

Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Educação

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**QUANDO A ATIVIDADE DE ENSINO DÁ AO CONCEITO MATEMÁTICO A  
QUALIDADE DE EDUCAR**

**Erica da Silva Moreira Ferreira**

**Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Anna Regina Lanner de Moura**

UNICAMP/Campinas

2005



**Universidade Estadual de Campinas**  
**Faculdade de Educação**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**QUANDO A ATIVIDADE DE ENSINO DÁ AO CONCEITO MATEMÁTICO A  
QUALIDADE DE EDUCAR**

**Erica da Silva Moreira Ferreira**

**Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Anna Regina Lanner de Moura**

Este exemplar corresponde à redação final

da dissertação defendida por Erica da  
Silva Moreira Ferreira e aprovada pela  
Comissão Julgadora.

Data: 28/02/2005.

**Assinatura:**

---

**Orientadora**

**COMISSÃO JULGADORA:**

---

---

---

---

Campinas

2005

ficha

Dissertação apresentada como exigência parcial para obtenção do Título de MESTRE em EDUCAÇÃO na Área de Concentração: Educação Matemática à Comissão Julgadora da UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas



## OFERECIMENTOS

À minha mamãe Vera Silvia, que vela por nós mesmo de longe e, nas lembranças que deixou, nos inspira a seguir em frente sem nunca desistir.

Ao meu amado Eduardo, luz do meu caminhar, companheiro amoroso e dedicado, que sempre me incentivou e amparou dando-me força para conquistar meus (nossos) objetivos.

Aos meus queridos filhos Fabianna, Felipe e Maria Eduarda, por entenderem resignadamente as horas em que “os troquei” pelo computador e pelos livros. Por essa demonstração suave de amor, amo-os mais ainda.

Ao meu pai, Armando pelo exemplo de disciplina e seriedade nos estudos e pelo seu empenho em ser “babá” com as crianças, quando precisava ir à UNICAMP.

Aos meus sogros Sra. Maria Imaculada e Sr. Eurípedes, pela força e aconchego nos vários momentos em que precisei de amparo e carinho.

Ao “Seo” Antônio por todo o amor de pai — mesmo sem sê-lo — que permitiu que eu mantivesse o equilíbrio mesmo com a falta de minha mãe, e à Malu, pelo carinho de tentar substituí-la.

À Maria do Carmo pela amizade de *tantos* anos, sempre solícita e sorridente, e por tanto o mais que fez por mim.

Aos meus anjos da guarda pelas inspirações, pelas palavras e pela luz.



## AGRADECIMENTOS

À Deus, pela vida.

À querida Anna Regina, pelo prazer de tê-la conhecido, pela orientação paciente e cautelosa e pela educadora competente que tanto contribui para que possamos realizar nossos (sonhos) objetivos profissionais.

Ao professor Sérgio Lorenzato, com quem tive a honra de aprender a gostar mais de ensinar Matemática.

Aos professores, crianças e jovens com quem já tive o orgulho de trabalhar, aprendendo, ensinando e vivendo. Em especial aos professores dos municípios de Itatiba, Louveira, Rafard, Mombuca, Itupeva e Campo Limpo Paulista pelas contribuições valorosas que permitiram que esse trabalho acontecesse.

À minha irmã, e sua carinhosa família, por todo o incentivo e preces mesmo estando a tantos quilômetros de casa.

Aos amigos Fabiana, Miriam, Érica, Esther, Micheline, Dulce, Domício e novamente Maria do Carmo e Anna Regina, pela alegria de tê-los conhecido e, por meio de nossas reuniões, conhecer outros “amigos” como Davydov, Kopnin, Hogben e Caraça. Obrigada por terem me apresentado a eles.

Aos meus outros amigos da UNICAMP pela convivência e “bom dia!” sempre sorridentes.

Aos Professores Doutores — Maria do Carmo, Sérgio, Elizabeth e Celi — que aceitaram participar da Banca Examinadora.

À CAPES pelo apoio financeiro dos últimos meses que auxiliou para que esse trabalho chegasse ao fim sem interrupções.



## **RESUMO**

Esta pesquisa investigou as características das reflexões de professores em Formação Continuada que se baseia na combinação entre atividade de ensino e dinâmica relacional, realizada em cinco localidades diferentes do Estado de São Paulo. As informações da pesquisa constam de reflexões dos professores registradas em diários, portfólios e produções ocorridas durante o desenvolvimento das atividades de ensino do curso de formação, nos momentos da dinâmica relacional. A análise da pesquisa tem caráter qualitativo e interpretativo. A fundamentação teórica se baseia em autores que fazem referência ao processo de desenvolvimento de formas de pensamento integradas ao movimento lógico-histórico do conceito e à teoria da atividade. Das informações percebeu-se movimentos, individual e de grupo, de confrontação entre conhecimentos “prontos e acabados”, considerados não passíveis de refutação e a participação efetiva com elaborações pessoais dos conceitos matemáticos, onde percebemos manifestações de elementos criativos e momentos de descobertas.

## **ABSTRACT**

This research investigated the characteristics of teacher's reflections on ways of teaching Mathematics on a Continued Education Course - which took place in five different regions of Sao Paulo state in Brazil - based on the combination between teaching activities and relational dynamics. The information was obtained from teacher's impressions written on diaries, portfolios and paperwork produced during the activities of the course. The analysis is interpretative and qualitative. The theory background is based on authors who refer to the process of thought integrated with the logical-historical movement of the concept and to the theory of the activity. The data allowed the observation of a confrontation between concepts considered "well established" and "unchangeable" and the discovery and elaboration of mathematical concepts through creative manifestations and elements of individuals and groups.

## **RESUMEN**

Esta pesquisa investigó las características y reflexiones de los profesores en Formación Continua, basándose en la combinación entre actividad de enseñanza y relación dinámica realizada en cinco distintas regiones del estado de Sao Paulo. Las informaciones encontradas en esta investigación son reflexiones de los profesores documentadas en diarios, portfolios y producciones hechas durante el desarrollo de las actividades del curso de formación, en los momentos de relación dinámica. El análisis de este estudio, tiene un carácter cualitativo y interpretativo. La fundamentación teórica esta basada en autores quienes hacen referencia al proceso de desarrollo de formas de pensamiento, integradas al movimiento lógico-histórico del concepto y a la teoría de la actividad. Las informaciones obtenidas llevaran a la percepción de los movimientos (individuales y grupales) de confrontación entre conocimientos "listos y terminados", considerados no sujetos a la refutación, y de la participación efectiva de elaboraciones personales de los conceptos matemáticos, donde se percibieron manifestaciones de elementos creativos y momentos de descubrimientos.

---

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

---

A Formação Continuada de Professores, tema desta pesquisa, tem sido foco freqüente de pesquisas que, visando a melhoria do desenvolvimento profissional, pretendem trazer contribuições para uma mudança de atitude do docente frente ao conhecimento e à ação de educar.

Nossa investigação se situa nesse campo, porém enfocando nosso olhar para a Formação Continuada em Educação Matemática de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental e Educação Infantil. Definimos, portanto, a questão norteadora da pesquisa em: **quais são as características das reflexões<sup>1</sup> dos professores<sup>2</sup> decorrentes da combinação atividade de ensino e dinâmica relacional?** Pretendemos com essa questão analisar através das reflexões dos professores o como compreendem e elaboram para si as abstrações matemáticas que ensinam.

A atividade de ensino, na abordagem de formação que demos aos cursos, é tratada como a que proporciona o desenvolvimento de um conceito matemático por

---

<sup>1</sup> Assumimos por reflexões as manifestações referentes às elaborações das atividades de ensino bem como aos registros em diários ou portfólios.

<sup>2</sup> Os professores aqui mencionados são os referentes às 10 turmas do PEC para as quais ministramos as aulas sobre o ensino de matemática. Trata-se do Programa de Educação Continuada- PEC administrado pela FAFE – Fundação de Apoio à Faculdade de Educação da USP.

meio da (re)construção da dinâmica de criação deste, mediante uma interpretação lógica da história do mesmo, possibilitando a reelaboração e domínio dos conceitos aritméticos, geométricos e algébricos.

Por sua vez, utilizou-se a *dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe* (Lanner de Moura, et al, 2003) como metodologia de trabalho. Acreditamos ser essa proposta metodológica a que possibilita um aproveitamento substancial da capacidade produtiva do professor, no momento da ação educativa, por valorizar o trabalho educacional, concebido como *a linguagem, a construção de abstrações (planos de ação) e a ação prática* (GALHARDO, 1982, p.6), num espaço coletivo de diálogo.

Para responder à questão que nos propusemos a investigar, localizamos o foco da pesquisa no trabalho desenvolvido pelos professores ao vivenciarem atividades de ensino com essa proposta metodológica.

Quando iniciamos o trabalho com os professores nos cursos do PEC, nosso olhar de formadora e pesquisadora estava atento a todas as manifestações relevantes que pudessem colaborar para tornar aqueles momentos ricos em significações, tanto para o grupo de professores, quanto os dinamizadores dos cursos. No entanto, não havia uma preocupação específica quanto ao tema que agora se apresenta relevante nessa pesquisa.

Em nossa experiência profissional até o período em que ministramos os cursos de formação predominou o trabalho educacional com crianças das séries iniciais.

No período acadêmico em que atuamos como estagiária nas escolas, acompanhamos as aulas de várias séries do primário<sup>3</sup> (de acordo com a proposta do estágio) e desenvolvemos um trabalho mais específico na área de Educação Especial que foi tema de nosso Trabalho de Conclusão de Curso. O que se revelava a partir de nossa formação e que viria a pautar os “passos futuros” da atuação profissional, é que a escola como se apresentava não era a mesma que pretendíamos defender como projeto profissional.

Aliado a esse objetivo pessoal de busca de uma outra identidade para a escola com a qual lidamos, refletia-se no dia-a-dia profissional algumas dificuldades provenientes de uma formação que não conseguia abranger todas as necessidades de estudo que precisaríamos para trabalhar. Era possível sentir que algo mais profundo, talvez subjetivo, faltava para que de fato pudessemos intervir no ensino e dar-lhe novo rumo, ao menos para as salas de aula com que trabalhávamos.

O interesse pela formação de professores se revelou ao conhecermos a proposta pedagógica do CEFAM<sup>4</sup>, onde em processo seletivo<sup>5</sup> específico, viemos a trabalhar nas disciplinas de Conteúdo e Metodologia de Ciências e Matemática e Estágio Supervisionado.

Durante os anos de atuação como professora tanto das séries iniciais quanto no Ensino Médio, notávamos uma habitual dificuldade dos alunos para lidarem com o conteúdo específico de Matemática. Nas outras disciplinas como Língua Portuguesa, Ciências e Estudos Sociais, por se tratarem de situações de aprendizagem pautadas em pesquisas que enfocam um trabalho mais criativo, essas dificuldades e — até mesmo — apatia frente ao conhecimento, não se apresentava de modo tão enfático quanto para a matemática.

Considerando essas particularidades encontradas na vida profissional, aliado ao fato de já possuir “laços” com o conhecimento matemático ao trabalhar, ainda no período da Faculdade, como monitora junto à disciplina de Didática da Matemática<sup>6</sup>, voltamos à Faculdade de Educação<sup>7</sup>, onde já havíamos feito a graduação, para o Mestrado em Educação Matemática.

A busca pelo Mestrado foi motivada pela necessidade que sentia de aprofundar e buscar pela pesquisa possíveis respostas às questões que vinha acumulando no exercício da prática pedagógica em matemática.

O trabalho junto ao PEC<sup>8</sup>, surgiu — no período inicial em que passamos a participar do programa de Mestrado — como uma oportunidade de compreendermos pela vivência e estudo uma proposta didática-metodológica pautada no objetivo de oportunizar o desenvolvimento conceitual matemático que não se restringisse a técnicas de cálculo ou apresentação de materiais manipulativos<sup>9</sup> ou a procedimentos de solução de problemas.

---

<sup>3</sup> Equivalente aos quatro primeiros anos do Ensino Fundamental na LDB 9394/96

<sup>4</sup> Centro Específico de Formação e Aperfeiçoamento em Magistério - CEFAM, de Campinas

<sup>5</sup> Processo seletivo público com apresentação de projeto específico para a disciplina que almeja trabalhar.

<sup>6</sup> Em 1991, trabalhamos no programa de monitoria na disciplina de Didática da Matemática do curso de graduação em Pedagogia, na Faculdade de Educação/UNICAMP, sob orientação do prof. Dr. Sérgio Lorenzato, docente titular da disciplina.

<sup>7</sup> Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas.

<sup>8</sup> Em 2002, o trabalho se deu no município de Itatiba com professores, coordenadores e diretores do Ensino Fundamental – 1ª à 4ª séries – e Educação Infantil. No ano de 2003, trabalhamos nos municípios de Louveira, Itupeva, Rafard e Mombuca, além do município de Campo Limpo Paulista, a pedido da própria prefeitura.

<sup>9</sup> Assim chamados os materiais estruturados como material dourado, blocos lógicos e outros, bem como outros materiais confeccionados pelo professor para auxiliar na contagem e operações.

As áreas de estudo do curso foram dirigidas para que seu conteúdo pudesse subsidiar o trabalho do professor na elaboração e desenvolvimento do planejamento do ensino da Matemática nas séries em que trabalha, de acordo com um planejamento intencional da ação docente visando uma perspectiva humanizadora capaz de os mover e aos seus alunos para ações inovadoras e transformadoras da realidade que vivenciam.

Os cursos ministrados não tinham por intenção apenas a transmissão de um conhecimento mas sim, a perspectiva de oferecer espaço para reflexões que norteassem a conduta do profissional dali em diante.

Um dado que nos chamou a atenção foi se revelando no processo. Ao estudarmos a formação dos conceitos matemáticos num movimento lógico-histórico do conceito<sup>10</sup>, a participação dos professores tornava-se mais questionadora frente à própria formação. Ao invés de espectadores de um “modismo”, onde assumiam a postura de meros repetidores de receitas de atividades e exercícios, os professores se viram diante do desafio de refletir sobre seus conhecimentos, até então considerados satisfatórios, e avaliar se tais conhecimentos possuíam uma lógica que os sustentasse.

Foi se delineando, ao longo dos cursos ministrados, uma percepção de que, a participação efetiva na resolução das atividades de ensino, pudesse estar contribuindo para uma renovação “do olhar” desses profissionais diante do ensino que estavam habituados e a possibilidade de uma outra forma de atuar diante do conhecimento.

Aliando a dinâmica relacional à proposta de desenvolvimento das atividades de ensino que visem o desenvolvimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos, utilizamos como meio avaliativo/reflexivo os diários (OSTETTO, et al, 2001) e os portfólios (SÁ-CHAVES, 2000). O primeiro apresenta a característica de demarcar o percurso pessoal do envolvido, registrando suas dúvidas, ansiedades, angústias e, no mesmo movimento, delineando suas descobertas, alegrias e perspectivas. Pelo diário, quando escrito de fato a cada encontro, podemos “entrar” no movimento de participação do professor. Esse recurso avaliativo/reflexivo foi utilizado no ano de 2002. Ao conhecermos<sup>11</sup> a proposta do uso de portfólios como metodologia de avaliação, decidimos experimentar seu uso nos cursos seguintes. A diferença principal está no fato de que, ao contrário do diário, o professor escolhe qual o momento significativo que

---

<sup>10</sup> Denominação dada pela teoria de conhecimento de Kopnin, na qual nos pautamos e que estaremos aprofundando no capítulo 3.

<sup>11</sup> Seminário ministrado pela Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Idália Sá-Chaves, da Universidade de Aveiro – Portugal, intitulado “Supervisão de formação: desenvolvimento e uso de portfólio reflexivo”, em 03 de dezembro de 2002, na FE/UNICAMP.

deseja registrar. Há uma maior abertura para a expressão individual e isso revela-se com uma dupla dimensão por revelar um processo estruturante mais subjetivo e também por representar um produto pessoal único.

Nossa investigação pretendeu então, reunir essas duas vertentes — as atividades de ensino e a dinâmica relacional, e estudar as reflexões dos professores por meio dos registros deixados em seus diários e portfólios.

Por seu caráter qualitativo, a pesquisa está focalizada no indivíduo, em toda sua complexidade e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural (D'AMBROSIO, 2004). Portanto, nossa pesquisa requereu a interpretação das informações obtidas dos diários e portfólios, baseada em autores que fazem referência ao processo de desenvolvimento de formas de pensamento integradas ao movimento lógico-histórico do conceito (CARAÇA, 2002; KOPNIN, 1978; DAVYDOV, 1988) .

Das atividades de ensino realizadas foi possível perceber um movimento de confrontação entre os conhecimentos considerados como “prontos e acabados”, não passíveis de refutação e a oportunidade de participação efetiva do desenvolvimento pessoal dos conceitos matemáticos. Nessa participação efetiva vemos surgir entre os participantes, elementos criativos e espaços para descobertas.

Das análises dos diários e portfólios, percebemos o envolvimento do professor com as atividades e o quanto se envolveram quando tiveram a oportunidade de participar de sua própria ação de conhecer.

As atividades orientadas pelo desenvolvimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos — especificamente para essa pesquisa, do conceito de número natural — privilegiaram elaborações que abordam esses conceitos integrados ao movimento de criação do trabalho humano, entendido como *a construção de planos de ação (abstração), linguagem e ação material* (GALHARDO, 1982, p. 6). Aliado a isso, recorreu-se à metodologia de trabalho em sala de aula que privilegiasse as ações criativas individuais e em grupos, e ainda se fez uso de uma forma de avaliação que privilegiasse a criação individual.

A combinação didático-pedagógica desses elementos no desenvolvimento dos cursos do PEC que ministramos, aliada às análises das informações obtidas nestes cursos, propiciou um espaço para a discussão de uma proposta de formação que priorize o professor como um ser criativo. A experiência com o próprio processo de criação

residiu, basicamente em proporcionar aos professores em formação a vivência do desenvolvimento conceitual pela (re)criação individual-coletiva dos nexos conceituais mais simples que compõem um conceito mais complexo. As análises nos levam a supor que esta vivência lhes proporcionou um contexto epistemológico que levou parte dos professores a se destituir de uma visão mítica e mecânica do conceito e, num outro movimento, vieram a desenvolver uma capacidade reflexiva sobre a constituição do pensamento e da linguagem do conceito matemático de número natural.

---

## CAPÍTULO 2

### SIGNIFICADOS DA FORMAÇÃO DO EDUCADOR E DO EDUCADOR MATEMÁTICO: REFERÊNCIAS TEÓRICAS

---

*“se a educação não pode tudo,  
alguma coisa fundamental a educação pode [...]”.*

FREIRE (2002, p. 126)

Ao delimitarmos o objeto de estudo dessa pesquisa, as reflexões dos professores, em nossa experiência como uma das professoras dos cursos ministrados que compõem a fonte dos dados desta pesquisa, vimos delinear-se a problemática mais geral sobre a formação de professores. Por esse motivo, optamos por apresentar um breve panorama das posições a respeito deste tema adotadas por alguns autores. Ao mesmo tempo discutimos nossa compreensão sobre educação e derivando daí, os significados que damos à por formação do educador e em específico do educador matemático das séries iniciais do ensino fundamental.

#### **2.1 Breve panorama sobre a Educação e sua derivação para a formação do professor de matemática**

Ao emprendermos nossa pesquisa consideramos importante evidenciar, de modo geral, as contribuições de autores que acreditam na ação educativa enquanto ação humanizadora. Procuramos evidenciar de suas teorias, aspectos que possam nos oferecer suportes para assumir a Educação enquanto movimento de criação e trabalho humano e

ainda, advindo dessa visão, o modo de assumir e desenvolver a formação do profissional que assume a Educação e mais especificamente a Educação Matemática.

As obras de Lev Semenovitch Vygotsky (1896) vêm contribuir para a educação por mediar importantes reflexões sobre o processo de formação das características psicológicas tipicamente humanas. No entanto, não encontramos em suas teses *soluções práticas ou instrumentos metodológicos de imediata aplicação na prática educativa* (REGO, 2001, 103).

O desenvolvimento dos conceitos de *zona de desenvolvimento proximal e internalização*, entre outras teses do autor, oferecem elementos importantes para a compreensão de como se processa a inter-relação ensino, aprendizagem e desenvolvimento. Desenvolver a compreensão desta inter-relação é, para nós, de fundamental importância na formação do professor e, desenvolvê-la no processo de apreensão dos conceitos matemáticos, é atribuir a este processo a qualidade de educação.

A escola representa importante espaço para a apropriação, pelo indivíduo, da experiência coletiva culturalmente acumulada. É o elemento imprescindível para a realização plena do desenvolvimento pessoal por promover um modo específico e sofisticado de análise e generalização dos elementos da realidade, organizados em conhecimentos sistematizados. Esses conhecimentos, porém, não devem ser vistos como dogmáticos e sim como um espaço fértil para que indivíduos possam perguntar, discutir, pesquisar, criar, compartilhar seus conhecimentos não formais e ampliá-los para os conhecimentos científicos. As atividades desenvolvidas na escola, introduzem conceitos científicos e proporcionam novos modos de abstrações e generalizações acerca da realidade. Essa operação intelectual (abstração e generalização) transforma os modos de uso da linguagem, expande os conhecimentos e modifica a relação cognitiva com o mundo.

A concepção de Vygotsky sobre as relações entre desenvolvimento e aprendizado, tendo em vista a zona de desenvolvimento proximal, significa considerar que o indivíduo estabelece uma forte relação com seu meio ambiente sociocultural; é considerá-lo participante ativo de seu desenvolvimento cognitivo. É partir do princípio de que o indivíduo, imerso cultural e historicamente desde o nascimento, carrega consigo elementos próprios, conhecimentos próprios. Por isso, é capaz de questionar, argumentar, duvidar, propor. Se, ao contrário, considerarmos que estes chegam à escola

como “tabulas rasas”, de fato não há como propor um trabalho que considere uma participação ativa do educando e um outro perfil do trabalho do educador. Do mesmo modo, se o trabalho em sala de aula considerar o conhecimento já adquirido pelo indivíduo, mas não oferecer situações *inesperadas* onde este possa se ver desafiado a conhecer mais, o trabalho então, torna-se totalmente ineficaz. *É na zona de desenvolvimento proximal que a interferência de outros indivíduos é mais transformadora* (OLIVEIRA, 1993, p. 61). Por isso, o papel que a escola desempenha nas novas conquistas psicológicas dos indivíduos, é fundamental. Investigar novos caminhos para que estas conquistas aconteçam pela formação dos conhecimentos escolares e em específico da matemática é um desafio que nos colocamos nesta pesquisa. O contexto epistemológico da (re)criação dos nexos conceituais do número, atribuído às atividades de formação, pretendeu ser uma orientação na zona de desenvolvimento proximal dos professores para a apropriação de significados próprios desse conceito em vistas a mudar sua relação psicológica com a matemática e seu ensino.

Podemos ver na teoria de Vygotsky que o indivíduo se constitui enquanto tal, não somente por seu processo de maturação biológica/orgânica, próprio da espécie, mas principalmente através de suas interações sociais, *num processo em que o biológico transforma-se em sócio-histórico* (La TAILLE, 1992, p.33) É pela apropriação do legado cultural de seu grupo que o indivíduo desenvolve suas funções psíquicas superiores. Esse patrimônio consiste em valores, conhecimentos, sistemas de representação, modos de pensar e de agir de acordo com um comportamento construído pela humanidade ao longo da história.

A apropriação desses conhecimentos se dá pela internalização, ou seja, uma reconstrução interna da atividade externa. Como nos afirma Rego (2001), a internalização

*implica na transformação dos processos externos (concretizado nas atividades entre as pessoas), em processo intrapsicológico (onde a atividade é reconstruída internamente). O longo caminho do desenvolvimento humano, segue, portanto, a direção do social para o individual.* (REGO, 2001, p. 109)

Como a situação escolar é um processo em constante movimento, o resultado desejável desse processo seria que se alcançassem condições para que a escola

de fato representasse um papel de transformação dos indivíduos que a freqüentam, seja na função de educando ou de educador. Vemos em Vygotsky importantes contribuições para que isso possa ocorrer. O enfoque que damos à dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe pretendeu proporcionar ao professor em formação a experiência da interação no desenvolvimento dos conceitos e a reflexão sobre o próprio movimento, nesta interação, de onde ocorrem percepções das próprias conquistas psicológicas na relação com o conhecimento matemático.

Henry Wallon (1995) nos coloca que, humanizar a inteligência se daria por encerrar a Educação como alicerçada nos pilares que consideram a afetividade (sendo as emoções a manifestação desta), o movimento (do corpo e sua relação com o espaço físico) e o conhecimento, como elementos do desenvolvimento humano. Desagregar um pilar não daria a necessária sustentação para a formação integral do ser humano.

Para esse autor, o conhecimento refere-se à capacidade cognitiva que o ser humano possui e que o diferencia dos outros seres vivos. Pela sua capacidade cognitiva, o ser humano modifica, transforma a realidade a seu redor ao perceber que necessita do conhecimento para resolver suas necessidades.

O movimento pode ser entendido como ato motor, respeitante à agilidade, ou ainda relativo à ação. Mais do que tonicidade, o ato motor refere-se também a atitudes e posturas.

As atitudes quando relacionadas aos estados de bem-estar, de indisposição, de necessidade, constituem a base das emoções. As emoções têm um papel preponderante no desenvolvimento da pessoa. É por meio delas que exteriorizamos nossos desejos e nossas vontades. A relação com o outro é que permite essa exteriorização, então o outro é papel fundamental na formação do eu. A emoção causa impacto no outro e tende a se propagar no meio social, trazendo efeitos positivos, e negativos.

Apesar de Wallon (1995) fundamentar sua teoria mais fortemente nos aspectos fisiológicos do ser humano, em momento algum desconsiderou o aspecto social. Segundo ele “*as necessidades de seu organismo e as exigências sociais são os dois pólos entre os quais se desenvolve a actividade humana [...](1995, p.13)*”.

Neste aspecto, Wallon se aproxima de Vygotsky que considera a apropriação da cultura humana, mediante o processo de interação, como um ato eminentemente social e a orientação na zona de desenvolvimento proximal como o

modo psicologicamente próprio para que aconteça esta apropriação. No nosso entender, as funções afetividade e movimento corporal colocadas por Wallon como fundamentais para o desenvolvimento humano, são indicadores de que, se solicitadas, podem garantir uma atuação pedagógica na zona de desenvolvimento proximal quando consideradas na formação dos conceitos científicos. Na abordagem da (re)criação conceitual que demos às atividades de formação, pensamos em proporcionar o espaço para a combinação dos aspectos afetivo, de movimento e de conhecimento estudados pelo autor como pilares da formação da inteligência, atribuindo ao conhecimento, no caso desta pesquisa, o conteúdo lógico-histórico do conceito matemático.

Para V. V. Davydov, pedagogo russo do início do século, *a atividade educacional não é dirigida principalmente à aquisição de conhecimento, mas à mudança e ao enriquecimento do indivíduo* (In Sousa, 2004, p.4)

Em sua teoria, Davydov (1988) procura organizar o conteúdo educacional de modo a proporcionar a generalização. Ele parte do princípio de que a aprendizagem é significativa quando ocorre a generalização. Opõe-se à estrutura da educação de sua época (e cultura) cuja ênfase se dava na busca mecânica de resultados matemáticos (DAVYDOV, 1962).

A busca pelo resultado apenas, desvirtua os objetivos do ensino da matemática que, segundo o autor, deveriam incentivar o raciocínio. Este raciocínio deverá levar em conta as relações estabelecidas entre o conteúdo a ser ensinado e sua *base geral*. Ou seja, o aluno ao realizar as atividades na proposta do autor, tem por objetivo principal descobrir uma lei, uma inter-relação necessária entre fenômenos particulares e singulares, com sua base geral isto é, descobrir a lei de formação da unidade interna deste todo. Esta é sua definição de generalização.

Davydov (1962,1988) nos inspira quando, na atividade sobre sistema de numeração que analisamos mais especificamente, neste trabalho, os professores dos cursos se preocupam em definir formas de contagem cujas leis de formação possam abranger quantidades muito maiores da que foi proposta. A elaboração deste nível de generalização se revela não só no tipo de regra criada, mas também, em dar à representação da contagem uma forma simbólica simples e de fácil comunicação.

Dessa forma, a prática pedagógica ganha a particularidade de colocar a ação de ensinar focalizada na capacidade intelectual do ser humano ao aprender planejando, executando ações, estabelecendo métodos de agir sobre o mundo (conteúdo escolar ou

não), escolhendo as estratégias e avaliando seus resultados. No próximo capítulo, trataremos desse assunto de modo mais aprofundado, aliando as teorias desses autores à Teoria do Conhecimento de Kopnin (1978) e definindo essa ação de ensinar/aprender pela tensão criativa.

Há de se ressaltar que os autores citados abordam o materialismo dialético enquanto base teórica do conhecimento, do desenvolvimento psicológico e intelectual e afirmam ser o trabalho, enquanto atividade formativa, o modo pelo qual humanizamos a inteligência.

A complexidade das implicações teóricas de cada autor não são tratadas neste trabalho. Por outro lado, os pontos apresentados são relevantes como referência de análise e para mediar uma discussão em torno do tema da formação dos professores.

## **2.2 Ampliando os elementos de debate**

A visão de Educação que desenvolvemos, e dentro dela a de Educação Matemática, considera o indivíduo em toda sua complexidade, sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural (D'AMBROSIO, 2004). Além das referências teóricas que discutimos anteriormente e que consideramos básicas para este estudo, pesquisas que tratam da formação do professor e outros autores que a ela se referem direta ou indiretamente, fomentam nossa discussão sobre o tema em foco. Essas fontes nos permitem ampliar a visão educacional a que as informações desta pesquisa podem nos conduzir.

A formação do educador vem sendo assunto de debates e discussões na atualidade, como podemos verificar em congressos e encontros nacionais, tais como o Endipe ( Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino), na Anped ( Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação), no ENEM ( Encontro Nacional de Educação Matemática) e no EPEM (Encontro Paulista de Educação Matemática), sendo estes últimos específicos sobre a área de Educação Matemática.

É indiscutível a preocupação que se estabelece entre os teóricos e educadores quando o assunto é a formação do professor, sobretudo configurada nos artigos publicados em revistas e Anais, nas dissertações e teses que abordam este assunto e nas propostas oficiais, como exemplo mais recente, os Parâmetros Curriculares Nacionais.

Pesquisas sobre formação de professores como: (POLETTINI, 1999; PONTE, 2002; MARCELO, 1998; JARAMILLO, 2003; ARNAUS, 1999; DOMINGO, 1999, PRADO, 2000) vêm apresentando uma convergência em relação à concepção do professor e em específico do professor de matemática enquanto sujeito que produz conhecimento a partir de sua prática, e que se constitui profissionalmente enquanto tal, no decorrer de sua prática, e não somente em sua formação inicial

MARCELO (1998), em seus estudos, afirma que há uma amplitude e diversidade de temas e enfoques recentes na pesquisa sobre formação de professores. Pelo fato deste tema não ser objeto desta pesquisa, focalizaremos apenas alguns autores que podem nos oferecer subsídios para posteriores discussões necessárias ao delimitarmos nosso “olhar” sobre este assunto.

Para ARNAUS (1999), durante muito tempo abordou-se o tema formação de professores considerando ser este assunto uma mera simplificação da aplicação de métodos, técnicas e procedimentos do modo de controlar certas variáveis próprias do ofício. No entanto, o que se sabe nos dias de hoje é que se trata de *um ofício com claras implicações morais, emotivas e políticas* (ARNAUS, 1999, p. 599).

Os modelos predominantes de formação de professores enfatizam a aquisição de conhecimentos, habilidades e competências estratégicas fundamentais para que se possa resolver de maneira eficiente os problemas da aprendizagem. O enfoque desses programas de formação omite e ignora a complexidade com que nos deparamos na vida profissional. Conseqüentemente, o professor torna-se limitado e se subordina aos ditames de outros profissionais que pesquisam e elaboram teorias como se essas pudessem produzir efeitos mágicos sobre as dificuldades diárias que encontram em sua prática pedagógica-educacional.

Com isso, há uma freqüente separação entre aqueles que elaboram conhecimento e aqueles que o praticam (ARNAUS, 1999; DOMINGO, 1999). Assim, torna-se muito limitada a condição do professor em conseguir absorver toda a complexidade da sala de aula e, conseqüentemente, vemos o ensino assumir um papel fragmentado, diluído e desestimulante para o professor e para o aluno. Como resultado, obtemos um ensino composto por *peças* de conhecimento.

Somos surpreendidos por verificar que muitas vezes os professores, ao lecionarem, se sentem desconfortáveis para lidar com o conhecimento próprio das disciplinas. Um exemplo é o conhecimento matemático, que representa uma das

disciplinas que causa um maior estranhamento para os alunos e professores. Muitos professores das séries iniciais do ensino fundamental não gostam desta disciplina e normalmente repetem para seus alunos a visão que lhes foi passada em sua formação escolar, uma *visão absolutista de ensino da matemática que sugere um ensino voltado somente ao acúmulo de conhecimento* (D'AMBRÓSIO, 1993). Apesar desses professores, muitas vezes, já contarem com anos de experiência profissional e, por vezes, com uma preocupação com a melhoria dessa formação, eles ainda se mantêm atrelados a uma visão de matemática que em nada convida à ação, à criação e à liberdade. Mais do que isso, apesar de lidarem diariamente com as dificuldades dos alunos e reconhecerem que essas dificuldades, em muitos casos, representam também suas próprias dúvidas, não conseguem reverter essa situação.

Em pesquisa realizada por LORENZATO (1993), ao discutir os *por quês e porquês* em uma relação educacional, constatou-se que a grande maioria dos professores entrevistados<sup>12</sup> apresentava grande dificuldade para responder à perguntas que freqüentemente alunos dirigiam a seus professores. Esses *por quês*, tornaram-se elementos da pesquisa, organizados numa coletânea que representava curiosidades dos alunos que pretendiam saber um pouco além do que estaria sendo exposto nas aulas. Apresentamos três exemplos, porém na pesquisa havia várias outras questões, classificadas conforme a área da Matemática a que pertenciam (álgebra, aritmética, geometria, trigonometria) e também quanto ao grau de escolaridade a que se referiam. Vejamos os exemplos:

*Por que para fazer a conta  $23 \times 31$  devo pular casas para a esquerda?*

*Por que o "0" é chamado zero?*

*Por que o "5" é dessa forma? (LORENZATO, 1993, p. 74)*

Para o autor, o *afloramento da curiosidade discente sob a forma de POR QUÊ*, e a capacidade docente de responder aos questionamentos, é o que pode conferir significado ao ensino. Levando em conta que na pesquisa realizada por Lorenzato (1993) a maioria dos entrevistados apresentou dificuldade para responder às questões e,

---

<sup>12</sup> A pesquisa contou com a participação de 1.700 professores de dez países diferentes, incluindo o Brasil, no período de 1978 a 1991.

*considerando-se que ninguém ensina o que não sabe e que as questões foram propostas por alunos, pode-se afirmar que a situação [do ensino] é muito séria (idem, p.75).*

Das pesquisas que focalizamos e de nossa experiência tendemos a afirmar que a política de formação de professores tem dado grande ênfase à especialização das técnicas de ensinar — valorizando o conhecimento prático, em detrimento ao *formar* visto num sentido mais amplo do ato de educar pelo ensino formal. Parafraseando MORIN (2002), quanto mais técnica, mais se regride em competência democrática, em visão de mundo. O enfraquecimento de uma visão global do conhecimento específico e da qualidade educativa que lhe é própria, compromete não só a autonomia do professor, mas sobretudo seu senso de responsabilidade e solidariedade. Presenciamos a apatia de certos profissionais e o desânimo frente à sua profissão e, apesar disso não ser claro para eles que um dos motivos para tal sentimento está no fato de que o conhecimento que transmitem a seus alunos está muito distante de sua própria realidade. É um conhecimento que *não lhes pertence*.

*“Queremos ser os poetas de nossa própria vida, e, primeiro, nas menores coisas.” (NIETZSCHE, in: MORIN, 2002, p.47)*

A mudança no foco do conhecimento se daria por encarar a prática docente como complexa (ARNAUS, 1999; DOMINGO, 1999; MORIN, 2002). Deve ter em vista que, ao se ensinar, deve-se privilegiar não somente o conteúdo, mas também os valores, relações que a interação pressupõe.

Os seres humanos são sujeitos históricos que internalizam valores e formam-se professores desse modo. Há teorias implícitas que determinam a relação do professor com sua prática, com o conhecimento e com os modos de produção docente. Desconstruir essas teorias implícitas é importante para se definir os caminhos necessários à uma nova prática.

Torna-se necessário favorecer uma visão problematizadora e crítica do conhecimento onde, segundo ARNAUS (1999), para se conhecer a realidade educativa é necessário encará-la em toda sua diversidade. Afirma que

*O conhecimento complexo exige um processo de busca, de indagação, de invenção, de criação, porque aceita que todo conhecimento é problemático e discutível, portanto, pode ser suscetível a ser repensado e interpretado no momento da transmissão.(idem, p. 612)*

Complementando essa idéia, buscamos o que CARAÇA (2002) aponta como duas atitudes que se pode adotar em face da Ciência.

*Ou se olha para ela tal como vem exposta, nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam novas hesitações, outras dúvidas, outras contradições.*  
(CARAÇA, 2002, p.xxiii)

Assim, podemos conviver com teorias que nos convidam a ver a vida como que impressa, destacando apenas um momento breve, fugidio. Como um quadro que, por mais belo que seja, cria a ilusão do real, e não o real em si. A vida se dá em movimento; o conhecimento advindo dela não deve ser o seu oposto. E o que dizer do conhecimento matemático que é ensinado como se bastasse a si mesmo e nada mais tem a dizer sobre a vida em cujo seio tem suas origens? A abordagem lógico-histórica do conceito que damos às atividades tem o objetivo de possibilitar ao professor e ao aluno sentir-se participando do movimento de criação do conceito. Quem dá o conteúdo ao conceito é quem o aprende, o conteúdo é vivo e se renova em cada novo aprendiz, a forma do conceito é estática e fechada na linguagem formal. Como podemos verificar pelas falas de um professor:

*“(...)Gosto muito de história e ao pensar de como a matemática é antiga e como pouco sei sobre ela percebi que preciso estudar muito, até porque fiz parte de um ensino onde o pensamento era proibido, tudo estava pronto e acabado, na matemática não era diferente, não aprendíamos a criar, a pesquisar e sim a resolver atividades que não sabíamos de onde vinham e para quê serviam.”*  
(Ca, fragmentos de diário, 13/05/2002).

E ainda complementa,

*“Realmente tudo o que eu não conheço (não pensei sobre) me torna alienado.*

*Como um exemplo: como vou ‘discutir’ com uma pessoa se eu não entendo, se não conheço o que ela fala, a tendência é que eu aceite o que falou e continue alienado, tornando sua fala uma verdade, sem pensar a respeito.” (Ca, fragmentos de diário, 26/05/2002).*

Podemos, assim, sintetizar as idéias até aqui discutidas, colocando que a formação do professor, na proposta dos autores citados, requer uma visão de realidade que se comprometa com a complexidade que existe nela. Não há como agir sobre a Educação sem verificar que os fatos não se sucedem de modo linear apenas numa relação de *causa e efeito*, que acreditemos ser o movimento real da vida. Faz-se necessário perceber e assumir que a realidade é plural, complexa e, assim sendo, ao se trabalhar a formação do professor deve-se estabelecer a integração do conhecimento, e não desenvolvê-lo de modo fragmentado. Tratar da educação em seus variados aspectos — pessoal, institucional e social — e compreender que há uma estreita conexão entre eles e que não se deve tratá-los de modo isolado. Precisamos assumir que o professor, para ter autonomia sobre sua ação, deve buscar conhecer não só os conteúdos mas sobretudo, as conexões entre os saberes; deve também considerar que a sala de aula é espaço para reflexão/investigação, e agindo constantemente sobre sua realidade, é possível enxergar suas variáveis e estruturar seu modo de agir transformando-a e, em movimento concomitante, formando-se.

Vivemos ainda a escola voltada para as necessidades industriais. O homem como ferramenta sempre afiada, no tempo certo, eficiente para manipular as peças de uma indústria. É aquele homem que precisa ser disciplinado para não errar, não se perder diante da esteira industrial. É o conhecimento que vem na esteira, encarrilhado nas matérias, cada qual no seu compartimento, no seu momento.

Da mesma forma que o operário não tem noção de que a peça que ele monta no início da esteira fará parte de uma máquina qualquer “lá na frente”, assim é o conhecimento na escola: as disciplinas das séries iniciais, dificilmente são vistas como peça de uma mesma Ciência que é ensinada aos pedaços ao longo dos anos escolares.

Um ensino fragmentado gera uma inteligência igualmente fragmentada, assim formando uma visão de um mundo, que é inicialmente tão complexo, separado em pedaços. Fracionamos os problemas, o que atrofia as possibilidades de compreensão

e de reflexão, *eliminando assim as oportunidades de um julgamento corretivo ou de uma visão a longo prazo* (MORIN, 2002, p. 14).

A divisão do conhecimento em disciplinas traz a vantagem da divisão do trabalho. Isso facilita a compreensão das partes e uma possível visualização do todo. Surgem as especializações. Podemos nos especializar em determinadas especificidades que nos trazem melhoria na qualidade de vida. A medicina é um dos grandes exemplos pois as especializações provenientes de estudos cada vez mais minuciosos acabam colaborando, muitas vezes, para o aumento da expectativa de vida das pessoas. Por outro lado, as superespecializações tiram do médico a capacidade de enxergar o seu paciente como ser humano complexo, dotado de vários outros fatores determinantes de uma doença, que não apenas aqueles sintomas observáveis. Há um conseqüente aumento no desempenho que coopera para que tudo funcione de modo eficiente. A superespecialização traz a contradição da não abrangência da complexidade.

Nos setores da sociedade que lidam com as máquinas artificiais, vemos uma crescente eficiência que busca excelência. A tecnologia nos chega todos os dias, seja por instrumentos como um celular, mas também com o uso cada vez mais abrangente do computador como meio de comunicação que rompe com as barreiras *materiais* e cria pontes virtuais de contato entre pessoas. Por outro lado, convivemos também com a criação de áreas de diversão voltadas exclusivamente para jogos virtuais — as *Lanhouses* — que geram um distanciamento de crianças e adolescentes no convívio com outros.

A lógica adotada nesse conceito de conhecimento – da eficiência e especialização - *estende à sociedade e às relações humanas o mesmo constrangimento e os mesmos mecanismos inumanos da máquina artificial e gera uma visão determinista, mecanicista, quantitativa e formalista; e ignora, oculta ou dilui tudo o que é subjetivo, afetivo, livre, criador* (MORIN, 2002, p.15). A educação que vivemos hoje é o reflexo dessa sociedade.

As mentes de nossos alunos constantemente convidados a um ensino fragmentado, perdem suas aptidões naturais para contextualizar os saberes e integrá-los em seus conjuntos. No entanto, sabemos que o conhecimento progride justamente por essa capacidade de contextualizar e englobar (MORIN, 2002). Quando não conseguimos integrar nossos conhecimentos, eles se tornam parcelas sem vida e sem capacidade para gerar novos conhecimentos. O conhecimento só é conhecimento

quando consegue relacionar as informações. Simplesmente acumular informações seria o mesmo que saber sem conhecer. Concordamos com MORIN (2002) quando este afirma que os conhecimentos fragmentados

*“não conseguem conjugar-se para alimentar um pensamento capaz de considerar a situação humana no âmbito da vida, na Terra, no mundo, e de enfrentar os grandes desafios de nossa época (MORIN, 2002, p.17)”*.

Quando voltamos nosso olhar para o ensino de matemática como o proposto em livros didáticos das séries iniciais do Ensino Fundamental, por exemplo, percebemos o mesmo risco de fragmentação.

Os capítulos se desencadeiam de modo “progressivo”, da apresentação do Sistema de Numeração Decimal, para as operações — da adição para subtração, depois multiplicação e divisão — decorrendo daí as lições sobre fração e em último lugar — normalmente no último capítulo — vemos a geometria com a apresentação das figuras planas e folhas para serem destacadas e recortadas para se montar os sólidos geométricos.

Essa “seqüência” se repete em várias propostas de livros. Mesmo quando vemos, timidamente, um fragmento da história sendo apresentado, não há nenhuma garantia de que, dessa maneira, possamos ensinar e aprender de modo significativo. Em verdade, o modo como os livros didáticos são colocados, reforçam a dicotomia entre pesquisador e professor — aqueles que escrevem os livros e aqueles que devem aplicá-los — e também reforçam o distanciamento entre professor e aluno — o aluno aguarda as orientações do professor para “começar” a aprender — e entre conhecimento e os indivíduos que devem interagir “com ele” — o conhecimento está nos livros, portanto não o questionamos, é imutável.

O ensino de matemática sugerido nos livros didáticos e propostas curriculares, carece de movimento. Quando o ensino não se alia à formação lógico-histórica do conceito, não o concebe em sua profundidade e multilateralidade, com o movimento de vida do homem e de vida geral. O conceito sempre encerra uma pergunta, nunca esgotada, sobre os inesperados que nos acometem a complexa realidade que somos e que fazemos. A visão lógico-histórica do conceito nos leva a conceber a vida como um movimento complexo, e a ciência, como momentos de compreensão desta complexidade (KOPNIN, 1978)

Nessa breve descrição, não há espaço para o corpo e sentimentos, para a construção pessoal e coletiva dos conceitos.

O desenvolvimento de uma concepção que constitua uma síntese entre ser humano compreendido enquanto corpo, mente, sentimentos inserido num contexto histórico, social e cultural, é o objetivo que procuramos explicitar nesse estudo. Torna-se um projeto intelectual, e refletindo-se nas ações educativas, o desafio de investigar as implicações que advém da adoção desses pressupostos.

---

## CAPÍTULO 3

### PROPONDO UM ENCAMINHAMENTO EM EDUCAÇÃO

---

A aprendizagem é um movimento permanente de aproximação do objeto, longe porém, da relação unilateral sujeito – objeto. Os trabalhos de Vygotsky (1991ab), Davydov(1988), Kopnin (1978), entre outros, vem contribuir para que compreendamos a relação do sujeito com o objeto, mediado pelos aspectos sociais (DAVYDOV, 1982).

*O objeto é tudo o que emociona o sujeito, que pode ser sentido, pensado, conhecido e usado por ele*(LIMA, 2003, p. 4, mimeo). O sujeito, por sua vez, é aquele que sente, pensa, conhece e se apropria do objeto. Num movimento constante, o sujeito se faz na sua relação com o objeto e, este por sua vez torna-se objeto ao significar algo para o sujeito. Ou seja, um sem o outro perdem seu significado.

O “meio” de contato entre sujeito e objeto se dá pelas sensações. Porém, não pela relação direta ação-reação-ação e sim compreendendo que essa relação *tem subjacente a atividade sensorio-objetiva (ação humana) capaz de reproduzir e transformar o mundo do homem* (ARAUJO, 2003, p. 8).

A ação do homem deve ser compreendida em seu contexto, isto é, compreendida enquanto ação sobre o objeto que tem intencionalidade e um plano de ação. Esta relação fundamenta o conceito de *atividade* elaborado pela teoria descrita por LEONTIEV (1983).

Nesta pesquisa, tomamos o cuidado de estabelecer uma coerência entre o conteúdo trabalhado, a metodologia adotada e a escolha das atividades.

Definimos, então, atividade de ensino como aquela que permite aos envolvidos no processo, *aprender a pensar criando conceitos num movimento semelhante ao da dinâmica da criação conceitual na história do conceito* (SOUSA, 2004, p. 22). E, ainda, será considerada orientadora quando for capaz de permitir que os sujeitos interajam, mediados pelos conteúdos, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente um problema. É orientadora *porque define os elementos essenciais da ação educativa e respeita a dinâmica das interações que nem sempre chegam a resultados esperados pelo professor* (MOURA, 2001, p. 155)

Na nossa perspectiva, buscamos romper com a visão de atividade que sugere ser apenas um modo de fazer com que alunos aprendam um determinado conteúdo escolar. Procuramos salientar a importância de se ter como pressuposto que no ato de ensinar se estabelece uma troca de significados entre aqueles que dele participam. O professor compartilha significados com seus alunos — e vice-versa — e constrói uma determinada maneira de ser e fazer o mundo ao seu redor.

O que assumimos, então, neste trabalho é uma visão de aprendizagem numa perspectiva materialista dialética, procurando superar a compreensão empírica sobre a natureza do conhecimento, ainda presente nos sistemas tradicionais de ensino. Visto desta maneira, devemos compreender o quanto os conteúdos escolares que ensinamos, os métodos que escolhemos para que esse conhecimento seja compartilhado, e os objetivos que permeiam cada escolha, convergem para proporcionar que a aprendizagem torne-se objeto da ação humana.

Desta forma, apresentamos a seguir os pressupostos teóricos específicos da ação de educar que colaboram para que essa prática almeje o ser humano na sua complexa relação corpo, mente, sentimentos inserido em seu contexto histórico, social e cultural.

### **3.1 O sensorial e o racional do pensamento**

*“Como deixamos de fazer tantas coisas com a correria do dia a dia e, uma delas é a de estar trabalhando os nossos sentidos. Não temos tempo de sentir o sabor dos alimentos, o perfume das flores e de repente vimos a trabalhar os sentidos na matemática? As pessoas, inclusive eu, não estão acostumadas com essa*

*matemática. A matemática do sentir, do viver e, muitas vezes acabamos esquecendo a presença da matemática na vida, no nosso dia a dia, em coisas tão simples que acabamos transformando em verdadeiros desafios, horríveis, difíceis, porque foi essa matemática que conhecemos e, agora podemos perceber que a matemática não é uma fábrica de números. Claro que isso faz parte (números, contas, expressões, equações, etc), mas existem coisas muito mais além dos números da matemática.”(Su, fragmentos de diário, 11/05/2002)*

Convidamos o leitor a fazer uma volta sensitiva no tempo.

Olhemos à nossa volta e veremos a paisagem natural, agreste que recobre o manto da Terra. Observemos os animais em seus movimentos rotineiros. Algumas espécies se organizam em bandos, outras optam pela solidão. Alguns animais vivem com suas famílias por toda sua vida, outros, com o passar do tempo consideram o *irmão* como risco à sua subsistência.

Vamos ouvir os sons. Prestar atenção às águas dos rios que, batendo nas pedras, esbarrando na vegetação mantém seu curso com a finalidade de tornar-se algo maior. Ouçam a queda d’água a chacoalhar as outras águas formando uma imagem única que a geometria gostaria de copiar. Ouçam os pássaros a conversar, os ventos a esbarrar nas árvores, nos campos.

Vejam agora aqueles seres pequeninos, as borboletas, os grilos, as formigas, .... Cada qual desempenhando sua função, realizando seu trabalho, mantendo e preservando o equilíbrio na Natureza.

Cada ser tem seu papel e seu lugar na Natureza. Um depende do outro para manter equilibrado o ciclo da vida. A Natureza já começa daí a nos ensinar o que temos tanta dificuldade para aprender: vivemos numa coletividade.

Tantos seres, tanto movimento, tanta sutilidade, e nós, os seres humanos tendo o prazer de vislumbrar tudo isso e com a capacidade de aprender com essa observação.

O ser humano ao contrário dos outros animais, interage com os movimentos da Natureza, e apreende o necessário para satisfazer suas necessidades e prover sua subsistência. A luta pela sobrevivência do *homem pré-humano* (GALHARDO, 1982) atuou

na seleção da espécie o dotando com um cérebro desenvolvido, sistema nervoso sensível, mãos especializadas, olhos frontais (idem, p. 3).

Quando experimentou descer das árvores e erguer-se em duas pernas, inaugurou *uma extraordinária adaptação de seu organismo* (COBRA, 2004, 127). Passou a ver o mundo ao seu redor de uma forma singular. Dominando os movimentos, passou a conquistar espaços que antes não conseguia. Além de desenvolver músculos mais fortes nas costas que o sustentavam em pé, começou a desenvolver o movimento de oposição dos dedos da mão. Na afirmação de COBRA (2000)

*Esse foi um grande salto que levou o primata a um outro estágio de consciência, pois antes, usando as mãos em concha para coletar alimentos ou dependurar-se nas árvores, (...) não havia chance de desenvolver seu cérebro e portanto sua inteligência — que nos permitiria alçar vôo ao patamar de humanos e ir das árvores à Lua em alguns milhões de anos.*(idem, p. 127)

Nas afirmações de KOPNIN (1978), quando a realidade é refletida sob a forma de abstração, chamamos de *pensamento*. O pensamento seria, então, um modo de conhecimento da realidade objetiva<sup>12</sup> (idem, 121). Advém daí compreender que tudo o que é característico do conhecimento em geral é próprio do pensamento.

O pensamento surge e se desenvolve tendo uma base sensorio-material (idem, 150). O sensorial e o racional são dois momentos do conhecimento; são momentos contrários que unidos compõem o pensamento. O sensorial não é produzido pelo pensamento, então é não-racional; porém, a experiência sensorial é necessária como meio de contato do homem com o mundo exterior e os resultados desse “contato” — sensações e percepções — são interpretados sob a forma de juízos tornando-se fontes do conhecimento. Concordamos com KOPNIN (1978) quando este afirma que *o sensorial antecede temporariamente não só o racional mas todo o conhecimento humano*. E ainda complementa,

*A prática do homem e seu pensamento introduziram mudança substancial, transformaram a experiência sensorial do homem, daí o conhecimento, independente da fase em que se encontre, implicar sempre, nesta ou naquela medida,*

---

<sup>12</sup> KOPNIN (1978) define *realidade objetiva* como *aquela situada fora da consciência do sujeito, ou do próprio pensamento*.

*momentos de processamento racional dos dados dos sentidos, razão porque ele é sempre pensamento* (KOPNIN, 1978, p. 151).

Os nossos sentidos — a visão, a audição, o tato, o paladar e o olfato — são, então, o meio pelo qual estabelecemos contato entre o corpo e o universo. Com nossos sentidos recebemos uma infinidade de reflexos e que, por meio da razão, escolhemos aqueles com os quais criaremos e desenvolveremos relações (LEONTIEV, 1983).

Os sentidos podem ser compreendidos como os meios pelos quais nos tornamos sensíveis à reflexão do universo. São os sentidos que nos possibilitam a *sensação*.

Mais do que a percepção direta dos reflexos do universo, a sensação tem seu lugar nas interferências que provocamos a partir dessas manifestações, como nos coloca LIMA (2003),

*Olhamos com os olhos — nele incidem os raios luminosos oriundos dos objetos a nossa volta. Mas **observamos com os olhos e corpo** — quando escolhemos aqueles que irão compor uma imagem. Cheiramos com as narinas — nelas penetram a profusão de odore que exalam todos os **objetos em si**. Mas **absorvemos com o nariz e com o corpo** — quando escolhemos a fragrância. Ouvimos com os ouvidos — o barulho do mundo. Mas **escutamos com os ouvidos e com o corpo** — quando escolhemos os sons da sinfonia do universo. Tateamos com a pele — nos atritos difusos que formam calos. Mas **envolvemos com a pele e o corpo** — quando escolhemos os toques vitais. Provamos com a língua — os gostos brutos de uma existência insossa. Mas **degustamos com a língua e o corpo** — quando escolhemos os sabores do banquete que todos merecemos. Sentimos com os sentidos que recebem passivamente os infinitos reflexos que nos vem dos objetos. Mas **sensibilizamo-nos com os sentidos e o corpo** — escolhemos os reflexos que irão compor o humano, o sujeito (LIMA, mimeo, p. 48, negrito nosso a partir do itálico do original)*

Podemos definir assim o que seja *pensar com o corpo*, isto é, se configura como a combinação entre os reflexos captados pelos sentidos e a orientação que determinamos pela organização que queremos dar ao objeto. Nesse movimento se dá o ponto de partida para o desenvolvimento do conhecimento tal qual o entendemos, como coletivo e historicamente criado pela humanidade. O sujeito cria seu equipamento cultural histórico e coletivo, ao sujeitar os objetos e ao compreendê-los na sua objetividade. Nessa

relação, quase imperceptível, tornamo-nos sujeitos, coletivos e históricos, e aprendizes em primeira instância.

### **3.2 A atividade de ensino**

Se considerarmos que a escola tem por objetivo estruturar um outro conceito de relação humana e relação com o conhecimento, entendemos ser necessário estabelecer meios para que se possa concretizar esse objetivo. O modo como encaramos a atividade de ensino, por sua natureza, proporcionaria meios para se por em prática essa pretensão.

Quando falamos em aprendizagem significativa, devemos definir o que chamamos de conceito e como definimos atividade.

Há uma distinção, segundo VYGOTSKY (1991a), entre os conhecimentos adquiridos a partir de uma experiência pessoal, concreta e cotidiana, que podemos chamar de conceitos cotidianos ou espontâneos, e aqueles conceitos adquiridos de modo sistematizado, os conceitos científicos. Apesar da diferença, esses dois tipos de conceitos estão intimamente ligados pois se influenciam intimamente. Frente ao desconhecido, buscamos significá-lo a partir de aproximações com aquilo que já conhecemos, já elaboramos e já internalizamos.

O processo de formação de conceitos é fundamental para o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. É longo e complexo pois envolve não só a capacidade de observar e receber informações exteriores como também requer uma intensa atividade intelectual - *atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade de comparar e diferenciar, generalizar* (VYGOTSKY, 1991a, p. 72). Portanto, ensinar um conceito não é apenas oferecer o treino mecânico, nem tampouco pode ser meramente transmitido pelo professor ao aluno. Agir assim, torna o ato de ensinar “*num verbalismo vazio, uma repetição de palavras, ...que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade oculta um vácuo*” (idem, p.72)

O sentido que atribuímos ao conceito de atividade advém, sobretudo, das considerações de Alexis Leontiev (1903). A *teoria da atividade* partiu das idéias de Vygotsky sobre o psiquismo entendido como um processo social, enfatizando a concepção de que a atividade prática determina o desenvolvimento da mente.

Para LEONTIEV (1983) , as necessidades dirigem a atividade do sujeito, não só as necessidades materiais mas também as emocionais e afetivas. Porém, seria um

equivoco atribuir a essas necessidades apenas uma significação imediata de subsistência. Mais do que isso, o autor refere-se não só a essas necessidades primárias de ordem prática, mas também àquelas intelectuais. O que fica claro em sua teoria, e que se apresenta de modo bastante significativo, é que o que move os sujeitos — ação humana — não é apenas uma satisfação pessoal, mas, sobretudo, uma satisfação coletiva; o desejo de participação social visando a transformação da realidade naquilo que necessita ser transformado.

As atividades humanas são conscientes, planejadas e visam um fim social, portanto são *trabalho no sentido em que tal termo aprofunda o conceito: no sentido de realização humana* (GALHARDO, 1982, p.3).

Segundo a afirmação de CARAÇA (2002), vemos que o ser humano,

*...na sua necessidade de lutar contra a Natureza e no seu desejo de a dominar, foi levado, naturalmente, à observação e estudo dos fenômenos, procurando descobrir as suas causas e o seu encadeamento.* (CARAÇA, 2002, p.101, grifo da pesquisadora)

A atividade, segundo LEONTIEV (1983), pode ser assim caracterizada pelo motivo pelo qual o sujeito se dispõe a agir a partir de uma necessidade. A atividade não pode existir sem um motivo; a atividade “não motivada”, torna-se ação, sem significação intrapsicológico. Assim como o conceito de motivo se relaciona ao conceito de atividade, o conceito de objetivo se relaciona ao conceito de ação.

Para ilustrar essa idéia, LEONTIEV (s/d<sup>13</sup>, In: Araújo, 2003, p. 24) se utiliza de um exemplo que nos sugere seu modo de interpretar essa distinção entre atividade e ação.

*(...) imaginemos um estudante preparando-se para um exame com a leitura de um determinado livro, quando recebe a informação de que tal leitura não é necessária para a prova. Se, após essa notícia o estudante continuar a leitura, evidencia-se que o motivo (conteúdo do livro) correspondia a uma necessidade sua de aprender, de inteirar-se sobre o assunto do livro, por exemplo, e isto configuraria uma atividade. Mas, se pelo contrário, após a notícia abandonar a leitura, trata-se de uma ação, pois o motivo do estudante não fora o conteúdo do livro, mas sim a necessidade de passar no exame.”*

No exemplo citado, percebemos que quando o motivo não se aproxima do objeto, perde sua significação. Não que não seja importante passar no exame, porém, o motivo não está no objeto em si, e isso configura uma ação. Ações podem tornar-se atividade e atividades podem tornar-se ação, quando perdem seu motivo. Perceber essa dinâmica é compreender a atividade como um sistema.

Estas considerações sobre a teoria da atividade encontram consonância com o que MOURA (2001) tem exposto sobre atividade entendida como *orientadora de ensino*.

O autor propõe que, se partirmos do pressuposto de que o ato educativo pressupõe troca de significados entre os sujeitos participantes com vistas a um novo patamar de conhecimento, onde os partícipes se modificam mutuamente, devemos então compreender a atividade de ensino numa outra dimensão — usualmente compreendida como estratégia de ensino (MOURA, 2000). E define que a atividade orientadora de ensino,

(...) *deve provocar no sujeito uma necessidade de solucionar algum problema. Ou, melhor ainda: ter sua nascente numa necessidade. Esta, por sua vez, só aparece diante de uma situação que precisa ser resolvida e para cuja solução exige uma estratégia de solução. Assim, ela exige um plano de ação* (MOURA, 2000, p.34).

As atividades orientadoras de ensino — ou simplesmente atividades de ensino, como iremos nos referir ao longo deste trabalho — considera o desenvolvimento lógico-histórico do conceito pela análise dos *inesperados* (CARAÇA, 2002) ocorridos em momentos aleatórios da sua formação, e a vivência e participação dos sujeitos num processo de reflexão, dimensionada pela dinâmica indivíduo-grupo-classe.

Entendemos então que, ao nos referirmos ao desenvolvimento conceitual numa dinâmica apoiada na atividade de ensino, nos opomos à visão tradicional do conceito que o reduz a uma noção geral, como algo morto, vazio e abstrato (LEONTIEV, 1983). Quando falamos em conceito, devemos entendê-lo não como uma abstração vazia, mas sim como um conjunto de definibilidades adquiridas pela compreensão que temos da realidade

---

<sup>13</sup> Essa obra de Leontiev, *O desenvolvimento do Psiquismo*, foi publicada no Brasil pela Editora Moraes e não consta data. A indicação da obra consta das referências bibliográficas.

concreta e por meio da qual compreendemos e damos significados aos conteúdos trabalhados.

As definibilidades advindas da atividade humana com a realidade, consideram o movimento lógico e histórico do pensamento, ou seja, o ir e vir do pensamento no sentido de compreender e entender o mundo. Não consideram apenas as sensações decorrentes da relação direta entre sujeito e objeto. Estar em atividade envolve relacionar-se com o mundo das sensações e com o movimento do próprio pensamento, ou seja, com o mundo das abstrações. Assim, as relações que envolvem o concreto do pensamento (SOUSA, 2004), as abstrações juntamente com o concreto manipulável, as sensações, dão vida ao conceito de atividade.

Para solucionar a questão apresentada pela atividade, *o sujeito estabelece objetivos, desencadeia ações, elege instrumentos e, por fim, avalia se chegou a resultados adequados ao que era desejado* (MOURA, 2001, p.155). A atividade tem por função considerar o sujeito dentro de uma realidade objetiva e transformá-la em realidade subjetiva. Em outras palavras, as atividades de ensino devem permitir aos alunos e professores formarem para si, em sua subjetividade, como sujeitos que aprendem, um conceito.

A atividade de ensino é desencadeadora quando se torna o meio onde uma necessidade seja provocada, percebida e planejada, permitindo assim, novas elaborações a partir da dinâmica adotada. Deve provocar no sujeito uma necessidade e encorajá-lo a buscar soluções. Considera os conhecimentos que já possui e busca novos – em pesquisas, ou em momentos de trocas com os colegas. Nesse entrelaçamento de idéias, surge um novo patamar de conhecimento, diferente do inicial. A atividade de ensino convida o sujeito a esgotar seus conhecimentos adquiridos anteriormente gerando assim, a busca de um novo referencial. É transformar o objeto a ser conhecido em objeto de ensino, e, na interação entre os sujeitos, partilhar significados. Não é a solução por ela mesma, mas sim todo o processo que gerou a solução e que trouxe significado para o processo educativo.

*A atividade de ensino, tal como a entendemos, revela toda a complexidade da realidade objetiva vivida pelos sujeitos. Mas, ela tem uma particularidade extremamente relevante: a sua intencionalidade.*  
(MOURA, 2001, p.155-6)

Numa atividade estruturada de modo a considerar o ser humano emocional apto a conhecer, convida o professor, momentaneamente na situação de aluno — ou deveríamos nos considerar sempre aprendizes que desempenhamos momentaneamente a função de ensinar? — a transformar um problema proposto em aula, num problema seu.

Assim, considera-se na ação de aprender, as dúvidas, as curiosidades, as vontades, os conhecimentos anteriores; há liberdade para mover-se tanto para trocar idéias com colegas, quanto para manifestar expectativa e ansiedade. Assume-se o papel de criador, então é possível argumentar a favor de suas elaborações, defendê-las, e também aprende a considerar que precisa refletir mais e melhor; coloca-se por inteiro nessa empreitada e, quando consegue encontrar uma solução plausível, sente imensa satisfação.

A possibilidade de participar ativamente da construção da atividade, proporciona uma tensão,

*que coloca em movimento uma complexidade de outras funções psicológicas que contribuem, juntamente com a função cognitiva, para uma aprendizagem significativa dos conceitos científicos (LANNER DE MOURA e LORENZATO, 2001, p. 37).*

O processo de pensamento se inicia quando e onde se dá a formação das abstrações mais elementares. Os *juízos* [são] *a forma mais simples e mais importante de abstração. (...) Está presente (...) nos conceitos, nas deduções, nas teorias, ...* (KOPNIN, 1978, p. 195). Reflete uma idéia sobre os fenômenos da realidade objetiva, as propriedades, conexões e relações. *Através de seu conteúdo, comunica, motiva e interroga sobre os objetos ou fenômenos do mundo que interessam.*

Quando somos colocados diante de determinadas situações vamos emitindo alguns *juízos* (KOPNIN, 1978).

Complementando essa idéia, correlacionando-a com as de CARAÇA (2002), podemos definir que estes *juízos* representam *emblemas* (LANNER de MOURA, et al, 2003) porque não estão muito definidos em nosso pensamento. Relacionam-se aos conhecimentos que já possuímos sobre determinado assunto. É um momento marcado pela desarticulação das idéias, onde estas se encontram de maneira fragmentada e difusas, que ainda não passaram por um processo de elaboração.

Nossa relação com aquele determinado objeto do conhecimento se explicita. Num movimento coletivo, trazemos os nossos *juízos* e o confrontamos com o dos outros. Nesse movimento, nossos *emblemas* transformam-se em *dilemas*. Nesse momento, a problematização antes desorganizada, desenvolve-se num quadro de relações (MOISÉS, 1999), cujo conteúdo explicita a contradição e gera uma ação de conservação ou superação da situação emblemática. Nesse momento analisa-se as variáveis do problema e estabelece novas relações deste.

De acordo com MARCO (2003), esses momentos se constituem na

*“(...) fertilidade do pensamento, onde idéias emergem de uma forma desorganizada e até mesmo conflituosa, difusa e fragmentada, necessitando de elaboração e que vai culminar na formulação de uma pergunta, ou seja, problematização, que objetiva o entendimento do inesperado e sua superação (MARCO, 2003, p. 28)*

Pela análise, reflexão e confrontação de idéias — nossas e dos outros — buscamos definir a questão que devemos perseguir. Ocorre o surgimento de novas idéias e ações em diferentes direções e nesse momento, o indivíduo elabora suas hipótese no sentido de afirmá-las ou refutá-las. Esse é o momento de formalização do *problema*.

Ao entendermos e darmos linguagem lógica aos nossos dilemas, definimos o problema e fechamos o ciclo. Neste ciclo — emblema-dilema-problema (LANNER DE MOURA, et al, 2003), definimos o que é estar em *tensão criativa*.

Tudo o que não é natural, ou seja, tudo o que é “coisa criada – criativa”, é fruto da imaginação humana. Para VYGOTSKY (In, LANNER DE MOURA e LORENZATO, 2001), *todas as formas de criar encerram em si elementos afetivos*. Isto significa dizer que o ato de criar é um ato afetivo/emocional. Criar então é parte da necessidade humana de viver. Um ser humano que não consegue espaço para criação, desvirtua em parte suas funções essenciais.

Esse é o ser humano que chega nas escolas para aprender. Muitos já chegam sem nenhuma vontade para aprender aquilo que temos para ensinar. Muitos já desaprenderam a criar. É necessário re-encantar esse aluno e convidá-lo a sentir a si mesmo, redescobrir-se criador e então, sentirá a Educação!

### 3.3 O desenvolvimento lógico-histórico do conceito

Com base nas reflexões de KOPNIN (1978) sobre o lógico-histórico, consideramos que a história contribui como orientadora do trabalho pedagógico visto que permite uma investigação sobre o movimento de criação dos conceitos matemáticos — ou conceitos científicos, de modo geral — e, nesse movimento compreender as principais conexões que a humanidade desenvolveu.

Considerando esse caráter social, o educando envolve-se na construção dos conceitos científicos participando do seu processo lento e profundo. O estudo da **história do conceito** (KOPNIN, 1978) é, pois, fundamental como aliada para estabelecermos o movimento das abstrações crescentes de um conceito. Nos fornece a chave do estudo da história de um conceito mas, por si só, não é suficiente. É necessário definir como premissa metodológica a unidade entre o lógico e o histórico, considerando o lógico como a interpretação abstrata da história. A história, como se fosse um ente que pudéssemos nomear, não se apresenta a nós de modo estruturado. As ocorrências se dão não como fatos científicos mas sim, tornados Ciência. O “olhar” para trás é o que torna a história instrumento da razão. Ao analisarmos os fatos, suas ocorrências e encadeamentos, é que estabelecemos a relação entre a lógica e a história. Ainda nos complementa KOPNIN (1978)

*“O lógico reflete não só a história do próprio objeto como também do seu conhecimento. Daí a unidade entre o lógico e o histórico ser premissa necessária para a compreensão do processo de movimento do pensamento, da criação da teoria científica. À base do conhecimento dialético do histórico e do lógico resolve-se o problema da correlação entre o pensamento individual e o social; em seu desenvolvimento intelectual individual o homem repete em forma resumida toda a história do pensamento humano (KOPNIN, 1978, p. 187).”*

O pensamento humano busca formas que o possibilitem transformar a realidade de modo contínuo, através de seu trabalho físico e intelectual. Esta continuidade é o que torna relativas e mutáveis as relações existentes entre as manifestações da realidade objetiva (SOUSA, 2004). Nesse movimento *fluente*, compreendemos que a totalidade do

conhecimento *é o próprio movimento da realidade objetiva que sempre estará por vir a ser* (idem, p. 52).

Dessa forma, podemos dizer que, de posse da relação entre a lógica do conhecimento e da história do desenvolvimento desse conhecimento, o professor poderá executar de forma mais efetiva a intencionalidade da atividade de ensino e fazer também com que os alunos apreendam essa dinâmica na formação de seu próprio desenvolvimento conceitual.

### **3.4 A dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe**

A dinâmica proposta aos professores permite a eles um movimento interno de averiguação do conhecimento que já possuem. Perscrutando seu conhecimento, buscam uma resposta aos problemas apresentados pela atividade.

No momento posterior, a elaboração individual é compartilhada nos pequenos grupos, onde realizam a síntese das idéias de cada um, compondo uma elaboração coletiva. Essa elaboração é, em seguida, compartilhada com os demais grupos, num movimento coletivo de busca de significação.

Em todo o processo, a pesquisadora assume o papel de mediadora dos processos de desenvolvimento do conhecimento, auxiliando para que no coletivo se produza conhecimento, porém de modo individual buscando que cada um recrie — atividade metacognitiva (VYGOTSKY, 1991a) — subjetivamente os conceitos trabalhados — busca de definibilidades próprias. Como nos coloca SOUSA (2004),

*“(…) Há nessa dinâmica, a intencionalidade de fazer o pensamento movimentar-se, através de diversas conexões individuais e coletivas, na busca da verdade conceitual.*

*Há a possibilidade de se pensar de forma flexível, ao tentar se emitir juízo, elaborar dedução e conceito, quer sobre os conteúdos, quer sobre a dinâmica das aulas* (SOUSA, 2004, p. 42-3).”

Em outras palavras, os processos psicológicos humanos superiores, específicos, podem ser gerados somente na interralção do homem com o homem, ou seja, como processos intrapsicológicos; e somente depois, começa o indivíduo a realizá-los por si só.

Nessa realização pessoal é que vislumbramos a possibilidade de, pela atividade, permitir que aprendamos o conceito, elaborando pensamentos sobre o que estamos trabalhando e, como nos coloca CATALANI (2002) *de certa forma livres da rigidez dos dispositivos lógicos matemáticos* (idem, p. 46).

Nesse movimento coletivo, onde se busca resolver uma necessidade apresentada pela atividade, deparamo-nos com os “inesperados”, responsáveis por impulsionar a geração de novos conhecimentos e dar novas qualidades ao movimento do pensamento, como nos coloca SOUSA (2004),

*“São os inesperados que alimentam os conceitos científicos. Possibilitam ao homem a geração de novos conhecimentos por permitir-lhe alçar novos vôos ao desconhecido. Permitem ao homem fazer nexos, entre o conhecido e o desconhecido; entre o velho e o novo; entre o lógico e o histórico. Dão movimento ao pensamento, permitindo às civilizações a elaboração de “insights” (Bohm, 1980). Permitem ao homem o surgimento de novas elaborações, novas formas e novas qualidades no movimento de seu pensamento (SOUSA, 2004, p. 103).”*

Assim, as atividades organizadas pelo movimento da dinâmica relacional — ou segundo CATALANI (2002), dinâmica criativa — vem contribuir para um modo de ensino diferente daquele que privilegia somente a dedução dos conceitos trabalhados que visam apenas posterior aplicação em exercícios de reforço.

### **3.5 O papel da escrita na formação**

Como já se falou anteriormente, o movimento de dar linguagem lógica aos nossos dilemas, possibilita que estes se configurem enquanto problemas, sendo assim possível desenvolvê-los.

Confluindo essas idéias com o uso da escrita na formação do professor, definimos que o ato de registrar não serve para *prestar contas* a alguém daquilo que se faz; ao contrário, ao registrar suas idéias, seus interesses, suas emoções, seu movimento pessoal de reflexão, o professor passa a comprometer-se com sua própria prática *comprometer-se com a coerência de uma prática que vai sendo refletida num processo de formação permanente.*(OSTETO, et al, 2001, p. 24)

O que se busca é uma sistematização do que se viveu, aprendeu, discutiu, argumentou, de modo a proporcionar uma síntese refletida que permita ampliação dos conhecimentos. Porém a reflexão, por si só não basta, pois deve nos conduzir a uma ação de transformação comprometida com nossos ideais (movimento de tensão criativa).

Percebe-se um medo/receio de se por no papel idéias e mostrá-las para outros. Percebemos isso, por exemplo, nos professores envolvidos nos cursos de Formação Continuada como o que vivemos para o presente trabalho . Esse medo, aliado ao medo de que seu próprio desconhecimento seja revelado, torna a escrita um ato sem movimento, dissociado de seu objetivo principal. Esse medo dificulta a comunicação entre os pares do grupo e impede a vivência e a possibilidade de descobertas que esse exercício pode proporcionar.

Quando se deixa o medo tomar conta, não nos permitimos a experiência prazerosa de nos tornarmos escritores de nossos próprios anseios, desejos, frustrações, sonhos. Sem ousadia, experimentamos a vida sem mergulhar nela. Não agimos como escritores de nossa própria história.

Quando tornamos público algo que escrevemos, nos revelamos para o outro e, pelo outro, ouvimos melhor a nós mesmos. O educador ao registrar suas trilhas, torna o registro instrumento de trabalho. Então, podemos considerar o registro como parte fundamental da formação do educador.

*Registrar é fazer história, tecer memória. É ouvir, ver e marcar o cotidiano educativo, narrando o seu movimento pessoal e no grupo, construindo sentidos e significados. A prática do registro permite ao educador o exercício e o resgate da sua emoção, do seu desejo, da sua sensibilidade, do seu compromisso. (...) Registrando, os educadores reafirmam sua condição de autoria, apostando na possibilidade da criação, rompendo o medo de dizer, apropriando-se de seus desígnios. (...) registrar é deixar marcas, avaliando o vivido e projetando o viver. (OSTETTO, et al, 2001)*

Vemos uma concordância entre as idéias até aqui expostas e as de KRAMER (2000) quando esta afirma que a escrita possui um caráter libertador. Promove uma discussão entorno do fato de que, *pela escola, em nome de corrigir as palavras — aprisionamos a idéia, paralisamos a escrita e a tornamos repetitiva* (idem, p. 111).

Faz-se necessário trabalhar a escrita que promova uma forma de *acompanhar* o movimento subjetivo do desenvolvimento do pensamento. Desta forma, pode-se favorecer uma ação que convide à reflexão, a pensar sobre o sentido da vida individual e coletiva. Como nos coloca KRAMER (2000),

*Trabalhando com leitura, escrita e formação, o horizonte precisa ser humanização, resgate da experiência humana, conquista da capacidade de ler e escrever o mundo e a história coletiva, de expressar-se, criar, mudar, de reescrevê-lo numa outra direção e com outro sentido* (KRAMER, 2000, p. 115)

A partir dessa visão de escrita e leitura da realidade, propusemos como fonte e mecanismos de reflexão para professores, o uso de diários e de portfólios. Esses instrumentos de reflexão servem com aprendizagem de registro do caminho percorrido pelo professor na narrativa de suas descobertas e, para nós, servem como instrumento para análise desta pesquisa.

### **3.5.1 Os diários e portfólios**

A distinção entre diário e portfólio já se explicita parcialmente pelo próprio nome.

O diário apresenta a característica de demarcar o percurso pessoal do envolvido, registrando suas dúvidas, ansiedades, angústias e, no mesmo movimento, delineando suas descobertas, alegrias e perspectivas. Pelo diário, quando escrito de fato a cada encontro, podemos “entrar” no movimento de participação do professor, pois a *palavra escrita, como texto, é tradução de uma experiência e, como expressão do vivido, é comunicação e troca* (OSTETTO et al, 2001, p. 13) .

O diário, do modo como o concebemos, tem a marca do diálogo do professor, consigo mesmo, com seus medos, suas dúvidas, suas ansiedades, seus limites. Num movimento cheio de contrários, aproximamo-nos da multiplicidade do cotidiano.

Ainda segundo OSTETTO et al (2001), *o registro humaniza o educador, colocando-o de frente com suas incertezas, dúvidas, limites, erros, contribuindo com seu auto-conhecimento* (idem, p. 20). Não é em nenhum momento um ato puramente

burocrático, ao contrário, pela escrita, o professor se compromete com a coerência de uma prática que vai sendo refletida num processo de formação permanente.

Os portfólios carregam em si os elementos já descritos nos diários com o diferencial de requererem uma certa dose de ousadia ao *desvelar* sentimentos sobre a relação com o conhecer e conviver. Por seu caráter não tão rigoroso quanto os diários — pois os registros feitos nos portfólios seguem de acordo com o desejo do autor e não a necessidade de um rigor diário —, pode ser considerado como um conjunto de trabalhos que são incluídos nesta “pasta” a partir de uma auto-avaliação crítica. Essa avaliação envolve julgamento da qualidade daquilo que será incluído como produção das aprendizagens realizadas. O próprio processo de seleção e reflexão indica as formas de entendimento do conteúdo e o quanto representou enquanto reflexão da atividade realizada.

Os portfólios são instrumentos de diálogo entre educador e educandos, como nos coloca SÁ-CHAVES (2000) e que constitui-se em registros

*“continuamente produzidos na ação e partilhados por forma a recolherem, em tempo útil, outros modos de ver e de interpretar que facilitem ao formando uma ampliação e diversificação do seu olhar, forçando-o à tomada de decisões, à necessidade de fazer opções, de julgar, de definir critérios, de se deixar invadir por dúvidas e por conflitos, para deles emergir mais consciente, mais informado, mais seguro e mais tolerante quanto às hipóteses dos outros. Assim, não podem ser escritos num Sábado à tarde ou mesmo num fim-de-semana (SÁ-CHAVES, 2000, p. 15).”*

Nesta linha de pensamento, tanto os portfólios quanto os diários, podem ser vistos e utilizados como instrumentos de análise do pensamento reflexivo, providenciando oportunidades de documentar, registrar e estruturar os procedimentos e a própria aprendizagem, evidenciando os processos de auto-reflexão.

Têm por característica principal uma função reveladora dos processos de desenvolvimento pessoal e subjetivo. Ou — como nos coloca a autora de maneira bastante significativa —, *a construção negociada da autonomia. Que é como quem diz, autonomia, ou seja, da possibilidade de dar-se um nome (SÁ-CHAVES, 2000, p. 16).*



---

## CAPÍTULO 4

### DELIMITANDO NOSSA PESQUISA

---

Desde o início deste estudo, estamos apresentando argumentos que apontam para a necessidade de assumir a formação de professores aliada a um referencial que considere no desenvolvimento do indivíduo sua complexidade, unicidade e capacidade criativa.

Do mesmo modo, apresentamos argumentos com fundamentos

[numa] *abordagem que supera a lógica formal uma vez que se preocupa com o pensar dialético, isto é, se preocupa em revelar as transições, o movimento e o desenvolvimento do pensamento* (CATALANI, 2002, p. 76).

Assim, tendo em vista que o objetivo de nossa pesquisa é estudar a formação de professores quando submetidos a situações de ensino com base em atividades e na dinâmica relacional, faz-se necessário apresentar, como se sucederam os cursos de formação, objeto de investigação desse estudo.

#### 4.1 A estrutura dos cursos ministrados

Nos anos de 2002 e 2003, a pesquisadora trabalhou como uma das formadoras do módulo de Matemática para o ensino fundamental e educação infantil no Programa de Educação Continuada- PEC<sup>15</sup>.

Esses cursos aconteceram em vários municípios ao mesmo tempo e pretenderam oferecer a formação complementar nas disciplinas do ensino básico<sup>16</sup>. Em

---

<sup>15</sup> O Programa de Educação Continuada foi administrado pela FAFE – Fundação de Apoio à Faculdade de Educação da USP.

<sup>16</sup> Havia possibilidade do professor das redes municipais cursar módulos nas disciplinas de Língua Portuguesa, Artes, História, Educação Física, Geografia, Ciências, Inglês e Matemática. Esses módulos se

2002, o trabalho se deu no município de Itatiba com professores, coordenadores e diretores do ensino fundamental – 1<sup>a</sup> à 4<sup>a</sup> séries – e educação infantil<sup>17</sup>. No ano de 2003, trabalhamos nos municípios de Louveira, Itupeva, Rafard e Mombuca, além do município de Campo Limpo Paulista<sup>18</sup>.

#### **4.1.1 Objetivos do curso**

Nos propusermos a trabalhar com a formação de professores tendo em vista o desenvolvimento de uma prática centrada nos movimentos de re-criação dos conceitos matemáticos. Referimo-nos a um movimento de re-criação, uma vez que não estamos afirmando que o indivíduo vai criar os conceitos novamente, já que estes foram criados pelas diversas civilizações.

Os cursos tiveram por objetivo trabalhar os Conceitos Fundamentais da Matemática, possibilitando a reelaboração e domínio dos conceitos aritméticos, geométricos e algébricos, que se ensina na Educação Infantil e no primeiro ciclo do Ensino Fundamental (de 1<sup>a</sup> a 4<sup>a</sup> séries), com vistas a uma valorização desta formação como basilar para o seu prosseguimento significativo no segundo ciclo do Fundamental e no Ensino Médio.

As áreas de estudo do curso foram dirigidas para que seu conteúdo pudesse subsidiar o trabalho do professor na elaboração e desenvolvimento do planejamento do ensino da Matemática nas séries em que trabalha, de acordo com um planejamento intencional da ação docente visando uma perspectiva humanizadora capaz de mover os alunos para ações inovadoras e transformadoras da realidade onde vivem.

Os cursos ministrados não tinham por intenção apenas a transmissão de um conhecimento mas sim, a perspectiva de oferecer reflexões que norteassem a conduta do profissional dali em diante.

---

subdividiam para atender a demanda de professores tanto do ensino fundamental e educação infantil, quanto do ensino médio.

<sup>17</sup> Os professores desse segmento foram divididos em três turmas, cada turma com 60 horas de curso.

<sup>18</sup> Nessas cidades, os cursos tiveram duração menor, variando de 16 a 30 horas.

#### 4.1.2 Conteúdo: a organização do material didático em Unidades Didáticas<sup>19</sup>

Os cursos tiveram a intenção de cobrir um determinado grupo de orientações didáticas ao longo das horas trabalhadas. Nos cursos com menor carga horária, infelizmente, não foi possível abranger tudo o que seria necessário e que consideramos fundamental discutir com o professor.

O material didático utilizado como referência pelos professores foi organizado num trabalho conjunto entre os formadores dos cursos — no caso a pesquisadora e outras colegas — e o coordenador do PEC<sup>20</sup>.

As cinco primeiras Unidades Didáticas, de um total de onze, foram organizadas para se estudar o que entendemos ser as bases teóricas fundamentais que possibilitariam desenvolver e compreender os conceitos fundamentais da Matemática do ensino fundamental. As Unidades Didáticas foram assim organizadas:

- Encontro afetivo pedagógico do ensinar Matemática
- As Sensações: berço das linguagens
- Movimentos Qualitativos e Quantitativos
- Os Nexos Conceituais do Número
- Numeral escrito e o Sistema de Numeração Decimal
- As operações fundamentais - do ábaco ao algoritmo - Nexos conceituais das operações de adição e subtração
- Nexos conceituais das operações de multiplicação e divisão
- Desenvolvimento didático dos nexos conceituais do pensamento algébrico
- Controle do contínuo: O desenvolvimento didático dos nexos conceituais da fração
- Ensino de geometria nas séries iniciais

---

<sup>19</sup> “Entendemos por unidade didática o conjunto de atividades que possibilitam ao sujeito que aprende o desenvolvimento de um conceito. Cada atividade da unidade didática é proposta a fim de permitir: o momento de localização de uma dificuldade – o inesperado de CARAÇA (2002) –, o momento de superação de tal dificuldade com a criação de um novo conhecimento, o momento da localização histórica deste conhecimento como movimento contínuo, isto é, a contextualização do conhecimento recriado e o momento de conscientização de que a criação conceitual parte da reelaboração do conceito anterior. Desta maneira o conceito é recriado num patamar de qualidade superior, ou seja, supera-se a dificuldade encontrada. (LIMA, TAKAZAKI & MOISÉS, 1994b, p.16)” (in, CATALANI, dissertação de Mestrado, 2001, p.95)

<sup>20</sup> O prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura foi o coordenador dos PEC’s em que trabalhamos.

- Trabalhando matemática em outro plano – a linguagem Logo

#### **4.1.3 Metodologia do curso**

A metodologia de formação, nas aulas, teve como objetivo proporcionar o máximo aproveitamento da capacidade produtiva e criativa do professor.

Foram desenvolvidas, nos momentos presenciais:

- atividades de ensino, propostas como forma de organizar e compreender a natureza do pensamento matemático.
- a dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe pela qual se possibilita o momento individual de reflexão sobre as conexões conceituais, a elaboração interativa em grupos pequenos das atividades dos conteúdos e, num terceiro momento, a elaboração da classe.

À distância, os professores foram incentivados a:

- desenvolver leitura de livros e textos,
- produzir resumos e resenhas dos mesmos,
- fazer anotações das aulas,
- elaborar uma atividade de ensino para a criança, e
- usar tecnologia para comunicar suas produções.

A elaboração da Unidade Didática foi proposta apenas no curso oferecido na cidade de Itatiba, pois nesta cidade teve-se a oportunidade de trabalhar com os professores durante 60 horas. A Unidade Didática deveria ser apresentada a partir da seguinte estrutura:

- Em grupos, os professores deveriam estudar um dos temas propostos no decorrer do curso, objetivando o aprofundamento do conteúdo e discussão de propostas metodológicas para o ensino do mesmo.
- Deveriam apresentar por escrito, em forma de trabalho acadêmico, uma proposta metodológica sobre o tema escolhido para estudo, podendo conter os seguintes tópicos:
  1. Determinação dos objetivos a serem atingidos;
  2. Conteúdo abordado;
  3. Estudo de materiais didáticos diversos propostos para o ensino do conteúdo;

4. Escolha do material de ensino adequado;
  5. Possíveis propostas de construção de materiais alternativos e de como usá-lo pedagogicamente;
  6. Elaboração de um roteiro de atividade explicitando a seqüência e tratamento didático do conteúdo.
- Após a elaboração do trabalho, os professores poderiam aplicar as propostas metodológicas nas suas salas de aula e anotar os acontecimentos a partir desta intervenção.

Nas diferentes cidades em que trabalhamos houve o estabelecimento de cargas didáticas menores, ou seja, 24 horas nos municípios de Louveira, Rafard e Mombuca, 30 horas em Itupeva e ainda, 16 horas em Campo Limpo Paulista. Fez-se necessário, portanto, estabelecer cortes no conteúdo programado originalmente para 60 horas, adaptando para os cursos de menor duração.

A necessidade de se estabelecer um critério para realizar estes cortes no conteúdo, tornou-se um desafio: seria necessário estruturar uma idéia, já recortada em unidades –que oferece prejuízo à visualização do todo – e reduzir ainda mais o tempo para determinado conteúdo tão imprescindível para a formação docente.

A solução encontrada foi realizar estes cortes na estrutura geral do curso, de modo a reduzir o tempo em cada tópico mas priorizar as vivências, os momentos de levantamento de elaborações, permitindo que ocorresse a *tensão criativa*<sup>21</sup> que possibilitaria aos professores reverem seus conhecimentos “saboreando” os momentos e assim, possibilitando dar um *salto qualitativo*<sup>22</sup>, gerando um novo conhecimento .

Essa escolha apoiou-se no objetivo que perseguimos ao acreditar que, mais importante do que informar é formar. Concordamos com MORIN (2002) quando este afirma que

*“A informação é a matéria prima que o conhecimento deve integrar e dominar; o conhecimento deve ser permanentemente revisitado e revisado pelo*

---

<sup>21</sup>Termo utilizado por Lima e Moisés a partir de GALHARDO e que pode ser entendido como “efeito da contradição entre a necessidade humana de dominar determinado movimento do objeto da natureza, no sentido de transformá-lo, adequando-os às necessidade humanas, e a ausência de um plano de ação para isto, o que bloqueia a ação do trabalho humano no mesmo. (GALHARDO, 1982, p. 22)”

<sup>22</sup> “Salto é a nuança que gera mudança de qualidade, transformação de essência, que determina um novo movimento. (...) Nuança é a fluência gradativa, é a mudança no interior da mesma qualidade, é o movimento sem salto, é a variação sem transformação da essência, é a mudança que não muda a determinação, é a alteração que não altera a qualidade.(...) O salto qualitativo é uma nuança que acontece

*pensamento; e é no pensamento que encontramos o que há de mais preciosos para o indivíduo (...)*” (MORIN, p. 18, 2002)

Complementando essa frase, poderíamos concluí-la dizendo que o que há de mais precioso no indivíduo é o que o capacita a criar, generalizar, refletir, contextualizar. O valor não está nem na informação nem no conhecimento e sim, na ação de pensar sobre e para agir, no mundo.

O enfoque que damos à Matemática, preocupa-se em lidar com a vida. Não desejamos que o aluno ou o professor goste de Matemática apenas como um meio de entender o mundo e sim, que se estabeleça um fluxo ativo onde, ao compreender a dinâmica do conceito, compreenda o mundo e a si mesmo, pelo simples fato de estar inserido nesse mundo. Mais do que prepará-los para a vida, nossa ação de educadores deveria orientar e potencializar a disponibilidade natural humana de querer entender-se e entender a vida que está vivendo (LANNER de MOURA et al, 2003).

#### **4.1.4 Avaliação do curso**

A avaliação se apresentou de modo variado respeitante a objetivos igualmente variados .

Houve a avaliação que diz respeito a estrutura geral dos cursos. Essa forma de avaliação foi realizada no decorrer dos cursos onde os professores deveriam analisar os conteúdos trabalhados, o desempenho dos dinamizadores e realizar uma breve auto-avaliação. A avaliação foi encomendada pela FAFE<sup>23</sup> e foi realizada ao se alcançar a metade das horas/aula de cada curso.

A avaliação também foi considerada no que diz respeito ao movimento de retroinformação (FREITAS, 2003, p. 235). Neste aspecto, serviria de diagnóstico das dificuldades dos alunos com o intuito de buscar a reformulação necessária para sanar tais dificuldades.

Há ainda a avaliação que denominamos de formativa (VILLAS BOAS, 2004) que se caracteriza por usar as informações disponíveis sobre os alunos para que sua aprendizagem seja assegurada. Ao invés de *um movimento unilateral, pelo*

---

num momento dado do movimento que se acumula e se prepara para a mudança”.

<sup>23</sup> FAFE- Fundação de Apoio à Faculdade de Educação da USP, órgão responsável pela administração dos PEC's.

*qual somente o aluno é avaliado e apenas pelo professor* (idem, p.35, 2004), propõe-se um trabalho onde a avaliação pretendida comprometa-se com a aprendizagem e o sucesso de todos, alunos e ministrantes do curso. Segundo FREITAS (2000), esse modo de avaliação leva em conta *o processo de produção de conhecimento da escola como um todo (...)* (idem p. 234, 2000). O objetivo maior é conduzir um modo de avaliação que colabore efetivamente com o sucesso de todos os envolvidos, escola, alunos e professores.

Para os cursos ministrados no PEC, nosso objetivo era o de agir de modo a permitir que não houvesse o estabelecimento de papéis antagônicos: aqueles que ensinam e avaliam e aqueles que devem aprender e serem avaliados. A situação apresentada colocava “professores” reunidos por um objetivo comum, porém em posições diferentes: aqueles que vieram na posição de alunos e aqueles que vieram na posição de formadores nos cursos.

A questão foi abordada de modo a agir potencializando a participação dos professores na sua própria formação. Levou-se em conta os seguintes critérios:

- participação ativa no decorrer do curso;
- escrita dos diários e portfólios;
- relatos de experiência pessoal;
- elaboração de trabalho final (para o município de Itatiba, apenas).

Os diários e os portfólios nos apoiaram para avaliar o entendimento dos professores para os objetivos pretendidos, e assim conduzindo as mudanças necessárias no curso. Além disso, sendo esses instrumentos de avaliação cunhados de aspectos pessoais, ao registrarem suas impressões, os professores realizam um movimento de reflexão dos conceitos aprendidos, da metodologia empregada, levam em conta suas experiências vividas fora do contexto do curso e buscam novas informações que ampliam seu conhecimento. O modo de apresentação desses mecanismos de avaliação, comunicam uma maior criatividade e sugerem que o envolvido invista mais na sua própria produção.

## 4.2. O ambiente da pesquisa

As características desta pesquisa, ou seja, o fato da pesquisadora estar no ambiente natural dos acontecimentos e de ter mantido um contato mais estreito com a situação de onde provém os dados da pesquisa, definem seu aspecto qualitativo e participante.

Por este seu caráter qualitativo e participante, a pesquisa está focalizada no indivíduo, em toda sua complexidade e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural (D'AMBROSIO, 2004). O pesquisador, por sua vez, coloca-se como elemento participante da situação que está estudando e sua ação influencia os dados e se constitui em material importante para a pesquisa.

Tendo como objeto de estudo as reflexões dos professores, este trabalho assume características de uma pesquisa interpretativa, onde somente por sucessivas leituras do material organizado, é que se torna possível perceber as evidências mais significativas para os fatos que trazem vida às reflexões analisadas. Nosso foco está no processo de reflexão no qual esses professores se viram participantes ao trabalharem com atividades de ensino e ao registrarem suas impressões nos diários ou portfólios.

Nossa pesquisa requereu a interpretação das atividades realizadas e a análise dos diários e portfólios, numa dimensão de elaboração humana de conhecimentos, e buscou fundamentação teórica em autores que fazem referência ao processo de desenvolvimento de formas de pensamento integradas ao movimento lógico-histórico do conceito.

A pesquisa tem caráter propositivo. Damos a ela a especificidade de intervenção. A pesquisadora faz parte do grupo dos sujeitos, assumindo a orientação dos estudos aí desenvolvidos. A intervenção fica caracterizada, quando propomos à classe um conjunto de atividades de ensino previamente elaboradas.

Sobre o uso dos diários ou portfólios, consultamos os seguintes autores: OSTETTO (2001), SÁ-CHAVES (2000), VILLAS BOAS (2004), KRAMER (1997, 2000).

Outra fonte de pesquisa está relacionada ao desenvolvimento conceitual pelo pensamento humano. Temos em KOPNIN (1978), DAVYDOV (1962, 1982, 1988), VYGOTSKY ((1991a/b) as principais colaborações teóricas.

Em se tratando da história da Matemática de onde podemos perceber seu movimento lógico-histórico, foram consultados CARAÇA (2002), DANTZIG (1970), HOGBEN (1970), IFRAH (1994) e RÍBNIKOV (1987).

Correlacionando esses teóricos buscando estabelecer uma composição de atividades, tomamos por referência LIMA & MOISÉS (1992, 1993) e releituras destes materiais que compuseram as apostilas utilizadas nos cursos. Damos a essas atividades a conotação de atividades de pesquisa por se tornarem o meio de construção das informações.

Os estudos de LEONTIEV (1983), auxiliam a Educação Conceitual (LANNER DE MOURA et al, 2003) *a definir atividade como movimento de abstrair o resultado de ações, antes mesmo de realizá-las, provocadas por necessidades reais advindas da interação do homem com seu meio pela condição de viver nele* (SOUSA, 2004, p. 22).

#### **4.2.1 Os participantes**

Fizemos a pesquisa a partir dos cursos que ministramos. Estes cursos aconteceram nos anos de 2002 e 2003, nas cidades de Itatiba, Louveira, Rafard e Mombuca, Itupeva e Campo Limpo Paulista. Os cursos contaram com a participação de cerca de 300 professores da Educação Infantil e Ensino Fundamental e ainda alguns coordenadores e diretores de escola.

O trabalho desenvolvido no município de Itatiba teve duração de 60 horas e os professores participantes, cerca de 100, foram divididos em três turmas. Este trabalho teve como princípio avaliativo o uso de diários e a elaboração de atividades de ensino para crianças.

Nos municípios de Louveira, Rafard e Mombuca, foram trabalhadas 24 horas, num total aproximado de 120 professores. Nestes municípios começamos a utilizar os portfólios como momentos de registro. O mesmo se sucedeu em Louveira e Campo Limpo Paulista, cuja carga didática foi respectivamente de 30 e 16 horas. Nestes municípios trabalhamos com cerca de 80 (50/30) professores do Ensino Fundamental e Educação Infantil e alguns do EJA (Educação de Jovens e Adultos)

Destacamos os tipos de instrumentos que colaboraram para a construção dos fatos e que igualmente serviram como registro dos acontecimento levados em conta para

o presente trabalho. As atividades de ensino trabalhadas eram registradas, nos pequenos grupos, representando as reflexões coletivas dos professores. As argumentações debatidas nos momento do coletivo-classe, eram registrados pela pesquisadora em seu diário ou eram incluídas nos diários e portfólios dos professores.

A atividade de ensino considerada para a presente pesquisa refere-se àquela denominada “Melhorando a contagem do pastor” que encontra-se como momento desencadeador do conceito de número natural.

Para efeito de sistematização e organização das informações a serem analisadas neste trabalho, consideramos essa a atividade para análise por ser a que teve sua aplicação ministrada de modo equivalente em todas as turmas trabalhadas e por ter proporcionado a manifestação criativa dos professores, no sentido de recriação conceitual.

Do mesmo modo, os diários ou portfólios selecionados para a análise, referem-se àqueles que denotam em suas reflexões dados que respondem à questão colocada para esta pesquisa. São reflexões que referem-se às possíveis reelaborações pessoais a partir da experiência vivida ao participar das atividades de ensino e da dinâmica proposta pelos cursos.

Após a leitura do material coletado, a pesquisadora considerou 12 diários e cerca de 45 portfólios para efeito da análise. Não há como afirmar com *firmeza* que foram 45 portfólios pois houveram trabalhos entregues cuja consideração para a pesquisa se referiam apenas a uma frase, portanto não poderíamos considerar como sendo a participação de todo o portfólio. No entanto, por se tratarem de reflexões, essas frases — independentes do todo — denotavam a expressão de sentimentos que mereciam seu destaque resguardado.

Vale ressaltar que, apesar da participação de cerca de 300 professores, recebemos ao final dos cursos somente 70 diários (versão impressa ou disquete) e aproximadamente 120 portfólios.

Os motivos pelos quais nem todos os professores terem entregue seus diários ou portfólios podem ser variados. Podemos inferir que há professores que não os entregaram simplesmente por que não desejavam se desfazer de seus registros — já que estes ficaram com a pesquisadora — ou por que não freqüentaram as últimas aulas — momento em que foram recolhidos os materiais. Mas provavelmente o motivo

principal é a manifestação — pela recusa da entrega — de um sentimento de incômodo pelo que foi trabalhado nos cursos.

Percebia-se nas atitudes de alguns professores, nos modos de agir e falar num primeiro momento, uma certa recusa em aceitar uma proposta de curso que exigisse deles uma postura participativa e criativa. A responsabilidade advinda de uma participação que promovam reflexões e possíveis mudanças no modo de ver e conceber o ensino e a aprendizagem, gerou uma inquietude e, para alguns, desprazer em participar da proposta. Possivelmente, a expectativa desses professores menos envolvidos, era a de encontrar na proposta modelos prontos com aplicações imediatas.

Diferentemente, nossa proposta pretendia um movimento pessoal de conscientização das relações entre o conhecimento matemático e seu ensino e um clareamento das implicações pedagógicas, sociais e culturais das escolhas metodológicas que podemos fazer na ação educativa.

Focalizamos nosso olhar nos diários ou portfólios entregues e os consideramos para efeito de análise dos dados, realizando os recortes necessários para se destacar aqueles momentos que representassem movimento do pensamento dos professores com vistas a uma outra relação com o conhecimento matemático.

Ressaltamos ainda que, além dos registros dos professores, o registro da pesquisadora considerou não só os diálogos dos professores mas também incluiu gestos, falas mais eloqüentes, manifestações de alegria pela descoberta da solução de algumas atividades, bem como a descrição detalhada dos movimentos realizados pelos professores na resolução de algumas atividades, por exemplo aquelas que se utilizavam do ábaco na resolução.

Esses dados não serão descritos com fidelidade neste trabalho mas foram considerados quando da escolha do objeto de estudo, por caracterizar as relações dos professores com as atividades de ensino e que refletiam sobremaneira, suas relações com o conhecimento matemático.



---

## CAPÍTULO 5

### O LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO DE NÚMERO NATURAL

---

O trabalho desenvolvido nos cursos de formação continuada pretendeu abranger os conceitos fundamentais da matemática, partindo da linguagem das sensações (dentro dela a linguagem matemática), a formação do conceito de número natural e fracionário, as quatro operações fundamentais, a geometria e sua extrapolação na linguagem virtual (a linguagem LOGO) e o trabalho com a formação dos conceitos algébricos.

Para o presente estudo optou-se por destacar o trabalho desenvolvido nas unidades didáticas que trabalharam a formação do conceito de número.

Essa escolha se deveu pelo fato de que, os professores ao entrarem em contato com uma proposta de trabalho cujas atividades visavam “desconstruir” conceitos enraizados, encontraram-se momentaneamente desorientados e, por perderem seu norte, abriram-se para compreenderem uma outra visão do ensino de número.

A atividade que inicia esse processo de “desconstrução” é aquela nomeada de “Melhorando a Contagem do Pastor”<sup>24</sup>.

Essa atividade, bem como outras atividades de ensino, tem por característica mobilizar, aquele que a realiza, de forma criativa para encontrar uma possibilidade de solução. Diante da impossibilidade de utilizar os símbolos comuns de comunicação já conhecidos – sejam números ou palavras – necessitam criar uma forma de expressar a lógica que criaram para resolver o problema proposto. Ao fazerem isso, exteriorizam as concepções que possuem sobre a estrutura do sistema de números que utilizamos.

---

<sup>24</sup> Essa atividade foi re-elaborada por Anna Regina Lanner de Moura a partir do livro *Contando com o corpo*, de Lima, Moisés e Takazaki, 1993.

Percebemos, por meio de suas elaborações, quais os conhecimentos e as incertezas que permeiam a formação desses professores.

Nossa intenção, ao trabalhar com essa atividade de ensino, é desencadear o conceito de número, que se reflita subjetivamente e que forneça novos conceitos científicos que proporcionem uma re-elaboração do sujeito frente ao desafio de tornar esse conhecimento ferramenta intelectual para a compreensão da aritmética. A questão de fundo e formativa do conceito que se coloca para o professor com esta atividade é: como destituir-se da visão mecânica de ordens e classes do Sistema de Numeração? Como resolver novamente o problema de dar à contagem uma forma algorítmica simples e ágil?

Nesse capítulo, pretendemos oferecer subsídios que argumentem a favor do uso das atividades de ensino e, neste caso, sobre a formação do conceito de número.

### **5.1 Três atitudes diante da ação de ensinar: a nuance, o lógico-histórico e a tensão criativa**

Diante da complexidade do que vem a ser conceituar Número, para a presente pesquisa, delineamos um isolado dentro desse tema. Focalizamos nosso olhar no conjunto dos Números Naturais, preocupando-nos essencialmente com o ensino deste conjunto numérico nas séries iniciais do ensino básico.

Tomemos uma imagem inicial como aliada para falarmos do desenvolvimento da aprendizagem de um conceito. A partir de uma imagem, podemos visualizar o que consideramos desenvolvimento da aprendizagem.

Imaginemos uma árvore. Ao olharmos para ela podemos vislumbrar-lhe seu porte, suas cores, seu movimento. Se olharmos mais de perto, poderemos enxergar seus galhos, suas folhas, as ramificações a partir de seu tronco que dão o porte, as cores e o movimento. Se olharmos mais detalhadamente ainda, veremos outros seres co-habitando esse corpo. Há ninhos de pássaros, lagartas, formigas, outros insetos variados, alguns pássaros que apenas estão de passagem. Olhar a árvore simplesmente, nos permite participar apenas de uma parcela de sua beleza. Toda árvore encanta por simplesmente estar lá, porém, olhar os seus detalhes nos faz sentir que a vida que há nela faz parte de nós. Olhar atentamente para a árvore, nos faz participar do movimento dos galhos em virtude do vento, nos faz acompanhar com os olhos as folhas que se

soltam dos galhos, nos faz acompanhar o caminho que as formigas, as lagartas, os outros insetos estão fazendo, nos faz deslumbrarmos com a arquitetura dos ninhos de pássaros.

É possível apenas olhar para a árvore e enxergá-la; mas é necessário olhar mais atentamente para ela para participarmos de seu movimento e nos sentirmos parte dela.

Assim é com a aprendizagem. Somos capazes de aprender por meio da observação distanciada. Quando iniciamos o trabalho de alfabetização Matemática na Educação Infantil, temos por cultura iniciar o trabalho apresentando aos pequeninos os símbolos indo-arábicos que representam as quantidades. Nos utilizamos de estratégias de ensino que objetivam a fixação na memória da imagem  $1 = *$ ,  $2 = **$ ,  $3 = ***$ , e assim por diante. Os pequeninos, habituados a verem símbolos numéricos por todos os lados no seu dia a dia, consideram como sendo “mais símbolos”. Passam a brincar de nomear quantidades, de definir o infinito, de tentar chegar a quantidades grandes.

Apesar de ser uma realidade esse interesse das crianças de adentrarem no mundo *dos grandes* por meio do conhecimento *deles*, não há nenhuma garantia de que, ao nomear quantidades com os números, a criança entenda o que é número. Também não há como garantir que brincando com símbolos numéricos, as crianças compreendam sua função.

Ao longo dos anos escolares muitas são as crianças que acabam *entendendo* as regras e conseguindo manipular símbolos e resolver seus exercícios em Matemática. Porém, há aquelas que concluem a 4ª série sem compreender o que vem a ser número, nem saber manipulá-lo. São aquelas crianças que “insistem” em armar as continhas sem se preocuparem em colocar corretamente as unidades em cima das unidades, as dezenas em cima das dezenas, ..., ou se se preocupam, não sabem o que é isto; são aquelas crianças que não compreendem o que vem a ser o “vai um” e muito menos o “empresta um” e pior ainda, o “escorrega um”; são aquelas que, ao resolverem uma divisão, não sabem “quando parar”.

Com freqüência ouvimos de professores que esses alunos “não aprendem mesmo!” De fato não aprendem; não aprendem a Matemática que vem dissociada de significados. São aquelas crianças que aprendem a contar, sem saberem pensar numericamente.

A educação feita por observação distanciada, não convida o aluno a participar do movimento de conhecer. Estamos lidando, então, com o primeiro ponto essencial para que a educação se dê de modo significativo: a educação pela *nuança*.

O termo *nuança* foi “emprestado” da Arte e significa fluência gradativa. Para exemplificar, imaginemos a tinta de cor branca. Ao pingarmos gradativamente uma outra cor, por exemplo o vermelho, vemos o branco deixando de ser branco e o vermelho deixando de ser vermelho, e os dois juntos tornando-se rosa, uma nova cor. A *nuança* do branco são seus variados tons até tornar-se rosa. Ao tornar-se rosa, adquire uma nova qualidade, dizemos então que deu-se o *salto*.

O *salto* seria então, a nova qualidade que surge da fluência gradativa, a transformação de essência, que determina um novo movimento.

A educação que se dá aos *saltos*, não respeita as *nuanças* necessárias para se apropriar do conceito e, com isso, nos defrontaremos com uma educação que privilegia a aprendizagem mecânica em detrimento a uma educação da totalidade, da criatividade e da humanização (WALLON, 1995).

Os nexos conceituais do número, com os quais trabalhamos, são criações lógicas sobre a história do número. Ao revê-los através dos documentos de seus fatos, constatamos que o conceito do número se complexifica. Mas, não há documentação do que aconteceu entre uma nova qualidade e outra. Porém, a leitura dos estudos de Dantzig (1970), Hogben (1970), Ribnikov (1987) e Ifrah (1994) — considerados historiadores da Matemática —, nos permite reconstruir os “nexos conceituais” de onde podemos afirmar que a sua complexificação não se deu por saltos. A exemplo disso, verificamos que, na história do número, o homem passa da correspondência um a um para os sistemas de numeração, respeitando que, daquele conceito para este último, houve um movimento de novas abstrações numéricas — e não um salto de um para outro conceito — que não deveria ser desprezado quando se aprende o número.

Outro ponto que devemos considerar, refere-se ao movimento lógico-histórico do conceito. Como já descrito em capítulo anterior, o movimento lógico-histórico do conceito procura revelar o que a lógica formal acaba por velar. Quando temos acesso somente à apresentação lógica formal do número, não participamos de seu movimento de criação. Por conta disso, recorreremos à história para encontrar as abstrações ocorridas até chegarmos à lógica formalizada. Porém, como a história não

respeita um movimento linear, é necessário que se faça uma análise lógica desse movimento — por isso é chamado de movimento lógico-histórico.

Para alinhar essas duas idéias anteriores quais sejam, a educação pela nuança e o lógico-histórico enquanto premissa metodológica, introduzimos a idéia de se trabalhar pela necessidade pessoal, interior. O ser humano é motivado a aprender quando vê no objeto de estudo a sua necessidade. Ao se deparar com a necessidade de criação, mobiliza uma força de tensão, a que chamaremos de *tensão criativa*. Para GALHARDO (1982), esse termo seria melhor nomeado como *força de tensão de criação abstrata*, entendida como

*“efeito da contradição entre a necessidade humana de dominar determinado movimento do objeto da natureza, no sentido de transformá-lo, adequando-o às necessidades humanas, e a ausência de um plano de ação para isto, o que bloqueia a ação do trabalho humano no mesmo. (GALHARDO, 1982, p. 22)”*

Ainda para esse autor, complementando a idéia anterior,

*“em cada momento do movimento do conceito, desde o ponto de partida até a expansão do conceito, a tensão deve estar presente ‘incomodando’ o educando, problematizando o ato de criação da abstração, criando o desassossego, a necessidade de algo que ainda não existe mas que está por existir. (idem)”*

Munindo-nos de três elementos, a nuança, a tensão criativa, e o lógico-histórico, podemos conceber o desenvolvimento do conceito de número de modo ativo e significativo.

Ao iniciarmos o trabalho de alfabetização Matemática, é interessante considerar como ponto de partida o que chamaremos de *sub-conceitos do numeral abstrato* (LIMA e MOISÉS, 1994), que seriam aqueles conceitos que colaboram para a formação do conceito de número, respeitando as *nuanças* de seu desenvolvimento.

Baseando-nos nestes autores, identificamos três sub-conceitos:

- O numeral objeto
- O numeral repetitivo

- O numeral semi-repetitivo<sup>25</sup>

Vamos nos familiarizar com esses termos, recorrendo à história e compreender de onde provém a classificação proposta por estes autores.

## 5.2 O lógico-histórico do número natural<sup>26</sup>

### O numeral objeto<sup>27</sup>

A história dos algarismos não é uma história linear nem tampouco pode ser atribuída a um único autor ou somente a documentos históricos. Na verdade, a história dos algarismos, tal qual utilizamos nos dias de hoje, é decorrente *de uma série de invenções, distribuídas por vários milênios* (IFRAH, 1994, p. 9)<sup>28</sup>. Apesar de utilizarmos os algarismos diariamente, não nos atentamos para o fato de que, anterior a esse sistema posicional que se propagou pelo mundo inteiro, vários outros sistemas já foram inventados. Podemos nos perguntar: o que há no nosso sistema de numeração que se diferencia dos outros a ponto de poder tornar-se universal? Vamos descortinar alguns fatos que possam colaborar para melhor participarmos dessa brilhante invenção.

Não há uma data certa para o início da história dos números. O que é certo é que *“houve um tempo em que o homem não sabia contar.”* (IFRAH, 1994, p.15) Os documentos históricos demonstram que muitas foram as civilizações “primitivas” que exprimiam quantidades de modo impreciso, próximo a uma sensação e não a uma definição de quantidade.

Essas civilizações primitivas, bem como certos animais, e nós quando crianças, expressávamos as quantidades por meio do *senso numérico*, o número não é concebido como uma abstração, *ele é ‘sentido’, de modo um tanto qualitativo, um pouco*

---

<sup>25</sup> Terminologia criada pelos colaboradores do CETEAC para denominar os nexos conceituais numéricos que sintetizam o conceito de Sistema de Numeração Decimal.

<sup>26</sup> Nesta pesquisa, a abordagem lógico-histórica do número natural é uma construção lógica que fazemos com base em fontes históricas e antropológicas da vida do ser humano com as quantidades. Trata-se do movimento do pensamento sobre os fatos históricos e que, por isto mesmo, não representa a história em si, mas que pretende reconstruir a dinâmica de criação dos conceitos de número.

<sup>27</sup> Denominação dada por GALHARDO (1982) para os numerais que tinham representação em objetos como pedras, nós em corda, sementes etc. O mesmo serve para as outras denominações, "numeral repetitivo e numeral abstrato"

<sup>28</sup> Este autor não é considerado, por alguns estudiosos do assunto, uma fonte de rigor histórico. Mas para este estudo, sua abordagem interessa por mesclar a fontes históricas, também, as de caráter antropológicos.

*como se percebemos um cheiro, uma cor, um ruído ou a presença de um indivíduo ou de uma coisa do mundo exterior”* (idem, p.16). O *senso numérico* pode ser definido como a capacidade de, a partir da visualização direta e/ou pelo tato, perceber quantidades muito pequenas. É um erro admitir que podemos reconhecer quantidades maiores que quatro, numa única olhada, sem utilizar nenhum outro artifício abstrato. Quando recorremos à memória, ou quando comparamos, decomponemos, ou agrupamos mentalmente, já não estamos mais falando de *senso numérico*.

Segundo CARAÇA (2002), durante muito tempo - impossível precisar quanto – a humanidade se baseou no *senso numérico* para verificar seus bens. Como não havia um intercâmbio muito grande entre pessoas, não se sentia a necessidade de controlar a variação das quantidades de seus bens. Nas palavras do autor, *à medida que a vida social vai aumentando de intensidade, isto é, que se tornam mais desenvolvidas as relações dos homens uns com os outros”,* (idem, p.3) surge a necessidade de se criar outro mecanismo de controle.

Superando as limitações que o *senso numérico* nos oferece, o ser humano inventou a contagem para administrar os movimentos quantitativos. As preocupações que povoavam as mentes dos homens naquele tempo, eram de ordem extremamente práticas ligadas diretamente à necessidade de verificar, por exemplo, se no trânsito de ir e voltar do pasto, seu rebanho retornava com a mesma quantidade que havia saído. Para realizar essa contagem, o homem passa a estabelecer uma relação entre objetos. Diante da necessidade de criar uma forma de controle, o homem estabeleceu uma relação entre um conjunto que precisa ser contado e outro que conta. Com base neste instrumental concreto criou um elemento de racionalidade, de pensamento, uma abstração: a correspondência biunívoca. Esta pode ser entendida como a possibilidade de comparar com facilidade duas coleções sem ter que recorrer à contagem; há uma coleção a ser contada e outra que conta. Quando as duas coleções são equivalentes, dizemos ser elas biunívocas, ou, nos termos de CARAÇA (2002), *bijetivas*. Este pode ser considerado o primeiro procedimento aritmético, como técnica primitiva de contabilidade. Essa ação se desprende do real por se tratar de uma elaboração mental: quem faz a ligação entre pedra e ovelha é o homem. Essa relação não está nem na pedra nem na ovelha e sim na mente do homem que estabeleceu essa relação.

O artifício da correspondência biunívoca veio colaborar para que o ser humano viesse a controlar melhor os seus bens. Porém, esse artifício não considera

necessário contar, nomear ou conhecer a quantidade que se compara, no entanto é possível estabelecer a comparação entre dois grupos, seja qual for o tamanho<sup>29</sup>. Assim fez o pastor para ter a certeza de que todos do seu rebanho voltavam do pasto ao entardecer. Entalhando em um osso, guardando pedras, conchas, paus, e *até excrementos secos, tudo arrumado em montinhos ou em fileiras correspondentes à quantidade de objetos que queriam enumerar.*(IFRAH, 1994, p. 31)

De acordo com HOGBEN (1970) e DANTZIG (1970), várias foram as civilizações que, durante muito tempo, utilizaram-se da correspondência biunívoca para registrar a passagem do tempo, a quantidade de armas, as reservas de alimentos.

O corpo também foi utilizado, durante muito tempo, como instrumento de contagem. Algumas tribos indígenas faziam corresponder cada parte do corpo<sup>30</sup>, tocando cada parte de uma vez e sempre na mesma ordem, para designar quantidades. Então, se na ordem proposta se apontasse para o ombro, por exemplo, a tribo entendia a que quantidade estavam se referindo.

*Quando se considera um certo número de partes do corpo humano numa ordem previamente estabelecida, e sempre a mesma, sua sucessão, pela força da memória e do hábito, acaba mais cedo ou mais tarde por tornar-se numérica e abstrata.[...] Elas tendem, assim, a se destacar de seu contexto para tornar-se aplicáveis a seres, objetos ou a elementos quaisquer... (IFRAH, 1994, p. 43-4)*

O ser humano passa então a contar. “Contar” é designar a cada elemento de uma coleção um símbolo — risco, palavra, gesto — isto é, atribuindo um significado ao significante (objeto que se conta).

---

<sup>29</sup> CANTOR (1870) estudou a anatomia do infinito fazendo corresponder um elemento de um conjunto numérico a outro de outro conjunto numérico, mostrando ser possível sempre fazer corresponder *mais um*.

<sup>30</sup> Os dedos da mão, ou das mãos e, às vezes até dos pés, foram utilizados como elementos de contagem. Representam um instrumento natural de contagem e nos sugere a origem do nosso sistema de numeração ser estruturado a partir de agrupamentos de dez.

Esses três elementos da sua primeira criação numérica – a contagem, o instrumental concreto e a correspondência biunívoca – , a que podemos considerar como *inesperados*<sup>31</sup> *históricos* compõem o que chamamos de *numeral*<sup>32</sup> *objeto*.

Difícilmente veremos uma educação voltada para a agilidade e eficiência das ações, preocupada em trabalhar o conceito de numeral objeto em sala de aula. Considera-se, como já dissemos anteriormente, que a criança já chega à escola munida do conceito de número, então, não há porque trabalhar esse conceito basilar. Ao que parece, o movimento do conceito de número se deu, numa visão lógico-histórica, a partir desses inesperados. As necessidades advindas de um contexto “sem números” é que possibilitaram à humanidade criar o número. A isso chamamos de *pensamento numérico*, que na posição teórica adotada por LIMA e MOISÉS (1994), seria premissa de aprendizagem:

*Enquanto o pensamento numérico estiver ausente da visão de mundo do educando, este permanecerá um analfabeto em matemática.* (LIMA e MOISÉS, 1994, p. 12)

Entendemos que a criança chega à escola conhecendo alguns aspectos dos nexos externos do conceito de número, como por exemplo, a contagem mecânica de 1 a 10 representando a partir dos dedos das mãos. No entanto, o fato da criança levantar os dedos enquanto “conta” não quer dizer que ela compreenda um dos conceitos mais fantásticos elaborados pela humanidade: a correspondência um a um. É aqui que se enquadra o analfabetismo matemático a que LIMA e MOISÉS (1994) se referem.

O ser humano inventa a base numérica a partir do momento em que percebe ser muito difícil multiplicar indefinidamente objetos. Para representar grandes quantidades, não é prático nem possível ficar acumulando objetos, ou mesmo designando partes do corpo indefinidamente. O problema está posto para o ser humano dar conta de resolver: *como designar números elevados com o mínimo de símbolos*

---

<sup>31</sup> Segundo Caraça, [...] *o inesperado, é o elemento essencial no movimento do progresso no conhecimento da realidade, pois é a partir dele que o ser humano sente a necessidade de elaborar processos de pensamento que o auxiliem a resolver o problema.*” (in, MARCO, 2003, p. 28)

<sup>31</sup> Para efeito de esclarecimento, diferenciamos o que vem a ser número – idéia de quantidade, e o que vem a ser numeral – representação da quantidade. Vários foram os numerais criados ao longo da história das várias civilizações, por exemplo, os egípcios, os maias, os chineses. Os numerais utilizados por nós são os indo-arábicos, ou seja, 1,2,3,4,5,6,7,8,9 e o 0.

*possível?* (*idem*, p. 53) Há aqui a inter-relação entre os aspectos substancial e simbólico a que se refere CARAÇA (2002), isto é, o substancial como aquele que traz mudanças ao simbólico e vice-versa. Nesse caso o substancial está relacionado à regularidade do agrupamento e o simbólico ao valor posicional. O simbólico “enxuga”, dá visibilidade lógica ao substancial.

IFRAH (1994) conta-nos uma história de que os pastores, em certa região da África ocidental, após a passagem do animal, enfiavam uma concha num fio de lã branca. Com o segundo animal, outra concha, e assim até chegar no dez. Nesse momento desmanchavam o fio branco e passavam uma concha por um fio de lã azul, e se recomeçava a introduzir conchas no fio branco até o vigésimo animal, quando então desmanchavam novamente o fio branco e introduziam uma segunda concha no fio azul. Para a linguagem matemática, isso é empregar a base dez.

Na história das civilizações vemos o uso de outras bases de contagem: há aqueles que se apóiam na base cinco, outros na base vintesimal e ainda há povos que utilizavam a base sexagesimal para contagem.

A partir do momento em que o ser humano passou a contar abstratamente segundo o princípio de base, permitiu-se um avanço no que se pode conceber como conceito de número. A correspondência biunívoca não é mais o único artifício de contagem, apesar de estar embutida no agrupamento. Nas palavras de HOGBEN (1970),

*[..] logo que o homem cessou de confiar inteiramente em talhas e de representar os números por entalhes e gravações, concebeu a idéia de utilizar seixos e conchinhas, que podia desarmar com facilidade e tornar a usar quantas vezes quisesse. É esta, provavelmente a origem do ábaco. (HOGBEN, 1970, p. 51)*

As pedras, ou *calculus*, utilizadas sobre uma superfície para registrar as quantidades são a origem, provável, dos ábacos. Havia ábacos feitos sobre pranchas de madeira, sulcados na terra, sobre argila. O ábaco consiste numa superfície lisa, separada por colunas paralelas, onde se podem efetuar as operações. As pedras são colocadas para identificar as quantidades onde, na primeira coluna da direita, se colocavam pedras para representar unidades simples. Na segunda coluna, um primeiro agrupamento (por exemplo para os romanos, representaria X unidades, ou seja dez); na terceira coluna, um segundo agrupamento, ou agrupamento dos agrupamentos (C = cem), e assim

s sucessivamente, respeitando os agrupamentos na base em que se decidir agrupar as unidades.

Os ábacos evoluíram assim como os sistemas de numeração e hoje representam a mais brilhante invenção, no que tange a cálculo matemático, tanto que, em inúmeros séculos desde sua invenção, continua sendo utilizado com a mesma eficiência.

A denominação de símbolos abstratos para representar os números, modifica a relação do ser humano com a matemática. Estabelecer uma linguagem que expresse uma quantidade, libertou o ser humano da necessidade de confiar na memória para recuperar as quantidades a que os objetos se referiam. Os *algarismos*, são sinais gráficos que representam os números.

A história dos algarismos é igualmente longa, destituída de um único autor e remete-nos a conhecer o modo de pensar de outras civilizações.

### O numeral repetitivo<sup>33</sup>

Deslocar o conjunto que conta, sejam eles compostos por pedras, sementes, gravetos folhas ou outros objetos pertinentes, tornou-se uma forma de registro pouco prático e pouco confiante. Ao movimentar os objetos, não havia garantia de que todos permaneceriam no conjunto, sem se perderem, quebrarem, estragarem. Pedras podem cair ao chão sem se perceber, gravetos se quebram, folhas secam. Dependendo desses objetos para se ter confiabilidade no controle de seus bens, tornou-se inoportuno. Ao deparar-se com dificuldades semelhantes na contagem pelo numeral objeto, cada cultura foi sendo solicitada a aperfeiçoar seus números.

A forma encontrada pela humanidade, entendida como a reunião de várias culturas, foi a de *transferir* o numeral objeto para uma outra forma de controle: o registro grafado em madeira, argila, pergaminho e outros.

Num primeiro momento, vemos civilizações, como os elamitas e os sumérios, organizando um modo de contagem com *terra mole* (IFRAH, 1994, p. 132). A maleabilidade da argila permitiu modelar pedras de diferentes tamanhos e formatos.

---

<sup>33</sup>Denominação dada por GALHARDO (1982) para os numerais que representam em suas escritas a correspondência um-a-um, como por exemplo o numeral egípcio antigo.

A dificuldade do uso de pedras naturais se dá pelo fato de que, sem uma tábua de comparação, fica difícil saber quando uma pedra é grande ou média dentro do sistema.

O sistema criado pelos sumérios vem atender a uma necessidade numérica, porém não atende às necessidades do progresso.

Contando sobre a base sessenta, os sumérios fizeram modelagens na argila e criaram:

- O cone para representar a unidade
- A bolinha para representar dez
- O grande cone para representar sessenta
- O grande cone perfurado para representar seiscentos
- A esfera para representar três mil e seiscentos
- A esfera perfurada para representar trinta e seis mil

A esse mesmo povo podemos atribuir os primeiros registros grafados sobre a escrita de palavras e dos números.

Os sumérios grafavam, em argila, marcas para representar as quantidades, baseando-se nos mesmos princípios que os norteava ao modelar a argila.

Outros povos também inventaram uma escrita e um sistema de numeração escrito.

O numeral repetitivo foi o primeiro registro escrito numérico humano, e consistiu em se repetir a correspondência biunívoca feita anteriormente com objetos, agora feita por meio de registro.

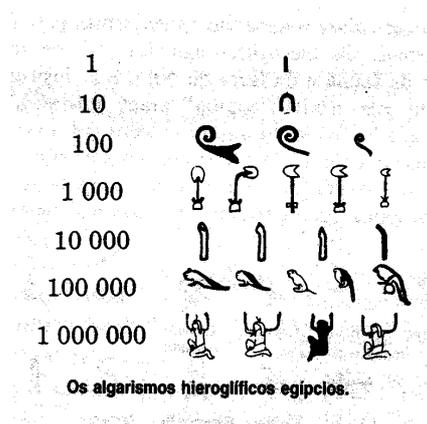
O sistema de numeração dos egípcios pode ser usado como exemplo de numeral repetitivo. Sua notação não evoca semelhança com objetos da natureza, o que acaba por não demonstrar a proximidade entre numeral objeto e o repetitivo, porém, sua estrutura é um exemplo bastante próprio para demonstrar o princípio repetitivo.

Por volta de 3000 a.C. a civilização egípcia já se encontra bastante avançada. Sua cultura, organização social, expansão territorial, religião, alcançam um tal desenvolvimento que exige, por razões estritamente utilitárias, a necessidade de outra forma de controle que não

*[...] as limitadas possibilidades do homem-memória e o “esgotamento” de sua cultura exclusivamente oral. [...] E, como a necessidade*

*cria o órgão, ela descobre a idéia tanto da escrita quanto da notação gráfica dos números para vencer a dificuldade...* (IFRAH, 1994, p. 159).

A numeração egípcia permite a representação dos números além do milhão, utilizando-se de hieróglifos especiais para cada unidade e das potências de dez que se seguem. Na figura abaixo podemos ver a representação das quantidades feitas pelos egípcios:



**fig. 1: algarismos hieroglíficos egípcios (IFRAH, 1994, p.158)**

Os egípcios já trabalhavam com o princípio de agrupamento, pois que agrupavam visualmente os símbolos em grupos de três, dessa forma tornava a percepção visual mais fácil.

Para representar um número, por exemplo 4.598, se reproduz os símbolos na seguinte disposição: quatro vezes o algarismo de mil, cinco vezes o de cem, nove vezes o de dez e oito vezes o de um. *“Na verdade, esta notação numérica não passava de um modo de traduzir, por escrito, o resultado de um método concreto de enumeração* (IFRAH, 1994, p.162).”

Como é possível verificar, a escrita numérica egípcia em nada convidava à simplicidade. Seu mérito está no fato de não haver tanta necessidade de se recorrer à memória para se realizar cálculos ou enunciar quantidades. Porém, falta-lhe flexibilidade e seu uso acaba sendo muito lento e complexo em comparação ao nosso sistema de numeração.

### O numeral semi-repetitivo<sup>34</sup>

O numeral sem-repetitivo consiste na primeira síntese grupal numérica.

Como vimos, a repetição própria do numeral objeto advinda da contagem por correspondência biunívoca permaneceu, ainda parcialmente no numeral repetitivo.

O numeral repetitivo, como o próprio nome sugere, tinha a impropriedade de não proporcionar agilidade e rapidez no controle das quantidades.

Para resolver o problema de uma escrita numérica que eliminasse definitivamente a repetição, vários povos se empenharam em criar sistemas gráficos que permitissem agilidade e rapidez. No entanto, o que vemos, ao consultar os livros de história da Matemática, são tentativas que ainda se aproximam do numeral repetitivo. O exemplo do povo romano pode nos ajudar a entender isso.



fig 2: sistema de numeração romana (IFRAH, 1994, p. 186)

Os gregos e os romanos criaram símbolos para a unidade e para as potências de dez seguintes, assim como os egípcios. Mas também criaram algarismos especiais para representar o cinco, o cinqüenta e o quinhentos. Com o acréscimo desses algarismos, as representações se tornaram mais econômicas, por exemplo, sem os algarismos suplementares, a representação da quantidade 7.699 em egípcio utilizava trinta e um símbolos, ao passo que com os algarismos suplementares os gregos utilizariam apenas quinze símbolos.

Os romanos acabaram complicando esse sistema por introduzir em suas regras que a todo signo numérico colocado à esquerda de um algarismo superior é dele subtraído. Então o 4 é representado por IV (5-1), o 9 por IX (10-1) e assim por diante.

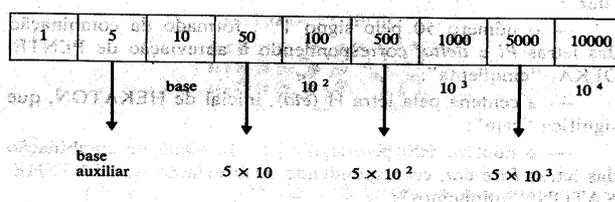


fig. 3: base auxiliar do sistema de numeração romano (IFRAH, 1994, p.184)

<sup>34</sup> Idem a observação feita para as denominações anteriores.

Essa forma de notação não favorecia o estabelecimento de um algoritmo escrito. Ao contrário, na hora dos cálculos, os romanos recorriam ao ábaco.

Vale ressaltar que há um período bastante extenso em que vemos grandes civilizações sendo capazes de nos deixar uma herança literária, artística, filosófica e religiosa imensa e de um valor inestimável e que possuíam seus próprios sistemas numéricos, com lógicas próprias que em nada faziam perder o brilho de sua grandiosidade. O fato de não terem “descoberto” o que o povo hindu descobriu, não os desmerece enquanto nível de pensamento numérico, pois este desenvolve-se numa civilização conforme as necessidades reais de lidar com as quantidades.

### O numeral abstrato<sup>35</sup>

O homem teve acesso à correspondência um a um, considerou a possibilidade da contagem e *“enxergou nos seus instrumentos a possibilidade de criar verdadeiros símbolos numéricos”* (IFRAH,1994, p.52. grifo da pesquisadora). Despreendeu-se do numeral objeto criando símbolos que designavam quantidades maiores, que possuíam operacionalidade, mas careciam de simplicidade e agilidade. Não seria possível continuar repetindo símbolos indefinidamente. Era imprescindível, com os avanços sociais, aumento demográfico, expansão do comércio, que se criasse uma forma de “contar” que fosse ágil e econômica em símbolos.

Por volta do século V d.C., no norte da Índia, o povo hindu utilizava o sistema de numeração que hoje temos como referência. Sua criação se deu ao longo dos séculos até atingir o grau de abstração que conhecemos. Suas características operacionais, sua lógica, sua estrutura, possibilitaram ser este o sistema que garante representar qualquer quantidade.

Apresenta grandes avanços em relação aos sistemas de outros povos.

*O numeral indo-arábico é a abstração de todos os conceitos presentes nos outros numerais, pois os signos não fazem nenhuma referência explícita às quantidades representadas.* (MOURA, 1996, p. 120)

---

<sup>35</sup> Idem no que diz respeito às denominações anteriores.

Os hindus reuniram três características que já apareciam em outros sistemas numéricos da Antigüidade. O sistema:

- é decimal (o egípcio, o romano e o chinês também o eram);
- é posicional (o babilônio também era);
- tem o zero, isto é, um símbolo para o nada ( o maia também).

Estas três características, reunidas, tornaram o sistema de numeração hindu o mais prático de todos.

A percepção de que é possível atribuir um valor cada vez maior utilizando-se de um número restrito de símbolos, bastando para isso “mover” os símbolos, alterando-lhes a posição para se chegar a um novo valor, permitiu que se designasse números elevados, com poucos símbolos.

*O princípio posicional assume proporções de um acontecimento magnífico. Não só esse princípio constitui uma mudança radical de método, mas sabemos agora que sem ele seria impossível qualquer progresso em Aritmética.* (DANTZIG, 1970, p.38)

O zero também representa uma grande conquista dessa civilização, assim como para toda humanidade, pois adquire a função de representar o deslocamento de uma casa decimal. Ao acrescentar o zero numa representação numérica, intenciona-se mostrar que esse valor é múltiplo de dez, por exemplo,  $30 = 3 \times 10$ ,  $300 = 3 \times 10 \times 10$  ou  $3 \times 10^2$ ,  $3000 = 3 \times 10 \times 10 \times 10$  ou  $3 \times 10^3$  e assim por diante.

Foram os árabes, por sua cultura comercial e por seu constante deslocamento “entre povos” que difundiram o sistema hindu entre Oriente e Ocidente. Eles fizeram algumas mudanças na grafia dos signos que é a que conhecemos mais proximamente nos dias de hoje.

Como nos coloca MOURA,

*O sistema indo-arábico teve grande importância não só no campo da aritmética, mas em todos os campos da matemática, das ciências e tecnologias atuais.* (MOURA, 1996, p.124)

### 5.3 O Sistema de Numeração Decimal no âmbito escolar

O trabalho com o conceito de número nas escolas, usualmente se inicia já pela representação do Sistema de Numeração Decimal. Ao iniciar a alfabetização matemática pelos numerais indo-arábicos, os professores optam, sem saber, pelos nexos externos do conceito de número. Há a preocupação com a grafia das quantidades, com os aspectos lógicos do conceito de base dez. Os nexos internos, os aspectos substanciais do conceito de base dez, não fazem parte das aulas. Não é possível garantir que alunos compreendam a estrutura do Sistema de Numeração Decimal, podem sim se tornar usuários. Há uma grande diferença entre ser usuário e compreender um conceito. Quando compreendemos um conceito, ele se torna ferramenta do pensamento e pode ser “usado” em outras situações não como símbolo e sim como conceito lógico (VYGOTSKY, 1991b).

O Sistema de Numeração Decimal possui características que procuraremos explicar brevemente a seguir.

O princípio do agrupamento é o primeiro que devemos compreender, pois é a base de todo o sistema de numeração.

Quando contamos grandes quantidades, torna-se mais fácil agrupar em quantidades regulares. Pode-se fazer agrupamentos de três em três, cinco em cinco, de sessenta em sessenta (como fizeram os babilônios) ou qualquer quantidade que achar prático para efetuar a contagem. Nosso sistema de numeração realiza agrupamentos de dez em dez, muito provavelmente por associar a contagem à quantidade de dedos nas duas mãos juntas e que impuseram ao ser humano a idéia de formar grupos por feixes de dez (IFRAH, 1994). Porém, a própria mão já serviu como base para contagem em outro sistema de agrupamento. Ao recorrer não aos dedos das mãos, mas às suas falanges, podemos formar grupos por feixes de vinte e oito. Vemos registros dessa utilização nos povos asiáticos, como Índia, Indochina e na China (idem, p.82). Ou ainda, ao levar em conta a *parte “gorda”* (idem, p.84) do polegar, pode-se chegar a feixes de trinta ou, por motivos religiosos — pela necessidade de se enumerar até noventa e nove quando e na ausência do rosário de contas, os muçulmanos enumeravam os atributos de Alá, utilizando-se não só dos feixes de trinta mas incluíam as extremidades respectivas do mindinho, do anular e do médio direitos, chegando a um total de trinta e três que, se repetido três vezes, chegava-se aos noventa e nove (idem, p. 85).

Agrupar e reagrupar de dez em dez é uma das características do nosso sistema de numeração que, por esse motivo, foi denominado de sistema de numeração decimal. É possível também afirmar que nosso sistema tem base 10. Isso significa dizer que os agrupamentos são regulares em grupos de dez e, para registrar as quantidades utilizamos dez símbolos. Se a base fosse oito, significaria dizer que os agrupamentos são regulares em grupos de oito e que utiliza-se oito símbolos para representar as quantidades.

Ao agrupar e reagrupar, o sistema criado pelos hindus agregou a esse movimento o de mover as contas para designar o novo agrupamento. A nova posição agregava o significado de um novo agrupamento. Esse deslocamento foi a chave para que não houvesse a necessidade de se ter símbolos variados para cada acréscimo de quantidade.

Nos sistemas criados pelos egípcios, por exemplo, para designar as quantidades dez, cem, mil, milhar, ..., havia símbolos específicos para cada um dos múltiplos de dez. Sem o valor de posição, o modo de designar os valores diferentes se dava pela desenho diferente dos símbolos.

No caso do sistema hindu, os dez símbolos são capazes de representar qualquer quantidade, pois a posição é quem define o valor atribuído ao símbolo.

O valor de posição fica mais claramente observável no ábaco.

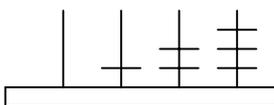
O ábaco foi uma invenção que não necessitou dos algarismos para ser utilizado. Antes mesmo da numeração escrita, os homens já contavam abstratamente segundo o princípio de base, realizando os agrupamentos. As pedras, ou *calculos*, desempenharam importante papel na história da aritmética, na medida em que foram elas que permitiram o início da arte de calcular (IFRAH, 1994; DANTZIG, 1970).

Os ábacos foram representados inicialmente apenas como sulcos na terra onde se agregavam os montes de pedras. Os variados sulcos representavam as diferentes ordens.

Havia também ábacos que se apresentavam como tábuas ou pranchas de contar com diversas linhas e colunas separando as diferentes ordens de numeração.

O ábaco mais conhecido na atualidade é o ábaco de haste. Os chineses, os japoneses, os russos, criaram o que hoje conhecemos como ábaco.

Os ábacos consistem em hastes dispostas na vertical ou horizontal, por onde deslizam contas. Cada haste representa uma ordem e o movimento das contas determina as quantidades. Por exemplo, se tivermos no ábaco representados, da primeira haste da direita seguindo progressivamente uma ordem acima para esquerda, três pedras na primeira haste, duas na segunda e uma na terceira, vemos representado o número 123 na base dez.



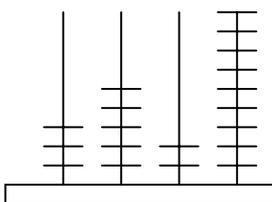
O ábaco de hastes verticais, como o representado na figura, é por nós considerado como o mais viável para o trabalho escolar. Ao contrário dos ábacos tradicionais, cujas hastes são dispostas dentro de uma moldura de madeira onde são fixados alguns fios de arame, o ábaco de “varetas”, permite uma maior flexibilidade de movimentos. Os ábacos fixos em molduras não permitem que sejam realizados cálculos em outras bases, por exemplo, e tampouco que se retire as contas para se realizar outras operações como a divisão que, para uma melhor visualização do resultado, requer que se retire as contas do ábaco para agrupá-las fora dele.

O uso do ábaco pode ser assim explicado:

Cada haste, no ábaco vertical, representa uma ordem de numeração, seguindo contagem da direita para a esquerda. Na primeira haste, representa-se a ordem das unidades simples, isto é, não há unidades suficientes para se realizar um agrupamento de dez ( $10^0$ , onde o zero representa “nenhum agrupamento”); na segunda haste, representa-se o primeiro agrupamento, isto é, os grupos de dez ou a ordem das dezenas ( $10^1$ , onde o número um representa a frequência de fatores iguais a dez); na terceira haste representa-se o segundo agrupamento, isto é, dez grupos de dez ou a ordem das centenas ( $10^2$ , onde o número dois representa a frequência de fatores iguais a dez); na quarta haste, representa-se o terceiro agrupamento, isto é, dez grupos, de dez grupos, de dez, ou a ordem das unidades da classe dos milhares ( $10^3$ , onde o três representa a frequência de fatores iguais a dez); e assim sucessivamente, de modo que cada ordem é dez vezes a ordem imediatamente inferior, ou seja  $10^4$ ,  $10^5$ ,  $10^6$  e assim indefinidamente pois com esse sistema podemos representar qualquer quantidade!

Portanto, podemos exemplificar o uso do ábaco por imaginar o controle da quantidade de pessoas que adentram um ginásio de esportes para assistirem a um jogo de vôlei. A cada pessoa, se coloca uma conta na primeira haste. Quando nesta haste se

alcança a quantidade de dez contas, como estamos trabalhando na base 10, retiramos as dez contas e as substituímos por uma na casa seguinte. Essa conta na segunda haste representa um grupo de dez pessoas. Daí, reiniciamos a colocação das contas na primeira haste até a quantidade de dez. Procedemos dessa maneira até a última pessoa adentrar o ginásio, sempre acrescentando contas na primeira haste e sucedendo aos agrupamentos e re-agrupamentos necessários. Os re-agrupamentos acontecem a cada vez que uma das hastes alcança dez contas e que devem ser substituídas por uma conta que será colocada na casa seguinte. Então, se, ao final da contagem, tivermos o ábaco assim representado



podemos registrá-lo deste modo:

três grupo de dez, de dez, de dez; cinco grupos de dez, de dez; dois grupos de dez e nove unidades simples; ou,  $3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 = 3.000 + 500 + 20 + 9 = 3.529$  pessoas que adentraram o ginásio.

No ábaco, vemos a freqüência das potências de dez, relativas às ordens de cada classe, ou seja, ao valor de posição representado por cada uma das hastes.

O algarismo para representar nenhuma quantidade, ou zero, surgiu no momento do registro das quantidades quando, no ábaco, a haste permanecia vazia. Ao registrar, era necessário avisar que uma das hastes havia ficado sem contas. Enquanto não houve essa necessidade, registrar o nada não era uma preocupação (não se costuma registrar a quantidade daquilo que não se possui). Portanto, enquanto se tratava apenas de determinar quantidades, ninguém sentiu falta de um símbolo para a ausência de quantidade. O zero surgiu quando se procurou representar, fielmente, com símbolos no papel, o que se passava no ábaco.

Para uma melhor visualização das vantagens do uso do sistema de numeração criado pelos hindus, podemos fazer uma comparação entre três sistemas igualmente importantes historicamente.

Se procedermos a uma comparação a partir da base numérica, podemos verificar que nos sistemas hindu, egípcio e romano a base é dez, isto é, a quantidade escolhida no processo de contagem por agrupamento e re-agrupamento é dez.

Para os egípcios, o processo de contagem ocorria por grupos de dez onde a cada produto de dez por dez, era denominado por um novo símbolo.

Do mesmo modo, para os romanos, agrupa-se em múltiplos de cinco e de dez onde 5 vezes o I é representado por V e duas vezes o V é representado por X, dez vezes o V é representado por L e assim por diante (IFRAH, 1994). O único porém neste sistema é que, como já foi dito anteriormente, criou-se uma base auxiliar para simplificação das notações e cinco I passaram a ser representados por um V. Porém, cinco V não formam nenhum outro símbolo, apenas temos os seus múltiplos de dez, representados por outros símbolos, ou seja  $50 = L$  e  $500 = D$ .

Se compararmos os três sistemas pelo valor de posição, verificaremos que, para os hindus 12 é diferente de 21 mas, para os egípcios  $\cap | |$  é o mesmo que em qualquer outra posição que se possa organizar os mesmos símbolos. Já para os romanos, escrever XI é diferente de se escrever IX. Na primeira representação temos o onze e na segunda temos o nove.

Isso nos leva a outra característica, o princípio aditivo. Os sistema hindu possui princípio aditivo tanto quanto o egípcio.

No egípcio  $\cap | |$

$$= 10 + 1 + 1 = 12,$$

$$\text{nos hindus } 357 = 300 + 50 + 7$$

Já os romanos, além do princípio aditivo, XVI = 10 + 5 + 1, há também o princípio subtrativo, XIV = 10 + (5 - 1).

Temos também o princípio multiplicativo que só ocorre nos sistemas com valor de posição, ou seja, somente no sistema hindu. O princípio multiplicativo consiste em que cada algarismo representa o produto dele mesmo pelo produto de dez por dez ou pela potência de dez correspondente a sua posição. Por exemplo: no número 135, temos que

1 3 5

		$5 \times 1 = 5$
		$3 \times 10 = 30$
		$1 \times 100 = 100$

Outra característica que existe apenas para o sistema hindu é o símbolo para o zero. Nos sistemas egípcio e romano esse símbolo não existiu.

Quanto aos símbolos, no sistema inventado pelos hindus, com apenas dez símbolos (1,2,3,4,5,6,7,8,9 e o 0) podemos escrever qualquer quantidade. No entanto, para os egípcios e romanos, por mais que criassem símbolos, sempre haveria a necessidade de se criar um novo símbolo para cada novo número.

Mesmo desconhecendo que, ao ensinar o Sistema de Numeração Decimal para os alunos, são essas as características que eles devem conhecer e entender, induzimos sua aprendizagem, mesmo sem compreensão.

No entanto, a experiência de sala de aula e esta pesquisa têm mostrado que ao participarmos da história do conceito, quando percebemos a grandeza da humanidade por conseguir abstrair tanto um conceito a ponto de resumi-lo a poucos símbolos, quando “viajamos” pela história de outras civilizações e podemos participar um pouco do modo como eles pensavam, aprender o Sistema de Numeração Decimal ganha outra dimensão, bem mais significativa. Podemos nos compreender, a partir da compreensão do outro. Podemos compreender o que vem a ser criatividade e sua relação com as nossas vidas e com o mundo que nos cerca. Ao mesmo tempo, temos a oportunidade de entender as diferentes culturas e dificuldades que a humanidade têm enquanto cria conceitos

Nesta pesquisa, a atividade “Melhorando a contagem do Pastor”, focaliza o desenvolvimento do conceito de número natural partindo da correspondência biunívoca e sua superação pelo valor posicional. Neste movimento sugerido pela proposta da atividade, tentamos re-criar algumas situações que podem ter ocorrido em algumas civilizações enquanto o homem tentava controlar quantidades. A proposta visa uma possível interpretação lógica deste movimento, buscando com isso uma participação criativa dos professores no entendimento lógico-histórico do conceito de valor posicional, o que torna seu aprendizado significativo, como percebemos pelos registros nos diários e portfólios.

---

## CAPÍTULO 6

### ANÁLISE DOS DADOS

---

#### 6.1 Introdução

O movimento lógico-histórico do conceito contribui para a problematização das atividades de ensino uma vez que, ao participarem do movimento de criação do conceito, os envolvidos nas atividades — no caso deste estudo, professores — encontram espaço para darem conteúdo pessoal às elaborações conceituais.

A atividade de ensino, “Melhorando a contagem do pastor”, utilizada nesta pesquisa, propõe um momento desencadeador do conceito de número, na Unidade Didática intitulada “Os Nexos Conceituais do Número”.

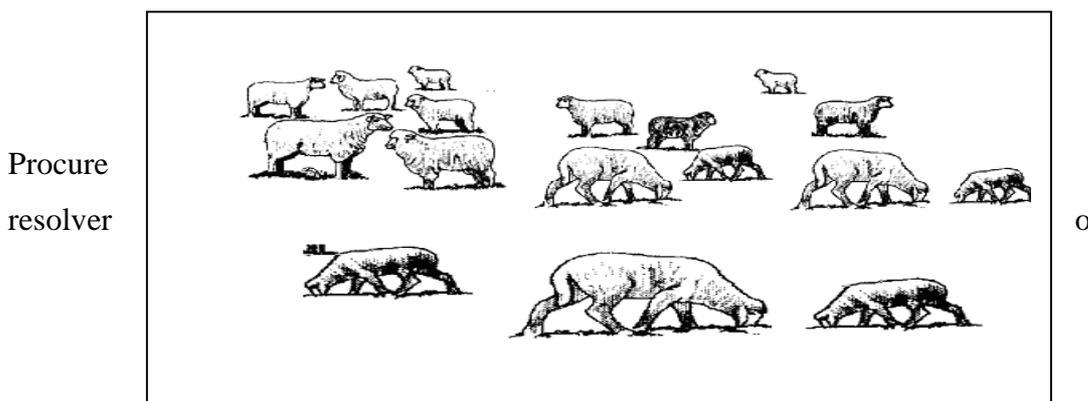
Ao se trabalhar com essa atividade, o objetivo principal é o de esgotar o uso da correspondência biunívoca, utilizada como recurso de controle da variação das quantidades. À medida que as quantidades aumentam razoavelmente, a contagem pela correspondência um a um apresenta a limitação de conservar, através do tempo, a memória da quantidade contada. Ao se esgotar, dessa maneira, o uso desse recurso, surge a necessidade de se elaborar um novo meio de controlar a variação de quantidades. Pelo aumento cada vez maior das quantidades a serem controladas, fazer corresponder um elemento do conjunto contado a um elemento do conjunto que conta, não é suficiente (mas necessário, num primeiro momento) para resolver o impasse do controle. A idéia de agrupamento passa então a ser cogitada como solução, porém, com restrições semelhantes ao da correspondência biunívoca. O simples agrupar, em quantidades regulares ou não, não nos permite recuperar “numa rápida olhada” a quantidade inicial. É necessário desenvolver um modo rápido de se ter certeza e com

exatidão da quantidade que se quer controlar. Eis o impasse dessa atividade: contar a quantidade de ovelhas do rebanho usando menos pedras do que se usaria fazendo a correspondência um a um. Como agrupar o conjunto que conta as ovelhas de tal modo a se recuperar facilmente a quantidade inicial. O objetivo é trabalhar o conceito central que dá o diferencial ao Sistema de Numeração atual (indo arábico) em comparação a outros e que nos permite escrever **qualquer** quantidade com apenas dez símbolos: o valor posicional.

A atividade de ensino é apresentada aos alunos da forma como segue. Vale lembrar que para este trabalho foi considerada a dinâmica de elaboração conceitual indivíduo-grupo-classe e que, portanto há momentos individuais (as reflexões registradas nos diários, são consideradas, também, elaborações de momentos individuais), em momentos de pequenos grupos para posterior socialização

O problema desencadeador da atividade foi proposto segundo o enunciado abaixo:

“Há muito tempo atrás, o pastor Linus contava as suas ovelhas guardando uma pedra para cada animal. Certo dia, mostrou para seu vizinho Petrus a quantidade de ovelhas de seu rebanho. Petrus alertou o amigo dizendo-lhe que se o rebanho aumentasse consideravelmente ele teria que carregar muita pedra. Isso acabou criando um problema para Linus: Como contar a mesma quantidade de ovelhas com menos pedras?”



problema do Pastor Linus

Foram propostos os seguintes procedimentos para o desenvolvimento da atividade:

1. Distribuir para os grupos, um tanto de pedras ou unidades do material dourado para que representem a quantidade de ovelhas de Linus, correspondendo a cada ovelha um objeto. Seria preferível o uso de pedras de diferentes tamanhos, formas e cores, pois dessa forma aproxima-se mais o aluno da realidade sobre a qual se deve pensar sobre a solução do problema.

2. Solicitar para os alunos resolverem o problema, individualmente, e ilustrarem a hipótese por meio de um desenho.

3. Em pequenos grupos, discutirem o que elaboraram no momento individual e então, acordarem uma elaboração do grupo;

4. Registrar a hipótese apenas em linguagem gráfica<sup>36</sup>. O desenho que demonstra a hipótese deve ser suficientemente elucidativo das regras propostas para evoluir na contagem.

5. Expor as elaborações para o grupo-classe. Um grupo que não participou da elaboração procura decodificar o sistema em discussão.

6. Após todos apresentarem, inicia-se um debate em torno da viabilidade das resoluções apresentadas e escolhe-se o sistema mais apropriado para evoluir na contagem;

Essa atividade de ensino, no decorrer dos cursos, teve outros desdobramentos que levaram a elaboração do sistema de numeração até a indicação do valor posicional pela potências de dez. Mas, para este trabalho consideramos apenas a elaboração dos sistemas criados pelos alunos

Durante o desenvolvimento da atividade do “pastor Linus” as discussões advindas do debate no grupo-classe, nos cursos de formação, permitiram aos participantes elaborarem questões que, num primeiro momento, parecem não se relacionar diretamente com a formação do conceito de Sistema de Numeração, que envolve o pensar sobre:

- a multiplicação que sintetiza a contagem

---

<sup>36</sup> Não foi permitido o uso de palavras explicativas pois, ao elaborar uma idéia de forma exclusivamente gráfica (desenho) nos permite trabalhar com idéias do tipo: o que é o óbvio? A forma como nos expressamos em sala de aula é clara a todo mundo? Será que nós entendemos o que fazemos? Ao nos depararmos com a impossibilidade de escrever, há uma maior exigência de síntese e mais, exige que se tenha clareza para si mesmo, para assim transformar essa clareza em linguagem.

- a potência que sintetiza a contagem a partir da multiplicação
- a posição que guarda em si o valor exponencial da base de contagem feito a partir da potenciação.
- O processo de formação da linguagem matemática destituindo-se das qualidades físicas do “conjunto que conta”.

Para efeito de uma análise interpretativa com cada uma das diferentes realidades em que essa atividade se deu, restringiremos a análise das elaborações a partir de algumas características que foram comuns a todas. As conclusões foram desencadeadas seguindo o movimento singular dos debates que foram acontecendo em cada turma.

## 6.2 As categorias de análise

Assumimos para a análise, três categorias que nos servem de referência para discutir a consistência matemática dos sistemas criados pelos grupos, tendo presente que se trata de definibilidades, elaborações singulares e provisórias, do conceito de sistema de numeração e que tem como pano de fundo níveis diferenciados de momentos criativos: o que emerge no momento individual, momento em que o aluno se auto localiza diante do conceito, os momentos que se constituem emblemáticos na discussão entre os pares nos pequenos grupos e grupo classe. Esses momentos que denominamos de “tensão criativa” inspirados na denominação dada pelo autor da atividade do “Pastor Linus”<sup>37</sup> aos momentos de desenvolvimento do conceito de número e que estão diretamente referendados à dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe.

- 1) a tensão criativa nos pequenos grupos
- 2) a tensão criativa no grupo-classe
- 3) dando conteúdo pessoal ao conceito

---

<sup>37</sup> A atividade foi elaborada pela Profa. Dra. Anna Regina Lanner de Moura a partir de reflexões feitas em sala de aula, em cursos de Pedagogia. Fundamenta-se nos estudos de LIMA.

### 6.2.1 A tensão criativa nos pequenos grupos

Na proposta da atividade, é sugerido aos professores que elaboram suas idéias iniciais de modo individual. Isso caracteriza o primeiro momento da metodologia com a qual trabalhamos — a dinâmica indivíduo-grupo-classe, ou simplesmente dinâmica relacional. Nesse primeiro momento, percebemos, pela observação constante da pesquisadora no decorrer desse processo individual, a grande dificuldade que os professores encontram para darem vazão à criatividade.

Podemos considerar que, do mesmo modo como foi colocado por KRAMER (2000) e OSTETTO (2001) referindo-se aos escritos nos diários e portfólios, neste momento o que os professores sentem é medo. Medo de revelar um desconhecimento, medo de comunicar suas idéias tornando-as públicas, portanto passíveis de crítica. Desta forma, ao agirem assim, dificultam a comunicação entre seus pares e acabam não vivenciando a possibilidade de descobertas e criações que esta atividade poderia proporcionar. Neste estudo podemos afirmar que, ao mesmo tempo em que o professor parece estar disposto a rever sua prática a partir do estudo de atividades de ensino que propomos, tem medo de ousar a criar suas próprias definições do conceito.

Decorrido o tempo proposto para esse primeiro momento, os professores se reúnem em pequenos grupos e passam a dialogar sobre suas criações. Nesse momento percebemos que, apesar de alguns papéis chegarem “em branco” para o colóquio no pequeno grupo, muitas foram as idéias que povoaram as mentes, no momento de se confrontar individualmente com o problema do Pastor Linus. No receio de se expor, o indivíduo “esconde” sua capacidade criadora. O medo e a ousadia estão caminhando de mãos dadas. Este medo é decorrente da obscuridade diante da compreensão em profundidade da malha conceitual que a (re)criação do nexos de contagem por reagrupamento exige. O nexos não se apresenta em linguagem formal, é escolarmente desconhecido, é preciso, então, ser criado em operacionalidade e linguagem. O formalismo matemático a que foram submetidos ao aprender número atua, neste momento, como inibidor da possibilidade de criar em matemática onde tudo já está exatamente definido, onde só existe o certo ou o errado.

Deste momento em pequenos grupos, desenvolvem-se idéias e sugestões para resolver o problema proposto que nos revelam o envolvimento de cada grupo na

proposta, o entendimento que tiveram do problema e o quanto podemos ser criativos quando encontramos espaço para isso.

Essas elaborações foram apresentadas para o grupo classe e foram “submetidas” à análise dos outros grupos.

Dentre essas elaborações, selecionamos aquelas que:

- Destacaram-se ao provocarem uma discussão conceitual mais elucidativa no sentido de proporcionar elementos para o desenvolvimento do conceito de valor posicional — objetivo dessa atividade.

- Após uma classificação feita por nós no sentido de organizar as elaborações tomando-se o cuidado de encontrar pontos que as aproximassem, selecionamos aquelas que melhor representavam cada um desses grupos de idéias.

Buscamos nos dados referentes às elaborações nos pequenos grupos, os movimentos que pudessem demonstrar o desenvolvimento do pensamento e que pudessem representar reflexões desses professores.

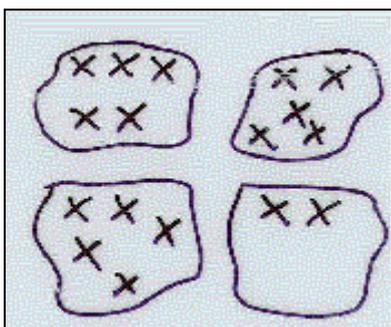
Organizamos as elaborações considerando os exemplos de sistemas de contagem segundo sua consistência matemática. Os elementos de consistência abaixo relacionados foram extraídos da comparação entre os sistemas e inspirados nas discussões feitas em aula:

- A. A ausência de regularidade
- B. A ruptura na regularidade
- C. A presença de regularidade

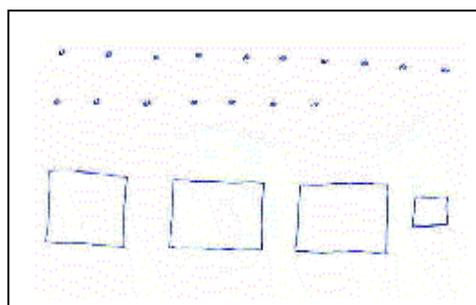
Descreveremos a seguir as elaborações dos grupos selecionados. Foram suprimidas as identificações para preservar a individualidade de cada grupo.

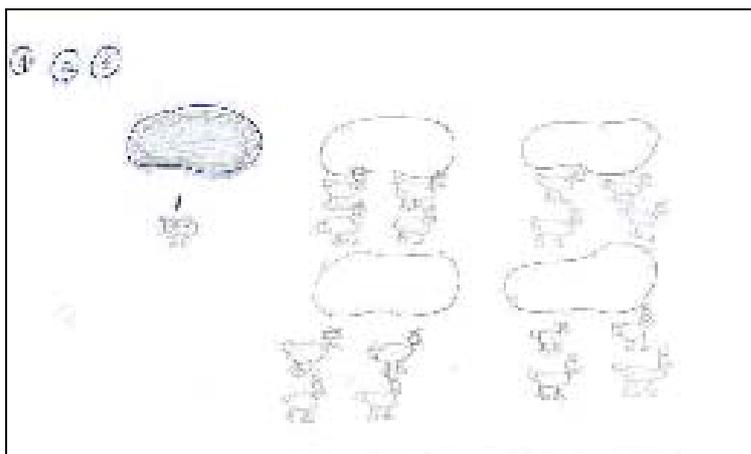
A. A ausência de regularidade

**fig. 1**



**fig. 2**





**fig. 3**

Nas figuras 1,2 e 3, percebemos que há a apresentação do mínimo sugerido pela atividade: reduzem a representação numérica ao contexto da quantidade dada, isto é, preocupam-se em apresentar a solução do problema para a quantidade de 17 ovelhas dadas no enunciado do problema. A quantidade de pedras representa apenas um aspecto do problema. Não fornecem informações suficientes para inferirmos uma possibilidade de representação de quantidades maiores de 17.

Não há princípio de generalização (DAVYDOV, 1982, 1988), isto é, não há uma lógica que sustente as elaborações apresentadas e que permita utilizá-las para representar qualquer quantidade .

Outra observação a ser feita é o fato de que não há a preocupação de se representar “nenhuma ovelha”.

Na figura 1, se não houvesse as duas ovelhas “soltas”, simplesmente não haveria outra pedra. Não se criou, e nem se demonstra a pretensão de criar, um símbolo para “nenhuma ovelha”.

Na figura 2, as ovelhas foram agrupadas em retângulos de dois tamanhos diferentes. Os três retângulos maiores representam grupos de cinco ovelhas e a retângulo menor, duas ovelhas. Não é possível inferir que se houvesse a necessidade de representar uma ovelha, o retângulo seria menor ainda e nem se foi previsto representar nenhuma ovelha.

Na figura 3, vemos a preocupação de demonstrar que as pedras claras se referem ao agrupamento de quatro ovelhas enquanto que, as escuras foram escaladas para representar as ovelhas que não se agrupam. No entanto, se houvesse a preocupação com o agrupamento regular e com o princípio de base, a regularidade de agrupar-se em



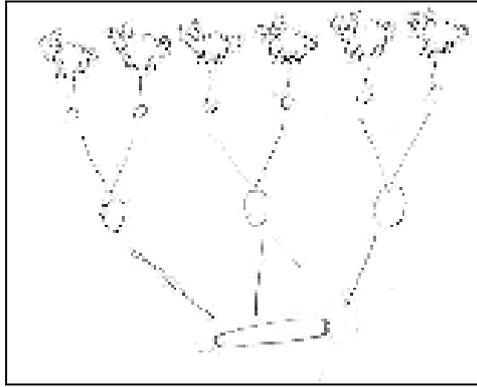


fig. 6

Nas figuras 4, 5 e 6 , notamos um indício de princípio de generalização que, no entanto, não é mantido no decorrer da demonstração.

Na figura 4, vemos a intenção de organizar a solução do problema do pastor na base 10. A figura demonstra a intenção do grupo em fazer corresponder um dedo para cada ovelha. Na lógica do grupo, duas mãos de ovelhas equivalem a uma pedra. A ruptura na regularidade está na descontinuidade da lógica operacional: duas mãos de ovelhas valem uma pedra e duas pedras valem um graveto, dois gravetos valem uma folha, abandonando no segundo reagrupamento o grupo de contagem definido em dez elementos. A qualidade que o grupo manteve foi a de agrupar de DOIS em DOIS – duas mãos, duas pedras, dois gravetos. No entanto, para não romper com a regularidade o grupo deveria ter mantido o agrupamento em potências de dez. Então a solução ficaria assim organizada: dez dedos de ovelhas valendo uma pedra, dez dedos de pedras valendo um graveto e dez dedos de gravetos valendo uma folha.

Na figura 5 vemos a ruptura da regularidade no momento de representar uma quantidade mais elevada.

O grupo apresenta a uma lógica baseada nos agrupamentos de cinco elementos: cada cinco ovelhas equivalem a uma pedra, cinco pedras equivalem a uma folha, e as ovelhas que não formam grupo são representadas por gravetos. No exemplo dado pelo grupo, 258 ovelhas seriam representadas por dez folhas, uma pedra e três gravetos. No entanto, se o agrupamento é feito por base 5, não poderia haver uma solução com representação dez folhas, uma vez que: uma folha representa  $5 \times 5$ , ou seja, 25 pedras. O correto seria criar um novo símbolo para cinco folhas que carrega em si,  $5 \times 5 \times 5$ , ou seja, a totalidade 125 e, então a solução para 258 ovelhas seria: dois “*novo*

*símbolo*”<sup>38</sup>, nenhuma folha, uma pedra e três gravetos. Se transpormos essa elaboração “falada” para a representação matemática na base 5, a quantidade 258 seria assim representada:  $2 \times 125 + 0 \times 25 + 1 \times 5 + 3 \times 1$ ; o que é equivalente a  $2 \times 5^3 + 0 \times 5^2 + 1 \times 5^1 + 3 \times 5^0 = 250 + 0 + 5 + 3$ .

Na figura 6, o que vemos é apenas um exemplo explicativo da lógica operacional do modo de contar que criaram, dizendo de que forma contariam todas as ovelhas, ou seja criam uma regra geral para qualquer quantidade. Apresentam, portanto, um princípio de generalização. Este grupo não usa o princípio exponencial, apesar de usar um certo princípio multiplicativo. Inicia fazendo corresponder duas unidades de pedra a uma pedra maior do que as que representavam as unidades. Agrupando-se três pedras maiores, teríamos uma pedra maior ainda. Ou seja, uma pedra grande representa três pedras maiores que representam seis pedras menores (seis ovelhas).

Como procederiam se as quantidades fossem maiores dado a representação sugerida pelo grupo se fixar nos aspectos físicos do objeto que conta, no caso, tamanho da pedra? Não atentam para o fato de que, para quantidades muito grandes, se torna difícil pegar uma pedra isolada e decodificar a quantidade que representa e identificar, ao mesmo tempo, seu lugar na escala de grandeza ou seja se é a pedra grande ou a média. Ou seja, para usar deste recurso é preciso ter sempre em presença todas as pedras dispostas segundo a escala de grandeza.

O que podemos perceber por esses exemplos é que, existe diferença entre enunciar um conceito e saber utilizá-lo. A preocupação dos dois grupos foi em apresentar o que entendiam por base numérica. No entanto, ao necessitar explicitar por meios gráficos, a compreensão que têm de base numérica, incorrem em incoerências.

A importância de ressaltar essa categoria de análise se deve ao fato que esses professores e futuros professores são usuários eficientes do SND, no entanto, podem não saber como ensiná-lo. Isso se percebe quando retiramos o aspecto simbólico formal, os “elementos perceptíveis do conceito” e elaboramos atividades de ensino que envolvem os “elementos internos do conceito”, como coloca DAVYDOV (1982). As ferramentas intelectuais que possuem não são suficientes para conservar a lógica que usam mecanicamente. Não trazem para suas criações o valor de posição. Não se destituem dos aspectos físicos do objeto que conta, ou seja, se equivalem a suposta

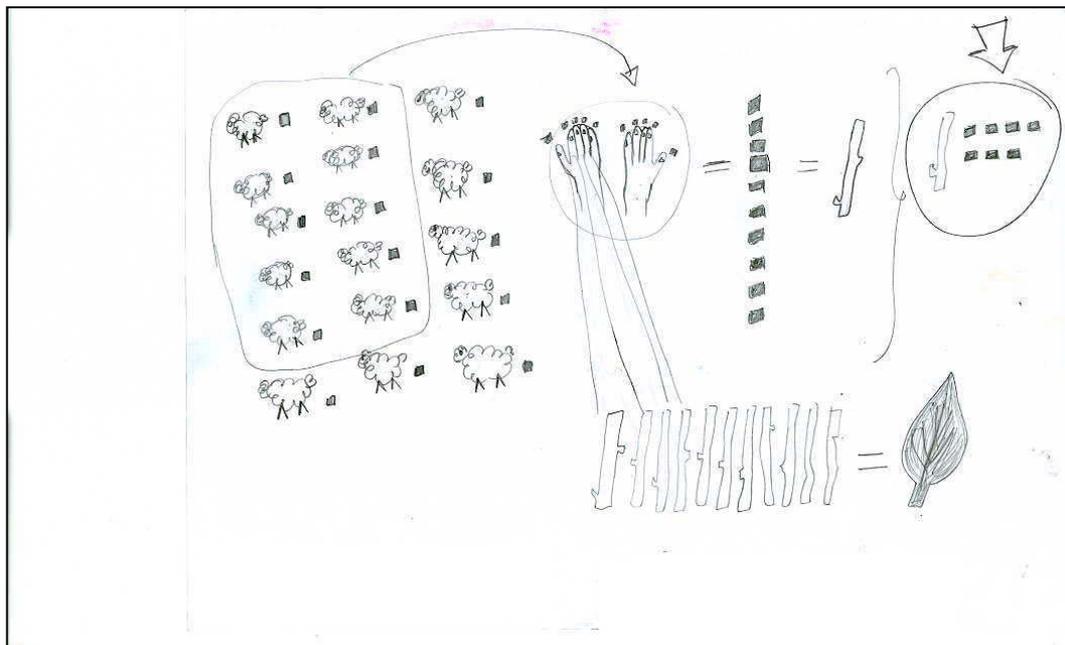
---

<sup>38</sup> Denominamos como “*novo símbolo*” um símbolo qualquer que o grupo poderia ter criado. Ele não está sugerido na elaboração apresentada pelo grupo mas, o utilizamos a guisa de visualização do que pretendemos demonstrar.

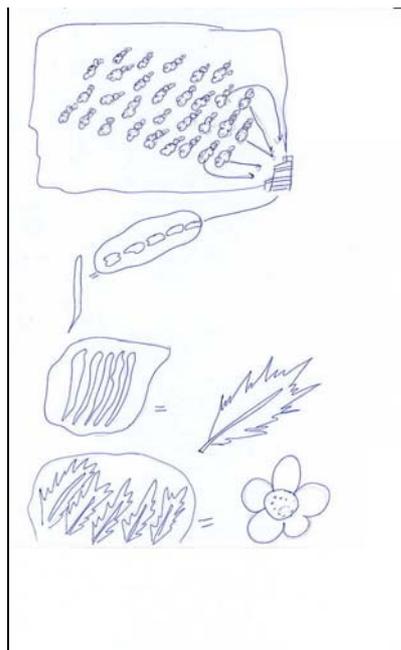
contagem do pastor antigo do qual relata IFRAH (1994) que, com as duas mãos de ovelhas passava uma semente para um fio de lã de cor diferente.

O fato de se saber usar o SND, não garante que se tenha o entendimento matemático de sua composição. Isto nos mostra que podemos aprender a usar os conceitos matemáticos como se usa bem uma máquina qualquer. Qual o prejuízo intelectual deste não entendimento? É retirado do aprendiz a capacidade de compreender a complexidade que compõe um conceito, atrofiando as possibilidades de sua compreensão e reflexão. Desprovidos dessas possibilidades, que atribuiriam um aspecto mais criativo para a ação de aprender e ensinar, os professores se encontram numa situação onde apenas repetem conceitos. Não há o prazer das descobertas e nem há a tensão de criação; ensinar e aprender tornam-se atos mecânicos que não mobilizam o sujeito e, portanto, não o modificam no sentido de humanização enquanto libertação do desconhecimento.

### C. Presença de regularidade



**fig. 7**



fig, 8

Nas figuras 7 e 8, podemos perceber a necessidade de representar a ação de fazer corresponder. Percebemos a necessidade de dar significado ao significante, demonstrando a relação abstrata criada. O graveto e a pedra não “carregam” o significado; o desenho é quem comunica o significante.

As duas figuras tratam a unidade – uma pedra.

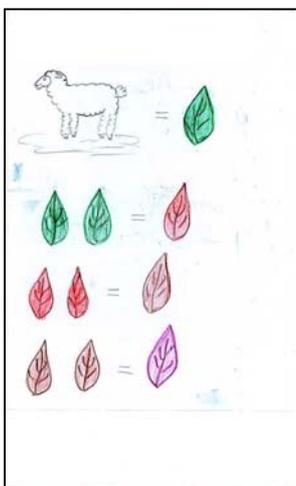
Tanto a figura 7 quanto a figura 8, demonstram uma lógica que se preocupa em demonstrar o agrupamento, nesses casos mantidos regulares.

Na figura 7, o grupo se utilizou do corpo (os dez dedos das mãos) como artifício para a primeira correspondência, formando um grupo inicial de “dez dedos” de ovelhas, na intenção de se desprender das pedras. O grupo deixa claro a preocupação de demonstrar que esse artifício refere-se ao movimento de corresponder um dedo a um objeto – seja ovelha, pedra, graveto. A partir desse grupo de “dez dedos”, há a substituição dessa quantidade por um único símbolo, o graveto. Ou seja, “dez dedos” de ovelhas, passariam a valer, um graveto. Num segundo agrupamento, vemos que “dez dedos” de gravetos, passam a valer uma folha. Podemos supor que, se houvesse quantidade suficiente de ovelhas para agrupar “dez dedos” de folhas, haveria a criação de um novo símbolo que representasse esse novo agrupamento.

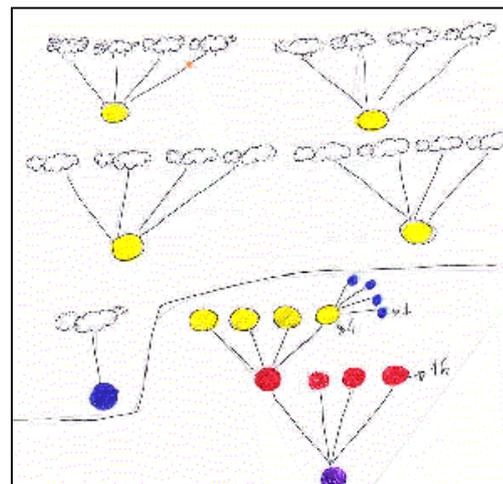
Na figura 8, vemos demonstrado o movimento das ovelhas saindo do cercado. Há a preocupação de demonstrar que, a cada ovelha que sai do cercado, o

pastor faz corresponder uma pedra. A cada grupo de cinco pedras, o pastor passará a se utilizar de gravetos para representar esse agrupamento. A cada grupo de cinco gravetos, corresponderá um novo símbolo, qual seja, a folha; e ainda, a cada grupo de cinco folhas, corresponderá um novo símbolo, qual seja, a flor. Podemos supor que, se houvesse quantidade suficiente de ovelhas para se agrupar cinco flores, o grupo criaria um novo símbolo para demonstrar esse novo agrupamento.

Nas figuras que se seguem, podemos perceber que as elaborações apresentadas se aproximam do conceito de base. Procuram expressar os agrupamentos com quantidades regulares, onde a cada agrupamento temos um novo valor para a potência. Na figura 9, vemos um agrupamento de base dois, na figura 10 um agrupamento de base quatro e na figura 11, um agrupamento de base cinco.



**fig. 9**

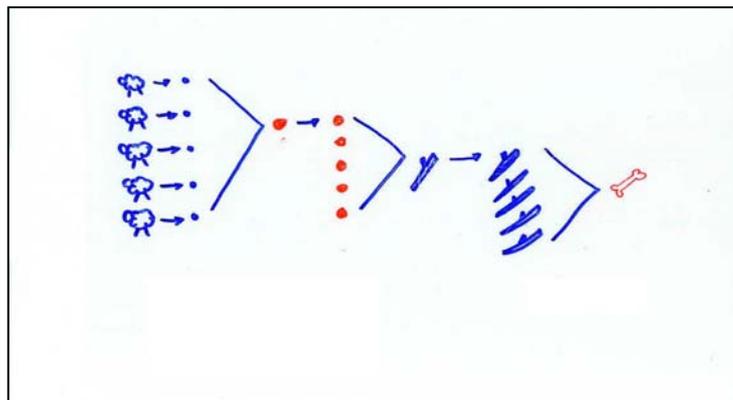


**fig. 10**

Na figura 9, vemos uma solução do pastor se utilizando da qualidade folha e a variação de cor nela existente. O que vemos é a sugestão de resolver a questão por representar cada ovelha por uma folha verde; a cada duas ovelhas, ou duas folhas verdes, por uma folha vermelha (equivalente a duas ovelhas - 2); a cada duas folhas vermelhas, por uma folha marrom (equivalente a quatro ovelhas -  $2 \times 2$ ); a cada duas folhas marrons por uma folha roxa (equivalente a oito ovelhas -  $2 \times 2 \times 2$ ).

Na figura 10 vemos que a qualidade utilizada pelo grupo para representar os valores exponenciais é a cor. A cor azul representa uma ovelha, a cor amarela representa

um grupo de quatro ovelhas (4), ou quatro azuis, a cor vermelha representa quatro amarelas(4x4) e a cor roxa representa quatro vermelhas (4x4x4) . Ou seja, a cor roxa representa 64 ovelhas, uma vermelha representa 16 ovelhas, uma amarela representa quatro ovelhas e a azul representa uma ovelha. A limitação deste sistema discutida pelo grupo-classe se referia ao fato de que sendo a cor “abstrata” não favorecia a recuperação rápida das quantidades a que cada cor se referia, diferentemente de um objeto (como na fig. 11) que talvez facilitasse o uso da memória, bem como se referiram a finitude da tonalidade de cores.



**fig. 11**

Na figura 11 vemos que a qualidade escolhida para representar as potências são objetos que se encontravam ao redor do ambiente comum para a época dos pastores, e que poderiam facilmente ser encontrados. Então vemos um agrupamento de cinco ovelhas representadas por uma pedra; cinco pedras representadas por um graveto; cinco gravetos representados por um osso. Podemos supor que a cada cinco ossos teríamos um novo símbolo, e assim por diante. O osso valeria, então, 125 ovelhas, o graveto 25 ovelhas e a pedra cinco ovelhas. No grupo-classe, o debate se ateve ao fato de que seria difícil “ir criando” símbolos, cada vez mais variados que representassem uma quantidade cada vez maior. Do mesmo modo, as civilizações antigas — a exemplo dos chineses — criaram seus sistemas de contagem, alcançando muitas vezes grande progresso quanto a sintetização dos símbolos. Porém, a capacidade das notações numéricas apresentadas pelas grandes civilizações do passado ainda era limitada quanto a registrar-se quantidades elevadas. Assim como os professores apresentaram em suas elaborações, as civilizações passadas também se prenderam à necessidade de se criar

cada vez mais símbolos para representar novos agrupamentos. (HOGBEN, 1970, DANTZIG, 1970, IFRAH, 1984).

Mesmo representando um avanço na operacionalidade da contagem, este grupo ainda vincula os diferentes valores exponenciais à qualidade física do objeto que conta, o que é impeditivo para a contagem de grandes quantidades.

Nas elaborações seguintes, podemos verificar o que chamamos de “ilusão de base”.

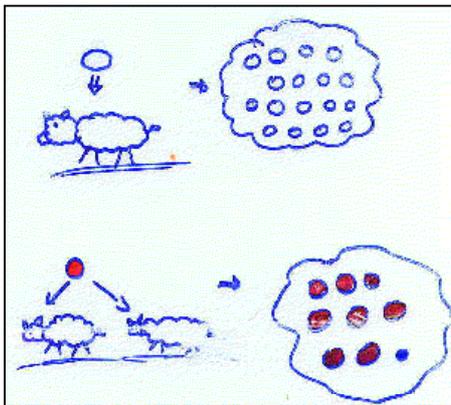


fig. 12

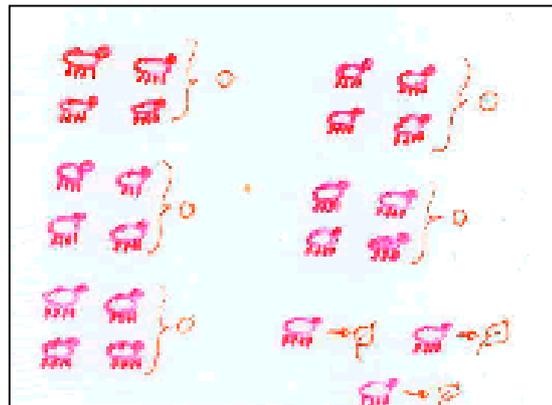


fig. 13

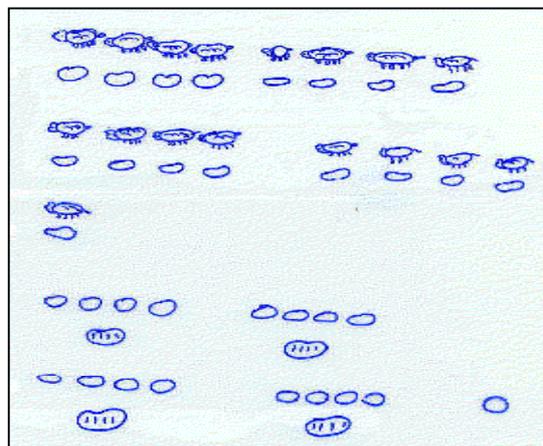


fig. 14

Na figura 12, o que vemos é a tentativa, segundo a colocação do grupo, de agrupar as ovelhas numa base 2. No entanto, o que ocorre de fato é ainda um desconhecimento do conceito de base onde, após definir o agrupamento a ser feito, esta deve ser parâmetro para todos os outros agrupamentos. Neste exemplo, o que vemos é

um primeiro agrupamento onde a pedra vermelha equivale a duas ovelhas, e a resposta à questão do pastor seria então oito pedras vermelhas (valendo 16 ovelhas) e uma pedra incolor, equivalente àquela ovelha que não forma par. No entanto, se a base é 2, não seria possível formar um grupo de oito pedras vermelhas. O correto seria ocorrer novos agrupamentos de dois elementos até se esgotarem as possibilidades de agrupar de dois em dois, recorrendo ao princípio multiplicativo, sem se descuidar, porém, da representação diferenciada da unidade

Na figura 13, vemos uma solução que se aproxima do conceito de base e que, num primeiro golpe de vista, pode sugerir um agrupamento na base 4. Porém, se fosse um agrupamento na base 4, não poderia haver quatro agrupamentos de grupos de ovelhas. Segundo a colocação do grupo, a cada quatro ovelhas seria feita a troca por uma pedra e as ovelhas que não compõem um grupo de quatro, seriam representadas cada uma por uma folha. Se a base é 4, então o conjunto das quatro pedras deveria ser trocado por um novo símbolo.

Na figura 14 podemos compreender a solução apresentada pelo grupo como sendo que, a cada ovelha equivale uma pedra e a cada quatro pedras equivaleria uma nova pedra com quatro riscos inscritos. A conclusão do grupo expressa pelo desenho seria então, quatro pedras com riscos inscritos (valendo 16 ovelhas) e um pedra sem riscos (valendo 1 ovelha). No entanto, se a intenção do grupo era a de formar um agrupamento na base 4, esse conjunto de quatro pedras com riscos inscritos deveria ser trocado por um novo símbolo.

O que podemos ver de comum aos três sistemas correspondentes às três figuras é que eles têm uma representação para a unidade (seja pedra ou folha) e podem apontar para a uma regularidade, porém não generalizada. Outro ponto é que não se regem pelo princípio exponencial, seguem um princípio aditivo.

Dos sistemas aqui analisados podemos verificar que, apesar da proposta da atividade ser a mesma para todos os participantes, não há nenhuma representação igual a outra. Mesmo que haja uma semelhança no raciocínio — consequência da posposta da própria atividade — as criações têm um aspecto individualizado, são singulares no modo de representar a operacionalidade. A relação linguagem e operacionalidade assume conotações diferentes em cada sistema. A representação, linguagem da operacionalidade, não se repete idêntica em nenhum sistema. Nas discussões apareceram as dúvidas, hesitações, momentos emblemáticos, próprios do processo

criativo. As limitações não são erros, mas definibilidades conceituais possíveis da inventividade de cada grupo. Essas limitações, discutidas no grupo classe, permitiram o avanço para um sistema, cujo conteúdo e representação são os mais coerentes, possíveis de serem atingidos pelos pequenos grupos classe. Nas catorze figuras descritas neste trabalho, somos convidados a participar do momento criativo desses professores.

O momento criativo explicita-se a partir de elaborações de juízos presentes nas respostas individuais e coletivas. Ao se definir o que é certo e o que é errado, os professores vão se autolocalizando em suas dúvidas e incertezas sobre o conceito de número, a partir de definibilidades próprias. Há discussões. Há tensão. Há o entendimento de que um conceito nunca está pronto e acabado, ainda que este conceito seja o de número. Há o entendimento de que o domínio das quantidades deu e dá muito trabalho ao homem.

### **6.2.2 A tensão criativa no grupo classe**

O momento do grupo-classe é reservado para que haja a confrontação das elaborações e a superação das limitações encontradas nas elaborações dos grupos. É um momento criativo da classe, como um todo. As discussões são mediadas pela comparação entre as elaborações apresentadas. Nesse exercício de comparação, os grupos vão se dando conta das limitações dos sistemas que apresentaram.

Há um pensamento latente nas discussões: faz-se necessário estabelecer uma regra de contagem, para quaisquer quantidade e cuja representação contenha a explicita a operacionalidade. É necessário que essa elaboração seja o mais abstrato possível ou seja destituída dos aspectos físicos do objeto que conta.

A todo momento a tensão criativa está presente na análise dos “sistemas” criados pelos grupos. Ao se deparar com as limitações que cada elaboração oferece para a contagem de grandes quantidades, a classe chega ao limite de seu conhecimento numérico.

Em algumas das classes trabalhadas, este espaço de discussão chega até o esgotamento das hipóteses e a não satisfação destas para um “sistema” de contagem para qualquer quantidade, surge a idéia de atribuir “lugares” diferentes para os diversos valores exponenciais. Mas nada muito mais sintético que: “a pedra que está à direita vale dez das pedras que estão à esquerda”.

Somente uma professora, dentre todos os participantes dos cursos, demonstrou, no momento dos grupos, uma certa inquietação com a elaboração que seu grupo apresentaria para a classe. Não sabia definir exatamente sua hesitação, mas sentia a necessidade de se criar um sistema que não ficasse preso à criação sucessiva de novos símbolos. Somente no momento coletivo é que essa professora percebeu que, aquilo que ela pressentia estar faltando, era o valor posicional.

No momento do grupo-classe, quando as elaborações são apresentadas, notamos a surpresa dos professores quando percebem a limitação de suas elaborações.

Para ilustrar a dinâmica que ocorre nos momentos coletivos, selecionamos quatro figuras que nos possibilitam exemplificar as discussões ocorridas.

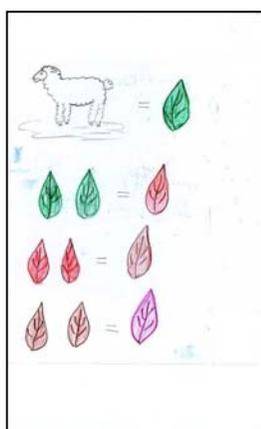


fig. 9

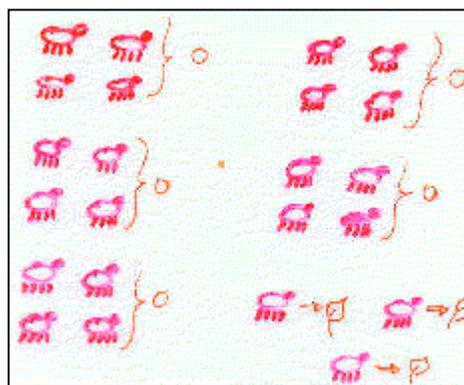


fig. 11

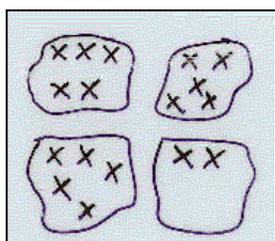


fig. 1

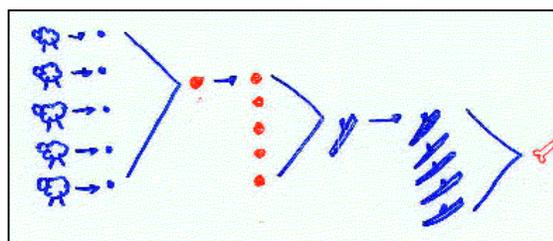


fig. 13

Na figura 1, as colocações do grupo-classe se referiam ao fato de que a elaboração do grupo não considerou que a simbologia criada deveria explicitar a lógica de sua operacionalidade. A figura em nada sugere que o que está sendo representado é uma

contagem — no caso, de ovelhas — e que havia uma quantidade inicial que foi agrupada. Esse agrupamento pode ser interpretado pelo fato de que há a reunião de cinco riscos/marcas em cada pedra, porém há uma pedra, de tamanho igual às outras e que só contém dois riscos/marcas.

Nas falas dos professores que interpretaram essa elaboração, houve uma colocação interessante quanto à função da “linguagem” que eles estavam criando a partir dessa atividade: se a idéia era que qualquer pessoa pudesse entender a elaboração criada pelos grupos, uma pessoa que viesse “de fora” e chegasse naquele momento, deveria ser capaz de entender do que tratavam aquelas inscrições, “assim como séculos depois, podemos entender como se processavam os sistemas de contagem de civilizações antigas”.

Para os professores que criaram a elaboração apresentada na figura 1, era óbvio que aquelas marcas representavam o controle de ovelhas e que essa representação sugeriria uma generalização. De fato podemos perceber um princípio de generalização, mas faltam elementos suficientes para se ter certeza sobre isso.

Diante das questões colocadas pela classe, fazia-se notar que a classe não compreendia com a mesma clareza aquilo que para o pequeno grupo estava claro. Houve o inesperado encontro com seu próprio desconhecimento, como ocorreu com muitos outros grupos. Para o grupo, seria natural que, ao se aumentar a quantidade de ovelhas, passariam a aumentar os riscos/marcas nas pedras. Nesse debate com a classe, pode-se perceber que a intenção do grupo era agrupar as ovelhas de modo a seguir o mesmo raciocínio que utilizamos para o SND. Para a surpresa dele, a lógica que perseguiu não estava clara, nem mesmo para o próprio grupo que o criou — que não sabia ao certo como representar as cinco pedras contendo cinco riscos/marcas em cada uma — nem para a classe, que só compreendeu a elaboração do grupo após a explicação deste.

Na figura 9, a colocação do grupo-classe se referia justamente ao fato de que, havendo a possibilidade de generalização, podemos inferir que a cada duas folhas roxas teríamos uma nova cor de folha. Eis uma das limitações apontadas no coletivo para essa solução: não há cores suficientemente variadas de folhas que para representar

qualquer quantidade. Seria muito difícil que se encontrasse na natureza uma variedade tão grande de cores de folhas.

Outro ponto apresentado como limitante para essa elaboração é o fato de que, pelo agrupamento ser de dois em dois, exigiria uma quantidade muito maior de símbolos do que se o agrupamento fosse de uma quantidade maior que dois. A nossa memória é incapaz, depois de um certo número de agrupamentos, de recuperar a quantidade a que o símbolo se refere.

Houve ainda uma colocação referente ao uso de folhas como símbolos, e que valeria para todos os grupos que se utilizaram de objetos com tal finalidade: as folhas secam e se desfazem, e não haveria meios de se ter a certeza de que, ao rever seu controle, o pastor tivesse fidelidade nas suas marcas. Essa observação foi feita por quase todos os coletivos e se referia a outros objetos da natureza, tais como: se fossem pedras, poder-se-ia perdê-las no caminho, ou seriam muito pesadas para carregá-las; se fossem gravetos, estes poderiam se quebrar e, se o controle se referisse ao tamanho do graveto, a simbologia teria se perdido; se se utilizasse flores, estas morrem e se desfazem, e assim com outros objetos utilizados pelos grupos.

Outro ponto colocado pelo grupo-classe e que podemos perceber em várias elaborações (sistemas das figuras 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11) das páginas.....é que, a necessidade de se criar um novo símbolo a cada novo agrupamento, tornaria improvável a utilização eficaz desses sistemas de controle. A nossa memória não teria capacidade para memorizar todos os símbolos e “recuperar” rapidamente, sem nenhum recurso auxiliar, a quantidade a que se refere cada símbolo.

Na discussão do sistema da figura 13, o ponto principal que foi chamado a atenção se referia ao fato de que, da forma como estava colocado o sistema de controle criado, não seria possível utilizá-lo para qualquer quantidade. “Não há nenhuma sugestão de como poderíamos continuar a marcação se a quantidade de ovelhas fosse muito maior”. O fato dessa elaboração procurar representar um agrupamento na base 4 e que, na verdade não o é (como já foi colocado anteriormente), não foi notado no coletivo a não ser com a intervenção da pesquisadora.

Na discussão do sistema da figura 11, tivemos um avanço na operacionalidade e que, por esse motivo, essa representação foi escolhida para representar outras quantidades no decorrer da aula. As professoras-formadoras sugeriram que se representasse a quantidade 1349 usando o sistema da figura 11. A

classe chegou à seguinte conclusão: seriam necessárias quatro pedras azuis, quatro pedras vermelhas, três gravetos e dez ossos. Um dos participantes colocou na lousa o desenho de como ficaria representada essa quantidade no sistema de contagem criado. Alinhou os ossos, depois os gravetos, depois as pedras vermelhas e, por último, as pedras azuis. Uma das formadoras questionou se todos haviam desenhado naquela mesma ordem e uma aluna colocou que havia feito na ordem inversa, ou seja, da quantidade menor para a maior, mas concluiu que não faria diferença pois a quantidade permanecia a mesma. Após essa colocação, mudou-se várias vezes a disposição dos objetos para demonstrar que de fato, qualquer que fosse a disposição espacial das pedras, ossos e gravetos, a quantidade seria mantida. Assim como no material dourado, o objeto-signo carrega em si o significado da quantidade que representa. Após muita discussão chegou-se a conclusão de que, o que faltava para que fosse criado um sistema de contagem para qualquer quantidade, não era a diversidade de objetos e nem tampouco a preocupação com os agrupamentos regulares; era necessário criar valores diferentes para os mesmos símbolos e colocá-los em posições diferentes, ou seja, estabelecer um valor posicional.

Nesse momento, é que podemos dizer que o pensar sobre as próprias dificuldades, constitui numa tensão criativa fazendo com que a criatividade humana venha à tona. Segundo CARAÇA (2000) há aqui a negação da negação na criação do novo. Ao perceber a necessidade de relacionar um valor diferente a cada nova posição no espaço, as professoras começam a dar vida ao conceito que até então, estava sendo utilizado como uma peça de uma de uma engrenagem que funciona pelo simples acionar o botão da memória. A história da matemática, a partir de Ifrah, Dantizig, Ribnikov e Hogben nos mostra que valor posicional é um nexos conceitual que não foi criado instantaneamente. As professoras conseguiram compreender a complexidade da criação deste nexos conceitual quando analisaram a tensão criativa e as definibilidades feitas pelo grupo.

Ao invés de um exercício mecânico de aprendizagem, onde o professor detém o conhecimento e o aluno aprende ouvindo e copiando fórmulas, nesta proposta, vemos acontecer um envolvimento subjetivo do aluno com o conceito, num movimento mediado pelo professor. Mais do que “trabalhar **no** concreto”, o que realizamos com a atividade descrita — e com outras atividades de ensino — é o movimento de refletir **sobre** o concreto (realidade objetiva) e, por meio de abstrações que visam explicar o

objeto, torná-lo forma de pensamento. Traduzimos nossas idéias para uma linguagem que reúne nas palavras, gráficos, desenhos, os resultados do pensamento. Nas discussões sobre a limitação e a fragilidade de se ater aos elementos físicos dos objetos que contam como, tamanho, cor, forma, natureza forma-se um elemento importante do pensamento e linguagem matemática: a necessidade de destituir-se dos aspectos físicos, das qualidades, do fenômeno que se quer representar matematicamente para fixar o seu elemento abstrato, a quantidade.

Neste movimento de formação dos conceitos, vemos a interação prática entre sujeito e objeto onde, nesta interação o objeto modifica-se (desvendamô-lo) e por conseguinte, nos modificamos. Para torná-lo conhecimento formal, precisamos do entendimento da necessidade de amadurecimento do conceito pelo coletivo

É o coletivo de um determinado grupo que dá *status* a um determinado conceito de forma que ele seja formalizado. A matemática, enquanto conhecimento científico nos dá exemplos disso todos os dias. Nenhum conhecimento se torna científico sem o aval do coletivo. É isso que propomos que ocorra na sala de aula. Para que alunos e professores entendam a necessidade de formalizar conhecimento matemático, faz-se necessário que se reflita, a partir de uma certa teoria do conhecimento, sobre o seu desenvolvimento, por exemplo a que propõe KOPNIN (1978).

Inicialmente, quando somos colocados, individualmente, diante de determinadas situações vamos emitindo alguns “juízos” (KOPNIN, 1978). Estes juízos representam “emblemas” (LANNER de MOURA, et al, 2003) porque não estão muito definidos em nosso pensamento. Estão relacionados com o conhecimento que temos sobre determinado assunto até aquele momento. Nossa relação com aquele determinado objeto do conhecimento se explicita. Com a ajuda do “outro” e do coletivo damos movimento aos nossos juízos e temos a oportunidade de transformar o emblema em “dilema”. Analisamos as respostas e questões colocadas. Refletimos sobre o que vem a ser o certo e o errado. Paramos para ouvir. Percebemos que a verdade não está só em nós. A verdade, para ser verdade tem que ser discutida e aceita pelo coletivo. Caso isso

não ocorra, não podemos disseminar a resposta que demos a este ou aquele problema. A verdade é consolidada a partir do outro. Sem o outro não há verdade que resista. Estamos em tensão, criativa. Ao entendermos e darmos linguagem lógica aos nossos dilemas, temos um “problema” (LANNER de MOURA, et al, 2003). Fechamos assim o ciclo que compõe a tensão criativa: emblema-dilema-problema.

Durante o curso os professores tiveram a oportunidade de se encontrarem com o próprio movimento de seus pensamentos a partir deste ciclo.

### **6.2.3 Dando conteúdo pessoal ao conceito**

A experiência vivida pelos professores dos curso de formação continuada, no seu envolvimento com uma proposta metodológica que pretende desenvolver o conceito considerando a criação humana, coletiva e histórica, pode ser comprovada pelas falas registradas em seus diários e portfólios.

Lei, uma das alunas, a partir da abordagem que demos ao curso conseguiu desenvolver uma nova relação com a matemática:

*“Eu aprendi que na Matemática não é só fazer contas e sim saber interpretar. Esse curso proporcionou um maior entendimento nas coisas que pensamos ser simples, por exemplo o ‘vai um’.” (Lei., fragmento de portfólio, 2003)*

Nas palavras expressas por essa professora, podemos ver uma preocupação com o formação do conceito de base e valor posicional. Essa preocupação se estende para a ação de ensinar esses conceitos.

Podemos dizer que a aprendizagem foi significativa para ela, a partir do momento em que afirma ser necessário “saber interpretar”. Aqui, ao que parece, o verbo “interpretar” tem a conotação de uma forma delicada de se opor ao conhecimento mecânico, desvinculado de significados. Assim como, quando ela coloca “proporcionou um maior entendimento nas coisas que pensamos ser simples”, pode-se dizer que ela se refere as ações mecânicas e por isto mesmo simples ou seja destituídas dos significados mais profundos que encontrou participando do movimento de formação dos conceitos.

Ao colocar o exemplo do “*vai um*”, há uma referência clara ao conceito de base e valor de posição que demonstra que, da forma como ela o conhecia, parecia ser um conceito simples em estrutura de entendimento tanto para ela como para as crianças. Podemos supor que nesta colocação “*nas coisas que pensamos ser simples*”, ela se refere ao fato de que, ao participar do movimento do conceito, pôde aprender a complexidade das relações que se estabeleceram histórica e socialmente até chegarmos a uma unidade de sistema de numeração. A história deste conceito, quando estudada em seus nexos internos, mostra que não há nada simples; os nexos internos são complexos, ricos e exige daquele que o aprende, o desenvolvimento do pensamento por meio de abstrações.

Outra professora nos coloca sua percepção de que “(...) *ao querer tornar mais fácil e rápida a transmissão do conhecimento, deixamos de estar estimulando o pensar das crianças*” (Sue, fragmentos de diário: 18/05/2002).

Nesta fala vemos com clareza que, em oposição à transmissão “*mais fácil e rápida*” há uma certa tendência em valorizar o desenvolvimento do pensar o movimento lógico-histórico do conceito pelas crianças. Aquele que percorre a profundidade do conceito e não apenas memoriza a sua linguagem formal. Trabalhar cadanexo do conceito parece ser um processo lento e demorado e que dá a sensação de perda de tempo frente a exercitação intensiva da sua forma já “encapsulada” na linguagem formal. De fato, quando assumimos o ensino desenvolvido numa relação coletiva, não podemos “adiantar” o processo individual de apreensão do objeto. O momento individual na dinâmica relacional visa justamente a esse investimento na relação sujeito-objeto-sujeito. Dar espaço em sala de aula para que esse momento se suceda de modo criativo, bem como os outros dois momentos — grupo e coletivo — demanda uma nova forma de compreender o desenvolvimento dos conceitos aliada a uma visão de educação que a sustente.

Ao afirmar que “*deixamos de estar estimulando o pensar das crianças*”, percebe-se que essa professora valoriza a formação do pensamento. Em outra colocação desta mesma professora ela nos afirma que

“*Cada exercício [do curso] uma nova aprendizagem. Habitados a resolver os exercícios por que era uma regra, conhecíamos apenas a fórmula que usávamos para a resolução e não conhecíamos a sua*

*essência, como chegou-se a conclusão de que aquela ou esta seria a fórmula ideal para a resolução dos problemas.*

*Sob essa nova visão, vamos aprendendo novamente e o mais importante, compreendendo os porquês.” (Sue, fragmentos de diário, 03/08/2002).*

Pelas duas reflexões desta professora, podemos verificar que ao participar de atividades de ensino que priorizam a construção do conhecimento matemático através da dinâmica de criação de seus conceitos, a matemática passa a ter um novo sentido uma vez que, começa a vê-la com outro olhar, não mais de maneira sistemática e sim compreendendo que “*a matemática não é um conhecimento acabado onde não há possibilidades de exploração* (Ce, fragmento de diário, 2002)”.

Há aqui o entendimento do que CARAÇA (2000) nos apresenta ao tratar da matemática. A matemática, assim como outras áreas do conhecimento, não está pronta e acabada porque é uma ciência viva. Entender os porquês da matemática significa compreender a necessidade de se rever seus conteúdos. Ao respondermos os porquês da matemática estamos tendo a oportunidade de fazer relações entre conteúdo e vida. Estamos dando vida ao conceito.

Quando Sue se refere a uma *nova visão* de conhecimento, reforça o que considera *novo* ao colocar que da maneira como vivenciou o curso, aprendeu novamente a matemática mas que desta vez, veio a compreender muitos de seus por quês. Como nos afirmou LORENZATO (1993) e esta professora nos confirma, assim conferiu-se significado aos conhecimentos matemáticos adquiridos.

Verificamos ainda pela fala de outra professora, exemplificando uma atividade que lhe marcou, essa mesma valorização da elaboração do pensamento:

*“Me senti como se estivesse resolvendo subtração pela primeira vez, mas entendendo o que eu estava fazendo, pois isso não aconteceu comigo quando me deparei pela primeira vez com as ‘contas’. Tudo era abstrato. Ex: eu tenho 2 para chegar no 9, faltam quantos?”*

*A subtração realizada no ábaco foi muito interessante e no começo difícil, pois eu não conseguia elaborar o meu pensamento e acabava me atrapalhando toda com as trocas. Isso ocorreu porque nunca*

*me levaram a pensar, elaborar o pensamento, a preocupação foi com a quantidade e não com a qualidade.” (Cris. Ap., fragmentos de diário, 29/07/2002).*

A preocupação desta professora foi em registrar que, da maneira como havia aprendido matemática, não lhe deu a oportunidade de elaborar os significados dos conceitos. O conhecimento era abstrato, ou seja, somente lhe tinha acesso pelo formalismo lógico que vela todo o processo de formação do conceito.

Da maneira como coloca seus sentimentos, de que estaria aprendendo subtração pela primeira vez, percebemos que somente ao participar do desenvolvimento do conceito de subtrair, mediado pela atividade proposta, é que pôde compreender o que significaria responder à questão que ela mesma destaca: tenho dois e para chegar ao nove, faltam quantos? Reforça ainda a necessidade de se participar do desenvolvimento do conceito ao citar o uso do ábaco. Pelo ábaco, ela visualizou as trocas correspondentes aos movimentos que realizamos ao resolver uma operação de subtração seguindo as regras do algoritmo convencional.

Na sala de aula, temos o hábito de “pular” esta etapa da manipulação sensório-concreta, onde se faz possível elaborar o pensar sobre a resolução dos exercícios propostos e onde visualizamos os movimentos de trocas que caracterizam nosso sistema de numeração (por exemplo o “vai um”, que nada mais é do que agrupar dez pedras e trocá-las por uma pedra localizada numa posição imediatamente à esquerda da que está sendo feita a operação e que represente, no ábaco, a casa decimal seguinte). Uma professora nos afirma que (...) *a quantidade nunca foi e nunca será melhor do que o aprendizado real e concreto que obtemos quando optamos pela qualidade do ensino para nossos alunos.*” (Dan, fragmento de portfólio, 2003). Ela ainda nos explica o que está considerando quando fala em qualidade:

*“O que mais fez com que eu pensasse é sobre a reflexão sobre o que se aprende na Matemática. Então, vou levar para minha sala de aula a maneira de reflexão. Procurar atividades que levem meus alunos a refletirem sobre o aprender a Matemática. Todas as atividades aqui (no curso) nos levam a ‘refletir sobre’.” (Dan, fragmento de portfólio, 2003)*

Outra professora ainda complementa a idéia anterior, colocando-nos sua opinião:

*“É muito mais criativo, interessante e estimulante quando somos colocados para pensar sobre a atividade pois assim, dentro das possibilidades, vamos criando situações para chegarmos a uma conclusão e quando concluímos, é muito mais gratificante, pois pensamos, raciocinamos sobre, muito diferente do que quando somos apenas apresentados [ao conceito].”(Sue, fragmentos de diário, 24/08/2002).*

Em suas reflexões, esses profissionais nos mostram que a matemática que aprenderam anteriormente e que ensinam em suas salas de aula, prioriza apenas o último estágio de abstração dos conceitos matemáticos; neste os conceitos estão destituídos de seu aspecto lógico-histórico e, portanto, perdem seu aspecto humanizador. Vemos ser este aspecto humanizador importante quando Sue afirma o quanto é gratificante chegar à conclusão de um problema pelo seu próprio esforço e trabalho criativo. Vemos enunciado seus sentimentos, seu prazer e emoção — elementos humanizadores. Da forma como tinham acesso à matemática, não viam espaço para reflexão, e muitas vezes, nem para gostar deste conhecimento, o que podemos verificar pelas falas seguintes:

*“Aprendi e fui criada, tendo a idéia de que Matemática é uma lógica que não deveria e nem poderia ser questionada; hoje percebo quanto sentimento e sensibilidade devemos ter para trabalhar os temas sugeridos, evitando assim traumas futuros.”(Sil, fragmentos de portfólio, 2003).*

*“As pessoas, inclusive eu, não estão acostumadas com essa matemática. A matemática do sentir, do viver e, muitas vezes acabamos esquecendo a presença da matemática na vida, no nosso dia a dia, em coisas tão simples que acabamos transformando em verdadeiros desafios, horríveis, difíceis, porque foi essa matemática que conhecemos e, agora podemos perceber que a matemática não é uma fábrica de números. Claro que isso faz parte (números, contas, expressões, equações, etc), mas existem*

*coisas muito mais além dos números da matemática” (Su: fragmentos de diário, 11/05/2002).*

Ao aprofundarem-se na idéia de que há a possibilidade de participação efetiva no processo de “conhecer” os conceitos na matemática, percebemos uma mudança na visão de sua prática pedagógica e da posição que devem assumir como professores diante do conhecimento.

Durante o curso, muitos são os conflitos que passam a fazer parte do dia a dia dos vários profissionais. Esses conflitos vão para a sala de aula e passam a propiciar aos professores momentos de descobertas que os levam a sair do estado de imutabilidade e percebem-se enquanto aprendentes (ASSMAN, 1998). Descubrem, também, que necessitam estudar muito mais sobre os conteúdos matemáticos que ensinam. Manifesta-se aí a tensão criativa:

*“Gostaria de poder trabalhar mais nas aulas com o ábaco porque estas aulas estão me deixando um pouco angustiada, pois meu modo de pensar sobre a matemática mudou e não estou conseguindo trabalhar em sala de aula da maneira que eu trabalhava antes de começar a fazer o curso, portanto, gostaria de aprender muito mais sobre essa “nova” matemática pois ainda tenho muitas dúvidas e muito para aprender” (Ju, fragmentos de diário: 17/06/02).*

*“Tenho muitos anos de magistério e não entendia Matemática como foi colocada. (...) A partir de agora prestarei mais atenção aos ‘sons da vida’ dentro da minha sala de aula.” (s/n, fragmento de portfólio, 2003)*

Vemos nessas reflexões a intenção clara desses profissionais em reverem suas práticas pedagógicas, com os alunos e com o conhecimento. O que as motivou foi a relação que começaram a desenvolver com a matemática a partir de reflexões. Podemos dizer que, aqui, o pensar sobre o conceito auxiliou-as a se encontrar com sua profissão, com o aprender e com o ensinar. Há intencionalidade em se elaborar aulas que abandonem apenas os nexos externos do conceito. Ao que parece o desenvolvimento dos nexos internos dos conceitos estudados farão parte do dia-a-dia das professoras e, conseqüentemente de seus alunos.

A professora afirma que não está conseguindo trabalhar em sala de aula da maneira como trabalhava antes de começar a fazer o curso. Há um certo desconforto em continuar priorizando apenas os “elementos perceptíveis do conceito” (DAVYDOV,1982). Percebemos que, mais do que uma “interferência” do curso em si, o que aconteceu é que, mediado pela dinâmica que o curso possibilitou ao abrir espaço para a criação e reflexão, essa professora se deu conta de que, da maneira como trabalhava antes, não conseguiria atingir os objetivos educacionais que considerava importantes e que a motivavam a trabalhar. Não foi o curso que a fez ter esses princípios pessoais, o que o curso possibilitou a ela foram as descobertas pessoais e revisão de seus conhecimentos. Sentiu-se motivada a permitir-se ser uma profissional diferente da anterior, onde seus alunos encontrariam nas suas aulas o mesmo espaço para a criação e reflexão, e o mesmo prazer nas descobertas.

Na reflexão seguinte, vemos o mesmo entusiasmo para “renovar-se”:

*“O curso foi significativo para mim, pois até então, este lado ‘oculto’ da Matemática, o que está por trás (do conceito), como aprendi ao longo destes anos, foi somente aos saltos!!! Fez com que eu pudesse rever meus conceitos e senti a vontade de buscar ainda mais e tentar a partir daí despertar na criança a vontade de aprender mais. Percebo também que preciso me preparar, além de tudo o que aprendi aqui. (Suz., fragmento de portfólio, 2003)*

Ela afirma que sentiu “a vontade de buscar mais e tentar a partir daí despertar na criança a vontade de aprender mais”. Nessa afirmação, vemos que seus conceitos pessoais sobre como aprender e ensinar, foram renovados pela experiência que vivenciou. A experiência foi gratificante por ela ter tido a possibilidade de participar da dinâmica de formação dos conceitos matemáticos, como ela mesma afirma, compreendendo o que está “por trás”, isto é, sua história e lógica de formação. Ou seja, a compreensão dos “nexos internos e externos do conceito” (Davydov, 1982).

O mesmo incômodo que a professora *Ju* sentiu representou um beliscão para s/n. Há preocupações quanto ao que se está fazendo com os alunos ao se trabalhar com uma concepção de educação que distancia o conhecimento da vida, quando a professora afirma que as crianças deveriam ver a matemática como algo prático e palpável:

*“O curso foi para mim com um beliscão:*

*- Ei, acorde! O que você está falando ou fazendo com suas crianças? Preste atenção!*

*Foi bem um acordar, visível daquilo que fizeram conosco no passado e que a partir dele estaremos nos policiando para que nossas crianças vejam a Matemática como algo prático e palpável. Depois desse curso o mínimo que devemos fazer e tentar entender melhor as ansiedades dos nossos alunos, pois vivenciamos nele [no curso] um pouco de seus sentimentos e angústias quando não conseguimos resolver alguma situação!” (s/n, fragmento de portfólio, 2003)*

Nessa reflexão podemos entender o que vem a ser prático e palpável pelo que ela afirma ser importante, ou seja, o acesso aos conceitos matemáticos de modo a que estes não estejam associados ao medo e temor de uma ciência “inatingível”. Em outra afirmação sua, ela coloca que

*“(…)não existe verdade absoluta, às vezes o que é bom para mim, pode não ser para você. E assim é com nossos alunos, cada um tem o seu jeito de aprender, se relacionar, expressar,...desta maneira devemos respeitar o modo de cada um e levá-los a pensar, tentar novas alternativas e não sempre passar fórmulas ou técnicas que não façam sentido à eles.”(s/n, fragmento de portfólio, 2003)*

Ainda aqui notamos sua preocupação em afirmar que não devemos valorizar apenas as fórmulas e técnicas (nada palpáveis) mas sim, valorizar o que faça sentido, ou o que seja significativo. Vemos claro sua preocupação em tornar o ensino algo próximo do aluno, no sentido do prazer, da valorização do indivíduo, de sua história e de suas capacidades próprias. Numa cultura que procura desvalorizar as diferenças “enquadrando” todos numa mesma forma de aprender, essa professora nos coloca a importância de se permitir que cada um seja único, buscando um conhecimento que nos faça sentido.

Nessa unicidade é que conseguimos viver o coletivo na sua essência, ou seja, a contribuição da palavra de cada um compondo e elaborando os conceitos matemáticos (coletivo real vivido virtualmente na dinâmica indivíduo-grupo-classe).

Esse aspecto coletivo foi valorizado por vários profissionais e podemos participar da maneira como cada um percebeu esse coletivo pelas reflexões que deixaram registrado:

*“Pude observar que as dificuldades quanto ao ensino da Matemática era algo compartilhado com muitas outras colegas, e que muitas delas estavam e estão em busca de conhecimentos que nos possibilitem melhorar nosso saber e nossas práticas quotidianamente. Muito embora minha mente esteja há mil por hora – tantas coisas ‘novas’, sei que tenho condições de melhorar minha prática, hoje.” (s/n, fragmento de portfólio, 2003)*

A professora reconhece não estar só diante de seus sentimentos e em suas dificuldades. Sentir-se parte do coletivo lhe dá forças para assumir que tem condições de melhorar sua prática no agora, hoje. Afirmação semelhante faz Ant. quando diz que:

*“Esses encontros foram muito importantes para enriquecer a minha prática pedagógica e fazer com que eu pudesse me auto-avaliar em relação ao meu trabalho em sala de aula.” (Ant., fragmento de portfólio, 2003)*

Percebemos já pelo início de sua frase ao afirmar que participou de *encontros*, que desde aí se considera num coletivo. Pela troca de informações, opiniões, conhecimentos e emoções, estabelecidas com outros profissionais, pôde auto-avaliar-se. Não há como fazermos uma auto-avaliação sem nos colocarmos em oposição aos outros. Somente pela comparação, no sentido de ouvir e expor opiniões, é que encontramos um meio de avaliar se estamos agindo da melhor maneira. Quando há o diálogo na construção do conhecimento, a intervenção das aulas teóricas e práticas desenvolvidas durante o curso, e a troca de experiências pessoais durante todos os

momentos, manifesta-se a tensão de criação que deve permear todo trabalho que vise ser significativo.

O que chama a atenção nas falas da professora é que, a tensão criativa, a reportou para a sala de aula. Conteúdo, sala de aula e prática pedagógica, tornou-se um tríduo inseparável. As reflexões decorrentes das atividades de ensino podem vir a se transformar em um novo comprometimento com as dificuldades dos alunos.

As reflexões dos professores explicitam um certo encontro consigo mesmo, a partir de questões associadas ao seu cotidiano. Há aqui o que chamamos de movimento subjetivo onde os aspectos pedagógicos e criativos estão presentes no processo de se entender enquanto se aprende e se ensina.

---

## CAPÍTULO 7

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

Ao tentarmos responder a questão de investigação: “quais são as características das reflexões dos professores decorrentes da combinação atividade de ensino e dinâmica relacional?”, tínhamos por objetivo analisar através das elaborações dos professores o como compreendem e elaboram para si as abstrações matemáticas que ensinam.

Assim, as relações de aprendizagem que se estabeleceram nos encontros com os professores, foram se definindo para nós enquanto inesperados. As respostas às atividades trabalhadas foram sendo organizadas tanto em linguagem formal — desenhos, escritos, falas — quanto na linguagem dos sentimentos, pois víamos acontecendo um crescente deslumbramento por parte de alguns dos participantes pelo prazer de (re)criar, para si mesmos, conceitos matemáticos com os quais já trabalhavam, mas que nem sempre os compreendiam. Esse deslumbramento caracterizava o movimento das descobertas que fomos verificando pelos gestos, pela euforia, pelo sorriso de satisfação por encontrar uma resolução para o problema matemático vivenciado.

O desenvolvimento de uma concepção — e a investigação das implicações que advém de sua adoção — que se constituísse numa síntese entre ser humano compreendido enquanto corpo, mente, sentimentos inserido num contexto histórico, social e cultural, tornou-se um desafio que se refletia nas ações educativas.

Procuramos, então, organizar esses dados — formais e emocionais — e lhes “dar um corpo” que valorizasse esse movimento de (re)criação conceitual.

O diferencial do trabalho desenvolvido com os professores em formação continuada estava justamente nesta combinação: as atividades de ensino eram o motivo desencadeador para a (re)criação dos conceitos matemáticos e estas atividades respeitavam a metodologia da dinâmica indivíduo-grupo-classe, ou simplesmente dinâmica relacional. E ainda, servindo-nos de acesso aos sentimentos e elaborações subjetivas dos envolvidos, estes foram convidados a registrar suas impressões em diários ou portfólios.

Procuramos mostrar, pela teoria do conhecimento apresentada por Kopnin (1978), aliada às teorias psicológicas de Wallon (1995), Davydov (1982,1988), Leontiev (191983) e Vygotsky (19991ab), que a abordagem que demos às atividades de ensino buscava proporcionar o encontro dos aspectos afetivo, social, histórico e de conhecimento.

Este encontro se caracterizou fundamentalmente por priorizar o desenvolvimento dos conceitos respeitando a tensão criativa de cada indivíduo e grupo. Essa preocupação se deve, primordialmente, por acreditarmos que a aprendizagem só é significativa quando o problema/motivo/necessidade advém do sujeito. Quando este sente-se parte do problema, é motivado a buscar uma resolução (MOISÉS, 1999).

É comum ouvirmos o discurso acerca da necessidade de se valorizar os conhecimentos anteriores do aluno, fazê-lo sentir-se parte do conteúdo. Vemos na dinâmica que proporciona a tensão criativa, os elementos para que isso se efetive verdadeiramente.

Na interação com o outro, nas descobertas sobre os conceitos e na formalização pela linguagem, os professores puderam perceber suas conquistas psicológicas na relação com o conhecimento matemático.

Priorizamos o conhecimento enquanto conteúdo lógico-histórico do conceito matemático. A ênfase neste par se dá por vermos nessa abordagem do conceito a possibilidade de romper com a imutabilidade gerada pelo conhecimento apenas visto pelo seu aspecto lógico-formal. *O lógico-histórico na sala de aula tem como principal função auxiliar o pensamento a movimentar-se no sentido de encontrar as verdades* (SOUSA, 2004, p.271).

A abordagem lógico-histórica do conceito que damos às atividades tem o objetivo de possibilitar ao professor e ao aluno sentir-se participando do movimento de criação do conceito. Quem dá o conteúdo ao conceito é quem o aprende; o conteúdo é

vivo e se renova em cada novo aprendiz, a forma do conceito é estática e fechada na linguagem formal.

Em face à exploração do desenvolvimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos, destacamos para a pesquisa as atividades que lidavam com o conceito de número natural. A escolha por este destaque se deveu ao fato de que, na atividade “Melhorando a contagem do pastor”, os professores começaram a explorar sua criatividade e reconheceram que poderiam gostar do ensino da matemática.

Vivenciando o movimento de criar suas definibilidades sobre o conceito de número natural, os professores criaram resoluções para o problema do pastor visando a generalização. Porém, o que foi percebido quando no grupo-classe é que, apesar das intenções, haviam muitas limitações nas propostas que fizeram. Essas limitações em nada sugerem erros, mas sim definibilidades conceituais possíveis da inventividade de cada grupo. Nas discussões no grupo-classe foi possível, pela análise do conteúdo apresentado pelo pequeno-grupo, avançar no encontro de uma definição pessoal mais lógica para o conceito de número natural que perseguíamos.

Nas atividades que sucederam àquela destacada na pesquisa, houve um progressivo envolvimento criativo por parte dos professores e um encontro com o prazer de (re)aprender.

Temos a clareza de que nem todos os professores que participaram dos cursos tiveram a mesma interação. Mas temos também a mesma clareza de reconhecer que, ao lidarmos com seres humanos, seus sentimentos, anseios e percepções, esses são tão variados quanto a variedade de humanos com os quais lidamos diariamente.

O processo de aprendizagem implementado nesse estudo, não consiste em uma transferência de conceitos formalizados pela ciência para a linguagem natural, mas sim, numa mudança na relação de aprendizagem destes.

O papel do professor como aquele que planeja sistematicamente as suas aulas e atua junto aos alunos proporcionando espaços para diálogos na sala de aula, o compromete a assumir-se enquanto mediador e orientador das interações de aprendizagem. É necessário que fique claro que nas ações de educar há intencionalidade, daí a importância do professor compreender o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, fazendo da atividade de ensino um elemento desencadeador de processos interativos. Caso contrário, a atividade de ensino perde sua característica instigadora e assume o papel de qualquer outro exercício.

Pela intervenção do professor, os processos interativos passam a representar uma experiência social e pessoal, tornando significativos os conceitos desenvolvidos pelo coletivo.

No caso específico da atividade destacada neste trabalho, percebemos o quanto é representativo essa interação no coletivo. As elaborações individuais, inicialmente tímidas e as vezes até ausentes, ganham um respaldo no grupo e tornam-se linguagem. O emblema torna-se dilema ao encontrar no coletivo respostas para suas indagações. Quando essa linguagem criada no pequeno grupo é posta à público, é o momento para ganhar reconhecimento ou para revisão dos conceitos. Diante do coletivo da classe percebemos, pelas argumentações, que o dilema se coloca de modo geral: os professores analisam as elaborações apresentadas pelos outros grupos e, ao analisar as dos outros revêem as suas próprias elaborações; nesse exercício de reflexão, ouvindo aos outros e a si mesmos, escolhem uma elaboração que represente a síntese daquilo que buscam, reconhecendo não ser ainda a resolução mais adequada para a exigência posta pelo problema de criar um sistema de contagem que dê conta de qualquer quantidade. Essas situações coletivas que representam a tensão a que chamamos de criativa — por requerer dos professores o movimento singular de seus pensamentos e sentimentos para encontrar uma resolução para o problema — geram reflexões e motivam os professores a reverem suas condutas diante do conhecimento até o momento.

Participamos dessas reflexões pelos diários e portfólios. Cada uma das formas de registro tem sua particularidade e expressa de modos diversos as reflexões dos professores.

Os diários, pela própria natureza a que se propõem, ilustram mais claramente o movimento de comprometimento em que se envolvem os professores. Por outro lado, a obrigatoriedade imposta pela proposta, não viabiliza que se registre suas reflexões de modo espontâneo, revertendo-se num movimento verdadeiramente fiel às sensações vividas. É da natureza do diário ter-se uma certa disciplina ao registrar suas reflexões e percebemos que nem sempre essa disciplina é respeitada e, por vezes, notamos que se acumulam dias para serem registrados e que, por isto, são feitos “de uma só vez”. Nesse aspecto, sentimos que outra forma, de registrar as reflexões advindas do envolvimento com os cursos, fosse melhor representativo do movimento de comprometimento dos professores.

Há, porém um aspecto que deve ser ressaltado com relação ao uso do diário: o exercício do registro dos acontecimentos diários torna-se um modo verdadeiro/eficiente de acompanhar o desenvolvimento de seu processo de aprendizagem e de suas próprias reflexões sobre este. Quando utilizados como método de registro das aulas ministradas, registram em “tempo real” as dúvidas, as descobertas, aquilo que não foi positivo. A tendência que temos é a de registrar apenas o que houve de positivo, porém é pelos conflitos que temos condições de rever nossos conhecimentos e os analisarmos com vistas a resolvê-los.

Nos diários entregues a nós e que compuseram o material de análise deste trabalho, participamos de várias “histórias pessoais”, de medos, dúvidas e frustrações. Porém, percebemos uma maior dificuldade para colocações mais subjetivas: uma grande maioria dos diários representou a descrição dos fatos ocorridos em aula. Por outro lado, aqueles diários que chegaram a refletir os sentimentos de seus autores, nos mostraram o quanto é importante essa metodologia de registro.

Outro recurso utilizado como metodologia de registro das reflexões foram os portfólios. O professor ao escolher qual o momento significativo que deseja registrar, revela um processo estruturante mais subjetivo de expressão individual.

Na análise das elaborações dos professores, percebemos que este recurso revelou-se com mais propriedade para compor um espaço onde foram registradas as hesitações, dúvidas, convicções descobertas e alegrias. Foi marcante no sentido de conter momentos de verdadeiros deslumbres. Percebemos os professores mais envolvidos com a proposta dos portfólios, e este é um aspecto que devemos levar em conta para uma análise mais aprofundada no futuro.

As colocações dos professores — nos diários ou portfólios — evidenciaram o papel das atividades de ensino e do envolvimento com a metodologia trabalhada, nas reflexões acerca do seu envolvimento com o compromisso educacional que assumiram. Percebemos também uma intenção para reverem suas condutas na sala de aula levando em conta os aspectos do desenvolvimento conceitual abordado nos cursos.

Percebemos que os professores compreenderam a possibilidade de se trabalhar os conceitos matemáticos sem “temê-los”, vendo-se capazes de embrenhar-se nesse estudo. Aquela dicotomia gerada pelo desconhecimento pode ir aos poucos

gerando um movimento de (re)criação pessoal dos conceitos favorecendo a capacidade criativa dos profissionais.

Procuramos mostrar as possibilidades que se alcançam pela explicitação de objetivos claros quanto ao método de conhecimento que assumimos, no sentido da criação conceitual. O par lógico-histórico permite o rompimento com o formalismo histórico imposto por uma educação que gera as diferenças e que reforça a fragmentação.

Procuramos mostrar também que a valorização dos aspectos emocionais e de criação, reforçam esse par pelo estabelecimento da necessidade/motivo configurar-se como indicador de um caminho para se resolver problemas de natureza lógica.

A vivência e interação com essa proposta metodológica evidenciou para os professores e para a pesquisadora, um caminho para a satisfação de inquietações pessoais. A pesquisa corroborou a convicção que tínhamos que o caminho pessoal é o único. Dessa forma, as reflexões aqui analisadas, tanto dos professores como a nossa — demarcadas pelas escolhas que fizemos tanto teóricas quanto no olhar que lançamos para o material de análise — representam uma breve contribuição para outros educadores que pretendam tomar a teoria do conhecimento como centro de sua prática e reflexão educacional.

Podemos concluir que a contribuição de nossa pesquisa para a formação de professores das séries iniciais e para o ensino de matemática no mesmo nível escolar, diz respeito ao enfoque lógico-histórico, ao abordar os nexos conceituais, à dinâmica relacional e à combinação deste dois aspectos no processo emergencial da tensão criativa, de onde decorre o encontro subjetivo com o conceito.

Que as considerações aqui deixadas, em particular sobre a participação da subjetividade, sobre a criatividade.....na formação.... ganhem movimento e sejam consideradas para outras análises e críticas — até por nós mesmos em momento futuro. Que nesse movimento possam participar aqueles que encontram na Educação o seu motivo, e por conta disso possam contribuir para um novo caminhar das ações educativas.

---

## CAPÍTULO 8

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

#### BIBLIOGRAFIA

ARAÚJO, E. S. – **Da formação e do formar-se:** A atividade de aprendizagem docente em uma escola pública, Faculdade de Educação, FE/USP, Tese de doutorado, orientador prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura, 2003.

ARNAUS, R. – **La formación del profesorado:** un encuentro comprometido con la complejidad educativa. In: ANGULO, R. et al. Desarrollo profesional del docente: Política, investigación y práctica. Madrid: Ediciones Akal, 1999. (p. 599-635)

ASSMAN, H. – **Reencantar a educação:** rumo à sociedade aprendente. Rio de Janeiro - Editora Vozes, 1998.

BICUDO, M. A. V. et al – **Pesquisa em educação matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

CARAÇA, B. J.- **Conceitos Fundamentais da Matemática.** Portugal - Gradiva, 4<sup>a</sup> edição, 2002.

CATALANI, E.M.T. – **A inter-relação forma e conteúdo no desenvolvimento conceitual da fração.** Faculdade de Educação – FE/UNICAMP, Dissertação de mestrado, orientadora Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Anna Regina Lanner de Moura, 2002.

COBRA, N. – **A semente da vitória.** 67<sup>a</sup> edição, São Paulo: Editora Senac São Paulo, 2004.

D'AMBRÓSIO, U. – **Educação Matemática:** da teoria à prática. 11<sup>a</sup> ed. Campinas: Papirus, 2004.

DANTZIG, T. – **Número:** a linguagem da ciência. Rio de Janeiro – Zahar Editores, 1970.

DAVYDOV, V.V. – **An experiment in introducing elements of algebra in elementary school.** In: Soviet Education, nº 1, vol. V, nov/1962.

DAVYDOV, V.V. – **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico.** Moscou: Editorial Progreso, 1988.

DAVYDOV, V.V. – **Tipos de generalización en la enseñanza.** . Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DOMINGO, J. C. – **El sentido educativo de la investigación.** In: Angulo, R. et al. Desarrollo profesional del docente: Política, investigación y práctica. Madrid, Ediciones Akal, 1999, p. 448-462.

FREINET, C. - **A educação do trabalho.** São Paulo - Martins Fontes, 1998.

\_\_\_\_\_ . - **Pedagogia do bom senso.** São Paulo - Martins Fontes, 1991.

FREIRE, P. - **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa.** São Paulo - Paz e Terra, 2002.

FREITAS, L. C. – **Crítica da organização do trabalho pedagógico e da didática.** Campinas, SP: Papyrus, 2000, 3ª edição.

GALHARDO, D. - **A dialética do conceito: a Pedagogia como socialização da Ciência, da Cultura e da Arte.** São Paulo, editora GAP/ELO, 1982.

HOGBEN, L. – **As Maravilhas da Matemática: influência e função da Matemática nos conhecimentos humanos.** Porto Alegre - Editora Globo, 1970.

\_\_\_\_\_. – **O homem e a Ciência: o desenvolvimento científico em função das exigências sociais.** Primeiro volume. Fundo de Cultura Geral, vol. 7, Editora Globo, 1952.

IFRAH, G. - **Os números – a História de uma grande invenção.** São Paulo - Editora Globo , 1994.

JARAMILLO QUICENO, D. V. – **(Re)constituição do ideário de futuros professores de matemática num contexto de investigação sobre a prática pedagógica.** Faculdade de Educação – FE/UNICAMP, Tese de Doutorado, orientador Prof. Dr. Dario Fiorentini, 2003.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento.** Coleção: Perspectivas do homem, vol. 123. Editora Civilização Brasileira S.A., Rio de Janeiro, 1978.

KRAMER, S. **Escrita, experiência e formação** – múltiplas possibilidades de criação de escrita. In: CANDAU, V. M. et al. Linguagens, espaços e tempos no ensinar e aprender. Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, Rio de Janeiro: DP&A, 2000, p. 105-121.

\_\_\_\_\_. **Leitura e escrita de professores.** Da prática de pesquisa à prática de formação. In: Revista Brasileira de Educação, nº 7, 1998, p. 19-41.

LANNER de MOURA, A. R. – **A medida e a criança pré-escolar.** Faculdade de Educação, UNICAMP/SP. Tese de Doutorado, 1995.

LANNER de MOURA, A. R. e outros. - **O movimento conceitual em sala de aula.** Anais do XI Congresso Interamericano de Educação Matemática – CIAEM, Universidade Regional de Blumenau – FURB/SC, 13-17 de julho de 2003.

LANNER de MOURA, A. R. e LORENZATO, S. – **O medir de crianças pré-escolares.** In Zetetiké, Revista do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática – CEMPEM, Faculdade de Educação, UNICAMP/SP, vol.. 9-n. 15/6, jan/dez de 2001.

LA TAILLE, Y. de – **Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão.** São Paulo – Summus, 1992.

LORENZATO, S. – **Os “por quês” matemáticos dos alunos e as respostas dos professores.** In Pró-Posições, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação, UNICAMP/SP, vol. 4, n. 1[10], março de 1993.

LEONTIEV, A. N. – **Actividad, Conciencia, Personalidad.** Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

LIMA, L. C. - **A sensação** – Orientação pedagógica e didática. São Paulo, mimeo, 2003.

\_\_\_\_\_. - **Momento de criar matemática, contando com coisas.** São Paulo -CETEAC, 1992.

\_\_\_\_\_ e MOISÉS, Roberto. - **Do pequeno mundo às estrelas.** São Paulo - CEVEC – CIARTE, 1993.

\_\_\_\_\_ e MOISÉS, Roberto. – **A teoria dos campos numéricos: a longa marcha da criação numérica.** São Paulo - CEVEC – CIARTE, edições de 1992 e 1997.

MARCELO, C. – **Pesquisa sobre a formação de professores:** o conhecimento sobre aprender a ensinar. Revista Brasileira de Educação, nº 9, set/out/nov/dez, 1998.

MARCO, F. F. de – **Estudo dos processos de resolução de problemas mediante a construção de jogos computacionais no ensino fundamental.** Faculdade de Educação – FE/UNICAMP, Dissertação de mestrado, orientadora Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Anna Regina Lanner de Moura, 2004.

MOISÉS, R. P. – **A resolução de problemas na perspectiva histórica/lógica :** o problema em movimento. Faculdade de Educação, USP/SP. Dissertação de Mestrado, 1999.

MORIN, E. – **A cabeça bem-feita:** repensar a reforma, reformar o pensamento. Rio de Janeiro – Bertrand Brasil, 2002.

MOURA, M. O. - **A atividade de ensino como ação formadora.** In Ensinar a ensinar: Didática para a Escola Fundamental e Média. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2001, p. 143-162.

\_\_\_\_\_. - **O Educador Matemático na coletividade de formação:** uma experiência com a escola pública. Faculdade de Educação, USP/SP. Tese de Livre Docência, 2000.

\_\_\_\_\_ - **A construção do signo numérico em situação de ensino,** Faculdade de Educação, FE/USP, Tese de doutorado, orientadora prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Anna Maria Pessoa de Carvalho, 1992.

\_\_\_\_\_.(coord.) – **Controle da Variação de Quantidades:** atividades de ensino. São Paulo, FEUSP, 1996

OLIVEIRA, M. K. “*Vygotsky – Aprendizagem e desenvolvimento, um processo sócio- histórico*”, São Paulo: Scipione, 1993.

OSTETTO, L. E. e outros – **Deixando marcas:** a prática do registro no cotidiano da educação infantil. Florianópolis – Cidade Futura, 2001.

REGO, T. C. – **Vygotsky:** uma perspectiva histórico-cultural da educação. Petrópolis/RJ – Vozes, 1995.

RÍBNIKOV, K. – **História de las Matemáticas.** URSS: Editorial Mir Moscú, 1987.

PETRAGLIA, I. C. – **Edgard Morin:** a educação e a complexidade do ser e do saber. Petrópolis/RJ – Vozes, 1995.

POLETTINI, A. F. F. – **Análise das experiências vividas determinando o desenvolvimento profissional do professor de matemática.** In: Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. Maria Aparecida Viggiani Bicudo (org.). São Paulo: Editora UNESP, 1999.

PONTE, J. P. – **A vertente profissional da formação de professores de matemática.** Educação matemática em Revista, edição especial: Formação de Professores, 2002.

PRADO, E. P. A. – **Uma reflexão sobre a formação de professores no ensino da matemática.**, Pontifícia Universidade Católica PUC-São Paulo, Dissertação de mestrado, orientador Prof. Dr. Marcos Tarciso Masetto, 2000.

SÁ-CHAVES, I. **Portfólios reflexivos: estratégia de formação e supervisão.** In Formação de professores. Cadernos didático – Série Supervisão. Aveiro - Universidade de Aveiro, Gráfica Coimbra, 2000.

SAMPAIO, R. M. W. – **Freinet: Evolução histórica e atualidades.** São Paulo - Scipione, 1989.

SOUSA, M.C.– **Afetividade no ensino de matemática**, mimeo, 2004.

SOUSA, M.C.– **Quando o lúdico faz parte do ensino de matemática**, mimeo, 2004.

SOUSA, M. C. – **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino Fundamental**, Faculdade de Educação, FE/UNICAMP, Tese de Doutorado, orientadora Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Anna Regina Lanner de Moura, 2004.

VILLAS BOAS, B. M. F.- **Portifólio, avaliação e trabalho pedagógico.** Campinas, SP: Papyrus, 2004.

VYGOTSKY, L. S. - **A formação social da mente.** São Paulo - Martins Fontes, 1991a.

\_\_\_\_\_. - **Pensamento e linguagem.** São Paulo - Martins Fontes, 1991b.

WALLON, H. – **A evolução psicológica da criança.** Portugal – Edições 70, 1995.