

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA AGRÍCOLA

ANÁLISE NÃO-LINEAR DE PÓRTICOS PLANOS DE
MADEIRA COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

CLÁUDIA LÚCIA DE OLIVEIRA SANTANA

CAMPINAS
DEZEMBRO DE 2002

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA AGRÍCOLA

ANÁLISE NÃO-LINEAR DE PÓRTICOS PLANOS DE
MADEIRA COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

Tese submetida à banca examinadora para obtenção
do título de Doutor em Engenharia Agrícola na área de
concentração Construções Rurais e Ambiente.

CLÁUDIA LÚCIA DE OLIVEIRA SANTANA

Orientador: Prof. Dr. Nilson Tadeu Mascia

CAMPINAS
DEZEMBRO DE 2002

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Sa59ac Santana, Cláudia Lúcia de Oliveira
Análise não-linear de pórticos planos de madeira com
ligações semi-rígidas / Cláudia Lúcia de Oliveira
Santana.--Campinas, SP: [s.n.], 2002.

Orientador: Nilson Tadeu Mascia.
Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Agrícola.

1. Engenharia de estruturas. 2. Madeira - Estruturas.
3. Pórticos estruturais. 4. Projeto estrutural. 5. Ligações
metálicas. 6. Análise matricial. 7. Deformações
(Mecânica). I. Mascia, Nilson Tadeu. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia
Agrícola. III. Título.

“Não se deixe dominar pela tristeza, nem se aflija com preocupações. Alegria do coração é vida para o homem e a satisfação lhe prolonga a vida.”

(Eclesiástico: 30, 21-22)

Dedico este trabalho:

Ao meu marido Misael e aos meus pais José e Olinda;

Às pessoas que trabalham na pesquisa e docência com
amor e perseverança.

Agradecimentos

Ao final deste trabalho, apresento meus agradecimentos às pessoas e instituições que tornaram possível sua realização:

Ao Prof. Dr. Nilson Tadeu Mascia, da Faculdade de Engenharia Civil, pela orientação segura e objetiva.

À Faculdade de Engenharia Agrícola pelos recursos concedidos para a realização de atividades da pesquisa e pela oportunidade de participação do programa de estágio para a docência.

À FAPESP, pela minha manutenção financeira durante os dois últimos anos de realização do trabalho em período integral e pelos recursos financeiros para a realização das atividades.

Ao Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeira (LaMEM), do Departamento de Engenharia de Estruturas, da Escola de Engenharia de São Carlos, da USP, especialmente ao Prof. Dr. Antonio Alves Dias, pela concessão dos recursos para a realização do programa experimental e pela grande acolhida e auxílio oferecidos pelos funcionários e estudantes de pós-graduação.

À Faculdade de Engenharia Civil, pela infra-estrutura oferecida.

À Biblioteca da Área das Engenharias (BAE), pela atenção dada na prestação dos serviços.

Aos professores que colaboraram com contribuições e sugestões.

Ao meu marido, pela presença equilibrada em momentos de dificuldade e pela participação em momentos de alegria.

Aos meus pais e aos meus irmãos, pelo apoio e pela compreensão.

Às pessoas que contribuíram com sua amizade e prontidão.

Sumário

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 | Justificativa e motivação para a pesquisa | 1 |
| 1.2 | Abrangência da pesquisa | 4 |
| 1.3 | Metodologia e objetivos da pesquisa | 6 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 8 |
| 2.1 | Aplicação de sistemas estruturais em pórticos planos | 9 |
| 2.2 | Concepção de projetos de pórticos planos de madeira | 12 |
| 2.2.1 | Dimensões e formas | 12 |
| 2.2.2 | Escolha do tipo de ligação para o projeto | 14 |
| 2.2.3 | Escolha da espécie de madeira para o projeto | 16 |
| 2.3 | Projeto de pórticos planos de madeira: revisão de normas técnicas | 17 |
| 2.3.1 | Norma NBR7190/1997 | 18 |
| 2.3.2 | Eurocode 5 | 20 |
| 2.4 | Análise de pórticos planos de madeira com ligações semi- -rígidas | 25 |
| 2.4.1 | Análise matricial com elementos de barra e elementos de ligação | 28 |
| 2.4.2 | Análise matricial com elementos de barra modificados | 32 |
| 2.5 | Modelagem de ligações semi-rígidas resistentes a momento fletor | 36 |
| 2.5.1 | Os modelos mecânicos | 37 |
| 2.5.2 | Os modelos analíticos simplificados | 39 |
| 2.5.3 | Os modelos analíticos associados a métodos numéricos de discretização e solução | 48 |
| 2.5.4 | As análises experimentais | 49 |
| 2.6 | Modelagem do comportamento isolado do pino | 50 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 2.6.1 | Métodos experimentais | 51 |
| 2.6.2 | Os modelos analíticos simplificados | 52 |
| 2.6.3 | Modelos analíticos associados a métodos numéricos de discretização e solução | 58 |
| 2.7 | Comportamento da madeira ao embutimento | 58 |
| 3 | MODELAGEM DE ESTRUTURAS COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS | 62 |
| 3.1 | Descrição básica da modelagem | 62 |
| 3.2 | Relações cinemáticas do elemento de barra | 65 |
| 3.3 | Relações cinemáticas do elemento de ligação | 76 |
| 3.4 | Equilíbrio do elemento de barra | 79 |
| 3.5 | Equilíbrio do elemento de ligação | 80 |
| 3.6 | Relações constitutivas do elemento de barra | 81 |
| 3.7 | Relações constitutivas do elemento de ligação | 82 |
| 3.8 | Formulação integral e matricial do elemento de barra | 83 |
| 3.9 | Formulação integral e matricial do elemento de ligação | 86 |
| 3.10 | Formulação matricial total e preparação para a solução | 91 |
| 3.11 | Considerações sobre a aplicação dos modelos | 93 |
| 3.12 | Modelagem do comportamento isolado do pino | 94 |
| 3.13 | Sobre o dimensionamento de ligações | 105 |
| 4 | IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DOS MODELOS TEÓRICOS | 107 |
| 4.1 | Metodologia e descrição geral dos programas e planilhas implementados | 107 |
| 4.1.1 | Programa SEMIRIG | 108 |
| 4.1.2 | Programa LIGUNIT | 108 |
| 4.1.3 | Planilha eletrônica para dimensionamento de ligações | 109 |
| 4.1.4 | Planilha eletrônica SEMIRIG | 109 |
| 4.2 | Fluxo dos programas implementados | 110 |
| 4.2.1 | Fluxo do programa SEMIRIG | 110 |
| 4.2.2 | Fluxo do programa LIGUNIT | 113 |
| 4.2.3 | Funcionamento da planilha para dimensionamento de ligações | 114 |
| 4.2.4 | Funcionamento da planilha SEMIRIG | 115 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 5 | PROGRAMA EXPERIMENTAL | 116 |
| 5.1 | Materiais e metodologia geral | 116 |
| 5.2 | Resultados dos Ensaios de Caracterização | 117 |
| 5.2.1 | Ensaio de compressão paralela às fibras | 117 |
| 5.2.2 | Ensaio de tração paralela às fibras | 118 |
| 5.2.3 | Ensaios de embutimento paralelo e perpendicular às fibras | 119 |
| 5.3 | Ensaios de ligação | 127 |
| 5.4 | Ensaios de modelos com ligações resistentes a momento fletor | 135 |
| 5.4.1 | Objetivos | 135 |
| 5.4.2 | Metodologia empregada | 136 |
| 5.4.3 | Série I: Ensaios dos modelos do tipo I | 138 |
| 5.4.4 | Série V1: Ensaios dos modelos V2027 e V0644 | 142 |
| 5.4.5 | Série V2: Ensaios dos modelos V0864 e V2044 | 147 |
| 6 | COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E TEÓRICOS | 152 |
| 6.1 | Análise de ligações unitárias | 152 |
| 6.2 | Análise de ligações resistentes a momento fletor | 159 |
| 7 | ANÁLISE PARAMÉTRICA DE PÓRTICOS PLANOS COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS | 168 |
| 7.1 | Metodologia geral | 168 |
| 7.2 | Primeira etapa de análise | 169 |
| 7.2.1 | Metodologia | 169 |
| 7.2.2 | Resultados | 170 |
| 7.3 | Segunda etapa de análise | 172 |
| 7.3.1 | Metodologia | 172 |
| 7.3.2 | Dados da madeira e dos pinos | 172 |
| 7.3.3 | Desenvolvimento da análise | 173 |
| 7.3.4 | Considerações sobre critérios de projeto de ligações | 182 |
| 7.3.5 | Sobre a determinação dos parâmetros dos pinos utilizados no projeto de estruturas de madeira com ligações semi-rígidas | 184 |
| 7.3.6 | Análise dos resultados da segunda etapa de análise | 188 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 7.4 | Aplicação de um programa comercial de elementos finitos à análise de estruturas com ligações semi-rígidas | 191 |
| 7.5 | Exemplo de aplicação em projeto | 196 |
| 7.5.1 | Dados da estrutura | 196 |
| 7.5.2 | Cálculo das ações | 196 |
| 7.5.3 | Propriedades da madeira | 198 |
| 7.5.4 | Cálculo dos esforços para a estrutura com ligações rígidas | 198 |
| 7.5.5 | Dimensionamento das ligações | 199 |
| 7.5.6 | Cálculo dos esforços solicitantes e deslocamentos para a estrutura com ligações semi-rígidas | 199 |
| 7.5.7 | Verificações | 200 |
| 8 | CONCLUSÕES | 202 |
| 9 | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS E BIBLIOGRAFIA | 207 |
| 9.1 | Referências bibliográficas | 207 |
| 9.2 | Bibliografia | 212 |

Lista de Figuras

| | | |
|------|--|----|
| 1.1 | Aplicações das ligações mecânicas em estruturas de madeira. | 2 |
| 1.2 | Foto de pórtico plano com ligações resistentes a momento fletor. Fonte: KAIRI(2001) | 5 |
| 2.1 | Foto de uma construção com pórticos planos. Fonte: LEIJTEN(2001) | 9 |
| 2.2 | Foto de uma construção circular com pórticos planos radiais. Fonte: LEIJTEN(2001) | 11 |
| 2.3 | Tipos de estruturas planas.Fonte: RACHER(1995.a) | 13 |
| 2.4 | Tipos de ligações rotacionais quanto à forma dos conectores. | 15 |
| 2.5 | Esquema dos esforços em ligações em relação à direção e plano da interface. | 16 |
| 2.6 | Pórtico utilizado na análise feita por RACHER(1995.b) sobre a influência da rigidez das ligações. Fonte: RACHER(1995.a) | 24 |
| 2.7 | Representação gráfica do comportamento característico da ligação rotacional. | 26 |
| 2.8 | Formas de representação de uma estrutura reticulada segundo o modelo adotado para descrever a ligação. Fonte: LI, CHOO e NETHERCOT(1995) | 29 |
| 2.9 | Modelagem do elemento de barra com as ligações acopladas. Fonte: VALLE(1999) | 33 |
| 2.10 | Modelagem de uma ligação resistente a momento através de um sistema de molas. Fonte: LI, CHOO e NETHERCOT(1995) | 37 |
| 2.11 | Esquema dos parâmetros utilizados na modelagem do comportamento de chapas dentadas com base no comportamento dos dentes. Fonte: FOSCHI(1977) | 42 |
| 2.12 | Exemplo de malha de elementos finitos utilizada para modelar uma ligação. Fonte: BOUCHAIR, BOUCQUET e RACHER(1996) | 48 |
| 2.13 | Comportamento dos materiais na ligação segundo o modelo de Almeida(1987) | 52 |
| 2.14 | Comportamento dos materiais nas ligações segundo o modelo de Foschi(1974) | 56 |
| 3.1 | (a) Esquema da deformação de uma estrutura com nós rígidos. (b) Esquema da deformação de uma estrutura com elementos de ligação semi-rígidos. | 65 |

| | | |
|------|---|-----|
| 3.2 | Elemento estrutural representado pelo elemento de barra e sistemas de coordenadas adotados. | 66 |
| 3.3 | Esquema da movimentação da seção da barra segundo a teoria clássica da flexão. . . | 70 |
| 3.4 | Graus de liberdade dos elementos de barra. | 72 |
| 3.5 | Definição do elemento de ligação e sua configuração deformada. | 76 |
| 3.6 | Sistema de eixos usado na modelagem de ligações unitárias. | 95 |
| 3.7 | Elemento finito usado na modelagem de ligações unitárias. | 98 |
| 5.1 | Esquema dos corpos de prova para ensaio de embutimento (sem escala): (a) na direção paralela às fibras; (b) na direção perpendicular às fibras. | 120 |
| 5.2 | Foto da aparelhagem para ensaio de embutimento. | 121 |
| 5.3 | Resultados dos ensaios de embutimento para a série com diâmetro 4,4mm e direção paralela às fibras. | 125 |
| 5.4 | Resultados dos ensaios de embutimento para a série com diâmetro 4,4mm e direção perpendicular às fibras. | 126 |
| 5.5 | Resultados dos ensaios de embutimento para a série com diâmetro 6,4mm e direção paralela às fibras. | 127 |
| 5.6 | Resultados dos ensaios de embutimento para a série com diâmetro 6,4mm e direção perpendicular às fibras. | 128 |
| 5.7 | Esquema dos corpos de prova dos ensaios da ligação L2027. | 129 |
| 5.8 | Foto do ensaio de um corpo de prova da ligação L0864. | 130 |
| 5.9 | Resultados dos ensaios da ligação com 6 pregos de 4,4mm. | 131 |
| 5.10 | Resultados do ensaio da ligação com 20 pregos de 2,7mm por face. | 132 |
| 5.11 | Resultados do ensaio da ligação com 8 pregos de 6,4mm por face. | 133 |
| 5.12 | Foto de um corpo de prova da ligação com 20 pregos de 2,7mm por face após o ensaio. | 134 |
| 5.13 | Foto de um corpo de prova da ligação com 6 pregos de 4,4mm ensaiado e serrado mostrando a forma deformada dos pregos. | 135 |
| 5.14 | Esquema dos ensaios de modelos do tipo V com medidas de deslocamentos em direções paralelas em dois pares de pontos. | 136 |
| 5.15 | Esquema do ensaio do tipo V com medida de deslocamentos em em direções perpendiculares em dois pontos | 137 |
| 5.16 | Esquema do ensaio de modelo de estrutura com ligação a 180 graus (tipo I). | 138 |

| | | |
|------|---|-----|
| 5.17 | Esquema das ligações utilizadas nos modelos de pórtico tipo I. | 139 |
| 5.18 | Foto do ensaio de um modelo tipo I. | 140 |
| 5.19 | Resultados de força aplicada por deformação para os extensômetros colocados no modelo I0644. | 141 |
| 5.20 | Resultados de força aplicada por deformação para os extensômetros colocados no modelo I2027. | 141 |
| 5.21 | Resultados de momento fletor por giro relativo para os ensaios dos modelos tipo I. | 142 |
| 5.22 | Esquema das ligações dos modelos da série V1. | 143 |
| 5.23 | Foto do ensaio de um modelo do tipo V da série V1. | 144 |
| 5.24 | Esquema dos deslocamentos dos pontos de colocação dos relógios comparadores no esquema de instrumentação utilizado na série V1. | 144 |
| 5.25 | Resultados de deformação obtidos para os extensômetros colocados nos modelos do tipo V. | 146 |
| 5.26 | Resultados de deformação obtidos para o modelo V2027. | 146 |
| 5.27 | Esquema das ligações rotacionais utilizadas nos modelos tipo V da série V2. | 147 |
| 5.28 | Foto do ensaio de um modelo tipo V da série V2. | 148 |
| 5.29 | Esquema dos deslocamentos dos pontos de colocação dos relógios comparadores no esquema de instrumentação utilizado na série V1. | 149 |
| 5.30 | Resultados de momento fletor por giro relativo obtidos para os modelos da série V2. | 150 |
| 6.1 | Comportamentos de uma ligação unitária nas direções paralela e perpendicular às fibras obtidos com o programa LIGUNIT. | 155 |
| 6.2 | Forma deformada do prego em uma ligação unitária obtida com o programa LIGUNIT. | 156 |
| 6.3 | Comparação dos resultados teóricos e experimentais para a ligação L44. | 157 |
| 6.4 | Comparação dos resultados teóricos e experimentais para a ligação L64. | 158 |
| 6.5 | Representação dos parâmetros necessários para o modelo teórico de comportamento de ligações. | 161 |
| 6.6 | Comparação dos resultados teóricos e experimentais para o comportamento da ligação I0644. | 163 |
| 6.7 | Comparação dos resultados teóricos e experimentais para o comportamento da ligação I2027. | 164 |

| | | |
|------|--|-----|
| 6.8 | Comparação dos resultados teóricos e experimentais para o comportamento da ligação V0864. | 165 |
| 6.9 | Comparação dos resultados teóricos e experimentais para o comportamento da ligação V2044. | 166 |
| 7.1 | Pórtico empregado na primeira etapa da análise paramétrica. | 170 |
| 7.2 | Resultados da primeira etapa da análise paramétrica. | 171 |
| 7.3 | Pórtico plano utilizado na segunda etapa da análise paramétrica. | 174 |
| 7.4 | Esquema das ligações dimensionadas para a segunda etapa da análise paramétrica. | 174 |
| 7.5 | Esquema estático utilizado nas análises dos pórticos planos com barras inclinadas. | 176 |
| 7.6 | Forma dos diagramas de esforços solicitantes dos pórticos planos com barras inclinadas. | 177 |
| 7.7 | Direções de caracterização do comportamento dos pinos. | 185 |
| 7.8 | Esquema: (a) do comportamento da madeira ao embutimento; (b) do comportamento da ligação. | 187 |
| 7.9 | Representação gráfica dos resultados obtidos com a aplicação do ANSYS na análise de um modelo de pórtico plano ensaiado. | 195 |
| 7.10 | Construção utilizada no exemplo de projeto. | 197 |
| 7.11 | Dimensões do pórtico projetado. | 198 |

Lista de Tabelas

| | | |
|------|--|-----|
| 5.1 | Resistência à compressão paralela às fibras. | 118 |
| 5.2 | Módulo de elasticidade na compressão paralela às fibras. | 118 |
| 5.3 | Resistência à tração paralela às fibras | 118 |
| 5.4 | Módulo de elasticidade na tração paralela às fibras. | 119 |
| 5.5 | Valores médios das propriedades na unidade real e de referência. | 119 |
| 5.6 | Definição das séries de ensaios de embutimento. | 120 |
| 5.7 | Resultados de resistência e rigidez ao embutimento. | 122 |
| 5.8 | Valores médios da resistência ao embutimento na unidade de referência. | 122 |
| 5.9 | Parâmetros das curvas ajustadas aos resultados dos ensaios de embutimento. | 124 |
| 5.10 | Características das ligações ensaiadas. | 129 |
| 5.11 | Rigidez e resistência das ligações obtidas nos ensaios. | 130 |
| 5.12 | Parâmetros das curvas ajustadas aos resultados dos ensaios de ligação. | 131 |
| 5.13 | Parâmetros das ligações unitárias ensaiadas. | 132 |
| 5.14 | Características dos modelos do tipo I. | 138 |
| 5.15 | Características dos modelos do tipo V da série 1. | 143 |
| 5.16 | Características dos modelos tipo V da série 2. | 147 |
| 6.1 | Parâmetros utilizados na análise teórica das ligações dos modelos. | 162 |
| 6.2 | Capacidade portante ao momento teórica das ligações dos modelos. | 164 |
| 7.1 | Propriedades de embutimento da madeira utilizada na análise. | 172 |
| 7.2 | Propriedades dos parafusos utilizados na análise. | 173 |
| 7.3 | Geometria dos pórticos analisados. | 175 |
| 7.4 | Carregamentos sobre os pórticos analisados. | 175 |
| 7.5 | Parâmetros geométricos das ligações utilizadas na análise. | 177 |

| | | |
|------|---|-----|
| 7.6 | Esforços solicitantes obtidos da análise não linear. | 178 |
| 7.7 | Deslocamentos obtidos da análise não linear. | 179 |
| 7.8 | Esforços solicitantes obtidos da análise linear. | 180 |
| 7.9 | Deslocamentos obtidos da análise linear. | 180 |
| 7.10 | Esforços solicitantes obtidos da análise não linear. | 181 |
| 7.11 | Deslocamentos obtidos da análise não linear. | 182 |
| 7.12 | Parâmetros da curva característica da madeira utilizada ao embutimento. | 186 |
| 7.13 | Parâmetros da curva característica dos parafusos utilizados. | 188 |
| 7.14 | Carregamentos sobre o pórtico exemplo. | 197 |
| 7.15 | Resistências da madeira utilizada no pórtico exemplo. | 198 |
| 7.16 | Esforços solicitantes obtidos para o pórtico exemplo. | 200 |
| 7.17 | Máximas relações tensão/resistência obtidas para o pórtico exemplo. | 200 |

Lista de símbolos

| | |
|----------|---|
| a | vetor de ações nos nós |
| a_i | componente i do vetor a |
| A | área |
| A_i | coordenada angular que define a posição do pino i na ligação |
| b | largura da seção transversal |
| B | matriz que relaciona os deslocamentos e as deformações de um ponto |
| d | diâmetro do pino |
| dA | diferencial de área |
| dx | diferencial de comprimento |
| dV | diferencial de volume |
| E | módulo de elasticidade |
| f | vetor de funções algébricas de uma ou mais variáveis escalares ou vetoriais |
| f_i | força de volume na direção i ; componente i do vetor f |
| F | matriz de flexibilidade |
| F_x | força aplicada em um nó na direção x |
| F_y | força aplicada em um nó na direção y |
| g | vetor residual entre a solução exata e a solução aproximada |
| G_{xy} | módulo de cisalhamento referente ao plano xy |
| h | altura da seção transversal |
| i | nó inicial do elemento de barra |
| I | momento de inércia |
| j | nó final do elemento de barra |
| k | módulo de fundação da madeira |
| K | módulo de deslizamento |
| k_o | um dos parâmetros da função que descreve o embutimento |
| k_1 | um dos parâmetros da função que descreve o embutimento |
| K_o | um dos parâmetros da função que descreve o comportamento do pino |
| K_1 | um dos parâmetros da função que descreve o comportamento do pino |

| | |
|------------------|--|
| K_e | rigidez da madeira ao embutimento |
| k_{mod} | coeficiente de modificação da norma NBR7190/1997 |
| K_r | rigidez da ligação à rotação |
| K_x | rigidez da ligação ao deslizamento relativo na direção x |
| K_y | rigidez da ligação ao deslizamento relativo na direção y |
| K_z | rigidez da ligação à rotação em torno da direção z |
| l_e | comprimento do elemento de barra e |
| L | comprimento do vão de estruturas planas |
| M | momento fletor |
| M_z | momento fletor em torno da direção global z |
| n | número de pinos na ligação; força distribuída na direção axial da barra |
| n_i | função de forma i do elemento finito de barra; número de pinos na fileira i da ligação |
| N | força normal; número de nós na estrutura |
| p | força distribuída na direção transversal da barra |
| F | força aplicada na ligação unitária ou num pino de uma ligação |
| Q_x | vetor que relaciona o deslizamento do pino da ligação na direção x com os deslocamentos dos nós da ligação |
| Q_y | vetor que relaciona o deslizamento do pino da ligação na direção y com os deslocamentos dos nós da ligação |
| \mathbf{S} | matriz de rigidez |
| \mathbf{S}^t | matriz de rigidez tangente |
| t_i | espessura da peça i da ligação |
| T_i | força de superfície na direção i |
| u | deslocamento na direção x global ou local |
| u_i | deslocamento na direção x do nó inicial do elemento de barra ou de ligação |
| v | deslocamento na direção y global ou local |
| V | volume; força cortante |
| W_{ext} | trabalho externo realizado pelas forças externas sobre os deslocamentos externos |
| W_{int} | trabalho interno realizado pelas tensões internas sobre as deformações internas |

| | |
|---------------|---|
| α | ângulo entre uma determinada direção e a direção das fibras da madeira; |
| α_i | ângulo entre a força atuante no pino i e a direção das fibras da madeira |
| γ | deformação tangencial em vigas; coeficiente de segurança da norma NBR7190/1997 |
| Δ | deslizamento entre dois pontos, um de cada uma das duas peças de uma ligação |
| ε | tensor das deformações; deformação normal em vigas |
| θ_z | rotação em torno da direção global ou local z |
| θ | giro relativo entre duas peças de uma ligação |
| λ | parâmetro de rigidez utilizado na teoria da viga em fundação elástica; multiplicador de Lagrange |
| λ | vetor de multiplicadores de Lagrange |
| σ | tensor das tensões; tensão normal em vigas |
| τ | tensão de cisalhamento em vigas |

Índices gerais

| | |
|----------|--|
| 0 | direção paralela às fibras |
| 90 | direção perpendicular às fibras |
| c | compressão |
| d | valor de projeto da propriedade definida pelo símbolo |
| e | identificador do elemento de barra |
| g | referente ao sistema de referência global |
| i | referente ao nó inicial; identificador do elemento a que o símbolo se refere |
| j | referente ao nó final; identificador do elemento a que o símbolo se refere |
| k | identificador da iteração corrente num processo iterativo |
| m | valor médio da propriedade definida pelo símbolo |
| s | referente ao aço |
| x | referente à direção x |
| xy | referente ao plano xy |
| y | referente à direção y |
| z | referente à direção z |
| α | referente à direção genérica que forma um ângulo α com a direção das fibras |

Resumo

A madeira é um material empregado em uma grande variedade de sistemas estruturais. Historicamente, a evolução da análise estrutural destes sistemas foi sendo acompanhada por um crescente entendimento do comportamento das ligações. De um modo geral, apesar das ligações mecânicas serem elementos estruturais muito importantes, o cálculo estrutural clássico desconsidera as propriedades de rigidez das mesmas fundamentando-se apenas em modelos com nós articulados e com nós rígidos. De fato, as ligações mecânicas se deformam e possuem comportamento não linear, afetando toda a estrutura e induzindo comportamento global não linear. A influência das ligações nas estruturas de madeira tem sido demonstrada desde as primeiras décadas do século passado, no princípio experimentalmente e posteriormente através de modelos teóricos. A modelagem teórica de estruturas de madeira envolve não apenas o modelo de comportamento estrutural com ligações semi-rígidas, mas também o modelo de comportamento da ligação em si. O propósito do presente trabalho é a investigação da influência da ligação mecânica resistente a momento em pórticos planos de madeira em termos qualitativos e quantitativos, abordando tanto o aspecto da modelagem da estrutura em si como o da modelagem das ligações, considerando ao âmbito não linear de comportamento das mesmas. Este trabalho foi motivado pela tendência de aplicação da análise computacional na busca de modelos mais racionalizados que possam levar futuramente a métodos de projeto simples e precisos. A metodologia básica foi o desenvolvimento e a implementação computacional de modelos de estruturas reticuladas com ligações semi-rígidas e a investigação da influência das propriedades destas de forma sistemática, utilizando como ferramenta principal a análise computacional e uma análise experimental como ferramenta de suporte para a obtenção de parâmetros. Os resultados evidenciaram um grande esclarecimento a respeito do comportamento de estruturas de madeira com ligações semi-rígidas e sobre os aspectos a serem considerados em seu projeto.

Abstract

Wood is employed in a wide variety of structural systems. Historically, the evolution of their structural analysis has followed by the progressive understanding of the behavior of connections. In general, although the mechanical connections are very important structural elements, the classical structural calculus does not consider the connection stiffness properties, based on models with pinned or rigid nodes only. In fact, mechanical connections are deformable and behave non linearly, affecting the whole structure and inducing non linear behavior as well. The influence of connection behavior in structures has been demonstrated since the first decades of the twentieth century, at the beginning experimentally and later theoretically. The theoretical modeling of wood structures with semirigid connections involves not only the model of structural behavior but also the connection modeling. The proposal of this research is to describe and quantify the influence of the moment resistant connection in wood frames, by approaching both the aspect of the structural modeling itself and the connection behavior including its non linear range of behavior. This work was motivated by the tendency of computational analysis in the search for refined models which may lead in the future to simple and precise design methods. The methodology was the development and the computational implementation of models of structures with semirigid connections and the systematic investigation of the connection properties in the structural behavior, by means of the computational analysis as the main tool and a experimental program for support in the obtaining of parameters. The results evidenced a great clarification about the behavior of wood structures with semirigid connections and the aspects to be considered in its design.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Justificativa e motivação para a pesquisa

As estruturas de madeira podem ser formadas através de uma grande variedade de arranjos, o que, entre outros motivos, faz deste um material muito interessante. Além disso, o arranjo estrutural aplicado, associado às próprias características da madeira (cor, textura), pode fornecer à estrutura uma grande harmonia arquitetônica. A ampla variedade de arranjos atualmente possível em estruturas de madeira é consequência da facilidade da madeira em ser trabalhada, sendo que técnicas como a madeira laminada colada trouxeram um aumento ainda maior à trabalhabilidade da madeira, permitindo a confecção de peças estruturais de dimensões e formas antes impossíveis com peças de madeira serrada. Por sua versatilidade, as estruturas de madeira são capazes de atender às variadas demandas das construções rurais e civis.

O avanço das técnicas de construção em madeiras foi acompanhada ao longo do tempo pelo desenvolvimento das técnicas de ligação entre peças de madeira. As ligações possuem um papel muito importante em estruturas de madeira, que é a união das partes da estrutura. A existência de técnicas de execução de ligações para praticamente qualquer tipo e porte de estrutura representa um fator muito importante na confirmação da madeira como um material extremamente versátil.

Em termos gerais, as ligações apresentam uma vasta variedade de tipos e aplicações em estruturas de madeira, podendo ser classificadas em ligações coladas (químicas) e ligações mecânicas basicamente. As ligações coladas no Brasil são empregadas na fabricação de madeira laminada colada. As ligações mecânicas, que são as constituídas por peças

metálicas ou mesmo de madeira, são empregadas tanto para a montagem de elementos estruturais de seção composta como para a união de elementos estruturais.

Essas duas formas de aplicação das ligações mecânicas em estruturas de madeira são demonstradas na Fig. 1.1.

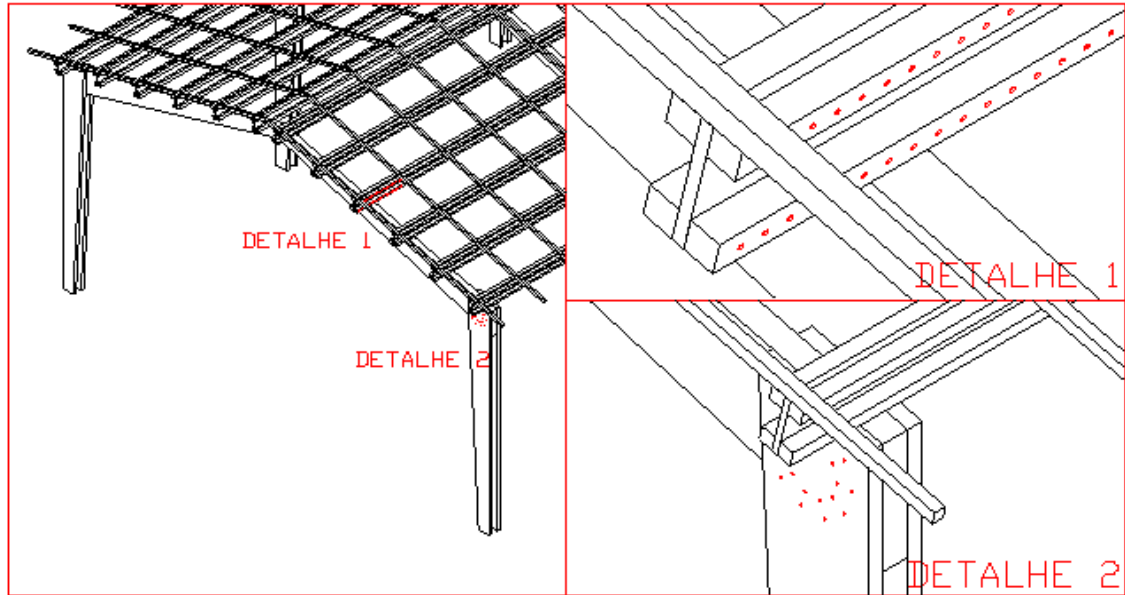


Figura 1.1: Aplicações das ligações mecânicas em estruturas de madeira.

Segundo sua forma de aplicação, as ligações mecânicas recebem tratamentos distintos na modelagem estrutural. As ligações mecânicas utilizadas nas montagens de elementos estruturais de seção composta transmitem apenas tensões de cisalhamento internas, e as ligações mecânicas utilizadas para a união de elementos estruturais transmitem esforços solicitantes entre os mesmos, em destaque, o momento fletor.

Assim, do ponto de vista estrutural, existe uma distinção importante entre essas duas formas de aplicação das ligações mecânicas, a ser considerada na modelagem do comportamento da estrutura.

Por outro lado, a análise estrutural necessita, além das hipóteses de comportamento da estrutura, das propriedades da ligação, normalmente analisadas em termos das propriedades do conector típico da ligação isoladamente.

As propriedades das ligações são a resistência e a rigidez. As ligações são elementos muito importantes, por isso a determinação de suas propriedades, assim como sua execução,

são aspectos do projeto estrutural que demandam extremo cuidado. De fato, a investigação da resistência das ligações é um assunto de importância unanimemente reconhecida.

O mesmo não acontece com a investigação da rigidez das ligações. A teoria clássica das estruturas considera as ligações como sendo ou perfeitamente rígidas ou inexistentes (perfeitamente articuladas, no caso de ligações transmissoras de momento fletor). Dessa forma, a rigidez das ligações não é considerada na análise estrutural.

Contudo, as ligações mecânicas são deformáveis e dessa forma influenciam no comportamento estrutural, conforme resultados de pesquisas experimentais ao longo de várias décadas. As pesquisas desta natureza datam das primeiras décadas do século XX. Mais tarde surgiram pesquisas teóricas procurando analisar o comportamento das ligações deformáveis e das estruturas de madeira com ligações deformáveis.

As ligações deformáveis podem ser chamadas de semi-rígidas, por seu comportamento intermediário entre rígidas e articuladas. A evolução da análise de estruturas de madeira com ligações deformáveis tem acompanhado o progressivo entendimento do comportamento destas. Por outro lado, o cálculo estrutural usual desconsidera esta influência, fundamentando-se em modelos com ligações perfeitamente rígidas ou perfeitamente articuladas.

No Brasil, a norma de projeto de estruturas de madeira, NBR7190/1997 (ABNT, 1997), estabelece que as ligações sejam consideradas rígidas, e assim, que sejam dimensionadas para resistir aos esforços solicitantes determinados através do cálculo convencional.

A nível mundial, disposições para o cálculo de estruturas de madeira com ligações semi-rígidas não são encontradas comumente em normas técnicas. No entanto, o Eurocode 5 (EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, 1993), a norma técnica da comunidade européia, pode ser citada como relativamente avançada na normalização de estruturas de madeira com ligações semi-rígidas.

Possivelmente, a dificuldade de normalização do projeto de estruturas de madeira com ligações semi-rígidas está relacionada à dificuldade de caracterização do comportamento das ligações, principalmente transmissoras de momento fletor. O surgimento de novos tipos de ligações amplia o campo da pesquisa do comportamento mecânico das ligações para aplicação na análise estrutural.

É importante ressaltar que o estudo das estruturas com ligações semi-rígidas distingue-se do estudo das ligações semi-rígidas em si. As normas técnicas que consi-

deram a deformabilidade das ligações, como o Eurocode 5, apresentam disposições para o cálculo da rigidez das ligações, mas não estabelecem critérios para a análise da estrutura com ligações semi-rígidas.

No Brasil, as pesquisas relacionadas à rigidez das ligações em estruturas de madeira tem aumentado, mas apenas recentemente, principalmente no que se refere às ligações transmissoras de momento fletor. A nível mundial as pesquisas são mais numerosas, mesmo assim, pode-se constatar que o assunto está longe de ser esgotado.

As pesquisas a nível mundial vêm confirmando a importância de se considerar a deformação das ligações na análise do comportamento das estruturas de madeira.

Este trabalho, essencialmente motivado por esta tendência de análise, tem como tema a análise não linear de pórticos planos em madeira com ligações semi-rígidas.

Seu objetivo principal é a descrição do comportamento desse tipo de estrutura considerando-se a influência das propriedades de rigidez das ligações e a quantificação dessa influência. Para isso, este trabalho trata do comportamento das estruturas com ligações semi-rígidas e também do comportamento das ligações semi-rígidas em si, visando adicionalmente o aumento do conhecimento sobre este importante tema do campo de estudo das estruturas de madeira.

Nesse contexto, a análise não linear, resultante da consideração de comportamento não linear para as ligações, foi motivada pela necessidade da fundamentação sobre o comportamento das estruturas da forma mais minuciosa possível, para que no futuro esta fundamentação possa contribuir para o desenvolvimento de métodos de cálculo precisos e simples para aplicação no projeto estrutural.

1.2 Abrangência da pesquisa

Esta pesquisa abrange pórticos planos em madeira com ligações mecânicas feitas com pregos e parafusos, conectores genericamente denominados de pinos metálicos devido ao seu comportamento mecânico básico em ligações submetidas ao cisalhamento.

De acordo com a distinção feita entre as ligações mecânicas do ponto de vista estrutural feita anteriormente, este trabalho não abrange portanto o estudo de estruturas com ligações mecânicas entre partes de elementos estruturais de seção composta, mas apenas entre elementos estruturais inteiramente. Pode-se dizer que a distinção entre essas

aplicações das ligações mecânicas divide dois vastos campos de pesquisa dentro da área de estruturas de madeira.

Além disso, neste trabalho não são abrangidas ligações submetidas ao arrancamento, que constituem, por sua forma de funcionamento, em outro vasto campo de pesquisa.

Os pórticos planos foram adotados como objeto do estudo pois são estruturas que apresentam um grande potencial de aplicação não apenas no meio rural como no meio urbano, por sua grande simplicidade e versatilidade.

As ligações pregadas e parafusadas foram escolhidas por serem ligações de fácil execução e das mais usuais entre as empregadas em estruturas de madeira.

A Fig. 1.2 mostra uma foto de uma estrutura de madeira com ligações mecânicas resistentes a momento fletor. Esta estrutura representa uma das configurações geométricas em que esse tipo de ligação tem aplicação.

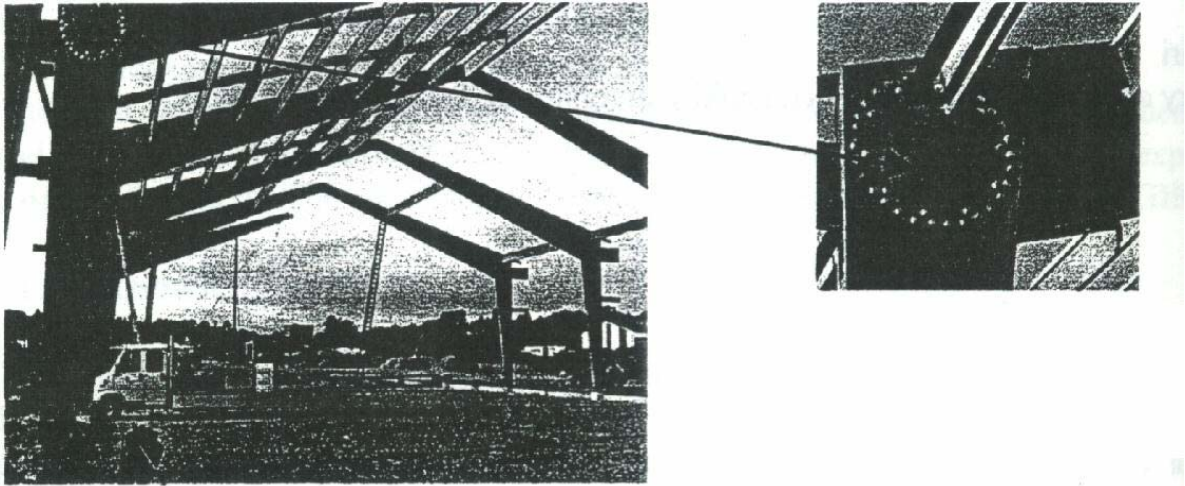


Figura 1.2: Foto de pórtico plano com ligações resistentes a momento fletor. Fonte: KAIRI(2001)

Contudo, a pesquisa pode se aplicar, em aspectos dos mais gerais aos mais específicos, a outros tipos de estrutura e ligações, desde que mantidas algumas características básicas que são:

- estruturas reticuladas planas formadas por elementos de barra com comportamento descrito pela teoria clássica da flexão reta simples ou composta;
- ligações mecânicas entre peças de madeira com conectores submetidos individualmente ao cisalhamento na interface das peças de madeira ligadas.

1.3 Metodologia e objetivos da pesquisa

O objetivo geral desta pesquisa é o estudo do comportamento de pórticos planos em madeira com ligações semi-rígidas em termos qualitativos e quantitativos, dentro do qual podem ser destacados os seguintes objetivos mais específicos:

- descrição da influência das propriedades de rigidez das ligações no comportamento estrutural;
- quantificação dessa influência.

Para o alcance dos objetivos da pesquisa, foi traçada a seguinte metodologia básica:

- modelagem teórica de pórticos planos de madeira com ligações semi-rígidas e das ligações semi-rígidas, a implementação computacional dos modelos teóricos e a verificação experimental dos mesmos;
- aplicação dos modelos implementados em uma análise sistemática de pórticos planos verificando-se a variação dos resultados com a variação de parâmetros principalmente referentes às ligações.

A modelagem dos pórticos planos foi feita com base nos fundamentos da teoria das estruturas voltada para a análise matricial, resultando num processo muito similar ao usualmente utilizado e considerando a contribuição das ligações. Além disso, foi feita a modelagem teórica do comportamento da ligação resistente a momento fletor a partir do comportamento individual dos pinos componentes da mesma. Esta modelagem foi voltada para a análise matricial, tendo sido descrito o comportamento da ligação nos mesmos termos do comportamento dos elementos de barra, ou seja, em termos de relações entre deslocamentos e ações nos nós.

No programa experimental foram feitos ensaios de caracterização da madeira ao embutimento, ensaios de ligações e ensaios de modelos de pórticos planos, que tiveram como finalidade a caracterização dos parâmetros dos modelos teóricos e a verificação dos resultados dos mesmos.

Finalmente, os modelos implementados foram aplicados em uma análise paramétrica de pórticos com ligações semi-rígidas, com a finalidade de obter informações a respeito da grandeza da influência das ligações no comportamento estrutural. Além disso, foi feita

esta mesma análise com um programa comercial, com a finalidade de comparação com os modelos teóricos implementados, bem como de verificar a aplicabilidade deste programa comercial para a análise de estruturas com ligações semi-rígidas.

Desse modo, pode-se sintetizar que a solução computacional associada aos modelos teóricos adotados foi a ferramenta principal de análise e a análise experimental foi uma ferramenta para verificação da validade do modelo teórico proposto e caracterização de parâmetros.

Em termos mais gerais, este trabalho visa a obtenção de um maior conhecimento sobre a influência do comportamento das ligações no comportamento de estruturas de madeira, em termos qualitativos e quantitativos. Trata-se, pois, de um trabalho caracterizado pela fundamentação e modelagem teórica, no qual procura-se explorar tanto o comportamento de ligações semi-rígidas como o de estruturas com ligações semi-rígidas, esperando-se que o mesmo possa contribuir para aumentar e unir os conhecimentos relacionados ao tema e posteriormente contribuir para o desenvolvimento de métodos de cálculo simples porém precisos.

Por fim, dentro do contexto de aplicação prática, este trabalho procura contribuir de imediato para o maior conhecimento em projeto de pórticos planos de madeira, estruturas com grande potencial de aplicação notadamente no meio rural, por sua versatilidade em termos de porte e configurações geométricas.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será apresentada uma análise dos trabalhos científicos mais relevantes para a fundamentação do foco específico da pesquisa, que é a análise de pórticos de madeira com ligações semi-rígidas. No que se refere à organização geral deste trabalho, a revisão bibliográfica está sendo apresentada em conjunto com a fundamentação teórica, introduzindo-se desse modo os conceitos relacionados ao assunto juntamente com a revisão e análise dos trabalhos.

A análise de pórticos com ligações semi-rígidas requer o conhecimento das propriedades mecânicas das ligações semi-rígidas isoladamente, e por este motivo nesta pesquisa foi dada uma grande ênfase a este tema. Assim, uma grande parte da da revisão bibliográfica é dedicada também ao mesmo.

É importante observar que a modelagem de ligações semi-rígidas isoladamente por si só é uma área de pesquisa bastante ampla dentro da área de Estruturas de Madeira, sendo que nesta revisão bibliográfica foram citados e analisados os trabalhos científicos que contribuíram de forma mais significativa para a fundamentação desta pesquisa.

Inicialmente, apresenta-se uma fundamentação a respeito da aplicação e concepção das estruturas de madeira do tipo focado na análise desenvolvida nesta pesquisa, para em seguida abordar os aspectos relacionados à modelagem e projeto das mesmas.

2.1 Aplicação de sistemas estruturais em pórticos planos

Os pórticos são estruturas constituídas por elementos solicitados essencialmente à flexão e ligados entre si através de ligações transmissoras de momento fletor. Para o propósito de análise estrutural, os pórticos são descritos por representações esquemáticas formadas por trechos retos que representam seus elementos. Fisicamente, a união entre os elementos dos pórticos pode ser feita basicamente com cola (ligação química) ou com conectores metálicos (ligações mecânicas). Para efeito de análise estrutural, o método clássico considera rígidas a união entre os elementos dos pórticos, de forma que na configuração deformada o ângulo inicial entre dois elementos retos permanece inalterado, conforme descrito por GERE e WEAVER(1967).

A Fig. 2.1 mostra uma foto de um exemplo de pórtico plano de madeira com ligações mecânicas.

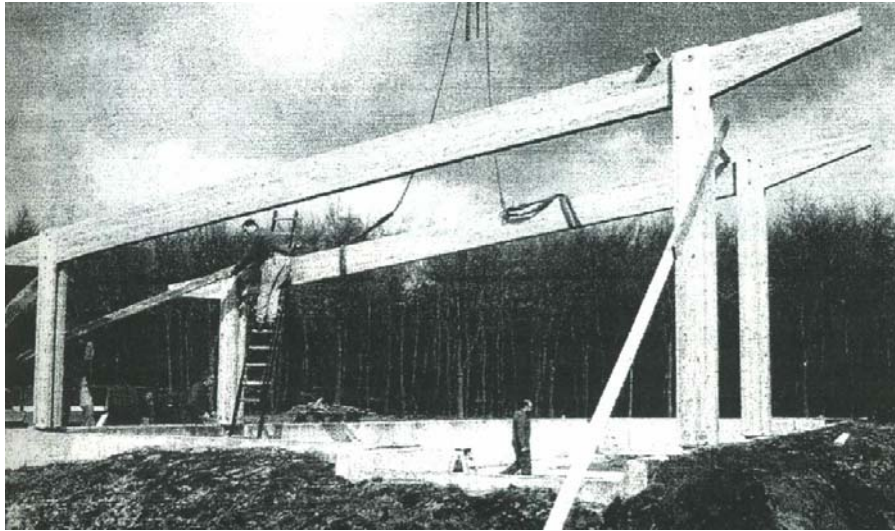


Figura 2.1: Foto de uma construção com pórticos planos. Fonte: LEIJTEN(2001)

Os pórticos planos possuem muitas aplicações dentro da área de Estruturas de Madeira, tendo sua maior aplicação na construção de coberturas.

Embora este e outros sistemas estruturais em madeira possam ser aplicados na construção de cobertura, dada a versatilidade da madeira, no Brasil o mais comumente empregado é visivelmente a treliça.

As treliças são largamente empregadas para a construção de coberturas provavelmente devido à sua consolidação como um tipo de estrutura facilmente executável dentro de um sistema artesanal de construção, por utilizar seções disponibilizadas comercialmente em madeira serrada.

Os pórticos são estruturas que empregam seções maiores podendo chegar facilmente a empregar seções não disponibilizadas comercialmente para vão relativamente grandes, da ordem de dez metros de comprimento. Contudo, a aplicação dos pórticos em construções de grande porte foi possibilitada pelo desenvolvimento da técnica da madeira laminada colada (MLC).

A principal vantagem da madeira laminada colada é a sua versatilidade de dimensões e formas, podendo dar origem a estruturas planas e espaciais das mais variadas formas, conforme demonstrado por BONO(1996). Outra importante vantagem conferida pela técnica da madeira laminada colada, que consiste essencialmente na construção de seções e peças por meio da colagem de lâminas, é o melhor controle de qualidade e a possibilidade de uso de espécies de reflorestamento, além da maior resistência ao fogo, conforme exposto por VALLE(1999).

Assim, mutuamente, os pórticos, assim como os arcos, são sistemas estruturais através dos quais a madeira laminada colada possui uma importante aplicação. Dessa forma, as vantagens do emprego da madeira laminada colada entendem-se a estes sistemas estruturais.

Os pórticos, assim como as treliças, possuem facilidade de transporte e montagem, tanto num processo industrial como num processo artesanal de construção. Além disso, apresentam uma grande versatilidade de formas e dimensões, podendo constituir coberturas de forma circular, como mostrado na Fig. 2.2.

Os arcos são estruturas cuja característica básica é a predominância de esforços normais internos além de momento fletor, consequência da direção inclinada de seus elementos. Os arcos são comumente curvos e dessa forma não necessitam de ligação resistente a momento fletor entre seus elementos, pois nesse caso são constituídos de um único elemento curvo, ou mais comumente, de dois elementos curvos mutuamente apoiados.

As ligações nos pórticos podem ser coladas, normalmente em pórticos de MLC, fisicamente formadas pelo entrelaçamento das lâminas coladas, o que resulta na continuidade entre os elementos. Podem também ser ligações mecânicas, como mostrado anteriormente

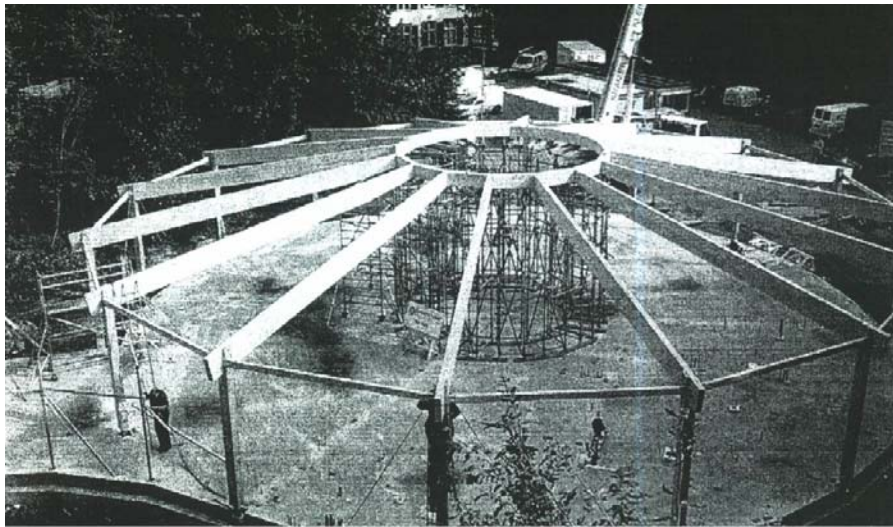


Figura 2.2: Foto de uma construção circular com pórticos planos radiais. Fonte: LEIJTEN(2001)

na Fig. 1.1. Pode-se dizer que os pórticos que empregam ligações mecânicas apresentam uma vantagem em relação aos que empregam ligações coladas, que é a maior facilidade de montagem no local da obra.

BONO(1996) apresenta a aplicação de pórticos e outros sistemas estruturais em madeira laminada colada ilustrando a apresentação com construções realizadas no Brasil e demonstrando desta forma o grande potencial de aplicação desses sistemas estruturais. De fato, são sistemas estruturais que agregam as vantagens da aplicação da MLC e os benefícios da industrialização e racionalização do uso da madeira.

Além da madeira laminada colada, outra possibilidade para a construção de pórticos de grande porte é a utilização de elementos com seção composta de madeira e compensado. Os pórticos de madeira e compensado, estudados por STAMATO(2002) no aspecto referente às ligações, possuem a mesma configuração estrutural dos pórticos em geral. No entanto, possuem seção composta de madeira e compensado, o que confere a este tipo de estrutura particularidades em seu cálculo. Sua grande vantagem é o melhor aproveitamento de material resultante da composição das seções dos elementos estruturais.

Assim sendo, os pórticos planos em madeira com ligações mecânicas apresentam-se como sistemas estruturais de grande potencial de aplicação tanto no meio urbano quanto no meio rural, especialmente neste último, onde a variedade de necessidades exige a versatilidade de sistemas construtivos.

Conforme consulta à bibliografia, construção rural é aquela destinada a atender a uma finalidade específica neste meio, onde são desenvolvidas atividades relacionadas à agricultura e pecuária. Dada a diversidade das culturas e criações, as exigências de características específicas para cada construção são igualmente diversas. As construções rurais abrangem desde edificações para criação de animais e cultivo de plantas, galpões para abrigo de processos de produção e armazenamento de produtos, silos e pontes até escritórios, habitações, torres para reservatórios, torres para linhas de transmissão de energia elétrica, cercados, porteiras e mata-burros (PEREIRA, 1976; CARNEIRO, 1984). Se forem consideradas todas as atividades envolvidas hoje no setor econômico definido pelo agronegócio, as construções rurais passam a abranger também construções com características industriais.

O objetivo deste item é mostrar a inserção do sistema estrutural que está sendo objeto de estudo nesta pesquisa dentro do contexto da área de Estruturas de Madeira. Com essa breve revisão bibliográfica sobre os sistemas estruturais em madeira é possível observar que os pórticos planos com ligações mecânicas são apenas um entre vários tipos de estruturas com possibilidades de aplicação em construções rurais e civis, mas que possui diversas e importantes vantagens. São estruturas simples e de fácil execução, que apresentam grande versatilidade de formas e dimensões, ótimo aproveitamento do espaço interno e grande segurança contra incêndio. Os impecilhos à sua aplicação relacionam-se à escassez de indústrias de elementos em madeira laminada colada no Brasil. Pode-se citar ainda, como um impecilho à difusão deste tipo de estrutura, o desconhecimento de seu cálculo por parte de projetistas, principalmente no que se refere às ligações.

2.2 Concepção de projetos de pórticos planos de madeira

Neste item será apresentada uma revisão bibliográfica sobre os aspectos envolvidos na concepção de projetos de pórticos planos de madeira, tendo como base normas técnicas brasileiras e estrangeiras.

2.2.1 Dimensões e formas

Os pórticos podem ser utilizados para formar a estrutura principal de coberturas de superfícies retangulares ou circulares. Segundo KESSEL (1995), os pórticos, usados

tipicamente em ginásios de esportes, piscinas, ou galpões de mercadorias, possuem dimensões que variam até 100 metros de vão e 30 metros de altura máxima. Segundo o mesmo autor, as seções de MLC podem chegar a 24 centímetros de largura por dois metros de altura. Já segundo RACHER (1995.a), os edifícios industriais e recreacionais são construídos com estruturas em pórticos com dimensões entre 15 e 50 metros de vão e de cinco a dez metros de altura máxima. Porém, nada impede que dimensões menores sejam encontradas, dependendo da finalidade. Na bibliografia sobre construções rurais consultadas, os vãos encontrados estão em torno de 8 a 12 metros, no entanto, considerando-se as aplicações mais modernas e industriais das construções rurais, estes vãos podem ser bem maiores. As dimensões dependem da finalidade desejada.

Segundo o que foi levantado da bibliografia, a concepção básica do projeto envolve características como o vão livre, a altura livre, a forma dos elementos estruturais, a forma das seções transversais e a inclinação dos elementos estruturais, características essas que dependem das particularidades de cada caso.

Os pórticos são normalmente articulados pela maior facilidade de fabricação e transporte. Em cada uma das partes, duas formas são possíveis, definidas pela conformação dos elementos: a forma reticulada, com elementos retos unidos por uma ligação transmissora de momento fletor e a forma em arco, com um único elemento curvo. Na Fig. 2.3 são mostradas essas duas formas.

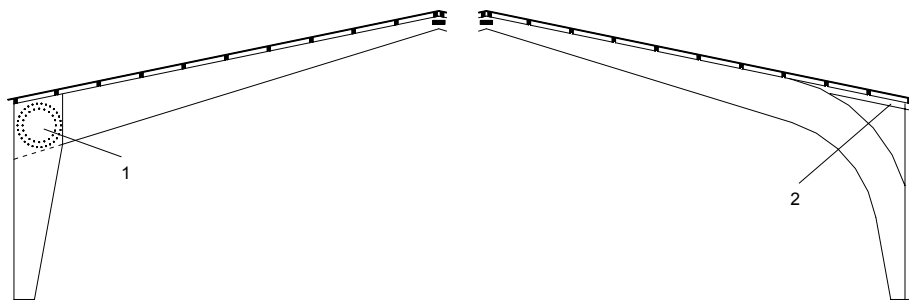


Figura 2.3: Tipos de estruturas planas. Fonte: RACHER(1995.a)

Segundo RACHER, o pórtico em arco tem como desvantagens a maior dificuldade de transporte e a necessidade de elementos secundários para acomodar as telhas. Porém, a forma reticulada implica no emprego de uma ligação entre os elementos. É justamente nesta junção onde ocorrem os maiores esforços internos. Mesmo assim, o autor coloca que a forma reticulada é a mais usada, sendo comum o uso de elementos com seções não constantes. Segundo o mesmo autor, nesse tipo de pórtico, a altura das seções de ambos os elementos na região da ligação, para que seja possível acomodar os conectores, varia de $L/30$ a $L/20$, onde L é o vão total do pórtico.

2.2.2 Escolha do tipo de ligação para o projeto

Um aspecto muito importante dentro da concepção do pórtico é a escolha do tipo de ligação. Na verdade, o tipo básico de ligação é determinado em conjunto com a concepção da geometria do pórtico. Segundo RACHER, o tipo mais comum de ligação em pórticos é aquele em que estes são sobrepostos lateralmente e unidos por um conjunto de conectores metálicos. Conforme o que foi apresentado por este autor, esse tipo comum de ligação apresenta risco de fendilhamento, problema que pode ser evitado com a colocação de reforços de chapa de madeira densificada. O fendilhamento ocorre devido à retração da madeira, que causa variações dimensionais diferentes nas peças ligadas em direções diferentes.

A técnica da chapa de madeira densificada é uma entre as muitas técnicas de melhoramento de ligações, que consiste no reforço da madeira na região da ligação com fibra de vidro e outros tecidos técnicos, com a finalidade de diminuir os efeitos causados pela ortotropia da madeira. Outra forma de melhoramento das ligações é o aperfeiçoamento de conectores. Uma revisão sobre ligações em estruturas de madeira permite observar que o desenvolvimento de ligações transmissoras de momento fletor cada mais resistentes e de comportamento dúctil é um campo de estudo importante dentro da área de estruturas de madeira, conforme foi constatado por BAIÃO(1997).

Nas ligações feitas com pinos, um importante aspecto a ser considerado é a distribuição dos mesmos. RACHER (1995.a e 1995.b) discute as implicações de diferentes distribuições de pinos em termos das tensões na região da ligação. No Brasil, ainda não existe um estudo sistemático sobre o desempenho de ligações resistentes a momento fletor considerando aspectos como a distribuição de tensões na região da ligação.

Além de conectores do tipo pino, outro tipo de ligação é aquela feita com chapas dentadas. Na Fig. 2.4 são mostrados esses dois tipos de ligação basicamente empregados, que diferem pelo esquema de transmissão dos esforços.

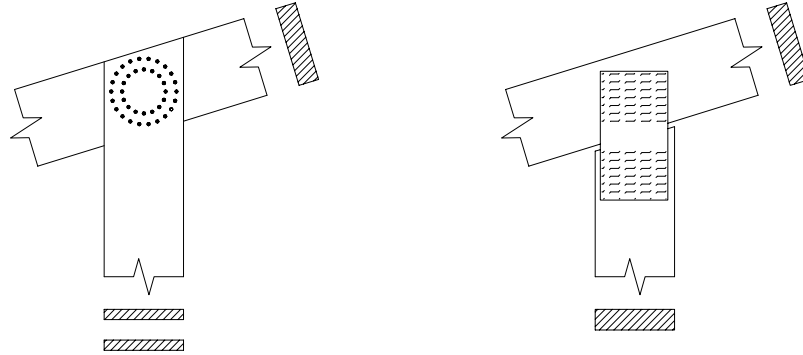


Figura 2.4: Tipos de ligações rotacionais quanto à forma dos conectores.

Segundo classificação existente na literatura científica e apresentada por VALLE (1999), estes dois tipos de ligação seriam classificados respectivamente em ligação com transmissão por justaposição (as peças são justapostas e a transmissão ocorre por meio de conectores intermediários) e ligação com transmissão indireta (a transmissão ocorre indiretamente por meio de um elemento intermediário). Segundo esta classificação, existe ainda um terceiro tipo que é a ligação com transmissão por contato direto (na qual não existem elementos intermediários de transmissão).

Além desses tipos mais comuns de ligação, existem outras possibilidades de ligações transmissoras de momento fletor. Entre essas estão as ligações feitas através de recortes encaixados e colados, chapas metálicas embutidas com conectores metálicos, peças metálicas com formatos especiais, etc. Nesta revisão bibliográfica não serão abordados com detalhe cada um desses tipos de ligação, sendo que o objetivo maior deste item é mostrar os aspectos que determinam a concepção do projeto de um pórtico plano.

Uma classificação particularmente importante para este trabalho é quanto ao tipo de carregamento. A Fig. 2.5 mostra as formas básicas de carregamento das ligações.

O primeiro tipo é uma ligação solicitada por esforços no plano paralelo ao plano da interface entre as peças, usualmente referida como ligação solicitada lateralmente, na literatura estrangeira. O outro tipo é uma ligação solicitada por esforços num plano perpendicular ao plano da interface entre as peças. Nesse tipo de ligação, os conectores são

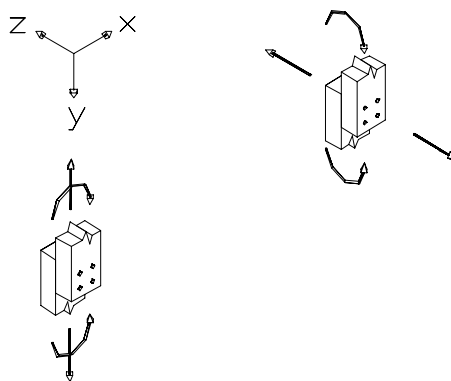


Figura 2.5: Esquema dos esforços em ligações em relação à direção e plano da interface.

submetidos ao arrancamento. É importante observar que segundo este critério de classificação, as ligações mostradas na Fig. 2.4 são ambas carregadas lateralmente.

O projetista de estruturas de madeiras deve levar em conta a direção dos carregamentos da estrutura para a melhor escolha do tipo de ligação.

É importante ressaltar que no Brasil não existe literatura voltada para projetistas de estruturas de madeira que contemple todas as possibilidades de ligação existentes no mercado. Além, disso, no mercado brasileiro não existem todas as possibilidades de ligação existentes no resto do mundo, o que é possível constatar através da literatura científica.

A importância do tema em Estruturas de Madeira pode ser constatada pela existência de congressos voltados apenas para a área de tecnologia e modelagem de ligações, como o RILEM International Symposium (RILEM, 2001). No Brasil é necessário que a indústria e a pesquisa na área de ligações incentivem-se mutuamente de forma a incrementar a tecnologia nessa área, e além disso, que a tecnologia disponível seja divulgada. Dessa forma, haveria uma contribuição para que a prática da construção em madeira evoluísse no sentido da industrialização.

2.2.3 Escolha da espécie de madeira para o projeto

Finalmente, dentro dos aspectos envolvidos na concepção do projeto de pórticos planos, apresenta-se a escolha da espécie da madeira. Neste aspecto também falta racionalização na prática das construções em madeira no Brasil. Com exceção de poucas empresas especializadas, a construção em madeira é feita sem racionalização e método.

Observa-se que existe uma lista oficial de espécies de madeiras ameaçadas de extinção, listadas pela Portaria 37-N de 3 de abril de 1992 do IBAMA (IBAMA, 2001), e que por outro lado, outras espécies que não constam da lista, se não forem bem manejadas, também estarão ameaçadas de extinção no futuro.

MACEDO, DIAS e BARATA(2000) trataram do potencial de espécies nativas alternativas, e citaram a necessidade de divulgação do uso dessas espécies, em contraposição à exploração seletiva e predatória das florestas tropicais.

A manutenção da floresta tropical depende da sua exploração adequada. Os projetistas de estruturas de madeira podem contribuir escolhendo espécies de reflorestamento ou peças de espécies nativas alternativas com certificação, atestando assim o manejo adequado da exploração.

2.3 Projeto de pórticos planos de madeira: revisão de normas técnicas

Os aspectos abordados na seção anterior relacionam-se com a concepção do projeto. A seguir será tratado do cálculo (dimensionamento e verificação), enfatizando-se os aspectos relacionados à ligação.

De forma geral, o projeto de uma estrutura de madeira, processo orientado e regulamentado por normas técnicas, envolve várias etapas. Nessa revisão de normas técnicas, serão incluídas a norma brasileira NBR7190/1997 (ABNT, 1997) e as normas estrangeiras que apresentem disposições a respeito do assunto investigado. As normas brasileira NBR 7190/1997 e as normas técnicas estrangeiras em sua maior parte fundamentam-se no método semi-probabilístico de cálculo, envolvendo as etapas de:

1. cálculo dos valores de projeto das ações;
2. determinação dos valores de projeto das propriedades dos materiais;
3. solução da estrutura e determinação das solicitações de cálculo;
4. determinação das resistências de cálculo e verificação.

O dimensionamento dos elementos estruturais de madeira nos aspectos relacionados à madeira não serão tratados em detalhe nesta revisão bibliográfica, assim como as etapas de determinação das ações e das propriedades dos materiais. Será enfatizada essencialmente a forma de tratamento das ligações dentro do processo de dimensionamento.

2.3.1 Norma NBR7190/1997

Conforme o item 8.3.1 da norma brasileira NBR7190/1997 (ABNT, 1997), as ligações com quatro ou mais pregos são consideradas rígidas, atendida a condição de realização de pré-furação com o diâmetro estabelecido. As ligações com quatro ou mais parafusos podem ser consideradas rígidas se for atendida a condição de máximo diâmetro de pré-furação. Caso contrário, será considerada deformável. No caso de pórticos planos, a consideração de ligações rígidas concorda com o método clássico de análise estrutural. Neste caso, o cálculo pode ser feito segundo a teoria da Estática das Estruturas. No caso de ligações consideradas deformáveis, a norma não menciona nenhuma orientação para o cálculo.

Numa etapa posterior à determinação dos esforços solicitantes, o dimensionamento das ligações é feito com base no procedimento estabelecido no item 8.3.4, segundo o qual a resistência de um pino individualmente (prego ou parafuso) é dada por:

$$R_{v,d,1} = 0,40 \frac{t^2}{\beta} f_{ed} \quad (2.1)$$

se $\beta \leq \beta_{\text{lim}}$, e:

$$R_{v,d,1} = 0,625 \frac{d^2}{\beta_{\text{lim}}} f_{yd} \quad (2.2)$$

se $\beta > \beta_{\text{lim}}$, com:

$$\beta = \frac{t}{d} \quad (2.3)$$

e:

$$\beta_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{f_{yk}}{f_{ek}}} \quad (2.4)$$

onde d é o diâmetro do pino, t é o menor valor entre as espessuras das peças ou espessura da peça externa e penetração do pino na peça interna, f_{yk} e f_{yd} são respectivamente os valores característico e de cálculo da resistência do aço ao escoamento e f_{ek} e f_{ed} são respectivamente os valores da resistência característico e de cálculo da madeira ao embutimento na direção do carregamento.

No caso de peças com direções das fibras em relação à direção de cálculo da resistência diferentes, aplica-se a fórmula para cada uma das peças utilizando-se a espessura de cada uma delas.

A resistência de uma ligação com pinos enfileirados é considerada como sendo a soma da resistência de todos os pinos até o limite de 8 pinos por fileira, sendo que acima desse número, o número de pinos efetivo sofre uma redução estabelecida. Além do método de determinação da resistência individual dos pinos, a norma apresenta em seu Anexo B um procedimento de determinação experimental de resistência de ligações.

No caso de uma ligação submetida a momento fletor e outros esforços solicitantes, cada pino é submetido a uma solicitação com intensidade e direção diferentes. Nesse caso, a norma brasileira não menciona um procedimento específico para o dimensionamento da ligação. O procedimento mais simples que se pode estabelecer é que a verificação seja feita para cada pino individualmente, calculando-se a resistência do pino na mesma direção da solicitação atuante no mesmo. A solicitação atuante em cada pino pode ser calculada com condições de equilíbrio, porém, pressupõe o estabelecimento de hipóteses e critérios técnicos, que não são fornecidos pela norma brasileira.

Para o caso de ligações em madeira laminada colada, a norma brasileira não traz disposições específicas para o cálculo, estabelecendo no seu item 7.7.4 disposições gerais para a fabricação das peças e o adesivo solidarize permanentemente o sistema. Dessa forma, pode-se admitir que sendo a resistência do adesivo maior do que a resistência ao cisalhamento da madeira, permite-se utilizar as disposições da norma para a verificação das peças de madeira. Contudo, no que se refere às propriedades da madeira para projeto, a norma apresenta coeficientes de modificação das propriedades da madeira específicos para a madeira laminada colada.

2.3.2 Eurocode 5

Segundo o Eurocode 5 (EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, 1993), o dimensionamento de ligações é feito com base no cálculo da resistência de cada pino, calculada segundo o item 6.2.

No caso de ligações com pinos enfileirados, a norma indica que a resistência da ligação é dada pela soma da resistência de todos os pinos, mas com uma redução no número efetivo de pinos para ligações com mais que um certo número de pinos, dependendo do tipo de pino. As disposições específicas para cada tipo de pino encontram-se nos itens subsequentes 6.3 a 6.8 da norma.

Além do cálculo da resistência de ligações, o Eurocode 5 fornece disposições para o cálculo da rigidez de ligações. O cálculo da rigidez de uma ligação segundo o Eurocode 5 baseia-se no em cada pino individualmente. A rigidez fornecida por um pino é dada pelo módulo de deslizamento, $K_{ser,d}$, calculado segundo o item 4.2 da norma, em função da densidade da madeira e do diâmetro do pino. Segundo RACHER (1995.b), o módulo de deslizamento $K_{ser,d}$ é usado para cálculos referentes à deformação e o módulo de deslizamento $K_{u,d}$, dado por $K_{u,d} = \frac{2}{3}K_{ser,d}$, é usado para cálculos referentes à resistência e a efeitos de segunda ordem.

O Eurocode 5 não faz distinção entre os módulos de deslizamento nas direções paralela e perpendicular às fibras, conforme foi observado por BOUCHAIR, BOUCQUET and RACHER (1996). No entanto, segundo RACHER, no cálculo de ligações submetidas a momento fletor, a direção das fibras em relação à direção do esforço atuante no pino deve ser considerada.

Quanto às ligações submetidas a momento fletor, o Eurocode 5 não fornece disposições específicas, porém, critérios desenvolvidos por RACHER permitem o dimensionamento das mesmas utilizando as disposições do Eurocode 5 para a resistência e o módulo de deslizamento de cada pino.

RACHER admite que a força atuante em cada pino é uma resultante das forças induzidas pelo momento fletor, pela normal e pela cortante. Para a determinação da força induzida pelo momento fletor, RACHER faz o desenvolvimento mostrado a seguir. Inicialmente, tem-se que, para cada pino, vale a relação:

$$F_{M,i} = K_{\alpha,i}\Delta_i \quad (2.5)$$

onde $F_{M,i}$ é a força induzida no pino pelo momento fletor, $K_{\alpha,i}$ é a rigidez de cada pino i na direção α_i , e Δ_i é o deslizamento do pino devido apenas a $F_{M,i}$. A direção α_i é a direção de $F_{M,i}$, tangencial a uma circunferência imaginária com centro num ponto denominado “centro de rotação”. RACHER admite como centro de rotação o centro geométrico dos pinos.

Mas, com a hipótese de que a madeira entre os pinos não se deforma, tem-se:

$$F_{M,i} = K_{\alpha,i}r_i\phi \quad (2.6)$$

onde ϕ é o giro relativo e r_i é a distância do pino ao centro de rotação. A partir da equação acima, pode-se encontrar a seguinte relação de proporção:

$$\frac{F_{M,1}}{K_{\alpha,1}r_1} = \frac{F_{M,2}}{K_{\alpha,2}r_2} = \dots = \frac{F_{M,n}}{K_{\alpha,n}r_n} \quad (2.7)$$

Com manipulações algébricas, tem-se:

$$\frac{F_{M,i}}{K_{\alpha,i}r_i} = \frac{\sum_{i=1}^n F_{M,i}r_i}{\sum_{i=1}^n K_{\alpha,i}r_i^2} \quad (2.8)$$

Mas por condições de equilíbrio, tem-se:

$$M = \sum_{i=1}^n F_{M,i}r_i \quad (2.9)$$

onde M é o momento fletor. Assim, tem-se finalmente:

$$F_{M,i} = \frac{K_{\alpha,i} r_i}{K_r} M \quad (2.10)$$

onde:

$$K_r = \sum_{i=1}^n K_{\alpha,i} r_i^2 \quad (2.11)$$

O parâmetro K_r é definido como sendo a rigidez rotacional da ligação. Dessa forma, a força atuante no pino induzida pelo momento fletor é proporcional ao módulo de deslizamento e à distância do pino ao centro de rotação.

Já as solicitações devidas à cortante V e à normal N são, por hipótese, igualmente distribuídas entre os pinos, sendo dadas respectivamente por:

$$F_{V,i} = \frac{V}{n} \quad (2.12)$$

$$F_{N,i} = \frac{N}{n} \quad (2.13)$$

A força resultante atuante no pino é a soma vetorial de $F_{M,i}$, $F_{V,i}$ e $F_{N,i}$. A resistência de cada pino deve ser calculada na mesma direção da força resultante atuante no pino. Esse cálculo deve ser feito para os dois membros da ligação (uma vez que cada membro tem cortante e normal com valores e direções diferentes).

Uma consideração importante feita por RACHER é que o módulo de deslizamento depende da direção da força atuante no pino, sendo considerada apenas a parcela referente ao momento fletor ($F_{M,i}$), por simplificação. Segundo o autor, para peças com eixos paralelos entre si, o módulo de deslizamento o módulo de deslizamento de cada pino i , na direção de $F_{M,i}$, portanto perpendicular à direção definida por α_i , pode ser determinado segundo a fórmula de Hankinson:

$$K_{\alpha_i} = \frac{K_{0i}K_{90i}}{K_{0i}^2 \text{sen}^2(\alpha_i + 90^\circ) + K_{90i} \cos^2(\alpha_i + 90^\circ)} \quad (2.14)$$

onde K_{0i} e K_{90i} são respectivamente os módulos de deslizamentos do pino nas direções paralela e perpendicular às fibras.

De forma geral, a fórmula de Hankinson, uma propriedade física ou elástica da madeira representada por exemplo por X numa direção α em relação às fibras pode ser determinada em função dos seus valores nas direções paralela e transversal às fibras através de:

$$X_\alpha = \frac{X_0 X_{90}}{X_0 \text{sen}^2 \alpha + X_{90} \cos^2 \alpha} \quad (2.15)$$

Conforme BODIG e JAYNE (1993), esta fórmula, desenvolvida por Hankinson em 1921, inicialmente não tinha o expoente determinado. O expoente 2 foi atribuído posteriormente por outros autores com base em resultados experimentais e é normalmente empregado para propriedades da madeira em geral. No entanto, a fórmula com expoente 2 tem sido largamente referida como fórmula de Hankinson.

A fórmula de Hankinson, segundo RACHER, aplica-se diretamente apenas no caso de peças com eixos paralelos entre si. Para peças com direções axiais cruzadas, a determinação do módulo de deslizamento deve considerar a diferença da direção das fibras em relação à direção da força atuante no pino em cada peça. Se as peças são perpendiculares entre si, RACHER admite um valor médio para o módulo de deslizamento independente da direção da força atuante no pino, dado por:

$$K_{\alpha_i} = \frac{2K_{0i}K_{90i}}{K_{0i} + K_{90i}} \quad (2.16)$$

Esta fórmula resulta da aplicação da fórmula de Hankinson considerando que este módulo de deslizamento médio corresponde ao obtido para peças com eixos paralelos entre si numa direção formando 45° com a direção das fibras, ou seja, obtido com $\alpha_i = 45^\circ$ na equação (2.14).

Os critérios técnicos desenvolvidos por RACHER também foram revistos e apresentados por VALLE(1999). De forma geral, os critérios utilizados por RACHER são normalmente utilizados em modelos de comportamento de ligações resistentes a momento fletor referidos neste trabalho como modelos analíticos simplificados.

Porém, RACHER apresenta ainda como critério de dimensionamento das ligações a verificação das tensões de cisalhamento na região da ligação considerando, além da força cortante, a projeção das forças induzidas nos pinos devido ao momento fletor.

Tratando do cálculo de pórticos planos com ligações submetidas a momento fletor, RACHER criou um critério para a classificação de ligações em pórticos planos. Segundo essa classificação, a ligação pode ser rígida, semi-rígida ou articulada. Se a ligação for semi-rígida, então a rigidez rotacional da mesma deve ser considerada no cálculo do pórtico plano.

Essa classificação é feita com base na relação entre os momento fletors determinados considerando-se as ligações como rígidas e considerando-se as ligações semi-rígidas.

Para expor o método de classificação, RACHER usou como exemplo um pórtico plano com a geometria mostrada na Fig. 2.6.

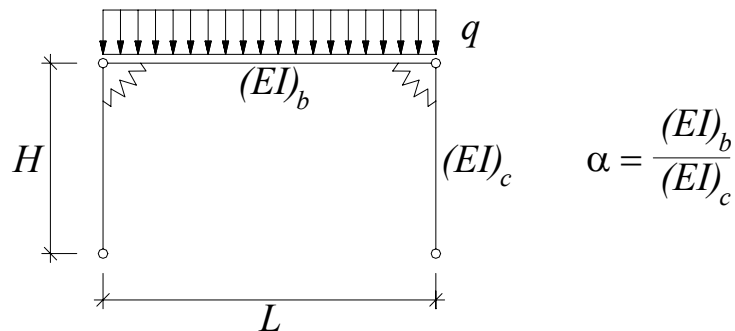


Figura 2.6: Pórtico utilizado na análise feita por RACHER(1995.b) sobre a influência da rigidez das ligações. Fonte: RACHER(1995.a)

Para este pórtico plano, o momento fletor atuante em cada ligação, considerando-se as ligações semi-rígidas, é dado por:

$$M_j = \frac{qL^2}{8} \frac{1}{1,5 + \frac{EI_b H}{EI_c L} + 3 \frac{EI_b}{K_r L}} \quad (2.17)$$

Essa fórmula pode ser deduzida do método dos deslocamentos da teoria da Estática das Estruturas.

É possível demonstrar também que para o mesmo pórtico plano, considerando-se as ligações rígidas, o momento fletor atuante em cada ligação é dado por:

$$M_{j,\infty} = \frac{qL^2}{8} \frac{1}{1,5 + \frac{EI_b H}{EI_c L}} \quad (2.18)$$

Para a classificação da ligação, calcula-se a razão $R_M = M_j/M_{j,\infty}$. Segundo RACHER, se $R_M \geq 0,85$, então a ligação pode ser considerada rígida. Se $R_M \leq 0,20$, então a ligação pode ser considerada articulada. Caso contrário, ela deve ser considerada semi-rígida, e a rigidez da ligação deve ser considerada no cálculo.

Neste item, foi visto que a norma brasileira não fornece nenhuma disposição para o cálculo da rigidez de ligações, considerando que atendidas as condições estabelecidas para sua execução, toda ligação pode ser considerada rígida.

O Eurocode 5 fornece um método de cálculo para o módulo de deslizamento de pinos, mas também não indica nenhum método para a análise de estruturas com ligações semi-rígidas, sendo que a classificação da ligação, bem como o cálculo da estrutura, dependem de critérios técnicos adotados pelos próprios projetistas.

2.4 Análise de pórticos planos de madeira com ligações semi-rígidas

Neste item serão apresentados os modelos matemáticos encontrados na literatura científica para a análise de pórticos planos com ligações semi-rígidas.

Por ligação semi-rígida entende-se uma ligação que comporta-se de forma intermediária entre uma ligação rígida e uma articulada. A ligação assim definida foi denominada por GESUALDO(1987) de ligação deformável.

Quando se aplica um momento fletor a uma ligação rígida, a mesma transmite o momento fletor sem permitir giro relativo entre as peças ligadas. Uma ligação articulada permite o giro relativo entre as peças ligadas sem restrição e não transmite o momento fletor. Já a ligação semi-rígida transmite o momento fletor mas permite um giro entre as peças ligadas.

O conceito de deformação da ligação está associado principalmente ao giro permitido entre as peças ligadas. Por esse motivo, a relação que melhor caracteriza o comportamento de uma ligação semi-rígida é a relação entre o momento fletor e o giro relativo. Esta relação encontra-se esquematizada qualitativamente na Fig. 2.7.

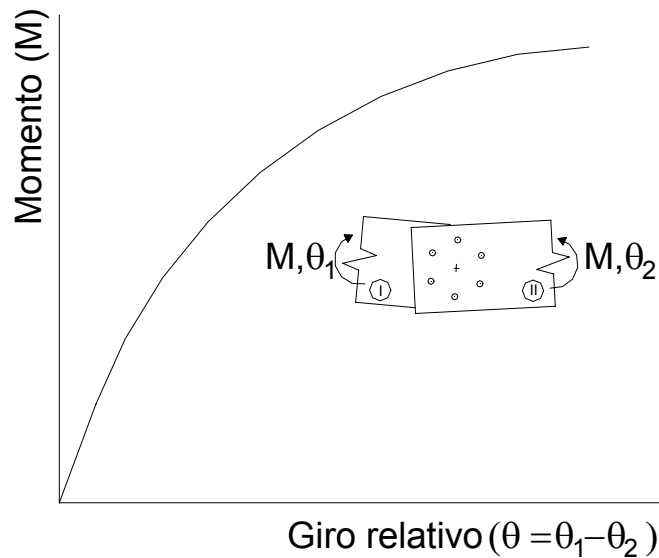


Figura 2.7: Representação gráfica do comportamento característico da ligação rotacional.

A idéia de ligação semi-rígida é semelhante à idéia de engastamento parcial. Conforme BARTHOLOMEU(1995), engastamento parcial é um termo que pode ser usado para denominar um engastamento que permite giro, não um giro livre como nas articulações, mas um giro proporcional ao momento fletor aplicado. Na verdade, este termo pode ser estendido para relações não lineares entre o giro e o momento fletor aplicado.

Na realidade, nenhuma ligação é perfeitamente rígida ou perfeitamente articulada, no entanto, de acordo com algum critério aplicado sobre sua relação entre momento fletor

e giro relativo, a mesma pode ser considerada rígida ou articulada, ao contrário de outras que são consideradas semi-rígidas. Na sessão anterior foi apresentado um método de classificação proposto por RACHER(1995.b) baseado na relação entre os momentos fletores que são obtidos segundo o cálculo com ligações semi-rígidas e o correspondente obtido segundo o cálculo com ligações rígidas. VALLE(1999) apresenta uma classificação existente na literatura científica segundo a qual as ligações são classificadas conforme suas características físicas (tipo de conector empregado). Segundo este critério, no grupo das ligações semi-rígidas estão aquelas que empregam conectores metálicos, trabalhando por transmissão por justaposição ou indireta.

Independentemente da forma de classificação, se uma ligação for considerada semi-rígida e sua deformação for incluída no cálculo estrutural, então um método de cálculo para esta finalidade deve ser empregado. É importante observar que as normas técnicas revistas não apresentam métodos para o cálculo de estruturas com ligações semi-rígidas, restringindo-se ao cálculo das propriedades das ligações.

LI, CHOO e NETHERCOT (1995), pesquisadores da área de estruturas metálicas, realizaram uma revisão dos métodos de análise de pórticos com ligações semi-rígidas. Segundo esses autores, a percepção do efeito da rigidez das ligações sobre as estruturas metálicas data da década de 1930. Métodos clássicos da teoria da Estática das Estruturas eram usados nessa época para a análise de estruturas com ligações semi-rígidas. Na década de 1960, com a difusão dos computadores, surgiu a Análise Matricial de Estruturas, que consiste numa sistematização em geral do Método dos Deslocamentos para cálculo automatizado através de computador. Segundo LI, CHOO e NETHERCOT, o método usado inicialmente e nas décadas seguintes consiste basicamente numa modificação da matriz de rigidez dos elementos de viga para que fossem incorporados os efeitos da ligação semi-rígida. Os autores argumentam que este método, porém, não é muito prático para a finalidade de análise computacional, e propõem um método baseado na construção de um elemento de ligação com matriz de rigidez própria, de forma que a matriz de rigidez dos elementos de viga não sofre modificação.

Conforme foi mencionado anteriormente, a relação que melhor caracteriza o comportamento de uma ligação semi-rígida é a sua relação entre momento fletor e giro relativo. No entanto, o comportamento da ligação pode ser completamente descrito em termos das relações entre todos os deslocamentos que definem a sua posição na configuração deformada

no plano e as ações nas direções correspondentes. No caso de comportamento linear esta relação pode ser representada por uma matriz de rigidez.

Conforme o que foi levantado da bibliografia consultada, provavelmente as modelagens teóricas na área de estruturas de madeira tiveram a mesma evolução que em outras áreas, caracterizada por um grande avanço depois da difusão dos computadores. No Brasil, poucas pesquisas trataram deste tema, podendo-se citar os trabalhos de GESUALDO(1987) sobre estruturas treliçadas e de VALLE(1999) sobre vigas e pórticos. A nível mundial as pesquisas são mais numerosas. Muitas foram citadas por BAIÃO(1997), numa revisão bibliográfica sobre o estudo de ligações de forma geral.

Com base no que foi levantado da revisão de trabalhos sobre o assunto, os métodos para a análise de estruturas com ligações semi-rígidas resultam em processos semelhantes aos comumente utilizados na análise matricial. Esses métodos podem ser classificados em dois tipos:

- métodos de análise matricial com elementos de barra e elementos de ligação;
- métodos de análise matricial com elementos de barra modificados.

A seguir serão apresentados e analisados cada um desses modelos.

2.4.1 Análise matricial com elementos de barra e elementos de ligação

Neste tipo de modelagem de estruturas com ligações semi-rígidas, dois elementos de barra são unidos por um elemento de ligação deformável (semi-rígido).

Conforme esclarecido por LI, CHOO e NETHERCOT(1995), este método é bastante prático para a análise de estruturas com ligações semi-rígidas pois consiste simplesmente na definição de elementos de ligação adicionalmente aos elementos de barra, de forma que o elemento de ligação é concebido de forma a representar a deformação da ligação, e assim, os elementos de barra não são modificados. A Fig. 2.8 mostra um exemplo de um pórtico e as suas possibilidades de modelagem em termos da discretização da estrutura (divisão em elementos estruturais), segundo esses autores.

BOHNHOFF(1987) e GESUALDO e RISKWOSKI(1996) aplicaram este modelo na área de estruturas de madeira para o estudo de sistemas laminados. Por sistema laminado entende-se um arranjo qualquer de peças sobrepostas e unidas por pinos. Segundo os autores citados, com este conceito podem ser modeladas treliças e pórticos.

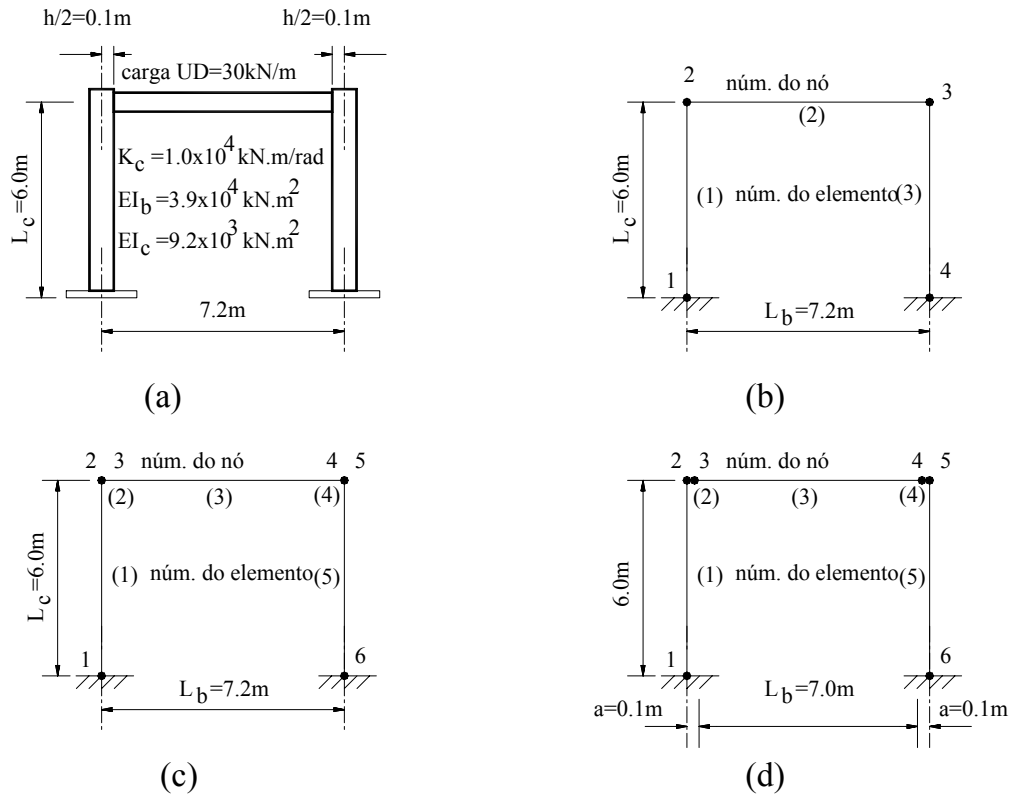


Figura 2.8: Formas de representação de uma estrutura reticulada segundo o modelo adotado para descrever a ligação. Fonte: LI, CHOO e NETHERCOT(1995)

Ambos os autores citados usaram os fundamentos apresentados por FOSCHI(1977), citado pelos mesmos, que desenvolveu a modelagem de um elemento de ligação para representar a ligação feita por chapas dentadas em treliças. O trabalho deste autor foi a referência bibliográfica mais antiga no sentido do desenvolvimento da modelagem de um elemento de ligação em estruturas de madeira.

Este tipo de modelagem é o normalmente empregado em programas comerciais de análise de elementos finitos como o ANSYS[®] (ANSYS INC., 1995).

Para o caso de pórtico plano, a posição de um ponto na configuração deformada pode ser descrita por dois deslocamentos de translação perpendiculares e um de rotação. Assim, o elemento de barra possui três coordenadas de deslocamento por extremidade (nó), definidas num sistema de coordenadas local. Segundo o processo dos deslocamentos de análise matricial, para um elemento de barra genérico, a equação matricial que relaciona os deslocamentos e as ações nos nós é dada por $\mathbf{S}_b \mathbf{u}_b = \mathbf{a}_b$, onde \mathbf{S}_b , \mathbf{u}_b e \mathbf{a}_b são respectivamente

a matriz de rigidez local, o vetor de deslocamentos local e o vetor de ações local do elemento de barra.

No processo dos deslocamentos, essa equação matricial é transformada para o sistema de coordenadas global, sendo que o mesmo é feito para todos os elementos de barra, e em seguida todas as equações matriciais são adicionadas à equação matricial global, dada por $\mathbf{S}\mathbf{u} = \mathbf{a}$, onde \mathbf{S} é a matriz de rigidez global referente a todos os elementos de barra, \mathbf{u} é o vetor de deslocamentos global e \mathbf{a} é o vetor de ações global.

O elemento de ligação possui as mesmas três coordenadas por extremidade, que podem ser referidas diretamente ao sistema de coordenadas global. Para um elemento de ligação genérico e pode ser escrita uma equação matricial relacionando os deslocamentos com as ações nos nós na seguinte forma:

$$\mathbf{S}_l(\mathbf{u}_l)\mathbf{u}_l = \mathbf{a}_l \quad (2.19)$$

onde $\mathbf{S}_l(\mathbf{u}_l)$, \mathbf{u}_l e \mathbf{a}_l são respectivamente a matriz de rigidez local, o vetor de deslocamentos local e o vetor de ações local do elemento de ligação. As componentes da matriz de rigidez local do elemento de ligação são funções de \mathbf{u}_l .

As equações matriciais de todos os elementos de ligação são adicionadas ao sistema de equações global, de forma que ao final é obtido um sistema de equações do tipo:

$$S(\mathbf{u})\mathbf{u} = \mathbf{a} \quad (2.20)$$

onde $\mathbf{S}(\mathbf{u})$ é a matriz de rigidez global da estrutura, \mathbf{u} é o vetor de deslocamentos global e \mathbf{a} é o vetor de ações global.

Este sistema é não linear, sendo assim, um método numérico é mais apropriado para sua solução. O método utilizado para a solução do sistema matricial global não linear é um dos aspectos enfatizados nesta seção.

BOHNHOFF e GESUALDO e RISKWOSKI optaram pela linearização do sistema do tipo:

$$S_o u = a - w(u) = a - [S(u) - S_o] u \quad (2.21)$$

onde S_o é uma matriz qualquer desde que seja positiva-definida, conforme mencionado por GESUALDO e RISKWOSKI.

Essa equação então tem que ser escrita numa forma adequada para o processo iterativo:

$$S_o u^{k+1} = a - w^k(u^k) = a - [S^k(u^k) - S_o] u^k \quad (2.22)$$

onde k indica o número da iteração.

A vantagem deste método, segundo GESUALDO e RISKWOSKI, é que a matriz S_o é simétrica e precisa ser calculada apenas uma vez.

Na verdade, nem sempre é possível escrever a equação da ligação na forma de uma equação do tipo $S(\mathbf{u})\mathbf{u} = \mathbf{a}$. Muitas vezes é possível obter apenas uma relação do tipo:

$$f(u) = a \quad (2.23)$$

onde $f(\mathbf{u})$ é um vetor de funções da variável vetorial \mathbf{u} , sendo pelo menos uma não linear. A equação acima representa matematicamente um sistema de equações não lineares. Neste caso deve-se recorrer a um método de solução de sistemas não lineares. Um método clássico é o método de Newton-Raphson, que possui algumas variações. Sobre estes métodos pode-se consultar a bibliografia referente a análise não linear de estruturas ou especificamente sobre métodos numéricos, como por exemplo CRISFIELD(1991).

Segundo este método, a equação matricial $f(\mathbf{u}) = \mathbf{a}$, para a solução por iterações, seria escrita na forma:

$$(S^t)^k u^{k+1} = g^k = (a - f^k) \quad (2.24)$$

A matriz \mathbf{S}^t é chamada de matriz de rigidez tangente e sua componente genérica é dada por:

$$S_{ij}^t = \frac{\partial f_i(\mathbf{u})}{\partial u_j} \quad (2.25)$$

onde f_i é a componente i do vetor \mathbf{f} definido anteriormente, dada por uma função de u_1, u_2, \dots, u_k . A matriz de rigidez tangente tem que ser recalculada a cada iteração, sendo que numa das variações do método, a mesma é calculada somente uma vez e reutilizada em todas as iterações subsequentes.

JENSEN e LARSEN(1998), na análise de estruturas de madeira com ligações semi-rígidas, optaram pelo uso do método de Newton-Raphson. Estes autores observaram que a matriz de rigidez tangente é não-simétrica e que para facilitar a solução do sistema, no lugar dela pode ser tomada uma matriz simétrica construída a partir da parte inferior ou superior da matriz de rigidez tangente original. Conforme observaram esses autores, a matriz de rigidez tangente é apenas um acelerador do método iterativo.

É importante observar que no caso de ligações de comportamento não linear, o método usualmente utilizado para o desenvolvimento da matriz de rigidez tangente do elemento, fundamentado na aplicação de deslocamentos unitários em cada uma das coordenadas de deslocamento sucessivamente, não se aplica, sendo necessário o uso de outro método baseado em princípios energéticos, conforme citado por GESUALDO e RISKWOSKI(1996).

2.4.2 Análise matricial com elementos de barra modificados

Outra forma de abordagem de estruturas com ligações semi-rígidas pode ser considerada como sendo aquela em que a matriz de rigidez do elemento de barra é modificada para considerar o efeito das ligações semi-rígidas.

VALLE(1999) aplicou este método inicialmente desenvolvido por autores na década de 1960 e 70, segundo o qual as estruturas reticuladas são modeladas por barras com molas elásticas nas extremidades. Este método foi apresentado também por VALLE, LA ROVERE e FUSCO(1998).

Segundo este método, inicialmente o elemento de barra com as duas molas acopladas nas extremidades é dividido em um elemento de barra e o conjunto de duas molas, conforme mostrado na Fig. 2.9. Em seguida são calculadas separadamente a matriz de flexibilidade do elemento de barra e a do conjunto de duas molas.



Figura 2.9: Modelagem do elemento de barra com as ligações acopladas. Fonte: VALLE(1999)

Segundo este método, a matriz de flexibilidade das molas pode ser escrita como:

$$F_l = \begin{bmatrix} \alpha_i \frac{L}{EI} & 0 \\ 0 & \alpha_j \frac{L}{EI} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

com:

$$\alpha_i = \frac{EI}{K_i L} \quad (2.27)$$

$$\alpha_j = \frac{EI}{K_j L} \quad (2.28)$$

onde EI é a rigidez do elemento estrutural conectado pelas ligações, L é o comprimento do mesmo, K_i é a rigidez da mola rotacional no nó extremo i e K_j é a rigidez da mola rotacional no nó extremo j .

Esta matriz considera somente as coordenadas de rotação. Considerando-se apenas estas coordenadas, a matriz de flexibilidade do elemento de barra sem as molas é dado por:

$$F_b = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI} & -\frac{L}{6EI} \\ -\frac{L}{6EI} & \frac{L}{3EI} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Pela soma das duas matrizes de flexibilidade é obtida a matriz de flexibilidade do elemento de barra com molas acopladas:

$$F = F_l + F_b = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI} + \alpha_i \frac{L}{EI} & -\frac{L}{6EI} \\ -\frac{L}{6EI} & \frac{L}{3EI} + \alpha_j \frac{L}{EI} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

A matriz de rigidez do elemento de barra com molas acopladas é obtida pela inversão da matriz de flexibilidade, e é dada por:

$$S = \frac{EI}{L} \frac{1}{4(1 + 3\alpha_i)(1 + 3\alpha_j) - 1} \begin{bmatrix} 12(1 + 3\alpha_j) & 6 \\ 6 & 12(1 + 3\alpha_i) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

A matriz do elemento de barra considerando-se todas as coordenadas é obtida simplesmente através de equações de equilíbrio.

O vetor de engastamentos perfeitos também precisa ser modificado, sendo que para isso utiliza-se a seguinte fórmula:

$$a'_{EP} = SF_b a_{EP} \quad (2.32)$$

onde \mathbf{a}'_{EP} é o vetor de engastamentos perfeitos para o elemento de barra com as molas acopladas e \mathbf{a}_{EP} é o vetor de engastamentos perfeitos do elemento de barra isolado referente às ações aplicadas somente sobre o mesmo. Esta equação pode ser desenvolvida a partir da consideração de que para o elemento de barra isolado e para o elemento de barra com as molas acopladas podem ser escritas respectivamente as relações:

$$a_{EP} = S_b u = (F_b)^{-1} u \quad (2.33)$$

$$a'_{EP} = Su \tag{2.34}$$

Para a modificação dos vetores de engastamentos perfeitos, VALLE mostrou um desenvolvimento feito anteriormente por outros autores baseado na manipulação matemática de matrizes e vetores, mas que leva ao mesmo resultado.

VALLE apresentou ainda a aplicação deste método no estudo da influência da rigidez das ligações em estruturas de madeira, utilizando como ferramenta um programa comercial para a automatização de cálculos matemáticos. Este estudo, dentro de seu trabalho, teve como objetivo demonstrar a influência da rigidez das ligações em um tipo de pórtico plano com três barras.

Este método pode ser descrito de forma geral como um método baseado na modificação dos elementos de barra através do acomplamento das ligações ao elemento de barra através de uma associação em série, de forma que quando se aplica uma ação nas extremidades dessa associação, esta provoca deslocamentos que são a soma dos deslocamentos ocorridos em cada um dos elementos. Por este motivo as matrizes de rigidez não podem ser somadas diretamente, valendo apenas a soma das matrizes de flexibilidade.

A resposta da associação em série de elementos, ou do elemento de barra com engastamentos parciais, pode ser encontrada através de equações de equilíbrio e compatibilidade de deslocamentos.

Quando se aplica uma ação sobre o elemento de barra com engastamentos parciais, os engastamentos perfeitos usualmente determinados segundo o procedimento usual de análise matricial valem apenas para o elemento de barra. Neste método, busca-se o vetor de engastamentos perfeitos da associação em série. O desenvolvimento deste pode ser feito com base nas mesmas equações e princípios da associação em série.

GESUALDO(1987) usou um método semelhante, baseado no princípio das associações em série, equações de equilíbrio, equações de compatibilidade de deslocamentos e o processo dos esforços para desenvolver a matriz de rigidez de elementos de barras com molas acopladas. No seu trabalho as ligações consideradas tinham comportamento não linear, tendo sido as curvas de comportamento da ligação foram aproximadas por trechos lineares com a rigidez calculada a cada passo do processo iterativo de solução do sistema

não linear. Este autor considerou a rigidez não apenas ao momento fletor como aos outros esforços solicitantes. A implementação do modelo foi feita através de um programa computacional.

Comparando-se os dois tipos de abordagem apresentados neste item e no item anterior é possível perceber que ambos fundamentam-se nos mesmos princípios, mas que o primeiro permite descrever os deslocamentos relativos entre os elementos estruturais de forma mais direta, sendo que no segundo método, esses deslocamentos relativos são embutidos no comportamento do elemento estrutural formado pela associação das barras e molas. Além disso, dependendo da forma como são apresentados, ambos os métodos podem ser aplicados somente a análises lineares (quando o comportamento das ligações é descrito por matrizes de rigidez ou de flexibilidade), mas com a análise teórica aprofundada dos métodos foi possível observar que ambos, trabalhados em seus fundamentos, podem ser aplicados em análises não lineares, resultantes da consideração do comportamento não linear da ligação.

2.5 Modelagem de ligações semi-rígidas resistentes a momento fletor

A modelagem da ligação direcionada à análise estrutural consiste na descrição do comportamento mecânico da mesma diante da ação de esforços solicitantes. Esse comportamento caracteriza a ligação somente e independe da estrutura onde a ligação será empregada.

Normalmente a relação que mais representa o comportamento de uma ligação resistente a momento fletor é a sua relação entre o próprio momento fletor e o giro relativo permitido entre as peças, conforme já foi esclarecido. A ligação resistente a momento fletor de comportamento linear é caracterizada pela sua rigidez à rotação.

Com base na revisão bibliográfica realizada foi possível observar que existem basicamente quatro formas de investigação e modelagem do comportamento de ligações semi-rígidas submetidas a momento fletor:

- construção de modelos mecânicos;
- construção de modelos analíticos simplificados;

- construção de modelos analíticos mais precisos associados a um método numérico de discretização e solução;
- os métodos experimentais.

A seguir serão expostos cada um deles.

2.5.1 Os modelos mecânicos

Neste trabalho serão denominados modelos mecânicos aqueles que descrevem a ligação através de um conjunto de elementos mecânicos que restringem o deslocamento numa certa direção segundo um certo comportamento. Os elementos mecânicos de comportamento elástico são comumente chamados de molas.

LI, CHOO e NETHERCOT (1995), em seu trabalho sobre pórticos com ligações semi-rígidas, citam que o elemento de ligação pode ser modelado por um conjunto de molas, conforme mostrado na Fig. 2.10. Nesta figura são mostrados também as ações atuantes nos extremos da ligação (nos sentidos positivos) e os deslocamentos nas direções correspondentes segundo convenção utilizada pelo autor citado.

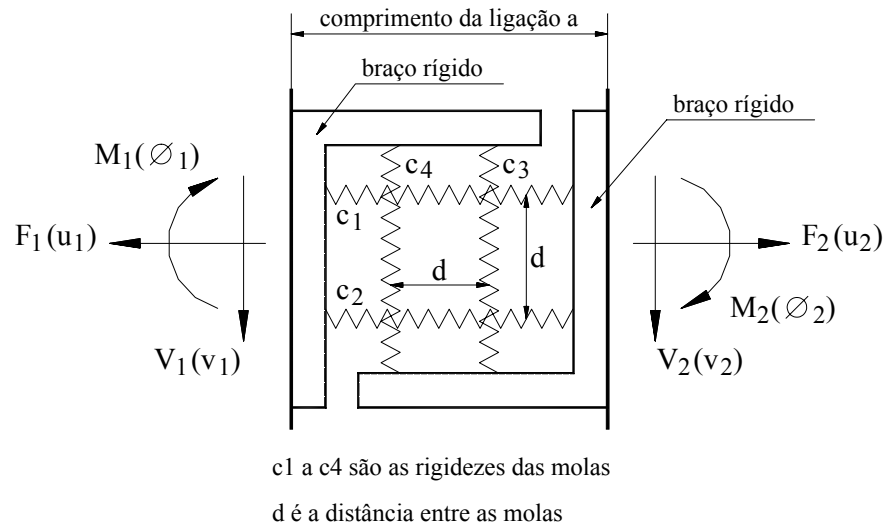


Figura 2.10: Modelagem de uma ligação resistente a momento através de um sistema de molas. Fonte: LI, CHOO e NETHERCOT(1995)

Segundo este modelo, com três coordenadas por nó, podem ser considerados os efeitos de interação mútua entre as coordenadas de deslocamento na direção axial e a

rotação e também entre as coordenadas de deslocamento vertical e a rotação. Considerando comportamento linear para as molas, os autores desenvolveram a matriz de rigidez linear para os elementos de ligação, como sendo dada por:

$$S_l = \begin{bmatrix} K_{f,f} & 0 & K_{f,r} & -K_{f,f} & 0 & -K_{f,r} \\ 0 & K_{v,v} & K_{v,r} & 0 & -K_{v,v} & -K_{v,r} \\ K_{r,f} & K_{r,v} & K_{r,r} & -K_{r,f} & -K_{r,v} & -K_{r,r} \\ -K_{f,f} & 0 & -K_{f,r} & K_{f,f} & 0 & K_{f,r} \\ 0 & -K_{v,v} & -K_{v,r} & 0 & K_{v,v} & K_{v,r} \\ -K_{r,f} & -K_{r,v} & -K_{r,r} & K_{r,f} & K_{r,v} & K_{r,r} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

onde:

$$K_{f,f} = c_1 + c_2 \quad (2.36)$$

$$K_{f,r} = K_{r,f} = \frac{d(c_2 - c_1)}{2} \quad (2.37)$$

$$K_{v,v} = c_3 + c_4 \quad (2.38)$$

$$K_{v,r} = K_{r,v} = \frac{d(c_4 - c_3)}{2} \quad (2.39)$$

$$K_{r,r} = \frac{d}{2}(c_1 + c_2 + c_3 + c_4) \quad (2.40)$$

Nas equações acima, os índices f , v e r referem-se respectivamente aos graus de liberdade de translação na direção horizontal, de translação na direção vertical e de rotação

em torno da direção perpendicular ao plano da ligação e c_1 , c_2 , c_3 , c_4 e d são parâmetros do modelo.

Conforme levantado pelos próprios autores, esse tipo de modelagem depende da determinação dos parâmetros do modelo para a completa determinação da relação entre ações e deslocamentos. Esses parâmetros podem ser obtidos por meio da comparação com os resultados de análises com outros métodos, especialmente métodos experimentais.

Outros conjuntos mais simples de molas podem ser utilizados, levando a matrizes de rigidez igualmente mais simples.

Uma vez definida a configuração da matriz de rigidez, e os parâmetros envolvidos, o processo de construção da matriz de rigidez do elemento de ligação pode ser inserido dentro do programa computacional de análise da estrutura.

2.5.2 Os modelos analíticos simplificados

Esse método baseia-se em uma hipótese simplificadora segundo a qual o comportamento da ligação é resultante apenas do deslocamento dos pinos sendo que a madeira entre os pinos não se deforma. Trata-se de um método analítico pois consiste num modelo onde são desenvolvidas, a partir de teorias gerais, equações específicas para o problema em foco. É um modelo simplificado pois admite uma série de hipóteses simplificadoras no desenvolvimento dessas equações.

Neste método é comumente utilizada a hipótese de pequenos deslocamentos. A base do método é a relação entre a força atuante no pino típico e o seu deslizamento (ou deslocamento relativo). No caso de pinos de comportamento linear, a força e o deslizamento relacionam-se por uma constante denominada de módulo de deslizamento, o parâmetro que representa a rigidez do pino.

Um aspecto importante do método é a determinação do centro de rotação dos pinos. Existem na literatura várias definições e hipóteses para o centro de rotação. Uma delas relaciona o centro de rotação o centro geométrico dos pinos. Outra refere-se ao centro de rotação como o sendo um ponto que será chamado neste trabalho de ponto de rigidez equivalente dos pinos, segundo denominação usada por GESUALDO(1987). Este ponto é determinado a partir da posição geométrica dos pinos em relação a um sistema de referência inicial e a partir da rigidez de cada um deles. Neste processo a posição geométrica de cada um dos pinos é ponderada por seu módulo de deslizamento.

Mas o módulo de deslizamento do pino depende da direção da força resultante atuante no mesmo, e por outro lado, a força atuante no pino depende da distância deste ao centro de rotação. Conforme colocado por HIRAI, OHTOMO e WAKASHIMA(1998), a determinação exata do centro de rotação dos pinos segundo esta definição requer um processo iterativo. Nesse processo iterativo, o centro geométrico pode ser tomado como sendo a aproximação inicial para o centro de rotação. Assim sendo, a cada iteração seria obtido um novo ponto de rigidez equivalente, sendo que a primeira aproximação obtida para o centro de rotação poderia ser chamada de ponto de rigidez equivalente inicial.

Alguns autores como HIRAI, OHTOMO e WAKASHIMA adotam o ponto de rigidez equivalente inicial como sendo o centro de rotação.

GESUALDO(1987) utilizou outra definição para o centro de rotação. Segundo este autor, após a determinação do ponto de rigidez equivalente inicial, é possível a determinação da localização de um pino fictício sobre o qual a força resultante seria nula. Este ponto, segundo a definição deste autor é o centro de rotação. Como o módulo de deslizamento dos pinos varia com a intensidade da força resultante atuante, o autor cita que este ponto é apenas uma aproximação inicial para o centro de rotação, denominado por ele de centro de rotação instantâneo. Segundo GESUALDO, no caso de comportamento não linear, a determinação exata do centro de rotação requer um processo iterativo considerando a variação do módulo de deslizamento dos pinos com a intensidade da força resultante sobre cada pino, além da consideração da variação do módulo de deslizamento com a direção em relação à direção das fibras.

RACHER(1995.b) e KOMATSU, KARUBE e HARADA(1996) admitem que o centro de rotação é o centro de rigidez equivalente inicial dos pinos considerando na sua determinação apenas a força induzida pelo momento fletor em cada pino. Dessa forma, a determinação da direção da força resultante em cada pino é feita de forma simplificada. Estes autores consideram ainda a simplificação de que todos os pinos possuem o mesmo módulo de deslizamento em todas as direções, e dessa forma a definição do centro de rotação recai no centro geométrico os pinos. Esta última simplificação foi utilizada pelos autores citados apenas na determinação do centro de rotação, mas na determinação das forças induzida pelo momento fletor para a finalidade de dimensionamento a variação do módulo de deslizamento com a direção foi considerada.

Uma definição semelhante à de GESUALDO(1987) poderia ser desenvolvida considerando-se que o centro de rotação corresponda ao ponto de localização de um pino fictício sobre o qual apenas a força induzida pelo momento fletor anula-se. Dessa forma, o centro de rotação sofreria deslocamentos de translação devidos apenas a forças, uma situação cinematicamente possível.

STAMATO(2002) fez uma análise experimental com o objetivo da determinação da posição do centro de rotação em ligações de pórticos de seções compostas por madeira e compensado. Nesse tipo de ligação ocorre um entrelaçamento das peças da seção composta, ligadas portanto por uma sistema misto de transmissão de esforços. Embora a posição do centro de rotação determinada pelo autor seja particular ao tipo de ligação estudada, a aplicação do método de distribuição de forças entre os pinos desenvolvidos por RACHER foi possível.

De forma geral, a modelagem do comportamento de ligações com base no comportamento dos pinos requer inicialmente a determinação de um centro de rotação, sendo que todo o desenvolvimento subsequente baseia-se na compatibilidade de deslocamentos entre os deslocamentos da ligação e os deslocamentos dos pinos, assim como no equilíbrio estático entre as forças atuantes na ligação e as forças atuantes nos pinos. A determinação do centro de rotação é um assunto que necessita ainda de maior esclarecimento. Trata-se de um problema hiperestático, que, devido à ortotropia da madeira requer um processo iterativo, sendo que um processo iterativo adicional é requerido se for considerado o comportamento não linear do pino.

O objetivo da modelagem da ligação submetida a momento fletor é a descrição matemática da relação entre as ações aplicadas na ligação e os seus deslocamentos correspondentes.

No caso de estruturas com três graus de liberdade por nó (a saber, $u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j$ e θ_j), uma relação entre o vetor de ações nos nós ($\{\mathbf{a}\}^T = \{H_i V_i M_i H_j V_j M_j\}$) e o vetor de deslocamentos nos nós ($\{\mathbf{u}\}^T = \{u_i v_i \theta_i u_j v_j \theta_j\}$) pode ser estabelecida. Essa relação pode ser desenvolvida por meio do Princípio dos Trabalhos Virtuais. As forças atuantes nos pinos e os correspondentes deslizamentos são considerados forças e deslocamentos internos, e as ações e deslocamentos nos nós, forças e deslocamentos externos. Este método, apresentado no Brasil por SANTANA e MASCIA (1999), vinha sendo utilizado a nível mundial por autores como FOSCHI(1977) pioneiramente e JENSEN e LARSEN(1998).

A seguir serão descritos os passos do procedimento para obtenção da relação entre as ações e os deslocamentos da ligação, tomando-se como base o desenvolvimento feito por FOSCHI para modelar uma ligação feita com chapas metálicas dentadas.

A formulação requer inicialmente que sejam definidas as posições geométricas dos nós do elemento de ligação, denominados usualmente de i e j . Após a escolha das posições dos nós i e j , define-se os sistemas de coordenadas que serão utilizados para referenciar a posição de cada pino em relação aos nós i e j . FOSCHI usou sistemas de coordenadas polares.

A Fig. 2.11 mostra as definições feitas por FOSCHI.

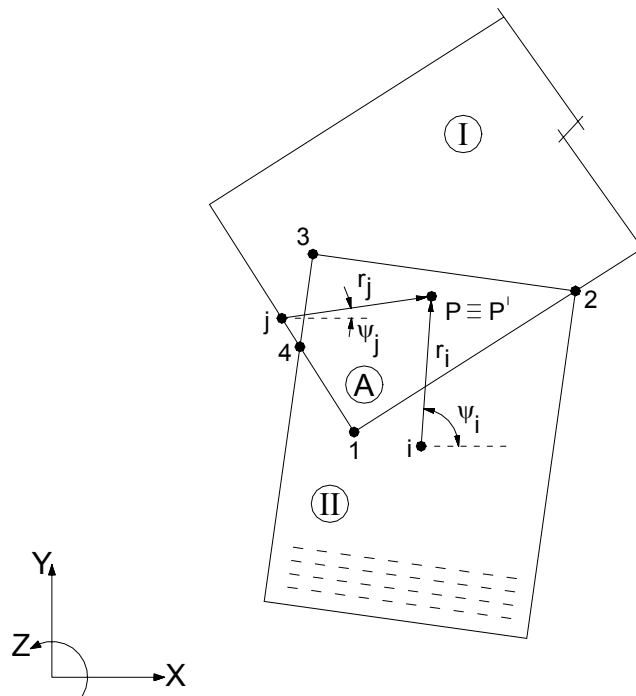


Figura 2.11: Esquema dos parâmetros utilizados na modelagem do comportamento de chapas dentadas com base no comportamento dos dentes. Fonte: FOSCHI(1977)

Nesta figura é mostrada uma ligação entre uma peça de madeira (peça I) e uma chapa dentada (peça II). O quadrilátero A, formado pelos pontos 1, 2, 3 e 4, é a área de sobreposição entre a peça de madeira e a chapa dentada, e é onde estão os pinos (dentes) que fazem a ligação. Os pontos P e P' representam as posições do pino na peça I e na

peça II respectivamente. Após a deformação, os pontos P e P' , inicialmente com posições coincidentes, ocuparão posições distintas.

Com base nessas definições, pode-se escrever a relação geométrica entre os deslocamentos dos nós e o deslizamento do pino genérico. Com base nos parâmetros da Fig. 2.9, FOSCHI desenvolveu as seguintes relações:

$$\Delta x = u_i - u_j - \theta_i r_i \text{sen} \psi_i + \theta_j r_j \text{sen} \psi_j \quad (2.41)$$

$$\Delta y = v_i - v_j + \theta_i r_i \cos \psi_i - \theta_j r_j \cos \psi_j \quad (2.42)$$

$$\Delta = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad (2.43)$$

Também escritas na forma:

$$\Delta x = \sum_{k=1}^6 (\mathbf{Q}_{xk} \mathbf{u}_k) \quad (2.44)$$

$$\Delta y = \sum_{k=1}^6 (\mathbf{Q}_{yk} \mathbf{u}_k) \quad (2.45)$$

onde:

$$\mathbf{Q}_x^T = \{1 \ 0 \ -r_i \text{sen} \psi_i \ -1 \ 0 \ r_j \text{sen} \psi_j\} \quad (2.46)$$

$$\mathbf{Q}_y^T = \{0 \ 1 \ r_i \cos \psi_i \ 0 \ -1 \ -r_j \cos \psi_j\} \quad (2.47)$$

$$\mathbf{u}^T = \{u_i \ v_i \ \theta_i \ u_j \ v_j \ \theta_j\} \quad (2.48)$$

onde $u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j$ são os deslocamentos dos nós referenciados no sistema de coordenadas adotado. Equações similares podem ser obtidas com coordenadas cartesianas no lugar de coordenadas polares.

O próximo passo requerido pelo método é a definição da relação entre a força atuante no pino e o deslizamento. FOSCHI utilizou uma relação dada pela seguinte forma:

$$F = (m_o + m_1 \Delta) \left[1 - \exp\left(-\frac{k \Delta}{m_o}\right) \right] \quad (2.49)$$

GESUALDO e RISKWOSKI(1996) utilizaram uma relação do tipo:

$$F = k \Delta^c \quad (2.50)$$

Para pinos de comportamento linear, vale uma relação do tipo:

$$F = k \Delta \quad (2.51)$$

onde k é o módulo de deslizamento do pino. Qualquer que seja a relação escolhida, é importante observar que seus parâmetros variam com a direção da força. FOSCHI propôs que para a determinação dos parâmetros dos pinos em qualquer direção seria suficiente determiná-los em duas direções de referência (normalmente as direções do sistema de referência global x e y) para que os parâmetros sejam determinados para cada pino na direção da força atuante no mesmo por meio da fórmula de Hankinson, supondo-se que a mesma seja válida nesta aplicação.

O passo seguinte desse tipo de formulação é a aplicação da equação do Princípio dos Trabalhos Virtuais. Seja $\delta \Delta$ um deslizamento virtual aplicado sobre o pino genérico. Esse deslizamento virtual está associado com deslocamentos virtuais aplicados nos nós, cujos valores não interessam no momento. Então, a parcela de trabalho virtual interno correspondente ao pino genérico, considerado nesse caso como sendo o trabalho da força

atuante no mesmo (F) sobre o deslizamento virtual ($\delta\Delta$), é dada por:

$$W_{int,1} = F\delta\Delta \cos(\gamma - \psi) \quad (2.52)$$

onde γ é o ângulo entre a direção horizontal e a direção da força atuante no pino genérico e ψ é o ângulo entre a horizontal e a direção do deslizamento virtual. O índice 1 indica que essa equação vale para cada pino isoladamente. JENSEN e LARSEN(1998) escreveram o trabalho virtual dos esforços internos de outra forma; eles optaram por decompor a força F em componentes F_x e F_y e o deslocamento virtual $\delta\Delta$ também nas suas componentes $\delta\Delta_x$ e $\delta\Delta_y$. Dessa forma, a parcela do trabalho virtual interno correspondente a um pino seria dada por:

$$W_{int,1} = F_x\delta\Delta_x + F_y\delta\Delta_y \quad (2.53)$$

Como a chapa dentada tem muitos pinos, FOSCHI adotou uma densidade de pinos por unidade de área β e fez uma integração na área do quadrilátero A da Fig. 2.9, e assim, a equação acima foi reescrita por ele da seguinte forma:

$$W_{int} = \int_A \beta F \delta\Delta \cos(\gamma - \psi) dA \quad (2.54)$$

Usando apenas relações trigonométricas, o autor escreveu a equação acima na seguinte forma:

$$W_{int} = \int_A \beta F \left(\frac{\Delta_x}{\Delta} \delta\Delta_x + \frac{\Delta_y}{\Delta} \delta\Delta_y \right) dA \quad (2.55)$$

Neste ponto, FOSCHI introduziu uma linearização na equação para preparar o problema para o método iterativo de solução. Porém, daqui em diante será dada continuidade à apresentação do desenvolvimento sem essa linearização, pois dessa forma ficará mais clara a aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais.

O próximo passo então é colocar o deslizamento virtual $\delta\Delta$ em função dos deslocamentos virtuais nos nós, através das equações (2.41) a (2.43), que também valem para o campo virtual de deslizamentos e deslocamentos nos nós. Dessa forma, obtém-se uma relação do tipo:

$$W_{int} = \int_A \beta \frac{F}{\Delta} [(\mathbf{Q}_x^T \mathbf{u}) \cdot (\mathbf{Q}_x^T \delta \mathbf{u}) + (\mathbf{Q}_y^T \mathbf{u}) \cdot (\mathbf{Q}_y^T \delta \mathbf{u})] dA \quad (2.56)$$

O trabalho virtual externo é dado por:

$$W_{ext} = \mathbf{a}^T \delta \mathbf{u} \quad (2.57)$$

Nesta equação, \mathbf{a} é o vetor de ações nos nós, dado por:

$$\mathbf{a}^T = \{N_i \ V_i \ M_i \ N_j \ V_j \ M_j\} \quad (2.58)$$

onde N_i , V_i , M_i , N_j , V_j , M_j são os esforços nos nós referidos ao sistema de coordenadas local. Com isso, a equação do Princípio dos Trabalhos Virtuais pode ser escrita como:

$$\mathbf{a}^T \delta \mathbf{u} = \int_A \beta \frac{F}{\Delta} [(\mathbf{Q}_x^T \mathbf{u}) \cdot (\mathbf{Q}_x^T \delta \mathbf{u}) + (\mathbf{Q}_y^T \mathbf{u}) \cdot (\mathbf{Q}_y^T \delta \mathbf{u})] dA \quad (2.59)$$

O último passo seria montar o sistema de equações cujas incógnitas são os deslocamentos dos nós. Escrevendo-se a equação acima de outra forma, isolando-se o vetor de deslocamentos nos nós virtual, tem-se:

$$\mathbf{a}^T \delta \mathbf{u} = \int_A \beta \frac{F}{\Delta} \left\{ [(\mathbf{Q}_x^T \mathbf{u}) \ \mathbf{Q}_x + (\mathbf{Q}_y^T \mathbf{u}) \ \mathbf{Q}_y]^T \delta \mathbf{u} \right\} dA \quad (2.60)$$

Como δu é arbitrário, então a equação anterior pode ser escrita como:

$$\mathbf{a} = \int_A \beta \frac{F}{\Delta} [(\mathbf{Q}_x^T \mathbf{u}) \mathbf{Q}_x + (\mathbf{Q}_y^T \mathbf{u}) \mathbf{Q}_y] dA \quad (2.61)$$

ou então:

$$\mathbf{a} = \left[\int_A \beta \frac{F}{\Delta} (\mathbf{Q}_x \mathbf{Q}_x^T + \mathbf{Q}_y \mathbf{Q}_y^T) dA \right] \mathbf{u} \quad (2.62)$$

A equação acima é não linear, uma vez que o escalar Δ é função do vetor \mathbf{u} . Esta equação estaria pronta para ser somada ao sistema de equações global da estrutura, tornando este também não linear. No entanto, com a linearização dotada por FOSCHI, a mesma fica:

$$\mathbf{a} = \left[\int_A \beta (K_x \mathbf{Q}_x \mathbf{Q}_x^T + K_y \mathbf{Q}_y \mathbf{Q}_y^T) dA \right] \mathbf{u} + \mathbf{w}(\mathbf{u}) \quad (2.63)$$

com:

$$\mathbf{w}(\mathbf{u}) = \left[\int_A \beta \frac{F}{\Delta} (\mathbf{Q}_x \mathbf{Q}_x^T + \mathbf{Q}_y \mathbf{Q}_y^T) dA \right] \mathbf{u} - \left[\int_A \beta (K_x \mathbf{Q}_x \mathbf{Q}_x^T + K_y \mathbf{Q}_y \mathbf{Q}_y^T) dA \right] \mathbf{u} \quad (2.64)$$

onde K_x e K_y são os módulos de deslizamento do pino nas duas direções de referência x e y . Este tipo de linearização tem como vantagem o cálculo da matriz de rigidez uma única vez no processo iterativo.

GESUALDO(1987) desenvolveu um método para o cálculo da rigidez à rotação da ligação de acordo com o nível de carregamento, simultaneamente ao processo iterativo de solução do sistema de equações global. Embora utilizando outro tipo de modelagem para a análise da estrutura, conforme visto anteriormente, o modelo de descrição do comportamento da ligação resistente a momento fletor utilizado por este autor tem os mesmos fundamentos do modelo desenvolvido por FOSCHI.

2.5.3 Os modelos analíticos associados a métodos numéricos de discretização e solução

Os modelos analíticos mais precisos são desenvolvidos a partir da teoria geral utilizando menos hipóteses simplificadoras, resultando em equações menos específicas. Fundamentam-se na Mecânica do Contínuo e princípios variacionais e resultam em equações integrais válidas para o domínio do problema. Dessa forma, a solução do problema é associado a um método numérico de discretização do domínio e solução.

O método dos elementos finitos é um dos métodos numéricos utilizados. No processo de discretização do domínio, o volume da ligação definido essencialmente pela madeira é dividido em elementos finitos, e são definidos de forma a representar o comportamento das peças de madeira e dos pinos, considerando-se as características geométricas e mecânicas dos mesmos.

A Fig. 2.12 mostra uma malha de elementos finitos usada em um estudo segundo essa abordagem, por BOUCHAIR, BOUCQUET e RACHER(1996).

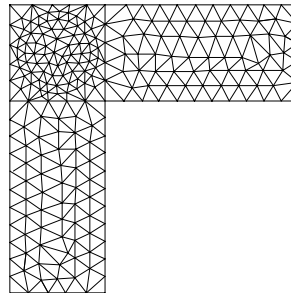


Figura 2.12: Exemplo de malha de elementos finitos utilizada para modelar uma ligação. Fonte: BOUCHAIR, BOUCQUET e RACHER(1996)

O sucesso da análise depende da escolha de elementos finitos adequados, que descrevam o comportamento da madeira e do pino da forma mais fiel possível à realidade. Outros aspectos da discretização devem ser controlados de forma que o modelo de elementos finitos propriamente dito seja compatível com o nível de precisão do modelo matemático.

Este tipo de modelo requer, como qualquer outro modelo teórico, a determinação dos parâmetros dos elementos (tal como nos modelos mecânicos que necessitam da determinação dos parâmetros das molas).

Para o propósito de aplicação na análise estrutural, este método pode ser usado para a obtenção de curvas que descrevam as relações entre as ações e os deslocamentos nos nós. Este método pode ser utilizado por exemplo para a obtenção da curva $M(\theta)$, a curva mais simples e representativa do comportamento da ligação semi-rígida submetida a momento, sendo M o momento aplicado e θ o giro relativo.

2.5.4 As análises experimentais

Todos os métodos anteriores de modelagem de ligações semi-rígidas são modelos teóricos, porém necessitam de resultados experimentais para a determinação de parâmetros (propriedades dos materiais).

No entanto, os ensaios podem ser aplicados à análise do próprio comportamento da ligação. Para isso, é feito um ensaio, segundo uma metodologia pré-definida, de um corpo de prova reproduzindo a ligação cujo comportamento se quer determinar.

A partir de um ensaio de uma ligação submetida a momento fletor, pode ser obtida uma curva que descreva a relação entre o momento aplicado e o giro relativo, a curva mais simples e representativa desse tipo de ligação.

RODD e LEIJTEN(1996) foram autores que investigaram experimentalmente o comportamento de ligações semi-rígidas resistentes a momento fletor. O tipo de ligação investigado foi uma ligação com conectores tipo pino reforçadas com chapas de madeira densificada. Os ensaios feitos por esses autores foram basicamente de dois tipos: ligação entre peças dispostas na mesma direção e entre peças dispostas em direções perpendiculares (ligação a 90°). Além desses ensaios, foram feitos ensaios para a caracterização do comportamento individual dos pinos.

Os resultados dos ensaios foram ajustados em curvas do tipo:

$$M = \frac{(k_i - k_y)\theta}{\left\{1 + \left[\frac{(k_i - k_y)\theta}{M_y}\right]^c\right\}^{\frac{1}{c}}} + k_y\theta \quad (2.65)$$

onde k_i , k_y e M_y são parâmetros da curva ajustada.

Muitos outros trabalhos poderiam ser citados a respeito da caracterização experimental do comportamento de ligações submetidas a momento.

No Brasil, investigações experimentais da rigidez de ligações resistentes a momento fletor em foram feitas por CARRASCO e BREMER(1998) e por STAMATO(2002).

A grande vantagem das análises experimentais é que os ensaios são a melhor forma de reprodução do comportamento real da ligação. No entanto, cada ensaio fornece o comportamento de uma ligação somente. A investigação sistemática do comportamento de ligações puramente com a análise experimental requer um número grande de ensaios. Os métodos experimentais, porém, aplicam-se à comprovação de modelos teóricos.

2.6 Modelagem do comportamento isolado do pino

Na seção anterior foi estudada a modelagem de ligações resistentes a momento fletor. Nessas ligações, segundo a abordagem analítica simplificada, o momento fletor é supostamente distribuído em forças atuantes nos pinos, assim como os demais esforços solicitantes. Dessa forma, segundo essa abordagem, sobre cada pino atua uma força resultante, que é a soma vetorial das forças devidas ao momento, à força horizontal e à força vertical.

Na seção anterior foi visto ainda que, segundo a abordagem analítica simplificada, a força resultante atuante em cada pino relaciona-se com o deslizamento do mesmo através de uma relação do tipo $F = f(\Delta)$.

Na presente seção será estudada a modelagem do comportamento individual de pinos, traduzido por esta relação.

Este é por si só um campo do estudo de ligações, que tem aplicação não apenas no estudo do comportamento de ligação resistente a momento fletor, mas também em qualquer outro tipo de ligação envolvendo pinos carregados lateralmente, como por exemplo a ligação contínua entre peças de vigas de seção composta.

Esse tipo de modelagem é normalmente focada no comportamento individual do pino, sendo que outras modelagens tratam especificamente do efeito de grupo.

Para distinguir a modelagem de pinos isolados da modelagem de ligações resistentes a momento fletor e outros tipos de ligação, neste trabalho a mesma será denominada de modelagem de ligações unitárias.

Existe atualmente uma imensa bibliografia a respeito da modelagem de ligações unitárias. Neste trabalho, a revisão bibliográfica sobre este assunto será limitada aos

trabalhos que deram contribuições significativas aos modelos mais utilizados. Basicamente existem três tipos de modelagens, com os mesmos princípios das utilizadas no estudo de modelagens resistentes a momento fletor:

- os métodos experimentais;
- construção de modelos analíticos simplificados;
- construção de modelos analíticos associados a métodos numéricos de discretização e solução.

A seguir serão apresentados cada um desses métodos.

2.6.1 Métodos experimentais

Em termos de histórico, inicialmente as ligações eram dimensionadas com base em fórmulas empíricas, uma vez que não existia uma teoria que descrevesse o funcionamento das ligações. O estudo das ligações unitárias foi especialmente importante no estudo da resistência. No entanto, desde as primeiras décadas do século XX, conforme referências bibliográficas, houve a preocupação com a investigação não só da resistência como também da rigidez das ligações. No Brasil as investigações experimentais de ligações foram inicialmente voltadas para a resistência das mesmas, representadas significativamente pelas pesquisas ocorridas no Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeira (LaMEM), do Departamento de Engenharia de Estruturas, da Escola de Engenharia de São Carlos, da USP, conforme relatado por GESUALDO(1987). Posteriormente, nas últimas décadas do século XX as investigações experimentais voltaram-se também à rigidez.

Atualmente o método experimental constitui um importante método de investigação do comportamento de ligações, sendo frequentemente utilizado para a verificação de modelos teóricos, como neste trabalho.

Os ensaios são feitos normalmente com base em procedimentos normalizados. No Brasil, a norma NBR7190/1997(ABNT,1997) estabelece procedimentos para o ensaio de ligações com carregamento na direção paralela e perpendicular às fibras. Na verdade, neste último o carregamento é perpendicular às fibras apenas nas peças externas da ligação, que são dispostas perpendicularmente em relação à peça central.

2.6.2 Os modelos analíticos simplificados

As primeiras teorias sobre o comportamento das ligações unitárias solicitadas lateralmente (que nesta seção somente serão referidas apenas como ligações), começaram a surgir por volta da metade do século XX. JOHANSEN(1949) desenvolveu um trabalho que deu origem à teoria do escoamento (Yield Theory) para ligações com pino metálico em madeira, que foi provavelmente o primeiro trabalho feito no sentido de descrever teoricamente o comportamento de ligações. Esta teoria foi voltada apenas para a resistência da ligação, pois descreve apenas o estado da ligação no estado de ruptura da ligação, considerada como sendo a plastificação convencional da madeira sob a compressão do pino ou a plastificação completa de uma ou mais seções do pino. A teoria do escoamento baseia-se na hipótese de comportamento rígido-plástico tanto para o aço do pino sob flexão como para a madeira sob a compressão do pino.

No Brasil, o estudo teórico de ligações teve uma contribuição por volta do final da década de 1980 dada pelos trabalhos de ALMEIDA(1987, 1990). Nestes trabalhos, o autor descreveu os estados limites de utilização e último das ligações com base nas equações de equilíbrio de corpos rígidos e no comportamento do aço do pino sob flexão e da madeira sob embutimento, de forma semelhante à modelagem feita anteriormente por JOHANSEN(1949). No entanto, para o aço ALMEIDA supôs um comportamento elástico-plástico perfeito e para a madeira, um comportamento elastoplástico com três fases lineares. Os comportamentos adotados por ALMEIDA são mostrados esquematicamente na Fig. 2.13.

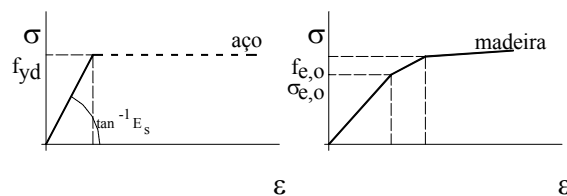


Figura 2.13: Comportamento dos materiais na ligação segundo o modelo de Almeida(1987)

Os dois pontos que definem o comportamento da madeira sob embutimento são os correspondentes a um deslizamento plástico de 0,02 mm entre as peças no ensaio padroniza-

do de embutimento (correspondente à tensão de primeiro limite $\sigma_{e,o}$) e o correspondente um deslizamento plástico de 0,1 mm, correspondente à tensão de embutimento ($f_{e,o}$).

Partindo do comportamento descrito para o aço e para a madeira, ALMEIDA definiu o primeiro estado limite e o segundo estado limite. O primeiro limite corresponde ao fim do regime elástico, a partir do qual a ligação passa a sofrer deslizamentos provocados por deformações plásticas, mas ainda controlados. O segundo limite corresponde ao fim do regime de deslizamento controlado, a partir do qual a ligação passa a sofrer deslizamentos provocados por deformações plásticas cada vez maiores para uma carga constante.

Estas situações, descrevem o estado da ligação nos estado limites (no caso, primeiro estado limite e segundo estado limite), porém, ambos os modelos não permitem descrever o comportamento da ligação em termos de rigidez.

Não serão vistos neste trabalho detalhes sobre o desenvolvimento dos modelos revisados acima e suas fórmulas de descrição da resistência das ligações resultantes, pois o tema desta revisão bibliográfica é mais sobre a rigidez da ligação. Porém, cabe destacar que o modelo de JOHANSEN deu origem a um método de dimensionamento de ligações amplamente utilizado atualmente, tendo sido na Europa incluído no Eurocode 5 (EUROPEAN..., 1993) e nos Estados Unidos, na norma NDS1991 (AMERICAN FOREST AND PAPER ASSOCIATION, 1992). O modelo de ALMEIDA foi a base do método de dimensionamento de ligações da norma NBR7190/1997.

Na década de 1950, paralelamente ao desenvolvimento da teoria do escoamento, começaram a surgir teorias para descrever o comportamento da ligação em termos de rigidez, provavelmente acompanhando os resultados de estudos do efeito da defomação das ligações em estruturas de madeira.

KUENZI(1955) usou a teoria das vigas em fundação elástica para descrever o comportamento da ligação pregada, considerando o prego como sendo uma viga elástica e a madeira como sendo uma fundação elástica. A equação diferencial da viga segundo a teoria das vigas em fundação elástica é dada por:

$$EI \frac{d^4 v(x)}{dx^4} + kv(x) = 0 \quad (2.66)$$

onde E é o módulo de elasticidade do aço do prego, I é o momento de inércia da seção do prego, e k é o módulo de fundação elástica. Dessa forma, o problema é simplificado para um problema plano como o de flexão de vigas, uma simplificação utilizada em todos os modelos analíticos simplificados.

Um importante conceito referente à teoria da fundação elástica é a sua própria definição. A fundação, dentro desta teoria, possui um comportamento fictício sob a compressão não uniforme segundo o qual cada elemento infinitesimal da fundação desliza livremente em relação aos elementos vizinhos, o que corresponde à suposição de tensões tangenciais nulas. Este tipo de fundação é denominado de fundação de Wrinkler, nome do autor da teoria da viga em fundação elástica (FEODOSIEV, 1980). Este tipo de comportamento também foi adotado por FOSCHI(1974), na definição de fundação elastoplástica.

KUENZI resolveu analiticamente a equação da viga separando o problema em trechos, cada um correspondendo a uma peça da ligação, permitindo assim usar espécies de madeira diferentes em cada peça. É importante enfatizar que, conforme verificação feita, o autor usou condições de contorno que garantem em cada seção de corte a continuidade do momento, da cortante e da inclinação da linha elástica. Nos extremos do prego, o autor usou condições de contorno que garantem momento e cortante nulos. KUENZI não impôs nenhuma condição de fixação ao prego.

O autor obteve, para corte simples e duplo, a solução da linha elástica da ligação deformada, a distribuição do momento fletor e da força cortante, bem como da reação da fundação elástica. Mais importante para este trabalho é a relação entre a carga F e o deslizamento Δ obtida por este autor. Para corte simples essa relação é dada por:

$$F = [2(L_1 + L_2) - \frac{(J_1 - J_2)^2}{K_1 + K_2}]^{-1} \Delta \quad (2.67)$$

com:

$$J_1 = \frac{\lambda_1^2}{k_1} \left[\frac{\sinh^2 \lambda_1 t_1 + \sin^2 \lambda_1 t_1}{\sinh^2 \lambda_1 t_1 - \sin^2 \lambda_1 t_1} \right] \quad (2.68)$$

$$J_2 = \frac{\lambda_2^2}{k_2} \left[\frac{\sinh^2 \lambda_2 t_2 + \sin^2 \lambda_2 t_2}{\sinh^2 \lambda_2 t_2 - \sin^2 \lambda_2 t_2} \right] \quad (2.69)$$

$$K_1 = \frac{\lambda_1^3}{k_1} \left[\frac{\sinh \lambda_1 t_1 \cosh \lambda_1 t_1 + \sin \lambda_1 t_1 \cos \lambda_1 t_1}{\sinh^2 \lambda_1 t_1 - \sin^2 \lambda_1 t_1} \right] \quad (2.70)$$

$$K_2 = \frac{\lambda_2^3}{k_2} \left[\frac{\sinh \lambda_2 t_2 \cosh \lambda_2 t_2 + \sin \lambda_2 t_2 \cos \lambda_2 t_2}{\sinh^2 \lambda_2 t_2 - \sin^2 \lambda_2 t_2} \right] \quad (2.71)$$

$$L_1 = \frac{\lambda_1}{k_1} \left[\frac{\sinh \lambda_1 t_1 \cosh \lambda_1 t_1 - \sin \lambda_1 t_1 \cos \lambda_1 t_1}{\sinh^2 \lambda_1 t_1 - \sin^2 \lambda_1 t_1} \right] \quad (2.72)$$

$$L_2 = \frac{\lambda_2}{k_2} \left[\frac{\sinh \lambda_2 t_2 \cosh \lambda_2 t_2 - \sin \lambda_2 t_2 \cos \lambda_2 t_2}{\sinh^2 \lambda_2 t_2 - \sin^2 \lambda_2 t_2} \right] \quad (2.73)$$

Nas equações acima:

$$\lambda_1 = \sqrt[4]{\frac{k_1}{4EI}} \quad (2.74)$$

$$\lambda_2 = \sqrt[4]{\frac{k_2}{4EI}} \quad (2.75)$$

O índice 1 refere-se à peça externa e o índice 2 à peça interna. t_1 e t_2 são respectivamente as espessuras das peças externa e interna. Para ambos corte simples e duplo, o deslizamento foi desenvolvido a partir da seguinte equação:

$$\Delta = v_1(t_1) + v_2(0) \quad (2.76)$$

sendo que em cada caso foram usadas as soluções $v_1(x)$ e $v_2(x)$ próprias de cada trecho.

Além disso, KUENZI determinou as cargas máximas correspondentes ao limite de proporcionalidade da madeira no ponto mais solicitado e ao limite de proporcionalidade do aço no ponto mais solicitado do prego, e correspondem às cargas que limitam a validade do modelo.

FOSCHI(1974), baseando-se no modelo de KUENZI, desenvolveu um modelo considerando o prego como uma viga elastoplástica e a madeira como uma fundação elastoplástica para descrever o comportamento não linear de ligações pregadas entre uma peça de madeira e uma cobrejunta de aço. FOSCHI e BONAC(1977) aplicaram o modelo para ligações entre duas peças de madeira. Nesse modelo, o comportamento do aço foi suposto elastoplástico perfeito, sendo elástico até uma tensão $\sigma = f_y$ e uma deformação correspondente ε_o e perfeitamente plástico a partir desse ponto. Para a madeira sob embutimento, FOSCHI usou um modelo elastoplástico não-linear, descrito por:

$$p = (p_o + p_1 w) \left[1 - \exp\left(-\frac{kw}{p_o}\right) \right] \quad (2.77)$$

onde p é a carga por unidade de comprimento e w é o deslocamento vertical (exatamente como definido na teoria da viga em fundação elástica, só que neste modelo a fundação é elasto-plástica). Os parâmetros que definem o modelo de comportamento da madeira ao embutimento são k , p_o e p_1 , determinados a partir da curva obtida através de ensaios (k pode ser chamado de módulo de fundação inicial).

Os comportamentos do aço do pino à flexão e da madeira ao embutimento om isso usados por FOSCHI são mostrados na Fig. 2.14.

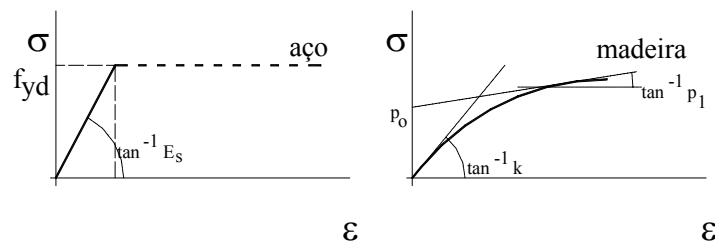


Figura 2.14: Comportamento dos materiais nas ligações segundo o modelo de Foschi(1974)

FOSCHI usou a abordagem da minimização da energia potencial total, computando a energia de deformação do pino, da madeira e da força externa. A cobrejunta foi considerada rígida, por isso não foi computada na energia de deformação, assim como o trecho do prego inserido na cobrejunta.

As condições de contorno utilizadas não foram descritas, tendo sido apenas definido um sistema de eixos fixo na extremidade do prego, sendo o deslizamento da ligação (Δ) dado pelo deslocamento da cabeça do prego. O autor desenvolveu a solução para a condição de cabeça fixa e livre. Provavelmente essas duas situações foram distinguidas apenas por uma condição de contorno referente à rotação da cabeça do prego.

O autor usou o método dos elementos finitos, discretizando o pino em elementos de viga com dois graus de liberdade por nó: um deslocamento vertical e uma rotação.

Usando este modelo, FOSCHI(1974) e FOSCHI e BONAC(1977) resolveram uma série de ligações e, ajustando curvas aos resultados numéricos obtidos, chegaram à conclusão de que o comportamento de ligações poderia ser descrito por curvas do tipo:

$$F = (P_o + P_1\Delta) \left[1 - \exp\left(-\frac{K\Delta}{P_o}\right) \right] \quad (2.78)$$

É importante observar que em todas as análises teóricas feitas por FOSCHI(1974) e FOSCHI e BONAC(1977), a curva de comportamento da madeira foi obtida experimentalmente através de ensaios de embutimento. Os resultados obtidos com o modelo teórico mostraram uma concordância muito grande com os resultados experimentais, conforme os gráficos apresentados pelos autores, sendo que os resultados experimentais ficaram entre os teóricos obtidos com a cabeça do prego totalmente fixa e os teóricos obtidos com a cabeça do prego totalmente livre.

Pode-se dizer que até o momento os modelos de KUENZI(1955) e FOSCHI(1974) são os que contribuíram mais significativamente para descrever através de uma abordagem analítica simplificada o comportamento da ligação antes das situações de ruptura.

No Brasil, uma aplicação do modelo de KUENZI para a caracterização teórica das ligações quanto à rigidez foi feita por SANTANA(1997). ALVIM(2001) aplicou o modelo de KUENZI para o estudo da relação da rigidez das ligações com a relação entre a espessura das peças e o diâmetro do pino.

Os modelos analíticos simplificados representam o tipo de modelo mais aplicado ao estudo do comportamento isolado do pino, conforme foi possível observar do levantamento bibliográfico.

2.6.3 Modelos analíticos associados a métodos numéricos de discretização e solução

Estes modelos representam outra forma de modelagem teórica. Os princípios são os mesmos das modelagens da mesma natureza aplicadas a ligações resistentes a momento fletor.

Essa modelagem é mais precisa, pois não utiliza simplificações usadas nos métodos analíticos simplificados. Contudo, seu desenvolvimento é mais trabalhoso. No caso do uso de um programa comercial de elementos finitos, por exemplo, é necessário que o elemento finito represente de forma mais coerente com as condições do modelo, sendo que isso nem sempre é possível plenamente.

No Brasil, VELOSO, ALVIM e ALMEIDA(2000) apresentaram um trabalho sobre a modelagem numérica das ligações com base em elementos finitos utilizando o programa comercial ANSYS. A nível mundial, muitas referências podem ser encontradas sobre modelagens desse tipo, tendo sido várias citadas por BAIÃO(1997).

A seguir será apresentado um tópico de grande importância dentro da modelagem de ligações, que é a verificação do comportamento da madeira ao embutimento, já que o comportamento do aço, utilizado no pino é facilmente caracterizado. Este comportamento é necessário para o fornecimento de parâmetros para a modelagem teórica de ligações unitárias (os dois últimos tipos de modelos vistos nesta seção).

2.7 Comportamento da madeira ao embutimento

O comportamento da madeira ao embutimento é muito importante no estudo de ligações, uma vez que determina o comportamento da ligação juntamente com o comportamento do aço do pino. O comportamento da madeira ao embutimento é empregado nas modelagens analíticas simplificadas.

Além disso, a resistência ao embutimento da madeira é necessária para o dimensionamento das ligações.

Trayer, citado por KUENZI(1955), investigou, nas primeiras décadas do século XX, a resistência e a rigidez da madeira ao embutimento, buscando um parâmetro que representasse o comportamento da madeira ao embutimento da mesma forma que o módulo de elasticidade representava a relação entre as tensões e as tensões de compressão. Uma

expressão então foi desenvolvida e também utilizada por KUENZI. Segundo este autor, o módulo de fundação da madeira, que representa a rigidez da madeira ao embutimento poderia ser adotado como sendo dado por:

$$k_{0/90} = E_{c,0/90} \frac{d}{z} \quad (2.79)$$

onde $k_{0/90}$ é o módulo de fundação da madeira na direção paralela ou perpendicular às fibras, $E_{c,0/90}$ é o módulo de elasticidade à compressão da madeira na direção paralela ou perpendicular às fibras, d é o diâmetro do prego representando no caso de ligações a largura da fundação, e z é a profundidade da fundação (no caso da ligação, um parâmetro sem valor definido).

WILKINSON(1971) aprofundou os estudos de KUENZI e verificou a necessidade da correta determinação do módulo de fundação da madeira e que tal propriedade era ainda muito desconhecida. Mais tarde, WILKINSON(1972) estudou o comportamento da madeira ao embutimento. Verificou a variação do mesmo com o diâmetro do pino usado nos ensaios de embutimento, e propôs a introdução da *constante de capacidade elástica*, uma nova propriedade atribuída unicamente à madeira e dada por:

$$c_o = \frac{k}{d} \quad (2.80)$$

onde k é o módulo de fundação da madeira obtido como sendo o coeficiente angular da reta ajustada aos dados do ensaio de embutimento e d é o diâmetro do pino utilizado.

Através de ensaios encontrou relações empíricas entre a densidade da madeira e a constante de capacidade elástica, e verificou ainda que mesmo a constante de capacidade elástica dependia do diâmetro do pino utilizado nos ensaios de embutimento.

A solução do problema de descrição da madeira como fundação segundo um modelo dessa natureza não é tão simples, conforme já discutido por SANTANA(1997), a profundidade da fundação, inerente a este modelo, tem valor desconhecido. Assim, na aplicação do modelo de KUENZI, existe uma lacuna a ser preenchida, que é a determinação de valores coerentes de profundidade da fundação.

Este parâmetro relaciona-se conceitualmente com o comprimento da porção de madeira comprimida nos ensaios de embutimento, utilizado como base de medida dos deslocamentos. A norma brasileira estabelece um comprimento igual a 14 vezes o diâmetro do pino, conforme o esquema indicado no item B.17 do Anexo B da Norma NBR7190/1997 (ABNT,1997).

KOMATSU, KARUBE e HARADA (1996) utilizam a constante de capacidade elástica, denominada por eles de coeficiente de embutimento, como sendo dada por:

$$c_{o,0} = \frac{E_{c,0}}{3,16 + 10,9D} (kgf/cm^3) \quad (2.81)$$

na direção paralela às fibras, e:

$$c_{o,90} = \frac{c_{o,0}}{3,4} \quad (2.82)$$

na direção perpendicular às fibras.

Para a determinação das propriedades de embutimento em outras direções em relação às fibras, normalmente utiliza-se a fórmula de Hankinson. No Brasil, VALLE(1999) investigou a validade do uso desta fórmula para a determinação das propriedades de embutimento, tendo os resultados indicado que o expoente 1,5 é mais adequado do que o expoente 2 mais comumente utilizado. Um dos principais objetivos do trabalho desta autora foi a determinação da resistência de embutimento da madeira em várias direções em relação às fibras, utilizando madeira laminada colada de uma espécie de madeira com um diâmetro de pino.

Seus resultados também mostraram que as fórmulas indicadas pelo Eurocode 5 (EUROPEAN..., 1993) para a determinação das propriedades da madeira ao embutimento fornecem valores muito discrepantes em comparação a resultados obtidos experimentalmente com espécies brasileiras.

ALMEIDA(1987, 1990) desenvolveu estudos sobre o comportamento da madeira ao embutimento, tendo proposto um comportamento definido por três fases lineares, porém o objetivo deste diagrama foi a definição dos estados limites para a resistência da madeira ao embutimento.

Os trabalhos sobre o comportamento da madeira ao embutimento são motivados pela necessidade da modelagem teórica do comportamento de ligações. No entanto, o assunto envolve ainda muitas questões e que vem sendo objeto de muitas pesquisas. Entre as pesquisas mais recentes a nível mundial pode ser citado o trabalho de FOSCHI, YAO e ROGERSON (2000).

Sabe-se que a resistência e a rigidez ao embutimento é um parâmetro convencionalmente atribuído à madeira. No entanto, o diâmetro do pino empregado no ensaio de embutimento pode influenciar na sua determinação. Além disso, as dificuldades encontradas na determinação dos parâmetros dos modelos analíticos simplificados e na associação das propriedades de embutimento (módulos de fundação, constante de capacidade elástica) com outras propriedades da madeira deve-se ao fato das simplificações utilizadas na descrição do problema, em termos de distribuição de tensões e deformações.

O melhor esclarecimento do comportamento da madeira ao embutimento pode ser conseguido com uma abordagem teórica sobre a distribuição das tensões e deformações em torno do furo. A teoria da elasticidade fornece a solução clássica para este problema, conforme pode ser observado na literatura sobre o assunto, por exemplo em WILKINSON e ROWLANDS (1981). A nível mundial esta abordagem tem sido aplicada ao comportamento da madeira ao embutimento, principalmente nos estudos envolvendo a mecânica da fratura da madeira, como pode ser visto em recentes publicações, por exemplo, as do RILEM International Symposium on Joints in Timber Structures (2001). Além da abordagem analítica baseada na teoria clássica, outra forma de abordagem teórica é a modelagem utilizando uma teoria mais geral e método dos elementos finitos, como feito por PATTON-MALLORY, CRAMER, SMITH et al.(1997). Outra forma de estudo da distribuição das tensões e deformações ao redor do pino é a aplicação de técnicas experimentais da fotoelasticidade de Moiré, como citado por WILKINSON e ROWLANDS (1981).

Capítulo 3

MODELAGEM DE ESTRUTURAS COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

Neste capítulo será apresentada a modelagem matemática de estruturas reticuladas do tipo pórtico plano com ligações semi-rígidas feitas com pinos metálicos solicitadas lateralmente, portanto, uma ligação com transmissão por justaposição.

Conforme foi visto anteriormente, a modelagem da estrutura com ligações semi-rígidas e a modelagem das ligações semi-rígidas isoladamente são independentes. Neste capítulo, estas duas modelagens foram acopladas dando origem a um procedimento de análise completo. Este procedimento, utilizado por alguns autores como FOSCHI(1977) e JENSEN e LARSEN(1998), é usualmente empregado quando a modelagem da ligação baseia-se num modelo analítico simplificado, tipo de modelagem já apresentado na revisão bibliográfica e fundamentação teórica. Neste capítulo será mostrado também como pode ser feito o desacoplamento dos dois modelos, permitindo assim uma flexibilidade no processo de análise.

3.1 Descrição básica da modelagem

A análise de pórticos usualmente é feita através da análise matricial baseada no processo dos deslocamentos. Este processo baseia-se na aplicação do Princípio dos Deslocamentos Virtuais, que é o Princípio dos Trabalhos Virtuais aplicado aos trabalhos virtuais de um campo de deslocamentos virtuais sobre um campo de forças reais. O Princípio dos Deslocamentos Virtuais enuncia que dado um sistema de forças e tensões em equilíbrio,

e um sistema de deslocamentos e deformações virtuais compatível com as condições de vinculação, o trabalho virtual interno das deformações virtuais sobre as tensões é igual ao trabalho externo dos deslocamentos virtuais sobre as forças.

Nesse processo de modelagem estrutural, inicialmente a estrutura reticulada é dividida em trechos denominados “barras”. Uma barra é geralmente uma porção da estrutura com propriedades de material constantes, bem como direção axial em relação ao sistema de referência constante. As extremidades das barras são denominadas “nós”. Além das extremidades das barras, pode ser definido um nó em qualquer ponto onde for desejado.

O campo de deslocamentos virtuais é tomado como sendo um campo qualquer de deslocamentos dos nós. O deslocamento de cada nó é descrito por três deslocamentos referidos no caso plano a um sistema de três coordenadas por nó, sendo duas de translação e uma de rotação. Com esses três deslocamentos (coordenadas), o deslocamento do nó fica totalmente definido.

O campo de forças reais é tomado como sendo o conjunto de ações aplicadas nos nós. As ações aplicadas nas barras são transformadas em ações equivalentes aplicadas nos nós.

Dessa forma, a equação do problema tem a seguinte forma:

$$\int_V \sigma \delta \epsilon dV = \sum_{i=1}^n a_i \delta u_i \quad (3.1)$$

onde V é o volume da estrutura (domínio), σ é o tensor das tensões no volume infinitesimal dV , $\delta \epsilon$ é o tensor das deformações virtuais no mesmo volume infinitesimal, n é o número de nós, a_i é a força externa sobre o nó i , e δu_i é o deslocamento virtual do nó i .

O Princípio dos Trabalhos Virtuais aplica-se a problemas conservativos e não conservativos, mas somente a problemas lineares em termos das relações entre deformações e deslocamentos, conforme pode ser visto por exemplo em CHEN(1982) e ZIENKIEWICZ (1973). CHEN e HAN(1988) apresentam a aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais para problemas não lineares associados a comportamento plástico e solução pelo método dos elementos finitos.

A formulação consiste em se escrever o trabalho interno em função somente dos deslocamentos dos nós, obtendo-se assim uma equação matricial final com os deslocamentos dos nós como incógnitas.

O campo de tensões internas e o campo de deformações internas são descritos em termos de funções contínuas definidas em todo o volume da estrutura. Por meio de relações cinemáticas e constitutivas as mesmas são escritas em termos dos deslocamentos dos nós.

Na análise de pórticos com ligações semi-rígidas a ser desenvolvida neste trabalho será adotado o método de modelagem no qual as ligações são introduzidas no modelo na forma de elementos de ligação, independentes dos elementos de barra. Este método de modelagem é um dos dois tipos básicos de modelagem revistos na revisão bibliográfica e foi adotado por ser de fácil implementação. Além disso, este método permite o tratamento dos elementos de forma independente.

Na modelagem convencional, os nós são considerados rígidos, o que implica que as ligações não sofrem deformações, mas apenas movimentos de corpos rígidos. Dessa forma, sendo os nós rígidos, os movimentos que ocorrem na extremidade de uma barra são os mesmos que ocorrem na extremidade de outra barra que compartilha o mesmo nó, de forma que não há deslocamentos relativos entre as extremidades das mesmas. Já segundo esta modelagem de estruturas semi-rígidas, as ligações sofrem deformações e permitem deslocamentos relativos entre as extremidades das barras unidas. O elemento de ligação é introduzido entre as extremidades das barras unidas. Na configuração indeformada, as extremidades das barras unidas (e as extremidades do elemento de ligação introduzido) têm posições coincidentes. Na configuração deformada, têm posições diferentes, devido aos deslocamentos relativos permitidos pelo elemento de ligação. O elemento de ligação tem que ter coordenadas apropriadas de forma a descrever os deslocamentos das suas extremidades, conforme será visto mais adiante.

A Fig. 3.1 mostra uma estrutura de duas barras modelada segundo o procedimento de análise usual e o segundo o procedimento de análise de estrutura semi-rígida, e respectivas configurações deformadas.

Em resumo, a modelagem da estrutura com ligações semi-rígidas segundo a abordagem adotada neste trabalho envolve a descrição das relações cinemáticas e constitutivas e de equilíbrio dos elementos de barra e de ligação, para a construção de um método de análise matricial adequado para a prática da resolução da estrutura.

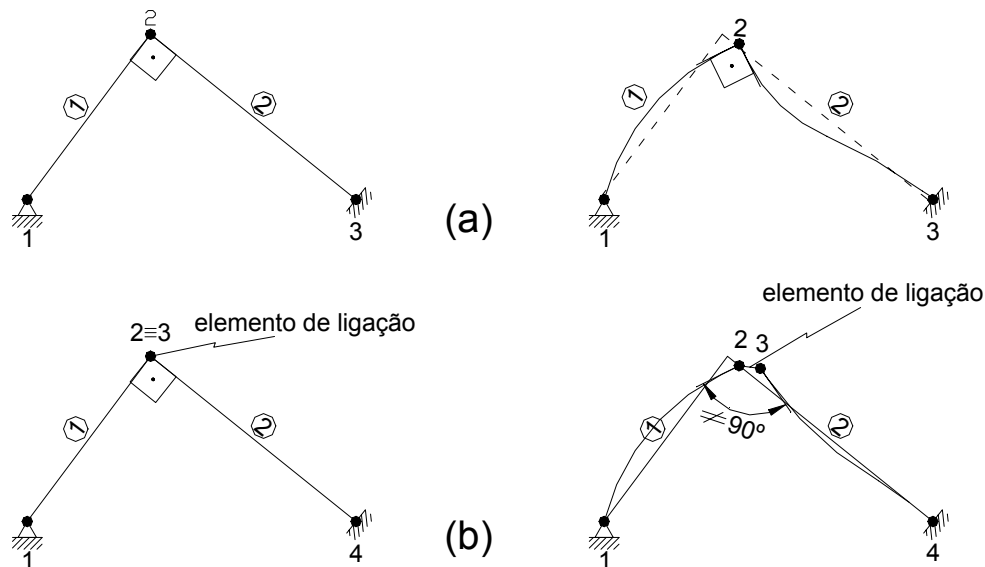


Figura 3.1: (a) Esquema da deformação de uma estrutura com nós rígidos. (b) Esquema da deformação de uma estrutura com elementos de ligação semi-rígidos.

3.2 Relações cinemáticas do elemento de barra

Inicialmente deve ser estabelecido um sistema de coordenadas para o problema. Será adotado um sistema de coordenadas cartesianas fixo no espaço tridimensional, para ambas as configurações deformada e indeformada da estrutura. Este sistema será denominado de sistema de coordenadas global da estrutura, e será formada por uma base ortonormal formada pelos versores \vec{i}_1, \vec{i}_2 e \vec{i}_3 e cujas coordenadas serão indicadas por x_1^g, x_2^g e x_3^g .

Além disso, cada elemento de barra terá um sistema de coordenadas cartesianas local, também fixo para ambas as configurações deformada e indeformada. Um sistema local de uma barra genérica e será formado por uma base ortonormal formada pelos versores \vec{i}_1^e, \vec{i}_2^e e \vec{i}_3^e , partindo de uma origem fixa no nó inicial da barra e cujas coordenadas serão indicadas por x_1^e, x_2^e e x_3^e . Os sistemas de coordenadas locais são orientados de forma que o versor \vec{i}_1^e tenha a mesma direção do eixo do elemento de barra e o sentido do nó inicial para o nó final, e de forma que o plano formado pelos versores \vec{i}_1^e e \vec{i}_2^e estejam contidos no plano do problema (plano formado pelos versores \vec{i}_1^g e \vec{i}_2^g do sistema de coordenadas global), conforme mostrado na Fig. 3.2. Não está sendo utilizada a notação usual de Engenharia,

segundo a qual os eixos são denominados de x , y e z , pois esta dificultaria a notação mais adiante.

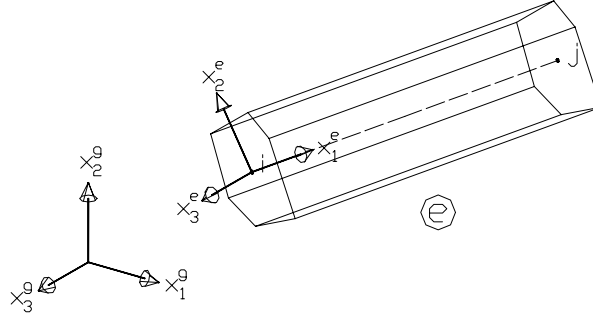


Figura 3.2: Elemento estrutural representado pelo elemento de barra e sistemas de coordenadas adotados.

A transformação do sistema de coordenadas local para o sistema de coordenadas global é descrito apenas por uma rotação em torno do eixo x_3^e e duas translações ao longo dos eixos x_1^e e x_2^e . No entanto, para esta modelagem, as translações não são necessárias, bastando apenas que o sistema de coordenadas local seja transformado num outro, com mesma origem do sistema local mas com vetores paralelos aos vetores do sistema de coordenadas global. Os vetores e coordenadas desse sistema serão identificados pelo índice *eg*. Dessa forma, a transformação é descrita por:

$$x_1^{eg} = x_1 \cos\theta + x_2 \sin\theta \quad (3.2)$$

$$x_2^{eg} = -x_1 \sin\theta + x_2 \cos\theta \quad (3.3)$$

Sejam a_i as componentes de um tensor de ordem 1 e A_{ij} as componentes de um tensor de ordem 2, referidas ao sistema de coordenadas local. Então as componentes dos mesmos tensores referidas ao sistema de coordenadas global m_i e M_{ij} serão dadas por:

$$m_i = \frac{\partial x_i^g}{\partial x_j} a_j \quad (3.4)$$

$$M_{ij} = \frac{\partial x_i^g}{\partial x_k} \frac{\partial x_j^g}{\partial x_l} A_{kl} \quad (3.5)$$

tendo sido usada notação indicial. Estas regras de transformação definem o que se denomina de tensores contravariantes (GREEN e ZERNA, 1982, p. 4) e podem ser usadas para transformar qualquer tensor escrito num sistema para outro escrito no outro sistema.

Estabelecidos os sistemas de coordenadas e revistas as regras para transformação de componentes de tensores, pode ser desenvolvida a formulação dos elementos de barra.

Seja uma barra genérica da estrutura com comprimento l , nó inicial i e nó final j . Seja P um ponto qualquer situado na seção transversal do elemento estrutural, com um vetor posição na configuração indeformada (de referência) \vec{p} e Q um ponto situado na mesma seção e no eixo baricêntrico do elemento estrutural, com um vetor posição \vec{q} .

Após uma deformação, esses pontos passarão para posições definidas pelos pontos P' e Q' , definidos por vetores posição \vec{p}' e \vec{q}' . O vetor deslocamento do ponto P é definido por:

$$\vec{u}_{P=P'} = \vec{p}' - \vec{p} \quad (3.6)$$

Ou na forma de componentes:

$$u_{iP} = x_{iP'} - x_{iP} \quad (3.7)$$

Da mesma forma, o deslocamento do ponto Q é definido por:

$$\vec{u}_{Q=Q'} = \vec{q}' - \vec{q} \quad (3.8)$$

Ou na forma de componentes:

$$u_{iQ} = x_{iQ'} - x_{iQ} \quad (3.9)$$

O mapeamento dos pontos na configuração deformada não é totalmente conhecido, porém, a aplicação de hipóteses usualmente adotadas para a formulação de elementos de barra, baseada na teoria clássica da flexão, permite estabelecer algumas relações simplificadas entre os deslocamentos.

Hipótese (a): as seções planas permanecem planas após a deformação. Essa hipótese é consequência de se desprezar as deformações tangenciais $\gamma_{12} = 2\varepsilon_{12}$.

Hipótese (b): os pontos de uma mesma seção transversal têm os mesmos deslocamentos na direção do eixo x_2 (e portanto os mesmos que os pontos do eixo baricêntrico). Esta hipótese é consequência da desconsideração da deformação normal ε_{22} .

Hipótese (c): os deslocamentos na direção do eixo x_3 são desconsiderados. Esta hipótese é consequência da desconsideração de todas as componentes de deformação exceto as componentes ε_{11} e ε_{12} , que resulta na modelagem do problema como um problema plano de deformações embora não o seja, pois ε_{33} na realidade não é nula.

Com essas hipóteses, é possível escrever uma relação entre os deslocamentos dos pontos P e R de uma mesma seção e assim descrever geometricamente a configuração deformada de uma seção (daqui em diante, o índice e referente ao elemento de barra genérico e será dispensado):

$$u_{1P} = u_{1Q} - x_{2P} \frac{du_{2Q}}{dx_1} \quad (3.10)$$

$$u_{2P} = u_{2Q} \quad (3.11)$$

$$u_{3P} = u_{3Q} = 0 \quad (3.12)$$

Os índices P e Q também serão dispensados, de forma que um ponto será referenciado por suas coordenadas x_1 , x_2 e x_3 . Também será dispensada a coordenada x_3 , pois por causa da hipótese (c), tudo o que acontece no plano x_1x_2 que contém o eixo baricêntrico se repete nos outros planos paralelos, independentemente da coordenada x_3 . Dessa forma, as equações anteriores podem ser reescritas na seguinte forma:

$$u_1(x_1, x_2) = u_1(x_1, 0) - x_2 \frac{du_1(x_1, 0)}{dx_1} \quad (3.13)$$

$$u_2(x_1, x_2) = u_2(x_1, 0) \quad (3.14)$$

$$u_3(x_1, x_2) = u_3(x_1, 0) \quad (3.15)$$

Na Fig. 3.3 mostra-se um esquema da configuração deformada e indeformada de uma seção qualquer com base nessas hipóteses.

Da mecânica do contínuo, sabe-se que em um ponto qualquer, as deformações se relacionam com os deslocamentos conforme a relação:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}[u_{i,j} + u_{j,i} + u_{r,i}u_{r,j}] \quad (3.16)$$

Escrevendo-se somente a deformação não nula para o presente problema, já considerando as hipóteses adotadas, tem-se:

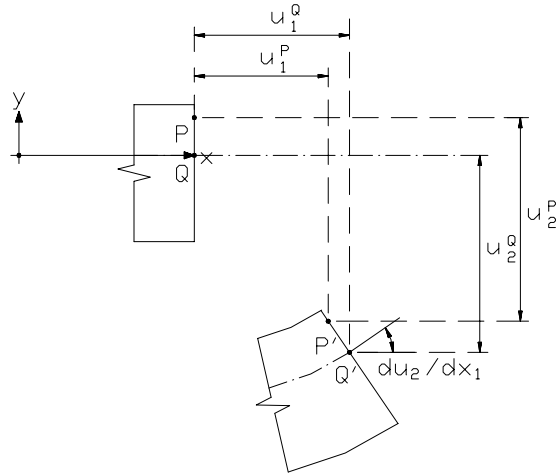


Figura 3.3: Esquema da movimentação da seção da barra segundo a teoria clássica da flexão.

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{2}(2u_{1,1} + u_{1,1}u_{1,1} + u_{2,1}u_{2,1} + u_{3,1}u_{3,1}) \quad (3.17)$$

Na equação acima, somente as duas primeiras parcelas entre parêntesis são consideradas para a hipótese de pequenos deslocamentos e análise geométrica linear. Dessa forma, a mesma pode ser reescrita como:

$$\varepsilon_{11}(x_1, x_2) = \frac{du_1(x_1, x_2)}{dx_1} \quad (3.18)$$

Usando-se este resultado na equação (3.14), tem-se:

$$\varepsilon_{11}(x_1, x_2) = \frac{du_1(x_1, 0)}{dx_x} - x_2 \frac{d^2 u_2(x_1, 0)}{dx_1^2} \quad (3.19)$$

Até o momento foram estabelecidas relações entre os deslocamentos dos pontos situados fora do eixo baricêntrico com o ponto situado no eixo baricêntrico numa mesma seção. Tudo isso dentro do volume da barra.

A fim de preparar o problema para solução pela Análise Matricial, serão introduzidas as relações entre os deslocamentos de um ponto qualquer situado no eixo baricêntrico com os deslocamentos dos pontos correspondentes aos nós inicial e final do elemento de barra. Este relacionamento é uma das características não apenas da Análise Matricial mas do Método dos Elementos Finitos.

Esse relacionamento é feito através de funções aproximadoras, que substituem as funções contínuas por funções que são combinações dos valores das mesmas funções nos nós.

Para fazer esse relacionamento, foi adotada uma função polinomial de terceiro grau para aproximar a função $u_2(x_1, 0)$ e uma função polinomial de primeiro grau para aproximar a função $u_1(x_1, 0)$. Dessa forma, são adotadas as seguintes relações:

$$u_2(x_1, 0) = c_1x_1^3 + c_2x_1^2 + c_3x_1 + c_4 \quad (3.20)$$

$$u_1(x_1, 0) = c_5x_1 + c_6 \quad (3.21)$$

Sejam definidos os seguintes deslocamentos:

$$u_i = u_1(0, 0) \quad (3.22)$$

$$v_i = u_2(0, 0) \quad (3.23)$$

$$\theta_i = \frac{du_2(0, 0)}{dx_1} \quad (3.24)$$

$$u_j = u_1(l, 0, 0) \quad (3.25)$$

$$v_j = u_2(l, 0, 0) \quad (3.26)$$

$$\theta_j = \frac{du_2(l, 0, 0)}{dx_1} \quad (3.27)$$

Os três primeiros deslocamentos acima são os deslocamentos dos nós i da barra e os três últimos são os deslocamentos do nó j da barra. O conjunto dos três deslocamentos descritos acima para o nó i são suficientes para permitir a descrição do deslocamento do nó i no espaço tridimensional. O mesmo ocorre para o nó j . Ressalta-se, portanto, que u_i , v_i , θ_i , u_j , v_j e θ_j são os deslocamentos dos nós da barra e definem um sistema de coordenadas (denominados “graus de liberdade”) para a barra, conforme mostrado na Fig. 3.4. Esses deslocamentos são chamados de coordenadas pois qualquer deslocamento do nó pode ser escrito na forma de uma combinação dos mesmos.

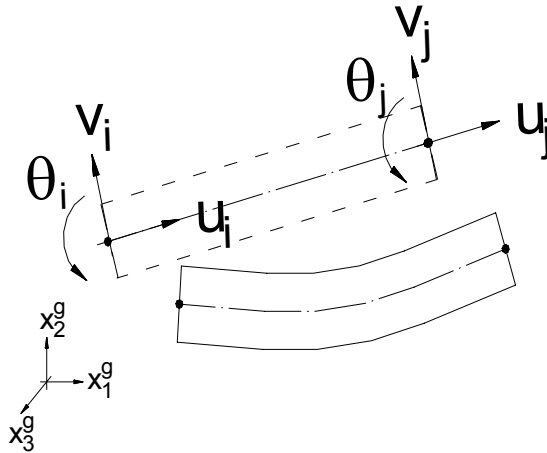


Figura 3.4: Graus de liberdade dos elementos de barra.

Aplicando-se as condições expressas pelas seis equações (3.22) a (3.27) nas equações (3.20) e (3.21), obtém-se seis equações com seis incógnitas (c_1, c_2, \dots, c_6). Resolvido este

sistema, encontra-se as constantes c_1, c_2, \dots, c_6 , que substituídas nas equações (3.20) e (3.21) fornece:

$$u_1(x_1) = u_i \left(1 - \frac{x_1}{l}\right) + u_j \frac{x_1}{l} \quad (3.28)$$

$$u_2(x_1) = v_i \left(1 - 3\frac{x_1^2}{l^2} + 2\frac{x_1^3}{l^3}\right) + v_j \left(3\frac{x_1^2}{l^2} - 2\frac{x_1^3}{l^3}\right) + \theta_i \left(x_1 - 2\frac{x_1^2}{l} + \frac{x_1^3}{l^2}\right) + -\theta_j \left(-\frac{x_1^2}{l} + \frac{x_1^3}{l^2}\right) \quad (3.29)$$

tendo-se já agupado os termos em $u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j$ e θ_j . Definindo-se:

$$n_1 = \left(1 - \frac{x_1}{l}\right) \quad (3.30)$$

$$n_2 = \left(1 - 3\frac{x_1^2}{l^2} + 2\frac{x_1^3}{l^3}\right) \quad (3.31)$$

$$n_3 = \left(x - 2\frac{x_1^2}{l} + \frac{x_1^3}{l^2}\right) \quad (3.32)$$

$$n_4 = \frac{x_1}{l} \quad (3.33)$$

$$n_5 = \left(3\frac{x_1^2}{l^2} - 2\frac{x_1^3}{l^3}\right) \quad (3.34)$$

$$n_6 = \left(-\frac{x_1^2}{l} + \frac{x_1^3}{l^2}\right) \quad (3.35)$$

pode-se escrever as equações anterior como:

$$u_1(x_1, 0) = n_1 u_i + n_4 u_j \quad (3.36)$$

$$u_2(x_1, 0) = n_2 v_i + n_3 \theta_i + n_5 v_j + n_6 \theta_j \quad (3.37)$$

Definindo-se os tensores de primeira ordem:

$$\mathbf{n}_u^T = \{n_1, 0, 0, n_4, 0, 0\} \quad (3.38)$$

$$\mathbf{n}_v^T = \{0, n_2, n_3, 0, n_5, n_6\} \quad (3.39)$$

$$\mathbf{u}^T = \{u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j\} \quad (3.40)$$

pode-se escrever:

$$u_1(x_1, 0) = \mathbf{n}_u \cdot \mathbf{u} \quad (3.41)$$

$$u_2(x_1, 0) = \mathbf{n}_v \cdot \mathbf{u} \quad (3.42)$$

Definindo-se agora os tensores:

$$\mathbf{b}_u = \frac{d}{dx_1} \mathbf{n}_u \quad (3.43)$$

$$\mathbf{c}_v = \frac{d^2}{dx_1^2} \mathbf{n}_v \quad (3.44)$$

Pode-se escrever a equação (3.19) como:

$$\varepsilon_{11}(x_1, x_2) = \mathbf{b}_u \cdot \mathbf{u} - x_2(\mathbf{c}_v \cdot \mathbf{u}) \quad (3.45)$$

ou:

$$\varepsilon_{11}(x_1, x_2) = (\mathbf{b}_u - x_2 \mathbf{c}_v) \cdot \mathbf{u} \quad (3.46)$$

ou ainda:

$$\varepsilon_{11}(x_1, x_2) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \quad (3.47)$$

onde:

$$\mathbf{B} = \mathbf{b}_u - x_2 \mathbf{c}_v \quad (3.48)$$

Com a equação (3.47) tem-se uma relação entre as deformações e os deslocamentos dos pontos do elemento de barra. Esta equação, que descreve as deformações em termos dos deslocamentos dos nós, é uma preparação para a solução numérica.

3.3 Relações cinemáticas do elemento de ligação

O elemento de ligação tem dois nós com posições coincidentes, sendo que cada um interliga-se com um elemento de barra. A Fig. 3.5 mostra na parte superior um esquema de uma ligação real e sua configuração deformada e na parte inferior, o esquema do modelo proposto para o elemento de ligação e sua configuração deformada.

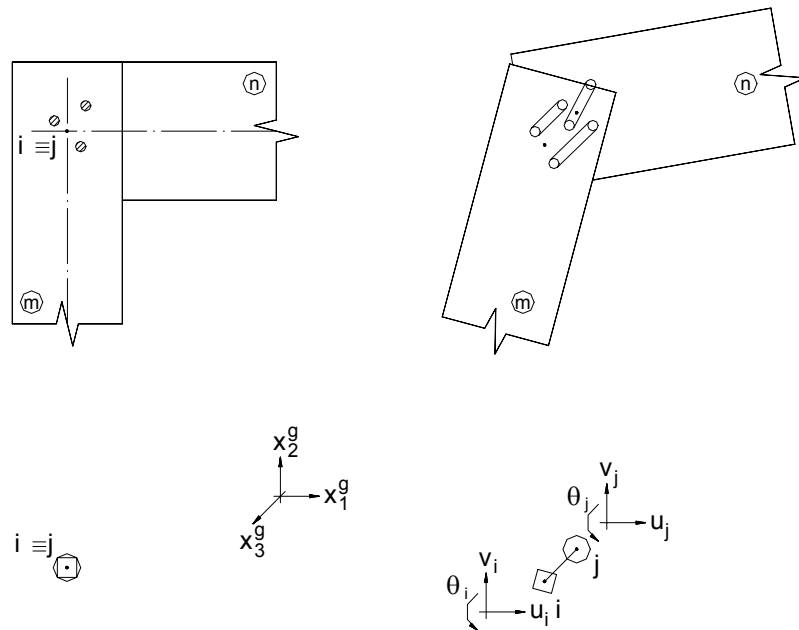


Figura 3.5: Definição do elemento de ligação e sua configuração deformada.

Os eixos do sistema de coordenadas local do elemento de ligação são orientados nas mesmas direções dos correspondentes eixos do sistema de coordenadas global. É importante ressaltar que os esforços solicitantes na ligação, principalmente para fins de dimensionamento da ligação, são escritos em relação a este sistema de referência, para facilitar a automatização da análises.

Da mesma forma que o elemento de barra, o elemento de ligação tem um três coordenadas de deslocamentos (graus de liberdade) por nó, sendo duas de translação e uma de rotação.

O modelo utilizado neste trabalho para modelar o comportamento do elemento de ligação baseia-se na hipótese de que a deformação da ligação resulta somente do deslizamento dos pinos sendo desprezada a deformação da madeira entre os pinos. Esta aproximação é usualmente utilizada nos modelos analíticos simplificados, conforme foi verificado da revisão bibliográfica.

Os deslocamentos da ligação serão descritos em função dos deslizamentos dos pinos, e não em função das deformações como num meio contínuo. O trabalho utilizado como referência para o desenvolvimento feito nesta pesquisa foi o de FOSCHI(1977), já visto na revisão bibliográfica, tendo sido mantida a maior parte da notação utilizada pelo autor.

Outra hipótese utilizada em modelos analíticos simplificados é a hipótese de pequenos deslocamentos.

A partir disso, pode-se estabelecer a relação entre os deslizamentos dos pinos e os deslocamentos da ligação. Sejam i e j os nós do elemento de ligação, e P e R os pontos correspondentes às extremidades de um pino qualquer.

Segundo a principal hipótese do modelo, considera-se que a distância entre os nós do elemento de ligação e as extremidades do pino permanece invariável, pois a deformação da madeira entre os pinos é desprezada.

Os nós do elemento de ligação coincidem com o centro de rotação da ligação. Neste trabalho será empregado como centro de rotação o centro geométrico dos pinos, conforme feito por RACHER(1995.b) e KOMATSU, KARUBE, HARADA et al.(1996) para o mesmo tipo de ligação. De qualquer forma, a escolha de um outro processo para a determinação do centro de rotação não implica em nenhuma modificação no desenvolvimento do modelo, apenas a inclusão de um processo prévio para esta finalidade.

Sejam A_i e r_i os parâmetros geométricos (ângulo e distância) que definem em coordenadas polares a posição do ponto P em relação ao nó i , e A_j e r_j os que definem a posição do ponto R em relação ao nó j .

Na configuração deformada, uma extremidade do pino passará da posição definida pelo ponto P para a posição definida pelo ponto Q , e a outra extremidade, da posição definida pelo ponto R para a posição definida pelo ponto S . A distância entre os pontos Q e S é o deslizamento sofrido pelo pino, representado por Δ .

Na mesma configuração deformada, os nós do elemento de ligação sofrerão deslocamentos, denominados de $u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j$ e θ_j , sendo os três primeiros referentes ao nó i , e os três últimos referentes ao nó j .

Através de relações geométricas e com a hipótese de pequenos deslocamentos, encontra-se que o deslocamento sofrido pelo ponto P é dado por:

$$\vec{\delta}_P = (u_i - r_i \text{sen} A_i \theta_i) \vec{i}_1 + (v_i + r_i \cos A_i \theta_i) \vec{i}_2 \quad (3.49)$$

Da mesma forma, o deslocamento sofrido pelo ponto Q é dado por:

$$\vec{\delta}_R = (u_j - r_j \text{sen} A_j \theta_j) \vec{i}_1 + (v_j + r_j \cos A_j \theta_j) \vec{i}_2 \quad (3.50)$$

A componente do deslizamento na direção x_1 é dada por:

$$\Delta x = \delta_{R1} - \delta_{P1} \quad (3.51)$$

E a componente do deslizamento na direção x_2 é dada por:

$$\Delta y = \delta_{R2} - \delta_{P2} \quad (3.52)$$

O deslizamento total é dado por:

$$\Delta = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad (3.53)$$

Definindo-se os tensores de primeira ordem:

$$\mathbf{Q}_x^T = \{-1, 0, r_i \text{sen} A_i, 1, 0, -r_j \text{sen} A_j\} \quad (3.54)$$

$$\mathbf{Q}_y^T = \{0, -1, -r_i \text{sen} A_i, 0, 1, r_j \text{sen} A_j\} \quad (3.55)$$

pode-se escrever:

$$\Delta x = \mathbf{Q}_x \cdot \mathbf{u} \quad (3.56)$$

$$\Delta y = \mathbf{Q}_y \cdot \mathbf{u} \quad (3.57)$$

tendo sido o vetor \mathbf{u} já definido anteriormente. As equações (3.56) e (3.57), relacionadas pela equação (3.53), representam as relações cinemáticas de cada pino do elemento de ligação, que relacionam os deslocamentos dos nós e os deslizamentos dos pinos.

3.4 Equilíbrio do elemento de barra

As equações de equilíbrio não são necessárias para o desenvolvimento da formulação, mas são necessárias para estabelecer a equivalência entre as forças aplicadas barras e as fictícias aplicadas nos nós, para que o trabalho externo seja descrito em termos das ações e dos deslocamentos dos nós apenas.

Para isso, dado um carregamento aplicado na barra, calculam-se as ações nos nós necessárias para equilibrá-lo. Esse processo equivale a considerar as extremidades da

barra como engastamentos e calcular as reações de apoio, que são denominadas esforços de engastamentos perfeitos.

No entanto, com engastamentos nas duas extremidades a barra é hiperestática e dessa forma as reações de apoio não podem ser encontradas somente com as equações de equilíbrio. Para isso, deve-se recorrer a um método de solução de vigas hiperestáticas.

A solução desses problemas hiperestáticos simples já encontra-se disponível na literatura, por exemplo, no manual de Resistência dos Materiais de PISARENKO et al (1985), para vários casos de carregamento em barras.

Nesta formulação não estão sendo considerados os efeitos de segunda ordem, segundo os quais os deslocamentos influenciam no equilíbrio da barra.

3.5 Equilíbrio do elemento de ligação

As equações de equilíbrio do elemento de ligação não são empregadas neste desenvolvimento, porém, estão sendo abordadas para o melhor esclarecimento do funcionamento do elemento de ligação. As equações de equilíbrio, na verdade, são necessárias para o dimensionamento das ligações, num processo que requer a distribuição dos esforços solicitantes atuantes nas extremidades da ligação em forças atuantes em cada um dos pinos.

O elemento de ligação possui as mesmas coordenadas de deslocamento por nó que os elementos de barra. Em cada nó atuam ações equivalentes aos esforços internos nas extremidades, compartilhadas com elementos de barra.

Como a ligação não é um meio contínuo na realidade, não há sentido em se escrever as equações de equilíbrio como funções contínuas. De fato, a distribuição de tensões ao redor dos furos é um problema complexo e local.

Segundo as hipóteses do modelo analítico simplificado, é possível conhecer a força atuante em cada pino e sua direção, de forma aproximada. O conjunto de forças atuantes nos pinos em cada peça, ou seja, em cada lado do corte, é equilibrado pelos esforços solicitantes na outra peça e, ao mesmo tempo, é estaticamente equivalente aos esforços solicitantes atuantes em cada peça. Isso ocorre porque em cada peça os esforços solicitantes têm sentidos contrários, por condições de equilíbrio.

3.6 Relações constitutivas do elemento de barra

O elemento de barra compõe-se unicamente de madeira. Uma peça de madeira em forma de paralelepípedo retirada de segundo uma orientação qualquer de um tronco, tem um comportamento anisotrópico. A madeira possui três eixos de simetria de comportamento elástico, que são a direção longitudinal das fibras, a direção radial e a direção tangencial. De forma que, se uma peça tem seus eixos orientados coincidindo com essas direções, esta peça terá um comportamento ortotrópico (BODIG e JAYNE, 1982).

Os elementos estruturais normalmente são orientados de forma que seu eixo longitudinal coincida o máximo possível com a direção longitudinal das fibras da madeira. Idealiza-se portanto que o eixo longitudinal é paralelo à direção das fibras e que a madeira é isenta de defeitos.

Dessa forma, seria possível adotar um modelo ortotrópico para o elemento de barra. O modelo ortotrópico descreve-se pela seguinte relação constitutiva :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{-\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{pmatrix} \quad (3.58)$$

Como a barra é formulada como um problema plano de tensões, a relação anterior fica:

$$\begin{pmatrix} 2\varepsilon_{11} \\ 2\varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

Com a aplicação das hipóteses da teoria de vigas, a tensão σ_{22} também é considerada igual a zero e, além disso, a deformação ε_{22} é desconsiderada, portanto, as únicas relações que interessam para a formulação do elemento de barra constituído de madeira são:

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E_1}\sigma_{11} - \frac{v_{12}}{E_2} \overbrace{\sigma_{22}}^{zero} = \frac{1}{E_1}\sigma_{11} \quad (3.60)$$

$$2\varepsilon_{12} = \frac{1}{G_{12}}\sigma_{12} \quad (3.61)$$

Esta última pode ser dispensada se as deformações devido às tensões tangenciais forem desprezadas. Dessa forma, a equação (3.60) é a única necessária para descrever a relação constitutiva da madeira no elemento de barra.

3.7 Relações constitutivas do elemento de ligação

Como o elemento de ligação não é um meio contínuo, então as relações constitutivas para o elemento de ligação como um todo serão substituídas pelas relações entre a força atuante em cada pino e o correspondente deslizamento. Dessa forma, no elemento de ligação, o trabalho interno é dado em termos desses elementos.

Essas relações têm uma forma geral válida para todos os pinos e é obtida da modelagem do comportamento de um pino isolado, que será tratada mais adiante.

Será adotada neste trabalho uma relação entre força atuante no pino (F) e deslizamento (Δ) dada pela seguinte forma geral, indicada originalmente por FOSCHI(1974):

$$F = (p_{o,\alpha} + k_{1,\alpha}\Delta) \left[1 - \exp\left(-\frac{k_{o,\alpha}\Delta}{p_{o,\alpha}}\right) \right] \quad (3.62)$$

onde α é a direção da força atuante no pino em relação a uma direção de referência, que será adotada como sendo a direção do eixo x_1^g , e os parâmetros $p_{o,\alpha}$, $k_{1,\alpha}$ e $k_{o,\alpha}$ são parâmetros que dependem das características geométricas do prego, espessura das peças de madeira e propriedades elastoplásticas da madeira e do prego.

Por motivos práticos, a ligação pode ser caracterizada em duas direções de referência, que neste trabalho podem ser tomadas como sendo as direções dos eixos x_1^g e x_2^g , que correspondem a $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 90^\circ$.

Para se obter as propriedades da ligação em outra direção, supõe-se que seja válida a utilização da fórmula de Hankinson, conforme procedimento adotado por FOSCHI(1977) e outros autores.

Para a caracterização do comportamento dos pinos nas direções de referência, pode-se utilizar um modelo de ligações unitárias, conforme será visto mais adiante, ou a caracterização experimental. É importante observar que na ligação resistente a momento fletor as peças possuem direções axiais diferentes em relação ao sistema de referência global. Assim, as propriedades dos pinos são uma “composição” do comportamento da madeira em duas direções distintas e não necessariamente paralela e perpendicular às fibras.

3.8 Formulação integral e matricial do elemento de barra

Conforme já foi comentado no início do capítulo, o modelo de cálculo de estruturas do tipo pórtico plano baseia-se na Análise Matricial e no Processo dos Deslocamentos. O Processo dos Deslocamentos, por sua vez, baseia-se no Princípio dos Trabalhos Virtuais, que pode ser traduzido pela equação (3.1).

Uma vez que o volume da estrutura é dividido em elementos de barra é possível dividir ambos os trabalhos virtuais interno e externo em parcelas, cada uma correspondente a um elemento.

Neste item será apresentado o desenvolvimento dessa transformação da equação básica da forma integral para a forma matricial para a parcela corresponde ao elemento de barra.

Considerando-se o que foi apresentado anteriormente sobre o equilíbrio e a cinemática do elemento de barra, a equação básica do Princípio dos Trabalhos Virtuais, aplicada ao elemento de barra pode ser escrita como:

$$\int_{V_e} \sigma_{11}(x_1, x_2) \delta \epsilon_{11}(x_1, x_2) dV_e = \mathbf{a} \cdot \delta \mathbf{u} \quad (3.63)$$

Na equação acima, o símbolo δ serve para diferenciar o campo virtual de deformações de deslocamentos do campo real de tensões e forças. Anteriormente foram obtidos os seguintes resultados:

$$\sigma_{11} = E_1 \varepsilon_{11} \quad (3.64)$$

$$\varepsilon_{11} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \quad (3.65)$$

Substituindo-se esses resultados na equação acima, tem-se:

$$\int_{V_e} E_1 (\mathbf{B} \cdot \mathbf{u}) (\mathbf{B} \cdot \delta \mathbf{u}) dV_e = \mathbf{a} \cdot \delta \mathbf{u} \quad (3.66)$$

Na equação acima, $\delta \mathbf{u}$ é um campo de deslocamentos virtual arbitrário, formado por deslocamentos arbitrários em cada um dos nós do elemento de barra. Portanto pode-se escolher seis campos de deslocamentos virtuais diferentes de forma que para o campo de deslocamento de deslocamentos virtual j tenha-se $\delta \mathbf{u}_j \neq 0$ e as outras componentes nulas.

Dessa forma, a equação anterior dá origem a um sistema de 6 equações, no qual a equação j -ésima pode ser escrita como:

$$\left[\int_{V_e} E_1 (\mathbf{B}_j \mathbf{B}) \cdot \mathbf{u} dV_e \right] \delta \mathbf{u}_j = \mathbf{a}_j \delta \mathbf{u}_j \quad (3.67)$$

Como $\delta \mathbf{u}_j$ é um valor arbitrário, a equação anterior pode ser escrita como:

$$\int_{V_e} E_1 (\mathbf{B}_j \mathbf{B}) \cdot \mathbf{u} dV_e = \mathbf{a}_j \quad (3.68)$$

Colocando-se as seis equações numa equação matricial, tem-se:

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{a} \quad (3.69)$$

onde:

$$\mathbf{K}_{ij} = \int_{V_e} E_1 \mathbf{B}_j \mathbf{B}_i dV_e \quad (3.70)$$

A matriz \mathbf{K} é chamada de matriz de rigidez. Das definições feitas anteriormente, tem-se:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{l} \\ \left(\frac{6}{l^2} - \frac{12}{l^3} x_1\right) x_2 \\ \left(\frac{4}{l} - \frac{6}{l^2} x_1\right) x_2 \\ \frac{1}{l} \\ \left(-\frac{6}{l^2} + \frac{12}{l^3} x_1\right) x_2 \\ \left(\frac{2}{l} - \frac{6}{l^2} x_1\right) x_2 \end{pmatrix} \quad (3.71)$$

A integral no volume pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{K}_{ij} = \int_l \int_{A(x_1)} E_1 \mathbf{B}_j \mathbf{B}_i dA dx_1 \quad (3.72)$$

Para o caso de seção constante, para a qual $A(x_1) = A$, chega-se a:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{pmatrix} \quad (3.73)$$

onde:

$$I = \int_A x_2^2 dA \quad (3.74)$$

$$A = \int_A dA \quad (3.75)$$

No caso de seção não constante, as integrações podem ser feitas numericamente.

3.9 Formulação integral e matricial do elemento de ligação

Da mesma forma que os elementos de barra, os elementos de ligação fazem parte do volume da estrutura, por isso contribuem para ambos os trabalhos virtuais interno e externo. A equação básica do Princípio dos Trabalhos Virtuais aplicada ao elemento de ligação é dada por:

$$\sum_{k=1}^n F^k \delta \Delta^k \cos(\alpha^k - \phi^k) = \mathbf{a} \cdot \delta \mathbf{u} \quad (3.76)$$

onde k indica o número do pino, n é o número de pinos, α é o ângulo entre a direção de F e a direção de referência (direção do eixo x_1^g) e ϕ é o ângulo entre a direção de $\delta\Delta$ e a direção de referência.

A equação anterior pode ser escrita como:

$$\sum_{k=1}^n F^k \delta\Delta^k (\cos \alpha^k \cos \phi^k + \text{sen} \alpha^k \text{sen} \phi^k) = \mathbf{a} \cdot \delta \mathbf{u} \quad (3.77)$$

Das relações “constitutivas” e cinemáticas do elemento de ligação, tem-se:

$$F = (p_{o,\alpha} + k_{1,\alpha}\Delta) \left[1 - \exp \left(-\frac{k_{o,\alpha}\Delta}{p_{o,\alpha}} \right) \right] \quad (3.78)$$

$$\cos \alpha = \frac{\Delta x}{\Delta} \quad (3.79)$$

$$\text{sen} \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta} \quad (3.80)$$

$$\Delta = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \quad (3.81)$$

$$\Delta x = \mathbf{Q}_x \cdot \mathbf{u} \quad (3.82)$$

$$\Delta y = \mathbf{Q}_y \cdot \mathbf{u} \quad (3.83)$$

$$\cos \phi = \frac{\delta \Delta x}{\delta \Delta} \quad (3.84)$$

$$\text{sen} \phi = \frac{\delta \Delta y}{\delta \Delta} \quad (3.85)$$

$$\delta\Delta = \sqrt{\delta\Delta x^2 + \delta\Delta y^2} \quad (3.86)$$

$$\delta\Delta x = \mathbf{Q}_x \cdot \delta\mathbf{u} \quad (3.87)$$

$$\delta\Delta y = \mathbf{Q}_y \cdot \delta\mathbf{u} \quad (3.88)$$

Com as equações (3.79), (3.80), (3.84) e (3.85), a mesma equação pode ser então escrita na forma das componentes de F e $\delta\Delta$, o que facilita o desenvolvimento da formulação:

$$\sum_{k=1}^n \left[F^k \frac{\Delta x^k}{\Delta^k} \delta\Delta x^k + F^k \frac{\Delta y^k}{\Delta^k} \delta\Delta y^k \right] = \mathbf{a} \cdot \delta\mathbf{u} \quad (3.89)$$

Usando-se as equações (3.82), (3.83), (3.87) e (3.88) tem-se:

$$\sum_{k=1}^n \frac{F^k}{\Delta^k} \left[(\mathbf{Q}_x^k \cdot \mathbf{u}) (\mathbf{Q}_x^k \cdot \delta\mathbf{u}) + (\mathbf{Q}_y^k \cdot \mathbf{u}) (\mathbf{Q}_y^k \cdot \delta\mathbf{u}) \right] = \mathbf{a} \cdot \delta\mathbf{u} \quad (3.90)$$

Da mesma forma que foi feito com os elementos de barra, pode-se adotar seis campos de deslocamentos virtuais diferentes, cada um deles com uma única componente não nula. Dessa forma, a equação anterior dá origem a um sistema de seis equações com a forma geral:

$$\sum_{k=1}^n \frac{F^k}{\Delta^k} \left[(\mathbf{Q}_x^k \cdot \mathbf{u}) Q_{xj}^k + (\mathbf{Q}_y^k \cdot \mathbf{u}) Q_{yj}^k \right] \delta u_j = a_j \delta u_j \quad (3.91)$$

onde j é um índice livre que varia de 1 a 6. Como δu_j é arbitrário, então a equação anterior pode ser escrita como:

$$\sum_{k=1}^n \frac{F^k}{\Delta^k} [(\mathbf{Q}_x^k \cdot \mathbf{u}) Q_{xj}^k + (\mathbf{Q}_y^k \cdot \mathbf{u}) Q_{yj}^k] = a_j \quad (3.92)$$

ou:

$$\sum_{k=1}^n \frac{F^k}{\Delta^k} [(Q_{xj}^k \mathbf{Q}_x^k + Q_{yj}^k \mathbf{Q}_y^k) \cdot \mathbf{u}] = a_j \quad (3.93)$$

Com isso, obtém-se um sistema não linear com seis equações e seis incógnitas, que também pode ser escrito na forma geral:

$$f_j(\mathbf{u}) = a_j \quad (3.94)$$

onde:

$$f_j(\mathbf{u}) = \sum_{k=1}^n \frac{F^k}{\Delta^k} [(Q_{xj}^k \mathbf{Q}_x^k + Q_{yj}^k \mathbf{Q}_y^k) \cdot \mathbf{u}] \quad (3.95)$$

A solução de um sistema deste tipo tem que ser feita por um método numérico iterativo. O método básico para a solução de sistemas não lineares é o método de Newton-Raphson.

O método de Newton-Raphson para a solução de sistemas de equações não lineares consiste num procedimento que lineariza o sistema de equações a partir de um conjunto inicial de valores escolhidos para as incógnitas. Nesse processo de linearização aparece um resíduo, pois a solução linearizada não é exata. O método consiste em se linearizar o sistema sucessivamente usando sempre o conjunto de valores obtidos para as incógnitas no passo anterior até que o resíduo seja suficientemente pequeno.

A equação (3.95), a ser resolvida, pode ser escrita na forma geral:

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}) = \mathbf{a} \quad (3.96)$$

Nesta equação \mathbf{f} é um tensor de ordem 1 no qual pelo menos uma componente é uma função não linear de \mathbf{u} , onde \mathbf{u} é o vetor das incógnitas. Então o processo de Newton-Raphson pode ser descrito pelas seguintes fórmulas iterativas:

$$[\mathbf{S}^t(\mathbf{u}^k)] (\mathbf{x}^{k+1}) = \mathbf{a} - \mathbf{f}(\mathbf{u}^k) = \mathbf{g}(\mathbf{u}^k) \quad (3.97)$$

e:

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}^k + \mathbf{x}^{k+1} \quad (3.98)$$

onde:

$$\mathbf{S}_{ij}^t = \frac{\partial f_i(\mathbf{u})}{\partial u_j} \quad (3.99)$$

k é o número da iteração. Para $k = 0$, escolhe-se normalmente um vetor \mathbf{u} nulo. A matriz de rigidez tangente representa a relação entre um incremento do vetor de ações e um incremento do vetor de deslocamentos. A matriz \mathbf{S}^t representa a relação entre ações e deslocamentos na forma incremental para o elemento de ligação. Cabe lembrar que esta relação representa o comportamento da ligação em carregamento rápido e crescente.

O sistema de equações relativo a cada elemento de ligação, entretanto, não pode ser resolvido separadamente, mas sim adicionado ao sistema de equações matricial global.

3.10 Formulação matricial total e preparação para a solução

Nas duas sessões anteriores foi mostrado o desenvolvimento das equações matriciais dos elementos de barra e de ligação. O próximo passo no desenvolvimento da formulação é reunir as equações matriciais dos elementos de barra e de ligação numa única equação matricial global.

Para isso, inicialmente todas as equações matriciais dos elementos de barra devem sofrer a transformação de coordenadas do sistema de coordenadas local para o sistema de coordenadas global, segundo as regras de transformação de tensores de primeira e segunda ordem vistos anteriormente, dadas pelas equações (3.4) e (3.5).

Todas as equações matriciais dos elementos de ligação devem estar na forma linearizada iterativa, para permitir a soma com as equações dos elementos de barra na forma matricial. Assim, a equação matricial global já é obtida de forma natural na forma linearizada iterativa.

Em seguida, deve ser feita a transformação da numeração dos deslocamentos e ações nos nós dos elementos (de 1 até 6) para o sistema global de numeração (de 1 até $3N$, onde N é o número de nós, uma vez que existem 3 coordenadas por nó). A transformação, para o caso de três coordenadas por nó e numeração sequencial de elementos e nós, é feita pela seguinte regra:

$$g = 6 * (e - 1) + l \quad (3.100)$$

onde g é o número da coordenada na numeração global, l é o número da coordenada na numeração local e e é o número do elemento.

Com o sistema de numeração assim transformado, faz-se diretamente a montagem das equações dos elementos de barra e de ligação em uma equação matricial global, o que corresponde a agrupar os termos contendo os mesmos deslocamentos.

A equação matricial global tem a forma:

$$[\mathbf{S}^{t,g}(\mathbf{u}^{g,k})] (\mathbf{x}^{k+1}) = \mathbf{a}^g - \mathbf{f}^g(\mathbf{u}^k) \quad (3.101)$$

com:

$$\mathbf{u}^{g,k+1} = \mathbf{u}^{g,k} + \mathbf{x}^{k+1} \quad (3.102)$$

sendo:

$$\mathbf{S}_{ij}^{t,g} = \frac{\partial \mathbf{f}_i^g(\mathbf{u}^g)}{\partial \mathbf{u}_j^g} \quad (3.103)$$

A solução dessa equação matricial pelo método iterativo adotado leva ao conhecimento dos deslocamentos nos nós (referidos ao sistema de coordenadas global).

Na prática, a matriz $\mathbf{S}^{t,g}$ e o vetor \mathbf{f}^g têm que ser montados a cada iteração. Para facilitar a implementação, uma matriz de rigidez com a contribuição das barras pode ser montada apenas uma vez e resgatada a cada iteração.

As condições de contorno, que são normalmente as condições de deslocamentos nulos nas coordenadas restringidas pelos apoios, têm que ser aplicadas a cada nova montagem do sistema de equações. Para isso, pode-se por exemplo adotar o procedimento de modificação do sistema de equações, segundo o qual, sendo de forma genérica a coordenada u_m igual a zero, zera-se todas as componentes da linha m e da coluna m da matriz \mathbf{S}^t , coloca-se um valor igual à unidade na componente S_{mm} e o valor nulo na componente g_m .

Depois da obtenção da solução, a equação matricial de cada elemento de barra pode ser utilizada para a obtenção das ações atuantes nas suas extremidades.

Para isso, os deslocamentos dos nós devem ser transformados para o sistema de coordenadas local. Estes deslocamentos constituem o vetor local de deslocamentos, que multiplicado pela matriz de rigidez local do elemento, fornece as ações nas extremidades do elemento no sistema de coordenadas local. Esses valores não são os esforços solicitantes, mas sim as ações sobre o elemento isoladamente, incluindo as ações externas transformadas em ações nos nós. Dessa forma, as ações obtidas são os esforços solicitantes somados às ações aplicadas diretamente nos nós do elemento em questão e às ações de engastamento perfeito equivalentes aos carregamentos aplicados nas barras. Os esforços solicitantes, dessa forma, são obtidos descontando-se as ações externas.

3.11 Considerações sobre a aplicação dos modelos

O modelo apresentado nas seções anteriores apenas acrescenta ao processo de análise matricial usualmente empregado uma contribuição no comportamento estrutural através dos elementos de ligação. O modelo particularizado para o caso de ligações de comportamento linear análise poderia ter sido apresentado de forma muito resumida, apenas com a computação das matrizes de rigidez tangente dos elementos de ligação na matriz de rigidez global. Porém, a descrição do desenvolvimento do modelo desde o seu fundamento permite a compreensão da computação da contribuição da ligação de comportamento não linear. Além disso, a modelagem apresentada permite o esclarecimento da forma através da qual pode ser desenvolvida a matriz de rigidez do elemento de ligação, ou a sua matriz de rigidez tangente, a partir do comportamento isolado de cada um dos pinos da ligação. Esse esclarecimento contribui para que o modelo seja aberto a adaptações para outras situações e outras considerações.

É possível que o modelo seja empregado em conjunto com outra forma de modelagem do comportamento mecânico da ligação. Para isso, basta que o comportamento do elemento de ligação seja obtido a partir de um método paralelo ao modelo, como por exemplo, a partir de uma investigação experimental e que o mesmo seja escrito na forma $\mathbf{f}(\mathbf{u}) = \mathbf{a}$.

Também é possível que o modelo de comportamento da ligação, constituído pelo conjunto de relações constitutivas e cinemáticas e mais a formulação integral e matricial, seja aplicado isoladamente para o estudo de ligações. Este modelo pode ser implementado tanto na forma direta (ações nos nós como incógnitas) como na forma inversa (deslocamentos nos nós como incógnitas), já que neste caso o elemento de ligação isolado não está associado a nenhum outro elemento. A aplicação deste tipo de modelo foi demonstrada por SANTANA e MASCIA(2001).

Outras modificações podem ser aplicadas sobre as relações constitutivas e cinemáticas dos elementos de barra e de ligação, dependendo das hipóteses adotadas. Em particular, pode ser utilizado uma outra forma geral para a relação que descreve o comportamento dos pinos. O modelo pode ser particularizado para o caso linear por meio da utilização de uma relação do tipo $F = k\Delta$.

3.12 Modelagem do comportamento isolado do pino

A modelagem matemática do comportamento isolado do pino, ou de uma ligação unitária, segundo denominação adotada neste trabalho, tem por objetivo a determinação da relação entre a força aplicada na ligação e o deslocamento relativo.

Embora esse comportamento possa ser obtido experimentalmente, o desenvolvimento de um modelo teórico fornece uma forma mais rápida de obtenção do mesmo, principalmente no caso em que as direções axiais das peças não são paralelas entre si na ligação resistente a momento fletor.

Neste trabalho esta modelagem será feita segundo o modelo usualmente referido como o modelo da viga elastoplástica em fundação elastoplástica, desenvolvido pioneiramente por FOSCHI(1974) para pregos. Neste trabalho, o desenvolvimento será feito considerando-se pregos, com a hipótese de que o comportamento destes seja equivalente ao dos parafusos.

Conforme foi apresentado na revisão bibliográfica, a determinação da distribuição das tensões e deformações na madeira nas vizinhanças do prego não é um problema simples, ainda mais porque a madeira é um material ortotrópico. Por esse motivo, usualmente são utilizados modelos matemáticos simplificados para a descrição do problema. A principal simplificação classicamente utilizada é a suposição de que as tensões aplicadas no prego distribuem-se num único plano, que contém o eixo do prego e a direção da força externa. Dessa forma, o problema tridimensional ao redor do pino transforma-se num problema plano. Outras simplificações são a desconsideração do atrito entre as peças de madeira e suposição de deslocamentos suficientemente pequenos para que a configuração deformada do prego não influencie no equilíbrio.

A modelagem matemática do comportamento de ligações normalmente é feita com base em uma ligação feita com um único prego (ligação unitária), mantendo-se as demais características da ligação onde o pino é inserido (espessura das peças e direção das fibras da madeira em relação às direções axiais das peças).

Para o desenvolvimento da formulação do problema segundo o modelo descrito, serão utilizados os sistemas de eixos mostrados na Fig. 3.6.

Conforme mostrado na Fig. 3.6, serão usados dois sistemas de eixos independentes, um para cada peça de madeira. Dessa forma o prego é dividido em dois trechos: o primeiro, com largura t_1 , corresponde à largura da primeira peça de madeira atravessada e o segundo

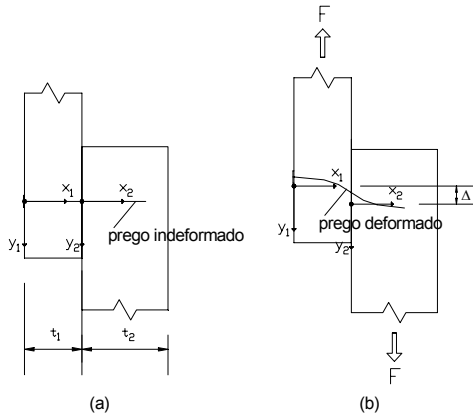


Figura 3.6: Sistema de eixos usado na modelagem de ligações unitárias.

trecho, com largura t_2 , corresponde à penetração do prego na segunda peça de madeira atravessada.

O eixo x de cada sistema é inicialmente situado no eixo do prego na posição indeformada do mesmo em cada peça de madeira. Na posição deformada, o eixo x de cada sistema não possui nenhum ponto fixo em relação ao eixo do prego, de forma que o prego pode deformar-se livremente em relação ao eixo x de cada sistema. Esta forma de situar os eixos de referência foi desenvolvida neste trabalho e difere do modelo de FOSCHI. Porém, mostra-se muito natural, segundo a qual o deslizamento entre as peças (Δ) é interpretado como sendo a soma do deslocamento do prego no final do primeiro trecho e do deslocamento do prego no início do segundo trecho. Nos ensaios de ligação normalmente desenha-se uma linha reta nos corpos de prova passando por todas as peças, para que durante o ensaio seja possível observar o deslocamento relativo. Esse sistema é equivalente ao adotado na modelagem matemática.

Seja $p(x)$ a distribuição de forças de compressão da madeira sobre o prego (no plano xy e na direção y) e $v(x)$ a distribuição dos deslocamentos do prego em relação à sua posição indeformada (no mesmo plano xy e na mesma direção y). Para se deslocar, o prego exerce sobre a madeira uma distribuição idêntica mas em sentido contrário.

O estado de tensões em todos os pontos do volume do prego, segundo o modelo adotado, é descrito por uma única componente na direção x , dada por $\sigma(x, y)$, e o estado de deformações é descrito por apenas um componente na direção x , dada por $\varepsilon(x, y)$. As

componentes de tensão e deformação são relacionadas no regime elástico por $\sigma(x, y) = E\varepsilon(x, y)$, onde E é o módulo de elasticidade do aço e por $\sigma(x, y) = \sigma_o$ para qualquer $\varepsilon(x, y)$, no regime plástico. A principal hipótese da teoria clássica da flexão de vigas é que as sessões não sofrem deformações, mas apenas deslocamentos de corpos rígidos. A componente de deformação $\varepsilon(x, y)$ relaciona-se com o deslocamento do eixo da seção da viga $v(x)$ através de $\varepsilon(x, y) = yv''(x)$. Essas relações são suficientes para a solução do problema no que se refere ao prego.

Para a madeira, segundo essa abordagem, é suficiente a descrição da relação entre a força pontual $p(x)$ sobre a madeira e o deslocamento sofrido neste ponto $v(x)$. Essa força pontual e o deslocamento pontual se relacionam, segundo FOSCHI, através de:

$$p(x) = (P_o + K_1v(x)) [1 - \exp(-K_o v(x)/P_o)] \quad (3.104)$$

Para a formulação do problema, aplica-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV). O campo de forças externo neste problema é constituído somente pela força F e o campo de deslocamentos externo somente pelo deslizamento Δ . O campo de forças interno constitui-se pelas tensões no prego e pela distribuição de forças $p(x)$ na madeira e o campo de deslocamentos interno, pelas deformações no prego e pela distribuição de deslocamentos $v(x)$. O deslizamento se relaciona com os deslocamentos internos através da equação de compatibilidade:

$$\Delta = v_1(t_1) - v_2(0) \quad (3.105)$$

A mesma relação vale entre o deslizamento virtual $\delta\Delta$ e os deslocamentos virtuais $\delta v_1(t_1)$ e $\delta v_2(0)$. Com o uso das relações acima estabelecidas, a equação do PTV fica:

$$\int_0^{t_1} \left[2 \int_0^{y_o(x_1)} Ey^2 b(y) v_1''(x_1) \delta v_1''(x_1) dy + 2 \int_{y_o(x_1)}^{h/2} \sigma_o y b(y) \delta v_1''(x_1) dy \right] dx_1 +$$

$$\begin{aligned}
& + \int_0^{t_2} \left[2 \int_0^{y_o(x_2)} E y^2 b(y) v_2''(x_2) \delta v_2''(x_2) dy + 2 \int_{y_o(x_2)}^{h/2} \sigma_o y b(y) \delta v_2''(x_2) dy \right] dx_2 + \\
& + \int_0^{t_1} (P_{o,1} + K_{1,1} v_1(x_1)) [1 - \exp(-K_{o,1} v_1(x_1)/P_{o,1})] \delta v_1(x_1) dx_1 + \\
& + \int_0^{t_2} (P_{o,2} + K_{1,2} v_2(x_2)) [1 - \exp(-K_{o,2} v_2(x_2)/P_{o,2})] \delta v_2(x_2) = F (\delta v_1(t_1) - \delta v_2(0)) \quad (3.106)
\end{aligned}$$

onde:

$$b(y) = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y^2} \quad (3.107)$$

$$y_o(x_1) = \frac{\sigma_o}{E} \frac{1}{v_1''(x_1)} \quad (3.108)$$

no trecho 1, e:

$$y_o(x_2) = \frac{\sigma_o}{E} \frac{1}{v_2''(x_2)} \quad (3.109)$$

no trecho 2.

Nesta equação, as funções $v_1(x_1)$ e $v_2(x_2)$, que cumprem esta condição para qualquer campo de deslocamentos virtual, formam a solução procurada e atendem as condições de equilíbrio. O problema possui ainda outra condição que é uma equação de compatibilidade geométrica, dada por:

$$v_1'(t_1) - v_2'(0) = 0 \quad (3.110)$$

Essa condição significa que a inclinação do eixo do prego tem que ser a mesma na continuidade de um trecho para outro.

Para a solução do problema foi utilizado o método dos elementos finitos.

No caso deste problema, o domínio é o volume do prego e da madeira esmagada, mas com as simplificações feitas, o domínio do problema recai num domínio unidimensional. Isso significa que a única função incógnita do problema $v(x)$ é função de apenas da variável x . Assim, o elemento finito escolhido é unidimensional com dois nós.

O elemento finito tem um sistema de coordenadas local, constituído por apenas uma coordenada ξ . Dessa forma, $v^e(\xi)$ é a função contínua exata escrita em função da coordenada local ξ ao longo do comprimento do elemento finito.

Através de uma noção prévia do comportamento do problema, escolhe-se os parâmetros que servirão para a composição da função aproximadora (graus de liberdade). Neste caso, esses parâmetros serão os deslocamentos dos nós no plano. Para a definição do deslocamento de um ponto no plano são necessárias duas coordenadas retilíneas perpendiculares entre si (nas direções x e y) e mais uma coordenada angular em torno de um eixo perpendicular às outras duas coordenadas (em torno do eixo z). No entanto, de acordo com a Teoria da Flexão de Vigas, o nó não se desloca na direção x (assim como qualquer outro ponto no eixo do prego), por isso será adotada apenas uma coordenada retilínea (na direção y) e uma coordenada angular (em torno do eixo z) por nó. Essas coordenadas formam o conjunto de graus de liberdade do elemento finito, que serão chamados de u_1^e , u_2^e , u_3^e e u_4^e .

Com essas definições, o elemento finito escolhido pode ser representado conforme mostrado na Fig. 3.7.

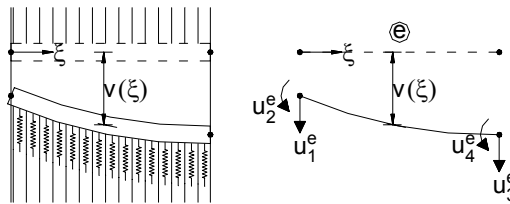


Figura 3.7: Elemento finito usado na modelagem de ligações unitárias.

A função aproximadora tem uma forma geral que vale para todos os elementos

finitos, e para a mesma foi escolhido um polinômio de terceira ordem:

$$v^e(\xi^e) = c_1^e (\xi^e)^3 + c_2^e (\xi^e)^2 + c_3^e \xi^e + c_4^e \quad (3.111)$$

A partir das definições dos graus de liberdade, valem as seguintes relações:

$$v^e(0) = u_1^e \quad (3.112)$$

$$v^{e'}(0) = u_2^e \quad (3.113)$$

$$v^e(h^e) = u_3^e \quad (3.114)$$

$$v^{e'}(h^e) = u_4^e \quad (3.115)$$

Aplicando-se essas definições na função aproximadora e resolvendo-se o sistema resultante para c_1^e , c_2^e , c_3^e e c_4^e , tem-se:

$$v^e(\xi^e) = n_1^e(\xi^e)u_1^e + n_2^e(\xi^e)u_2^e + n_3^e(\xi^e)u_3^e + n_4^e(\xi^e)u_4^e \quad (3.116)$$

onde:

$$n_1^e = \left(1 - 3\frac{(\xi^e)^2}{(h^e)^2} + 2\frac{(\xi^e)^3}{(h^e)^3} \right) \quad (3.117)$$

$$n_2^e = \left(\xi^e - 2\frac{(\xi^e)^2}{(h^e)} + \frac{(\xi^e)^3}{(h^e)^2} \right) \quad (3.118)$$

$$n_3^e = \left(3\frac{(\xi^e)^2}{(h^e)^2} - 2\frac{(\xi^e)^3}{(h^e)^3} \right) \quad (3.119)$$

$$n_4^e = \left(-\frac{(\xi^e)^2}{(h^e)} + \frac{(\xi^e)^3}{(h^e)^2} \right) \quad (3.120)$$

Assim, pode-se escrever a equação anterior como:

$$v^e(\xi^e) = \mathbf{n}^e \cdot \mathbf{u}^e \quad (3.121)$$

onde:

$$n^e = \begin{pmatrix} n_1^e(\xi^e) \\ n_2^e(\xi^e) \\ n_3^e(\xi^e) \\ n_4^e(\xi^e) \end{pmatrix} \quad (3.122)$$

e:

$$u^e = \begin{pmatrix} u_1^e \\ u_2^e \\ u_3^e \\ u_4^e \end{pmatrix} \quad (3.123)$$

Mais adiante será usada a segunda derivada da função aproximadora, por isso já será definido que:

$$p^e = \begin{pmatrix} n_1^{e''}(\xi^e) \\ n_2^{e''}(\xi^e) \\ n_3^{e''}(\xi^e) \\ n_4^{e''}(\xi^e) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{6}{(h^e)^2} + \frac{12\xi^e}{(h^e)^3} \\ -\frac{4}{h^e} + \frac{6\xi^e}{(h^e)^2} \\ \frac{6}{(h^e)^2} - \frac{12\xi^e}{(h^e)^3} \\ -\frac{2}{h^e} + \frac{6\xi^e}{(h^e)^2} \end{pmatrix} \quad (3.124)$$

de forma que:

$$v^{e''}(\xi^e) = p^e \cdot u^e \quad (3.125)$$

Para facilitar a implementação do problema e principalmente para permitir a implementação do sistema de eixos adotado, foi definido um elemento finito fictício de comprimento nulo entre o último elemento do primeiro trecho e o primeiro elemento do segundo trecho. Para esse elemento finito, referido como de número m , não valem as definições feitas para o elemento finito do problema, servindo o mesmo apenas para facilitar a implementação computacional.

Com a substituição da função aproximadora na equação integral obtida segundo o PTV, tem-se:

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^{NE(exc.e=m)} \int_0^{h^e} \left[\left(\int_0^{y_o} 2Ey^2 b dy \right) (p^e \cdot u^e) (p^e \cdot \delta u^e) + \left(\int_{y_o}^{h/2} 2\sigma_o y b dy \right) (p^e \cdot \delta u^e) \right] d\xi^e + \\ & + \sum_{e=1}^{NE(exc.e=m)} \int_0^{h^e} [(P_o + K_1 (n^e \cdot u^e)) (1 - \exp(-K_o (n^e \cdot u^e) / P_o)) (n^e \cdot \delta u^e)] d\xi^e = F (\delta u_3^{m-1} - \delta u_1^{m+1}) \end{aligned} \quad (3.126)$$

Na equação acima, as coordenadas u_1^e , u_2^e , u_3^e e u_4^e referem-se ao elemento finito e e NE é o número de elementos finitos total. No entanto, dois elementos finitos vizinhos têm um nó em comum, de forma que os parâmetros do nó compartilhado também são compar-

tilhados. Como os elementos finitos neste problema são numerados de forma sequencial, tem-se que de forma geral:

$$u_1^e = u_3^{e-1} = u_{2e-1} \quad (3.127)$$

$$u_2^e = u_4^{e-1} = u_{2e} \quad (3.128)$$

$$u_3^e = u_1^{e+1} = u_{2e+1} \quad (3.129)$$

$$u_4^e = u_2^{e+1} = u_{2e+2} \quad (3.130)$$

A equação do problema vale para qualquer que seja o campo de deslocamentos virtual δu . Se forem escolhidos vários campos de deslocamentos virtuais, então podem ser obtidas várias equações provenientes da equação governadora do problema. Cada um desses campos de deslocamentos virtuais pode ser escolhido de forma que apenas uma componente de deslocamento seja não nula e igual à unidade: para o campo de deslocamentos virtual i tem-se $\delta u_i = 1$ e $\delta u_j = 0$ para todo $j \neq i$. A substituição sucessiva dos campos de deslocamentos virtuais na equação do problema permite obter um sistema de equações:

$$\int_0^{h^e} \left[\left(\int_0^{y_o} 2Ey^2 b(y) dy \right) (p^e \cdot u^e) p_i^e + \left(\int_{y_o}^{h/2} 2\sigma_o y b(y) dy \right) p_i^e \right] d\xi^e +$$

$$+ \int_0^{h^e} [(P_o + K_1 (n^e \cdot u^e)) (1 - \exp(-K_o (n^e \cdot u^e) / P_o)) n_i^e] d\xi^e = \alpha_i^e F \quad (3.131)$$

onde i é um índice livre que varia de 1 a 4 e α_i^e é dado por:

$$\alpha_i^e = \begin{cases} 1 & \text{se } e = m - 1 \text{ e } i = 3 \\ -1 & \text{se } e = m + 1 \text{ e } i = 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.132)$$

São obtidas, então, quatro equações para cada elemento finito. Se o problema fosse linear, este sistema poderia ser colocado na forma matricial $K^e u^e = a^e$. No entanto, como é não linear, esse sistema pode ser representado na forma $f^e(u^e) = a^e$. Para cada elemento finito, a forma geral da componente i do vetor f^e é a seguinte:

$$f_i^e = \int_0^{h^e} \left[\left(\int_0^{y_o} 2Ey^2 b(y) dy \right) (p^e \cdot u^e) p_i^e + \left(\int_{y_o}^{h/2} 2\sigma_o y b(y) dy \right) p_i^e + \right. \\ \left. + (P_o + K_1 (n^e \cdot u^e)) (1 - \exp(-K_o (n^e \cdot u^e) / P_o)) n_i^e \right] d\xi^e \quad (3.133)$$

ou então $f_i^e = \int_0^{h^e} F_i^e d\xi^e$, onde:

$$F_i^e = \int_0^{y_o} 2Ey^2 b(y) dy (p^e \cdot u^e) p_i^e + \\ + \int_{y_o}^{h/2} 2\sigma_o y b(y) dy p_i^e + (P_o + K_1 (n^e \cdot u^e)) (1 - \exp(-K_o (n^e \cdot u^e) / P_o)) n_i^e \quad (3.134)$$

A componente a_i^e do vetor a^e é dada por $a_i^e = \alpha_i^e F$, tendo sido α_i^e já definido.

Como os elementos finitos compartilham nós, então as equações que correspondem a mesmo deslocamento virtual são somadas, formando um único sistema de equações.

A solução do sistema requer o uso de um método numérico, que pode ser o método de Newton-Raphson, já descrito anteriormente.

Uma vez obtido o sistema de equações que permitirá a obtenção das incógnitas, falta ainda adicionar a este sistema a única condição essencial do problema, dada pela equação (7.6). Em termos das coordenadas dos nós, esta equação fica:

$$u_{2m} - u_{2m+2} = 0 \quad (3.135)$$

A adição dessa equação ao sistema pode ser feita de várias formas. Geralmente as condições de contorno podem ser escritas na forma de uma equação matricial do tipo:

$$\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (3.136)$$

Segundo GÉRADIN e RIXEN(1994), a solução da equação acima juntamente com o sistema de equações linear escrito na forma $\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{a}$ equivale à minimização de uma forma quadrática, que corresponde à solução de um sistema do tipo:

$$\begin{bmatrix} K(u^{(k)}) & A \\ A^T & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u^{(k+1)} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - f(u^{(k)}) \\ b \end{pmatrix} \quad (3.137)$$

onde $\boldsymbol{\lambda}$ é um vetor de valores arbitrários, chamados de multiplicadores de Lagrange, no caso de ordem 1. Outra forma de se impor a condição de contorno sem mudar a ordem do sistema é somar duas linhas do sistema de equações e inserir a equação (3.136) no lugar de uma delas. Este processo torna a matriz K não simétrica.

Por fim, a solução fornece o vetor de deslocamentos, dos quais apenas dois são utilizados para o cálculo do valor de Δ segundo a equação (3.105). O valor de Δ obtido correspondente à força F aplicada. Para que seja possível obter vários pares de valores F e Δ é necessário executar a solução várias vezes a cada incremento de carregamento. Assim, obtém-se um conjunto de pares de valores numéricos. Finalmente, para a obtenção do comportamento da ligação unitária, ajusta-se uma curva a esses pares de valores. Neste trabalho emprega-se uma curva com a mesma forma geral utilizada por FOSCHI, dada por:

$$F = (p_{o,\alpha} + k_{1,\alpha}\Delta) \left[1 - \exp\left(-\frac{k_{o,\alpha}\Delta}{p_{o,\alpha}}\right) \right] \quad (3.138)$$

A apresentação detalhada do modelo feita neste item permite o melhor entendimento do seu fundamento e de suas restrições e possibilidades de modificação para outras situações. O modelo pode ser facilmente particularizado para o caso linear de comportamento do aço e da madeira, caso em que o modelo recai no modelo de KUENZI(1955).

Os modelos apresentados neste capítulo foram implementados num programa computacional, conforme será visto no próximo capítulo.

3.13 Sobre o dimensionamento de ligações

O dimensionamento das ligações resistentes a momento fletor com conectores do tipo pino, segundo a revisão bibliográfica realizada, fundamenta-se na verificação de cada pino individualmente. Os métodos basicamente consistem na determinação, de um lado, da força atuante em cada pino induzida pelos esforços solicitantes e, de outro, da resistência de cada pino, e fundamentam-se em um modelo analítico simplificado.

A principal hipótese dos modelos analíticos simplificados é que o funcionamento da ligação é determinado pelo comportamento isolado dos pinos e que a deformação da madeira entre os pinos é desprezada. Somente a deformação da madeira devido ao embutimento é considerada, sendo já computada na modelagem da relação entre a força atuante no pino e o deslizamento correspondente. Os métodos diferem entre si na utilização de outras hipóteses e aproximações.

Neste trabalho, as hipóteses utilizadas para o cálculo das forças atuantes nos pinos são as mesmas utilizadas no desenvolvimento das relações cinemáticas da ligação, inclusive no que se refere ao centro de rotação. Assim, basicamente são utilizados os critérios desenvolvidos por RACHER(1995.b) para aplicação do Eurocode 5(EUROPEAN..., 1993), apresentados na revisão bibliográfica

Alguns critérios adicionais, no entanto, são utilizados neste trabalho. A força normal e a força cortante, que possuem diferentes direções em cada peça da ligação, neste trabalho, para fins de dimensionamento das ligações, são escritas em termos de duas forças F_x e F_y nas direções x e y do sistema de referência global. Este procedimento facilita bastante a automatização dos cálculos.

Além disso, no cálculo das forças induzidas pelo momento fletor em cada pino,

utiliza-se o módulo de deslizamento de cada pino, sendo que a força induzida pelo momento é proporcional ao módulo de deslizamento e à distância do pino ao centro de rotação. No caso de pinos com comportamento não linear, considerado neste trabalho, o módulo de deslizamento depende da intensidade da força atuante. Dessa forma, neste trabalho o módulo de deslizamento inicial é utilizado como uma aproximação apenas para a determinação das forças induzidas pelo momento fletor para a finalidade de dimensionamento. Outros autores, como HIRAI, OHTOMO e WAKASHIMA (1998), indicam um processo iterativo para uma determinação mais exata.

A condição básica de segurança é que a força resultante atuante no pino seja menor ou igual que a resistência do mesmo na mesma direção. Ocorre que a resistência varia com a direção das fibras da madeira. Além disso, em cada peça a força atuante em cada pino tem uma direção diferente em relação às fibras da madeira, mesmo para o mesmo pino. Assim, a condição de segurança deve ser verificada para todos os pinos e em ambas as peças ligadas.

Outro critério importante refere-se à determinação do módulo de deslizamento, feita por RACHER com base no Eurocode 5.

O módulo de deslizamento de pinos de comportamento linear está sendo determinado neste trabalho por meio do modelo de KUENZI(1955), descrito na revisão bibliográfica. Por falta de critérios técnicos normalizados, a aplicação deste modelo requer o uso de estimativas para o módulo de fundação elástica da madeira.

Ressalta-se que o método de dimensionamento de ligações resistentes a momento fletor feito neste trabalho não considera aspectos como a distribuição de tensões na madeira na região da ligação. Este aspecto pode ser melhor estudado em uma investigação específica sobre ligações resistentes a momento fletor, assunto ainda pouco pesquisado no Brasil.

O método de dimensionamento de ligações resistentes a momento fletor pode ser facilmente implementado numa planilha eletrônica. Os fundamentos e a aplicação deste método foram descritos por SANTANA e MASCIA(2002).

Capítulo 4

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DOS MODELOS TEÓRICOS

Neste capítulo será descrita a implementação computacional dos modelos teóricos desenvolvidos no capítulo anterior, apresentando-se os programas e planilhas eletrônicas construídos e suas respectivas finalidades. Além disso, será descrito o funcionamento de cada um dos mesmos.

4.1 Metodologia e descrição geral dos programas e planilhas implementados

O objetivo da implementação computacional foi a automatização dos cálculos envolvidos na aplicação dos modelos teóricos. Para isso foi utilizada a linguagem de programação C++. A linguagem C++ é uma linguagem *orientada a objetos*. Uma das características deste tipo de linguagem é permitir que sejam criados *objetos*, que são tipos de dados construídos pelo próprio usuário programador com características particulares (propriedades e operações). As propriedades e operações dos objetos são definidas através das *classes*, que são basicamente partes independentes do código do programa e que podem ser inclusive compartilhadas entre usuários programadores. Para cálculos da área da Engenharia, é comum a construção de objetos de matrizes, com operações definidas pelo

usuário programador e que podem ser executadas com muita facilidade. Como referência da linguagem e do programa comercial para desenvolvimento de programas com esta linguagem pode ser consultado, por exemplo, HORTON(1998).

Nesta pesquisa foram criados objetos relacionados às aplicações dos programas (pinos, espécies de madeira, etc), com características próprias. Para a execução de cálculos com matrizes foram utilizadas as classes implementadas por SANTANA, M. L. M. (1997).

Os programas e planilhas eletrônicas implementados foram os seguintes:

4.1.1 Programa SEMIRIG

Implementado na linguagem de programação C++, este programa executa a análise de pórticos planos com nós semi-rígidos com base no modelo teórico apresentado no capítulo anterior. A finalidade deste programa neste trabalho é executar os cálculos da análise paramétrica de pórticos planos com ligações semi-rígidas, que será descrita em capítulo posterior. Este programa necessita das propriedades da madeira e das propriedades do pino típico (os parâmetros que caracterizam o comportamento do pino) nas duas direções do sistema de referência global adotadas, bem como das coordenadas de cada pino em relação ao centro de rotação. As propriedades dos pinos podem ser obtidas através de ensaios de ligação ou através de um método de modelagem de ligações unitárias.

Como resultados, este programa fornece os deslocamentos dos nós e as ações e os deslocamentos nas extremidades das barras no sistema de referência local.

4.1.2 Programa LIGUNIT

Implementado na linguagem de programação C++, este programa executa a análise de ligações unitárias (ligações com um único pino) segundo o modelo descrito no capítulo anterior e originalmente desenvolvido por FOSCHI(1974). Este programa permite a obtenção numérica da curva $F - \Delta$ de ligações unitárias para um posterior ajuste de curva e obtenção dos parâmetros que descrevem esta curva segundo a forma geral adotada. A finalidade da aplicação do programa neste trabalho é obter parâmetros inseridos no programa SEMIRIG e também dados para serem comparados com dados obtidos experimentalmente.

Este programa necessita dos seguintes dados: propriedades de embutimento da madeira na direção paralela e normal às fibras; diâmetro do pino; propriedades de rigidez e

resistência do aço do pino; comprimento de penetração do pino em cada uma das peças de madeira ligadas; direção das fibras em relação ao carregamento em cada uma das peças de madeira ligadas; número de nós ao longo do eixo do pino em cada peça de madeira (pontos onde será obtida a resposta numérica para o deslocamento vertical e o giro); a carga aplicada na ligação. Como resultados, este programa fornece: o deslocamento vertical e o giro nos nós; o deslocamento relativo total entre as peças de madeira.

4.1.3 Planilha eletrônica para dimensionamento de ligações

Implementado numa planilha eletrônica, este “programa” executa o dimensionamento de uma ligação resistente a momento fletor e, neste trabalho tem como finalidade servir de apoio ao desenvolvimento das análises.

Como dados, esta planilha necessita da orientação das peças de madeira ligadas em relação ao sistema de referência global (desvinculado do sistema de referência global da estrutura, uma vez que este cálculo é executado de forma independente da análise estrutural); das propriedades de resistência e rigidez da ligação unitária típica nas duas direções do sistema de referência global; da resistência de embutimento nas duas direções do sistema de referência global; da resistência de escoamento característica do aço; dos coeficientes de ponderação e de modificação dados pela NBR7190/1997 para a situação considerada; da posição dos pinos em relação a um sistema de referência local, com eixos na mesma direção dos eixos do sistema de referência global mas com origem no centro de rotação da ligação; dos esforços solicitantes em uma das extremidades da ligação, referenciados no sistema de referência global da ligação.

Os fundamentos do modelo matemático de distribuição de esforços na ligação implementado através da planilha de dimensionamento das ligações e sua aplicação foram apresentados no capítulo anterior e também em SANTANA e MASCIA(2002.a).

4.1.4 Planilha eletrônica SEMIRIG

Implementado numa planilha eletrônica, este “programa” executa o cálculo das ações que atuam nos nós da ligação, referenciadas no sistema de referência local, sendo dados os deslocamentos destes. A finalidade desta planilha é obter a curva de comportamento da

ligação sem que se necessite resolver um sistema de equações. A finalidade desta planilha neste trabalho é o levantamento da relação entre o momento fletor giro relativo para ligações resistentes a momento fletor empregadas nas estruturas analisadas e principalmente dos modelos de pórticos plano ensaiados.

Como parâmetros de material, este programa necessita das propriedades do pino típico (os parâmetros que caracterizam o comportamento do pino) nas duas direções do sistema de referência global adotadas bem como da posição de cada pino em relação ao centro de rotação. Além disso, como dados, esta planilha necessita dos deslocamentos nos nós.

Como resposta, esta planilha fornece as ações aplicadas nos nós. Conforme foi visto no capítulo de modelagem teórica, a modelagem da ligação resistente a momento fletor permite obter a função vetorial que define o comportamento da ligação, dada por $\mathbf{f}(\mathbf{u}) = \mathbf{a}$ onde \mathbf{u} é o vetor de deslocamentos dos nós do elemento de ligação e \mathbf{a} é o vetor de ações nos nós do elemento de ligação, sendo que $\mathbf{u}^T = \{u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j\}$ e $\mathbf{a}^T = \{F_{x,i}, F_{y,i}, M_{z,i}, F_{x,j}, F_{y,j}, M_{z,j}\}$. Esta relação corresponde à equação global de uma estrutura com apenas um elemento de ligação com condições de apoio adequadas. Para a solução desta equação poderia ser utilizado o programa SEMIRIG, no entanto, como o mesmo é baseado no processo dos deslocamentos, as incógnitas são os deslocamentos e a solução exige a aplicação de um processo iterativo por tratar-se de uma equação não linear. A implementação desta planilha foi feita para que fosse possível a solução da equação $\mathbf{f}(\mathbf{u}) = \mathbf{a}$ de forma direta obtendo-se as ações sendo dados os deslocamentos. Os fundamentos do modelo matemático de comportamento da ligação implementado através da planilha eletrônica foram apresentados no capítulo anterior e exemplos de aplicação, em SANTANA e MASCIA(2001).

4.2 Fluxo dos programas implementados

4.2.1 Fluxo do programa SEMIRIG

As etapas básicas do programa SEMIRIG, implementado para a solução de estruturas planas com ligações semi-rígidas, são as seguintes:

1. entrada dos dados da estrutura: coordenadas e condições de apoio dos nós; definição geométrica das barras; propriedades do material e seção transversal das barras; dados

dos carregamentos nos nós e nas barras; dados das ligações (posição geométrica dos pinos e propriedades de rigidez dos pinos nas duas direções de referência do sistema de referência global);

2. montagem da matriz de rigidez de cada elemento de barra (\mathbf{SB}^e) no sistema de referência global e adição da matriz de rigidez do elemento de barra a uma matriz global (\mathbf{SB});
3. entrada dos dados de carga nos nós e montagem do vetor de ações externas aplicadas nos nós (\mathbf{an});
4. entrada de dados de carga nas barras e montagem do vetor de ações de engastamento perfeito (\mathbf{aep}) e do vetor de ações externas equivalentes nos nós (\mathbf{aen});
5. montagem do vetor de ações nos nós (\mathbf{a}), pela soma dos dois anteriores ($\mathbf{a} = \mathbf{an} + \mathbf{aen} = \mathbf{an} - \mathbf{aep}$);
6. criação do vetor de deslocamentos (\mathbf{u}^k) com valores nulos;
7. inicialização de um contador k com valor $k = 0$;
8. definição de um critério de convergência;
9. preenchimento da matriz $\mathbf{S}^{t,k}$ com valores nulos e adição à mesma da matriz \mathbf{SB} obtida no passo 2;
10. com os dados do vetor \mathbf{u}^k , montagem da matriz de rigidez tangente de cada elemento de ligação ($\mathbf{SL}^{e,k}$) e adição à matriz de rigidez tangente global ($\mathbf{S}^{t,k}$);
11. com os dados do vetor \mathbf{u}^k , montagem do vetor $\mathbf{f}^{e,k}$ para cada elemento, no sistema de coordenadas global e adição ao vetor \mathbf{f}^k ;
12. cálculo do vetor \mathbf{g}^k , dado por $\mathbf{a} - \mathbf{f}^k$;
13. imposição das condições de contorno no vetor \mathbf{g}^k e na matriz \mathbf{S}^t ;
14. solução do sistema de equações $\mathbf{S}^{t,k}\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{a}$ e obtenção da solução \mathbf{u}^{k+1} ;
15. cálculo da diferença ($\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k$). Se a diferença não atender ao critério de convergência, copia-se o vetor \mathbf{u}^{k+1} no vetor \mathbf{u}^k , acrescenta-se uma unidade ao contador k e volta-se

ao passo 9. Se for atendido o critério de convergência, o vetor \mathbf{u}^{k+1} contém a solução (deslocamentos nos nós);

16. construção dos vetores de deslocamentos nas extremidades dos elementos de barra e de ligação referidos ao sistema de coordenadas local de cada elemento. Para isso, basta resgatar do vetor de deslocamentos os deslocamentos correspondentes ao elemento e transformá-los nas coordenadas locais;
17. cálculo das ações nos nós nas extremidades dos elementos de barra e de ligação (esforços solicitantes). Para isso basta montar o vetor \mathbf{f}^e referido ao sistema de coordenadas local do elemento a partir do vetor de deslocamentos nos nós do elemento também referido ao sistema de coordenadas local. No caso do elemento de barra com carregamento na barra, deve-se somar o vetor de engastamentos perfeitos;
18. saída das respostas.

No caso de se utilizar o método de Newton-Raphson modificado, no passo 10 a matriz de rigidez tangente é construída sempre utilizando valores nulos no lugar dos valores do vetor \mathbf{u}^k .

O programa constrói a matriz de rigidez tangente do elemento de ligação a partir dos dados dos pinos segundo o modelo descrito anteriormente e executa a análise tal como descrito nas etapas acima. Porém, o programa permite outras opções de análise, possibilitando não apenas a análise linear mas também que dados de rigidez final das ligações sejam fornecidos por uma outra fonte. Assim, as opções do programa são:

- Opção 0: executa a análise ignorando ligações (opção usada para o caso de ligações rígidas);
- Opção 1: executa a análise linear e constrói a matriz de rigidez da ligação através da leitura externa dos valores de rigidez da ligação (opção usada quando a rigidez da ligação é dada por outra fonte). Esta opção também pode ser utilizada para a análise de estruturas com ligações rígidas, que são simuladas com a entrada de valores relativamente grandes de rigidez;
- Opção 2: executa a análise segundo os passos descritos acima;

- Opção 3: executa a análise linear calculando a matriz de rigidez tangente inicial das ligações a partir dos dados dos pinos segundo o modelo teórico proposto e finaliza a execução sem executar nenhuma iteração ($k=0$).

4.2.2 Fluxo do programa LIGUNIT

O programa LIGUNIT é constituído pelas seguintes etapas:

1. entrada dos dados da ligação unitária;
2. entrada do valor da força aplicada na ligação;
3. montagem do vetor de ações aplicadas nos nós (\mathbf{a}). A carga é aplicada nos nós da interface entre as peças de madeira, com mesmo valor, mesma direção, mas sentidos contrários, conforme já foi exposto no capítulo anterior;
4. inicialização de um contador k com valor $k = 0$;
5. criação do vetor de deslocamentos (\mathbf{u}^k) com valores nulos;
6. com os dados do vetor \mathbf{u}^k , montagem da matriz de rigidez tangente de cada elemento de viga e adicionar à matriz de rigidez tangente global ($\mathbf{S}^{t,k}$);
7. com os dados do vetor \mathbf{u}^k , montagem do vetor $\mathbf{f}^{e,k}$ para cada elemento e adição ao vetor \mathbf{f}^k ;
8. cálculo do vetor \mathbf{g}^k , dado por $\mathbf{a} - \mathbf{f}^k$;
9. imposição das condições de contorno no vetor \mathbf{g}^k e na matriz \mathbf{S}^t ;
10. solução do sistema de equações $\mathbf{S}^{t,k}\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{a}$ e obtenção da solução \mathbf{u}^{k+1} ;
11. cálculo da diferença ($\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k$). Se a diferença não atender ao critério de convergência, copia-se o vetor \mathbf{u}^{k+1} no vetor \mathbf{u}^k , acrescenta-se uma unidade ao contador k e volta-se ao passo 6. Se for atendido o critério de convergência, o vetor \mathbf{u}^{k+1} contém a solução (deslocamentos nos nós);
12. cálculo do deslizamento da ligação, dado pela soma do deslocamento dos nós da interface entre as peças;
13. saída das respostas;

14. repetição dos passos 2 a 12 para outros valores de força aplicada.

Neste trabalho, a ligação de corte duplo está sendo modelada por simplificação por duas ligações de corte simples. Para isso usa-se uma condição de contorno que garante a suavidade da forma deformada do pino na junção das duas partes.

4.2.3 Funcionamento da planilha para dimensionamento de ligações

O funcionamento desta planilha baseia-se nos seguintes passos:

1. entrada dos dados da ligação, fornecendo-se, para cada pino: os parâmetros de rigidez do pino na direção de referência x (uma direção qualquer); os parâmetros de rigidez do pino na direção de referência y (perpendicular à direção x); as coordenadas polares que definem a posição do pino; a orientação das peças ligadas em relação às direções de referência x e y .
2. entrada dos esforços solicitantes em uma extremidade da ligação;
3. cálculo dos esforços na outra extremidade por meio de equações de equilíbrio;
4. para cada pino: cálculo dos módulos de deslizamento do pino na direção de deslizamento do mesmo.
5. cálculo da rigidez à rotação da ligação com base no módulo de deslizamento dos pinos.
6. para cada pino:
 - 6.1. cálculo da força induzida pelo momento fletor e sua direção;
 - 6.2. cálculo da força induzida pela força na direção x e sua direção;
 - 6.3. cálculo da força induzida pela força na direção y e sua direção;
 - 6.4. cálculo da força resultante no pino e sua direção;
 - 6.5. cálculo do ângulo entre a força resultante no pino e a direção das fibras;
 - 6.6. cálculo da resistência de embutimento da madeira na direção calculada no passo anterior segundo a fórmula de Hankinson;
 - 6.7. cálculo da resistência do pino na mesma direção segundo a norma NBR7190/1997 (ABNT, 1997);
 - 6.8. comparação do valor da força resultante no pino e da resistência do pino.

7. verificação do atendimento da condição de segurança para todos os pinos.

4.2.4 Funcionamento da planilha SEMIRIG

Conforme foi mencionado anteriormente, esta planilha simplesmente encontra o vetor de ações nos nós para um dado vetor de deslocamentos nos nós. Seu funcionamento baseia-se nos seguintes passos:

1. entrada dos dados da ligação, fornecendo, para cada pino: os parâmetros de rigidez do pino numa direção de referência x qualquer; os parâmetros de rigidez do pino na direção de referência y (perpendicular à direção x); as coordenadas que definem a posição do pino.
2. entrada dos deslocamentos nos nós;
3. para cada pino:
 - 3.1. cálculo dos deslizamentos do pino nas direções de referência x e y ;
 - 3.2. cálculo do deslizamento resultante e sua direção;
 - 3.3. cálculo dos parâmetros de rigidez do pino na direção calculada no item anterior;
 - 3.4. cálculo da força atuante no pino, com base no deslizamento obtido no passo 3.2;
 - 3.5. cálculo das ações induzidas nos nós devido à força induzida no pino.
4. Soma das ações nos nós induzidas por cada pino e obtenção do vetor de ações total.

Capítulo 5

PROGRAMA EXPERIMENTAL

Neste capítulo será apresentada a metodologia empregada para a realização do programa experimental e os resultados obtidos. Também serão apresentados alguns pontos da análise dos resultados, a ser complementada nos capítulos posteriores.

5.1 Materiais e metodologia geral

O programa de investigação experimental neste trabalho teve os seguintes objetivos:

1. caracterização mecânica das propriedades dos materiais a serem usadas como dados na aplicação dos modelos teóricos;
2. obtenção de dados para análise do comportamento de modelos de pórticos planos com ligações submetidas a momento fletor.

Dessa forma, os ensaios incluídos no Programa Experimental para atender ao primeiro objetivo foram os seguintes:

- ensaios de compressão paralela às fibras;
- ensaios de tração paralela às fibras;
- ensaios de embutimento na direção paralela e perpendicular às fibras;
- ensaios de ligação simples.

Para atender ao segundo objetivo os ensaios incluídos foram:

- ensaios de ligação simples;
- ensaios de modelos de pórticos planos.

A espécie de madeira escolhida para o programa experimental foi a espécie de nome comum Cupiúba ou Peroba Vermelha e nome científico *Goupia glabra* (ABNT,1997). Para este trabalho esta espécie de madeira foi escolhida por ter sido a de melhor trabalhabilidade encontrada no mercado local.

Para a execução do Programa Experimental foi adquirida uma única peça de dimensões 10cmx30cm e comprimento 6 metros, para restringir a variabilidade das propriedades da madeira. A peça originalmente com tais dimensões foi serrada em peças menores para a retirada dos corpos de prova para os diversos ensaios.

Os conectores escolhidos foram pregos de aço com cabeça da marca GERDAU[®] (GERDAU, 2001).

O programa experimental foi desenvolvido no Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeiras (LaMEM), do Departamento de Engenharia de Estruturas, da Escola de Engenharia de São Carlos, da USP, que oferece ótimas condições para a confecção dos corpos de prova e para ensaios mais específicos como embutimento e ligação.

A seguir são apresentados os resultados obtidos para os ensaios de caracterização.

5.2 Resultados dos Ensaios de Caracterização

5.2.1 Ensaio de compressão paralela às fibras

O ensaio foi realizado segundo o procedimento estabelecido na norma NBR7190/1997 (ABNT,1997), item B.8, Anexo B, caracterizando-se a peça de Cupiúba referida acima.

Desta peça foram retirados quatro corpos de prova, um destinado para a estimativa da resistência e três para a determinação da resistência e módulo de elasticidade. A umidade das peças de onde foram retirados os corpos de prova foi de 22,5%. Os resultados obtidos são mostrados nas Tab. 5.1 e 5.2, onde CV significa coeficiente de variação.

Tabela 5.1: Resistência à compressão paralela às fibras.

| | CP1 | CP2 | CP3 | Valor médio | CV(%) |
|-----------------|-------|-------|-------|-------------|-------|
| $f_{c,o}$ (MPa) | 39,63 | 46,43 | 43,97 | 43,34 | 8,00 |

Tabela 5.2: Módulo de elasticidade na compressão paralela às fibras.

| | CP1 | CP2 | CP3 | Valor médio | CV(%) |
|-----------------|--------|--------|--------|-------------|-------|
| $E_{c,o}$ (MPa) | 13.254 | 13.183 | 18.596 | 15.011 | 20,70 |

5.2.2 Ensaio de tração paralela às fibras

O ensaio foi realizado segundo o procedimento estabelecido na norma NBR7190/1997 (ABNT,1997), item B.9, Anexo B, tendo sido caracterizada a peça de Cupiúba referida anteriormente.

Da peça foram retirados aleatoriamente quatro corpos de prova, um destinado para a estimativa da resistência e três para a determinação da resistência e módulo de elasticidade. A umidade das peças de onde foram retirados os corpos de prova foi de 22,5%. Os resultados obtidos são mostrados nas Tab. 5.3 e 5.4, onde CV significa coeficiente de variação.

Os resultados médios obtidos foram convertidos para a condição padrão de referência, correspondente a uma umidade de 12%, conforme o procedimento estabelecido no item 6.2.1 da norma, apenas para comparação. Considerando-se que a madeira não sofre variações significativas em suas propriedades em condições de umidade acima de 20%, o valor de umidade correspondente à condição real adotado nas conversões foi de 20%. Esse procedimento foi adotado para todas as conversões feitas no trabalho. Os resultados são mostrados na Tab. 5.5.

Os resultados obtidos com umidade 12% são relativamente próximos dos valores tabelados pela norma para a mesma espécie, exceto pelo módulo de elasticidade à compressão paralela às fibras, cujo valor médio obtido foi muito alto, devido ao resultado de um dos corpos de prova. O valor de resistência à tração paralela às fibras obtido foi próximo do valor tabelado, mas os dados apresentaram um coeficiente de variação muito alto.

Tabela 5.3: Resistência à tração paralela às fibras

| | TP1 | TP2 | TP3 | Valor médio | CV(%) |
|-----------------|-------|-------|-------|-------------|-------|
| $f_{t,o}$ (Mpa) | 59,11 | 41,53 | 67,72 | 56,12 | 23,80 |

Tabela 5.4: Módulo de elasticidade na tração paralela às fibras.

| | TP1 | TP2 | TP3 | Valor médio | CV(%) |
|-----------------|-----------|-----------|-----------|-------------|-------|
| $E_{t,o}$ (MPa) | 11.766,83 | 11.451,25 | 11.145,70 | 11.454,60 | 2,70 |

Tabela 5.5: Valores médios das propriedades na umidade real e de referência.

| Propriedade (MPa) | U=22,5% | U=12% |
|-------------------|---------|--------|
| $f_{c,o}$ (MPa) | 43,34 | 53,75 |
| $E_{c,o}$ (MPa) | 15.012 | 17.413 |
| $f_{t,o}$ (MPa) | 56,12 | 69,59 |
| $E_{t,o}$ (MPa) | 11.455 | 13.287 |

5.2.3 Ensaios de embutimento paralelo e perpendicular às fibras

Os ensaios de embutimento foram realizados segundo o procedimento estabelecido na norma NBR7190/1997 (ABNT,1997), item B.17, Anexo B. Foi caracterizada a peça de Cupiúba referida anteriormente.

Foram feitos ensaios para dois diâmetros de prego, nas direções paralela e normal às fibras, tendo sido realizadas portanto quatro séries de corpos de prova. Um de cada série foi destinado para a estimativa da resistência e três para a determinação da resistência e rigidez ao embutimento. A umidade das peças de onde foram retirados os corpos de prova foi de 30%.

Quanto aos diâmetros de prego utilizados nos ensaios, inicialmente haviam sido escolhidos os diâmetros 2,7mm (prego 16x24) e 4,4mm (prego 20x42), que seriam utilizados nos ensaios de modelos de estrutura. No entanto, o prego de diâmetro 2,7mm teve que ser eliminado, pois resultaria em dimensões muito pequenas para o corpo de prova, tornando inviável o ensaio. Este prego foi então substituído pelo de diâmetro 6,4mm (prego 24x60), que também foram usados nos ensaios de modelos com ligações resistentes a momento fletor. Os diâmetros referidos são diâmetros nominais. Os diâmetros reais medidos são de 5 a 10% maiores. O critério para a escolha dos pregos foi a disponibilidade no mercado local e a relação entre o diâmetro e o comprimento para atender as exigências de penetração mínima e diâmetro máximo de acordo com a largura das peças da ligação.

As séries de ensaios e respectivos corpos de prova foram denominados conforme mostrado na Tab. 5.6.

A Fig. 5.1 mostra um esquema do corpo de prova para o ensaio de embutimento segundo a norma NBR7190/1997.

Tabela 5.6: Definição das séries de ensaios de embutimento.

| Série | Corpos de Prova | Diâmetro do pino(mm) | Dir. fibras x dir. carregamento |
|--------|-----------------|----------------------|---------------------------------|
| EPAR44 | CP01 a CP04 | 4,4 | Paralela |
| EPER44 | CP05 a CP08 | 4,4 | Perpendicular |
| EPAR64 | CP09 a CP12 | 6,4 | Paralela |
| EPAR44 | CP13 a CP16 | 6,4 | Perpendicular |

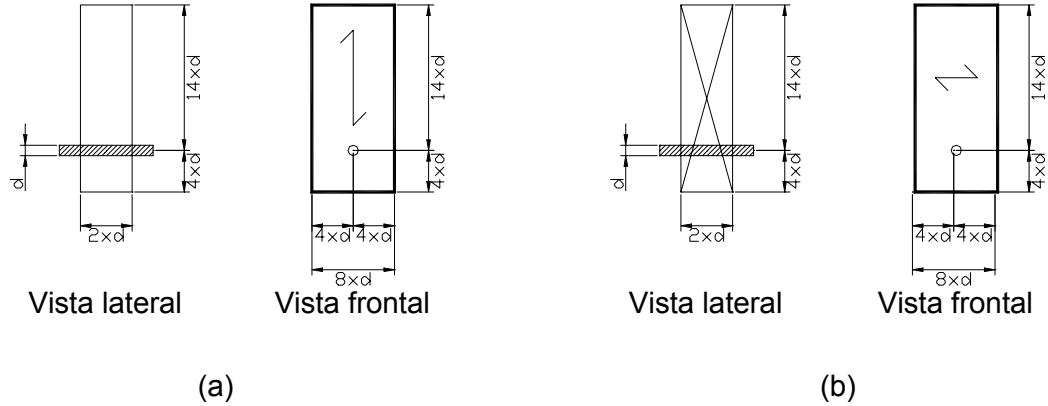


Figura 5.1: Esquema dos corpos de prova para ensaio de embutimento (sem escala): (a) na direção paralela às fibras; (b) na direção perpendicular às fibras.

Os ensaios foram realizados numa máquina da marca DARTEC[®] com sistema de aquisição de dados e controle de carregamento automático. A Fig. 5.2 mostra uma foto da máquina com um corpo de provas sendo ensaiado.

Para maior segurança no controle do carregamento nesta máquina, normalmente opta-se pelo controle de deslocamento (mm/seg). O cálculo da taxa de deslocamento foi feito a partir da taxa de tensão estabelecida pela norma. Para isso, foi utilizado, como estimativa da rigidez da madeira ao embutimento, o módulo de elasticidade da madeira à compressão estimado e a área do furo projetada na direção paralela às fibras.

O sistema de aquisição de dados fornece dados para a construção de gráficos de força por deslocamento. Porém, para a análise dos resultados, foram construídos, a partir desses dados, gráficos de tensão por deformação. Para a determinação dos valores de tensões foram divididos os valores de força pela área projetada de embutimento igual a $2d^2$, onde d é o diâmetro do prego. Para a determinação dos valores de deformação foram divididos os valores de deslocamentos pelo comprimento inicial igual a $14d$.



Figura 5.2: Foto da aparelhagem para ensaio de embutimento.

Segundo a definição da norma NBR7190/1997, a rigidez ao embutimento deve ser determinada a partir dos resultados obtidos no ensaio como sendo o coeficiente angular da reta secante passando por dois pontos convencionados, correspondentes a 10% e 50% da força máxima convencionada pela norma e determinada previamente para o ensaio. Para a determinação da resistência, deve ser determinada a ordenada correspondente à intersecção de uma reta paralela à reta secante anteriormente encontrada passando pela abcissa correspondente à deformação 2‰ e a curva ajustada.

A Tab. 5.7 mostra os valores de resistência e rigidez obtidos segundo o procedimento da norma.

O valor médio de resistência ao embutimento na direção paralela às fibras é cerca de 17% menor que o valor de resistência à compressão na direção paralela às fibras.

A Tab. 5.8 mostra os resultados médios convertidos para a unidade de referência (12%).

VALLE(1999) realizou ensaios de embutimento para madeira laminada colada da espécie *Eucalyptus grandis* em várias direções em relação à direção das fibras.

Tabela 5.7: Resultados de resistência e rigidez ao embutimento.

| Série | Corpo de prova | $f_e(MPa)$ | $K_e(kN/mm)$ |
|--------|----------------|------------|--------------|
| EPAR44 | 01(teste) | - | - |
| | 02 | 32,90 | 14,94 |
| | 03 | 33,33 | 15,64 |
| | 04 | 37,09 | 9,89 |
| | Valor médio | 34,44 | 13,49 |
| | CV(%) | 6,68 | 23,26 |
| EPER44 | 05(teste) | - | - |
| | 06 | 18,66 | 5,28 |
| | 07 | 13,55 | 3,05 |
| | 08 | 16,11 | 4,68 |
| | Valor médio | 16,10 | 4,34 |
| | CV(%) | 15,88 | 26,61 |
| EPAR64 | 09(teste) | - | - |
| | 10 | 30,07 | 15,56 |
| | 11 | 40,76 | 13,99 |
| | 12 | 41,68 | 14,03 |
| | Valor médio | 37,50 | 14,53 |
| | CV(%) | 17,21 | 6,16 |
| EPER64 | 13(teste) | - | - |
| | 14 | 21,80 | 4,83 |
| | 15 | 22,30 | 4,72 |
| | 16 | 20,93 | 4,67 |
| | Valor médio | 21,68 | 4,74 |
| | CV(%) | 3,20 | 1,73 |

Tabela 5.8: Valores médios da resistência ao embutimento na umidade de referência.

| Série | $f_e(MPa)$ | $K_e(kN/mm)$ |
|--------|------------|--------------|
| EPAR44 | 34,44 | 15,65 |
| EPER44 | 16,10 | 5,03 |
| EPAR64 | 46,50 | 16,85 |
| EPER64 | 26,88 | 5,50 |

A rigidez da madeira ao embutimento foi denotada por esta autora de K_e . Esta mesma notação foi usada neste trabalho.

No presente trabalho também foi obtido o comportamento da madeira ao embutimento ao longo do carregamento, pois este dado será utilizado posteriormente na modelagem teórica do comportamento de ligações unitárias. Para isso foi feito um ajuste de curva aos resultados obtidos. A forma geral das curvas ajustadas foi a seguinte:

$$\sigma_e = (C + B\varepsilon_e) [1 - \exp(-A\varepsilon_e/C)] \quad (5.1)$$

onde σ_e é a tensão (ordenada), ε_e é a deformação (abscissa) e A , B e C são os parâmetros da curva.

No entanto, para a modelagem de ligações unitárias segundo o modelo utilizado, o comportamento da madeira ao embutimento deve ser descrito em termos da relação entre a força suposta uniformemente distribuída longitudinalmente no pino e o deslocamento. Assim, as relações obtidas em termos de tensão e deformação foram trabalhadas matematicamente para resultar em curvas do tipo:

$$p = (P_o + K_1u) [1 - \exp(-K_o u/P_o)] \quad (5.2)$$

onde p é a força distribuída ao longo do eixo do prego, igual à tensão multiplicada por $2d$ (espessura do corpo de prova), u é o deslocamento e K_o , P_o e K_1 são os parâmetros da curva.

A forma geral da curva de comportamento ao embutimento descrita acima foi inicialmente adotada por FOSCHI(1974) e vem sendo utilizada em pesquisas sobre o comportamento ao embutimento da madeira e de ligações, conforme consulta à literatura científica. No presente trabalho, fez-se a opção de adotar a mesma forma geral, pois o número de ensaios realizados não seria suficiente para a proposta de uma forma geral diferente, além disso, neste trabalho foi possível o alcance dos objetivos com a forma geral adotada.

A Tab. 5.9 mostra os parâmetros obtidos para as curvas ajustadas para as quatro séries de corpos de prova.

Tabela 5.9: Parâmetros das curvas ajustadas aos resultados dos ensaios de embutimento.

| Forma Geral: $p = (P_o + K_1 u) [1 - \exp(-K_o u / P_o)]$; $p(kN/cm)$; $u(cm)$ | | | | |
|--|-------------|----------------|--------------|----------------|
| Série | CP | $K_o(kN/cm^2)$ | $P_o(kN/cm)$ | $K_1(kN/cm^2)$ |
| EPAR44 | 02 | 254,68 | 1,19 | 3,22 |
| | 03 | 266,56 | 1,27 | 1,98 |
| | 04 | 168,66 | 1,47 | 3,60 |
| | curva média | 211,92 | 1,31 | 2,94 |
| EPER44 | 06 | 89,97 | 0,66 | 8,26 |
| | 07 | 51,99 | 0,78 | 7,86 |
| | 08 | 79,74 | 0,64 | 7,59 |
| | curva média | 68,07 | 0,69 | 7,90 |
| EPAR64 | 10 | 200,45 | 1,61 | 9,34 |
| | 11 | 180,20 | 2,56 | 4,09 |
| | 12 | 180,73 | 2,38 | 9,74 |
| | curva média | 179,58 | 2,18 | 7,72 |
| EPER64 | 14 | 54,84 | 1,00 | 6,20 |
| | 15 | 53,61 | 1,16 | 5,91 |
| | 16 | 53,06 | 1,09 | 5,18 |
| | curva média | 53,66 | 1,08 | 5,76 |

Os resultados dos ensaios de embutimento referentes ao comportamento da madeira não foram convertidos para a unidade de referência pois serão usados para a comparação com os resultados dos ensaios das ligações, também obtidos com unidade acima de 20%.

Os resultados obtidos nos ensaios encontram-se mostrados nos gráficos das Fig. 5.3 a 5.6, onde também são mostradas as curvas ajustadas. Nas legendas, a denominação E refere-se aos resultados obtidos no ensaio e AJ refere-se às curvas ajustadas aos mesmos.

O objetivo desses ensaios foi a obtenção dos parâmetros da curva que descreve este comportamento para uso posterior e também contribuir para a descrição do comportamento da madeira ao embutimento. O parâmetro K_o , embora de aplicação quase desconhecida no Brasil, equivale ao módulo de fundação da teoria linear da fundação elástica. Este parâmetro tem sido amplamente utilizado no projeto de ligações na literatura científica, como por exemplo por KOMATSU, KARUBE, HARADA et al. (1996) que apresenta um procedimento de projeto bem ilustrativo utilizando as propriedades de embutimento da madeira. É importante observar que a literatura apresenta fórmulas empíricas para o cálculo do módulo de fundação, como no caso do trabalho realizado pelos autores citados, mas estas fórmulas não necessariamente aplicam-se a madeiras de espécies brasileiras.

Os resultados, embora não suficientes para caracterizar definitivamente a espécie, foram suficientes para uma avaliação do comportamento da espécie ao embutimento e sua

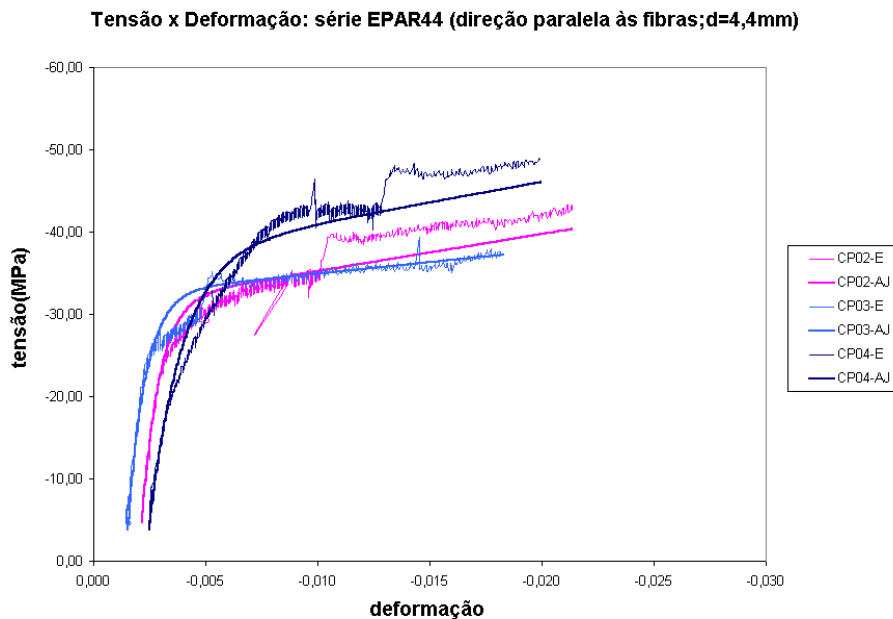


Figura 5.3: Resultados dos ensaios de embutimento para a série com diâmetro 4,4mm e direção paralela às fibras.

variabilidade com o diâmetro do prego. Foi possível observar que na direção perpendicular às fibras a madeira comporta-se de forma diferente da direção paralela às fibras, mostrando nos gráficos a tendência para uma reta definida porém mais inclinada. Outra observação foi que os resultados de resistência ao embutimento apresentaram uma variação relativamente significativa com o diâmetro do pino.

Naturalmente, um trabalho mais dirigido a este tema demanda um maior número de séries de ensaios com maior número de diâmetros. O comportamento da madeira ao embutimento é um assunto que demanda ainda muitas pesquisas. Ao contrário de outras propriedades mecânicas da madeira, a resistência e a rigidez ao embutimento são propriedades convencionalmente definidas, pela complexidade do problema em termos de distribuição de tensões e deformações.

Assim sendo, sugere-se para trabalhos futuros a investigação do comportamento ao embutimento de espécies com a variação do diâmetro do pino empregado no ensaio e a investigação, por exemplo, de um diâmetro de pino que possa ser empregado como padrão e fatores de correção para outros diâmetros, se for o caso. Sugere-se ainda a proposição de uma forma geral para a curva do comportamento da madeira ao embutimento

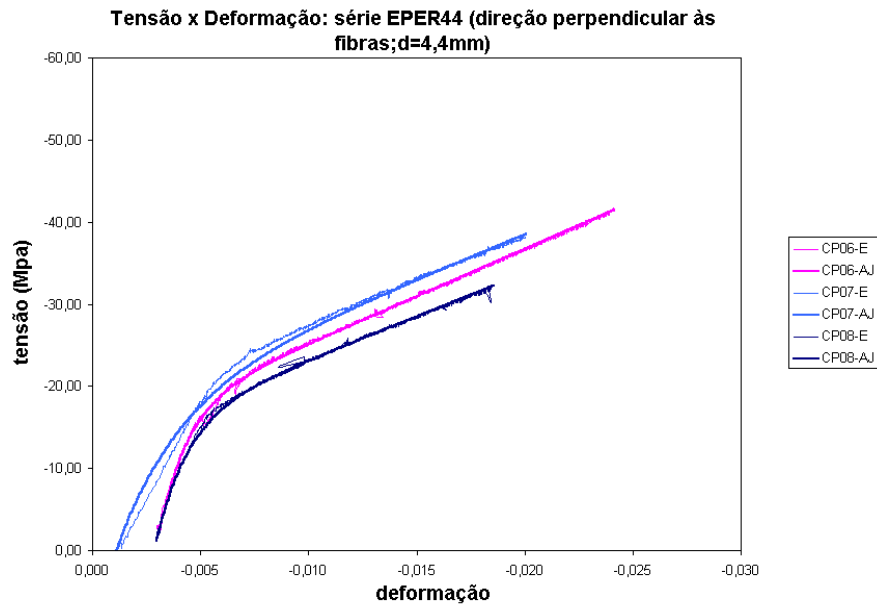


Figura 5.4: Resultados dos ensaios de embutimento para a série com diâmetro 4,4mm e direção perpendicular às fibras.

especificamente para espécies brasileiras.

Outro campo de investigação seria a aplicação da solução clássica da Teoria da Elasticidade ao problema, um tipo de investigação que já vem sendo realizada a nível mundial principalmente relacionada ao tema do fraturamento da madeira. No campo da análise experimental, um estudo do problema pode por meio da técnica experimental da fotoelasticidade, como feito por exemplo por WILKINSON e ROWLANDS(1981).

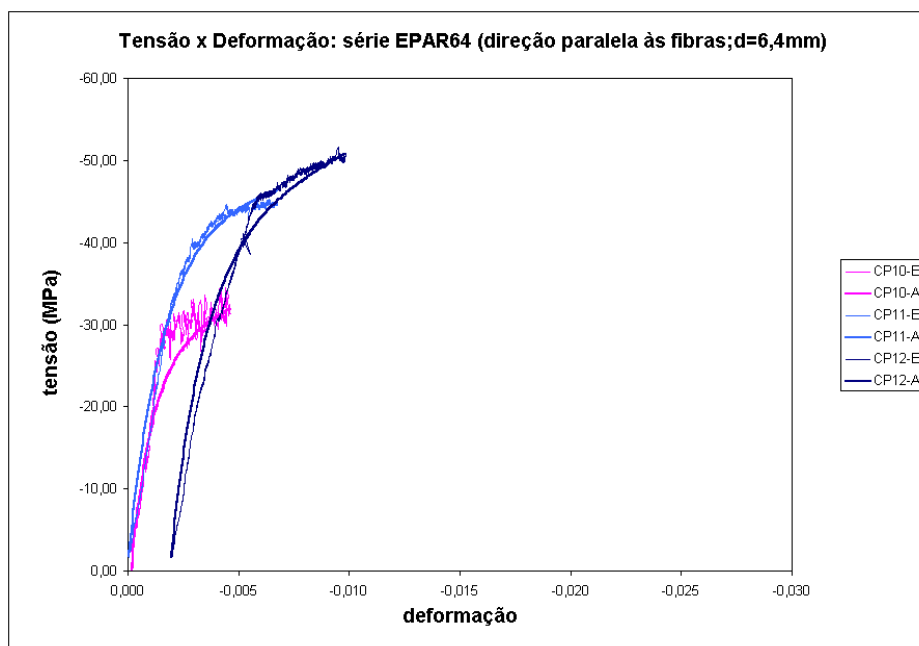


Figura 5.5: Resultados dos ensaios de embutimento para a série com diâmetro 6,4mm e direção paralela às fibras.

5.3 Ensaios de ligação

Os ensaios de ligações à compressão na direção paralela às fibras fornecem o comportamento da ligação quando submetida a uma força aplicada na direção longitudinal do corpo de prova e paralela às fibras de ambas as peças de madeira ligadas. Mais especificamente, os ensaios de ligação neste trabalho tiveram como objetivo a determinação do comportamento isolado do prego, ou da ligação unitária típica, conforme denominação adotada nos capítulos anteriores, sendo que os resultados deste ensaio tiveram duas aplicações:

- fornecer dados para a comparação com o modelo teórico de ligações unitárias, implementado no programa LIGUNIT;
- fornecer dados para a análise de ligações resistentes a momento fletor com o modelo teórico implementado através da planilha eletrônica SEMIRIG.

Assim sendo, a configuração das ligações empregadas nestes ensaios de ligação foram as mesmas das ligações empregadas em ensaios de modelos de pórticos planos com

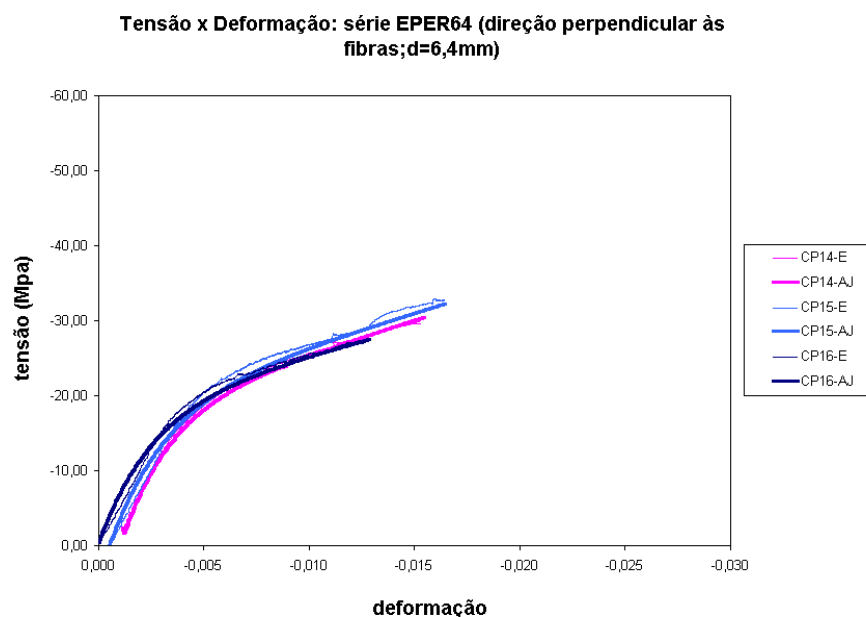


Figura 5.6: Resultados dos ensaios de embutimento para a série com diâmetro 6,4mm e direção perpendicular às fibras.

ligações resistentes a momento fletor, a serem apresentados posteriormente.

Os ensaios de ligação foram realizados segundo o procedimento estabelecido na norma NBR7190/1997 (ABNT,1997), item C.5, Anexo C. Foram caracterizadas três configurações de ligação na direção paralela às fibras, denominadas L2027, L0644 e L0864. A denominação das configurações de ligação ensaiadas seguiu o seguinte padrão: LXXYY, onde XX indica o número de pregos utilizados na ligação por face e YY indica o diâmetro em décimos de milímetro do prego que foi utilizado na ligação.

Os corpos de prova para os ensaios de ligação foram feitos com madeira da espécie Cupiúba ou Peroba Vermelha (*Goupia glabra*), da peça caracterizada.

As ligações ensaiadas possuem as características mostradas na Tab. 5.10.

A Fig. 5.7 mostra um esquema do corpo de prova típico da ligação L2027. Nesta figura, as medidas entre parêntesis são as medidas estabelecidas pela norma NBR7190/1997.

Na ligação L2027, os pregos são submetidos a corte simples, enquanto que nas ligações L0644 e L0864, os pregos atravessam toda a espessura do corpo de prova, e dessa forma são submetidos a corte duplo. Para efeito de modelagem, foi considerado que cada

Tabela 5.10: Características das ligações ensaiadas.

| | Ligação L0644 | Ligação L2027 | Ligação L0864 |
|---|---------------|---------------|---------------|
| Prego | 20x42 | 16x24 | 24x60 |
| Diâmetro nominal do prego(mm) | 4,4 | 2,7 | 6,4 |
| Comprimento do prego(mm) | 96 | 55 | 138 |
| Número de pregos por face | 6 | 20 | 8 |
| Espessura da peça externa(mm) | 20 | 20 | 32 |
| Espessura da peça interna(mm) | 50 | 50 | 64 |
| Penetração dos pregos na peça interna(cm) | 50 | 50 | 64 |

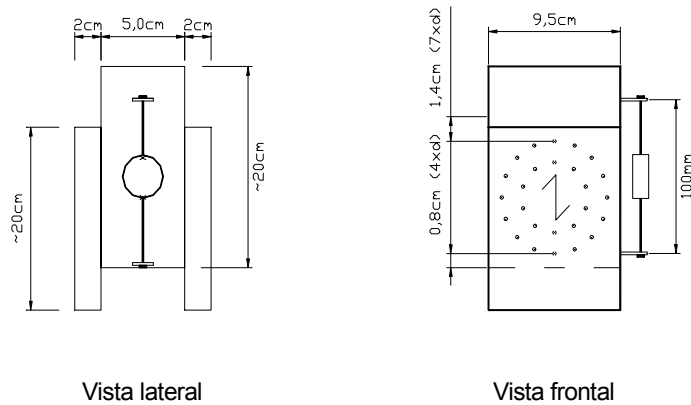


Figura 5.7: Esquema dos corpos de prova dos ensaios da ligação L2027.

prego submetido ao corte duplo seja equivalente a dois pregos submetidos a corte simples, e que em cada face os pregos que são cravados a partir da face oposta sejam também computados no número de pregos por face.

Foram ensaiados três corpos de prova para cada tipo de ligação, sendo um para estimativa da resistência e dois para determinação da resistência e rigidez. As peças para a confecção desses corpos de prova foram retiradas aleatoriamente da peça caracterizada. A umidade obtida para uma amostra retirada dos corpos de prova foi de 37% para as ligações L0227 e L0644. Os ensaios de ligação L0864 foram feitos quando as peças já apresentavam a umidade de equilíbrio com o ambiente (12%).

A Fig. 5.8 mostra o ensaio de um corpo de prova da ligação L0864.

Os resultados obtidos nos ensaios são mostrados nas Fig. 5.9 a 5.11.

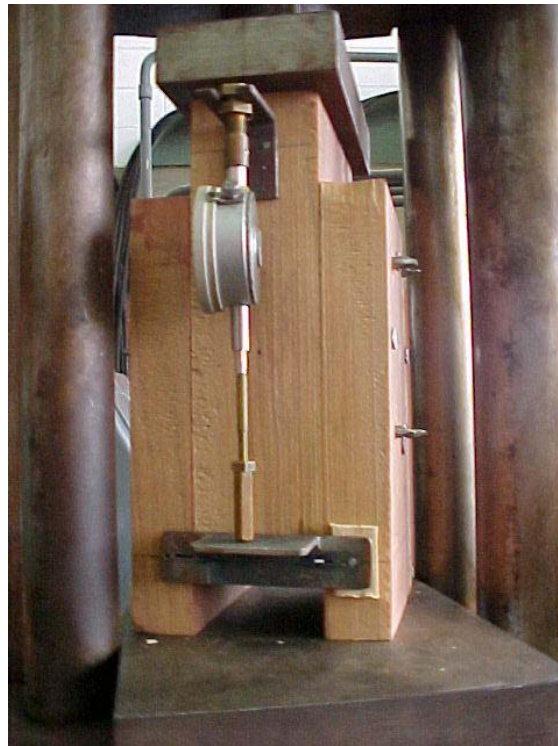


Figura 5.8: Foto do ensaio de um corpo de prova da ligação L0864.

Tabela 5.11: Rigidez e resistência das ligações obtidas nos ensaios.

| Ligação | Características | Rigidez(kN/cm) | Resistência(kN) |
|---------|---|----------------|-----------------|
| L2027 | 20 pregos por face com $d=2,7\text{mm}$ | 1.006,99 | 28,44 |
| L0644 | 6 pregos por face com $d=4,4\text{mm}$ | 926,32 | 17,59 |
| L0864 | 8 pregos por face com $d=6,4\text{mm}$ | 2.210,36 | 40,63 |

A Tab. 5.11 mostra os resultados de rigidez e resistência, obtidos experimentalmente. Neste caso, o termo “rigidez” refere-se à relação entre a força aplicada na ligação e o deslizamento medido entre as peças, portanto, com unidade de força por unidade de comprimento. O termo “resistência” refere-se à força correspondente à ruptura da ligação, portanto, com unidade de força, ambas determinadas graficamente segundo o procedimento estabelecido pela norma NBR7190/1997.

Para esta determinação foram construídos gráficos de força por deformação. Aos dados obtidos foram ajustadas curvas, cuja forma geral e parâmetros obtidos para os corpos de prova são mostrados na Tab. 5.12.

Força x Deslizamento: L0644 (12 pregos no total com d=4,4mm)

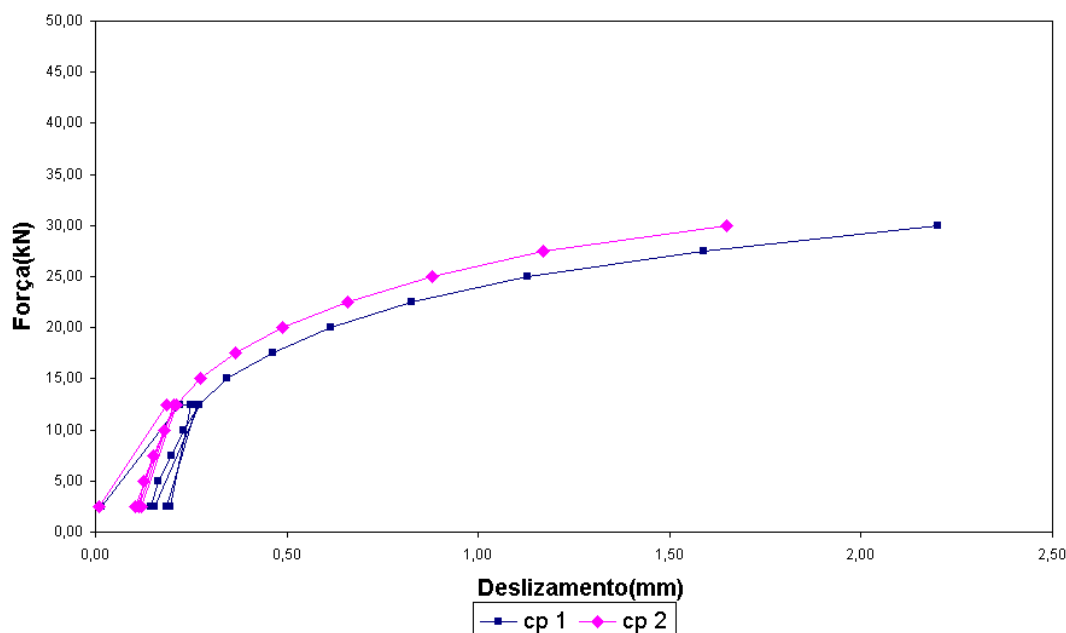


Figura 5.9: Resultados dos ensaios da ligação com 6 pregos de 4,4mm.

A forma geral desta curva foi adotada por ser uma curva muito utilizada para a descrição do comportamento de ligações, tendo sido usadas por FOSCHI(1974), FOSCHI e BONAC(1977), HUNT e BRYANT (1990) e outros.

Conforme já mencionado, o objetivo específico destes ensaios de ligação é a determinação do comportamento isolado do prego, para aplicação posterior.

Assim sendo, é conveniente transformar já as curvas médias obtidas experimentalmente para as ligações para as correspondentes às suas respectivas ligações unitárias

Tabela 5.12: Parâmetros das curvas ajustadas aos resultados dos ensaios de ligação.

| Forma Geral: $P = (p_o + k_1\varepsilon) [1 - \exp(-k_o\varepsilon/p_o)]$; $P(kN)$; $\varepsilon(\%)$ | | | | |
|---|----------------|-------|-------|-------|
| Tipo de ligação | Corpo de prova | k_o | k_1 | p_o |
| L0644 | CP-1 | 12,50 | 0,97 | 27,29 |
| | CP-2 | 14,29 | 0,77 | 29,49 |
| L2027 | CP-1 | 12,86 | 0,82 | 14,00 |
| | CP-2 | 18,00 | 1,14 | 13,50 |
| L0864 | CP-1 | 30,00 | 2,82 | 31,51 |
| | CP-2 | 48,00 | 2,86 | 28,18 |

Força x Deslizamento: L2027 (40 pregos no total com d=2,7mm)

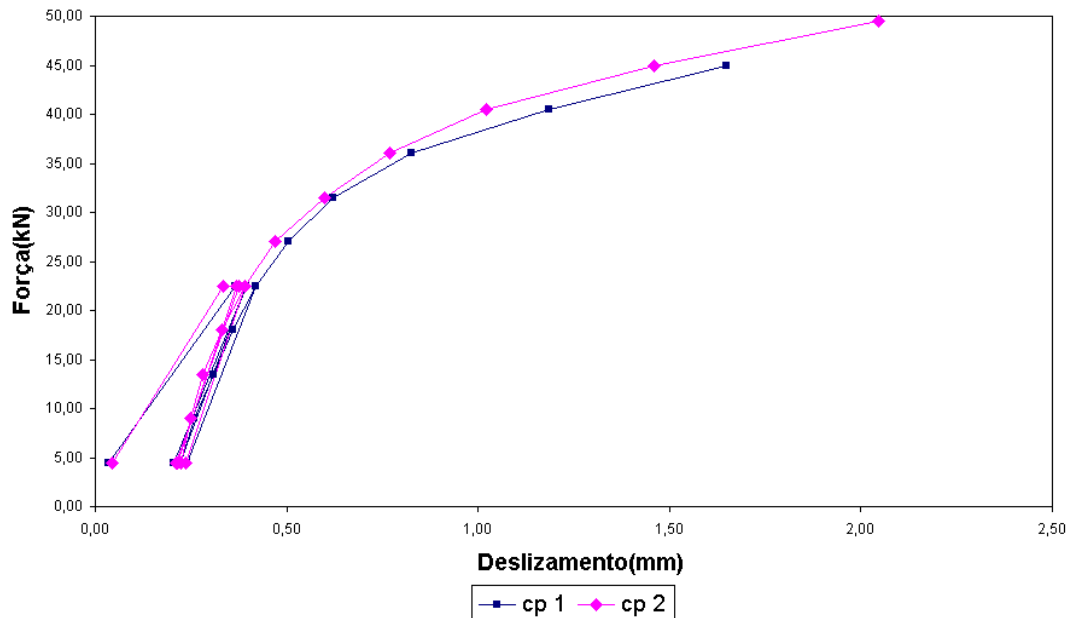


Figura 5.10: Resultados do ensaio da ligação com 20 pregos de 2,7mm por face.

Tabela 5.13: Parâmetros das ligações unitárias ensaiadas.

| Forma Geral: $P = (p_o + k_1\Delta) [1 - \exp(-k_o\Delta/p_o)]$; $P(kN)$; $\Delta(cm)$ | | | | |
|--|-------------------------|--------------|--------------|-----------|
| Ligação | Ligação unitária típica | $k_o(kN/cm)$ | $k_1(kN/cm)$ | $p_o(kN)$ |
| L2027 | L27 | 35,90 | 2,18 | 0,71 |
| L0644 | L44 | 115,34 | 8,15 | 1,15 |
| L0864 | L64 | 113,94 | 8,88 | 1,87 |

típicas. As ligações unitárias típicas são simplesmente ligações constituídas de um único prego nas mesmas condições que na ligação original. A ligação unitária típica da ligação L0644 foi chamada de L44, da ligação L2027, de L27, e da ligação L0864 de L64. Para essa transformação é necessária uma manipulação matemática, considerando-se que a força atuante na ligação unitária divide-se igualmente entre todos os pregos e que o deslocamento é o mesmo para todos estes (supondo-se desprezível o efeito de grupo). Os parâmetros das curvas obtidas para as ligações unitárias são mostrados na Tab. 5.13.

O ajuste das curvas teve como objetivo a obtenção de dados para a comparação dos resultados dos ensaios de ligação e do modelo teórico de ligações unitárias, e ainda,

Força x Deslizamento: L0864 (16 pregos no total com d=6,4mm)

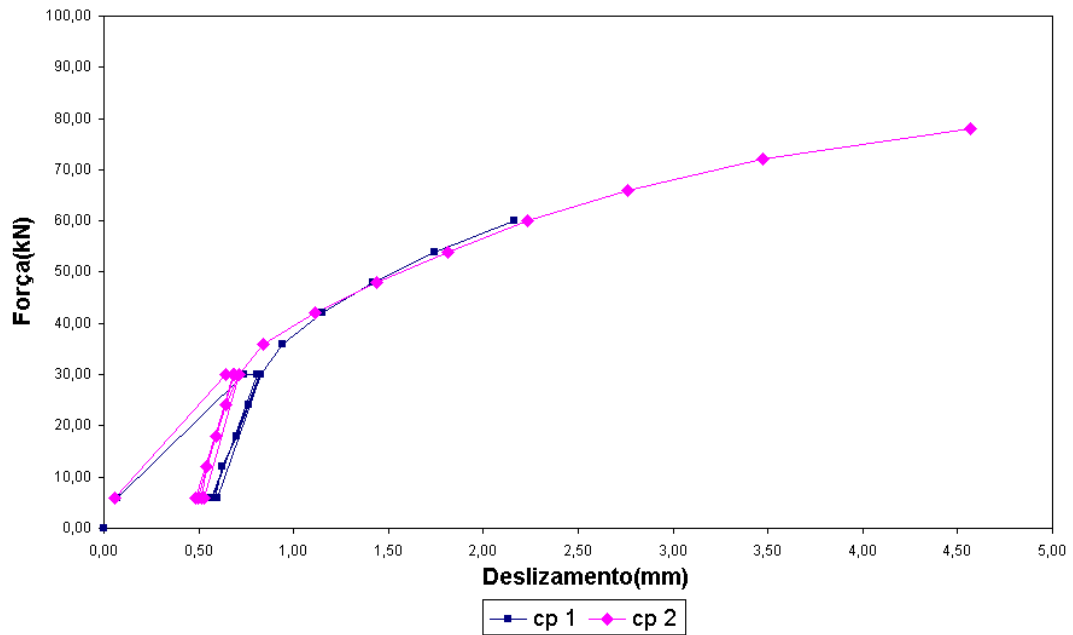


Figura 5.11: Resultados do ensaio da ligação com 8 pregos de 6,4mm por face.

para a determinação dos parâmetros do modelo de ligações resistentes a momento fletor.

A análise dos parâmetros das curvas ajustadas permite observar que a ligação unitária típica L44 apresenta uma rigidez inicial, dada pelo parâmetro k_o , muito grande se comparada com os correspondentes valores das ligações unitárias L27 e L64. A única diferença entre essas ligações é praticamente o diâmetro do pino, embora a largura das peças externas da ligação unitária L64 seja um pouco maior que das outras.

A rigidez inicial da madeira ao embutimento não teve variação significativa com o aumento do diâmetro utilizado no ensaio de embutimento, conforme os resultados obtidos anteriormente, porém é natural que a rigidez inicial da ligação aumente com o diâmetro do pino, pois este tem uma contribuição significativa decorrente da sua rigidez à flexão.

Assim sendo, conclui-se que a a rigidez inicial da ligação L44 pode ter sido maior do que a esperada devido a algum fator relacionado à confecção e ensaio dos corpos de prova, como por exemplo, a influência do diâmetro da broca utilizada na pré-furação e a influência do afundamento da cabeça do prego na madeira.

As Fig. 5.12 e 5.13 mostram fotos dos corpos de prova ensaiados e levados até a perda completa de capacidade de carregamento.



Figura 5.12: Foto de um corpo de prova da ligação com 20 pregos de 2,7mm por face após o ensaio.

No capítulo seguinte, a análise dos resultados terá continuidade com a comparação com os resultados teóricos obtidos com o modelo teórico para análise de ligações unitárias e implementado através do programa LIGUNIT.



Figura 5.13: Foto de um corpo de prova da ligação com 6 pregos de 4,4mm ensaiado e serrado mostrando a forma deformada dos pregos.

5.4 Ensaios de modelos com ligações resistentes a momento fletor

5.4.1 Objetivos

Os modelos de pórticos planos ensaiados, embora não reproduzam exatamente a forma de uma estrutura comumente utilizada na prática (são estruturas isostáticas), possuem características básicas dos pórticos planos:

- solicitações de flexão simples ou flexão composta nas barras;
- ligações com as mesmas características das utilizadas em pórticos planos: resistentes a esforços solicitantes (momento fletor ou momento fletor, normal e cortante).

O objetivo destes ensaios é fornecer resultados de deformações nas peças de madeira (barras) e giro relativo na ligação resistente a momento fletor, para comparação com os resultados a serem obtidos com o modelo teórico de ligações semi-rígidas resistentes a momento fletor.

5.4.2 Metodologia empregada

O esquema adotado para estes ensaios, que consiste num modelo com duas peças de madeira formando um ângulo reto e unidas por uma ligação, tem sido utilizado por outros autores que investigaram o comportamento das ligações submetidas a momento fletor. No Brasil este esquema foi utilizado por CARRASCO e BREMER(1998) na investigação experimental de ligações resistentes a momento fletor com conectores metálicos.

Este tipo de ensaio foi denominado de ensaio de modelo de estrutura do tipo V. Nesses modelos, a ligação é submetida a esforços combinados (força normal, força cortante e momento fletor).

As ligações utilizadas nesses modelos foram projetadas para suportar momentos fletores da mesma ordem (mas em escala reduzida) dos ocorridos em estruturas reais com dimensões mais comumente encontradas em construções rurais e civis.

Foi adotado o padrão circular de distribuição de pinos pois resulta num bom aproveitamento de espaço e na maior facilidade de automatização de seu cálculo, permitindo o uso de coordenadas polares.

As Fig. 5.14 e 5.15 mostram os esquemas de ensaio utilizados, diferindo apenas nas posições dos relógios comparadores.

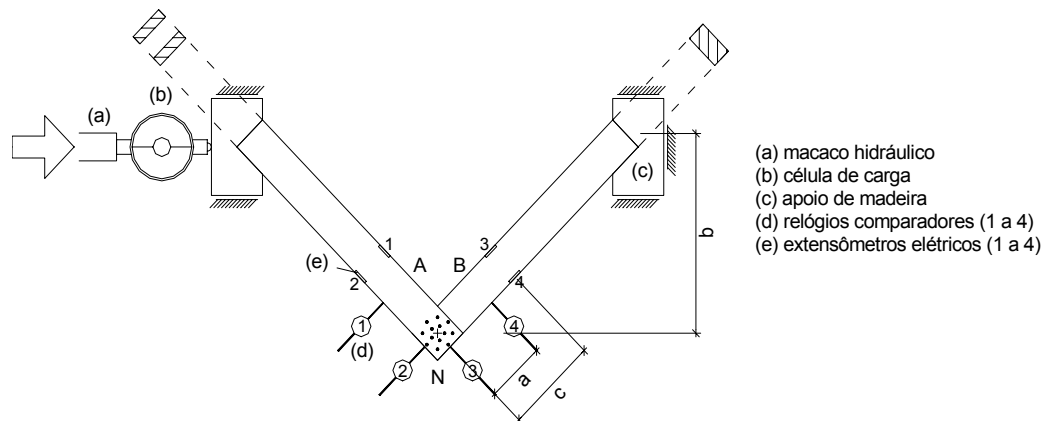


Figura 5.14: Esquema dos ensaios de modelos do tipo V com medidas de deslocamentos em direções paralelas em dois pares de pontos.

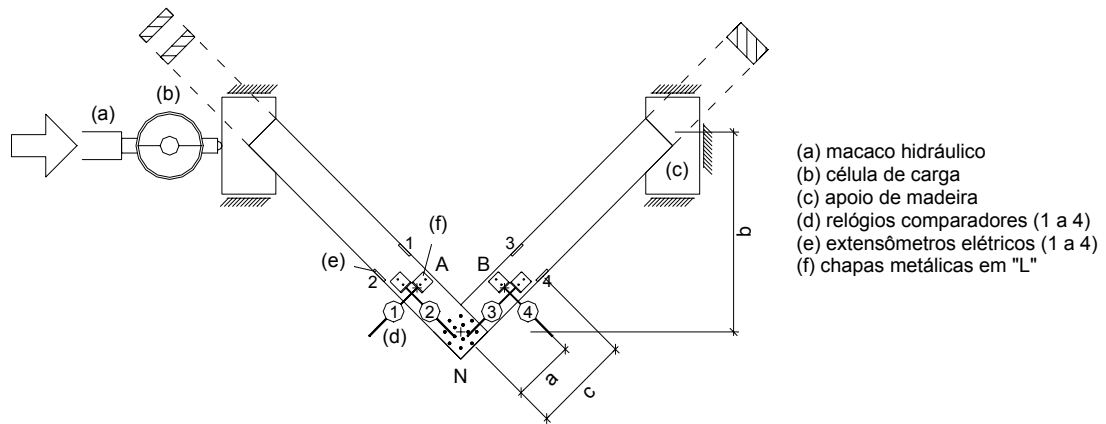


Figura 5.15: Esquema do ensaio do tipo V com medida de deslocamentos em em direções perpendiculares em dois pontos .

Além do ensaio de modelos de estrutura do tipo V, foi idealizado um esquema de ensaio adicional para o estudo de uma ligação quando submetida somente a momento fletor. Este ensaio foi chamado de ensaio de modelo de estrutura do tipo I, e seu esquema encontra-se mostrado na Fig. 5.16.

Embora na prática seja não seja comum o uso de ligações entre peças formando um ângulo de cento e oitenta graus entre si em pórticos planos, este ensaio foi realizado com o objetivo de fornecer resultados adicionais para comparação com o modelo teórico de comportamento de ligações resistentes a momento fletor.

Em todo o programa experimental, foram ensaiados seis modelos de estrutura, divididos em três séries:

- a série I, na qual foram ensaiados modelos do tipo I (I0644 e I2027);
- a série V1, na qual foram ensaiados modelos do tipo V (V0644 e V2027);
- a série V2, na qual foram ensaiados modelos também do tipo V (V0864 e V2044).

A seguir serão apresentados os resultados de cada série.

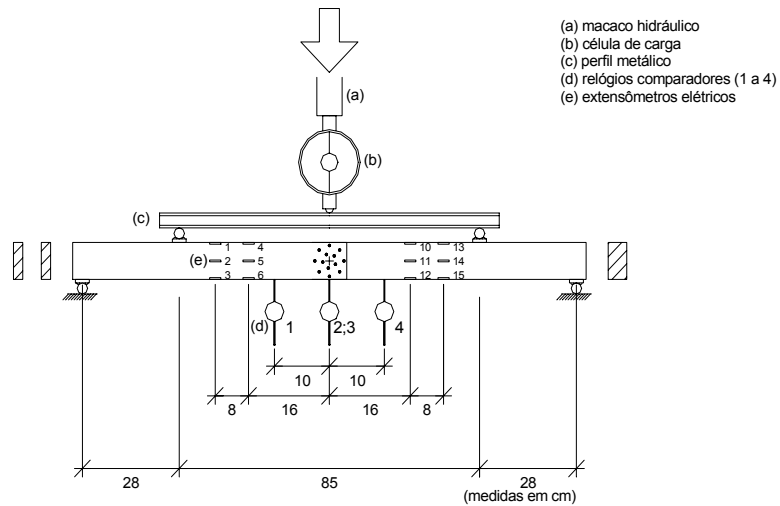


Figura 5.16: Esquema do ensaio de modelo de estrutura com ligação a 180 graus (tipo I).

Tabela 5.14: Características dos modelos do tipo I.

| | I2027 | I0644 |
|--------------------------------------|-------|-------|
| Comprimento das peças(cm) | 80 | 80 |
| Ângulo entre as peças | 0 | 0 |
| Largura das peças da seção dupla(cm) | 2,0 | 2,0 |
| Largura da peça da seção simples(cm) | 5,0 | 5,0 |
| Altura das peças(cm) | 9,8 | 9,8 |
| Número de pregos por face | 20 | 06 |
| Tipo de prego utilizado | 16x24 | 20x42 |
| Diâmetro dos pregos(cm) | 0,27 | 0,44 |
| Comprimento dos pregos(cm) | 5,5 | 9,6 |

5.4.3 Série I: Ensaio dos modelos do tipo I

Nesta etapa foram ensaiados os dois modelos de estrutura do tipo I, com o objetivo de obtenção de dados a respeito do comportamento do modelo com uma ligação semi-rígida submetida somente a momento fletor (flexão pura). As características dos modelos são as mostradas na Tab. 5.14.

A Fig. 5.17 mostra um esquema dessas ligações.

A Fig. 5.18 mostra uma foto do modelo I2027 preparado para o ensaio. Os modelos foram instrumentados com extensômetros e relógios comparadores. Estes últimos foram colocados para a medida de deslocamentos, e a partir destes, para o cálculo do giro relativo.

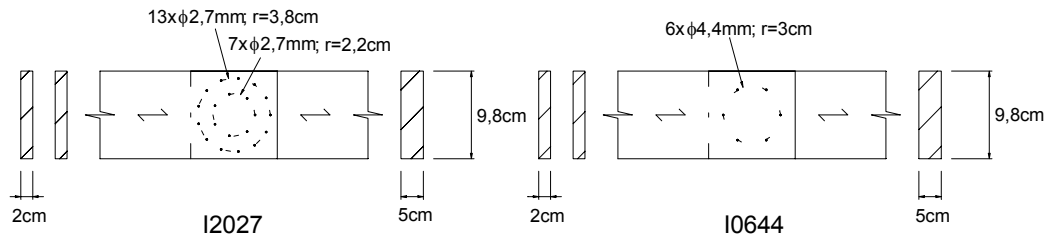


Figura 5.17: Esquema das ligações utilizadas nos modelos de pórtico tipo I.

A Fig. 5.21 mostra as curvas de momento fletor por giro relativo obtidas para os modelos I2027 e I0644.

As Fig. 5.19 e 5.20 mostram os gráficos de força por deformação obtidas para os modelos I0644 e I2027 respectivamente. Nessas figuras, a denominação “Exp EXX” das sequências de dados refere-se aos resultados obtidos experimentalmente para o extensômetro identificado pelo número XX, e a denominação “Teo EXX” refere-se aos resultados correspondentes obtidos com a teoria clássica da flexão considerando-se a ligação rígida.

Os resultados mostram que as deformações são, em geral, praticamente coincidentes com as calculadas teoricamente como se a ligação fosse rígida para o caso das deformações de compressão, e em geral menores para as deformações de tração. Para o cálculo das deformações teóricas foram utilizados os módulos de elasticidade obtidos nos ensaios de caracterização para a unidade real da madeira. Foi considerado no cálculo das deformações teóricas, de forma aproximada, o deslocamento da linha neutra devido à diferença entre o comportamento à tração e compressão da madeira.

De acordo com o que foi visto na revisão bibliográfica, o principal aspecto do comportamento de uma ligação semi-rígida resistente a momento fletor é a sua relação entre o momento fletor aplicado e o giro relativo entre as peças.

No capítulo seguinte, os resultados obtidos experimentalmente serão comparados com os resultados teóricos obtidos com o modelo implementado através da planilha eletrônica SEMIRIG para a análise de ligações resistentes a momento fletor.

No entanto, algumas observações podem ser feitas preliminarmente. Observa-se que as ligações dos modelos I2027 e I0644 apresentaram praticamente a mesma rigidez



Figura 5.18: Foto do ensaio de um modelo tipo I.

inicial ao giro relativo, o que pode ser observado no gráfico da Fig. 5.21, e que no entanto a ligação do modelo I0644 apresentou uma “resistência” ao momento fletor bem menor que a ligação do modelo I2027, o que pode ser observado pelos valores de momento fletor alcançados.

Um resultado semelhante foi observado também nos ensaios das mesmas ligações submetidas apenas a uma força longitudinal, conforme os resultados mostrados na Tab.5.11 anteriormente. Esse resultado mostra que o comportamento dos pinos numa ligação submetida a uma força longitudinal reflete-se no comportamento da mesma ligação quando submetida ao momento fletor, o que decorre provavelmente do fato de que o comportamento de ligações resistentes a momento fletor é resultante basicamente do comportamento individual dos pinos.

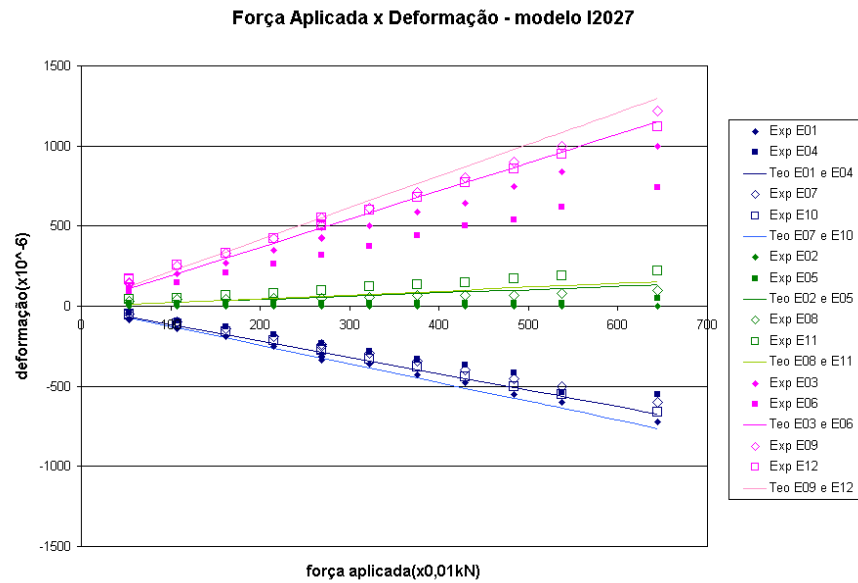


Figura 5.19: Resultados de força aplicada por deformação para os extensômetros colocados no modelo I0644.

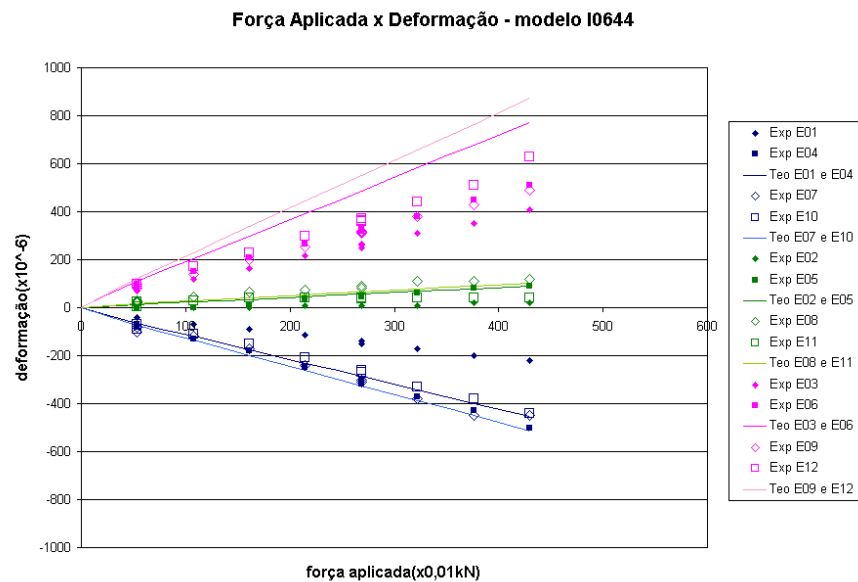


Figura 5.20: Resultados de força aplicada por deformação para os extensômetros colocados no modelo I2027.

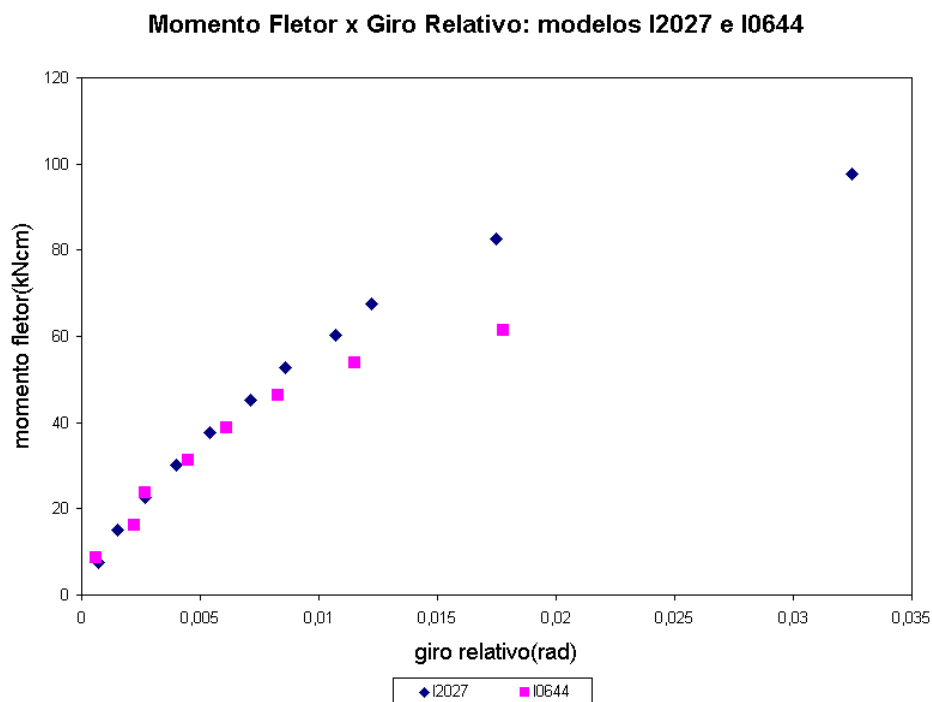


Figura 5.21: Resultados de momento fletor por giro relativo para os ensaios dos modelos tipo I.

5.4.4 Série V1: Ensaios dos modelos V2027 e V0644

Nesta etapa foram ensaiados dois modelos de estrutura do tipo V, com o objetivo de obtenção de dados a respeito do comportamento do modelo com uma ligação semi-rígida submetida a esforços combinados (momento fletor, força normal e força cortante).

As características dos modelos V2027 e V0644 são as mostradas na Tab. 5.15.

A Fig. 5.22 mostra um esquema dessas ligações.

Os ensaios foram feitos segundo o esquema mostrado na Fig. 5.14, com $a=16\text{cm}$, $b=54,45\text{cm}$ (braço) e $c=20\text{cm}$. A Fig. 5.23 mostra uma foto do esquema do ensaio do modelo V0644. Nesta série de ensaios foi utilizado um sistema de contraventamento, conforme mostrado na foto.

Os deslocamentos medidos foram utilizados apenas para o cálculo do giro relativo, pois, embora a ligação sofra também deslocamentos relativos devido aos outros esforços (força cortante e força normal), o principal aspecto do comportamento da ligação é a sua relação entre o momento fletor e o giro relativo.

Tabela 5.15: Características dos modelos do tipo V da série 1.

| | V0644 | V2027 |
|--------------------------------------|-------|-------|
| Comprimento das peças(cm) | 80 | 80 |
| Ângulo entre as peças | 90 | 90 |
| Largura das peças da seção dupla(cm) | 2,0 | 2,0 |
| Largura da peça da seção simples(cm) | 4,8 | 4,8 |
| Altura das peças(cm) | 9,4 | 9,4 |
| Número de pregos por face | 06 | 20 |
| Tipo de prego utilizado | 20x42 | 16x24 |
| Diâmetro dos pregos(mm) | 4,4 | 2,7 |
| Comprimento dos pregos(mm) | 55 | 96 |

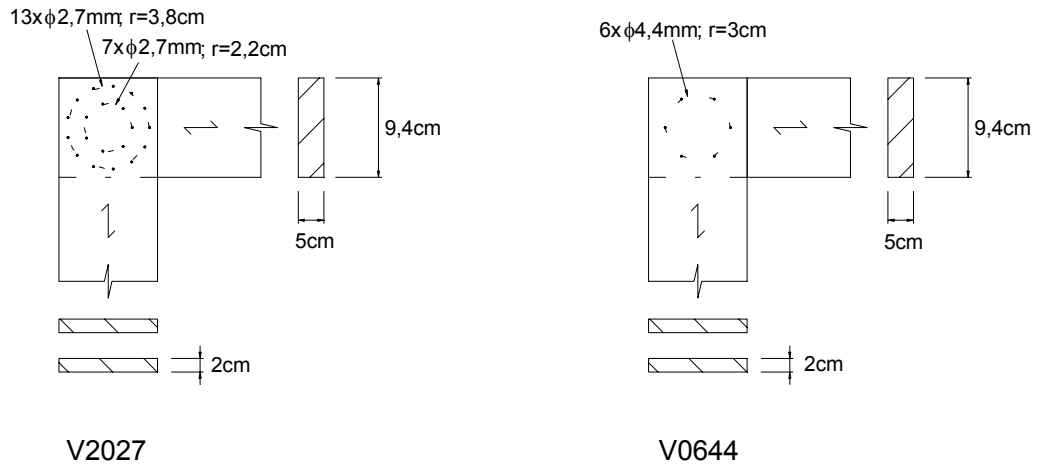


Figura 5.22: Esquema das ligações dos modelos da série V1.

Na Fig. 5.24 mostra-se um esquema dos deslocamentos medidos com os relógios comparadores (*rc1* a *rc4*).

Segundo esse esquema, o giro relativo (ϕ) pode ser encontrado por meio das seguintes equações:

$$\phi_{BN} = \frac{(leit.rel.3 - leit.rel.4) \times 0,001}{d_{BN}} \quad (5.3)$$

$$\phi_{AN} = \frac{-(leit.rel.2 - leit.rel.1) \times 0,001}{d_{BN}} \quad (5.4)$$

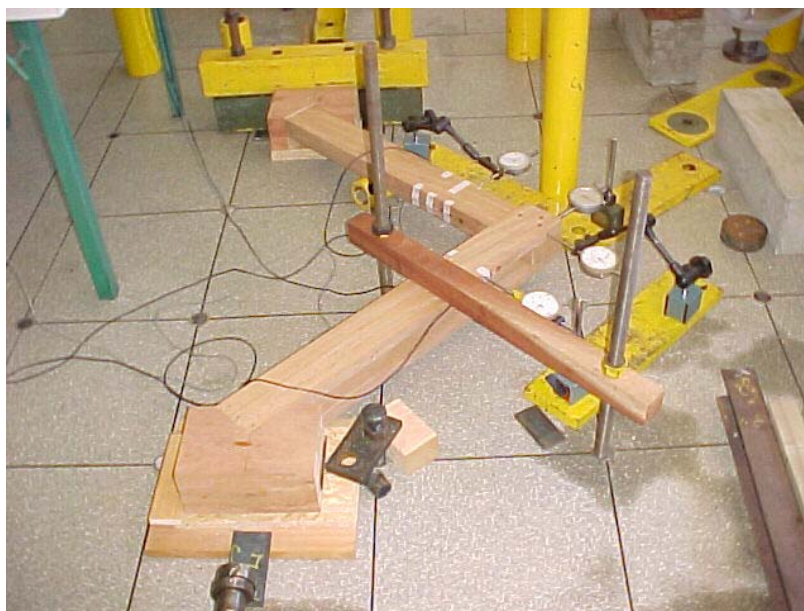


Figura 5.23: Foto do ensaio de um modelo do tipo V da série V1.

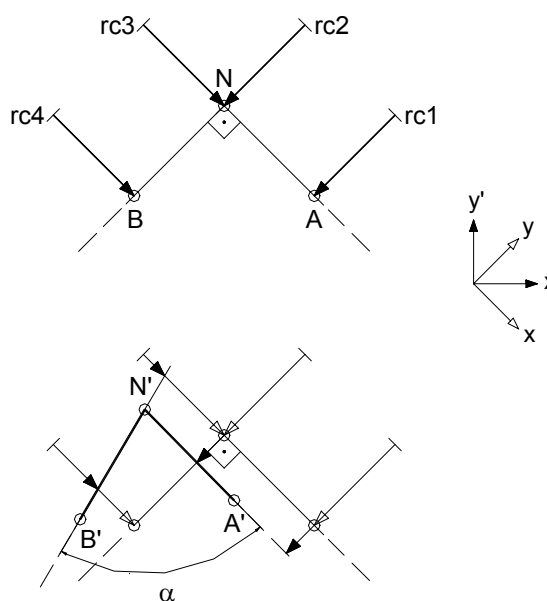


Figura 5.24: Esquema dos deslocamentos dos pontos de colocação dos relógios comparadores no esquema de instrumentação utilizado na série V1.

$$\phi = \phi_{BN} - \phi_{AN} \quad (5.5)$$

Como convenção, adota-se nas equações acima a leitura correspondente à compressão do cursor do relógio como sendo positiva.

No entanto, nos ensaios desta série os resultados obtidos das medidas dos deslocamentos apresentaram-se muito incoerentes com a direção de deslocamento dos modelos, indicando a ocorrência de erros de leitura ou de defeito em um dos relógios comparadores. Foram obtidos valores ora positivos e ora negativos para o giro relativo, o que seria fisicamente impossível. Assim sendo, houve a necessidade da execução de outros ensaios de modelos do tipo V, que foram realizados na terceira e última série de ensaios (série V2).

Apesar dos problemas encontrados, desses ensaios foi feita uma análise dos resultados obtidos para as deformações.

As Fig. 5.25 e 5.26 mostram as curvas de deformação por força aplicada para os modelos ensaiados nesta série. Esses resultados confirmam aqueles obtidos para os modelos I2027 e I0644, segundo os quais as deformações medidas foram em geral menores do que as calculadas segundo a teoria clássica da flexão como se as ligações fossem rígidas no que se refere às deformações de tração. Tais resultados indicam que a madeira nos ensaios apresenta-se mais rígida à tração do que o previsto com base nos ensaios de caracterização.

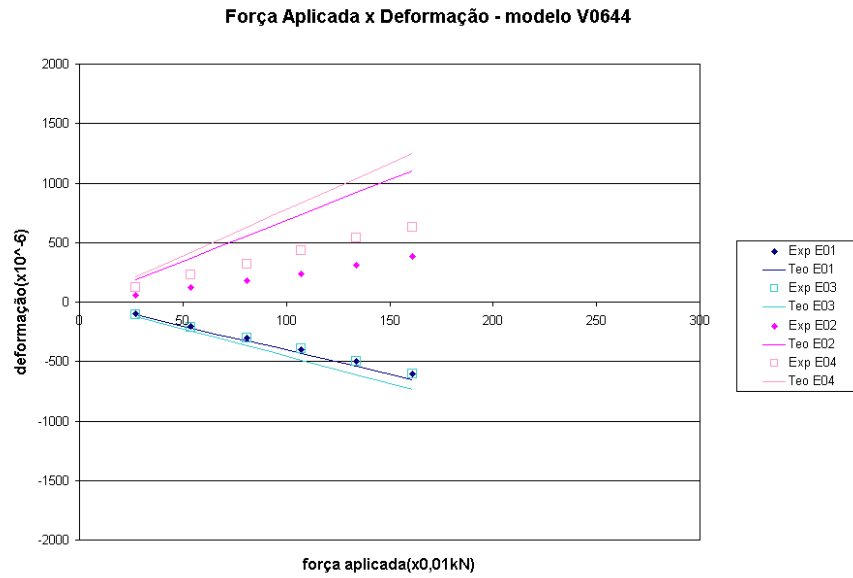


Figura 5.25: Resultados de deformação obtidos para os extensômetros colocados nos modelos do tipo V.

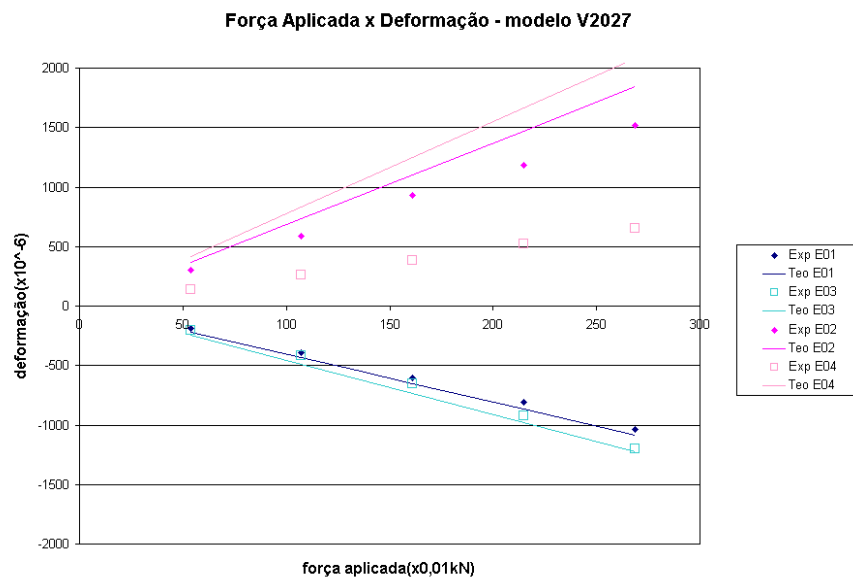


Figura 5.26: Resultados de deformação obtidos para o modelo V2027.

Tabela 5.16: Características dos modelos tipo V da série 2.

| | V0864 | V2044 |
|--------------------------------------|-------|-------|
| Comprimento das peças(cm) | 80 | 80 |
| Ângulo entre as peças | 90 | 90 |
| Largura das peças da seção dupla(cm) | 2,2 | 2,2 |
| Largura da peça da seção simples(cm) | 4,4 | 4,4 |
| Altura das peças(cm) | 15 | 17 |
| Número de pregos por face | 08 | 20 |
| Tipo de prego utilizado | 24x60 | 20x42 |
| Diâmetro dos pregos(mm) | 6,4 | 4,4 |
| Comprimento dos pregos(mm) | 138 | 96 |

5.4.5 Série V2: Ensaio dos modelos V0864 e V2044

Nesta etapa foram ensaiados dois outros modelos de estrutura do tipo V, com o objetivo de obtenção de dados a respeito do comportamento do modelo com uma ligação semi-rígida submetida a esforços combinados (momento fletor, força normal e força cortante), em substituição aos resultados dos modelos V2027 e V0644 que não forneceram resultados coerentes para as curvas de momento fletor por giro relativo.

As características dos modelos V0864 e V2044 são as mostradas na Tab. 5.16.

A Fig. 5.27 mostra um esquema dessas ligações.

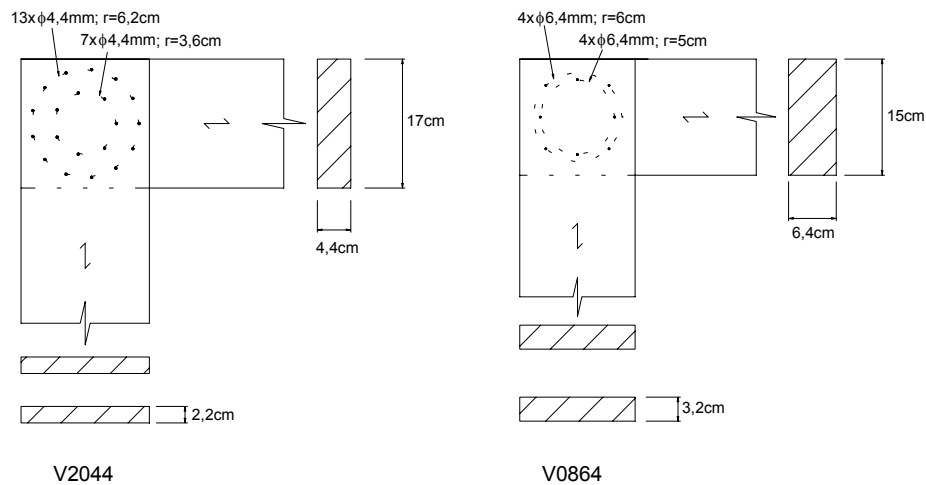


Figura 5.27: Esquema das ligações rotacionais utilizadas nos modelos tipo V da série V2.

Os ensaios foram feitos segundo o esquema mostrado na Fig. 5.15, com $a=20\text{cm}$, $b=54,45\text{cm}$ e $c=19\text{cm}$. A Fig. 5.28 mostra uma foto do ensaio do modelo V2044, com um novo método de medidas de deslocamentos, apesar do esquema anterior ter sido verificado como sendo correto para as medidas desejadas.

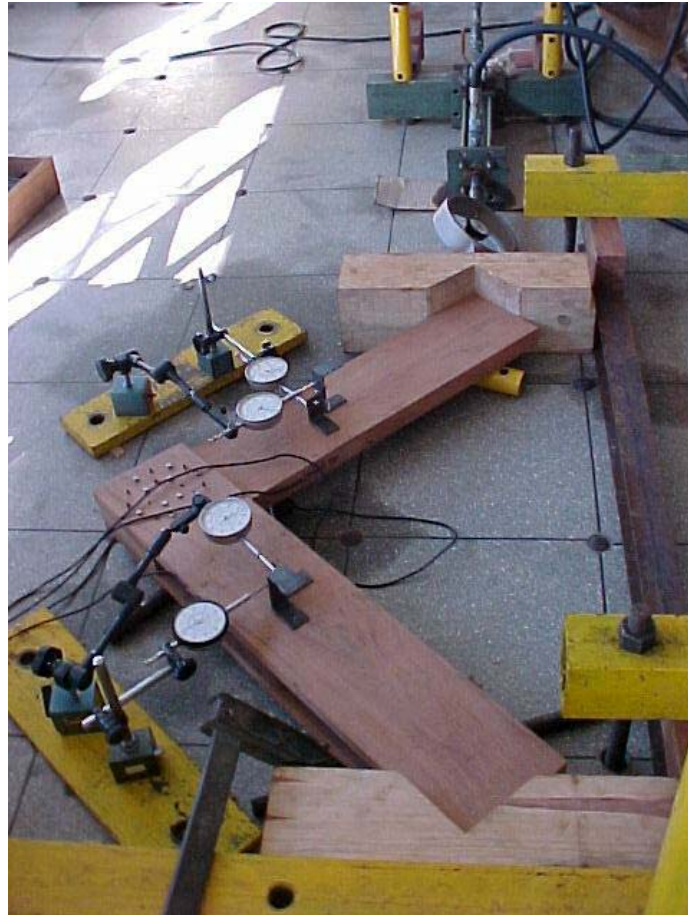


Figura 5.28: Foto do ensaio de um modelo tipo V da série V2.

Na Fig. 5.29 mostra-se um esquema dos deslocamentos medidos com os relógios comparadores ($rc1$ a $rc4$).

Segundo este esquema, o giro relativo (ϕ) pode ser calculado por meio das seguintes equações:

$$\Delta x'_B = (leit.rel.4 + leit.rel.3) \times 0,001 \times \cos \frac{\pi}{4} \quad (5.6)$$

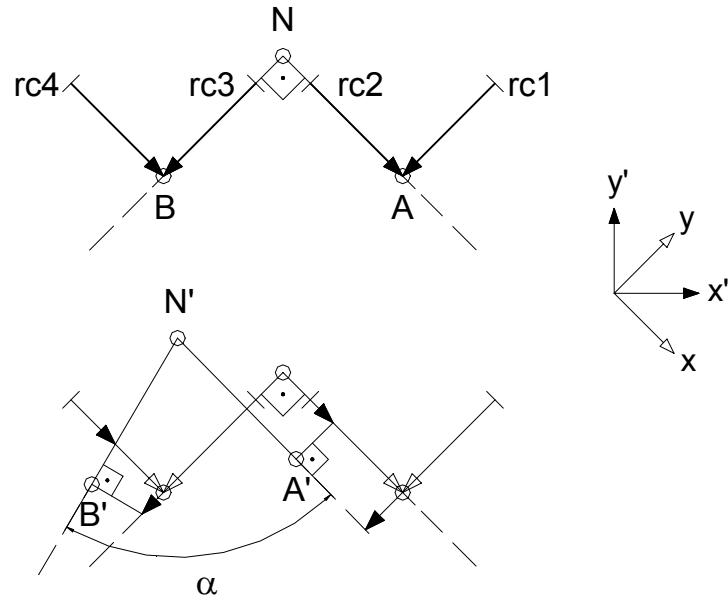


Figura 5.29: Esquema dos deslocamentos dos pontos de colocação dos relógios comparadores no esquema de instrumentação utilizado na série V1.

$$\Delta y'_B = (-leit.rel.4 + leit.rel.3) \times 0,001 \times \cos \frac{\pi}{4} \quad (5.7)$$

$$\Delta x'_A = (-leit.rel.4 + leit.rel.3) \times 0,001 \times \cos \frac{\pi}{4} \quad (5.8)$$

$$\Delta y'_A = (-leit.rel.4 + leit.rel.3) \times 0,001 \times \cos \frac{\pi}{4} \quad (5.9)$$

$$d_{A'B'} = \sqrt{\left(2 \times d_{BN} \times \cos \frac{\pi}{4} + \Delta x'_A - \Delta x'_B\right)^2 + (\Delta y'_A - \Delta y'_B)^2} \quad (5.10)$$

$$\alpha = 2 \times \arcsen\left(\frac{d_{A'B'}}{2 \times d_{BN}}\right) \quad (5.11)$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \alpha \quad (5.12)$$

As equações acima valem desde que o ângulo entre as peças seja igual a noventa graus e a distância entre os pontos B e N seja igual à distância entre os pontos A e N.

A Fig. 5.30 mostra os resultados de momento fletor por giro relativo obtidas para os modelos V0864 e V2044.

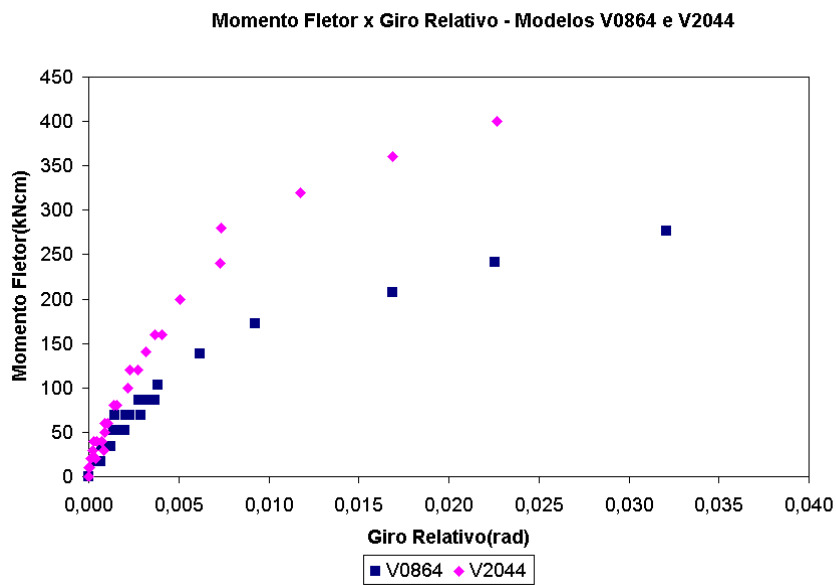


Figura 5.30: Resultados de momento fletor por giro relativo obtidos para os modelos da série V2.

Os resultados mostram que tanto a rigidez como a resistência da ligação do modelo V0864 foram menores do que as da ligação do modelo V2044. Embora o diâmetro do pino na ligação V0864 seja maior do que na ligação V2044, nesta última a quantidade de pinos foi muito maior. Observa-se que não é possível uma comparação “a priori” de ligações simplesmente comparando-se o número de pinos e o diâmetro dos pinos. Tal comparação é possível, no entanto, quando apenas um dos parâmetros da ligação varia. Observa-se que a

ligação do modelo V2044 é muito mais rígida que a ligação do modelo I2027. Este aumento de rigidez deve-se ao aumento no diâmetro dos pinos, pois a quantidade e a distribuição dos pinos é a mesma nas duas ligações, apesar do ângulo entre as peças serem diferentes.

Estas comparações permitem uma indicação de que parâmetros como o diâmetro, a quantidade e a sua distribuição dos pinos, mantida a mesma espécie de madeira, predominam sobre outras características geométricas na determinação das propriedades da ligação.

É interessante observar que a variação das características da ligação leva a diferentes relações entre a resistência e a rigidez, sem contar outras relações envolvendo outras propriedades. Assim, um dos aspectos relacionado ao estudo das ligações resistentes a momento fletor é a sua racionalização, através de um equilíbrio entre todas as características desejadas.

Neste trabalho foram utilizadas ligações com distribuição dos pinos em fileiras circulares concêntricas. Outras distribuições foram avaliadas considerando-se a distribuição e direção das forças induzidas nos pinos em relação à direção das fibras da madeira. Porém, esta distribuição foi adotada pela sua facilidade de cálculo e de execução, levando-se em consideração ainda os objetivos do programa experimental neste trabalho. Aspectos como o melhor desempenho quanto ao fendilhamento provocado pelas variações dimensionais da madeira não foram considerados. Esses aspectos devem ser considerados numa investigação mais específica a respeito do desempenho de ligações resistentes a momento fletor, no sentido do desenvolvimento da tecnologia de ligações. No Brasil, este assunto ainda é pouco investigado.

No próximo capítulo será dada continuidade à análise dos resultados experimentais com a sua comparação com os resultados teóricos a serem obtidos com os modelos implementados.

Capítulo 6

COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E TEÓRICOS

Neste capítulo será dada continuidade à análise dos resultados experimentais, com a comparação dos mesmos com resultados teóricos. Esta comparação tem como objetivo verificar a aplicabilidade dos modelos teóricos de comportamento das ligações, com o objetivo da construção de uma ferramenta que possa subsidiar a obtenção das propriedades das ligações resistentes a momento fletor na análise de estruturas e ainda, a investigação e esclarecimento sobre o comportamento das ligações.

Os resultados dos ensaios de ligações submetidas à compressão serão comparados com o modelo teórico adotado e implementado através do programa LIGUNIT. Os resultados dos ensaios de modelos com ligações resistentes a momento fletor serão comparados com o modelo teórico implementado através da planilha eletrônica SEMIRIG.

6.1 Análise de ligações unitárias

Nesta pesquisa tem sido denominada “ligação unitária” a ligação constituída por um único conector. Mesmo que na prática o conector nunca seja utilizado sozinho, o mesmo possui um comportamento típico que é repetido por todos os conectores da ligação, à margem de outros efeitos induzidos pelo agrupamento, que em alguns casos devem ser considerados.

Conforme já foi mencionado, a modelagem das ligações unitárias tem como objetivo a obtenção da relação entre a força aplicada e o deslocamento relativo (ou deslizamento), e serve como fundamento para a modelagem de ligações resistentes a momento fletor entre outros tipos de ligação.

Para a análise teórica de ligações unitárias, está sendo proposto neste trabalho o uso do modelo teórico da viga elastoplástica em fundação elastoplástica inicialmente desenvolvido por FOSCHI(1974) e posteriormente aplicado por outros autores. A fundamentação teórica deste modelo e a sua implementação já foram apresentadas anteriormente. Este modelo foi o único modelo encontrado na literatura científica que fornece uma forma para se descrever teoricamente o comportamento não linear da ligação ao longo de um carregamento monotônico crescente e não apenas nos estados limites últimos.

Para a verificação do modelo teórico, os resultados obtidos com o mesmo foram comparados com os resultados dos ensaios de ligação. Para que fosse possível esta comparação, os resultados dos ensaios foram convertidos para ligações unitárias típicas, o que foi feito no capítulo anterior. Dos resultados dos ensaios das ligações L2027, L0644 e L0864 foram obtidos os comportamentos das ligações unitárias L27, L44 e L64. Para a comparação com os resultados do programa LIGUNIT foram utilizados os dados das ligações unitárias L44 e L64, para a qual foram feitos ensaios de embutimento da madeira, ficando os dados da ligação L27 apenas como base de comparação.

Para a análise da ligação segundo o modelo adotado, os parâmetros necessários são os que definem o comportamento da madeira ao embutimento e do aço à compressão e à tração. Conforme já foi visto no capítulo anterior, para caracterizar o comportamento da madeira como uma fundação elastoplástica (comportamento ao embutimento) foi adotada uma curva do tipo:

$$p(x) = (P_o + K_1v(x)) [1 - \exp(-K_o v(x)/P_o)] \quad (6.1)$$

Nesta equação, p é a força distribuída na peça de madeira numa abcissa x ao longo do eixo do prego, v é o deslocamento da peça de madeira no mesmo ponto na direção perpendicular ao eixo do prego, e K_o , K_1 e P_o são os parâmetros da curva.

Para caracterizar o comportamento do aço, foi adotado um comportamento elasto-plástico perfeito, descrito por:

$$\begin{cases} \sigma = E_s \varepsilon & \text{para } \varepsilon \leq \varepsilon_o \\ \sigma = f_y & \text{para } \varepsilon \geq \varepsilon_o \end{cases} \quad (6.2)$$

onde $\varepsilon_o = f_y/E_s$, f_y é a tensão de escoamento do aço à tração ou compressão, E_s é o módulo de elasticidade do aço, ε é a deformação normal de tração ou compressão e σ é a tensão normal de tração ou compressão. Para o aço foram adotados os valores $E_s = 210.000MPa$ e $f_y = 600MPa$, tomados como sendo valores médios normalmente encontrados na literatura e confirmados por resultados de ensaios de outros pesquisadores. O valor do diâmetro do prego utilizado na análise foi o diâmetro médio real.

Para a madeira, foram adotados os valores médios obtidos no ensaio de embutimento com diâmetro 4,4mm e 6,4mm retirados da Tab. 5.9. Para o diâmetro 6,4mm foi feita a conversão dos valores para a umidade de 12%, correspondente à situação da madeira no ensaio da ligação L0864, através das fórmulas de conversão dadas pela NBR7190/1997(ABNT, 1997).

Inicialmente, como ilustração dos resultados fornecidos pelo modelo teórico de ligações unitárias, apresenta-se na Fig. 6.1 os comportamentos da ligação unitária L44 nas direções paralela e perpendicular às fibras obtidos com o programa LIGUNIT. Os resultados teóricos apresentam coerência com os resultados dos ensaios de embutimento ao mostrar que o comportamento da ligação é influenciado pelo o comportamento da madeira ao embutimento quanto ao aspecto da curva.

Na Fig. 6.2 apresentam-se os resultados de deslocamento ao longo do eixo do pino para metade da ligação L44. O valor absoluto dos deslocamentos do pino em cada peça deve ser lido em relação à sua posição inicial em cada peça indicadas no gráfico com os segmentos de reta, em conformidade com o sistema de referência adotado na modelagem, que concorda com o comportamento real da ligação. Pode-se observar que o aspecto do pino deformado é semelhante ao observado no corpo de prova após o ensaio de ligação, mostrado na foto da Fig. 5.13, observando-se apenas que no corpo de prova real mostrado na referida foto houve a formação de rótulas plásticas, a um nível de carregamento alto.

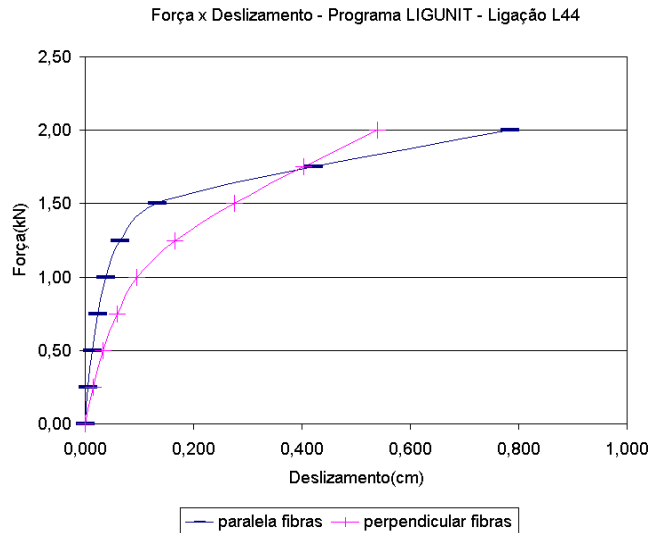


Figura 6.1: Comportamentos de uma ligação unitária nas direções paralela e perpendicular às fibras obtidos com o programa LIGUNIT.

As análises teóricas feitas acima ilustram a aplicação do modelo de ligações unitárias na investigação e esclarecimento do comportamento das mesmas, além da aplicação, mais quantitativa, para a determinação dos parâmetros que caracterizam a ligação.

Na sequência, as Fig. 6.3 e 6.4 mostram os resultados obtidos para as ligações L44 e L64 a partir dos resultados do programa experimental e partir da modelagem com o programa LIGUNIT.

Os resultados mostram que para a ligação L44, a curva obtida com o programa LIGUNIT encontra-se relativamente afastada dos resultados obtidos experimentalmente, indicando uma ligação menos resistente e principalmente, menos rígida do que a real.

Em vista deste resultado, foi feita a verificação do programa LIGUNIT e da formulação do modelo. Durante a verificação da formulação, os resultados obtidos com a mesma foram comparados com os resultados obtidos com o modelo de KUENZI(1955), que corresponde ao modelo de FOSCHI(1974), implementado através do programa LIGUNIT, particularizado para o âmbito linear. Os resultados de rigidez da ligação obtidos com o modelo de KUENZI analiticamente e o modelo de FOSCHI através do programa LIGUNIT particularizado para o âmbito linear de análise foram idênticos. Ambos os modelos

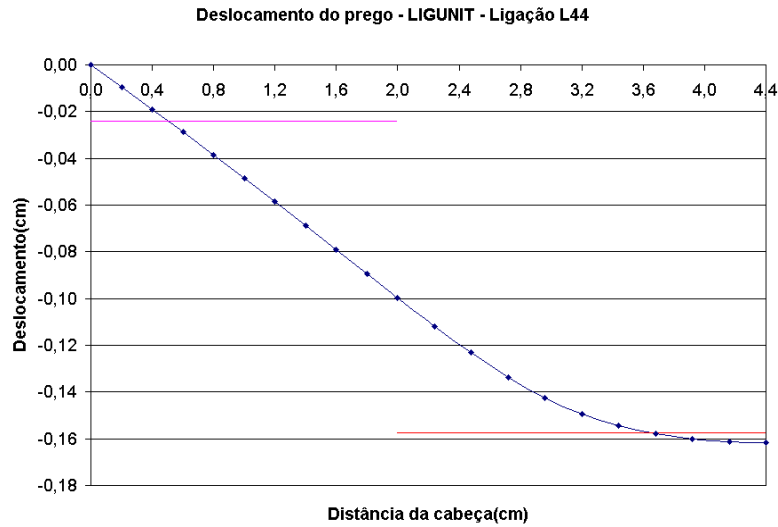


Figura 6.2: Forma deformada do prego em uma ligação unitária obtida com o programa LIGUNIT.

fundamentam-se no mesmo comportamento da madeira como fundação de Winkler, o que poderia levantar um questionamento a respeito da validade da aplicação desta teoria à madeira. No entanto, investigações experimentais realizadas por FOSCHI e por outros autores que aplicaram o mesmo modelo, como HUNT e BRIANT(1990), levaram à confirmação do modelo. Assim sendo, a causa que parece ser a mais provável da diferença observada é algum fator relacionado à confecção e o ensaio dos corpos de prova, como por exemplo, a influência do diâmetro da broca empregada na pré-furação e a influência da fixação da cabeça dos pregos.

Foi também investigada a possibilidade das propriedades do aço não adotadas não corresponderem às reais. Porém, variando-se as propriedades do aço e a observando-se sua influência nos resultados, foi verificado que a variação das propriedades do aço não implicam em variações significativas nos resultados, e que, dessa forma, o comportamento da ligação é mais sensível à variação das propriedades da madeira.

Já os resultados obtidos para a ligação L64 mostraram melhor concordância dos resultados especialmente no que se refere à rigidez, o que indica a validade do modelo. É muito importante observar que além do parâmetro K_o , que influencia fortemente a rigidez da ligação, outros parâmetros do modelo são os parâmetros K_1 e P_o , que determinam a forma da curva de comportamento da ligação no trecho final. A variabilidade desses

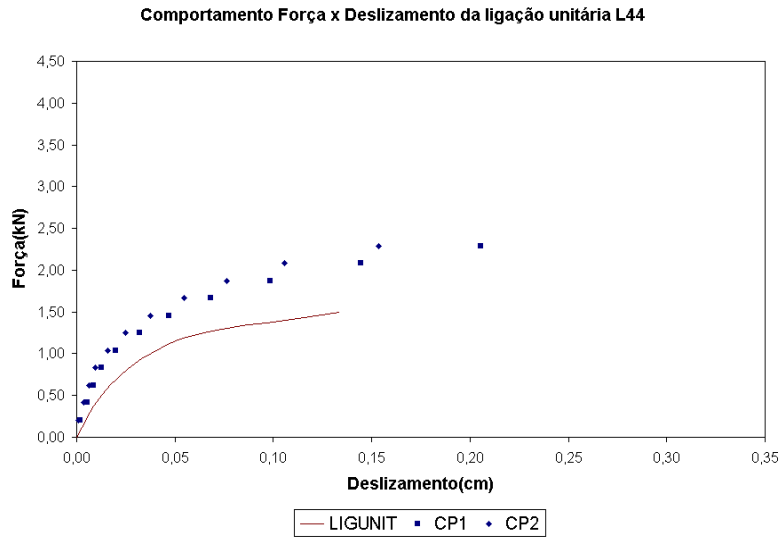


Figura 6.3: Comparação dos resultados teóricos e experimentais para a ligação L44.

parâmetros nos ensaios de embutimento foi muito grande, especialmente para os corpos de prova que empregaram o prego com diâmetro 6,4mm. Por outro lado, foi verificada uma grande sensibilidade dos resultados a esses parâmetros. Dessa forma, a falta de concordância dos resultados no trecho final da curva de comportamento da ligação pode ser explicada pela variabilidade desses parâmetros.

A confirmação da validade do modelo empregado neste trabalho e em geral o tema da modelagem de ligações unitárias requer uma investigação muito mais ampla, incluindo mais ensaios de embutimento e de ligação unitária. Os resultados obtidos permitem concluir pela validade do uso do programa LIGUNIT neste trabalho para a aplicação que lhe foi dada (a obtenção dos parâmetros das ligações nas análises de ligações resistentes a momento fletor).

A análise dos resultados dos modelos com ligações resistentes a momento fletor exige a caracterização de ligações unitárias entre peças com os mais variados ângulos entre si. Esta exigência torna a caracterização puramente experimental inviável. Assim, o programa LIGUNIT tem como função a simulação de ensaios de ligação, permitindo-se obter “a priori” o comportamento de ligações unitárias com ângulo qualquer entre as peças e em uma direção qualquer de carregamento do pino.

Neste trabalho, os resultados do programa LIGUNIT foram empregados de forma

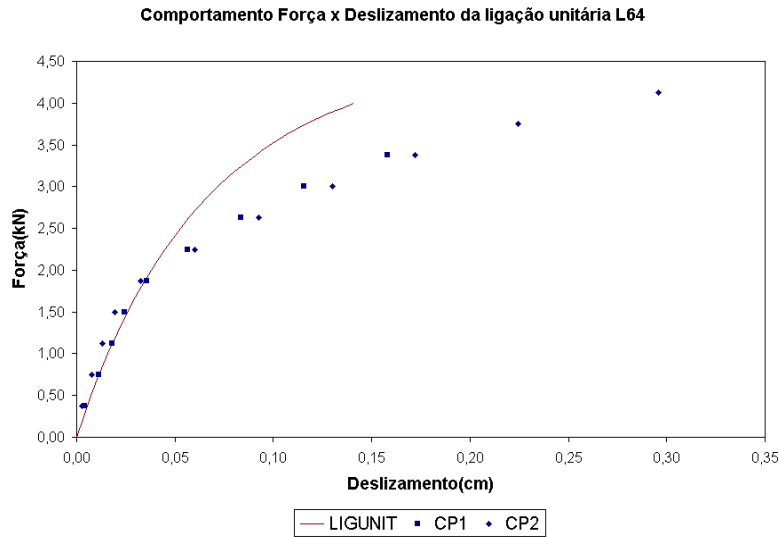


Figura 6.4: Comparação dos resultados teóricos e experimentais para a ligação L64.

criterosa para a obtenção de dados para análise de ligações resistentes a momento fletor, utilizando como referência os resultados experimentais de ensaios de embutimento e de ligação na direção paralela às fibras.

A importância do conhecimento das propriedades da madeira ao embutimento para aplicação na análise de ligações e de estruturas vem sendo demonstrada em diversas pesquisas, como por exemplo, em VALLE(1999). Dentro deste contexto, o modelo de ligações unitárias representa a “conexão” entre o estudo do comportamento da madeira ao embutimento e o estudo de ligações e de estruturas, pois, é através de um modelo desta natureza que as propriedades de embutimento da madeira são utilizadas na modelagem de ligações e conseqüentemente de estruturas, conforme fica esclarecido pelos próprios modelos teóricos desenvolvidos neste trabalho anteriormente.

A finalidade de um modelo desta natureza para a determinação do comportamento das ligações unitárias é análoga à finalidade do modelo que foi desenvolvido por ALMEIDA(1990) para a determinação da resistência de ligações unitárias (resistência de um pino) utilizando a resistência de embutimento da madeira.

Como exemplo de uso de modelos lineares mas de mesma natureza, podem ser citados KOMATSU, KARUBE, HARADA et al.(1996), que apresentam um procedimento de projeto aplicando as propriedades de embutimento da madeira na determinação das

propriedades do pino com base na teoria da fundação elástica. Esses autores apresentam ainda uma fórmula empírica que relaciona as propriedades de embutimento ao módulo de elasticidade à compressão da madeira. O Eurocode 5 (EUROPEAN..., 1993) fornece uma fórmula para o cálculo do módulo de deslizamento da ligação utilizando as propriedades de embutimento da madeira, atendendo assim às necessidades do projeto de estruturas de madeira com ligações semi-rígidas.

É possível observar ainda que no estudo da rigidez das ligações é necessária a caracterização do módulo de elasticidade do aço, além da resistência ao escoamento, que é normalmente a única a ser caracterizada.

Assim, o modelo de ligações unitárias permite o esclarecimento das lacunas a serem preenchidas no sentido do estabelecimento de métodos para a análise de ligações e de estruturas.

Pode-se concluir que apesar do tema de modelagem de ligações unitárias demandar um programa muito mais amplo de investigação experimental, o esforço no sentido de se desenvolver um modelo dessa natureza adequado às espécies brasileiras é pertinente e representa uma contribuição importante no estudo de ligações para aplicação na análise estrutural.

6.2 Análise de ligações resistentes a momento fletor

Para a análise de ligações submetidas a momento fletor, está sendo proposto neste trabalho o uso de um modelo teórico analítico que descreve o comportamento da ligação com base no comportamento dos pinos isolados porém atuando de forma conjunta e compatível mecanicamente. A fundamentação teórica deste modelo e a sua implementação já foram apresentadas em capítulo anterior.

Conforme já foi esclarecido, este modelo e modelos lineares semelhantes são amplamente empregados no meio científico para descrever o comportamento de ligações resistentes a momento fletor, provavelmente pelo equilíbrio entre simplicidade e precisão. O objetivo da aplicação deste modelo é a obtenção de uma ferramenta para descrever o comportamento de uma ligação submetida a momento fletor a partir das propriedades dos pinos. No âmbito linear, este modelo fornece a matriz de rigidez da ligação.

Com o uso deste modelo teórico, qualquer relação entre uma ação nodal e um deslocamento nodal poderia ser construída teoricamente, ou mesmo experimentalmente. No entanto, a relação que mais representa o comportamento de uma ligação resistente a momento fletor é a relação entre o momento fletor e o giro relativo.

Para cumprir o objetivo de validação do modelo teórico proposto, foram obtidos resultados teóricos com a planilha eletrônica SEMIRIG para as ligações dos modelos ensaiados, tendo sido os mesmos comparados com os resultados experimentais.

Na execução desta análise, o efeito combinado entre o momento fletor, força cortante e força normal foi desprezado. Na verdade, foi feita a analisada a influência do efeito combinado, através da construção de curvas teóricas para uma ligação com e sem a consideração da força cortante e força normal. Os resultados mostraram que as curvas obtidas com e sem a consideração do efeito combinado foram praticamente coincidentes. É importante ressaltar que esta simplificação foi feita apenas nesta etapa. No cálculo de pórticos planos com ligações semi-rígidas, utilizando o programa SEMIRIG, a inclusão do efeito combinado é feita automaticamente pois os elementos de ligações possuem os mesmos graus de liberdade dos elementos de barra.

Antes de se proceder à apresentação dos resultados teóricos, é importante ressaltar os parâmetros fornecidos ao modelo. Este modelo necessita:

- da posição geométrica dos pinos em relação a um sistema de referência local (distância r_i e ângulo A_i para cada pino i);
- das propriedades dos pinos referenciadas a um sistema de referência global (parâmetros $k_{o,X}$, $k_{o,Y}$, $k_{1,X}$, $k_{1,Y}$, $p_{o,X}$ e $p_{o,Y}$);
- da direção do eixo das peças (ou mais precisamente, das fibras da madeira) em relação ao mesmo sistema de referência global (direções n_1 e n_2 , que podem ser referenciadas à direção x).

O sistema de referência global torna-se necessário pois as peças ligadas não necessariamente formam um ângulo de 180° entre si. Por isso, não basta empregar as direções paralela e perpendicular às fibras da madeira como sistema de referência global, pois estas direções são diferentes para cada peça de madeira ligada. Como o comportamento do pino depende das propriedades da madeira nas duas peças ligadas, é muito mais prático que

Tabela 6.1: Parâmetros utilizados na análise teórica das ligações dos modelos.

| | I0644 | I2027 | V0864 | V2044 |
|------------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| Ângulo entre n_1 e x | 180 | 180 | 270 | 270 |
| Ângulo entre n_2 e x | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Parâmetro do pino típico $k_{o,X}$ | 115,34 | 35,90 | (82,04) | (83,05) |
| Parâmetro do pino típico $p_{o,X}$ | 1,15 | 0,71 | (1,64) | (0,98) |
| Parâmetro do pino típico $k_{1,X}$ | 8,15 | 2,18 | (8,88) | (14,67) |
| Parâmetro do pino típico $k_{o,Y}$ | (50,75) | (14,36) | (82,04) | (83,05) |
| Parâmetro do pino típico $p_{o,Y}$ | (0,81) | (0,53) | (1,64) | (0,98) |
| Parâmetro do pino típico $k_{1,Y}$ | (21,19) | (5,45) | (8,88) | (14,67) |

Como os pinos deslocam-se em direções diversas dependendo de sua posição na ligação, seria necessário caracterizar o comportamento do pino em muitas direções. Além disso, numa ligação resistente a momento fletor as direções das peças de madeira não são coincidentes entre si.

Como a caracterização do comportamento dos pinos em todas as direções necessárias é inviável, faz-se a caracterização do comportamento individual do pino nas direções de referência x e y empregadas para a ligação, supondo-se que a fórmula de Hankinson possa ser aplicada para a determinação do comportamento nas demais direções. Tal procedimento foi utilizado por FOSCHI(1987). As direções x e y não são necessariamente direções paralelas e perpendicular às fibras em ambas as peças, mas sim direções de referência. É muito importante observar que as peças quase sempre têm direções não coincidentes entre si, como pode ser observado na Fig. 6.5.

Procedendo-se à obtenção dos resultados teóricos, apresenta-se na Tab. 6.1 os valores dos parâmetros empregados para as propriedades dos pinos em cada uma das ligações analisadas. Estas ligações foram as empregadas nos modelos I0644, I2027, V0864 e V2044 ensaiados.

A caracterização completa do comportamento dos pinos em todas as configurações de ligação requeridas para a análise dos modelos com ligações resistentes a momento fletor demandaria duas séries de ensaios para cada modelo ensaiado. Assim sendo, neste trabalho, foi feita a opção de se obter os parâmetros necessários a partir de um modelo teórico, implementado através do programa LIGUNIT, conforme já foi esclarecido.

Dos resultados obtidos na comparação dos resultados teóricos do programa LIGUNIT e os resultados experimentais obtidos para as ligações unitárias, foi observado que o programa fornece resultados coerentes em termos qualitativos e também quantitativos,

mas que são fortemente influenciados pela variabilidade dos parâmetros referentes ao embutimento.

Assim sendo, foram utilizados na análise dos modelos com ligações resistentes a momento fletor sempre que possível os parâmetros obtidos dos ensaios de ligação, tendo sido utilizados nos demais casos critérios de estimativa baseados utilizando os resultados dos ensaios e relações entre os parâmetros em uma e outra direção fornecidas por análises feitas com o programa LIGUNIT. Na tabela acima, estão indicados entre parêntesis os valores determinados com o uso de estimativas para os parâmetros dos pinos, com base nos critérios acima.

As Fig. 6.6 a 6.9 mostram os resultados teóricos e experimentais obtidos para as ligações dos modelos I0644, I2027, V0864 e V2044. Nestes gráficos, a denominação EXP refere-se aos resultados experimentais, TR refere-se aos resultados teóricos utilizando-se os parâmetros adotados como referência, TR+ refere-se aos resultados teóricos utilizando-se os parâmetros adotados a margem de incerteza para cima, e TR- refere-se aos resultados teóricos utilizando-se os parâmetros adotados a margem de incerteza para baixo.

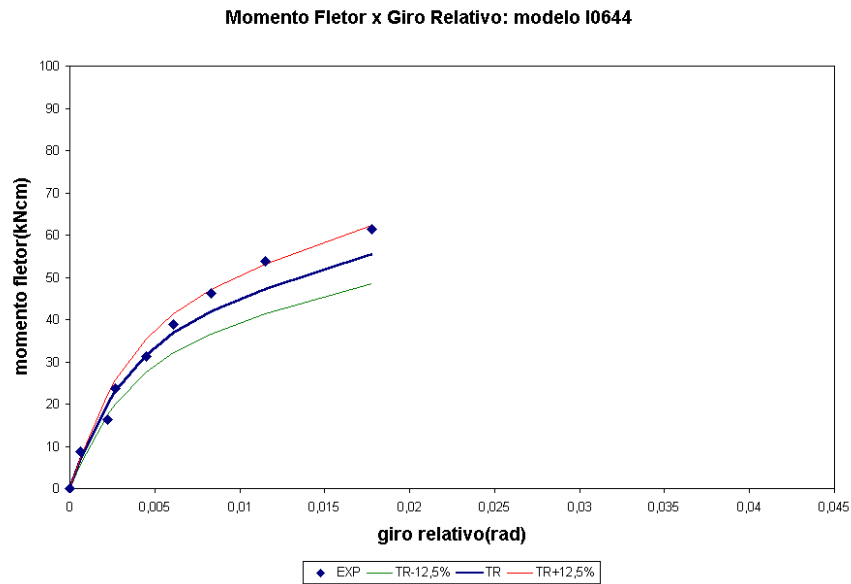


Figura 6.6: Comparação dos resultados teóricos e experimentais para o comportamento da ligação I0644.

A partir dos resultados obtidos pode-se concluir que as curvas teóricas se aproximaram dos resultados experimentais, situando-se em geral dentro da faixa delimitada pelas

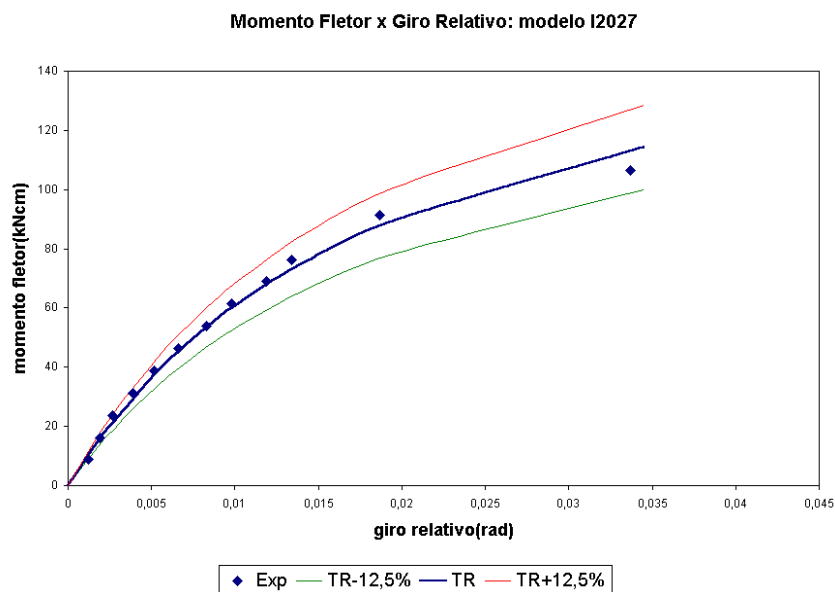


Figura 6.7: Comparação dos resultados teóricos e experimentais para o comportamento da ligação I2027.

Tabela 6.2: Capacidade portante ao momento teórica das ligações dos modelos.

| | I0644 | I2027 | V0864 | V2044 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|
| $M_u(kNcm)$ | 13 | 24 | 58 | 52 |

curvas TR+ e TR-, o que permite concluir pela validade do modelo teórico proposto. É importante lembrar que além da incerteza prevista na entrada dos parâmetros do modelo, outras fontes de imprecisões nos resultados são as simplificações e outros fatores não considerados que podem ocorrer na situação real do ensaio.

Apenas como referência, foi feito o dimensionamento das ligações resistentes a momento fletor analisadas, com base no procedimento de dimensionamento adotado e já exposto anteriormente em capítulos anteriores. Deste procedimento foram obtidas a capacidade portante da ligação (“resistência”) e a rigidez inicial. Os resultados obtidos são mostrados na Tab. 6.2.

Nesse cálculo, efetuado com auxílio da planilha eletrônica implementada para esta finalidade, cujo funcionamento já foi descrito anteriormente neste trabalho, foram considerados os fatores e coeficientes estabelecidos pela norma NBR7190/1997 (ABNT, 1997), de forma que esses valores de resistência (capacidade portante ao momento fletor) representam valores de projeto.

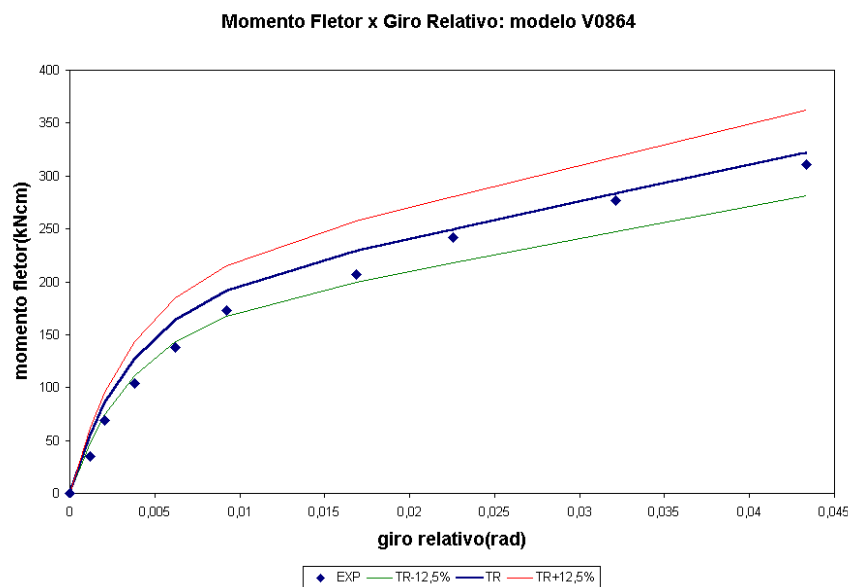


Figura 6.8: Comparação dos resultados teóricos e experimentais para o comportamento da ligação V0864.

É importante observar que a resistência das ligações resistentes a momento fletor não é um valor único, mas um conjunto de valores relacionados, dependendo da combinação de esforços solicitantes. Como exemplo, se fossem consideradas a força normal e a força cortante, a resistência da ligação V0864 cairia de 58kNcm para 55kNcm (resultado válido apenas para o esquema estático em que foi empregada). No entanto, como o comportamento ao momento fletor é o que mais comumente caracteriza a ligação, os valores mostrados na tabela acima representam a resistência da ligação em termos da capacidade portante ao momento fletor puramente. Numa situação real de projeto, todos os esforços devem ser considerados.

A implementação do modelo teórico para análise de ligações resistentes a momento fletor permite não apenas a simulação de um ensaio mas também a análise teórica e o esclarecimento de vários aspectos do funcionamento das ligações. É possível verificar que o desempenho de uma ligação é função não apenas do número de pinos e diâmetro dos pinos, mas também de sua distribuição. Este esclarecimento permite que sejam traçados alguns critérios para o dimensionamento de ligações, imaginando-se, por exemplo, que possam ser estabelecidos parâmetros que sirvam para a avaliação do grau de racionalização da ligação, levando-se em conta sua rigidez e resistência, e ainda, sua ductilidade.

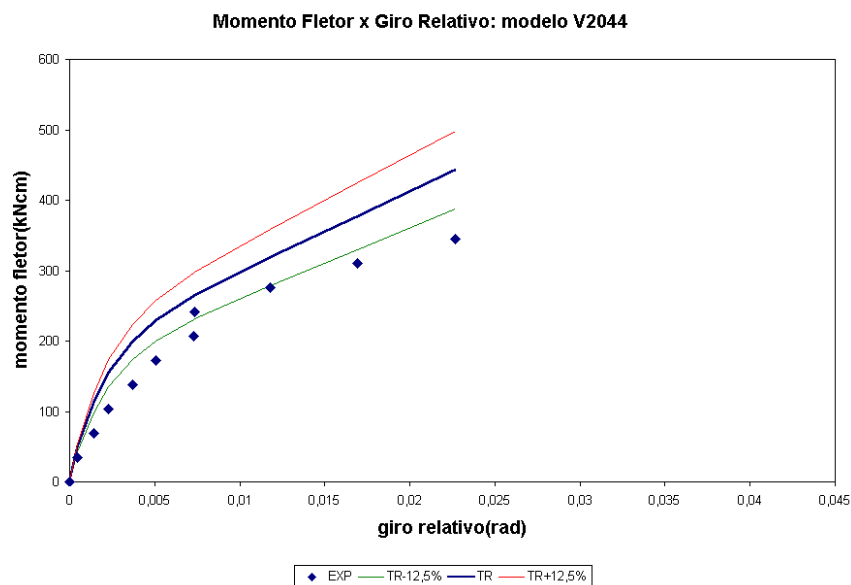


Figura 6.9: Comparação dos resultados teóricos e experimentais para o comportamento da ligação V2044.

É importante observar que o conhecimento do melhor aproveitamento da capacidade da ligação resistente a momento fletor está intimamente ligado ao conhecimento do melhor aproveitamento da capacidade de ligações unitárias, ou seja, da capacidade do pino, denotada pela norma NBR7190/1997 de $R_{vd,1}$, uma vez que o comportamento de ligações resistentes a momento fletor é naturalmente uma composição do comportamento dos pinos.

Outra observação importante é que, segundo a abordagem básica utilizada neste trabalho, a determinação das propriedades da ligação resistente a momento fletor para fins de projeto está ligada a dois aspectos que são:

- a determinação das propriedades do pino isolado;
- o estabelecimento de hipóteses e a descrição matemática do comportamento mecânico do agrupamento de pinos.

Pode-se dizer que existe um grande potencial a ser explorado dentro da área de ligações resistentes a momento fletor. O estudo de ligações resistentes a momento fletor demanda um programa muito mais amplo de investigação experimental, no entanto, a

modelagem da ligação representa uma contribuição ao esclarecimento de seu funcionamento e no avanço de procedimentos normalizados.

No próximo capítulo será dada continuidade ao desenvolvimento do trabalho com a análise paramétrica de estruturas de madeira com ligações semi-rígidas, com o objetivo de avaliar em termos quantitativos a variação do comportamento da estrutura de madeira com a variação das propriedades das ligações, com base no procedimento de análise matricial apresentado em capítulos anteriores.

Capítulo 7

ANÁLISE PARAMÉTRICA DE PÓRTICOS PLANOS COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

Neste capítulo, os modelos teóricos propostos serão aplicados na análise de pórticos planos de madeira com ligações semi-rígidas, com o objetivo de se avaliar a variação do comportamento das estruturas com a variação das propriedades das ligações e assim obter informações sobre a grandeza da influência da deformação das ligações nas estruturas.

7.1 Metodologia geral

A influência da rigidez das ligações no comportamento das estruturas pode ser avaliada qualitativamente a partir da própria descrição dada pelo modelo teórico. A análise a ser feita neste capítulo direciona-se à quantificação desta influência. O desenvolvimento desta análise foi feito em várias etapas, conforme a metodologia descrita a seguir.

Inicialmente foram analisados pórticos planos isostáticos simples com ligações de comportamento linear, reproduzindo uma análise feita por RACHER(1995.b). Nesta etapa, seguindo o mesmo procedimento utilizado pelo autor citado, será analisada a variação da curva relacionando o momento fletor na ligação e a rigidez da ligação com a variação de algumas relações adimensionais. O objetivo desta etapa da análise é verificar a concordância entre os resultados teóricos obtidos com o programa SEMIRIG e os apresentados pelo autor, e ao mesmo tempo, investigar a forma como a rigidez das ligações influencia

no comportamento da estrutura em termos de distribuição dos momentos fletores e como essa influência varia com as demais características da estrutura.

Numa segunda etapa serão analisados pórticos com geometria mais complexa e com ligações de comportamento não linear. Cada cenário a ser analisado (incluindo a geometria do pórtico e o carregamento), será obtido a partir de uma simulação de uma situação de projeto. Nesta etapa as ligações serão dimensionadas para cada situação de análise, como num processo real de projeto. O objetivo desta etapa será a observação da influência das propriedades das ligações no comportamento da estrutura, mantendo-se as características geométricas dos pórticos e variando-se as propriedades da ligação, e ainda, ilustrar a obtenção das propriedades das ligações necessárias à análise a partir das suas características.

Numa terceira e última etapa será feita a aplicação do ANSYS[®], um programa de análise de elementos finitos reconhecido, para a análise de estruturas com ligações semi-rígidas. A finalidade desta etapa será avaliar as possibilidades de modelagem deste programa e a comparação dos resultados obtidos com o modelo teórico proposto e implementado neste trabalho.

7.2 Primeira etapa de análise

7.2.1 Metodologia

A análise a ser feita nesta etapa reproduz a análise feita por RACHER(1995.b) sobre a influência das propriedades de ligações de comportamento linear na distribuição de momentos fletores em pórticos planos com dada geometria. Os pórticos analisados pelo autor citado e utilizados nesta etapa da análise são do tipo pórtico plano isostático com a geometria básica mostrada na Fig. 7.1.

Adotando-se a mesma notação que foi utilizada pelo autor citado, seja M_j o momento fletor atuante na ligação (nó) obtido através do cálculo da estrutura com as ligações consideradas semi-rígidas. Segundo o autor citado, M_j pode ser calculado através de:

$$M_j = \frac{qL^2}{8} \frac{1}{1,5 + \frac{EI_b H}{EI_c L} + 3\frac{EI_b}{K_r L}} \quad (7.1)$$

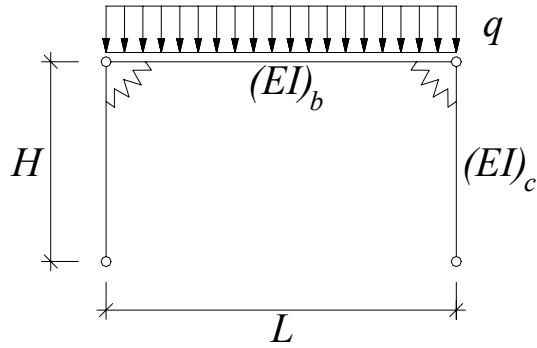


Figura 7.1: Pórtico empregado na primeira etapa da análise paramétrica.

Esta equação é proveniente do desenvolvimento do método dos deslocamentos considerando-se a ligação com uma rigidez à rotação K_r . Da equação acima também é possível deduzir que, quando a ligação for considerada rígida, o momento fletor na ligação é dado por:

$$M_{j,\infty} = \frac{qL^2}{8} \frac{1}{1,5 + \frac{EI_b H}{EI_c L}} \quad (7.2)$$

Variando-se os valores de $K_r L / EI_b$ na equação (7.1) é possível obter uma curva relacionando M_j e $K_r L / EI_b$, para valores de $a = EI_b / EI_c$ e H/L fixos. Assim, variando os valores de $a = EI_b / EI_c$ e H/L , RACHER obteve diversas curvas relacionando os parâmetros $R_M = M_j / M_{j,\infty}$ e $\beta = K_r L / EI_b$.

A mesma análise, com os mesmos dados, foi feita através do programa SEMIRIG.

7.2.2 Resultados

Da análise efetuada segundo a metodologia descrita, foram obtidos os resultados mostrados na Fig. 7.2, que são praticamente coincidentes com os obtidos por RACHER (1995.b).

Esse resultado já era esperado, pois no âmbito linear o modelo matemático implementado no programa coincide com o modelo linear da Estática das Estruturas. Foram obtidas pequenas diferenças devido ao fato de que o programa SEMIRIG considera as rigidezes das ligações em todas as direções do sistema de coordenadas global. Para que

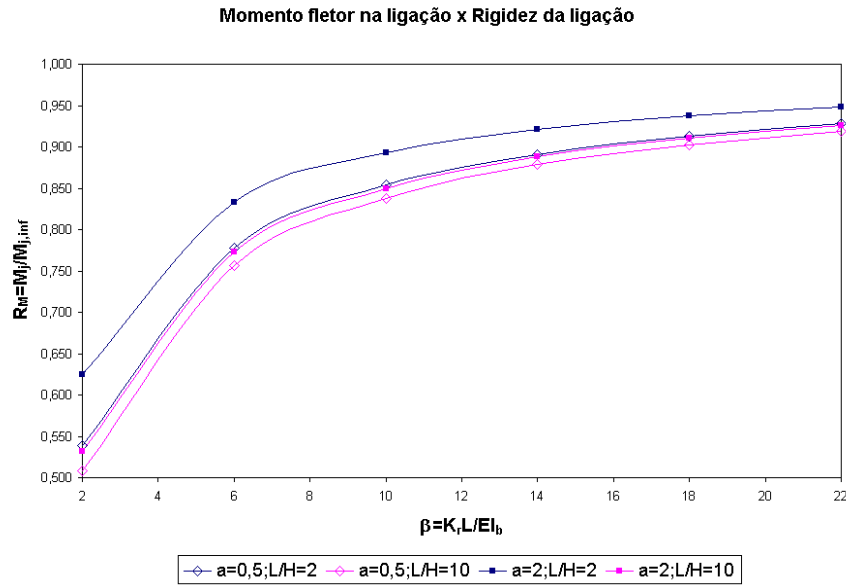


Figura 7.2: Resultados da primeira etapa da análise paramétrica.

as translações não influenciassem significativamente nos resultados, foram introduzidos valores relativamente grandes para estas rigidezes.

Nesta etapa da análise, em que está sendo considerado comportamento linear para a ligação (segundo o qual a rigidez à rotação não varia com o momento fletor atuante) está sendo ativada a opção do programa SEMIRIG para análise linear. Nesta opção, os únicos dados da ligação solicitados são as rigidezes no sentido das coordenadas globais de deslocamentos, não tendo sido fornecida nenhuma informação sobre os pinos. Dessa forma, não é necessário saber qual a configuração da ligação que fornece tais rigidezes.

Os resultados mostrados na Fig. 7.2 indicam que o comportamento da estrutura em termos da variação da distribuição de momentos fletores com a variação da rigidez à rotação da ligação não é significativamente influenciado pela variação das relações adimensionais $a = EI_b / EI_c$ e H/L . Este resultado indica que a rigidez da ligação influencia sobre a distribuição dos momentos fletores, porém a amplitude dessa influência não varia significativamente com a variação dessas relações adimensionais.

Tabela 7.1: Propriedades de embutimento da madeira utilizada na análise.

| | $K_{e0}(kN/mm)$ | $K_{e90}(kN/mm)$ | $f_{e0}(MPa)$ | $f_{e90}(MPa)$ |
|---------------|-----------------|------------------|---------------|----------------|
| Média | 39,34 | 22,88 | 44,00 | 25,38 |
| Desvio padrão | 2,524 | 9,771 | 4,264 | 4,096 |
| Coef. Var.(%) | 6,42 | 42,71 | 9,69 | 16,14 |

Fonte: VALLE(1999), p. 87,103.

7.3 Segunda etapa de análise

7.3.1 Metodologia

Nesta etapa da análise são analisados vários aspectos da influência das propriedades de ligações em estruturas, empregando-se ligações com comportamento não linear. O comportamento não linear é o comportamento real, e dessa forma foi considerado para permitir a observação dos resultados obtidos a partir do comportamento real da ligação, sem simplificações.

Posteriormente nesta mesma etapa desenvolve-se a comparação desses resultados com os resultados de uma análise linear. A matriz de rigidez tangente calculada a partir da aproximação inicial corresponde à matriz de rigidez inicial da ligação, utilizada na análise linear.

As análises foram feitas no contexto de situações fictícias mas coerentes com a realidade, portanto nessa análise foi utilizado um procedimento de projeto envolvendo inclusive o dimensionamento das ligações, até a obtenção dos esforços solicitantes e deslocamentos nos nós. O comportamento da ligação é construído pelo próprio programa SEMIRIG a cada passo iterativo a partir dos dados dos pinos.

7.3.2 Dados da madeira e dos pinos

A madeira adotada na análise foi madeira laminada colada da espécie *Eucalyptus grandis*, com umidade de 11%, com as propriedades ao embutimento mostradas na Tab. 7.1, caracterizadas por VALLE(1999) com a utilização de pino com diâmetro igual a 10mm. Para as ligações, os parafusos utilizados nas análises foram da classe ASTM A325, com propriedades mínimas especificadas pela NBR8800/86 e com as propriedades mostradas na Tab. 7.2, caracterizadas por VALLE(1999).

Tabela 7.2: Propriedades dos parafusos utilizados na análise.

| | $M_y(Nmm)$ | $f_y(MPa)$ |
|-------|------------|------------|
| Média | 149.178,02 | 962,93 |

Fonte: VALLE(1999), p. 121.

Optou-se pelo uso deste parafuso e desta espécie de madeira pois são materiais mais comumente empregados em estruturas do porte das que serão empregadas nesta análise.

O comportamento mecânico básico dos parafusos é teoricamente equivalente ao dos pregos, e por isso os modelos teóricos propostos aplicam-se da mesma forma, observando-se que na prática as diferenças inerentes ao tipo de material são naturalmente embutidas na caracterização dos parâmetros que definem o comportamento dos pinos.

Para a presente análise, a caracterização do comportamento dos parafusos foi feita por meio da utilização do modelo teórico implementado através do programa LIGUNIT, com base nas propriedades do aço e da madeira.

Os valores obtidos para os parâmetros que caracterizam o comportamento dos parafusos são valores utilizados como referência procurando-se situar o comportamento das ligações na realidade, sendo que o principal aspecto da análise paramétrica que está sendo executada neste capítulo é mostrar a influência dos parâmetros de rigidez da ligação no comportamento estrutural. Dessa forma, procura-se apresentar o desenvolvimento da análise paramétrica sem a preocupação com o procedimento de determinação dos parâmetros que determinam seu comportamento, assunto que será tratado mais adiante. Apresenta-se mais adiante uma análise da influência nos resultados da estrutura de uma margem de variação nos valores dos parâmetros que caracterizam o comportamento dos pinos.

7.3.3 Desenvolvimento da análise

Análise da influência das características da ligação em pórticos planos com a mesma geometria

Inicialmente foram analisadas estruturas com a geometria mostrada na Fig. 7.3.

Os dados das ligações foram elaborados por meio do dimensionamento das mesmas para suportar os momentos fletores obtidos do cálculo segundo o cálculo clássico (com nós rígidos). A Fig. 7.4 mostra um detalhe da geometria básica da ligação utilizada. As

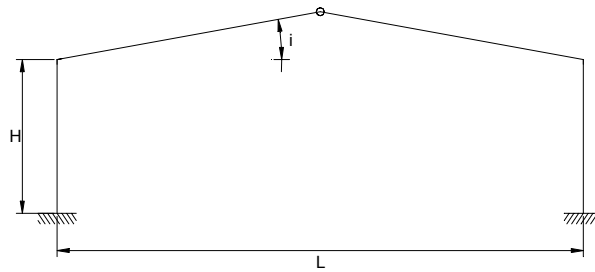


Figura 7.3: Pórtico plano utilizado na segunda etapa da análise paramétrica.

ligações são constituídas de parafusos dispostos segundo o padrão mostrado (três fileiras circulares concêntricas). Este padrão de distribuição foi escolhido por questões práticas, pois facilita a geração automática das coordenadas dos pinos, embora um padrão poligonal permita o melhor aproveitamento do espaço disponível para os pinos.

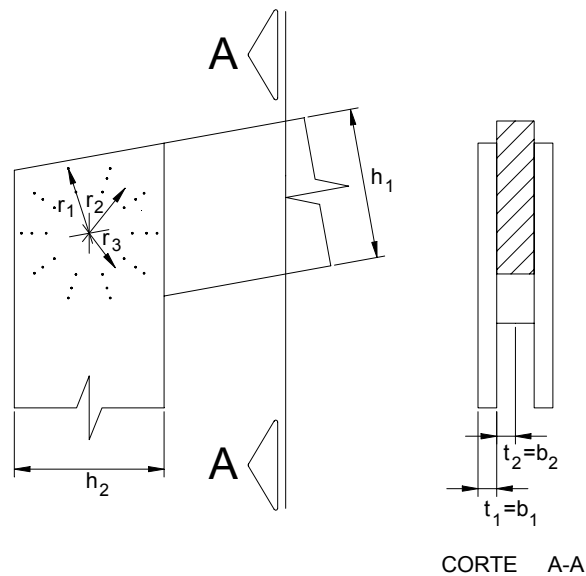


Figura 7.4: Esquema das ligações dimensionadas para a segunda etapa da análise paramétrica.

Foram analisados dois pórticos com a geometria básica mostrada na Fig. 7.3, um de pequeno porte, com 8 metros de vão, e outro de médio porte, com 16 metros de vão. Essas dimensões foram escolhidas por serem dimensões que aproximadamente delimitam

Tabela 7.3: Geometria dos pórticos analisados.

| | P08 | P16 |
|-------------------|------|------|
| $L(m)$ | 8 | 16 |
| $H(m)$ | 4 | 6,4 |
| $i(\text{graus})$ | 20 | 20 |
| $h_1(m)$ | 0,50 | 0,70 |
| $h_2(m)$ | 0,50 | 0,70 |
| $b_1(m)$ | 0,06 | 0,12 |
| $b_2(m)$ | 0,08 | 0,16 |

Tabela 7.4: Carregamentos sobre os pórticos analisados.

| | | p(kN/m) | n(kN/m) |
|------------------|-----|---------|---------|
| E. L. Último | P08 | 0,024 | 0,006 |
| | P16 | 0,028 | 0,007 |
| E. L. Utilização | P08 | 0,014 | 0,004 |
| | P16 | 0,017 | 0,005 |

os vãos de maior aplicação nas construções rurais e civis com pórticos planos.

Os pórticos planos básicos segundo a geometria mostrada na Fig. 7.3 foram denominados de P08 e P16, respectivamente com 8 e 16 metros de vão. A Tab. 7.3 mostra os dados da geometria dos mesmos.

Considerando-se a simetria da estrutura, o cálculo foi feito utilizando-se apenas metade da mesma. A ligação central foi considerada como uma articulação perfeita, e os apoios do pórtico foram representados por engastamentos perfeitos, embora estas não sejam as formas mais adequadas de representar estas ligações. Estas ligações seriam melhor representadas por elementos de ligação que descrevessem seu comportamento. A ligação central poderia ter sido representada por um elemento do tipo “GAP”, um elemento desenvolvido por SILVA e GESUALDO(1999). No entanto, este elemento não foi estudado e utilizado dada a limitação da abrangência deste trabalho.

Sobre os pórticos foram aplicadas ações calculadas segundo a norma NBR7190/1997 e NBR6123/1988, para uma situação de projeto fictícia mas coerente com a realidade, e representadas aproximadamente por um par de carregamentos distribuídos p e n . Assim sendo, foi utilizado no cálculo estrutural o esquema mostrado na Fig. 7.5.

Os carregamentos sobre os pórticos, assim determinados, encontram-se listados na Tab. 7.4.

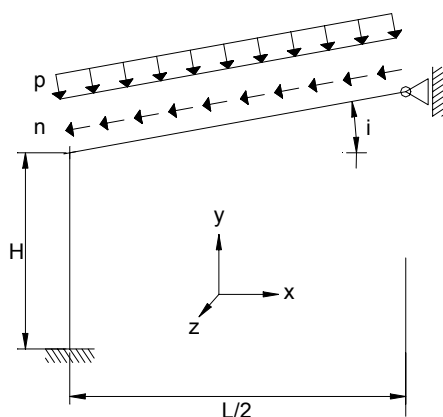


Figura 7.5: Esquema estático utilizado nas análises dos pórticos planos com barras inclinadas.

O cálculo dos pórticos planos P08 e P16 foi feito inicialmente com a consideração de ligações rígidas, com o procedimento de análise matricial usual. Com este cálculo, obteve-se que nas ligações atuam momentos fletores de cerca de 1.200kNcm para o pórtico P08 e 5.000kNcm para o pórtico P16, aproximadamente.

O procedimento seguinte foi dimensionar ligações com capacidade portante suficiente para estes momentos fletores. Para cada pórtico plano, foram dimensionadas duas configurações de ligação, para que fosse possível observar a influência da variação das características das ligações.

Para cada valor de capacidade portante ao momento fletor requerida várias configurações de ligação podem ser encontradas variando-se a quantidade e o raio de fileiras circulares concêntricas de parafusos, e ainda, o diâmetro dos parafusos. No entanto, a aplicabilidade de uma configuração está relacionada com a largura das peças disponível para a acomodação dos pinos.

Todas as ligações foram dimensionadas com o auxílio da planilha eletrônica implementada para esta finalidade, com a qual o dimensionamento de uma ligação pode ser feito rapidamente, e foram configuradas com parafusos de 10mm de diâmetro, o diâmetro empregado por VALLE (1999) na caracterização da madeira empregada ao embutimento.

A Tab. 7.5 mostra a identificação das ligações dimensionadas e os seus parâmetros. Nesta tabela, n_1 , n_2 , n_3 são o número de pregos em cada uma das três fileiras concêntricas respectivamente com raios r_1 , r_2 , r_3 , n é o número total de pregos, e b é a largura da

Tabela 7.5: Parâmetros geométricos das ligações utilizadas na análise.

| Ligação | $M_u(kNcm)$ | $K_r(kNcm/rad)$ | $r_1(cm)$ | $r_2(cm)$ | $r_3(cm)$ | n_1 | n_2 | n_3 | n | $b(cm)$ |
|---------|-------------|-----------------|-----------|-----------|-----------|-------|-------|-------|-----|---------|
| LPA0615 | 1.200 | 441.780 | 0 | 0 | 17 | 0 | 0 | 15 | 15 | 6 |
| LPA0617 | 1.500 | 625.422 | 0 | 0 | 19 | 0 | 0 | 17 | 17 | 6 |
| LPA0851 | 5.000 | 2.366.820 | 13 | 19 | 25 | 12 | 17 | 22 | 51 | 8 |
| LPA0854 | 6.000 | 2.126.140 | 14 | 20 | 26 | 13 | 18 | 23 | 54 | 8 |

seção transversal das peças ligadas (no caso da peça central, b é metade da largura, sendo o comprimento de penetração considerado para cada corte da ligação). Nesta tabela foram indicadas também a capacidade portante ao momento fletor e a rigidez inicial à rotação, apenas como referência. Este último valor é fornecido pelo próprio programa SEMIRIG em função das características da ligação, tomando a terceira componente da diagonal da matriz de rigidez tangente inicial. A rigidez à rotação é um importante parâmetro, pois pode ser utilizado como referência para a comparação de ligações.

Assim, foram calculados os pórticos variando-se a ligação e incluindo-se a ligação rígida (que na realidade poderia ser uma ligação colada).

O cálculo dos pórticos planos resulta em diagramas de esforços solicitantes com formatos típicos mostrados na Fig.7.6.

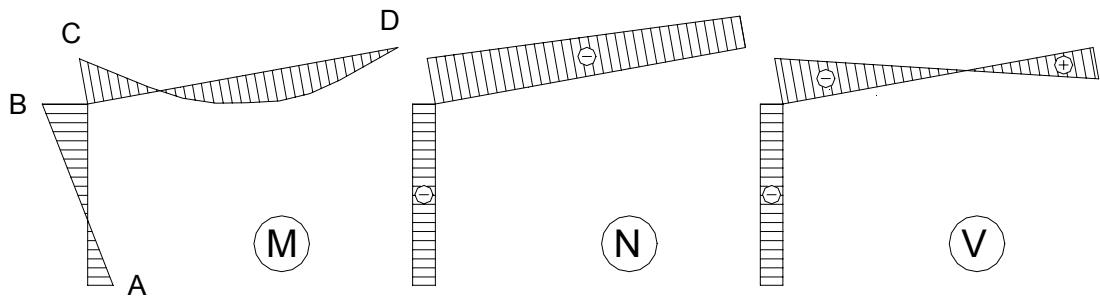


Figura 7.6: Forma dos diagramas de esforços solicitantes dos pórticos planos com barras inclinadas.

Os resultados obtidos para cada cálculo encontram-se mostrados na Tab. 7.6.

Tabela 7.6: Esforços solicitantes obtidos da análise não linear.

| Seção | Pórtico/Ligação | N(kN) | V(kN) | M(kNcm) |
|-------|-----------------|--------|--------|---------|
| A | P08/rígida | -10,48 | -5,49 | 982 |
| | P08/LPA0615 | -10,48 | -6,34 | 1.444 |
| | P08/LPA0617 | -10,48 | -6,05 | 1.289 |
| B | P08/rígida | -10,48 | -5,49 | 1.213 |
| | P08/LPA0615 | -10,48 | -6,34 | -1.090 |
| | P08/LPA0617 | -10,48 | -6,05 | -1.131 |
| C | P08/rígida | -8,75 | 7,96 | -1.213 |
| | P08/LPA0615 | -9,54 | 7,67 | -1.090 |
| | P08/LPA0617 | -9,28 | 7,77 | -1.131 |
| D | P08/rígida | -6,19 | -2,26 | 0 |
| | P08/LPA0615 | -6,99 | -2,55 | 0 |
| | P08/LPA0617 | -6,72 | -2,45 | 0 |
| A | P16/rígida | -24,44 | -14,83 | 4.423 |
| | P16/LPA0851 | -24,44 | -16,61 | 6.083 |
| | P16/LPA0854 | -24,44 | -16,90 | 6.347 |
| B | P16/rígida | -24,44 | -14,83 | 4.423 |
| | P16/LPA0851 | -24,44 | -16,61 | -4.550 |
| | P16/LPA0854 | -24,44 | -16,90 | -4.468 |
| C | P16/rígida | -22,32 | 17,88 | -5.070 |
| | P16/LPA0851 | -23,99 | 17,27 | -4.550 |
| | P16/LPA0854 | -24,25 | 17,17 | -4.468 |
| D | P16/rígida | -16,35 | -5,97 | 0 |
| | P16/LPA0851 | -18,03 | -6,58 | 0 |
| | P16/LPA0854 | -18,29 | -6,68 | 0 |

Tabela 7.7: Deslocamentos obtidos da análise não linear.

| Seção | Pórtico | $u(cm)$ | $v(cm)$ | $\theta x 10^{-3}(rad)$ |
|-------|-------------|---------|----------|-------------------------|
| B | P08/rígida | -0,1344 | -0,0057 | -0,3037 |
| | P08/LPA0615 | -0,2907 | -0,0057 | 0,3516 |
| | P08/LPA0617 | -0,2428 | -0,0057 | 0,1508 |
| C | P08/rígida | -0,1344 | -0,0057 | -0,3037 |
| | P08/LPA0851 | -0,2940 | -0,0112 | -1,498 |
| | P08/LPA0854 | -0,2455 | -0,0102 | -1,134 |
| B | P16/rígida | -0,2488 | -0,01199 | -0,1888 |
| | P16/LPA0851 | -0,4680 | -0,0120 | 0,3944 |
| | P16/LPA0854 | -0,4971 | -0,0120 | 0,4720 |
| C | P16/rígida | -0,2488 | -0,01199 | -0,1888 |
| | P16/LPA0851 | -0,4704 | -0,0155 | -1,074 |
| | P16/LPA0854 | -0,4994 | -0,0153 | -1,190 |

A Tab. 7.7 mostra os resultados de deslocamentos obtidos a partir da análise dos mesmos pórticos planos na situação de estado limite de utilização. Nessa tabela, u , v e θ são respectivamente o deslocamento na direção global x , deslocamento na direção y , a rotação (giro) em torno da direção z e o giro relativo entre as peças.

A análise destes resultados será feita mais adiante. Antes, serão analisados outros aspectos.

Comparação entre a análise linear e a análise não linear

Os mesmos cálculos realizados no item anterior foram feitos com a consideração de comportamento linear, mudando-se apenas a opção no programa para SEMIRIG para análise linear. Nesta opção, a rigidez da ligação é considerada constante e igual à rigidez inicial.

Os resultados são mostrados nas Tab. 7.8 e 7.9.

Análise da influência do tipo de pino utilizado na ligação

Nesta etapa da análise foi feita a análise do pórtico P08 com uma ligação utilizando pregos de diâmetro 6,4mm. Os resultados dos ensaios serviram como referência para a caracterização do comportamento dos pregos. Esta análise foi feita para mostrar a variação da rigidez da ligação variando-se o tipo de pino.

Para o pórtico P08, foi feito o dimensionamento de uma ligação pregada com capacidade portante para um momento fletor de 1.500kNcm, portanto equivalente à ligação

Tabela 7.8: Esforços solicitantes obtidos da análise linear.

| Seção | Pórtico | N(kN) | V(kN) | M(kNcm) |
|-------|-------------|--------|--------|---------|
| A | P08/rígida | -10,48 | -5,49 | 982 |
| | P08/LPA0615 | -10,48 | -6,08 | 1.303 |
| | P08/LPA0617 | -10,48 | -5,91 | 1.213 |
| B | P08/rígida | -10,48 | -5,49 | -1.213 |
| | P08/LPA0615 | -10,48 | -6,08 | -1.128 |
| | P08/LPA0617 | -10,48 | -5,91 | -1.152 |
| C | P08/rígida | -8,75 | 7,96 | -1.213 |
| | P08/LPA0615 | -9,30 | 7,76 | -1.128 |
| | P08/LPA0617 | -9,14 | 7,81 | -1.152 |
| D | P08/rígida | -6,19 | -2,26 | 0 |
| | P08/LPA0615 | -6,74 | -2,46 | 0 |
| | P08/LPA0617 | -6,59 | -2,41 | 0 |
| A | P16/rígida | -24,44 | -14,83 | 4.423 |
| | P16/LPA0851 | -24,44 | -16,15 | 5.652 |
| | P16/LPA0854 | -24,44 | -16,29 | 5.780 |
| B | P16/rígida | -24,44 | -14,83 | -5.070 |
| | P16/LPA0851 | -24,44 | -16,15 | -4.685 |
| | P16/LPA0854 | -24,44 | -16,29 | -4.645 |
| C | P16/rígida | -22,32 | 17,88 | -5.070 |
| | P16/LPA0851 | -23,55 | 17,42 | -4.685 |
| | P16/LPA0854 | -23,68 | 17,38 | -4.645 |
| D | P16/rígida | -16,35 | -5,97 | 0 |
| | P16/LPA0851 | -17,59 | -6,42 | 0 |
| | P16/LPA0854 | -17,72 | -6,47 | 0 |

Tabela 7.9: Deslocamentos obtidos da análise linear.

| Seção | Pórtico | $u(cm)$ | $v(cm)$ | $\theta x 10^{-3}(rad)$ |
|-------|-------------|---------|---------|-------------------------|
| B | P08/rígida | -0,1344 | -0,0057 | -0,3037 |
| | P08/LPA0615 | -0,2635 | -0,0057 | 0,2374 |
| | P08/LPA0617 | -0,2273 | -0,0057 | 0,0859 |
| C | P08/rígida | -0,1344 | -0,0057 | -0,3037 |
| | P08/LPA0615 | -0,2659 | -0,0097 | -1,289 |
| | P08/LPA0617 | -0,2294 | -0,0092 | -1,014 |
| B | P16/rígida | -0,2488 | -0,0120 | -0,189 |
| | P16/LPA0851 | -0,4528 | -0,0120 | 0,3541 |
| | P16/LPA0854 | -0,4335 | -0,0120 | 0,3027 |
| C | P16/rígida | -0,2488 | -0,0120 | -0,189 |
| | P16/LPA0851 | -0,4546 | -0,0145 | -1,011 |
| | P16/LPA0854 | -0,4354 | -0,0147 | -0,9344 |

Tabela 7.10: Esforços solicitantes obtidos da análise não linear.

| Seção | Pórtico/Ligação | N(kN) | V(kN) | M(kNcm) |
|-------|-----------------|--------|-------|---------|
| A | P08/rígida | -10,48 | -5,49 | 982 |
| | P08/LPR0648 | -10,48 | -5,99 | 1.258 |
| | P08/LPA0617 | -10,48 | -6,05 | 1.289 |
| B | P08/rígida | -10,48 | -5,49 | 1.213 |
| | P08/LPR0648 | -10,48 | -5,99 | -1.139 |
| | P08/LPA0617 | -10,48 | -6,05 | -1.131 |
| C | P08/rígida | -8,75 | 7,96 | -1.213 |
| | P08/LPR0648 | -9,22 | 7,79 | -1.139 |
| | P08/LPA0617 | -9,28 | 7,77 | -1.131 |
| D | P08/rígida | -6,19 | -2,26 | 0 |
| | P08/LPR0648 | -6,69 | -2,43 | 0 |
| | P08/LPA0617 | -6,72 | -2,45 | 0 |

parafusada LPA0617, cujas características são mostradas na Tab. 7.5. Desse procedimento, foi obtida uma ligação pregada com 48 pregos em cada face, distribuídos em duas fileiras circulares concêntricas, uma com raio igual a 19cm e 27 pregos e outras com raio igual a 15cm e 21 pregos. Esta ligação foi denominada LPR0648.

É interessante observar que ambas as ligações LPA0617 e LPR0668 possuem a mesma capacidade portante ao momento fletor, mas possuem rigidezes diferentes. Este cálculo, feito com o próprio programa SEMIRIG, resulta em uma rigidez inicial de $6,25 \times 10^5 \text{ kNcm/rad}$ para a ligação LPA0617 e $7,5 \times 10^5 \text{ kNcm/rad}$ para a ligação LPR0648.

Estes resultados mostram que apesar do parafuso ter rigidez maior que a do prego, individualmente, a rigidez da ligação pregada é muito maior, devido ao grande número de pregos. Os parâmetros da ligação pregada com a espécie *Eucalyptus grandis*, a mesma utilizada nos pórticos anteriormente analisados, foram estimados e empregados na análise para que fosse possível a comparação de resultados com a variação do pino.

A ligação pregada utilizada neste trabalho difere da ligação parafusada também porque os pregos não atravessam as três peças da ligação, sendo o corte dos pregos simples em cada lado. Supõe-se que em ambos os lados os pregos possuam a mesma distribuição. Já o parafuso atravessa todas as peças, em corte duplo. Essa diferença de continuidade é considerada nos modelos teóricos através de uma condição de continuidade, como já foi visto antes.

Os resultados obtidos para o pórtico plano P08 em estado limite último com ambas as ligações são mostrados na Tab. 7.10.

Tabela 7.11: Deslocamentos obtidos da análise não linear.

| Seção | Pórtico | $u(cm)$ | $v(cm)$ | $\theta \times 10^{-3}(rad)$ |
|-------|-------------|---------|---------|------------------------------|
| B | P08/rígida | -0,1344 | -0,0057 | -0,3037 |
| | P08/LPR0648 | -0,2291 | -0,0057 | 0,0931 |
| | P08/LPA0617 | -0,2428 | -0,0057 | 0,1508 |
| C | P08/rígida | -0,1344 | -0,0057 | -0,3037 |
| | P08/LPR0648 | -0,2310 | -0,0089 | -1,026 |
| | P08/LPA0617 | -0,2455 | -0,0102 | -1,134 |

A Tab. 7.11 mostra os resultados de deslocamentos obtidos na situação de estado limite de utilização.

Análise da influência de uma margem de variação nos parâmetros

Finalmente foi analisada a influência de uma margem de variação nos valores dos parâmetros dos pinos nos resultados finais. Para isso foi analisado o pórtico P08 com a ligação LPA100617 variando-se os parâmetros dos pinos segundo uma margem de 12,5%, superior e inferior. A aplicação dessa margem de variação de 12,5% nos parâmetros resultou numa variação em torno de 5% nos resultados finais.

Nos deslocamentos angulares, entretanto, a influência da variação dos parâmetros foi bem maior. De fato, os deslocamentos angulares são os resultados mais afetados pela variação da rigidez das ligações, conforme pode ser observado nos resultados anteriormente apresentados.

Estes resultados mostram que a margem de erro embutida na determinação dos parâmetros é amenizada nos resultados finais de forma geral, devido à dependência do comportamento da estrutura de outros parâmetros.

7.3.4 Considerações sobre critérios de projeto de ligações

Antes de se proceder à análise dos resultados obtidos nesta segunda etapa de análise, serão feitas algumas considerações sobre o projeto das ligações.

No projeto das estruturas é indispensável que a ligação seja dimensionada para ter capacidade portante para os esforços solicitantes, calculados preliminarmente com a consideração de ligações rígidas.

Neste trabalho, o método de dimensionamento de ligações resistentes a momento fletor baseia-se na verificação da condição de segurança, para todos os pinos da ligação, de que a força atuante no pino seja menor que a resistência do mesmo na direção da força.

Os valores de projeto das ações já são calculados quando se calculam as ações sobre a estrutura, dessa forma, as forças atuantes sobre os pinos já têm valores de projeto.

Já no cálculo da resistência dos pinos, feito segundo o procedimento da norma NBR7190/1997, item 7, devem ser calculados os valores de projeto para a resistência ao embutimento e para a resistência de escoamento do aço do parafuso.

Para a determinação da resistência ao embutimento da madeira aplicam-se os coeficientes de modificação e os fatores de ponderação sobre a resistência de embutimento da madeira, no caso, sobre os valores f_{e0} e f_{e90} , correspondentes à situação de projeto adotada.

Ocorre que apenas as propriedades de resistência da madeira ao embutimento não são suficientes para o dimensionamento da ligação. No processo de dimensionamento, segundo o método adotado, são empregados os valores de rigidez inicial dos pinos nas direções de referência, necessários para a determinação da distribuição das forças na ligação.

A norma NBR7190/1997 não fornece nenhuma disposição a respeito do cálculo da rigidez das ligações. O Eurocode 5 (EUROPEAN..., 1993), por outro lado, dispõe que nos cálculos referentes às situações últimas de projeto, sejam empregados os valores de rigidez dos pinos denominados de K_u , e para os cálculos referentes às situações de utilização de projeto, que sejam empregados os valores de rigidez dos pinos denominados de K_{ser} .

Neste trabalho, para o dimensionamento de ligações, foram aplicados sobre as propriedades de rigidez da madeira ao embutimento os mesmos coeficientes de modificação que são aplicados a outras propriedades de rigidez da madeira, como critério técnico. Neste trabalho, por simplificação, a rigidez dos pinos utilizada para efeito de dimensionamento da ligação é a rigidez inicial. Uma vez que os pinos comportam-se de forma não linear, o correto seria utilizar o valor de rigidez de cada pino no nível de carregamento correspondente à capacidade portante da ligação, no entanto, tal procedimento implicaria num processo iterativo demasiadamente complexo para o procedimento de dimensionamento da ligação.

A deformação da ligação implica na diminuição do momento fletor na ligação em relação ao cálculo clássico com nós rígidos, o que implica que a ligação pode ser redimensionada para este valor.

Contudo, esse procedimento não necessariamente resulta na melhora do projeto. Uma outra condição importante no projeto é que a ligação apresente rigidez adequada para a situação de projeto, uma vez que as ligações podem ter diferentes relações entre capacidade portante e rigidez.

Para que seja garantida esta condição deve ser verificada a segurança da estrutura nos estados limites considerando-se as propriedades de rigidez da ligação.

Neste trabalho, assim como foi feito para o dimensionamento de ligações, foram aplicados sobre as propriedades de rigidez da madeira ao embutimento os mesmos coeficientes de modificação que são aplicados a outras propriedades de rigidez da madeira.

É importante observar que durante a vida útil da estrutura, as ações acidentais fazem com que a estrutura e conseqüentemente as ligações sejam sucessivamente carregadas e descarregadas. O comportamento não linear elastoplástico da madeira e do aço implicam que o histórico do carregamento seja considerado. Neste trabalho, o comportamento das ligações determinado experimentalmente e modelado teoricamente representa o comportamento sob carregamento relativamente rápido e crescente. Para efeito de projeto, na falta de investigações e resultados sobre o assunto, admite-se que o efeito da possível diminuição da rigidez da ligação devido ao comportamento elastoplástico da madeira seja considerado nos coeficientes de modificação das propriedades da madeira estabelecidos pela norma, assim como o efeito de seu comportamento visco-elástico. Esta consideração é bastante razoável, considerando-se ainda que os procedimentos de dimensionamento limitam o funcionamento da ligação a um nível de carregamento correspondente a um comportamento predominantemente elástico.

7.3.5 Sobre a determinação dos parâmetros dos pinos utilizados no projeto de estruturas de madeira com ligações semi-rígidas

Conforme foi mencionado anteriormente, o principal aspecto tratado na análise paramétrica feita neste capítulo é a influência das propriedades mecânicas das ligações no comportamento das estruturas, tendo sido apresentado o desenvolvimento da análise paramétrica sem a preocupação com o procedimento de determinação do comportamento dos pinos e os valores dos parâmetros que determinam seu comportamento.

Neste item procura-se esclarecer o procedimento de determinação dos parâmetros dos pinos a partir das propriedades da madeira ao embutimento e das propriedades do aço

do parafuso à flexão, um procedimento que no Brasil é pouco familiar aos pesquisadores e projetistas, ainda mais quando se considera o comportamento não linear da madeira.

O Eurocode 5 (EUROPEAN..., 1993) fornece fórmulas que permitem o relacionamento entre as propriedades de embutimento da madeira e o comportamento individual dos pinos (representado apenas pela rigidez dos pinos), porém, no Brasil, estas fórmulas não existem.

Inicialmente, é muito importante lembrar que em ligações resistentes a momento fletor, os pinos atravessam peças cujas direções não são necessariamente paralelas entre si, e ainda, são solicitados por forças em direções diversas. Para facilitar o procedimento de caracterização do comportamento dos pinos em uma ligação, duas direções de referência x e y , são necessárias e suficientes, considerando-se que para as outras direções possa ser aplicada a fórmula de Hankinson, como critério técnico. A Fig. 7.7 ilustra como as direções das fibras nas peças ligadas relacionam-se com as direções de referência e portanto como influenciam na determinação dos comportamentos do pino nestas direções, expressos pelas relações entre F_x e Δ_x e entre F_y e Δ_y .

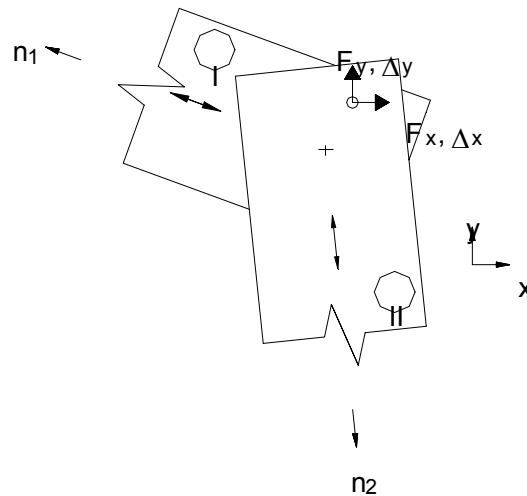


Figura 7.7: Direções de caracterização do comportamento dos pinos.

A determinação do comportamento do pino numa direção qualquer é feita automaticamente pelo programa SEMIRIG a partir dos parâmetros que caracterizam o comportamento do mesmo nas direções de referência, que são as direções do sistema de referência global da estrutura.

Tabela 7.12: Parâmetros da curva característica da madeira utilizada ao embutimento.

| Direção das fibras | $K_o(kN/cm^2)$ | $K_1(kN/cm^2)$ | $P_o(kN/cm)$ |
|--------------------|----------------|----------------|--------------|
| 0 | 110,15 | 0,03 | 2,68 |
| 90 | 64,06 | 0,19 | 1,24 |

O aspecto a ser abordado neste item é a determinação dos comportamentos dos pinos nas direções de referência.

O comportamento do pino numa direção qualquer pode ser feito experimentalmente, no entanto, dada a variabilidade dos ângulos entre as direções das fibras das peças ligadas e suas espessuras nas estruturas, é perfeitamente justificável a elaboração de um procedimento teórico para esta determinação. Este procedimento teórico tem a função de fazer a conexão entre as propriedades da madeira ao embutimento e do aço à flexão com o comportamento final do pino, função cumprida neste trabalho pelo modelo teórico de ligações unitárias implementado através do programa LIGUNIT.

Assim sendo, para a execução da análise paramétrica, o comportamento dos parafusos e pregos foram determinados utilizando as propriedades da madeira ao embutimento e do aço à flexão, inseridas como dados no programa LIGUNIT.

No caso das ligações feitas com parafusos, os valores característicos das propriedades obtidos dos ensaios de embutimento feitos por VALLE(1999) foram transformados nos parâmetros que descrevem o comportamento da madeira ao embutimento, descrito neste trabalho por uma curva do tipo:

$$p = (P_{o,\alpha} + K_{1,\alpha}v) \left[1 - \exp\left(-\frac{K_{o,\alpha}}{P_{o,\alpha}}v\right) \right] \quad (7.3)$$

Para isso foi utilizado não apenas o valor de K_e caracterizados pela autora citada, mas também parâmetros obtidos graficamente das curvas resultantes dos ensaios apresentadas pela autora citada. Os resultados obtidos são mostrados na Tab. 7.12.

Aos resultados numéricos obtidos com o programa LIGUNIT foram ajustadas curvas supondo-se que o comportamento do pino seja descrito por:

$$F = (p_o + k_1\Delta) \left[1 - \exp\left(-\frac{k_o}{p_o}\Delta\right) \right] \quad (7.4)$$

Dessa forma foram obtidos os parâmetros k_o , k_1 e p_o , que caracterizam o comportamento dos pinos e que foram inseridos como dados no programa SEMIRIG. É importante observar que o parâmetro k_o representa a rigidez inicial do pino, e é o único parâmetro utilizado no caso de análise não linear, quando o comportamento do pino é descrito por:

$$F = k_o \Delta \quad (7.5)$$

Este parâmetro é utilizado para a obtenção das rigidezes iniciais da ligação, especialmente a rigidez rotacional (K_z), que servem como base de comparação entre ligações quanto à rigidez.

A Fig. 7.8 mostra a representação gráfica das curvas adotadas e a situação física a que correspondem.

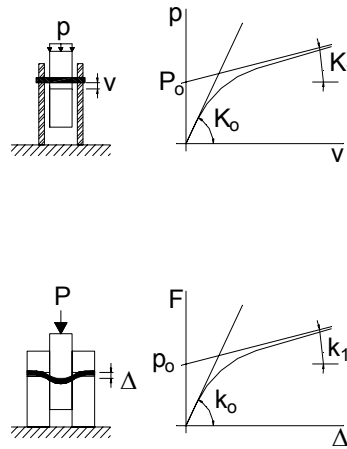


Figura 7.8: Esquema: (a) do comportamento da madeira ao embutimento; (b) do comportamento da ligação.

Os parâmetros resultantes do ajuste das curvas são mostrados na Tab. 7.13. Nesta tabela, a ligação unitária LPA06 refere-se ao comportamento do parafuso nas ligações LPA0615 e LPA0617, e a ligação unitária LPA08 refere-se ao comportamento do parafuso nas ligações LPA0851 e LPA0854. Os parâmetros α_1 e α_2 referem-se ao ângulo entre a direção de caracterização e a direção das fibras nas peças 1 e 2 respectivamente, e os

Tabela 7.13: Parâmetros da curva característica dos parafusos utilizados.

| Ligação | Dir. | $\alpha_1(^{\circ})$ | $\alpha_2(^{\circ})$ | $t_1(cm)$ | $t_2(cm)$ | $k_o(kN/cm)$ | $k_1(kN/cm)$ | $p_o(kN)$ |
|---------|------|----------------------|----------------------|-----------|-----------|--------------|--------------|-----------|
| LPA06 | X | 270 | 20 | 6 | 6 | 48 | 0,5 | 3,8 |
| | Y | 180 | 290 | 6 | 6 | 50 | 0,5 | 4,5 |
| LPA08 | X | 270 | 20 | 8 | 8 | 53 | 0,5 | 4,0 |
| | Y | 180 | 290 | 8 | 8 | 55 | 0,5 | 4,7 |

parâmetros t_1 e t_2 referem-se às espessuras das peças 1 e 2 respectivamente.

No caso das ligações com pregos, foram utilizados os resultados obtidos dos ensaios de embutimento com o prego de mesmo diâmetro (convertidos para a unidade correspondente à situação de projeto). Os parâmetros dos pregos foram obtidos com o programa LIGUNIT segundo o mesmo procedimento.

Aos parâmetros k_o , k_1 e p_o determinados conforme descrito, foram aplicados os coeficientes de modificação e fatores de ponderação previstos pela norma NBR7190/1997. Ressalta-se que este procedimento é um critério técnico, adotado neste trabalho para fins de execução da análise paramétrica.

7.3.6 Análise dos resultados da segunda etapa de análise

Os resultados obtidos e mostrados na Tab. 7.6 e 7.7 mostram que as deformações das ligações influenciam nos resultados da análise estrutural e que a quantificação desta influência depende fortemente da caracterização das propriedades da ligação.

Em termos qualitativos, os resultados mostram que a deformação da ligação provoca uma redistribuição dos esforços solicitantes. No caso da geometria do pórtico plano analisado, houve uma diminuição do momento fletor nas ligações (seções B e C), um aumento no momento fletor máximo na viga, um aumento da força normal e força cortante na viga, com o maior sobrecarregamento da ligação articulada central (seção D), e um aumento no momento fletor e na força cortante nos engastamentos dos apoios (seção A) e um aumento na força cortante na ligação (seções B e C). Quanto aos deslocamentos, a ligação semi-rígida permite deslocamentos relativos na ligação, que modificam toda a forma deformada da estrutura, com influência muito maior sobre os deslocamentos angulares.

Em termos quantitativos, a diferença nos esforços solicitantes obtidos com a consideração de ligações rígidas e semi-rígidas foi da ordem de 10% para a geometria de pórtico analisada. Por outro lado, os resultados indicam que os deslocamentos em geral obtidos com o cálculo com ligações semi-rígidas são muito maiores que os obtidos com o cálculo com nós rígidos, sendo que a diferença pode ser da ordem de 50%.

Esse resultado mostra que os esforços solicitantes são muito menos afetados do que os deslocamentos. Em estruturas isostáticas, os esforços solicitantes não sofrem alteração com a variação da rigidez da ligação, mas os deslocamentos sim.

Diferenças da mesma ordem de grandeza foram obtidas para a ligação pregada dimensionada. De forma geral a influência das deformações das ligações é maior quanto menor for a rigidez da ligação.

Os resultados dependem da geometria do pórtico plano, sendo que a redistribuição de esforços causada por uma ligação em uma estrutura pode ser diferente do que a redistribuição causada em outra estrutura, assim como a consequência sobre os resultados de tensões e deslocamentos.

De forma geral, o cálculo com ligações semi-rígidas representa o comportamento da estrutura de forma mais próxima da realidade.

As Tab. 7.8 e 7.9 mostram que os resultados obtidos da análise linear e não linear dos pórticos diferem de cerca de 10% no máximo. É importante enfatizar que esta diferença refere-se à comparação entre as análises linear e não linear, e não entre as análises com ligações rígidas e semi-rígidas.

O momento fletor correspondente ao estado limite último da ligação é um valor correspondente a um nível de carregamento no qual a ligação ainda apresenta comportamento suavemente não linear, o que foi constatado a partir dos resultados dos ensaios de modelos. Por este motivo, é esperado que as considerações de comportamento linear e não linear das ligações levem a resultados muito próximos segundo um procedimento coerente com uma situação de projeto.

Os resultados dessa análise permitem chegar não apenas a conclusões, mas a questões importantes. Valores maiores de deslocamentos devido à consideração da influência das deformações da ligação indicam a necessidade de seções maiores do que as que seriam escolhidas segundo o cálculo usual. No entanto, a solução para a real demanda poderia ser o aumento da rigidez da ligação.

Os resultados mostram que a resistência da ligação segundo as disposições da norma NBR7190/1997 corresponde a estágio em que a ligação apresenta comportamento suavemente não linear. Assim, a limitação mais conservativa no dimensionamento da ligação implica numa maior área necessária para a acomodação dos pinos. Por outro lado, uma limitação menos conservativa permitiria o alcance de rigidezes mais baixas devido ao comportamento não linear real da ligação.

A relação entre a capacidade portante ao momento fletor e a rigidez à rotação da ligação foi demonstrada através do dimensionamento de duas ligações, uma com parafusos e outra com pregos, tendo sido obtidas diferentes rigidezes para a mesma capacidade portante ao momento fletor.

Dessa forma, esses questionamentos permitem concluir que uma elevada capacidade portante ao momento fletor e uma elevada rigidez rotacional pode levar ao melhor desempenho das ligações nas estruturas. Nesse sentido, a área de tecnologia de ligações apresenta-se como um vasto campo de pesquisa dentro da área de Estruturas de Madeira. Não se deve perder de vista que um outro requisito para a ligação tem que ser sua característica de ductilidade nas proximidades do estado limite último, por questões de segurança.

Outra questão pode ser levantada quanto ao procedimento de determinação dos parâmetros dos pinos. O Eurocode 5 (EUROPEAN..., 1993) fornece fórmulas que permitem o relacionamento entre as propriedades de embutimento da madeira e o comportamento individual dos pinos (representado apenas pela rigidez dos pinos). Porém, no Brasil, estas fórmulas não existem, conforme já foi mencionado. Os resultados quantitativos obtidos permitem formular a conclusão de que a análise linear atende às necessidades de projeto, o que implica numa simplificação no processo, e que a influência da rigidez das ligações deve ser considerada. Contudo, mesmo na esfera linear, o projeto de estruturas de madeira com ligações semi-rígidas carece de critérios técnicos e normativos para a determinação da rigidez dos pinos.

A exemplo do Eurocode 5, os critérios normativos no Brasil poderiam ser fundamentados num modelo linear com a adoção de diferentes valores de rigidez para as situações de estado limite último e estado limite de utilização para considerar o comportamento não linear dos pinos.

O modelo teórico implementado através do programa SEMIRIG representa uma ferramenta para a análise de pórticos planos com ligações semi-rígidas, principalmente

no contexto da investigação do seu comportamento, em conjunto com o modelo teórico implementado através do programa LIGUNIT.

Na determinação do comportamento individual dos pinos feita para a aplicação na análise de pórticos planos seguindo um procedimento de projeto estão envolvidas muitas incertezas decorrentes da falta de critérios de projeto que ainda não são fornecidos pela norma vigente, além da pela própria variabilidade das propriedades de embutimento da madeira e as aproximações introduzidas pelos modelos. Contudo, no presente trabalho, optou-se por executar este procedimento para que fossem levantadas as lacunas existentes. Embora com as incertezas envolvidas, os parâmetros dos parafusos e pregos foram determinados de forma a resultar em ligações com propriedades coerentes com a realidade. Assim, pode-se considerar que os resultados obtidos neste trabalho fornecem indicações válidas sobre o comportamento das estruturas com ligações semi-rígidas.

De forma geral, os resultados obtidos indicam que para os pórticos planos analisados a influência da deformação das ligações foi bastante grande, sendo mais significativa sobre os deslocamentos. Os resultados indicam que o cálculo clássico com ligações rígidas pode levar a resultados muito diferentes da realidade.

Os resultados mostram ainda que na situação de projeto a análise considerando comportamento linear dos pinos leva a resultados muito próximos da análise considerando comportamento não linear. Conclui-se pela indicação da possibilidade de se aplicar a análise linear, desde que sejam desenvolvidos critérios técnicos e normativos para subsidiar esta análise.

Conclui-se finalmente que os modelos estudados e implementados resultaram em uma contribuição para o melhor conhecimento das estruturas de madeira com ligações mecânicas semi-rígidas tanto em termos qualitativos como quantitativos.

7.4 Aplicação de um programa comercial de elementos finitos à análise de estruturas com ligações semi-rígidas

Na terceira e última etapa da análise paramétrica foi feita a análise dos mesmos pórticos planos básicos com o programa de análise estrutural ANSYS[®] (ANSYS INC.,1995), versão 5.2, com o objetivo de investigar as possibilidades de um programa comercial para a análise de pórticos planos com ligações semi-rígidas e comparar resulta-

dos com os obtidos com o programa implementado neste trabalho.

Após o estudo deste programa, foi possível concluir que se trata de um programa com muita capacidade de análise e com uma documentação muito boa. Entre os muitos tipos de elementos finitos existentes no programa inicialmente foram investigados aqueles com atributos de análise não linear e com capacidade de simular a restrição aos deslocamentos relativos especialmente angular entre dois pontos.

O objetivo da modelagem com este programa foi buscar um modelo que fosse baseado em elementos de barra e não em elementos sólidos, em conformidade com o procedimento usual de análise estrutural. O elemento que foi encontrado como sendo aquele que atendia aos objetivos da análise foi o elemento MATRIX27, cuja descrição pode ser encontrada no manual do programa (ANSYS INC., 1995). O elemento LINK 2D, que simula uma mola, não é capaz de descrever o deslocamento angular relativo, e poderia ser utilizado apenas na condição da construção de um modelo mecânico, que não era o objetivo deste trabalho.

O elemento MATRIX27 representa um elemento arbitrário com geometria indefinida, definidos por dois nós com posições iniciais coincidentes ou não, e com seis graus de liberdade por nó, sendo que no caso da análise estrutural, esses graus de liberdade são três translações e três rotações por nó. No plano, estes graus de liberdade reduzem-se a duas translações e uma rotação, os mesmos graus de liberdade do elemento de barra.

Os deslocamentos (graus de liberdade) dos nós do elemento MATRIX27 se relacionam com as ações nos mesmos através de uma matriz. Os valores de suas componentes são fornecidos pelo usuário.

No caso plano, a forma geral da matriz de um elemento de ligação é a seguinte:

$$\begin{bmatrix} KX & 0 & kxz & -KX & 0 & -kxz \\ & KY & kyz & 0 & -KY & -kyz \\ & & KZ & -kzx & -kzy & -KZ \\ & & & KX & 0 & kxz \\ & & & & KY & kyz \\ sim. & & & & & KZ \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

No caso simplificado, em que não é considerada o efeito mútuo entre as translações e a rotação, esta matriz tem a forma:

$$\begin{bmatrix} KX & 0 & 0 & -KX & 0 & 0 \\ & KY & 0 & 0 & -KY & 0 \\ & & KZ & 0 & 0 & -KZ \\ & & & KX & 0 & 0 \\ & & & & KY & 0 \\ \text{sim.} & & & & & KZ \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

Para esta análise foi utilizada a matriz de rigidez simplificada, que é normalmente utilizada em análises dessa natureza em que as propriedades das ligações são obtidas separadamente principalmente a partir de procedimentos normalizados, como o do Eurocode 5 (EUROPEAN..., 1993). Entre os autores que realizaram análises de estruturas com ligações semi-rígidas com a matriz de ligação obtida dessa forma estão KOMATSU, KARUBE, HARADA et al. (1996).

No caso do modelo implementado neste trabalho, esta matriz é construída intrinsicamente dentro do mesmo, tendo a matriz de rigidez resultante uma forma mais geral. No entanto, cabe observar que os elementos situados fora da diagonal da matriz possuem valores muito pequenos em relação aos valores situados na diagonal. Enquanto estes possuem grandeza da ordem de milhares e dezenas de milhares de unidades, os outros possuem grandeza da ordem de unidades ou décimos de unidades.

Assim sendo, a forma da matriz utilizada neste trabalho como dado para o ANSYS[®] tem a forma:

$$\begin{bmatrix}
KX & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -KX & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& KY & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -KY & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & & & KZ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -KZ \\
& & & & & & KX & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & & & & & KY & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\
& & & & & & & & & & 0 & 0 \\
sim. & & & & & & & & & & & KZ
\end{bmatrix} \quad (7.8)$$

Nessa matriz, no lugar de KX , KY e KZ são inseridas as rigidezes da ligação nas direções globais x , y e z respectivamente. Os dados para a análise com o ANSYS[®] foram obtidos para as ligações analisadas com o auxílio da planilha para dimensionamento das ligações segundo o procedimento já apresentado em capítulo anterior a partir da rigidez inicial dos pinos.

A aplicação do ANSYS[®] nesta pesquisa foi feita inicialmente sobre uma estrutura do mesmo tipo que foi empregada a primeira etapa de análise neste capítulo. Posteriormente foi feita a aplicação do procedimento sobre um pórticos analisados na seção anterior, tendo sido tomado o pórtico P08 com a ligação LPA0617, com ambas consideração de ligação rígida e semi-rígida. Os resultados foram praticamente idênticos para todos os pórticos analisados.

Esse resultado mostra que a implementação feita no programa SEMIRIG representa uma ferramenta válida para a análise de estruturas na qual o comportamento das ligações é construído a partir dos dados dos pinos, juntando numa só ferramenta a modelagem do comportamento da ligação resistente a momento fletor e da estrutura.

O programa ANSYS[®] foi empregado também para a análise da influência da deformação tangencial nos deslocamentos tendo sido obtidos resultados com diferenças da ordem de 5% entre as análises de estrutura considerando e desconsiderando esta influência.

Este resultado levou à conclusão da possibilidade de desconsideração deste efeito, pelo menos nas estruturas com as características das aqui analisadas. No ANSYS[®] a influência da deformação tangencial pode ser desconsiderada através da escolha de um fator de forma nulo (parâmetro SHEARZ).

Finalmente, aplicou-se o ANSYS[®] para a análise de um dos modelos ensaiados, o modelo V0864. As propriedades da ligação foram obtidas com auxílio da planilha de dimensionamento das ligações, a partir dos resultados dos ensaios de ligação e embutimento. Os resultados foram comparados com a análise do mesmo modelo com ligação rígida. A Fig. 7.9 mostra a forma deslocada obtida para o modelo com ligação rígida e semi-rígida para um determinado valor de força aplicada.

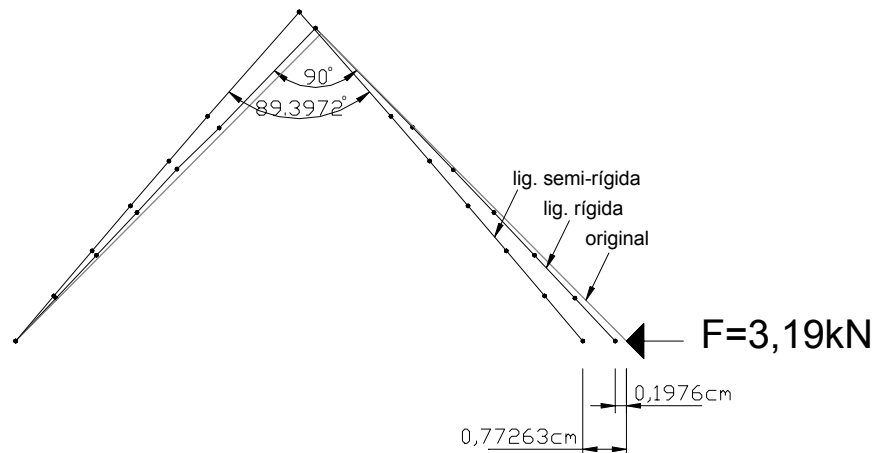


Figura 7.9: Representação gráfica dos resultados obtidos com a aplicação do ANSYS na análise de um modelo de pórtico plano ensaiado.

O valor do giro relativo obtido com a aplicação do ANSYS[®] para o mesmo valor de carga aplicada ($3,19 \text{ kN}$) foi coerente com o giro relativo obtido experimentalmente, respectivamente $0,01052$ e $0,009245 \text{ rad}$, respectivamente. A análise feita com o ANSYS[®] é linear, sendo que este valor concorda com o valor obtido no ensaio pois a este nível de força aplicada, correspondente a um momento fletor na ligação de $172,55 \text{ kNm}$, a ligação analisada comporta-se ainda de forma aproximadamente linear.

A análise feita com o ANSYS[®] revela que as deformações por flexão são as mesmas, em ambos os casos de ligação rígida e semi-rígida. Os resultados mostraram que os

deslocamentos obtidos para uma e outra análise foram diferentes, embora a distribuição de momentos fletores e tensões não tenham se alterado. O deslocamento de 0,77263cm obtido da análise com ligação semi-rígida resulta não apenas da deformação por flexão mas também do giro relativo ocorrido entre as peças. Se for descontado o deslocamento causado pelo giro relativo, o que pode ser feito através de simples relações trigonométricas, o deslocamento restante, devido à flexão, é aproximadamente igual ao deslocamento de 0,1976cm obtido da análise com ligação rígida.

Da análise feita nesta etapa conclui-se que o ANSYS representa uma ferramenta adequada para a análise de estruturas com ligações semi-rígidas, permitindo a inserção dos parâmetros das ligações resistentes a momento fletor de forma precisa. Porém, este programa requer que estas propriedades sejam conhecidas previamente.

7.5 Exemplo de aplicação em projeto

Nesta seção será apresentado um exemplo de aplicação da análise de estruturas com ligações semi-rígidas num projeto segundo a NBR7190/1997. Com este exemplo será possível visualizar todas as etapas de um projeto com a consideração da rigidez das ligações.

7.5.1 Dados da estrutura

O pórtico plano projetado neste exemplo representa uma construção com diversas possibilidades de aplicação, com as características mostradas na Fig. 7.10 e a geometria do pórtico é mostrada na Fig. 7.11.

As seções adotadas foram uma seção retangular 12cmx50cm para a barra inclinada e uma seção dupla formada por duas seções retangulares 6cmx50cm para a barra vertical.

7.5.2 Cálculo das ações

No cálculo das ações foram consideradas como ações permanentes o peso próprio e como ação acidental apenas o vento. Para este exemplo, foi considerada somente a situação de vento e aberturas na construção que resulta em sobrepessão externa, determinada com base na norma NBR6123/1988 (ABNT,1988). As combinações de ações foram feitas segundo as disposições da NBR7190/1990. As ações foram descritas em termos de cargas

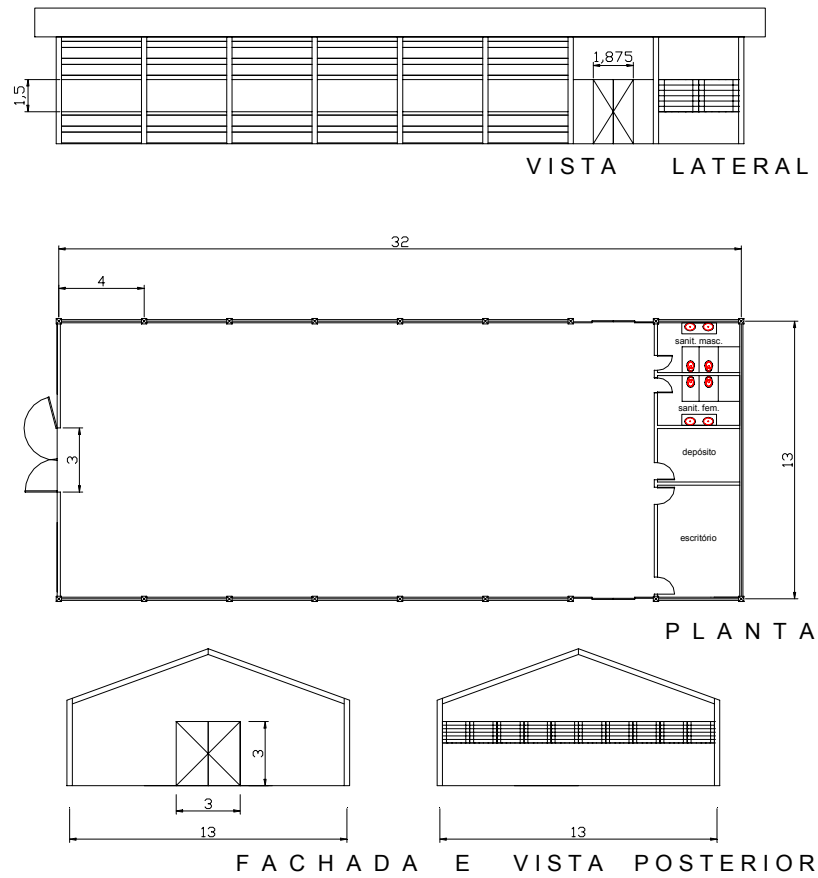


Figura 7.10: Construção utilizada no exemplo de projeto.

distribuídas nas direções paralela e perpendicular ao eixo da barra inclinada, denotadas respectivamente por p e n .

Foi adotada madeira da espécie E. Grandis com densidade igual a $640\text{kg}/\text{m}^3$ (dado retirado como referência da norma NBR7190/1997) e telha de fibrocimento com espessura 6mm. As ações combinadas resultantes são mostradas na Tab. 7.14.

Tabela 7.14: Carregamentos sobre o pórtico exemplo.

| | $p(\text{kN}/\text{m})$ | $n(\text{kN}/\text{m})$ |
|------------------|-------------------------|-------------------------|
| E. L. Último | 0,024 | 0,006 |
| E. L. Utilização | 0,014 | 0,004 |

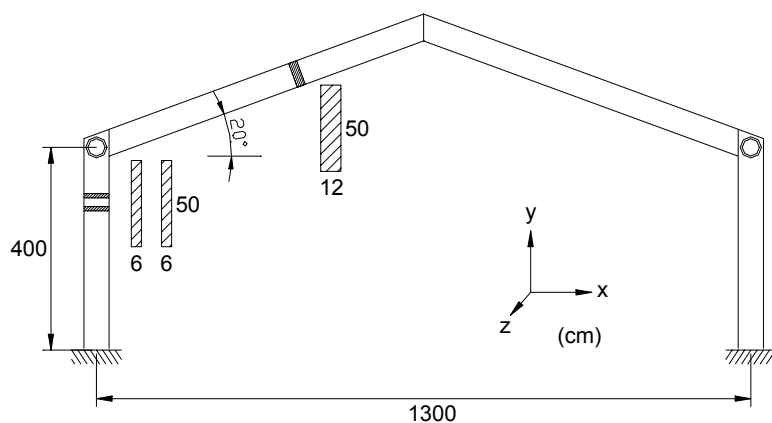


Figura 7.11: Dimensões do pórtico projetado.

Tabela 7.15: Resistências da madeira utilizada no pórtico exemplo.

| Propriedade | Valor médio(Mpa) | Valor característico(Mpa) | Valor de projeto(Mpa) |
|-------------|------------------|---------------------------|-----------------------|
| f_{c0} | 40,3 | 28,2 | 11,3 |
| f_{t0} | 70,2 | 49,1 | 15,3 |
| f_{v0} | 7,0 | 3,78 | 1,18 |

7.5.3 Propriedades da madeira

A madeira utilizada será da espécie E. Grandis com as propriedades ao embutimento mostradas anteriormente. As propriedades de projeto foram calculadas considerando-se classe de carregamento de longa duração, umidade de equilíbrio com o ambiente igual a 12% e madeira não classificada. Os valores médios das propriedades, retirados da norma NBR7190/1997 são mostrados na Tab. 7.15.

7.5.4 Cálculo dos esforços para a estrutura com ligações rígidas

Para o cálculo da estrutura foi utilizado o esquema estático mostrado na Fig. 7.5. Deste cálculo foi obtido um momento na ligação de 2.466kNcm, uma força normal de 17,02kN e uma força cortante de 12,04kN (valores correspondentes à reação da barra vertical sobre a ligação, referidos ao sistema global de referência). Estes resultados são suficientes para o dimensionamento da ligação. Os outros resultados serão mostrados posteriormente.

7.5.5 Dimensionamento das ligações

Foram empregadas ligações com parafusos de alta resistência com diâmetro 10mm, com as propriedades mostradas anteriormente. Com os dados da madeira ao embutimento e do aço conhecidos, foram obtidos os dados de comportamento dos pinos, que são os já determinados. A configuração da ligação necessária para suportar os esforços solicitantes consiste de duas fileiras concêntricas de parafusos: a primeira com raio igual a 14cm e 13 parafusos, e a segunda com raio igual a 21cm e 19 parafusos.

O dimensionamento requer a verificação dos pinos na barra vertical e na barra inclinada. Nas duas barras os esforços solicitantes referidos ao sistema de referência global são idênticos (por condições de equilíbrio). Porém, as propriedades dos parafusos (rigidez e resistência individual) são diferentes em cada peça. O parafuso solicita a madeira nas duas peças com forças resultantes idênticas mas de sentido contrário. No entanto, a resistência individual a essa força resultante é diferente em cada peça, o que requer que a verificação seja feita para todos os parafusos nas duas peças ligadas. Este procedimento foi realizado com auxílio da planilha para dimensionamento de ligações. Como a ligação é de corte duplo, a verificação é feita para metade da ligação, dividindo-se os esforços solicitantes pela metade.

7.5.6 Cálculo dos esforços solicitantes e deslocamentos para a estrutura com ligações semi-rígidas

Os resultados de esforços solicitantes obtidos são mostrados na Tab. 7.16. As seções já foram identificadas na Fig. 7.6, exceto a seção X que corresponde à seção de máximo momento fletor na barra inclinada (cujas posições foram determinadas analiticamente com base nas equações de equilíbrio da barra). Os resultados foram obtidos através do programa SEMIRIG para a análise feita com a consideração de nós rígidos (R), para a análise feita com as ligações semi-rígidas com comportamento linear (SRL), para a análise feita com os nós semi-rígidos com comportamento não linear (SRNL). A análise foi feita ainda com o ANSYS[®], tendo resultado em valores idênticos ao da análise SRL.

Para a análise com o ANSYS[®] foram utilizados $KX=3.173\text{kN/cm}$, $KY=3.349\text{kN/cm}$ e $KZ=1.113.570\text{kNcm/rad}$. Estes valores foram obtidos com o programa SEMIRIG.

Tabela 7.16: Esforços solicitantes obtidos para o pórtico exemplo.

| Seção | Esforço | R | SRL | SRNL |
|-------|---------|--------|--------|--------|
| A | N(kN) | -17,02 | -17,02 | -17,02 |
| | V(kN) | -12,04 | -12,51 | -12,71 |
| | M(kNcm) | 2.352 | 2.651 | 2.777 |
| B | N | -17,02 | -17,02 | -17,02 |
| | V | -12,04 | -12,51 | -12,71 |
| | M | -2.466 | -2.354 | -2.308 |
| C | N | -17,15 | -17,59 | -17,77 |
| | V | 11,87 | 11,71 | 11,64 |
| | M | -2.466 | 2.354 | -2.308 |
| D | N | -13,00 | -13,44 | -13,62 |
| | V | -4,74 | -4,90 | -4,97 |
| | M | 0 | 0 | 0 |
| X | N | -14,18 | -14,66 | -14,86 |
| | V | 0 | 0 | 0 |
| | M | 469 | 502 | 515 |

Tabela 7.17: Máximas relações tensão/resistência obtidas para o pórtico exemplo.

| Análise | Máxima $\frac{\sigma_c}{f_{c0,d}}$ | Máxima $\frac{\sigma_t}{f_{t0,d}}$ | Máxima $\frac{\tau}{f_{v0,d}}$ | Seção |
|---------|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------|-------|
| R | 0,46 | 0,30 | 0,26 | B |
| SRL | 0,50 | 0,33 | 0,27 | A |
| SRNL | 0,52 | 0,34 | 0,27 | A |

7.5.7 Verificações

Foram feitas verificações somente quanto às tensões na madeira e deslocamento na barra inclinada. Os valores máximos de tensão normal de tração, tensão normal de compressão e tensão de cisalhamento foram calculados com as fórmulas usuais da teoria clássica da flexão de barras para todas as análises e comparadas com as respectivos valores de resistência. Os cálculos foram feitos automaticamente através de uma planilha eletrônica. As máximas relações obtidas entre tensão e resistência são mostradas na Tab. 7.17.

Os resultados mostram que a estrutura atende em todas as seções às condições de segurança no estado limite último. Pode-se perceber que no caso da análise feita com as ligações rígidas, a seção mais crítica foi a da ligação. Segundo a análise considerando-se as ligações semi-rígidas, a seção da ligação sofre uma diminuição de tensões no entanto a seção do apoio sofre um aumento. Além disso essas relações entre as tensões e resistências foram em geral maiores.

Dos resultados obtidos conclui-se que a seção poderia ser diminuída, no entanto, é importante observar que a diminuição da seção implicaria na redução de largura para a distribuição dos parafusos, o que comprometeria o dimensionamento da ligação. Dessa forma, é natural que se adote uma peça de seção variável, com a diminuição da seção na direção do meio do vão, como já indica a bibliografia consultada sobre este tipo de estrutura.

Quanto aos deslocamentos, a norma NBR7190/1997 estabelece que a flecha limite para barras biapoiadas é igual a $L/200$, onde L é o vão da barra. Para o pórtico projetado neste exemplo, os deslocamentos analisados foram os deslocamentos perpendiculares ao eixo da barra em relação à sua posição indeformada definida por uma linha unindo suas extremidades na posição deformada.

Os deslocamentos assim definidos foram obtidos através da discretização da barra em dez trechos, para maior simplicidade nos cálculos. Os deslocamentos obtidos foram da ordem de décimos de centímetros para todos os casos, uma vez que nessa estrutura a barra tem deslocamentos positivos e negativos. O deslocamento máximo permitido segundo as disposições da norma NBR7190/1997 para o vão da barra inclinada é igual a 3,46cm. Assim sendo, pode-se considerar que a estrutura atende também a condição de segurança referente ao estado limite de utilização.

Um resultado interessante observado nessa estrutura é que na análise com ligação rígida alguns deslocamentos obtidos foram maiores do que na análise considerando-se as ligações semi-rígidas. Esse resultado pode ser explicado pela menor restrição à barra inclinada proporcionada pela deformabilidade da ligação, resultado que não pode, no entanto, ser generalizado para qualquer geometria de estrutura.

O desenvolvimento deste projeto, com a finalidade de ilustração apenas, permitiu a visualização de todas as etapas do projeto de uma estrutura com ligações semi-rígidas, tendo sido possível observar as diferenças do procedimento usual e as limitações no que se refere à determinação das propriedades das ligações. Além disso, foi possível observar as implicações da consideração da deformação das ligações nos resultados finais.

Capítulo 8

CONCLUSÕES

Apresentam-se neste capítulo as conclusões e discussões levantadas a partir das análises experimentais e teórico-computacionais executadas. Em seguida apresentam-se sugestões para futuras pesquisas.

- O processo de resolução de pórticos com a consideração das ligações semi-rígidas pode ser feito basicamente através de um modelo que inclua a contribuição das ligações. O processo de análise matricial resultante da modelagem teórica em que as ligações são tratadas como elementos independentes dos elementos de barra, constitui-se num processo muito prático para ser implementado computacionalmente. O modelo em geral apresenta uma flexibilidade muito grande podendo ser modificado e aperfeiçoado em vários pontos.
- Para as ligações resistentes a momento fletor foi utilizado um modelo analítico simplificado, um tipo de modelo largamente empregado para a análise desse tipo de ligação. Os modelos analíticos simplificados fundamentam-se na composição do comportamento dos pinos da ligação atuando em conjunto, o que é praticamente intuitivo. A aplicação do modelo trouxe um grande esclarecimento a respeito do comportamento das ligações, embora existam muitos aspectos a serem estudados.
- Os resultados do programa experimental, comparados com os resultados teóricos levaram à confirmação da validade dos modelos teóricos, embora os parâmetros inseridos envolvam uma grande incerteza no que se refere às propriedades da madeira ao embutimento. Dessa forma, pode-se concluir que os métodos analíticos simplificados

são adequados para a descrição do comportamento de ligações para uso na análise estrutural. Contudo, um programa experimental mais amplo poderá substanciar melhor a investigação dos modelos e a caracterização da madeira e dos pinos.

- Na aplicação dos modelos de comportamento de ligações unitárias e resistentes a momento fletor foi verificada a importância do conhecimento das propriedades da madeira ao embutimento. Dessa forma foi possível o esclarecimento da forma com que as propriedades da madeira ao embutimento relacionam-se com a rigidez das ligações. Além disso, pode-se concluir pela necessidade do conhecimento e familiarização com os parâmetros que definem o comportamento da madeira ao embutimento.
- A partir dos modelos teóricos aplicados na análise paramétrica de pórticos, foi possível avaliar quantitativamente a influência das propriedades das ligações nos resultados da análise da estrutura. De forma geral, as ligações podem levar a diferenças bastante significativas nos deslocamentos, embora resultem em diferenças menos significativas na distribuição dos esforços solicitantes. A influência das ligações semi-rígidas sobre os esforços solicitantes nos pórticos planos analisados foi menor que 10%, no entanto, sobre os deslocamentos essa influência foi variável chegando a mais de 50%, em relação ao cálculo com ligações rígidas. Essa influência pode ter efeitos qualitativos e quantitativos diversos, dependendo da geometria do pórtico. É interessante observar que no caso das estruturas isostáticas a distribuição de esforços solicitantes não se altera com a rigidez das ligações, mas os deslocamentos sim.
- As implicações do cálculo considerando as ligações semi-rígidas nos resultados finais depende da geometria da estrutura, podendo resultar em resultados mais ou menos conservativos. Em geral o momento fletor na ligação diminui em relação ao momento fletor obtido com o cálculo considerando as ligações rígidas. Dessa forma a ligação pode ser redimensionada e racionalizada, observando-se, porém, que a configuração da ligação determina não apenas a sua capacidade portante ao momento fletor (resistência) como a sua rigidez, e a sua rigidez afeta o comportamento de toda a estrutura.
- Com base nos modelos teóricos, é possível observar que no processo de desenvolvimento de critérios de projeto, existem dois aspectos a serem analisados: um modelo que descreva o comportamento da ligação a partir do comportamento dos pinos, e o próprio comportamento dos pinos. Da mesma forma, por exemplo, a avaliação das

fórmulas para o cálculo da resistência das ligações envolve não apenas o modelo de comportamento do pino, mas também o método de caracterização da madeira ao embutimento.

- Por meio da análise linear e não linear dos mesmos pórticos foi possível observar que a análise linear leva a resultados muito próximos dos obtidos com a não linear. Tais constatações levam à conclusão de que de qualquer forma a deformação das ligações afeta significativamente os resultados da análise estrutural, e que a análise linear pode originar um método simples e ao mesmo tempo preciso para a análise de estruturas. Ressalta-se que a diferença entre a análise linear e não linear depende do comportamento da ligação. As ligações analisadas foram dimensionadas segundo o procedimento da norma NBR7190/1997. Os resultados do programa experimental indicaram que este procedimento resulta em ligações com comportamento suavemente não linear até o seu estado limite último.
- A análise feita para o mesmo pórtico com vão de 8 metros com ligação parafusada e com ligação parafusada permitiu a observação das implicações que o tipo de pino usado traz sobre as propriedades das ligações. As ligações analisadas apresentaram diferentes valores de rigidez inicial à rotação ($6,25 \times 10^5 \text{ kNcm/rad}$ para a ligação parafusada e $7,5 \times 10^5 \text{ kNcm/rad}$ para a ligação pregada) com a mesma capacidade portante (1.500 kNm). Esse resultado mostra a maior rigidez da ligação pregada, que no entanto, necessita de um número três vezes maior de pinos, para os diâmetros adotados de prego e parafuso.
- Da aplicação do programa comercial ANSYS[®] pode-se concluir que este programa é adequado para a análise de estruturas, permitindo uma análise simples e precisa na descrição do comportamento da ligação dentro da estrutura. Contudo, a precisão em termos quantitativos depende da precisão da caracterização da matriz de rigidez da ligação.
- A influência da deformação das ligações foi analisada num contexto de projeto real de estruturas. Os resultados mostram que a demanda sobre o desempenho das ligações recai mais sobre a rigidez do que sobre a resistência (capacidade portante ao momento fletor). Nesse sentido, foi possível observar a necessidade do desenvolvimento de

ligações de ligações mais rígidas e ao mesmo tempo de comportamento dúctil, por motivos de segurança.

Para trabalhos futuros, a partir da presente pesquisa podem ser levantadas algumas sugestões:

- Sugere-se que a análise feita neste trabalho seja ampliada em cada um dos seus aspectos específicos com a execução de programas experimentais maiores inclusive com modelos de pórticos planos com geometria mais complexa em escala reduzida, no sentido da busca de maior conhecimento em termos quantitativos a respeito do comportamento das ligações e estruturas de madeira com ligações semi-rígidas.
- Um aspecto de grande importância para o estudo de estruturas com ligações semi-rígidas é a caracterização da própria ligação, em especial a ligação resistente a momento fletor, assunto pouco investigado no Brasil.
- Seria importante a realização de mais investigações sobre a relação entre a configuração geométrica da ligação resistente a momento fletor e suas propriedades, no sentido da otimização de seu desempenho em termos de rigidez principalmente.
- Além das propriedades de resistência e rigidez, o desempenho da ligação resistente a momento fletor deve ser investigado considerando-se aspectos como o fendinhamento devido a variações dimensionais da madeira ao longo do tempo, e a distribuição de tensões na região da ligação. Estes aspectos são influenciados fortemente pela distribuição dos pinos. Estas investigações contribuiriam para o melhoramento das técnicas de ligação, um assunto pouco pesquisado e divulgado no Brasil.
- Através da aplicação dos modelos à análise de pórticos planos foi possível esclarecer as lacunas existentes no processo de caracterização dos parâmetros referentes à rigidez da madeira ao embutimento e das ligações. Assim, sugere-se que sejam feitos estudos no sentido da normalização da caracterização da rigidez das ligações. O modelo linear de KUENZI(1955) tem se mostrado adequado para a determinação da rigidez de ligações, por sua simplicidade e precisão. Contudo, mais investigações são necessárias para a caracterização dos parâmetros deste modelo, e o melhor esclarecimento e familiarização dos conceitos envolvidos no modelo de comportamento da madeira como fundação elástica.

- Nesse sentido, outro tema com grande potencial de exploração é a caracterização experimental da madeira ao embutimento. Seria importante que esse estudo fosse feito em conjunto com a caracterização experimental de ligações, no sentido de somar informações sobre a relação das propriedades da madeira ao embutimento e as propriedades das ligações.

De um modo geral, a realização da análise de pórticos de madeira com ligações semi-rígidas considerando-se seu comportamento não linear permitiu uma ampla descrição do comportamento estrutural e das próprias ligações. Espera-se que a fundamentação teórica apresentada, assim como os resultados obtidos, possam contribuir para a familiarização de projetistas e pesquisadores com conceitos relacionados às ligações semi-rígidas em estruturas de madeira e para a ampliação do conhecimento a respeito do tema, e desse modo, para o desenvolvimento de ferramentas e métodos para o cálculo e o projeto de estruturas de madeira.

Capítulo 9

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS E BIBLIOGRAFIA

9.1 Referências bibliográficas

- ABNT, Rio de Janeiro. *NBR7190; projeto de estruturas de madeira*. 1997. 107 p.
- ALMEIDA, P. A. O. *Estruturas de Madeira de Grande Porte*. São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1990. (Tese, Doutorado em Engenharia de Estruturas).
- ALMEIDA, P. A. O. *Uniões pregadas de madeira*. São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1987. 141 p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Estruturas).
- ALVIM, R. C. *A resistência de pilares de madeira composta*. São Paulo: Escola Politécnica da USP, 2002. (Tese, Doutorado em Engenharia de Estruturas).
- AMERICAN FOREST AND PAPER ASSOCIATION *National Design Specification for Wood Construction; Revised 1991 Edition*. Washington, USA, 1992. 125 p.
- ANSYS INC. *ANSYS User 's manual; Revision 5.2*. Houston: 1995. 4 v. (Em formato digital no programa comercial ANSYS Help System)
- BAIÃO, L. M. R. *Contribuição ao Estudo de Ligações em Estruturas de Madeira*. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 1997. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Estruturas)
- BARTHOLOMEU, A. *Análise teórico-experimental de pórtico-treliça de madeira*. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1995. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Civil)
- BODIG, J., JAYNE, B. A. *Mechanics of wood and wood composites*. New York: Van Nostrand Reinhold, 1982. 711 p.

- BOHNHOFF, D. R. *Theoretical and User's Manual for FEAST*. Madison: University of Wisconsin, 1987 132 p.
- BONO, C. T. *Madeira laminada colada na arquitetura; sistematização de obras executadas no Brasil*. São Carlos: Universidade de São Paulo, 1996. (Dissertação, Mestrado em Arquitetura)
- BOUCHAIR, A., BOUCQUET, J. F., RACHER, P. Behaviour of moment-resisting connections. In: INTERNATIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE. *Proceedings...* New Orleans, 1996. v. 2. p. 153-160.
- CARNEIRO, O. *Construções Rurais*. São Paulo: Nobel, 1984, 11 ed. 719 p.
- CARRASCO, E. V. M., BREMER, C. F. Ligações estruturais de madeira laminada colada solicitadas a esforços combinados. In: EBRAMEM, VI. *Anais...* Florianópolis, 1998. v. 2. p. 407-418.
- CHEN, W-F. *Constitutive Equations for Engineering Materials; Elasticity and Modeling*. New York: John Wiley, 1982.
- CHEN, W. F., HAN, D. J. *Plasticity for structural engineers*. New York: Springer-Verlag, 1988.
- CRISFIELD, M. A. *Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*. New York: John Wiley, 1991.
- EHLBECK, J., LARSEN, H. J. *EUROCODE 5; design of timber structures: joints. 1991. p. 9-23*.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, Bruxelas. *EUROCODE 5; design of timber structures - part 1-1: general rules and rules for buildings*. Bruxelas, 1993. 110 p. (versão para revisão válida por três anos)
- FEODOSIEV, V. I. *Resistencia de materiales*. Moscou: Editora MIR, 1980. 583 p.
- FOSCHI, R. Load-Slip Characteristics of Nails. *Wood Science*. v. 7, n. 1, p. 69-76, 1974.
- FOSCHI, R., Analysis of wood diaphragms and trusses. Part II: Truss plate connections. *Canadian Journal of Civil Engineering*. v. 4, n. 3, p. 353-362, 1977.
- FOSCHI, R., BONAC, T. Load-Slip Characteristics for Connections with Common Nails. *Wood Science*. v. 9, n. 3, p. 118-123, 1977.
- FOSCHI, R. O., YAO, F. ROGERSON, D. Determining embedment response parameters from connectors tests. In: WORLD CONFERENCE IN TIMBER ENGINEERING, 6. *Proceedings...* Vancouver, Canada, 2000. (arquivo digital, Cód. 1.4.1).

- GÉRADIN, M., RIXEN, D. *Mechanical Vibrations; theory and applications to structural dynamics*. Paris: John Wiley and Sons, 1994. p. 314.
- GERDAU SA. Catálogo de Produtos.
- GERE, J. M., WEAVER JR., W. *Analysis of Frame Structures*. Princeton: Van Nostrand, 1965 *Apud* LI, T. Q., CHOO, B. S., NETHERCOT, D. A. Connection element method for the analysis of semi-rigid frames. *J. Construct. Steel Research*. v. 32, p. 143-171, 1995.
- GESUALDO, F. A. R. *Deformação das ligações em estruturas de madeira*. São Carlos: Universidade de São Paulo, 1987. 170 p. (Tese, Doutorado em Engenharia de Estruturas)
- GESUALDO, F. A. R., RISKWOSKI, G. L. In: INTERNATIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE. *Proceedings...* New Orleans, 1996. v. 3. p. 291-296.
- GREEN, A. E., ZERNA, W. *Theoretical Elasticity*. New York: Dover Publications, 1992. p. 4.
- GOODMAN, J. R., BODIG, J. Orthotropic Elastic Properties of Wood. *Journal of the Structural Division*. v. 96, n. ST11, p. 2301-2319, 1970.
- HIRAI, T., OHTOMO, T., WAKASHIMA, Y. Effective resistance of joints with multiple fastenings. In: WORLD CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING, 5. *Proceedings...* Montreux, Switzerland: Presses polytechniques et universitaires romandes, 1998. v. 2, p. 145-152.
- HORTON, I. *Beginning Visual C++ 6.0*. Birmingham, Canadá: Wrox Press, 1998. 1181p.
- HUNT, R. D., BRYANT, A. H. Laterally Nail Loaded Nail Joints in Wood. *Journal of Structural Engineering*. v. 116, n. 1, p. 111-124. Jan. 1990.
- IBAMA. *Legislação Florestal*. <www2.ibama.gov.br/flores/leis/leis.html> 01/05/2001.
- JENSEN, J. L., LARSEN, H. J. Modelling of semi-rigid joints and their influence on the behaviour of structures. In: WORLD CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING, 5. *Proceedings...* Montreux, Switzerland: Presses polytechniques et universitaires romandes, 1998. v. 1, p. 305-312.
- JOHANSEN, K. W. *Theory of timber connections*. Bern: International Association of Bridge and Structural Engineering, 1949. (Publ. 9).
- KAIRI, M. Diagonal laminated veneer lumber (LVL-D) gives ductility to dowel type-connections. In: INTERNATIONAL RILEM SYMPOSIUM. Stuttgart, Alemanha. *Joints in timber structures; Proceedings...*Cachan, França: RILEM Publications, 2001. p. 233-242.
- KESSEL, M. H. Portal Frames and Arches. In: BLASS, H. J. et al. *Timber Engineering -*

- Step 1.* Almere: Centrum Hout, 1995. Lecture B/14. 7 p.
- KUENZI, E. W. *Theoretical design of a nailed or bolted joint under lateral load.* Madison: Forest Products Laboratory, Forest Service, United State Department of Agriculture, 1955. 31 p. (Rep. D1951).
- KOMATSU, K., KARUBE, M., HARADA, M. et al. In: INTERNATIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE. *Proceedings...* New Orleans, 1996. v. 4. p. 523-530.
- LEIJTEN, A. J. M. Application of the tube connection for timber structures. In: INTERNATIONAL RILEM SYMPOSIUM. Stuttgart, Alemanha. *Joints in timber structures; Proceedings...*Cachan, França: RILEM Publications, 2001. p. 213-221.
- LI, T. Q., CHOO, B. S., NETHERCOT, D. A. Connection element method for the analysis of semi-rigid frames. *J. Construct. Steel Research.* v. 32, p. 143-171, 1995.
- LIVESLEY, R. K. *Matrix methods for structural analysis.* Oxford: Pergamon Press, 1964
Apud LI, T. Q., CHOO, B. S., NETHERCOT, D. A. Connection element method for the analysis of semi-rigid frames. *J. Construct. Steel Research.* v. 32, p. 143-171, 1995.
- MACÊDO, A. N., DIAS, A. A., BARATA, T. Q. F. Madeiras Tropicais da Amazônia como alternativa para aplicação em Madeira Laminada Colada (MLC). In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, 7. *Anais...* São Carlos. (em arquivo digital, tema 6, cód. 213).
- MONFORTON, G. R., WU, T. S. Matrix analysis of semi-rigidly connected frames. *Journal of the Structural Division.* v.89, n. ST-6, p. 13-42. Dec. 1963 *Apud* LI, T. Q., CHOO, B. S., NETHERCOT, D. A. Connection element method for the analysis of semi-rigid frames. *J. Construct. Steel Research.* v. 32, p. 143-171, 1995.
- PATTON-MALLORY, M., CRAMER, S. M., SMITH, F. W. et al. Nonlinear material models for analysis of bolted wood connections. *Journal of Structural Engineering.* v.123, n. 8, p. 1063-1070. Aug. 1997.
- PEREIRA, M. F. *Construções Rurais.* São Paulo: Nobel, 1976.
- PISARENKO, G. S. YÁKOVLEV, A. P., MATVÉEV, V. V. *Manual de resistencia de materiales.* primeira reimpressão Moscou, URSS: MIR, 1985. 694 p. (Trad., Original em russo)
- RILEM International Symposium in Joints in Timber Structures. 2001, Stuttgart, Alemanha. *Joints in timber Structures; Proceedings of the RILEM International Symposium.* Cachan, França: RILEM PUBLICATIONS, 2001.

- RACHER, P. Frame Corners. In: BLASS, H. J. et al. *Timber Engineering - Step 1*. Almere: Centrum Hout, 1995. Lecture D/8.
- RACHER, P. Moment Resisting Connections. In: BLASS, H. J. et al. *Timber Engineering - Step 1*. Almere: Centrum Hout, 1995. Lecture C/16.
- RODD, P. D., LEIJTEN, Ad. J. M. The bending moment capacity of DWV reinforced glulam joints. In: INTERNATIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE. *Proceedings...* New Orleans, 1996. v. 2. p. 312-317.
- RYLEY, G., GEBREMEDHIN, K. G. An empirical model for predicting the foundation modulus of wood. In: WORLD CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING, 5. *Proceedings...* Montreux, Switzerland: Presses polytechniques et universitaires romandes, 1998. v. 2, p. 862-863.
- SANTANA, C. L. O. *Vigas de Madeira com Alma em Chapa de Compensado*. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1997. 203 p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Civil).
- SANTANA, C. L. O., MASCIA, N. T. Modelagem de ligações para aplicação na análise de estruturas de madeira. In: JORNADAS SULAMERICANAS DE INGENIERIA STRUCTURAL, 24, JUBILEO PROF. JULIO RICARDONI. Punta Del Este, Uruguai, 2000. *Memorias*. Montevideo, Uruguai, 2000. 15 p. (em arquivo digital, cód. S2T91.)
- SANTANA, C. L. O., MASCIA, N. T. Modeling of semi-rigid nailed joints for application in structural analysis. In: INTERNATIONAL RYLEM SYMPOSIUM. Stuttgart, Alemanha, 2001. *Joints in timber structures; proceedings...* Cachan, França, 2001. p. 111-120.
- SANTANA, C. L. O., MASCIA, N. T. Modelagem de estruturas de madeira com ligações semi-rígidas. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, 8. *Anais...* Uberlândia, 2002. (CD ROM).
- SANTANA, C. L. O., MASCIA, N. T. Automated design of rotational connections in wooden structures. In: IBERO LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS FOR ENGINEERING, 23. *Proceedings...* Giulianova, Itália, 2002 (em CD ROM).
- SANTANA, M. L. M. *Desenvolvimento de algoritmos de subestruturação para elementos finitos*. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1997. 171 p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Civil).
- SILVA, L. L., GESUALDO, F. A. R. Elementos de contato (GAP) em estruturas de madeira

- com lâminas interligadas por pinos. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, 7. *Anais...* São Carlos. (em arquivo digital, tema 5, cód. 014).
- STAMATO, G. *Ligações em estruturas de madeira compostas por chapas de madeira compensada*. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2002. (Tese, Doutorado em Engenharia de Estruturas)
- VALLE, A. *Rigidez de ligações com parafusos em estruturas de madeira laminada colada*. São Paulo: Escola Politécnica da USP, 1999. 169 p. (Tese, Doutorado em Engenharia Civil)
- VALLE, A., LA ROVERE, H. L., FUSCO, P. B. *Influência da rigidez das ligações no comportamento de estruturas de madeira laminada colada*. In: EBRAMEM, VI. *Anais...* Florianópolis, 1998. v. 1. p. 401-412.
- VELOSO, L. A. C. M., ALVIM, R. C., ALMEIDA, P. A. O. *Avaliação Numérica do Modelo de Cálculo das Ligações Mecânicas*. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, 7. *Anais...* São Carlos. (em arquivo digital, tema 5, cód. 224).
- WILKINSON, T. L. Theoretical Lateral Resistance of Nailed Joints. *Journal of Structural Division*. v. 97, n. ST-5, p. 1381-1398. May 1971.
- WILKINSON, T. L. Analysis of Nailed Joints with Dissimilar Members. *Journal of Structural Division*. v. 98, n. ST-9, p. 2005-2013. Sept 1972.
- WILKINSON, T. L., ROWLANDS, R. E. Analysis of Mechanical Joints in Wood. *Experimental Mechanics*. v. 21, n. 11, p. 408-414. Nov. 1981.
- ZIENKIEWICZ, O. C. *Introductory lectures on the finite element method*. New York: Springer-Verlag, 1973, 99 p.

9.2 Bibliografia

- ANDRÉ, J. C. *Lições Introdutórias à Mecânica dos Sólidos Deformáveis*. São Paulo: Escola Politécnica da USP, Universidade de São Paulo, 1996. (notas de aula)
- CAMPANARI, F. A. *Teoria das Estruturas*. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1985. 4 v.
- CARRASCO, E. M., BREMER, C. F. Determinação da resistência ao embutimento em ligações estruturais de madeira laminada colada com parafusos ocos. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, 7. *Anais...* São Carlos,

2000. (em arquivo digital, tema 5, cód. 65).
- COLSON, A. Theoretical Modeling of Semi-Rigid Connections Behavior. *J. Construct. Steel Research*. v. 19, p. 213-224, 1991.
- DHATT, G., TOUZOT, G., CANTIN, G. *The Finite Element Method Displayed*. New York: John Wiley, 1985.
- FRANÇA, J. L., BORGES, S. M., VASCONCELLOS, A. C. et al. *Manual para Normalização de Publicações Técnico-Científicas*. 3. ed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 1996. 191 p.
- FREIRE, W. J. Construções Rurais. In: CORTEZ, L. A. B, MAGALHÃES, P. S. G. (Comp. *Introdução à Engenharia Agrícola*. Campinas: Editora da UNICAMP, 19 .
- GERE, J. M., WEAVER JR., W. *Análisis de Estructuras Reticulares*. Cidade do México: Continental, 1967. 535 p. (traduzido, original em inglês)
- GOLUP, G. H. *Matrix Computations*. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1996. 3 ed.
- HILSON, B. O. Joints with dowel-type fasteners - Theory. In: BLASS, H. J. et al. *Timber Engineering - Step 1*. Almere: Centrum Hout, 1995.
- INTERNATIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE, 4, 1996, New Orleans. *Proceedings...*, New Orleans. 4 v.
- KREUZINGER, H. Mechanically jointed beams and columns. In: BLASS, H. J. et al. *Timber Engineering - Step 1*. Almere: Centrum Hout, 1995.
- LEMAITRE, J., CHABOCHE, J.-L. *Mechanics of solid materials*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990. 556 p.
- MADY, F. T. M. *Conhecendo a madeira*. Manaus: SEBRAE/AM, 2000. 211 p.
- MAINIERI, C., CHIMELO, J. P. *Fichas de Características das Madeiras Brasileiras*. São Paulo: Instituto de Pesquisas Tecnológicas, 1989. 418 p. (Publicação IPT n. 1791).
- MASCIA, N. T. Considerações sobre a anisotropia da madeira. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, USP. 1991. 293 p.
- REDDY, J. N. *Energy and Variational Methods in Applied Mechanics; with an Introduction to the Finite Element Method*. New York: John Wiley, 1984, 545 p.
- STAMATO, G. *Resistência ao embutimento da madeira compensada*. São Carlos: Universidade de São Paulo, 1998. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Estruturas)
- VALLE, A., KOHLER, A. D., SZUCS, C. A., FUSCO, P. B. *Determinação do momento de plastificação dos parafusos para projeto de ligações estruturais de madeira*. In: ENCON-

TRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, 7. *Anais...* São Carlos, 2000. (em arquivo digital, tema 6, cód. 144).

VALLE, A., KOHLER, A. D., SZUCS, C. A., FUSCO, P. B. *Determinação experimental da resistência e da rigidez ao embutimento da madeira com orientação das fibras variável.* In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E ESTRUTURAS DE MADEIRA, 7. *Anais...* São Carlos, 2000. (em arquivo digital, tema 6, cód. 139).

WOODARD, A. C., MILNER, H. R. Design procedures for moment connections in plywood web box-beam portal frames. In: INTERNATIONAL WOOD ENGINEERING CONFERENCE. *Proceedings...* New Orleans, 1996. v. 4. p. 515-522.