo segmento e assim sucessivamente.

Para fazer a transposição se aplica a mesma equação de (6.27), utilizada para representar a primeira transposição T1 . Para as outras transposições T2 e T3 são utilizadas as equações (6.31) e (6.34), respectivamente.

Finalmente se pode observar que os valores das sub-matrizes de transferência (6.37) até (6.43) utilizando a representação em quadramento são iguais aos valores da modelagem utilizando funções hiperbólicas.

A seguir são mostradas as sub-matrizes A_{ij-f} da matriz de transferência para vários comprimentos de linha, incluindo as transposições.

Sub-matriz A_{ij-f} - Trecho Q (1-50)

$$A_{50} = \begin{bmatrix} +0,9967 + 0,0005i & -0,0010 + 0,0003i & -0,0012 + 0,0004i \\ -0,0012 + 0,0004i & +0,9970 + 0,0005i & -0,0012 + 0,0004i \\ -0,0012 + 0,0004i & -0,0010 + 0,0003i & +0,9967 + 0,0005i \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

Sub-matriz A_{ij-f} - Trecho Q(1-50)+T1

$$A_{50T} = \begin{bmatrix} +0,9967 + 0,0005i & -0,0012 + 0,0004i & -0,0010 + 0,0003i \\ -0,0012 + 0,0004i & +0,9967 + 0,0005i & -0,0010 + 0,0003i \\ -0,0012 + 0,0004i & -0,0012 + 0,0004i & +0,9970 + 0,0005i \end{bmatrix} \quad (6.38)$$

Sub-matriz A_{ij-f} - Trecho Q(1-50)+T1+Q(51-150)

$$A_{150} = \begin{bmatrix} +0,9705 + 0,0045i & -0,0118 + 0,0033i & -0,0081 + 0,0028i \\ -0,0118 + 0,0034i & +0,9710 + 0,0046i & -0,0092 + 0,0028i \\ -0,0099 + 0,0032i & -0,0108 + 0,0032i & +0,9724 + 0,0042i \end{bmatrix} \quad (6.39)$$

Sub-matriz A_{ij-f} - Trecho Q(1-50)+T1+Q(51-150)+T2

$$A_{150T} = \begin{bmatrix} +0,9710 + 0,0046i & -0,0092 + 0,0028i & -0,0118 + 0,0034i \\ -0,0108 + 0,0032i & +0,9724 + 0,0042i & -0,0099 + 0,0032i \\ -0,0118 + 0,0033i & -0,0081 + 0,0028i & +0,9705 + 0,0045i \end{bmatrix} \quad (6.40)$$

Sub-matriz A_{ij-f} - Trecho Q(1-50)+T1+Q(51-150)+T2+Q(151-250)

$$A_{250} = \begin{bmatrix} +0,9223+0,0115i & -0,0288+0,0088i & -0,0262+0,0083i \\ -0,0249+0,0079i & +0,9195+0,0124i & -0,0312+0,0086i \\ -0,0241+0,0078i & -0,0326+0,0090i & +0,9211+0,0121i \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

Sub-matriz A_{ij-f} - Trecho Q(1-50)+T1+Q(51-150)+T2+Q(151-250)+T3

$$A_{250T} = \begin{bmatrix} +0,9211+0,0121i & -0,0241+0,0078i & -0,0326+0,0090i \\ -0,0262+0,0083i & +0,9223+0,0115i & -0,0288+0,0088i \\ -0,0312+0,0086i & -0,0249+0,0079i & +0,9195+0,0124i \end{bmatrix} \quad (6.42)$$

Sub-matriz A_{ij-f} - Trecho Q(1-50)+T1+Q(51-150)+T2+Q(151-250)+T3+ Q(251-300)

$$A_{ij-f} = \begin{bmatrix} +0,8875+0,0167i & -0,0379+0,0118i & -0,0407+0,0121i \\ -0,0366+0,0115i & +0,8869+0,0170i & -0,0428+0,0122i \\ -0,0387+0,0116i & -0,0417+0,0120i & +0,8864+0,0173i \end{bmatrix} \quad (6.43)$$

6.3.2 Utilizando Representação com Séries Equivalentes

A representação de linha com transposição real utilizando séries equivalentes tem o mesmo esquema da Fig. 6.6. Sua representação na forma de quadripolo é mostrada na Fig. 6.7, considerando os trechos Q1, Q2, Q3 e Q4 como pequenas linhas não transpostas. Na representação dessas pequenas linhas são utilizadas novamente as equações (6.22) e (6.23), para a definição das sub-matrizes (A, B, C e D) mostradas nas equações (5.68) até (5.71), as quais estão definidas para os comprimentos dos trechos de linha.

A inclusão das transposições T1, T2 e T3 é aplicada da mesma forma que nas outras formas de representação. Desta forma será possível modelar a linha utilizando a representação em séries equivalentes às funções hiperbólicas.

Os valores obtidos da sub-matriz transferência A_{ij-f} utilizando séries equivalentes correspondente à linha com transposição real de quatro trechos são iguais aos valores da sub-matriz A_{ij-f} calculada com funções hiperbólicas. As sub-matrizes de transferência A_{ij-f} calculadas utilizando séries equivalentes, quadramento e funções hiperbólicas são iguais.

Finalmente modelar a propagação de onda numa linha utilizando as representações em quadramento é mais simples do que usar funções hiperbólicas porque o desenvolvimento é diretamente no domínio das fases, já que na representação utilizando funções hiperbólicas se trabalha em componentes modais. Com relação à utilização das séries o número de termos aumenta com a frequência, dificultando um pouco a sua utilização, apesar de se trabalhar diretamente no domínio das fases.

6.4 Funções de Transferência para Frequência Fundamental

Utilizando as funções de transferência definidas neste capítulo serão apresentadas as modelagens de vários tipos de transposição de linha com valores de tensão e correntes nominais definidos para a frequência fundamental de transmissão 60 Hz.

A potência injetada no terminal gerador da linha foi suposta igual à potência característica da linha e as tensões neste terminal foram supostas balanceadas e iguais ao valor nominal.

6.4.1 Tensão e Corrente numa Linha Idealmente Transposta

A modelagem da propagação de onda na linha idealmente transposta na frequência fundamental é feita considerando uma única função de transferência representando toda a linha em análise. Nesta modelagem é observado o comportamento dos módulos e das fases das tensões e correntes ao longo do comprimento de uma linha de transmissão idealmente transposta nas Fig. 6.9 a Fig. 6.12. Os módulos das três fases são iguais.

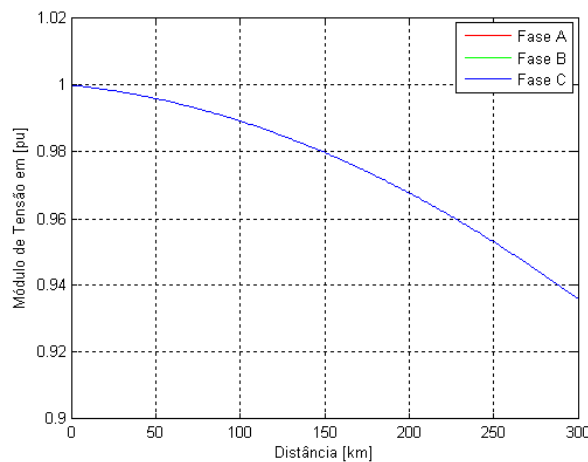


Fig. 6.9: Módulos das tensões de LIT para 60 Hz.

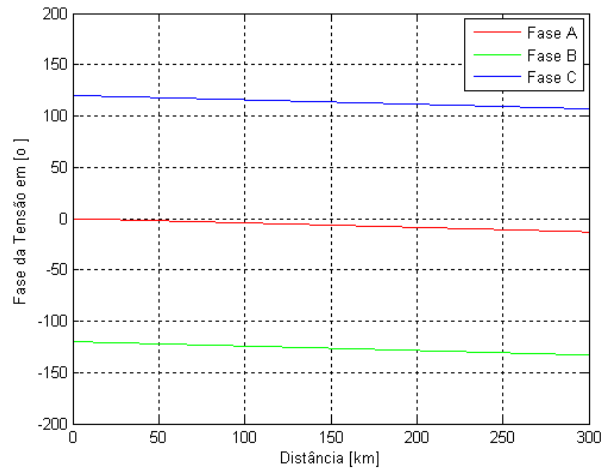


Fig. 6.10: Fases das tensões de LIT para 60 Hz.

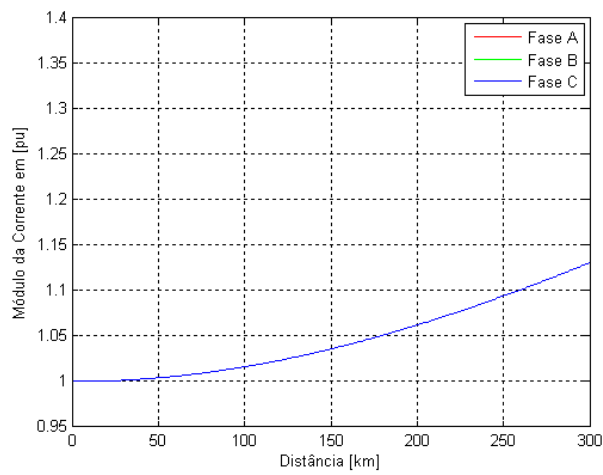


Fig. 6.11: Módulos das correntes de LIT para 60 Hz.

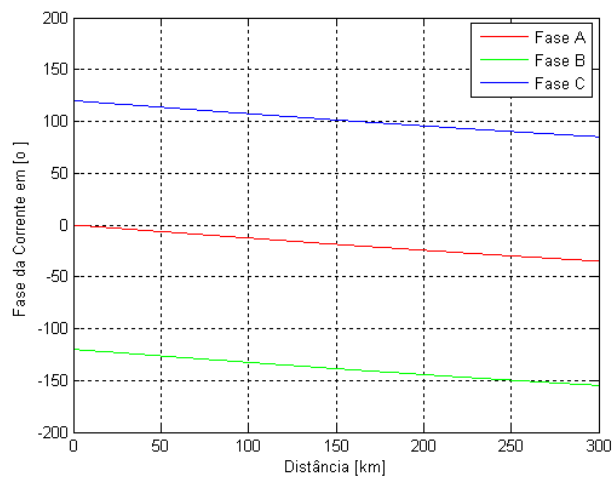


Fig. 6.12: Fases das correntes de LIT para 60 Hz.

6.4.2 Tensão e Corrente numa Linha não Transposta

Para a modelagem da propagação de onda numa linha não transposta considera-se que ao longo do comprimento não ocorra nenhuma mudança das posições das fases. Portanto, a função de transferência utilizada para este tipo de linha vai ser única para todo o comprimento.

O comportamento das tensões e correntes é apresentado para uma linha trifásica não transposta de comprimento total 300 km.

Nas figuras seguintes estão mostrados os comportamentos dos módulos e fases das tensões e correntes de uma linha não transposta, que estão definidas em função do comprimento para a frequência nominal de 60 Hz. A potência injetada no terminal gerador foi suposta igual à potência característica da linha e as tensões neste terminal iguais ao valor nominal.

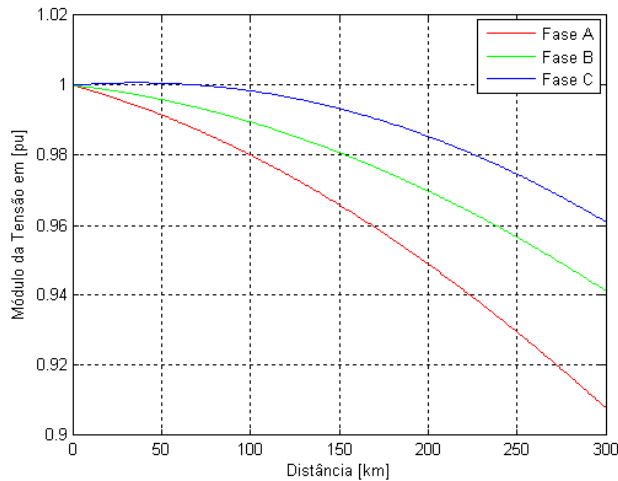


Fig. 6.13: Módulos das tensões de LNT para 60 Hz.

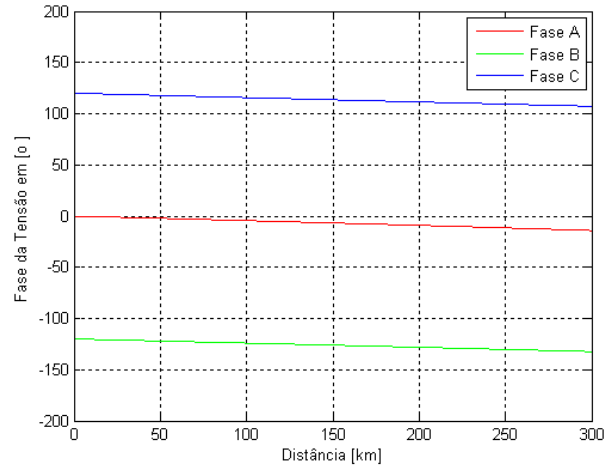


Fig. 6.14: Fases das tensões de LNT para 60 Hz.

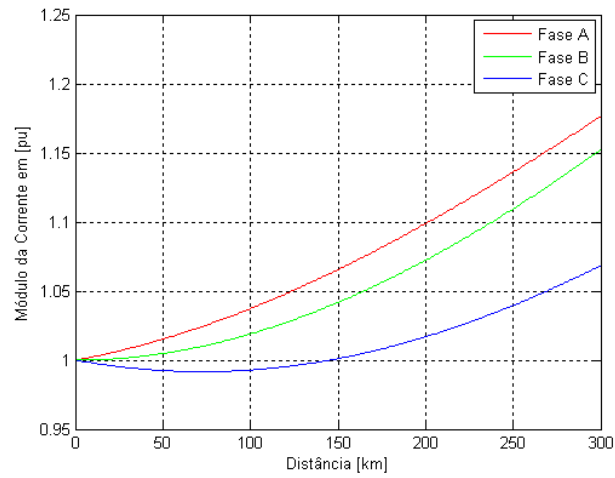


Fig. 6.15: Módulos das correntes de LNT para 60 Hz.

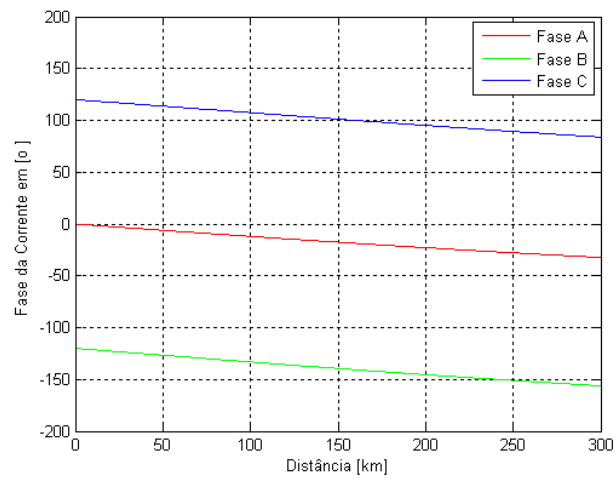


Fig. 6.16: Fases das correntes de LNT para 60 Hz.

6.4.3 Tensão e Corrente numa Linha com Transposição Parcial

Para uma linha com transposição parcial considera-se que a linha é dividida em duas partes iguais, portanto no meio da linha haverá uma estrutura de transposição, ou seja, a linha tem uma única mudança de fases ao longo de todo seu comprimento.

Modelando a linha no caso de transposição parcial se pode perceber a influência que tem a transposição nas tensões e correntes numa linha de transmissão. A linha terá duas funções de transferência, uma função de transferência para os primeiros 150 km e outra função de transferência diferente da primeira para os outros 150 km finais. A linha com transposição parcial está apresentada na Fig. 3.5.

Uma linha com transposição parcial não é utilizada na realidade, mas no presente estudo serve para mostrar a influência que tem uma estrutura de transposição nos valores de tensão e corrente na linha.

Os comportamentos dos módulos e fases das tensões e correntes aplicando uma estrutura de transposição são apresentados nas seguintes figuras. A potência injetada no terminal gerador foi suposta igual à potência característica da linha e as tensões neste terminal iguais ao valor nominal.

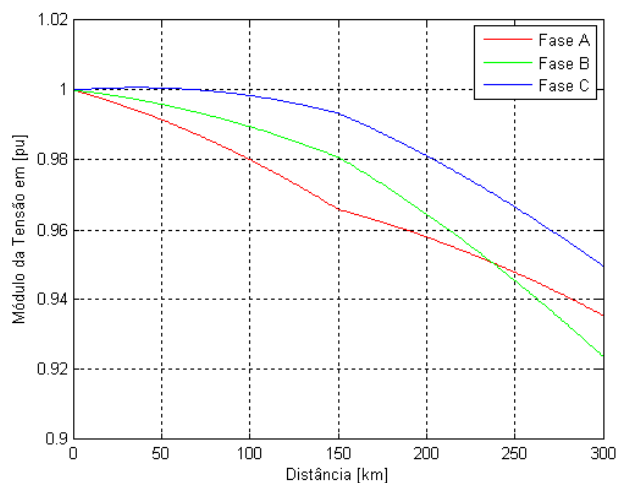


Fig. 6.17: Módulos das tensões de LCTP para 60 Hz.

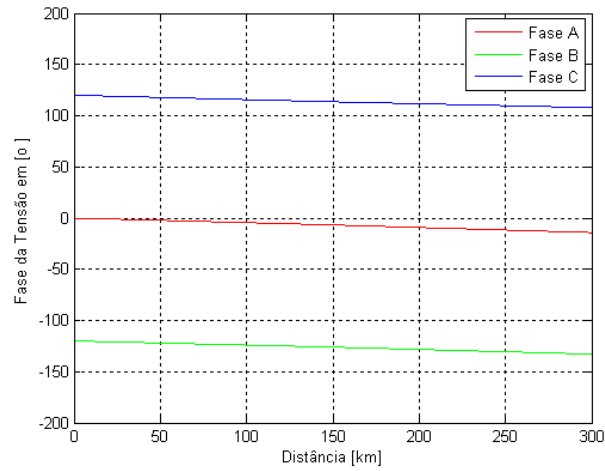


Fig. 6.18: Fases das tensões de LCTP para 60 Hz.

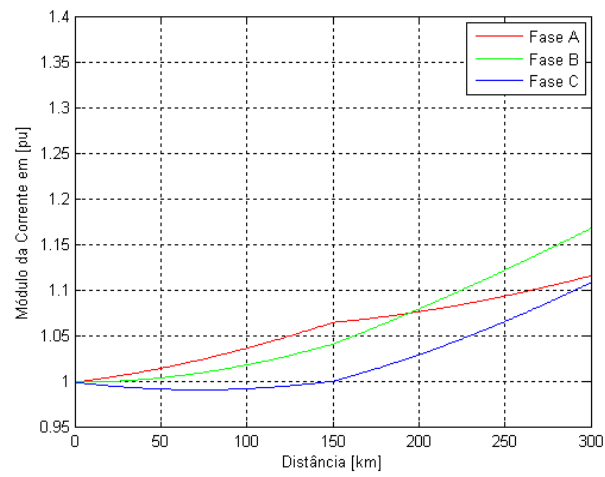


Fig. 6.19: Módulos das correntes de LCTP para 60 Hz.

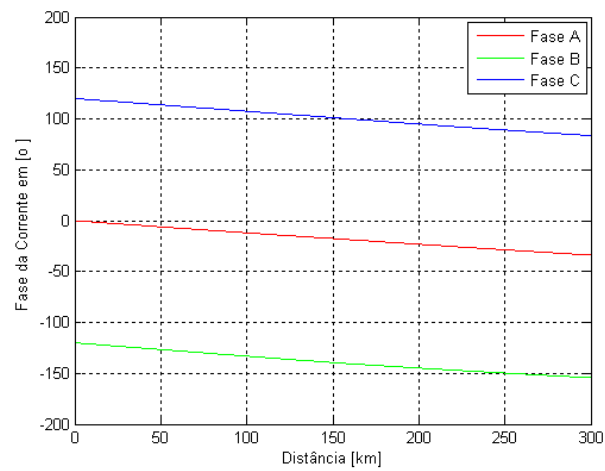


Fig. 6.20: Fases das correntes de LCTP para 60 Hz.

6.4.4 Tensão e Corrente numa Linha com Ciclo de Transposição Completo

A análise para uma linha com ciclo de transposição completo pode ser considerando duas ou três estruturas de transposição ao longo de seu comprimento (300 km). Então a linha pode ser dividida em três (LT3) ou quatro trechos (LT4), e nesta análise foi escolhida uma linha com quatro trechos, ou seja, três estruturas de transposição ao longo de seu comprimento. A linha em estudo é dividida da seguinte maneira 1/6, 1/3, 1/3 e 1/6 do comprimento total da linha, tal como foi mostrado na Fig. 3.6.

As matrizes de parâmetros $[Z_{abc}]$, $[Z_{bca}]$ e $[Z_{cab}]$ mostradas na Fig. 3.6. correspondem aos diferentes trechos da linha e são numericamente diferentes entre si devido à transposição. Portanto, as funções de transferência de cada trecho de linha são diferentes dos outros trechos por causa da transposição. Utilizando as funções de transferência (Quadripolo trifásico) é possível observar o comportamento das tensões e correntes devido aos efeitos da transposição, tal como foi apresentado para os outros tipos de linha.

Em uma linha com ciclo de transposição completo é possível conseguir o menor desequilíbrio entre as fases, e esse menor desequilíbrio é medido no extremo final da linha. A linha com ciclo de transposição completa (transposição real) pode ser considerada como uma linha idealmente transposta para frequências baixas, por exemplo, para 60 Hz.

A seguir são mostrados os comportamentos das tensões e correntes numa linha com ciclo de transposição completa (real) de 300 km de comprimento e frequência fundamental.

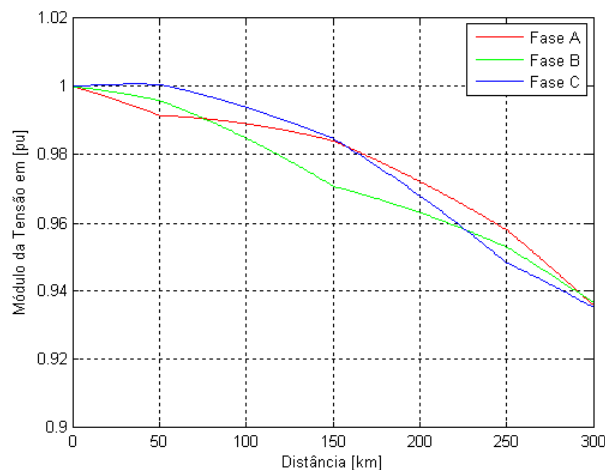


Fig. 6.21: Módulos das tensões de LT4 para 60 Hz.

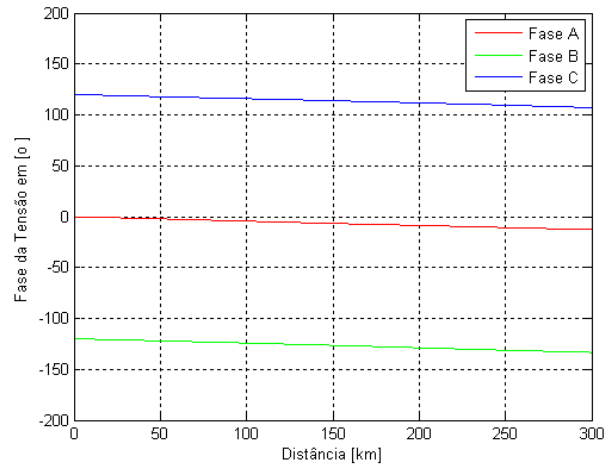


Fig. 6.22: Fases das tensões de LT4 para 60 Hz.

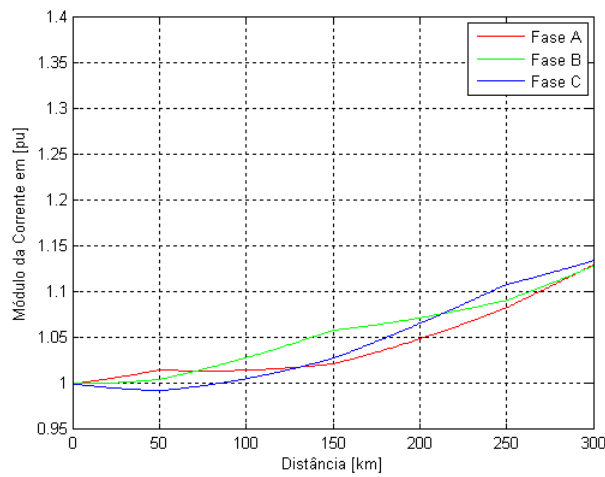


Fig. 6.23: Módulos das correntes de LT4 para 60 Hz.

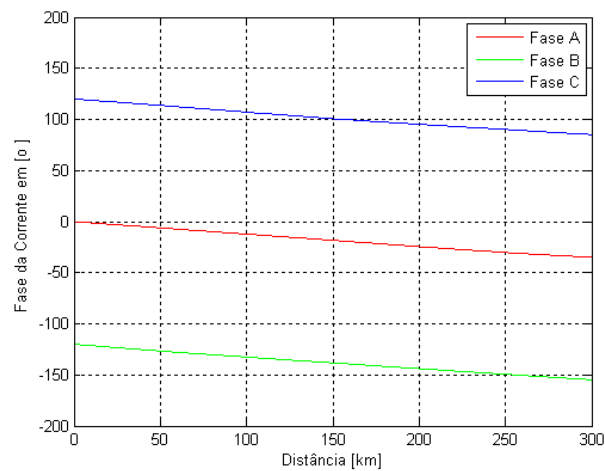


Fig. 6.24: Fases das correntes de LT4 para 60 Hz.

Observa-se nas Fig. 6.21. e Fig. 6.9. que os módulos da tensão no extremo final da linha idealmente transposta (LIT) e da linha com transposição real (LT4) modelados na frequência fundamental de 60 Hz são bem próximos. No apêndice “E” estão apresentados os gráficos dos módulos e fase para uma linha de 300 km com ciclo de transposição (LT3) e também com dois ciclos de transposição (LT6), sendo cada ciclo de 150 km.

Considerando que as matrizes de transferência para frequências maiores do que fundamental exprimem o comportamento elétrico da linha, os elementos destas matrizes serão analisados em função da frequência.

6.5 Matrizes de Transferência em Função da Frequência

No item anterior foi apresentada a modelagem de linha (função de transferência) observando-se as tensões e correntes na frequência fundamental.

A análise em função da frequência é feita apresentando o comportamento dos elementos da matriz de transferência em função da frequência para as representações de linha idealmente transposta e linha com transposição real.

A matriz de transferência total no domínio das fases de um sistema trifásico é uma matriz de ordem seis, apresentada na equação (6.10), na qual estão especificadas as sub-matrizes de transferência (A, B, C e D) em fase.

6.5.1 Matriz de Transferência de Linha com Transposição Real

A linha com transposição real em análise é composta por quatro trechos: L/6, L/3, L/3 e L/6 com L=300 km, onde cada trecho tem sua respectiva matriz de transferência.

A Fig. 6.7 apresenta o esquema dos quatro trechos de uma linha com transposição real (LT4).

Para se observar a diferença do comportamento de uma linha idealmente transposta com uma linha de transposição real serão mostradas as primeiras 10 harmônicas, ou seja, até 600 Hz. Nestas figuras são apresentados os comportamentos dos módulos e ângulos dos elementos próprios e mútuos das sub-matrizes de transferência (A, B, C e D) no domínio de fases e em função da frequência. O caso da sub-matriz “D” não é apresentado, já que tem os mesmos valores da sub-matriz “A”.

No apêndice “B” estão apresentados os resultados para as frequências maiores, de 600 Hz até 1800 Hz (30 harmônicas).

Das Fig. 6.25 a Fig. 6.42, correspondentes aos módulos dos elementos das matrizes de transferência para LIT e LT4, pode-se observar que para frequências maiores do que a fundamental alguns elementos apresentam diferença considerável entre a representação com transposição real e transposição ideal.

No capítulo 7 será apresentada a diferença relativa da representação LIT com relação à LT4.

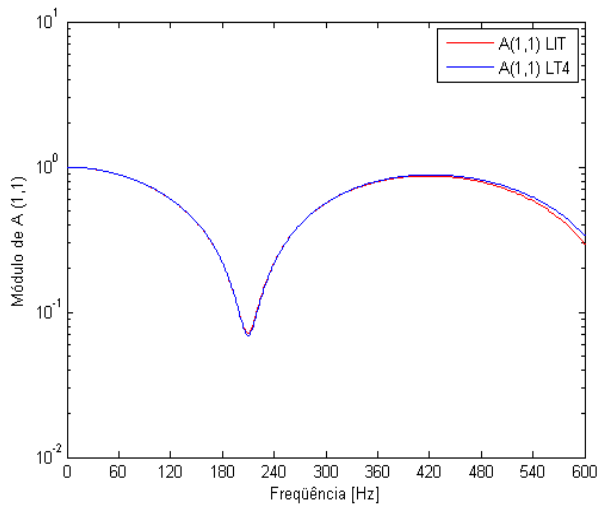


Fig. 6.25: Comportamento dos elementos A (1,1)

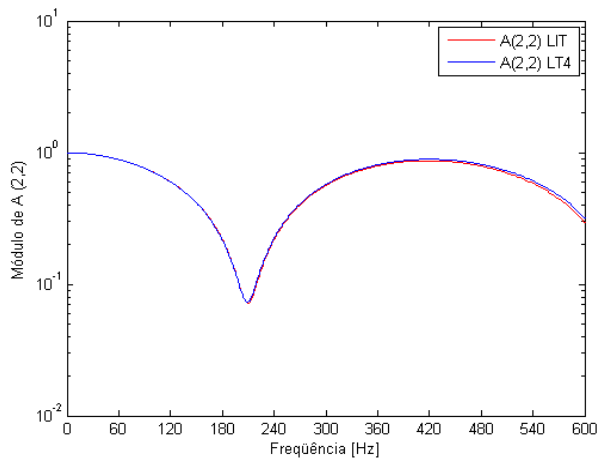


Fig. 6.26: Comportamento dos elementos A (2,2).

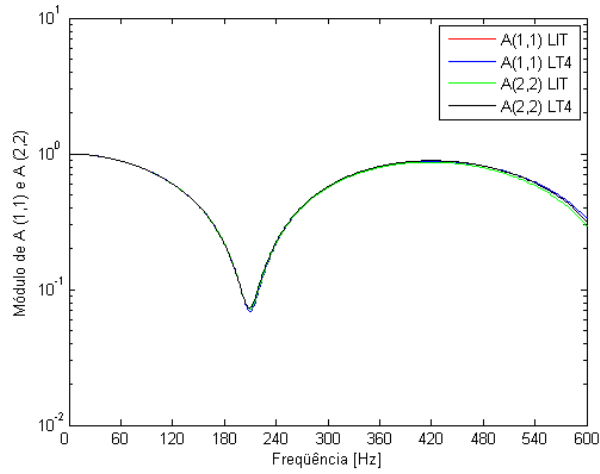


Fig. 6.27: Comportamento dos elementos A (1,1) e A (2,2).

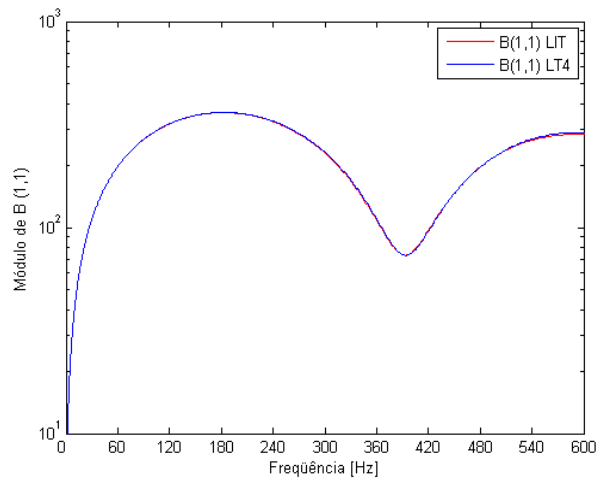


Fig. 6.28: Comportamento dos elementos B (1,1).

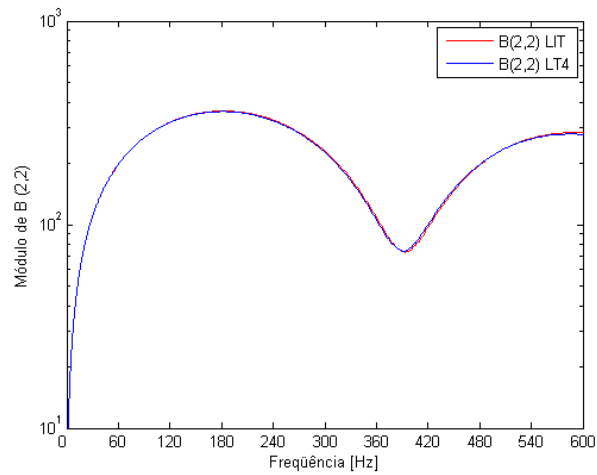


Fig. 6.29: Comportamento dos elementos B (2,2).

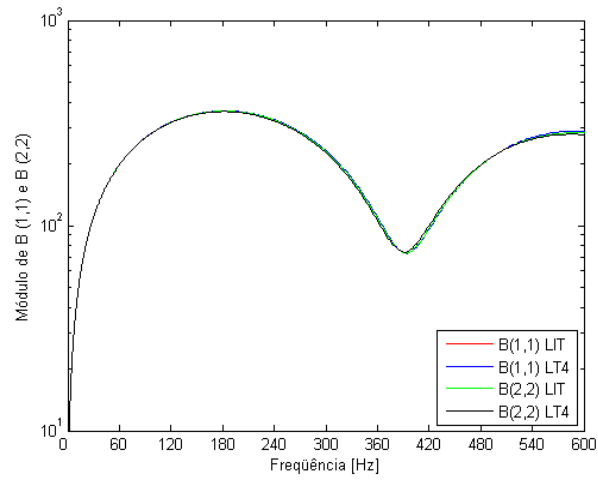


Fig. 6.30: Comportamento dos elementos B (1,1) e B (2,2).

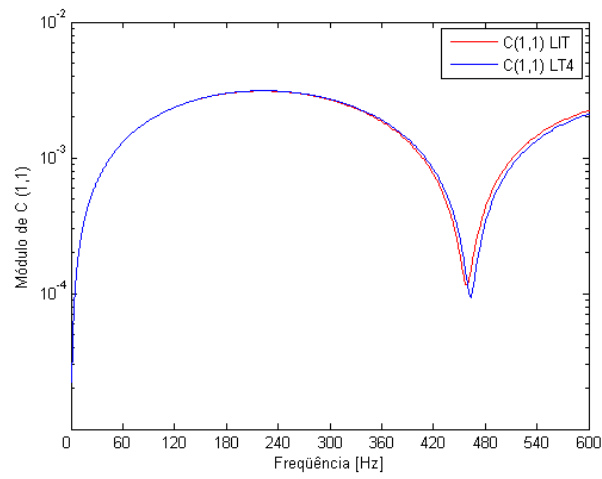


Fig. 6.31: Comportamento dos elementos C (1,1).

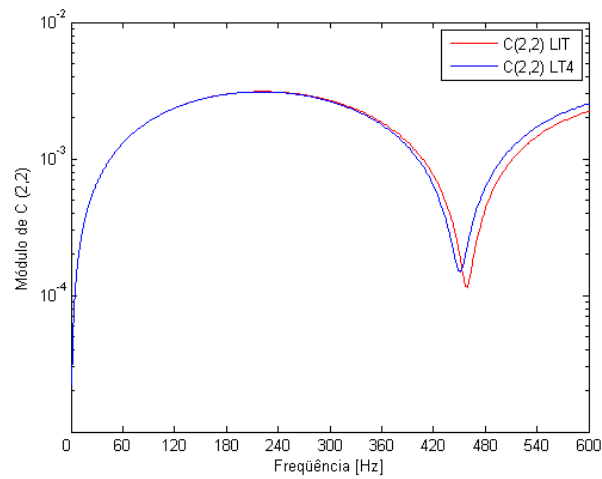


Fig. 6.32: Comportamento dos elementos C (2,2).

Nas Fig. 6.31 até Fig. 6.33 pode-se verificar que nas frequências perto de 480 Hz, apresentam uma diferença considerável entre as representações de linha idealmente transposta e linha com transposição em trechos, pois o comprimento da linha nesta frequência de 480 Hz corresponde a um múltiplo de $\lambda/4$.

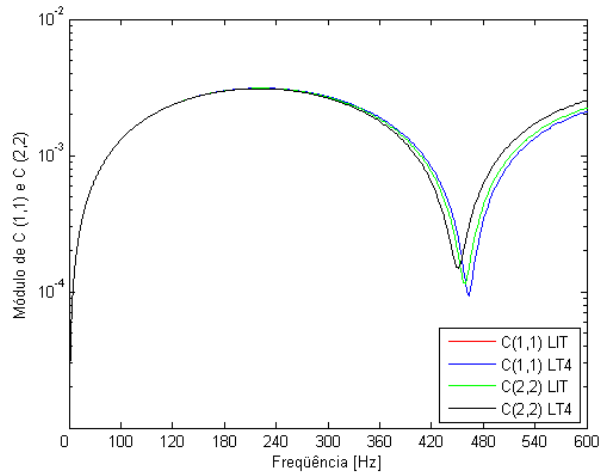


Fig. 6.33: Comportamento dos elementos C (1,1) e C (2,2).

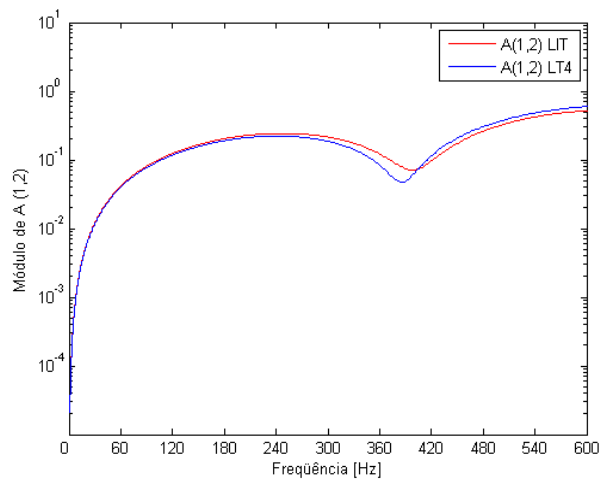


Fig. 6.34: Comportamento dos elementos A (1,2).

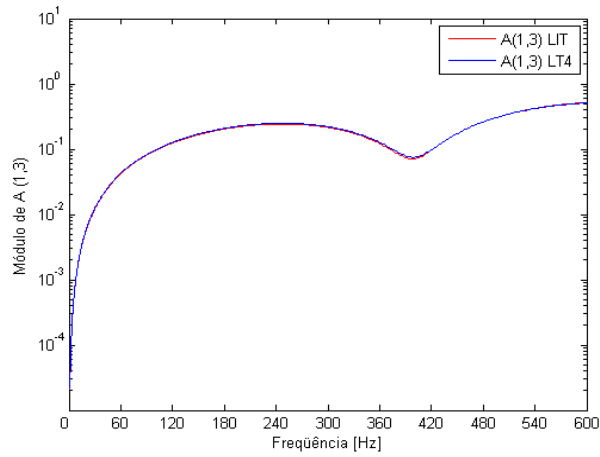


Fig. 6.35: Comportamento dos elementos A (1,3).

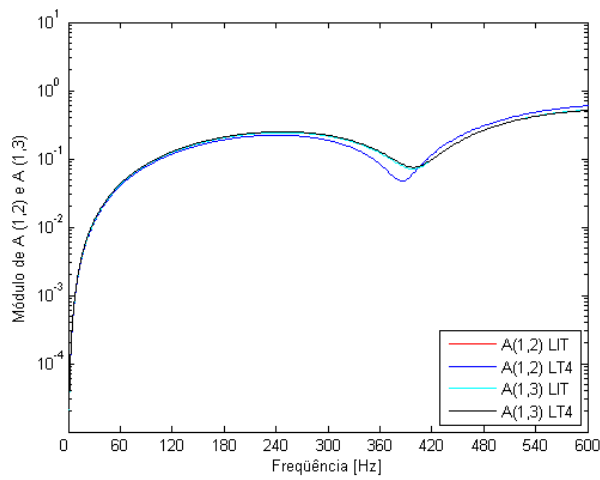


Fig. 6.36: Comportamento dos elementos A (1,2) e C (1,3).

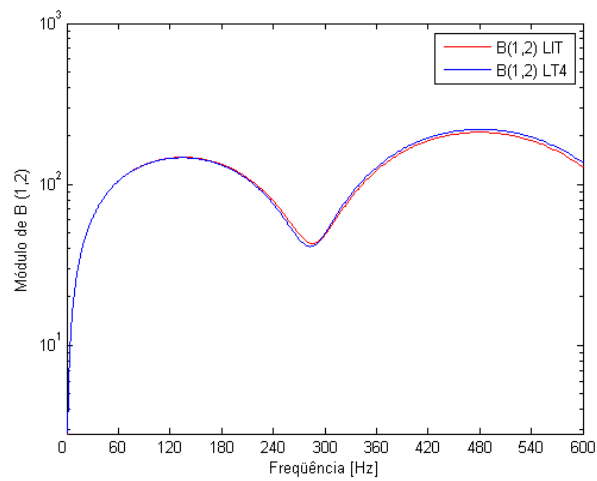


Fig. 6.37: Comportamento dos elementos B (1,2).

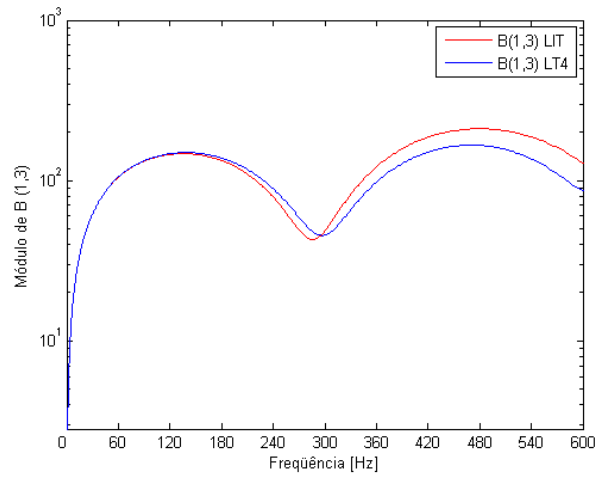


Fig. 6.38: Comportamento dos elementos B (1,3).

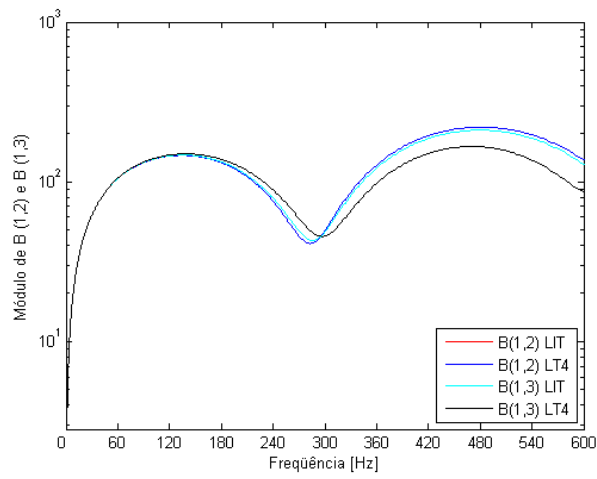


Fig. 6.39: Comportamento dos elementos B (1,2) e B (1,3).

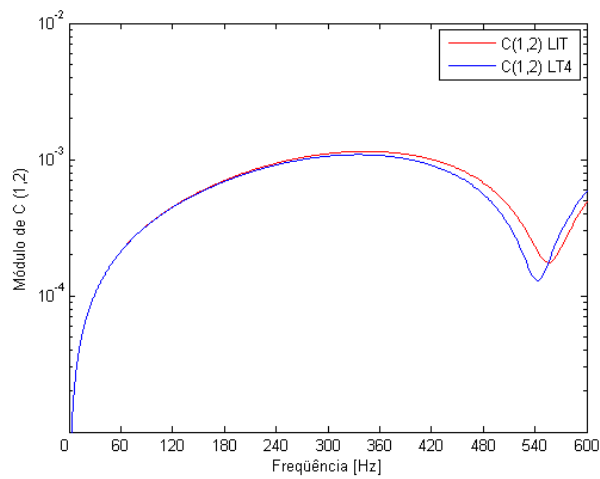


Fig. 6.40: Comportamento dos elementos C (1,2).

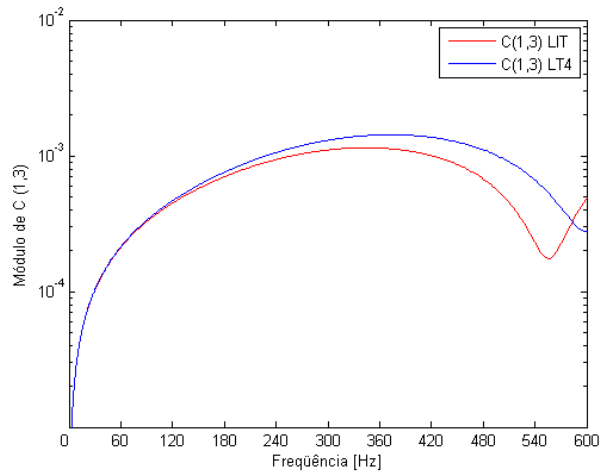


Fig. 6.41: Comportamento dos elementos C(1,3).

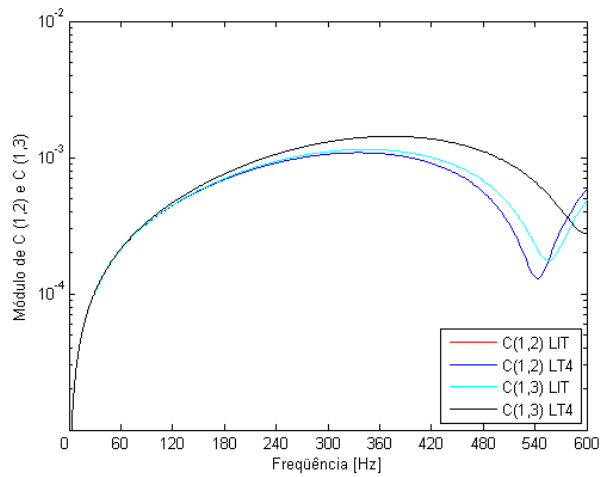


Fig. 6.42: Comportamento dos elementos C(1,2) e (1,3).

As figuras correspondentes aos ângulos das representações de LIT e LT4 em função da frequência apresentam também uma diferença mais importante a partir de aproximadamente 600 Hz.

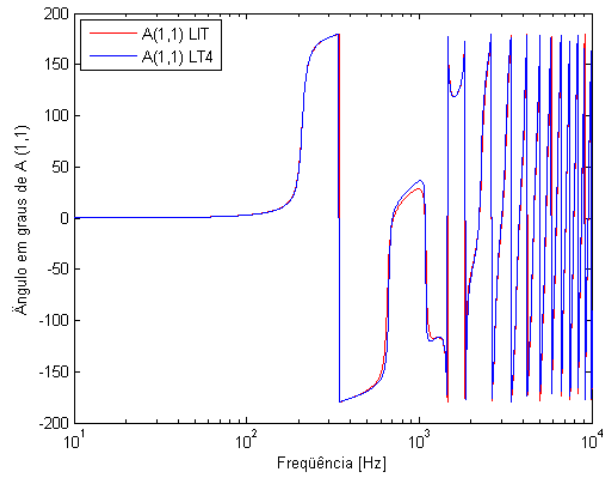


Fig. 6.43: Ângulos dos elementos A (1,1).

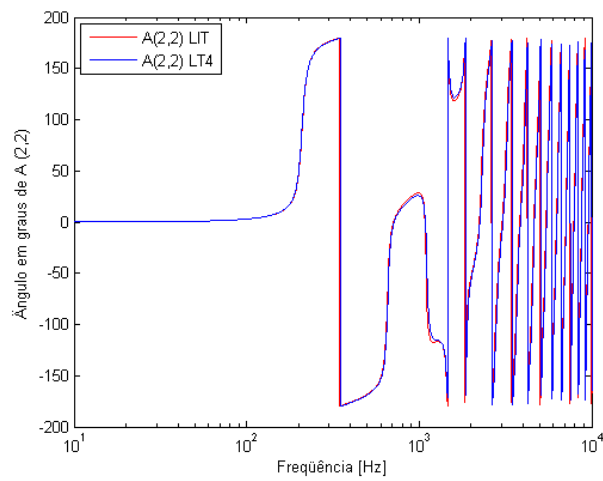


Fig. 6.44: Ângulos dos elementos A (2,2).

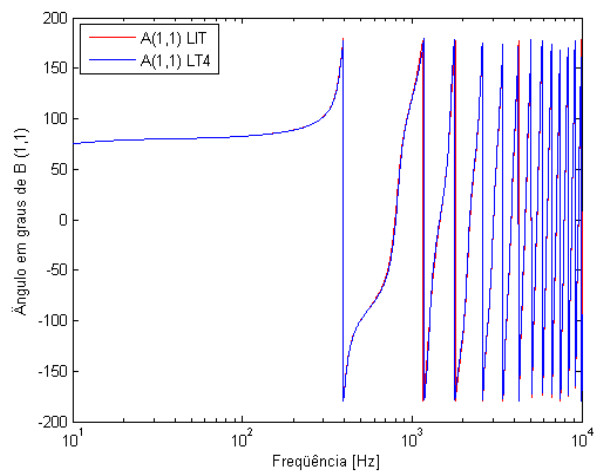


Fig. 6.45: Ângulos dos elementos B (1,1).

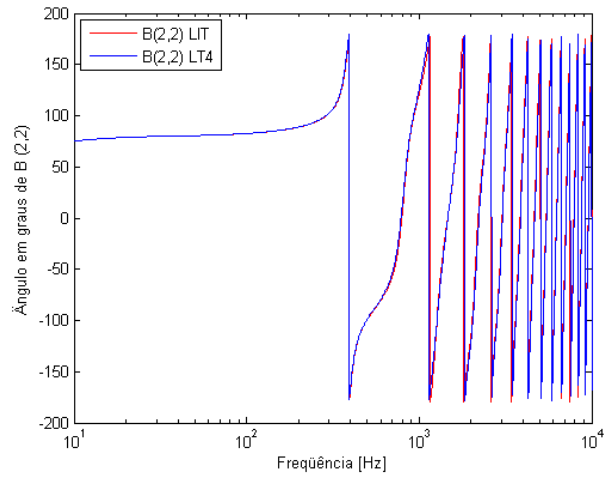


Fig. 6.46: Ângulos dos elementos B (2,2).

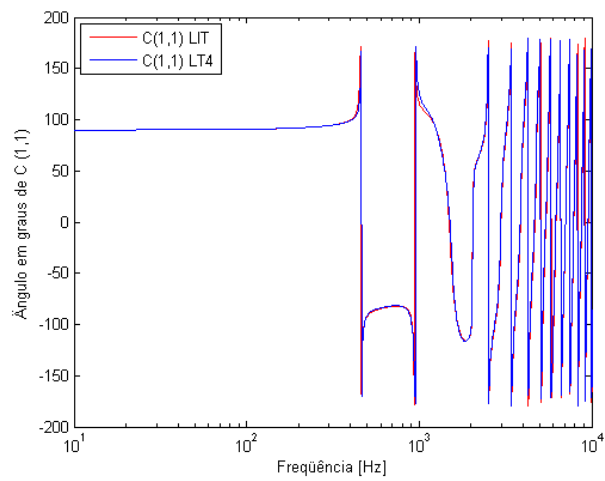


Fig. 6.47: Ângulos dos elementos C (1,1).

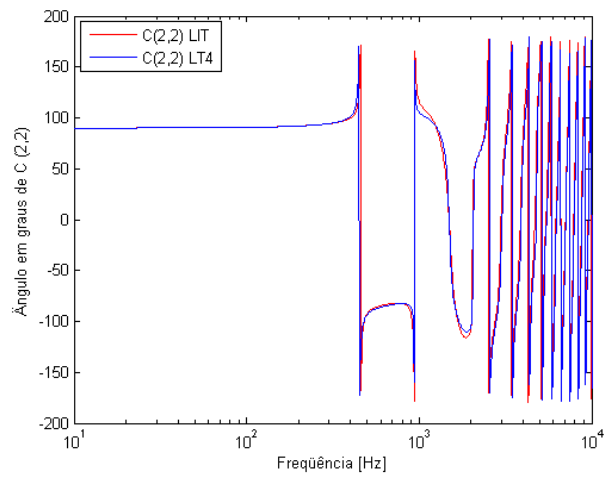


Fig. 6.48: Ângulos dos elementos C (2,2).

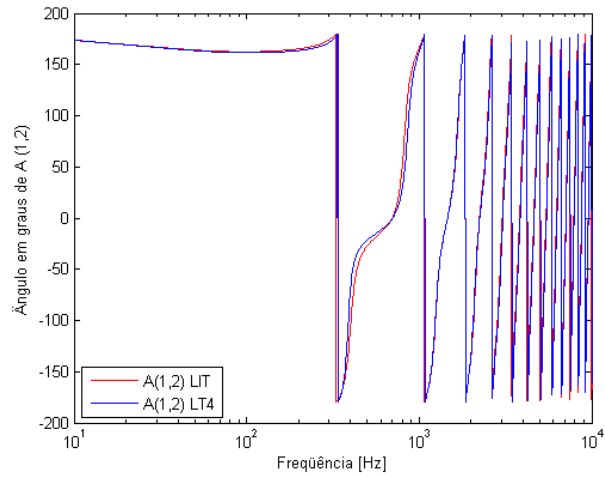


Fig. 6.49: Ângulos dos elementos A (1,2).

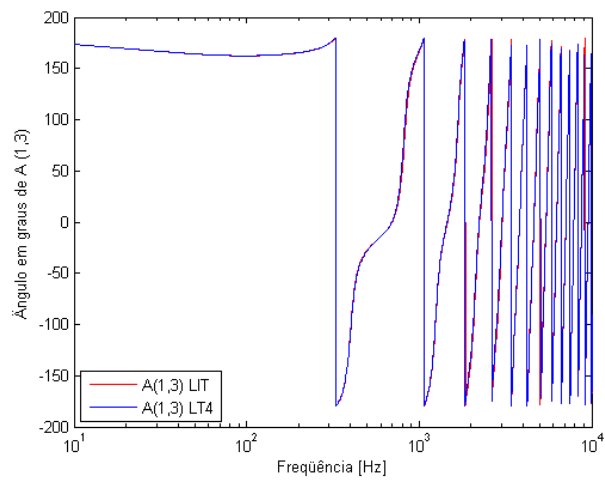


Fig. 6.50: Ângulos dos elementos A (1,3).

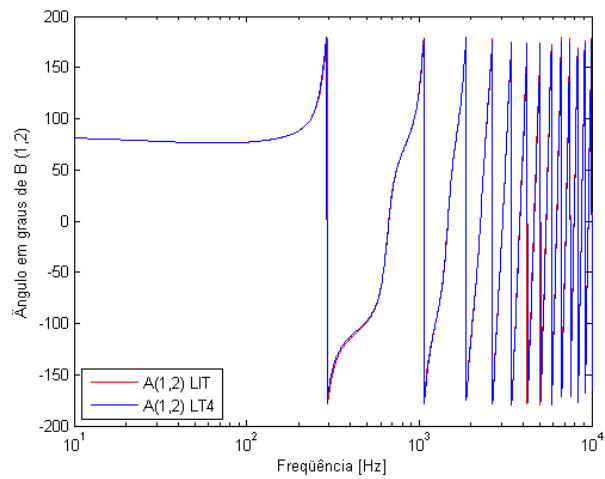


Fig. 6.51: Ângulos dos elementos B (1,2).

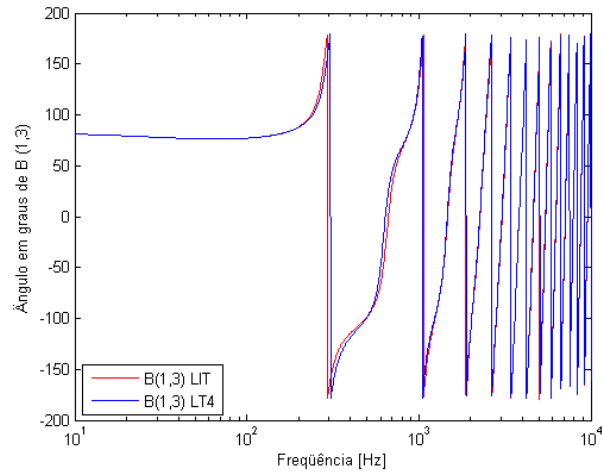


Fig. 6.52: Ângulos dos elementos B (1,3).

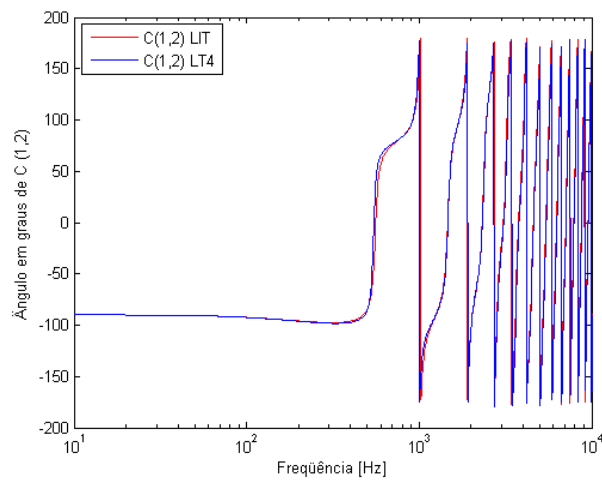


Fig. 6.53: Ângulos dos elementos C (1,2).

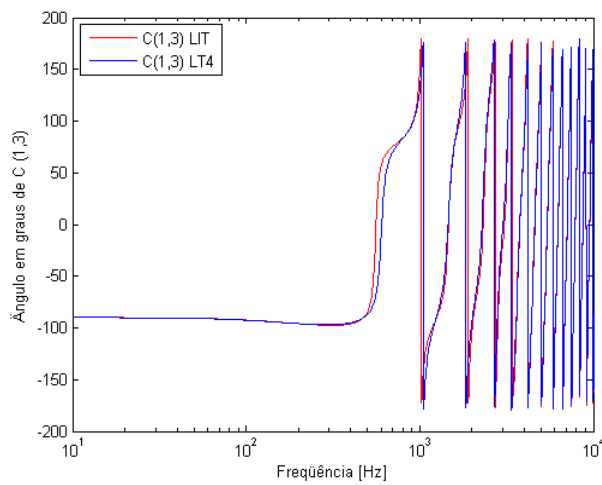


Fig. 6.54: Ângulos dos elementos C (1,3).

VII

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para analisar o efeito da transposição em linhas de transmissão em função da frequência é necessário observar as tensões e correntes nos extremos da linha em análise. Supondo que a linha se comporta como um elemento linear, ou seja, que a análise é realizada para tensões que não provoquem o efeito corona, podem ser estabelecidas condições de contorno para as diversas frequências para se comparar as representações da linha em análise, especificamente a linha idealmente transposta (LIT) e a linha transposta em trecho reais (LT4).

Para a frequência fundamental foi estabelecida uma condição de contorno considerando uma potência injetada no terminal de geração igual a potência característica e tensão nominal balanceada no terminal da geração.

Para frequências maiores do que a fundamental foram observadas as relações entre as tensões e correntes entre os terminais da recepção e da geração. A propagação de onda da linha foi representada através de seus quadripolos e os elementos dos quadripolos foram analisados em função da frequência.

As análises efetuadas são:

1. Análise dos módulos e fases (tensão e corrente) no início e final da linha para seus distintos tipos de representação da transposição e para a frequência fundamental de 60 Hz.
2. Análise dos elementos da matriz de transferência da linha (sub-matrizes A, B e C no domínio das fases), considerando valores das frequências harmônicas até 3600 Hz e comprimento de 300 km.
3. Análise dos módulos dos elementos da matriz de transferência correspondente a LIT e LT4 em função da frequência.
4. Análise de um transitório de energização da linha (LIT e LT4).

7.1 Análise da Tensão e Corrente para a Freqüência Fundamental de 60 Hz

Nesta parte da análise é mostrada a influência que tem a transposição numa linha de transmissão para a freqüência fundamental de 60 Hz. São feitas as comparações para os vários tipos de transposição numa linha: sem transposição, com transposição parcial, transposição de ciclo completo e linha idealmente transposta. É possível observar o pequeno erro de se considerar uma linha idealmente transposta quando ela tem transposição real (ciclo completo) mesmo para 60 Hz.

No capítulo 6 foi apresentado o comportamento dos módulos da tensão e corrente ao longo de seu comprimento para os vários tipos de representação da transposição da linha. Nas seguintes tabelas são mostrados os módulos e fase de tensão e corrente no extremo inicial e final das linhas, tendo como condição de contorno a potência injetada na geração (igual a potência característica) supondo linha em regime permanente. As linhas analisadas neste item têm comprimento total de 300 km, os valores dos módulos estão em pu. e os valores das fases em graus. É também apresentada a máxima diferença das tensões entre as fases em (%).

Considerando uma simplificação na notação para os tipos de linha tem-se;

Linha Não Transposta	LNT
Linha com Transposição Parcial	LCPT
Linha com Transposição 3 Trechos	LT3
Linha com Transposição 4 Trechos	LT4
Linha com Transposição 6 Trechos	LT6
Linha Idealmente Transposta	LIT

As definições de LNT, LCPT, LT3, LT4 e LIT foram apresentadas no capítulo 3. A definição de LT6 significa que a linha de 300 km está dividida em 6 trechos iguais, ou seja, terá dois ciclos de transposição LT3 e cada um de 150 km.

Tabela 7.1: Módulos das tensões iniciais e finais nos tipos de linha.

Valores dos Módulos							Max.D/valor M.
Tensões Iniciais e Finais em Pu.							
	Vi (A)	Vf (A)	Vi (B)	Vf (B)	Vi (C)	Vf (C)	%
LNT	1	0,9078	1	0,9412	1	0,9609	3,0784
LCTP	1	0,9355	1	0,9237	1	0,9495	1,4170
LT3	1	0,9366	1	0,9366	1	0,9346	0,1425
LT4	1	0,9359	1	0,9366	1	0,9352	0,0748
LT6	1	0,9362	1	0,9363	1	0,9352	0,0748
LIT	1	0,9359	1	0,9359	1	0,9359	0

Tabela 7.2: Fases das tensões iniciais e finais nos tipos de linha.

Valores das Fases						
Fase das tensões em graus						
	Fi (A)	Ff (A)	Fi (B)	Ff (B)	Fi (C)	Ff (C)
LNT	0	-14,0925	-120	-132,3499	120	107,2197
LCTP	0	-14,1642	-120	-132,9067	120	107,8210
LT3	0	-13,3590	-120	-133,4291	120	107,5675
LT4	0	-12,8918	-120	-133,3932	120	107,0669
LT6	0	-13,2120	-120	-133,2445	120	107,2491
LIT	0	-13,0659	-120	-133,0659	120	106,9341

Tabela 7.3 Módulos das correntes iniciais e finais nos tipos de linha.

Valores dos Módulos							Max.D/valor M.
Correntes Iniciais e Finais em Pu.							
	li (A)	lf (A)	li (B)	lf (B)	li (C)	lf (C)	%
LNT	1	1,1763	1	1,1519	1	1,0683	5,6411
LCTP	1	1,1166	1	1,1685	1	1,1092	3,2761
LT3	1	1,1255	1	1,1321	1	1,1353	0,4834
LT4	1	1,1299	1	1,1286	1	1,1343	0,2977
LT6	1	1,1284	1	1,1313	1	1,1330	0,2211
LIT	1	1,1309	1	1,1309	1	1,1309	0

Tabela 7.4: Fases das correntes iniciais e finais nos tipos de linha.

Valores das Fases						
Fase das Correntes em graus						
	Fi (A)	Ff (A)	Fi (B)	Ff (B)	Fi (C)	Ff (C)
LNT	0	-32,3324	-120	-156,1676	120	83,7815
LCTP	0	-33,8824	-120	-154,3536	120	83,5518
LT3	0	-34,8182	-120	-154,6476	120	84,8212
LT4	0	-35,0205	-120	-154,7181	120	85,1010
LT6	0	-34,8399	-120	-154,7658	120	84,9813
LIT	0	-34,8708	-120	-154,8708	120	85,1292

Os valores apresentados nas tabelas são obtidos dos extremos da linha de transmissão (extremo inicial (i) e final (f)). Com estes dados é possível apresentar a máxima diferença das fases dividida pela média dos módulos das três fases.

Observando na tabela 7.1 pode-se verificar que a influência da transposição na linha de transmissão é importante, pois contribui com o balanço de tensão/corrente observado no extremo final da linha, considerando que no extremo inicial se tem os três valores da tensão/corrente iguais para todas as fases. No caso do comportamento dos argumentos das tensões apresentam um decremento no ângulo mais acentuado quando a linha é não transposta, tal como apresentado na tabela 7.2.

Na tabela 7.3 estão apresentados os módulos das correntes e a expressão de porcentagem de desequilíbrio. Pode-se observar que a transposição ajuda diminuir o desequilíbrio entre os módulos das correntes no extremo final da linha. Na tabela 7.4 apresenta os valores das fases das correntes, verificando-se que a transposição tem influência na variação do ângulo tendo como referência o valor do ângulo no extremo inicial e final.

7.2 Análise dos Elementos das Matrizes de Transferência (sub-matrizes A, B e C no Domínio das Fases) Considerando Valores de Frequências Harmônicas até 3600 Hz e Comprimento de 300 km

Os valores apresentados nas seguintes tabelas correspondem aos elementos das sub-matrizes (A, B e C) para linha idealmente transposta (LIT) e linha com transposição real (LT4), sendo os elementos de B expressos em (Ω) e os elementos de C expressos em (S) unidades.

O comprimento de onda para a frequência de 60 Hz é 5000 km, portanto o quarto do comprimento de onda é 1250 km. O comprimento de onda é menor com o aumento da frequência e para algumas frequências o comprimento físico da linha em estudo se aproxima do $\frac{1}{4}$ do comprimento de onda. É, portanto muito importante que se dê atenção à relação entre o comprimento físico e o comprimento de onda.

Os ciclos de transposição numa linha estão, em geral, em torno de 300 km, distância muito menor que um quarto do comprimento de onda para 60 Hz. Quando a linha está sujeita a ondas em frequências maiores que a do regime permanente, os comprimentos de onda envolvidos são menores. Conseqüentemente, para sinais de frequências elevadas, a transposição para ciclos de 300 km torna-se insuficiente, ou seja, a linha não pode ser considerada transposta para frequências elevadas.

Com relação à aplicação de transposição em linhas reais, para frequências entre 10 kHz e 1 MHz toda linha deve ser considerada como não transposta, devido ao comprimento necessário para um ciclo completo de transposição.

Nas seguintes tabelas pode-se observar que os elementos correspondentes à frequência de 60 Hz são bem similares entre os que correspondem a uma linha idealmente transposta e uma linha com transposição real. Com o aumento da frequência estes elementos apresentam maior diferenças entre os que correspondem a linha ideal e linha com transposição em trechos.

Pode-se observar as frequências de 240 e 480 Hz onde o comprimento da linha são múltiplos de $\lambda/4$. Particularmente na frequência próxima de 480 Hz há uma diferença mais acentuada entre os elementos de LIT e LT4. Portanto, já nesta frequência se pode afirmar que uma linha não pode ser considerada idealmente transposta para altas frequências.

A seguir são apresentadas as tabelas com os elementos da matriz de transferência para a representação de linha idealmente transposta e linha com transposição real em função da frequência.

FUNÇÃO A (Termos Próprios)				
	Linha Idealmente Transposta	Linha com Transposição		
Freq.	Componentes em Fase	Componentes em Fase		
Hz	A (1,1) = A (2,2) = A (3,3)	A (1,1)	A (2,2)	A (3,3)
60 Hz	0,8870 + 0,0170i	0,8875 + 0,0167i	0,8869 + 0,0170i	0,8864 + 0,0173i
120 Hz	0,5997 + 0,0469i	0,6011 + 0,0457i	0,5992 + 0,0471i	0,5985 + 0,0478i
180 Hz	0,2078 + 0,0684i	0,2094 + 0,0664i	0,2058 + 0,0693i	0,2066 + 0,0696i
240 Hz	-0,2064 + 0,0679i	-0,2057 + 0,0653i	-0,2115 + 0,0701i	-0,2063 + 0,0686i
300 Hz	-0,5609 + 0,0388i	-0,5630 + 0,0361i	-0,5708 + 0,0426i	-0,5580 + 0,0381i
360 Hz	-0,7917 - 0,0152i	-0,7991 - 0,0171i	-0,8076 - 0,0100i	-0,7845 - 0,0181i
420 Hz	-0,8638 - 0,0800i	-0,8792 - 0,0799i	-0,8859 - 0,0742i	-0,8513 - 0,0854i
480 Hz	-0,7758 - 0,1349i	-0,8015 - 0,1320i	-0,8025 - 0,1303i	-0,7576 - 0,1427i
540 Hz	-0,5572 - 0,1596i	-0,5950 - 0,1531i	-0,5855 - 0,1579i	-0,5335 - 0,1691i
600 Hz	-0,2601 - 0,1410i	-0,3106 - 0,1306i	-0,2857 - 0,1437i	-0,2317 - 0,1510i
660 Hz	0,0527 - 0,0777i	-0,0098 - 0,0637i	0,0346 - 0,0854i	0,0849 - 0,0874i
720 Hz	0,3217 + 0,0178i	0,2496 + 0,0346i	0,3155 + 0,0060i	0,3572 + 0,0091i
780 Hz	0,5025 + 0,1222i	0,4242 + 0,1404i	0,5109 + 0,1083i	0,5410 + 0,1145i
840 Hz	0,5732 + 0,2068i	0,4931 + 0,2247i	0,5967 + 0,1939i	0,6149 + 0,1996i
900 Hz	0,5366 + 0,2452i	0,4598 + 0,2615i	0,5735 + 0,2366i	0,5823 + 0,2379i
960 Hz	0,4174 + 0,2217i	0,3486 + 0,2350i	0,4634 + 0,2199i	0,4679 + 0,2135i
1020 Hz	0,2534 + 0,1358i	0,1965 + 0,1454i	0,3031 + 0,1415i	0,3090 + 0,1263i
1080 Hz	0,0859 + 0,0039i	0,0433 + 0,0100i	0,1333 + 0,0162i	0,1459 - 0,0064i
1140 Hz	-0,0509 - 0,1432i	-0,0784 - 0,1400i	-0,0110 - 0,1277i	0,0144 - 0,1533i
1200 Hz	-0,1372 - 0,2681i	-0,1506 - 0,2666i	-0,1080 - 0,2539i	-0,0760 - 0,2765i

FUNÇÃO A (Termos Próprios)				
	Linha Idealmente Transposta	Linha com Transposição		
Freq.	Componentes em Fase	Componentes em Fase		
Hz	A (1,1) = A (2,2) = A (3,3)	A (1,1)	A (2,2)	A (3,3)
1260 Hz	-0,1706 - 0,3357i	-0,1725 - 0,3347i	-0,1532 - 0,3274i	-0,1153 - 0,3410i
1320 Hz	-0,1647 - 0,3229i	-0,1586 - 0,3210i	-0,1581 - 0,3238i	-0,1200 - 0,3243i
1380 Hz	-0,1426 - 0,2255i	-0,1329 - 0,2217i	-0,1446 - 0,2364i	-0,1126 - 0,2236i
1440 Hz	-0,1291 - 0,0606i	-0,1197 - 0,0543i	-0,1370 - 0,0793i	-0,1157 - 0,0575i
1500 Hz	-0,1413 + 0,1356i	-0,1358 + 0,1448i	-0,1535 + 0,1145i	-0,1433 + 0,1364i
1560 Hz	-0,1830 + 0,3161i	-0,1841 + 0,3286i	-0,1996 + 0,2997i	-0,1954 + 0,3100i
1620 Hz	-0,2422 + 0,4339i	-0,2517 + 0,4501i	-0,2652 + 0,4294i	-0,2564 + 0,4164i
1680 Hz	-0,2935 + 0,4539i	-0,3129 + 0,4746i	-0,3263 + 0,4665i	-0,2984 + 0,4217i
1740 Hz	-0,3060 + 0,3626i	-0,3064 + 0,3890i	-0,3517 + 0,3934i	-0,2892 + 0,3148i
1800 Hz	-0,2522 + 0,1731i	-0,2949 + 0,2065i	-0,3122 + 0,2181i	-0,2026 + 0,1121i
1860 Hz	-0,1184 - 0,0760i	-0,1751 - 0,0349i	-0,1903 - 0,0258i	-0,0283 - 0,1449i
1920 Hz	0,0886 - 0,3287i	0,0158 - 0,2800i	0,0116 - 0,2856i	0,2213 - 0,3970i
1980 Hz	0,3387 - 0,5233i	0,2478 - 0,4688i	0,2683 - 0,5005i	0,5059 - 0,5817i
2040 Hz	0,5825 - 0,6079i	0,4724 - 0,5513i	0,5337 - 0,6158i	0,7805 - 0,6473i
2100 Hz	0,7613 - 0,5530i	0,6323 - 0,5000i	0,7493 - 0,5961i	0,9699 - 0,5670i
2160 Hz	0,8199 - 0,3606i	0,6749 - 0,3182i	0,8570 - 0,4354i	1,0197 - 0,3472i
2220 Hz	0,7215 - 0,0660i	0,5665 - 0,0413i	0,8127 - 0,1600i	0,8932 - 0,0285i
2280 Hz	0,4594 + 0,2684i	0,3032 + 0,2694i	0,6000 + 0,1747i	0,5879 + 0,3217i
2340 Hz	0,0635 + 0,5663i	-0,0829 + 0,5407i	0,2371 + 0,4960i	0,1394 + 0,6228i
2400 Hz	-0,4020 + 0,7544i	-0,5269 + 0,7034i	-0,2222 + 0,7289i	-0,3786 + 0,7998i

FUNÇÃO A (Termos Próprios)				
	Linha Idealmente Transposta	Linha com Transposição		
Freq.	Componentes em Fase	Componentes em Fase		
Hz	A (1,1) = A (2,2) = A (3,3)	A (1,1)	A (2,2)	A (3,3)
2460 Hz	-0,8487 + 0,7799i	-0,9417 + 0,7100i	-0,6960 + 0,8138i	-0,8688 + 0,8012i
2520 Hz	-1,1805 + 0,6249i	-1,2349 + 0,5474i	-1,0893 + 0,7210i	-1,2276 + 0,6130i
2580 Hz	-1,3148 + 0,3123i	-1,3293 + 0,2424i	-1,3132 + 0,4594i	-1,3673 + 0,2644i
2640 Hz	-1,2017 - 0,0963i	-1,1817 - 0,1424i	-1,3046 + 0,0768i	-1,2374 - 0,1755i
2700 Hz	-0,8389 - 0,5129i	-0,7970 - 0,5203i	-1,0427 - 0,3484i	-0,8386 - 0,6116i
2760 Hz	-0,2765 - 0,8414i	-0,2307 - 0,8003i	-0,5570 - 0,7236i	-0,2279 - 0,9429i
2820 Hz	0,3890 - 0,9997i	0,4172 - 0,9081i	0,0745 - 0,9618i	0,4886 - 1,0856i
2880 Hz	1,0307 - 0,9397i	1,0204 - 0,8047i	0,7376 - 1,0019i	1,1744 - 0,9933i
2940 Hz	1,5164 - 0,6602i	1,4510 - 0,4986i	1,3027 - 0,8236i	1,6889 - 0,6709i
3000 Hz	1,7358 - 0,2106i	1,6068 - 0,0465i	1,6511 - 0,4545i	1,9170 - 0,1760i
3060 Hz	1,6259 + 0,3174i	1,4351 + 0,4562i	1,7001 + 0,0340i	1,7949 + 0,3905i
3120 Hz	1,1873 + 0,8085i	0,9479 + 0,8951i	1,4223 + 0,5399i	1,3274 + 0,9050i
3180 Hz	0,4887 + 1,1485i	0,2236 + 1,1621i	0,8545 + 0,9522i	0,5908 + 1,2477i
3240 Hz	-0,3434 + 1,2503i	-0,6052 + 1,1814i	0,0945 + 1,1750i	-0,2788 + 1,3306i
3300 Hz	-1,1479 + 1,0757i	-1,3759 + 0,9285i	-0,7169 + 1,1503i	-1,1102 + 1,1193i
3360 Hz	-1,7602 + 0,6470i	-1,9287 + 0,4401i	-1,4214 + 0,8718i	-1,7319 + 0,6440i
3420 Hz	-2,0472 + 0,0455i	-2,1404 - 0,1905i	-1,8757 + 0,3896i	-2,0075 - 0,0035i
3480 Hz	-1,9363 - 0,6037i	-1,9521 - 0,8307i	-1,9812 - 0,1984i	-1,8663 - 0,6867i
3540 Hz	-1,4337 - 1,1569i	-1,3854 - 1,3364i	-1,7059 - 0,7667i	-1,3215 - 1,2531i
3600 Hz	-0,6270 - 1,4838i	-0,5413 - 1,5840i	-1,0936 - 1,1880i	-0,4709 - 1,5676i

FUNÇÃO B (Termos Próprios)				
	Linha Idealmente Transposta	Linha com Transposição		
Freq.	Componentes em Fase	Componentes em Fase		
Hz	$[B(1,1) = B(2,2) = B(3,3)] * 10^2$	$B(1,1) * 10^2$	$B(2,2) * 10^2$	$B(3,3) * 10^2$
60 Hz	0,3132 + 1,9523i	0,3134 + 1,9530i	0,3127 + 1,9513i	0,3134 + 1,9530i
120 Hz	0,3548 + 3,1588i	0,3564 + 3,1626i	0,3517 + 3,1526i	0,3564 + 3,1626i
180 Hz	0,1750 + 3,6071i	0,1788 + 3,6171i	0,1674 + 3,5911i	0,1788 + 3,6171i
240 Hz	-0,1384 + 3,2626i	-0,1323 + 3,2802i	-0,1509 + 3,2339i	-0,1323 + 3,2802i
300 Hz	-0,4710 + 2,2511i	-0,4642 + 2,2749i	-0,4864 + 2,2111i	-0,4642 + 2,2749i
360 Hz	-0,6952 + 0,8347i	-0,6904 + 0,8594i	-0,7085 + 0,7902i	-0,6904 + 0,8594i
420 Hz	-0,7099 - 0,6570i	-0,7106 - 0,6403i	-0,7146 - 0,6944i	-0,7106 - 0,6403i
480 Hz	-0,4782 - 1,9015i	-0,4875 - 1,9035i	-0,4677 - 1,9177i	-0,4875 - 1,9035i
540 Hz	-0,0432 - 2,6512i	-0,0622 - 2,6818i	-0,0134 - 2,6327i	-0,0622 - 2,6818i
600 Hz	0,4815 - 2,7815i	0,4543 - 2,8472i	0,5301 - 2,7194i	0,4543 - 2,8472i
660 Hz	0,9429 - 2,3111i	0,9123 - 2,4123i	1,0035 - 2,2050i	0,9123 - 2,4123i
720 Hz	1,1927 - 1,3905i	1,1660 - 1,5196i	1,2528 - 1,2508i	1,1660 - 1,5196i
780 Hz	1,1317 - 0,2615i	1,1174 - 0,4030i	1,1743 - 0,1099i	1,1174 - 0,4030i
840 Hz	0,7419 + 0,8022i	0,7481 + 0,6705i	0,7493 + 0,9344i	0,7481 + 0,6705i
900 Hz	0,0979 + 1,5594i	0,1294 + 1,4630i	0,0557 + 1,6363i	0,1294 + 1,4630i
960 Hz	-0,6477 + 1,8568i	-0,5908 + 1,8198i	-0,7461 + 1,8437i	-0,5908 + 1,8198i
1020 Hz	-1,3005 + 1,6613i	-1,2239 + 1,7019i	-1,4503 + 1,5327i	-1,2239 + 1,7019i
1080 Hz	-1,6746 + 1,0638i	-1,5895 + 1,1897i	-1,8585 + 0,8100i	-1,5895 + 1,1897i
1140 Hz	-1,6433 + 0,2525i	-1,5650 + 0,4578i	-1,8322 - 0,1150i	-1,5650 + 0,4578i
1200 Hz	-1,1773 - 0,5369i	-1,1224 - 0,2725i	-1,3346 - 0,9839i	-1,1224 - 0,2725i

FUNÇÃO B (Termos Próprios)				
	Linha Idealmente Transposta	Linha com Transposição		
Freq.	Componentes em Fase	Componentes em Fase		
Hz	[B (1,1) = B (2,2) = B (3,3)]*10²	B (1,1) *10²	B (2,2) *10²	B (3,3) *10²
1260 Hz	-0,3595 - 1,0825i	-0,3423 - 0,7914i	-0,4476 - 1,5539i	-0,3423 - 0,7914i
1320 Hz	0,6286 - 1,2330i	0,5991 - 0,9557i	0,6405 - 1,6601i	0,5991 - 0,9557i
1380 Hz	1,5469 - 0,9479i	1,4697 - 0,7268i	1,6752 - 1,2581i	1,4697 - 0,7268i
1440 Hz	2,1543 - 0,3091i	2,0378 - 0,1811i	2,3953 - 0,4387i	2,0378 - 0,1811i
1500 Hz	2,2705 + 0,4986i	2,1315 + 0,5084i	2,5979 + 0,5915i	2,1315 + 0,5084i
1560 Hz	1,8257 + 1,2331i	1,6871 + 1,1168i	2,1928 + 1,5589i	1,6871 + 1,1168i
1620 Hz	0,8862 + 1,6590i	0,7727 + 1,4279i	1,2323 + 2,1906i	0,7727 + 1,4279i
1680 Hz	-0,3530 + 1,6103i	-0,4196 + 1,2942i	-0,0920 + 2,2837i	-0,4196 + 1,2942i
1740 Hz	-1,6082 + 1,0403i	-1,6132 + 0,6828i	-1,4876 + 1,7622i	-1,6132 + 0,6828i
1800 Hz	-2,5706 + 0,0426i	-2,5106 - 0,3055i	-2,6250 + 0,7036i	-2,5106 - 0,3055i
1860 Hz	-2,9814 - 1,1626i	-2,8650 - 1,4519i	-3,2154 - 0,6700i	-2,8650 - 1,4519i
1920 Hz	-2,6984 - 2,2753i	-2,5455 - 2,4659i	-3,0830 - 2,0371i	-2,5455 - 2,4659i
1980 Hz	-1,7383 - 2,9855i	-1,5767 - 3,0538i	-2,2133 - 3,0499i	-1,5767 - 3,0538i
2040 Hz	-0,2833 - 3,0519i	-0,1434 - 2,9948i	-0,7668 - 3,4179i	-0,1434 - 2,9948i
2100 Hz	1,3518 - 2,3693i	1,4431 - 2,2038i	0,9494 - 2,9834i	1,4431 - 2,2038i
2160 Hz	2,7875 - 1,0072i	2,8124 - 0,7672i	2,5457 - 1,7705i	2,8124 - 0,7672i
2220 Hz	3,6659 + 0,7901i	3,6198 + 1,0605i	3,6376 + 0,0066i	3,6198 + 1,0605i
2280 Hz	3,7379 + 2,6464i	3,6307 + 2,9014i	3,9370 + 1,9790i	3,6307 + 2,9014i
2340 Hz	2,9296 + 4,1319i	2,7843 + 4,3326i	3,3255 + 3,6989i	2,7843 + 4,3326i
2400 Hz	1,3707 + 4,8597i	1,2191 + 4,9813i	1,8922 + 4,7382i	1,2191 + 4,9813i

FUNÇÃO B (Termos Próprios)				
	Linha Idealmente Transposta	Linha com Transposição		
Freq.	Componentes em Fase	Componentes em Fase		
Hz	$[B(1,1) = B(2,2) = B(3,3)] * 10^2$	$B(1,1) * 10^2$	$B(2,2) * 10^2$	$B(3,3) * 10^2$
2460 Hz	-0,6228 + 4,5812i	-0,7470 + 4,6171i	-0,0758 + 4,7902i	-0,7470 + 4,6171i
2520 Hz	-2,6118 + 3,2559i	-2,6800 + 3,2181i	-2,1488 + 3,7503i	-2,6800 + 3,2181i
2580 Hz	-4,1299 + 1,0789i	-4,1252 + 0,9940i	-3,8473 + 1,7553i	-4,1252 + 0,9940i
2640 Hz	-4,7905 - 1,5444i	-4,7119 - 1,6415i	-4,7505 - 0,8292i	-4,7119 - 1,6415i
2700 Hz	-4,3825 - 4,0732i	-4,2462 - 4,1484i	-4,5981 - 3,4746i	-4,2462 - 4,1484i
2760 Hz	-2,9303 - 5,9432i	-2,7667 - 5,9709i	-3,3594 - 5,5973i	-2,7667 - 5,9709i
2820 Hz	-0,7023 - 6,6913i	-0,5500 - 6,6613i	-1,2535 - 6,6853i	-0,5500 - 6,6613i
2880 Hz	1,8364 - 6,0669i	1,9389 - 5,9872i	1,2865 - 6,4173i	1,9389 - 5,9872i
2940 Hz	4,1200 - 4,1027i	4,1431 - 3,9983i	3,7017 - 4,7478i	4,1431 - 3,9983i
3000 Hz	5,6064 - 1,1275i	5,5371 - 1,0345i	5,4286 - 1,9346i	5,5371 - 1,0345i
3060 Hz	5,9038 + 2,2869i	5,7497 + 2,3297i	6,0281 + 1,4977i	5,7497 + 2,3297i
3120 Hz	4,8696 + 5,4355i	4,6589 + 5,3964i	5,2930 + 4,8564i	4,6589 + 5,3964i
3180 Hz	2,6575 + 7,6264i	2,4344 + 7,4900i	3,3087 + 7,4214i	2,4344 + 7,4900i
3240 Hz	-0,3000 + 8,3331i	-0,4839 + 8,1061i	0,4499 + 8,6004i	-0,4839 + 8,1061i
3300 Hz	-3,3743 + 7,3193i	-3,4713 + 7,0317i	-2,6879 + 8,0644i	-3,4713 + 7,0317i
3360 Hz	-5,8729 + 4,7067i	-5,8504 + 4,4081i	-5,4115 + 5,8331i	-5,8504 + 4,4081i
3420 Hz	-7,1932 + 0,9689i	-7,0425 + 0,7192i	-7,0809 + 2,2891i	-7,0425 + 0,7192i
3480 Hz	-6,9649 - 3,1529i	-6,7057 - 3,2958i	-7,2570 - 1,8863i	-6,7057 - 3,2958i
3540 Hz	-5,1474 - 6,7971i	-4,8261 - 6,7902i	-5,8116 - 5,8452i	-4,8261 - 6,7902i
3600 Hz	-2,0575 - 9,1625i	-1,7399 - 8,9891i	-2,9729 - 8,7472i	-1,7399 - 8,9891i

FUNÇÃO C (Termos Próprios)				
	Linha Idealmente Transposta	Linha com Transposição		
Freq.	Componentes em Fase	Componentes em Fase		
Hz	$[C(1,1) = C(2,2) = C(3,3)] * 10^{-3}$	$C(1,1) * 10^{-3}$	$C(2,2) * 10^{-3}$	$C(3,3) * 10^{-3}$
60 Hz	-0,0061 + 1,2965i	-0,0062 + 1,2966i	-0,0060 + 1,2966i	-0,0062 + 1,2966i
120 Hz	-0,0350 + 2,3477i	-0,0354 + 2,3491i	-0,0339 + 2,3470i	-0,0354 + 2,3491i
180 Hz	-0,0869 + 2,9736i	-0,0879 + 2,9792i	-0,0846 + 2,9687i	-0,0879 + 2,9792i
240 Hz	-0,1491 + 3,0793i	-0,1501 + 3,0935i	-0,1465 + 3,0631i	-0,1501 + 3,0935i
300 Hz	-0,1990 + 2,6684i	-0,1987 + 2,6966i	-0,1987 + 2,6294i	-0,1987 + 2,6966i
360 Hz	-0,2116 + 1,8349i	-0,2083 + 1,8827i	-0,2173 + 1,7591i	-0,2083 + 1,8827i
420 Hz	-0,1695 + 0,7403i	-0,1617 + 0,8112i	-0,1847 + 0,6134i	-0,1617 + 0,8112i
480 Hz	-0,0716 - 0,4202i	-0,0584 - 0,3257i	-0,0975 - 0,6085i	-0,0584 - 0,3257i
540 Hz	0,0649 - 1,4535i	0,0823 - 1,3398i	0,0303 - 1,7054i	0,0823 - 1,3398i
600 Hz	0,2067 - 2,2020i	0,2253 - 2,0788i	0,1697 - 2,5081i	0,2253 - 2,0788i
660 Hz	0,3136 - 2,5678i	0,3289 - 2,4496i	0,2839 - 2,9055i	0,3289 - 2,4496i
720 Hz	0,3502 - 2,5240i	0,3569 - 2,4287i	0,3388 - 2,8584i	0,3569 - 2,4287i
780 Hz	0,2967 - 2,1123i	0,2903 - 2,0582i	0,3130 - 2,3999i	0,2903 - 2,0582i
840 Hz	0,1568 - 1,4284i	0,1348 - 1,4310i	0,2056 - 1,6231i	0,1348 - 1,4310i
900 Hz	-0,0411 - 0,5996i	-0,0777 - 0,6683i	0,0379 - 0,6610i	-0,0777 - 0,6683i
960 Hz	-0,2492 + 0,2405i	-0,2960 + 0,1052i	-0,1500 + 0,3396i	-0,2960 + 0,1052i
1020 Hz	-0,4120 + 0,9746i	-0,4614 + 0,7825i	-0,3092 + 1,2416i	-0,4614 + 0,7825i
1080 Hz	-0,4807 + 1,5184i	-0,5236 + 1,2891i	-0,3941 + 1,9376i	-0,5236 + 1,2891i
1140 Hz	-0,4272 + 1,8276i	-0,4548 + 1,5880i	-0,3754 + 2,3603i	-0,4548 + 1,5880i
1200 Hz	-0,2536 + 1,8962i	-0,2596 + 1,6770i	-0,2495 + 2,4857i	-0,2596 + 1,6770i

FUNÇÃO C (Termos Próprios)				
	Linha Idealmente Transposta	Linha com Transposição		
Freq.	Componentes em Fase	Componentes em Fase		
Hz	$[C(1,1) = C(2,2) = C(3,3)] * 10^{-3}$	$C(1,1) * 10^{-3}$	$C(2,2) * 10^{-3}$	$C(3,3) * 10^{-3}$
1260 Hz	0,0057 + 1,7490i	0,0234 + 1,5794i	-0,0413 + 2,3277i	0,0234 + 1,5794i
1320 Hz	0,2905 + 1,4289i	0,3291 + 1,3316i	0,1997 + 1,9289i	0,3291 + 1,3316i
1380 Hz	0,5279 + 0,9855i	0,5803 + 0,9727i	0,4106 + 1,3481i	0,5803 + 0,9727i
1440 Hz	0,6510 + 0,4663i	0,7071 + 0,5373i	0,5302 + 0,6510i	0,7071 + 0,5373i
1500 Hz	0,6162 - 0,0867i	0,6655 + 0,0546i	0,5155 - 0,0976i	0,6655 + 0,0546i
1560 Hz	0,4171 - 0,6362i	0,4513 - 0,4486i	0,3544 - 0,8363i	0,4513 - 0,4486i
1620 Hz	0,0887 - 1,1450i	0,1038 - 0,9408i	0,0717 - 1,5068i	0,1038 - 0,9408i
1680 Hz	-0,2976 - 1,5717i	-0,3003 - 1,3810i	-0,2740 - 2,0530i	-0,3003 - 1,3810i
1740 Hz	-0,6492 - 1,8682i	-0,6636 - 1,7159i	-0,6016 - 2,4201i	-0,6636 - 1,7159i
1800 Hz	-0,8739 - 1,9834i	-0,8908 - 1,8845i	-0,8260 - 2,5575i	-0,8908 - 1,8845i
1860 Hz	-0,9029 - 1,8706i	-0,9131 - 1,8284i	-0,8786 - 2,4249i	-0,9131 - 1,8284i
1920 Hz	-0,7101 - 1,5011i	-0,7072 - 1,5073i	-0,7261 - 2,0026i	-0,7072 - 1,5073i
1980 Hz	-0,3219 - 0,8777i	-0,3051 - 0,9155i	-0,3813 - 1,3018i	-0,3051 - 0,9155i
2040 Hz	0,1848 - 0,0460i	0,2099 - 0,0951i	0,0954 - 0,3735i	0,2099 - 0,0951i
2100 Hz	0,6973 + 0,9015i	0,7195 + 0,8594i	0,6063 + 0,6883i	0,7195 + 0,8594i
2160 Hz	1,0920 + 1,8317i	1,0970 + 1,8078i	1,0363 + 1,7520i	1,0970 + 1,8078i
2220 Hz	1,2629 + 2,5875i	1,2377 + 2,5832i	1,2786 + 2,6628i	1,2377 + 2,5832i
2280 Hz	1,1491 + 3,0153i	1,0865 + 3,0211i	1,2599 + 3,2655i	1,0865 + 3,0211i
2340 Hz	0,7524 + 2,9956i	0,6547 + 2,9944i	0,9604 + 3,4333i	0,6547 + 2,9944i
2400 Hz	0,1423 + 2,4733i	0,0229 + 2,4449i	0,4223 + 3,0945i	0,0229 + 2,4449i

FUNÇÃO C (Termos Próprios)				
	Linha Idealmente Transposta	Linha com Transposição		
Freq.	Componentes em Fase	Componentes em Fase		
Hz	$[C(1,1) = C(2,2) = C(3,3)] * 10^{-3}$	$C(1,1) * 10^{-3}$	$C(2,2) * 10^{-3}$	$C(3,3) * 10^{-3}$
2460 Hz	-0,5557 + 1,4790i	-0,6731 + 1,4067i	-0,2553 + 2,2551i	-0,6731 + 1,4067i
2520 Hz	-1,1853 + 0,1353i	-1,2712 + 0,0120i	-0,9342 + 1,0076i	-1,2712 + 0,0120i
2580 Hz	-1,5941 - 1,3543i	-1,6193 - 1,5226i	-1,4662 - 0,4747i	-1,6193 - 1,5226i
2640 Hz	-1,6692 - 2,7358i	-1,6124 - 2,9287i	-1,7249 - 1,9603i	-1,6124 - 2,9287i
2700 Hz	-1,3670 - 3,7488i	-1,2219 - 3,9340i	-1,6359 - 3,1964i	-1,2219 - 3,9340i
2760 Hz	-0,7278 - 4,1766i	-0,5073 - 4,3166i	-1,1963 - 3,9536i	-0,5073 - 4,3166i
2820 Hz	0,1272 - 3,8932i	0,3903 - 3,9536i	-0,4800 - 4,0710i	0,3903 - 3,9536i
2880 Hz	1,0185 - 2,8965i	1,2757 - 2,8547i	0,3747 - 3,4917i	1,2757 - 2,8547i
2940 Hz	1,7455 - 1,3196i	1,9411 - 1,1719i	1,1917 - 2,2816i	1,9411 - 1,1719i
3000 Hz	2,1311 + 0,5847i	2,2137 + 0,8194i	1,7935 - 0,6259i	2,2137 + 0,8194i
3060 Hz	2,0640 + 2,4834i	1,9982 + 2,7658i	2,0406 + 1,1977i	1,9982 + 2,7658i
3120 Hz	1,5282 + 4,0236i	1,3054 + 4,3002i	1,8640 + 2,8658i	1,3054 + 4,3002i
3180 Hz	0,6129 + 4,9000i	0,2562 + 5,1137i	1,2830 + 4,0676i	0,2562 + 5,1137i
3240 Hz	-0,5009 + 4,9171i	-0,9370 + 5,0201i	0,4062 + 4,5646i	-0,9370 + 5,0201i
3300 Hz	-1,5756 + 4,0343i	-2,0134 + 3,9996i	-0,5893 + 4,2391i	-2,0134 + 3,9996i
3360 Hz	-2,3676 + 2,3815i	-2,7197 + 2,2110i	-1,4932 + 3,1224i	-2,7197 + 2,2110i
3420 Hz	-2,6814 + 0,2426i	-2,8683 - 0,0309i	-2,1067 + 1,3949i	-2,8683 - 0,0309i
3480 Hz	-2,4172 - 1,9944i	-2,3848 - 2,3118i	-2,2867 - 0,6423i	-2,3848 - 2,3118i
3540 Hz	-1,5988 - 3,9086i	-1,3322 - 4,1959i	-1,9797 - 2,6208i	-1,3322 - 4,1959i
3600 Hz	-0,3756 - 5,1284i	0,0939 - 5,3129i	-1,2368 - 4,1727i	0,0939 - 5,3129i

As tabelas anteriores mostram a influência que tem a frequência nos elementos das matrizes de transferência do quadripolo, onde todos os valores estão no domínio das fases. Portanto, é possível observar a diferença existente entre a representação da linha idealmente transposta com a linha de transposição real. Nas tabelas acima são apresentados, como exemplo de comparação, somente os valores próprios dos dois tipos de transposição de linha: LIT e LT4.

Pode-se observar nas tabelas que os valores próprios correspondentes à sub-matriz de transferência “A” da linha ideal são iguais. Mas os valores próprios da sub-matriz “A” da linha com transposição real apresentam uma diferença significativa entre eles. Esta diferença é devido à multiplicação das funções de transferência de trechos de linha que têm matrizes de transferência diferentes para cada trecho. Esta característica é descrita no apêndice A.

As sub-matrizes “B” e “C” correspondentes à linha com transposição têm dois valores diagonais iguais. A igualdade destes elementos é devido à configuração da linha de transmissão no cálculo dos parâmetros elétricos.

Os resultados obtidos da modelagem em frequência fundamental (tensão e corrente) e os valores das sub-matrizes de transferência de LIT e LT4 mostram a influência da transposição numa linha de transmissão. Pode-se perceber que para a frequência de 60 Hz, uma linha com transposição real pode ser considerada idealmente transposta devido à pequena diferença entre representação de linha ideal e real, mas para frequências maiores isso já não é válido porque esta diferença aumenta.

7.3 Análise dos Módulos dos Elementos das Matrizes de Transferência (sub-matrizes A, B e C no Domínio das Fases) Considerando os Elementos em Função da Frequência e Comprimentos de 300 e 600 km

7.3.1 Diferença entre as Representações de LIT e LT4 para 300 km

No capítulo 6 foram apresentados os módulos e os ângulos dos elementos da matriz de transferência em fase, em função da frequência, e é possível observar a diferença entre as duas representações de linha. Uma maneira de melhor analisar esta diferença é obtendo a

diferença relativa entre as duas representações. Estas diferenças serão apresentadas em função da frequência. Os erros calculados estão apresentados para o caso de linha idealmente transposta (LIT) e linha com transposição real (LT4), tendo como base linha com transposição real. Portanto, o erro apresentado entre os dois casos é definido por:

$$\text{Erro}(\%) = \frac{|X_{it}(i, j)| - |X_t(i, j)|}{X_t(i, j)} * (100) \quad (7.2)$$

Onde:

$|X_{it}(i, j)|$: Módulo do elemento para o caso linha idealmente transposta.

$|X_t(i, j)|$: Módulo do elemento para o caso linha com transposição real.

Nas figuras os erros são obtidos considerando os módulos dos elementos das duas matrizes de transferência.

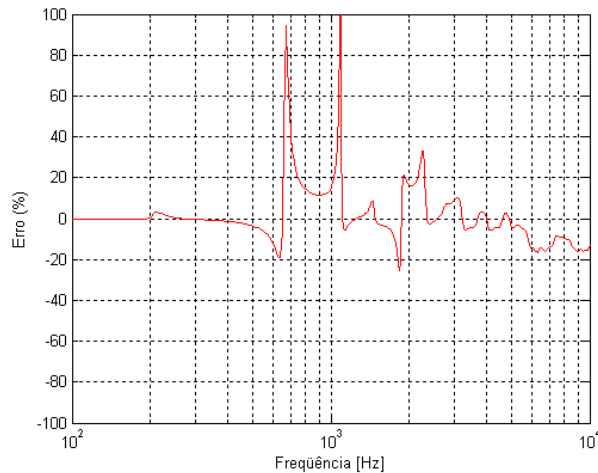


Fig. 7.1: Erro existente no elemento A (1,1).

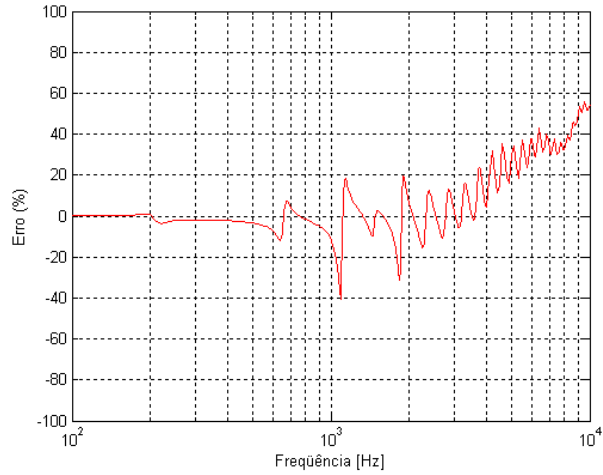


Fig. 7.2: Erro existente no elemento A (2,2).

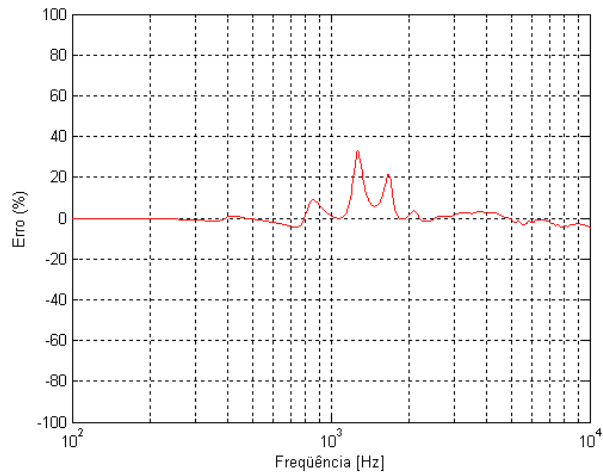


Fig. 7.3: Erro existente no elemento B (1,1).

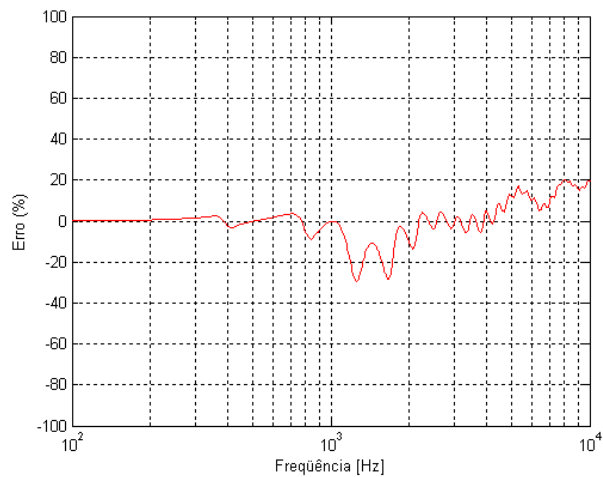


Fig. 7.4: Erro existente no elemento B (2,2).

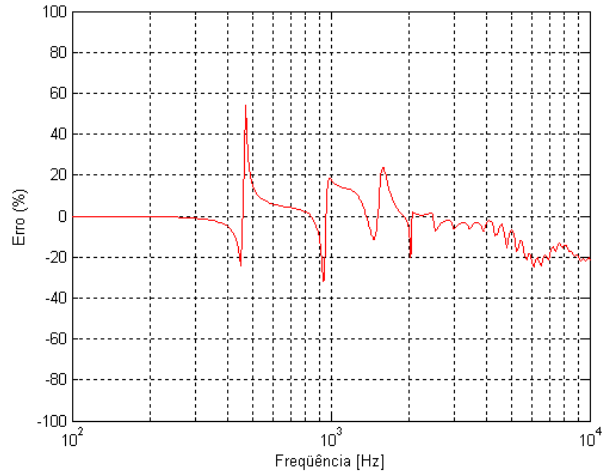


Fig. 7.5: Erro existente no elemento C (1,1).

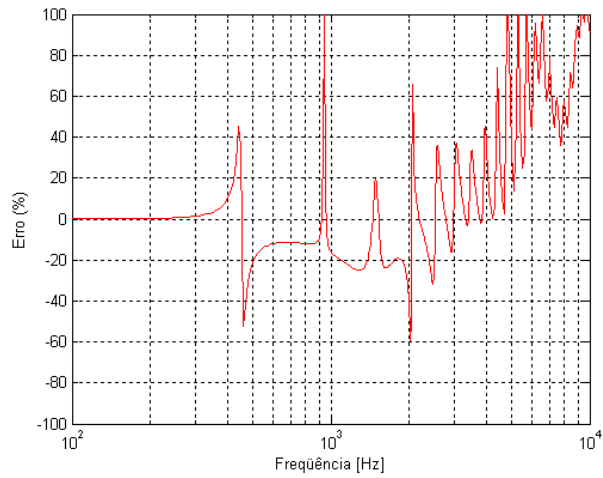


Fig. 7.6: Erro existente no elemento C (2,2).

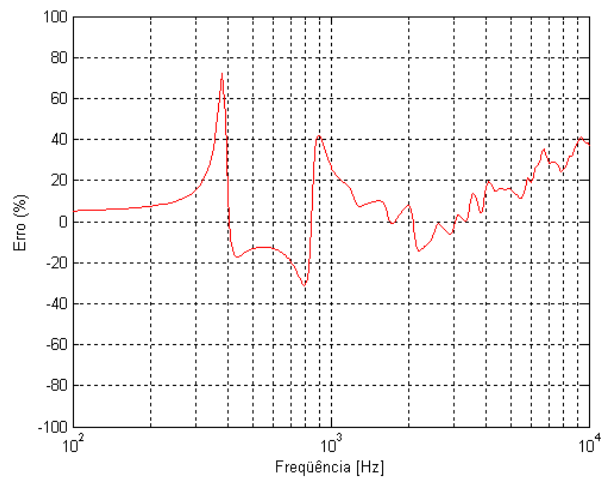


Fig. 7.7: Erro existente no elemento A (1,2).

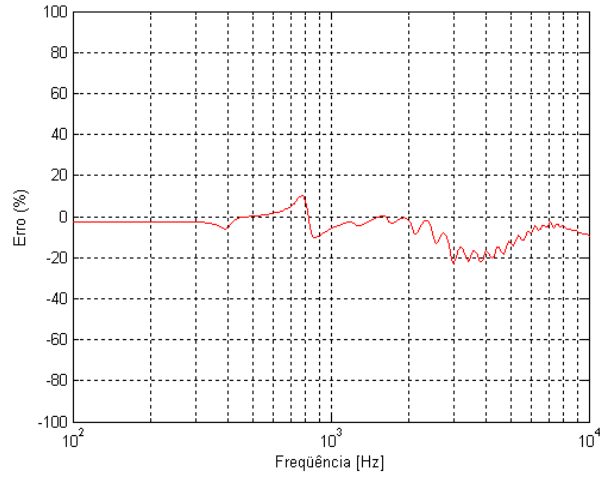


Fig. 7.8: Erro existente no elemento A (1,3).

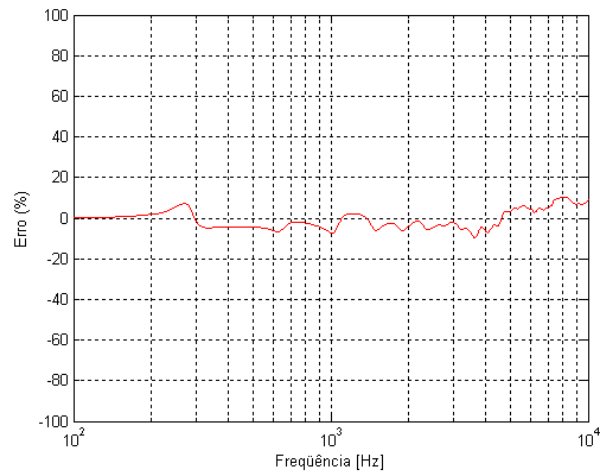


Fig. 7.9: Erro existente no elemento B (1,2).

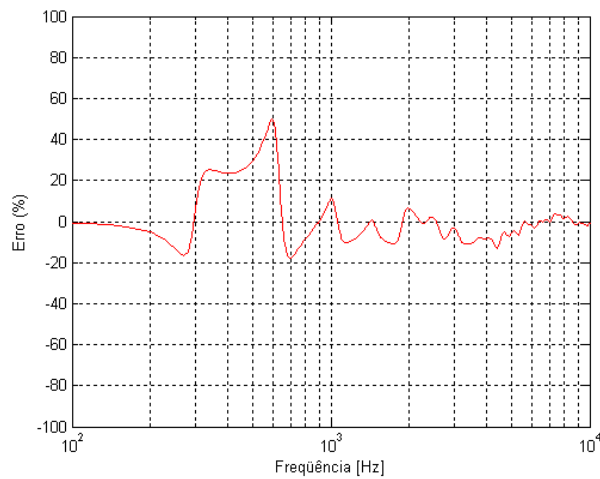


Fig. 7.10: Erro existente no elemento B (1,3).

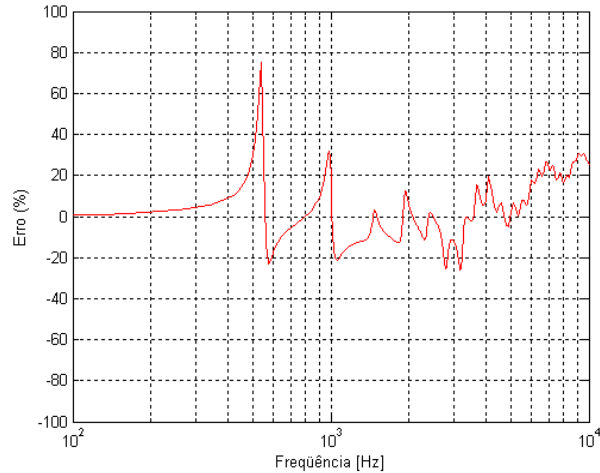


Fig. 7.11 Erro existente no elemento C (1,2).

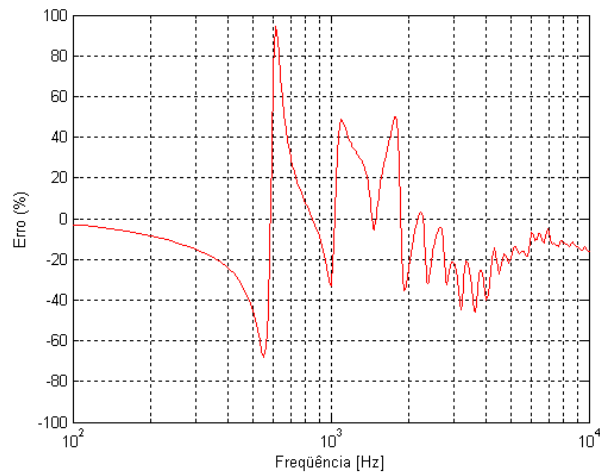


Fig. 7.12: Erro existente no elemento C (1,3).

Pode-se perceber dos gráficos que o erro dos elementos próprios começa a ter pequena variação até uns 600 Hz, e logo uma variação considerável ao aumento de frequências maiores. No caso dos elementos mútuos o erro é mais significativo para frequências maiores do que 100 Hz.

Os erros elevados ocorrem quando o denominador fica muito pequeno e muitas vezes não caracterizam uma imprecisão tão elevada. Nos gráficos anteriores pode-se observar um maior erro na frequência próxima de 480 Hz, que corresponde a um comprimento de onda aproximado de 625 km.

7.3.2 Diferença entre as Representações de LIT e LT4 para 600 km

Na análise das matrizes de transferência em função da frequência é possível observar que o comportamento dos módulos de elementos da matriz de transferência variam com o comprimento. O comportamento dos módulos e ângulos das sub-matrizes (A, B, C e D) em função da frequência para o comprimento de 600 km estão apresentados no apêndice “C” para os dois casos (linha idealmente transposta e linha com transposição real).

Para esta análise se considera uma linha idealmente transposta e a linha com transposição real com dois ciclos de transposição de 300 km.

Os erros calculados entre os elementos do quadripolo são obtidos comparando o caso de linha idealmente transposta e de linha com transposição real, tendo como base a linha com transposição real (600 km). A forma de obter o erro foi apresentada em (7.2).

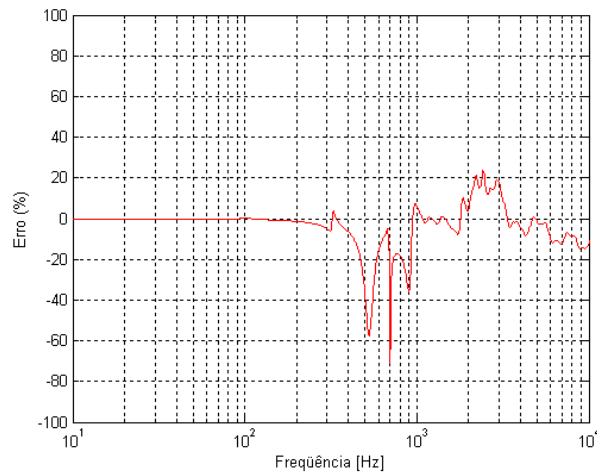


Fig. 7.13: Erro existente no elemento A (1,1) - 600 km.

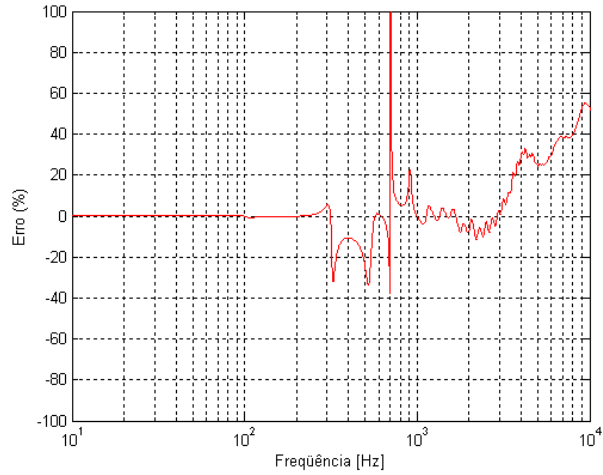


Fig. 7.14: Erro existente no elemento A (2,2) – 600 km.

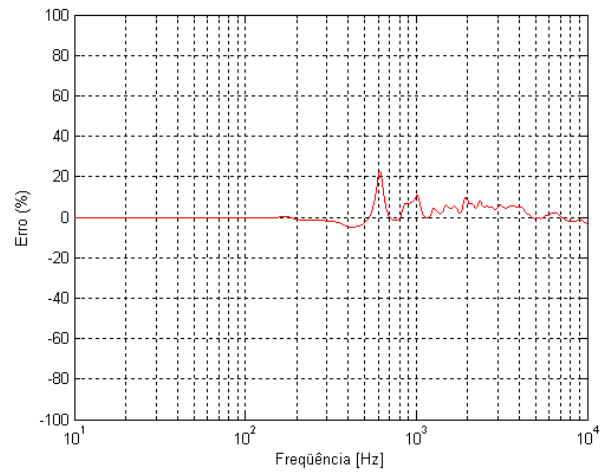


Fig. 7.15: Erro existente no elemento B (1,1) – 600 km.

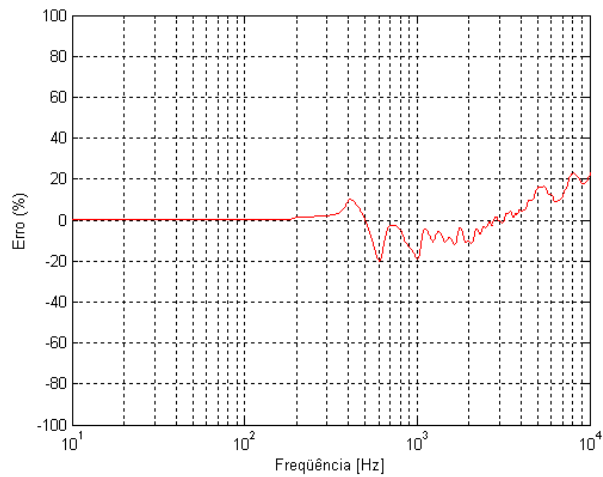


Fig. 7.16: Erro existente no elemento B (2,2) – 600 km.

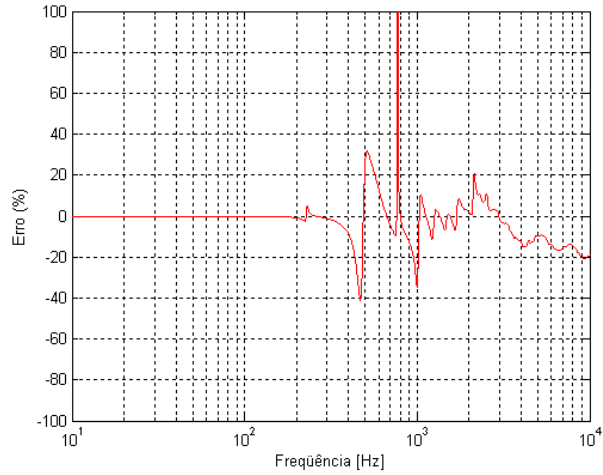


Fig. 7.17: Erro existente no elemento C (1,1) – 600 km.

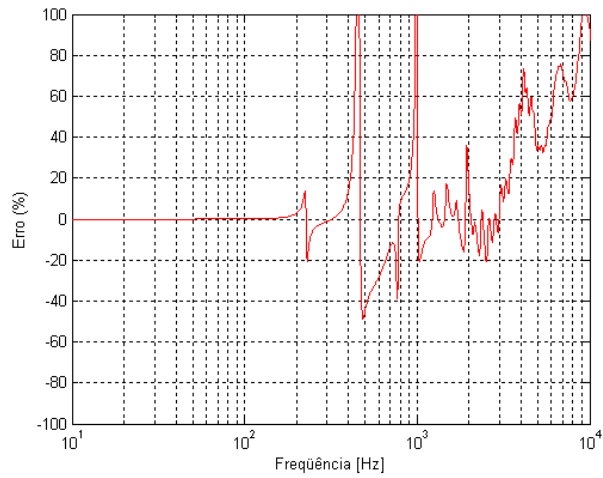


Fig. 7.18: Erro existente no elemento C (2,2) – 600 km.

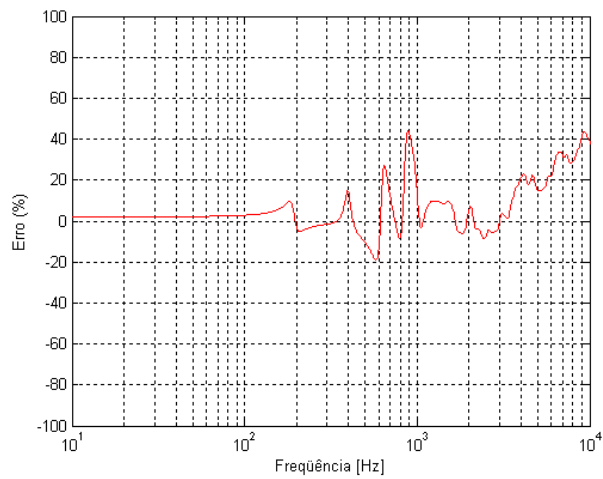


Fig. 7.19: Erro existente no elemento A (1,2) – 600 km.

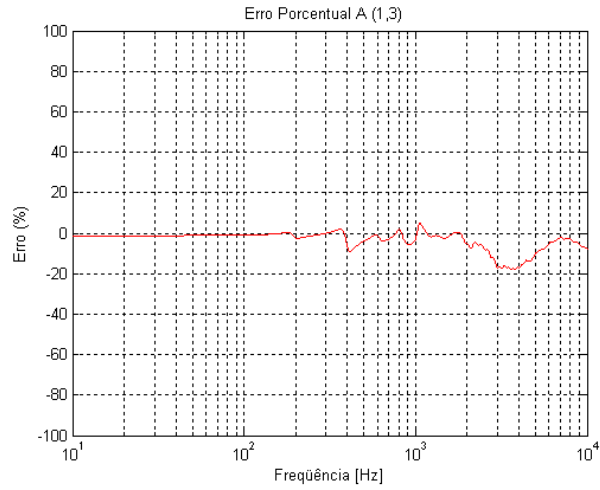


Fig. 7.20: Erro existente no elemento A (1,3) – 600 km.

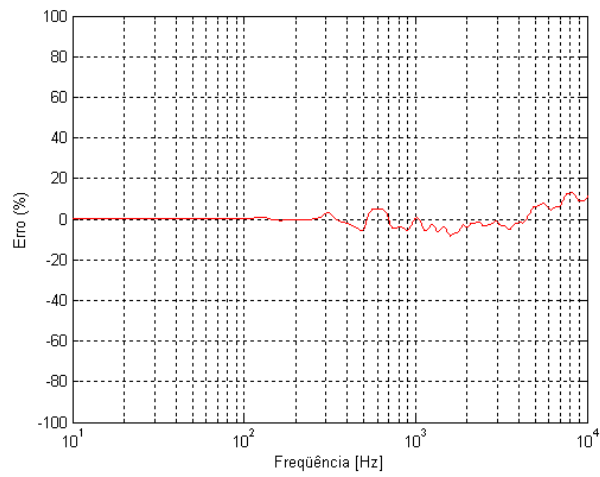


Fig. 7.21: Erro existente no elemento B (1,2) – 600 km.

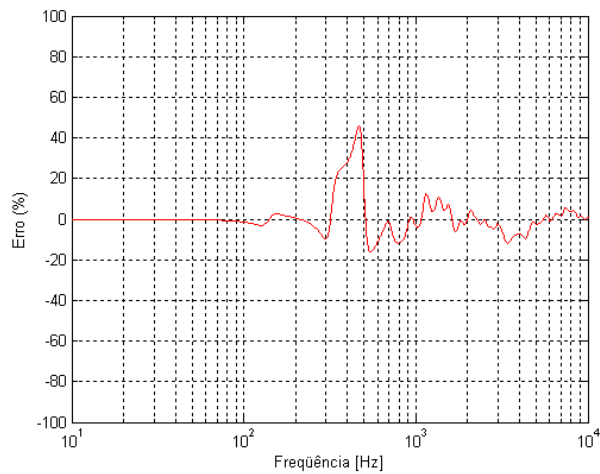


Fig. 7.22: Erro existente no elemento B (1,3) – 600 km.

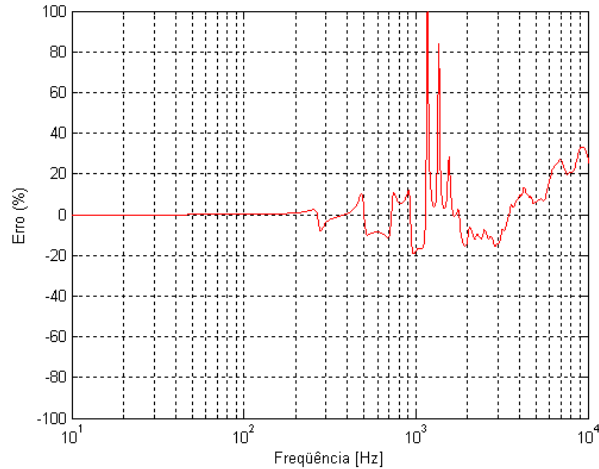


Fig. 7.23: Erro existente no elemento C (1,2) – 600 km.

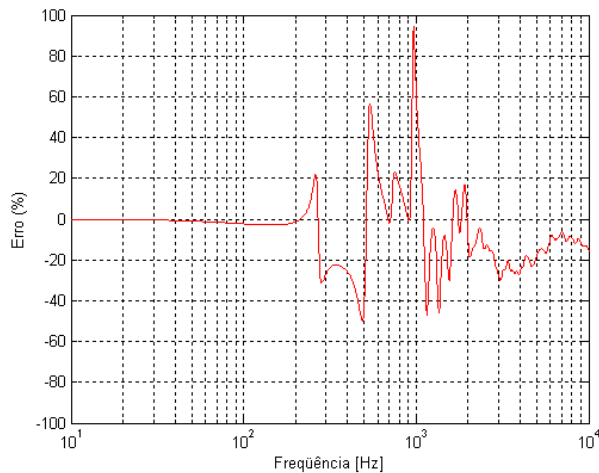


Fig. 7.24: Erro existente no elemento C (1,3) – 600 km.

Dos gráficos anteriores podemos observar que o comportamento do erro para uma linha de 600 km tem forma similar, mas um pouco mais atenuado. Houve deslocamento em função da frequência com respeito ao erro da linha de 300 km em função da relação entre $\lambda/4$ e o ciclo de transposição.

Nas seguintes figuras são apresentados os módulos dos elementos A(1,1) e A(2,2) em função da frequência das matrizes de transferência correspondentes aos comprimentos de 300 e 600 km, onde é possível observar o comportamento que cada elemento das matrizes, tanto para a representação de linha idealmente transposta como para a linha com transposição real.

Os outros elementos das matrizes de transferência são apresentados no apêndice “D”.

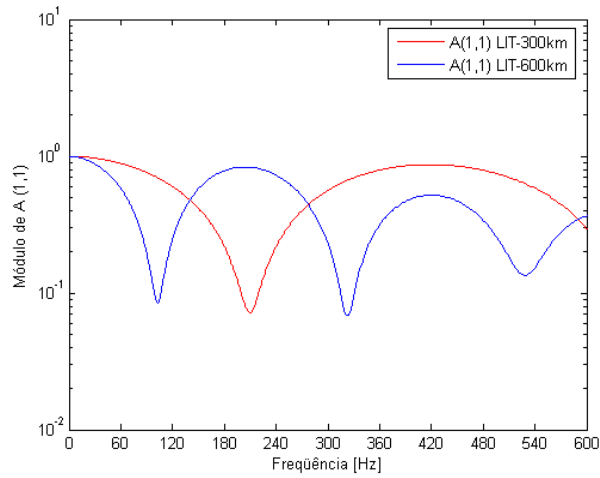


Fig. 7.25: Comportamento dos elementos A (1,1) de LIT para 300 e 600 km.

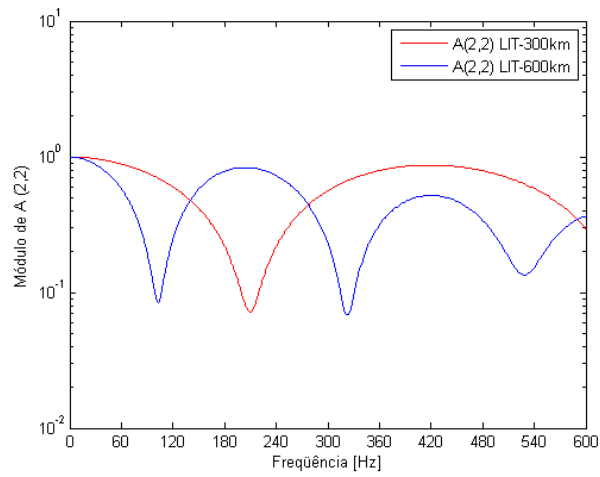


Fig. 7.26: Comportamento dos elementos A (2,2) de LIT para 300 e 600 km.

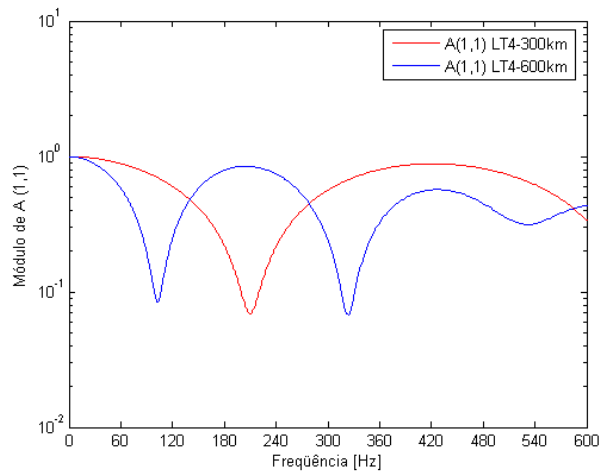


Fig. 7.27: Comportamento dos elementos A (1,1) de LT4 para 300 e 600 km.

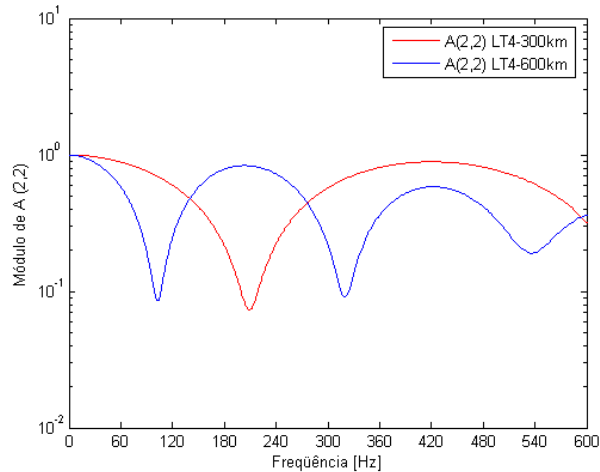


Fig. 7.28: Comportamento dos elementos A (2,2) de LT4 para 300 e 600 km.

Pode-se observar nas Fig. 7.25 a Fig. 7.28 que quanto maior a linha menores são as frequências de ressonância. Com relação à diferença entre as representações estas se tornam mais significativas para as ressonâncias de ordem superior, como apresentado no gráfico dos erros. Desta forma as linhas de 600 km começam a apresentar erros para frequências menores do que as linhas de 300 km apesar de serem erros de menor valor.

7.4 Simulação da Energização da Linha

Outra forma de analisar a diferença entre as duas representações é fazendo simulações no tempo, por exemplo, da energização de linha. Estas simulações foram feitas utilizando o programa PSCAD/EMTDC.

O sistema simulado consiste:

- Linhas de transmissão LIT e LT4 utilizadas na análise têm comprimentos de 300 km.
- Tensão nominal 440 kV,
- Equivalente de geração foi apresentado através de 50 km de linha idealmente transposta.
- Resistores de pré-inserção 300 Ω .

- Tempos de fechamento (atuação do resistor):
Fase “A” = 0,096301 s.
Fase “B” = 0,099965 s.
Fase “C” = 0,099176 s.
- Tempos de fechamento da chave de by-pass (curto-circuitando o resistor de pré-inserção):
Fase “A” = 0,102428 s.
Fase “B” = 0,101558 s.
Fase “C” = 0,105858 s.

Os tempos de fechamento das chaves na energização da linha são aplicados para condições bem severas de transitórios, correspondendo ao fechamento próximo aos máximos das tensões em cada fase. Portanto, com esses tempos são simuladas as energizações para o caso de uma linha idealmente transposta e linha com transposição real e desta maneira será possível observar as diferenças entre as representações LIT e LT4 para esse transitório bem severo.

A montagem da linha idealmente transposta (LIT) no PSCAD é feita inserindo no elemento que representa a linha, as coordenadas das posições dos condutores, resistividade do solo, resistência *cc* para os condutores de fase e cabos pára-raios, etc. A linha foi representada como idealmente transposta.

A montagem da linha com transposição real (LT4) no PSCAD é feita utilizando quatro trechos de linha. Cada trecho de linha está definido por seu comprimento e são inseridos os dados da linha, posições dos condutores, resistividade, resistências *cc*, etc. Definiu-se cada trecho de linha como linha não transposta. Para o caso de representação com transposição real (LT4) a linha foi dividida em 1/6, 1/3, 1/3 e 1/6 do comprimento total de 300 km. O PSCAD representa a dependência dos parâmetros longitudinais da linha em função da frequência.

No circuito a representação do equivalente de geração é realizada através de um elemento com acoplamento entre fases, mas constante na frequência.

As Fig. 7.29 e Fig. 7.30 mostram os circuitos em PSCAD de uma linha idealmente transposta e linha com transposição real (LT4). As diferenças devido às representações da transposição da linha (LIT e LT4) podem ser visualizadas através de suas tensões, observadas nos terminais das linhas.

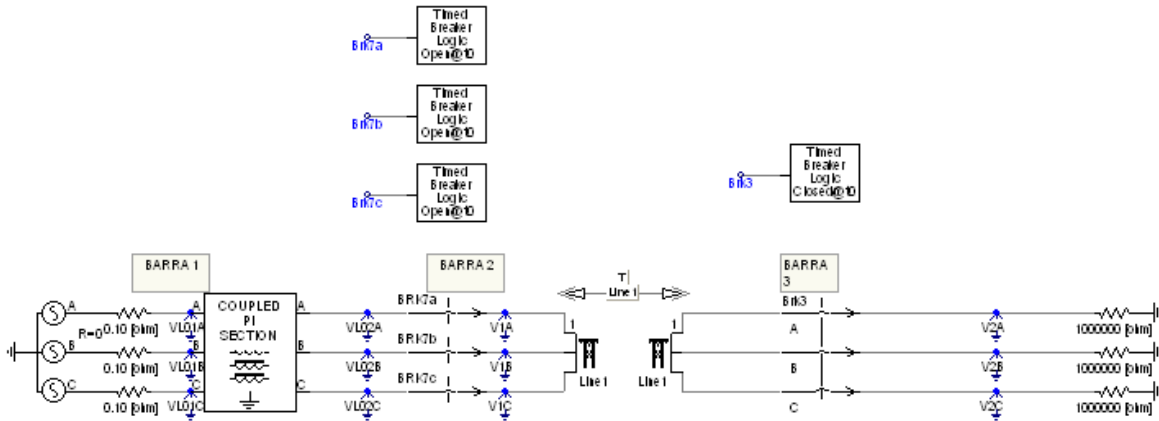


Fig. 7.29: Esquema de linha idealmente transposta utilizando PSCAD.

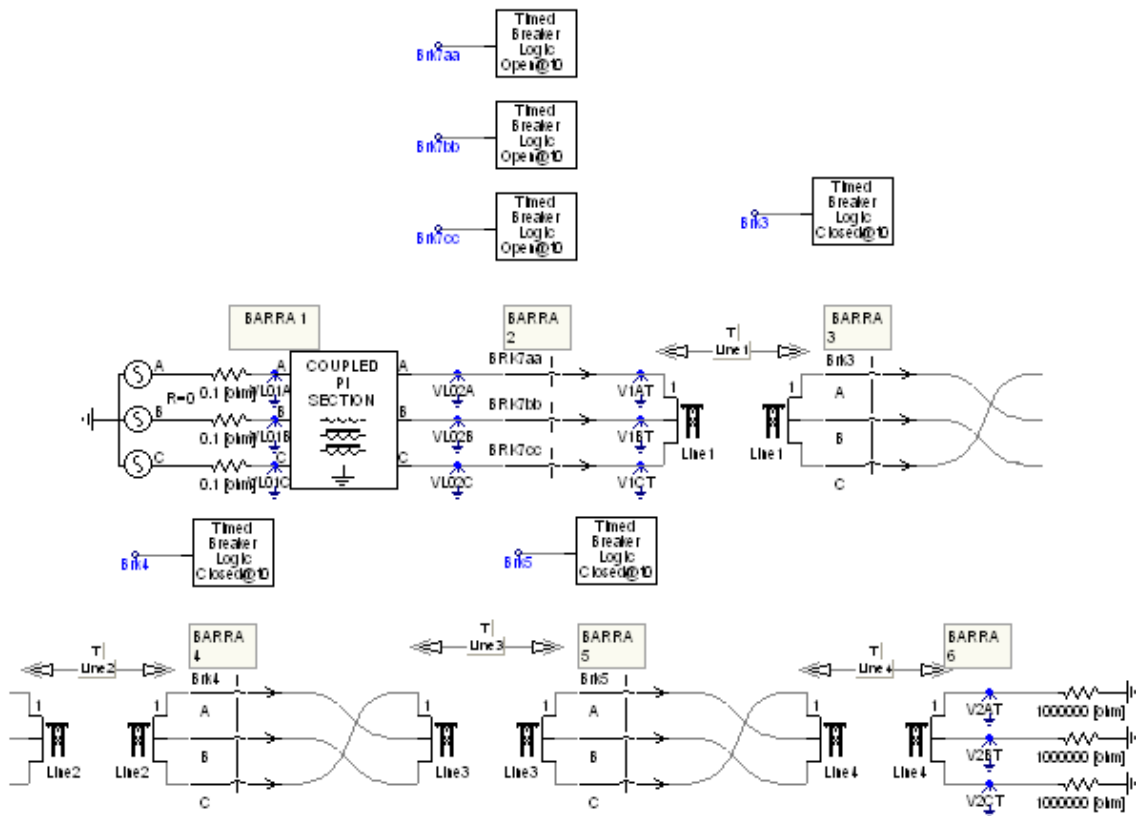


Fig. 7.30: Esquema de linha com transposição real utilizando PSCAD.

O comportamento das tensões observadas na energização, tanto no extremo inicial (V1), como também no extremo final da linha (V2) são úteis para observar e comparar as representações de LIT e LT4.

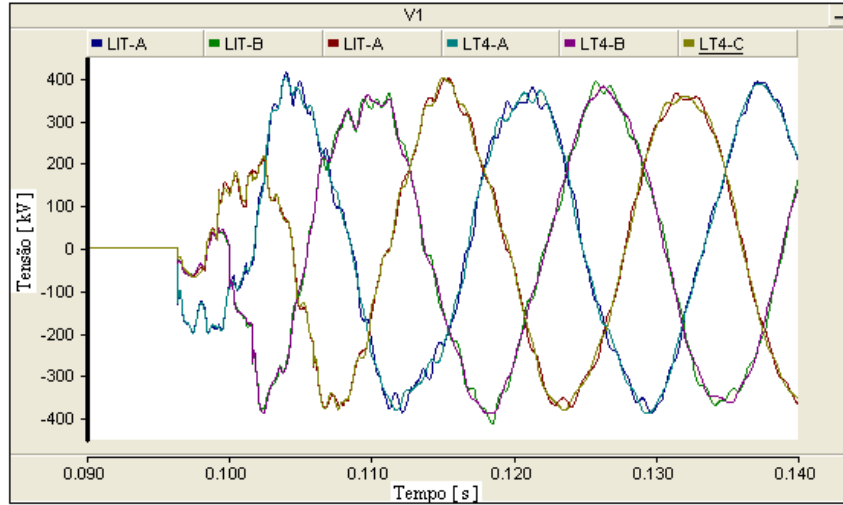


Fig. 7.31: Energização da linha – Tensão no terminal próximo à geração (0,09 a 0,14 s).

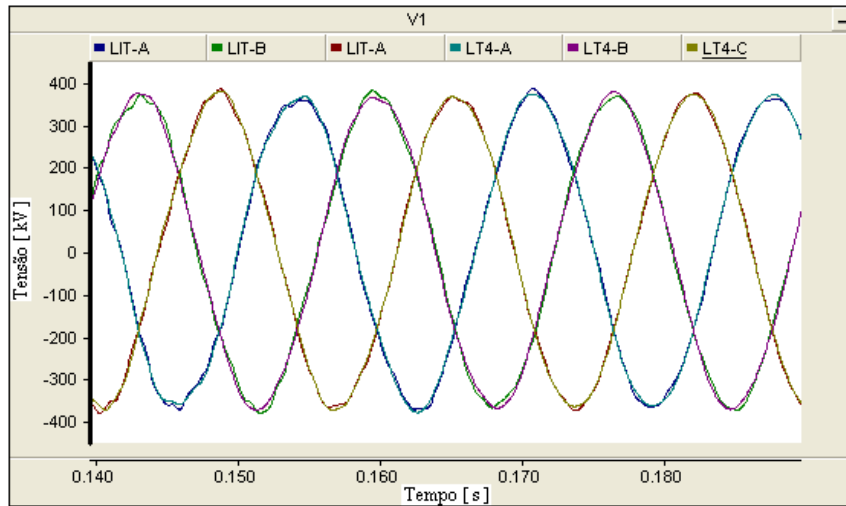


Fig. 7.32: Energização da linha – Tensão no terminal próximo à geração (0,14 a 0,19 s).

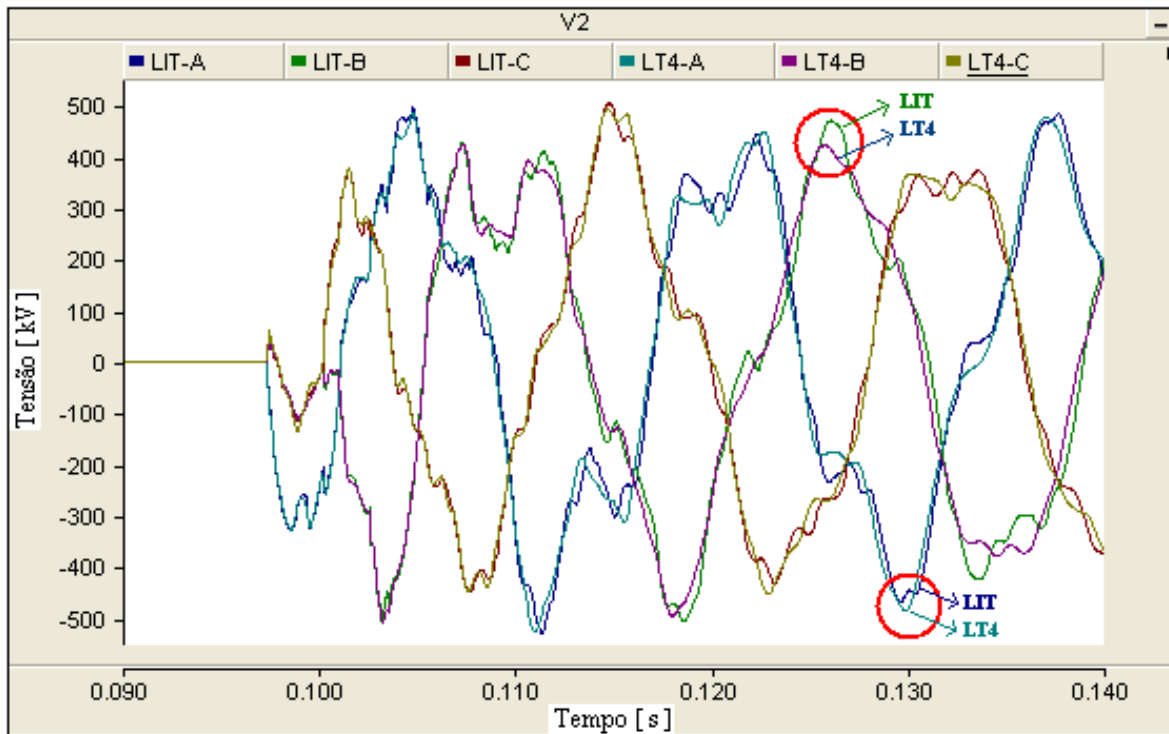


Fig. 7.33: Energização da linha – tensão no terminal da recepção da linha (0,09 a 0,14 s).

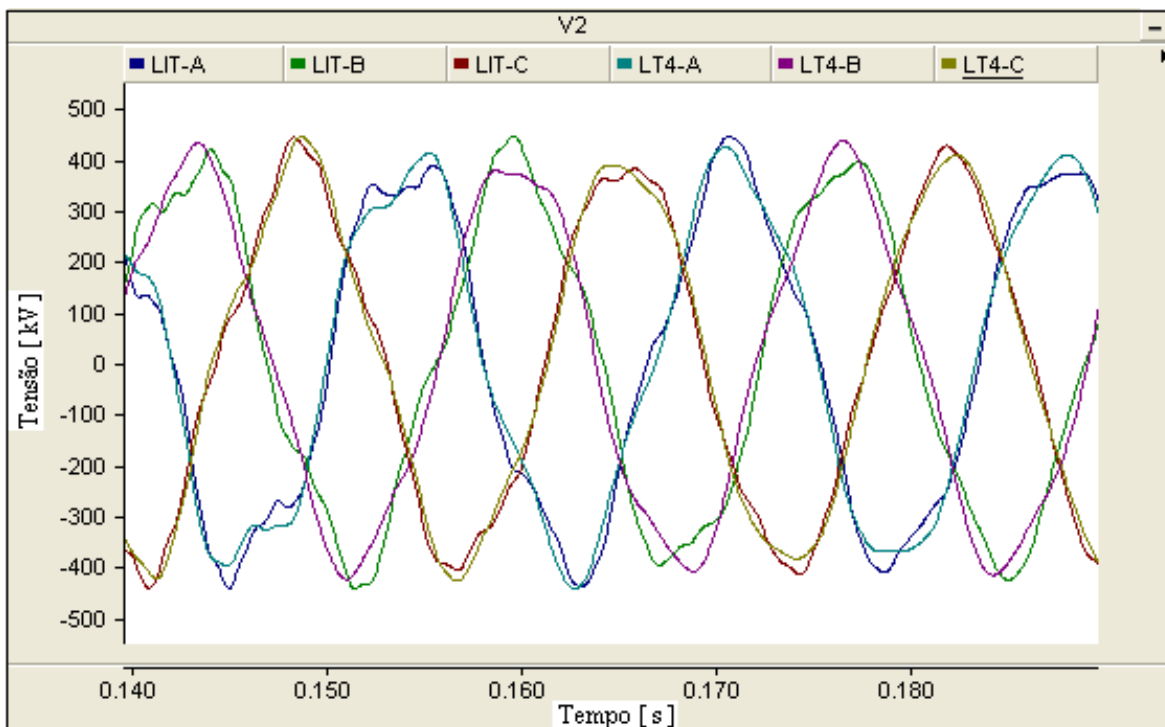


Fig. 7.34: Energização da linha – tensão no terminal da recepção da linha (0,14 a 0,19 s).

Os transitórios gerados pela manobra de energização são mais severos no extremo final e com menos intensidade na parte inicial da linha.

Análise dos resultados: As diferenças entre as representações de LIT e LT4 (Fig. 7.32) não são acentuadas. A representação que resulta em sobretensões superiores é a representação de LIT para um pico de onda específico, mas em outros picos de onda a representação LT4 mostra maiores sobretensões.

Um fator que poderia realçar as diferenças entre as representação real e ideal é a injeção de harmônicos em frequências previamente identificadas, para as quais a resposta das representações da transposição apresentam diferenças significativas.

VIII

CONCLUSÕES

Neste trabalho foi demonstrado que utilizar as representações de linha idealmente transposta para estudos de transitórios eletromagnéticos não é totalmente adequado.

A geometria da linha tem influência importante no comportamento elétrico de uma linha de transmissão.

As matrizes de parâmetros longitudinais e transversais de uma linha idealmente transposta (LIT) são diferentes dos da linha não transposta (LNT). A comparação é feita entre LIT e LT4, lembrando-se que a linha com transposição real (LT4) é representada por pequenas linhas não transpostas associadas em série. Avaliando-se as componentes modais da linha não transposta observam-se diferenças nos componentes não homopolares a partir de aproximadamente 1 kHz. Então utilizar componentes modais de LIT na representação de uma linha de transmissão não é adequado para frequências altas, já que as componentes não homopolares da linha sem transposição são distintas a partir de determinado valor de frequência.

A solução da propagação de onda comumente utilizada tanto para linhas polifásicas é a solução definida por funções hiperbólicas (utilizando transformação modal). Outras formas de representação da propagação de ondas para linhas polifásicas são por meio da representação por quadramento e através de séries equivalente às funções hiperbólicas. Estas duas formas são desenvolvidas diretamente no domínio das fases, evitando fazer transformações modais e tornando mais fácil e prática a representação da linha. Comparando-se resultados das representações via funções hiperbólicas, quadramento ou séries equivalentes, pode-se afirmar que as duas formas de solução de propagação de onda diretamente em fase de linhas polifásicas são iguais à solução hiperbólica. Portanto, as soluções descritas no trabalho podem ser utilizadas como possíveis métodos de solução na modelagem das linhas de transmissão.

Normalmente as linhas são representadas como se fossem idealmente transpostas para todas as frequências. As funções de transferência (quadripolos) utilizadas para a modelagem da linha na frequência de 60 Hz mostram que, mesmo para frequência fundamental, uma linha com transposição real (LT4) apresenta uma pequena diferença com relação à linha representada como idealmente transposta (LIT). No entanto, esta pequena diferença pode ser desprezada e para a frequência fundamental uma linha com transposição real (LT4) pode ser considerada como uma linha idealmente transposta.

A diferença entre as representações da linha com transposição real (LT4) e transposição ideal (LIT) para frequências maiores do que a fundamental foi analisada através das funções de transferência da linha vista de seus terminais em função da frequência (sub-matrizes A, B, C e D). A comparação entre os módulos dos elementos das matrizes de transferência entre as duas representações real e ideal no domínio da frequência mostra que para frequências maiores do que a fundamental surge uma diferença bem significativa para alguns elementos da matriz de transferência. Pode-se afirmar que a representação de linha idealmente transposta para todas as frequências não é totalmente adequada, por não representar o comportamento elétrico da linha.

Para as frequências cujo $\frac{1}{4}$ do comprimento de onda seja múltiplo do comprimento elétrico da linha o erro entre as representações da transposição será mais acentuado. Caso numa manobra ou defeito sejam geradas perturbações com frequência dominante próximo a estas frequências as sobretensões resultantes serão muito diferentes, ou mesmo ocorrendo se foram injetadas correntes/tensões harmônicas nestas frequências.

A simulação do transitório de energização utilizando-se o PSCAD mostra novamente uma diferença entre as representações de linha idealmente transposta e linha com transposição real. A modelagem da linha com a representação com transposição ideal pode levar a resultados incorretos em estudos de transitórios eletromagnéticos.

A discrepância entre a representação real da linha e a representação aproximada de LIT pode implicar em resultados muito diferentes quando a linha for submetida a transitórios eletromagnéticos devido a manobras usuais ou durante a ocorrência de defeitos. Especificamente para a linha exemplo, foi analisado que a presença da 4ª harmônica pode

resultar em perturbações bastante distintas em termos de tensão e corrente no extremo da linha.

O efeito da transposição numa linha de transmissão na frequência fundamental mostra que quanto menor o ciclo de transposição menor será o desequilíbrio do sistema de transmissão, já que o ciclo de transposição se torna ainda menor do que $\frac{1}{4}$ do comprimento de onda.

A correta representação de linhas de transmissão é muito importante, já que modelar uma linha com parâmetros exatos implica uma análise precisa em estudos de transitórios eletromagnéticos.

8.1 Propostas Futuras

Os resultados da dissertação foram obtidos analisando uma linha trifásica simples. Novos aspectos sobre a transposição podem ser abordados em trabalhos futuros, como listados a seguir.

- Análise da transposição em circuitos trifásicos duplos, para observar a influência entre ambas linhas, como por exemplo, as interações de indução eletromagnética entre fases de cada circuito e a interação da indução eletromagnética entre as fases do circuito paralelo;
- Análise da transposição para uma linha trifásica simples próxima a uma linha telefônica, para avaliar a interferência em circuitos próximos;
- Análise teórica das matrizes de impedância e admitância da linha transposta em trechos (LT4) e idealmente transposta (LIT), avaliando a diferença entre as impedâncias modais das duas representações.
 - o Extensão da análise para os autovetores;
 - o Extensão da análise para as constantes de propagação, constante de atenuação e impedância característica;
- Simulação de transitórios eletromagnéticos procurando identificar regiões onde a correta representação da transposição seja importante;

- Verificar a importância da representação correta da transposição nos estudos de qualidade de energia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Fuchs, R. D., “Transmissão de Energia Elétrica: Linhas Aéreas; Teoria das Linhas em Regime Permanente”, 2a edição, Editora livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, R.J., 1977.
- [2] Chipman, R. A., “Teoria e Problemas de Linhas de Transmissão”, Editora Mc Graw-Hill do Brasil Ltda, São Paulo, SP, 1972.
- [3] Monticelli, A., Garcia, A., “Introdução a Sistemas de Energia Elétrica, Editora da Unicamp, Campinas, SP, 2003”.
- [4] Arrillaga, J., Echa, E., Densem, T. J., Bodger, P. S., “Ineffectiveness of Transmission Line Transposition at Harmonic Frequencies”, *Proceedings of IEE Part C* 133 (1986), págs 99-104.
- [5] Moodley, G.V, Dama, D., Vajeth, R., “Consideration of Electromagnetic Induction during Transposition Studies”, *IEEE , 7th AFRICON Conference in Africa*. Vol. 2, 2004, págs 1065-1070 Vol.2.
- [6] Brandão, J. A., Guerreiro das Neves, M. V., “Resonance Effects due to Conductor Transposition in Three-Phase Power Lines”, 14th PSCC, *Power Systems Computation Conference* , Jun. 2002, Sevilla, Espanha.
- [7] Wedepohl, L.M., Mohamed, S. E., “Multiconductor Transmission Lines – Theory of Natural Modes and Fourier Integral applied to Transient Analysis”, *Proceedings of IEE* , v 116, n. 9, sep 1969, págs 1553-1563.
- [8] Dommel, H. W., “Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multi-Phase Networks”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 88, n. 2, April 1969, págs 734-741.
- [9] Kurokawa, S. “Parâmetros Longitudinais e Transversais de Linhas de Transmissão Calculados a partir das Correntes e Tensões de Fase”, *Tese de Doutorado*, UNICAMP, Brasil, 2003.
- [10] Burner, A., “Introduction of Frequency-Dependent Line Parameters into an Electromagnetic Transients Program”, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-89, no. 1, pp. 88-97, January, 1970.

- [11] Scott Meyer, W., DOMMEL, H. W., “Numerical Modeling of Frequency-Dependent Transmission Parameters in an Electromagnetic Transient Program”, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-93, pp. 1401-1409, 1974.
- [12] Marti, L., “Simulation of Transients in Underground Cables with Frequency-Dependent Modal Transformation Matrices”, *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 3, no. 3, pp. 1099-1110, July, 1988.
- [13] Marti, L., “Low-Order Approximation of Transmission Line Parameters for Frequency-Dependent Models”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS 102, No 11, novembro 1983, págs. 3582-3589.
- [14] Martí, J. R., “Accurate Modeling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transients Simulations”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS 101, No 1, janeiro 1982, págs. 147-155.
- [15] Ametani, A., “A Highly Efficient Method for Calculating Transmission Line Transients”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS 95, No 5, setembro/outubro 1976, págs. 1545-1551.
- [16] Semlyen, A., Dabuleanu A, “Fast and Accurate Switching Transient Calculations on Transmission Lines with Ground Return Using Recursive Convolutions”, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-94, no. 2, pp. 561-571, March/April, 1975.
- [17] Tavares, M. C., Pissolato, J., Portela, C. M., “New Mode Domain Multiphase Transmission Line Model – Transformation Matrix Modeling”, *POWERCON 98*, vol. 2, 1998, Beijing, China. Pags 855-859.
- [18] Tavares, M. C., Pissolato, J., Portela, C. M., “New Mode Domain Multiphase Transmission Line Model Applied to Transients Studies”, *POWERCON 98*, vol. 2, 1998, Beijing, China. Pags 865-869.
- [19] Tavares, M. C., “Modelo de Linha de Transmissão Polifásica Utilizando Quase-Modos”, *Tese de Doutorado*, UNICAMP, Brasil, 255 páginas, 1998.
- [20] Portela, C. M., Tavares, M. C., “Modeling, Simulation and Optimization of Transmission lines. Applicability and Limitations of Used Procedures”, *Transmission and Distribution Conference. Invited paper*.
- [21] Prado, A. J., Pissolato J., Tavares M. C., Portela C. M., “A frequency Dependent Mode Domain Model for Double Three-Phase Transmission Lines”, *Proceedings 2000 International Conference on Power System Technology (POWERCON'2000)*, UWA-Perth, Australia, 4-7 December, 2000, pp 1059-1064.

- [22] Prado, A. J., “Modelo de Linha de Transmissão de Circuito Duplo Trifásico Utilizando Parâmetros Dependentes da Frequência”, *Tese de Doutorado*, UNICAMP, Brasil, 2002.
- [23] Wedepohl, L., “Application of Matrix Methods to the Solution of the Traveling-Wave Phenomena in Poly-phase Systems”, *Proceedings of IEE*, v. 110, n. 12, pp. 1963, pp. 2200-2212.
- [24] Wilson Long, R., Gelopoulos, D., “Component Transformations – Eigenvalue Analysis Succinctly Defines Their Relationships”, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-101, no. 10, pp. 4055-4063, October, 1982.
- [25] Wedepohl, L. M., Nguyen, H.V., Irwin G.D. “Frequency-Dependent Transformation Matrices for Untransposed Transmission Lines Using Newton-Raphson Method”. *IEEE Trans. On Power Systems*, Vol 11, no. 3, pp 1538-1546, August 1996.
- [26] Brandão Faria, J. A., Briceño Mendes, J. H., “Modal Analysis of Untransposed Bilateral Three-Phase Lines - a Perturbation Approach”, *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 12, no. 1, pp. 497- 504, January, 1997.
- [27] Brandão Faria, J. A., Briceño Mendes J. H., “On the Modal Analysis of Asymmetrical Three-Phase Transmission Lines Using Standard Transformation Matrices”, *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 12, no. 4, pp. 1760-1765, October, 1997.
- [28] Tavares, M. C., Pissolato J., Portela C. M., “New Mode Domain Multiphase Transmission Line Model - Clarke Transformation Evaluation”, *Proceedings 1998 International Conference on Power System Technology (POWERCON'98)*, Beijing, China, 1998, Volume 2, 18-21 Aug. 1998 Page(s):860 - 864 vol.2
- [29] Angelidis, G., Semlyen, A., “Direct Phase-Domain Calculation of Transmission Line Transients Using Two-Sided Recursions”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 10, No 2, abril 1995, págs. 941-949.
- [30] Nguyen, H. V., Dommel, H. W., Martí, J. R., “Direct Phase-Domain Modeling of Frequency-Dependent Overhead Transmission Lines”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 12, No 3, Julho 1997, págs. 1335-1342.
- [31] Noda, T., Nagaoka, N., Ametani, A., “Phase Domain Modeling of Frequency-Dependent Transmission Lines by Means of an ARMA Model”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 11, No 1, Janeiro 1996, págs. 401-411.
- [32] Gustavsen, B., Semlyen, A., “Combined Phase and Modal Domain Calculation of Transmission Line Transients Based on Vector Fitting”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 13, n. 2, April 1998, págs. 596-604.

- [33] Gustavsen, B., Semlyen, A., “Simulation of Transmission Line Transients Using Vector Fitting and Modal Decomposition”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 13, n. 2, April 1998, págs. 605-614.
- [34] Morched, A., Gustavsen, B., Tartibi, M., “A Universal Model for Accurate calculation of Electromagnetic Transients on Overhead Lines and Underground Cables”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 14, n. 3, Jul 1999, págs. 1032-1038.
- [35] Lima, A. C., Pereira, M. P., Hevia, O., “Cálculo de Parâmetros de Linhas de Transmissão”, Furnas Centrais Elétricas- Departamento de Planejamento da Transmissão - Brasil, Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional de Santa Fé - Argentina.
- [36] Tavares, M. C. “Cálculo de Parâmetros Longitudinais e Transversais em componentes de fase e de seqüência”, Apostila do curso Tópicos em Sistemas de Energia Elétrica, DSCE, UNICAMP, 2003.
- [37] Portela, C. M., Gertrudes, J. B., Tavares, M. C., Pissolato, J., “Influence of Earth Conductivity and Permittivity Frequency Dependence in Electromagnetic Transient Phenomena – More Measurements Results in New Sites”, *Proceedings 2000 International Conference on Power System Technology (POWERCON'2000)*, UWA-Perth, Australia, 4-7 December, 2000, pp 1059-1064.
- [38] Gertrudes, J. B., “Comportamento Eletromagnético do Solo no Domínio da frequência: Tratamento de Dados de Campo e Influência no Desempenho de Linhas Aéreas de Transmissão de Energia Elétrica”, *Tese de Mestrado*, UNICAMP, Brasil, 201 páginas, 2005.
- [39] Willian, D., Stevenson, *Elementos de Análise de Sistemas de Potência*, McGRAW-HILL do Brasil LTDA., 1977.
- [40] John, J., Grainger, William, D., Stevenson, *Análisis de Sistemas de Potencia*, McGRAW-HILL / interamericana de México, 1995.
- [41] Silva, M., “Localização de Faltas em Linhas de Transmissão Utilizando a Teoria de Ondas Viajantes e Transformada de Wavelet”, *Tese de mestrado*, USP, Brasil, 205 páginas, 2003.

APÊNDICE – A

MATRIZES NÃO SIMÉTRICAS ASSOCIADAS À FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO

A função de transferência de uma linha de transmissão é formada por sub-matrizes de transferência assimétricas (A, B, C e D), que representam o comportamento, por exemplo, da tensão e da corrente ao longo da linha.

Neste apêndice é apresentada a sub-matriz de transferência “A” para um trecho de linha exemplo de 3 km. Este trecho de linha de 3 km é dividido em três trechos de 1 km e cada trecho tem sua própria matriz de transferência. Portanto, a matriz de transferência correspondente aos 3 km de linha é produto das três matrizes de transferência de 1 km em cascata.

No capítulo 6 foi apresentada a matriz de transferência (sub-matrizes A, B, C e D) em função da frequência e para a frequência fundamental de 60 Hz. Neste apêndice é apresentada a manipulação matricial de multiplicação entre matrizes para uma frequência. Então, considerando-se uma sub-matriz de transferência “A₁” definida para 60 Hz e correspondente para um trecho de 1 km, tem-se.

$$A_1 = \begin{bmatrix} +1.0000e+000+2.0476e-007i & -4.1026e-007+1.2531e-007i & -4.8509e-007+1.5098e-007i \\ -4.9325e-007+1.4791e-007i & 1.0000e+000+1.9002e-007i & -4.9325e-007+1.4791e-007i \\ -4.8509e-007+1.5098e-007i & -4.1026e-007+1.2531e-007i & 1.0000e+000+2.0476e-007i \end{bmatrix} \quad (\text{a.1})$$

A sub-matriz “A₁” está definida em (5.57) do capítulo 5, onde está especificada a multiplicação da matriz impedância pela matriz admitância. As duas matrizes de parâmetros são simétricas, mas são numericamente diferentes, portanto, o produto entre as duas matrizes resulta numa matriz assimétrica.

Lembrando a definição da sub-matriz “A” da equação (5.57), tem-se:

$$\begin{bmatrix} Ax_f & As_f & At_f \\ Ar_f & Ay_f & Ar_f \\ At_f & As_f & Ax_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} Za_f & Zo_f & Zn_f \\ Zo_f & Zb_f & Zo_f \\ Zn_f & Zo_f & Za_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Ya_f & Yo_f & Yn_f \\ Yo_f & Yb_f & Yo_f \\ Yn_f & Yo_f & Ya_f \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} \right) \quad (a.2)$$

Da equação (a.2) é possível apresentar como exemplo uma simples multiplicação de duas matrizes simétricas e numericamente diferentes, com dois termos próprios iguais e dois termos mútuos iguais. Desconsiderando-se a matriz unidade pode-se demonstrar que a multiplicação de duas matrizes de parâmetros simétricas e numericamente diferentes resulta numa matriz assimétrica.

$$\begin{bmatrix} Ax_f & As_f & Au_f \\ Ar_f & Ay_f & Aw_f \\ At_f & Av_f & Az_f \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} Za_f & Zo_f & Zn_f \\ Zo_f & Zb_f & Zo_f \\ Zn_f & Zo_f & Za_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Ya_f & Yo_f & Yn_f \\ Yo_f & Yb_f & Yo_f \\ Yn_f & Yo_f & Ya_f \end{bmatrix} \right) \quad (a.3)$$

Da equação (a.3) são apresentados os elementos da matriz produto final na forma literal, portanto são especificados todos os elementos próprios e mútuos da matriz produto. Então, tem-se;

Elementos próprios:

$$Ax_f = Za_f * Ya_f + Zo_f * Yo_f + Zn_f * Yn_f \quad (a.4)$$

$$Ay_f = Zo_f * Yo_f + Zb_f * Yb_f + Zo_f * Yo_f \quad (a.5)$$

$$Az_f = Zn_f * Yn_f + Zo_f * Yo_f + Za_f * Ya_f \quad (a.6)$$

Elementos mútuos:

$$As_f = Za_f * Yo_f + Zo_f * Yb_f + Zn_f * Yo_f \quad (a.7)$$

$$Ar_f = Zo_f * Ya_f + Zb_f * Yo_f + Zo_f * Yn_f \quad (a.8)$$

$$At_f = Zn_f * Ya_f + Zo_f * Yo_f + Za_f * Yn_f \quad (a.9)$$

$$Au_f = Za_f * Yn_f + Zo_f * Yo_f + Zn_f * Ya_f \quad (a.10)$$

$$Av_f = Zn_f * Yo_f + Zo_f * Yb_f + Za_f * Yo_f \quad (a.11)$$

$$Aw_f = Zo_f * Yn_f + Zb_f * Yo_f + Zo_f * Ya_f \quad (a.12)$$

Das equações acima é possível afirmar o seguinte;

$$Ax_f = Az_f \quad (a.13)$$

$$As_f = Av_f \quad (a.14)$$

$$Ar_f = Aw_f \quad (a.15)$$

$$At_f = Au_f \quad (a.16)$$

Agora considerando as igualdades anteriores a matriz tem a seguinte forma;

$$\begin{bmatrix} Aa & Ac & Ae \\ Ad & Ab & Ad \\ Ae & Ac & Aa \end{bmatrix} \quad (a.17)$$

Podemos afirmar que a multiplicação de duas matrizes simétricas e numericamente diferentes com dois termos próprios iguais e dois termos mútuos iguais terá como resultado uma matriz assimétrica, e que tem a forma da matriz (a.17) com dois termos próprios iguais e pares de termos mútuos iguais.

Finalmente da sub-matriz “A₁” referente à matriz de transferência considerada para 1 km de comprimento é obtido do produto final de três matrizes de transferência em cascata (Q₁·Q₁·Q₁) como na Fig. 6.5., e que terá uma sub-matriz “A₃” resultante, correspondente ao comprimento de 3 km para frequência de 60 Hz. A sub-matriz resultante está apresentada na equação (a.18).

$$A_3 = \begin{bmatrix} +9.9999e-001+1.8428e-006i & -3.6923e-006+1.1278e-006i & -4.3658e-006+1.3588e-006i \\ -4.4392e-006+1.3311e-006i & 9.9999e-001+1.7102e-006i & -4.4392e-006+1.3311e-006i \\ -4.3658e-006+1.3588e-006i & -3.6923e-006+1.1278e-006i & 9.9999e-001+1.8428e-006i \end{bmatrix} \quad (a.18)$$

Observando os valores da sub-matriz “A₃”, é possível afirmar que a multiplicação de matrizes de transferência assimétricas com a formação da equação (a.18) resultarão em matrizes da mesma forma (a.17).

APÊNDICE – B

MÓDULOS DOS ELEMENTOS DA MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA PARA LINHA DE 300 km

Frequências de 600 até 1800 Hz, LIT=Idealmente Transposta e LT4=Transposição Real.

As diferenças se acentuam nas frequências onde múltiplos de $\frac{1}{4}$ do comprimento elétrico são próximos do comprimento da linha.

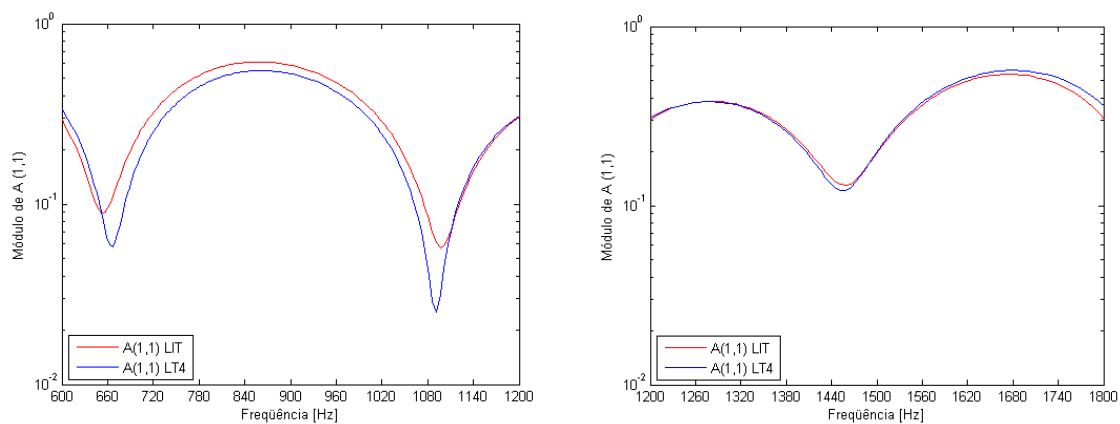


Fig. B.1: Comportamento dos elementos A (1,1) - (Freq. 600 até 1800 Hz).

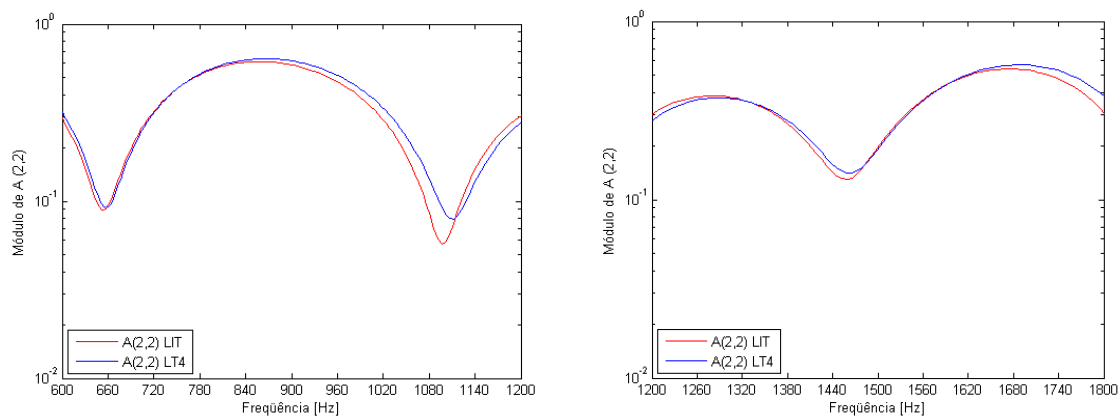


Fig. B.2: Comportamento dos elementos A (2,2) - (Freq. 600 até 1800 Hz).

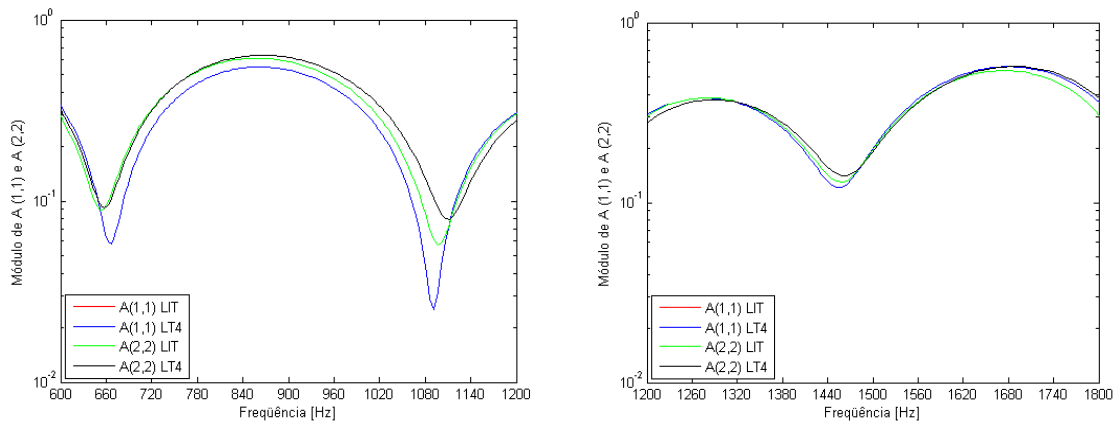


Fig. B.3: Comportamento dos elementos A (1,1) e A (2,2) - (Freq. 600 até 1800 Hz).

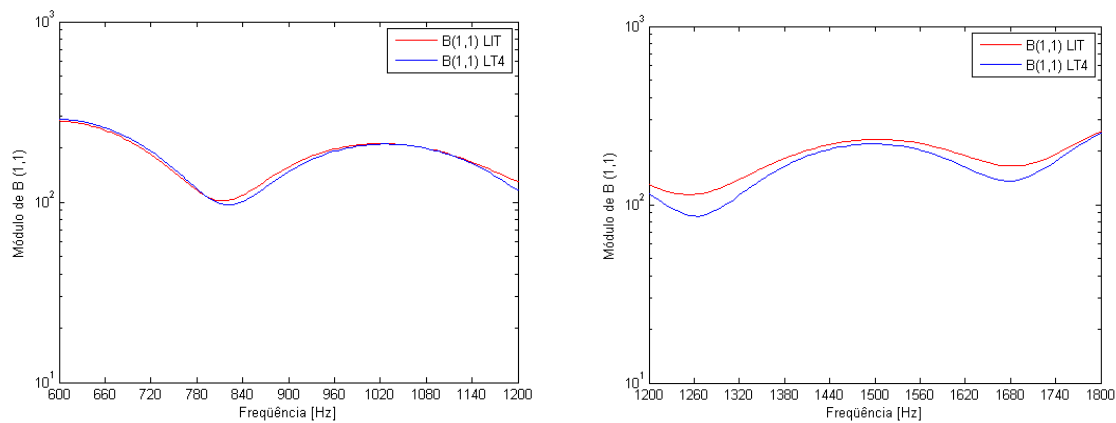


Fig. B.4: Comportamento dos elementos B (1,1) - (Freq. 600 até 1800 Hz).

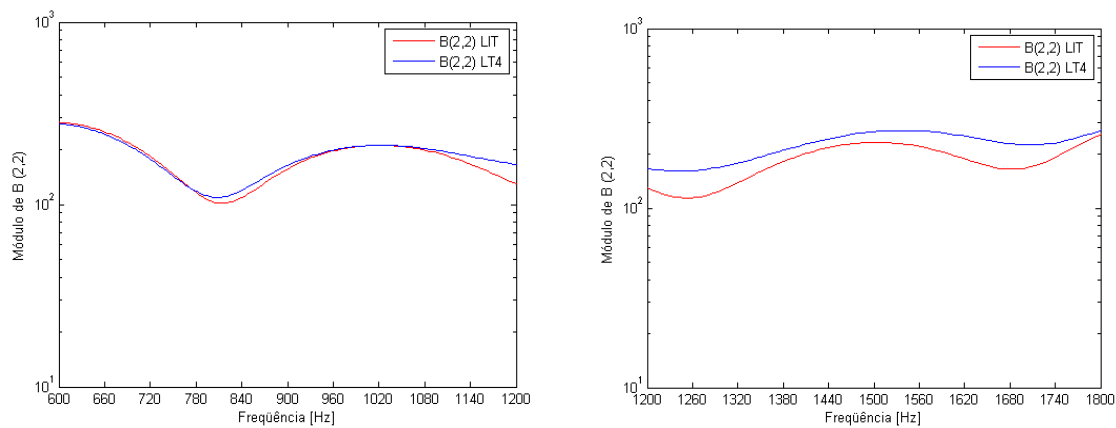


Fig. B.5: Comportamento dos elementos B (2,2) - (Freq. 600 até 1800 Hz).

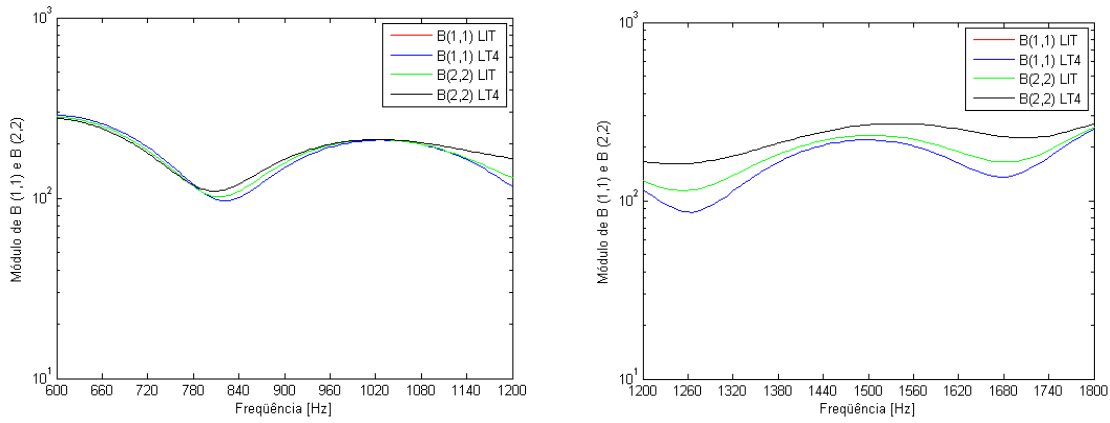


Fig. B.6: Comportamento dos elementos B (1,1) e B (2,2) - (Freq. 600 até 1800 Hz).

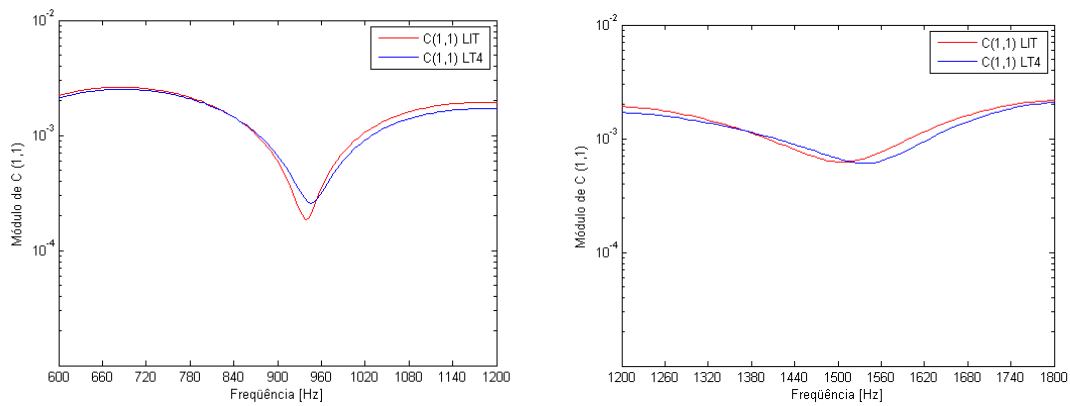


Fig. B.7: Comportamento dos elementos C (1,1) - (Freq. 600 até 1800 Hz).

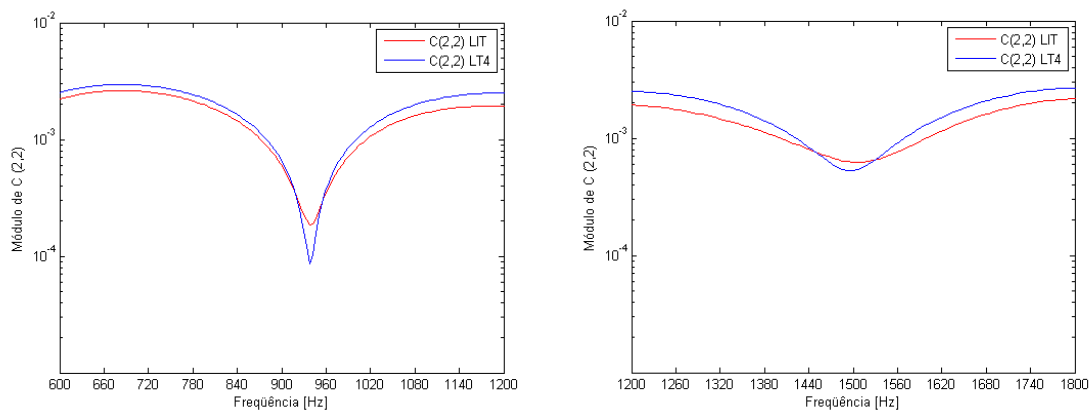


Fig. B.8: Comportamento dos elementos C (2,2) - (Freq. 600 até 1800 Hz).

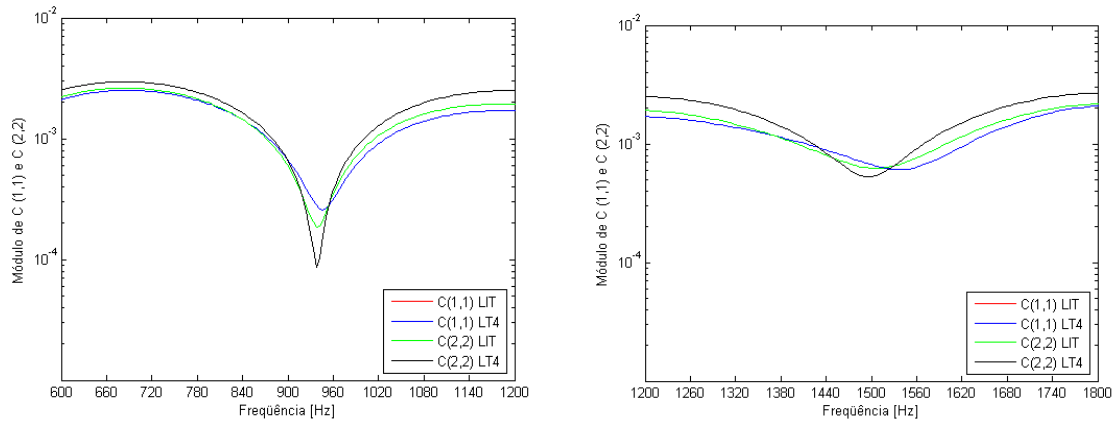


Fig. B.9: Comportamento dos elementos $C(1,1)$ e $C(2,2)$ - (Freq. 600 até 1800 Hz).

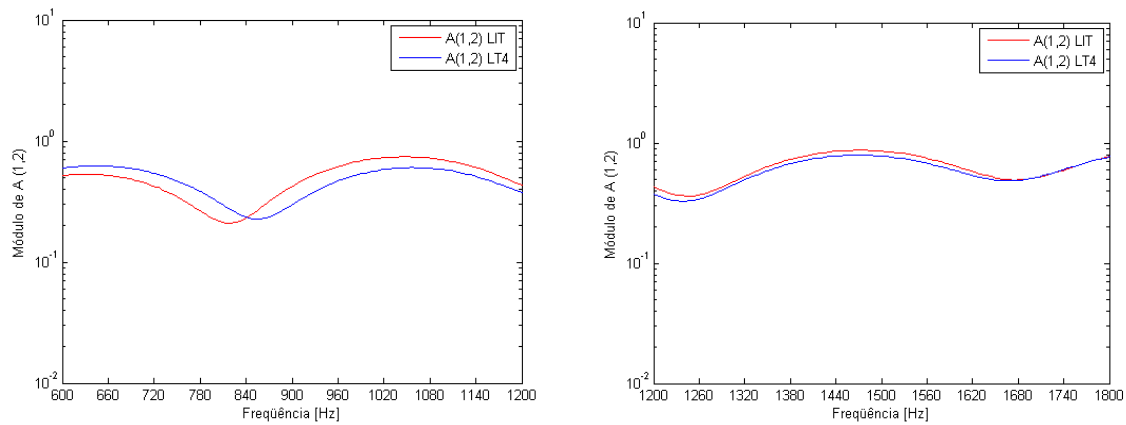


Fig. B.10: Comportamento dos elementos $A(1,2)$ - (Freq. 600 até 1800 Hz).

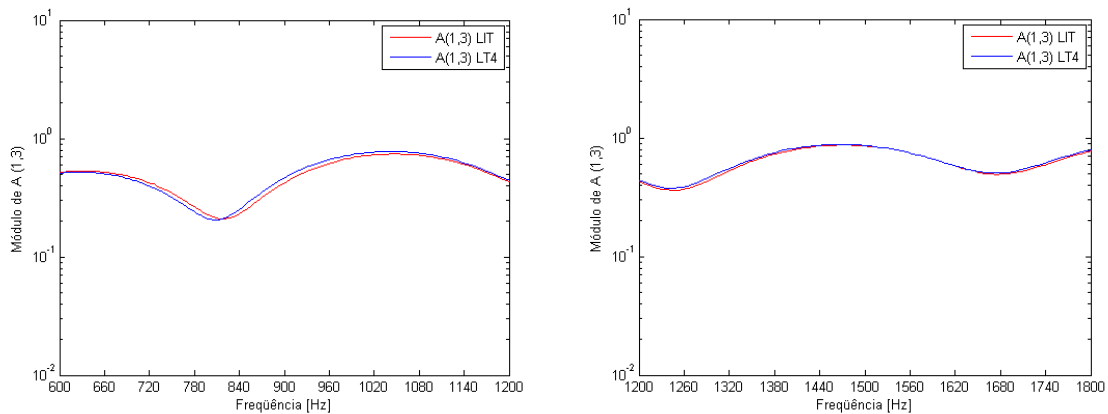


Fig. B.11: Comportamento dos elementos $A(1,3)$ - (Freq. 600 até 1800 Hz).

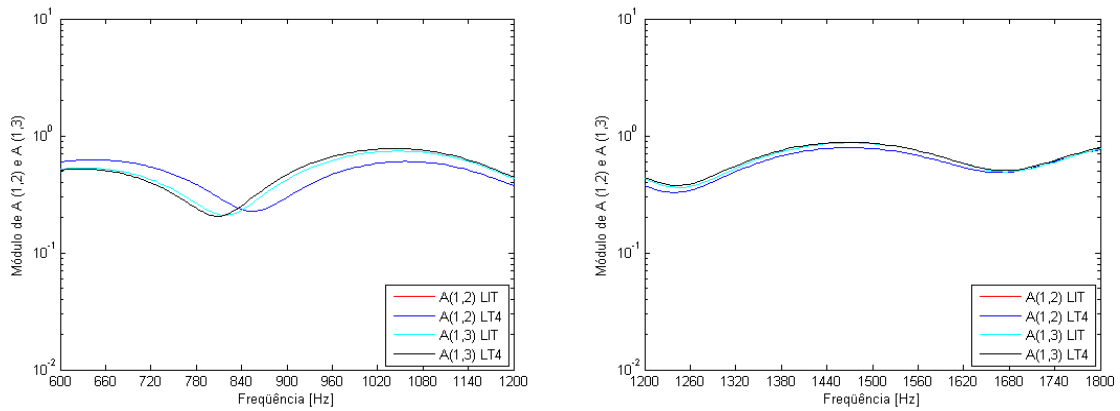


Fig. B.12: Comportamento dos elementos A (1,2) e A (1,3) - (Freq. 600 até 1800 Hz).

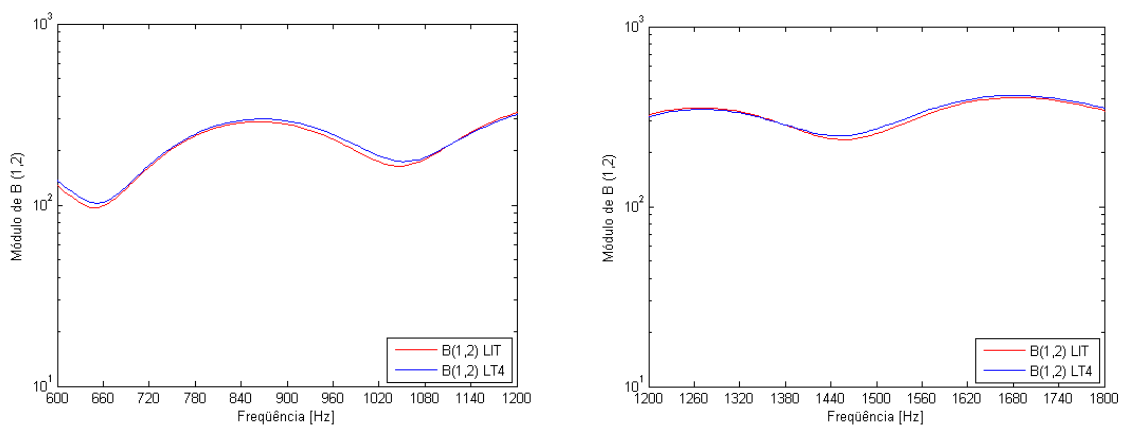


Fig. B.13: Comportamento dos elementos B (1,2) - (Freq. 600 até 1800 Hz).

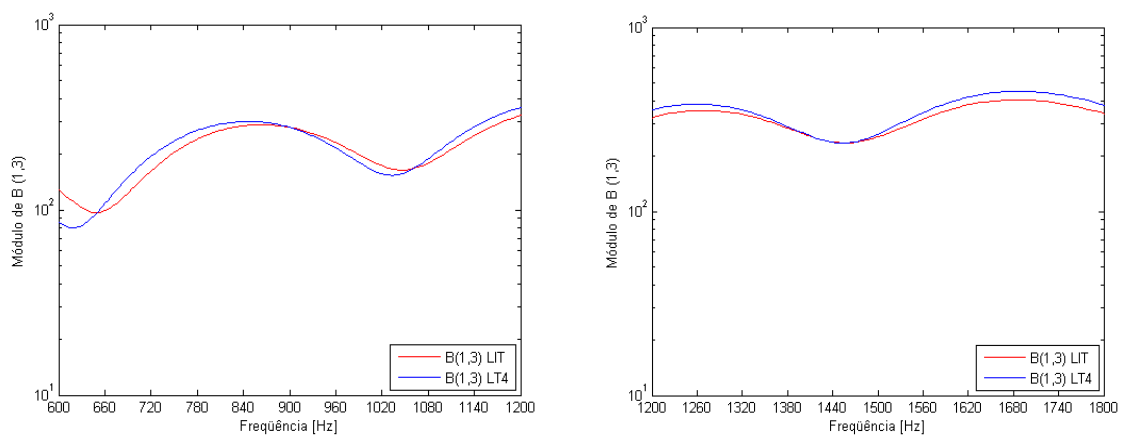


Fig. B.14: Comportamento dos elementos B (1,3) - (Freq. 600 até 1800 Hz).

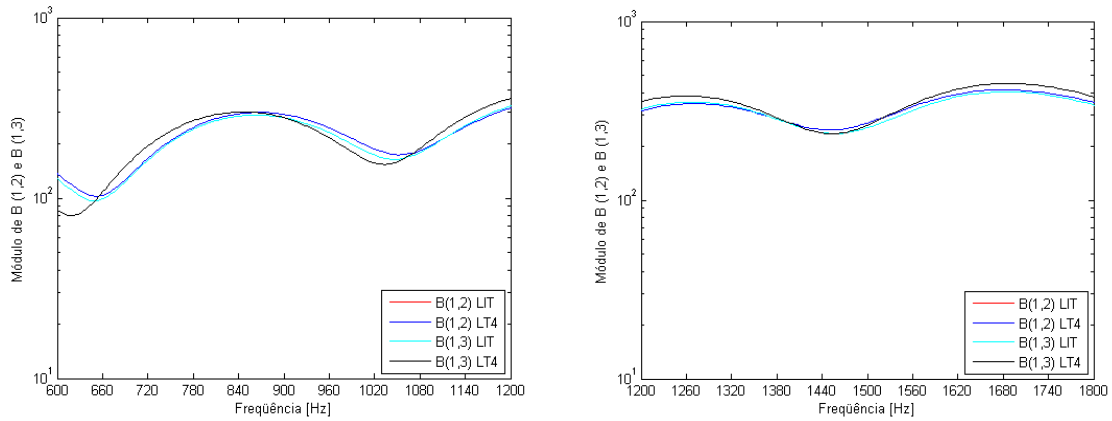


Fig. B.15: Comportamento dos elementos B (1,2) e B (1,3) - (Freq. 600 até 1800 Hz).

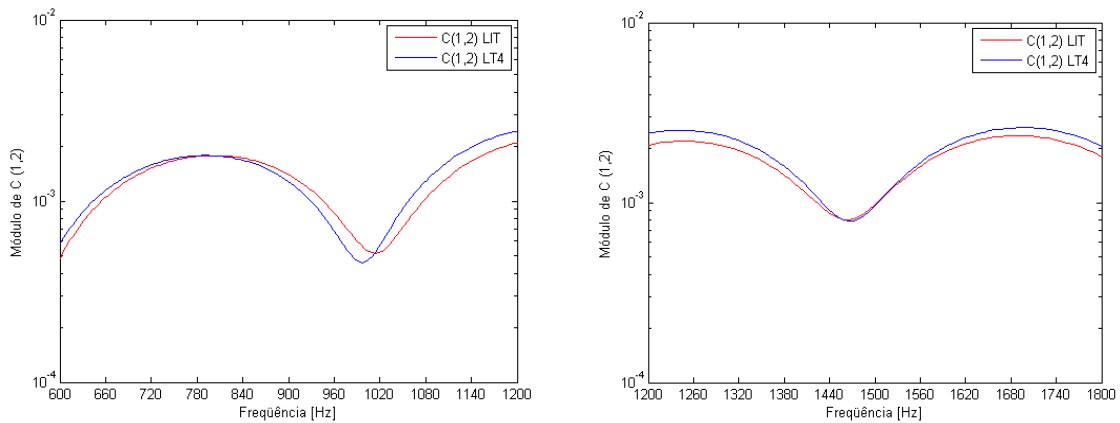


Fig. B.16: Comportamento dos elementos C (1,2) - (Freq. 600 até 1800 Hz).

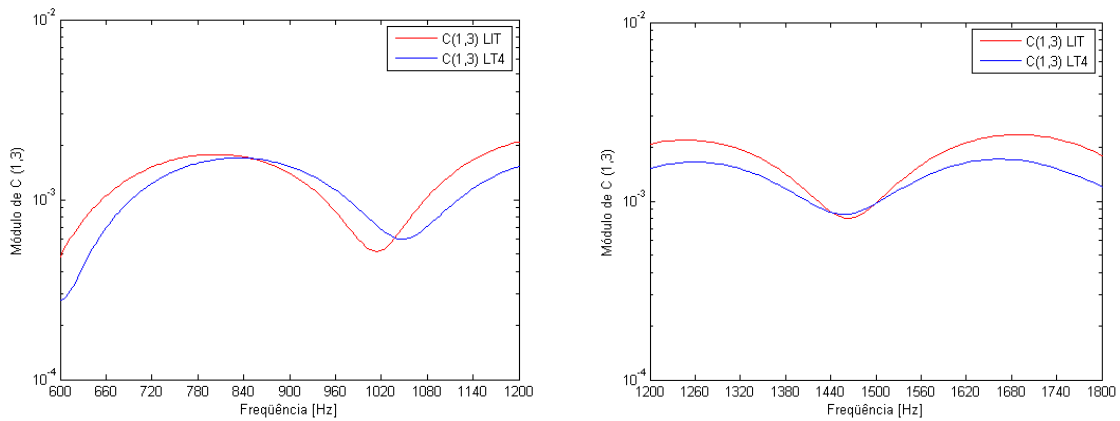


Fig. B.17: Comportamento dos elementos C (1,3) - (Freq. 600 até 1800 Hz).

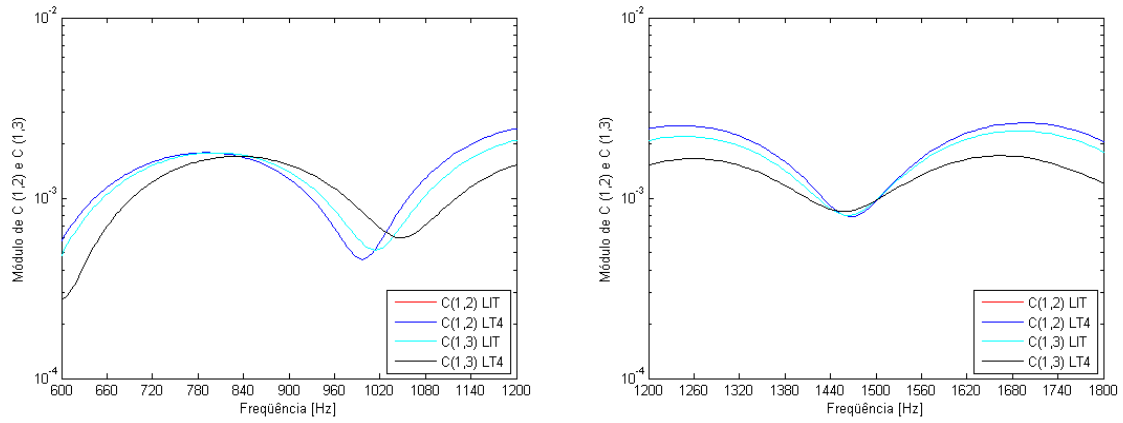


Fig. B.18: Comportamento dos elementos $C(1,2)$ e $C(1,3)$ - (Freq. 600 até 1800 Hz).

APÊNDICE – C

MÓDULOS DOS ELEMENTOS DA MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA PARA LINHA DE 600 km

Frequências menores do que 600 Hz.

LIT = Linha Idealmente Transposta e LT4= Linha com Transposição Real.

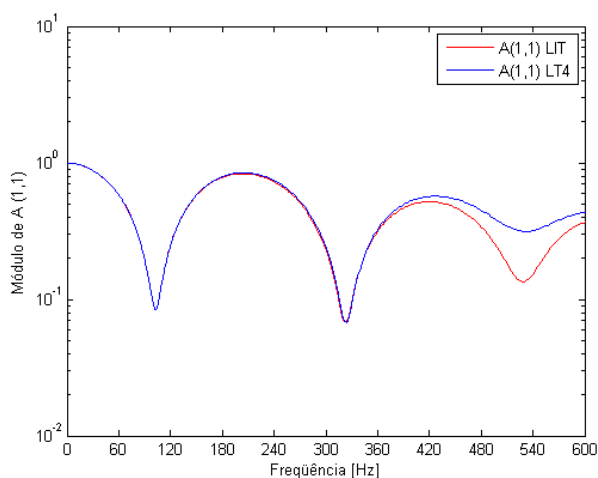


Fig. C.1: Comportamento do elemento A (1,1) – 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

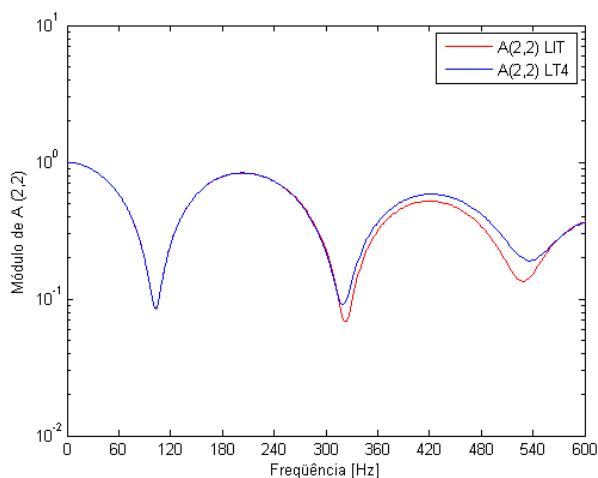


Fig. C.2: Comportamento do elemento A (2,2) – 600 km (Freq. 0 até 600 Hz)

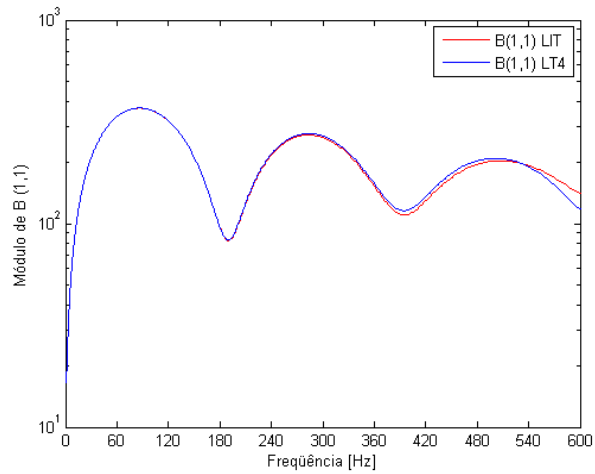


Fig. C.3: Comportamento do elemento B (1,1) – 600 km (Freq. 0 até 600 Hz)

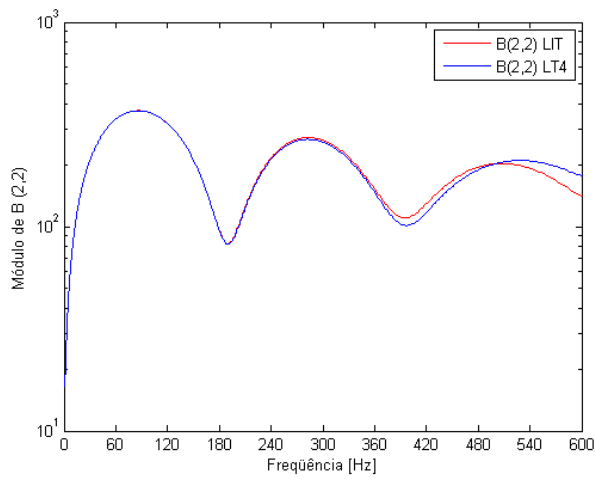


Fig. C.4: Comportamento do elemento B (2,2) – 600 km (Freq. 0 até 600 Hz)

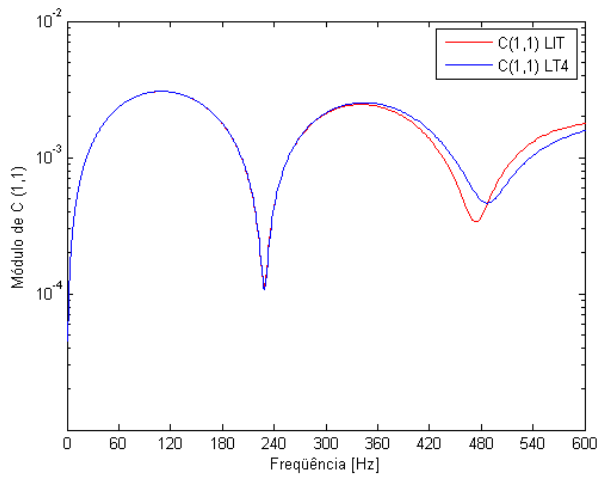


Fig. C.5: Comportamento do elemento C (1,1) – 600 km (Freq. 0 até 600 Hz)

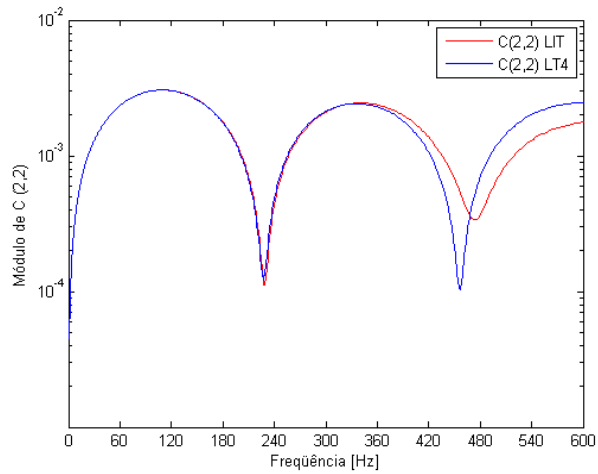


Fig. C.6: Comportamento do elemento C (2,2) – 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

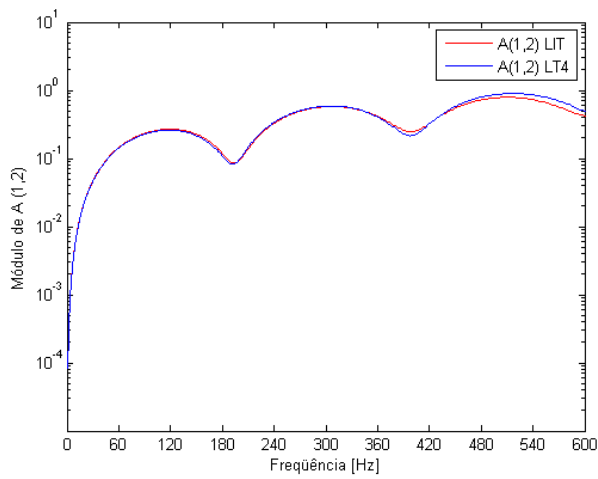


Fig. C.7: Comportamento do elemento A (1,2) – 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

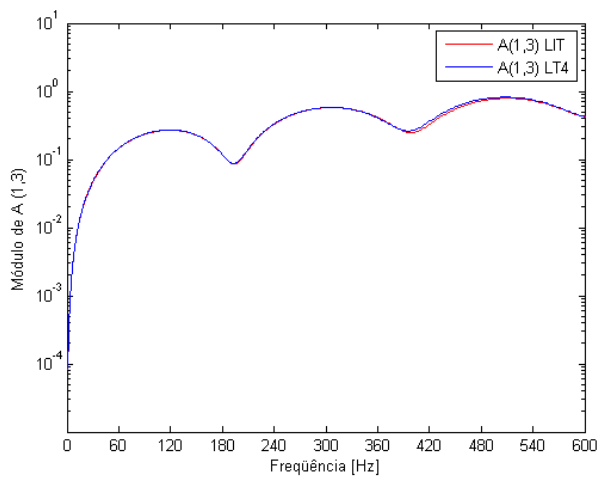


Fig. C.8: Comportamento do elemento A (1,3) – 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

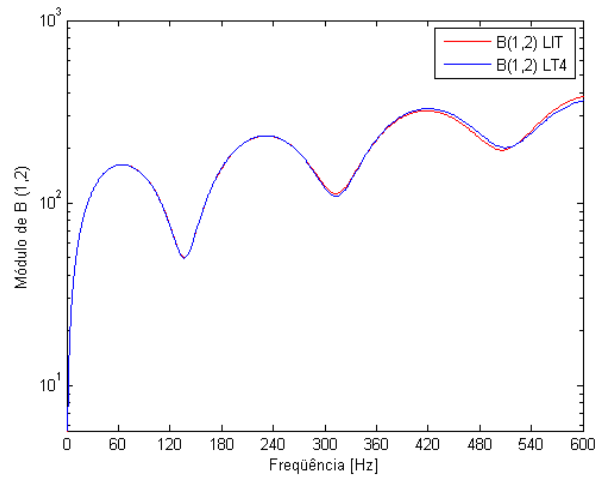


Fig. C.9: Comportamento do elemento B (1,2) – 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

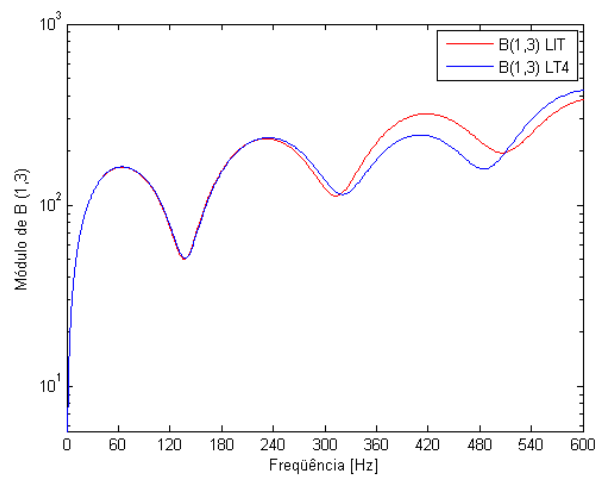


Fig. C.10: Comportamento do elemento B (1,3) – 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

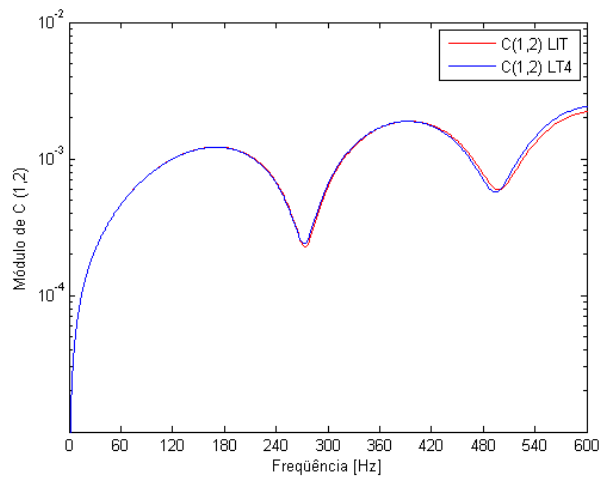


Fig. C.11: Comportamento do elemento C (1,2) – 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

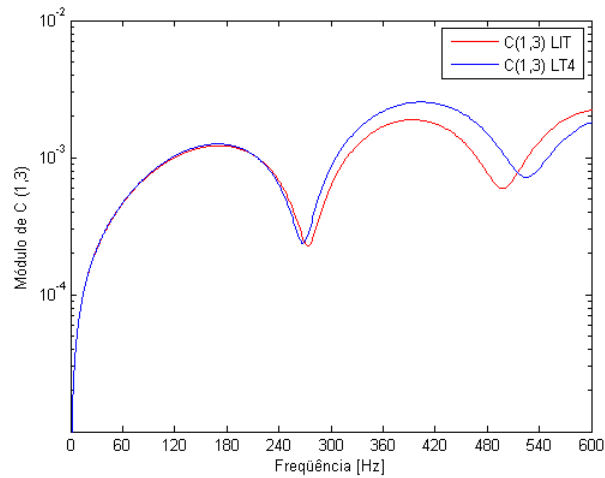


Fig. C.12: Comportamento do elemento C (1,3) – 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

Frequências de 600 até 1800 Hz.

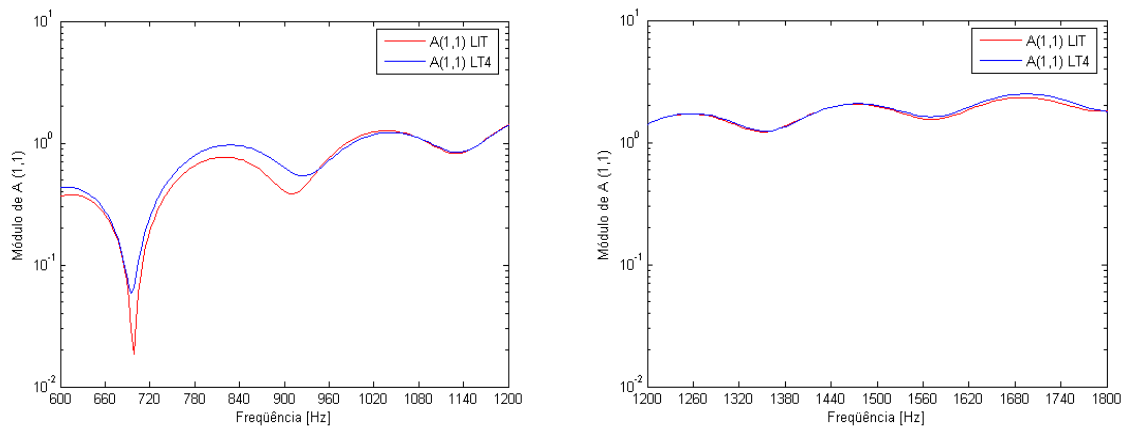


Fig. C.13: Comportamento dos elementos A (1,1) – 600 km (Freq. 600 até 1800 Hz).

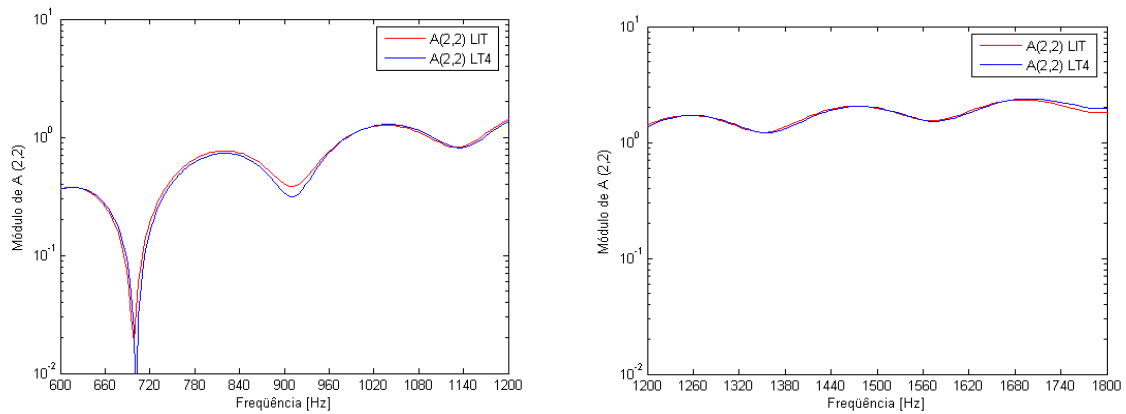


Fig. C.14: Comportamento dos elementos A (2,2) – 600 km (Freq. 600 até 1800 Hz).

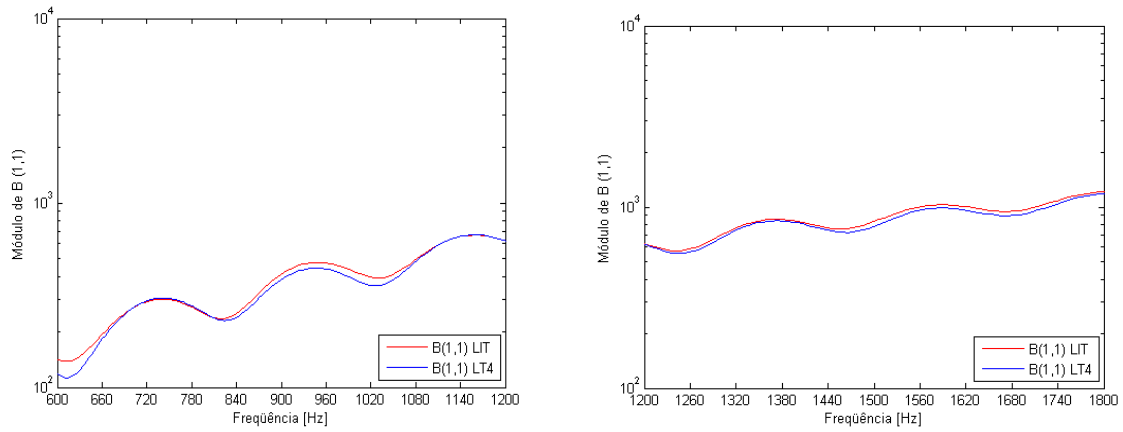


Fig. C.15: Comportamento dos elementos B (1,1) – 600 km (Freq. 600 até 1800 Hz).

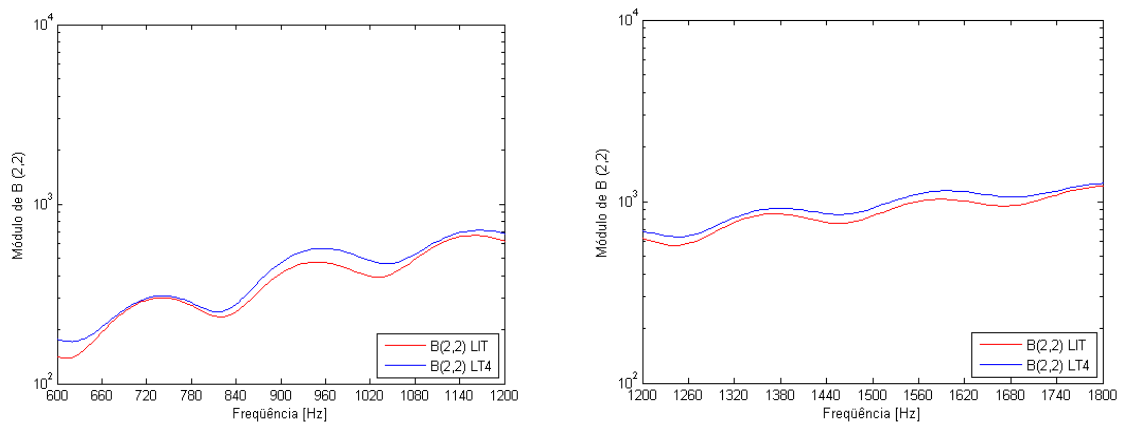


Fig. C.16: Comportamento dos elementos B (2,2) – 600 km (Freq. 600 até 1800 Hz).

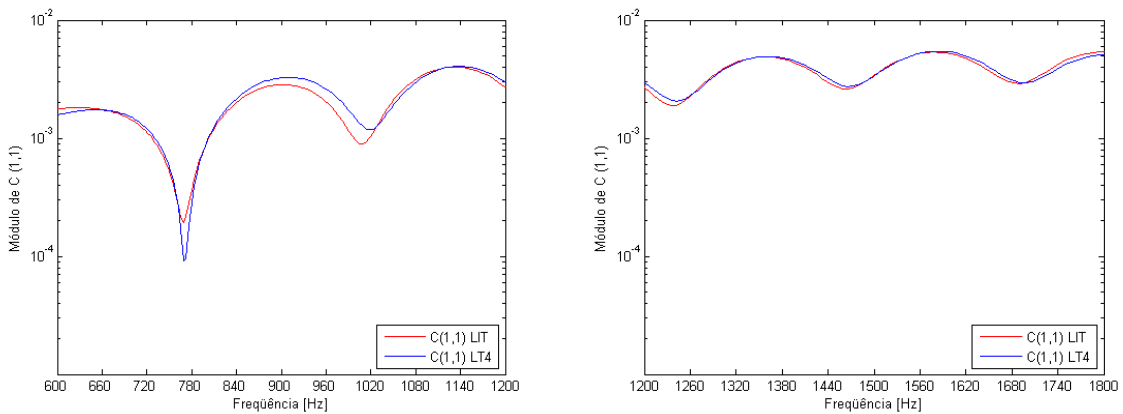


Fig. C.17: Comportamento dos elementos C (1,1) – 600 km (Freq. 600 até 1800 Hz).

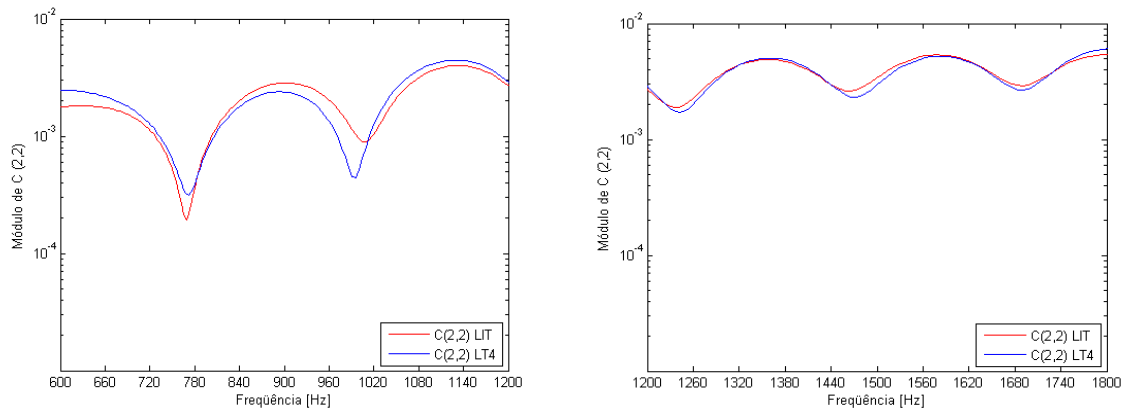


Fig. C.18: Comportamento dos elementos C (2,2) – 600 km (Freq. 600 até 1800 Hz).

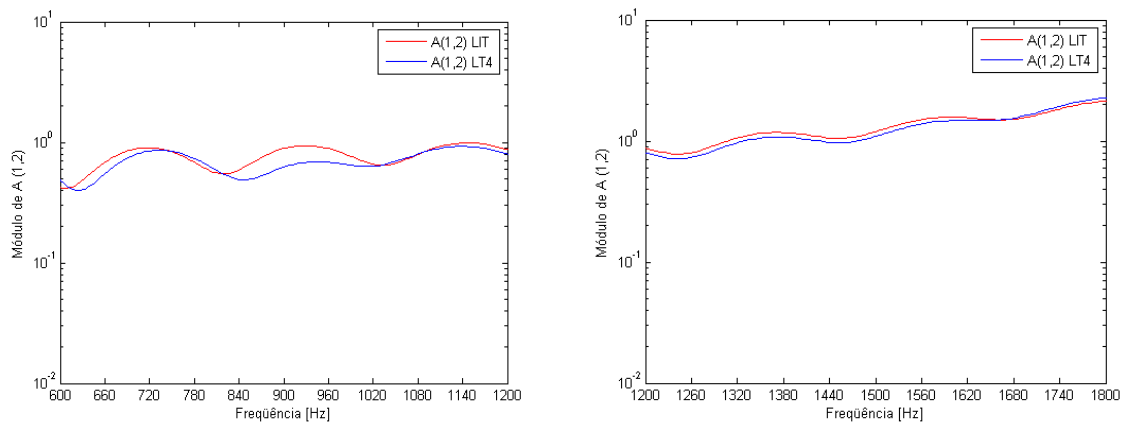


Fig. C.19: Comportamento dos elementos A (1,2) – 600 km (Freq. 600 até 1800 Hz).

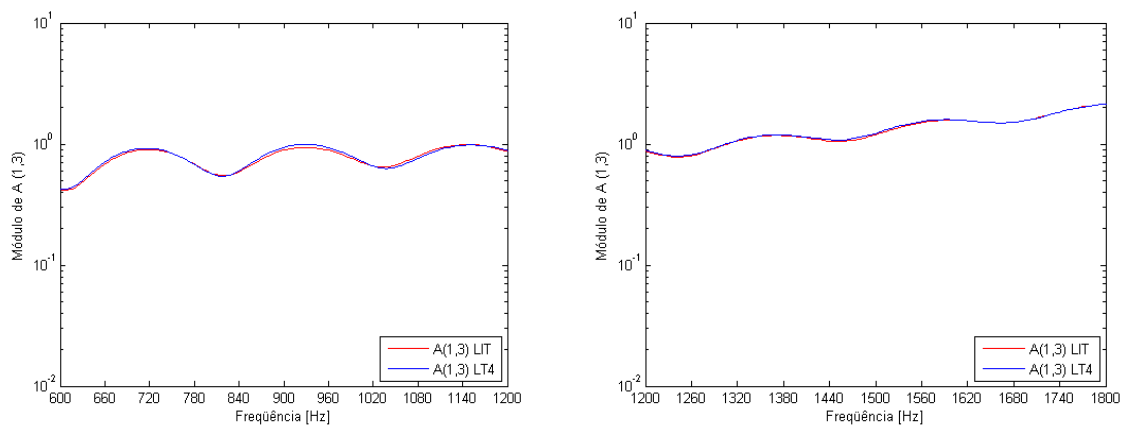


Fig. C.20: Comportamento dos elementos A (1,3) – 600 km (Freq. 600 até 1800 Hz).

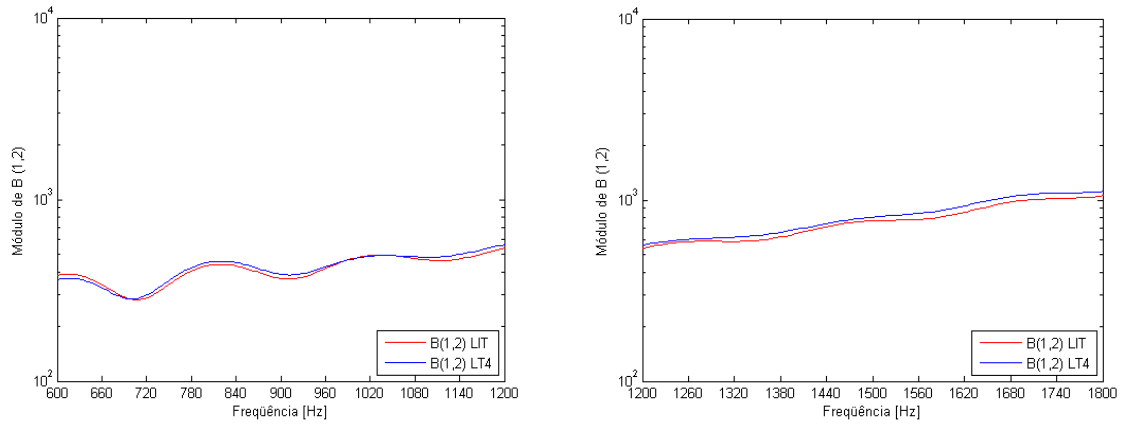


Fig. C.21: Comportamento dos elementos B (1,2) – 600 km (Freq. 600 até 1800 Hz).

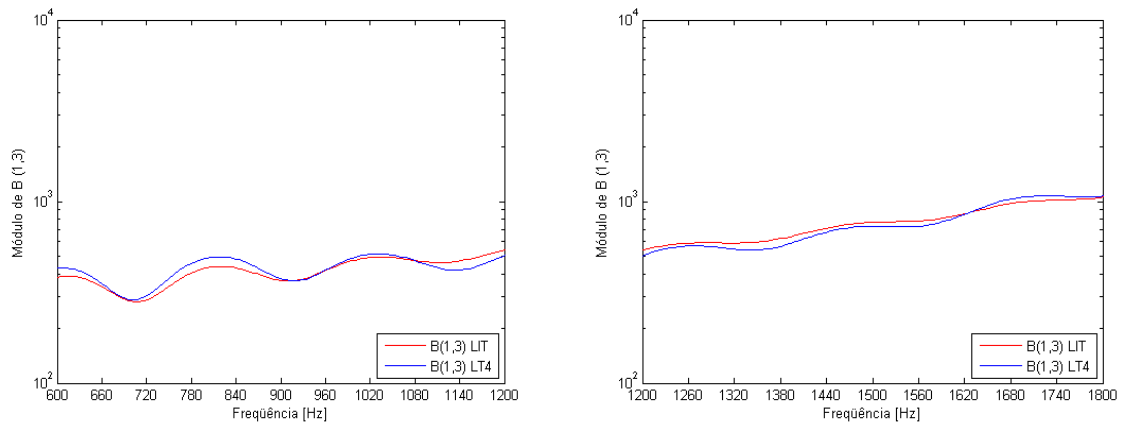


Fig. C.22: Comportamento dos elementos B (1,3) – 600 km (Freq. 600 até 1800 Hz).

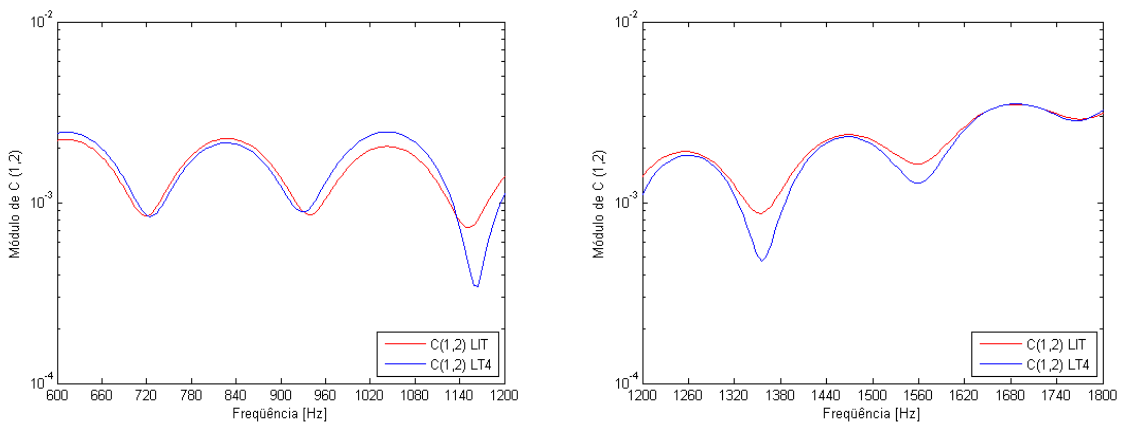


Fig. C.23: Comportamento dos elementos C (1,2) – 600 km (Freq. 600 até 1800 Hz).

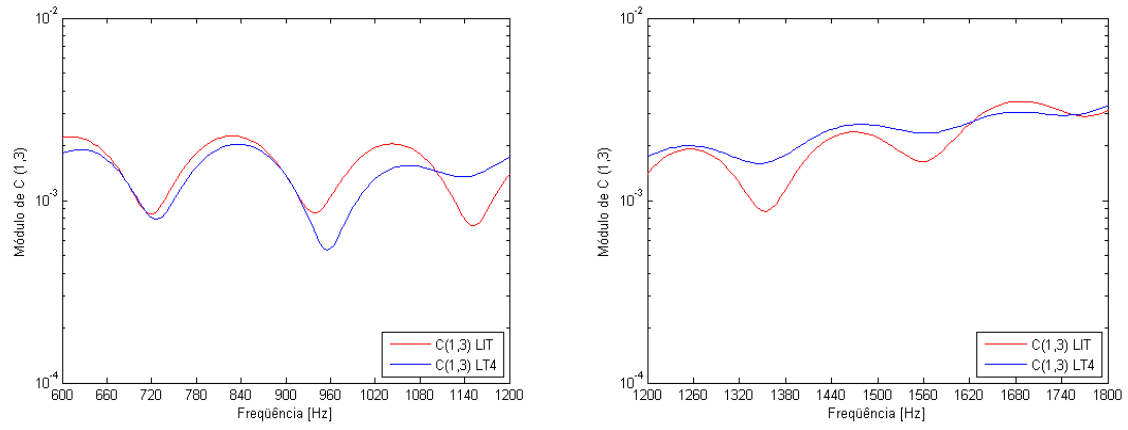


Fig. C.24: Comportamento dos elementos C (1,3) – 600 km (Freq. 600 até 1800 Hz).

APÊNDICE – D

COMPARAÇÕES DOS MÓDULOS DOS ELEMENTOS

DAS MATRIZES DE TRANSFERÊNCIA PARA LINHA

(LT4) DE 300 E 600 km

Frequências menores do que 600 Hz.

LT4= Linha com Transposição Real.

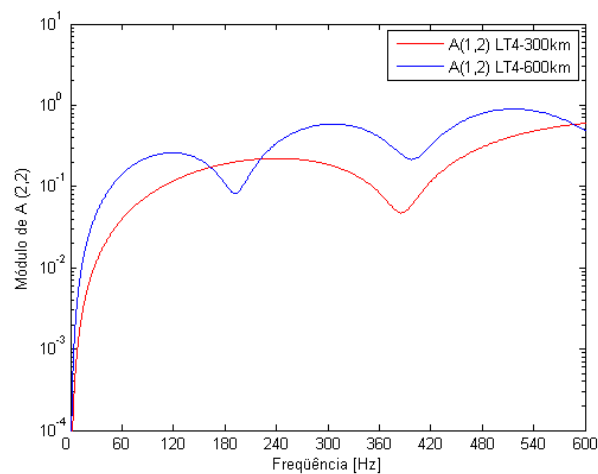


Fig. D.1: Comportamento dos elementos A (1,2) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

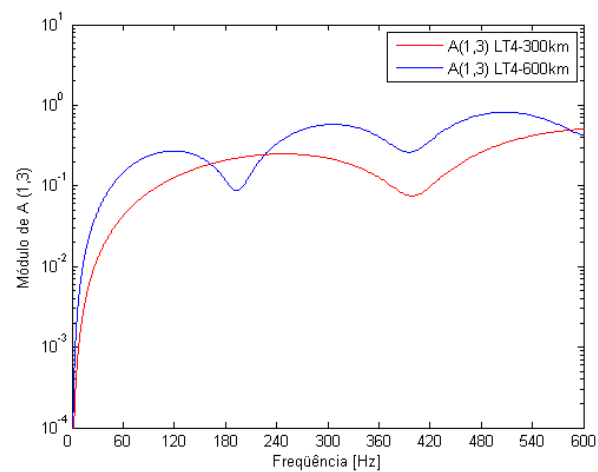


Fig. D.2: Comportamento dos elementos A (1,3) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

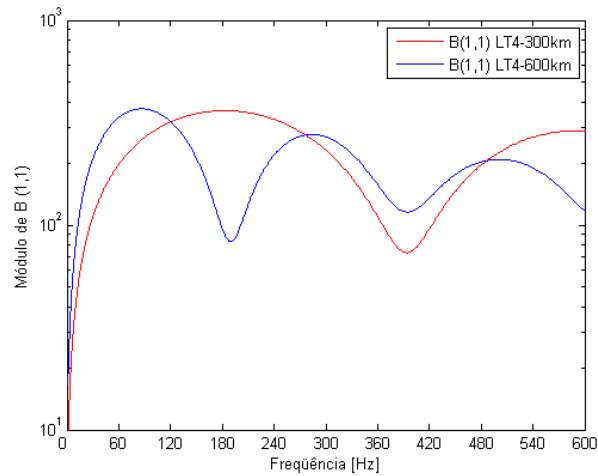


Fig. D.3: Comportamento dos elementos B (1,1) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

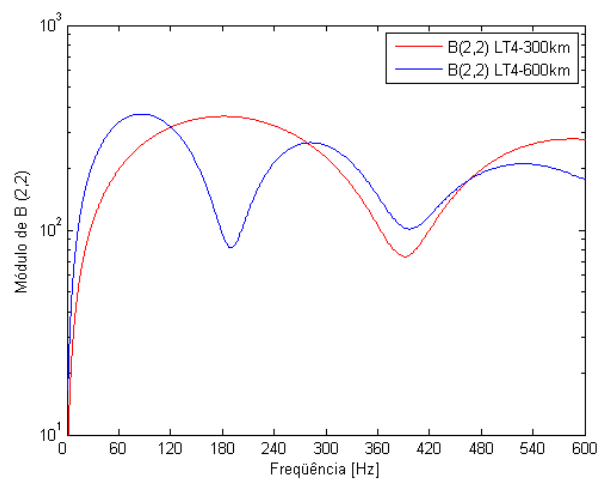


Fig. D.4: Comportamento dos elementos B (2,2) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

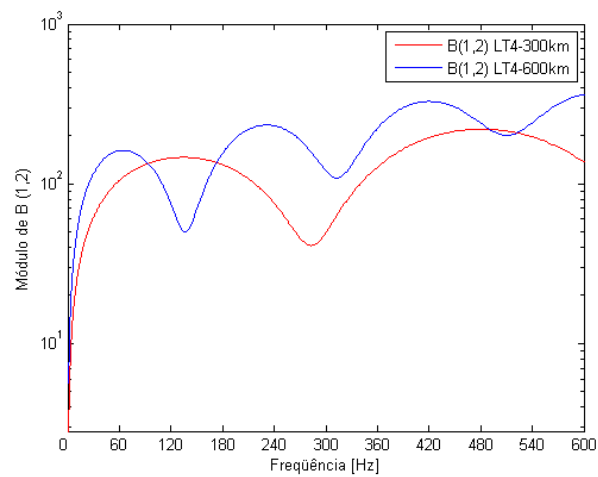


Fig. D.5: Comportamento dos elementos B (1,2) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

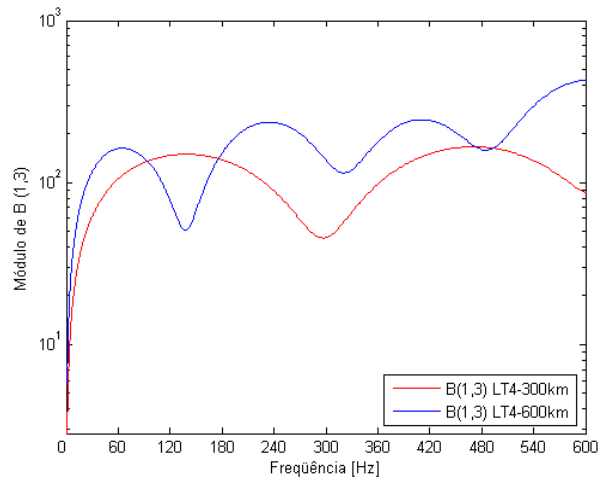


Fig. D.6: Comportamento dos elementos B (1,3) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

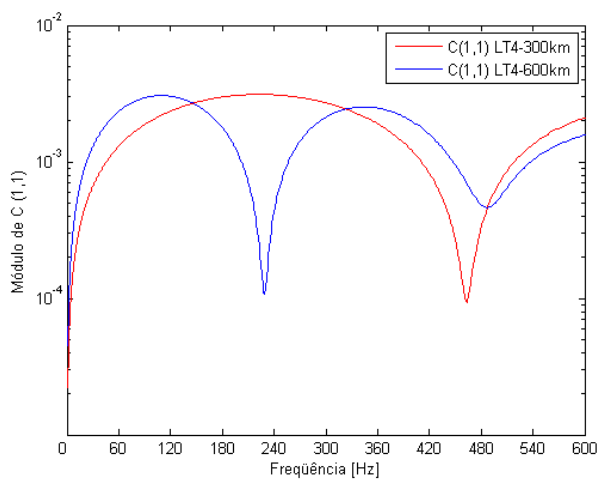


Fig. D.7: Comportamento dos elementos C (1,1) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

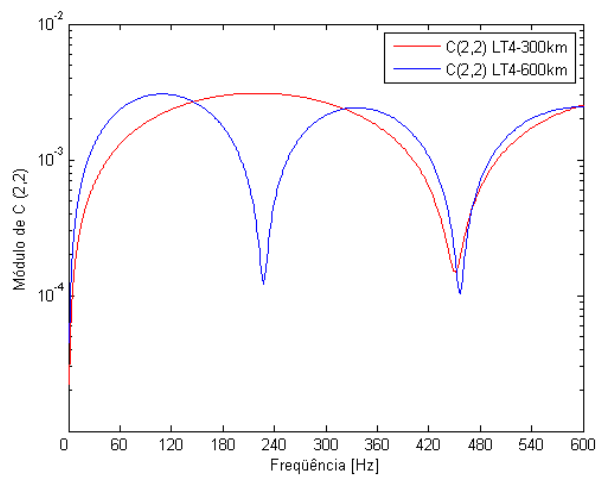


Fig. D.8: Comportamento dos elementos C (2,2) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

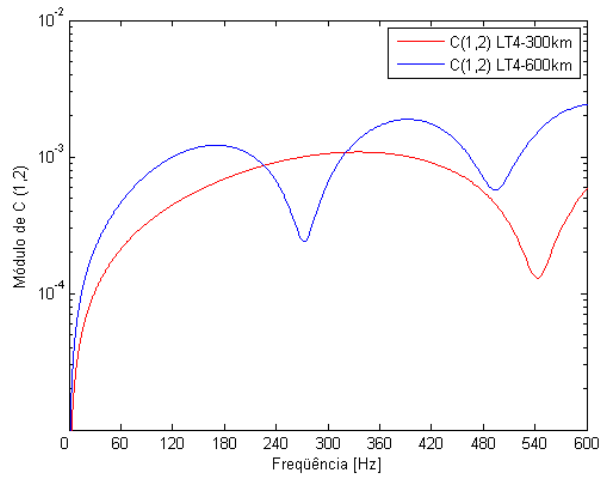


Fig. D.9: Comportamento dos elementos C (1,2) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

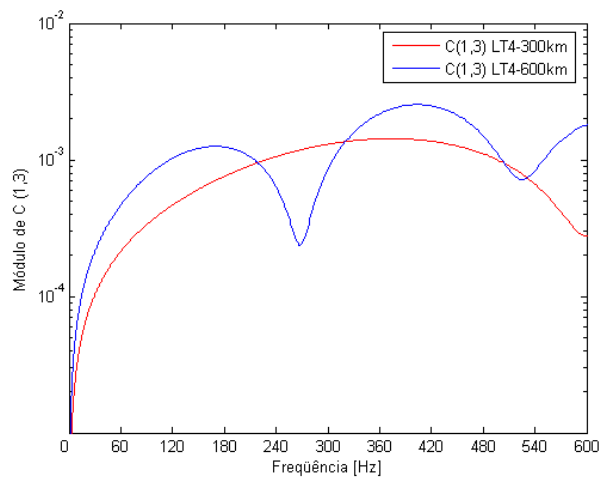


Fig. D.10: Comportamento dos elementos C (1,3) de LT4 para 300 e 600 km (Freq. 0 até 600 Hz).

APÊNDICE – E

MÓDULOS E FASES DA TENSÃO E CORRENTE NA FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL DE 60 Hz

(LT3) E (LT6) PARA LINHA DE 300 km

Linha com 01 ciclo de transposição (LT3) e 02 ciclos de transposição (LT6).

A potência injetada no terminal gerador foi suposta igual à potência característica da linha e as tensões neste terminal iguais ao valor nominal.

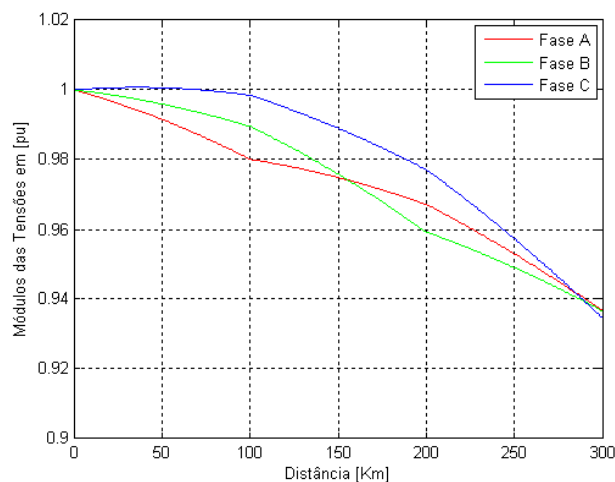


Fig. E.1: Módulos das tensões de LT3 para 60 Hz.

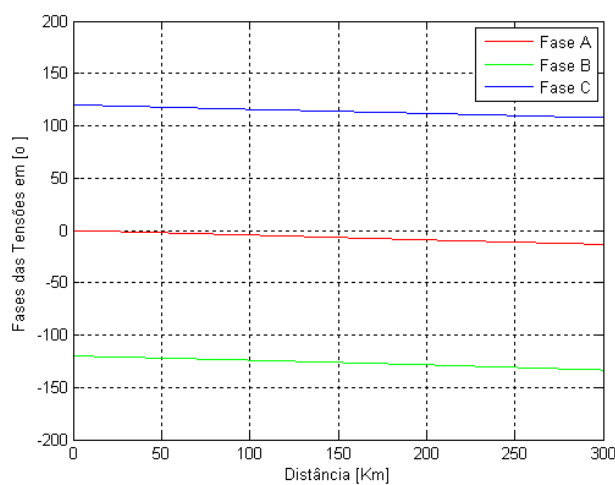


Fig. E.2: Fases das tensões de LT3 para 60 Hz.

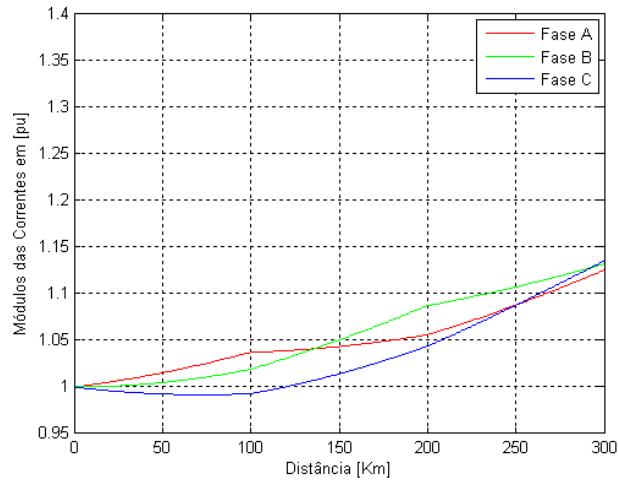


Fig. E.3: Módulos das correntes de LT3 para 60 Hz.

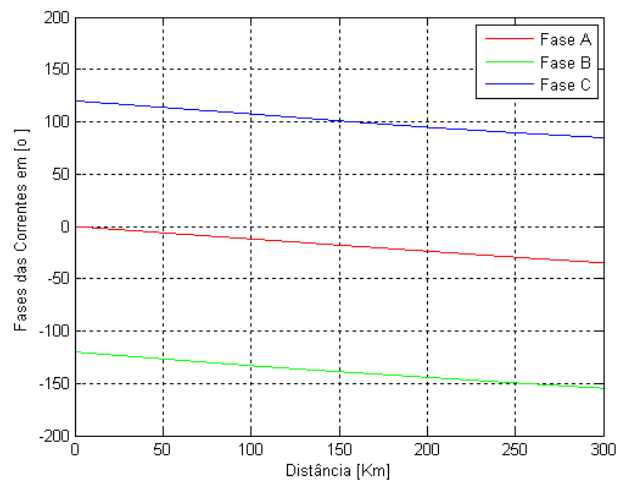


Fig. E.4: Fases das correntes de LT3 para 60 Hz.

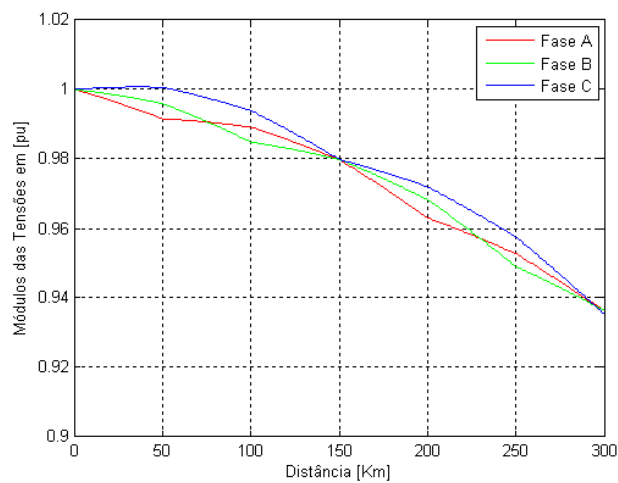


Fig. E.5: Módulos das tensões de LT6 para 60 Hz.

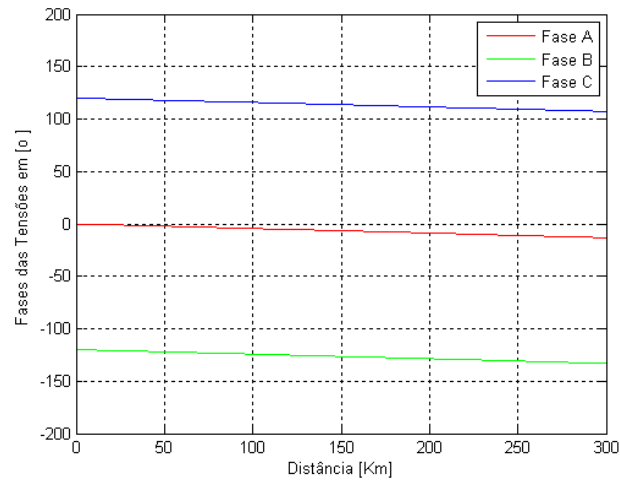


Fig. E.6: Fases das tensões de LT6 para 60 Hz.

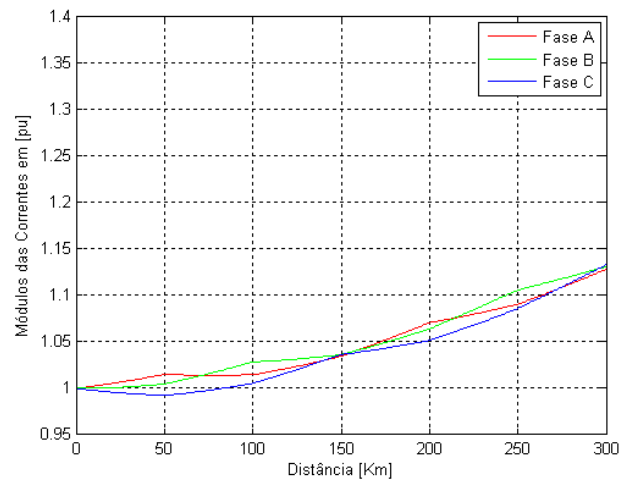


Fig. E.7: Módulos das correntes de LT6 para 60 Hz.

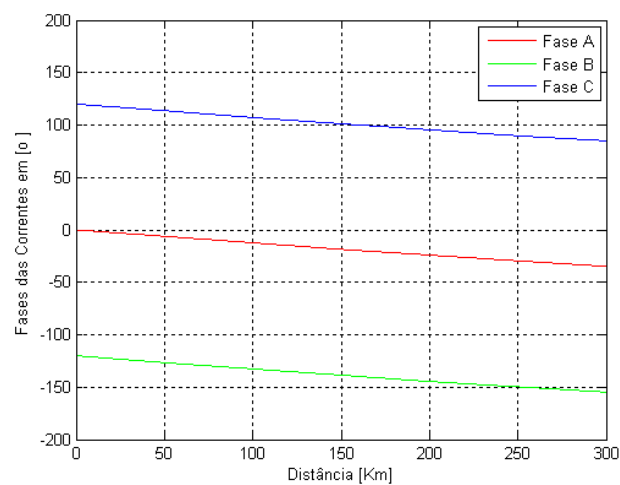


Fig. E.8: Fases das correntes de LT6 para 60 Hz.