



Número 314/2004
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
Pós-Graduação em Geociências
Área de Administração e Política de Recursos Minerais

GABRIEL ALVES DA COSTA LIMA

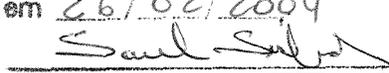
**UMA PROPOSTA DE USO DA TEORIA DA PREFERÊNCIA E DAS
OPÇÕES REAIS EM PROJETOS DE EXPLORAÇÃO E PRODUÇÃO DE
PETRÓLEO.**

Tese apresentada ao Instituto de Geociências como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências na Área de Administração e Política de Recursos Minerais.

orientador: Prof. Dr.Saul Barisnik Suslick

CAMPINAS - SÃO PAULO

Fevereiro - 2004

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por Gabriel Alves da Costa Lima e aprovada pela Comissão Julgadora em 26/02/2004

ORIENTADOR

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA do I.G. – UNICAMP

UNIDADE	BC
Nº CHAMADA	L628p
V	EX
TOMBO BC/	59045
PROC.	16-117-04
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	
Nº CPD	

CM00200911-9

Bibid: 317746

Lima, Gabriel Alves da Costa

L628p Uma proposta de uso da teoria da preferência e das opções reais na gestão de portfólio de reservas de petróleo.: área de concentração: Geociências / Gabriel Alves da Costa Lima - Campinas, SP: [s.n.], 2004.

Orientador: Saul Barisnik Suslick

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Geociências.

1. Engenharia Econômica. 2. Petróleo/Aspectos econômicos. 3. Investimento/Brasil. 4. Avaliação de risco. 5. Teoria Econômica. I. Costa Lima, Gabriel Alves. II. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Geociências. III. Título. Doutor.



UNICAMP

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOCIÊNCIAS
Área de Administração e Política de Recursos Minerais**

**UMA PROPOSTA DE USO DA TEORIA DA PREFERÊNCIA E DAS
OPÇÕES REAIS EM PROJETOS DE EXPLORAÇÃO E PRODUÇÃO DE
PETRÓLEO.**

AUTOR: GABRIEL ALVES DA COSTA LIMA

ORIENTADOR: Prof. Dr. Saul Barisnik Suslick

Aprovada em: 26/02/04

EXAMINADORES:

**Prof. Dr. Saul Barisnik Suslick
Prof. Dr. Rodrigo de Souza Portugal
Prof. Dr. Denis Jose Schiozer
Prof. Dr. Richard Saito
Prof. Dr. Francisco Nepomuceno Filho**

Presidente

Campinas, 26 de fevereiro de 2004

DEDICATÓRIA

Para realizar este trabalho de doutoramento, foram quatro anos de dedicação, pesquisas, debates e discussões. Ele não seria possível sem o apoio de duas pessoas que influenciaram profundamente a minha vida: a D. Mariinha (In Memoriam) e a Ana Cândida.

D. Mariinha, minha mentora, sempre me orientou, me motivou e me ajudou, principalmente nos momentos mais difíceis de minha vida. Ao seu comportamento tabulado pela ética e fraternidade, seu maior patrimônio, externo o meu eterno agradecimento.

Ana Cândida, minha namorada, amiga, companheira e incentivadora. Você me ensinou muito sobre a vida, as pessoas e a respeitar as diferenças, conduzindo-me a viver mais feliz. A você, todo o meu amor.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Saul B. Suslick, pela sua incomparável capacidade de motivação, sobretudo nos momentos mais críticos de um trabalho de pesquisa: quando o pesquisador fica temporariamente órfão de criatividade. Ele, como ninguém, me deu a oportunidade de aprender e me ensinou muito sobre análises econômico-financeiras.

À CAPES e, posteriormente, à FAPESP, pela concessão da bolsa de doutorado para que eu pudesse me dedicar integralmente à pesquisa.

À banca de qualificação, composta pelos professores Dr. Richard Saito (FGV – São Paulo) e Dr. Rodrigo Portugal (PV-ANP), pela oportunidade de discussões e sugestões, de modo a melhorar o trabalho.

Ao Prof. Dr. Denis Schiozer e Prof. Luiz Brandão (PUC-Rio), pelas discussões sobre opções reais em E&P de petróleo. Também ao Prof. Dr. Armando Zaupa, pela oportunidade de discussões sobre modelagens estatísticas, e ao Prof. Dr. Graham Davis (CSM – Division of Business and Economics), pelas sugestões sobre bibliografias de opções reais.

Ao consultor Marco Antônio Dias (PETROBRAS), pelas sugestões e possibilidade de troca de idéias sobre os tópicos a serem abordados nesta tese.

Aos meus pais, Sr. Zico e D. Vinha, pelo apoio ao longo destes quatro anos de ausência e raros encontros. Em especial, quero agradecer à minha filha, Maria Thereza, pela compreensão em aceitar uma grande distância ao longo destes anos.

Aos meus colegas de república em Campinas: Edvaldo Neves, Rodrigo Morante, Frederico Carmo, Juliano Senna, Lázaro Valentim, Henrique Rosa, José Cruz, Carlos Bordieri, João Soares, Carlos Alberto e José Maria Alba, pela amizade, convivência e companheirismo.

Aos colegas do Laboratório de Análises GeoEconômicas (LAGE): Rafael Schiozer, Ricardo Furtado, Iubatan Pinto, Henrique Rosa, Doneivan Ferreira e Kellerman Novaes. Em especial, agradeço ao Rodrigo Marques, pelas horas e horas gastas no auxílio na elaboração do software INVESTPETRO.

Às pessoas legais e de ótimo astral que encontrei no IG/UNICAMP, em especial, à Val, Helena, Ednalva e Sr. Aníbal, dos quais eu nunca ouvi um NÃO, sempre que precisei de ajuda.

Alguns fariam melhor, enquanto outros fariam pior.

Eu fiz o que pude.

SUMÁRIO

Dedicatória.....	v
Agradecimento.....	vii
Epígrafe.....	ix
Sumário.....	xi
Figuras	xvii
Abreviaturas e Sigla.....	xix
Símbolos.....	xxi
Tabelas.....	xxv
Resumo.....	xxvii
Abstract.....	xxix

INTRODUÇÃO.....	1
------------------------	----------

Capítulo 1. LIMITAÇÕES DOS INDICADORES TRADICIONAIS NA TOMADA DE DECISÕES.....	13
---	-----------

1.1. Característica do processo decisório na indústria de E&P de petróleo	13
1.2. Modelos de análise de investimentos aplicados em E&P de petróleo.....	17
1.3. Análise numérica das limitações da metodologia tradicional em investimento sob incerteza.....	23

1.3.1. O problema da taxa de desconto ajustada ao risco (μ)	23
1.3.2. O problema da valoração de uma garantia financeira	29
1.3.3. O problema de otimização temporal	32
1.3.4. O problema do nível ótimo de participação financeira	35

Capítulo 2. CONCEITOS SOBRE A TEORIA DA PREFERÊNCIA E DAS OPÇÕES REAIS EM ORÇAMENTO DE CAPITAL E DECISÕES SOB INCERTEZA..... 39

2.1. Conceitos essenciais sobre opções financeiras.....	39
2.2. Algumas posições assumidas pelos investidores.....	45
2.3. Conceito de arbitragem em estratégias financeiras	49
2.4. Componentes fundamentais do valor das opções	51
2.5. Teoria das opções aplicada em orçamento de capital de E&P de petróleo.....	53
2.6. Teoria da preferência aplicada em orçamento de capital de E&P de petróleo.....	63

Capítulo 3: FERRAMENTAS MATEMÁTICAS: MODELAGEM ESTOCÁSTICA, EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS, SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO, CÁLCULO ESTOCÁSTICO67

3.1. Modelagem matemática sob condições de incerteza.....	67
3.2. Processos estocásticos usados em análise de investimentos em E&P de petróleo	73
3.2.1. Processo de Wiener	75
3.2.2. Movimento Browniano ou processo de Wiener generalizado	80
3.2.2.1. Movimento aritmético Browniano	82

3.2.2.2. Movimento geométrico Browniano	83
3.2.2.3. Movimento de reversão à média	88
3.3. Derivação de funções estocásticas	92
Capítulo 4: ESTIMATIVA DO VALOR DA OPÇÃO ESTRATÉGICA DE INVESTIR, TEORIA DE EXERCÍCIO DA OPÇÃO DE INVESTIR E ESTIMATIVA DO NÍVEL DE PARTICIPAÇÃO FINANCEIRA NOS PROJETOS	97
4.1. Teoria de valoração das opções reais	97
4.1.1. Análise em tempo discreto	98
4.1.2. Análise em tempo contínuo	103
4.2. Teoria de exercício da opção de investir (regras ótimas de investimento)	109
4.2.1. A primeira condição de contorno (condição de barreira)	110
4.2.2. A segunda condição de contorno (condição terminal)	110
4.2.3. A terceira condição de contorno (condição de parada ótima).....	112
4.2.4. A quarta condição de contorno (condição de alto contato).....	115
4.3. A teoria de estimativa do nível de participação financeira no projeto	125
4.3.1 – Modelagem da preferência dos tomadores de decisão	125
4.3.1.1. A função de utilidade exponencial	128
4.3.1.2. A função de utilidade logarítmica	130
4.3.1.3. A função de utilidade logística	130
4.3.2. Equivalente certo e o nível ótimo de participação financeira	131
4.4. Analogia entre a teoria das opções reais e Equivalente-certo	135

Capítulo 5: ANÁLISE ECONÔMICO-DECISÓRIA DE PROJETOS DE PRODUÇÃO DE PETRÓLEO USANDO A TEORIA DAS OPÇÕES REAIS E TEORIA DA PREFERÊNCIA.....137

5.1. Parâmetros de entrada do modelo de valoração da opção de investir.....	137
5.1.1. Estimativa do valor corrente de um projeto de produção de petróleo (V).....	138
5.1.2. Estimativa do valor de exercício da opção de investir (I)	142
5.1.3. Estimativa da volatilidade de um projeto (σ_v).....	143
5.1.3.1. Estimativa de σ_v por modelos analíticos.....	143
5.1.3.2. Estimativa de σ_v por simulação de Monte Carlo	147
5.1.3.3. Estimativa de σ_v pela análise subjetiva do tomador de decisão....	148
5.1.3.4. Estimativa de σ_v por meio de dados históricos	148
5.1.4. Estimativa da taxa de dividendos do projeto.....	149
5.1.4.1. Estimativa de δ_v por equações analíticas.....	149
5.1.4.2. Estimativa de δ_v pelo fluxo de caixa do projeto	152
5.1.4.3. Estimativa de δ_v por análise subjetiva do decisor	154
5.1.4.4. Estimativa de δ_v pela taxa de conveniência de contratos futuros .	154
5.1.4.5. Estimativa de δ_v pela comparação com projetos semelhantes	155
5.1.5. Estimativa da taxa de desconto livre de risco	155
5.1.6 – Estimativa do tempo de maturidade da opção de investir	156

5.2. Parâmetros de entrada do modelo de estimativa do nível de participação financeira.....	156
5.2.1. Estimativa do investimento da empresa.....	157
5.2.2. Estimativa da tolerância ao risco da empresa.....	158
5.2.3. Estimativa do coeficiente de aversão ao risco.....	159
5.3. Aplicação: Projeto de produção de uma reserva de petróleo.....	159
Capítulo 6: MODELO PROPOSTO PARA SELEÇÃO E HIERARQUIZAÇÃO DE PROJETOS DE PRODUÇÃO DE RESERVAS DE PETRÓLEO	171
6.1. Justificativas do modelo proposto.....	171
6.2. Caracterização do problema a ser estudado.....	176
6.3. Análise dos resultados	178
6.3.1. Análise dos resultados da abordagem tradicional	179
6.3.2. Análise dos resultados do modelo proposto	186
6.3.2.1 Resultados da teoria das opções reais	186
6.3.2.2 Resultados da teoria da preferência	190
6.4. Discussão dos resultados globais	194
Capítulo 7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	199
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	205
ANEXO 1	219

FIGURAS

Figura 1: Fluxograma da metodologia proposta para a pesquisa	09
Figura 1.1: Resultados possíveis para o valor da reserva	24
Figura 1.2: Sensibilidade do VPL em relação à taxa de desconto ajustada ao risco.....	26
Figura 1.3: Resultados decorrentes da perfuração do poço	36
Figura 2.1: Classificação das opções financeiras básicas	41
Figura 2.2: Sensibilidade do valor da opção em função do preço na data de vencimento.....	44
Figura 2.3: Análise de sensibilidade das alternativas de investimento.....	47
Figura 2.4: Capacidade de alavancagem das opções financeiras em relação às ações.....	48
Figura 2.5; Resultados possíveis após a perfuração do poço.....	63
Figura 3.1: Componentes principais de um modelo matemático para análise econômica em E&P de petróleo	68
Figura 3.2: Preços anuais médios do petróleo	70
Figura 3.3: Comportamento de uma variável segundo o MGB	86
Figura 3.4: Simulação do valor do projeto segundo o MGB e MAB	87
Figura 3.5: Trajetória do preço esperado a longo prazo	90
Figura 3.6: Comportamento da variância do MGB e MRM em relação ao horizonte de tempo.....	92

Figura 4.1: Representação intuitiva da opção estratégica de investir	109
Figura 4.2: Evolução do preço crítico ao longo do tempo	114
Figura 4.3: Possibilidade para o comportamento da função valor terminal e valor de continuação ao redor do ponto S^*	117
Figura 4.4: Comportamento da variável S na vizinhança de S^*	119
Figura 4.5: Comportamento do tomador de decisões em relação ao risco	126
Figura 4.6: Resultados da oportunidade de investir na produção do campo de petróleo.....	132
Figura 5.1: Perfil de produção da reserva de petróleo	160
Figura 5.2: Sensibilidade de F e VPL em relação a V	163
Figura 5.3: Sensibilidade de V^* em relação a t	165
Figura 5.4: Distribuição de frequência dos resultados da simulação do VPL do projeto.....	168
Figura 5.5: Sensibilidade do EC em relação ao NPF	169
Figura 6.1: Modelo sugerido para valoração e hierarquização dos projetos	174
Figura 6.2: Relação entre investimento e VPL/I dos projetos	180
Figura 6.3: Relação entre volatilidade e nível de risco dos projetos	184

ABREVIATURAS e SIGLAS

⁰ API:	Medida de densidade do petróleo.
ANP:	Agência Nacional do Petróleo.
APT:	Teoria de Precificação de Ativos de Capital por Arbitragem.
BBL:	Barril de petróleo.
BP:	Bristish Petroleum Corporation.
BRENT:	Tipo de óleo cru do Mar do Norte que possui baixo teor de enxofre (0,02%) e em torno de 40 ⁰ API.
CAPEX:	Investimento de capital de um projeto.
CAPM:	Modelo de Precificação de Ativos de Capital.
Cov.:	Função covariância.
E&P:	Exploração e produção.
EC:	Equivalente certo.
EDP:	Equação Diferencial Parcial.
FCD:	Fluxo de Caixa Descontado.
IA:	Investimento acumulado.
IE:	Investimento efetivo, que se refere ao recurso alocado no projeto.
INVESTPETRO:	Software para análise de decisão sob incerteza em projetos de petróleo.
MAB:	Movimento Aritmético Browniano.
MGB:	Movimento Geométrico Browniano.
MRM:	Movimento de Reversão à Média.
NPF:	Nível de Participação Financeira.
OE:	Orçamento da Empresa.
OC:	Valor de uma opção de compra.
OEC:	Opção Européia de Compra.
OEV:	Opção Européia de Venda.
OPEP:	Organização dos Países Exportadores de Petróleo.
OPEX:	Custo Operacional de Produção.
OV:	Valor da opção de venda.
PE:	Participação Especial.
PETROBRAS:	Petróleo Brasileiro S/A.

PMEF:	Período de Máxima Exposição Financeira.
PPB:	Período de Recuperação do Investimento.
Prob.:	Probabilidade.
PTR:	Percentual de tolerância ao risco.
SMC:	Simulação de Monte Carlo.
SPE:	Sociedade de Propósito Específico.
TIR:	Taxa Interna de Retorno.
TOR:	Teoria das Opções Reais.
TP:	Teoria da Preferência.
TR:	Tolerância do Risco.
Var.:	Função variância.
VAR:	Valor Ajustado ao Risco.
VME:	Valor Monetário Esperado.
VPL / I :	Taxa de Eficiência do Capital.
VPL:	Valor Presente Líquido.
VPL ⁺ , VPL ⁻ :	Valor do VPL em caso de subida e descida do ativo, respectivamente.
VPLs:	Valores Presentes Líquidos
WTI:	Tipo de petróleo comercializado na Bolsa de Nova York (NYMEX).

SÍMBOLOS

Ω (\$):	Valor terminal de uma função. Por exemplo, pode-se referir ao VPL ou valor de abandono de um projeto. Analogamente, pode-se referir ao valor intrínseco da opção de investir.
α (%):	Taxa de crescimento instantânea ou ganho de capital.
δ (%):	Taxa de dividendos instantânea, gerada por um ativo.
σ (%):	Desvio-padrão instantâneo da taxa de retorno de um ativo. É usado aqui com o significado de volatilidade.
ρ (%):	Taxa de desconto ajustada ao risco, determinada sem um modelo de equilíbrio de mercado como, por exemplo, o CAPM.
σ^2 :	Variância de uma variável aleatória.
ε :	Variável aleatória que segue uma distribuição normal padrão, $N(0,1)$.
Δh (\$):	Incremento discreto de uma variável.
ΔP (\$):	Varição ou incremento da variável preço.
σ_P, σ_V (%):	Volatilidade do preço e do projeto, respectivamente.
α_P, α_V (%):	Taxa de crescimento instantânea do preço e do projeto, respectivamente.
$a(x)$:	Coefficiente de aversão ao risco de PRATT.
A, a, b, z, m :	Constantes.
B (\$):	Valor total de uma carteira de títulos livres de risco.
C (\$):	Custo operacional de produção de petróleo.
C (\$):	Custo total de produção de petróleo.

c :	Coefficiente de aversão ao risco para a função exponencial.
$CD (\$)$:	Custos diretos.
$CI (\$)$:	Custos indiretos.
$D (\$)$:	Custo de manutenção da posição curta do portfólio, principalmente o pagamento dos dividendos periódicos.
dt :	Intervalo de tempo infinitesimal.
dz :	Processo de Wiener ou ruído branco.
$E (\$)$:	Preço de exercício da opção americana ou europeia.
$E[]$:	Operador de esperança matemática.
$F (\$)$:	Valor da opção estratégica de investir.
F^+ e F^- :	Valor da opção se o preço subir ou baixar.
G :	Garantia governamental.
G_G :	Volume de gás.
$H (\$)$:	Variável binomial.
$i (\%)$:	Taxa de inflação anual do custo operacional
$I (\$)$:	Investimento no projeto (aquisição de plataformas, máquinas, dutos de transporte, etc.).
$K (\$)$:	Capital para investimentos em exploração da empresa.

L (\$):	Lucro resultante de uma operação financeira.
M, d1, Boo, Bo:	Constantes usadas nas equações de valoração da opção de investir.
OE (\$):	Orçamento de capital da empresa para investimento em produção de petróleo.
P (\$):	Variável preço associada a um ativo (ação, barril de petróleo, aluguel de sondas, etc.).
p:	Probabilidades.
Q(bbl):	Variável vazão de óleo.
q:	Indicador de Tobin.
Q ₀ :	Volume de óleo.
R (%):	Taxa de retorno de um portfólio de ativos financeiros ou reais (ações, projetos, etc.).
r (%):	Taxa de juro (ou de desconto) livre de risco.
S* (\$):	Preço mínimo suficiente para que a empresa tome uma decisão.
S ⁻ :	Valor do ativo em caso de queda.
S ⁺ :	Valor do ativo em caso de subida.
t:	Variável geral para representar a dinâmica do tempo.
T:	Vida de uma variável. Pode ser a vida da opção de investir, vida operacional de um projeto de produção de petróleo, etc. A unidade de T pode ser dias, meses, anos ou outra.
u, d:	Magnitude do incremento do preço ativo de risco.
U:	Função utilidade.
V (\$):	Valor presente do fluxo de caixa de um projeto de investimento.

V^* (\$):	Valor mínimo de um projeto - que é suficiente para que a empresa decida aceitá-lo - para investimento imediato.
V_m (\$):	Valor médio do projeto.
x :	Variáveis gerais do tipo aleatórias ou determinísticas.
Y, A, β, J, λ :	Constantes usadas nas equações de valoração da opção de investir.
Z :	Indicador para tomada de decisões sobre investir já ou no futuro.
Δ :	Número de ativos de risco que elimina o risco do portfólio.
ϕ (\$):	Valor de um portfólio de ativos (títulos governamentais, ações, warrants etc.).
ϕ^+, ϕ^- (\$):	Valor do portfólio se o preço do ativo subir ou cair.
γ (%):	Taxa de declínio da produção do reservatório.
μ_P, μ_V (%):	Taxa de desconto ajustada ao risco para o preço e o projeto, respectivamente.
μ (%):	Taxa de desconto ajustada ao risco.
ρ (%):	Taxa de desconto.

TABELAS

Tabela 1.1: Exemplos de fontes de incertezas associadas a investimentos em E&P de petróleo.....	15
Tabela 1.2: Principais indicadores gerados pelo FCD	19
Tabela 1.3: Projetos de diferentes valores, investimentos e retornos	35
Tabela 2.1: Terminologia dos resultados do exercício das opções	43
Tabela 2.2: Analogia entre os resultados do portfolio replicador e da opção de compra	50
Tabela 2.3: Componentes do valor da opção segundo o ponto de vista do comprador	52
Tabela 2.4: Analogia entre as opções financeiras de compra e as opções reais de investir em petróleo.....	55
Tabela 2.5: Flexibilidades em níveis operacionais da empresa	59
Tabela 2.6: Empresas que usaram a teoria das opções reais	62
Tabela 3.1: Principais indicadores estatísticos da oscilação do preço do petróleo em 2001	71
Tabela 3.2: Processos de difusão mais usados em análises econômicas	81
Tabela 4.1: Estratégia de replicação do valor da opção de compra	99

Tabela 5.1: Composição típica de custo operacional em campos marítimos	140
Tabela 5.2: Estimativa da taxa de dividendos a partir do fluxo de caixa do projeto	152
Tabela 5.3: Taxa de juro de títulos dos governos do Brasil e EUA em 01/08/2003	155
Tabela 5.4 : Orçamento de algumas empresas de petróleo em 2002.....	157
Tabela 6.1: Características geológicas, econômicas e técnicas das reservas.....	177
Tabela 6.2: Resultados da análise econômica do portfolio de projetos	179
Tabela 6.3: Modelo de seleção do portfolio de reservas pela abordagem tradicional.....	181
Tabela 6.4: Resultado de risco e volatilidade a partir das simulações realizadas para os projetos.....	183
Tabela 6.5: Parâmetros de entrada do modelo de valoração dos projetos segundo a teoria das opções reais	187
Tabela 6.6: Resultados da teoria de valoração e exercício da opção de investir	189
Tabela 6.7 – Parâmetros de entrada do modelo de estimativa do NPF em cada projeto.....	191
Tabela 6.8 – Resultados do NPF nos projetos	192
Tabela 6.9 – Resultados globais do modelo de valoração de tomada e decisão	194



UNICAMP

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOCIÊNCIAS
Área de Administração e Política de Recursos Minerais**

**UMA PROPOSTA DE USO DA TEORIA DA PREFERÊNCIA E DAS
OPÇÕES REAIS EM PROJETOS DE EXPLORAÇÃO E PRODUÇÃO DE
PETRÓLEO.**

RESUMO

TESE DE DOUTORADO

Gabriel Alves da Costa Lima

As mudanças regulamentares ocorridas no Brasil a partir da segunda metade dos anos 90 ocasionaram diversas alterações no processo decisório sobre E&P de petróleo, culminando com a criação de um ambiente de mais competição entre as empresas. Neste novo cenário, pode-se dizer que as decisões de investimentos modernos em E&P possuem quatro características importantes: a) investimentos são, ao menos parcialmente, irreversíveis; b) incertezas sobre a dinâmica temporal do fluxo de caixa dos projetos; c) opções reais para ajustar as decisões às novas realidades do mercado; d) aversão ao risco das corporações. Em tais cenários, por ignorarem estas características ou não capturá-las apropriadamente, os indicadores tradicionais do fluxo de caixa descontado para valoração e tomada de decisões podem não fornecer resultados compatíveis com as práticas de mercado. Como alternativa para contornar tais limitações, propõe-se uma abordagem baseada no uso da teoria da preferência e das opções reais. A teoria das opções se justifica pela analogia entre as opções de investir em projetos e as opções financeiras de compra do tipo americanas. A motivação pelo emprego da teoria da preferência se baseia na possibilidade de incorporar as funções de utilidade do tomador de decisão para ordenar as grandezas sob condições de risco. O modelo proposto nesta tese é aplicado na valoração e seleção de projetos de reservas não desenvolvidas, fornecendo os seguintes produtos: 1) estimativa do valor corrente de uma reserva de petróleo; 2) estimativa do valor crítico de cada projeto para investimento imediato; 3) estimativa do valor da opção estratégica de investir; 4) estimativa do nível de participação financeira em cada projeto. Para facilitar a aplicação do modelo, foi desenvolvido o software INVESTPETRO. Os resultados obtidos neste trabalho mostram que as duas abordagens produzem resultados distintos, sobretudo nos casos em que o nível de incertezas for alto.



UNICAMP

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOCIÊNCIAS
Área de Administração e Política de Recursos Minerais**

**A PROPOSED FRAMEWORK BASED ON PREFERENCE THEORY AND
REAL OPTIONS APPROACH IN PROJECTS OF EXPLORATION AND
PRODUCTION OF PETROLEUM.**

**ABSTRACT
DOCTORATE THESIS**

Gabriel Alves da Costa Lima

The legal framework in Brazil has changed after the 90's towards an economic environment of more competition among oil companies in the E&P business. In this new scenario, the investment decisions must be guided, considering four important features: a) investments are, at least in part, irreversible; b) uncertainty over the future cash flow of projects; c) implications of available real options (managerial flexibilities) to adapt the project to new economic market realities; d) corporation managers are traditionally risk averse. In such economic environment, the traditional indicators of discounted cash flow such as NPV (net present value) and IRR (internal rate of return) may produce divergent results from the market practices since they ignore specially the value of real options embedded in the project and also the risk preference of the decision-maker. As an alternative tool, in this work, it is developed an integrated model combining the options approach and preference theory (or utility theory). The options approach is due to the analogy of the determinants of financial and real options. The preference theory makes use of utility function of decision-maker in order to rank projects in more rational and sound bases. The model is applied to the valuation and selection of 10 undeveloped petroleum reserves, giving the following outputs: a) estimation of the current value of petroleum reserve; b) estimation of the critical project value to invest immediately; c) estimation of the strategic value of the investment option; d) estimation of the optimal level of working interest in each project. In order to make easier the application of the model, a software named INVESTPETRO was developed as part of this research. This work shows that the results of the traditional approach are distinct of those of the proposed model, especially when the level of uncertainties is high.

INTRODUÇÃO

O processo decisório associado a investimentos em E&P de petróleo deve considerar, principalmente, as incertezas na geologia dos reservatórios, na engenharia de produção e na economia dos mercados consumidores e produtores. Em razão disso, a simples aplicação da metodologia tradicional¹ de análise de investimentos e tomada de decisões nem sempre pode fornecer resultados condizentes com as crescentes expectativas do ambiente empresarial.

As incertezas geológicas se encontram presentes nos eventos condicionantes da acumulação de hidrocarbonetos, a saber: a) presença de uma rocha que contenha matéria orgânica, b) condições físico-químicas que favoreçam o seu deslocamento; c) presença de rocha reservatório; d) presença de rochas selantes que envolvam a rocha reservatório; e) sincronismo na ocorrência destes eventos condicionantes mencionados. Para exemplificar a magnitude destes riscos decorrentes das incertezas geológicas, admitindo-se que a probabilidade de ocorrência de cada evento seja 80% e que estas variáveis sejam independentes, a probabilidade de sucesso geológico (diferente de sucesso comercial) é $0,8*0,8*0,8*0,8*0,8 = 32,77\%$. Conseqüentemente, o risco é de 67,23%. Neste contexto, ROSE (2001) afirma que, na fase de exploração de petróleo, este elevado nível de incerteza se traduz em uma taxa de sucesso de apenas 1 a 3 descobertas, em cada 10 poços perfurados.

As incertezas técnicas, por sua vez, são aquelas que ocorrem a partir da fase de desenvolvimento dos reservatórios. Encontram-se, principalmente, em variáveis incertas, como: volume total de produção, curva de declínio, estratégia de produção (tipo e quantidade de poços de produção), etc. Por exemplo, o fator de recuperação - variável que depende fortemente da viscosidade do óleo - é uma variável incerta, que muito influencia a decisão de investir ou não na produção dos campos. Na extração de óleos pesados, o fator de recuperação tende a ser mais baixo que na produção de óleos leves, ocasionando custos de produção mais altos. No entanto, estas incertezas técnicas podem ser reduzidas por meio de novas ferramentas tecnológicas de

¹ Entende-se por metodologia tradicional aquela baseada unicamente nos indicadores do fluxo de caixa descontado tais como o VPL e TIR. Ao longo deste trabalho mostrar-se-á que esta abordagem ignora o valor opções reais presentes nos projetos.

sísmica, perfuração, poços horizontais, etc., de modo que o fator de recuperação possa ser aumentado significativamente.

Com efeito, segundo BOHI (1998, p. 45), a partir da década de 90, as taxas de sucesso tradicionais em exploração passaram de 20% para 50%, enquanto as taxas típicas de sucesso na fase de desenvolvimento passaram de 70% para 85% quando se usa tecnologia como a sísmica 3D.

As incertezas econômico-financeiras são aquelas existentes principalmente na fase de produção dos reservatórios. Elas se encontram presentes em variáveis como preço, custo de produção, taxa de câmbio, taxa de juro, etc. Por exemplo, o preço do óleo cru é uma variável que afeta fortemente o VPL ou TIR dos projetos, sendo que seu valor médio histórico é em torno de US\$ 22,60/bbl², mas tem-se apresentado muito volátil a partir de 1970, variando entre US\$ 8,37/bbl a US\$ 78,19/bbl.

Esta incertezas ocasionam riscos geológicos, técnicos e econômico-financeiros para as empresas. As corporações estão também sujeitas aos riscos políticos, sociais e ambientais. Dentre estes riscos, geralmente, os econômico-financeiros e os geológicos são os que mais preocupam os investidores, sobretudo as oscilações do preço do petróleo no mercado internacional. No entanto, estes riscos são inerentes ao segmento de petróleo e, por isso, são aceitos pelas empresas que atuam neste setor. Por outro lado, os riscos políticos e sociais são mais preocupantes, principalmente em países onde as instituições e a democracia não se encontram plenamente consolidadas. Já os riscos ambientais são mais importantes em países que possuem uma legislação de proteção ambiental severa.

Apesar de todos esses riscos, o segmento de E&P de petróleo é composto por muitas empresas. Há poucas grandes empresas que são integradas e dezenas de outras que são independentes, isto é, apenas atuam em segmentos específicos da cadeia produtiva. Em termos de produção de recursos energéticos, analisando os dados de produção e consumo da BP (2004), constata-se que a indústria de petróleo produz cerca de 48% de toda a energia consumida no mundo, alcançando cerca de 75 milhões de barris de óleo. No Brasil, segundo a ANP (2004), em

² Dados obtidos a partir da BP (2004), os quais, foram atualizados para o dólar de 2002.

2002 a produção de petróleo foi em torno de 1,5 milhão de barris por dia, enquanto que a demanda foi de cerca de 1,8 milhão de barris diários.

Para manter esta produção de petróleo, as empresas alocam bilhões de dólares, a cada ano, na cadeia de E&P de petróleo, ou seja, elas investem em exploração, produção, desenvolvimento, desativação e inovação tecnológica. Por exemplo, em 2002, a BP investiu US\$ 9 bilhões, a SHELL investiu US\$ 8 bilhões e a UNOCAL investiu US\$ 1,7 bilhão. A PETROBRAS investiu cerca de US\$ 6 bilhões, algo um pouco superior a 1% do PIB³ do Brasil.

Como uma das conseqüências do investimento da PETROBRAS ao longo dos últimos anos, o Brasil se encontra na 16ª posição mundial quanto às reservas provadas de petróleo (ANP, 2004). Suas reservas totais foram de 12,99 bilhões de barris ao final do ano de 2001, mantendo uma taxa de crescimento médio, nos últimos 10 anos, de 5,3%, sendo que as reservas provadas totais em 2002 corresponderam a 13,083 bilhões de barris, implicando uma oscilação de 0,7%.

No que tange ao processo de descoberta de reservas em áreas terrestres ou marítimas, as empresas investem primeiramente em aquisição de dados sísmicos. Estes dados são processados e, posteriormente, são escolhidas as áreas alvo de poços exploratórios, visando a confirmar as informações obtidas pelos dados sísmicos. A necessidade de selecionar estas áreas alvo para a perfuração dos poços exploratórios se deve ao alto custo das sondagens. Para ilustrar, assume-se que cada km² de área objeto de exploração sísmica custa em torno de US\$ 100.000 e cada metro perfurado custa, em média, cerca de US\$ 3.300. Portanto, para um prospecto de 100 km² são gastos aproximadamente US\$ 10 milhões em sísmica e US\$ 13,2 milhões para perfurar um poço de 4000 metros em área marítima, gerando um investimento total de US\$ 23,2 milhões.

Numa indústria com características tão peculiares, é natural levar-se em consideração os principais determinantes do interesse das empresas em direcionar recursos em determinada bacia, dentre as diversas existentes no mundo, de modo a otimizar a sua carteira de projetos e reduzir o nível de risco da corporação. De acordo com NEPOMUCENO (1997, p.7), o interesse dos investidores estrangeiros em alocar recursos numa indústria de tão alto risco como de E&P de petróleo de um determinado país depende dos seguintes fatores, dentre outros:

³ Vale ressaltar que a razão entre investimentos da PETROBRAS e PIB é muito sensível à taxa de câmbio. Ela cresce quando ocorre apreciação da moeda nacional e decresce quando há depreciação da moeda nacional.

- a) Potencial geológico de acúmulo de hidrocarbonetos das bacias sedimentares;
- b) Respeito às relações contratuais que são firmadas *a priori*;
- c) Estabilidade política, econômica e social do país.

O Brasil, no que tange ao seu potencial geológico, possui um total de 29 bacias sedimentares (marítimas e terrestres), que ocupam uma área de 5,1 milhões de km² e correspondem a cerca de 60% de seu território. Dentre estas, 15 bacias são terrestres e 14 bacias são marítimas. A partir do final da década de 90, tem sido grande o interesse dos investidores em alocar recursos na exploração de petróleo nas bacias brasileiras, em parte pelo potencial geológico destas bacias sedimentares.

De acordo com FURTADO e SUSLICK (2003), até 31/12/2003 a ANP realizou 5 leilões, arrecadou cerca de US\$ 740 milhões e ofereceu uma área superior a 500.000 km², mas a área concedida foi em torno de 200.000 km². Foram concedidos 115 blocos exploratórios, 51 campos em desenvolvimento da fase de produção e 231 campos produtores, através da Rodada Zero; 12 blocos exploratórios na Primeira Rodada; 21 blocos exploratórios na Segunda Rodada, 34 blocos exploratórios na Terceira Rodada, 21 blocos exploratórios na Quarta Rodada e 101 blocos exploratórios na Quinta Rodada de Licitações.

Dentro deste contexto, caracterizado por incerteza, riscos e investimentos que alcançam a cifra de bilhões de dólares, esta pesquisa se desenvolve. Embora seja improvável a eliminação total do risco no ambiente de E&P de petróleo, a análise e tomada de decisões econômicas da carteira de projetos sob condição de incerteza, por meio de um conjunto de abordagens complementares, abre possibilidade para redução destes níveis de risco.

MOTIVAÇÃO

A principal motivação deste trabalho são as limitações da abordagem tradicional no processo decisório associado às oportunidades de investimentos no cenário econômico competitivo de E&P de petróleo. Estes investimentos possuem quatro características importantes:

- a) Presença de incertezas geológicas, técnicas e econômico-financeiras;
- b) Altos investimentos que são, ao menos parcialmente, irreversíveis;
- c) Presença de opções reais ou flexibilidades gerenciais operacionais ou estratégicas associadas aos projetos;
- d) Comportamento das empresas de aversão em relação ao potencial de riscos.

A metodologia tradicional de valoração das oportunidades de investimento e tomada de decisões é baseada num arcabouço sob condições de certeza. Pressupõe-se que variáveis como preço, custo, taxa de câmbio, nível de produção, etc. sejam constantes ao longo do tempo ou oscilem de forma determinística, de modo que não haja risco do investimento e a taxa de desconto apenas reflita a preferência pela liquidez.

Com a inserção do elemento risco na dinâmica destas variáveis, a solução proposta pela metodologia tradicional é ajustar a taxa de desconto (por meio de um prêmio de risco) em função do nível de risco do projeto. Este tem sido o modelo padrão em manuais de finanças como BREALEY e MYERS (1992), ROSS, WESTERFIELD e JAFFE (1995).

Por mais que seus resultados sejam enriquecidos com a análise de sensibilidade da variável dependente em relação às variáveis mais sensíveis (por exemplo, a sensibilidade da função VPL em relação ao preço ou produção, simulação de Monte Carlo, etc.), eles ainda podem ser insatisfatórios por ignorarem, principalmente, a irreversibilidade da decisão de investir e o comportamento do tomador de decisão. Por isso, estes resultados podem, conseqüentemente, não ser compatíveis com as práticas de mercado. Na área de exploração de petróleo, PADDOCK,

SMITH e SIEGEL (1988) mostram que os valores de alguns blocos licitados no Golfo do México divergem dos resultados dos indicadores do FCD.

Assim, ao ignorar que irreversibilidade, incertezas e flexibilidades estratégicas interagem e podem criar valor para os acionistas, a abordagem tradicional tende a sub-avaliar os ativos e a permitir uma alocação ineficiente de recursos. Neste contexto, TRIGEORGIS (1998) e COPELAND e ANTIKAROV (2001) afirmam que, na prática, os executivos tomam decisões incompatíveis com a regra tradicional do VPL. Também no tocante ao comportamento do decisor em situações de risco, a abordagem tradicional pode orientar a empresa a assumir um alto nível de participação financeira em alguns projetos e, da mesma forma, pode recomendar a rejeição de outros.

Como os projetos de petróleo possuem estas quatro características das oportunidades de investimentos modernos, o modelo proposto, neste trabalho, para valoração e tomada de decisão envolvendo projetos de produção de reservas de petróleo, será composto por uma combinação de diferentes ferramentas, que incluem: modelagem econométrica, teoria econômica e financeira, teoria da preferência, teoria das opções reais, conhecimentos de engenharia de reservatórios e otimização sob incerteza.

OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é desenvolver e aplicar uma metodologia integrada para analisar as seguintes questões:

1. Estimativa do valor corrente de um projeto de E&P de petróleo sob condições de incerteza futura.
2. Estimativa do valor estratégico da opção de investir em capacidade de produção de projetos de lavra de petróleo.
3. Derivação de uma regra ótima para investir, isto é, estimar o valor crítico do projeto que induz o investimento imediato, considerando as características técnicas, econômicas e financeiras associadas ao projeto.

4. Estimativa do nível de participação financeira no projeto, considerando-se as suas características de risco, assim como o orçamento da empresa.
5. Seleção e hierarquização de uma carteira projeto de produção de petróleo, levando-se em conta o processo de valoração, opção estratégica de investir e nível de participação financeira. Portanto, trata-se de um modelo decisório integrado que incorpora a teoria das opções reais e a teoria da preferência.
6. Desenvolvimento de um algoritmo (INVESTPETRO), visando à implementação desta metodologia pela indústria, o qual se compõe de macros em VBA (Visual Basic for Application).
7. Aplicação do modelo na análise econômica de um portfólio de 10 projetos e comparação dos seus resultados com os da abordagem tradicional.

METODOLOGIA

A metodologia se constitui de um modelo em que a análise dos projetos é composta por: fluxo de caixa descontado (FCD), teoria das opções reais (TOR), teoria da preferência (TP) e simulação de Monte Carlo (SMC). Os projetos são os parâmetros de entrada do modelo, cujos produtos esperados são a seleção e a hierarquização destes projetos, segundo critérios econômicos e/ou estratégicos. A Figura 1 mostra o modelo proposto para a seleção e a hierarquização dos projetos de produção das reservas de petróleo provadas, mas não desenvolvidas.

Na Figura 1, define-se como V^* o valor crítico para tomada de decisão. Se $V \geq V^*$, a empresa deve investir imediatamente. Caso contrário, ela deve esperar. define-se NPF como o nível de participação financeira em cada projeto.

Ao se usar a metodologia proposta na Figura 1 para análise econômica e tomada de decisão em uma nova reserva de petróleo, o primeiro problema é determinar o seu valor corrente, o qual pode ser realizado, por exemplo, usando a abordagem do FCD. Entende-se por valor corrente do projeto o valor presente de seu fluxo de caixa em algum instante.

O segundo problema é estimar o valor da opção estratégica de investir e a regra ótima para exercê-la. Para tal, pode-se usar a teoria das opções reais, a qual pode ser entendida como uma adaptação da teoria de valoração e exercício ótimo das opções financeiras, baseada no modelo de MERTON-BLACK-SCHOLES, estendido para opções americanas.

O terceiro problema é a estimativa do nível de participação financeira no projeto. A empresa pode decidir entre incorrer em 100% do investimento ou formar parcerias com outras empresas. Para escolher o nível ótimo de participação financeira, pode-se usar a teoria da preferência, juntamente com considerações sobre as condições financeiras da corporação.

No entanto, para usar o modelo de MERTON-BLACK-SCHOLES, deve-se estudar a dinâmica de evolução de variáveis como preço, volume de óleo, custos operacionais (OPEX), etc. Elas são modeladas por meio de processos estocásticos de difusão, como o Movimento Geométrico Browniano (MGB), Movimento de Reversão à Média (MRM), distribuições de probabilidades, dentre outros. Neste trabalho, assume-se que o valor da reserva evolui de acordo com um MGB.

MODELO PROPOSTO

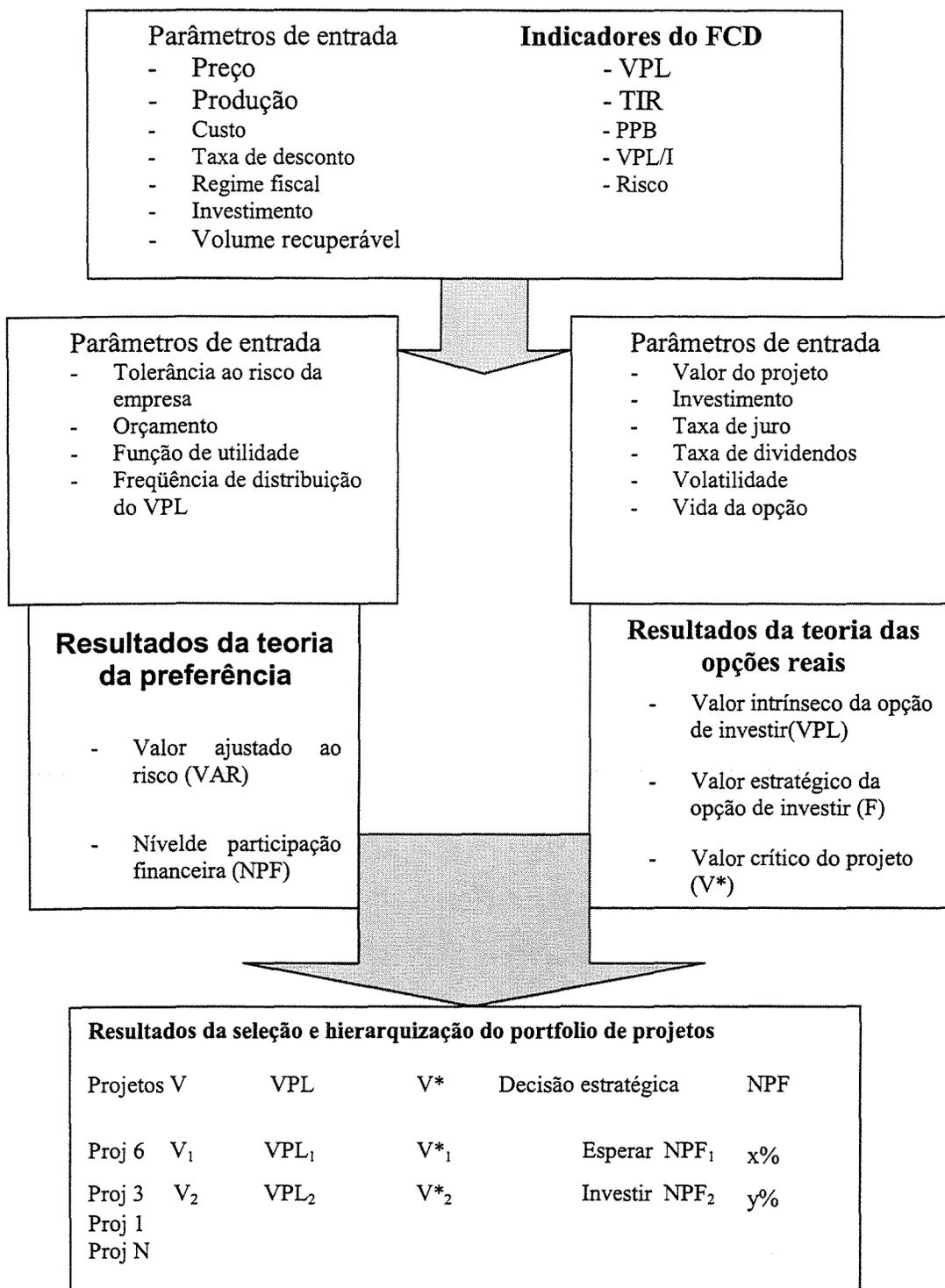


Figura 1: Modelo proposto para valoração e hierarquização dos projetos

Para a estimativa dos parâmetros volatilidade e taxa de dividendos dos projetos, usar-se-á uma abordagem envolvendo o FCD. Para a estimativa da média e volatilidade da taxa de retorno do preço, pode-se usar séries históricas em intervalos diário, mensal, anual, etc. A estimativa da taxa de juro livre de risco é obtida pelas curvas de rendimento dos títulos governamentais cuja maturidade seja igual ou próxima à vida da opção real de investir.

Para usar a teoria da preferência, faz-se necessária a estimativa do nível de tolerância ao risco da empresa e seu coeficiente de aversão ao risco. Para tal estimativa, pode-se realizar pesquisa empírica por meio de questionários aplicados aos gerentes. No entanto, neste trabalho, assumir-se-á que a tolerância ao risco da empresa é de 30% do seu orçamento.

ESTRUTURA DA TESE

Esta tese está estruturada em 7 capítulos, compreendendo uma revisão bibliográfica, aspectos metodológicos, aplicações da metodologia, e encerra-se com as conclusões e recomendações.

O Capítulo 1 apresenta algumas limitações da abordagem tradicional em análises econômicas e em projetos de investimentos quando há incertezas, irreversibilidades e flexibilidades gerenciais. Por meio de discussões conceituais e exemplos numéricos, mostram-se: a) problemas na valoração de garantias governamentais; b) dificuldade de ajuste da taxa de desconto em função do nível de risco do projeto; c) problema na tomada de decisão de investir quando há incerteza sobre o futuro; e) problema em não considerar apropriadamente o comportamento da corporação em relação ao risco.

O Capítulo 2 apresenta as bases conceituais sobre a abordagem das opções financeiras, das opções reais e da teoria da preferência aplicadas ao orçamento de capital, sob condições de incerteza, irreversibilidade do investimento alocado e aversão ao risco.

O Capítulo 3 apresenta as ferramentas matemáticas para o desenvolvimento dos capítulos 4, 5 e 6 da tese, que incluem Simulação de Monte Carlo, processos estocásticos, equações diferenciais e cálculo estocástico.

O Capítulo 4 apresenta o modelo de valoração das opções reais, modelo decisório de exercício ótimo da opção de investir, e modelo de estimativa do nível de participação financeira no projeto. Mostra-se que a equação diferencial a ser satisfeita pela função de valoração das opções reais é idêntica à célebre equação de BLACK e SCHOLLES (1973), bem como os modelos matemáticos mais comuns da função utilidade dos indivíduos.

O Capítulo 5 apresenta o modelo proposto para análise econômica e tomada de decisão em projetos de produção de petróleo. Discute-se uma abordagem de estimativa dos parâmetros de entrada do modelo das opções reais e de estimativa do nível ótimo de participação financeira.

O Capítulo 6 apresenta o modelo proposto para seleção e hierarquização de projetos de produção de reservas de óleo e/ou gás, utilizando-se a teoria das opções reais como ferramenta de otimização temporal, e a teoria da utilidade como ferramenta de otimização do comportamento da empresa em relação ao risco.

O Capítulo 7 apresenta as principais conclusões da tese, bem como sugestões de tópicos que podem ser objeto de futuras pesquisas.

O anexo 1 apresenta o algoritmo INVESTPETRO, que foi desenvolvido para realizar os cálculos requeridos pelo modelo proposto neste trabalho.

Capítulo 1:

LIMITAÇÕES DOS INDICADORES TRADICIONAIS NA TOMADA DE DECISÕES.

Este capítulo mostra algumas limitações dos principais indicadores do FCD para tomada de decisões em projetos de E&P de petróleo sob condições de incertezas e irreversibilidades. São estudadas limitações nos seguintes casos: a) estimativa da taxa de desconto em função do risco total do projeto; b) estimativa do valor de uma garantia governamental; c) estimativa do valor da flexibilidade de investir no futuro; d) escolha entre projetos com diferentes retornos, riscos e requerimento de capital.

1.1 - Características do processo decisório na indústria de E&P de petróleo

As decisões de investimento e/ou financiamento presentes na indústria de E&P de petróleo envolvem grandes quantias de capital e elevados riscos, mas altas possibilidades de lucros em comparação com investimento em outras indústrias. Como exemplo destes altos investimentos, pode-se citar a perfuração de apenas um poço de produção num campo marítimo que pode exigir investimentos de cerca de US\$ 25 milhões, enquanto que uma plataforma⁴ pode custar cerca de US\$ 300 milhões.

Assim, nesta indústria, as tarefas de valoração e tomada de decisões sobre ativos tangíveis ou intangíveis, estratégias de negócios, etc. são, geralmente, mais complexas que em outros segmentos industriais. Como exemplo, citam-se alguns dos problemas analisados freqüentemente pelos tomadores de decisão da indústria de petróleo:

⁴ O custo pode ser até mais alto. Por exemplo, segundo a página eletrônica da FORBES (www.forbes.com), a PETROBRAS investirá cerca de US\$ 923 milhões na construção da plataforma P-52 a ser alocada no campo de Roncador.

1. Estimativa do valor de ativos tangíveis (desenvolvimento de equipamentos, reservas petrolíferas, etc.) e intangíveis (concessões de exploração e produção, direitos de pesquisas, etc.);
2. Estimativa das perdas e benefícios das possíveis estratégias de fusões, aquisições e incorporações de ativos de corporações concorrentes, prática comum na indústria de petróleo;
3. Desenvolvimento de estratégias e parcerias para possibilitar o aproveitamento dos recursos petrolíferos;
4. Estudar o efeito das políticas tributária, cambial e monetária na lucratividade e rentabilidade do portfólio de projetos da empresa em curto, médio e longo prazo;
5. Estudos de oportunidades de parcerias em E&P, prática comum na indústria de petróleo. Por exemplo, citam-se as parcerias que envolvem diversas empresas que têm como objetivo a exploração de blocos licitados pela Agência Nacional de Petróleo (ANP);
6. Gestão de curto, médio e longo prazo do portfólio de projetos da empresa.

Embora o espectro de problemas seja amplo, neste trabalho os focos são a valoração e a tomada de decisões em projetos de produção de petróleo. Antes, porém, de se proceder ao detalhamento dos modelos de valoração e tomada de decisão em investimentos, faz-se oportuna uma pequena explanação sobre as fases que compõem a E&P de petróleo.

A extração de recursos minerais metálicos, não-metálicos e energéticos requer que a substância esteja concentrada em uma pequena área da crosta terrestre. Para o caso do petróleo, a fim de encontrar tais concentrações, geralmente as empresas investem em exploração, isto é, em atividades que lhes permitam obter uma área-alvo de dimensões reduzidas, que será submetida a trabalhos de avaliação, que podem resultar numa descoberta comercial ou no abandono do bloco em caso de resultados insatisfatórios.

Na Tabela 1.1 encontram-se descritas algumas das variáveis que possuem incertezas e causam riscos nas diversas fases de E&P de petróleo.

Tabela 1.1: Exemplo de fontes de incerteza associadas a investimentos na E&P de petróleo.

Fases	Duração típica	Principais variáveis incertas nas fases de E&P de petróleo	
		Variáveis técnicas	Variáveis econômicas
Exploração	3 - 5 anos	Presença de rocha geradora, reservatório, trapa estrutural, rochas selantes, complexidade geológica, presença de fluidos, etc.	Custo de sondas, custo de aquisição e processamento de dados sísmicos, custo da obtenção da área, custo de capital, etc.
Avaliação	2 a 3 anos	Distribuição espacial da porosidade e permeabilidade (absoluta e relativa), espessura das camadas com óleo (net pay), limites do reservatório, etc.	Custo de perfuração de poços, custo de estudos de impacto ambiental, custo de capital, etc.
Desenvolvimento	5 a 8 anos	Estratégia de produção (poços verticais, horizontais), modelagem do reservatório, dimensões da plataforma, etc.	Custo de perfuração dos poços de produção e injeção, custo de plataformas, raisers, árvores de natal, etc.
Produção	15 a 30 anos	Taxa de declínio da produção, preço do óleo, custo operacional, curva de demanda, etc.	Preço do óleo, custo de produção, taxa de juro, curva de demanda, inflação, etc.

Na fase de exploração, repita-se, as variáveis mais incertas são: a) presença de rocha geradora, b) presença de rocha reservatório, c) presença de trapa, d) presença de rochas selantes, e) ocorrência de sincronismo (timing) entre a geração, migração e acumulação. Nesta fase, ROSE (2001) afirma que a probabilidade de sucesso média no mundo é em torno de 25%, o que confirma o elevado grau de incerteza.

A fase de avaliação depende do sucesso da fase de exploração. Segundo o contrato de concessão no Brasil, a empresa tem a obrigação de realizar os investimentos em avaliação da possível reserva, isto é, perfurar poços, realizar testes de formação e/ou obter mais dados sísmicos. Esta fase é decisiva para todo o empreendimento, uma vez que nela estima-se o volume de petróleo recuperável dentro de um determinado cenário de preço, custo de produção e tecnologia disponível.

A fase de desenvolvimento⁵ do projeto de produção de petróleo apenas ocorre caso a reserva esteja provada. No entanto, as decisões de investimento estão sujeitas às incertezas de variáveis como estratégia de produção (poços verticais, horizontais), volume de óleo recuperável e qualidade do fluido, entre outras.

Finalmente, a produção de petróleo apenas ocorre caso todas as três fases anteriores tenham sucesso. Ainda assim, há incertezas em variáveis como a taxa de declínio da produção, evolução temporal do preço do óleo, inflação, taxa de câmbio, custo operacional, curva de demanda, aspectos fiscais, etc.

Nas fases de exploração, avaliação e desenvolvimento, as incertezas associadas ao conhecimento de muitas variáveis geotécnicas (presença de rocha reservatório, porosidade, permeabilidade, pressão do reservatório, etc.) podem ser reduzidas por meio de investimento em informações. Por outro lado, na fase de produção, geralmente as incertezas econômico-financeiras se tornam mais importantes (preço do petróleo, curva de demanda mundial, etc.) e não podem ser eliminadas por meio de investimento. Para reduzir as incertezas econômicas, o tomador de decisão pode postergar a implementação das decisões, à espera de cenários menos incertos.

⁵ Por desenvolvimento entende-se o estabelecimento de capacidade produtiva como perfuração de poços de produção, poços de injeção, dimensionamento da plataforma, sistema de transporte (dutos, navios, etc), entre outros.

De um modo geral, a análise das decisões de investimentos ou financiamento em ativos reais como mineração, petróleo, agricultura, etc. ou financeiros como taxa de câmbio, títulos públicos, etc. realizada por empresas, investidores ou governo requer conhecimentos avançados de teoria econômico-financeira e técnicas quantitativas. Esta análise pode-se referir ao ambiente macro ou microeconômico, sob condições de certeza (rendas certas) ou incerteza (rendas variáveis).

1.2 - Modelos de análise de investimentos aplicados em E&P de petróleo

A metodologia de valoração deve considerar as diferenças entre os ativos que geram fluxos de renda fixa e renda variável. Os ativos de renda fixa são aqueles cujo fluxo de caixa futuro pode ser previsto, com precisão, por toda a sua vida, no instante em que a decisão é tomada – por exemplo, títulos governamentais, empréstimos bancários a taxas de juro pré-fixadas, etc. Por outro lado, os ativos de renda variável são aqueles cujo fluxo de caixa evolui de forma imprevisível, não sendo possível o seu conhecimento no instante em que a decisão é tomada, de sorte que os seus valores futuros são estimados apenas a partir de modelos econométricos – por exemplo, os projetos de investimento em recursos minerais, ações, etc.

O modelo de valoração dos ativos de renda certa originou-se com FISHER (1907). Neste modelo, assume-se que o fluxo de caixa não possui incertezas ao longo da vida de ativos, tais como projetos. Assim, a taxa de desconto compensa o investidor apenas pela equivalência do dinheiro ao longo do tempo (taxa de juros livre de risco) e pelo fato de que os indivíduos possuem preferência pela liquidez.

Diferentemente, segundo BREALEY e MYERS (1992), a teoria de valoração dos ativos de renda variável considera que a taxa de desconto deve compensar o investidor, não apenas pela sua preferência pela liquidez, mas também pela imprevisibilidade do fluxo de caixa futuro. Portanto, deve-se adicionar um prêmio à taxa de desconto, em função do risco do ativo. Conseqüentemente, o investidor passa a atribuir, aos fluxos de caixa de renda variável, um valor presente menor do que aos de renda fixa.

Na aplicação do modelo de valoração decorrente das preferências, o principal problema é a estimativa do prêmio de risco a ser adicionado à taxa de desconto, que passa a ser composta por: a) a taxa de juros livre de risco (caso simples de renda certa) e b) o prêmio de risco. Segundo BREALEY e MYERS (1992) e ROSS, WESTERFIELD e JAFFE (1995), os modelos mais comuns para estimar o prêmio de risco são o WACC (custo ponderado do capital) e o modelo de valoração de ativos de capital (CAPM).

Segundo SHARPE (1970), há duas teorias de valoração: a) teoria de valoração livre das preferências e b) teoria de valoração dependente das preferências.

A teoria de avaliação livre de preferências estabelece que os investidores sempre preferem mais riqueza a menos e são, portanto, maximizadores da riqueza, sem incorporarem o elemento risco. Baseia-se na hipótese de que eles são economicamente racionais, isto é, comportam-se inteligentemente, para aumentar as suas riquezas. Se o mercado for ineficiente, pode haver oportunidade de ganhos sem risco em função das distorções de mercado. Se o mercado for eficiente e os preços estiverem em equilíbrio, as possibilidades de ganhos podem conter algum risco, ou seja, não é possível obter lucro (criar dinheiro⁶) sem risco.

Com efeito, MODIGLIANI e MILLER (1958) utilizaram a hipótese de não arbitragem para mostrar que a estrutura de capital é irrelevante na decisão de investir, pois o mercado, sendo eficiente, elimina os ganhos exorbitantes isentos de risco dos agentes econômicos. Esta hipótese de não arbitragem foi usada por BLACK e SCHOLES (1973) e MERTON (1973), para desenvolverem modelos de valoração das opções financeiras.

A teoria de avaliação dependente das preferências possui a premissa de que o investidor busca posições de equilíbrio entre risco e retorno, sendo que o seu comportamento racional pode ser modelado por meio de uma função de utilidade⁷. Baseia-se no pressuposto de que os indivíduos buscam compatibilizar os níveis de risco e retorno, ao analisarem os seus investimentos em ativos reais ou financeiros.

⁶ Num mercado competitivo e eficiente, oportunidades de arbitragem sobrevivem apenas durante um curto intervalo de tempo.

⁷ Pela teoria livre de preferências, a função utilidade é crescente com a riqueza, mas pela teoria dependente das preferências, a função utilidade é, comumente, parabólica ou logarítmica. Para este ponto, ver Von Neumann e Morgenstein (1953).

O desenvolvimento de modelos de estimativa da taxa de desconto ajustada ao risco e preferências dos investidores permite realizar a equivalência entre os indicadores de valoração dos ativos ao longo do tempo, segundo diferentes níveis de risco. De acordo com GENTRY e O'NEIL (1984), estes principais indicadores se encontram na Tabela 1.2.

Tabela 1.2: Principais indicadores gerados pelo FCD.

Indicadores derivados do FCD	Descrição básica de cada indicador
VPL	É o valor presente líquido de um fluxo das entradas e saídas de caixa do projeto, menos o custo do investimento trazido a valor presente.
TIR	É a taxa interna de retorno, definida com a taxa intrínseca do projeto que faz com que o valor fluxos de caixa operacionais seja igual ao investimento, sendo que ambos são trazidos a valor presente.
PPB	É o período de tempo mínimo para que a soma das entradas de caixa do projeto superem a soma das suas saídas de caixa.
VPL / I	É a taxa de retorno gerada por cada unidade monetária alocada no projeto, sendo considerada a taxa de desconto.
PMEF	É o período em que a soma dos fluxos de caixa do projeto (entradas e saídas) atingem o valor mínimo. Nos projetos de E&P de petróleo, o PMEF ocorre na fase de desenvolvimento.

Adaptado de GENTRY e O'NEIL (1984) e MIAN (2002).

Os indicadores gerados pelo FCD de ativos reais ou financeiros são usados para nortear as decisões de investimento, tanto em nível micro como macroeconômico. Por exemplo, em nível de empresas, uma das principais teorias microeconômicas de análise de investimentos é indicador de

TOBIN (q). De acordo com TOBIN (1969), SACHS e LARRAIN (1995, p. 153-155) a decisão de investir depende da razão (q) entre o valor presente do fluxo de caixa gerado pelo investimento (via valor das ações) e o custo de reposição dos ativos (investimento). Se $q > 1$, a empresa deve investir enquanto houver disponibilidade de recursos; caso contrário, deve-se rejeitar o projeto. Por exemplo, se o valor de mercado das ações de uma empresa de petróleo for de US\$ 5 bilhões e o custo de reposição dos equipamentos, direitos, reservas, etc., for de US\$ 4 bilhões, a empresa deve continuar investindo, pois $q = 1,25$.

Em ambientes pouco voláteis, os analistas possuem alto nível de confiança sobre os valores futuros das variáveis usadas nas análises econômicas. Em tal caso, o modelo de investimento de TOBIN (1969) pode fornecer resultados satisfatórios, uma vez que as previsões de variáveis como preço, custo, produção, custo de capital, custo tributário, etc., podem ser facilmente realizadas.

Já em ambientes voláteis, os valores futuros destas variáveis podem ser estimados apenas por meio de distribuições de probabilidades, tais como a log normal, triangular, etc. Assim, uma grandeza como o VPL passa a se constituir de uma distribuição de frequências.

Em termos de projetos de investimento como os de produção de petróleo, TRIGEORGIS (1998) afirma que as incertezas requerem um gerenciamento dinâmico do projeto, em resposta às mudanças dos cenários que foram planejados inicialmente, como, por exemplo, a queda nos preços, o aumento de demanda, o atraso ou a antecipação dos investimentos, a questão do abandono ótimo, etc. As opções gerenciais que permitem uma gestão dinâmica do projeto modificam o seu risco e possuem valor que não é contabilizado pelos indicadores da abordagem tradicional.

Por isso, HAYES e ABERNATHY (1980), KESTER (1984) e DAVIS (1996) concluem que a metodologia tradicional sub-avalia o valor do projeto, por não considerar o valor das opções reais que existirem. Por exemplo, na indústria de E&P de petróleo, quando a empresa adquire o direito de produzir um reservatório de hidrocarbonetos, geralmente ela não é obrigada a iniciar a sua operação imediatamente (como prevê o modelo do fluxo de caixa descontado), mas tem a opção real de esperar. Esta opção de esperar possui valor e deve ser considerada como uma componente do valor do projeto (mas ignorada pelo FCD), pois pode contribuir para aumentar a

probabilidade de obter mais ganhos. Assim, a decisão de investir é análoga ao exercício de uma opção financeira de compra do tipo americana.

Neste contexto das limitações do FCD, MILLER E UPTON (1985), citados em MOORE (1998, p.2), realizaram um estudo mais voltado para a área da indústria de petróleo e mostraram evidências de que o método do FCD é tendencioso, pois os projetos são subestimados e não se verifica correlação positiva entre o valor destes projetos e o de mercado das reservas provadas. Numa pesquisa em nível macroeconômico, HAYES E GARVIN (1982) especulam que a causa do declínio dos investimentos nos USA, no período entre 1959 e 1975, pode ser a crescente aceitação da metodologia do FCD pelas grandes corporações nas suas tomadas de decisão.

Por seu turno, DIXIT e PINDYCK (1994, p.3) afirmam que os indicadores da abordagem tradicional são insuficientes para a tomada de decisões, por ignorarem três importantes características dos investimentos modernos: a) irreversibilidade dos investimentos, b) incerteza dos fluxos de caixa futuros e c) opção real de postergar ou antecipar o exercício das decisões. Ademais, os indicadores tradicionais desconsideram que a tolerância ao risco da corporação pode ser finita. Segundo estes pesquisadores, estas características interagem e podem criar flexibilidades gerenciais, bem como agregar valor ao projeto, o qual, reitere-se, não é capturado pelos indicadores tradicionais.

As incertezas do fluxo de caixa de projetos de petróleo podem ser de natureza técnica ou econômica. As incertezas de natureza técnica são aquelas vinculadas ao projeto, presentes em variáveis como volume de óleo recuperável, taxa de declínio da produção, vida útil do reservatório, quantidade ótima de poços, etc., ou seja, são variáveis endógenas do arcabouço técnico de extração de petróleo. As incertezas de natureza econômico-financeiras dependem das condições macroeconômicas e também da viabilidade dos fluxos de caixa específicos do projeto, os quais dependem de variáveis como a flutuação dos preços, demanda, custos de produção, valor da reserva, incidência tributária, etc.

A presença de irreversibilidades está associada à impossibilidade de se recuperar todo o investimento, caso a empresa decida pelo abandono do projeto. Em outras palavras, isso significa que, desde que o investimento é realizado, a empresa não mais pode se beneficiar de futuras oportunidades de investir com tais recursos financeiros.

O grau de irreversibilidade⁸ depende do nível de especificidade dos recursos alocados. Equipamentos não específicos, como computadores e veículos, podem ser revendidos para outras empresas. Por outro lado, equipamentos específicos, como plataformas, dutos, etc., só podem ser vendidos para empresas do mesmo segmento industrial.

A presença da irreversibilidade dos investimentos implica que o processo decisório deve ser otimizado para reduzir as possibilidades de alocação ineficiente de recursos e diminuir a exposição ao risco das empresas. Esta finitude da tolerância financeira ao risco das empresas causa implicações no processo decisório. Assim, projetos que demandam grandes investimentos podem ser financiados não apenas por uma corporação, mas sim por meio de parcerias. Embora estas parcerias fracionem os lucros, permitem reduzir os riscos da empresa e auxiliam na diversificação pela participação em maior quantidade de projetos. Este conceito será aplicado nos Capítulos 5 e 6 deste trabalho.

Embora as premissas da teoria das opções sejam conceitualmente mais coerentes com o mundo real, foram realizados poucos estudos empíricos sobre a sua adequação e operacionalidade nos diversos setores econômicos. No entanto, como toda nova teoria econômica deve ser testada pelos usuários e pelo mercado, a partir da década de 90 surgiram alguns estudos empíricos. QUIGG (1993) estudou 2700 transações de imóveis urbanos e encontrou respaldo da opção de diferimento⁹. BAILEY (1991), citado por COPELAND e ANTIKAROV (2001), encontrou evidências do valor das opções de iniciar e suspender as operações em atividades agrícolas (plantações de dendê e borracha).

Na área de petróleo, o trabalho de PADDOCK, SMITH E SIEGEL (1988) é um clássico sobre a valoração de concessões de áreas para exploração de petróleo. Os autores coletaram lances apresentados por diferentes empresas para 21 blocos do Golfo do México, calcularam o valor das concessões utilizando-se o FCD e a teoria das opções reais. Concluíram que os valores de ambas as abordagens são correlacionados, mas abaixo daqueles dos lances vencedores – atribuíram tal diferença ao fenômeno conhecido como maldição do vencedor. SAITO, SCHIOZER e CASTRO (2000) aplicaram a abordagem das opções reais na avaliação de

⁸ Uma das causas da irreversibilidade parcial do investimento é devido à assimetria de informações entre o comprador e vendedor, fazendo com que o valor de revenda dos equipamentos seja abaixo do real. Este problema é clássico na literatura econômica e foi analisado por AKERLOF (1970).

reservatórios em que há flexibilidade gerencial de aumento de produção pela perfuração de novos poços. Sobre a teoria da preferência, COZZOLINO (1977), WALLS e DYER (1996), NEPOMUCENO (1997), LERCHE e MacKAY (1999) e MIAN (2002, cap. 5) usaram tal ferramenta para estimar o nível de participação financeira da corporação em cada projeto.

1.3) Análise numérica das limitações da metodologia tradicional em investimento sob incerteza

A empresa fictícia denominada ALFA PETRÓLEO S/A possui uma reserva hipotética localizada na porção terrestre de uma bacia sedimentar. O conhecimento do potencial geológico do bloco é ainda incipiente, de modo que o corpo técnico desta empresa conclui (por exemplo, analisando informações geofísicas, correlações com outras bacias, etc.) que há 50% de chance de se descobrir um reservatório com 20 milhões de barris de petróleo e, por outro lado, há 50% de chance de se descobrir um reservatório de apenas 6 milhões de barris de petróleo. O volume de óleo é a variável incerta.

O investimento total é de US\$ 100 milhões, o preço esperado do petróleo é de US\$ 20 por barril, a taxa de desconto (μ) é de 20% e o custo médio de produção é de US\$ 5 por barril. Os gerentes da ALFA Petróleo desejam: a) estimar o valor da reserva e da taxa de desconto ajustada ao risco decorrente da incerteza em seu volume; b) valor de um possível subsídio governamental; c) valor da opção real de investir com a flexibilidade de esperar; d) estimativa do nível de participação financeira em função da tolerância ao risco do tomador de decisões.

1.3.1) O problema da taxa de desconto ajustada ao risco (μ)

Seja V o valor corrente da reserva¹⁰, que pode ser grande (20 milhões de barris) ou pequena (6 milhões de barris). Ao estudar estes dois cenários, os técnicos chegaram à conclusão de que há dois estados da natureza para V : em caso de descoberta de grande reserva estima-se

⁹ A opção de diferimento é analisada em detalhes nos capítulos 5 e 6.

¹⁰ O valor de V se refere à data atual, antes de a empresa realizar as operações de produção.

para o projeto o valor de 300 milhões; ao contrário, se a reserva descoberta for de menor porte, o projeto terá valor estimado de 90 milhões, como mostrado na Figura 1.1.

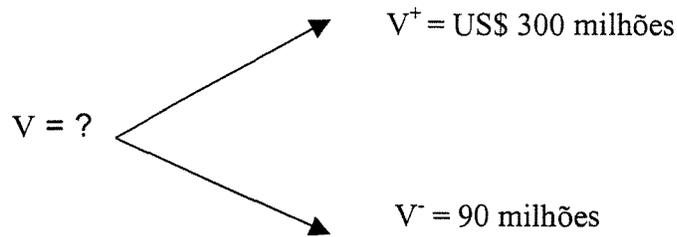


Figura 1.1: Resultados possíveis para o valor da reserva.

Neste contexto, pode-se afirmar que a incerteza sobre o volume recuperável existe apenas enquanto a empresa não perfurar o poço. Após a sua perfuração, a empresa terá acesso direto ao reservatório e toda a incerteza será dirimida, pois haverá conhecimento do volume real da reserva. No entanto, o custo para eliminar tal incerteza é o investimento de US\$ 100 milhões. Sob a perspectiva do momento zero, o valor do projeto é uma variável aleatória. Para tornar este exemplo mais próximo da realidade, assume-se que os trabalhos de perfuração demorem 1 ano.

Há dois resultados possíveis (grandes reservas ou pequenas reservas) para o valor do projeto. Logo há risco de perdas, pois a média aritmética é 13 milhões de barris e o desvio-padrão é de 9,90 milhões de barris. Portanto, adota-se a hipótese de que a empresa possui um comportamento de aversão ao risco¹¹. Neste exemplo fictício, assume-se que: 1) a taxa de desconto ajustada ao risco (μ) seja de 20%¹² ao ano, sendo que o prêmio de risco do projeto é de 15% ao ano, refletindo a magnitude das incertezas geológicas, técnicas e financeiras; 2) a taxa de juro livre de risco (r) é de 5% ao ano. Como assume-se que a empresa perfura o poço, o VPL, nos dois casos, é $VPL^+ = US\$ 200$ milhões ou $VPL^- = US\$ - 10$ milhões. O valor esperado do VPL do projeto é:

$$E [VPL] = [q*(V^+ - I) + (1-q) * (V^- - I)] / [1+\mu]. \quad (1.1)$$

¹¹ De acordo com WALLS e DYER (1996), esse é um comportamento possível para a maioria das empresas petrolíferas.

¹² A taxa de desconto depende do nível de risco do projeto e, neste caso, apenas assume-se que a taxa de desconto de 20% é compatível com o seu risco total (financeiro, geológico, técnico, etc.)

Substituindo os valores na Eq. (1.1), tem-se:

$$E[VPL] = (0,5*(300-100) + (1-0,5)*(90-100)) / (1+0,2)$$

$$E [VPL]= \text{US\$ } 79,17 \text{ milhões.}$$

O VPL de US\$ 79,17 milhões deriva do conceito de esperança matemática, isto é, ele é similar a um jogo em que a empresa atua contra a natureza. Significa tão somente que, se ela empreender muitos programas de exploração com iguais probabilidades de encontrar reservatórios grandes ou pequenos, pode-se confiar no valor esperado de US\$ 79,17 milhões. Ao contrário, caso a empresa perfure um único reservatório, suas chances de ganho não podem ser confundidas com a cifra anteriormente citada.

O primeiro questionamento deste VPL recai sobre os determinantes da relação entre probabilidade de sucesso e da taxa de desconto ajustada ao risco. A intuição sugere que a probabilidade de sucesso (p) seja a variável explanatória. A probabilidade de fracasso ($1-p$) pode ser interpretada como um nível de risco geológico, que deve contribuir para a taxa de desconto ajustada ao risco do projeto. Neste exemplo fictício, assume-se que, para uma probabilidade de fracasso de 50% (mantendo as demais variáveis constantes), a taxa de desconto apropriada seja de 20%. No entanto, não se tem certeza de que esta taxa corresponda realmente ao nível de risco do projeto (financeiro e geológico), pois não se conhece explicitamente a expressão de μ em função de $(1-p)$.

A estimativa da taxa de desconto é importante, já que ela afeta fortemente o VPL. Na Figura 1.2 encontra-se uma análise de sensibilidade do VPL em relação à taxa de desconto ajustada ao risco, como também quais alterações na taxa de desconto podem levar a grandes variações na estimativa do VPL.

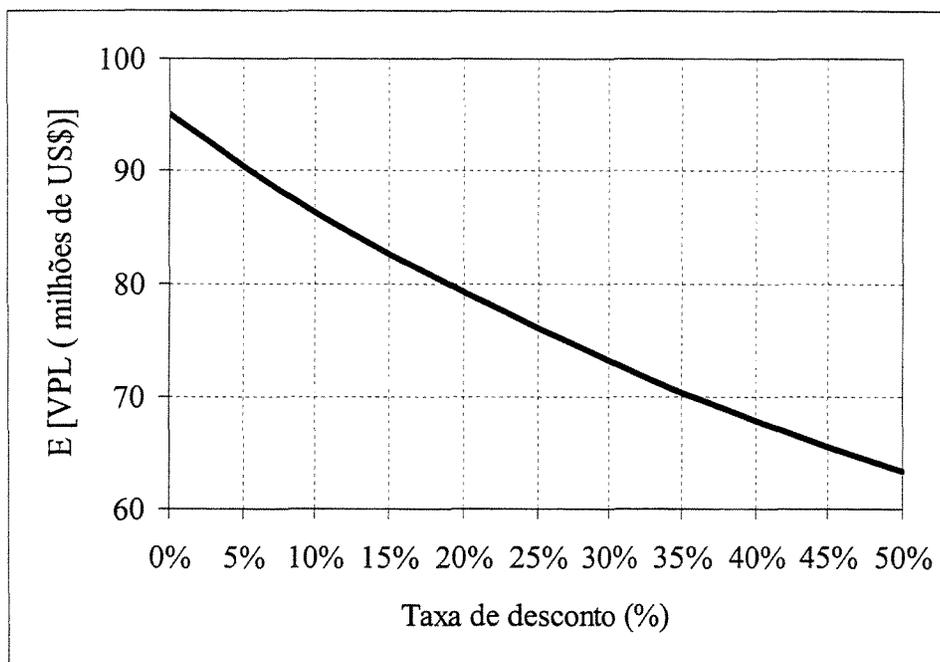


Figura 1.2: Sensibilidade do VPL em relação à taxa de desconto ajustada ao risco.

Decorre daí, pois, que a divergência entre diversos analistas sobre o valor da taxa de desconto pode justificar, pelo menos em parte, a grande variância do VPL dos ativos, tais como ocorre nos lances apresentados pelas empresas nos leilões de concessão de E&P de petróleo. Para detalhes sobre a grande variabilidade entre os valores oferecidos pelas empresas para adquirir áreas que serão objetos de trabalhos exploratórios, consultar FURTADO e SUSLICK (2003).

A estimativa do risco financeiro decorre do beta existente entre as taxas de retorno do projeto (μ_V) e as de uma carteira de mercado (μ_M), ou seja, $\beta = \text{Cov} [\mu_V, \mu_M] / \text{Var} [\mu_M]$. No entanto, esta abordagem pode apresentar resultados estranhos, isto é, muito baixos ou mesmo negativos, uma vez que as reservas nem sempre são negociadas no mercado financeiro. Por outro lado, a covariância mede o grau de associação linear entre as variáveis e pode ser positiva, nula ou negativa. Se μ_V e μ_M possuem uma associação linear, então pode-se dizer que: a) se $\text{Cov} [\mu_V, \mu_M] > 0$, ambas as variáveis se movem na mesma direção; se $\text{Cov} [\mu_V, \mu_M] < 0$, as variáveis se movem em sentidos opostos; se $\text{Cov} [\mu_V, \mu_M] = 0$, então elas se movem de forma independente.

Como $\text{Var} [\mu_M] \geq 0$, pode-se ter o caso em que $\text{Cov} [\mu_V, \mu_M]=0$, e, logo, β é zero, de modo que a taxa de desconto é exatamente a taxa livre de risco. No entanto, pode haver risco sistemático, uma vez que a associação entre μ_V e μ_M pode ser de forma não-linear.

Por outro lado, repita-se, a estimativa da contribuição das incertezas técnicas e geológicas (ao contrário das econômicas) na taxa de desconto ajustada ao risco não é clara; é, geralmente, feita de forma subjetiva, por não haver um modelo teórico plenamente estabelecido. No entanto, sabe-se que estas incertezas se reduzem com o tempo, à medida em que se investe em pesquisas (sísmica, testes de formação, simulação de reservatórios, etc.), e os engenheiros e geólogos adquirem mais informações. Logo, assumir uma taxa de desconto constante é incorreto.

A análise de incertezas no modelo tradicional de análises econômicas se constitui não só pelo ajuste na taxa de desconto, mas também por técnicas complementares, como análise de sensibilidade, simulação de Monte Carlo e árvores de decisão.

A análise de sensibilidade mostra o impacto de cada variável na função de interesse, geralmente, o VPL. Varia-se, por exemplo, o preço, mantendo-se as demais variáveis inalteradas. Se o VPL for muito sensível ao preço, deve-se adquirir mais informações sobre esta variável antes de implementar as decisões. Embora esta técnica forneça mais informações ao tomador de decisão que o VPL isoladamente, possui limitações como:

- Considera a variação de apenas uma variável por vez, o que não é a realidade de muitos projetos, por ignorar combinações de erros decorrentes de outras variáveis. Análises de sensibilidade multidimensionais podem ser usadas, como fizeram FURTADO e SUSLICK (2001), mas permanece o problema de estimativa das correlações entre as variáveis;
- Não considera as interações entre as diversas variáveis (por exemplo, os preços e custos variáveis podem estar correlacionados);
- Há dificuldade em computar o valor das flexibilidades gerenciais;
- Não considera o comportamento das variáveis ao longo do tempo, ou seja, o erro de um ano pode se propagar para o ano seguinte e causar grande impacto no VPL;

- Não resolve o problema da estimativa da taxa de desconto em função das incertezas técnicas e econômicas do projeto.

Na simulação de Monte Carlo, os valores futuros das variáveis (preços, custos, volume de óleo, taxa de declínio, etc.) provêm de distribuições de probabilidades, de modo que as incertezas são representadas pelo desvio-padrão destas distribuições. HERTZ (1964) mostra que são realizadas milhares de simulações visando a obter não apenas um valor, mas sim a distribuição de freqüências da grandeza de interesse, geralmente o VPL ou a TIR. Assim, a simulação de Monte Carlo é uma técnica de medida de risco, e não de otimização. De acordo com TRIGEORGIS (1998, p. 55-56), embora esta técnica forneça mais informações que a análise de sensibilidade, ainda apresenta sérias desvantagens, como:

- Dificuldades em selecionar as distribuições de probabilidades reais, sobretudo para o caso em que se dispõe de poucos dados;
- Pode ser difícil identificar as correlações entre as diversas variáveis, como, por exemplo, os custos de produção, que tendem a ser correlacionados com as taxas de inflação, entre outros;
- A técnica não resolve o problema da taxa de desconto ajustada ao risco;
- Segundo MYERS (1976), citado por TRIGEORGIS (1998, p. 56), há a possibilidade de que a simulação do VPL seja contagem dupla do risco, uma vez que ele já é computado pela taxa de desconto.
- Há uma forte tendência em interpretar o risco da distribuição do VPL como sendo o risco global do projeto, mas isso não é verdade: apenas o risco sistemático deve ser remunerado. No entanto, o desvio-padrão percentual do VPL pode ser considerado como uma medida de sua volatilidade;
- Os valores extremos do VPL são pouco significativos, uma vez que refletem a possibilidade de eventos improváveis;

- Não permite capturar o valor das flexibilidades (por exemplo, diferir, abandonar, etc.), uma vez que as simulações ocorrem num cenário básico pré-definido.

A metodologia da árvore de decisão consiste em mapear suas alternativas gerenciais ou opções reais de maneira hierárquica, como mostram MAGEE (1964) e TRIGEORGIS (1998, p.57-59). Esta abordagem consiste na atribuição de probabilidade de ocorrência dos diversos eventos, o que pode ser difícil, sobretudo nos casos em que o analista não dispõe de informações históricas, tal como na exploração de recursos minerais. Embora esta metodologia permita a escolha das alternativas ótimas em cada nó da árvore dentro do cenário pré-estabelecido, possui limitações, como:

- Nos problemas reais, as dimensões da árvore podem ser imensas, requerer grande capacidade computacional e dificultar o manuseio para tomada de decisões;
- A abordagem não resolve o problema da taxa de desconto, mas apenas centraliza as análises nas probabilidades de cada alternativa.

Uma discussão mais detalhada sobre as vantagens e desvantagens da simulação de Monte Carlo, árvore de decisão e análise de decisão pode ser encontrada em TRIGEORGIS (1998, cap. 1) . Para uma análise direcionada para a área de recursos petrolíferos, consultar NEWENDORP (1975), ARMSTRONG e GALLI (1999).

1.3.2) O problema da valoração de uma garantia financeira

Considere que o governo tenha interesse em incentivar a redução das incertezas na bacia sedimentar, onde a ALFA Petróleo possui o direito de perfurar o poço exploratório. Esses incentivos governamentais são comuns em empreendimentos de alto risco, e estratégicos, por incentivarem a aumentar a oferta de petróleo. Ao adotar tal postura, o governo elimina o risco de perda e garante que o retorno para a empresa seja conhecido, seja qual for o volume de óleo

descoberto. Assim, neste caso fictício, a empresa ALFA não sofrerá prejuízo, pois em caso de insucesso o governo se compromete a pagar o valor de US\$ 210 milhões.

O primeiro ponto a ser observado é o de que a garantia governamental modifica o risco do projeto. Portanto, a taxa de desconto deve ser diferente. Pela abordagem tradicional, o valor do projeto protegido pela garantia governamental (G) é de:

$$E[VPL] = [q \cdot VPL^+ + (1-q) \cdot (VPL^- + G)] / [1+\mu]. \quad (1.2)$$

Substituindo os valores na Eq. (1.2), tem-se:

$$E[VPL] = [0,5 \cdot (300 - 100) + 0,5 \cdot ((90 - 100) + 210)] / [1+0,2]$$

$$E[VPL] = \text{US\$ } 166,67 \text{ milhões.}$$

Pela abordagem tradicional, o VPL, com garantia, é de US\$ 166,67 milhões, sendo, assim, superior ao valor do projeto desprotegido. O valor da garantia é de:

$$G = (166,67 - 79,17) = \text{US\$ } 87,50 \text{ milhões.}$$

Observa-se que apenas o valor da flexibilidade criada pela opção de receber a garantia do governo corresponde a 52,49% do VPL do projeto com a garantia. Além disso, o valor da garantia é superior ao VPL sem garantia. Esta garantia governamental pode ser entendida como uma proteção do projeto, ou seja, no caso de fracasso, a ALFA Petróleo possui o direito de vender o projeto para o governo, pelo complemento, no valor igual a US\$ 210 milhões.

No entanto, há um erro conceitual nesta abordagem da Eq. (1.2), uma vez que a existência da garantia governamental modifica os níveis de incerteza do projeto e, portanto, a sua taxa de desconto. Como se observa, o efeito da garantia governamental em complementar o VPL do projeto para US\$ 200 milhões faz com que seus resultados tenham incerteza zero (a variância dos estados da natureza da variável aleatória V é zero). Se não há incerteza, o valor esperado do projeto no instante atual deve ser descontado à taxa de desconto livre de risco. Logo, tem-se:

$$E[VPL] = [q \cdot VPL^+ + (1-q) \cdot (VPL^- + G)] / [1+r]. \quad (1.3)$$

Substituindo os valores na Eq. (1.3), tem-se:

$$E[VPL] = [0,5 * (300-100) + (1-0,5) * ((90 - 100) + 210)] / [1+0,05]$$

$$E [VPL] = \text{US\$ } 190,48 \text{ milhões}$$

A Eq. (1.3) mostra que um ajuste na taxa de desconto pela redução do risco aumenta o VPL de US\$ 166,67 milhões para US\$ 190,48 milhões. Logo, o valor da garantia governamental passou de US\$ 87,50 milhões para US\$ 111,31 milhões. Estes resultados mostram que a metodologia tradicional sub-avalia o VPL do projeto em 21,39%.

Esses exemplos confirmam que o modelo tradicional não contabiliza adequadamente o valor das flexibilidades gerenciais, e podem ser entendidos como opções reais (operacionais ou estratégicas). Problemas deste tipo podem ser interpretados à luz da teoria das opções reais, como exemplos em ROSS, WESTERFIELD e JAFFE (1995), TRIGEORGIS (1998), DIXIT e PINDYCK (1994) e COPELAND e ANTIKAROV (2001).

Há outro ponto que merece mais esclarecimentos: se o valor da garantia governamental fosse, por exemplo, igual a US\$ 200 milhões, as incertezas não seriam todas eliminadas, e não seria possível usar a taxa de juro livre de risco na equação (1.3), uma vez que restaria incógnita a correta taxa de desconto ajustada a este nível de incerteza.

Agora que se conhece o valor real da garantia, faz-se uma estimativa de qual seria a medida de probabilidade que retornaria tal valor, usando-se a taxa de desconto livre de risco e o conceito de opções reais. A garantia governamental pode ser entendida como uma opção de venda (OV), cujo preço de exercício (E) é um VPL de US\$ 200 milhões, e o ativo subjacente (V) é o valor do projeto nos dois casos (ver capítulo 2 para definição das opções de venda). A medida de probabilidade (p) que forneceria o mesmo resultado exato para a opção de venda do projeto é dada por:

$$OV = [p * \text{máx} (E - VPL^+; 0) + (1-p) * \text{máx} (E - VPL^-; 0)] / [1+r]. \quad (1.4)$$

Substituindo os valores na Eq. (1.4), tem-se:

$$111,31 = [p * \text{máx} (200 - 200; 0) + (1-p) * \text{máx} (200 - (-10))] / [1+0,05]$$

$$p = 44,34\%.$$

Pela equação (1.4), se p é igual a 44,34%, pode-se usar a taxa de desconto livre de risco. Esta medida de probabilidade chama-se probabilidade neutra ao risco, pois troca-se a taxa de desconto ajustada ao risco pela taxa livre de risco, apenas fazendo-se um ajuste na medida de probabilidade. Ela é diferente da probabilidade técnica (50%) e pode ser estimada em muitas situações, por meio de estratégias de arbitragem. Ademais, ela é única, pois ao mudar o valor da garantia, a medida de probabilidade poderá mudar.

1.3.3) O problema de otimização temporal

Em E&P de recursos petrolíferos, a opção real de esperar ou antecipar uma decisão pode ser valiosa. Suponha-se que a empresa possua um campo maduro de vida curta (em torno de 10 anos de operação) e o início da produção ocorra quando o preço se encontra deprimido. Em tais situações, a empresa poderia exercer a opção real de esperar uma melhora de preço para entrar no mercado. De modo oposto, tem-se o caso em que a empresa exerce a opção real de suspender a produção para prevenir perdas, sobretudo quando o OPEX é muito alto.

A empresa fictícia ALFA Petróleo possui o direito de investir em infraestrutura (dutos, plataformas, etc.) e extrair o petróleo de um determinado campo. Supõe-se que haja 50% de chance de obter um V^+ de US\$ 150 milhões (sucesso) e 50% para um V^- de US\$ 50 milhões (fracasso). A taxa de desconto ajustada ao risco é de 8% ao ano, a taxa de desconto livre de risco é de 5% ao ano e o investimento é de US\$ 100 milhões. Entretanto, a empresa possui a flexibilidade operacional de iniciar estes trabalhos a qualquer momento, dentro do prazo de concessão de 1 ano.

Assume-se que, ao final de primeiro ano, haja a previsão da chegada de uma nova tecnologia de exploração sísmica, o que permitirá estimar, com total segurança, o volume de óleo do reservatório. Também admite-se que a OPEP esteja negociando um contrato para fornecimento de petróleo de longo prazo, de modo que não mais restarão incertezas sobre a dinâmica do preço do óleo a partir do fim do primeiro ano. Neste exemplo, toda incerteza

ocorrerá ao longo do primeiro ano, isto é, ao final deste período, não mais restarão incertezas futuras.

Ressalte-se que, no caso analisado anteriormente, a empresa realiza o investimento no início, para ver o resultado ao final de 1 ano. Diferentemente, aqui, ela tem a flexibilidade de esperar, durante 1 ano, para escolher o momento de investir na produção do reservatório. Ademais, assume-se também que o tempo de construção da infraestrutura de produção é muito pequeno, e pode ser considerado instantâneo.

Diferentemente dos cenários previstos pela abordagem tradicional, na presente hipótese o gerenciamento é dinâmico, sendo que o gerente pode revisar suas premissas e adaptar o projeto às novas realidades econômicas ao longo de 1 ano. Assim, se ao final do primeiro ano o valor do projeto for baixo, a empresa tem o direito de desistir. Caso contrário, investir.

Se a empresa investir imediatamente, tem-se:

$$E[VPL_0] = [q \cdot V^+ + (1-q) \cdot V^-] / (1+\mu) - I. \quad (1.5)$$

Substituindo valores na Eq. (1.5), tem-se:

$$E[VPL_0] = -100 + [0,5 \cdot 150 + (1-0,5) \cdot 50] / [1+0,08] = \text{US\$} - 7,41 \text{ milhões.}$$

Significa que, se a empresa investir imediatamente, o valor esperado do VPL será igual a US\$ - 7,41 milhões, mas há incerteza sobre este valor, pois a variância é positiva. Sendo assim, a empresa pode escolher entre investir já ou esperar por um ano pela confirmação da chegada da nova tecnologia e, então, decidir se investe ou não.

Por outro lado, se a empresa esperar por um ano para decidir pela execução da locação, o seu VPL_1 será:

$$E[VPL_1] = q \cdot [(V^+ - I) / (1+r)]. \quad (1.6)$$

Substituindo os valores em Eq. (1.6), tem-se:

$$E[VPL_1] = 0,5 \cdot [(150 - 100) / (1+0,05)] = \text{US\$} 23,81 \text{ milhões.}$$

Observa-se, na Eq. (1.6), que dois elementos contribuíram para elevar o valor do VPL ao fim do período. O primeiro é a volatilidade, que permite que o projeto possa alcançar US\$ 150 milhões (alto potencial de ganhos) em caso de confirmar a chegada da tecnologia. A segunda é a flexibilidade do gerente em esperar por 1 ano para decidir se investe ou não. Esta flexibilidade faz com que a empresa tenha o privilégio de investir apenas quando o cenário já não mais apresentar incertezas. Por isso, a taxa de desconto é livre de risco. Ademais, o potencial de perdas é limitado ao custo do investimento, enquanto que o potencial de ganhos é muito superior.

O valor da opção estratégica de esperar e investir apenas ao final do ano (somente se for conveniente) é de $(23,81 - (-7,41)) = \text{US\$ } 31,22$ milhões. Desconsiderar este montante significa ignorar um custo de oportunidade, pois, se a empresa investir no futuro, obterá maior ganho. Desta forma, o custo total do projeto é o seu investimento, mais este valor de espera, que é ignorado pela abordagem tradicional.

O gerente deve investir imediatamente apenas se o valor do projeto superar o seu custo total, ou seja, o custo do investimento mais o valor de espera. Significa que a empresa deve investir imediatamente apenas se $V > \text{US\$ } 131,22$ milhões. Como $E[V] = \text{US\$ } 92,59$ milhões, a melhor estratégia da empresa é esperar para investir no futuro. Observe que, mesmo quando o $\text{VPL} = \text{US\$ } - 7,41$ milhões, a opção de investir ainda possui o valor de $\text{US\$ } 31,22$ milhões. Esta abordagem é radicalmente diferente da tradicional, e decorre da incorporação das incertezas, flexibilidades e irreversibilidades no processo decisório.

A decisão de escolher o momento para concretizar o investimento na produção do reservatório é semelhante ao exercício de uma opção de compra americana, em que o ativo subjacente é o valor do projeto e o preço de exercício é o custo do investimento. O gerente racional exercerá a sua opção apenas no momento ótimo, ou seja, quando o valor do projeto for suficientemente mais alto do que o custo.

A partir deste exemplo simples, pode-se fazer uma interpretação macroeconômica. Ao aumentar as incertezas do futuro, sejam por razões econômicas, políticas, sociais, etc., os investimentos são deprimidos, pois o valor de espera torna-se muito alto. Assim, diferentemente da teoria macroeconômica tradicional, quando os juros são os elementos que deprimem o

investimento, no modelo da opção real de escolha temporal ótima a incerteza ocupa uma posição de destaque como o principal elemento inibidor do investimento.

1.3.4) O problema do nível ótimo de participação financeira

Muitos projetos que demandam um grande aporte de recursos financeiros não são realizados por apenas uma empresa, mas por uma associação de firmas com o objetivo de reduzir os riscos e os custos do projeto. Como exemplo, tem-se o caso do projeto de desenvolvimento e produção de parte do complexo de Marlim na Bacia de Campo, que é uma SPE liderada pela PETROBRAS.

A metodologia tradicional de análise das decisões de investimentos ignora a disposição da empresa em assumir riscos, concentrando-se apenas nas relações de lucratividade e rentabilidade. Por exemplo, considere-se dois projetos da Tabela 1.3 para uma empresa com um orçamento de capital de US\$ 1 bilhão:

Tabela 1.3: Projetos de diferentes valores, investimentos e retornos.

Projetos	V (milhões)	I (milhões)	VPL (milhões)	VPL/I
Proj 1	1000	800	200	0,25
Proj 2	500	450	50	0,11

O orçamento da empresa é suficiente para financiar o Proj 1 ou Proj 2. Pela abordagem tradicional de orçamento de capital, a empresa deveria escolher o Proj 1, pois este possui maior VPL e taxa de retorno mais elevada sobre o investimento. No entanto, muitas empresas podem selecionar o Proj 2, porque seu investimento é mais baixo e, conseqüentemente, elas têm mais chances de se proteger contra o risco de possíveis problema de insolvência. Observa-se que o Proj 1 consome 80% do investimento, ao passo que o Proj 2 consome apenas 45%. Assim, conclui-se que os indicadores tradicionais não consideram a relação entre a magnitude do

investimento exposto ao risco e o orçamento da empresa, e pressupõem que ela incorre em 100% do financiamento do investimento, isto é, ignora o nível de aversão ao risco do tomador de decisão.

Na Figura 1.3 encontra-se outra ilustração que confirma a limitação da abordagem tradicional de risco e retorno. Considera-se que a ALFA Petróleo possui o direito de investir US\$ 150 milhões na avaliação de um novo campo de petróleo, envolvendo-se num jogo contra a natureza com 50% de chance de se obter um VPL igual a US\$ 200 milhões e também 50% de chance de se obter um VPL igual a US\$ -10 milhões.

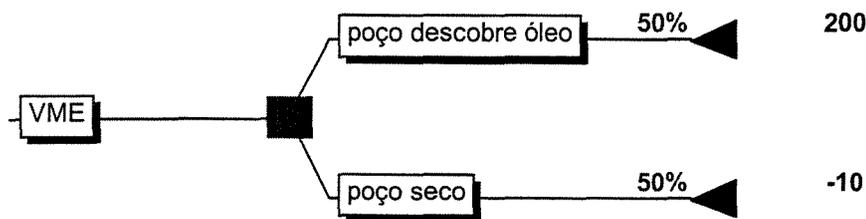


Figura 1.3: Resultados decorrentes da perfuração do poço

Após a realização dos trabalhos de desenvolvimento, a função valor monetário esperado (VME) é expressa por meio de:

$$VME = p \cdot VPL^+ + (1-q) \cdot VPL^- \quad (1.7)$$

Substituindo os valores na Eq. (1.7), tem-se:

$$E[VME] = 0.5 \cdot 200 + 0,5 \cdot (-10) = \text{US\$ } 95 \text{ milhões.}$$

O VME significa uma esperança matemática e, por isso, deve ser interpretado cuidadosamente. Seu valor de 95 milhões não significa que a empresa obterá este valor ao aceitar este jogo de dois resultados, mas, sim, que poderia obtê-lo, desde que pudesse repetir o jogo, guardando suas características de risco e sucesso por muitas vezes, talvez milhares de vezes, de modo a haver convergência para o valor esperado.

Vale ressaltar que, na prática, as empresas da indústria de E&P de petróleo não conseguem realizar tal jogo por um número de vezes significativamente grande, especialmente em curto prazo, seja pela inexistência desses blocos exploratórios, seja pela limitação de fundos. Em função da possibilidade de não haver descoberta de um acúmulo de HC de dimensões satisfatórias, há um risco envolvido, o qual pode ser estimado pelo desvio padrão (σ):

$$\sigma^2 = p (VPL^+ - VME)^2 + (1-p)(VPL^- - VME)^2. \quad (1.8)$$

Substituindo os valores na Eq. (1.8), tem-se:

$$\sigma^2 = 0,5*(200 - 95)^2 + 0,5*(-10 - 95)^2 = \text{US\$}11.025,00 \text{ milhões}^2.$$

Finalmente, este jogo possui média de US\$ 95 milhões e desvio-padrão de US\$105 milhões. Como mostra este exemplo numérico, a análise tradicional de risco e retorno não considera a magnitude dos recursos financeiros expostos, nem as preferências dos tomadores de decisão (gerentes) em relação ao risco. Pode acontecer que o valor do investimento, montante cuja recuperação é incerta (exposição ao risco), seja próximo, ou mesmo superior, à capacidade orçamentária da empresa, como no caso do Proj 1 da Tabela 1.3. Em casos semelhantes, as decisões corporativas devem se basear nas suas funções de utilidade (aversão, propensão ou neutralidade em relação ao risco) e de tolerância ao risco. Os detalhes sobre as funções de utilidade serão discutidos no capítulo 4 deste trabalho.

Os exemplos numéricos apresentados nos itens 1.3.1, 1.3.2, 1.3.3 e 1.3.4 mostraram algumas das principais limitações da abordagem tradicional de análise de investimento em E&P de petróleo sob condições de incerteza. Como uma alternativa para contornar tais limitações, no capítulo 4 apresenta-se uma proposta de modelo de valoração e tomada de decisões baseada na teoria das opções reais e teoria da preferência, que será aplicada nas análises econômicas e decisórias em projetos de produção de petróleo. No entanto, frise-se que a metodologia a ser apresentada nesta tese é generalista e pode ser aplicada no processo de valoração e tomada de decisões de diferentes segmentos econômicos.

Capítulo 2:

CONCEITOS SOBRE A TEORIA DA PREFERÊNCIA E DAS OPÇÕES REAIS EM ORÇAMENTO DE CAPITAL E DECISÕES SOB INCERTEZA

No Capítulo 1 discutiu-se algumas limitações da abordagem tradicional de valoração e tomada de decisão em projetos que têm investimento irreversível e futuro incerto. Mostrou-se que as decisões de investimento podem ser entendidas como opções reais de investir e que elas não são apropriadamente valoradas segundo as regras do VPL. Também discutiu-se que, ao ignorar a aversão ao risco do tomador de decisão, o modelo clássico pode não escolher o nível ótimo de participação financeira compatível com o perfil da corporação (funções de utilidade). Este capítulo apresenta os conceitos de opções financeiras (definições e estratégias simples) aplicada a projetos, o princípio de valoração das opções (princípio de arbitragem) e os fundamentos da teoria da preferência aplicados na análise econômico-decisória de projetos de petróleo.

2.1) Conceitos essenciais sobre as opções financeiras

Opções são ativos classificados como derivativos. O mercado de derivativos é formado pela compra, venda, empréstimos, etc. de ativos cujo preço depende do comportamento de outros ativos da economia real. Estes ativos são, principalmente, as opções, swaps e contrato futuro e a termo. Este trabalho restringir-se-á aos conceitos de opções, uma vez que eles são importantes para desenvolver os capítulos seguintes. Para mais detalhes sobre o mercado de derivativos, pode-se consultar COX e RUBINSTEIN (1985), HULL (2000) e FORTUNA (2001).

Para conceituar os derivativos, analisa-se, como exemplo, um contrato futuro ou opção de compra/venda de óleo cru. O óleo é uma mercadoria que se encontra ligada diretamente à economia real, enquanto que o contrato futuro ou opção são considerados derivativos, porque o seu valor depende das expectativas do comportamento do preço do óleo ao longo do tempo.

O conceito de opção pode ser entendido como o direito ou faculdade de livre escolha de uma ação, o que é bem conhecido por empresários e negociantes. Como exemplo, o direito de expandir a capacidade de produção para se beneficiar da economia de escala é uma opção de expansão. Similarmente, no mercado financeiro as opções também podem ser consideradas direitos, acertados na forma de contratos entre duas partes: o vendedor (lançador) e o comprador (titular). O comprador paga para adquirir o direito de exercício no futuro, mas não assume obrigações. O vendedor recebe um prêmio para honrar os direitos do comprador e, por isso, assume obrigações.

As transações envolvendo opções financeiras são complexas e possuem terminologia específica. Segundo SPINOLA (1997, p. 121-122), as referidas terminologias podem ser entendidas como:

1. Lançador: nome que se dá ao vendedor da opção. Ele vende ao titular o direito de comprar ou vender um ativo no futuro, caso seja do interesse do comprador.
2. Titular: nome que se dá ao comprador da opção. O que ele compra é apenas o direito de comprar ou vender o ativo no futuro, caso seja de seu interesse.
3. Prêmio da opção: montante pago pelo comprador ao lançador da opção. Este prêmio, na visão do vendedor, é uma compensação para se sujeitar ao cumprimento de uma obrigação, se for do interesse do titular. Na visão do comprador, o prêmio é o custo para se ter o direito de exercer a opção no futuro.
4. Exercício da opção: operação cujo direito e interesse é exclusivo do titular, por meio da qual ele compra ou vende o ativo-subjacente da opção.
5. Ativo-subjacente (S): ativo a que se refere a opção, o que pode ser uma mercadoria, taxa de câmbio, índice, etc. Em opções reais, o ativo subjacente pode ser, por exemplo, o valor presente de um projeto, o custo do investimento, a produção média, etc.
6. Preço de exercício (E): preço acertado entre o lançador e o titular para o ativo-subjacente na data de exercício – geralmente a bolsa de valores fixa o preço de exercício.

7. Data de vencimento (t): data a partir da qual a opção deixa de existir, sendo geralmente menor que 1 ano. Até a data de vencimento, o titular da opção tem o direito de exercício, isto é, comprar ou vender o ativo subjacente, se for do seu interesse.

Há opções de duas naturezas: as de compra e as de venda. As opções de compra ou de venda podem ser do tipo americanas, européias, asiáticas e exóticas, entre outras. No entanto, esta tese restringir-se-á às opções americanas e européias, pela sua importância no orçamento de capital. Nestas opções, o prêmio não depende do caminho percorrido pelo ativo, mas apenas da distribuição de probabilidades dos seus valores na data de maturidade. Na Figura 2.1 encontra-se a classificação resumida destas opções financeiras.

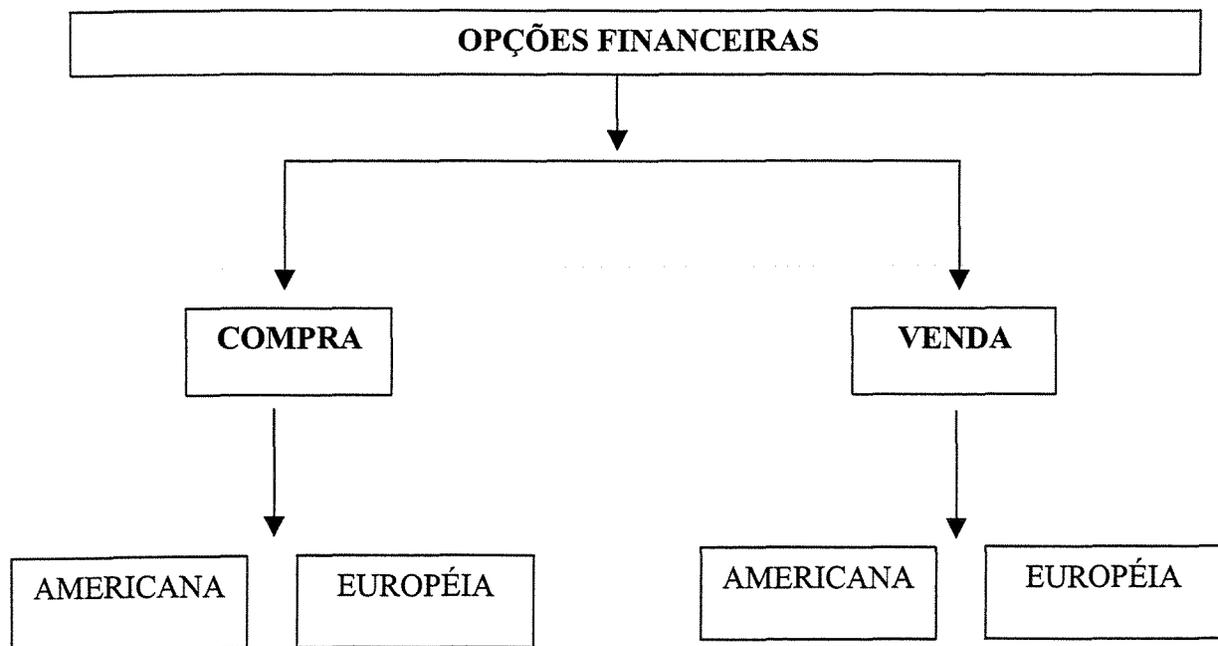


Figura 2.1: Classificação das opções financeiras básicas. Adaptado de HULL (2000).

A opção financeira de compra dá ao comprador o direito de comprar um ativo por um preço pré-especificado. Do mesmo modo, a opção financeira de venda dá ao seu comprador o direito de vender um ativo por um preço também pré-especificado.

As opções americanas podem ser exercidas a qualquer instante antes da data de maturação. Por outro lado, as opções européias só podem ser exercidas na data de maturação. Portanto, as opções americanas oferecem maior flexibilidade ao seu detentor, uma vez que podem ser exercidas a qualquer momento, até a data de vencimento (exercício antecipado), se houver um movimento no preço do ativo subjacente que permita um alto lucro. Ao chegar a data de exercício, o comprador da opção poderá exercê-la, caso seja do seu interesse, ou deixá-la expirar¹³.

Seja S o preço do ativo subjacente e E o preço de exercício. Para uma opção de venda, se $S < E$, o investidor exercerá a sua opção, pois, sendo racional, ele auferirá o lucro igual a $E - S$; Caso contrário, se $S > E$, ele deixa a sua opção de venda (OV) expirar. Portanto, o seu resultado é dado por:

$$OV = \text{máx} [(E - S); 0] - \text{prêmio.} \quad (2.1)$$

Para uma opção de compra (OC), o raciocínio é o oposto, sendo que o resultado é:

$$OC = \text{máx} [(S - E); 0] - \text{prêmio.} \quad (2.2)$$

O prêmio significa um custo para o titular das opções e um ganho para o seu lançador. A partir dos resultados das Eq. (2.1) e (2.2), pode-se classificar o resultado do exercício da opção segundo a magnitude de seu lucro gerado (L). A Tabela 2.1 mostra esta classificação das opções de compra, sendo elas americanas ou européias.

Os contratos de opções, reitera-se, requerem que os lançadores assumam responsabilidades de honrá-los, caso seja do interesse do comprador. Assim, estes contratos são utilizados tanto para especulação como para negociar a transferência de riscos¹⁴ entre duas partes, sendo que elas possuem expectativas assimétricas acerca da evolução futura do preço do ativo subjacente.

¹³ De acordo com FORTUNA (2001, P. 441), o mais comum não é o exercício propriamente, mas sim a reversão da posição.

¹⁴ Grandes empresas utilizam estes instrumentos para gerenciar riscos de câmbio e preços de matéria-prima, entre outros.

Tabela 2.1: Terminologia dos resultados do investimento em opções financeiras.

Indicador de lucratividade	Descrição
$L = \frac{R - \text{prêmio}}{E} \gg 1$	A opção é exercida com alto lucro e diz-se que ela se encontra dentro do dinheiro.
$L = \frac{R - \text{prêmio}}{E} = 1$	A opção não gera lucro ou prejuízo e diz-se que ela se encontra no dinheiro.
$L = \frac{R - \text{prêmio}}{E} < 1$	A opção não é exercida e diz-se que ela se encontra fora do dinheiro ou “virou pó”.

Fonte: adaptado de HULL (2000), COX e RUBINSTEIN (1985).

Para exemplificar, leve-se em consideração uma companhia aérea que, temendo um aumento nos preços de seus combustíveis, decide comprar contratos de opção de compra da mercadoria óleo a um custo (prêmio) de US\$ 3 por opção, preço de exercício de US\$ 20/barril e vencimento em 6 meses. A lógica é que, se a companhia aérea quer comprar a opção de compra, é porque ela acha que o preço do petróleo vai subir nos próximos 6 meses. Por outro lado, o lançador desta opção tem expectativa oposta: ele entende que o preço vai cair e, por isso, lança a opção de compra sobre o preço do petróleo com o objetivo de ganhar o prêmio da opção.

No momento de exercício, antecipado ou na data de vencimento, ambos (lançador e comprador) estão sujeitos a perdas e ganhos que dependem do movimento do preço do óleo, como mostrado na Figura 2.2.

O resultado para o comprador da opção é: $F = \max [(S - E - \text{prêmio}); 0]$. Assim, o titular da opção de compra terá lucro apenas se o preço do petróleo alcançar o mínimo de US\$ 23/bbl, e neste caso, diz-se que ela está dentro do dinheiro. A sua perda é limitada ao prêmio, enquanto que seus ganhos são, teoricamente, ilimitados.

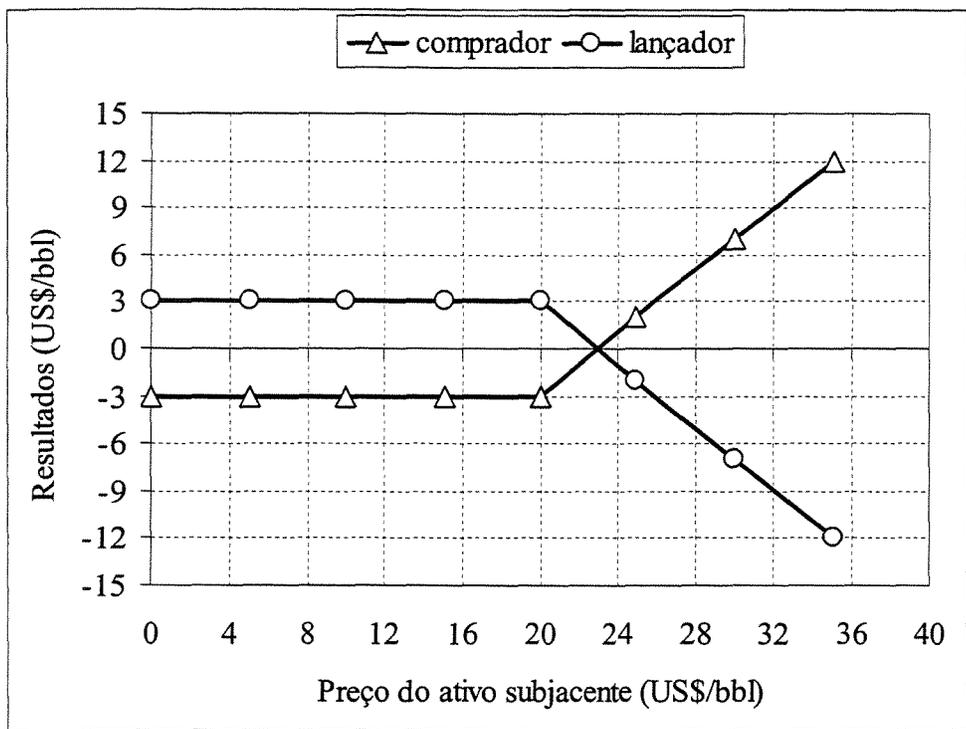


Figura 2.2: Sensibilidade do valor da opção em função do preço na data de vencimento.

O resultado para o lançador da opção de compra é: $-F = -\max [(S - E - \text{prêmio}); 0]$. Assim, se o preço do petróleo for menor que US\$ 23/bbl, o titular não exerce sua opção de compra, porque ele não pagará, pelo ativo, um preço superior ao de mercado. O ganho do lançador é limitado ao prêmio, mas o potencial de perdas é, teoricamente, ilimitado.

A partir dos resultados deste exemplo simples, é possível identificar algumas das razões que levam as partes a se envolverem num contrato de opções financeiras. A principal delas é o fato de que comprador e vendedor podem obter ganhos em função de suas expectativas assimétricas em relação à evolução do ativo-subjacente (preço do petróleo). Ademais, pode-se dizer que os contratos de opções e os contratos futuros são derivativos usados tanto para proteção (hedge) como para especulação, e são compromissos a serem realizados no futuro. No entanto, os contratos futuros são obrigações que envolvem a troca física do ativo (mercadorias, ações, etc.), enquanto que as opções reais são entendidas como direitos, não envolvendo a troca física de ativos, mas o comprador incorre no custo do prêmio.

As opções são os únicos instrumentos que não exigem que o investidor seja obrigado a liquidar a posição na data de vencimento, pois o comprador possui somente direitos. Ao contrário, nos contratos futuros, os vendedores e os compradores possuem direitos e obrigações. Do ponto de vista tributário, os ganhos auferidos pelos investidores em opções sujeitam-se à tributação, diferentemente das trocas de mercadorias dos contratos futuros. No entanto, o potencial de ganho das opções é muito superior (alta alavancagem financeira).

2.2) Algumas posições assumidas pelos investidores

Segundo FORTUNA (2001), os investidores assumem posições, que podem ser classificadas como longa, curta ou mista, em função basicamente de haver ou não propriedade do ativo.

O investidor se encontra na posição longa quando ele adquire a propriedade do ativo (compra a ação, opção, contrato futuro, etc.). Ao fazê-lo, o seu montante exposto a perdas é limitado ao investimento realizado, mas seu potencial de ganhos é ilimitado, uma vez que o preço mínimo é zero e o preço máximo é teoricamente ilimitado, isto é, $0 \leq P \leq \infty$.

O investidor encontra-se na posição curta quando não possui a propriedade do ativo, mas apenas a sua posse por tempo determinado, por meio de um empréstimo a partir de outro investidor que possui a sua propriedade. Para facilitar o entendimento, pode-se chamar o possuidor do ativo de investidor B e o outro de investidor A que toma o ativo por empréstimo.

Ao adquirir temporariamente o ativo, o investidor A pode vendê-lo no mercado e aplicar os recursos na aquisição de outros ativos que ele julgar gerar maior retorno. Ao vencimento do empréstimo, o investidor A compra o ativo no mercado e o devolve ao investidor B, incluindo-se, na devolução, os possíveis dividendos pagos pelo ativo durante o empréstimo. Pode-se deduzir, portanto, que, mesmo com baixo investimento, a posição curta permite a possibilidade de ganhos que são limitados, mas é vulnerável a grandes perdas, isto porque o preço mínimo é zero, mas o preço máximo é teoricamente ilimitado. Esta é a posição preferida dos investidores propensos ao risco (especuladores).

A posição mista significa que o investidor assume simultaneamente as posições curta e longa, ou seja, adquire determinada quantia de ativos e, ao mesmo tempo, contrai empréstimos.

As posições dos investidores também podem ser classificadas, em relação ao potencial de perdas, como cobertas ou descobertas. Nas posições cobertas, o potencial de perdas é limitado, enquanto que nas posições descobertas ele é ilimitado. Como exemplo, considere-se um investidor que tem duas alternativas de investimento: assumir a posição longa, numa ação, ao preço de US\$ 20, ou assumir a posição curta, na mesma ação, com pagamento de dividendos no valor de US\$ 2.

Na Figura 2.3, encontram-se os resultados de cada uma das alternativas de investimento acima descritas, por meio de uma análise de sensibilidade em relação ao preço da ação na data de liquidação da posição.

Em relação à posição coberta, com a queda do preço da ação a zero (pior cenário), o potencial de perda do investidor é limitado a US\$ 18 (incluído o recebimento de dividendos), mas o potencial de ganhos é teoricamente infinito. Analogamente, tem-se o caso de uma empresa que investe num projeto de lavra de uma mina, onde o potencial de ganhos é teoricamente ilimitado, mas o montante exposto a perdas é limitado ao investimento. Esta posição é preferida pelos investidores avessos ao risco¹⁵, pois oferece menores possibilidades de lucro, mas o risco é limitado.

Em relação à posição descoberta, a queda de preço beneficia o investidor na posição curta, mas seu lucro é limitado, teoricamente, a US\$ 18. Por outro lado, se o preço superar US\$ 18, a posição curta começa a apresentar prejuízo, o qual é teoricamente ilimitado, já que os preços podem atingir valores infinitos. Por isso, a posição curta é preferida pelos especuladores, pois não requer grandes investimentos iniciais (apenas requer pagamento da margem de garantia exigida pela bolsa de valores) e possibilita grande ganho, ainda que limitados.

¹⁵ Estes investidores preferem o “pouco certo” ao “muito incerto”.

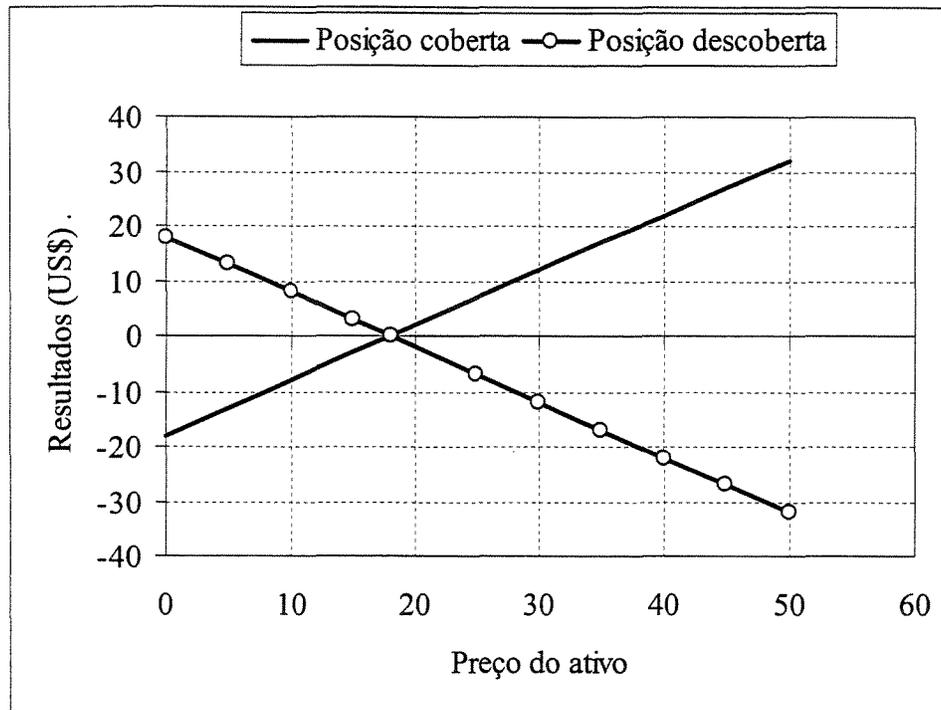


Figura 2.3: Análise de sensibilidade das alternativas de investimento

Desta forma, nas transações envolvendo opções de compra, o comprador assume a posição coberta, enquanto que o lançador assume a posição descoberta. Estas duas posições são importantes na derivação das equações de valoração das opções, utilizando-se o princípio de não arbitragem (ver Capítulo 4).

Geralmente, surgem dúvidas sobre as razões que levam o investidor a aplicar os recursos em opções ou ações. Parte da resposta se deve à diferença entre a taxa de retorno do investimento em ações e opções. Como exemplo, considere uma ação com preço de US\$ 20 e uma opção de compra desta ação com preço de exercício de US\$ 20 e prêmio de US\$ 3 por opção.

A taxa de retorno de ambos os investimentos depende das oscilações do preço da ação e do prêmio da opção. Na data de maturidade, encontra-se representada na Figura 2.4 uma análise de sensibilidade do potencial de retorno do investimento nos dois ativos (ação e opção de compra) em função do preço do ativo subjacente. Verificam-se duas diferenças básicas nas taxas de retorno destes dois ativos.

A primeira é que, no investimento em ações, a taxa de retorno é sempre diretamente proporcional ao preço do ativo subjacente. Por outro lado, no caso de investimento em opções, a taxa de retorno somente é proporcional ao preço do ativo subjacente se o seu valor for superior ao preço de exercício, ou seja, US\$ 20. Para preços mais baixos, a taxa de retorno do investimento em opções é constante e igual a -100%. Em outras palavras, a taxa de retorno do investimento em ações é linear com o seu preço, enquanto que a taxa de retorno do investimento em opções é não-linear.

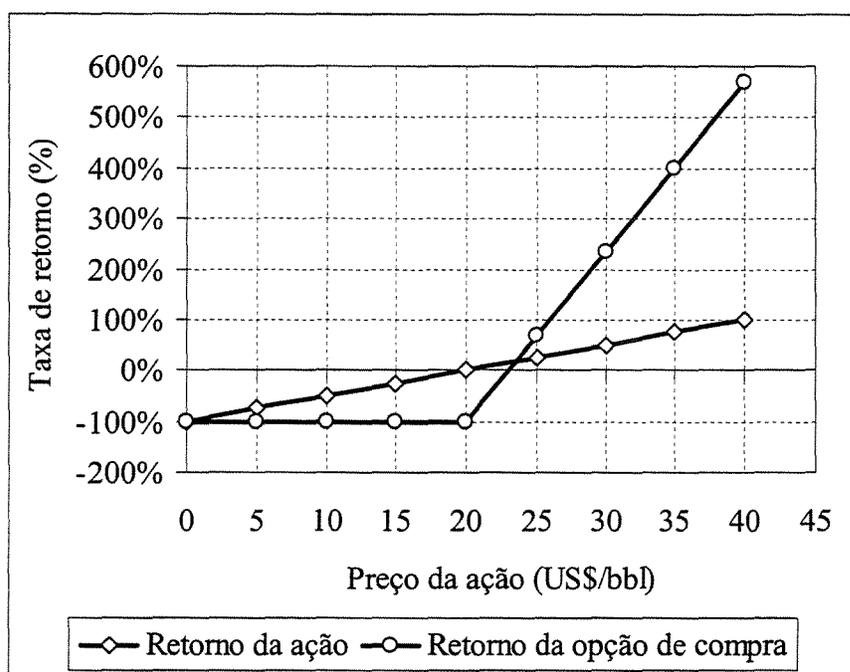


Figura 2.4: Capacidade de alavancagem das opções financeiras em relação às ações.

A segunda diferença é que o potencial de retorno do investimento em opções é muito maior que em ações, desde que o preço do ativo subjacente na data de liquidação esteja acima do preço de exercício (que a opção esteja dentro do dinheiro). Por exemplo, se o preço da ação, na maturidade do investimento, for igual ao dobro do valor corrente, ou seja, US\$ 40, a taxa de retorno da ação é de 100%, e a da opção, de 567%. Se, por outro lado, o preço do ativo subjacente estiver abaixo do preço de exercício, o investimento em ações pode gerar mais perdas que o feito em opções, pois, mesmo que a taxa de retorno da ação não seja igual a -100%, como

no caso das opções, o investimento em ações é maior. Embora esta análise ignore os custos de corretagem e tributos, ela permite entender uma das razões do sucesso do mercado de opções.

O mercado financeiro permite que o investidor assuma muitas outras posições, mas seu estudo aprofundado foge ao escopo desta tese. Ao leitor interessado, consultar DUFFIE (1992) e HULL (2000).

2.3) Conceito de arbitragem em estratégias financeiras

Arbitragem implica em obter um lucro sem risco, via estratégias de investimento, em diversos mercados, e é importante para assegurar a eficiência do mercado. Significa que, ao realizar o investimento, o investidor conhece, *a priori*, os seus resultados.

Para apresentar o conceito de arbitragem, considere-se um investidor que assume duas posições simultâneas: a) compra um contrato futuro de uma commodity (cobre, óleo cru, boi gordo, etc.) e b) compra de uma opção de venda sobre a mesma commodity, sendo ambos de mesma data de vencimento, com preço de exercício igual a US\$ 20.

A Tabela 2.2 mostra uma análise de sensibilidade do valor destes derivativos em função do preço da commodity. A primeira coluna mostra o intervalo de oscilação do preço da commodity. A segunda coluna mostra os resultados do contrato futuro. A terceira coluna mostra os resultados da opção de venda. A quarta coluna mostra os resultados do portfólio composto pelo contrato futuro e pela opção de venda. A quinta coluna mostra os resultados da opção de compra.

O portfólio composto pela combinação de uma opção de venda e pela compra de um contrato futuro da commodity possui exatamente os mesmos resultados de uma opção de compra desta commodity. Se o preço da commodity cai, sua perda é compensada pelos ganhos na opção de venda. Por outro lado, se o preço sobe, a opção de venda não é exercida, mas a sua perda é compensada pelos ganhos no contrato futuro. Deste modo, fica claro que o valor de mercado da opção de compra deve ser igual ao do portfólio.

Tabela 2.2: Analogia entre os resultados do portfolio replicador e da opção de compra.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Preço da commodity (P)	Contrato futuro = (P - 20)	Opção de venda = máx [20 - P; 0]	Portfolio replicador = P + máx [20 - P; 0]	Opção de compra = máx [P - 20; 0]
0	-20	20	0	0
5	-15	15	0	0
10	-10	10	0	0
15	-5	5	0	0
20	0	0	0	0
25	5	0	5	5
30	10	0	10	10
35	15	0	15	15
40	20	0	20	20

Aqui entra o conceito de arbitragem. Caso ocorram diferenças de preço entre a opção de compra e o portfolio, pode haver oportunidades de lucro sem risco. Por arbitragem entende-se que um investidor simplesmente vende o que estiver mais caro (admitindo-se a possibilidade de vendas a descoberto) e compra o que estiver mais barato, pois daí decorre a possibilidade de lucro sem risco, já que ambos oferecem os mesmos resultados. Quando um portfolio reproduz os resultados da opção de compra, ele é chamado de portfolio replicante.

A partir do capítulo 4, utilizar-se-á este tipo de argumento para derivar as equações de valoração das opções financeiras e reais. Para mais detalhes, consultar, por exemplo, COX e RUBEINSTEIN (1985) e HULL (1995, 2000).

2.4) Componentes fundamentais do valor das opções

A estimativa do prêmio das opções foi pesquisada principalmente por BLACK e SCHOLES (1973), COX e RUBINSTEIN (1985), MERTON (1990, cap. 8), e HULL (2000). A estimativa deste prêmio é o cerne do mercado de opções, pois daí decorrem as possibilidades de ganhos ou perdas. Em orçamento de capital, o prêmio é exatamente igual ao valor da opção de investir em projetos.

Segundo COX e RUBINSTEIN (1985, p. 33-34), o prêmio das opções depende de seis variáveis básicas: 1) o preço do ativo subjacente, 2) o preço de exercício, 3) o tempo de maturação, 4) a taxa de juro livre de risco, 5) a volatilidade futura da taxa de retorno do ativo e 6) a taxa de dividendos futura do ativo.

Para discutir os fundamentos de valoração das opções, seja F o prêmio das opções de compra, OV o prêmio das opções de venda, S o preço do ativo-objeto e E o preço de exercício. Antes da data de vencimento, o prêmio da opção de compra é:

$$\text{Comprador:} \quad F = \text{máx} [S - E, 0] + \text{valor tempo.} \quad (2.3)$$

$$\text{Vendedor:} \quad -F = -\text{máx} [S - E, 0] + \text{valor tempo.} \quad (2.4)$$

Do mesmo modo, antes da data de vencimento o prêmio da opção de venda é:

$$\text{Comprador:} \quad OV = \text{máx} [E - S, 0] + \text{valor tempo.} \quad (2.5)$$

$$\text{Vendedor:} \quad -OV = -\text{máx} [E - S, 0] + \text{valor tempo.} \quad (2.6)$$

A partir das Eq. (2.3) a (2.6) pode-se estudar quais as variáveis que são mais influentes no prêmio das opções. O valor tempo das opções depende das seguintes variáveis: tempo em si, taxa de juro, taxa de dividendos e volatilidade. A Tabela 2.3 mostra qualitativamente o impacto das oscilações de cada variável no prêmio das opções.

Tabela 2.3: Componentes do valor das opções segundo o ponto de vista do comprador

Variável	Simbologia	Opções européias		Opções americanas	
		Compra	Venda	Compra	Venda
Preço do ativo-objeto	S	+	-	+	-
Preço de exercício	E	-	+	-	+
Maturidade	T	?	?	+	+
Volatilidade	σ	+	+	+	+
Taxa de juro livre de risco	r	+	-	+	-
Dividendos	δ	-	+	-	+

[Nota: os efeitos no valor do prêmio são: + significa aumento; - diminuição; ? indeterminado].

O aumento do preço do ativo subjacente (S) aumenta o prêmio das opções de compra, mas reduz o das opções de venda e vice-versa.

O aumento do preço de exercício (E) eleva o prêmio das opções de venda, mas tende a reduzir o das opções de compra e vice-versa.

O aumento do tempo de maturidade (t) dos contratos de opções tende a aumentar o prêmio das opções americanas, pois estas podem ser exercidas em qualquer momento, até o vencimento, assim que surgir uma boa oportunidade. Por outro lado, ele pode reduzir o prêmio das opções européias, pois pode ser que surja uma boa oportunidade de exercício antecipado¹⁶ que não possa ser aproveitada. Assim, a influência da maturidade no prêmio das opções européias não é claro.

¹⁶ Considere duas opções européias com diferentes datas de maturação, mas com a mesma probabilidade de uma delas pagar dividendos.

O aumento de volatilidade (σ) do ativo subjacente aumenta o valor do prêmio de ambas as opções. A justificativa é que, teoricamente, o potencial da taxa de retorno de investimento em opções financeiras depende da oscilação do preço do ativo subjacente. Alta volatilidade significa que aumenta a oscilação do preço do ativo subjacente e, portanto, aumentam as possibilidades de altos ou baixos preços. Assim, conclui-se que o valor de ambas as opções é apreciado com o aumento da volatilidade futura associada à evolução do ativo subjacente.

O aumento da taxa de juro livre de risco (r) tende a aumentar o valor do ativo-objeto, mas diminuir o valor presente do fluxo de caixa decorrente do exercício da opção (por causa da maior taxa de desconto). O resultado líquido vai depender da relação entre as taxas de desconto e de juro, mas, de uma forma geral, espera-se que o aumento das taxas de juros aumente o valor das opções de compra e reduza o das opções de venda.

A taxa de dividendos (δ) é uma variável importante na valoração das opções. Se o ativo subjacente (ação, projeto, etc.) gerar dividendos, o seu valor de mercado decrescerá no dia anterior ao pagamento destes dividendos, pois novos pagamentos ocorrerão apenas no futuro. Portanto, o pagamento de dividendos reduz o valor do ativo-objeto e, conseqüentemente, diminui o valor das opções de compra e aumenta o das opções de venda.

A partir do capítulo 3 discutir-se-á modelos de valoração mais complexos, considerando a natureza estocástica da variação do ativo-subjacente ao longo do tempo.

2. 5) Teoria das opções aplicada em orçamento de capital de E&P de petróleo

O termo opções reais surgiu na década de 70. MYERS (1977) foi um dos primeiros pesquisadores a reconhecer falha da abordagem tradicional e recomendar a abordagem das opções. TOURINHO (1979) usou a teoria opções reais na valoração de projetos de extração de recursos minerais. SOUZA (1991) confrontou os resultados do FCD tradicional com os de uma versão simplificada do modelo de BRENANN e SCWHARTZ (1985) em aplicações na análise de investimentos em jazidas de petróleo. KEMNA (1993) realizou estudos para SHELL sobre a opção de investir, opção de crescimento e opção de abandono em projetos de petróleo. LORENS e DICKENS (1993) examinaram as vantagens e desvantagens do modelo de Black-Scholes

aplicado à valoração na E&P de petróleo, evidenciando a dificuldade de se estimar a volatilidade do valor do poço exploratório, reserva, etc. MOEL e TUFANO (1999) examinaram as políticas de abertura e fechamento de minas nos E.U.A. e encontraram evidências compatíveis com a regra de investir e abandonar sugerida pela teoria das opções. EKERN (1998) usou a teoria das opções reais para valorar as flexibilidades operacionais presentes nos projetos de produção de campos marginais de petróleo, modelando o preço do óleo por meio de um modelo binomial. SUNNEVAG (1998) aplicou a abordagem das opções reais para avaliar um bloco marítimo a ser objeto de exploração de óleo e gás, sobretudo sob o ponto de vista regulatório. SMITH e MCCARDLE (1999) analisaram as relações entre a teoria das opções reais com árvore de decisão e simulação, concluindo que estas abordagens podem ser complementadas em virtude da complexidade do problema em análise. LIMA e SUSLICK (2002) modelaram o valor de projeto de petróleo por meio de um MGB¹⁷, com o objetivo de verificar o impacto das restrições ambientais na decisão de investir.

A principal característica das opções financeiras é que o comprador possui apenas direitos para se beneficiar de movimentos do mercado, e não deveres. Similarmente, no mundo da economia real os gestores de projetos de investimentos muitas vezes possuem direitos, mas não deveres de tomar decisões como a de aumentar a produção de uma fábrica. Para isso, paga-se um custo de expansão na expectativa de receber um ativo-objeto incerto, isto é, o valor presente dos fluxos de caixa do incremento de capacidade. Também citam-se os direitos de abandonar o projeto em caso de altos custos ou baixos preços, o direito de formar parcerias, etc. Desta forma, os gerentes possuem um portfólio de opções reais que podem ser exercidas ao longo da vida dos projetos.

De acordo com PADDOCK, SMITH e SIEGEL (1988), os determinantes do valor das opções financeiras são análogos aos das opções reais, como mostra a Tabela 2.4 para o caso das opções de compra americanas e opções de investimentos.

De uma maneira geral, as opções reais estão em todos níveis decisórios das empresas, mas, nesta tese, tomar-se-á por base apenas aquelas que possam interferir nas decisões de E&P de petróleo de uma empresa que possui o monopólio de exercício de suas opções reais. Assim, não

¹⁷ Significa Movimento Geométrico Browniano e será estudado no capítulo 3 deste trabalho.

serão analisados os casos em que a opção real é compartilhada, como, por exemplo, a opção de desenvolver um novo produto por meio de pesquisa tecnológica.

Tabela 2.4: Analogia entre as opções financeira de compra e as opções reais de investir em projetos de petróleo.

Grandezas	opções financeiras	opções reais
Custos	Preço de exercício	Custos de investimentos
Ativo subjacente	Ação, índice, etc.	Fluxo de caixa, projeto, etc.
Retorno do capital	Taxa de retorno da ação, índice, etc.	Taxa de retorno do projeto
Ganhos do capital	Variações no preço da ação	Variações no valor do projeto
Taxa de juro livre de riscos	Taxa de juro livre de riscos	Taxa de juro livre de riscos
Dividendos	Fluxo de dividendos da ação	Fluxo de dividendos do projeto
Incerteza	Volatilidade da taxa de retorno do preço da ação	Volatilidade da taxa de retorno do valor do projeto
Maturidade	Tempo de expiração do contrato	Vida da opção real de investir

Fonte: Modificado de PADDOCK, SMITH e SIEGEL (1988).

Embora a teoria das opções reais seja derivada dos modelos de valoração e exercício das opções financeiras, há muitas diferenças entre estas opções. De acordo com MASON e MERTON (1985), as opções reais são muito mais complexas e as semelhanças podem se restringir somente às premissas de valoração (argumentos de portfólio replicável)¹⁸. KESTER (1993) argumenta que há diferenças em termos de exclusividade de exercício, possibilidade de negociação, exercício e dependência estratégica.

As opções financeiras são exclusivas de seu detentor. Diferentemente, as opções reais são exclusivas de determinada empresa somente em mercados monopolizados, pois em mercados competitivos essas opções podem ser compartilhadas por diferentes empresas¹⁹ e, portanto, são sujeitas à não exclusividade e interação competitiva.

As opções financeiras são instrumentos negociáveis em mercados eficientes por baixo custo de transação, enquanto que muitas opções reais podem não ser negociáveis²⁰, tais como as opções de investimento em P&D de novos produtos²¹. Como muitas opções reais não são proprietárias²², uma estratégia para preservar o seu valor é o investimento antecipado para inibir os competidores. Por exemplo, se a empresa espera aumento de demanda, ela pode investir antecipadamente em aumento de capacidade visando a coibir a entrada de novos competidores. Para mais detalhes sobre este tipo de competição estratégica, ver SPENCE (1979) e DIXIT (1980), citados por TRIGEORGIS (1998).

O valor das opções financeiras depende unicamente do movimento do preço do ativo-objeto, enquanto que o valor de muitas opções reais depende de várias variáveis (preço, custo, produção, etc.) e também, em alguns casos, de outras opções, como é o caso das opções sequenciais. Por exemplo, o valor da opção de produzir petróleo em bacias desconhecidas

¹⁸ Geralmente, para cada projeto, a taxa de desconto é calculada conhecendo-se os retornos de um outro projeto com características semelhantes, em termos de risco e retorno. Para encontrar a taxa de retorno, calcula-se a covariância entre os retornos do projeto e o retorno do mercado e aplica-se a equação fundamental do CAPM de período único.

¹⁹ A opção real de desenvolver um campo de petróleo é exclusiva da empresa concessionária enquanto durar a concessão. Já a opção de desenvolver produtos é compartilhada por todas as empresas do setor.

²⁰ As opções não negociáveis e sobre a qual a empresa possui o monopólio do exercício são chamadas opções proprietárias.

²¹ Algumas opções de abandono são negociáveis, sobretudo visando a transacionar os equipamentos de uso geral no mercado secundário, mesmo que a um baixo preço, devido à grande assimetria de informação existente entre o comprador e o vendedor.

²² Se a demanda de petróleo aumentar, todas as empresas que tenham capacidade instalada compartilham a opção de aumentar a produção.

depende de: a) opção de investir em exploração; b) em caso de sucesso, o exercício da opção de exploração cria a opção de desenvolver a reserva; c) a opção de desenvolver cria a opção de produzir. Para analisar opções compostas, deve-se pensar não apenas no VPL potencial, mas também em produtos paralelos, como desenvolvimento de novas tecnologias, ganhos de aprendizado, conhecimento técnico, entre outros, que podem adicionar valor às oportunidades de negócios.

Especificamente na área de E&P de petróleo, há também muitas diferenças entre os determinantes do valor e regras de exercício das opções financeiras e reais, as quais destacam-se:

1. Ao exercer uma opção financeira, o valor de mercado do ativo subjacente é conhecido, pois é observado no mercado. Por outro lado, ao exercer a opção real de perfurar um poço visando a extrair óleo, o valor do ativo subjacente (projeto) deriva de um fluxo de caixa descontado (FCD) que ocorre ao longo de vários anos. Assim, o primeiro problema é estimar o valor presente deste FCD na data de exercício da opção de perfurar tal poço, incluindo as previsões de produção, custo, preço do petróleo, etc.
2. As flutuações do valor presente do FCD de um projeto de produção de petróleo ocorrem em função de diversas variáveis econômico-financeiras e também da gestão estratégica do projeto. Por outro lado, as flutuações do preço de ativos financeiros dependem de variáveis macroeconômicas, mas independem da postura gerencial do titular das opções. Assim, geralmente, a distribuição de probabilidade do FCD é assimétrica, enquanto que a distribuição de probabilidade da taxa de retorno do ativo financeiro é simétrica.
3. O preço do petróleo depende das suas características físico-químicas (densidade, viscosidade, conteúdo de enxofre, etc.), o que dificulta as estimativas de parâmetros como taxas de dividendos e volatilidades dos projetos. De acordo com MIAN (2002, p. 123-125) e JOHNSTON (2003, p. 177-178), o principal preço de referência é o dos óleos tipo WTI (38 – 40 °API) e/ou BRENT (39 °API). Óleos com características diferentes possuem preços inferiores ao de referência.

4. O preço de exercício de uma opção financeira é conhecido *a priori*. Diferentemente, o valor presente do investimento de desenvolvimento de uma reserva de petróleo é incerto, pois o custo das plataformas, serviços de geofísica, sondagens, etc., tendem a acompanhar os preços do petróleo, que é incógnito.
5. O exercício das opções financeiras é instantâneo, enquanto que o exercício das opções reais de investir em projetos é moroso, pois inclui a perfuração de poços, testes de formação, completação, transporte e montagem de plataformas, etc.
6. Os modelos de valoração das opções financeiras usam a taxa de desconto livre de risco a partir da hipótese de que o valor da opção pode ser reproduzido por uma combinação de ativos existentes no mercado. Em projetos de produção de petróleo, o valor do FCD de operação não é observado no mercado. Como o preço do petróleo pode não ser perfeitamente correlacionado com o valor presente do FCD, há a necessidade de um prêmio de risco no valor das opções reais, o qual, muitas vezes, é negligenciado.
7. A possível correlação entre preços e custos não é observada diretamente no mercado. Por isso, na sua estimativa a partir de dados históricos deve-se observar as regiões de produção, lâmina d'água, tipos de poços (verticais ou horizontais), formações geológicas, etc.
8. As medidas de risco usadas em opções reais e financeiras apresentam características distintas. O risco de um investidor no mercado financeiro independe da sua atuação, sendo expresso pela variância das taxas de retornos do portfólio. Por outro lado, no caso de projetos, o risco depende muito da política de gerenciamento, de modo que a variância não é uma boa medida de risco, pois ela é um a medida muito sensível aos valores extremos. Indicadores alternativos podem ser a probabilidade de VPL negativo, fracasso em adicionar reservas, etc.
9. Segundo COPELAND e ANTIKAROV (2001, p. 112–113), muitas opções financeiras são apostas secundárias, ou seja, opções lançadas por investidores independentes que não exercem qualquer controle sobre a política acionária da empresa. No caso das opções reais, a gerência pode agir pro-ativamente e melhorar o valor de suas opções.

Apesar das diferenças conceituais entre opções financeiras e reais, ambos os proprietários de opções financeiras ou reais possuem direitos, mas não obrigações de realizarem investimentos irreversíveis em ativos cujo valor futuro é incerto. Por isso, DIXIT e PYNDYCK (1994, p.3) argumentam que as decisões de investimentos modernos possuem três características importantes: (1) irreversibilidade dos investimentos; (2) opção real de escolher o melhor momento para investir; (3) incerteza sobre a previsão da evolução futura de variáveis como preços, custos operacionais, etc. A estas, adiciona-se a característica de aversão ao risco das corporações e tomadores de decisão.

Em função destas características, os gerentes de projetos se encontram em situação semelhante à dos possuidores de opção financeira do tipo americana e, por isso, a teoria das opções reais pode ser usada na valoração de projetos de investimentos e orientar o processo decisório. A identificação e a quantificação destas opções reais constituem-se num elemento significativo para a estratégia competitiva das empresas e criação de valor para os acionistas.

Há diversos tipos de opções reais presentes no processo produtivo, tanto em nível operacional como estratégico. Por exemplo, na E&P de petróleo, decisões como escolha de tipo e quantidade de poços são opções reais operacionais, enquanto que a opção de postergar a concretização do investimento é uma decisão estratégica. De acordo com BENGTTSSON (2001), as opções operacionais podem ser classificadas em nível básico, de sistema e agregado, como mostrado na Tabela 2.5.

Tabela 2.5: Flexibilidades em níveis operacionais da empresa.

Nível	Tipo de flexibilidade
Básico	Refere-se àquela que ocorrem em nível de máquinas.
Sistemas	Refere-se às flexibilidades dos sistemas produtivos (processos, produtos, fluxogramas, volumes, etc.)
Agregado	Refere-se a toda planta ou sistema produtivo (programa, produção, mercado, etc.)

Fonte: Adaptado de BENGTTSSON (2001).

Muitas destas opções reais operacionais (expansão, contração, etc.) permanecem vivas por toda a vida dos projetos. Por outro lado, as opções estratégicas (esperar, formar parcerias, etc.) terminam após a implementação da decisão. Desta forma, a gestão dos projetos consiste em administrar um portfólio de direitos (e não de deveres), visando a maximizar o valor da empresa e o retorno para os acionistas.

A principal inovação dos modelos de opções reais é que a incerteza (natural, técnica ou econômica) pode agregar valor aos ativos, sendo importante em ambientes incertos e em situações em que os gerentes não possuem controle dos eventos futuros, tal como em projetos na indústria de recursos minerais (petróleo, ouro, cobre, níquel, etc.). Diferentemente, pela abordagem tradicional, o aumento da incerteza diminui o valor do ativo, uma vez que aumenta o prêmio de risco.

Em função destas incertezas, se o gerente ignorar o valor das opções reais e realizar um gerenciamento passivo, ele pode incorrer em perdas significativas. No capítulo 1, item 1.3.3, foi discutido o valor da opção real de se investir no futuro. Se a empresa investir no futuro, poderá ganhar F , mas se investir imediatamente ganha $V - I$, onde I é o valor do investimento. Logo, F deve ser considerado como um custo de oportunidade de se investir imediatamente, e faz parte do custo total do projeto, pois considera-se que o investimento é irreversível. Portanto, a regra decisória se transforma para investir somente se:

$$V \geq I + F. \quad (2.7)$$

A Eq. (2.7) mostra que este modelo significa uma ruptura com o método tradicional de análise de investimentos. Ela pode ser interpretada à luz de um conceito de VPL expandido composto por duas componentes: a) VPL passivo (gerenciamento que ignora as flexibilidades) e b) VPL das flexibilidades gerenciais (gerenciamento ativo que computa as flexibilidades):

$$\text{VPL dinâmico} = \text{VPL passivo} + \text{Valor das flexibilidades.} \quad (2.8)$$

A Eq. (2.8) mostra que os analistas não devem desprezar o VPL tradicional na avaliação dos projetos, mas sim empenhar esforços para obter a sua melhor estimativa. Para isso, deve-se usar toda a informação disponível sobre produção, custos, taxas de juro, níveis de demanda, entre outros.

O modelo tradicional de tomada de decisão é do tipo “agora ou nunca”. Se for o $VPL \geq 0$, o investimento deve ser concretizado já; caso seja o $VPL < 0$, deve-se desistir de investir. Este modelo não considera a possibilidade de postergar ou antecipar o investimento, na expectativa de se obter novas informações sobre preços dos produtos, custos de produção, processos tecnológicos, presença de competidores, possibilidade de se expandir ou contrair capacidade, abandonar, etc.

Embora a teoria de valoração das opções seja conhecida desde 1970, sua aceitação por parte das empresas ainda tem sido tímida nos últimos anos. No entanto, com a crescente publicação de estudos empíricos, um número crescente de empresas vem incorporando esta metodologia aos processos decisórios. Na Tabela 2.6 apresentam-se algumas empresas usuárias da abordagem das opções reais para dar suportes aos processos decisórios, as quais são citadas em COPELAND e ANTIKAROV (2001, p.77).

Tabela 2.6: Empresas que usaram a teoria das opções reais.

Empresa	Quando	Aplicação
HEWLET – PACKARD	1990	Produção e distribuição
ICI	1997	Construção de nova fábrica
APPLE	1995 e 1996	Decisão de saída para seus negócios com computadores pessoais
MÓBIL	1996	Desenvolvimento de campos de petróleo
AIRBUS INDUSTRIE	1996	Valoração da opção de entrega
TENNESSEE VALLEY AUTHORITY	1994	Opção de aquisição de energia elétrica
CADENSE DESIGN SYSTEMS	1990	Valoração de investimentos
EXXON	1990	Exploração e produção de petróleo
ANADARKO PETROLEUM	1990	Leilões de reservas petrolíferas
TEXACO	Década de 1990	Exploração e produção de petróleo
PRATT & WHITHNEY	1989	Operações de arrendamentos canceláveis.

Fonte: COPELAND e ANTIKAROV (2001, p. 77).

2.6) Teoria da preferência aplicada em orçamento de capital de E&P de petróleo

A indústria de E&P de projetos de petróleo possui duas características importantes: a) grandes níveis de incertezas da taxa de retorno e b) grande magnitude dos investimentos. Portanto, o processo decisório nesta indústria, referente à aceitação ou rejeição de projetos, deve depender, pelo menos em parte, da interação entre taxa de retorno e magnitude do investimento.

A fim de apresentar o conceito, considera-se o modelo básico em que os resultados de um projeto são compostos por apenas dois estados, isto é, caso ocorra o lado bom da incerteza, o valor do projeto será V , com probabilidade p ; caso ocorra o lado ruim, seu valor será $-I$, o que ocorre com probabilidade igual a $(1-p)$.

Este modelo simples pode-se referir, por exemplo, aos resultados decorrentes da perfuração de um poço. Se o poço não descobrir hidrocarboneto, perde-se a quantia I . Caso ele descubra hidrocarbonetos, o seu valor é de V . A Figura 2.5 mostra a árvore com os resultados possíveis deste processo.

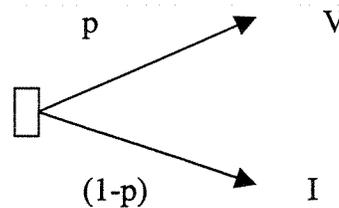


Figura 2.5: Resultados possíveis após a perfuração do poço

Antes da perfuração do poço, os resultados podem ser entendidos como variáveis aleatórias. Assim, seja H o valor da oportunidade de investimento no momento em que a decisão é tomada, o qual é desconhecido. O valor esperado deste jogo ($E[H]$), no instante em que a decisão é tomada, é de:

$$E[H] = pV + (1-p)I. \quad (2.9)$$

Como há dois resultados diferentes para o evento, há incerteza sobre o resultado futuro, que pode ser quantificada pela função variância. Como $E[H]^2 = p V^2 + (1-p) I^2$, tem-se:

$$\text{Var} [H] = E[H]^2 - (E[H])^2 = (V-I)^2 p(1-p). \quad (2.10)$$

Como definido por LERCHE e MacKAY (1999, p. 18), entende-se, neste exemplo, o conceito de volatilidade de H (σ) como a razão entre o seu desvio-padrão e sua média por meio de:

$$\sigma = \frac{(V-I)\sqrt{p(1-p)}}{[pV+(1-p)I]}. \quad (2.11)$$

A Eq. (2.11) expressa a incerteza dos resultados em relação ao valor esperado dos resultados do projeto. Pode-se ver que a volatilidade é zero apenas no caso em que $V = I$, ou seja, neste caso haveria apenas um resultado futuro para o valor do projeto: o processo transforma-se no caso determinístico.

Por exemplo, pode ocorrer uma situação em que $I = 50$, $V = 50$ e, portanto, $\sigma = 0$. Se, por outro lado, $I = -50$; $V = -50$, tem-se também que $\sigma = 0$. Em relação à probabilidade de sucesso, se $p = 100\%$ ou $p = 0\%$, a volatilidade é zero. Se ocorrer uma situação em que $p = 0$ ou 100% , não há incerteza sobre a média, portanto, a volatilidade deve ser também igual a zero.

Se o resultado da Eq. (2.9) for positivo, vê-se que o investidor selecionará o projeto. No entanto, esta conclusão deve ser utilizada com cuidado, pois trata-se de uma medida estatística que somente é verdade quando é realizado um grande número de experimentos similares.

Por exemplo, uma oportunidade de investimento com as seguintes características: $p = 60\%$, $V = \text{US\$ } 100$ milhões e $I = \text{US\$ } 60$ milhões. A esperança matemática do valor do projeto é positiva e equivale a $\text{US\$ } 36$ milhões, enquanto que o desvio-padrão é de $\text{US\$ } 78,38$ milhões. A volatilidade é de 2,18, isto é, há uma incerteza considerável no valor esperado do projeto de perfurar o poço.

No caso de ocorrer um valor negativo de V , a empresa pode encarar sérias dificuldades financeiras, podendo, em alguns casos, ser obrigada a decretar falência. Por isso, em função da

responsabilidade, principalmente com os pequenos acionistas, ela pode se decidir por não assumir o projeto isoladamente, mas formar parceria, como medida para mitigar os riscos envolvidos.

Desta forma, seja NPF o nível de participação financeira no projeto. A esperança matemática se transforma em:

$$E [NPF*H] = p * NPF * V + (1 - p) * NPF * I, \quad (2.12)$$

onde $0 \leq NPF \leq 100\%$. Embora os ganhos fiquem prejudicados, o potencial de perdas torna-se limitado. Assim, pode-se entender a redução do potencial de ganhos como o custo para reduzir o potencial de perdas.

As Eq. (2.9) e (2.11) assumem que o tomador de decisão possui uma função de utilidade linear, pois são baseadas apenas no valor esperado. Os indivíduos que tomam suas decisões segundo uma função de utilidade linear são indiferentes quanto a receber a quantia de US\$ 10,00 ou duas quantias de US\$ 5,00. No entanto, nem todos os indivíduos tomam suas decisões de acordo com uma função de utilidade linear. Por exemplo, se o indivíduo deseja comprar um cartão de telefone que custa US\$ 3,00, mas possui apenas US\$ 2,80, este valor não pode ser considerado como responsável por 93,33% do bem-estar gerado pelo referido cartão. Portanto, o bem-estar que uma quantidade monetária propicia a um indivíduo depende de suas relações funcionais com o bem analisado.

Em função deste raciocínio, pode-se elaborar uma grandeza que examine as preferências de um tomador de decisões, considerando-se a sua função de utilidade, a sua tolerância ao risco, a probabilidade de ocorrência e o valor atribuído a cada evento. A esta grandeza dá-se o nome de equivalente-certo, cuja teoria se encontra no Capítulo 4 deste trabalho.

Capítulo 3:

FERRAMENTAS MATEMÁTICAS: MODELAGEM ESTOCÁSTICA, CÁLCULO ESTOCÁSTICO, EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS E SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO.

No Capítulo 2, apresentou-se os conceitos básicos sobre opções financeiras e teoria da preferência. Também foi discutido qualitativamente o significado da estimativa do NPF nos projetos. Neste Capítulo, apresentar-se-á as ferramentas matemáticas que serão usadas para prever a evolução futura dos preços, isto é, alguns modelos estocásticos, Lema de Ito, simulação de Monte Carlo e equações diferenciais.

3.1) Modelagem matemática sob condições de incertezas

No processo decisório associado a investimentos em E&P de petróleo, a modelagem da evolução futura de variáveis, como preço do óleo, custo operacional, reserva de óleo recuperável, etc., é de fundamental importância para uma alocação eficiente dos recursos.

Tal modelagem deve respeitar as características intrínsecas da variável na sua dinâmica ao longo do tempo ou espaço, sejam elas físicas, geológicas ou econômicas. Como exemplos, tem-se: a) a modelagem espacial da porosidade do reservatório deve gerar valores compreendidos entre 0% e 100 %; b) a modelagem da produção ao longo do tempo deve gerar valores positivos; c) a modelagem de preço e custo deve sempre gerar valores positivos. Por outro lado, variáveis como taxas de juro ou fluxo de caixa podem assumir valores positivos ou negativos.

De uma maneira geral, a Figura 3.1 ilustra os fundamentos de uma modelagem matemática aplicada a um projeto de E&P de petróleo:

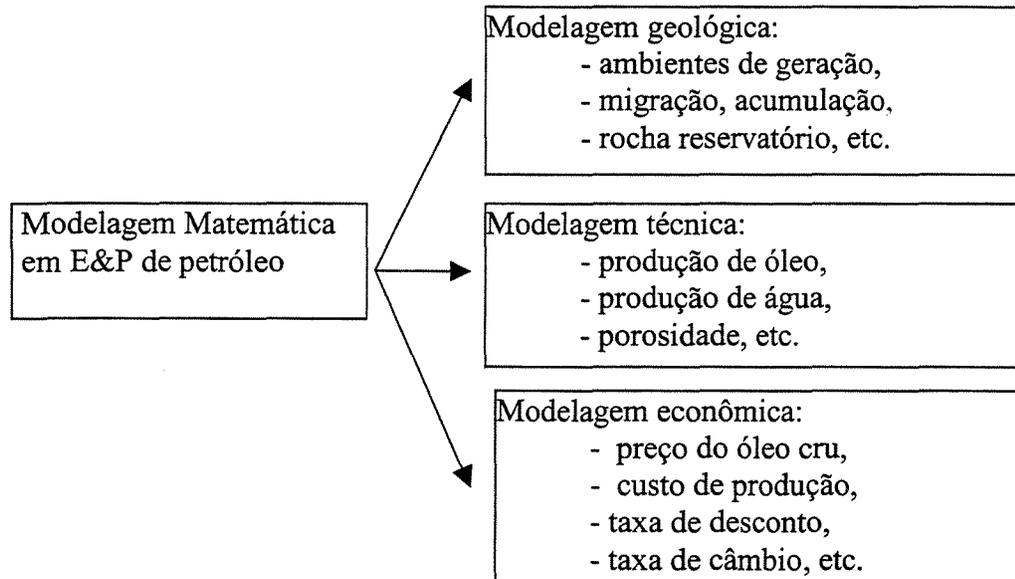


Figura 3.1: Componentes principais de um modelo matemático para análise econômica em E&P de petróleo

A modelagem das variáveis geológicas se torna mais complexa em função da escassez de dados históricos e também em virtude da singularidade de cada reservatório. Como exemplo, em cada bacia podem-se encontrar fatores diferentes que regem a dinâmica dos sistemas petrolíferos, em termos de geração, migração, rocha reservatório e rocha selante.

A modelagem das variáveis técnicas é objeto da engenharia de reservatórios e envolve considerações sobre tipo dos poços, perfil de produção de óleo e água, disposição espacial dos poços produtores e injetores, sistemas de transporte da produção (dutos, navios, etc.), entre outras, e visa, fundamentalmente, a obter os perfis de produção de óleo, água e gás.

A modelagem das variáveis econômicas envolve considerações sobre o mercado de oferta e consumo de óleo, mercado financeiro, etc. Há uma grande diferença entre a modelagem de grandezas econômicas e geológicas. Para modelagens econômicas, em muitos casos, há um grande banco de dado disponível para realizar as estimativas futuras, mas os experimentos

econômicos não são controlados. Por outro lado, nas modelagens geológicas nem sempre há um grande branco de dados, mas os experimentos podem ser reproduzidos e controlados.

O cerne de uma modelagem matemática consiste em escolher a distribuição de probabilidades ou equação estocástica que reproduza o fenômeno de interesse. Por exemplo, uma variável como o custo operacional, que é sempre positiva, deve ser modelada por distribuições que gerem sempre resultados positivos, tal como a distribuição lognormal, triangular ou normal truncadas, etc. Por outro lado, uma variável como o VPL pode ser modelada por uma distribuição de probabilidade como a normal, pois ela pode assumir valores positivos e negativos.

A evolução histórica de variáveis econômico-financeiras, como taxas de juros, taxas de câmbio e preço de óleo cru, é dinâmica e aleatória. O caráter dinâmico decorre da contínua chegada de novas informações e reflete as expectativas do mercado sobre a evolução destas variáveis. O caráter aleatório reflete as diferentes interpretações dos fatores do mercado acerca do impacto destas novas informações na dinâmica dos preços. Por exemplo, as oscilações do preço do óleo cru são governadas por fatores que afetam sua produção e demanda, tais como: crescimento da economia mundial, estoque estratégico de petróleo dos EUA (maior consumidor mundial), conflitos nas regiões produtoras, decisões da OPEP em aumentar ou reduzir a produção, etc.

Na Figura 3.2 encontra-se representada a dinâmica da série de preços do petróleo no período de 1861 a 2002. Estes dados foram obtidos a partir das estatísticas da BP (2004), e encontram-se atualizados, para o ano 2002, pelo Índice de Preços ao Consumidor (“*Consumer Price Index*”).

Observe-se que, em longo prazo, os preços têm oscilado entre o piso de US\$ 7,73 por barril e o teto de US\$ 78,19 por barril²³, exibindo períodos curtos em que eles foram exageradamente elevados ou baixos. Em 1973, houve uma grande subida do preço, em função do embargo dos Países Árabes produtores. Em 1975, houve uma pequena queda, que foi seguida por relativa estabilidade por cerca de 5 anos. Em 1980, em função da Guerra entre o Irã e o Iraque, dois grandes produtores de petróleo, houve novo aumento de preço, mas em 1983 ele voltou à

média histórica. Em 1990, houve uma grande queda no preço de petróleo, sendo que em 1998 ele atingiu US\$ 14,47/bbl, por causa, em parte, das crises financeiras ocorridas no sudeste asiático, especialmente na Indonésia e na Malásia, seguida pela Rússia. A partir de 1999, o preço mostra recuperação e encontra-se estabilizado ao nível de US\$ 28/bbl.

Como consequência, essa queda de preços causou uma onda de fusões e incorporações envolvendo empresas petrolíferas integradas, tais como a CONNOCO e a PHILLIPS, que se tornaram CONNOCO-PHILLIPS, a EXXON e MOBIL que se tornaram EXXON-MOBIL, a BP e AMOCO que se tornaram BP-AMOCO.

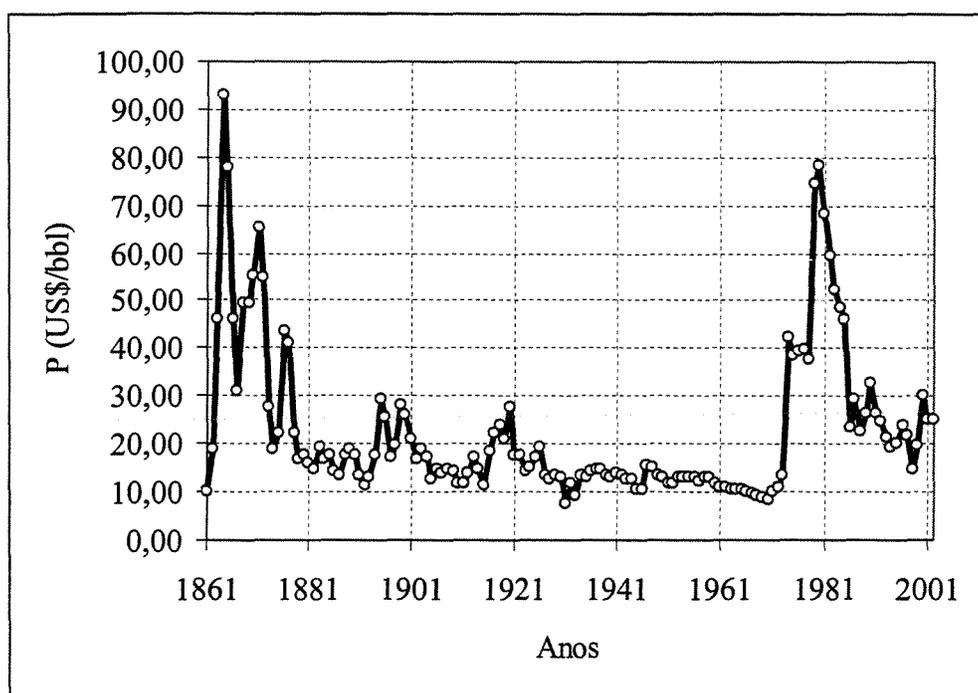


Figura 3.2: Preços anuais médios do petróleo. Fonte: BP (2004).

A formação do preço de um produto (por exemplo, o petróleo) é resultante da interação entre as forças de demanda e oferta. Assim, em princípio, pode-se usar a análise estrutural para

²³ Possivelmente, estes limites ocorrem em função das forças de mercado (demanda e oferta) em longo prazo. Em curto prazo, os preços se desviam do equilíbrio, em parte como consequência da histerese presente nas forças de mercado.

estimar o preço de equilíbrio. No entanto, nas análises de longo prazo de mercados competitivos e dinâmicos, a análise estrutural não fornece bons resultados, porque nem todos os determinantes do preço de equilíbrio são capturados pelas equações de demanda e oferta. Por exemplo, o risco de mudanças políticas, guerras, etc. não é capturado, de modo que os modelos estocásticos são usados exatamente para modelar estes eventos imprevisíveis.

Para ilustrar a limitação da análise estrutural, a Tabela 3.1 mostra a dispersão das oscilações diárias dos incrementos do preço do petróleo ao longo do ano de 2001. Pode-se ver que, embora a média destas oscilações seja próxima de zero, o desvio-padrão é alto, o que respalda a grande incerteza associada à dinâmica temporal desta variável. Em tais situações, a análise estrutural pode fornecer bons resultados apenas quando o intervalo de tempo for muito curto, ou mesmo infinitesimal. Isso porque, repita-se, o preço de equilíbrio não depende apenas da interação entre a oferta e demanda, mas também das expectativas sobre o futuro.

Tabela 3.1: Principais indicadores estatísticos da oscilação diária do preço do petróleo em 2001.

Grandezas	Valores
Mínimo	- 4,05
Máximo	4,16
Média	- 0,02
Moda	- 0,28
Mediana	- 0,04
Desvio-padrão	0.84

As previsões sobre a dinâmica dos incrementos do preço do petróleo (diários, mensais ou anuais) não devem ser realizadas usando-se funções determinísticas, mas modelos probabilísticos, a fim de incorporar a componente de aleatoriedade (incerteza). Segundo STEVENSON (1981), CAMPBELL, LO e MACKINLAY (1997), um modelo de previsão completo se constitui de: a) componente de tendência; b) componente de sazonalidade; c) componente de ciclicidade; d) componente de aleatoriedade.

A componente tendência descreve o comportamento da variável, sobretudo em longo prazo, podendo ser ascendente, descendente ou neutra. Como exemplo de tendência ascendente, tem-se o aumento do consumo mundial de petróleo ao longo das últimas décadas (devido ao crescimento da economia mundial); de tendência decrescente, tem-se o custo de descoberta por barril na década de 90.

A componente cíclica ocorre quando as oscilações da variável apresentam alguma regularidade. Os preços de metais como prata, zinco, cobre, etc. tendem a seguir alguma ciclicidade. De acordo com GILBERT (1979), ela pode ser explicada, em parte, pela estrutura de mercado dos produtores e consumidores destes metais.

A componente sazonal se refere às flutuações da variável associadas a intervalos de tempo determinados, tais como mês, bimestre, ano, etc. Exemplos incluem o aumento do consumo de energia elétrica no verão, a queda da taxa de desemprego no mês de dezembro, consumo de derivados de petróleo nos EUA no período das férias e no inverno, entre outros.

A componente estocástica se refere às oscilações da variável, que ocorrem de forma imprevisível ao longo do tempo. Como exemplo, tem-se a oscilações da cotação do preço do petróleo no mercado à vista, do índice IBOVESPA, da taxa de câmbio de reais em relação ao dólar a partir da flexibilidade cambial ocorrida a partir de janeiro de 1999. Uma implicação da incerteza sobre os valores da variável ao longo do tempo é que se torna difícil obter estratégias de investimento visando a obter lucro sem risco.

Desta forma, o modelo completo deve ter a seguinte estrutura geral:

$$x(j) = \text{tendência} + \text{sazonalidade} + \text{ciclicidade} + \text{aleatoriedade},$$

onde a variável j se refere ao domínio da variável x . Se x for o preço, j será o tempo. Se x for a permeabilidade de um arenito, j será a o intervalo de continuidade espacial.

De uma forma geral, os modelos estocásticos podem ser aditivos ou multiplicativos. O modelo aditivo possui a seguinte equação básica:

$$x(t) = x(t-1) + \varepsilon_t, \quad (3.1)$$

onde $x(t)$ é o valor da variável no instante t , $x(t-1)$ o valor da variável no instante $t-1$ e ε_t é a componente aleatória do modelo, também conhecida como ruído branco. No modelo aditivo, os incrementos são independentes do valor corrente da variável e as taxas de crescimento são lentas, enquanto que as taxas de decrescimento são aceleradas, sendo que os valores máximos e mínimos podem ser positivos ou negativos.

O modelo multiplicativo possui a seguinte equação básica:

$$x(t) = x(t-1) \exp(\varepsilon_t). \quad (3.2)$$

O modelo multiplicativo será usado neste trabalho. Os incrementos são proporcionais ao valor corrente da variável, a taxa de crescimento é mais acelerada e a taxa de decrescimento é lenta, sendo o valor mínimo zero e o máximo infinito. Para mais detalhes sobre estes modelos aplicados à análise de investimentos, consultar COPELAND e ANTIKAROV (2001, p. 124-127).

3.2) Processos estocásticos usados em análise de investimentos em E&P de petróleo

De acordo com KARLIN e TAYLOR (1975), processos estocásticos são aqueles compostos por uma seqüência de eventos governados por leis probabilísticas. Em suas análises aplicadas à economia e finanças, DIXIT e PINDYCK (1994, p.60) afirmam que, nos processos estocásticos, a variável assume valores, ao longo do tempo, que são, pelo menos parcialmente, imprevisíveis. Dentre os diversos tipos de processos estocásticos citados na literatura, destaca-se o processo de Lévy, que é muito usado em economia financeira, o qual possui as seguintes propriedades:

1. A variável aleatória x possui incrementos estacionários e independentes, isto é, a distribuição de probabilidade dos incrementos de x depende apenas do intervalo de tempo dt .
2. Os valores dos incrementos de x são independentes em qualquer instante t e $t+dt$, isto é, não há correlação entre dois incrementos consecutivos.

Segundo COX e MILLER (1965), o processo de Markov é um caso especial do processo de Lévy. Ele é freqüentemente usado em finanças, como fizeram BLACK e SCHOLES (1973) e MERTON (1973). No processo de Markov, o valor futuro da variável (x_t) depende apenas do valor corrente (x_0), de modo que a distribuição de probabilidade de x_{t+1} depende apenas de x_t . Do ponto de vista prático, se uma variável econômica segue as premissas do processo de Markov, para se fazer estimativas sobre x_{t+1} precisa-se apenas de x_t , e não dos valores passados x_{t-1} , x_{t-2} , x_{t-3} , ... x_{t-n} . Os incrementos da variável são independentes e estacionários, mas a variável x não é estacionária. Em economia financeira, esta modelagem reduz a quantidade de dados requerida para se fazer previsões, desde que haja eficiência de mercado²⁴.

De acordo com FAMA (1970, 1991), a eficiência de mercado pode ser classificada de três formas: fraca, semi-forte e forte. A forma fraca de eficiência de mercado assume que os preços correntes refletem todas as informações contidas nas séries históricas. Logo, não há benefício em prever o futuro por meio de análises técnicas de séries históricas. A forma semi-forte de eficiência de mercado sustenta que os preços correntes refletem todas as informações contidas nas séries históricas e também todas as informações públicas disponíveis. A forma forte de eficiência de mercado assume que os preços correntes refletem as informações contidas nas séries históricas, informações públicas e também informações privilegiadas ou confidenciais (“inside information”).

De uma maneira geral, os modelos estocásticos podem ser classificados como difusão ou eventos raros. Em modelos de difusão, assume-se que a variável oscila continuamente ao longo do tempo em magnitude. Nos modelos de eventos raros ou de Poisson, a variável só assume valores discretos no tempo, e os incrementos podem ser discretos ou contínuos. Os principais modelos de difusão aplicados em economia e finanças são o Movimento Geométrico Browniano (MGB) e o Movimento de Reversão à Média (MRM). Para mais detalhes, consultar MERTON (1990), WILMOTT (1998), NEFTCI (2000) e DIAS (2001),

²⁴ Para uma abordagem introdutória sobre eficiência de mercado, o leitor pode consultar ROSS, JAFFE e WESTERFIELD (1995).

3.2.1) O processo de Wiener

O processo de Wiener é aquele em que os valores futuros da variável dependem apenas dos valores presentes, tratando-se, portanto, de um processo de Markov. Seus incrementos são independentes e distribuídos normalmente. Trata-se, pois, de um caso particular do processo de Lévy, com distribuição normal dos incrementos estacionários. Este processo é a componente fundamental de outros mais complexos, como fizeram DIXIT e PINDYCK (1994) e WILMOTT (1998). A equação do processo de Wiener é:

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{dt} , \quad (3.3)$$

onde dt é uma variável tempo na forma infinitesimal, dz é o incremento da variável e ε_t é chamada de ruído branco, definida como uma distribuição normal padrão, isto é, $N(0,1)$. Embora pareça estranho, dz depende exatamente da raiz quadrada do tempo. Segundo COX e MILLER (1965), esta relação entre dz e t ocasiona, no processo, as seguintes propriedades:

1. Os incrementos da variável possuem média zero e a variância cresce linearmente com o tempo.

Por definição, tem-se que $E[\varepsilon_t] = 0$ e $\text{var} [\varepsilon_t] = 1$.

Portanto, tem-se:

$$\begin{aligned} E [dz] &= E[\varepsilon_t] E[\sqrt{dt}] = 0 \\ E [dz] &= 0. \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\text{Var} [dz] = \text{var} [\varepsilon_t \sqrt{dt}] = (\sqrt{dt})^2 \text{var} [\varepsilon_t].$$

Precisa-se ainda, porém, encontrar a expressão de $\text{var} [\varepsilon_t]$, a qual se inicia por:

$$\text{Var} [\varepsilon_t] = E[\varepsilon_t - E[\varepsilon_t]]^2 = E[\varepsilon_t^2 - 2\varepsilon_t E[\varepsilon_t] + (E[\varepsilon_t])^2].$$

$\text{Var} [\varepsilon_t] = E[\varepsilon_t^2]$. Por definição, $\text{var} [\varepsilon_t] = 1$. Logo, tem-se:

$$E[\varepsilon_t^2] = 1. \quad (3.5)$$

$$\text{Var} [dz] = dt. \quad (3.6)$$

A Eq. (3.4) mostra que os incrementos não apresentam tendência ascendente ou descendente. A Eq. (3.6) mostra que a variância de uma variável que evolui de acordo com o processo de Wiener é determinística e cresce linearmente com o intervalo de tempo. Por exemplo, significa que a incerteza sobre uma previsão para 12 meses é o dobro da incerteza de uma previsão para 6 meses.

2. O processo de Markov não possui memória, ou seja, os valores futuros são previstos considerando-se apenas o valor presente da variável (premissa de forma fraca de eficiência de mercado).

Para demonstrar esta propriedade, considere-se:

$$z(1) - z(0) = \varepsilon_1 \sqrt{dt}$$

$$z(2) - z(1) = \varepsilon_2 \sqrt{dt}$$

$$z(3) - z(2) = \varepsilon_3 \sqrt{dt}$$

$$z(4) - z(3) = \varepsilon_4 \sqrt{dt}$$

$$z(T) - z(T-1) = \varepsilon_n \sqrt{dt}$$

Somando todas as equações acima, chega-se a:

$$z(T) - z(0) = \sum_{t=1}^n \varepsilon_t \sqrt{dt}.$$

Portanto, tem-se:

$$z(T) = z(0) + \sum_{t=1}^n \varepsilon_t \sqrt{dt}. \quad (3.7)$$

A Eq. (3.7) mostra que os valores futuros da variável $[z(T)]$ dependem apenas do valor presente da variável mais os incrementos aleatórios. Com isso, fica confirmada a propriedade de Markov, que é compatível com a hipótese de eficiência de mercado. Assim, para um analista fazer previsões, é necessário apenas conhecer o valor presente da variável e simular os valores de ε_n a partir de uma distribuição de probabilidade normal padrão.

3. Os incrementos da variável (por exemplo, as variações diárias dos preços na bolsa de valores) são independentes, ou seja, não há correlação significativa.

Por definição, tem-se: $\text{cov} [\varepsilon_t, \varepsilon_{t+s}] = 0$. Para demonstrar esta propriedade, considere-se um intervalo t e um acréscimo dt .

$$\begin{aligned} \text{cov} [\varepsilon_t, \varepsilon_{t+dt}] &= E \{ [\varepsilon_t - E(\varepsilon_t)] [\varepsilon_{t+dt} - E(\varepsilon_{t+dt})] \} \\ \text{cov} [\varepsilon_t, \varepsilon_{t+dt}] &= E \{ [\varepsilon_t - 0] [\varepsilon_{t+dt} - 0] \} \\ \text{cov} [\varepsilon_t, \varepsilon_{t+dt}] &= E [\varepsilon_t \varepsilon_{t+dt}] = 0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Portanto, tem-se:

$$\text{Cov} [\varepsilon_t, \varepsilon_{t+dt}] = 0$$

4. O processo de Wiener não possui derivadas em relação ao tempo, pois, pelo cálculo Newtoniano, a derivada existe se o limite da função convergir para um valor finito. No entanto, o processo de Wiener possui integração.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{\Delta t}} \right) \rightarrow \infty. \quad (3.9)$$

A Eq. 3.9 confirma que o processo de Wiener não possui derivadas no sentido convencional. Logo, para derivar as funções estocásticas, não se pode usar o cálculo Newtoniano, mas sim as regras de Ito. Nos próximos tópicos, será apresentada a regra de Ito. Para uma discussão mais aprofundada, ver NEFTCI (2000, cap. 3).

5. O coeficiente de correlação entre dois processos de Wiener é igual à covariância dos dois processos por unidade de tempo .

A definição do coeficiente de correlação é:

$$\text{Corr}(dz_1, dz_2) = \frac{\text{Cov}[dz_1, dz_2]}{\sqrt{\text{var}[dz_1] \text{var}[dz_2]}}$$

Foi mostrado, porém, que $\text{Var}[dz_1] \text{Var}[dz_2] = dt^2$.

Logo,

$$\frac{1}{dt} \text{cov}[dz_1, dz_2] = \text{corr}[dz_1, dz_2]. \quad (3.10)$$

A Eq. (3.10) é importante, sobretudo quando se trabalha com funções que dependem de duas variáveis estocásticas. Por exemplo, na valoração de um projeto, pode-se modelar explicitamente as variáveis preço e custo de capital.

6. Ao longo de um intervalo de tempo T, os incrementos de z (dz) são normalmente distribuídos com média zero e variância crescente com o tempo.

Para demonstrar esta propriedade, considere-se n subintervalos de tamanho dt, de modo que $ndt=T$.

$$z(1) - z(0) = \varepsilon_1 \sqrt{dt}$$

$$z(2) - z(1) = \varepsilon_2 \sqrt{dt}$$

$$z(3) - z(2) = \varepsilon_3 \sqrt{dt}$$

$$z(T) - z(T-1) = \varepsilon_n \sqrt{dt}$$

Somando todas as equações acima, chega-se a:

$$z(T) - z(0) = \varepsilon_1 \sqrt{dt} + \varepsilon_2 \sqrt{dt} + \varepsilon_3 \sqrt{dt} + \dots + \varepsilon_n \sqrt{dt}$$

$$z(T) - z(0) = \sqrt{dt} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \dots + \varepsilon_n)$$

$$E[z(T) - z(0)] = E[\sqrt{dt}] E[\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \dots + \varepsilon_n]$$

$$E[z(T) - z(0)] = 0. \quad (3.11)$$

$$\text{Var} [z(T) - z(0)] = \text{var} [\varepsilon_1 \sqrt{dt} + \varepsilon_2 \sqrt{dt} + \varepsilon_3 \sqrt{dt} + \dots + \varepsilon_n \sqrt{dt}]$$

$$\text{Var} [z(T) - z(0)] = \text{var} [\sqrt{dt} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \dots + \varepsilon_n)]$$

$$\text{Var} [z(T) - z(0)] = (\sqrt{dt})^2 \text{var} [(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \dots + \varepsilon_n)].$$

Sabe-se que os incrementos não são correlacionados (ver Eq. 3.8); portanto, tem-se:

$$\text{Var} [z(T) - z(0)] = (\sqrt{dt})^2 \{ \text{var} [\varepsilon_1] + \text{var} [\varepsilon_2] + \text{var} [\varepsilon_3] + \dots + \text{var} [\varepsilon_n] \}$$

$$\text{Var} [z(T) - z(0)] = dt \{ 1 + 1 + 1 + 1 + \dots + 1 \}$$

$$\text{Var} [z(T) - z(0)] = dt n$$

Por definição, resta estabelecido: $T = ndt$. Logo,

$$\text{Var} [z(T) - z(0)] = T. \quad (3.12)$$

Segundo FELLER (1968), pelo teorema do limite central, a soma de n variáveis aleatórias independentes tende a uma distribuição normal. Como a distribuição normal é especificada pelos seus dois primeiros momentos, tem-se:

$$dz = N(0, T). \quad (3.13)$$

7. Embora dz seja estocástico, $(dz)^2$ é determinístico, pois sua variância é zero.

Seja o processo de Wiener:

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{dt}$$

$$(dz)^2 = (\varepsilon_t)^2 (\sqrt{dt})^2$$

O valor esperado de dz é:

$$E[(dz)^2] = E[(\varepsilon_t)^2] E[(\sqrt{dt})^2]$$

$$E[(dz)^2] = dt. \quad (3.14)$$

A variância de dz é:

$$\text{Var} [(dz)^2] = \text{var} [(\varepsilon_t)^2 (\sqrt{dt})^2]$$

$$\text{Var} [(dz)^2] = dt^2 \text{var} [(\varepsilon_t)^2], \text{ como } dt^2 = 0,$$

$$\text{Var} [(dz)^2] = 0. \quad (3.15)$$

Logo, tem-se:

$$(dz)^2 = N(dt, 0). \quad (3.16)$$

3.2.2) Movimento Browniano ou processo de Wiener generalizado

O processo de Wiener serve de base para modelos mais completos. De acordo com COX e MILLER (1965) e MERTON (1990), um modelo popular em finanças é:

$$dx = a(x,t) dt + b(x,t) dz, \quad (3.17)$$

onde $a(x,t)$ e $b(x,t)$ são funções determinísticas. O termo $a(x,t)$ é a componente de tendência do processo, isto é, o parâmetro que dá a sua direção de longo prazo. O termo $b(x,t)$ é a componente que amplia ou reduz os efeitos do processo de Wiener.

A esperança de dx é:

$$E [dx] = a(x,t) dt. \quad (3.18)$$

A variância de dx é:

$$\text{Var} [dx] = E [(dx)^2] - (E[dx])^2$$

$$\text{Var} [dx] = [(a(x,t)dt + b(x,t) dz)^2 - (a(x,t) dt)^2]$$

$$\text{Var} [dx] = E [(a(x,t)dt)^2 + 2 (a(x,t)dt)(b(x,t) dz) + (b(x,t) dz)^2 - 0]$$

$$\text{Var} [dx] = E [0 + 0 + ((b(x,t))^2(dz)^2)]$$

$$\text{Var} [dx] = E [((b(x,t))^2 dt)]$$

$$\text{Var} [dx] = b^2 (x,t) dt. \quad (3.19)$$

As equações (3.18) e (3.19) mostram que a média e a variância do processo dependem linearmente do horizonte de tempo. Em modelagem econômica, as funções $a(x,t)$ e $b(x,t)$ podem assumir diferentes estruturas funcionais em x e t , como apresentado na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Processos de difusão mais usados em análises econômicas

Relação funcional	Eq. Geral	Descrição
$a(x,t) = \alpha$ $b(x,t) = \sigma$	$dx = \alpha dt + \sigma dz$	Movimento Aritmético Browniano
$a(x,t) = \alpha x$ $b(x,t) = \sigma x$	$Dx = \alpha x dt + \sigma x dz$	Movimento Geométrico Browniano
$a(x,t) = \eta (x_m - x)x$ $b(x,t) = \sigma x$	$dx = \eta (x_m - x)dt + \sigma x dz$	Movimento de Reversão à Média

Fonte: Adaptado de DIXIT e PINDYCK (1994, cap. 3)

O termo α é chamado de taxa instantânea de tendência, enquanto que σ é conhecido como volatilidade instantânea do processo.

3.2.2.1 – Movimento Aritmético Browniano (MAB)

Se $a(x,t) = \alpha$ e $b(x,t) = \sigma$, isto é, caso sejam funções constantes, o processo estocástico descrito pela Eq. (3.17) chama-se MAB e se transforma em:

$$dx = \alpha dt + \sigma dz. \quad (3.20)$$

O valor esperado e a variância de dx são:

$$E[dx] = \alpha dt \text{ e } \text{Var}[dx] = \sigma^2 dt. \quad (3.21)$$

Seguindo o mesmo procedimento adotado para demonstrar que o processo de Wiener simples segue uma distribuição normal, conclui-se que, para MAB:

$$dx = N(\alpha dt; \sigma^2 dt). \quad (3.22)$$

Para realizar previsões da variável no futuro, pode-se discretizar a Eq. (3.20) e usar a simulação de Monte Carlo por meio de:

$$x_t = x_{t-1} + \alpha dt + \sigma \sqrt{dt} \varepsilon_t, \quad (3.23)$$

onde x_{t-1} é o valor da variável no instante anterior, αdt é a taxa de crescimento instantâneo ajustada à unidade de tempo, $\sigma \sqrt{dt}$ é a taxa de volatilidade instantânea ajustada à unidade de tempo e ε_t é uma amostra obtida a partir de uma distribuição normal padrão. Pela Eq. (3.23), a variável pode assumir valores positivos ou negativos, podendo ser usada, por exemplo, na modelagem do VPL de um projeto.

3.2.2.2 Movimento Geométrico Browniano (MGB)

As propriedades do processo de Wiener generalizado são restritivas a aplicações econômicas, pois variáveis como preço e custo não assumem valores negativos. Para contornar o problema de valores negativos, trabalha-se com o logaritmo da variável, tendo, neste caso, o Movimento Geométrico Browniano. O MGB é muito usado na modelagem da evolução do preço de commodities, ativos financeiros, índices de valores, etc., conforme estudaram MERTON (1973), COX e RUBINSTEIN (1985) e HULL e WHITE (1987). LIMA e SUSLICK (2001) usaram MGB na modelagem do preço do petróleo e estudaram o impacto dos atrasos no início dos projetos em função das exigências ambientais na decisão de investir. LIMA e SUSLICK (2001, 2002) usaram o MGB na modelagem do preço do petróleo para valorar a opção de investir.

Assume-se que as funções $a(x,t)$ e $b(x,t)$ sejam dadas por:

$$a(x,t) = \alpha x$$

$$b(x,t) = \sigma x$$

A Eq. (3.17) se transforma em:

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz. \quad (3.24)$$

Pela Eq. (3.24), o incremento da variável é proporcional ao seu valor corrente e ocorre na forma de uma taxa de crescimento geométrica. Uma outra forma de interpretação dá-se pela divisão de ambos os membros por x , onde tem-se:

$$\frac{dx}{x} = \frac{x_{t+dt} - x_t}{x_t} = \alpha dt. \quad (3.25)$$

Ao comparar o MAB com o MGB, vê-se, pela Eq. (3.20), que no MAB o incremento se refere a uma forma de retorno absoluto da variável. Por outro lado, vê-se, pela Eq. (3.25), que no MGB o incremento da variável ocorre na forma de uma taxa de retorno percentual da variável x .

A esperança matemática de dx é:

$$E [dx] = \alpha x dt. \quad (3.26)$$

A variância de dx é:

$$\text{Var} [dx] = \sigma^2 x^2 dt. \quad (3.27)$$

Foi mostrado que, se $a(x,t) = \alpha$ e $b(x,t) = \sigma$, dx possui distribuição normal com média αt e variância $\sigma^2 t$. Agora, se $a(x,t) = \alpha x$ e $b(x,t) = \sigma x$, qual seria a distribuição de dx? Pode-se reescrever a Eq. (3.24) na forma:

$$\frac{dx}{x} = \alpha dt + \sigma dz. \quad (3.28)$$

Faz-se a seguinte transformação de variáveis:

$$Y(x) = \ln(x)$$

$$\frac{dY}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$d \ln(x) = \frac{dx}{x}. \quad (3.29)$$

A taxa de variação percentual geométrica na variável x (dx/x) segue um MAB com média αdt e variância $\sigma^2 dt$. Por outro lado, dx/x é a variação no $\ln(x)$. No entanto, não se sabe a distribuição de $\ln(x)$, nem seus primeiros momentos. Assim, seja $Y(x) = \ln(x)$. Pela regra de Ito, tem-se (ver o item 3.3 deste Capítulo):

$$d Y(x) = \frac{dY}{dx} dx + \frac{1}{2} \frac{d^2 Y}{dx^2} (dx)^2. \quad (3.30)$$

Substituindo as derivadas de Y em relação a x e simplificando, tem-se:

$$dY(x) = \left(\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2\right) dt + \sigma dz. \quad (3.31)$$

Pela Eq. (3.31), pode-se ver que $\ln(x)$ segue um MAB, mas que a sua taxa de crescimento é menor que α . Ocorre que, como $\ln(x)$ é uma função côncava de x , as oscilações em $\ln(x)$ são menores que as oscilações em x . Assim, $d[\ln(x)]$ possui distribuição normal de média $(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2)dt$ e variância $\sigma^2 dt$.

$$d[\ln(x)] = N \left[\left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) dt; \sigma^2 dt \right]. \quad (3.32)$$

A Eq. (3.32) mostra a média e a variância de $\ln(x)$, mas não de x . Se $\ln(x)$ for normalmente distribuído, então x segue possui distribuição lognormal. A demonstração é omitida aqui por ser longa, tediosa e se encontrar em livros padrões de estatística e probabilidades: por exemplo, AITCHINSON e BROWN (1966). O valor esperado e a variância da variável dependem do horizonte de tempo considerado por meio das seguintes equações:

$$E[x(t)] = x_0 \exp(\alpha t). \quad (3.33)$$

$$\text{Var} [x(t)] = x_0^2 \exp(2\alpha t) [\exp(\sigma^2 t) - 1]. \quad (3.34)$$

Portanto, se este modelo for usado para prever o comportamento de preços de commodities como petróleo, assume-se que a série histórica de preços possui distribuição lognormal.

O comportamento geral de uma variável x que evolui de acordo com a Eq. (3.24) é mostrado na Figura 3.3. Assim, à medida que o horizonte de tempo aumenta, o valor esperado da variável cresce exponencialmente, assim como a incerteza cresce linearmente com o aumento do intervalo de tempo.

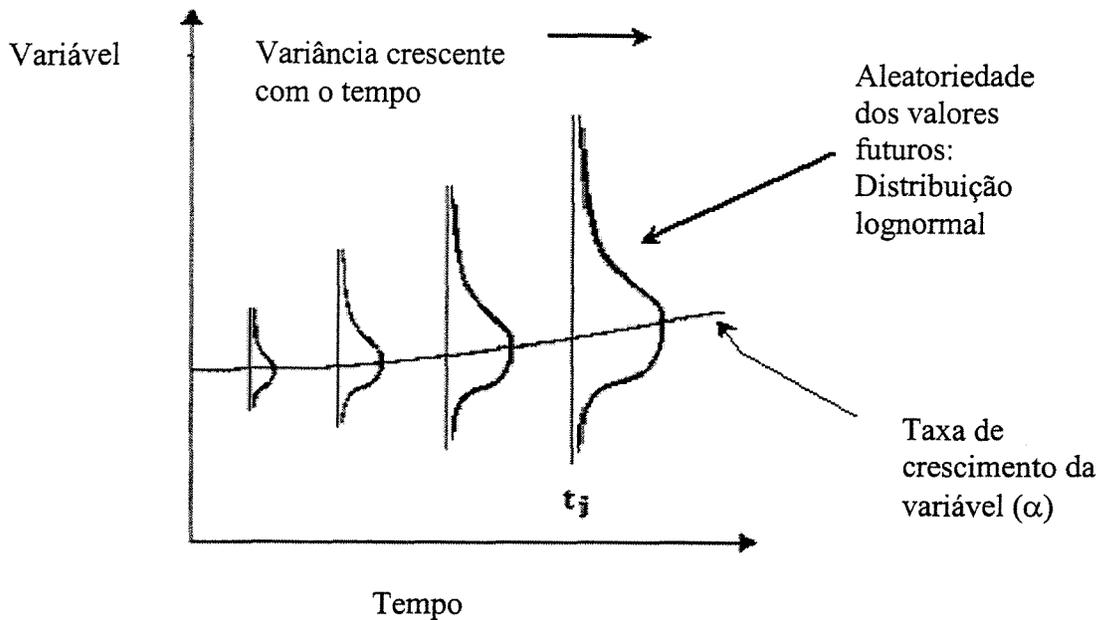


Figura 3.3: Comportamento de uma variável segundo o MGB.

Observe-se o que, em curto prazo, o efeito da variância é mais pronunciado, enquanto que, em longo prazo, a taxa de crescimento torna-se a componente dominante. Este modelo estocástico é compatível com a hipótese de exaustão dos recursos naturais não-renováveis. À medida que os recursos vão sendo extraídos, estes se tornam escassos, pois os estoques naturais são reduzidos. De acordo com HOTELLING (1931), tal fato tende ao aumento contínuo dos preços dos recursos minerais, de modo que, quando a última unidade do recurso for extraída, o seu preço seja infinito.

Para fazer previsões futuras usando o MGB, devemos realizar milhares de simulações de Monte Carlo de possíveis trajetórias futuras da variável. Para realizar tais simulações, deve-se aproximar os valores contínuos pelos valores discretos:

$$d[\ln(x(t))] = \left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right) dt + \sigma\sqrt{dt} \varepsilon_t$$

$$\ln (x (t)) - \ln (x (t-1)) = (\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2)dt + \sigma \sqrt{dt} \varepsilon$$

Aplicando propriedades de álgebra, tem-se:

$$x (t) = x (t-1) \exp [(\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2)dt + \sigma \sqrt{dt} \varepsilon_t]. \quad (3.35)$$

Na Figura 3.4, são apresentados os resultados da simulação de dois caminhos possíveis para a evolução do valor presente do fluxo de caixa (V) do projeto de lavrar uma mina de ouro para os próximos 100 meses. O valor corrente de V é 10 milhões, a sua volatilidade mensal é 10% ao mês, enquanto que a sua taxa de crescimento do valor do projeto é de 0,3% ao mês.

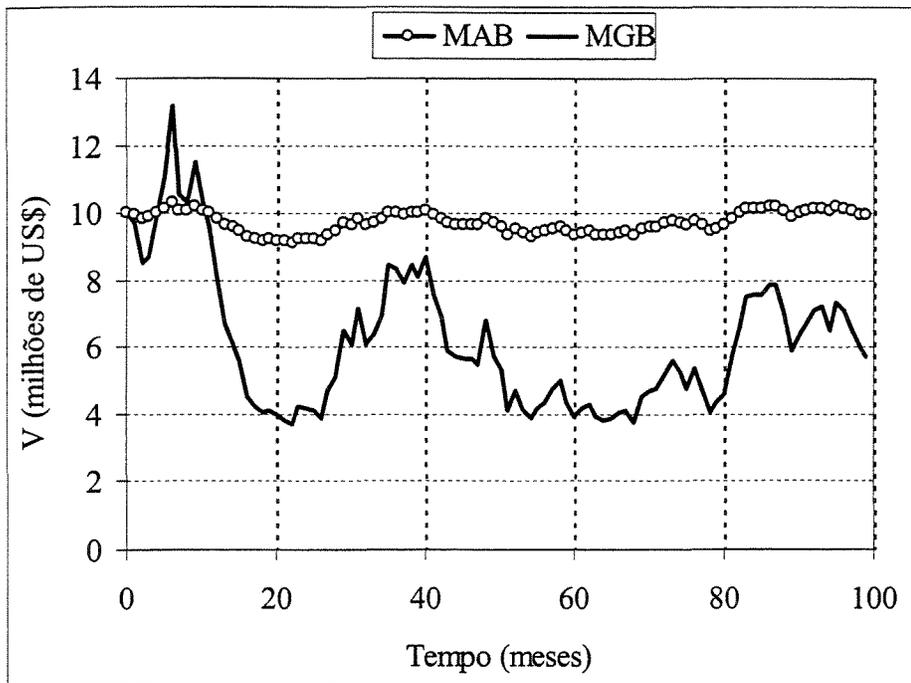


Figura 3.4: Simulação do valor do projeto segundo MGB e MAB

Para gerar o caminho de V pelo MGB, foi usada a Eq. (3.35), enquanto pelo MAB foi usada a Eq. (3.23). Vê-se que as trajetórias dos dois caminhos de V possuem a mesma tendência, isto é, ambas crescem e decrescem no mesmo instante. Isto ocorreu porque foram usados os

mesmos números aleatórios (ϵ) para ambos os processos. No entanto, observa-se que a magnitude dos incrementos do MGB são superiores aos do MAB.

3.2.2.3) Movimento de Reversão à Média (MRM)

A modelagem da variável pelo MGB pode gerar valores altíssimos, principalmente em previsões de longo prazo, o que pode ser incompatível com premissas econômicas e físicas. A razão é o fato de a média e a variância não serem estacionárias. Este modelo pode fornecer bons resultados em mercados voláteis e em curto prazo, mas podem não fornecer bons resultados nas análises econômicas de longo prazo em mercados competitivos.

Para contornar esta limitação do MGB, faz-se uso do modelo de reversão à média. Este modelo possui maior significado econômico para previsões de longo prazo, principalmente em preços de commodities como petróleo, cobre, alumínio, etc., e também ativos financeiros como taxas de juros e taxas de desemprego, entre outras.

No caso da modelagem de commodities, METCALF e HASSET (1995) apresentam o seguinte modelo geral de reversão à média para uma variável estocástica x :

$$\frac{dx}{x} = \{\alpha + [\eta(x_m e^{\alpha t} - x)]\} dt + \sigma dz, \quad (3.36)$$

onde η é a velocidade de reversão à média e x_m é o valor médio da variável em longo prazo. Os demais parâmetros são os mesmos do MGB.

Pela Eq. (3.36), os valores de x se desviam do valor médio histórico, mas por pouco tempo. Se x for interpretado como preço, pode-se dizer que, num mercado competitivo, se o preço atingir valores abaixo da média histórica de longo prazo, as empresas de alto custo de produção tenderão a sair do mercado, a curva de oferta do mercado se deslocará para a esquerda e os preços subirão. Por outro lado, se os preços se encontrarem acima do preço médio histórico, as empresas de alto custo de produção entrarão no mercado, a curva de oferta do mercado se deslocará para a direita e os preços cairão.

Se a taxa de tendência for nula ($\alpha = 0$), a Eq. (3.36) se transformará em:

$$d [\ln(x)] = \frac{dx}{x} = \eta(x_m - x)dt + \sigma dz. \quad (3.37)$$

A Eq. (3.36) é muitas vezes escrita na forma aritmética, em parte, para facilitar a manipulação das equações diferenciais.

$$dx = \eta(x_m - x)dt + \sigma dz. \quad (3.38)$$

Se inexistir velocidade de reversão à média, ou mesmo no caso em que tal parâmetro for muito baixo, a Eq. (3.36) se transformará em MGB padrão:

$$\frac{dx}{x} = \alpha dt + \sigma dz. \quad (3.39)$$

Portanto, conclui-se que a diferença entre os processos puramente de difusão e os de reversão à média se dá pelos parâmetros de tendência e velocidade de reversão à média. Segundo DIXIT e PINDYCK (1994, CAP. 3), o processo seguido pela Eq. (3.38) é chamado de ORNSTEIN-UHLENBECK ou processo de reversão à média e possui média e variância expressas por meio de:

$$E[dx] = \eta(x_m - x)dt. \quad (3.40)$$

$$\text{Var} [dx] = \sigma^2 dt. \quad (3.41)$$

Os incrementos deste processo possuem variância igual à do movimento aritmético browniano. No entanto, o seu valor esperado depende do nível de x .

A equação do valor esperado de $x(t)$ é mais complexa. A partir da Eq. (3.40), tem-se:

$$E[dx] = \eta(x_m - x)dt$$

Integrando esta equação diferencial, tem-se:

$$\int_{x(t-1)}^{x(t)} \frac{dx}{(x_m - x)} = \int_{(t-1)}^t \eta dt$$

$$-\ln [x_m - x(t)] - [-\ln (x_m - x(t-1))] = \eta [t - (t-1)]$$

Finalmente, aplicando as propriedades de logaritmos, temos:

$$x(t) = x_m + (x(t-1) - x_m) \exp(-\eta [t - (t-1)]). \quad (3.42)$$

Pela Eq. (3.42), o valor da variável sempre retorna à sua média, isto é, embora haja oscilações, estas tendem a desaparecer em longo prazo.

Para ilustrar, tem-se a estimativa do preço do petróleo para os próximos 60 meses, supondo-se que este se comporta de acordo com um MRM. O preço médio de longo prazo é de US\$ 18/bbl, a velocidade de reversão à média é de 0,05 e a volatilidade é de 5,8% ao mês. A Figura 3.5 mostra o comportamento do valor esperado do preço do petróleo para os casos em que o preço se encontra acima e abaixo da média histórica de longo prazo.

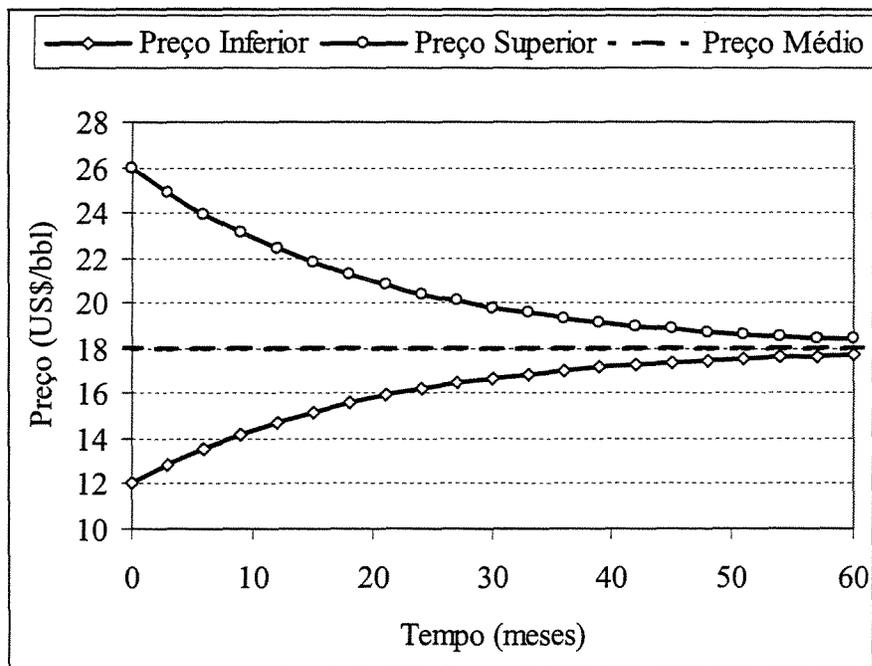


Figura 3.5: Trajetória do preço esperado a longo prazo.

Vê-se que, se num instante t o preço for de US\$ 26 por barril, ele tenderá a cair para a média de longo prazo. Se, por outro lado, o preço se encontrar num instante t abaixo da média, por exemplo US\$ 12 por barril, ele tenderá a aumentar em longo prazo. O resultado é que, em ambos os casos, a variável tende ao seu valor médio de longo prazo.

Segundo DIXIT e PINDYCK (1994, cap. 3), a variância de longo prazo de x é expressa por meio de:

$$\text{Var}[x_t] = (1 - \exp(-2\eta t)) \frac{\sigma^2}{2\eta}. \quad (3.43)$$

A Eq. (3.43) mostra que a variância do MRM é crescente com o horizonte de tempo e tende a $\frac{\sigma^2}{2\eta}$ quando o intervalo de tempo cresce para o infinito. No entanto, deve ser lembrado que a variância é estacionária, mas ela aumenta com o tempo, o que significa que o futuro é sempre mais incerto que o presente. Diferentemente, no MGB a variância da variável tende ao infinito quando o horizonte de tempo tende também para o infinito.

Usando as Eq. (3.34) e Eq. (3.43), pode-se ver, num mesmo gráfico, o comportamento da variância de x segundo um MGB e segundo um MRM. Os parâmetros usados nestas equações são: $\eta = 0,5$; $\sigma = 15\%$ ao ano; $\alpha = 1\%$. O valor de x_0 é de US\$ 0,1; portanto, pequeno, apenas para exagerar as relações entre as variâncias dos dois processos. A partir destes dados, a diferença do comportamento da variância entre o MRM e o MGB, ao longo do tempo, pode ser verificada na Figura 3.6.

Observa-se que, no caso do MGB, a variância cresce exponencialmente com o horizonte de tempo e significa que o futuro é muito mais incerto do que o presente.

Vê-se, também, que a variância do MRM cresce com o tempo e confirma que o futuro é mais incerto que o presente, mas com menor velocidade que o MGB. Ademais, a variância do MRM cresce rapidamente em curto prazo, mas em longo prazo é estacionária. Esta propriedade é condizente com a premissa de que, no mercado competitivo, os preços não se afastam de sua média de longo prazo em função da interação entre as forças de oferta e demanda.

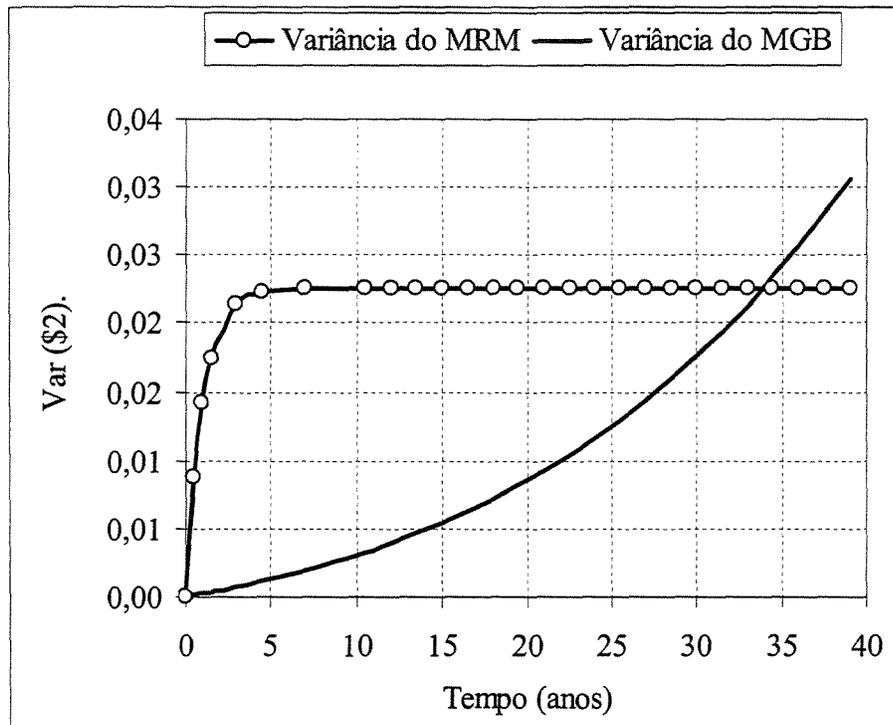


Figura 3.6: Variância do MGB e MRM em relação ao tempo

A aplicação do modelo de reversão à média encontra respaldo nos testes econométricos realizados por BESSEMBINDER et al. (1995). Eles mostraram que os preços do petróleo e outras commodities minerais apresentam fortes evidências de reversão à média, mas exceções são encontradas nos metais preciosos e ouro.

3.3) Derivação de funções estocásticas

As imagens das funções estocásticas não são conhecidas com 100% de certeza. Por isso, reitera-se aqui que não se pode usar as regras do cálculo Newtoniano das funções determinísticas para diferenciar funções estocásticas.

No cálculo ordinário, a operação de diferenciação pode ser aproximada por meio de expansão da função em série de Taylor, ignorando os termos infinitesimais de potência ordem

superior. Entretanto, não se pode seguir o mesmo receituário para o caso das funções estocásticas, uma vez que potências de segunda ordem podem ser significativas.

Para contornar tal problema, faz-se necessário usar o teorema fundamental do cálculo estocástico. Neste tópico, mostra-se o Lema de Ito de uma forma mais intuitiva e sem rigor matemático. Para mais detalhes, consultar COX e MILLER (1965) e NEFTCI (2000).

Seja $F(x)$ uma função em que a variável explanatória x é determinística. Em $x = x_0$, F pode ser aproximada por meio de uma expansão em série de Taylor:

$$F(x) = F(x_0) + \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} (dx)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \frac{\partial^n F}{\partial x^n} (dx)^n + R(n). \quad (3.44)$$

Ao se considerar apenas uma aproximação de primeira ordem, a Eq. (3.44) se reduz aos dois primeiros termos. A razão é que os termos de ordem superior tendem a zero mais rapidamente e podem ser ignorados, sendo a série convergente. Assim, os termos $(dx)^3$, $(dx)^4$... $(dx)^n$ tendem a zero.

No entanto, no caso de cálculo estocástico, somente pode-se desprezar os termos dx de potência maior que 2, como segue a demonstração.

$$(dx)^2 = (\alpha x dt + \sigma x dz)^2$$

$$(dx)^2 = ((\alpha x dt)^2 + 2 \alpha x dt \sigma x dz + (\sigma x dz)^2)$$

$$E[(dx)^2] = (\sigma x dz)^2, \text{ pois os demais termos tendem a zero.}$$

$$E[(dx)^2] = \sigma^2 x^2 dt.$$

Assim, como $E[(dx)^2] = \sigma^2 x^2 dt$, ele deve ser computado na série de aproximação, por meio de série de Taylor.

A definição de $dF(x)$ é: $dF(x) = F(x) - F(x_0)$. Logo, pode-se aproximar a operação de diferenciação de dF pelos dois primeiros termos da Eq. (3.44), naturalmente assumindo-se que a função tenha derivada de segunda ordem em relação a x . Para o caso em que F depende de x e t , tem-se:

$$dF(x,t) = \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} (dx)^2. \quad (3.45)$$

A Eq. (3.45) é a versão do Lema de Ito para diferenciar funções de uma variável estocásticas e o tempo. Para ilustrar, assume-se que x evolui de acordo o MGB:

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz. \quad (3.46)$$

Pode-se pensar que x é o preço do ouro e $F(x,t)$ o valor presente do fluxo de caixa de um projeto para a lavra de uma mina aurífera, ao longo de T anos, tal que $0 \leq t \leq T$. Se $F(x,t)$ possui derivadas de segunda ordem em x e de primeira ordem em t , então:

$$\frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial x^2} \neq 0; \quad \frac{\partial F(x,t)}{\partial x} \neq 0; \quad \frac{\partial F(x,t)}{\partial t} \neq 0,$$

onde consideram-se termos de ordem superior somente em x , mas que t tenha somente a primeira derivada.

A diferencial total $dF(x,t)$ pode ser aproximada por série de Taylor de acordo com a Eq. (4.45). Substituindo a Eq. (3.46) em (3.34), após operações de álgebra, tem-se:

$$dF(x,t) = \left(\frac{1}{2} \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \alpha x \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial t} \right) dt + \sigma \frac{\partial F}{\partial x} dz. \quad (3.47)$$

Comparando as Eq.(3.46) e Eq. (3.47), observam-se duas particularidades: a primeira é que $dF(x,t)$ também segue um processo de difusão, mas possui uma taxa de crescimento maior que dx ; a segunda é que a volatilidade de $F(x,t)$ é sempre maior ou igual à de x ²⁵. A diferença entre as taxas de crescimento é nada mais do que a manifestação da desigualdade de Jensen, propriedade presente nas funções côncavas e convexas. Para mostrar mais claramente os efeitos da desigualdade de Jensen, façamos $\alpha = 0$. Neste caso, temos imediatamente:

$$E[dx] = 0. \quad (3.48)$$

²⁵ Estas relações de volatilidade entre a variável estocástica e a variável dependente serão exploradas no Capítulo 5.

$$E[dF] = \left(\frac{1}{2} \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial F}{\partial t} \right) dt. \quad (3.49)$$

Portanto, tem-se que $E[dx] = 0$, mas $E[dF] \neq 0$. Para demonstrar a desigualdade de Jensen, pode-se usar novamente a série de Taylor e expandir x ao redor de seu valor esperado. Seja $E[x] = m$. Assim, tem-se:

$$F(x) = F(m) + \frac{\partial F(x)}{\partial x} (x-m) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 F(x)}{\partial x^2} (x-m)^2 + \dots + (x-\xi)^2, \quad (3.50)$$

onde $\xi \in (x, m)$.

Como a função é convexa, deve-se ter o seguinte: $\frac{\partial^2 F(x)}{\partial x^2} \geq 0$. Portanto, sabe-se que o valor de $F(x)$ é aproximado pelos infinitos termos da Eq. (3.50). Logo, pode-se afirmar que vale a seguinte relação:

$$\begin{aligned} F(x) &\geq F(m) + \frac{\partial F}{\partial x} (x-m) \\ E[F(x)] &\geq E[F(m)] + \frac{\partial F}{\partial x} E[x-m] \\ E[F(x)] &\geq F(E[x]). \end{aligned} \quad (3.51)$$

Assim, a Eq. (3.51) prova a desigualdade de Jensen para o caso das funções convexas.

Para o caso das funções côncavas, ocorre o contrário, pois temos: $\frac{\partial^2 F(x)}{\partial x^2} \leq 0$.

Portanto, tem-se:

$$E[F(x)] \leq F(E[x]). \quad (3.52).$$

Capítulo 4:

ESTIMATIVA DO VALOR DA OPÇÃO ESTRATÉGICA DE INVESTIR, TEORIA DE EXERCÍCIO DA OPÇÃO DE INVESTIR E ESTIMATIVA DO NÍVEL DE PARTICIPAÇÃO FINANCEIRA NOS PROJETOS.

O Capítulo 3 apresentou as ferramentas matemáticas, isto é, processos estocásticos e cálculo estocástico que serão usados para a modelagem das variáveis preço e valor do projeto. Neste capítulo, apresenta-se o arcabouço teórico a ser usado no trabalho: a) modelo de valoração das opções financeiras e opções reais, com ênfase nas opções de compra americanas; b) derivação das regras ótimas de investimento; c) modelo de estimativa do nível ótimo de participação financeira no projeto baseado na teoria da utilidade.

4.1) Teoria de valoração das opções reais

A teoria de valoração das opções financeiras ou reais deve considerar que seu detentor possui um instrumento de responsabilidade limitada, uma vez que a sua perda é limitada ao investimento no prêmio da opção.

A principal diferença entre valorar uma opção e uma obrigação é que a flexibilidade de exercício da opção modifica o nível de risco do ativo. Por isso, modelos de estimativa da taxa de desconto como CAPM ou APT são inadequados, pois apenas medem o risco financeiro desses ativos por meio de dados históricos e comparações com uma carteira global de ativos.

Para contornar tal problema, uma abordagem alternativa foi proposta por BLACK e SCHOLLES (1973) e COX, ROSS e RUBINSTEIN (1979). Eles observaram que, em mercados eficientes, o resultado financeiro das opções pode ser reproduzido por meio de um portfólio composto por outros ativos existentes no mercado. Conseqüentemente, para

evitar as oportunidades de arbitragem, o valor da opção deve ser igual ao do portfólio replicador.

Neste trabalho, usar-se-ão as mesmas premissas adotadas por estes pesquisadores para a derivação das equações de valoração das opções. Será apresentado o princípio de valoração em tempo contínuo, com fizeram BLACK e SCHOLLES (1973), e em tempo discreto, como fizeram COX, ROSS e RUBINSTEIN (1979). Inicia-se com a derivação em tempo discreto, para facilitar o entendimento e, depois, analisa-se a derivação das equações de valoração das opções em tempo contínuo.

4.1.1) Análise em tempo discreto

Para ilustrar o portfólio replicador, considere-se a estratégia de valoração da opção de compra de uma ação cujo preço corrente é de US\$ 40, o preço de exercício é de US\$ 40 e maturidade de 1 mês. Se for assumido que o preço do ativo subjacente oscila ao longo do tempo, pela abordagem tradicional, então o valor da opção (F) é:

$$F = S_0 e^{\alpha t} e^{-\mu t} - E e^{-rt}, \quad (4.1)$$

onde r é a taxa de juro livre de risco, t é o intervalo de tempo, S_0 é o preço corrente do ativo subjacente (ação), α é a taxa de crescimento de S , $E e^{-rt}$ é o valor presente do preço de exercício e μ é a taxa de desconto ajustada ao risco deste investimento. O problema é que não se conhece o nível de risco futuro do ativo e, por isso, torna-se difícil a estimativa da taxa de desconto (μ).

Para contornar tal problema, faz-se uso de valoração por meio do princípio de ausência de arbitragem e portfólio replicante. Assim, seja um portfólio composto pelos seguintes ativos:

1. Compra da opção de compra com preço de exercício de US\$ 40,00;
2. Compra de 1 ação por US\$ 50,00

3. Obtenção de um empréstimo de US\$ 38,10, à taxa de juro de 5%.

Como o preço de S oscila ao longo do tempo, admite-se que, na data de vencimento, o preço da ação será igual a US\$ 40 ou US\$ 60. Logo, S é uma variável aleatória. Na Tabela 4.1 encontram-se os resultados possíveis para esta estratégia, envolvendo a opção de compra e o portfolio replicante composto pela ação e pelo empréstimo.

Tabela 4.1: Estratégia de replicação do valor da opção de compra.

Ativos	Data atual	Data futura	
		S = 40,00	S = 60,00
Opção de compra	F = 11,90	Máx [40 - 40;0] = 0	máx [60 - 40;0] = 20
Portfolio replicador			
Ação	50,00	40,00	60,00
Empréstimo	- 38,10	- 40,00	- 40,00
Resultado	11,90	0	20

Se o preço da ação sobe para US\$ 60, o exercício da opção de compra gera um lucro de US\$ 20, pois ela encontra-se dentro do dinheiro. Do mesmo modo, o resultado do portfolio também é de $(60 - 40) = \text{US\$ } 20$, pois o investidor ganha US\$ 60 da ação e, ao mesmo tempo, paga o montante igual a US\$ 40 pelo empréstimo.

Se o preço da ação cair para US\$ 40, o investidor racional não exercerá a sua opção, pois ela estará fora do dinheiro, e seu resultado será zero. Do mesmo modo, o resultado do portfólio será $(40 - 40) = 0$, isto é, o investidor ganhará US\$ 40 da ação e pagará US\$ 40 pelo empréstimo.

Esta estratégia mostra que é possível reproduzir os resultados do exercício das opções por meio de um portfólio de ativos existentes no mercado. Desta forma, é possível obter o valor do prêmio da opção indiretamente pela valoração do portfólio, sem a necessidade de incorrer na estimativa da taxa de desconto.

Para evitar oportunidade de arbitragem, os dois ativos devem possuir o mesmo valor. Se $F > \text{US\$ } 11,90$, um arbitrador pode gerar um lucro sem risco, simplesmente vendendo a opção de compra e comprando o portfólio. Por outro lado, se $F < \text{US\$ } 11,90$, o arbitrador faz o contrário, isto é, vende o portfólio e compra a opção de compra.

O portfólio replicante deste exemplo chama-se opção de compra sintética, pois reproduz os resultados da opção de compra. Ele é usado, principalmente, quando se aproxima de uma boa estimativa do ativo-alvo (opção de compra), ou quando o mercado não negocia a opção de compra diretamente.

Esta estratégia de replicação assume que toda a incerteza futura recai sobre apenas duas possibilidades de preços, e que o intervalo de tempo é suficientemente pequeno. Em tal caso, foi mostrado na Tabela 4.1 que, para evitar oportunidades de arbitragem, ambos os ativos devem ter o mesmo valor.

A fim de derivar as equações de valoração de uso mais geral, seja F o valor da opção de compra e ϕ o valor do portfólio replicador composto por diferentes ativos. Repita-se, aqui, que o princípio de ausência de arbitragem implica que sempre se deve verificar:

$$F = \phi. \quad (4.2)$$

Por outro lado, $\phi = \Delta * S - B$. Portanto, a Eq. (4.2) se transforma em:

$$F = \Delta \cdot S - B, \quad (4.3)$$

onde Δ é o número de ativos de risco como ações, S é o preço corrente das ações e B o número de títulos livres de risco.

Numa análise mais realista, a dinâmica de S pode ser modelada pelos parâmetros u e d , os quais são definidos como: $u = S^+/S_0$ e $d = S^-/S_0$ ou $S^+ = u S_0$ e $S^- = d S_0$. Isto quer dizer que os valores futuros de S dependem apenas de S_0 , e não dos valores passados. Ao final do período, S assume o valor de S^+ , se o preço subir, ou de S^- , se o preço baixar. Então, o valor do portfolio replicante, em ambos os casos, é de:

$$\Delta u S_0 - (1+r)B = F^+ = \phi^+ \quad (4.4)$$

$$\Delta d S_0 - (1+r)B = F^- = \phi^- \quad (4.5)$$

Os valores de Δ e B podem ser estimados a partir deste sistema de equações lineares, composto por duas equações e duas incógnitas das Eq. (4.4) e (4.5). Resolvendo simultaneamente, tem-se:

$$\Delta = \frac{F^+ - F^-}{(u - d)S_0}. \quad (4.6)$$

$$B = \frac{uF^- - dF^+}{(u - d)(1 + r)}. \quad (4.7)$$

A escolha de Δ e B de acordo com as equações (4.6) e (4.7) não assegura que o investidor terá lucro ou prejuízo, mas apenas que os dois ativos (opção de compra e portfolio) terão os mesmos resultados para qualquer valor de S . Substituindo-se as equações (4.6) e (4.7) em (4.3), obtém-se:

$$F_0 = \frac{\left(\frac{(1+r) - d}{u - d}\right)F^+ + \left(\frac{u - (1+r)}{u - d}\right)F^-}{(1+r)}. \quad (4.8)$$

A partir da Eq. (4.8), algumas características do modelo de valoração devem ser observadas:

- No denominador, aparece a taxa de desconto livre de risco, não porque o ativo seja livre de risco, mas sim porque a estratégia adotada assegura que os resultados da opção de compra e do portfólio sejam iguais, em ambos os valores de S.
- O valor da opção pode ser interpretado como o valor esperado dos seus resultados ao final do primeiro período. Além disso, para evitar oportunidade de arbitragem, a relação entre u, d e r não pode ser qualquer relação, mas deve-se verificar:

$$u > (1+r) > d. \quad (4.9)$$

O conceito de valor esperado da Eq. (4.8) implica em alguma medida de probabilidade, sendo expressa por meio de:

$$0 < \left(\frac{(1+r)-d}{(u-d)} \right) < 1. \quad (4.10)$$

$$\left(\frac{u-(1+r)}{(u-d)} \right) = 1 - \left(\frac{(1+r)-d}{(u-d)} \right). \quad (4.11)$$

A Eq. (4.10) define uma medida de probabilidade (p) que não é algo real, mas definida por u, d e r, para que o valor de F_0 seja calculado em função dos resultados da opção ao final do primeiro período, usando a taxa de desconto livre de risco. Esta medida de probabilidade não se refere, portanto, às expectativas do investidor sobre a subida ou descida de S ao longo do tempo. Por isso, ela é uma probabilidade artificial, chamada de probabilidade neutra ao risco, que é elaborada de modo que não haja discrepâncias entre os resultados do portfólio replicante e os da opção de compra.

Surpreendentemente, F_0 não depende da taxa de retorno de S diretamente, mas sim de u, d e r. Como r é um parâmetro observado no mercado, todo o valor da opção decorre de u e d, ou seja, da volatilidade de S. Assim, como afirmam COX e

RUBINSTEIN (1985. p.172-175), mesmo investidores com diferentes expectativas sobre a probabilidade de subida e descida de S ou diferentes níveis de aversão ao risco concordam com o resultado da Eq. (4.8). Ela pode ser reescrita na forma:

$$\left(\frac{(1+r)-d}{(u-d)}\right)F^+ + \left(\frac{u-(1+r)}{(u-d)}\right)F^- - (1+r)F = 0. \quad (4.12)$$

A generalização do modelo de apenas um período para n intervalos pode ser realizada por meio de uma árvore binomial recombinante. Para mais detalhes sobre a valoração das opções em tempo discreto, consultar COX, ROSS e RUBINSTEIN (1979), COX e RUBINSTEIN (1985) e HULL (2000).

Num caso mais geral, S pode assumir mais de dois valores ao final de cada intervalo de tempo, ou seja, pode assumir infinitos diferentes valores. Neste caso, deve-se realizar uma modelagem em tempo contínuo e utilizar as ferramentas de cálculo estocástico.

4.1.2) Análise em tempo contínuo

A premissa básica do modelo de BLACK e SCHOLEs (1973) e MERTON (1973) é que o preço do ativo-objeto (S) segue um MGB de acordo com a seguinte equação diferencial estocástica:

$$dS = \alpha S dt + \sigma S dz, \quad (4.13)$$

onde α é a taxa de crescimento instantânea, σ é a volatilidade futura da taxa de retorno do ativo e dz é o incremento de Wiener. As demais premissas do modelo são:

1. A volatilidade dos retornos do ativo (σ) e a taxa de juro livre de risco são constantes ao longo do tempo.

2. O ativo subjacente (ação, índice, etc.) paga uma taxa de dividendos (δ) constante durante a vida da opção e proporcional ao seu valor. Observa-se que, no modelo em tempo discreto, não se considerou o pagamento de dividendos .
3. O mercado é eficiente: a) não há custos de transação ou taxas diferenciadas; b) não há restrições sobre a compra e venda de posições; c) é ilimitada a possibilidade de conceder e receber empréstimos à mesma taxa de juros; d) não há oportunidades de arbitragem; e) os resultados dos ativos são reproduzíveis.
4. O ajustamento das carteiras ocorre continuamente ao longo do tempo.

Para derivar as equações em tempo contínuo, seja ϕ um portfolio composto por: a) opção de compra cujo valor é $F(S,t)$ na posição longa, e b) Δ ações na posição curta. Num instante t , o valor do portfolio é:

$$\phi = F(S,t) - \Delta S . \quad (4.14)$$

Observa-se que a posição curta permite que o investidor financie a compra da opção sem a necessidade de colocar recursos adicionais. À medida que o tempo passa, S oscila, assim como o $F(S,t)$, isto é, ambos são influenciados pela mesma fonte de incerteza.

Após o instante dt , a variação de ϕ depende de duas componentes: a) ganho ou perda de capital (dF) da ação, e b) pagamento de dividendos, pois eles não pertencem ao investidor que assumiu a posição curta, mas ao titular dos ativos subjacentes e, por isso, representam um custo.

a) As oscilações de capital do portfolio são:

$$d\phi = dF(S,t) - \Delta dS . \quad (4.15)$$

Como S é uma variável estocástica, para a estimativa de $dF(S,t)$ não se deve aplicar expansão por série de Taylor, mas sim a regra de Ito:

$$dF(S,t) = \frac{\partial F(S,t)}{\partial t} dt + \frac{\partial F(S,t)}{\partial S} dS + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F(S,t)}{\partial S^2} dt ,$$

onde $(dS)^2 = \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 dt$ (ver cap. 3).

Admitidos-se que $F(S,t)$ possui derivada de segunda ordem em S e de primeira ordem em t , a substituição da Eq. (4.13) em (4.15) a transforma em:

$$dF(S,t) = \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F(S,t)}{\partial S^2} dt + \frac{\partial F(S,t)}{\partial S} (\alpha S dt + \sigma S dz) + \frac{\partial F(S,t)}{\partial t} dt . \quad (4.16)$$

Substituindo a Eq. (4.16) em (4.15), tem-se:

$$d\phi = \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F(S,t)}{\partial S^2} dt + \frac{\partial F(S,t)}{\partial t} dt + \alpha S \left(\frac{\partial F(S,t)}{\partial S} - \Delta \right) dt + \sigma S \left(\frac{\partial F(S,t)}{\partial S} - \Delta \right) dz . \quad (4.17)$$

Para que as oscilações no valor do portfólio ($d\phi$) sejam livres de risco, deve-se eliminar o termo de risco pela escolha de Δ por meio de:

$$\Delta = \frac{\partial F(S,t)}{\partial S} . \quad (4.18)$$

No mercado financeiro, Δ é conhecido como coeficiente de hedge. Segundo COX e RUBINSTEIN (1985, cap. 6), o valor de Δ deveria ser continuamente ajustado, mas na prática não funciona assim, pois, em função dos altos custos de transação, os portfólios são ajustados uma ou duas vezes por dia.

A partir das equações (4.18) e (4.17), a equação do ganho de capital do portfólio é:

$$d\phi(P,t) = \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F(S,t)}{\partial S^2} dt + \frac{\partial F(S,t)}{\partial t} dt . \quad (4.19)$$

b) O custo para manter a posição curta (D) significa o pagamento de dividendos (δ). Admitindo-se que eles sejam pagos continuamente pelas Δ ações e que pertençam ao titular original, o seu custo para ser subtraído do lucro do portfolio é:

$$D = \delta \Delta S dt . \quad (4.20)$$

A taxa de retorno líquida do portfolio (R) é:

$$R = d\phi - D . \quad (4.21)$$

Substituindo as equações (4.19) e (4.20) em (4.21), tem-se:

$$R = \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F(S, t)}{\partial S^2} dt + \frac{\partial F(S, t)}{\partial t} dt - \delta \Delta S dt . \quad (4.22)$$

Por outro lado, sabe-se que o portfolio é livre de riscos e, por isso, seu retorno deve ser igual à taxa livre de riscos:

$$r \phi dt = R . \quad (4.23)$$

Substituindo as equações (4.22) e (4.14) em (4.23) tem-se:

$$r (F(S, t) - \Delta S) dt = \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F(S, t)}{\partial S^2} dt + \frac{\partial F(S, t)}{\partial t} dt - \delta \Delta S dt$$

Após simplificações, e lembrando que $\Delta = \frac{\partial F(S, t)}{\partial S}$, chega-se à famosa equação

de BLACK-SCHOLES-MERTON:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F(S, t)}{\partial S^2} + (r - \delta) S \frac{\partial F(S, t)}{\partial S} + \frac{\partial F(S, t)}{\partial t} - r F(S, t) = 0 . \quad (4.24)$$

A Eq. (4.24) é uma equação diferencial parcial (EDP) linear, parabólica e de segunda ordem. Ela pode ter diferentes soluções, de modo que as condições de contorno

são importantes para incorporar as características particulares de cada derivativo. Para as opções de compra do tipo européias, as principais condições de contorno são:

$F(0,t) = 0$. Significa que, se $S = 0$, não há possibilidade de haver uma recuperação de S no futuro, de modo que o valor da opção é zero.

$F(S,T) = \max(S - E; 0)$. Significa que, na data de expiração da opção, o seu valor será de $S - E$ se $S > E$, ou não será exercida.

Na discussão sobre o custo de manter a posição curta (pagamento de dividendos), alguns comentários são dignos de nota. Por conveniência matemática, assume-se que os dividendos são proporcionais ao valor do ativo e pagos continuamente. No entanto, isto nem sempre ocorre. Pode ser verdade em dois casos: a) quando o ativo subjacente é um índice composto por outros ativos, de forma a ocorrer pagamentos continuamente; b) quando o ativo é uma commodity, cujo custo de armazenagem é proporcional ao seu valor e pago continuamente.

Segundo WILMOTT (1998, p. 116), o pagamento de dividendos acionários nos EUA ocorre quadrimestralmente ou semestralmente. A magnitude dos fluxos de dividendos depende do desempenho da empresa no período passado, e não é imperativa sua indexação ao valor da corporação. Analogamente, no caso de um projeto de investimento, certamente os fluxos de caixa não ocorrem continuamente e, portanto, os valores da solução da Eq. (4.24) são apenas aproximações.

Para o caso de opções européias de compra (OEC) e venda (OEV) (aquelas que só podem ser exercidas na data de maturidade), BLACK e SCHOLLES (1973) encontraram a seguinte solução analítica:

$$OEC = S e^{-\delta(T-t_0)} N(d1) - E e^{-r(T-t_0)} N(d2) . \quad (4.25)$$

$$OEV = E e^{-r(T-t_0)} N(-d2) - S e^{-\delta(T-t_0)} N(-d1) . \quad (4.26)$$

onde $d1$ e $d2$ são:

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{x}{E}\right) + \left(r - \delta + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T - t_0)}{\sigma\sqrt{(T - t_0)}}. \quad (4.27)$$

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{(T - t_0)}. \quad (4.28)$$

No caso das opções americanas, a possibilidade de exercício antecipado dificulta muito a solução analítica da Eq. (4.24). As suas principais condições de contorno das opções de compra são:

- 1) $F(0,t) = 0$.
- 2) $F(S,T) = \text{máx} [S - E; 0]$.
- 3) $F(S^*,t) = \text{máx} [S^* - E; 0]$.
- 4) $\frac{\partial F}{\partial S} = \frac{\partial \Omega}{\partial S}$.

A seguir, apresentar-se-ão as justificativas destas quatro condições de contorno, suas derivações e a lógica de valoração das opções de compra do tipo americanas.

4.2) Teoria de exercício da opção de investir ou regras ótimas de investimento

As opções americanas podem ser exercidas em qualquer momento, até a data de maturidade. Assim, um investidor racional usará esta flexibilidade para exercê-las no momento em que seu lucro for máximo. A estratégia de exercício da opção de compra do tipo americana implica que deve haver um preço crítico (S^*) para o investidor exercer a sua opção imediatamente. Como S oscila estocasticamente, a política de exercício das opções envolve otimização sob incerteza, problema matemático conhecido como teoria do controle ótimo ou parada ótima.

A Figura 4.1 apresenta: análise de sensibilidade do valor da opção de investir (F) e valor intrínseco da opção ($\Omega = (S - E)$) em relação a S . O valor intrínseco da opção é aquele que o investidor recebe ao exercê-la.

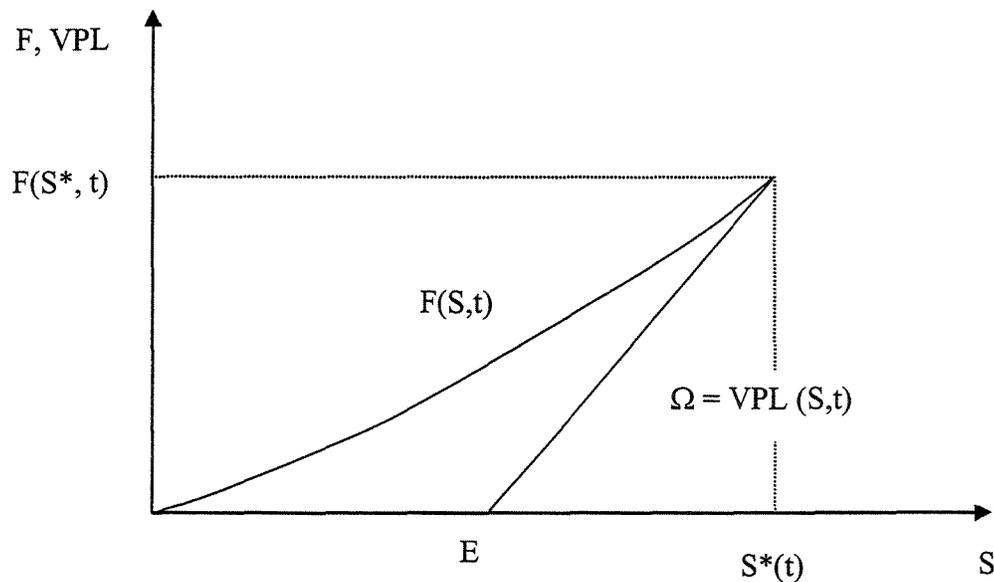


Figura 4.1: Representação intuitiva da opção estratégica de investir.

Se $S = 0$, então $F(0,t) = 0$, pois o investidor não atribui valor a algo que tem preço zero e que não apresenta perspectiva de aumento. À medida que S aumenta, ambos os ativos F e Ω crescem. No entanto, Ω é positiva desde que $S \geq E$, enquanto que F é uma

função sempre positiva. Reitere-se: as funções F e Ω são crescentes com S , mas F é sempre maior que Ω . No entanto, quando $S(t)$ se aproxima de $S^*(t)$, $F(S(t), t)$ aproxima-se de $\Omega(S(t), t)$. Quando $S = S^*(t)$, tem-se $F(S^*(t), t) = \Omega(S^*(t), t) = VPL(S^*(t), t)$.

Em caso de análise de investimentos antes da data de vencimento, $F > VPL$, sendo a diferença $F - VPL$ igual ao valor da flexibilidade de escolher o momento de investir até a maturidade da opção. No entanto, a decisão depende de $S(t)$. Se $S(t)$ for suficientemente alto, pode ser ótimo investir imediatamente, pois pode ser baixa a probabilidade de ocorrerem mais aumentos no futuro. Por outro lado, se S for baixo, pode ser ótimo esperar, pois pode ser alta a probabilidade de acontecerem aumentos no futuro. Assim, o problema consiste em estimar S^* . Reitere-se que, antes do vencimento da opção, tem-se: $F(S(t), t) > S(t) - E$. Em $S(t) = S^*(t)$, tem-se: $F(S^*(t), t) = S^*(t) - E$. Logo, deve-se investir, desde que $S^*(t) \geq F(S^*(t), t) + E$. O problema consiste em encontrar S^* .

O dilema da tomada de decisão do investidor é binário. Desta forma, a todo instante ele deve decidir entre dois ativos: F ou Ω . Uma vez feita a escolha de exercício da opção, ele troca o ativo F pelo seu valor intrínseco Ω , mas deve-se considerar que esta decisão é irreversível, pois a opção deixa de existir com o exercício.

Como a solução da EDP (24) é uma função parabólica $[F(S(t), t)]$ em $S(t)$, a sua representação gráfica se constitui de parábolas. Por outro lado, a função valor intrínseco da opção de investir $[\Omega(S(t), t)]$ é uma função linear em S . Além disso, ressalta-se que ambas as funções são crescentes com S .

A fim de analisar a teoria de exercício das opções americanas, apresentam-se as suas condições de contorno de uma forma intuitiva, explorando analogias com os investimentos em recursos minerais e energéticos. Considerações matemáticas são feitas acerca da condição de barreira, da condição terminal, da condição de parada ótima e da condição de alto contato (“smooth past condition”), seguindo as idéias de programação dinâmica.

4.2.1) A primeira condição de contorno (condição de barreira)

A condição de barreira é descrita matematicamente por meio de:

$$F(0,t) = 0. \quad (4.29)$$

A Eq. (4.29) mostra que o valor da opção é sempre positivo, já que o preço mínimo de uma ação é zero. Se $S(t) = 0$, então $F(S(t),t) = 0$, independentemente da vida da opção. A condição de barreira decorre do processo estocástico de difusão (MGB, MRM etc.), e pode ser interpretada como uma barreira absorvente do processo, isto é, se $S = 0$ em algum instante, este será o seu valor para sempre.

4.2.2) A segunda condição de contorno (condição terminal)

A vida da opção de investir é t , tal que $0 \leq t \leq T$. Em $t = T$, a condição terminal é:

$$F(S(T),T) = \max [S(T) - E; 0]. \quad (4.30)$$

A Eq. (4.30) mostra que, na data de expiração, o valor da opção é exatamente igual ao seu valor intrínseco, pois não há mais a flexibilidade de esperar, e a decisão é do tipo “exercer agora ou nunca”.

Por outro lado, antes da data de expiração ($t < T$), F possui algum valor tempo, e, portanto, é maior que $\Omega = \max [S - E; 0]$. Esta condição de contorno confirma as informações obtidas a partir da Figura 4.1.

Na data de vencimento ($t = T$), se $S > E$, a opção será exercida e se encontra dentro do dinheiro. Se $S(t) < E$ ou $S(t) = E$, a opção se encontra fora ou no dinheiro e não será exercida.

4.2.3) A terceira condição de contorno (condição de parada ótima)

A cada instante $t < T$, o titular da opção tem o direito de escolher entre exercer já a sua opção ou esperar por mais um período. Se investir, ele ganha Ω . Se esperar, ele continua com F . Logo, repita-se, a decisão é binária. Como o investidor possui direitos de propriedade sobre os dois ativos F e Ω , ele escolherá o que for maior.

Enquanto $S < S^*$, F será maior. No entanto, quando $S(t) = S^*(t)$, tem-se a condição de parada ótima em que se observa:

$$F(S^*(t),t) = \Omega (S^*(t),t). \quad (4.31)$$

Como mostra a Eq. (4.31), no momento do exercício o investidor troca o ativo $F(S^*(t), t)$ por outro ativo $\Omega (S^*(t),t)$. Em outras palavras, a condição de parada ótima significa uma estratégia em que o investidor troca o ativo que incorpora o valor tempo (F) por outro sem o valor tempo (Ω).

O exercício antecipado das opções americanas em ativos que pagam dividendos (ações, projetos, etc.) apenas se justifica se preço de mercado do ativo alcançar o valor crítico (valor ótimo) igual a $S^*(t)$. Se a opção não paga dividendos, todo o seu potencial de retorno decorre dos ganhos de capital e ela deve ser exercida somente na data de maturidade. Analogamente, uma empresa apenas investe num projeto de petróleo se ele gerar dividendos na forma de fluxo de caixa. Caso contrário, todo o seu potencial de lucro também decorre de ganhos de capital e a empresa investe neste projeto somente no futuro.

Para derivar o valor de S^* , deve-se analisar as variáveis que atuam em F e Ω , ou seja, taxa de juro, taxa de dividendos, volatilidade, preço de exercício e preço do ativo subjacente. Em qualquer instante t , o investidor decide entre o valor de continuação e o valor terminal. O valor de continuação por mais um período é uma variável aleatória que depende de seus valores futuros e da taxa de desconto por meio de:

$$F(S(t),t) = \frac{1}{(1+\rho)} E [F(S(t+dt), t+dt / S(t)], \quad (4.32)$$

onde $F(S(t+dt), t+dt)$ é o valor da opção no instante seguinte e ρ é a taxa de desconto. Por outro lado, se o investidor exercer a opção, ele receberá $\Omega(S(t), t)$.

Assim, o processo binário implica que, em cada instante, o investidor deve escolher de acordo com:

$$F(S(t), t) = \max \{ \Omega(S(t), t); \frac{1}{(1+\rho)} E [F(S(t+dt), t+dt / S(t))] \}. \quad (4.33)$$

A Eq. (4.33) mostra que o investidor escolhe o maior entre dois ativos: o valor de continuação (F) ou o valor terminal (Ω). Se ele escolhe o valor de continuação, significa que prefere esperar. Se, por outro lado, ele opta pelo valor terminal, significa que prefere exercer a sua opção imediatamente. Analogamente, em análise de investimento em projetos, escolher o valor de continuação do projeto significa esperar para investir no futuro. Já escolher o terminal do projeto, significa investir imediatamente e receber o seu VPL.

Pela Eq. (4.33), a decisão depende apenas de S . Para alguns valores de S , pode ser ótimo escolher o valor terminal, enquanto que, para outros, pode ser ótimo escolher o valor de continuação. Como S segue um processo estocástico, pode-se pensar na possibilidade de haver superposição de S . No entanto, DIXIT e PINDYCK (1994, p. 103) afirmam que o MGB não apresenta este problema nas aplicações em análises econômicas.

Assim, pode-se pensar que, se $S(t) < S^*(t)$, o investidor não exerce a sua opção e escolhe o valor de continuação:

$$F(S(t), t) = \frac{1}{(1+\rho)} E [F(S(t+dt), t+dt / S(t))]. \quad (4.34)$$

Por outro lado, se $S(t) \geq S^*(t)$, ele prefere exercer a sua opção e receber o valor terminal, isto é, $\Omega(S(t), t)$.

A Figura (4.2) ilustra possibilidades para o comportamento de $S^*(t)$, dividindo as regiões que contêm a decisão de exercer a opção de investir e também a decisão de esperar para exercê-la no futuro.

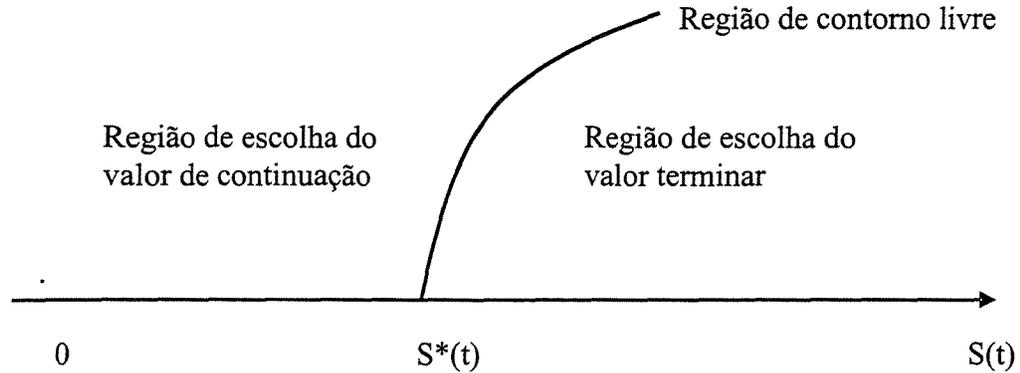


Figura 4.2: Evolução do valor do preço crítico ao longo do tempo.

A Figura 4.2 mostra que $S^*(t)$ varia ao longo do tempo e, portanto, as decisões ótimas são dadas pelo contorno livre. Para determinar $S^*(t)$, repita-se, é preciso identificar as forças que atuam no sentido de deslocar o equilíbrio para a região de continuação ou de parada.

De uma maneira geral, à medida que S cresce, $F(S(t),t)$ cresce menos que $\Omega(S(t), t)$. Por outro lado, se S decresce, $F(S(t),t)$ decresce menos que $\Omega(S(t), t)$. A decisão de investir ou esperar, repita-se, depende da variável estocástica S , que varia em função do tempo. Assim, $S^*(t)$ também depende de t e forma uma curva que separa o espaço (S,t) em duas regiões que são mostradas na Figura 4.2.

Em todo instante t , se $\frac{1}{(1+\rho)} E[F(S(t+dt), t+dt/S(t))] > \Omega(S(t),t)$, o investidor escolhe esperar para investir. Por outro lado, se $\frac{1}{(1+\rho)} E[F(S(t+dt), t+dt / S(t))] \leq \Omega(S, t)$, o investidor escolhe exercer a opção e receber o valor terminal.

Portanto, o valor de S^* é mais uma incógnita a ser encontrada como parte da solução da EDP da Eq. (4.23). Logo, há necessidade de mais uma condição de contorno para resolver esta EDP de contorno livre.

4.2.4) A quarta condição de contorno (condição de alto contato)

A última condição de contorno é a condição de alto contato (também conhecida como condição de suavidade), que pode ser escrita matematicamente por meio de:

$$\frac{\partial F(S, t)}{\partial S} = \frac{\partial \Omega(S, t)}{\partial S} \Big|_{S=S^*} \quad \forall S(t), t. \quad (4.35)$$

A Eq. (4.35) significa que, no ponto $S^*(t)$, o valor de continuação e o valor terminal devem se encontrar tangencialmente, tal como mostra a Figura 4.1. Aqui apresentar-se-á a derivação desta condição de contorno sem muito rigor matemático. Para maiores discussões, ver DIXIT e PINDYCK (1994, cap. 4) e MERTON (1990).

As funções $F(S(t), t)$ e $\Omega(S(t), t)$ dependem da variável estocástica S e t . Logo, a decisão binária ocorre de acordo com a Eq. (4.33):

$$F(S(t), t) = \max \left\{ \Omega(S(t), t); \frac{1}{(1 + \rho)} E [F(S(t+dt), t+dt / S(t))] \right\}, \quad (4.36)$$

onde o primeiro termo da Eq. (4.35) é o valor intrínseco da opção (valor terminal), e o segundo é o valor de continuação da opção. Esta equação é chamada de equação de Bellman, sendo o princípio de programação dinâmica. Para mais detalhes sobre a equação de Bellman e programação dinâmica, consultar KAMIEN e SCHWARTZ (1991).

Ao longo de um intervalo dt , a taxa de desconto é de: $\frac{1}{(1 + \rho dt)}$. Como $\sum_{x=0}^{\infty} a^x = \frac{1}{1-a}$, simples operações algébricas permitem mostrar:

$$\frac{1}{(1 + \rho dt)} = (1 - \rho dt). \quad (4.37)$$

Substituindo a Eq. (4.37) em (4.36), e lembrando que se está analisando o instante $t+dt$, tem-se:

$$F(S(t),t) = \max \{ \Omega (S(t),t); (1-\rho dt) E [F(S(t+dt), t+dt / S(t))] \}. \quad (4.38)$$

Mas $E[F (S+dS, t+dt)] = F (S,t) + dF (S,t)$. Substituindo esta expressão em (4.38), tem-se:

$$F(S,t) = \max [\Omega (S(t), t); (1-\rho dt) (E[F(S(t),t) + dF(S(t),t)])]. \quad (4.39)$$

Desenvolvendo a Eq. (4.39), vem:

$$(1-\rho dt) E [F(S(t),t) + dF(S(t),t)] = E [F(S(t),t) + dF(S(t),t)] - \rho dt E[F(S(t),t)] - \rho dt E [F(S(t),t)] \quad (4.40)$$

Como $\rho dt \approx 0$, simplificando Eq. (4.40), vem:

$$(1-\rho dt) E [F(S(t),t) + dF(S(t),t)] = E [F(S(t),t)] + E[dF(S(t),t)] \quad (4.41)$$

Substituindo a Eq. (4.41) em (4.39), vem:

$$F(S(t),t) = \max [\Omega (S(t), t); (1-\rho dt) (F (S(t),t) + E[dF (S(t),t)])]. \quad (4.42)$$

Para encontrar $S^*(t)$, pode-se empregar argumentos heurísticos, como fizeram DIXIT e PINDYCK (1994, p.131) ao analisarem os possíveis resultados do comportamento de $F (S,t)$ e $\Omega (S, t)$ em função da variável estocástica S na vizinhança do ponto S^* .

A fim de analisar as decisões ótimas na vizinhança de $S^*(t)$, considere-se um incremento $\Delta S = \Delta h$. A Figura 4.3 mostra esta possibilidade de incrementos de S .

Ao longo do intervalo dt , ΔS pode assumir o valor $-\Delta h$ ou Δh . Se $\Delta S = -\Delta h$, o movimento de S será no sentido decrescente e seu valor será $F(\Delta S -\Delta h, t + dt)$. A outra possibilidade é a de ser $\Delta S = \Delta h$, de modo que o movimento será no sentido crescente de S , e a escolha do investidor será pelo ativo cujo valor é $\Omega(\Delta S + \Delta h, t + dt)$.

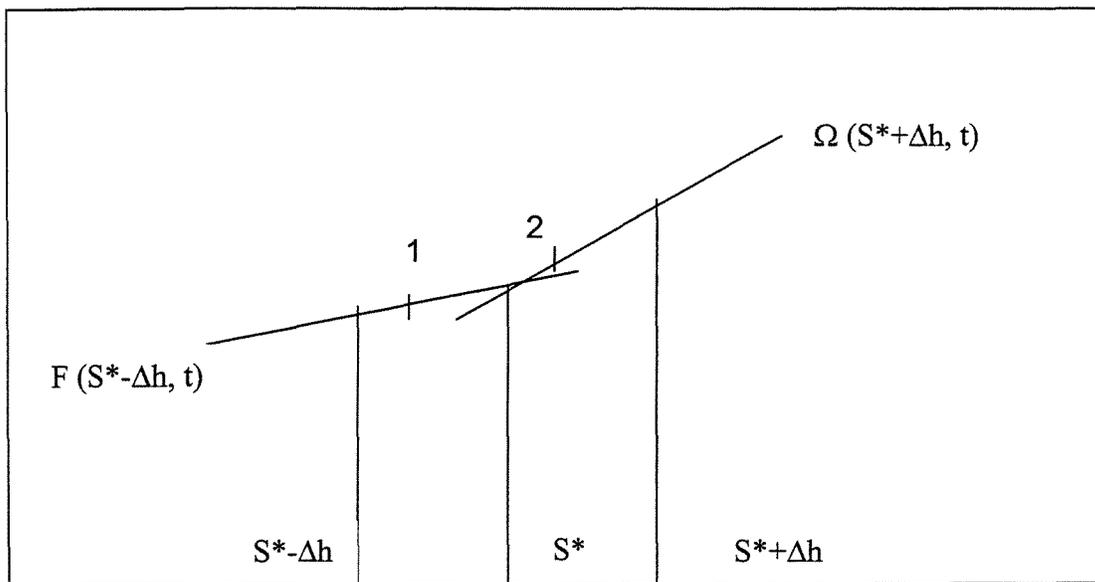


Figura 4.3: Possibilidade para o comportamento de F e Ω ao redor de S^* .

Agora considere-se que o valor de S seja $S^*(t)$ no instante t . No instante $t+1$, S pode assumir o valor $S^* + \Delta h$ com probabilidade p , ou $S = S^* - \Delta h$ com probabilidade igual a $(1-p)$. O impacto destes incrementos em F e Ω é:

$$\text{Em } S^* + \Delta S, \text{ tem-se } F(S^* + \Delta h, t + dt). \quad (4.43)$$

$$\text{Em } S^* - \Delta S, \text{ tem-se } \Omega(S^* - \Delta h, t + dt). \quad (4.44)$$

Até aqui, discutiu-se a hipótese de que existe valor crítico $S^*(t)$, que faz ser verdadeira a seguinte igualdade: $F(S^*(t),t) = \Omega (S^*(t),t)$. Lembra-se aqui que, sob a perspectiva de t , F e Ω são incertos.

Por outro lado, analisando-se a Figura 4.3, vê-se que a média de F e Ω produz melhor resultado do que $S^*(t)$ em si, pois ela é superior a $F(S^*(t),t)$ ou $\Omega (S^*(t),t)$. Assim, tem-se:

$$\frac{F(S^* + \Delta h, t + dt) + \Omega(S^* - \Delta h, t + dt)}{2} \geq \Omega (S^*, t) \text{ ou } F(S^*(t),t). \quad (4.45)$$

O valor da Eq. (4.45) precisa ser descontado para o instante t , já que ele ocorre apenas no instante $t+dt$. Este desconto não reduzirá o seu valor, pois, pelo processo de Wiener, cada incremento no valor de S é dado por: $\Delta h = \sigma\sqrt{dt}$. No entanto, a taxa de desconto depende de dt , que é muito maior que \sqrt{dt} , pois $\frac{\sqrt{dt}}{dt} \gg 1$ desde que dt seja infinitesimal. Desta forma, vê-se que o valor da Eq. (4.45), uma média aritmética, não diminui.

Para demonstrar a condição de suavidade, analisa-se com mais detalhe o que acontece na vizinhança de $S^*(t)$. De acordo com COX e MILLER (1965) e DIXIT e PINDYCK (1994, cap. 3), o MGB pode ser entendido como um caso limite do processo aleatório simples. Em termos discretos, o processo decisório pode ser mostrado na Figura 4.4. O valor de $S(t)$ pode estar à direita ou à esquerda de $S^*(t)$, com probabilidades de subida igual a p e de descida igual a q .

Em $S = S^*$, a Eq. (4.36) se transforma em:

$$F(S^*(t),t) = \text{máx} \left\{ \Omega(S^*(t), t); \frac{1}{(1 + \rho dt)} (p E[F (S^*(t)+\Delta h, t+dt)] + q E[\Omega (S^*-\Delta h, t+dt)]) \right\}. \quad (4.46)$$

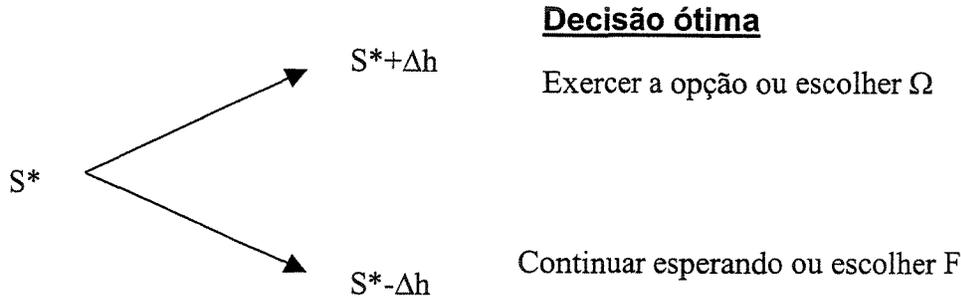


Figura 4.4: Comportamento da variável S na vizinhança de S^* .

O valor esperado de uma função, porém, pode ser aproximado por meio de uma expansão por série de Taylor:

$$E[dF(S^*(t)+\Delta h, t+dt)] = F(S^*(t), t) + \frac{\partial F}{\partial S} \Delta h + \frac{\partial F}{\partial t} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} (\Delta h)^2. \quad (4.47)$$

$$E[\Omega(S^*(t)-\Delta h, t+dt)] = \Omega(S^*(t), t) - \frac{\partial \Omega}{\partial S} \Delta h + \frac{\partial \Omega}{\partial t} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial S^2} (\Delta h)^2. \quad (4.48)$$

Substituindo as equações (4.47) e (4.48) em (4.46), tem-se:

$$F(S^*(t), t) = \max \left\{ \Omega(S^*(t), t); \frac{1}{(1 + \rho dt)} \left(p \left[F(S^*(t), t) + \frac{\partial F}{\partial S} \Delta h + \frac{\partial F}{\partial t} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} (\Delta h)^2 \right] + q \left[\Omega(S^*(t), t) + \frac{\partial \Omega}{\partial S} \Delta h + \frac{\partial \Omega}{\partial t} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial S^2} (\Delta h)^2 \right] \right) \right\}. \quad (4.49)$$

Os parâmetros p e q na Eq. (4.49) devem ser aproximados pelos parâmetros α e σ do MGB. Com efeito, TAPIERO (1988, cap. 2) mostra que isto é possível, pois os processos de difusão como o MGB podem ser derivados a partir de um processo binomial.

Assim, atribuem-se as seguintes expressões para as probabilidades de subida e descida da variável S na vizinhança de $S^*(t)$:

$$p = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\alpha}{\sigma} \sqrt{\Delta t} \right). \quad (4.50)$$

$$q = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\alpha}{\sigma} \sqrt{\Delta t} \right) \quad . \quad (4.51)$$

$$\Delta h = \sigma \sqrt{dt} \quad \text{e} \quad (\Delta h)^2 = \sigma^2 dt \quad . \quad (4.52)$$

Substituindo as equações (4.50), 4(4.51) e (4.52) em (4.49), tem-se:

$$F(S^*(t), t) = \text{máx} \left\{ \Omega(S^*(t), t); \frac{1}{(1 + \rho dt)} \left(\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\alpha}{\sigma} \sqrt{\Delta t} \right) \left[F(S^*(t), t) + \frac{\partial F}{\partial S} \Delta h + \frac{\partial F}{\partial t} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} (\Delta h)^2 \right] + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\alpha}{\sigma} \sqrt{\Delta t} \right) \left[\Omega(S^*(t), t) + \frac{\partial \Omega}{\partial S} \Delta h + \frac{\partial \Omega}{\partial t} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial S^2} (\Delta h)^2 \right] \right\} . \quad (4.51)$$

Fazendo $\frac{1}{(1 + \rho dt)} = (1 + \rho dt)$, e simplificando a Eq. (4.51), chega-se a:

$$F(S^*(t), t) = \Omega(S^*(t), t) = F(S^*, t) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial F}{\partial S} - \frac{\partial \Omega}{\partial S} \right) \sigma \sqrt{dt} \quad . \quad (4.52)$$

Como foi adotada a premissa de que $S(t) = S^*(t)$ satisfaz $F(S^*(t), t) = \Omega(S^*(t), t)$, o último termo da Eq. (4.52) deve ser tal que:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial F}{\partial S} - \frac{\partial \Omega}{\partial S} \right) \sigma \sqrt{dt} = 0. \quad (4.53)$$

Para que a Eq. (4.53) seja verdadeira, fica demonstrada a condição de suavidade por meio de:

$$\frac{\partial F}{\partial S} = \frac{\partial \Omega}{\partial S} \Big|_{S=S^*} \quad \forall t. \quad (4.54)$$

A Eq. (4.54) expressa a chamada de condição de suavidade. Ela requer que as duas funções sejam tangentes em $S^*(t)$. Esta condição de contorno dificulta a solução da Eq. (4.24), pois é mais uma incógnita que faz parte das condições de contorno.

De acordo com DIXIT e PINDYCK (1994, p. 109), a teoria matemática de solução das equações diferenciais pode ser insuficiente para fornecer soluções analíticas para EDP que possuem condição de contorno livre. Esta condição depende da natureza do problema, seja em aplicações econômicas, em processos biológicos, em fenômenos físicos, etc.

Nas aplicações econômicas, é comum admitir que a função valor presente líquido (VPL) seja dependente da variável estocástica valor presente do fluxo de caixa (V) e admitir que a função investimento seja constante. Assim, tem-se:

$$\text{VPL}(V) = V - I. \quad (4.55)$$

No momento em que a empresa toma a decisão (investir em um projeto, suspender a produção, exercer a opção de compra, etc.), o valor terminal deve ser igual ao VPL, ou seja, $\Omega(V) = \text{VPL}(V) = V - I$.

A condição de suavidade para este caso particular é: $\frac{\partial \Omega}{\partial V} = 1$. Esta expressão é muito utilizada por autores como DIXIT e PINDYCK (1994, cap. 5).

A solução analítica exata da Eq. (4.23) é complexa e pode requerer solução numérica. No entanto, há uma aproximação analítica sugerida por BJERKSUND e STENSLAND (1993), citados por HAUG (1998, p. 26), a qual será mostrada nos próximos capítulos deste trabalho.

Para usar a solução de BJERKSUND e STENSLAND (1993), define-se as seguintes variáveis:

S: Valor corrente do ativo subjacente. Nas aplicações deste trabalho, o ativo subjacente é o valor corrente de um projeto de lavra de uma jazida de petróleo (V)

- E: Preço de exercício da opção de compra americana. Significa o custo do investimento (I).
- T: Vida da opção financeira ou real.
- $\delta = r - b$: Taxa de dividendos da ação ou do projeto.
- σ : Volatilidade da taxa de retorno do ativo subjacente, ou seja, uma ação ou projeto de produzir petróleo.
- r: Taxa de juro livre de risco.
- S*: Valor mínimo do ativo subjacente para exercer a opção de investir. Em caso de projeto de investimento, refere-se ao valor mínimo do fluxo de caixa do projeto para investir imediatamente (V*).

$$\begin{aligned}
 F(S,t) = & A S^\beta - A^* J(S,T, \beta, S^*, S^*) + J(S,T,1, S^*, S^*) - J(S,T,1, E, S^*) \\
 & - E^* J(S,T,0, S^*, S^*) + E^* J(P,T,0, E, S^*) \quad \text{se } S < S^* \\
 & S - E \quad \text{se } S \geq S^* \quad (4.56)
 \end{aligned}$$

$$A = (S^* - E) S^{*\beta}. \quad (4.57)$$

$$\beta = \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{\sigma^2} \right) + \sqrt{\left(\frac{b}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}. \quad (4.58)$$

A função J é definida por meio de:

$$J(S,T,M,Y,S^*) = e^{\lambda S^M} * \left[N(d1) - \left(\frac{S^*}{S} \right)^K N \left(d1 - \frac{2 \ln \left(\frac{S^*}{S} \right)}{\sigma \sqrt{t}} \right) \right]. \quad (4.59)$$

$$\lambda = \left[-r + Mb + \frac{1}{2}M(M-1)\sigma^2 \right] t. \quad (4.60)$$

$$d1 = - \left(\frac{\ln\left(\frac{S^*}{Y}\right) + \left(b + \left(M - \frac{1}{2}\right)\sigma^2\right)t}{\sigma\sqrt{t}} \right). \quad (4.61)$$

$$K = \frac{2b}{\sigma^2} + (2M - 1). \quad (4.62)$$

$$S^* = B_0 + (B_{\infty} - B_0) (1 - \exp [h(t)]). \quad (4.63)$$

$$Y(t) = - (bT + 2\sigma\sqrt{t}) \left(\frac{B_0}{B_{\infty} - B_0} \right). \quad (4.64)$$

$$B_{\infty} = \left(\frac{\beta}{\beta - 1} \right) E \text{ e } B_0 = \max \left(E, \left(\frac{r}{r - b} \right) E \right). \quad (4.65)$$

Para facilitar o uso do conjunto de equações (4.56) a (4.65), foi construído o algoritmo INVESTPETRO usando-se a linguagem Visual Basic for Applications. Este algoritmo será usado para os estudos de caso dos capítulos 5 e 6 deste trabalho.

4.3) Teoria de estimativa do nível de participação financeira no projeto

O problema de estimativa do nível de participação financeira (NPF) em cada projeto é de fundamental importância em projetos que possuem grandes incertezas e demandam grandes investimentos. Estes projetos são comuns na extração de recursos minerais metálicos, recursos energéticos, projetos de infra-estrutura, etc.

Para a estimativa do NPF nos projetos, usar-se-á a teoria da preferência dos tomadores de decisão. Ela foi desenvolvida com rigor matemático e aplicada à teoria econômica por VON NEUMANN e MORGENSTERN (1953). A base desta teoria é a possibilidade de se ordenar diversos níveis de riqueza, com base no pressuposto de que os indivíduos sejam racionais, isto é, que desejam sempre mais a menos riqueza.

A título de exemplo, considere-se que um investidor possui a alternativa de escolher entre investimentos com diversos perfis de risco e retorno. Na ausência de incerteza, a escolha é pelo ativo que apresente o maior retorno (maior VPL, TIR, etc). Ao considerar as incertezas, ele pode usar o valor monetário esperado (VME) para hierarquizar os investimentos, o que é uma esperança matemática da variável incerta.

No entanto, nem sempre o VME é suficiente, pois ele não considera o montante do capital exposto ao risco e nem que perfil do tomador de decisão possa ser não-linear. Para contornar tais problemas, pode-se usar diferentes funções de utilidade que sejam não-lineares, tal como, por exemplo, a função exponencial.

Este item do Capítulo 4 discute o uso da teoria da preferência na estimativa do NPF e conclui o modelo proposto neste trabalho para valoração e tomada de decisão em projetos de produção de petróleo.

4.3.1) Modelagem da preferência dos tomadores de decisão

As preferências dos indivíduos e corporações podem ser representadas por meio de funções de utilidade. Segundo LUENBERGER (1998, p. 228), estas funções são

representações matemáticas do comportamento do investidor e tomador de decisões em situações que envolvem risco, e servem para ordenar as alternativas de investimento.

De uma maneira geral, o comportamento do investidor pode ser de aversão, propensão ou neutralidade ao risco. Embora seja possível encontrar indivíduos propensos e neutros ao risco, geralmente o mais comum é que eles sejam avessos ao risco (NEWENDORP, 1975).

O comportamento dos indivíduos em relação ao risco pode ser ilustrado por meio da Figura 4.5, que apresenta as três curvas para os tomadores de decisão que se comportam exibindo aversão, neutralidade ou propensão ao risco.

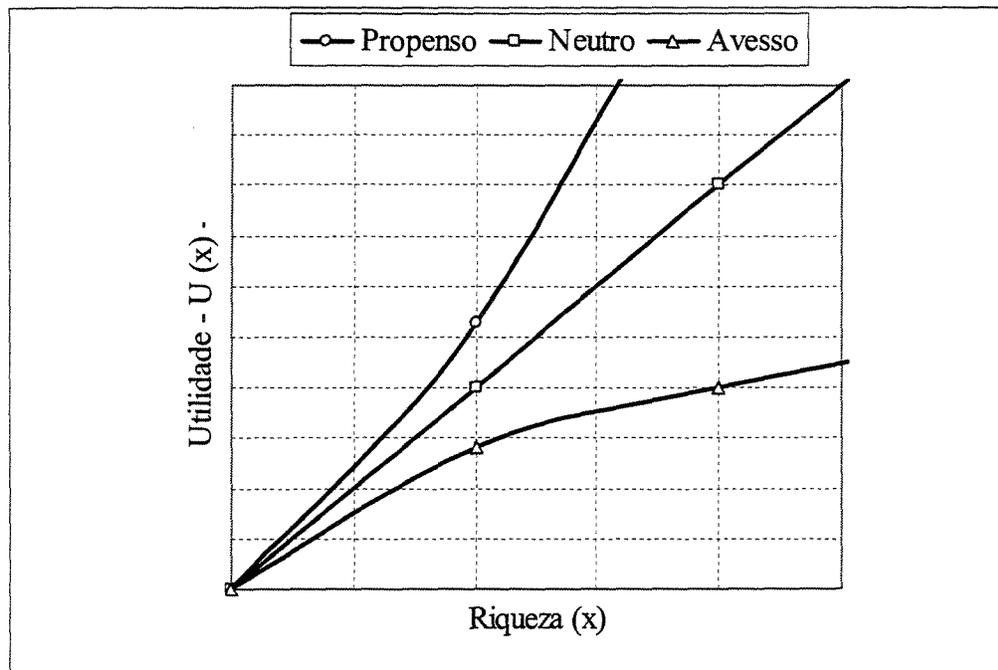


Figura 4.5: Comportamento do tomador de decisão em relação ao risco

No eixo horizontal, encontra-se alguma grandeza, tal como VPL, custos, taxa de desconto, taxas marginais, etc., o que possui valor para o tomador de decisão. Esta grandeza é uma variável aleatória, pois se conhece apenas a sua distribuição de probabilidade. No eixo vertical, encontram-se os valores que os tomadores de decisão atribuem a cada nível de grandeza (riqueza) incerta por meio de suas funções de utilidade.

O valor da função utilidade é de difícil interpretação quando analisado de maneira isolada. Por outro lado, é importante verificar o seu comportamento em relação à variação da riqueza, ou seja, os incrementos. Segundo LUENBERGER (1998, p. 228-229), esta função deve ser crescente com o aumento da riqueza, ou seja, os tomadores de decisão sempre preferem mais a menos. Assim, desde que elas sejam crescentes, não há restrições à ocorrência de valores negativos ou positivos.

O coeficiente de aversão (a) ao risco é uma grandeza importante na teoria da preferência. Segundo PRATT (1964), ele é definido por:

$$a(x) = - \frac{\frac{d^2U(x)}{dx^2}}{\frac{dU(x)}{dx}}. \quad (4.66)$$

A primeira derivada permite conhecer se a função é crescente ou decrescente em cada valor de x. A segunda derivada fornece informações sobre a concavidade da função em cada valor de x. Se a segunda derivada for positiva, a função tem concavidade para cima (convexa); caso contrário, tem a concavidade para baixo (côncava). Assim, de acordo com a equação (4.66), vê-se que o coeficiente de aversão ao risco é uma grandeza que indica como varia o comportamento do investidor em relação ao risco, para diversas magnitudes dos valores monetários envolvidos representados por x.

O denominador da Eq. (4.66) serve para normalizar a(x), de modo que ele possa ser independente da função em análise. Se $a(x) > 0$, U(x) é côncava. Se $a(x) < 0$, U(x) será convexa.

De acordo com NEWENDORP (1975, p.137), a teoria da preferência se constitui de uma extensão dos conceitos de esperança matemática. A atitude e a expectativa do tomador

de decisão em relação à riqueza envolvida são incorporadas para gerar um indicador de decisão quantitativa. Deste modo, o valor esperado da função utilidade é uma grandeza que depende de: 1) preferência dos indivíduos em relação ao risco, 2) magnitude dos recursos envolvidos, 3) desejos e preferências de curto, médio e longo prazo.

As relações funcionais mostradas genericamente na Figura 4.5 podem ser explicitadas. Dentre estas, destacam-se as funções de utilidade que expressam aversão à incerteza, tais como a função exponencial, a logarítmica e a logística. A função exponencial é freqüentemente usada no processo decisório de E&P de petróleo.

4.3.1.1) A função de utilidade exponencial

A função exponencial é muito usada para modelar a tomada de decisões, principalmente naquelas associadas a análises econômicas. De acordo com TVERSKY e KAHNEMANN (1974) e NEWENDORP (1975), a forma funcional da função de utilidade exponencial é:

$$U(x) = a - b e^{-cx}, \quad (4.67)$$

onde $U(x)$ é a função de utilidade, c é uma constante e x é a magnitude de uma medida de riqueza incerta (VPL de um projeto, custo, ganhos, etc.). O coeficiente de aversão ao risco da função exponencial é:

$$a(x) = c. \quad (4.68)$$

A Eq. (4.68) mostra que o coeficiente de aversão ao risco é independente de x , isto é, para uma empresa que toma as decisões de acordo com a Eq. (4.67), ele independe do montante exposto ao risco. Assim, se $c > 0$, o tomador de decisões é avesso ao risco; se $c < 0$, o investidor é propenso ao risco; se $c = 0$ o investidor é indiferente ao risco.

Em análises econômicas envolvendo risco na indústria de petróleo, pesquisadores como COZZOLINO (1977), WALLS e DYER (1996), NEPOMUCENO e SUSLICK (2000), SUSLICK e FURTADO (2001), PINTO, SUSLICK e FURTADO (2003) usaram a

função de utilidade exponencial para a modelagem das preferências do tomador de decisões.

A estimativa de c é um problema para a aplicação da teoria da preferência. Ele é relacionado à tolerância ao risco da empresa (TR), por meio de $c \cdot TR = 1$. Geralmente, acredita-se que este coeficiente depende do orçamento disponível da empresa e de questões psicológicas do tomador de decisões. WALLS e DYER (1996) estudaram cerca de 50 empresas americanas independentes e integradas que atuam na exploração de petróleo, e concluíram que a TR destas empresas é cerca de 25% do capital exploratório (K), isto é:

$$TR = 0,25 K(\$). \quad (4.69)$$

Naturalmente, o nível de tolerância ao risco pode ser diferente em outros segmentos da cadeia produtiva de petróleo, mas nem sempre é clara a sua tendência de variação. Por exemplo, é intuitivo pensar que na fase de produção a tolerância ao risco seja maior, uma vez que os riscos globais do projeto são menores, pois a reserva já está provada. Por outro lado, na fase de produção os investimentos são superiores aos da fase de exploração. Assim, muito embora o risco total seja menor na fase de produção, o montante financeiro exposto ao risco é muito maior, podendo chegar à casa de bilhões de dólares, de modo que a tendência da TR, nas diversas fases da E&P de petróleo, nem sempre pode ser clara.

O coeficiente de aversão ao risco é definido como o inverso do nível de tolerância do risco do tomador de decisão, ou seja:

$$a(x) = \frac{4}{K(\$)}. \quad (4.70)$$

Portanto, para a função exponencial, $c = 4/K$, se forem admitidos os achados empíricos de WALLS e DYER (1996). No entanto, vale ressaltar que este valor de c pode variar em função de variáveis como o potencial geológico, a estratégia de conquista de mercados, as condições macroeconômicas, etc. Por isso, assumir que c seja constante ao longo do tempo e independente do montante financeiro envolvido se constitui apenas uma aproximação na área de E&P de petróleo.

4.3.1.2) A função de utilidade logarítmica

A função de utilidade logarítmica é definida por uma relação funcional da forma:

$$U(x) = \ln(x + b), \quad (4.71)$$

onde b é uma constante e x é a riqueza exposta ao risco. Observe que esta função não é definida para o ponto $x = -b$ e, portanto, deve-se ter $x > -b$. Esta função de utilidade foi também usada por COZZOLINO (1977, 1980) para estudar o comportamento das empresas em relação ao risco na exploração de petróleo.

O coeficiente de aversão ao risco da função logarítmica é expresso por:

$$a(x) = \frac{1}{(x + b)}. \quad (4.72)$$

A Eq. (4.72) mostra que o coeficiente de aversão ao risco decresce com o aumento do montante exposto ao risco, evidenciando que as mudanças no comportamento do investidor dependem do montante monetário envolvido. Assim, o coeficiente de aversão ao risco da função logarítmica é mais conservador que o da função exponencial.

4.3.1.3) A função de utilidade logística

A equação da função logística é dada por:

$$U(x) = \frac{1}{a - be^{mx}}, \quad (4.73)$$

onde a , b e m são constantes que dependem do tomador de decisões. O domínio da função logística é para qualquer x possui a seguinte restrição:

$$x \neq \frac{\ln\left(\frac{a}{b}\right)}{m}.$$

A função de utilidade logística é usada na modelagem de fenômenos biológicos, químicos, tecnológicos, econômicos, etc. Um exemplo em ciências biológicas é a modelagem do crescimento de populações bacterianas. Na área de exploração de petróleo, LERCHE e MacKAY (1999) e SUSLICK, FURTADO e NEPOMUCENO (2001) usaram a função logística para modelar o avanço do desenvolvimento tecnológico para produção de óleos pesados em águas ultraprofundas. O coeficiente de aversão ao risco da função logística é:

$$a(x) = \frac{1}{m}. \quad (4.74)$$

Pela Eq.(4.74), $a(x)$ da função logística é independente do montante monetário envolvido (x), mas depende do parâmetro m .

4.3.2) Equivalente certo e nível ótimo de participação financeira

O simples valor da função utilidade não possui significado prático quando analisado isoladamente, pois é um número que reflete, somente, as preferências de um indivíduo por um determinado investimento, em função de seu nível de risco e retorno, bem como sua tolerância ao potencial de perdas.

Por outro lado, o conceito de valor ajustado ao risco ou equivalente-certo (EC) é importante. De acordo com LUENBERGER (1998, p.228–240) e COZZOLINO (1977), a utilidade do EC é igual ao valor esperado da utilidade da grandeza incerta x .

Para ilustrar o conceito de EC, considere-se um exemplo simplificado que não mostra explicitamente a função utilidade do tomador de decisão. Admite-se que haja uma oportunidade de se investir na produção de petróleo, sabendo-se que há 60% de chance de ganhar US\$ 30 milhões e 40% de chance perder US\$ 10 milhões, como mostrado na Figura 4.6.

Inicialmente, vê-se que há dois resultados possíveis: sucesso ou fracasso. Portanto, se a empresa se interessar por esta oportunidade de investimento, ela participará de um jogo

de dois estados contra a natureza. Admite-se que a ALFA Petróleo compre o direito de produzir a reserva por US\$ 13 milhões. Ao fazê-lo, a ALFA Petróleo troca um valor líquido e certo de US\$ 13 milhões por um jogo de dois resultados contra a natureza.

Por outro lado, o VME deste jogo é US\$ 14 milhões. Como a ALFA Petróleo compra a oportunidade por um valor abaixo de seu VME, seu comportamento é de aversão ao risco. Caso fosse neutra ao risco, ela o compraria por um valor igual ao VME. Se, por outro lado, fosse propensa ao risco, ela pagaria um valor acima do VME. O valor líquido e certo (sem risco) de US\$ 13 milhões chama-se equivalente certo desta oportunidade para a empresa.

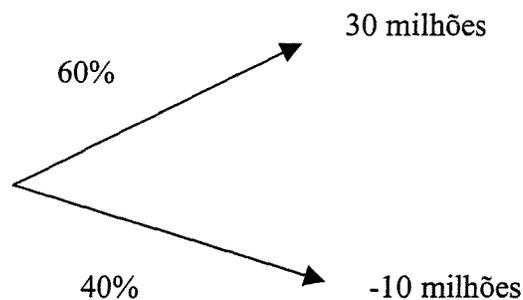


Figura 4.6: Resultados da oportunidade de investir na produção do campo de petróleo.

Para o caso geral, deve-se incorporar explicitamente as expressões funcionais das preferências dos tomadores de decisão na estimativa do EC. Assim, se U for a função de utilidade, tem-se:

$$U [EC] = E[U(\text{jogo})]. \quad (4.75)$$

Se o EC do tomador de decisão for igual ao valor da utilidade esperada (US\$ 14 milhões), ele é neutro ao risco. Caso este tomador de decisão decida pagar menos que o valor da utilidade esperada, então ele é avesso ao risco. Caso o investidor pague mais que o valor da utilidade esperada, tal investidor é propenso ao risco.

Para quantificar o EC, deve-se escolher a função de utilidade do tomador de decisões. De acordo com WALLS e DYER (1996), a função de utilidade exponencial tem sido usada na modelagem do comportamento dos gerentes que tomam decisões na E&P de petróleo, sobretudo na forma simplificada de $U(x) = -e^{-cx}$, onde $a = 0$ e $b = 1$. Para um evento binomial como o da Figura 4.6, a utilidade esperada e EC são:

$$E [U(EC)] = p U(VPL_1) + (1-p) U(VPL_2), \quad (4.76)$$

onde VPL_1 e VPL_2 são os resultados em caso de sucesso (30 milhões) e fracasso (-10 milhões). Assim, se o tomador de decisão se comportar de acordo com a função de utilidade exponencial, tem-se:

$$-e^{-cEC} = p (-e^{-cVPL_1}) + (1-p) (-e^{-cVPL_2}). \quad (4.77)$$

Após trabalhos de álgebra, chega-se à expressão do equivalente certo para o caso de uma árvore simples de resultados binomiais.

$$EC = - \frac{1}{c} \ln \{ p (e^{-cVPL_1}) + (1-p) (e^{-cVPL_2}) \}. \quad (4.78)$$

Para o caso de ocorrerem n eventos, a Eq. (4.78) se transforma em:

$$EC = - \frac{1}{c} \ln \left\{ \sum_{i=1}^n (p_i e^{-cVPL_i}) \right\}. \quad (4.79)$$

A Eq. (4.79) permite estimar o EC, supondo-se que a empresa participe com 100% do investimento em E&P e receba 100% dos lucros. No entanto, pode acontecer que ela prefira uma associação com outras empresas, de forma que o financiamento do capital exploratório seja compartilhado. Assim, se o nível de participação financeira da empresa, em cada projeto, for NPF ($0 \leq \text{NPF} \leq 1$), as funções VME e EC serão:

$$\text{VME} = p \text{NPF} (\text{VPL}_1) + (1-p) \text{NPF} (\text{VPL}_2). \quad (4.80)$$

A equação do EC se transformará em:

$$\text{EC} = -\frac{1}{c} \ln \{p (e^{-c * \text{NPF} * \text{VPL}_1}) + (1-p) (e^{-c * \text{NPF} * \text{VPL}_2})\}. \quad (4.81)$$

A Eq. (4.81), dependendo de c e dos VPLs, pode ser não-linear em relação ao NPF e apresentar um ponto máximo no intervalo $0 \leq \text{NPF} \leq 1$. Caso esse ponto exista, pode-se determinar o valor de $\text{NPF}_{\text{ótimo}}$ que maximiza o EC. A primeira derivada fornece a expressão do NPF que maximiza o EC:

$$\frac{d\text{EC}}{d(\text{NPF})} = \frac{-c * \text{VPL}_1 * p * e^{-c * \text{NPF} * \text{VPL}_1} - c * \text{VPL}_2 * (1-p) * e^{-c * \text{NPF} * \text{VPL}_2}}{p e^{-c * \text{NPF} * \text{VPL}_1} + (1-p) e^{-c * \text{NPF} * \text{VPL}_2}} \left(-\frac{1}{c} \right) = 0$$

Após simplificações da expressão acima, chega-se a:

$$\text{NPF}_{\text{ótimo}} = \frac{\ln \left(-\frac{\text{VPL}_1 * p}{\text{VPL}_2 * (1-p)} \right)}{c(\text{VPL}_1 - \text{VPL}_2)}. \quad (4.82)$$

A Eq. (4.82) permite calcular o nível ótimo de participação financeira da empresa no investimento do projeto, para o caso simples em que os eventos futuros são apenas dois resultados. Entretanto, em casos reais de análise de investimentos, os resultados

possíveis podem ser infinitos, ou seja, derivam-se de uma distribuição de probabilidade. Em tais situações, a Eq. (4.82) se transforma em:

$$EC = -\frac{1}{c} \ln \left[\sum_{i=1}^n p_i (e^{-c*NPF*VPL_i}) \right], \quad (4.83)$$

onde NPF é o nível de participação financeira no projeto.

O gerenciamento dos portfólios de prospectos exploratórios faz parte da estratégia de competição das empresas de E&P de petróleo. Elas analisam, contínua e simultaneamente, muitos prospectos, sendo comum o orçamento para investimento ser insuficiente para explorar todos os prospectos, assim como a incapacidade financeira para suportar grandes perdas.

A estratégia de usar o NPF ótimo é sugerida, por COZZOLINO (1980), WALLS e DYER (1996) e NEPOMUCENO e SUSLICK (2000), como uma política para controlar e reduzir o potencial de perda nos empreendimentos de alto risco (como nas atividades de E&P de petróleo). Eles afirmam que os tomadores de decisão buscam, sempre que possível, dividir o risco financeiro por meio de diversificação, e que muitas vezes as firmas preferem baixos níveis de participações em muitos projetos a altos níveis de participação em poucos projetos. Esta abordagem será usada nos Capítulos 5 e 6 deste trabalho.

4.4 – Analogia entre a teoria das opções e Equivalente certo.

A Eq. (4.83) permite estimar o EC da função do NPF a partir de um método numérico, considerando-se o valor esperado de uma distribuição de freqüências do VPL. No entanto, de acordo com CAMPBELL et al.(2001, p. 329), no caso de distribuições contínuas, o EC pode ser aproximando por meio de:

$$EC = VME - \frac{1}{2 * TR} \sigma^2. \quad (4.84)$$

onde VME é a média do VPL e σ^2 é a variância de sua distribuição.

A definição de EC pode ser observada de outra forma. Considere-se que a um investidor seja oferecida a oportunidade de escolher entre investimentos que geram retorno garantido e investimentos que geram retorno incerto. O EC é aquele valor que faz com que o investidor se sinta indiferente entre aceitar o retorno de um investimento incerto e o retorno garantido.

Esta conceituação possui uma certa analogia com o princípio de valoração das opções via hipótese de ausência de arbitragem. Por este princípio, a valoração de um ativo de risco, como uma opção, pode ser realizada por meio de um portfolio replicante, composto por uma combinação de outros ativos. Este portfolio reproduz os mesmos resultados do ativo de risco, como uma opção. Conseqüentemente, em função da hipótese de ausência de arbitragem, o investidor pode escolher qualquer dos ativos, pois seus resultados são exatamente iguais.

Neste modelo de valoração das opções, faz sentido pensar que o portfolio é o EC da opção de compra e que a opção de compra, por seu turno, é um tipo de equivalente certo dos resultados do portfolio replicante. Assim, em ambos os casos, o conceito de EC mostra que há alguma flexibilidade de escolha. Este tópico não é explorado neste trabalho, mas pode ser objeto de pesquisas futuras.

Capítulo 5:

ANÁLISE ECONÔMICO-DECISÓRIA DE PROJETOS DE PRODUÇÃO DE PETRÓLEO USANDO A TEORIA DAS OPÇÕES REAIS E TEORIA DA PREFERÊNCIA.

No Capítulo 4, desenvolveu-se o modelo integrado, composto pela teoria das opções reais e pela teoria da preferência, para valoração e tomada de decisão em projetos. Para a aplicação deste modelo, são requeridos nove parâmetros de entrada: seis parâmetros da teoria das opções reais e três parâmetros da teoria da preferência. A estimativa destes parâmetros se constitui num problema à parte, que depende de considerações sobre as características do projeto, do mercado financeiro e da corporação. Neste capítulo, o modelo é aplicado ao processo de valoração e tomada de decisão de um projeto de produção de petróleo. Os principais produtos esperados deste Capítulo são: a) o valor corrente do projeto (V); b) o valor crítico do projeto para investir (V^*); c) o nível de participação financeira no projeto (NPF).

5.1) Estimativa dos parâmetros de entrada do modelo de opções reais

Os parâmetros de entrada do modelo de opções reais são: a) valor corrente do ativo subjacente; b) volatilidade da taxa de retorno do projeto; c) preço de exercício da opção de investir; d) taxa de dividendos do projeto; e) taxa de juro livre de risco; f) maturidade da opção de investir.

Ao se aplicar a teoria das opções, a estimativa dos parâmetros volatilidade e taxa de dividendos é crítica. Geralmente, eles são estimados por meio de análise de dados históricos do ativo subjacente (caso estes dados existam), podendo ser complementados por análises subjetivas. Ademais, é comum considerá-los constantes ao longo do tempo. Na impossibilidade de estimar tais parâmetros para projetos, pesquisadores como DIXIT e PINDYCK (1994, cap.5) e MANN, GOOBIE e MacMILLAN (1992), citados por DAVIS

(1998, p.17), assumiram que o projeto tem os mesmos valores de volatilidade e taxa de dividendos que o preço. No entanto, será verificado, neste capítulo, que esta abordagem nem sempre fornece resultados corretos, principalmente se o projeto possui elevado custo operacional.

5.1.1) Estimativa do valor corrente de um projeto de produção de petróleo

Há diversas abordagens para estimativa do valor corrente do projeto, tais como: a) fluxo de caixa descontado; b) regra clássica do 1/3; c) comparação com projetos semelhantes; d) sugestões dos especialistas. Neste trabalho será usada a abordagem do fluxo de caixa descontado.

No modelo do FCD, o valor do projeto depende principalmente das seguintes variáveis: a) preço do petróleo (P); b) taxa de desconto ajustada ao risco (μ); c) taxa de conveniência do preço (δ_P); d) custo de operacional (C); e) nível de produção (q); f) taxa de declínio (γ); g) vida operacional (T); h) custo tributário (g) e i) inflação de custo operacional.

Embora todas estas variáveis sejam incertas, o modelo aqui desenvolvido estuda explicitamente só as incertezas financeiras presentes na evolução do preço do petróleo. Assim, a primeira premissa é que P evolui estocasticamente, de acordo com um MGB:

$$dP = \alpha_P P dt + \sigma_P P dz . \quad (5.1)$$

onde α_P é a taxa de crescimento instantânea do preço, σ_P é a volatilidade instantânea do preço e dz é o incremento de Wiener.

A curva de produção de petróleo é decrescente ao longo do tempo, em virtude da queda de pressão interna do reservatório, e reflete a velocidade de extração do fluido. De acordo com MIAN (2002, p. 93 - 103), uma premissa razoável é admitir que o perfil de produção declina exponencialmente, por meio de:

$$q(t) = q(0) \exp(-\gamma t) , \quad (5.2)$$

onde $q(t)$ é a produção no instante t , $q(0)$ é a produção inicial, γ é a taxa de declínio ($0 < \gamma < 1$) e t é o tempo. Os determinantes da curva de declínio são as propriedades permeáveis do reservatório. Por exemplo, segundo MIAN (2002, p. 98), uma curva hiperbólica pode fornecer um melhor resultado para modelar a produção de reservatórios fraturados. A incerteza da taxa de declínio decorre principalmente da tecnologia empregada para o aproveitamento econômico do reservatório.

Outro componente importante de V é o custo operacional (C), para o qual se assume a seguinte relação linear com a produção de óleo:

$$C(t) = [CI + CD(t)] q(t), \quad (5.3)$$

onde CI é custo indireto e CD é o custo direto. Segundo MANNARINO (1990, p. 111), o CI é formado pelas despesas administrativas, seguros, aluguéis, etc., e correspondem a cerca de 10 a 20% do custo de produção. A dinâmica de $C(t)$ é incerta, podendo ser afetada pela inflação (nacional e internacional), taxa de câmbio, estrutura de mercado dos fornecedores de bens e serviços, etc. Para simplificar, assume-se que C cresce segundo uma taxa de inflação determinística igual a i .

Como uma aproximação, a composição do custo operacional (OPEX) para operações marítimas é semelhante ao descrito na Tabela 5.1

O custo de seguro de aluguel de sondas e de plataformas é significativo, enquanto que os custos diretos de produção alcançam em torno de 35% do custo total. Por outro lado, a interpretação desta distribuição do custo operacional deve ser realizada considerando-se o preço do óleo, haja vista que alguns destes custos podem possuir maior ou menor correlação com o preço. Desta forma, oscilações no preço podem ocasionar alterações nesta distribuição. Por exemplo, é intuitivo pensar que a correlação entre mão-de-obra e preço seja diferente da correlação entre custo de transporte e preço.

Tabela 5.1: Composição típica aproximada de custo operacional (OPEX) em campos marítimos.

Elemento do OPEX	Distribuição do OPEX total
Custo de produção (custos diretos)	35%
Custo de transporte de óleo e gás	23%
Custos dos seguros de plataformas, aluguel de sondas, etc.	21%
Custos de manutenção de equipamentos	17%
Custos administrativos (“overhead”)	4%

Fonte: Adaptado de MIAN (2002, p.135).

A partir destas premissas básicas, pode-se derivar a equação de valoração do projeto. Num instante t , o fluxo de caixa do projeto (FC) é expresso por:

$$FC(t) = [P(t) - C(t)] q(t) (1-g), \quad (5.4)$$

onde g é o custo tributário total²⁶ e $P(t)$ o preço do petróleo.

Substituindo as Eq. (5.1), (5.2) e (5.3) em (5.4) e considerando-se que a vida operacional da reserva é T , o valor presente dos fluxos de caixa do projeto é:

$$V = \int_0^T [P(0) \exp(\alpha t) q(0) \exp(-\gamma t) \exp(-\mu t) - C(0) \exp(i t) q(0) \exp(-\gamma t) \exp(-rt)] (1-g) dt, \quad (5.5)$$

onde i é a taxa de inflação de custos operacionais e r é a taxa de juro livre de risco. Integrando a Eq. (5.5), chega-se à equação de valoração do projeto:

²⁶ Entende-se aqui por custo tributário total a soma de todos os impostos, taxas e participações que incidem nos projetos de produção de petróleo.

$$V = (1-g) q(0) \left[P \frac{(1 - \exp[-(\delta_P + \gamma)T])}{(\delta_P + \gamma)} - C \left(\frac{(1 - \exp[-(r + \gamma - i)T])}{(r + \gamma - i)} \right) \right]. \quad (5.6)$$

Para obter a Eq. (5.6), foi assumido que $\delta_P = \mu_P - \alpha_P$, sendo μ_P a taxa de desconto ajustada ao risco do fluxo de caixa, α_P a taxa de crescimento do preço ou ganho de capital e δ_P a taxa de dividendos.

Para o caso de grandes projetos, em que o seu início ocorre t anos no futuro, o valor presente é obtido por meio de simples transformação da Eq. (5.6):

$$V(t) = (1-g) q(0) \left[P(t) \frac{(1 - \exp[-(\delta_P + \gamma)T])}{(\delta_P + \gamma)} - C(t) \left(\frac{(1 - \exp[-(r + \gamma - i)T])}{(r + \gamma - i)} \right) \right], \quad (5.7)$$

onde $P(t) = \exp(\alpha t)$ e $C(t) = \exp(it)$.

A Eq. (5.7) pode ser usada para estimativa do valor corrente do projeto t anos dentro da maturidade da opção de investir. A principal diferença entre ativos financeiros (ações, taxas de juro, etc.) e ativos reais (projetos) é: o valor dos ativos financeiros pode ser observado diretamente no mercado; o valor de ativos reais não pode ser observado no mercado e depende do seu fluxo de caixa, que pode ocorrer ao longo de vários anos, o que depende da taxa de desconto, nível de produção, preço, custo de produção, etc.

Uma segunda abordagem para a estimativa de V é pela regra do 1/3. Ela foi sugerida inicialmente por GRUY, GARB e WOOD (1982), ao analisarem a relação entre o valor do barril da reserva não-desenvolvida e o preço de mercado do petróleo. Eles coletaram dados de transações realizadas com reservas do Golfo do México e concluíram que cada barril de reserva não-desenvolvida era negociado, em média, por 12 dólares e correspondia a 1/3 do preço à vista do petróleo. Embora seja uma regra simples, ela deve ser usada com cuidado, pois pode não ser verdadeira para o mercado mundial. Entretanto, ainda assim, esta alternativa é importante, sobretudo quando não se dispõe de informações suficientes para a construção do fluxo de caixa.

Uma terceira abordagem para a estimativa de V pode ser feita pela comparação com reservas que possuem características geológicas, técnicas, econômicas e financeiras semelhantes.

Finalmente, na impossibilidade de se usar o FCD, a regra de 1/3 ou o critério de comparação, recorre-se às sugestões de especialistas em projetos de investimentos semelhantes. Assim, faz-se uma estimativa, ainda que grosseira, do valor corrente do projeto. Esta abordagem é importante, sobretudo ao avaliar projetos de novos produtos, reservas em áreas desconhecidas, etc.

5.1.2) Estimativa do valor de exercício da opção de investir (i).

Ao exercer a opção de investir, a empresa incorre no pagamento do seu preço de exercício, isto é, o custo do investimento. A magnitude do investimento em desenvolvimento de um projeto de petróleo depende fundamentalmente da localização (marítima ou terrestre), da capacidade de produção (plataformas, sistemas de armazenagem e transporte, sistema de bombeamento, etc.), da densidade da malha de poços, da infraestrutura existente, etc.

O preço de exercício é constante, ao longo da vida de uma opção financeira, e a operação de exercício da opção é instantânea, de modo que o investidor conhece imediatamente seu lucro ou prejuízo. Por outro lado, a operação de exercício da opção de investir na produção não é instantânea e, sendo assim, a empresa pode esperar por anos para receber o ativo subjacente (o projeto). Além disso, o preço do exercício (custo do investimento) pode não ser constante.

Para a estimativa do custo do investimento, pode-se fazer uma consulta aos fabricantes de equipamentos e prestadores de serviço que atuam no segmento de petróleo. Por exemplo, o investimento em capacidade de produção pode ser estimado a partir de consulta aos fornecedores de plataformas, árvores de natal, equipamentos de injeção de água, prestadores de serviços de sondagem, fabricantes de sistema de transporte de óleo e gás (navios-tanque, oleodutos e gasodutos, etc.).

Uma aproximação para o custo do desenvolvimento em projetos do Golfo do México é sugerida por PADDOCK, SIEGEL e SMITH (1988, p. 498):

$$I = A [Q_O + z Q_G]^b,$$

onde A é uma constante que depende da área-alvo para hospedar um campo de petróleo, z é uma constante para transformar gás em óleo equivalente, Q_O é o volume de óleo, Q_G é o volume de gás e b é o fator de economia de escala ($b < 1$).

5.1.3) Estimativa da volatilidade da taxa de retorno do projeto de petróleo (σ).

A volatilidade do projeto é definida como o desvio-padrão do logaritmo da taxa de retorno do valor do projeto, (dV/V) . Segundo MUN (2002, p.197) e COPELAND e ANTIKAROV (2001, cap. 6), a estimativa da volatilidade dos projetos é de fundamental importância para valorar as opções reais, mas também é um dos principais problemas para aplicação do modelo.

Se o projeto for negociável no mercado (o que é pouco provável), pode-se estimar sua volatilidade a partir de dados históricos das transações. Caso contrário, sua volatilidade deve ser estimada usando-se outras abordagens, como: a) modelos analíticos a partir da equação de valoração do projeto; b) volatilidade do preço do óleo como estimador; c) desvio-padrão de simulação da taxa de retorno do projeto; d) sugestões de especialistas; e) comparação com outros projetos de característica semelhantes (econômicas, geológicas e técnicas).

5.1.3.1) Estimativa de σ_v a partir de modelos analíticos

Os modelos analíticos são derivados a partir da análise dos processos, seguidos tanto por P como pelo seu derivativo (V). Assume-se que V evolui por meio da seguinte EDE:

$$dV = \alpha_V V dt + \sigma_V V dz, \quad (5.8)$$

onde α_V é a taxa crescimento e σ_V é a volatilidade de V , respectivamente.

Assumindo-se que o mercado seja eficiente, para compensar o risco do projeto em virtude de dz , a taxa de retorno do investidor é μ_V , que pode ser estimada pelo CAPM. A taxa de retorno total é: $\mu_V = \alpha_V + \delta_V$. Uma parte deste retorno ocorre na forma de ganho de capital, enquanto que a outra é na forma de dividendos. Esta taxa de dividendos foi definida por McDONALD e SIEGEL (1984) como taxa de retorno complementar (“rate of return shortfall”).

Para obter a estimativa de σ_V , primeiramente estudar-se-á o processo estocástico seguido por V . Fazendo-se $V = V(P,t)$ e aplicando-se o Lema de Ito para obter dV , tem-se:

$$dV(P,t) = \frac{\partial V}{\partial P} dP + \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial P^2} (dP)^2$$

$$dV(P,t) = \frac{\partial V}{\partial P} (\alpha_P P dt + \sigma_P P dz) + \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{1}{2} P^2 \sigma_P^2 \frac{\partial^2 V}{\partial P^2} dt$$

$$dV(P,t) = \alpha_P P \frac{\partial V}{\partial P} dt + \sigma_P P \frac{\partial V}{\partial P} dz + \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{1}{2} P^2 \sigma_P^2 \frac{\partial^2 V}{\partial P^2} dt$$

$$dV(P,t) = \left(\frac{1}{2} P^2 \sigma_P^2 \frac{\partial^2 V}{\partial P^2} + \alpha_P P \frac{\partial V}{\partial P} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) dt + \sigma_P P \frac{\partial V}{\partial P} dz$$

Multiplicando e dividindo os dois termos à direita da igualdade por V , tem-se:

$$dV(P,t) = \frac{1}{V} \left[\frac{1}{2} P^2 \sigma^2 \frac{\partial^2 V}{\partial P^2} + \alpha_P P \frac{\partial V}{\partial P} + \frac{\partial V}{\partial t} \right] V dt + \frac{1}{V} \sigma_P P \frac{\partial V}{\partial P} V dz. \quad (5.9)$$

A Eq. (5.9) mostra que se P segue o MGB e V também segue o MGB, desde que:

$$\alpha_V = \frac{1}{V} \left(\frac{1}{2} P^2 \sigma^2 \frac{\partial^2 V}{\partial P^2} + \alpha_P P \frac{\partial V}{\partial P} + \frac{\partial V}{\partial t} \right). \quad (5.10)$$

$$\sigma_V = \left(\frac{P}{V} \frac{\partial V}{\partial P} \right) \sigma_P, \quad (5.11)$$

onde

$$E = \frac{P}{V} \frac{\partial V}{\partial P}. \quad (5.12)$$

A Eq. (5.11) mostra que a volatilidade do projeto é igual à volatilidade do preço multiplicada por um coeficiente de elasticidade. Este coeficiente depende de diversos parâmetros operacionais do projeto, como custos operacionais, vida operacional, etc. No entanto, na impossibilidade de estimar os fluxos de caixa do projeto, pesquisadores como BRENNAN e SCHWARTZ (1985), PADDOCK, SIEGEL e SMITH (1988), PICKLES e SMITH (1993), DIXIT e PINDYCK (1994) usaram $E = 1$, ou seja, assumiram que o projeto e a commodity possuem a mesma volatilidade.

A Eq. (5.9) permite observar a desigualdade de Jensen²⁷. Se $\alpha_P = 0$, $E[dP] = 0$, $E[dV] \neq 0$. Significa que, mesmo que a taxa de crescimento instantânea de P seja zero, a taxa de crescimento do valor do projeto é diferente de zero.

A partir da Eq. (5.9), pode-se analisar alguns casos particulares em que projeto e commodity possuem a mesma volatilidade.

O caso mais simples é assumir que V seja função linear de P . Seja q a produção total, P o preço, g a fatia governamental, C o custo de produção. Se a taxa de desconto for zero, V é dado por:

$$V = q(P - C)(1-g)$$

Desenvolvendo-se de acordo com a Eq. (5.11), vem:

$$\sigma_V = \frac{P}{(P - C)} \sigma_P. \quad (5.13)$$

²⁷ A desigualdade de Jensen pode ser mostrada por: $E[f(x)] \geq f(E[x])$. Esta desigualdade pode ser demonstrada facilmente por expansão de Taylor, que é muito usada na economia. Para mais detalhes, ver Capítulo 3 desta tese.

A Eq. (5.13) mostra que E se aproxima de 1 somente se C for zero ou P for alto. À medida que C cresce, E também aumenta. Por exemplo, se $C = 1/3 P$, $\sigma_V = 1,5 \sigma_P$. Se $C = 2/3 P$, $\sigma_V = 3 \sigma_P$. Se $C = 0,99 P$, $\sigma_V = 100 \sigma_P$. Se $C > P$, $E < 0$, o que não possui sentido econômico, pois nenhum investidor racional deseja reduzir a sua riqueza. A implicação das oscilações de C na decisão de investir é clara: à medida que C se aproxima de P, os riscos de perda aumentam e tudo o que a gerência pode fazer é usar a opção de espera por cenários de melhores cotações de P. Assim, alto C implica que o investimento será concretizado somente se V for suficientemente superior a I.

Para o caso de projeto de petróleo, combinando as Eq. (5.11) e (5.7) obtém-se a relação entre as volatilidades de V e P por meio de:

$$\sigma_V = \left[1 + \frac{m_2 C_0 \exp(it)}{V(t)} \right] \sigma_P, \quad (5.14)$$

onde $V(t)$ é dado pela Eq. (5.7), C_0 é o custo inicial de produção do projeto. Os fatores de atualização temporal são constantes ao longo da vida da opção e podem ser estimados por meio de $m_2 = C(0) \exp(it) \left(\frac{1 - \exp[-(r + \gamma - i)T]}{r + \gamma - i} \right) (1-g)q(0)$. Ressalta-se, aqui, que a vida operacional do projeto é T, enquanto que a vida da opção é t. São, portanto, variáveis distintas.

A Eq. (5.14) confirma que E depende da estrutura de custos da empresa, das taxas de desconto, da inflação e do declínio da produção, bem como da vida operacional do projeto. Por outro lado, E independe dos custos tributários. Analogamente à Eq. (5.13), pela Eq. (5.14) conclui-se que E se aproxima de 1 apenas para projetos de baixo custo operacional ou alto preço. Assim, a premissa de $E = 1$ é pouco provável de acontecer em projetos de petróleo, tal como nos de aproveitamento de óleo remanescente nos campos maduros.

5.1.3.2) Estimativa de σ_v a partir de simulação de Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo é uma ferramenta que permite incorporar incertezas econômicas, financeiras e técnicas à estimativa de volatilidade da taxa de retorno do projeto.

De acordo com COPELAND e ANTIKAROV (2001, cap. 9 e 10), os fluxos de caixa antecipados e reinvestidos geram variações constantes na riqueza do investidor. Assim, a variação na riqueza do investidor é exatamente igual à taxa de desconto ajustada ao risco:

$$\mu_v = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{FC_i}{(1+\mu)^i}}{\sum_{i=0}^n \frac{FC_i}{(1+\mu)^i}}, \quad (5.15)$$

onde o denominador é o valor presente do projeto no ano zero. O numerador é o valor presente do fluxo de caixa do projeto ano 1, acrescido do fluxo de caixa do projeto do ano zero atualizado para o ano 1.

Nesta abordagem de estimativa da volatilidade do projeto, o denominador é mantido constante, enquanto o numerador oscila. Assim, para cada iteração gera-se diferentes valores de μ_v . Ao se realizarem milhares de iterações, obtêm-se milhares de valores do numerador e, conseqüentemente, milhares de μ_v , sendo que seu desvio-padrão pode ser usado como estimativa da volatilidade do projeto.

Esta abordagem possui a desvantagem de fornecer volatilidades para cada cenário predeterminado em termos de taxa de desconto, perfil de produção, vida do projeto, estrutura de custos operacionais, etc. Assim, é complexo realizar análise de sensibilidade de σ_v em relação a parâmetros como custo e preço, o que é perfeitamente possível no modelo analítico.

5.1.3.3) Estimativa de σ_V pela análise subjetiva do tomador de decisão

Os fluxos de caixa de um projeto ocorrem no futuro e, conseqüentemente, a sua volatilidade refere-se também ao futuro. Assim, não se pode conhecê-los com certeza no momento em que a análise é realizada. Uma alternativa é a estimativa de σ_V a partir de projetos com características semelhantes de risco, retorno, volume de óleo, etc. Ademais, pode ser conveniente que o gerente complemente a estimativa σ_V por meio de outros fatores não intrínsecos ao fluxo de caixa do projeto, tais como estratégia competitiva, comportamento dos concorrentes, expectativas de políticas macroeconômicas de incentivo, restrição, etc.

5.1.3.4) Estimativa de σ_V por meio de dados históricos

Se a reserva for negociada no mercado e houver uma série histórica de dados suficientemente longa, a estimativa de α_V e σ_V pode ser realizada por meio de:

$$\alpha_V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{V(t)}{V(t-1)} \right)_i, \quad (5.16)$$

$$\sigma_V = \frac{1}{\sqrt{\Delta t}} \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (V_i - V_m)^2}, \quad (5.17)$$

onde V_i são os dados históricos e V_m o valor médio de V .

No entanto, quando se usa a volatilidade do preço do petróleo como estimativa da volatilidade do projeto, deve-se considerar que ela depende do período considerado.

Se a série compreender somente preços anteriores aos do ano de 1973, a volatilidade será menor, ao passo que, se ela se constituir de dados coletados a partir do ano de 1973, a volatilidade será maior. No entanto, ao combinar preços antes e após 1973, a volatilidade é estável entre 15% a 20%, como mostra PINDYCK (2001). Esses valores de volatilidade são sensíveis aos diferentes números-índices usados para inflação ou deflação dos preços (por exemplo, índice de preços ao consumidor ou ao produtor), não sendo estranho encontrar

volatilidade entre 25% a 35%. Sobre a volatilidade de reservas de petróleo transacionáveis, PICKLES e SMITH (1993) encontraram uma volatilidade média de 23%.

5.1.4) Estimativa da taxa de dividendos do projeto (δ_v).

A taxa de dividendos é um dos principais parâmetros de entrada do modelo de valoração da opção estratégica de investir e da regra ótima de investimento. Os dividendos de ações são observados diretamente pelo mercado. Por outro lado, os dividendos de projetos não são observados pelo mercado, mas podem ser estimados a partir de: a) modelo analítico derivado da equação de valoração do projeto, b) fluxo de caixa do projeto, c) sugestões dos especialistas, d) taxa de conveniência dos contratos futuros do preço do petróleo, e) comparação com projetos semelhantes.

No modelo de valoração e exercício das opções reais, a interpretação de δ_v depende do problema em análise. Em ativos biológicos (gado, madeira verde, peixes, etc.), δ_v se refere, por exemplo, ao ganho decorrente do nascimento de bezerros, peixes ou crescimento das árvores. Em ativos como refinaria de petróleo, δ_v se refere ao ganho decorrente da garantia de um estoque de óleo para manter ininterruptamente a produção. Em projeto de mineração e petróleo, δ_v se refere ao fluxo de caixa do projeto e pode ser entendido como um custo de oportunidade de manter a commodity mineral no subsolo.

5.1.4.1) Estimativa de δ_v por meio de equações analíticas

A partir da Eq. (5.10), a relação entre α_v e α_p é dada por meio de :

$$\alpha_v = \frac{1}{V} \left(\frac{1}{2} P^2 \sigma^2 \frac{\partial^2 V}{\partial P^2} + \alpha_p P \frac{\partial V}{\partial P} + \frac{\partial V}{\partial t} \right). \quad (5.18)$$

A Eq. (5.18) mostra que $\alpha_V = \alpha_P$ apenas em casos muito especiais, especialmente se houver uma relação linear entre V e P. O caso mais simples para uma relação linear entre V e P é do tipo:

$$V = q (P - C)(1-g) t.$$

$$\text{Como } \frac{\partial^2 V}{\partial P^2} = 0; \frac{\partial V}{\partial P} = q (1-g)t; \frac{\partial V}{\partial t} = q (P-C)(1-g), \text{ tem-se que:}$$

A taxa de dividendos do projeto é $\delta_V = \mu_V - \alpha_V$. Por outro lado, a taxa de conveniência do preço do petróleo é $\delta_P = \mu_P - \alpha_P$. Se o risco do projeto decorrer somente das oscilações de P, logo tem-se que $\mu_P = \mu_V$. Assim, $\delta_P = \delta_V$ somente nos casos em que se observar que as taxas de crescimento são iguais: $\alpha_P = \alpha_V$. Pela Eq. (5.18), tem-se:

$$\alpha_V = \left(\frac{1}{t} + \left(\frac{P}{P-C} \right) \alpha_P \right). \quad (5.19)$$

A Eq. (5.19) mostra que δ_V depende de μ_V , P, C e t. As taxas de crescimento só seriam iguais no caso em que o projeto tenha baixo custo operacional e longa vida. Por exemplo, se o projeto tiver 30 anos, e $C = 1/3 P$, tem-se $\alpha_V = 0,033 + 1,5 \alpha_P$. Se, em outro caso, o custo for muito baixo, por exemplo $C = 0,05P$ e $t = 30$ anos, tem-se: $\alpha_V = 0,033 + 1,05 \alpha_P$.

Os exemplos acima mostram que α_V e α_P são iguais apenas no caso em que o custo operacional for muito baixo e o projeto tiver uma vida longa, o que certamente não é a regra, como, por exemplo, para o caso de campos marginais. Ainda assim, DIXIT e PINDYCK (1994, cap. 4) analisaram modelos simples em que os projetos têm vida infinita e baixo custo operacional, de modo que faz sentido assumir que $\alpha_V \approx \alpha_P$ e, conseqüentemente, $\delta_V = \delta_P$. No caso específico de petróleo, α_P é próximo de zero quando se adota uma série de preços de longo prazo.

Para derivar a equação de estimativa da taxa de dividendos, considera-se que o valor do projeto seja dado pela Eq. (5.6), a qual pode ser escrita na forma compacta:

$$V(P,t) = m_1 P(t) - m_2 C(t), \quad (5.20)$$

$$\text{em que } m_1 = (1-g)q_0 \left[\frac{(1-\exp[-(\delta_P + \gamma)T])}{(\delta_P + \gamma)} \right] \text{ e } m_2 = (1-g)q_0 \left[\frac{(1-\exp[-(r + \gamma - i)T])}{(r + \gamma - i)} \right]$$

são fatores de equivalência temporal, sendo que $P(t) = P_0 \exp(\alpha t)$ e $C(t) = C_0 \exp(it)$.

Aplicando o Lema de Ito à Eq. (5.20), a diferencial de dV é:

$$dV = [m_1 (\mu_P - \alpha_P) P(t) - i m_2 C(t)] dt + m_1 \sigma_P P(t) dz. \quad (5.21)$$

Por outro lado, a dinâmica em V é dada por meio de:

$$dV = (\mu_V - \alpha_V) V dt + \sigma_V V dz. \quad (5.22)$$

Comparando as Eq. (5.21) e (5.22), deve-se verificar a seguinte relação entre os parâmetros de dV :

$$[m_1 (\mu_P - \alpha_P) P(t) - i m_2 C(t)] = (\mu_V - \alpha_V) V. \quad (5.23)$$

A Eq. (5.23) se refere a dois ativos que seguem um MGB. De acordo com HULL e WHITE (1988), citados por DAVIS (1998), deve-se verificar a seguinte relação para não haver oportunidade de arbitragem:

$$\frac{\mu_V - r}{\mu_P - r} = \frac{\sigma_V}{\sigma_P}. \quad (5.24)$$

Combinando as equações (5.23) e (5.24), chega-se à equação de estimativa da taxa de dividendos do projeto a partir dos componentes do fluxo de caixa.

$$\delta_V = (\delta_P - r) * E + r + \left(\frac{i * m_2 * C_0 e^{it}}{V_t} \right). \quad (5.25)$$

onde E é definido como a Eq. (5.12).

A Eq. (5.25) mostra que δ_V também independe dos tributos, mas é muito sensível aos custos operacionais, taxa de desconto, vida do projeto e os parâmetros r e δ_P .

A Eq. (5.25) mostra que δ_v não é constante ao longo da vida do projeto, mas dependente, principalmente, de P, C e t. Alto P ou baixo C significa maior δ_v , e vice-versa. A taxa de dividendos será constante apenas se V for função linear de P, o que nem sempre ocorre, em função da estrutura de tributação, da não-linearidade dos custos, etc. Relação linear entre V e P ocorre principalmente nos contratos de partilha de produção, o que não é o caso brasileiro, onde o sistema de aproveitamento dos recursos petrolíferos é de concessão.

5.1.4.2) Estimativa de δ_v por pelo fluxo de caixa do projeto

A estimativa da taxa de dividendos pode ser feita a partir dos fluxos de caixa periódicos (mensais, anuais, etc.) do projeto (f_t), sendo definida por: $\delta_t = \frac{f_t}{V_0}$. Para ilustrar a seqüência de cálculos, a Tabela 5.2 mostra o fluxo de caixa de um projeto de produção de petróleo com vida operacional de 11 anos, com uma taxa de desconto ajustada ao risco de $\mu = 12\%$ e outra taxa de desconto igual a zero.

Para $\mu = 0\%$, a primeira taxa de dividendos é de 3,91% ($120 / 3072$), sendo a média aritmética de δ_v igual a 9,09% (coluna 4). Para $\mu = 12\%$, a primeira taxa de dividendos é de 6,95%, sendo a média aritmética de δ_v também 9,09%. Nesta abordagem de estimativa da taxa de dividendos, ela é constante e independe do padrão do fluxo de caixa do projeto (linear, crescente, decrescente, cíclico, aleatório, etc.). Por outro lado, δ_v depende da vida operacional do projeto ($11 \text{ anos} \times 9,09\%/\text{ano} = 100\%$). Desta forma, quanto maior for a vida do projeto, menor será a taxa de dividendos em relação ao valor do ativo subjacente. De fato, tal sugestão aparece em MAJD e PINDYCK (1987), quando os autores dizem que, em projetos de vida muito longa, δ_v pode ser estimada apenas pelo fluxo de caixa.

Tabela 5.2: Estimativa da taxa de dividendos a partir de um fluxo de caixa de um projeto.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Ano	Fluxo de caixa (fi)	Fluxo de caixa (fi @12%)	Taxa de dividendos ($\delta v @ 0\%$)	Taxa de dividendos ($\delta v @ 12\%$)
1	120	107.14	3.91%	6.95%
2	200	159.44	6.51%	10.34%
3	150	106.77	4.88%	6.92%
4	156	99.14	5.08%	6.43%
5	500	283.71	16.28%	18.39%
6	560	283.71	18.23%	18.39%
7	300	135.70	9.77%	8.80%
8	150	60.58	4.88%	3.93%
9	236	85.10	7.68%	5.52%
10	580	186.74	18.88%	12.11%
11	120	34.50	3.91%	2.24%
Soma	US\$ 3.072,00	US\$ 1.542,25	-	-

Para fazer com que δv dependa do padrão do fluxo de caixa e da taxa de desconto, pode-se usar a média ponderada. Neste caso, se $\mu = 0\%$, $\delta v = 12,54\%$ e se $\mu = 12\%$, $\delta v = 11,97\%$. Naturalmente, pode-se pensar em usar outro tipo de medida de tendência central para estimar δv , mas deve ficar claro que, ao estimá-lo por meio de uma média, o valor obtido para a opção e regra ótima de decisão será uma estimativa aproximada.

5.1.4.3) Estimativa de δ_V por análise subjetiva

Há casos em que não é possível realizar uma estimativa da taxa de dividendos do projeto, principalmente quando se trata de projetos de P&D (pesquisa e desenvolvimento). Assim, pode-se usar valores citados na literatura ou consultar especialistas que tenham experiência com a estimativa destas taxas.

5.1.4.4) Estimativa de δ_V pela taxa de conveniência de contratos futuros

De acordo com HULL (1995, p. 76-77), a taxa de conveniência dos contratos futuros é estimada por meio de:

$$\delta_V = r_t - \ln\left(\frac{F_t}{F_{(t-1)}}\right), \quad (5.26)$$

onde F_t é o valor do contrato futuro num instante t e F_{t-1} é o valor do contrato futuro no instante anterior.

Como o projeto de petróleo não é negociado diretamente no mercado, é comum assumir que a sua taxa de dividendos seja igual à taxa de conveniência do preço do petróleo. Esta taxa depende do intervalo da série de preços analisada e dos coeficientes de inflação ou deflação dos preços.

Neste contexto, BURNS, LEWIS e SICK (1999) estimaram a taxa de conveniência dos preços do petróleo em 6,2%. GIBSON e SCWARTZ (1990) perceberam que a taxa de conveniência do preço do petróleo não é constante ao longo do tempo, mas segue um processo de reversão à média, o que depende do período de análise. Por exemplo, ao estudar a série histórica de preços do petróleo, a sua taxa de conveniência está em torno de 4,2%. No entanto, ao se usar diferentes números-índices de ajuste, pode-se chegar a resultados distintos.

5.1.4.5) Estimativa por meio da comparação com projetos semelhantes

Há casos em que não se dispõe de dados suficientes para a estimativa do fluxo de caixa do projeto, nem de contratos futuros de sua commodity. Tais casos são comuns em projetos de P&D em que o produto não é conhecido e, portanto, não possui um mercado estabelecido. Uma solução alternativa para a estimativa dos parâmetros de entrada do modelo pode ser dada pela observação de projetos com semelhantes características operacionais, geológicas e de risco e retorno.

5.1.5) Estimativa da taxa de desconto livre de risco (r).

Este parâmetro é conhecido publicamente, pois, geralmente, admite-se que a taxa de juro paga pelo governo dos EUA aos seus títulos (por exemplo, os Treasuries Bills) seja um bom indicador do rendimento de um título livre de risco. Afinal, os governos sempre podem imprimir moeda ou criar tributos. A taxa de juro livre de risco deve ser aquela paga por um título governamental, cuja maturidade seja igual à vida da opção real de investir.

De acordo com informações da Bloomberg (2003), as taxas juro pagas por alguns dos títulos do governo do Brasil e dos EUA em 01/08/2003 encontram-se na Tabela 5.3. Estes títulos servem como referência para estimar a taxa de juro livre de risco.

Tabela 5.3: Taxa de juro de títulos dos governos do Brasil e EUA em 01/08/2003.

Prazo de maturidade dos títulos	Taxas de juro (%)	
	Brasil	EUA
2 anos	9,62	1,50
3 anos	10,25	2,00
5 anos	9,38	2,62
10 anos	11,0	3,62
30 anos	12,25	5,38

As taxas de juros a serem usadas no modelo de valoração das opções e tomada de decisões referem-se às taxas de juros reais (livres de inflação), isto é, à diferença entre a taxa de juro nominal e a taxa de inflação futura, a qual não pode ser conhecida *a priori*.

5.1.6) Estimativa do tempo de maturidade da opção de investir (t).

Este parâmetro é facilmente estimado, pois o analista pode observar a vida de suas opções reais, seja por razões contratuais, seja por razões estratégicas. Opções reais e financeiras possuem vidas distintas. As opções financeiras possuem maturidade de meses, enquanto as reais possuem maturidade de anos, como é o caso da opção de investir em E&P de petróleo, o que pode durar vários anos.

A vida de uma opção real se refere ao intervalo de tempo em que ela existe. De acordo com os contratos de concessão no Brasil (ANP, 2003), as empresas possuem flexibilidade de até 9 anos para concluir os trabalhos exploratórios: aquisição e interpretação dos sísmicos, avaliação de possíveis descobertas, etc. Por outro lado, em muitos casos a vida das opções reais depende da estrutura de mercado, sendo teoricamente infinitas para o caso de monopólio. Finalmente, no caso em que a empresa atua num mercado competitivo (tomadora de preços) a vida de suas opções reais tende a ser menor, principalmente se elas não forem exclusivas.

5.2 – Parâmetros de entrada do modelo de estimativa do nível de participação financeira

O modelo de estimativa do nível de participação financeira num projeto é baseado na teoria da preferência. Para a aplicação deste modelo, faz-se necessária a estimativa de três parâmetros de entrada: 1) estimativa do orçamento da empresa (OE); 2) estimativa da sua tolerância ao risco (TR) e 3) estimativa do coeficiente de aversão ao risco do tomador de decisão (c).

Dentre estes parâmetros, apenas o orçamento da empresa é geralmente de conhecimento público. Para estimar os valores dos demais parâmetros, realizam-se estudos empíricos que podem ser complementados por ajustes subjetivos.

5.2.1) Estimativa do orçamento financeiro da empresa (OE)

O orçamento das empresas de capital aberto é divulgado publicamente, por exemplo, nos seus relatórios anuais. Já o orçamento das empresas de capital fechado é de difícil acesso, mas pode ser estimado a partir de comparações com firmas de igual porte e área de atuação, ou mesmo por consultas às suas gerências. Para ilustrar a magnitude dos investimentos, a Tabela 5.4 mostra o orçamento de algumas corporações que atuaram na indústria de petróleo no ano de 2002.

Tabela 5.4: Orçamento para o ano de 2002 de algumas empresas de petróleo.

Empresa	Orçamento (bilhões de US\$)
BRITISH PETROLEUM (BP)	8,90
SHELL	8,00
PETROBRAS	6,00
Kerr – MaGee	1,90
CONNOCO-PHILIPS	2,80
UNOCAL	1,70
APACHE	2,30

Fonte: <http://www.keyfacts.co.uk/> (2003).

5.2.2) Estimativa da tolerância ao risco da empresa

A estimativa da tolerância ao risco da empresa (TR) é uma variável fundamental para se conhecer o nível ótimo de participação financeira em cada projeto, pois refere-se à disposição do tomador de decisão em aceitar riscos financeiros.

Muitos trabalhos buscam relacionar a TR com alguma variável econômico-financeira da empresa, como fizeram COZZOLINO (1977) e HOWARD (1988). Por exemplo, ao analisar o comportamento de uma empresa diante de 60 oportunidades de investimento de diversos níveis de risco, WILKERSON (1988), citado por WALLS (1995, p.309), percebeu que a tolerância ao risco da empresa era de US\$ 33 milhões, enquanto que seu orçamento era de US\$ 200 milhões. Portanto, pode-se assumir que a TR corresponde a uma fração, por exemplo, do orçamento da empresa. Neste sentido, reitera-se, estudos empíricos de WALLS e DYER (1996) encontraram nível de tolerância ao risco em torno de 25% do capital exploratório da empresa.

Por outro lado, na fase de desenvolvimento a reserva já está provada e, portanto, o risco geológico tende a ser menor. Se, na fase de exploração, a TR corresponde a 25% do orçamento, é intuitivo pensar que, na fase de produção, ela seja maior que 25% do orçamento para investimento em desenvolvimento, mesmo que a magnitude dos recursos envolvidos na fase de exploração seja muito inferior aos da fase de produção.

No entanto, o seu valor real somente pode ser obtido a partir de dados empíricos ou retroanálises de projetos financiados por meio de parcerias entre diversas empresas. Assim, na ausência destes estudos empíricos, pode-se fazer considerações subjetivas. O valor da TR serve como estimativa inicial, mas incorpora problemas como: 1) o nível de tolerância ao risco independe das medidas de probabilidades associadas à possibilidade de perdas em cada projeto; 2) ignora-se a possibilidade de que o nível de tolerância ao risco pode oscilar ao longo do tempo, em função de fatores como fluxo de caixa da empresa, mudanças comportamentais, etc.

Como exemplo hipotético da estimativa da TR, considere-se uma empresa com um orçamento de US\$ 300 milhões para exploração e US\$ 2 bilhões para produção. Se a

tolerância ao risco for de 25% para ambas as fases, o montante será de US\$ 75 milhões para exploração e US\$ 500 milhões para a fase de desenvolvimento.

Nos estudos de caso deste trabalho será usada uma TR igual a 30% do orçamento para produção, sendo este valor escolhido em parte subjetivamente. No entanto, é intuitivo pensar que a TR na fase de produção seja superior à da fase de exploração, uma vez que o nível de incertezas geológicas e técnicas tende a ser menor.

5.2.3) Estimativa do coeficiente de aversão ao risco (c)

O coeficiente de aversão ao risco é definido como o inverso da TR, sendo um parâmetro de entrada da Eq. (4.70), a qual permite a estimativa do nível ótimo de participação no projeto. Por exemplo, se a TR for de US\$ 75 milhões, o coeficiente de aversão ao risco será de $1/75$, ou seja, 0,013.

A estimativa do coeficiente de aversão ao risco pode ser realizada a partir da análise empírica de algum dado operacional da corporação. No entanto, este trabalho não propõe a sua estimativa, mas sim a sua aplicação. Para tal, assume-se que a TR da empresa, na fase de produção, seja de 30% do seu orçamento.

5.3) Aplicação: projeto de produção de uma reserva de petróleo

A empresa fictícia ALFA Petróleo possui uma reserva de petróleo localizada em lâmina d'água de 1500 metros, com as seguintes características:

- ✓ Volume: 480 milhões de barris;
- ✓ Preço: US\$ 20/barril;
- ✓ Vida operacional: 24 anos;
- ✓ Taxa de declínio exponencial (γ): 10%;

- ✓ Custo operacional: US\$ 5/barril;
- ✓ Fatia governamental : 50% do lucro bruto;
- ✓ Custo de capital: 10% ao ano;
- ✓ Taxa de inflação de custo: 0,5% ao ano;
- ✓ Taxa de juro livre de risco: 2,00%.
- ✓ Taxa de dividendos do preço: 6% ao ano;
- ✓ Investimento: US\$ 1,05 bilhão.

A Figura 5.1 mostra o perfil de produção do campo para os próximos anos, sendo a produção inicial de 50 milhões de barris/ano e a produção de abandono de 5,01 milhões de barris/ano.

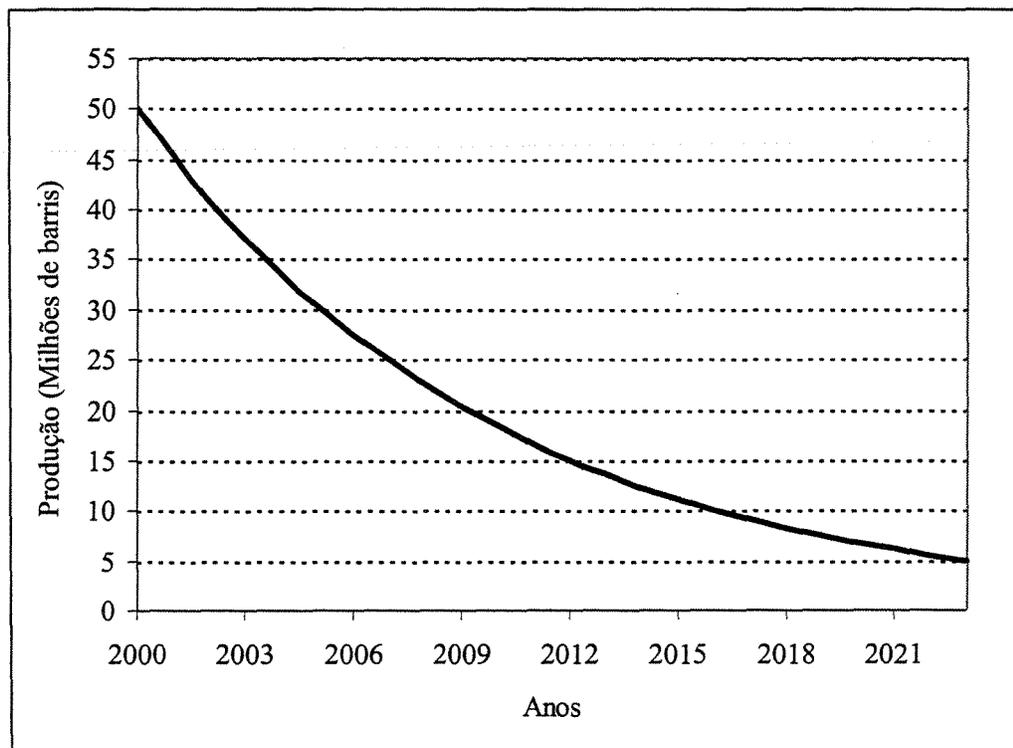


Figura 5.1: Perfil de produção da reserva de petróleo.

O perfil de produção do modelo é apenas uma aproximação, pois assume-se que a produção de petróleo declina a uma taxa constante ao longo do tempo, e que ou não apresenta o platô de produção, ou ele é muito curto.

A partir da Eq. (5.6), pode-se estimar o valor corrente do projeto por meio de:

$$V = (1-0,5)*50.000.000* \left[20 \frac{(1 - \exp[-(0,1 - 0,003 + 0,1)24])}{(0,1 - 0,003 + 0,1)} - 5 \left(\frac{(1 - \exp[-(0,02 + 0,1 - 0,005)24])}{(0,02 + 0,1 - 0,005)} \right) \right].$$

Para realizar os cálculos, foi usado o software INVESTPETRO, especialmente desenvolvido para incorporar o modelo proposto neste trabalho. O valor corrente do fluxo de caixa do projeto é $V = \text{US\$ } 1,49$ bilhão. Conseqüentemente, tem-se: $VPL = \text{US\$ } 447,46$ milhões.

De acordo com as regras clássicas de análise de investimento e tomada de decisões, a empresa deveria aceitar este projeto, investir imediatamente e arcar com 100% do custo do investimento.

Por outro lado, em virtude das incertezas associadas ao futuro do projeto e ao risco de perdas excessivas, a empresa pode escolher desenvolver este projeto no futuro, bem como fazer parcerias para a sua implementação. Para realizar tal análise, utilizar-se-á o modelo da teoria das opções reais.

Usando-se a Eq. (5.12), tem-se: $E = 1,69$. Como a volatilidade do petróleo é 25% ao ano, pela Eq. (5.14) a volatilidade do projeto é de 42,29% ao ano.

A vida da opção real de investir é de 5 anos. Assim, a taxa de dividendos pode ser estimada por meio da Eq. (5.25): $\delta_V = 9,11\%$. Percebe-se que a taxa de dividendos depende tanto de E quanto da estrutura de custo do projeto.

Finalmente, tem-se todas as variáveis para serem usadas no conjunto de equações apresentadas no Capítulo 4 para análise das opções reais. Assim, os seis parâmetros do modelo de opções são:

- 1) Ativo subjacente: US\$ 1.497.462.884

2) Preço de exercício da opção:	US\$ 1.050.000.000
3) Taxa de juro livre de risco:	2,62% ao ano
4) Volatilidade do projeto:	42,29% ao ano
5) Taxa de dividendos:	9,11% ao ano
6) Vida da opção:	5 anos.

Estes dados de entrada são usados nas Eq. (4.56) a (4.66). Com o auxílio do software INVESTPETRO, a opção estratégica de investir (F) é estimada em US\$ 519,71 milhões, enquanto que o VPL é US\$ 447,46 milhões. Portanto, o valor da flexibilidade em poder investir no futuro vale exatamente a diferença, ou seja, US\$ 72,25 milhões.

Estes resultados mostram que o valor da flexibilidade é bastante significativo, pois equivale a 13,90% do valor total do projeto. Significa que a flexibilidade de poder escolher o momento de investir agrega valor ao ativo. Este valor estratégico da opção de investir surge em função das incertezas sobre a evolução do valor da reserva, pela irreversibilidade do investimento em poços, plataforma, dutos, etc.. e pela possibilidade de postergar a implementação das decisões para o futuro.

Em termos de processo decisório, se a empresa investir imediatamente, ela ganha o valor terminal, isto é, o VPL. Por outro lado, ela perde o valor de continuação (F), isto é, deixa de existir a oportunidade de investir no futuro. Portanto, como F é maior que o VPL, investir imediatamente possui um custo de oportunidade que deve ser considerado na tomada de decisão.

Assim, se $F > VPL$, o custo de oportunidade é positivo e a empresa deve esperar para investir. Por outro lado, se $F = VPL$, o custo de oportunidade é zero e, neste caso, a melhor estratégia é investir imediatamente. Desta forma, repita-se, como discutido no item 4.2, pode-se pensar que a empresa deve investir somente se o valor do projeto alcançar um valor crítico V^* , ou seja, $F(V^*) = VPL(V^*)$.

Utilizando-se a Eqs. (4.56) a (4.65) e o auxílio do software INVESTPETRO, pode-se estudar uma análise de sensibilidade de F e VPL em relação ao valor do projeto. Na Figura 5.2 verifica-se que, quando V cresce, F e VPL também crescem, mas com taxas distintas.

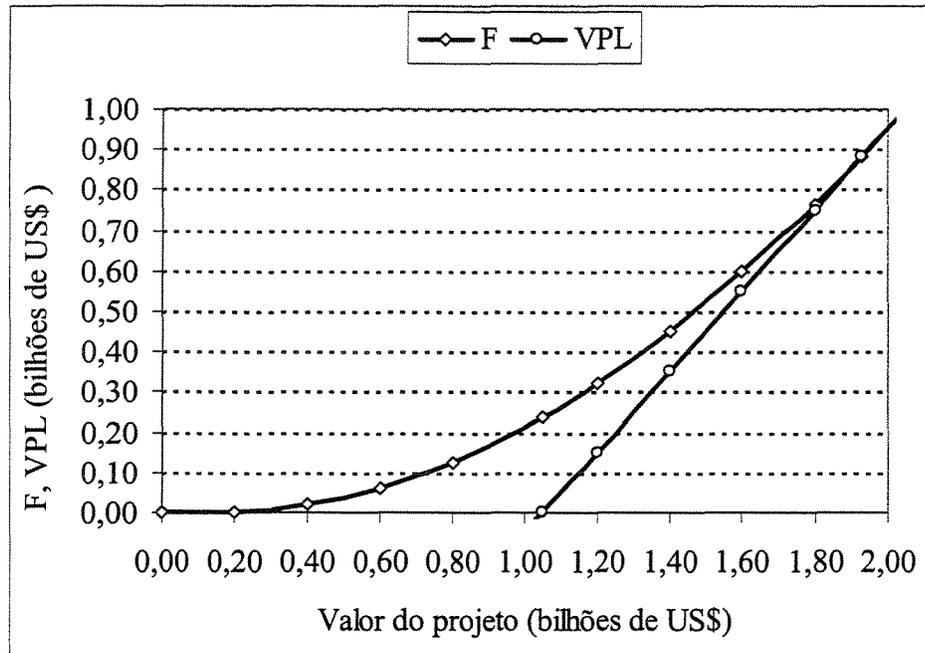


Figura 5.2: Sensibilidade de F e VPL em relação a V

Inicialmente, o VPL é negativo para baixos valores de V, pois o projeto não paga o seu próprio custo. Como a abordagem tradicional ignora as possíveis mudanças de cenários que possam ocorrer no futuro, o projeto não possui valor se $V < \text{US\$ } 1,05$ bilhão. Por outro lado, a abordagem das opções considera que o ambiente futuro é dinâmico e podem ocorrer possibilidades de ganhos, em função das oscilações no valor do projeto. Estas decorrem de elevação dos preços, redução dos custos, diminuição do custo de capital, etc.

Em função das incertezas do futuro, e considerando que a perda é limitada ao investimento, mesmo que o VPL seja negativo, a opção de investir ainda possui valor. Por exemplo, se o valor do projeto for de US\$ 1 bilhão, o seu VPL é US\$ - 50 milhões, mas a opção estratégica de poder investir em algum momento no futuro (até 5 anos) vale US\$

211,97 milhões, pois em função das incertezas sobre o futuro, repita-se, pode haver possibilidade de aumento do valor do projeto.

À medida que V cresce, F se aproxima do VPL. Repare que a taxa de crescimento do VPL em relação a V é constante, ao passo que a taxa de crescimento de F em relação a V cresce com o aumento de V . As curvas se encontram no ponto em que ambas as funções F e VPL possuem a mesma inclinação (mesma derivada) e confirmam a condição de suavidade, que é uma das condições de contorno da Eq. (4.24).

Em termos de regra decisória, a empresa deve investir imediatamente somente se a diferença ($F - \text{VPL}$) for zero. Isto ocorre quando $V = V^* = \text{US\$ } 1,93$ bilhão. Para este valor do projeto, vê-se, na Figura 5.2, que F e VPL são iguais a $\text{US\$ } 880,10$ milhões.

Assim, em função destes resultados, a empresa não deve investir imediatamente na produção de reservas, mas sim em algum momento no futuro, quando V alcançar o valor crítico V^* . Este modelo decisório representa uma ruptura com a abordagem tradicional, segundo a qual o decisor aceita o projeto, desde que seu VPL seja positivo. Desta forma, não basta que o VPL seja positivo, mas sim suficientemente superior ao investimento.

Na Figura 5.2, reitere-se, à medida que V cresce, F e VPL se aproximam e se encontram tangencialmente quando $V = \text{US\$ } 1,93$ bilhão. Este é o valor mínimo do projeto que induz ao investimento imediatamente. Em outras palavras, significa que não há mais benefício embutido na estratégia de esperar para investir no futuro.

A análise acima assume que a empresa possui uma opção de investir com vida de 5 anos. Naturalmente, se a opção tiver uma vida diferente, os resultados serão diferentes. De uma maneira geral, porém, espera-se que, à medida que cresce a vida da opção de investir, cresce o valor de V^* . Isto ocorre porque há mais tempo para a empresa se beneficiar das oscilações no valor do projeto. Por outro lado, se a vida da opção for zero, não há como obter benefícios da flexibilidade de investir no futuro, e a regra decisória da abordagem das opções reais se reduz à abordagem tradicional de investir, desde que o VPL seja positivo.

A Figura 5.3 confirma estas premissas de que o aumento da vida da opção de investir agrega valor ao projeto, pois vê-se que V^* e F aumentam com t . Para uma opção de

investir com maturidade de 5 anos, ela respalda nos valores $V^* = \text{US\$ } 1,93 \text{ bilhão}$ e $F = \text{US\$ } 519,711 \text{ milhões}$. Se, por outro lado, a opção de investir tiver maturidade de zero, os resultados da abordagem das opções reais coincidirão com os da abordagem tradicional, ou seja, $V^* = I = \text{US\$ } 1,05 \text{ bilhão}$ e $F = \text{VPL} = 447,46 \text{ milhões}$.

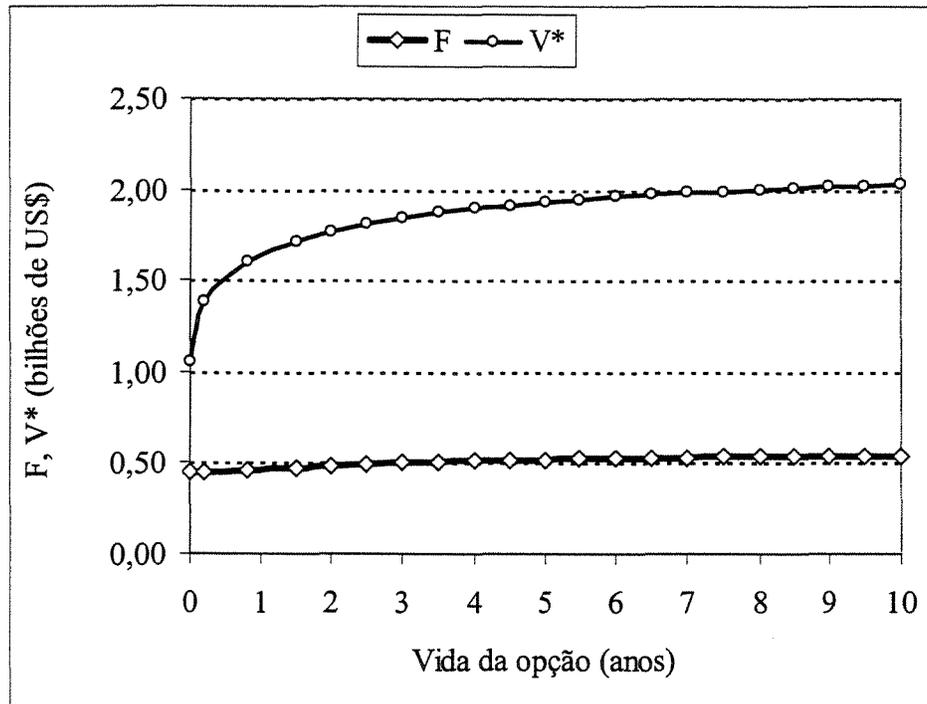


Figura 5.3: Sensibilidade de F e V^* em relação à vida da opção

À medida que aumenta a vida da opção, mais V^* se afasta em relação ao preço de exercício da opção, ou seja, do valor do investimento. Assim, a estratégia de exercício da opção de investir (V^*) é fortemente influenciada pela vida da opção, ou seja, pelo intervalo de tempo que a empresa possui a flexibilidade de esperar.

A magnitude da sensibilidade de F e V^* em relação à vida da opção de investir é diferente. Verifica-se que a regra decisória (V^*) é muito mais sensível às variações de V do que o valor da opção (F). Assim, possíveis enganos na estimativa da maturidade das opções causam mais erros em V^* do que em F.

Os resultados e as conclusões encontrados fazem parte de um cenário que depende, fundamentalmente, dos parâmetros de entrada, e considerou-se que, ao se variar um dos parâmetros, os demais permanecem constantes. Por exemplo, aumentando-se a taxa de juros, é possível que aumentem as expectativas de incertezas.

Outro exemplo se refere ao caso dos parâmetros de estimativa do valor corrente de V . Se o custo de capital da empresa diminuir, uma opção de investir que se encontrar fora do dinheiro poderá passar a se encontrar dentro do dinheiro. Desta forma, a decisão de exercer uma opção de investir já ou no futuro depende, além da incerteza e da taxa de dividendos do projeto, de outras variáveis, as quais podem ser interdependentes.

Até aqui, foram discutidas as variações de F e V^* em função de V e t . O mesmo raciocínio pode ser aplicado aos demais parâmetros.

Se a volatilidade aumenta, o futuro torna-se mais interessante, e ocorre aumento do custo de oportunidade, em caso de investimento imediato. Por outro lado, se baixa a volatilidade futura, é menor a probabilidade de que ocorra uma boa oportunidade de exercício da opção no futuro, e a decisão de investir já é favorecida. Assim, o aumento da volatilidade aumenta V^* , enquanto que a redução da volatilidade diminui V^* .

Se a taxa de dividendos aumenta, parte da lucratividade do projeto pode ser obtida, imediatamente, pelos fluxos de caixa operacionais. Assim, postergar a decisão de investir significa incorrer em um alto custo de oportunidade de não investir imediatamente. Por outro lado, se a taxa de dividendos for baixa, todo o ganho do investidor será na forma de ganho de capital, de modo que a opção só deve exercida na data de vencimento.

O impacto da taxa de juro na decisão de investir é, muitas vezes, ambíguo. Ao aumentar a taxa de juros, aumenta-se a incerteza futura, elevando o custo de oportunidade de investir no futuro, mas, ao mesmo tempo, pode reduzir o valor presente da opção estratégica de investir. De uma maneira geral, alterações na taxa de juro influenciam V , VPL , F , σ e δ , e o resultado final nem sempre é claro.

A teoria de valoração e exercício da opção de investir mostrou que não é ótimo investir imediatamente. No entanto, ela não considera as relações existentes entre o

montante do investimento exposto ao risco e a capacidade financeira da empresa em assumir perdas, como no caso do projeto em estudo em que o seu investimento é superior a US\$ 1 bilhão. Por isso, a ALFA Petróleo pode decidir que é melhor dividir os riscos e lucros deste projeto, por meio de parcerias com outras empresas, reduzindo a possibilidade de grandes perdas e, conseqüentemente, possíveis problemas de insolvência.

Para estimar a participação no projeto, a empresa pode modelar as principais variáveis técnicas, econômicas e financeiras que são incertas, por meio de distribuições de probabilidades. A seguir, faz-se uma simulação de Monte Carlo para obter a distribuição de probabilidades do VPL do projeto. Então, realiza-se uma análise de seu risco, ou seja, a probabilidade de que o VPL seja negativo. Finalmente, utiliza-se a distribuição do VPL para a estimativa do NPF neste projeto.

A modelagem das variáveis incertas foi realizada por meio de:

1. O preço futuro segue uma distribuição lognormal com média de US\$ 20/barril e desvio-padrão de US\$ 10/barril;
2. O custo operacional futuro é modelado por meio de distribuição triangular, com valor otimista de US\$ 2/barril, valor mais provável de US\$ 5/barril e valor pessimista de US\$ 8/barril;
3. A taxa de declínio futura é modelada por distribuição de probabilidade triangular, com valor otimista de 12% ao ano, valor mais provável de 10% ao ano e valor pessimista 8% ao ano.

Utilizando-se o pacote computacional @RISK, foram realizadas 20 mil simulações do VPL do projeto, usando-se o método “Latin Hipercube”. Na Figura 5.4 encontra-se representada a distribuição frequência acumulada resultante desta simulação de valores de VPL.

Os valores de VPL gerados pela simulação variam entre US\$ - 1,97 bilhão e US\$ 8,44 bilhões. Portanto, o nível de incerteza é alto, muito embora estes valores extremos tenham baixíssima probabilidade de ocorrer na prática. Considerando-se as suas

freqüências de ocorrência, o valor esperado do VPL é de US\$ 449,78 milhões, o que é próximo a US\$ 447,46, que é o VPL estático.

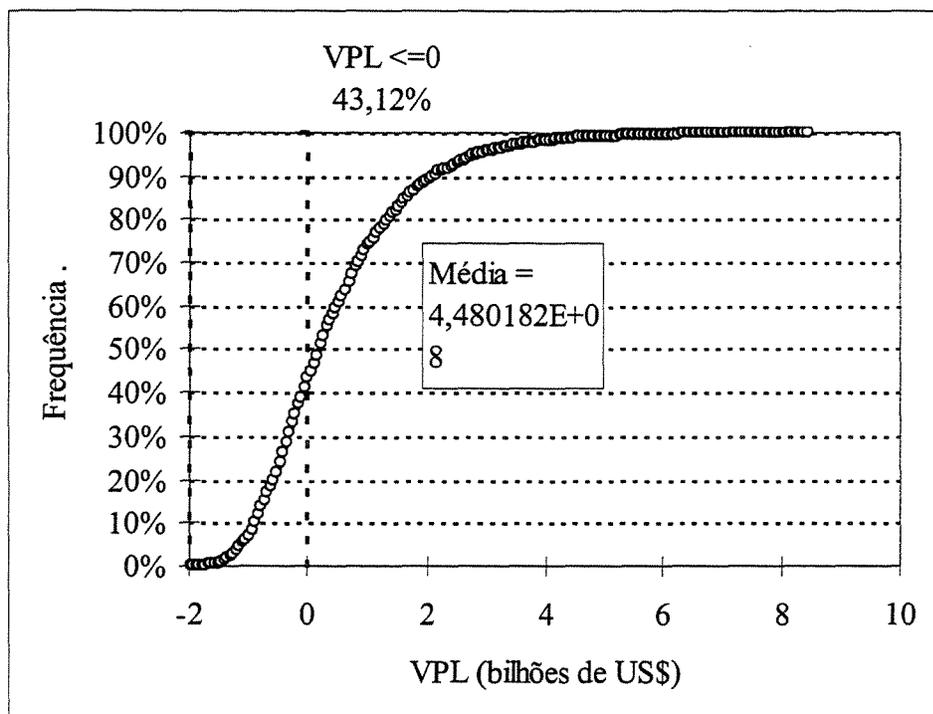


Figura 5.4: Distribuição de frequência dos resultados da simulação do VPL

Analisando os resultados da simulação, observa-se que há um nível de risco significativo, pois há uma probabilidade de 43,12% de que o VPL seja negativo. Conseqüentemente, há uma probabilidade de 56,88% de que o VPL seja positivo.

Em tal cenário, a gerência da empresa pode preferir fazer parcerias para financiar o projeto e não assumir todo o seu custo sozinha. Para estimar este nível de participação no projeto, faz-se o uso da teoria da preferência, por meio da maximização do equivalente certo da corporação.

Os parâmetros de entrada do modelo são:

- a) Orçamento da empresa (OE): US\$ 4 bilhões.
- b) Tolerância ao risco: US\$ 1,2 bilhão ($0,3 * US\$ 4$ bilhões).
- c) Coeficiente de aversão ao risco (c): 0,833.

Como, na fase de exploração, WALLS e DYERS (1996) perceberam que a TR das empresas é cerca de 25% do capital exploratório, na fase de produção espera-se que a TR seja maior. Por isso, foi escolhida uma TR de 30%, que é 20% maior que na fase exploração.

A partir destes dados, e utilizando-se a Eq. (4.83), pode-se estimar o NPF que maximiza o EC para a oportunidade de investimento, com o auxílio do software INVESTPETRO. Na Figura 5.5, mostra-se uma análise de sensibilidade do EC para diversos níveis de participação da empresa.

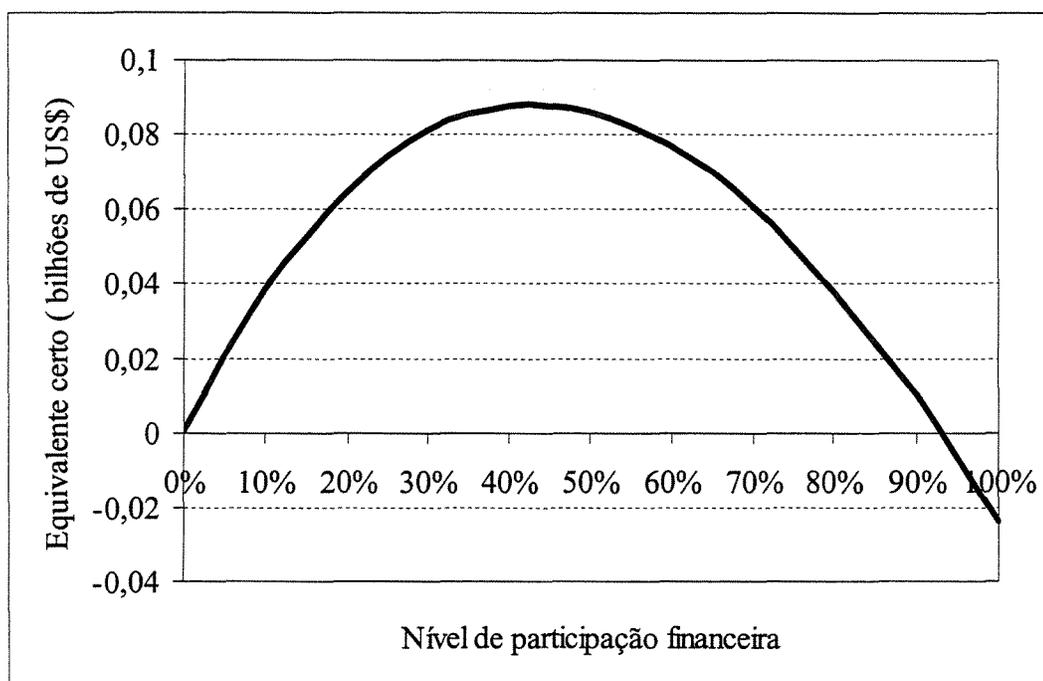


Figura 5.5: Sensibilidade do EC em relação ao NPF

Observa-se que, se a empresa desejar maximizar o seu EC, ela deverá participar em cerca de 42,93% do projeto. Significa que ela deve arcar com 42,93% do investimento (US\$ 450,74 milhões), mas receberá 42,93% do VPL (US\$ 192,08 milhões). Os demais 57,07% do investimento correspondem a US\$ 599,26 milhões, e devem ser assumidos por outras empresas na forma de parcerias.

Finalmente, tem-se os resultados fornecidos pelo modelo proposto para valoração e tomada de decisão em projetos de produção da reserva de petróleo.

Resumindo: o valor corrente do projeto é de US\$ 1,49 bilhão, e o seu VPL é US\$ 447,46 milhões. Embora a opção intrínseca de investir seja lucrativa, ela não deve ser exercida imediatamente, mas sim quando o valor do projeto alcançar US\$ 1,93 bilhão. Logo, a decisão estratégica é esperar para investir. Em função da grande magnitude do investimento, há probabilidade de 43,12% de que o VPL seja negativo. Por isso, a empresa decide arcar com 42,93% de seu financiamento, isto é, US\$ 450,74 milhões e receberá um VPL de 192,08 milhões. Portanto, ela deve formar parcerias para obter fundos para financiar os demais 57,07% do investimento.

Esta abordagem foi detalhada para o caso de um projeto. No Capítulo 6 deste trabalho, ela será aplicada a um portfólio de 10 projetos de produção de petróleo.

Capítulo 6:

MODELO PROPOSTO PARA SELEÇÃO E HIERARQUIZAÇÃO DE PROJETOS DE PRODUÇÃO DE RESERVAS DE PETRÓLEO.

No capítulo 5 aplicou-se a metodologia de valoração e tomada de decisões que foi desenvolvida no Capítulo 4, considerando-se o caso de somente um projeto de produção de petróleo. Foram estimados o seu valor corrente, o valor da opção estratégica de investir e o nível de participação financeira neste projeto. Foi também discutida a metodologia de estimativa dos parâmetros de entrada do modelo composto pela teoria da preferência e das opções reais. Este capítulo estende a análise do Capítulo 5 para o caso em que a empresa possui um portfólio de projetos.

6.1) O processo de seleção e hierarquização de projetos de produção de petróleo

A indústria de E&P de petróleo possui grandes corporações transnacionais. Algumas das razões de haver estas grandes empresas são: a) as reservas se encontram concentradas em poucas regiões com ambiência geológica favorável (bacias sedimentares); b) há requisito de grande magnitude de capital; c) presença de grandes riscos geológicos, técnicos e econômico-financeiros. Por exemplo, em 2002 a EXXON-MOBIL, uma das maiores empresas petroleiras, investiu cerca de US\$ 10,4 bilhões e adicionou 1,9 bilhão de barris de óleo equivalente em suas atividades, em cerca de 40 Países (ExxonMobil, 2004).

As empresas deste setor frequentemente revisam os seus portfólios de prospectos, reservas e demais atividades, por meio de novas aquisições, venda de ativos ou parcerias, como parte da estratégia de reduzir riscos, gerar retorno para os seus acionistas e crescimento da corporação.

Em tal cenário, alguns dos desafios que os gerentes destas empresas constantemente enfrentam se constituem na busca pelas seguintes respostas:

- Qual deve ser o critério de seleção destes projetos para que a taxa de retorno de longo prazo seja satisfatória e, ao mesmo tempo, para se proteger contra quedas no fluxo de caixa em curto prazo e minimizar o risco de longo prazo?
- Quais os critérios para adicionar novos projetos ou remover outros do portfólio da empresa?
- Qual o valor de projetos cujo VPL corrente é negativo, mas que possuem potenciais de lucro no futuro?
- Qual o efeito do potencial de risco dos investimentos sobre a decisão de aceitar o projeto ou fazer associações com outras empresas?.

Para discutir algumas destas questões, considere-se que a empresa hipotética ALFA Petróleo possui um portfólio de reservas não desenvolvidas. Elas possuem diferentes características geológicas e técnicas, e são submetidas a regimes tributários distintos. Este é o caso de reservas de petróleo localizadas no Mar do Norte, Golfo do México, Bacia do Orenoco, Oeste da África, etc. Além destas diferenças, mesmo o preço do óleo cru, que é cotado no mercado internacional, pode variar em função das diferentes características, como densidade, °API, conteúdo de S, etc..

A metodologia tradicional para gerenciamento de portfólio de reservas tem sido baseada nos indicadores do FCD, tais como VPL absoluto, VPL sobre investimento, elevadas taxas de desconto (taxa de vedação) e o período de recuperação do investimento (período de “*payback*”). Quando há limitação de recursos para financiar todos os projetos, é comum aumentar as taxas de desconto, de modo a selecionar apenas os projetos que apresentarem mais robustez financeira.

Segundo SUMMERS (1987), estas taxas de desconto podem alcançar até 30% e, em muito, superar o custo de capital da corporação. Estas taxas são determinadas, muitas vezes, de forma subjetiva pelos tomadores de decisão a partir dos fluxos de caixa projetados para o projeto. Recentemente, GRAHAM e HARVEY (2001) realizaram um grande estudo envolvendo 392 empresas, visando a descobrir as práticas mais comuns no processo decisório. Constataram que taxa de desconto e VPL ainda são utilizados por mais de 70% das empresas, mas cerca de 30% delas já utilizam os modelos de opções reais. No entanto, estes autores não reportam evidências

de que as empresas já empreguem um modelo integrado para valoração dos ativos e tomada de decisões.

As críticas aos indicadores do FCD não são tão recentes. PADDOCK, SMITH e SIEGEL (1988) afirmam que muitos executivos da indústria de petróleo reconhecem que o valor de mercado de um ativo petrolífero é geralmente superior ao estimado pelo FCD simples. Por isso, muitos gerentes se dispõem a pagar um prêmio por algum elemento indefinido associado às reservas não desenvolvidas. Com efeito, DIAS (1995) mostra que a abordagem das opções reais pode complementar os resultados do VLP em análise de investimentos em projetos de produção de petróleo, sobretudo por incorporar as características de incertezas do futuro, potencial de riscos e irreversibilidade dos investimentos. Por outro lado, WALLS e DYER (1996) mostram que a escolha entre diferentes projetos deve considerar não apenas as estatísticas básicas (média e variância) dos indicadores do FCD, mas também o perfil da corporação em assumir os riscos do projeto.

Assim, faz-se necessária uma abordagem integrada que considere o valor estratégico da opção de investir, permita decidir segundo bases cientificamente sólidas em termos da relação entre valor presente do fluxo de caixa e custo do investimento e, finalmente, que também considere as funções de utilidade da corporação, de modo que os níveis de risco que ela assumir sejam compatíveis com suas funções de utilidade.

Neste sentido, a principal contribuição desta tese é complementar os resultados do modelo tradicional de valoração e tomada de decisões para hierarquização de projetos, usando a teoria das opções reais e a teoria da preferência. Na Figura 6.1 encontra-se o modelo proposto neste trabalho.

A sua primeira componente consiste em estimar o valor da reserva. Para tal, os principais métodos são: a) o fluxo de caixa descontado, se for possível fazer estimativas razoáveis sobre custos, preços, etc; b) a regra de 1/3, quando houver um mercado de reservas bem desenvolvido, c) análise comparativa com outras reservas. No FCD, as principais variáveis são: o preço do óleo cru, o custo operacional, o custo de capital, a produção, o regime fiscal, etc. Os seus principais indicadores são o VPL e VPL/I, os quais são usados neste trabalho.

MODELO PROPOSTO

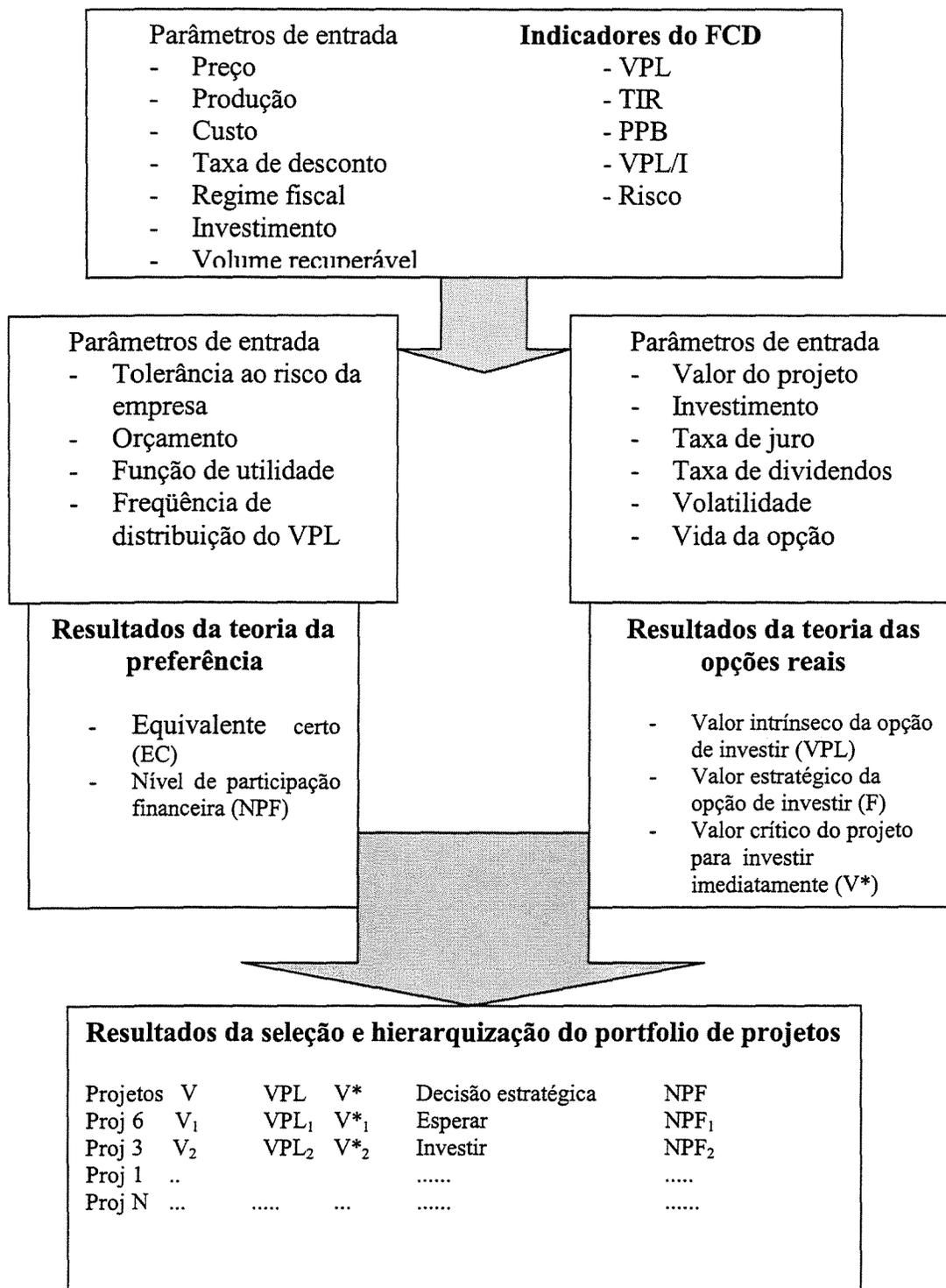


Figura 6.1: Modelo proposto para valoração, tomada de decisão e hierarquização dos projetos.

Para estimar o risco do projeto, que é aqui entendido como a probabilidade de que o VPL seja negativo (CAMPBELL et al. (2001), será usada uma modelagem estocástica das variáveis mais críticas e simulação de Monte Carlo. Os resultados desta simulação permitem obter a distribuição de freqüência do VPL e, conseqüentemente, o risco de cada projeto.

A segunda componente consiste em estimar o valor estratégico da opção de investir, bem como o valor crítico do projeto para exercer a opção de investir imediatamente.

A terceira componente do modelo consiste em estimar o nível de participação financeira em cada projeto. Isto significa que a empresa pode escolher entre incorrer sozinha em todo o investimento ou formar uma associação com outras empresas para reduzir o risco global de seus ativos.

Finalmente, os projetos são selecionados e ordenados segundo os indicadores da abordagem tradicional. Esta ordenação dos projetos é complementada pelas contribuições da teoria das opções reais e teoria da preferência.

O modelo proposto para valoração e tomada de decisão nas análises dos projetos que compõem o portfólio de reservas apresenta as seguintes características: simplicidade, flexibilidade, adequabilidade e confiabilidade.

O modelo é simples, porque usa os conceitos da teoria das opções financeiras e teoria da preferência, que são estudadas nos cursos de economia financeira, e há uma extensa literatura para consultas. O modelo de opções reais explora a analogia existente entre o exercício da opção de investir e o exercício das opções de compra americanas. Para a solução das equações de valoração (EDP), bem como das condições de contorno, são encontrados métodos numéricos ou aproximações analíticas na literatura. Caso a opção tenha vida longa, a solução é exata.

O modelo de estimativa do NPF do projeto é obtido facilmente a partir dos conceito de maximização do EC, e a simulação dos VPLs pode ser realizada facilmente, usando-se algum dos diversos aplicativos disponíveis. Para ambas as abordagens, as análises de sensibilidade são diretas e geram resultados condizentes com a teoria econômica.

A confiabilidade do modelo deriva da aceitação, pela indústria, de novas ferramentas de análises das oportunidades de investimentos ao longo dos anos. Por exemplo, sobre a teoria das opções reais, DIXIT e PINDYCK (1994) apontam evidências de que ela é mais adequada ao processo decisório sob condições de incerteza. Sobre a teoria da preferência, LERCHE e MaCKAY (1999) mostram diversos casos em que a diversificação do risco é realizada por meio de um menor NPF em cada projeto. Ademais, as funções de utilidade são citadas na literatura de petróleo ao longo dos anos, como em NEWENDORP (1975) e WALLS (1995).

A adequabilidade do modelo significa que ele é apropriado para fornecer respostas para o problema em análise. Neste sentido, o modelo proposto integra valoração dos projetos e estratégia de exercício das opções de investir, e permite a diversificação do risco dos projetos que compõem o portfólio da empresa.

A flexibilidade do modelo, bem como do INVESTPETRO, significa que podem ocorrer modificações para situações particulares. Por exemplo, podem-se fazer ajustes na volatilidade dos projetos, assumir que o investimento seja incerto, usar funções de utilidade diferentes da exponencial, escolher diferentes níveis de tolerância ao risco para cada projeto, etc.

6.2) Caracterização do problema estudado

A ALFA Petróleo é uma empresa fictícia integrada que atua em E&P de óleo e gás, possuindo, em seu portfólio, diversos projetos localizados em diferentes bacias sedimentares marítimas e terrestres. Atualmente, seu portfólio de projetos é composto por 10 reservas. Há reservas de diferentes tamanhos: reserva gigante, com cerca de 1 bilhão de barris, reservas médias, em torno de 600 milhões de barris e reservas pequenas, com aproximadamente 300 milhões de barris. Estes volumes foram determinados pela interpretação de dados sísmicos e, posteriormente, confirmados por poços de avaliação e testes de formação.

Embora estes projetos sejam diferentes, para simplificar a análise assume-se que a taxa de desconto da ALFA PETRÓLEO seja igual a 12% ao ano, para todos os projetos. Esta é uma simplificação, pois a taxa de desconto dos projetos depende de suas características geológicas (reservatórios fraturados, baixa produtividade dos poços, etc.) e técnicas (óleos pesados, lâmina

d'água, etc.) e econômicas (preço, taxa de câmbio, etc.) e, portanto, não precisa ser a mesma para todos os projetos.

O custo tributário total de cada projeto oscila entre 45% e 61%, refletindo as diferenças nos diferentes regimes fiscais aos quais os projetos são submetidos. Sua variação decorre da não-linearidade do sistema tributário vigente nos Estados que hospedam as reservas. Há casos, por exemplo, em que um tributo como a participação especial (PE) na produção ocorre em função não do tamanho da reserva, mas sim da produção anual. Assim, por exemplo, um pequeno campo pode pagar PE, se produzir muito, enquanto que um grande campo pode não pagar a PE, se produzir pouco.

A Tabela 6.1 apresenta algumas características de cada um dos 10 projetos de produção das reservas que compõem o portfólio da empresa.

Tabela 6.1: Características geológicas, econômicas e técnicas dos projetos.

Projetos	Reserva (10 ⁶ barris)	Localização	OPEX (US\$/bbl)	I (10 ⁶ US\$)	Taxa de Declínio (γ) (%)	Fatia Governamental (%)
Proj. 1	999,54	Bacia 1	5,00	1.499,31	12,81	52,39
Proj. 2	389,27	Bacia 2	8,00	665,16	15,7%	61,71
Proj. 3	748,22	Bacia 3	6,00	1.888,04	12,20	52,92
Proj. 4	214,77	Bacia 4	10,00	372,77	12,78	43,92
Proj. 5	400,34	Bacia 5	7,00	948,00	18,00	54,55
Proj. 6	506,94	Bacia 6	8,00	981,79	15,00	58,64
Proj. 7	310,48	Bacia 7	3,00	967,24	16,00	46,79
Proj. 8	409,52	Bacia 8	6,00	1.349,65	15,00	45,00
Proj. 9	263,28	Bacia 9	10,00	663,23	12,00	47,36
Proj. 10	714,59	Bacia 10	7,00	1.495,51	17,00	51,04

onde CAPEX é o investimento e OPEX é o custo operacional.

Os investimentos oscilam, dependendo basicamente de as atividades de produção se desenvolverem em campos marítimos ou terrestres e da infra-estrutura pré-existente. Por exemplo, o Proj. 1 demanda investimento de US\$ 1,49 bilhão, enquanto que o Proj. 4 requer um investimento de somente US\$ 372,77 milhões. Embora haja estas diferenças no valor do CAPEX global de cada projeto, o investimento médio por barril se encontra em torno de US\$ 2,32 para o portfolio de projetos.

O OPEX por barril oscila, pois ele depende da viscosidade do óleo, da lâmina d'água, da infra-estrutura, etc. Assim, o Proj. 7 apresenta o menor custo de produção (US\$ 3/bbl), enquanto que os Proj. 4 e Proj. 9 apresentam custos iguais a US\$ 10/barril. Outra razão para as diferenças de custos decorre do fato de algumas reservas já se encontrarem em estágio avançado de produção (campos maduros).

A vida operacional destes projetos varia de 12 a 20 anos, o que é comum para a indústria de produção de petróleo.

A taxa de declínio da produção varia entre 12% e 18%. Ela reflete a qualidade das propriedades petrofísicas das rochas, tais como a permeabilidade, a porosidade e a pressão do reservatório, além da viscosidade do hidrocarboneto. Por exemplo, uma baixa taxa de declínio de uma reserva pode estar associada à produção de reservatório de boa permeabilidade e óleo de menor viscosidade, pois a produção se mantém, ao longo do tempo, sem grandes reduções.

6.3) Análise dos resultados

Neste trabalho, são discutidos dois modelos para valoração, tomada de decisões e hierarquização dos projetos de produção de petróleo: a) modelo baseado nas relações tradicionais de risco e retorno; b) modelo proposto nesta tese, incorporando o valor estratégico da opção de investir e a diversificação do risco, por meio da estimativa do nível de participação financeira no projeto.

6.3.1) Análise dos resultados da abordagem tradicional

A primeira tarefa é realizar uma análise econômica de cada projeto, de modo a obter os valores correntes das reservas, taxas de retorno, etc. Esta análise encontra-se sintetizada na Tabela 6.2. Para tal, considera-se que os óleos produzidos pelos diferentes reservatórios tenham o preço igual a US\$ 20/barril.

Tabela 6.2: Resultados da análise econômica do portfolio de projetos.

Projetos	Reserva (10 ⁶ barris)	Localização	I (10 ⁶ US\$)	V (10 ⁶ US\$)	VPL (10 ⁶ US\$)	VPL/I	VPL/bbl
Proj. 1	999,54	Bacia 1	1.499,31	2.963,27	1.463,95	0,98	1,46
Proj. 2	389,27	Bacia 2	665,16	799,10	133,94	0,20	0,34
Proj. 3	748,22	Bacia 3	1.888,04	2.185,31	297,26	0,16	0,40
Proj. 4	214,77	Bacia 4	372,77	483,88	111,10	0,30	0,52
Proj. 5	400,34	Bacia 5	948,00	1.197,83	249,83	0,26	0,62
Proj. 6	506,94	Bacia 6	981,79	1.159,94	178,14	0,18	0,35
Proj. 7	310,48	Bacia 7	967,24	1.761,96	794,71	0,82	2,56
Proj. 8	409,52	Bacia 8	1.349,65	1.660,27	310,62	0,23	0,76
Proj. 9	263,28	Bacia 9	663,23	517,95	-145,28	-0,22	-0,55
Proj. 10	714,59	Bacia 10	1.495,51	2.192,97	697,46	0,47	0,98

Esta premissa de igual preço para todos os óleos é uma simplificação, pois eles variam em termos de ^oAPI, teor de enxofre, etc. Por exemplo, se o óleo for pesado, seu preço será inferior àquele do padrão BRENT ou WTI.

A partir dos resultados mostrados na Tabela 6.2, vê-se que o portfolio de projetos da empresa é composto por reservas pequenas, médias, grandes e uma reserva gigante. Geralmente, as grandes reservas geram alta lucratividade (altos valores de VPLs), mas também requerem grandes investimentos. Este é o caso do Proj 1, que possui maior VPL, mas requer o maior

investimento. Por outro lado, tem-se o Proj. 7, que possui VPL menor, mas demanda um investimento mais baixo. Assim, pode haver casos em que projetos pequenos geram taxas de retorno superiores às dos grandes projetos.

Na Figura 6.2 encontra-se a relação entre investimento e taxa de retorno dos 10 projetos que compõem o portfólio de projetos de produção das reservas da empresa fictícia ALFA Petróleo.

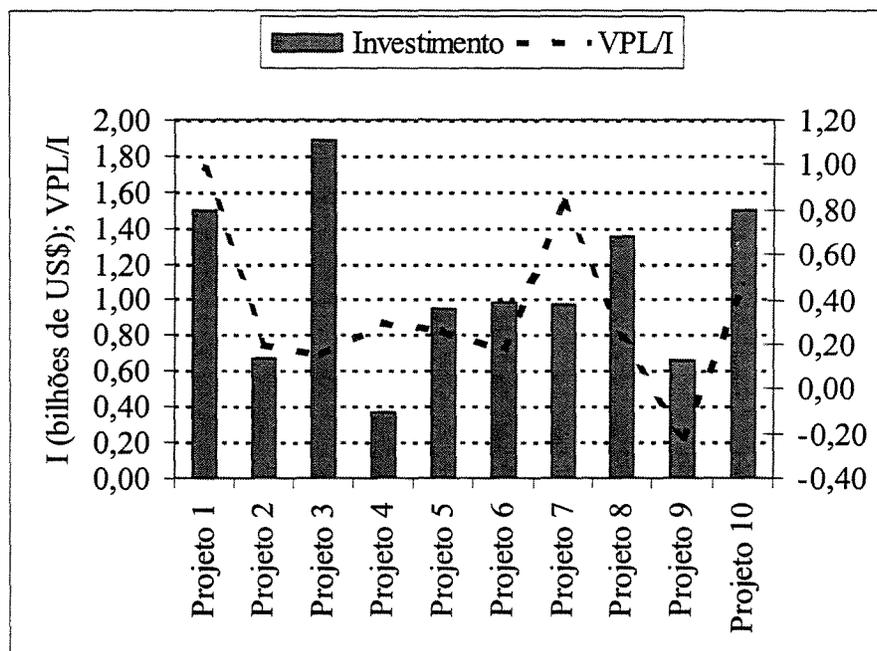


Figura 6.2: Relação entre investimento e VPL/I dos projetos

Os projetos 2, 3, 5, 6 e 8 apresentam taxas de retorno, sobre cada unidade de capital investida, muito semelhantes. No entanto, os seus investimentos são muito diferentes. Por exemplo, embora o Proj. 3 requeira um investimento alto, seu retorno é muito próximo ao do Proj. 2, o qual, por sua vez, demanda um investimento igual a cerca de 1/3 daquele do Proj. 3. Assim, o Proj. 2 permite uma melhor eficiência na alocação do investimento.

A partir dos resultados dos indicadores derivados da análise econômica, pode-se realizar uma seleção e hierarquização do portfólio de projetos, isto é, a seleção dos projetos a serem implementados ao longo dos anos, considerando-se as restrições de capital.

Pela abordagem tradicional, o VPL é o indicador mais usado, muito embora possa ser complementado com outros indicadores, como a TIR e o PPB. A Tabela 6.3 mostra uma das possíveis combinações de projetos que podem ser selecionados ao longo dos anos de 2004, 2005 e 2006, considerando-se que o capital máximo para investimento em produção da ALFA Petróleo seja de US\$ 4 bilhões/ano.

Tabela 6.3: Modelo de seleção do portfolio de reservas pela abordagem tradicional.

Projetos	2004		2005		2006	
	VPL (10 ⁶ US\$)	I (10 ⁶ US\$)	VPL (10 ⁶ US\$)	I (10 ⁶ US\$)	VPL (10 ⁶ US\$)	I (10 ⁶ US\$)
Proj. 1	1.463,95	1.499,31				
Proj. 2	133,94	665,16				
Proj. 3			297,26	1.888,04		
Proj. 4					111,10	372,77
Proj. 5					249,83	948,00
Proj. 6					178,14	981,79
Proj. 7			794,71	967,24		
Proj. 8	310,62	1.349,65				
Proj. 9			-145,28	663,23		
Proj. 10					697,46	1.495,51
Total	1.908,52	3.514,14	946,70	3.518,52	1.236,54	3.798,09

Dentro deste orçamento, a empresa vai investir em três projetos em 2004, três projetos em 2005 e outros quatro projetos em 2006

A metodologia empregada para a obtenção dos resultados da Tabela 6.3 é simples, uma vez que há poucos projetos. Porém, se o número de projetos for grande, faz-se necessário alguma técnica de otimização, como programação inteira, desde que a empresa não cogite a possibilidade de participação fracionada nos projetos.

Em todos os projetos há risco de perda, o que pode ser quantificado. Este risco pode significar a perda total ou parcial do investimento, principalmente em caso de preço baixo ou alto custo de produção. Como o investimento anual é alto (cerca de até US\$ 4 bilhões), a sua perda pode afetar a saúde financeira da corporação. Para obter mais informações sobre o risco dos projetos, realiza-se uma modelagem das variáveis incertas por meio de distribuição de probabilidades. A seguir, realiza-se uma simulação de Monte Carlo, para obter milhares de valores das variáveis mais incertas e, conseqüentemente, milhares de valores de VPL na forma de uma distribuição de frequências.

Nesta análise, as variáveis mais incertas são modeladas por meio de distribuições de probabilidades, com as seguintes características:

- O preço do óleo foi modelado por meio de uma distribuição lognormal com média US\$ 20/bbl, em que o intervalo de oscilação é 25% do valor mais provável, ou seja, US\$ 5/bbl.
- O custo de produção (OPEX) foi modelado por meio de distribuição triangular, em que o intervalo de oscilação é 20% do valor mais provável.
- A taxa de declínio da produção foi modelada por meio de uma distribuição triangular, em que o intervalo de oscilação equivale a 10% do valor mais provável.

Na Tabela (6.4) encontram-se sumarizados os resultados de volatilidade (σ) e o nível de risco dos projetos resultantes de 20.000 simulações do VPL dos projetos. Entende-se por risco, repita-se, a probabilidade de que o VPL seja negativo e, como volatilidade, a dispersão do logaritmo da taxa de retorno do projeto em torno de sua média, ou seja, o desvio-padrão. O conceito de risco é também relacionado com a magnitude do potencial de perdas em relação à disponibilidade financeira do tomador de decisão. Esta relação é considerada na estimativa do NPF em cada projeto.

Deste modo, risco e volatilidade não são grandezas sinônimas, haja vista que, se a distribuição de resultados de VPL for de apenas valores positivos, o risco será zero, mas a volatilidade poderá ser altíssima.

Os resultados das Tabelas 6.2 e 6.3 são baseados em cenários prováveis, estáticos, devidos unicamente ao valor esperado das variáveis, enquanto que os resultados da Tabela 6.4 servem para complementá-los. A análise de risco mostra que mesmo projetos de alto VPL podem possuir altos níveis de risco. Este é o caso do Proj. 3 que, embora possua um grande VPL, seu nível de risco é de mais de 41,97%. Tem-se, também, o Proj. 10, que possui um grande VPL, mas um nível de risco menor, mas ainda de 27,5%.

Tabela 6.4: Resultado de risco e volatilidade das simulações realizadas para os projetos.

Projetos	I (10 ⁶ US\$)	VPL (10 ⁶ US\$)	Nível de risco (Prob. VPL < 0) (%)	Volatilidade (%)
Proj. 1	1.499,31	1.463,95	15,12	46,97
Proj. 2	665,16	133,94	42,34	56,48
Proj. 3	1.888,04	297,26	41,97	45,12
Proj. 4	372,77	111,10	42,77	76,04
Proj. 5	948,00	249,83	26,51	48,30
Proj. 6	981,79	178,14	43,37	55,79
Proj. 7	967,24	794,71	4,56	31,14
Proj. 8	1.349,65	310,62	36,39	42,45
Proj. 9	663,23	-145,28	67,00	79,15
Proj. 10	1.495,51	697,46	27,50	48,92

O nível de risco e a volatilidade dependem fortemente dos valores de preço e de custo. Projetos de alto custo possuem mais riscos que aqueles de baixo custo, e vice-versa. Como mostrou o modelo de estimativa de volatilidade do Capítulo 5, a volatilidade aumenta com o

aumento do custo. Assim, espera-se que, em muitos casos, haja uma correlação positiva entre volatilidade e nível de risco. Com efeito, a Figura 6.3 ilustra esta correlação entre volatilidade e nível de risco que foi obtida para os 10 projetos.

O Proj. 9 possui o maior risco e, também, a maior volatilidade. Por outro lado, o Proj. 7 possui baixo OPEX, alto VPL e, conseqüentemente, baixo risco. Assim, a escolha dos projetos depende fundamentalmente do perfil de risco da corporação. Aquelas mais propensas ao risco aceitam projetos de mais alto risco e retorno, enquanto que as mais conservadoras selecionam os projetos de mais baixo risco e retorno.

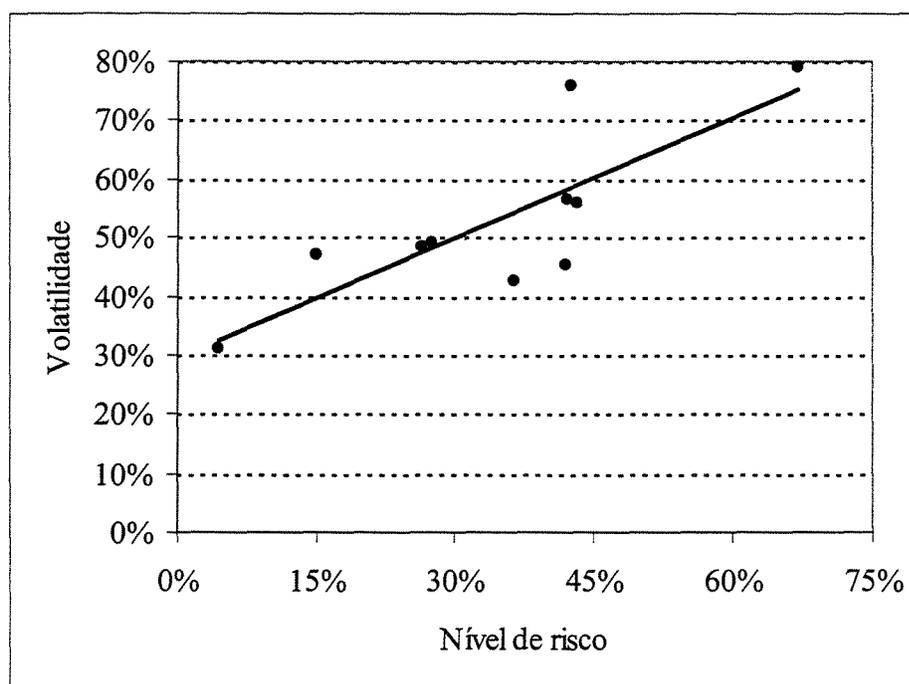


Figura 6.3: Relação entre volatilidade e nível de risco dos projetos

Em princípio, a análise tradicional de risco e retorno pode ser usada para seleção do portfolio de projetos, via maximização da taxa de retorno e minimização da variância. No entanto, na implementação desta abordagem há problemas em função de quatro fontes de correlação possivelmente positiva entre os projetos:

1. Correlação positiva dos ambientes geológicos: significa que dois ou mais projetos de E&P, que se localizam numa mesma bacia, play, etc., podem produzir óleos com características semelhantes (⁰API, teor de enxofre, etc.);
2. Correlação por fatores políticos: significa que, se dois ou mais projetos se encontram no mesmo país, seus riscos políticos são positivamente correlacionados;
3. Correlação de preços: como a viabilidade econômica de todos os projetos depende da comercialização de óleo, todos eles são positivamente correlacionados com o preço internacional;
4. Correlação por fatores de projeto: significa que, por exemplo, o custo de muitos equipamentos, as taxas pelo uso de tecnologias, as patentes, etc. são iguais em todos os projetos, de modo que eles são positivamente correlacionados.

Em função destas correlações, tanto de variáveis econômicas quanto de variáveis geológicas, torna-se difícil minimizar o risco total do portfolio de reservas da empresa pela alternativa tradicional de diversificação, por diversas razões.

Primeiro, ao incorporar a informação sobre o nível de risco do projeto, a decisão depende fundamentalmente do comportamento da corporação em relação a cenários de risco, ou seja, se ele é conservador, neutro ou propenso a assumir tais riscos. Por exemplo, pode ser que 42,34% de risco no Proj. 2 seja tolerável, mas o risco de 26,27% no Proj. 1 seja suficiente para remove-lo do portfolio. Assim, muitas vezes, a decisão pode ser mais subjetiva que técnica.

Segundo, os projetos que compõem o portfolio da empresa ALFA Petróleo possuem VPL positivo e negativo. Ao aceitar projetos com VPL positivo, o gerente cria valor para acionista. Se o VPL for negativo, a decisão deveria ser pela rejeição do projeto. No entanto, como proceder no caso em que a empresa tenha a opção real de incluir tal projeto no futuro em seu portfolio?. Em tal situação, deveria o gerente rejeitá-lo já ou incluí-lo na carteira? Se incluí-lo na carteira, há valor na flexibilidade de poder implementá-lo, por exemplo, apenas em 2006? Estas questões

reforçam a idéia de que a abordagem tradicional é insuficiente para a tomada de decisões em bases mais realistas.

Finalmente, lembra-se aqui que, embora a abordagem tradicional seja muito usada nas empresas, ela ignora importantes características dos negócios, tais como: a) cada projeto possui perfis de riscos e incertezas técnico-econômico-financeiras específicas; b) muitas empresas são avessas ao risco; c) o valor da flexibilidade de esperar para investir no futuro, tão logo as incertezas sejam reduzidas; d) os investimentos são, ao menos parcialmente, irreversíveis. Para abordar tais questões, o próximo item apresenta o modelo proposto nesta tese.

6.3.2) Análise dos resultados do modelo proposto

Como mostrado na Figura 6.1, o modelo proposto para valoração e hierarquização dos projetos envolve a estimativa do valor estratégico da opção de investir, da regra de investimento ótimo e da estimativa do nível de participação financeira nos projetos.

6.3.2.1) Resultados da teoria das opções reais

O modelo de valoração da opção de investir usado neste trabalho assume que o investimento é realizado instantaneamente. Para a estimativa do valor desta opção, o modelo requer seis parâmetros de entrada, os quais se encontram na Tabela 6.5.

Dentre estes parâmetros, a volatilidade e a taxa de dividendos não podem ser observadas diretamente pelo mercado. Assim, para a estimativa destes parâmetros usou-se a metodologia desenvolvida no capítulo 5.

Em todos os projetos, a volatilidade do preço do petróleo é a mesma, sendo usado o valor de 25% ao ano. Este valor se encontra no intervalo de 20% a 30% para a volatilidade da série histórica do preços do petróleo. A volatilidade depende fortemente da estrutura de custo dos projetos, sendo igual à do preço apenas no caso de projeto de baixo custo operacional. Assim, como se pode ver na Tabela 6.5, a volatilidade dos projetos é sempre maior que 25% ao ano.

Tabela 6.5: Parâmetros de entrada do modelo de valoração dos projetos segundo a teoria das opções reais.

Projetos	V (10 ⁶ US\$)	I (10 ⁶ US\$)	t (anos)	σ (%)	δ (%)	r (%)
Proj. 1	2,963,27	1.499,31	3,00	46,97	8,64	2,62
Proj. 2	799,10	665,16	5,00	56,48	9,15	2,62
Proj. 3	2.185,31	1.888,04	6,00	45,12	8,01	3,14
Proj. 4	483,88	372,77	3,00	76,04	11,10	2,00
Proj. 5	1.197,83	948,00	7,00	48,30	8,33	3,67
Proj. 6	1.159,94	981,79	5,00	55,79	9,08	2,62
Proj. 7	1.761,96	967,24	1,50	31,14	6,61	1,13
Proj. 8	1.660,27	1.349,65	4,00	42,45	7,75	2,09
Proj. 9	517,95	663,23	3,00	79,15	11,41	2,00
Proj. 10	2.192,97	1.495,51	6,00	48,92	8,39	3,14

A taxa de dividendos também depende da estrutura de custos, do preço do petróleo e do coeficiente de elasticidade da opção (ver Cap. 5). Ela pode ser entendida como um custo de oportunidade em não extrair o petróleo. Observa-se que a taxa de dividendos oscila entre 6,61% e 11,41%.

Os parâmetros volatilidade e taxa de dividendos causam grandes impactos na regra ótima de tomada de decisão e são muito sensíveis a mudanças na estrutura de custos do projeto. Assim, pequenas alterações, por exemplo, no OPEX ou na inflação, podem ocasionar oscilações em σ e δ e, conseqüentemente, grandes alterações nos resultados dos indicadores para tomada de decisão.

A vida da opção de investir, nestes projetos, não é regular. Por exemplo, no Proj 5, a empresa tem a flexibilidade de esperar até 7 anos para investir em produção, enquanto que, no Proj 7, ela possui apenas 1,5 anos.

A estimativa da taxa de juro livre de risco é baseada na taxa de juro paga pelos títulos do governo americano. Nos casos em que a vida da opção não coincide com a maturidade do título, foi realizada uma interpolação linear para obter um valor aproximado.

A partir destes dados, e usando-se o algoritmo computacional INVESTPETRO, pode-se estimar o valor estratégico da opção de investir (F) e o valor crítico do projeto (V^*) para induzir o investimento imediato. Estes valores se encontram na Tabela 6.6.

O indicador Z compara V com $V=V^*$. Se $Z \geq 1$, a empresa deve investir imediatamente, enquanto que, se $Z < 1$, deve-se esperar e, possivelmente, investir somente no futuro. Diferentemente da abordagem tradicional, em que se o VPL for positivo assume-se implicitamente que a decisão de investir seja implantada imediatamente, na abordagem das opções as decisões podem ser implementadas já ou no futuro.

A empresa deve investir imediatamente no Proj. 1 e Proj. 7. Significa que, para estes projetos, o custo da oportunidade de investir imediatamente é zero. Para estes projetos, a opção de investir está dentro do dinheiro e não há benefícios em postergar para o futuro o início das operações. Por outro lado, pela abordagem tradicional, a empresa deveria investir imediatamente em todos os projetos que possuem VPL positivo. Um ponto a ser notado é que os projetos selecionados para investimento imediato não são os que apresentam os maiores VPLs, mas sim os que possuem maiores taxas de retorno.

Pela abordagem das opções reais, a empresa deve investir somente quando o valor do projeto for suficientemente acima de seu custo. A sexta coluna da Tabela 6.6 confirma que a empresa investe somente quando o valor do projeto for, em média, igual a 2,17 vezes o investimento. Esta observação está em conformidade com as conclusões de DIXIT e PINDYCK (1994, p.136): para parâmetros razoáveis, a regra é investir somente se o valor do projeto for duas a três vezes maior que o valor do investimento.

O Proj. 9 possui VPL negativo e, segundo a metodologia tradicional do VPL, ele não possui valor e deve ser rejeitado. No entanto, em função das incertezas futuras sobre o valor da reserva, a opção de investir neste projeto pode se tornar dentro do dinheiro no futuro. Por isso, o valor da sua opção de investir é positivo e igual a US\$ 160,87 milhões.

Tabela 6.6: Resultados da teoria de valoração e exercício da opção de investir

Projetos	V* (10 ⁶ US\$)	V (10 ⁶ US\$)	F (10 ⁶ US\$)	VPL (10 ⁶ US\$)	V*/I	Z	Decisão Estratégica
Proj. 1	2.730,34	2,963,27	1.463,95	1.463,95	1,82	1,09	INVESTIR
Proj. 2	1.538,57	799,10	290,35	133,94	2,31	0,52	ESPERAR
Proj. 3	3.936,15	2.185,31	687,93	297,26	2,08	0,56	ESPERAR
Proj. 4	962,43	483,88	203,98	111,10	2,58	0,50	ESPERAR
Proj. 5	2.116,86	1.197,83	438,590	249,83	2,23	0,57	ESPERAR
Proj. 6	2.253,45	1.159,94	412,72	178,14	2,30	0,51	ESPERAR
Proj. 7	1.412,55	1.761,96	794,71	794,71	1,46	1,25	INVESTIR
Proj. 8	2.545,17	1.660,27	489,70	310,62	1,89	0,65	ESPERAR
Proj. 9	1.759,54	517,95	160,87	-145,28	2,65	0,29	ESPERAR
Proj. 10	3.269,47	2.192,97	885,32	697,46	2,19	0,67	ESPERAR

onde V* é o valor mínimo do projeto para investir imediatamente, Z é um indicador que compara V com V*.

Se for admitido que a ALFA Petróleo financia todos os projetos imediatamente, o seu desembolso será igual a US\$ 10,83 bilhões. Se exercer somente as opções de investir que se encontram dentro do dinheiro, o seu investimento será de US\$ 2,86 bilhões. As demais reservas poderão ser desenvolvidas no futuro, sendo que os recursos remanescentes podem ser alocados em outros investimentos.

Em caso de restrições financeiras, o modelo fornece a possibilidade de fazer ajustes nos critérios decisórios, como forma de respeitar as limitações de capital. Há, basicamente, duas formas eficientes de alterar parâmetros intrínsecos do projeto: a) aumento da volatilidade; b) redução da taxa de dividendos.

Ao aumentar a σ_V , V* aumenta e o futuro se torna mais interessante, enquanto que a opção de investir se encontra dentro do dinheiro para um menor número de projetos. Por outro lado, em caso de disponibilidade de capital, reduz-se σ_V e, conseqüentemente, V* diminui. Se, num caso extremo, $\sigma_V = 0$, então V* se aproxima de I.

Ao aumentar δ_v , V^* diminui, pois o custo da oportunidade de não investir torna-se muito alto, e mais projetos serão selecionados. Por outro lado, ao diminuir δ_v , V^* aumenta, pois o custo de investir imediatamente aumenta, significando que a taxa de retorno do ativo depende basicamente de ganhos de capital, os quais têm maior probabilidade de ocorrência somente no futuro.

Embora o critério de selecionar somente os projetos cujos valores correntes se encontrem acima de V^* seja um avanço em relação à abordagem tradicional, ainda há riscos de perdas para a corporação, pois, diferentemente de opções financeiras, o valor do ativo subjacente depende de um fluxo de caixa de vários anos (em torno de 20 anos). Por isso, em função de sua aversão ao risco, a ALFA Petróleo pode se decidir por não assumir 100% do investimento dos projetos, mas sim por formar parcerias e arcar com uma fração do investimento, como forma de limitar a sua exposição financeira. Para estimativa do NPF em cada projeto, usa-se a teoria da preferência.

6.3.2.2) Resultados da teoria da preferência

Pela abordagem tradicional, se o VPL do projeto é positivo, a empresa deve aceitá-lo e incorrer em 100% de seu investimento, independentemente da sua distribuição de probabilidade. Este critério ignora, por conseguinte, o montante exposto ao risco e a limitação do orçamento da empresa.

Desta forma, a tomada de decisão seria puramente baseada em medida de valor, sem incorporar o comportamento do tomador de decisões em relação ao risco. Soluções tradicionais, como usar as informações dos dois primeiros momentos das distribuições de probabilidade (média e variância), podem não ser suficientes, uma vez que elas também podem não considerar diretamente a não-linearidade da função de utilidade (aversão ao risco) do tomador de decisões (corporação), nem as limitações orçamentárias das corporações.

Para contornar tal problema, as empresas adotam parcerias, isto é, fracionam riscos e lucros, sobretudo no caso de projetos que demandam grande magnitude de capital. Por exemplo, tem-se o financiamento do investimento em produção de parte do complexo de reservas de

Marlim, localizado na bacia de Campos (RJ), em que diversas corporações se associaram à PETROBRAS na forma de um *project finance*.

Ao fazer parte de uma Sociedade de Propósito Específico (SPE), cada empresa incorre em uma fração do investimento (NPF), bem como em uma fração do lucro. A estimativa deste NPF faz parte da estratégia competitiva, da geração de valor e da administração de risco da corporação. Para a estimativa do NPF pela teoria da utilidade, são necessários quatro parâmetros de entrada, os quais se encontram na Tabela 6.7.

Dentre estes parâmetros, o OE é uma informação que é divulgada publicamente pelas empresas de capital aberto, geralmente na casa de bilhões de dólares. Assume-se que o orçamento anual para investimentos em produção da empresa fictícia ALFA Petróleo seja US\$ 4 bilhões.

A estimativa da TR é muito mais complexa, pois seu valor não é de conhecimento público. Como uma solução alternativa, ela deve ser estimada a partir de estudos empíricos. Na fase de exploração de petróleo, WALLS (1995) notou que a TR equivale a cerca de 25% do capital exploratório.

Tabela 6.7: Parâmetros de entrada do modelo de estimativa do NPF em cada projeto.

Parâmetro de entrada	Valores estimados
Orçamento da empresa (OE)	US\$ 4 bilhões
Percentual de tolerância ao risco	30%
Montante da tolerância ao risco (TR)	US\$ 1,2 bilhões
Coefficiente de aversão ao risco (c)	0,833

Na fase de produção, a magnitude dos recursos alocados é muito mais alta que na fase de exploração. No entanto, o nível de incertezas total é menor, pois diminui a possibilidade de

fracasso geológico. Assim, é intuitivo pensar que, na fase de produção, a TR seja maior que 25% do orçamento.

Para este trabalho, assume-se que a TR na fase de produção seja de 30% do orçamento da empresa, sendo que a escolha deste valor se deve, em parte, a critérios subjetivos. No entanto, este percentual deve ser confirmado por meio de pesquisa empírica, o que não se realiza neste trabalho.

A partir dos dados da Tabela 6.7 e do auxílio do software INVESTPETRO, os resultados do NPF para o portfólio de 10 projetos da empresa se encontram na Tabela 6.8.

Tabela 6.8: Resultados do NPF nos projetos.

Projetos	I (10 ⁶ US\$)	VPL (10 ⁶ US\$)	Nível de risco (%)	NPF (%)	I Efetivo (10 ⁶ US\$)	VPL efetivo (10 ⁶ US\$)
Proj. 1	1.499,31	1.463,95	15,12	89,37	1.339,94	1.308,33
Proj. 2	665,16	133,94	42,34	30,21	200,94	40,46
Proj. 3	1.888,04	297,26	41,97	13,65	257,71	40,57
Proj. 4	372,77	111,10	42,77	31,72	118,24	35,24
Proj. 5	948,00	249,83	26,51	52,29	495,71	130,63
Proj. 6	981,79	178,14	43,37	15,55	152,66	27,70
Proj. 7	967,24	794,71	4,56	100,00	967,24	794,71
Proj. 8	1.349,65	310,62	36,39	45,52	614,36	141,39
Proj. 9	663,23	-145,28	67,01	0,00	0,00	0,00
Proj. 10	1.495,51	697,46	27,50	59,90	895,81	417,78

Para a obtenção do NPF de cada projeto, repita-se, as variáveis como preço, custo e taxa de declínio foram modeladas por meio de distribuições de probabilidades, e foram realizadas 20.000 simulações usando-se o método de Monte Carlo.

Os resultados mostram que a empresa deve assumir 100% do investimento somente no Proj. 7. Por outro lado, o nível de risco do Proj. 9 é muito alto para a empresa, portanto ela não deve ter participação neste projeto.

Para os demais projetos, a empresa deve buscar parcerias. Por exemplo, no Proj 2 ela deve participar com 30,21%, restando aos parceiros contribuírem com os demais 69,79%.

Ao fazer parcerias para financiar o investimento exigido para o início da produção das reservas, a empresa assume níveis de participação que, não raro, são inferiores a 100%. Se ela assumir 100% do investimento em todos os projetos, o VPL total esperado será US\$ 4,09 bilhões e o montante exposto ao risco será US\$ 10,83 bilhões. Por outro lado, ao fazer parcerias, o VPL esperado é US\$ 2,51 bilhões, mas o investimento será de US\$ 4,14 bilhões. Assim, ao fazer parcerias, o VPL se reduz em US\$ 1,58 bilhão, mas o montante exposto ao risco se reduz em US\$ 6,69 bilhões. Logo, pode-se interpretar esta perda de VPL como um seguro de proteção contra possíveis perdas financeiras. Os recursos excedentes podem ser aplicados em outros negócios da empresa.

Esta abordagem de tomada de decisões é radicalmente diferente da abordagem tradicional de análise de investimentos sob incerteza, segundo a qual as incertezas do futuro são quantificadas por meio de um prêmio de risco na taxa de desconto. Ao integrar os resultados da Tabela 6.6 com os da Tabela 6.8, obtém-se os resultados globais do modelo.

6.4) Discussão dos resultados globais

Os resultados gerados pelas três abordagens discutidas anteriormente podem ser sintetizados na Tabela 6.9.

Tabela 6.9: Resultados globais do modelo proposto para valoração e tomada de decisões.

Projetos	I (10 ⁶ US\$)	V (10 ⁶ US\$)	V* (10 ⁶ US\$)	VPL/I	NPF (%)	Decisão Estratégica	VPL Efetivo (10 ⁶ US\$)	I Efetivo (10 ⁶ US\$)
Proj. 1	1.499,31	2,963,27	2.730,34	0,98	89,37	INVESTIR	1.308,33	1.339,94
Proj. 2	665,16	799,10	1.538,57	0,20	30,21	ESPERAR	X	X
Proj. 3	1.888,04	2.185,31	3.936,15	0,16	13,65	ESPERAR	X	X
Proj. 4	372,77	483,88	962,43	0,30	31,72	ESPERAR	X	X
Proj. 5	948,00	1.197,83	2.116,86	0,26	52,29	ESPERAR	X	X
Proj. 6	981,79	1.159,94	2.253,45	0,18	15,55	ESPERAR	X	X
Proj. 7	967,24	1.761,96	1.412,55	0,82	100,00	INVESTIR	794,71	967,24
Proj. 8	1.349,65	1.660,27	2.545,17	0,23	45,52	ESPERAR	X	X
Proj. 9	663,23	517,95	1.759,54	-0,22	0,00	ESPERAR	X	X
Proj. 10	1.495,51	2.192,97	3.269,47	0,47	59,90	ESPERAR	X	X

Vale lembrar a notação usada:

- I: É o investimento total requerido pelo projeto.
- V: É o valor corrente do projeto.
- V*: É o valor crítico ou valor mínimo do projeto para que o investimento ocorra imediatamente.
- NPF: É o nível ótimo de participação financeira no projeto.

VPL efetivo: É a fração do VPL global do projeto que a empresa recebe em função de seu nível de participação.

I efetivo: Refere-se à fração do investimento que a empresa efetivamente incorre em função de seu nível de participação.

Pelos resultados da teoria de exercício da opção de investir, vê-se que a empresa deve investir imediatamente em dois projetos: Proj. 1 e Proj. 7. Este resultado difere da abordagem tradicional, pois, exceto o Proj. 9, todos os demais possuem VPL positivo e deveriam receber investimento imediato.

A partir dos resultados da teoria de exercício da opção real de investir, pode-se entender que a opção deve ser exercida quando a taxa de retorno for máxima (opção dentro do dinheiro), pois, caso contrário, a empresa decide não concretizar o investimento. Desta forma, mesmo que a opção de investir imediatamente seja lucrativa, ou que o VPL seja positivo, a melhor estratégia pode ser esperar que o valor do projeto (V) alcance o valor ótimo, representado por V^* .

Em função da irreversibilidade e das incertezas sobre a evolução do valor do projeto, investir imediatamente pode significar incorrer em um custo de oportunidade, caso V seja menor que V^* , pois o futuro pode ser mais valioso. Por outro lado, caso o investimento seja reversível, esta análise deixa de existir, pois, em caso de fracasso financeiro do projeto, a empresa pode recuperar o investimento (desinvestir) e alocar os recursos em outros projetos.

No modelo das opções reais, os resultados obtidos a partir das Tabelas 6.6 e 6.9 permitem observar que o impacto dos elementos irreversibilidade e incerteza, ambos de ordem geológica, técnica e econômica, faz com que a empresa só exerça o direito de investir quando o VPL for suficientemente superior ao custo do investimento, o que confirma as afirmações de DIXIT e PINDYCK (1994, p.176).

As diferenças entre as abordagens se realçam na análise do Proj. 9. Pela abordagem tradicional, este projeto não possui valor, pois seu VPL é negativo e a decisão entre investir ou não deve ser implementada imediatamente. Por outro lado, pela abordagem das opções reais, a

opção de investir neste projeto possui valor, pois há incerteza sobre o futuro e, principalmente, um intervalo de tempo de 2 anos para decidir. Durante este tempo, o valor do projeto pode oscilar e, conseqüentemente, a opção de investir poderá estar dentro do dinheiro. Portanto, a abordagem tradicional tende a sub-avaliar os ativos em situações de incerteza e irreversibilidade.

Ao analisar o indicador VPL/I, vê-se que os Proj. 1 e Proj. 7 possuem os maiores valores deste indicador. Uma dúvida comum é pensar que a abordagem tradicional pode gerar os mesmos resultados que a abordagem das opções reais, bastando, para isso, que o analista selecione os projetos que apresentem maior VPL/I. Essa conclusão não é totalmente correta.

Ocorre que, no modelo proposto para exercício da opção de investir, há um critério de corte, ou seja, V^* . Para investir já, não basta selecionar os projetos que possuam maior V , mas sim aqueles que apresentem valor superior a V^* . Do mesmo modo, ao analisar o indicador VPL/I, não basta selecionar os projetos de maiores VPL/I. Pode ocorrer um caso em que um projeto de grande VPL/I, mas elevada incerteza, deva ser preterido a outro VPL/I mais baixo, mas de menor nível de incerteza (volatilidade).

Ainda assim, para usar o VPL/I, basta um ajuste, de modo a incorporar, neste indicador, as incertezas, as irreversibilidades e o valor da flexibilidade de poder investir agora ou no futuro. Assim, tem-se: $VPL = V - I$. Como a empresa só exerce a opção de investir se $V = V^*$, pode-se pensar em um novo $VPL^* = V^* - I$. Assim, VPL/I se transforma em VPL^*/I . Este novo indicador poderá ser usado em análises de seleção e hierarquização dos projetos, e fornecerá os mesmos resultados.

Os resultados da teoria da preferência mostram que a empresa deve incorrer em 100% do financiamento do Proj. 7, enquanto que a participação no Proj. 9 é zero. Quando a opção se encontra dentro do dinheiro, o valor de V é suficientemente superior a I . Assim, é intuitivo pensar que o risco é menor e que a empresa assume maiores participações. Por exemplo, o Proj. 2 e o Proj. 3 possuem praticamente o mesmo nível de risco, mas a empresa assume diferentes NPF. A razão é que os investimentos são diferentes, isto é, o do Proj. 2 é quase igual a 1/3 do investimento do Proj. 3.

Outro ponto que deve ser ressaltado é que risco e volatilidade ocasionam diferentes impactos nas decisões de investir e na escolha do nível de participação financeira. O NPF é muito sensível ao nível de risco do projeto ($\text{Prob. VPL} < 0$), enquanto que V^* é sensível à volatilidade. O aumento do risco reduz o NPF, enquanto que o aumento da volatilidade aumenta V^* .

Para mostrar tal diferença, considere-se os resultados dos Proj. 2 e Proj. 4. Embora estes projetos tenham praticamente o mesmo nível de risco, eles possuem diferentes volatilidades. Isto ocorre porque o risco mede a probabilidade de $\text{VPL} < 0$, enquanto que a volatilidade mede a dispersão dos resultados em torno da média. Desta forma, tanto é possível ter projetos com alta volatilidade e baixo risco, quanto outros projetos com alto risco, mas baixa volatilidade. O Proj. 9 e o Proj. 4 possuem volatilidade próximas, mas diferentes níveis de risco, sendo que o Proj. 9 possui VPL negativo e, portanto, maior nível de risco.

No entanto, a tendência é projetos de alto risco possuírem alta volatilidade, pois ambas estas grandezas dependem fundamentalmente da estrutura de custos do projeto. Geralmente, projetos de alto custo possuem mais alta volatilidade e também maior risco, enquanto que os projetos de baixo custo e longa vida operacional tendem a ter mais baixos valores de volatilidade e de risco.

Deve ser repetido que o exercício de uma opção de investir em um projeto que se encontra dentro do dinheiro ainda gera algum risco de perdas para a empresa, diferente do caso de exercício de opções financeiras. Ocorre que, diferentemente de opções financeiras cujo valor corrente do ativo subjacente é conhecido com certeza, o valor de um projeto não é observado no mercado, mas sim o resultado de uma estimativa do seu fluxo de caixa, o qual pode durar vários anos (tipicamente de 10 a 20 anos). Assim, sempre há risco, pois, em função das incertezas do futuro, alguns cenários desfavoráveis podem surgir.

Similarmente, assumir o NPF de 100% não significa que o risco tenha sido eliminado, mas que este nível de participação é adequado ao risco que a corporação se sujeita, em virtude de sua função de utilidade, tolerância ao risco e característica de risco do projeto.

No modelo tradicional sem restrições de orçamento, a empresa investiria imediatamente cerca US\$ 10,83 bilhões e receberia um VPL de US\$ 4,09 bilhões. No modelo tradicional com

restrições de orçamento, a empresa investiria, no primeiro ano, cerca de US\$ 3,51 bilhões e ganharia um VPL de US\$ 1,90 bilhão.

Por outro lado, neste modelo proposto, a empresa desembolsaria cerca de US\$ 2,30 bilhões para desenvolver imediatamente 2 projetos, e ganharia um VPL de 2,10 bilhões. Os demais projetos podem, possivelmente, serem desenvolvidos no futuro. Ademais, como a empresa faz parcerias para desenvolvê-los, ela pode participar de um número maior de oportunidades, o que pode reduzir o seu risco global e aumentar as possibilidades de criar valor para o acionista.

Os resultados discutidos derivam de uma análise particular para os parâmetros adotados. Ao passar o tempo, estes parâmetros de entrada devem ser atualizados, de modo que novos resultados são obtidos e devem ser analisados.

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

7.1) Conclusões

Num País como o Brasil, onde o mercado de E&P de petróleo tende a se tornar cada vez mais competitivo, cada vez mais são necessários investimentos capazes de manter o ciclo de descoberta e produção de recursos minerais. Para a análise de tais investimentos e gestão de portfolio de reservas de petróleo, os analistas devem usar ferramentas científicas modernas, como a teoria das opções reais e teoria da preferência, que representam um avanço em relação aos indicadores tradicionais do FCD.

A teoria das opções reais é uma ferramenta que combina estratégias gerenciais, finanças e otimização sob incerteza de uma maneira mais sofisticada ao usar a teoria das probabilidades, estatísticas e cálculo estocástico.

A teoria da preferência fornece uma alternativa para a diversificação do risco dos projetos mais eficiente que a abordagem tradicional de análise de risco e variância, por considerar a função de utilidade do tomador de decisão e as restrições orçamentárias da empresa.

O modelo tradicional de valoração e tomada de decisões é baseado nos indicadores tradicionais do FCD, tais como o VPL e TIR. Para computar o efeito de incertezas e risco, geralmente faz-se um ajuste na taxa de desconto pela soma de um prêmio de risco. Em caso de portfolio de projetos, a abordagem tradicional consiste simplesmente em estimar a taxa de retorno e risco de cada projeto, sem considerar a não-

linearidade da função utilidade do tomador de decisões nem as opções reais embutidas no projeto.

O modelo de valoração e seleção de projetos de produção de reservas de petróleo proposto nesta pesquisa representa um avanço em relação ao modelo clássico de valoração de projetos e tomada de decisões, por considerar as seguintes importantes características dos investimentos modernos e das corporações que atuam em mercados competitivos, que são:

- a) A irreversibilidade dos investimentos alocados nos projetos de produção de petróleo. Muitos dos investimentos alocados no desenvolvimento de campos de petróleo são, pelo menos em parte, irreversíveis. Isto significa que se a empresa, por qualquer motivo, decidir que deve abandonar o projeto, uma parte deste investimento não poderá ser recuperado. Por exemplo, os investimentos em estudos de viabilidade econômica, desenvolvimento de tecnologias e equipamentos específicos, etc., não são totalmente recuperados em caso de cenário econômico desfavorável. A irreversibilidade do investimento ocasiona mudanças no modelo decisório, de modo que indicadores tradicionais de valor do FCD não são suficientes. O uso do VPL, em análise de investimento sob incertezas, irreversibilidades e flexibilidade, sub-avalia os projetos.

- b) A incerteza sobre a evolução dos elementos componentes de valor dos projetos, tais como preço do óleo, custo operacional e taxa de declínio deve ser considerada nos modelos de avaliação e tomada de decisão. A dinâmica da evolução do valor do projeto pode ser modelada por meio de MGB (Movimento Geométrico Browniano), que é muito usado para previsões de preços de ativos, taxas de câmbio, commodities, etc. Esta premissa é razoável, uma vez que as opções reais de investimento duram geralmente menos de 10 anos.

- c) A flexibilidade de esperar por algum período, sobretudo se, no momento em que a decisão é analisada, o cenário econômico-financeiro for desfavorável, é muito importante. A flexibilidade em manter viva a oportunidade de investir, associada às incertezas sobre o futuro e à irreversibilidade do investimento, pode criar valor para o acionista por permite exercer a opção de investir no momento em que os cenários sejam mais favoráveis.

- d) A aversão ao risco da perda de parte dos investimentos, sobretudo naqueles casos em que eles são altamente irreversíveis. Para incorporar tal característica, as respostas não devem se resumir a uma análise simples de retorno e variância, mas sim considerar a função de utilidade da corporação e os limites orçamentários.

- e) A teoria de exercício da opção de investir assume que os tomadores de decisão buscam criar valor para os acionistas. Se, por outro lado, existirem conflitos de objetivos distintos entre administradores e corporação, a abordagem proposta pode gerar resultados adversos.

O cenário do segmento de E&P de petróleo no Brasil, após a quebra do monopólio da PETROBRAS, requer pesquisas para superar os desafios de se obter novas ferramentas de análise econômica sob incerteza, mas também oferece boas oportunidades de negócios. Algumas das características deste novo cenário: a) os tempos de expiração dos direitos de produção são finitos, diferentemente do passado; b) o preço do óleo segue cotação internacional, não sendo mais controlado pelas autoridades governamentais; c) o mercado é competitivo, de modo que os preços flutuam de acordo com a interação das forças de demanda e oferta; d) o orçamento das empresas é limitado; f) as empresas são avessas ao risco.

O modelo proposto para valoração e tomada de decisão incorpora tais características por usar a analogia entre opções de investir e opções financeiras de compra do tipo americanas. O tratamento de risco considera a função de utilidade da corporação, a tolerância ao risco e o orçamento para investimento em desenvolvimento. Assim, este modelo pode contribuir para uma tomada de decisões segundo premissas mais condizentes com as práticas corporativas atuais.

As aplicações numéricas referem-se a um portfólio composto por 10 projetos de produção de petróleo. Dentre estes, 9 projetos possuem VPL (Valor Presente Líquido) positivo e apenas 1 projeto possui VPL negativo. Pela abordagem tradicional, estes 9 projetos devem ser aceitos, uma vez que os valores correntes destes projetos superam os seus custos.

Por outro lado, como o orçamento é limitado, pela abordagem tradicional a escolha seria sobre os projetos de maior VPL até o limite de capital. No entanto, os resultados da teoria da preferência mostraram que nem sempre a empresa deve incorrer em 100% do custo do financiamento dos projetos, mas sim fazer parcerias como forma de diversificação do potencial de riscos. Mesmo nos projetos em que a opção de investir encontra-se dentro do dinheiro, não significa que a empresa deve incorrer em todo o custo do projeto, pois, em função de sua longa vida, sempre há possibilidade de cenários desfavoráveis e, conseqüentemente, de perdas.

Os resultados do modelo proposto neste trabalho se tornam mais visíveis quando aplicado a projetos que possuem, principalmente, diferentes níveis de risco, volatilidade e dividendos. Assim, pode ocorrer casos em projetos de baixo risco, mas voláteis são preteridos a outros projetos de maior risco mas menos voláteis, e vice-versa. Por outro lado, no caso em que projetos possuem baixos níveis de risco, baixa volatilidade e altas taxas de dividendos, os resultados do modelo proposto se aproximam dos resultados da abordagem tradicional.

O modelo proposto permite realizar a estimativa do valor dos projetos e regra decisória baseado na teoria das opções reais, cujos resultados são complementados pela teoria da preferência. Como foi mostrado nos Capítulos 5 e 6, este modelo tem uma

grande vantagem sobre a abordagem tradicional, pois usam diferentes grandezas para valoração e tomada de decisão, não se prendendo ao VPL como na abordagem tradicional.

7.2) Recomendações

Ao longo deste trabalho, ficou claro que muitas extensões podem ser realizadas no sentido de torná-lo mais sofisticado e fornecer respostas mais realistas. Algumas sugestões para trabalhos posteriores são:

- ✓ O preço do petróleo foi modelado por meio de um MGB. Como a reserva é função do preço, esta também segue um MGB, mas diferentes expressões para a taxa de crescimento e volatilidade (ver cap. 5). Uma possível extensão seria usar um modelo misto composto por MGB e processo de Poisson.

- ✓ Detalhar mais as abordagens de estimativa dos parâmetros de entrada do modelo, sobretudo as estimativas de volatilidade e taxa de dividendos. A volatilidade da taxa de retorno do projeto é uma grandeza desconhecida, uma vez que ela somente ocorre no futuro. Na estimativa da taxa de dividendos de projetos, a qual incorpora as características geológicas, econômicas e financeiras do projeto, há diversas abordagens, mas podem fornecer resultados divergentes.

- ✓ Estudar abordagens de estimativa dos parâmetros de entrada da teoria da preferência, sobretudo a dinâmica da tolerância ao risco da corporação. Geralmente, assume-se que a tolerância ao risco é expressa por meio de uma

fração do valor de mercado das ações, capital exploratório, etc. Por exemplo, é comum assumir que a tolerância ao risco na fase de exploração seja de 25% do capital exploratório. No entanto, não se conhece o seu valor nas demais etapas da cadeia de E&P de petróleo. Ademais, não se sabe a sua evolução ao longo do tempo (se é que existe), nem quais os fatores determinantes desta dinâmica.

- ✓ No modelo de análise da opção de investir adotado nesta tese, a volatilidade do projeto depende das características do projeto como custo operacional, preço do óleo, vida da reserva, etc., e da volatilidade do preço do petróleo. No entanto, para uma análise mais realista, o modelo pode ser estendido de modo a considerar variável a volatilidade do preço ao longo do tempo.
- ✓ O modelo apresentado desconsidera o impacto da regra ótima de exercer a opção de investir o projeto na redução do risco. No entanto, é intuitivo pensar que haja alguma relação, que poderá ocasionar um aumento no nível de participação financeira dos projetos.
- ✓ A função de utilidade exponencial foi usada neste trabalho, uma vez que ela aparece na literatura de análise econômica em petróleo, como em NEWENDORP (1975), WALLS (1996) e LERCHE e MaCKAY (1999). No entanto, ela possui problemas, sobretudo quando há possibilidade de grande perda ou ganho. Assim, outras funções de utilidade como a função hiperbólica, quadrática, etc., devem ser investigadas.
- ✓ O software INVESTPETRO pode ser ampliado de modo a incorporar novos processos estocásticos para modelagem de preços, mais funções de utilidade, bem como fornecer resultados comparativos dos diferentes modelos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AITCHINSON, J.; BROWN, J. A. C. **The lognormal distribution with special reference to its uses in economics**. Cambridge: Cambridge University Press, 1966. 176 pp.
- AKERLOF, G. A. *The market for lemons: Qualitative uncertainty and the market mechanism*. **Quartely Journal of Economics**, v. 84. November, pp. 488-500, 1970.
- ANP. In: Dados estatísticos. 2004. Disponível em http://www.anp.gov.br/petro/dados_estatisticos.asp. Acessado em 20/01/2004.
- ARMSTRONG, M.; GALLI, A. *Comparing Three Methods for Evaluating Oil Projects: Option Pricing, Decision Tree and Monte Carlo Simulation*. SPE 52942. In: **HYDROCARBON ECONOMICS AND EVALUATION SYMPOSIUM**, 1999. Proceedings...Dallas, TX.,1999. 9 pp.
- BAILEY, W. *Valuing agricultural firms: an estimation of the contingent claims approach to pricing real assets*. **Journal of Economic Dynamics and Control**. v. 5, pp. 771 – 791, 1991.
- BENGTSSON, J. *Manufacturing flexibility and real options: a review*. **International Journal of Production and Economics**. v. 74, pp. 213 – 224, 2001.
- BESSEMBINDER, H.; COUGHERNOR, J. F.; SEGUIN, P. e SMOLLER, M. M. *Mean reversion in equilibrium asset prices: evidence from the futures term structure*. **Journal of Finance**, v. 50, nº1, pp. 361-375. 1995.

- BJERKSUND, P.; STENSLAND, G. *Closed-form approximation of American options*. **Scandinavian Journal of Management**. v. 9., pp. 87 – 99,1993.
- BLACK, F.; SCHOLES. M. *The pricing of options and corporate liabilities*. **Journal of Political Economy**, v. 81, pp. 637-659, 1973.
- BLOOMBERG. Dados disponíveis em www.bloomberg.com. Acessado em 01/08/2003.
- BOHL, D. R. **Changing productivity in U.S. petroleum exploration and production**. **Resources for the Future**. 98-38. 1998. 90 pp. (Discussion paper).
- BP. Anuário estatístico disponível em www.bp.com . Acessado em 20/01/2004.
- BREALEY, R. A.; MYERS, S. C. **Principles of corporate finance**. 4.ed. New York: McGraw-Hill, 1992.
- BRENNAN, M.J.; E.S. SCHWARTZ. *Evaluating Natural Resource Investment*. **Journal of Business**, vol.58, nº 2, pp.135-157, 1985.
- BURNS, J.; LEWIS, I.; SICK, G. *Valuing petroleum investments using discrete option pricing theory*. SPE 24475. In: Society of Petroleum Engineers, 1992.
- CAMPBELL, J. M.; CAMPBELL, J. M.; CAMPBELL, J. A. **Analysing and Managing Risky Investments**. Oklahoma: John Campbell, 2001. 488 pp.
- CAMPBELL, J. Y; LO, A. W; MACKINLAY, A.C. **The econometrics of financial markets**. New Jersey: Princeton University Press. 1997, 611 pp.

- COPELAND, T.; ANTIKAROV, V. **Opções reais – um novo paradigma para reinventar a avaliação de investimentos**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2001. 368 pp.
- COX, D. R.; MILLER, H. D. **The Theory of Stochastic Processes**. Oxford: Oxford University Press, 1965. 408 pp.
- COX, J.; RUBINSTEIN, M. **Options markets**. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1985. 498 pp.
- COX, J.C.; ROSS, S. A.; RUBINSTEIN, M. *Option pricing – a simplified approach*. **Journal of Financial Economics**, vol. 7, pp. 229-264, 1979.
- COZZOLINO, J.M. *A simplified utility framework for the analysis of financial risk*. SPE. In: **SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS**. Dallas, TX, 1977.
- COZZOLINO, J.M. *Controlling Risk in Capital Budgeting: A Practical Use of Utility Theory for Measurement and Control Petroleum Exploration Risk*. In: **THE ENGINEERING ECONOMIST. USA: AMERICAN SOCIETY FOR ENGINEERING EDUCATION & AMERICAN INSTITUTE OF INDUSTRIAL ENGINEERS**. v.25, no 3, Spring/1980. 26 pp.
- DAVIS, G. A. *Option premiums in mineral asset pricing: are they important?* **Land Economics**. v.72, n 2, pp. 167-186, 1996.
- _____. *Estimating volatility and convenience yield when valuing real options to invest or to abandon*. **Quartely Review of Finance**, v. 38, p. 715-754, 1998.
- DIAS, M. A. G. **Investimento sob incerteza em exploração e produção de petróleo**. Departamento de Engenharia Industrial, PUC – Rio. Dissertação de Mestrado, 1995.

- _____. **Real options models in petroleum upstream: overview of models and applications.** Working paper. PUC-Rio. www.puc-rio.br/marco.ind, 2001.
- DIXIT, A. K. *The role of investment in entry deterrence.* **Economic Journal**. v. 90. pp. 94-106, 1980.
- _____. PINDYCK, R. S. **Investment under uncertainty.** New Jersey: New Jersey University Press, 1994. 476 pp.
- DUFFIE, J. D. **Dinamic Asset Pricing.** Princeton University Press, Forth edition. 472 pp., 1992.
- EIA (2003). Disponível em www.eia.doe.gov . Acessado diversas vezes em 2003.
- EKERN, S. *An option approach to evaluating petroleum projects.* **Energy Economics**. April, pp. 91-99, 1998.
- EXXONMOBIL (2004). Disponível em www.exxonmobil.com. Acessado em 20/01/2004.
- FAMA, E. *Efficient capital markets.* **The Journal of Finance**, v. 5, n^o 5, pp. 1575-1618, 1991.
- _____. *Efficient capital markets: a review of theory and empirical work.* **Journal of Finance**, v. 25, n^o 02, pp. 383-417, 1970.
- FELLER, W. **An introduction to probability theory and its applications.** New York: John Willey & Sons, Third edition., 1968. 528 pp.
- FISHER, I. **The rate of interest: its nature, determination and relation to economic phenomena.** New York: Macmillan, 1907. 443p.

FORBES (2004). www.forbes.com . Página eletrônica da revista Forbes.

FORTUNA, E. **Mercado financeiro: produtos e serviços**. 14 edição. Qualitymark, 2001.
581 pp.

FURTADO, R.; SUSLICK, S.B. *Bidding as a Proxy Estimation of Real Block Value in the New Offshore Frontiers: The Brazilian Case*. AAPG. In: **INTERNATIONAL CONFERENCE AND EXHIBITION**, Barcelona. Proceedings... Barcelona, 2003.

_____ ; SUSLICK, S.B. *Quantifying the Value of Technological, Environmental, and Financial Gain in Decision Models for Offshore Oil Exploration*. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, nº 32, pp. 115-125, 2001.

GENTRY, D.W.; O' NEIL. T. J. **Mine Investment Analysis**. New York: American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers (AIME), 1984. 505 pp.

GIBSON, R.; SCHWARTZ, E. S. *Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims*. **The Journal of Finance**, July, pp. 959-976, 1990.

GILBERT, R. J. *Search strategies and private incentives for resources exploration*. In **advances in the economics of energy resources**. JAI Press, Greenwich, CT, 1979.

GRAHAM, J.; HARVEY, C. R. *The theory and practice of corporate finance: evidence from the field*. **Journal of Financial Economics**. v. 60, pp. 187 – 243, 2001.

GRUY, H. J.; GARB, F. A.; WOOD, J. W. *Determining the value of oil and gas in the ground*. In: **WORLD OIL CXCIV**, pp. 108 – 108, 1982.

- HAUG, E. G. **The complete guide to options pricing formulas**. New York: Mc Graw-Hill. 1998, 232 pp.
- HAYES, R. H.; ABERNATHY, W. J. *Managing our way to economic decline*. **Harvard Business Review**. v. 58, n.º 4, pp. 60-77, 1980.
- _____ ; GARVIN, D. *Managing as if tomorrow mattered*. **Harvard Business Review**, v. 60, n.º 4, pp. 60-77, 1982.
- HERTZ, D.B. *Risk Analysis in capital investments*. **Harvard Business Review**. Jan./Fev. pp. 94-106, 1964.
- HOTELLING, H. *The economics of exhaustible resources*. **Journal of Political Economy**, v. 39, pp. 137 – 175, 1931.
- HOWARD, R. A. *Decision analysis: practice and promise*. **Management Science**, v. 34, n.º 6.679, 1988.
- HULL, J. **Introdução ao mercado de futuro e opções**. Segunda edição. Cultura Editores, 1995. 572 pp.
- _____. **Options, futures and other derivative securities**. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 2000. 698 pp.
- _____ ; WHITE, A. *An overview of the pricing of contingent claims*. **Canadian Journal of Administrative Science**, v. 5, Sept. 1988, pp. 55-61.
- _____. *The pricing of options on assets with stochastic volatility*. **The Journal of Finance**, vol. 42, n.º 02, pp. 281-300, 1987.

- JOHNSTON, D. **International Exploration Economics, Risk and Contract Analysis**. Tulsa: PENN WELL, 2003. 401 pp.
- KAMIEN, M. I.; SCHWARTZ, N. L. **Dynamic Optimization**. New York: North-Holland, Second Edition, 1991. 396 pp.
- KARLIN, S.; TAYLOR, H. M. **A first course in stochastic processes**. New York: Academic Press, second edition, 1975. 557 pp.
- KEMNA, A. G. *Case studies in real options*. **Financial Management**. Autumn. pp. 259 - 270, 1993.
- KESTER, W. C. *Today's options for tomorrow's growth*. **Harvard Business Review**. 62, 2. pp. 153-160, 1984.
- _____. *Turning growth options into real assets*. In: **CAPITAL BUDGETING UNDER UNCERTAINTY**. Ed. R. Aggarwall, Prentice-Hall, 1993.
- KEYFACTS (2003). Disponível em www.keyfacts.co.uk. Acessado diversas vezes em 2003.
- LERCHE, I.; MacKAY, J. A. **Economic risk in hydrocarbon exploration**. San Diego: Academic Press, 1999. 404 pp.
- LIMA, G. A.; SUSLICK, S. B. *Investment timing and environmental assessment impact on decision-making process in the Brazilian petroleum industry*. In: **CANADIAN INTERNATIONAL PETROLEUM CONFERENCE**. Proceedings... Calgary, Alberta, Canada, 2001. 10 pp.

_____. *Quantificação do momento de investir em ativos minerais pela teoria das opções reais*. **Revista de Escola de Minas**, v. 54, nº 2, pp.149-154, 2001.

_____. *The effects of environmental studies requirements on the investment decision process according to NPV and Real Options approach– a case study in the recent Brazilian petroleum industry*. SPE 74023. In: **SIXTH SPE INTERNATIONAL CONFERENCE ON HEALTH, SAFETY & ENVIRONMENT IN OIL AND GAS EXPLORATION AND PRODUCTION**. Proceedings... Kuala Lumpur, Malaysia, 2002, 13 pp.

_____. *Investment timing and environmental assessment impact on decision-making process in the Brazilian petroleum industry*. Paper 2001-66. In: **PETROLEUM SOCIETY'S CANADIAN INTERNATIONAL PETROLEUM CONFERENCE**, 2001. Proceedings.... Calgary, Alberta, 2001. 10 pp.

_____. *A real options model for portfolio selection of oil and gas assets*. SPE. In: **ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION**. San Antonio, TX. Proceedings...San Antônio, TX. 2002.

LOHRENS, J.; DICKENS, R. N. *Option pricing for evaluation of oil and gas assets: the upsides and downsides*. SPE 25837. In: **HYDROCARBON ECONOMICS AND EVALUATION SYMPOSIUM**. Dallas, TX. Proceedings... Dallas, TX, 1993.

LUENBERGER, D. G. **Investment Science**. Oxford: Oxford Press, 1998. 494 pp.

MAGEE, J. *How to use decision three in capital investments*. **Harvard Business Review**, Sept. – Oct., pp. 79-96, 1964.

MAJD, S.; PINDYCK, R. S. *Time to build, option value and irreversible decisions*. **Journal of Financial Economics**, v.18, p.7-27, 1987.

- MANN, D.; GERRAY, G.; MacMILLAN. *Options theory and Strategic Investment Decision*. **Journal of Canadian Petroleum Technolgy**, v. 31, May. pp. 52 – 55, 1992.
- MANNARINO, R. **Introdução à engenharia econômica**. Rio de Janeiro: Editora Campos, 1990.
- MASON, S. P.; MERTON, R. C. *The role of contingent analysis in corporate finance*. In: **RECENT ADVANCES IN CORPORATE FINANCE**. Ed. Altman and M. Subrahmanyam. Irwin., 1985.
- McDONALD, R.; SIEGEL, D. *Option pricing when the underlying asset earns a below-equilibrium rate of return: a note*. **The Journal of Finance**, March, pp. 261 – 265, 1984.
- MERTON, R. C. *Continuous time finance*. **Blackwell Publishers Inc.**, 732 pp, 1990.
- _____. *Theory of rational option pricing*. **Bell Journal of Economics and Management Science**, vol. 4, nº 1, pp. 141-183, 1973.
- METCALF, G. E.; HASSET, K. A. *Investment under alternative return assumptions comparing random walks and mean reversion*. **Journal of Economic Dynamics and Control**. v. 19, pp. 1471 – 1488, 1995.
- MIAN, M. A. **Project Economics and Decision Analysis**. Tulsa: Pennwell Corporation. v. 1 e 2, 2002, 397 pp.
- MILLER, M. H.; UPTON, C. W. *A test of the hotelling valuation principle*. **Journal of Political Economy**, v. 95, 11. pp. 1-25, 1985.

- MODIGLIANI, F.; MILLER, F. *The cost of capital, corporation finance and the theory of investment*. **American Economic Review**, June. pp. 261-297, 1958.
- MOEL, A.; TUFANO, P. **When real options are exercised? An empirical study of mining closings**. Boston: Harvard Business School. Harvard University.(Working paper), 1999. 57 pp.
- MOORE, D. J. **A real options approach to valuing mineral resource deposits when net prices and recoverable reserves are stochastic: the case of North American open-pit gold mines**. Colorado School of Mines, Golden, Colorado. Tese de doutorado. 1998. 182 pp.
- MUN, J. **Real options analysis**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2002. 386 pp.
- MYERS, S. C. *Using simulation for risk analysis*. In: **MODERN DEVELOPMENTS IN FINANCIAL MANAGEMENT**. Ed. S. C. MYERS, PRAEGER, 1976.
- _____. *Finance theory and financial strategy*. **Midland corporate finance journal**. V. 5. nº 1. p. 6-13. 1977.
- NEFTCI, S. N. **In introduction to the mathematics of financial derivatives**. 2 ed. San Diego: Academic Press, 2000. 527 pp.
- NEPOMUCENO, F.; SUSLICK, S. B. *Alocação de Recursos Financeiros em Projetos de Risco na Exploração de Petróleo*. **Revista de Administração de Empresas: RAE-FGV**, nº 1, 40:63-76, 2000.
- _____. **Tomada de decisão em projetos de risco na exploração de petróleo**. Tese de Doutorado. Campinas: UNICAMP/IG/DARM, 243 pp., 1997.

NEWENDORP, P. **Decision analysis for petroleum exploration.** Tulsa: Pennwell Publishing Company, 668 pp., 1975.

PADDOCK, J. L., SIEGEL, D. R., SMITH, J. L. Option valuation of claims on real assets: the case of offshore petroleum leases. **The Quarterly Journal of Economics.** v. 103, n 3, p. 479-508, 1988.

PICKLES, E., SMITH, J. L. *Petroleum property valuation: a binomial lattice implementation of option pricing theory.* **Energy Journal**, v. 14, n° 2, pp.1-26, 1993.

PINDYCK, R. S. **Irreversibilities and the timing of environmental policy.** MIT. Working paper SES 90-22823, 1999, 32 pp.

_____. **The long run evolution of energy prices.** Massachusetts Institute of Technology (MIT). Working paper, Q 30, Q 40. 2001. 35 pp.

PINTO, I.A., SUSLICK, S.B., FURTADO, R. *An appraisal of corporate risk tolerance in the oil exploration and production.* AAPG. In: **INTERNATIONAL CONFERENCE AND EXHIBITION**, Barcelona. Proceedings... Barcelona, 2003.

PRATT, J. *Risk aversion in the small and in the large.* **Econometrica**, v. 32, pp. 122-136, 1964.

QUIGG, L. *Empirical testing of real option-pricing models.* **The Journal of Finance.** v.1. XLVIII, n° 2, June, pp. 621- 640, 1993.

ROSE, P. **Risk analysis and management of petroleum exploration ventures.** American Association of Petroleum Geologists (AAPG), 2001. 184 pp.

- ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W.; JAFFE, F. J. **Administração Financeira**. São Paulo: Atlas, 1995.
- SACHS, J; LARRAIN, F. **Macroeconomia**. São Paulo: Makron Books, 1995.
- SAITO, R.; SCHIOZER, D. J.; CASTRO, G. N. *Simulações de técnicas de engenharia de reservatórios: exemplo de utilização de opções reais*. **Revista de Administração de Empresas**, vol. 40, n.º 2, abr./jun., pp. 64-73, 2000.
- SHARPE, W. F. **Portfolio theory and capital markets**. New York: McGraw-Hill, 1970. 316 pp.
- SMITH, J. E.; MACCARDLE, K. *Options in the real world: lessons learned in evaluating oil and gas investments*. **Operations Research**, v. 7, n 1, Jan.-Feb., pp. 1-15, 1999.
- SOUZA, C. A. P. *Avaliação e gerência de jazidas de petróleo: uma confrontação dos resultados pela metodologia tradicional e pela teoria das opções*. **B. Tecn. da PETROBRAS**. Rio de Janeiro: Ed. 34 (1), pp. 3 – 8, 1991.
- SPENCE, M. *Investment strategy and growth in a new market*. **Bell Journal of Economics** 10. Springs. pp. 1-19, 1979.
- SPÍNOLA, N. **O futuro do futuro: pequeno relatório de viagem ao mercado brasileiro de capitais e de trabalho no século XXI**. São Paulo: Futura, 1997. 313 pp.
- STEVENSON, W. **Estatística aplicada à administração**. São Paulo: Harba, 1981. 495 pp.
- SUMMERS, L. H. *Investment incentives and discounting of depreciation allowances*. Ed. **Martin Feldstein**, Chicago. University of Chicago, 1987.

- SUNNEVAG, K. *An option pricing approach to exploration licensing strategy*. **Resources Policy**. v. 24, pp. 25-38.1998.
- SUSLICK, S.B; FURTADO, R.; NEPOMUCENO, F. *Integrating technological and financial uncertainty for offshore oil exploration: an application of multiobjective decision analysis*. **SPE**. In: **HYDROCARBON ECONOMICS AND EVALUATION SYMPOSIUM**. Dallas, TX. Proceedings... Dallas, TX. SPE 68579. 2001.
- TAPIERO, C.S. **Applied stochastic models and control in management**. New York: Elsevier Science Publisher, 326 pp., 1988.
- TOBIN, J. *A general equilibrium approach to monetary theory*. **Journal of Money, Credit and Banking**. v.1, February, pp. 15-69, 1969.
- TOURINHO, O. **The valuation of reserves of natural resources: an option pricing approach**. PhD. Dissertation. Berkeley: University of California, 1979.
- TRIGEORGIS, L. **Real options – Managerial flexibility and strategy in resources allocation**. Third edition. Cambridge: The MIT Press, 1998. 427 pp.
- TVERSKY, A; KAHNEMANO, D. *Judgment under uncertainty: chemists and biases*. **Science**, v. 185, pp. 1124-1131, 1974.
- VON NEUMANN, J., MORGENSTERN, O. **The theory of games and economic behavior**. Third edition. New Jersey: Princeton University Press, 1953. 648 pp.
- WALLS, M. R. *Corporate risk tolerance and capital allocation: a practical approach to implementing an exploration risk policy*. **Journal of Petroleum Technology**, v. 47, n°. 4, pp. 307-311, 1995.

WALLS, M. R., DYER, J.S, *Risk propensity and firm performance: a study of the petroleum exploration industry*. **Management Science**, v. 42, nº 7, pp. 1004 – 1021, 1996.

WILKERSON, J. P. **A case history application of risk preference techniques to evaluate petroleum exploration prospects**. PhD. Dissertation, University of Texas, Austin, 1988.

WILLMOTT, P. **Derivatives: the theory and practice of financial engineering**. John Willey & Sons Ltda, 1998. 739 pp.

Anexo 1

O SOFTWARE INVESTPETRO

O algoritmo INVESTPETRO foi desenvolvido para realizar a parte computacional do modelo proposto para valoração e tomada de decisão em projetos de produção de petróleo. Ele possui dois módulos: a) módulo de simulação e b) módulo de valoração dos projetos, estimativa da opção de investir e estimativa do nível de participação financeira de um portfólio de projetos. A Figura A.1 mostra o menu principal deste algoritmo.

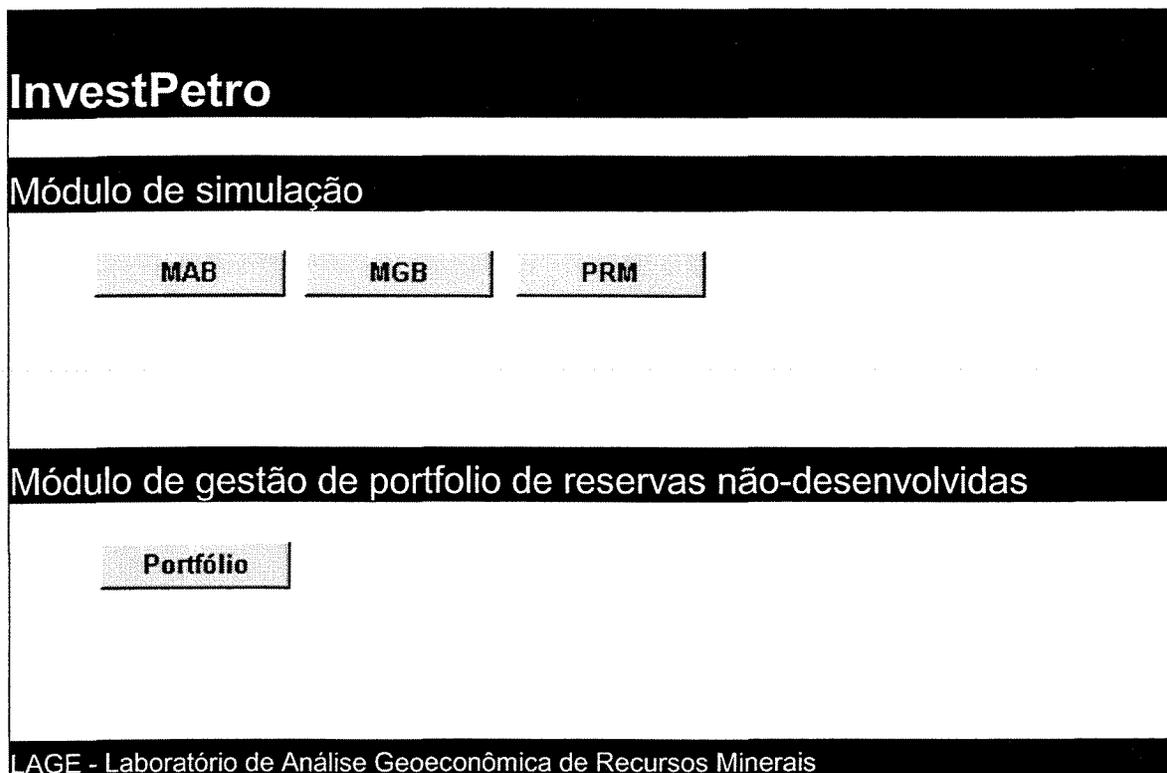


Figura A.1) Menu principal do algoritmo INVESTPETRO.

O módulo de simulação permite que o usuário escolha entre 3 modelos estocásticos distintos: a) Movimento Aritmético Browniano (MAB); b) Movimento Geométrico Browniano (MGB); c) Movimento de Reversão à Média (MRM).

O módulo de valoração do projeto, estimativa do valor da opção e estimativa do nível de participação financeiro é mais complexo, pois permite ao usuário obter as respostas da teoria das opções reais e também as respostas da teoria da preferência.

Desta forma, o INVESTPETRO se propõe a realizar as seguintes tarefas:

- Realiza simulações do comportamento da evolução futura de ativos, como preços, valor de um projeto, custos, etc., por meio de três modelos estocásticos;
- Estima o valor da opção estratégica de investir com a flexibilidade de esperar (F);
- Estima o valor crítico do projeto que induz ao investimento imediatamente (V^*);
- Fornece a decisão ótima, isto é, investir, rejeitar ou esperar.
- Estima nível ótimo de participação financeira em cada projeto, considerando-se a função de utilidade exponencial (NPF).

O software foi desenvolvido em VBA (Visual Basic for Applications), usando-se a plataforma Microsoft Excel. A escolha, tanto da linguagem de programação quanto da plataforma, deve-se à popularidade e à difusão do MS EXCEL na indústria.

MÓDULO DE SIMULAÇÃO

Este módulo é composto por três modelos: a) movimento aritmético Browniano (MAB); b) movimento geométrico Browniano (MGB); c) movimento de reversão à média (MRM).

A Figura A.2 mostra a tela de entrada de dados módulo MAB. O usuário deve atribuir valores para parâmetros, como: volatilidade e taxa de crescimento do ativo (em base anual); número de intervalos de tempo e quantidade de trajetórias que são desejados na simulação. Tem-se a opção de realizar simulações em diferentes períodos de tempo: diárias, semanais, mensais ou anuais.

Modelo MAB	
Entrada de Dados	
Taxa de crescimento anual	1,00%
Volatilidade anual	20,00%
Intervalo de simulação	mês ▼
Valor corrente do ativo	
Longevidade da opção de investir	<input type="radio"/> Vida infinita <input checked="" type="radio"/> Vida finita
Taxa de dividendos	6,60%
Vida da opção de investir (anos)	10,00
Investimento	12,00
Taxa de juro livre de risco	4,00%
Número de caminhos aleatórios	
Horizonte de simulação	
Número de caminhos exibidos	
Carregando Simulação	
	0%

Figura A.2 : Módulo de entrada dos parâmetros de simulação.

Estas simulações objetivam obter informações sobre o momento em que as opções se encontram dentro do dinheiro. Estas opções podem ter maturidade de vida finita ou infinita. Na prática, quando sua maturidade for superior a 5 anos, pode-se usar a aproximação de vida infinita. Em ambos os casos, deve-se fornecer a estimativa dos seus valores críticos em função do tempo, da taxa de dividendos, da taxa de juro livre de risco, da maturidade da opção de investir, do investimento, do valor corrente do projeto e da volatilidade.

A Figura A.3 apresenta uma amostra de 5000 simulações da evolução do preço de um projeto que foi modelado por meio de um MGB com os seguintes parâmetros: 1) o valor corrente do projeto é de US\$ 1,5 bilhão; 2) a taxa de crescimento anual é igual a 1,0%, c) a volatilidade anual é 25%, d) o valor crítico para investir imediatamente é de US\$ 2,5 bilhões; e) a maturidade é infinita.

Pelos resultados, observa-se que, em curto prazo, predomina a volatilidade, enquanto que, em longo prazo, predomina a taxa de crescimento do preço do ativo. Na Figura A.3 observa-se que as trajetórias geradas pelo MGB podem alcançar valores extremos, os quais devem ser interpretados com cuidado, pois podem possuir pouco significado econômico.

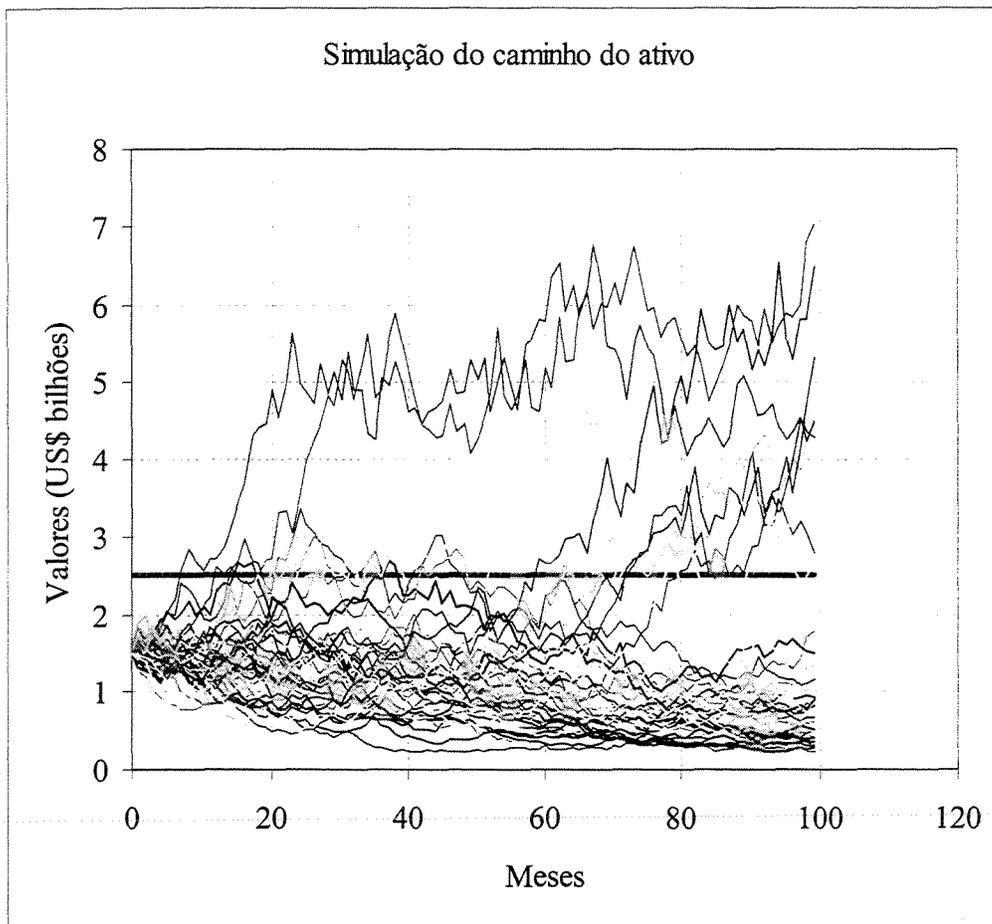


Figura A.3: Simulação de algumas trajetórias possíveis do preço do ativo.

A Figura A.4 mostra um histograma dos preços gerados pela simulação mostrada na Figura A.3 após seis meses:

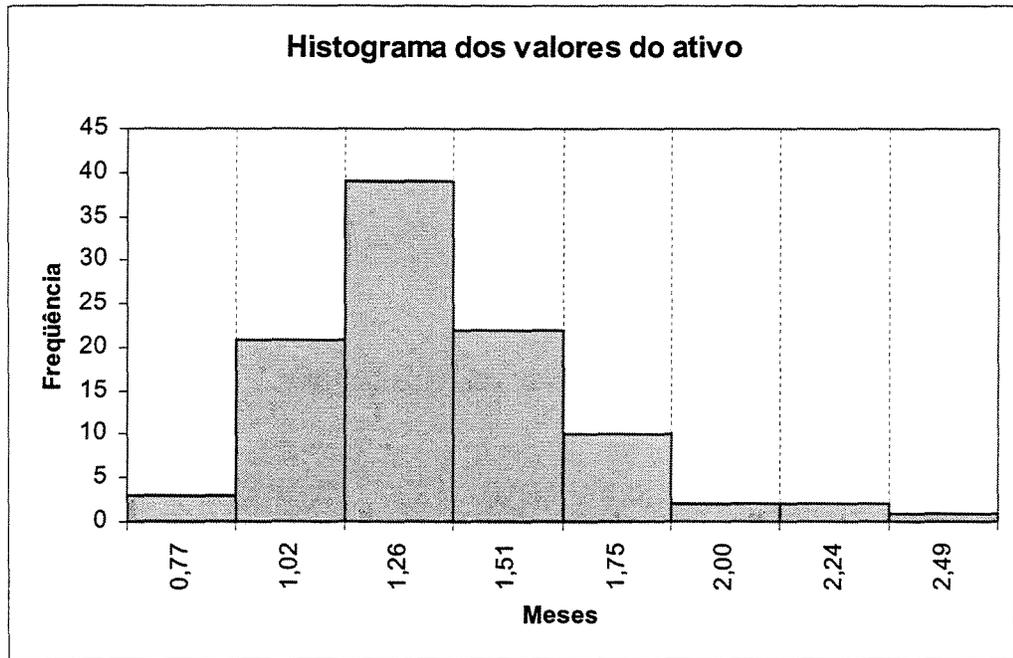


Figura A.4: Histograma dos valores do ativo após seis meses de simulação.

Observa-se que os valores gerados são dispersos, confirmando que, segundo o MGB, em curto prazo a volatilidade predomina, enquanto que, em longo prazo, a taxa de crescimento é o elemento dominante.

MÓDULO DE VALORAÇÃO DA OPÇÃO DE INVESTIR E DE ESTIMATIVA DO NPF DOS PROJETOS

A Figura A.5 mostra a tela de entrada de dados do módulo de valoração da opção de investir e de estimativa do nível de participação financeira em cada projeto.

Portfolio de projetos

Número de projetos		10		Projeto:		10			
Projeto	Nome	V	I	δ	r	T	σ	V*	F
1	Proj 1	3071,91	2341,56	8,44%	2,62%	5,00	29,41%	3.529,55	797,50
2	Proj 2	1416,21	1283,01	10,31%	2,62%	5,00	32,94%	1.943,63	265,75
3	Proj 3	2479,05	1887,77	7,52%	3,14%	6,00	31,00%	3.107,96	699,33
4	Proj 4	882,42	508,52	8,58%	2,00%	3,00	29,58%	736,17	373,91
5	Proj 5	1577,07	1245,69	8,25%	3,67%	7,00	30,56%	2.019,08	415,11
6	Proj 6	1853,52	1556,71	10,08%	2,62%	5,00	29,90%	2.251,28	377,37
7	Proj 7	971,64	641,87	7,23%	1,13%	1,50	30,99%	922,69	329,78
8	Proj 8	1245,65	701,94	6,89%	2,09%	4,00	34,25%	1.188,49	543,71
9	Proj 9	1043,87	698,46	8,92%	2,62%	3,00	30,10%	1.022,30	345,41
10	Proj 10	1757,35	1220,83	7,91%	3,14%	6,00	30,54%	1.960,48	560,80

Figura A.5: Menu de entrada de dados para modelo de opções reais.

O usuário pode trabalhar com um grande número de projetos. Por exemplo, nesta tela são apresentados 10 projetos hipotéticos.

Ao fornecer os seis parâmetros de entrada do modelo de opções reais, o usuário obtém dois resultados: a) o valor da opção estratégica de investir (F); b) a regra ótima de decisão (V*).

Neste modelo integrado para valoração e tomada de decisões em projetos de produção de petróleo, após a análise do valor da opção de investir e estimativa da regra ótima para exercer a opção de investir, faz-se uma análise da estimativa do nível de participação financeira no projeto que seja compatível com o comportamento da corporação em relação ao risco.

A Figura A.6 apresenta a tela de entrada de dados para o modelo de estimativa do NPF, mostrando que ele requer uma simulação dos valores do VPL.

Estimativa do Nível Ótimo de Participação Financeira

Número de entradas		50			
Probabilidade	VPL	VME	Utilidade	Nível ótimo de participação	100,00%
0	-1,72	0	0	Orçamento	4
0,00065	-1,44	-0,000936	0,001599	Fração de tolerância	0,4
0,011	-1,16	-0,01276	0,022712	Tolerância ao risco	1,6
0,044075	-0,88	-0,038786	0,076393	Coefficiente de aversão ao risco	0,625
0,08895	-0,6	-0,05337	0,129421		
0,12335	-0,32	-0,039472	0,15066	VAR	0,25522

Figura A.6: Menu de entrada de dados para o modelo da teoria da preferência.

Ademais, o usuário deve fornecer outros parâmetros de entrada, como o orçamento da corporação, a sua tolerância ao risco e o coeficiente de aversão ao risco. O resultado desejado é o nível de participação financeira que maximiza EC.

Neste exemplo que é parcialmente mostrado na Figura A.6, o NPF ótimo é 100%, evidenciando que o risco do projeto é pequeno, comparado à tolerância da empresa. No entanto, o mais comum é que o NPF seja inferior a 100%.

RESULTADOS GRÁFICOS

Alguns dos resultados do INVESTPETRO são aqui apresentados na forma de gráficos.

Na Figura A.7 encontra-se uma análise de sensibilidade do valor da opção de investir (F) e do valor presente líquido (VPL) em relação a V, considerando-se três diferentes taxas de dividendos: delta 1, delta 2 e delta 3.

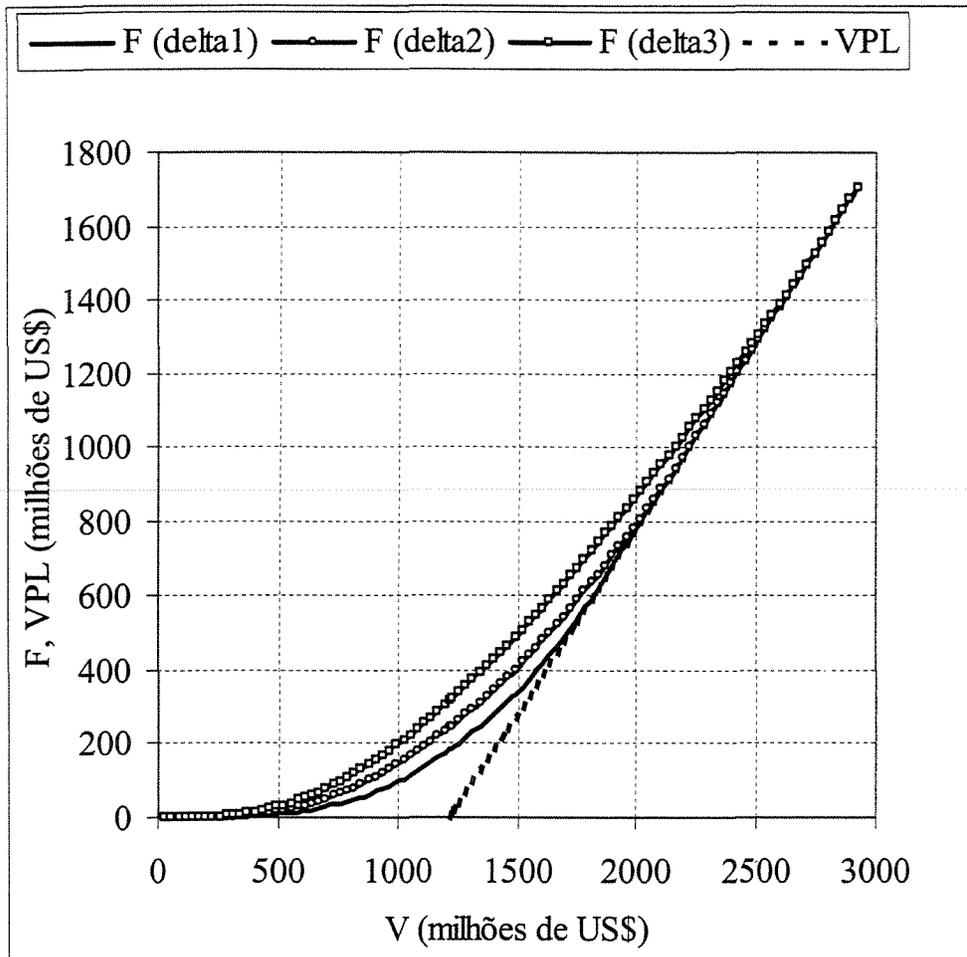


Figura A.7: Análise de sensibilidade de F e VPL em relação a V.

Pode-se ver que o investimento do projeto gira em torno de US\$ 1,2 bilhão. A empresa deve investir no projeto somente quando o seu valor for, no mínimo, igual a US\$ 1,8 bilhão, considerando-se a mais alta taxa de dividendos. Análises semelhantes foram realizadas no Capítulo 5.

Na Figura A.8 vê-se uma análise de sensibilidade de V^* (valor crítico para investir) em função da taxa de dividendos.

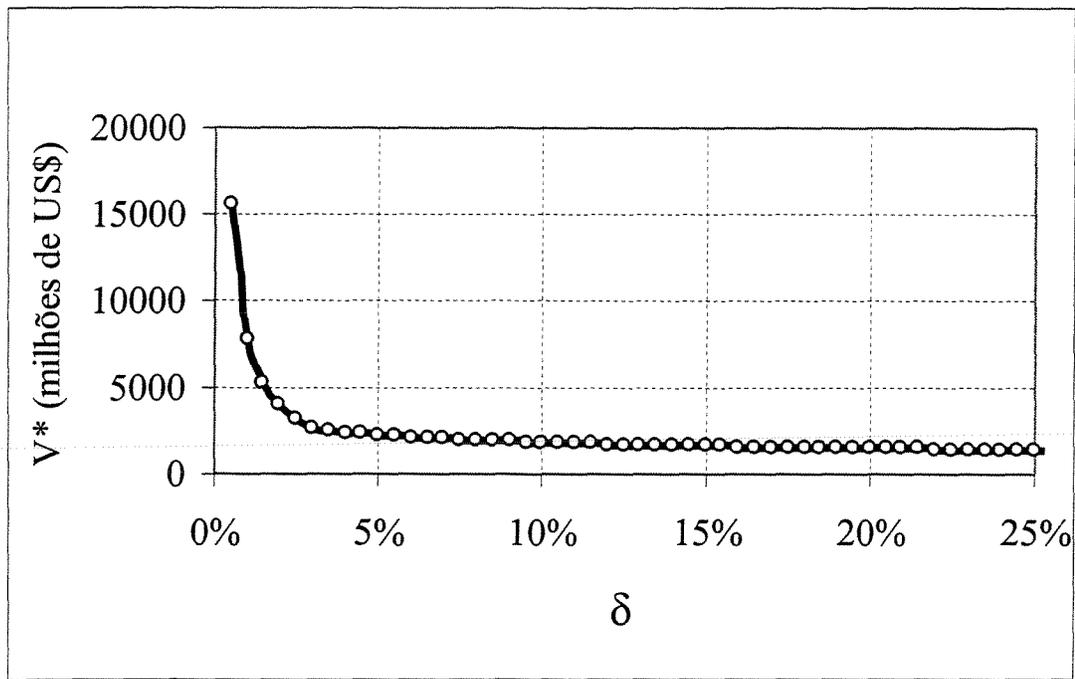


Figura A.8: Análise de sensibilidade de V^* em relação à taxa de dividendos.

À medida que diminui a taxa de dividendos, V^* aumenta. No caso limite em que a taxa de dividendos tende a zero, V^* tende ao infinito. Por outro lado, quando a taxa de dividendos tende a ser muito alta, V^* tende ao investimento de US\$ 1,2 bilhão.

Na Figura A.9 encontra-se uma análise de sensibilidade do EC (equivalente-certo) ou VAR (valor ajustado ao risco) em relação ao NPF do projeto.

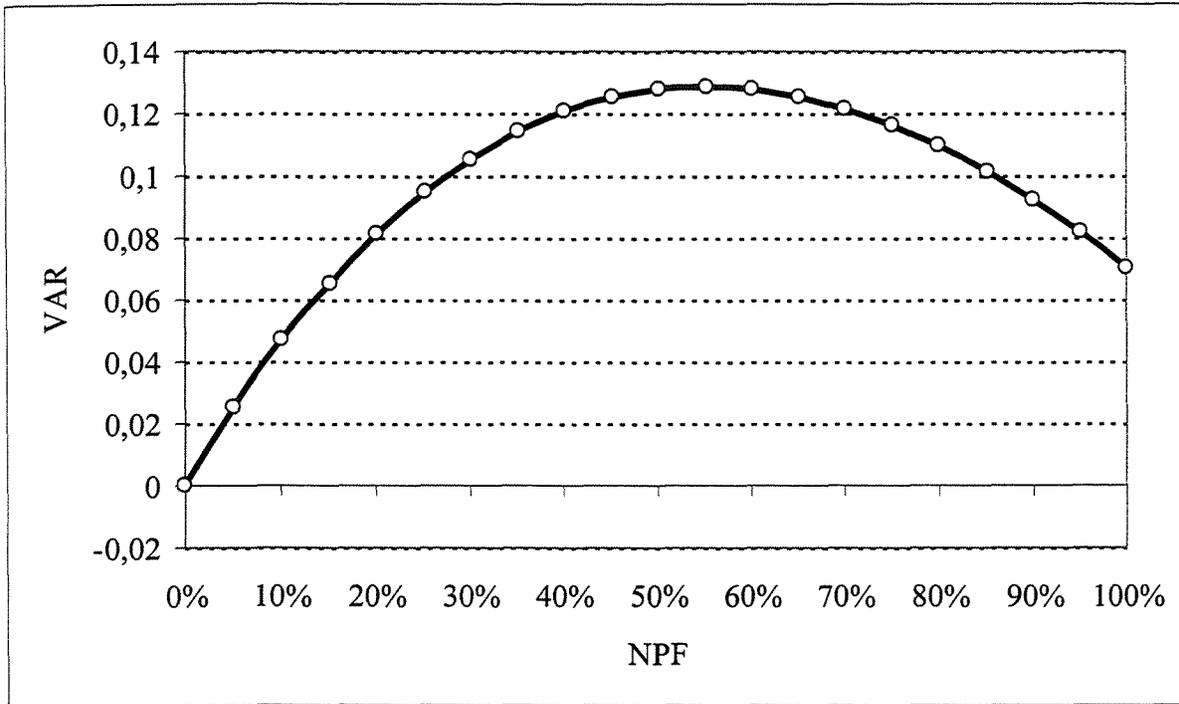


Figura A.9: Análise de sensibilidade do EC em relação ao NPF.

Pode-se ver que o objetivo do tomador de decisão é escolher o NPF que maximiza o EC ou VAR. Logo, ele deve participar, no projeto, com um NPF em torno de 55%, e buscar fazer parcerias para completar os demais 45% do financiamento do projeto.