

Este exemplar corresponde à redação final da  
Tese/Dissertação originalmente corrigida e  
defendida por Luiz Eduardo da  
Silva

é aprovada para Banca Examinadora.

Campinas, 29 de Julho de 1999

  
COORDENADOR DE PÓS-GRADUAÇÃO  
DPEHC

Algoritmo de Fotomosaico para Imagens  
Coloridas por Morfologia Matemática

*Luiz Eduardo da Silva*

Dissertação de Mestrado

# Algoritmo de Fotomosaico para Imagens Coloridas por Morfologia Matemática

Luiz Eduardo da Silva<sup>1</sup>

Março de 1999

## Banca Examinadora:

- Neucimar Jerônimo Leite (orientador)
- Júnior Barrera, IME - USP
- Alexandre Xavier Falcão, IC - UNICAMP
- Paulo Lício de Geus (suplente), IC - UNICAMP

---

<sup>1</sup>Trabalho financiado pelo programa PICD da CAPES

E BC  
MADA :  
Ex.  
BC/38915  
229199  
D   
R.R. II, 00  
07110199  
D

CM-00126386-0

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DO IMECC DA UNICAMP**

Silva, Luiz Eduardo da

Si38a      Algoritmo de fotomosaico para imagens coloridas por morfologia  
matemática / Luiz Eduardo da Silva -- Campinas, [S.P. :s.n.], 1999.

Orientador : Neucimar Jerônimo Leite

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas,  
Instituto de Computação.

1. Processamento de imagens. 2. Morfologia (Matemática). 3.  
Algoritmo. I. Leite, Neucimar Jerônimo. II. Universidade Estadual de  
Campinas. Instituto de Computação. III. Título.

# Algoritmo de Fotomosaico para Imagens Coloridas por Morfologia Matemática

Este exemplar corresponde à redação final da  
Dissertação devidamente corrigida e defendida  
por Luiz Eduardo da Silva e aprovada pela  
Banca Examinadora.

Campinas, 29 de março de 1999.

  
Neucimar Jerônimo Leite (orientador)

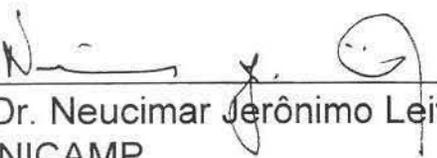
Dissertação apresentada ao Instituto de Com-  
putação, UNICAMP, como requisito parcial para  
a obtenção do título de Mestre em Ciência da  
Computação.

## TERMO DE APROVAÇÃO

Tese defendida e aprovada em 29 de março de 1999, pela Banca Examinadora composta pelos Professores Doutores:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Júnior Barrera  
IME - USP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Alexandre Xavier Falcão  
IC - UNICAMP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Neucimar Jerônimo Leite  
IC - UNICAMP

# Resumo

Esta dissertação apresenta um algoritmo para combinar duas imagens coloridas, contendo uma região de interseção em comum, através de um método denominado *fotomosaico*. A combinação das imagens é estabelecida a partir de uma *linha de costura* que não deve ser perceptível a um observador e que determina onde uma imagem começa e a outra termina. O algoritmo apresentado neste trabalho é baseado nas transformações morfológicas de linha divisora de águas (*watershed*) e reconstrução.

# Abstract

This work introduces an algorithm for combining two color images with common intersection region by a method named *photomosaicking*. In this method, we search for a non-perceptible *seam line* which indicates in the final photomosaic where one image begins and other one ends. The algorithm presented here is based mainly on the *watershed* and reconstruction morphological transformations.

# Agradecimentos

Agradeço acima de tudo a Deus, que me deu força, sabedoria e perseverança para começar e continuar esta caminhada. Ao meu orientador Neucimar, pela paciência e dedicação que dispensou para que este trabalho fosse realizado. Agradeço ao magnífico reitor da Universidade de Alfenas, professor Edson Antônio Velano, pela oportunidade de me aperfeiçoar, ao professor Hudson Carvalho Bianchini, pró-reitor de pesquisa e pós-graduação e ao professor Alexandre Martins Dias, diretor do instituto de engenharia e ciências exatas, por todo apoio dado a este trabalho.

Dedico este trabalho ao meu pai Noel que sempre me apoiou, e a minha mãe Ana, que infelizmente não está mais entre nós para comemorar o final desta jornada. Dedico este trabalho também a minha esposa Regiane, que não mediu esforços para realização deste sonho, que passou a ser nosso sonho. E a nossa filha Bibiana, esta maravilhosa presença nas nossas vidas.

Agradeço a Dilza e ao Luiz que sempre me apoiaram como verdadeiros segundos pais. E a todos aqueles, irmãos, colegas e amigos que direta, ou indiretamente participaram deste trabalho.

# Homenagem

## Rosa Perfumada

*J. Bosco*

Amor sem limites  
No coração de mãe  
Abençoando sempre todos os seus.  
Rosa de perfume tão puro  
Os nossos corações  
Sempre em todos os momentos  
Agradecerão à Deus sua maternal presença.  
Diga sempre ao Pai por nós!  
Estaremos nos preparando para o nosso próximo encontro.  
O coração sentindo saudades  
Lembrará também com alegria que você  
Incutiu nele, nestes anos,  
Valores tão divinos e humanos  
Em experiências tão simples;  
Inexplicáveis momentos de ternura.  
Rezaremos com fé, a oração do Amor,  
Afinal, a vida é um grande mistério de Deus.

# Conteúdo

Resumo	v
Abstract	vi
Agradecimentos	vii
Homenagem	viii
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Fotomosaico</b>	<b>3</b>
2.1 Alguns métodos de construção de fotomosaicos . . . . .	5
2.1.1 Método de Milgram . . . . .	5
2.1.2 Método de Shiren . . . . .	10
2.2 Conclusão . . . . .	13
<b>3 Linha Divisora de Águas</b>	<b>14</b>
3.1 LDA por afinamento homotópico . . . . .	15
3.2 LDA por simulação de imersão . . . . .	15
3.3 LDA por crescimento de regiões . . . . .	18
3.4 Uma análise comparativa . . . . .	21
3.5 Conclusão . . . . .	21
<b>4 Um Algoritmo de Fotomosaico</b>	<b>25</b>
4.1 Algoritmo morfológico de fotomosaico original . . . . .	26
4.1.1 Posicionamento das imagens . . . . .	26
4.1.2 Definição da imagem de correlação . . . . .	26
4.1.3 Definição da linha de costura . . . . .	28
4.1.4 Composição do fotomosaico . . . . .	32
4.1.5 Problemas do método de fotomosaico morfológico original . . . . .	33
4.2 Extensão do algoritmo morfológico . . . . .	35

4.2.1	Posicionamento das imagens coloridas . . . . .	35
4.2.2	Definição da imagem de correlação . . . . .	35
4.2.3	Definição da linha de costura ótima . . . . .	36
4.2.4	Composição das imagens . . . . .	43
4.3	Comparação com outros métodos . . . . .	43
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>55</b>
<b>A</b>	<b>Morfologia Matemática</b>	<b>57</b>
A.1	Topologia digital . . . . .	58
A.2	Operações básicas de conjuntos . . . . .	58
A.3	Morfologia binária . . . . .	59
A.3.1	Erosão e dilatação . . . . .	59
A.3.2	Transformação Tudo ou Nada . . . . .	59
A.3.3	Abertura e fechamento . . . . .	60
A.3.4	Afinamento e espessamento . . . . .	61
A.3.5	Operações geodésicas . . . . .	63
A.3.6	Esqueleto por zona de influência . . . . .	64
A.3.7	Reconstrução binária . . . . .	65
A.4	Morfologia em níveis de cinza . . . . .	65
A.4.1	Dilatação e erosão numéricas . . . . .	65
A.4.2	Afinamento e espessamento numéricos . . . . .	66
A.4.3	Reconstrução numérica . . . . .	66
	<b>Bibliografia</b>	<b>70</b>

# Lista de Figuras

2.1	a) região de interseção entre duas imagens e b) linha de costura que determina onde termina a imagem 1 e começa a imagem 2 no fotomosaico. . . . .	4
2.2	a) imagens posicionadas horizontal e verticalmente no fotomosaico e as respectivas direções das linhas de costura. . . . .	4
2.3	Pontos de costura pelo método de Milgram. a) representa uma imagem de similaridade $S$ . b) representa a imagem de caminhos de custo mínimo considerando-se uma vizinhança 4 ( $u = 4$ ) e uma costura horizontal. c) a costura final é aquela que acumula menor custo na última coluna, (27, neste exemplo). . . . .	7
2.4	a) imagem superior do fotomosaico. b) imagem inferior. . . . .	8
2.5	Fotomosaico pelo método de Milgram. Os pontos vermelhos são os pontos de costura para este fotomosaico horizontal (um ponto por coluna). . . . .	9
2.6	Descontinuidade vertical em uma costura monodimensional. . . . .	10
2.7	Fotomosaico pelo método de Shiren. Os pontos vermelhos são os pontos de costura horizontal para este fotomosaico (um ponto por coluna). . . . .	12
3.1	Algumas famílias homotópicas de elementos estruturantes . . . . .	15
3.2	As três situações de inclusão entre $Y$ e $Y \cap X_{t_{min}}$ . . . . .	16
3.3	Construção da LDA por simulação de imersão. . . . .	17
3.4	Algumas situações da fila ordenada. . . . .	18
3.5	Simulação do processo de construção da LDA usando fila ordenada para uma imagem monodimensional. . . . .	20
3.6	Exemplos de implementações da LDA: a) a imagem original, b) a LDA por afinamento homotópico c) a LDA por simulação de imersão. d) a LDA por crescimento de regiões. . . . .	22
3.7	LDA por afinamento. Os números sublinhados representam pontos erroneamente identificados como LDA . . . . .	23
3.8	LDA por crescimento de regiões. Os números maiores representam pontos da LDA . . . . .	23

4.1	Medida da correlação entre as imagens na região de interseção. . . . .	27
4.2	Algumas configurações de posicionamento das imagens do fotomosaico com a indicação das bordas e extremos da imagem de correlação. . . . .	29
4.3	Imagem LDA . . . . .	30
4.4	Dilatação geodésica do conjunto $\Delta S$ com um elemento estruturante 4-conectado. . . . .	31
4.5	Resultado do cálculo da linha de costura usando o método morfológico. Os pontos cinzas formam o conjunto dilatado $\Delta S$ , os pontos pretos formam o conjunto dilatado $\Delta I$ e em branco temos a linha de costura. . . . .	32
4.6	Exemplo de imagem de correlação em que o método morfológico original não encontra a melhor linha de costura. . . . .	33
4.7	Um exemplo do fotomosaico morfológico. . . . .	34
4.8	Exemplo do procedimento de modificação homotópica que define o melhor ponto de costura para uma imagem monodimensional: a) imagem de correlação $X$ original, b) LDA com vários pontos de costura, c) modificação homotópica usando as bordas da imagem de correlação como marcadores, d) ponto de costura definido na imagem de correlação modificada. . . . .	38
4.9	Exemplo de imagem de correlação simétrica onde o processo de modificação homotópica por reconstrução não fornece o resultado esperado: a) imagem de correlação simétrica, b) o resultado da modificação homotópica e o ponto de costura resultante. . . . .	38
4.10	Linha de costura encontrada no passo inicial, considerando as bordas superior e inferior como marcadores. . . . .	39
4.11	A linha de costura encontrada no passo inicial da recursão é usada para encontrar uma outra possível linha em cada fase da imagem segmentada. . . . .	41
4.12	Ramo da árvore de possíveis linhas de costura. . . . .	42
4.13	Exemplo de árvore binária de possibilidades gerada para encontrar a linha de costura para uma imagem de correlação simétrica monodimensional. . . . .	42
4.14	Algoritmo de reconstrução recursiva aplicada a uma imagem de correlação bidimensional. a) a imagem de correlação, b) todas as linhas de costura encontradas, c) a melhor linha de costura. . . . .	44
4.15	Exemplo de árvore binária de possibilidades gerada para encontrar a linha de costura para uma imagem de correlação bidimensional. . . . .	45
4.16	Árvore binária de valores. . . . .	46
4.17	Imagem colorida 1. . . . .	46
4.18	Imagem colorida 2. . . . .	47

4.19	Todas as possíveis linhas de costura encontradas na imagem de correlação entre as imagens coloridas 1 e 2 (em vermelho está representada a melhor linha de costura resultante). . . . .	47
4.20	Fotomosaico ruim obtido pela simples sobreposição das imagens. Observe como a borda da imagem é uma aresta visível nesta montagem. . . . .	48
4.21	Fotomosaico calculado pelo método de reconstrução recursiva. A linha azul representa as bordas da região comum às duas imagens e a linha vermelha representa a melhor linha de costura resultante. . . . .	49
4.22	Fotomosaico final sem a apresentação da linha de costura. . . . .	50
4.23	Imagens usadas na comparação de alguns métodos de fotomosaico: a) imagem 1, b) imagem 2. . . . .	51
4.24	Exemplo de fotomosaico pelo método de reconstrução recursiva: a) a imagem de correlação com as linhas de costura definidas (a linha vermelha indica a melhor linha de costura), b) o resultado do fotomosaico. . . . .	52
4.25	Exemplo de fotomosaico pelo método de Milgram: a) os pontos de costura encontrados, b) o resultado do fotomosaico. . . . .	53
4.26	Exemplo de fotomosaico pelo método de Shiren: a) os pontos de costura encontrados, b) o resultado do fotomosaico. . . . .	54
5.1	Ambiente desenvolvido em <i>JAVA</i> para criação do fotomosaico . . . . .	56
A.1	Os 4-vizinhos e os 8-vizinhos de um ponto $(x, y)$ . . . . .	58
A.2	Uma imagem binária . . . . .	59
A.3	Exemplo das operações morfológicas básicas: a) a imagem binária original, b) o resultado da dilatação por uma círculo digital de raio 3, e c) o resultado da erosão pelo mesmo círculo digital. . . . .	60
A.4	Exemplo das operações de abertura e fechamento: a) a imagem binária original, b) o resultado da abertura por um círculo digital de raio 2 e c) o resultado do fechamento pelo mesmo círculo digital. . . . .	61
A.5	Família homotópica $M$ de elementos estruturantes . . . . .	62
A.6	Família homotópica $E$ utilizada na eliminação de ramos parasitas. . . . .	62
A.7	Exemplo das operações de afinamento e espessamento: a) a imagem binária original, b) o resultado do afinamento usando a família homotópica de elemento estruturante $M$ , c) o resultado do espessamento pela família homotópica $M^c$ . . . . .	62
A.8	Distância geodésica entre $x$ e $y$ . . . . .	63
A.9	Zona de influência geodésica do componente $B_1$ em $A$ . . . . .	64
A.10	Reconstrução binária. . . . .	65

A.11 Exemplo das operações de dilatação e erosão para imagens em níveis de cinza: a) a imagem numérica original, b) o resultado da dilatação por um círculo de raio 1, c) o resultado da erosão pelo mesmo elemento estruturante.	66
A.12 Reconstrução em níveis de cinza $\rho_f(g)$ .	67
A.13 Reconstrução dual $\rho_g^*(f)$ .	68
A.14 Exemplo da operação de reconstrução para uma imagem em níveis de cinza: a) a imagem original, b) o resultado da reconstrução usando como imagem marcadora a erosão da imagem original por um círculo de raio 1 . . . . .	69

# Capítulo 1

## Introdução

Em processamento digital de imagens de satélite, por exemplo, o fotomosaico é necessário para mostrar e analisar regiões cobertas por mais de uma imagem. Estas imagens podem ter sido obtidas em datas diferentes, ou então, imagens menores são criadas para se definir uma imagem mais detalhada de uma região.

Um outro exemplo concerne a utilização do fotomosaico na oftalmologia. Várias fotografias da retina do paciente são feitas usando-se uma câmera especial. Estas câmeras têm um campo visual pequeno, onde somente uma pequena imagem da retina é obtida em cada fotografia. Para que possa ser feito um exame patológico por um oftalmologista é necessário que todas as imagens sejam combinadas numa única imagem da retina.

Um problema que normalmente ocorre quando duas ou mais imagens são combinadas é o aparecimento de arestas artificiais espúrias na costura entre seções da imagem. Estas arestas acontecem quando existe uma diferença perceptível entre as imagens, na região de interseção, devido principalmente a mudanças (iluminação, clima, estação do ano, nuvens), ocorridas durante a obtenção das imagens.

Um dos passos importantes do processo de fotomosaico é a busca da costura que minimize o efeito visual desta aresta artificial. Existem trabalhos [20, 21, 23, 25, 31] que apresentam algoritmos de definição de pontos da costura usando informações locais. O problema nestes trabalhos é que o aspecto estritamente local dos algoritmos conduz à definição de uma linha de costura regular, não conexa e com um único ponto por linha (ou coluna). A extensão do trabalho considerado aqui, desenvolvido no IC-UNICAMP [17], apresenta um algoritmo baseado na Morfologia Matemática que define, a partir de informações globais da imagem, uma linha de costura do fotomosaico irregular e conexa.

Como veremos, um dos problemas deste algoritmo é que a linha de costura é definida numa imagem *watershed* (de Linhas Divisoras de Água - LDA) completa, normalmente supersegmentada devido à sensibilidade desta transformação a pequenas variações na imagem.

O presente trabalho generaliza o algoritmo apresentado em [17] para imagens coloridas e acrescenta a definição de uma linha de costura ótima baseada nas transformações de LDA e reconstrução morfológicas (Apêndice A). O resultado é uma linha de costura conexa e irregular, mais próxima do caso real, que minimiza o efeito da junção de duas imagens.

Esta dissertação está organizada da seguinte forma: no Capítulo 2 são apresentadas duas importantes abordagens para o problema do fotomosaico. No Capítulo 3 são comparadas três implementações da operação morfológica linha divisora de águas. O algoritmo morfológico de fotomosaico original e a extensão proposta neste trabalho são discutidas no Capítulo 4. A conclusão do trabalho está no Capítulo 5 desta dissertação.

## Capítulo 2

# Fotomosaico

Fotomosaico é um método para combinar duas ou mais imagens contendo uma região em comum, numa única imagem, procurando tornar menos visível a aresta artificial que normalmente aparece pela simples sobreposição das mesmas [20, 21, 23, 25, 31, 39, 15]. Esta aresta artificial se deve a vários fatores tais como mudança na cor ou brilho entre cada imagem, aparecimento de novos objetos entre imagens adjacentes (nuvens, sombra, em imagens de satélite, por exemplo), a irregularidade do sinal refletido de regiões homogêneas, etc.

De modo geral, o processo para a criação de um fotomosaico pode ser subdividido em 4 etapas [31]:

- Registro geométrico da imagem de entrada.
- Ajuste dos níveis de cinza da imagem.
- Definição da costura.
- Suavização da costura.

Inicialmente, as imagens precisam ser geometricamente corrigidas e registradas. Para tanto, um método bastante comum consiste em selecionar pares de pontos de referência correspondentes nas duas imagens [26]. Um método alternativo, para imagens de satélite, é usar um sistema comum de referência do tipo coordenadas cartográficas com informações de longitude, latitude e elevação.

Uma vez identificada a região de interseção (Figura 2.1) nas imagens registradas que comporão o fotomosaico, pode-se aplicar algum método para compensar possíveis diferenças entre estas imagens como, por exemplo, um ajuste histográfico.

A busca por pontos (ou linhas) de costura consiste da definição de pontos na região de interseção, os quais indicam onde uma imagem termina e a outra começa. A direção

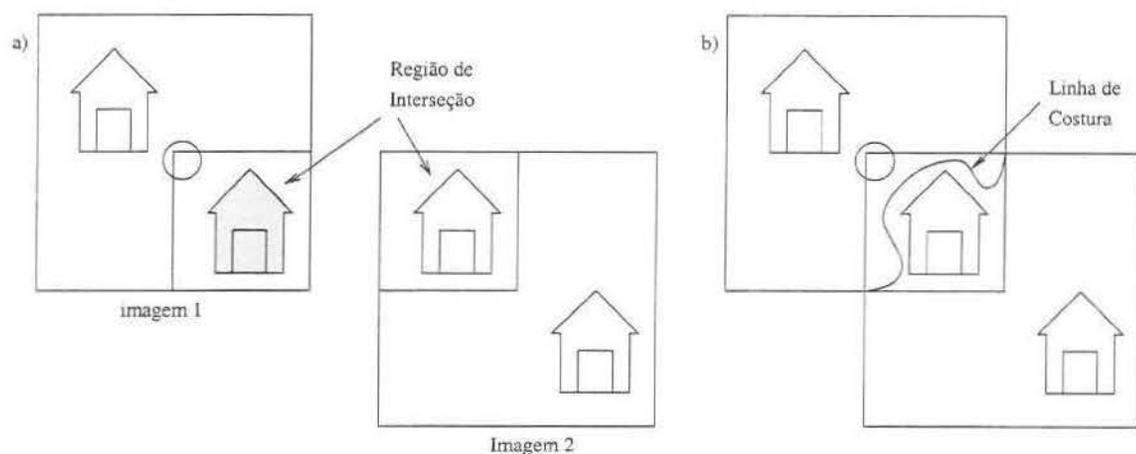


Figura 2.1: a) região de interseção entre duas imagens e b) linha de costura que determina onde termina a imagem 1 e começa a imagem 2 no fotomosaico.

desta linha de costura é perpendicular ao posicionamento das imagens no fotomosaico. Por exemplo, se as imagens estão posicionadas horizontalmente (verticalmente) a linha de costura é vertical (horizontal). (ver Figura 2.2).

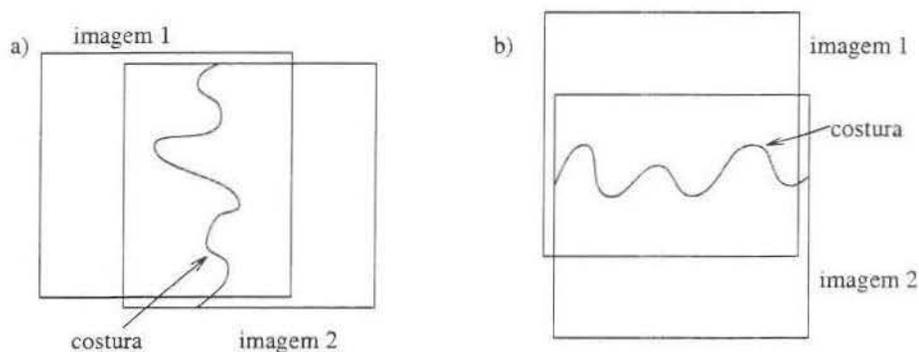


Figura 2.2: a) imagens posicionadas horizontal e verticalmente no fotomosaico e as respectivas direções das linhas de costura.

Uma vez determinada a costura, diferenças abruptas podem ser detectadas na vizinhança dos seus pontos, exigindo uma suavização local da mesma. Um método comumente empregado aqui considera a aplicação de uma função rampa na vizinhança da costura [20, 21, 31]. A rampa determina quantos pontos são afetados. Um declive mais gradual ameniza as diferenças bruscas próximas à costura, mas tem o efeito de degradar as imagens na região próxima à linha de costura. O compromisso entre ocultar a costura ou degradar a imagem precisa ser estabelecido por experimentação. De modo geral, a necessidade de suavização dos pixels ao longo da costura é típica dos métodos existentes de fotomosaico que consideram essencialmente informações locais na definição desta cos-

tura. Como veremos, a característica global do algoritmo morfológico apresentado aqui ameniza, entre outros, a necessidade de se realizar uma suavização local nos pontos da costura.

Neste trabalho, consideramos que as imagens já estão devidamente corrigidas e registradas, com o posicionamento das mesmas feito manualmente. Métodos que abordam estas operações podem ser encontrados em [9, 14, 26, 34].

## 2.1 Alguns métodos de construção de fotomosaicos

Os algoritmos existentes para criação de fotomosaicos [20, 21, 23, 25, 31] definem uma costura com apenas um ponto por linha, para uma costura horizontal, ou coluna, para uma costura vertical (veja, a seguir, a descrição de dois destes métodos). Ao considerar informações estritamente locais, os autores definem uma costura com base nas diferenças dos pontos nas regiões de interseção. Estes métodos de seleção de pontos de costura definem uma sucessão de pontos cujas posições horizontais (respectivamente, verticais) não estão relacionadas. Este posicionamento aleatório reduz o efeito da aresta artificial. No entanto, tem a desvantagem de introduzir descontinuidades entre linhas (respectivamente, colunas) adjacentes.

Apresentamos, a seguir, duas importantes abordagens para a construção de fotomosaicos, a saber:

- Técnica adaptativa de fotomosaico de Milgram [21].
- Pesquisa por pontos de costura em duas dimensões de Shiren [31].

### 2.1.1 Método de Milgram

O método de Milgram [20, 21] é um dos mais utilizados na construção de fotomosaicos [9]. A primeira versão deste método consiste, basicamente, de um ajuste histogrâmico e de uma busca de similaridade, coluna à coluna (para uma costura horizontal), dos pontos que compõem a costura. A extensão para outros tipos de costura é direta.

O ajuste histogrâmico é utilizado para compensar fatores sazonais e meteorológicos que podem alterar a informação captada. Este ajuste é realizado através de um deslocamento do histograma, de modo que estas curvas tenham suas médias coincidentes [20]. Embora este seja um procedimento normalmente utilizado para esses propósitos, o ajuste histogrâmico representa uma perda da informação original.

A similaridade é medida pela variação entre as duas imagens,  $A$  e  $B$ , respectivamente acima e abaixo (para uma costura horizontal), representada pelo somatório de diferenças absolutas,  $S_{x,y}$ , dos pontos  $(x, y)$  numa vizinhança  $u$ , ou seja:

$$S_{x,y} = \sum_{i=-\frac{u}{2}+1}^{\frac{u}{2}} |A_{x+i,y} - B_{x+i,y}| \quad (2.1)$$

Assim, a posição  $y$  escolhida a cada coluna  $x$  é aquela que apresenta o menor valor de  $S_{x,y}$ . O valor da faixa de busca de  $y$  varia entre  $\frac{u}{2}$  e  $H - \frac{u}{2}$  ( $H$  é a altura da linha). Uma falha deste método é não garantir que o ponto final será alcançado pela costura [21], além da possibilidade de gerar grandes arestas artificiais entre dois pontos consecutivos da mesma.

Em uma nova versão deste método [21], dado um ponto inicial para a linha de costura, os pontos seguintes são selecionados numa faixa  $\frac{u}{2}$  de pontos acima e abaixo da posição do último ponto escolhido para costura. O objetivo aqui é diminuir a descontinuidade que aparece na outra direção. O ponto selecionado deve ser aquele de maior similaridade. A similaridade agora é medida pela variação entre as duas imagens, representada pela diferença absoluta  $S_{x,y}$  entre cada ponto  $(x, y)$ , isto é:

$$S_{x,y} = |A_{x,y} - B_{x,y}| \quad (2.2)$$

Além disto, associa-se à costura uma função custo,  $C$ , definida como a soma de todos os valores de diferenças absolutas dos seus pontos. Para tanto, uma imagem com valores de diferenças absolutas será construída, e para cada ponto desta imagem será atribuído um valor indicando o custo da costura até aquele ponto. Um apontador para a posição do ponto de costura anterior deve ser definido. Desta forma, todos os pontos da imagem de diferenças absolutas pertencem a uma malha de costuras, onde cada ponto tem um custo associado a sua posição. A linha de costura do fotomosaico será aquela de menor custo, acumulado no final da malha.

A construção da malha é feita da seguinte forma. Os pontos de partida da coluna inicial têm, originalmente, custo zero e os demais pontos desta coluna, custo infinito. Para as colunas  $x$ , subseqüentes, o custo  $C_{x,y}$  de cada ponto  $(x, y)$  é a soma do custo do ponto precedente (na coluna anterior) com o valor da diferença absoluta do próprio ponto. A seleção do melhor ponto precedente é realizada através da busca daquele ponto de menor custo, na faixa de vizinhança  $\frac{u}{2}$  acima e abaixo do ponto em questão. Como o custo é cumulativo, a seleção da linha de costura apropriada se dá pela escolha do ponto de chegada de menor custo (Figura 2.3).

Um exemplo de uma costura horizontal definida por este método pode ser visto na Figura 2.5. Esta imagem é formada a partir das imagens das Figuras 2.4-a e 2.4-b. Observe que devido à restrição espacial, a costura pode não acompanhar livremente os pontos de maior correlação, que para estas imagens é representado pela linha de divisão política, presente nas duas imagens. Aumentando-se a faixa de busca  $u$  pode-se melhorar

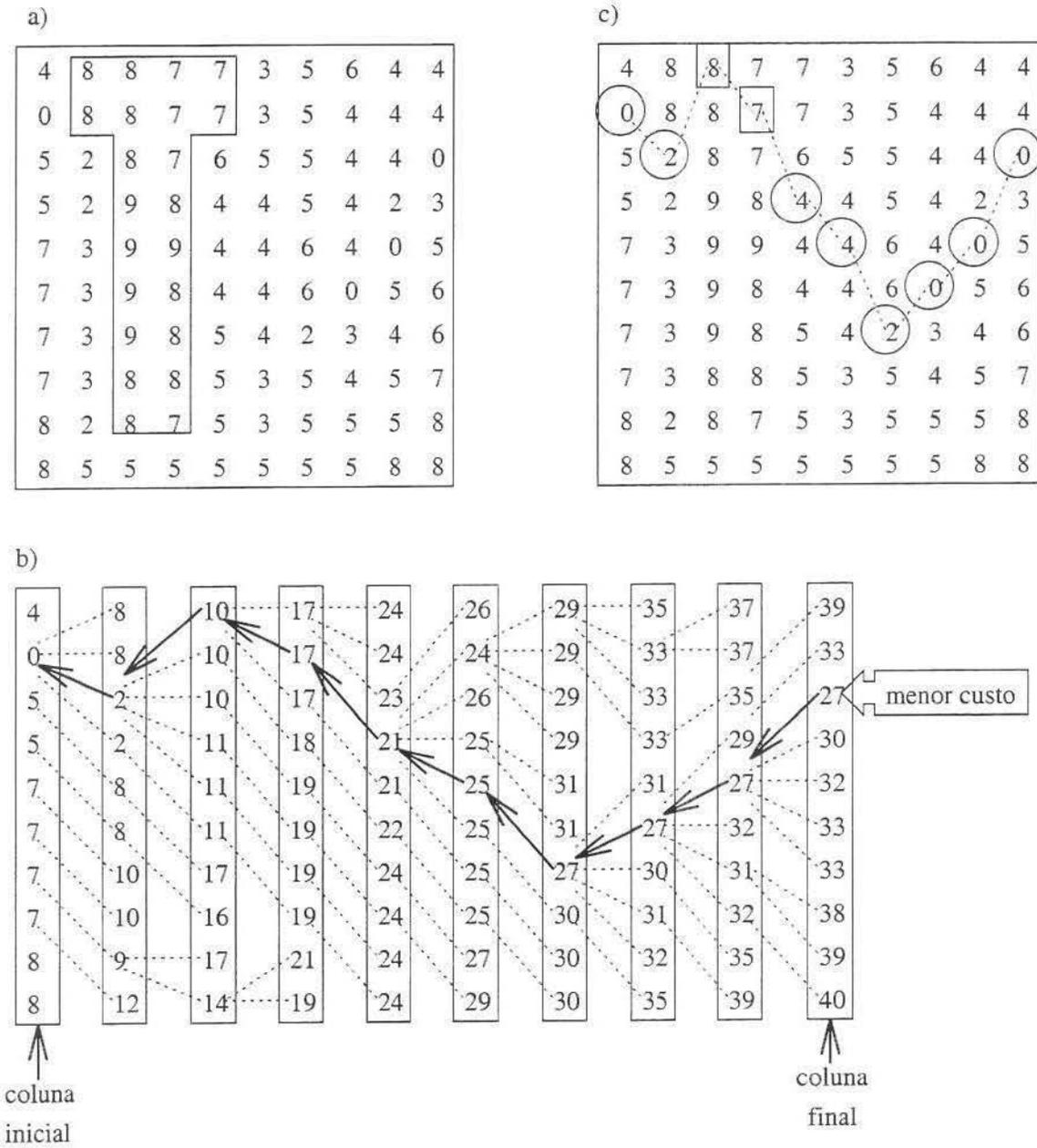


Figura 2.3: Pontos de costura pelo método de Milgram. a) representa uma imagem de similaridade  $S$ . b) representa a imagem de caminhos de custo mínimo considerando-se uma vizinhança 4 ( $u = 4$ ) e uma costura horizontal. c) a costura final é aquela que acumula menor custo na última coluna, (27, neste exemplo).

o resultado ( $u = 10$ , no fotomosaico mostrado na Figura 2.5), ampliando-se, porém, os efeitos das arestas artificiais.

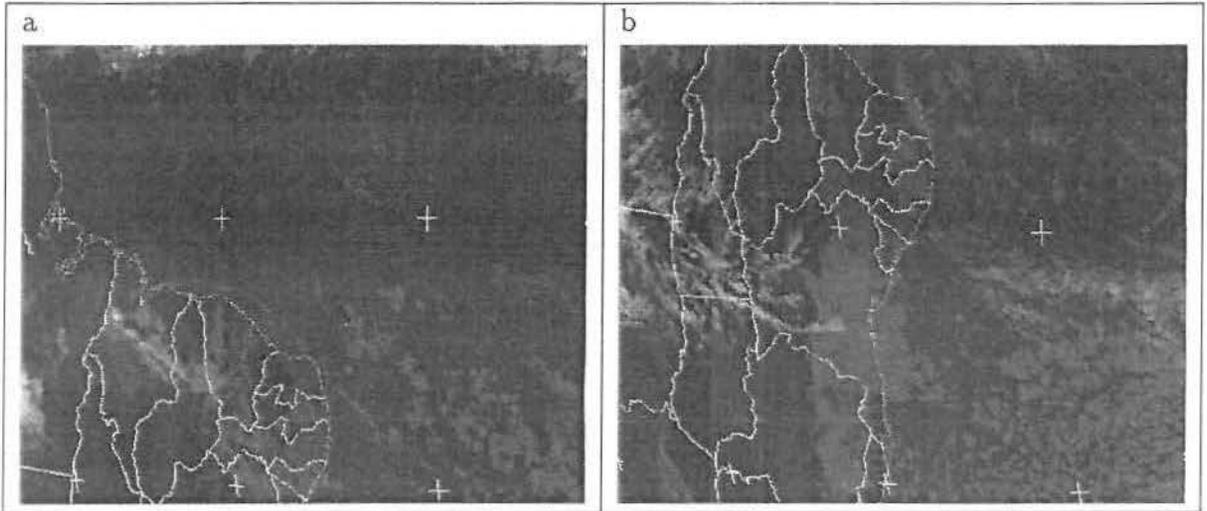


Figura 2.4: a) imagem superior do fotomosaico. b) imagem inferior.

Como forma de amenizar os efeitos das arestas artificiais, o autor sugere uma suavização ao longo da normal à linha que une dois pontos consecutivos da costura, através de uma função rampa. Embora este procedimento reduza seus efeitos, ele torna-se desaconselhável quando a informação original não deve ser alterada.

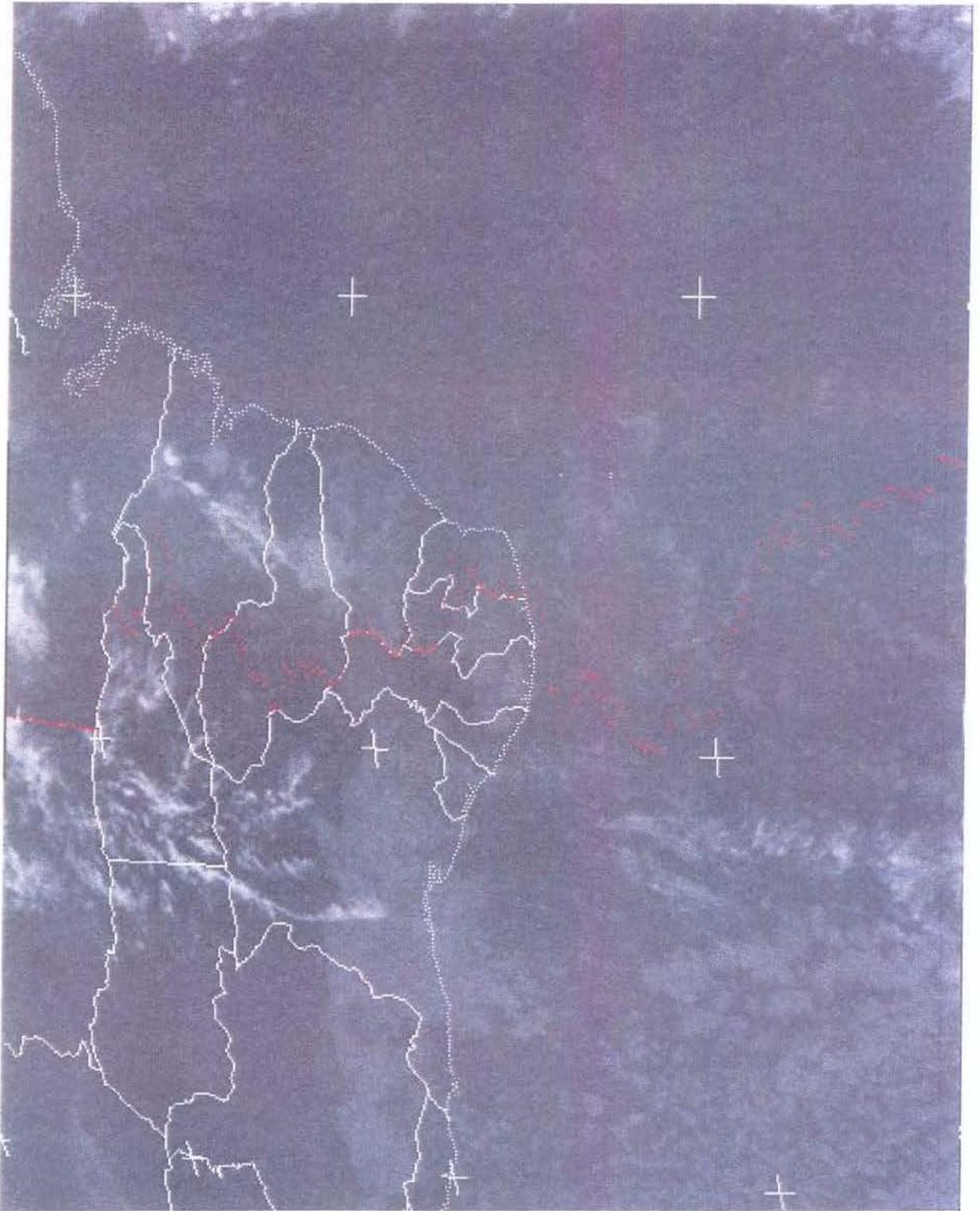


Figura 2.5: Fotomosaico pelo método de Milgram. Os pontos vermelhos são os pontos de costura para este fotomosaico horizontal (um ponto por coluna).

### 2.1.2 Método de Shiren

O método de definição dos pontos de costura de Milgram mede as descontinuidades de forma monodimensional, minimizando as diferenças entre as imagens no sentido perpendicular ao sentido de busca dos pontos (Figura 2.6). Assim, para uma costura vertical, onde a busca da linha de costura é realizada na direção horizontal, a atenuação destas descontinuidades só ocorre na direção vertical, entre o lado de cima e o lado de baixo da linha de costura, deixando de ocorrer na direção horizontal ao longo da costura. Esta descontinuidade evidencia o que se chama de “aresta artificial”, identificada por uma diferença abrupta ao longo da linha que une dois pontos consecutivos da costura (setas grandes na figura 2.6). Estas arestas artificiais podem ser minimizadas através da redução da faixa de busca  $u$ , segundo o método de Milgram discutido anteriormente. Por outro lado, esta restrição espacial diminui as chances de se obter os pontos mais adequados à definição da linha.

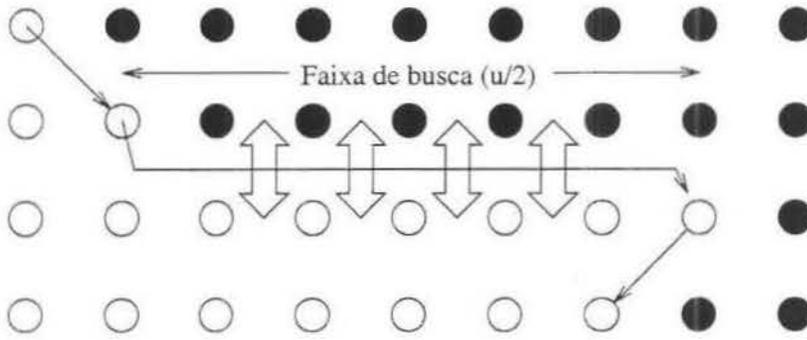


Figura 2.6: Descontinuidade vertical em uma costura monodimensional.

O método de Shiren [31] considera o espaço bidimensional, durante a busca dos pontos de costura do fotomosaico. Sejam  $V_{x,y}$  e  $H_{x,y}$  as medidas de aresta vertical e horizontal, respectivamente, isto é :

$$V_{x,y} = \sum_{i=-\frac{u}{2}}^{\frac{u}{2}} S_{x,y+i} \quad (2.3)$$

$$H_{x,y} = \sum_{i=-\frac{u}{2}}^{\frac{u}{2}} S_{x+i,y} \quad (2.4)$$

O algoritmo consiste da busca seqüencial dos pontos de costura, linha à linha (para uma costura vertical), de modo a minimizar estas arestas artificiais, considerando-se os valores  $V_{x,y}$  e  $H_{x,y}$  numa vizinhança  $u$  do último ponto de costura escolhido.

Neste caso, se um ponto de costura na linha  $y$  é  $(x, y)$ , então o ponto  $(x', y + 1)$  de costura da linha  $y + 1$  deve ser procurado seqüencialmente nos dois lados deste ponto.

Assim, seja, para o lado direito,

$$V_{x,y+1}^d(k) = \min(V_{x,y+1}, V_{x+1,y+1}, \dots, V_{x+k,y+1}) \quad (2.5)$$

a menor medida vertical da aresta, para os pontos  $(x, y+1), (x+1, y+1), \dots, (x+k, y+1)$ , na linha  $y+1$ , e seja

$$H_{x,y+1}^d(k) = \max(H_{x,y+1}, H_{x+1,y+1}, \dots, H_{x+k,y+1}) \quad (2.6)$$

a maior medida horizontal de aresta, à direita, para os pontos  $(x, y+1), (x+1, y+1), \dots, (x+k, y+1)$ , na linha  $y+1$ . Assim, a procura para o lado direito é feita considerando  $k = 0, 1, 2, \dots, L - x - \frac{u}{2}$  ( $L$  é a largura da imagem de diferença absoluta), se a diferença entre  $V_{x,y}^d(k)$  e  $H_{x,y}^d(k)$  é menor ou igual a um limiar  $T$  predefinido, isto é,

$$\frac{1}{u+1} |V_{x,y}^d - H_{x,y}^d| \leq T \quad (2.7)$$

Caso contrário, encerra-se a busca pelo lado direito, recomeçando o procedimento pelo lado esquerdo. O valor de  $T$  considerado pode variar entre  $\frac{1}{32}$  e  $\frac{1}{64}$  do nível de cinza máximo presente na imagem.

De forma semelhante, seja,

$$V_{x,y+1}^e = \min(V_{x-1,y+1}, V_{x-2,y+1}, \dots, V_{x-k,y+1}) \quad (2.8)$$

$$H_{x,y+1}^e = \max(H_{x-1,y+1}, H_{x-2,y+1}, \dots, H_{x-k,y+1}) \quad (2.9)$$

respectivamente, a menor medida vertical e a maior medida horizontal de aresta para os pontos  $(x-1, y+1), (x-2, y+1), \dots, (x-k, y+1)$ , na linha  $y+1$ . A procura no lado esquerdo é feita considerando  $k = 1, 2, \dots, \frac{u}{2}$ , se a diferença absoluta entre  $V_{x,y}^e(k)$  e  $H_{x,y}^e(k)$  é menor ou igual ao limiar pré-definido  $T$ , isto é,

$$\frac{1}{u+1} |V_{x,y}^e - H_{x,y}^e| \leq T \quad (2.10)$$

Caso contrário, encerra-se a busca pelo lado esquerdo.

Após o término da busca nos dois sentidos, o melhor ponto de costura na linha  $y+1$  será o ponto  $(x', y+1)$  definido pela equação 2.11.

$$V_{x',y+1} = \min(V_{x,y+1}^d, V_{x,y+1}^e) \quad (2.11)$$

Com este método, não existe distinção significativa entre arestas verticais e horizontais se o limiar  $T$  é definido com um valor menor do que a sensibilidade do olho à diferenças de intensidade de níveis de cinza entre pontos adjacentes [31]. Um exemplo de um fotomosaico vertical realizado com este método pode ser visto na Figura 2.7.



Figura 2.7: Fotomosaico pelo método de Shiren. Os pontos vermelhos são os pontos de costura horizontal para este fotomosaico (um ponto por coluna).

Mais uma vez observe que critérios locais de busca podem impor a passagem da linha de costura em regiões com variações abruptas de níveis de cinza.

## 2.2 Conclusão

Vimos neste capítulo duas das principais abordagens para construção de fotomosaico: técnica adaptativa de fotomosaico de Milgram [21] e pesquisa por pontos de costura em duas dimensões de Shiren [31]. Estes métodos definem uma costura com apenas um ponto por linha (coluna) para uma costura horizontal (respectivamente, vertical).

O algoritmo desenvolvido neste trabalho é uma extensão de um método morfológico de definição de linha de costura, desenvolvido no IC-UNICAMP [17]. Este método considera informações globais de uma imagem de correlação associada à região de interseção do fotomosaico, e é baseado nas operações morfológicas de LDA e reconstrução, apresentadas no apêndice A. É esta característica global que permite a definição de uma linha de costura ótima, conexa e irregular.

O capítulo a seguir discute brevemente o método morfológico de segmentação considerado neste trabalho.

## Capítulo 3

# Linha Divisora de Águas

Um dos principais problemas em processamento de imagens é a segmentação [12, 11, 10, 28]. Segmentar uma imagem é subdividi-la nas suas regiões constituintes, com o objetivo de extrair alguma informação deste particionamento. A principal ferramenta para segmentação, em Morfologia Matemática, é a transformação denominada *watershed* (Linha Divisora de Águas - LDA) [6, 5, 4, 7, 19, 37, 36, 38, 30, 24]. Uma aproximação intuitiva da LDA é a seguinte [6]: considere a imagem numérica como uma superfície topográfica onde o nível de cinza indica a altitude do ponto no relevo. Suponha que cada mínimo desta superfície contenha um orifício e que a afundamos num lago com velocidade vertical constante. A água que entra através dos orifícios preenche a superfície topográfica. Durante o preenchimento, dois ou mais fluxos vindos de mínimos diferentes podem se unir. Os diques construídos na superfície para evitar tal junção das águas constituem a LDA da imagem.

Segundo Beucher [6], os algoritmos de LDA podem ser divididos em dois grupos: O primeiro grupo é composto de métodos que simulam o processo de preenchimento das bacias topográficas. O segundo grupo é composto de procedimentos que detectam diretamente os pontos de LDA. Cada grupo de algoritmos pode ser dividido em três classes: algoritmos paralelos, seqüenciais ou ordenados.

O algoritmo é paralelo se os pixels numa determinada vizinhança são transformados considerando os seus valores na imagem original. Neste caso, o resultado independe da ordem na qual os pontos são visitados. Apresentamos, na seção 3.1, um exemplo de um algoritmo deste tipo baseado na operação de afinamento homotópico [3].

Nos algoritmos seqüenciais, o valor atual do ponto transformado serve como argumento para a transformação do seu vizinho ainda não visitado. Os algoritmos seqüenciais são, normalmente, mais rápidos do que os paralelos, a menos da sua execução em máquinas paralelas dedicadas.

Os algoritmos ordenados são semelhantes aos algoritmos seqüenciais exceto pela ordem

de varredura dos pontos. A varredura é feita de tal forma que cada ponto é visitado somente uma vez. Apresentamos nas seções 3.2 e 3.3 duas alternativas para o cálculo da LDA baseado em estruturas ordenadas.

Na seção 3.4 apresentamos uma breve discussão sobre as principais vantagens de cada algoritmo, com algumas comparações de resultados. Será apresentada, também, a justificativa para a escolha do algoritmo de Meyer [19]. Observamos que as operações morfológicas básicas mencionadas neste capítulo são introduzidas no Apêndice A da dissertação.

### 3.1 LDA por afinamento homotópico

A LDA de uma função pode ser dada pelos arcos fechados obtidos a partir de um afinamento homotópico da função (ver Apêndice A). Como para o caso binário, uma aproximação do esqueleto de imagens numéricas pode ser obtido executando-se o afinamento, até a idempotência, com uma família de elementos estruturantes que preservem a homotopia da função, como as famílias mostradas na figura 3.1.

Família homotópica M			Família homotópica L								
*	0	*	*	0	0	0	0	0	*	0	*
1	1	1	1	1	*	*	1	*	1	1	1
*	1	*	*	1	*	1	1	1	*	1	*

Figura 3.1: Algumas famílias homotópicas de elementos estruturantes

A imagem resultante de um afinamento contém ramos parasitas (Apêndice A) que podem ser eliminados com o emprego de uma família homotópica que elimine estes ramos, preservando as outras estruturas da imagem. Para tanto, pode-se utilizar a família  $E$ , mostrada na figura A.6. Os caminhos conexos de pontos maximais resultantes deste afinamento correspondem à imagem LDA da função original (ver seções A.3.4 e A.4.2).

### 3.2 LDA por simulação de imersão

Outra forma de se calcular a LDA é através de um algoritmo que simule o processo de imersão da imagem [38]. Seja  $I$  uma imagem em níveis de cinza,  $h_{min}$  o menor valor de  $I$  no seu domínio  $D_I$ , e seja  $h_{max}$  o maior valor de  $I$  em  $D_I$ . Nós definimos a seção de  $I$ ,

no nível  $h$ , como:

$$T_h(I) = \{p \in D_I, I(p) \leq h\}. \quad (3.1)$$

Definimos também um mínimo  $M$  de  $I$ , na altitude  $h$ , como um platô conexo de pixels de valor  $h$  a partir do qual é impossível alcançar um pixel numa altitude mais baixa sem ter que considerar um caminho ascendente, ou seja:

$$\begin{aligned} \forall p \in M, \forall q \notin M : I(q) &\leq I(p), \\ \forall P = (p_0, p_1, \dots, p_l) : p_0 = p, p_l = q, \\ \exists i \in [1, l] : I(p_i) &> I(p_0). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Uma bacia  $C(M)$ , associada a um mínimo  $M$ , é o conjunto de pixels  $p$  de  $D_I$  tal que a água caindo em  $p$  e fluindo para baixo, seguindo um certo caminho descendente, alcança  $M$ .

Nós denotamos por  $C_h(M)$  o subconjunto de bacias composto de pontos tendo uma altitude menor ou igual a  $h$ :

$$C_h(M) = \{p \in C(M), I(p) \leq h\} = C(M) \cap T_h(I). \quad (3.3)$$

Para simular o processo de imersão, consideramos inicialmente um conjunto  $T_{h_{min}}(I)$  que são os primeiros pontos a serem inundados pela água. Estes pontos constituem os pontos iniciais da recursão. A seguir, definimos:

$$X_{h_{min}} = T_{h_{min}}(I) \quad (3.4)$$

$X_{h_{min}}$  é composto dos pontos de  $I$  apresentando a mais baixa altitude do relevo  $I$ . Consideremos agora a seção de  $I$  no nível  $h_{min} + 1$ , isto é,  $T_{h_{min}+1}$ . Está claro que  $X_{h_{min}} \subset T_{h_{min}+1}(I)$ . Seja  $Y$  um dos componentes conexos de  $T_{h_{min}+1}(I)$ . Existem três situações possíveis de inclusão entre  $Y$  e  $Y \cap X_{h_{min}}$ :

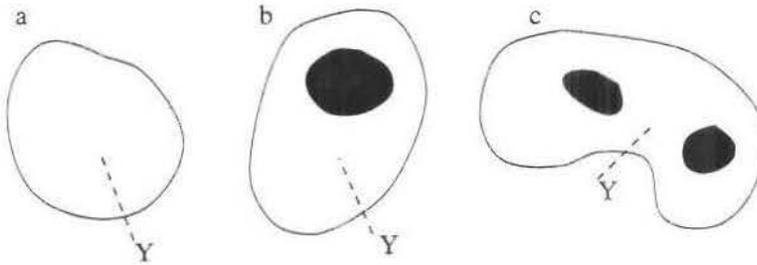


Figura 3.2: As três situações de inclusão entre  $Y$  e  $Y \cap X_{h_{min}}$ .

1.  $Y \cap X_{h_{min}} = \emptyset$ : neste caso,  $Y$  é obviamente um novo mínimo de  $I$ , e segundo a definição 3.2,  $Y$  é um platô de nível  $h_{min} + 1$ , pois:

$$\forall p \in Y = \begin{cases} p \notin X_{h_{min}} & \Rightarrow I(p) \geq h_{min} + 1 \\ p \in Y & \Rightarrow I(p) \leq h_{min} + 1 \end{cases} \quad (3.5)$$

Este novo mínimo é “furado”, para que esta nova bacia seja progressivamente preenchida pela água (Figura 3.2-a).

2.  $Y \cap X_{h_{\min}} \neq \emptyset$  e é conexo: neste caso,  $Y$  corresponde exatamente aos pixels pertencentes à bacia associada com o mínimo  $Y \cap X_{h_{\min}}$  (Figura 3.2-b):

$$Y = C_{h_{\min}+1}(Y \cap X_{h_{\min}}) \quad (3.6)$$

3.  $Y \cap X_{h_{\min}} \neq \emptyset$  e não é conexo: nesta situação nós podemos notar que  $Y$  contém diferentes mínimos de  $I$ . Seja  $Z_i$  um destes mínimos. Neste ponto, a melhor escolha possível para  $C_{h_{\min}+1}(Z_i)$  é dada pela zona de influência geodésica de  $Z_i$  em  $Y$ , ver seção A.3.6 (Figura 3.2-c):

$$C_{h_{\min}+1}(Z_i) = iz_Y(Z_i) \quad (3.7)$$

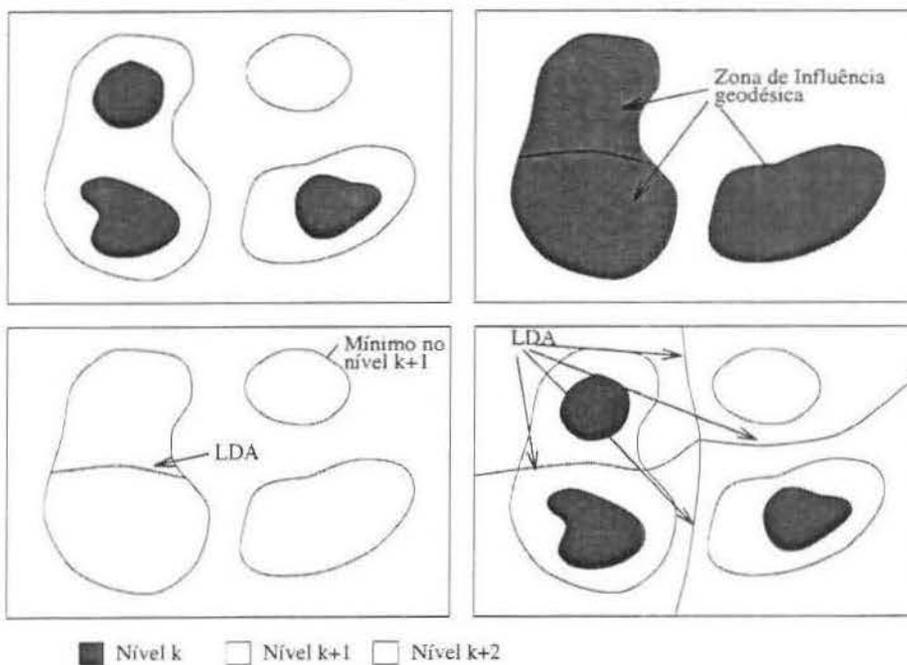


Figura 3.3: Construção da LDA por simulação de imersão.

Resumindo, o conjunto de todas as bacias da imagem  $I$  é igual ao conjunto  $X_{h_{\max}}$  obtido após a seguinte recursão:

$$\begin{aligned} \text{a) } & X_{h_{\min}} = T_{h_{\min}}(I), \\ \text{b) } & \forall h \in [h_{\min}, h_{\max} - 1], \\ & X_{h+1} = \min_{h+1} \cup IZ_{T_{h+1}(I)}(X_h). \end{aligned} \quad (3.8)$$

A LDA da imagem  $I$  corresponde ao complemento deste conjunto em  $D_I$ , isto é, ao conjunto de pontos de  $D_I$  que não pertencem a nenhuma das bacias. Esta recursão para uma imagem com três níveis é ilustrada na Figura 3.3.

### 3.3 LDA por crescimento de regiões

A transformação LDA pode ser obtida, ainda, através de um algoritmo que simule o crescimento de regiões [19], começando por um conjunto de marcadores (mínimos da função original). Este algoritmo pode ser eficientemente implementado utilizando-se uma estrutura que reproduza a ordem da inundação dos pontos na superfície topográfica.

Existem duas relações de ordem no processo de inundação:

- Um ponto mais alto é inundado depois de um ponto mais baixo.
- Para pontos de mesma altitude, os pontos que são inundados primeiro são aqueles mais próximos de regiões já inundadas.

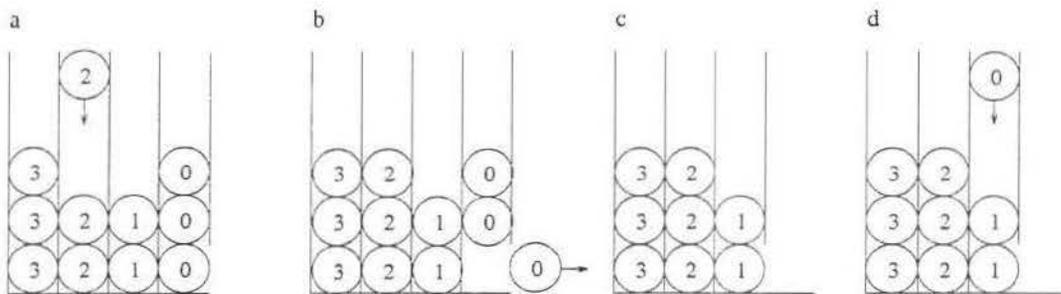


Figura 3.4: Algumas situações da fila ordenada.

Estas relações de ordem podem ser facilmente reproduzidas pela estrutura de fila ordenada representada na Figura 3.4(a-d). Esta fila ordenada é, na verdade, uma série de filas simples. A cada fila simples está associado um nível de prioridade correspondente aos próprios níveis de cinza dos pixels (na Figura 3.4 as prioridades estão representadas por valores: 0 é a mais alta prioridade e 3 é a mais baixa).

Toda fila está aberta no topo, de tal modo que é possível introduzir um ponto de qualquer prioridade a qualquer momento na fila (Figura 3.4-a). Por outro lado, somente os pontos de mais alta prioridade podem ser removidos da fila (Figura 3.4-b). Se a fila simples de mais alta prioridade está vazia, então a fila de prioridade imediatamente inferior será aberta para remoção de novos pontos (Figura 3.4-c). No caso da aparição de um ponto de mais alta prioridade cuja fila já foi excluída, este é colocado na fila corrente de maior prioridade (Figura 3.4-d).

O algoritmo de LDA consiste de duas fases: uma fase de inicialização, seguida de uma fase de crescimento de regiões.

Inicialização: Uma fila ordenada é criada com tantos níveis de prioridade quantos forem os níveis de cinza da imagem. Todos os vizinhos dos marcadores (mínimos) são colocados na fila ordenada com a “prioridade apropriada”. No caso clássico, a prioridade é simplesmente a altitude na imagem a ser preenchida.

Crescimento de Regiões: Para um ponto  $x$  extraído da fila ordenada, fazer:

- Se este ponto tem em sua vizinhança uma e somente uma região marcada, ele é agregado a esta região. Seu vizinho sem rótulo e que esta fora da fila de prioridade é posto na fila, novamente “na prioridade apropriada”, como na fase de inicialização.
- Se este ponto é vizinho de duas regiões com marcas diferentes, este ponto faz parte da LDA e obtém uma marca especial caracterizando isto.

*Ilustração.* A série da Figura 3.5(a-f) ilustra as etapas do algoritmo [19, 6]. Em cada quadro é apresentada a imagem monodimensional a ser processada, a imagem de marcadores correspondentes e o conteúdo da fila ordenada. Os valores na imagem de marcadores têm o seguinte significado: 1 = indica que o pixel correspondente já está na fila; 2, 3 ou 4 = etiquetas dos pixels; 5 = indica um pixel divisor de águas (LDA).

Inicialização: A fila ordenada é criada com 5 níveis de prioridade, correspondendo aos 5 níveis de cinza (0 a 4) da imagem. Os vizinhos (**b**, **e**, **g**) de cada pixel marcado (**a**, **f**, **h**) na imagem de marcadores são colocados na fila de prioridade correspondente ao seu nível de cinza. Então o pixel **b** é colocado na fila **0**, o pixel **e** é colocado na fila **1** e o pixel **g** é colocado na fila **4**, como mostrado na Figura 3.5-a.

Crescimento de Regiões: O primeiro pixel a deixar a fila ordenada é o pixel **b**. Este tem em sua vizinhança somente um vizinho já marcado, **a**, e por isso é agregado a esta região. O vizinho sem marca, **c**, é colocado na fila correspondente ao seu nível de cinza (fila **3**), Figura 3.5-b. Como a fila **0** encontra-se vazia neste instante, a próxima fila (fila **1**) é aberta para retirada de novos elementos. O próximo pixel a ser tratado é **e**. O único vizinho não marcado de **e** é **d** e por isso o pixel **e** recebe a mesma etiqueta, **3**, do seu vizinho já marcado. O pixel **d** é inserido na fila. Observe que neste instante a fila correspondente ao pixel **d** já não existe mais (fila **0**). Neste caso, o pixel é colocado no final da fila corrente de maior prioridade, fila **1**, como mostrado na figura 3.5-c. O próximo pixel a ser retirado da fila é o próprio **d**. Só tem um vizinho já marcado, **e**, e por isso é agregado a esta região (recebe a etiqueta **3**). O outro vizinho, **c**, já se encontra na fila e por isso nenhum novo elemento será inserido na fila de prioridade, como ilustrado na Figura 3.5-d. As filas **1** e **2** estão vazias e então a fila **3** é aberta para retirada de novos pixels. O próximo pixel a ser retirado é **c**. Este pixel é vizinho de duas regiões

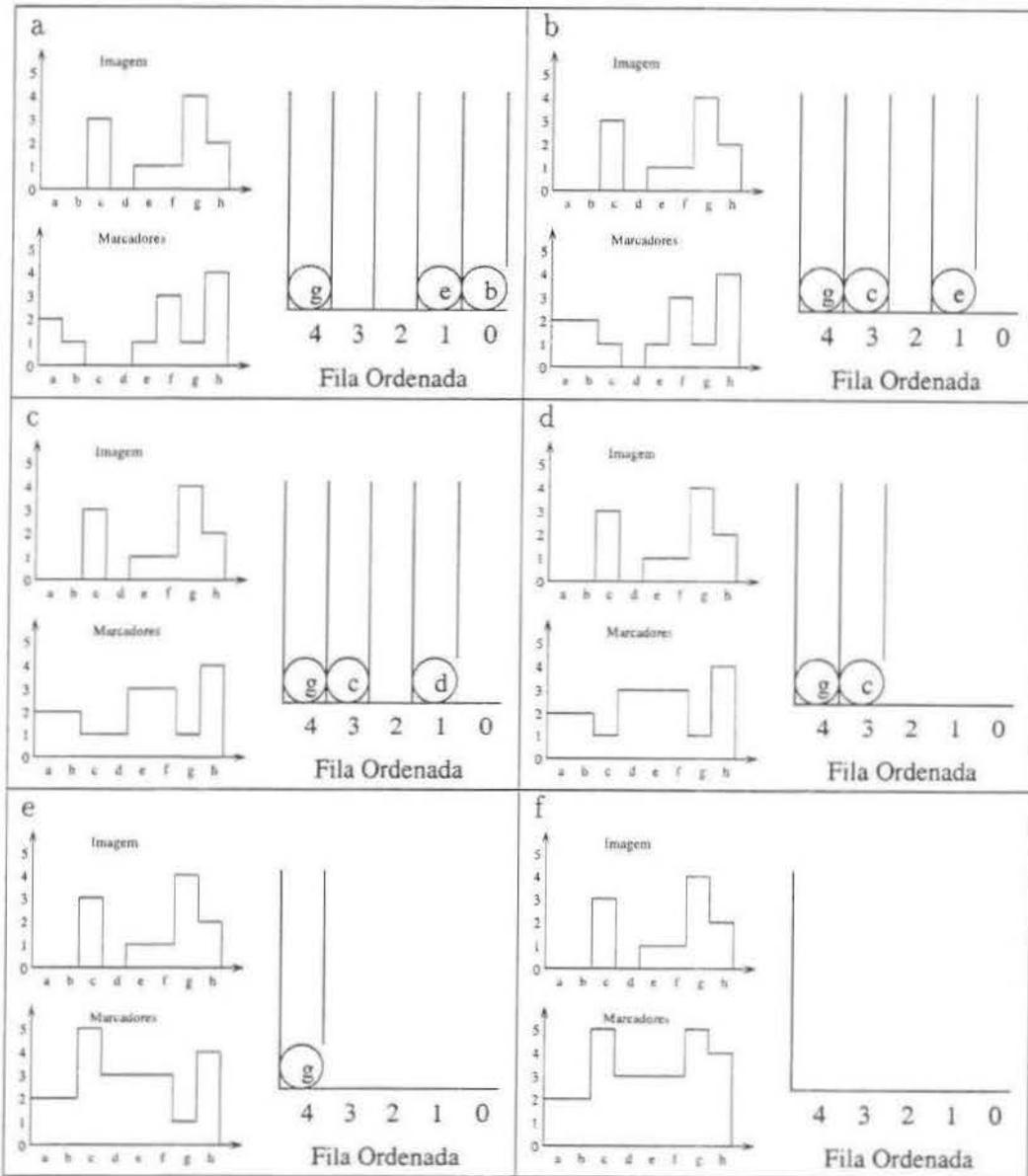


Figura 3.5: Simulação do processo de construção da LDA usando fila ordenada para uma imagem monodimensional

com marcas diferentes (marcas **2** e **3**) e, portanto, é um pixel divisor de águas (recebe a etiqueta **5**). O próximo pixel, **g**, recebe um tratamento similar ao pixel **c**, pois também é divisor de águas. O resultado do processo é indicado na Figura 3.5-f, onde os pixels **c** e **g**, com etiqueta **5**, indicam pontos divisores de água.

## 3.4 Uma análise comparativa

Devido ao seu caráter estritamente local, o algoritmo de afinamento homotópico, seção 3.1, proposto por Beucher, não encontra LDA's corretas para determinados tipos de configurações [8, 2, 38, 27]. Por exemplo, observe o subconjunto de uma imagem na Figura 3.7. O caminho de valores **34** sublinhados foi erroneamente identificado como fazendo parte da LDA pelo algoritmo baseado em afinamento. O resultado esperado, obtido pela aplicação do algoritmo de Meyer, seção 3.3, está representado na Figura 3.8. Outro problema associado com esta implementação é que por utilizar afinamento (várias iterações com máscaras homotópicas até a idempotência), o tempo de cálculo da LDA é muito maior do que o tempo exigido pelos algoritmos ordenados. Estes algoritmos têm a vantagem de processar apenas uma vez cada ponto da imagem, o que torna as implementações ótimas neste sentido.

O algoritmo proposto por Luc Vincent, seção 3.2, é o mais rápido dos algoritmos ordenados, mas pode gerar regiões de LDA [27] (as regiões mais escuras na Figura 3.6-c).

O algoritmo de Meyer é o que melhor se adapta ao problema de fotomosaico, pois constitui uma ótima ferramenta de segmentação para os problemas em que podemos caracterizar os marcadores, isto é, os pontos da imagem a partir dos quais iniciamos o processo de inundação.

A Figura 3.6 apresenta um exemplo do cálculo da LDA de uma imagem a partir dos métodos discutidos neste capítulo.

## 3.5 Conclusão

Subdividir uma imagem nas suas regiões constituintes é um dos principais problemas de processamento de imagens. LDA é a ferramenta morfológica para este problema. Apresentamos neste capítulo três implementações de LDA: LDA por afinamento, LDA por simulação de imersão e LDA por crescimento de regiões. Considerando as características específicas do problema de fotomosaico, a implementação mais indicada é a LDA por crescimento de regiões. Neste problema queremos dividir a imagem de correlação do fotomosaico em duas fases e uma linha a partir da consideração de alguns marcadores. Como veremos, esta linha, que passa por pontos de alta correlação, é uma ótima candidata para a definição da costura entre as imagens.

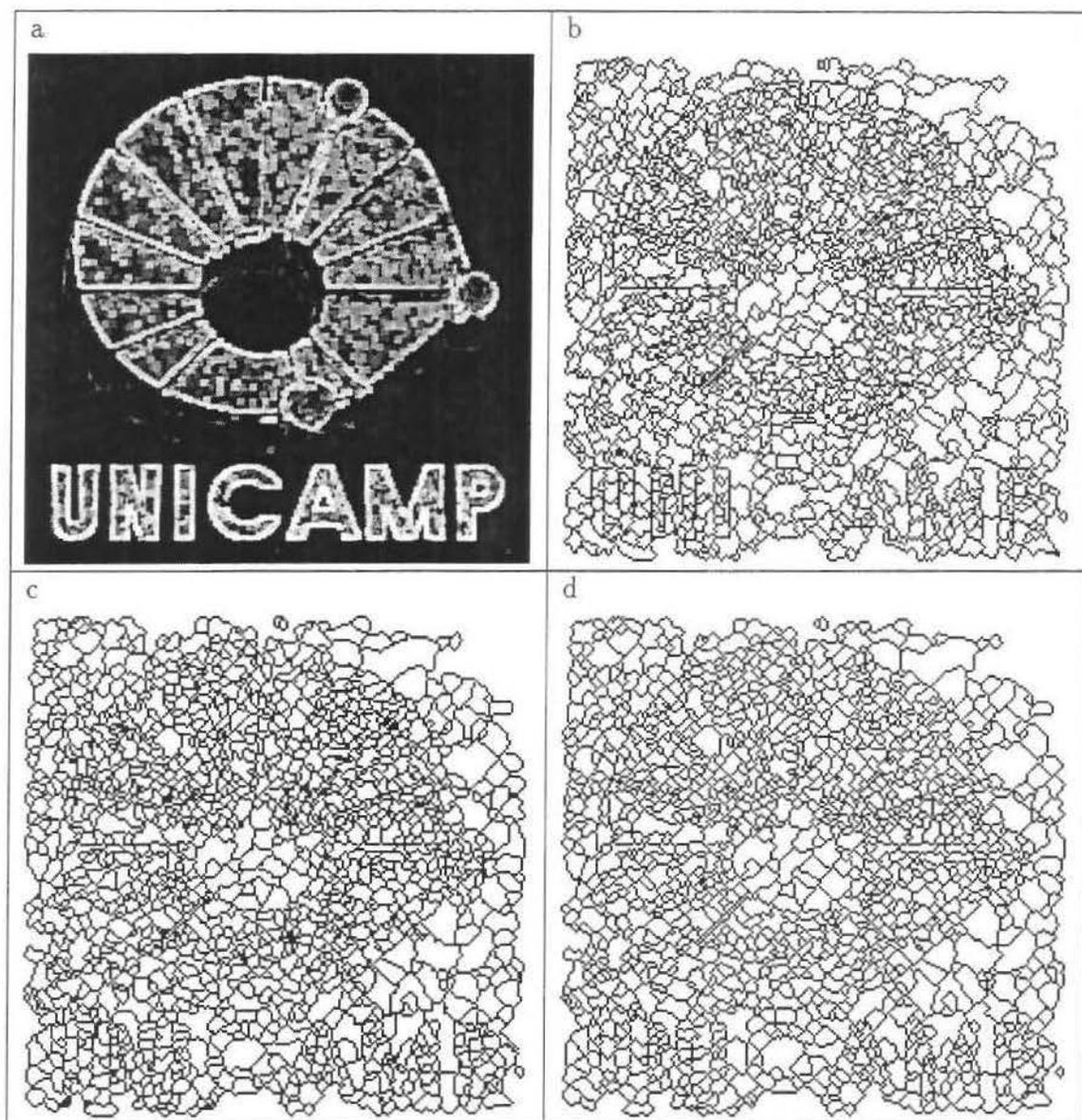


Figura 3.6: Exemplos de implementações da LDA: a) a imagem original, b) a LDA por afinamento homotópico c) a LDA por simulação de imersão. d) a LDA por crescimento de regiões.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	8	26	26	51	43	43	34	8	<u>34</u>	<u>34</u>	<u>34</u>	34	34	8
8	8	26	26	51	43	51	8	34	34	26	26	<u>34</u>	34	8
34	34	34	26	34	26	34	8	34	34	26	26	<u>34</u>	34	34
34	34	34	34	34	34	34	8	34	34	26	26	34	34	34
34	34	34	34	34	34	34	8	34	34	26	43	51	51	34
8	8	8	34	34	34	26	34	34	34	26	43	51	51	34
8	8	8	26	26	26	26	26	26	26	26	26	51	51	34
8	8	34	34	26	26	34	34	34	34	34	34	34	34	34
146	214	214	214	163	163	69	51	51	44	34	34	34	34	34
146	214	214	214	173	224	232	232	224	171	147	138	146	146	146
146	206	68	68	120	181	181	188	198	198	198	163	163	171	224
112	145	59	59	94	137	137	137	129	111	111	76	76	94	216
224	224	102	102	137	119	119	119	119	119	111	111	76	104	129
224	224	102	102	137	119	119	119	129	129	129	111	76	104	111

Figura 3.7: LDA por afinamento. Os números sublinhados representam pontos erroneamente identificados como LDA

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	8	26	26	51	43	43	34	8	34	34	34	34	34	8
8	8	26	26	51	43	51	8	34	34	26	26	34	34	8
34	34	34	26	34	26	34	8	34	34	26	26	34	34	34
34	34	34	34	34	34	34	8	34	34	26	26	34	34	34
34	34	34	34	34	34	34	8	34	34	26	43	51	51	34
8	8	8	34	34	34	26	34	34	34	26	43	51	51	34
8	8	8	26	26	26	26	26	26	26	26	26	51	51	34
8	8	34	34	26	26	34	34	34	34	34	34	34	34	34
146	214	214	214	163	163	69	51	51	44	34	34	34	34	34
146	214	214	214	173	224	232	232	224	171	147	138	146	146	146
146	206	68	68	120	181	181	188	198	198	198	163	163	171	224
112	145	59	59	94	137	137	137	129	111	111	76	76	94	216
224	224	102	102	137	119	119	119	119	119	111	111	76	104	129
224	224	102	102	137	119	119	119	129	129	129	111	76	104	111

Figura 3.8: LDA por crescimento de regiões. Os números maiores representam pontos da LDA

O capítulo a seguir apresenta o método morfológico de fotomosaico para imagens numéricas, baseado em LDA por afinamento, e a sua extensão para imagens coloridas, empregando a implementação de LDA por crescimento de regiões e a transformação de reconstrução geodésica.

## Capítulo 4

# Um Algoritmo de Fotomosaico

Este capítulo apresenta as linhas gerais do algoritmo de fotomosaico proposto neste trabalho. O algoritmo deve encontrar uma linha de costura que seja ótima, conexa e irregular, passando pelos pontos mais similares nas duas imagens do fotomosaico.

De modo geral, consideramos que a linha de costura procurada deve ter as seguintes características:

1. Ela deve ser conexa, descrevendo um caminho 4-conexo ou 8-conexo na região de interseção.
2. Cada ponto da linha deve representar, individualmente, um ponto de maior similaridade, em relação aos seus vizinhos não pertencentes à linha.
3. A linha de costura deve atravessar de um extremo a outro a região de interseção.
4. O conjunto dos pontos que formam a linha de costura deve passar no eixo medial de regiões homogêneas de alta correlação, visando evitar regiões próximas a altos gradientes, onde o olho humano é mais sensível [10].
5. A linha de costura deve ser não-monotônica (irregular), podendo definir de maneira mais realista qualquer caminho na região de interseção.

Como vimos, os métodos mencionados anteriormente definem linhas monotônicas (um pixel por linha ou coluna) e são baseados em informações estritamente locais.

O método morfológico descrito a seguir permite-nos definir um fotomosaico obedecendo aos critérios acima, a partir de informações globais da imagem. Através deste algoritmo podemos garantir, por exemplo, que a linha resultante será conexa, irregular, e que passará no eixo medial de regiões homogêneas de alta correlação, critérios (1), (4) e (5) não considerados nos métodos anteriores.

Este capítulo descreve o algoritmo desenvolvido para fotomosaico de imagens coloridas (seção 4.2). O algoritmo é baseado num processo de reconstrução recursivo que determina uma linha de costura conexa e irregular passando por pontos de alta correlação na região de interseção entre as imagens. Antes, porém, resumimos na seção 4.1 o algoritmo morfológico de fotomosaico do qual este trabalho faz uma extensão.

## 4.1 Algoritmo morfológico de fotomosaico original

O algoritmo morfológico apresentado em [17, 16] extrai informações globais de uma imagem de correlação relativa à região de interseção do fotomosaico. É esta característica global que permite a definição de um fotomosaico baseado numa linha de costura irregular.

Podemos dividir este algoritmo nos seguintes passos:

1. Posicionamento das duas imagens a fim de identificar a região de interseção, isto é, a região comum às duas imagens.
2. Medida de correlação das imagens na região de interseção.
3. Busca da melhor linha de costura na imagem de correlação.
4. Composição das imagens a partir da linha de costura encontrada.

### 4.1.1 Posicionamento das imagens

Para a realização do fotomosaico é indispensável que as imagens estejam numa mesma escala e orientação. Consideramos, neste trabalho, que as correções de escala e orientação já tenham sido previamente realizadas.

Devemos, a seguir, identificar a região de interseção entre as imagens. Neste trabalho, o posicionamento para identificar a região de interseção é executado manualmente. No entanto, podemos considerar métodos semi-automáticos baseados em casamento de padrões [22, 10]. Para imagens de satélite, por exemplo, este passo pode ser imediato, uma vez que as imagens, após registradas, têm seus pixels geo-referenciados, ou seja, para cada pixel da imagem podemos obter a indicação da posição no globo da referida informação [39].

### 4.1.2 Definição da imagem de correlação

Após a identificação da região coincidente nas imagens originais, Figura 4.1, devemos medir o grau de similaridade entre os pixels nesta região.

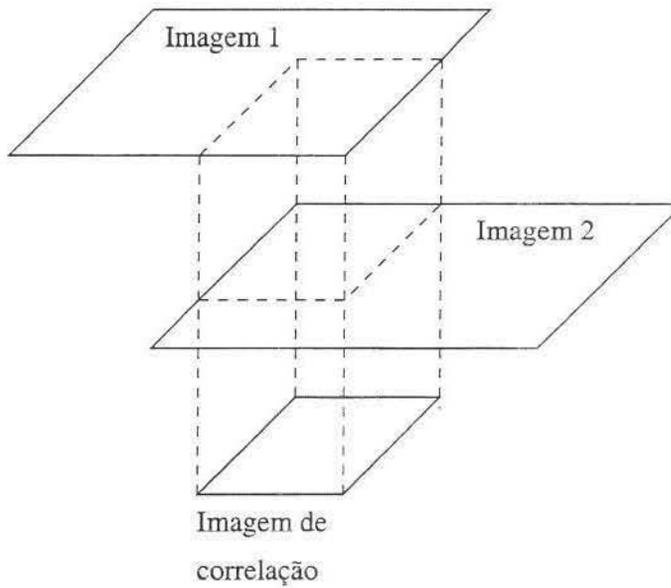


Figura 4.1: Medida da correlação entre as imagens na região de interseção.

Inicialmente, podemos considerar que a imagem de correlação corresponde a uma operação pontual representada pela diferença absoluta dos pixels nas regiões de interseção.

$$IC_1(x, y) = |I_1(x, y) - I_2(x, y)|,$$

em que  $I_1$  e  $I_2$  representam a região de interseção entre as imagens do fotomosaico e  $IC_1$  é a imagem de correlação.

O resultado desta etapa é uma imagem numérica, de mesma dimensão da região de interseção, em que cada ponto representa a correlação entre os pontos nas duas imagens. Um valor numérico baixo, por exemplo, indica uma alta similaridade entre os pontos, e um valor alto, uma baixa similaridade. Desta forma, definimos uma imagem cujos baixos níveis de cinza representam fortes candidatos à linha de costura.

Podemos considerar, ainda, janelas de correlação ao invés de diferenças absolutas pontuais, a fim de minimizar descontinuidades abruptas na imagem de correlação. O índice de similaridade,  $IC_u$ , considerando uma janela de correlação de tamanho  $u$  é dado pela equação:

$$IC_u(x, y) = \frac{\sum_{i=-\frac{u}{2}}^{\frac{u}{2}} \sum_{j=-\frac{u}{2}}^{\frac{u}{2}} IC_1(x + j, y + i)}{u^2} \quad (4.1)$$

Outros índices podem ser considerados, tais como o Índice de Similaridade por Média Normalizada, dado por:

$$IC(x, y) = \sum_{i=-\frac{u}{2}}^{\frac{u}{2}} \sum_{j=-\frac{v}{2}}^{\frac{v}{2}} |(I_1(x+i, y+j) - \bar{I}_1(x, y)) - (I_2(x+i, y+j) - \bar{I}_2(x, y))| \quad (4.2)$$

e o índice de Covariância:

$$IC(x, y) = \frac{\sum_i \sum_j |(I_1(x+i, y+j) - \bar{I}_1(x, y)) - (I_2(x+i, y+j) - \bar{I}_2(x, y))|}{\sqrt{\sum_i \sum_j (I_1(x+i, y+j) - \bar{I}_1(x, y))^2 \sum_i \sum_j (I_2(x+i, y+j) - \bar{I}_2(x, y))^2}} \quad (4.3)$$

em que  $\bar{I}_1(x, y) = \frac{1}{u^2} \sum_i \sum_j I_1(x+i, y+j)$  e  $\bar{I}_2(x, y) = \frac{1}{u^2} \sum_i \sum_j I_2(x+i, y+j)$ .

Estes índices são menos sensíveis a mudanças aditivas de amplitude [10].

Nesta etapa, realizamos, ainda, a identificação dos extremos da linha de costura e das bordas da imagem de correlação. Os extremos na imagem de correlação determinam onde começa e termina a linha de costura. As bordas representam a costura natural se uma simples sobreposição das imagens é efetuada. Alguns exemplos de extremos e bordas para algumas configurações de fotomosaico estão representados na Figura 4.2.

Para se obter a disposição correta da linha de costura na região de interseção, os extremos da linha de costura e as bordas da imagem de correlação precisam estar corretamente inicializados. Os pontos extremos devem fazer parte da linha de costura, conseqüentemente, precisam ser inicializados com zero (alta correlação). Por sua vez, os demais pontos (pontos de borda), que orientam a direção da linha de costura, devem ser inicializados com um valor máximo (baixa correlação). Estes valores garantem a existência de uma linha de costura atravessando de um extremo a outro os pontos da imagem de correlação.

### 4.1.3 Definição da linha de costura

A imagem de correlação obtida no passo anterior pode ser vista como uma superfície topográfica contendo picos e vales, isto é, pontos cuja altura denota regiões de alta ou baixa correlação. Assim, podemos considerar a definição da função LDA para segmentar a imagem de correlação, definindo os pontos que pertencem aos vales (regiões de alta correlação) desta imagem. Aqui, o algoritmo de LDA deve ser aplicado ao negativo da imagem de correlação  $IC$ . Seja  $L$  o máximo nível de cinza desta imagem, contendo  $M$  linhas e  $N$  colunas, então o negativo,  $IC'$ , da imagem  $IC$  é dado por:

$$IC'_{i,j} = L - IC_{i,j}, \quad i = 0, 1, \dots, M-1; \quad j = 0, 1, \dots, N-1$$

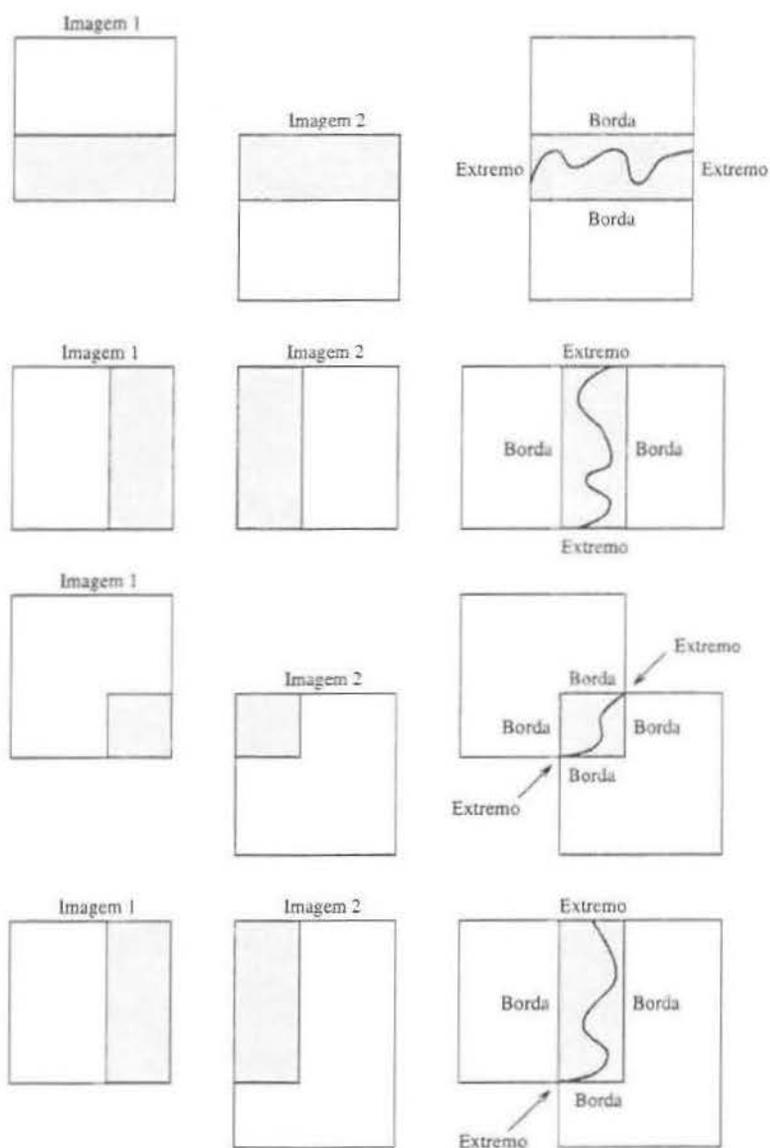


Figura 4.2: Algumas configurações de posicionamento das imagens do fotomosaico com a indicação das bordas e extremos da imagem de correlação.

A imagem de LDA pode ser definida a partir dos algoritmos apresentados no capítulo anterior. A Figura 4.3 mostra um exemplo da LDA obtida a partir da imagem de correlação entre as imagens da Figura 2.4, usando o algoritmo de LDA por afinamento.

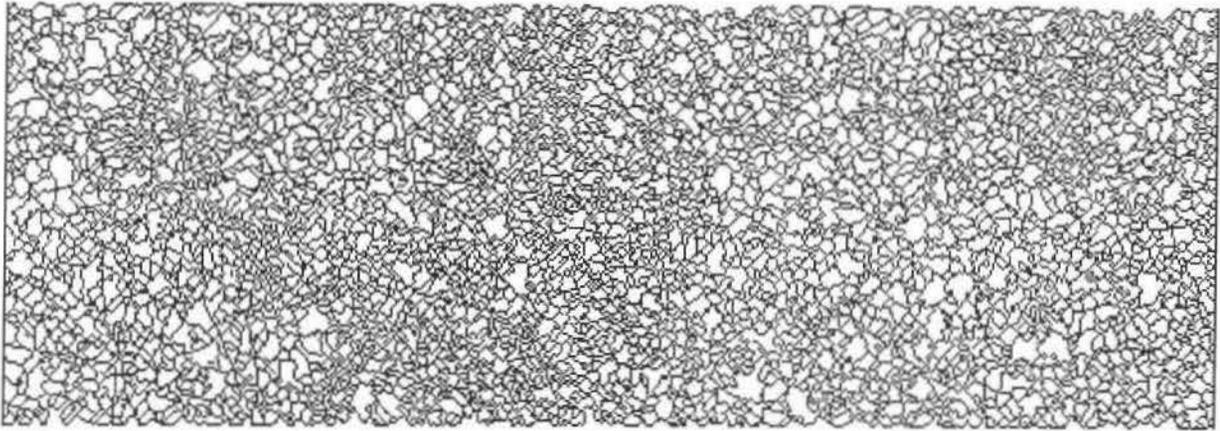


Figura 4.3: Imagem LDA

Como discutido no capítulo anterior, a segmentação por LDA produz uma imagem  $W$  supersegmentada, com muitos caminhos opcionais atravessando a região de interseção (Figura 4.3). O passo seguinte do algoritmo consiste da eliminação de caminhos redundantes e da definição de uma imagem bifásica na qual cada fase está relacionada com um lado do fotomosaico.

Morfologicamente, esta imagem bifásica pode ser definida através das operações geodésicas discutidas na seção A.3.5. A abordagem original consiste em dilatar um marcador, a partir da borda esquerda (superior) da imagem de LDA, e outro marcador na sua borda direita (inferior), para uma costura vertical (horizontal). Após a dilatação geodésica destes marcadores, as LDA que não se encontram entre duas fases diferentes e não obedecem a um determinado critério podem ser eliminadas. A operação termina quando uma linha separando estas duas fases é encontrada.

Por exemplo, para uma costura horizontal, sejam  $\Delta S$  e  $\Delta I$  o conjunto dos marcadores relativos às bordas superior e inferior de uma imagem binária  $W$ . Esta imagem indica os pontos de correlação pertencentes à LDA. A este conjunto, associamos etiquetas  $S$  e  $I$ , respectivamente.

A dilatação geodésica (Equação A.3.5) dos marcadores  $\Delta S$  e  $\Delta I$ , em relação à imagem  $W$ , pode ser dada por:

$$G = \delta_{W^c}^{\infty}(\Delta S) \cup \delta_{W^c}^{\infty}(\Delta I) \quad (4.4)$$

Informalmente,  $\delta^\infty(\cdot)$  corresponde à execução da dilatação geodésica até a estabilização (raio geodésico infinito). A imagem bifásica  $Ib$  contendo as etiquetas  $S$  e  $I$  é tal que:

$$Ib(x, y) = \begin{cases} S, & \text{se } [(x, y) \in G] \subset \delta_{W^c}^\infty(\Delta S) \\ I, & \text{se } [(x, y) \in G] \subset \delta_{W^c}^\infty(\Delta I) \\ 0, & \text{senão} \end{cases} \quad (4.5)$$

Isto é, os pixels da imagem  $Ib$ , na posição  $(x, y)$ , indicam os pontos da imagem bifásica com valor  $S$  (se o ponto correspondente em  $G$  faz parte do conjunto dilatado  $\Delta S$ ) ou  $I$  (se o ponto correspondente em  $G$  faz parte do conjunto dilatado  $\Delta I$ ). A Figura 4.4 ilustra a dilatação geodésica do conjunto  $\Delta S$  em  $W^c$ . Neste caso, consideramos que os pontos da *forma* (pontos pretos) têm valor 1 e são 8-conectados, e os pontos do *fundo* (pontos brancos) têm valor 0 e são 4-conectados. O elemento estruturante  $B$  usado na dilatação geodésica é 4-conectado.

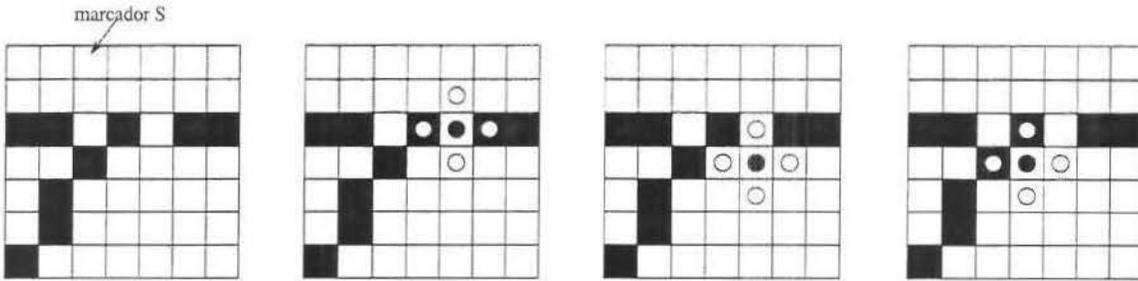


Figura 4.4: Dilatação geodésica do conjunto  $\Delta S$  com um elemento estruturante 4-conectado.

Após este passo, os pontos  $(G \oplus B) \setminus G$  da imagem  $W$  que não se encontram entre duas regiões etiquetadas com  $S$  e  $I$  são eliminados, e o processo de dilatação, denotado pelas Equações 4.4 e 4.5 continua. Estas operações se repetem até que a imagem  $Ib$  contenha apenas duas fases,  $S$  e  $I$ . A linha separando estas duas fases constitui a costura do fotomosaico.

Informalmente, a definição do processo de dilatação consiste simplesmente de uma varredura na imagem segmentada (imagem LDA), efetuando a propagação das etiquetas  $S$  e  $I$  entre os pontos que não pertencem às linhas de costura.

Para a eliminação de caminhos opcionais da imagem supersegmentada,  $W$ , podemos considerar a altura das suas LDA. Uma maneira simples de abordar esta etapa é eliminar, iterativamente, LDA com pontos elevados correspondendo a baixas correlações.

O método morfológico para construção de fotomosaicos pode ser descrito da seguinte forma (para uma costura horizontal, a extensão é direta para outros tipos de costura):

1. Definir uma imagem binária  $W$  representando os pontos de LDA da imagem de correlação (do negativo desta).

2. Propagar, em paralelo, as etiquetas  $S$  (a partir da borda superior) e  $I$  (a partir da borda inferior), até que uma LDA seja encontrada.
3. Repetir até que somente uma LDA separando as fases marcadas pelas etiquetas  $S$  e  $I$  seja encontrada:
  - Identificar a fase adjacente a pontos de LDA de menor correlação.
  - Eliminar aqueles pontos de menor correlação da LDA adjacente à respectiva fase.
  - Continuar a propagação de etiquetas (passo 2).

No caso específico em que as correlações mínimas sejam iguais, nas duas fases, um critério a ser considerado é eliminar aquela LDA com maior número de pontos de menor correlação (uma LDA será eliminada arbitrariamente caso o número desses pontos seja igual, nas duas fases).

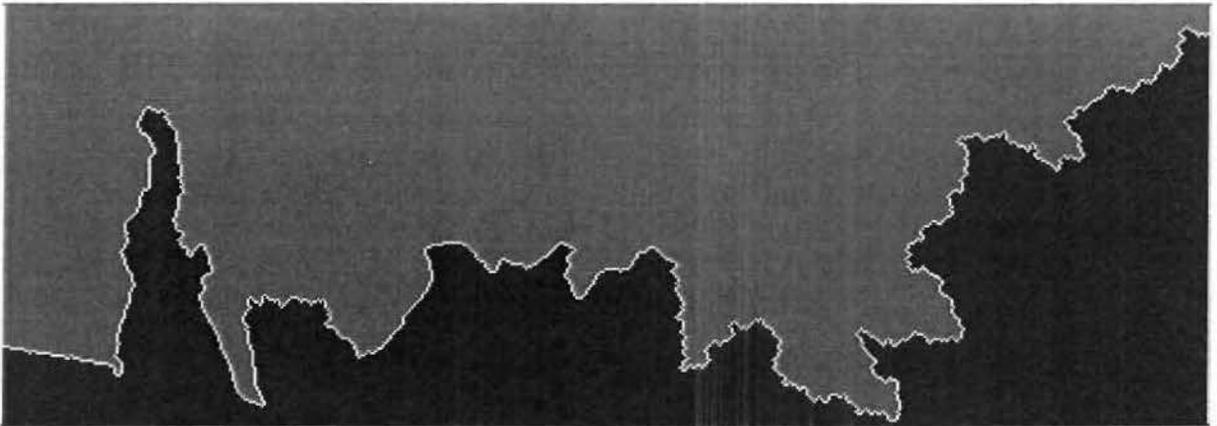


Figura 4.5: Resultado do cálculo da linha de costura usando o método morfológico. Os pontos cinzas formam o conjunto dilatado  $\Delta S$ , os pontos pretos formam o conjunto dilatado  $\Delta I$  e em branco temos a linha de costura.

#### 4.1.4 Composição do fotomosaico

Como vimos, a imagem resultante deste processo consiste de duas fases, correspondendo às etiquetas  $S$  e  $I$ , separadas por uma linha de costura (Figura 4.5). A composição do fotomosaico é feita, facilmente, comparando-se o valor destas etiquetas. Assim, os pontos do fotomosaico representando o conjunto dilatado superior ( $\Delta S$ ) irão definir a parte superior do fotomosaico. Da mesma forma, os pontos representando o conjunto

dilatado inferior ( $\Delta I$ ) irão definir a parte inferior. Os pontos da linha de costura podem ser preenchidos arbitrariamente com os pontos de uma das duas imagens.

A Figura 4.7 mostra um exemplo do fotomosaico morfológico composto a partir das imagens da Figura 2.4. Observe que a linha de costura passa sobre a grade de divisão política. Este resultado representa, de fato, um comportamento natural da linha, já que a mesma está presente nas duas imagens, representando, portanto, pontos de altíssima correlação.

#### 4.1.5 Problemas do método de fotomosaico morfológico original

A simplificação da imagem LDA conforme sugerido no algoritmo de fotomosaico morfológico original implica num tempo considerável de processamento. Conforme já observamos, a imagem LDA é supersegmentada e portanto, existem muitas linhas redundantes a serem eliminadas.

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	9	1	9	0	0	0
0	0	9	0	0	0	9	0	0
0	9	0	0	0	0	0	9	0
3	3	3	3	3	3	3	3	3
0	2	0	0	0	0	0	2	0
0	0	2	0	0	0	2	0	0
0	0	0	2	2	2	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figura 4.6: Exemplo de imagem de correlação em que o método morfológico original não encontra a melhor linha de costura.

O principal problema reside na não garantia da definição da linha de costura ótima. Vejamos, por exemplo, a imagem da Figura 4.6. Pela aplicação do método de simplificação anterior, a melhor linha (com valores 9) é eliminada por ter um ponto de valor 1 de menor correlação. Esta informação, estritamente local, não compromete o resultado do fotomosaico.

As próximas seções apresentam uma nova abordagem para a criação do fotomosaico. O método proposto melhora o tempo de computação usando um algoritmo ótimo de simplificação de imagem LDA a partir de marcadores. Uma recursão é realizada visando selecionar a melhor linha de costura, comparando a linha encontrada com outras obtidas a partir de outros marcadores.



Figura 4.7: Um exemplo do fotomosaico morfológico.

## 4.2 Extensão do algoritmo morfológico

O algoritmo desenvolvido neste trabalho procura uma linha de costura conexa e irregular, na região de interseção das imagens coloridas. Para resolver o problema de supersegmentação da ferramenta morfológica LDA, usamos uma modificação homotópica por reconstrução da imagem de correlação [19, 6].

### 4.2.1 Posicionamento das imagens coloridas

As mesmas considerações anteriores em relação ao posicionamento das imagens do fotomosaico são válidas aqui. Entre outras, consideramos que as correções de escala e orientação já tenham sido realizadas. Neste trabalho, o posicionamento da região de interseção é, de acordo com o trabalho anterior, executado manualmente.

### 4.2.2 Definição da imagem de correlação

Como vimos, esta etapa do método deve gerar uma imagem numérica, onde cada ponto representa o grau de similaridade dos pontos das duas imagens na região de interseção. Nesta implementação, no entanto, estamos tratando com imagens coloridas.

Para o caso de imagens coloridas, sejam  $R_1$ ,  $G_1$  e  $B_1$  as três bandas (red, green, blue) da imagem 1, e  $R_2$ ,  $G_2$  e  $B_2$  as três bandas da imagem 2, segundo o modelo de cores RGB [10, 32, 33]. O índice de similaridade entre pontos das duas imagens, denotado aqui por  $IC_1$ , pode ser dado por:

$$IC_1(x, y) = \sqrt{\Delta R_i^2 + \Delta G_i^2 + \Delta B_i^2} \quad (4.6)$$

ou,

$$IC_1(x, y) = \max(|\Delta R_i|, |\Delta G_i|, |\Delta B_i|) \quad (4.7)$$

em que  $\Delta R_i = R_1(x, y) - R_2(x, y)$ ,  $\Delta G_i = G_1(x, y) - G_2(x, y)$  e  $\Delta B_i = B_1(x, y) - B_2(x, y)$

ou ainda, usando o modelo  $L^*u^*v^*$ , em que  $L^*$ ,  $u^*$  e  $v^*$  são definidos a partir dos valores RGB [33, 30],

$$IC_1(x, y) = \sqrt{(\Delta L_i^*)^2 + (\Delta u_i^*)^2 + (\Delta v_i^*)^2} \quad (4.8)$$

com  $\Delta L_i^* = L_1^*(x, y) - L_2^*(x, y)$ ,  $\Delta u_i^* = u_1^*(x, y) - u_2^*(x, y)$  e  $\Delta v_i^* = v_1^*(x, y) - v_2^*(x, y)$

Como mencionado anteriormente, podemos considerar janelas de correlação, ao invés de diferenças absolutas pontuais, a fim de minimizar descontinuidades abruptas na imagem de correlação.

Outros índices e outros modelos de cores podem ser utilizados para determinar pontos de alta e baixa correlação na região de interseção (seção 4.1.2). É importante observar que independentemente do índice de dissimilaridade e do modelo de cores utilizados, o resultado neste passo é uma superfície topográfica, e o método de fotomosaico apresentado aqui encontrará uma boa linha de costura, segundo os critérios considerados.

### 4.2.3 Definição da linha de costura ótima

Definida a imagem de correlação, o próximo passo consiste da obtenção de uma linha de costura ótima, conexa e irregular, passando por pontos de alta correlação, e que comece e termine em pontos extremos da imagem de correlação.

Imaginemos a imagem de correlação como uma superfície topográfica, como no caso da transformação LDA. Como vimos, “picos” neste relevo indicam que os pixels correspondentes nas imagens de interseção são muito diferentes. Por outro lado, pontos de baixa altitude indicam alta similaridade. Desta forma, podemos aplicar a transformação LDA no negativo desta imagem de correlação, obtendo as linhas mais promissoras para a linha de costura. Novamente, um problema do uso direto da LDA sobre esta imagem é a supersegmentação resultante (veja Capítulo 3), originando grande quantidade de linhas de costura. Isto demanda uma filtragem da imagem supersegmentada visando a definição da linha de costura ótima.

De modo geral, o problema da supersegmentação pode ser abordado a partir dos seguintes métodos [6]:

1. Preenchimento das bacias topográficas a partir de marcadores (ver Seção 3.3).
2. Segmentação hierárquica da imagem [6, 2, 8].

Para simplificação da imagem LDA e definição de uma única linha de costura, consideramos, neste trabalho, uma modificação homotópica baseada em reconstrução (Apêndice A), com o objetivo de determinar os mínimos (marcadores) a partir dos quais realizaremos o processo de inundação no cálculo da LDA. Esta alternativa de simplificação enquadra-se na opção 1 acima.

A aplicação considerada aqui sugere a utilização das bordas da imagem de correlação como primeiros marcadores para a modificação homotópica.

Seja  $I$  uma imagem binária, definida no domínio  $D \subset Z^2$ , indicando os mínimos selecionados para a modificação homotópica por reconstrução. Para o fotomosaico,  $I$  indica, inicialmente, as bordas da imagem de correlação. Então:

$$\forall p \in D, I(p) = \begin{cases} 1, & \text{se } p \text{ é um mínimo marcador (as bordas, inicialmente)} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Seja  $Y$  uma imagem numérica que utilizaremos na modificação homotópica da imagem de correlação  $X$ . Se  $N - 1$  é o máximo nível de cinza de  $X$ , então a imagem  $Y$ , calculada impondo os marcadores indicados por  $I$ , é dada por:

$$\forall p \in D, Y(p) = (N - 1)(1 - I(p))$$

A imagem  $X'$ , resultante da reconstrução dual da imagem  $\text{inf}(X, Y)$  pela imagem  $Y$ , (ver Apêndice A) é dada por:

$$X' = \rho_{\text{inf}(X, Y)}^*(Y)$$

A imagem  $X'$  é uma imagem simplificada, cujos únicos mínimos regionais são aqueles indicados pelos marcadores. Aplicando-se a transformação LDA, denotada aqui por  $\omega$ , sobre a imagem simplificada  $X'$ , obtemos uma única linha de costura. Simbolicamente:

$$R = \omega(X')$$

$R$  é uma imagem binária em que os valores 1 indicam os pontos que formam a linha de costura do fotomosaico. Este procedimento é ilustrado na Figura 4.8 para uma “imagem” monodimensional. Para esta imagem temos apenas um ponto de costura.

O algoritmo inicial de fotomosaico por reconstrução pode ser resumido da seguinte forma:

#### Algoritmo de fotomosaico por reconstrução

---

**Entrada:** Imagem binária  $I$ , definida no domínio  $D$ .  
 Imagem de correlação  $X$ , definida no domínio  $D$ .  
 $N$  indicando o máximo nível de cinza da imagem de correlação  $X$ .

**Saída:** Imagem binária  $R$ , definida no domínio  $D$ .

**Usa:** Imagem em níveis de cinza  $Y$   
 Imagem em níveis de cinza  $X'$

- 
1.  $\forall p \in D : Y(p) = (N - 1)(1 - I(p))$  /\* Definição dos marcadores \*/
  2.  $X' = \rho_{\text{inf}(X, Y)}^*(Y)$  /\* Modificação homotópica \*/
  3.  $R = \omega(X')$  /\* Cálculo da LDA \*/
- 

Infelizmente, estas operações nem sempre definem uma linha de costura correta. Suponha, por exemplo, que a imagem de correlação seja simétrica como indicado na Figura 4.9. Ao aplicarmos a modificação homotópica, seguida do cálculo da LDA sobre esta

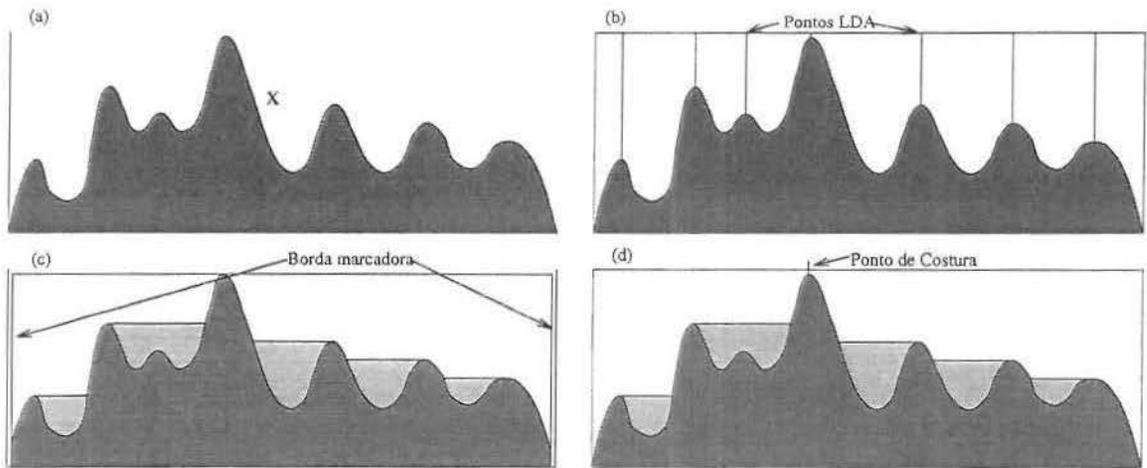


Figura 4.8: Exemplo do procedimento de modificação homotópica que define o melhor ponto de costura para uma imagem monodimensional: a) imagem de correlação  $X$  original, b) LDA com vários pontos de costura, c) modificação homotópica usando as bordas da imagem de correlação como marcadores, d) ponto de costura definido na imagem de correlação modificada.

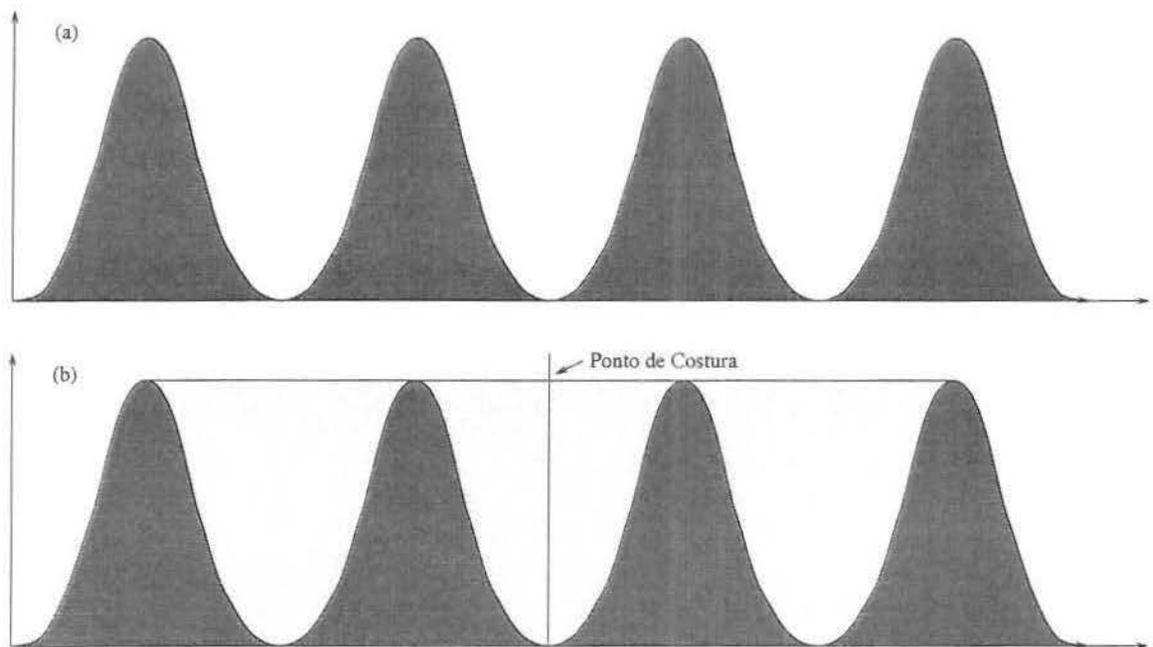


Figura 4.9: Exemplo de imagem de correlação simétrica onde o processo de modificação homotópica por reconstrução não fornece o resultado esperado: a) imagem de correlação simétrica, b) o resultado da modificação homotópica e o ponto de costura resultante.

imagem, obtemos um único ponto que, infelizmente, não passa por uma região de alta correlação.

Para garantir a definição de uma linha de costura ótima, passando por uma região de alta correlação, consideramos um processo recursivo em que a linha de costura obtida no passo anterior define os marcadores das próximas iterações recursivas.

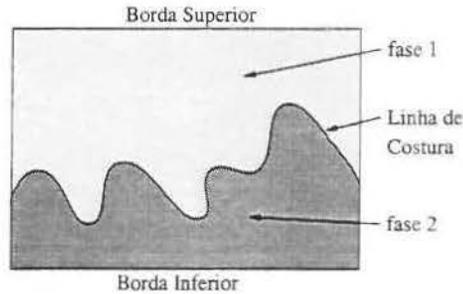


Figura 4.10: Linha de costura encontrada no passo inicial, considerando as bordas superior e inferior como marcadores.

O resultado da transformação LDA aplicada à imagem de correlação, modificada homotopicamente, é uma subdivisão da imagem em duas fases (ver Figura 4.10). Para o próximo passo recursivo, a imagem de mínimos marcadores é definida da seguinte forma:

$$\forall p \in D, I(p) = \begin{cases} 1, & \text{se } p \text{ é um ponto de borda ou} \\ & p \text{ pertence a uma fase considerada} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Isto é, queremos encontrar outras possíveis linhas de costura nas duas fases definidas na etapa corrente do algoritmo.

Para encontrar uma linha de costura na fase 1 da Figura 4.10, por exemplo, executamos o mesmo processo do passo inicial, considerando a fase 2 e a borda superior como marcadores. Como no passo inicial da recursão, este processo resulta numa linha de costura unindo um extremo a outro da região de interseção, passando, eventualmente, por pontos de alta correlação na fase 1, inclusive por pontos da linha de costura do passo inicial.

Podemos executar o mesmo procedimento para a fase 2 da imagem segmentada inicialmente. Desta forma, cada linha de costura encontrada possibilita a geração de duas outras linhas de costura (ver Figura 4.11). Este mesmo processo pode ser executado, de forma recursiva, com cada nova linha de costura. Três critérios são considerados para se determinar a condição de parada desta recursão, isto é, o fim da geração da *árvore binária* gerada por este algoritmo:

1. A qualidade da nova linha calculada é inferior a da linha obtida no passo anterior, segundo algum critério de avaliação. Seja  $L = \{p_0, p_1, \dots, p_n\}$  a seqüência de pontos

que formam a linha de costura e  $IC'$  o negativo da imagem de correlação. Exemplos de critérios usados neste trabalho para avaliar a qualidade da dinâmica da linha de costura são:

- $$\frac{1}{n+1} \sum_{i=0, p_i \in L}^n IC'(p_i) \quad (4.9)$$

- $$\frac{1}{n+1} \sum_{i=0, p_i \in L}^n IC'(p_i) / \sum_{i=1, p_i \in L}^n |IC'(p_i) - IC'(p_{i-1})| \quad (4.10)$$

- $$\frac{1}{n+1} \sum_{i=0, p_i \in L}^n IC'(p_i) / (\max_{p \in L}(IC'(p)) - \min_{p \in L}(IC'(p))) \quad (4.11)$$

A equação 4.9 considera o somatório da correlação dos pontos na linha de costura como medida de qualidade desta. A equação 4.10 valoriza as linhas onde não ocorrem muitas diferenças abruptas entre pontos vizinhos. A equação 4.11 leva em conta a dinâmica da linha, calculando o somatório das correlações pela diferença entre o maior e o menor valor da linha.

2. Ou a linha de costura passa por uma região onde a diferença da imagem reconstruída,  $X'$ , e a imagem de correlação original,  $IC$ , é igual a zero.
3. Ou a linha de costura obtida na iteração atual é igual à linha obtida na recursão precedente.

Em termos algorítmicos o critério 1) é utilizado para avaliar a qualidade da linha de costura, indicando a convergência do resultado (fim das subdivisões recursivas). O critério 2) é utilizado para evitar que a linha de costura passe por regiões de baixa correlação, como indicado na Figura 4.9, e o critério 3) detecta a aparição na chamada atual do algoritmo recursivo, da mesma linha definida na recursão anterior, evitando, assim, um número infinito de chamadas recursivas.

O algoritmo de fotomosaico por reconstrução recursiva pode ser resumido da seguinte forma:

---

**ReconstruçãoRecursiva (fase, valor, melhorvalor)**


---

1.  $\forall p \in D, I(p) = \begin{cases} 1, & \text{se } p \text{ é um ponto de borda ou} \\ & p \text{ pertence à fase considerada} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

2.  $\forall p \in D : Y(p) = (N - 1)(1 - I(p))$  /\* Definição dos marcadores \*/

3.  $X' = \rho_{\text{inf}(X,Y)}^*(Y)$  /\* Modificação homotópica \*/

4.  $R = \omega(X')$  /\* Cálculo da LDA \*/

5.  $\text{novovalor} = \text{CalculaValor}(R)$  /\* Cálculo da qualidade da linha (eq.4.9-4.11) \*/

6. Se (a mesma linha NÃO foi definida neste ramo da árvore) e  
 (( $\text{novovalor} > \text{valor}$ ) ou  
 (a linha passa por pontos de BAIXA correlação))  
 Então  
     Se ( $\text{melhorvalor} < \text{novovalor}$ )  
       Então  $\text{melhorvalor} = \text{novovalor}$   
     ReconstruçãoRecursiva (fase1, novovalor, melhorvalor)  
     ReconstruçãoRecursiva (fase2, novovalor, melhorvalor)

---

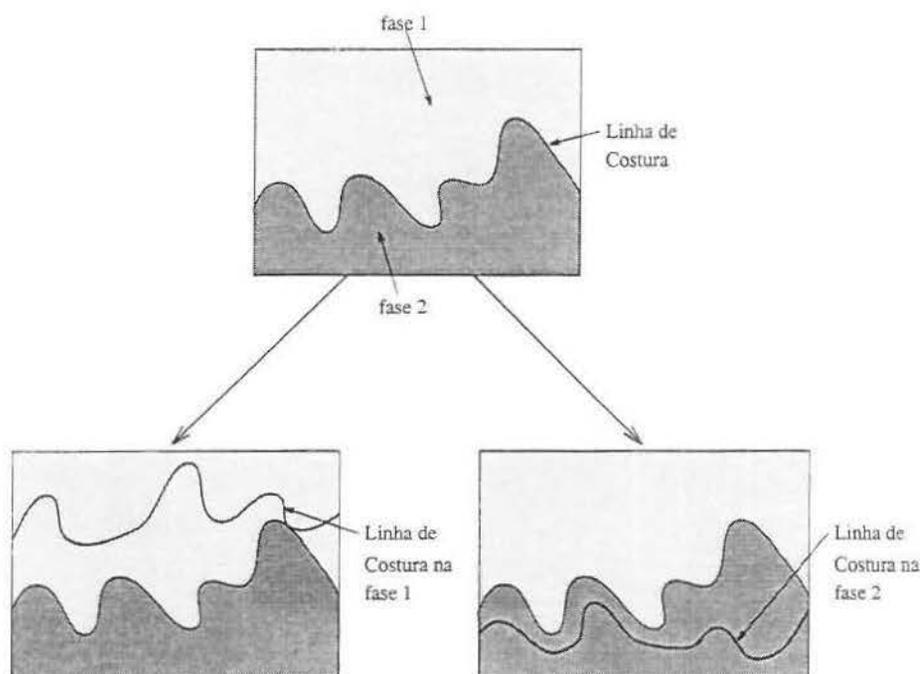


Figura 4.11: A linha de costura encontrada no passo inicial da recursão é usada para encontrar uma outra possível linha em cada fase da imagem segmentada.

O resultado desta nova implementação é uma árvore binária de possibilidades cuja melhor linha de costura define pontos que passam por uma região de alta correlação.

Podemos garantir, ainda, que esta linha é, segundo os critérios considerados, a linha de costura ótima. Considere a árvore de possíveis linhas de costura representada na Figura 4.12.

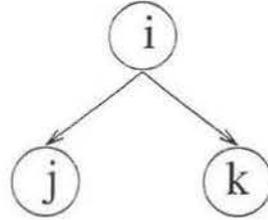


Figura 4.12: Ramo da árvore de possíveis linhas de costura.

No instante que os nós  $j, k$  representarem linhas topologicamente mais baixas e separadas pela linha do nó  $i$ , não precisaremos prosseguir a busca a partir destes nós já que todas as linhas obtidas através do processo de reconstrução considerado serão de menor qualidade. O maior valor obtido na árvore determina, portanto, a melhor linha de costura.

A árvore para a imagem de correlação simétrica mostrada na Figura 4.9 é ilustrada na Figura 4.13.

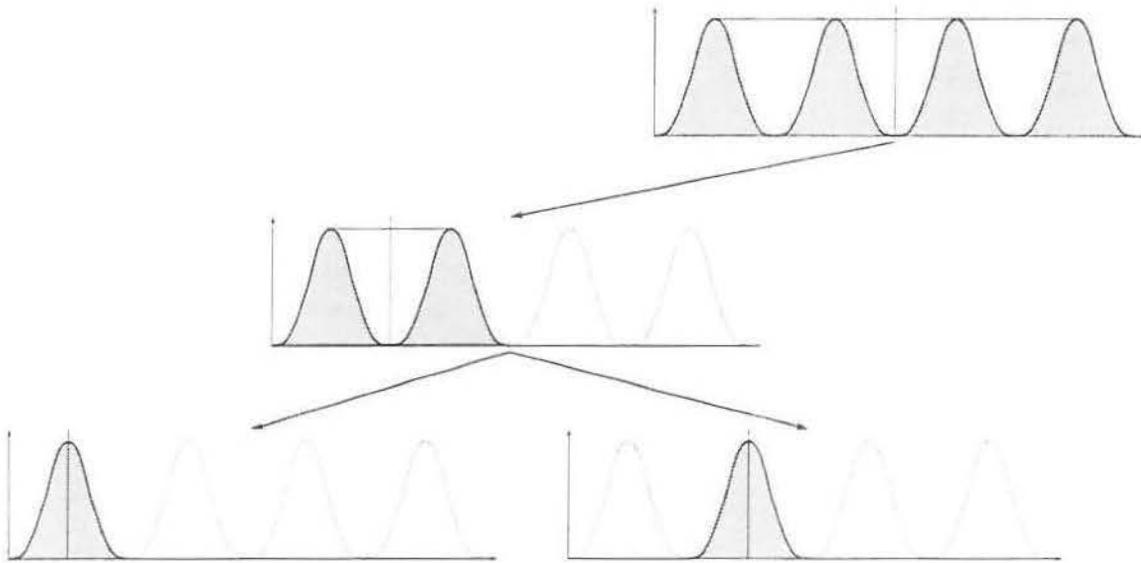


Figura 4.13: Exemplo de árvore binária de possibilidades gerada para encontrar a linha de costura para uma imagem de correlação simétrica monodimensional.

A Figura 4.15 mostra a árvore de possibilidades gerada para a imagem de correlação bidimensional da Figura 4.14-a. Nesta imagem procuramos uma linha de costura horizontal, assim, a primeira marcação, Figura 4.15-a, é feita nas bordas superior e inferior

desta imagem de correlação. O conjunto de marcadores iniciais é indicado em vermelho e azul, respectivamente. A seguir, aplicamos as transformações de reconstrução e LDA para encontrar uma primeira linha representada em verde. Observe que a linha encontrada passa por pontos claros (maior similaridade) na imagem de correlação. Para essa linha é atribuído um valor (neste exemplo, usamos a Equação 4.10). Para o próximo passo recursivo, as regiões acima e abaixo da linha de costura do passo anterior foram devidamente marcadas, gerando assim os dois nós descendentes da raiz da árvore, Figura 4.15-b (o nó descendente à esquerda da raiz não está representado nesta imagem para simplificar este exemplo). Para o nó esquerdo, a região acima da linha de costura anterior já está marcada (região vermelha na Figura 4.15-c). Para o nó direito, consideramos que a região abaixo da linha de costura encontra-se marcada (região azul nas Figuras 4.15-b e 4.15-c). Para cada um destes nós aplicamos as transformações de reconstrução e LDA, definindo uma nova linha e atribuindo um valor à mesma. Se o valor da linha encontrada é maior do que o da linha anterior (linha de melhor qualidade) o processo recursivo continua, caso contrário pára. Por exemplo, o nó *c* tem valor menor que o nó *b*, portanto, a recursividade não continua neste ramo, de acordo com o critério 1) de parada visto anteriormente. Os valores atribuídos para cada linha de costura da árvore da Figura 4.15 estão apresentados na Figura 4.16. Todas as linhas de costura encontradas estão apresentadas na Figura 4.14-b. A melhor linha de costura encontrada para esta imagem de correlação é apresentada na Figura 4.14-c.

#### 4.2.4 Composição das imagens

O último passo do processo de fotomosaico é usar a linha de costura calculada no passo anterior para gerar uma nova imagem cujo efeito visual da costura do mosaico é minimizado. Como vimos, a linha de costura determina a fronteira entre as duas fases associadas à cada uma das duas imagens que compõem o mosaico. Aos pontos da linha de costura podem ser atribuídos, indistintamente, valores de uma das duas imagens originais.

As Figuras 4.17-4.22 mostram um exemplo da aplicação deste algoritmo de fotomosaico para duas imagens coloridas, tendo uma região de interseção em comum.

### 4.3 Comparação com outros métodos

Os algoritmos de Milgram e Shiren mencionados anteriormente foram desenvolvidos para fotomosaicos de imagens em níveis de cinza. No entanto, para uma comparação de resultados, podemos considerar a aplicação destes métodos sobre a imagem de correlação definida sobre as três bandas *RGB* e utilizada no nosso método. O resultado desta medição é uma imagem em níveis de cinza, onde são aplicados os métodos originais de Milgram e Shiren.

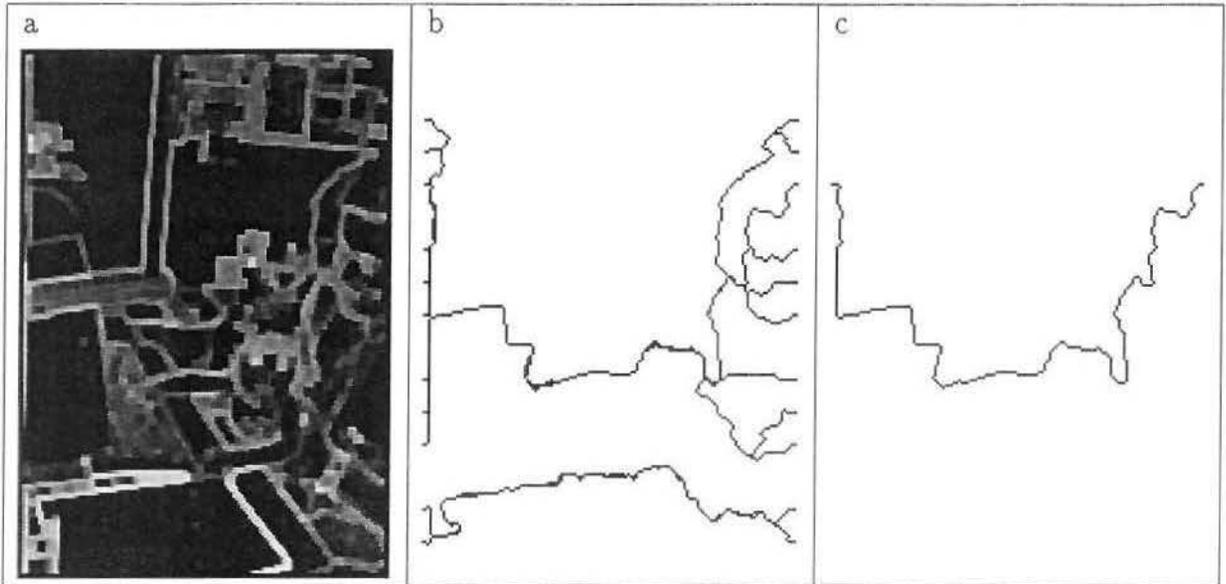


Figura 4.14: Algoritmo de reconstrução recursiva aplicada a uma imagem de correlação bidimensional. a) a imagem de correlação, b) todas as linhas de costura encontradas, c) a melhor linha de costura.

Para ilustrar, usamos as duas imagens da Figura 4.23 contendo uma região em comum. Como podemos observar, a imagem 1, Figura 4.23-a, está menos saturada que a imagem 2, Figura 4.23-b. É fácil concluir que a imagem de correlação resultante deve definir a linha de encaixe do quebra-cabeça como a linha de mais alta correlação entre as duas imagens originais (esta linha está identicamente presente nas duas imagens).

Os resultados da aplicação dos métodos de reconstrução recursiva e dos métodos adaptados de Milgram e Shiren, sobre as imagens da Figura 4.23, estão apresentados nas Figuras 4.24, 4.25 e 4.26 respectivamente. Para este exemplo, tanto Milgram como Shiren consideram uma vizinhança de 10 pixels na definição do próximo ponto de costura (ver Seções 2.1.1 e 2.1.2).

Como os métodos de Milgram e Shiren só admitem um ponto de costura por coluna para uma costura horizontal, estes dois métodos não seguem completamente a linha de encaixe das peças do quebra-cabeça. Como esperado, o algoritmo de reconstrução recursiva, por definir uma linha de costura conexa e irregular, descreve mais naturalmente o encaixe destas peças. /

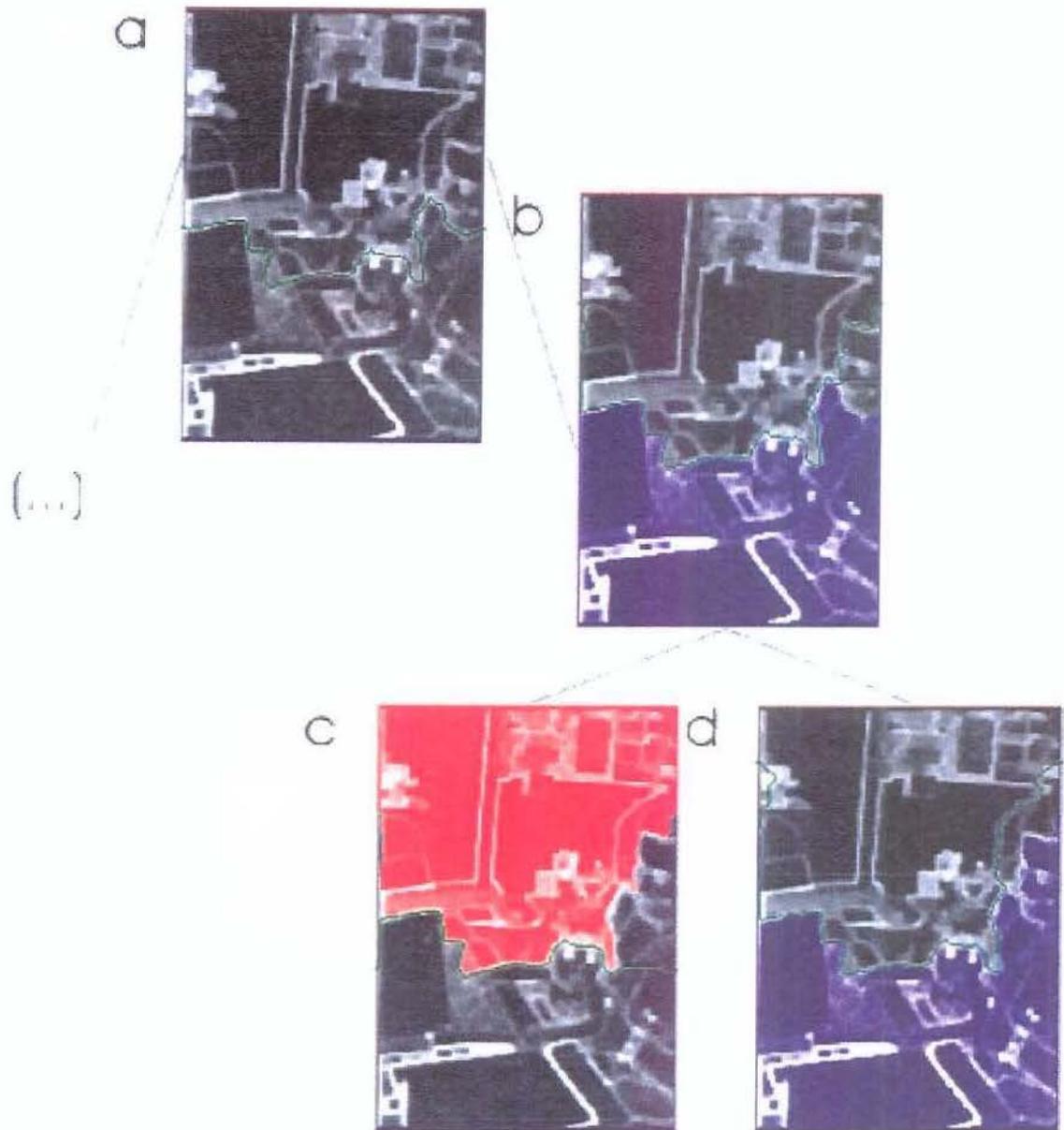


Figura 4.15: Exemplo de árvore binária de possibilidades gerada para encontrar a linha de costura para uma imagem de correlação bidimensional.

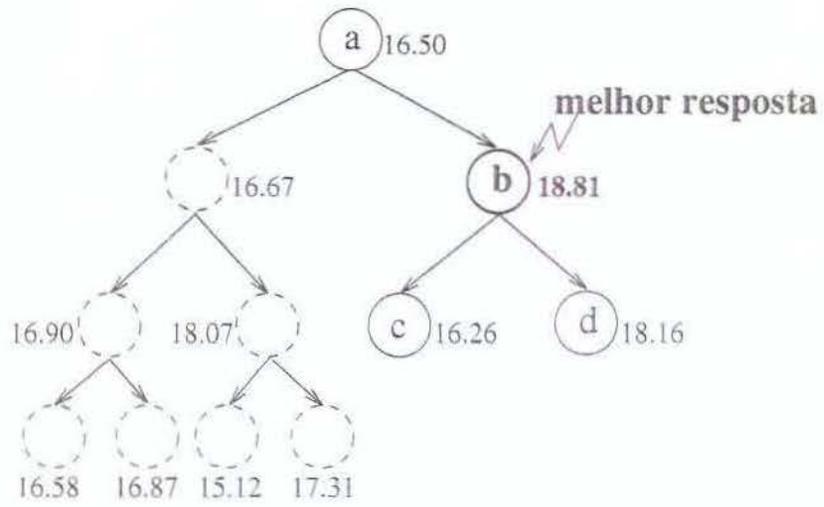


Figura 4.16: Árvore binária de valores.

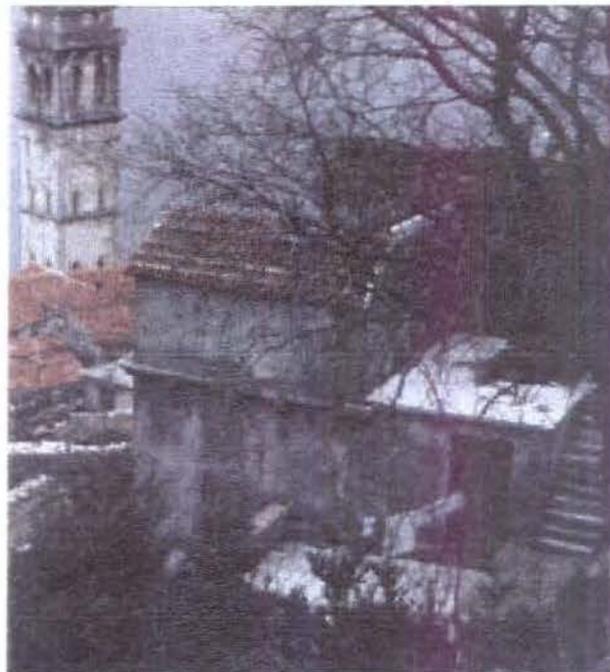


Figura 4.17: Imagem colorida 1.



Figura 4.18: Imagem colorida 2.



Figura 4.19: Todas as possíveis linhas de costura encontradas na imagem de correlação entre as imagens coloridas 1 e 2 (em vermelho está representada a melhor linha de costura resultante).

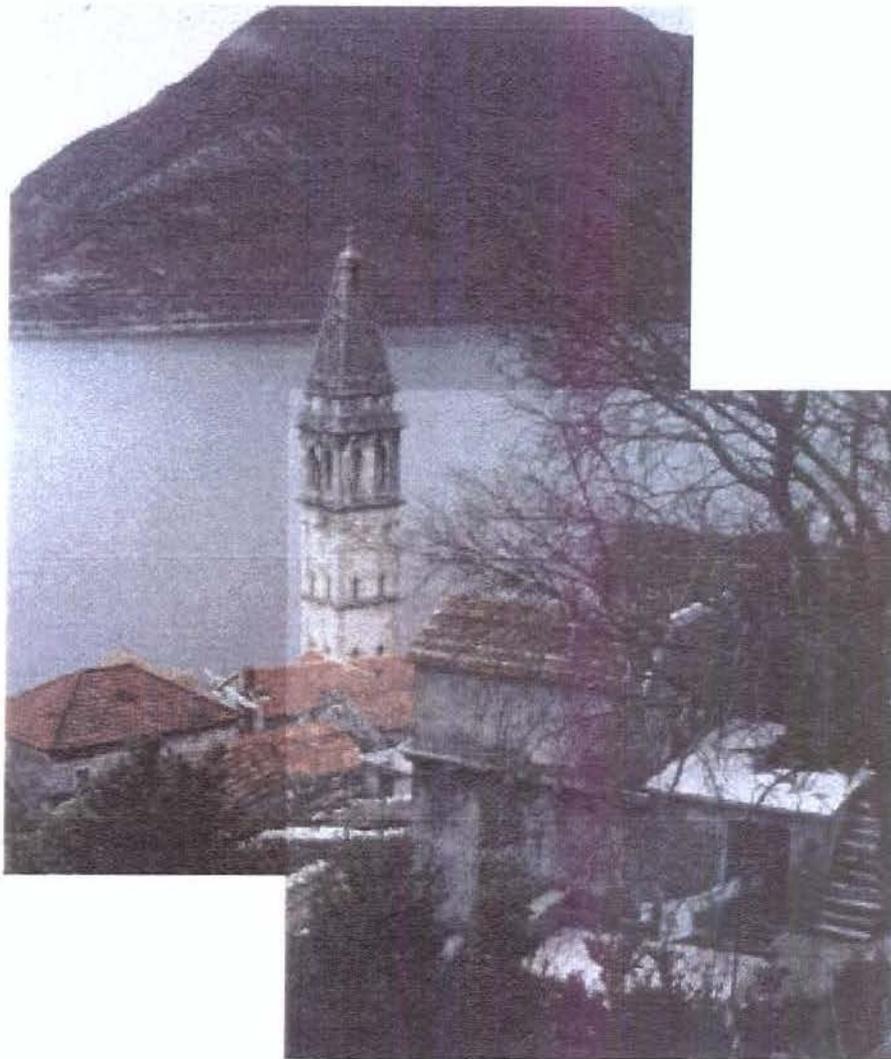


Figura 4.20: Fotomosaico ruim obtido pela simples sobreposição das imagens. Observe como a borda da imagem é uma aresta visível nesta montagem.

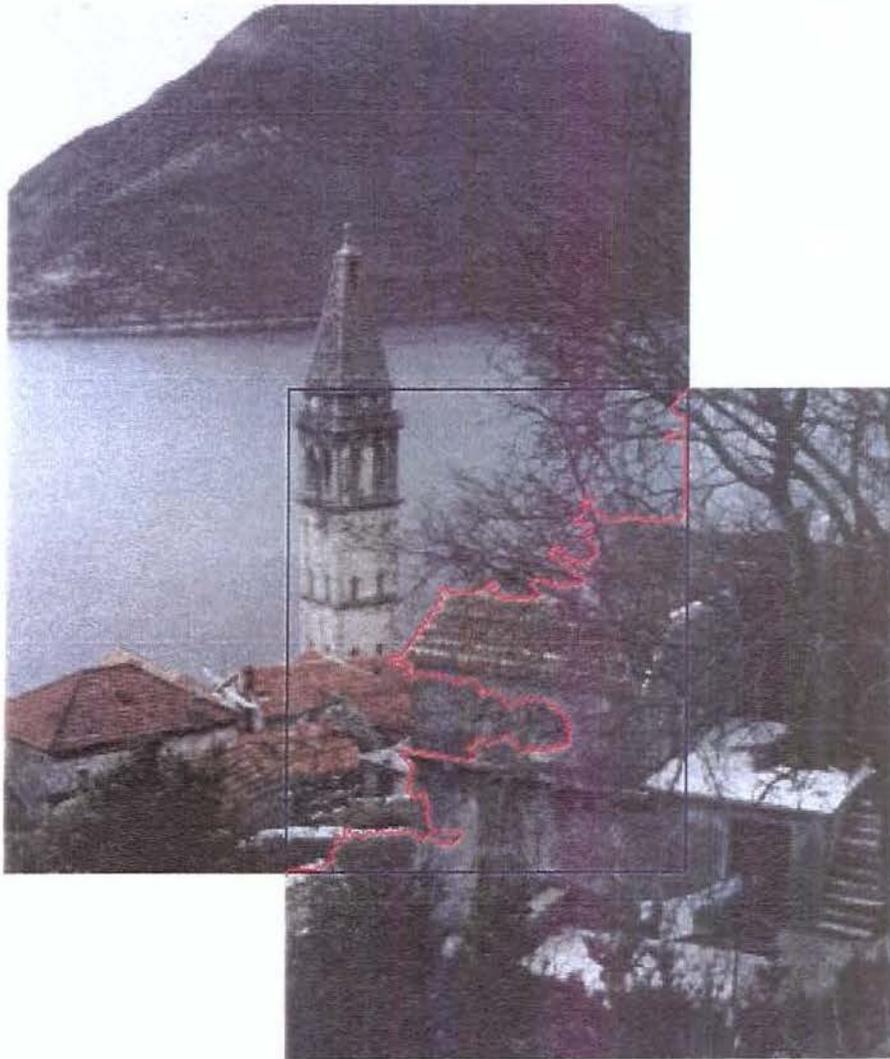


Figura 4.21: Fotomosaico calculado pelo método de reconstrução recursiva. A linha azul representa as bordas da região comum às duas imagens e a linha vermelha representa a melhor linha de costura resultante.



Figura 4.22: Fotomosaico final sem a apresentação da linha de costura.

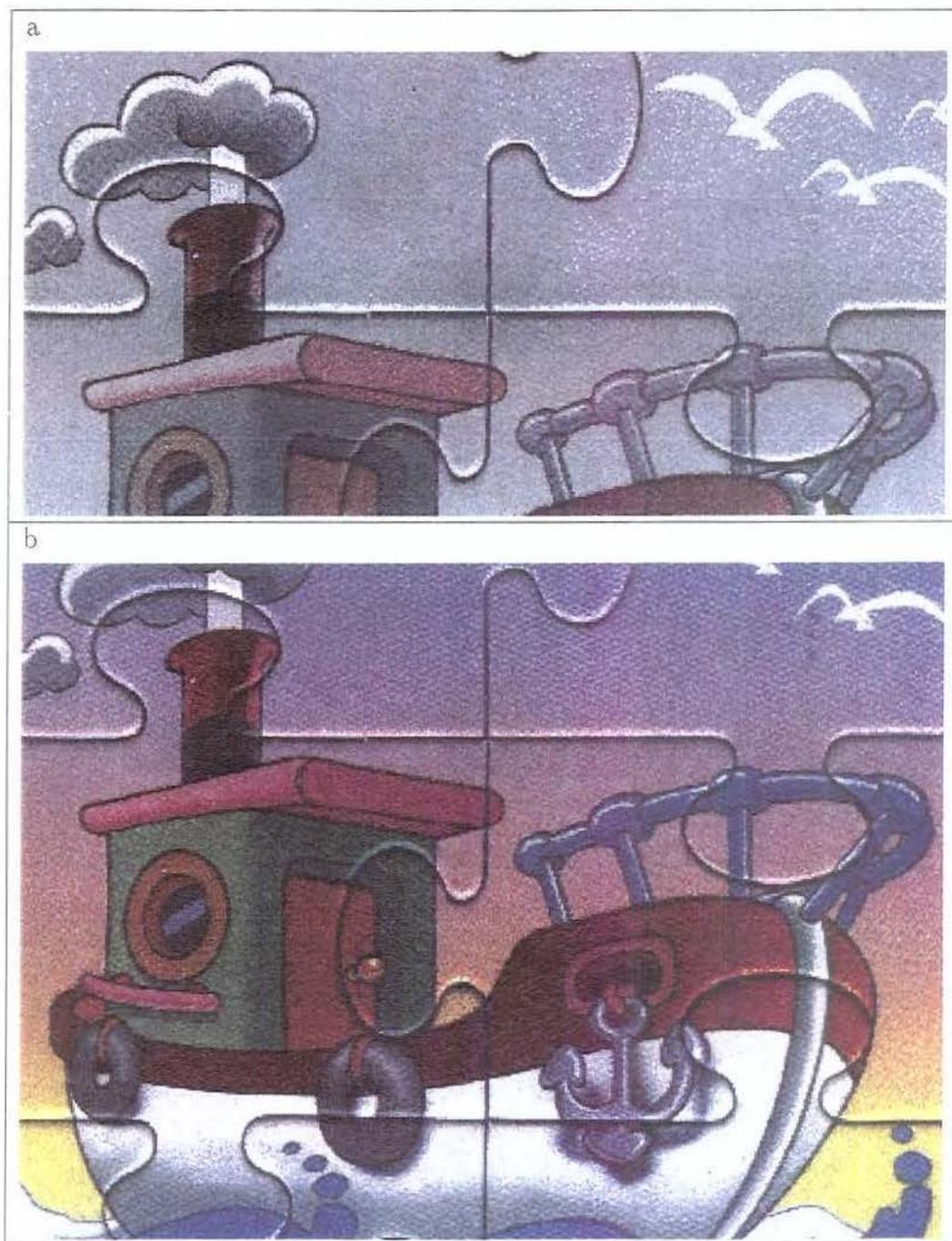


Figura 4.23: Imagens usadas na comparação de alguns métodos de fotomosaico: a) imagem 1, b) imagem 2.

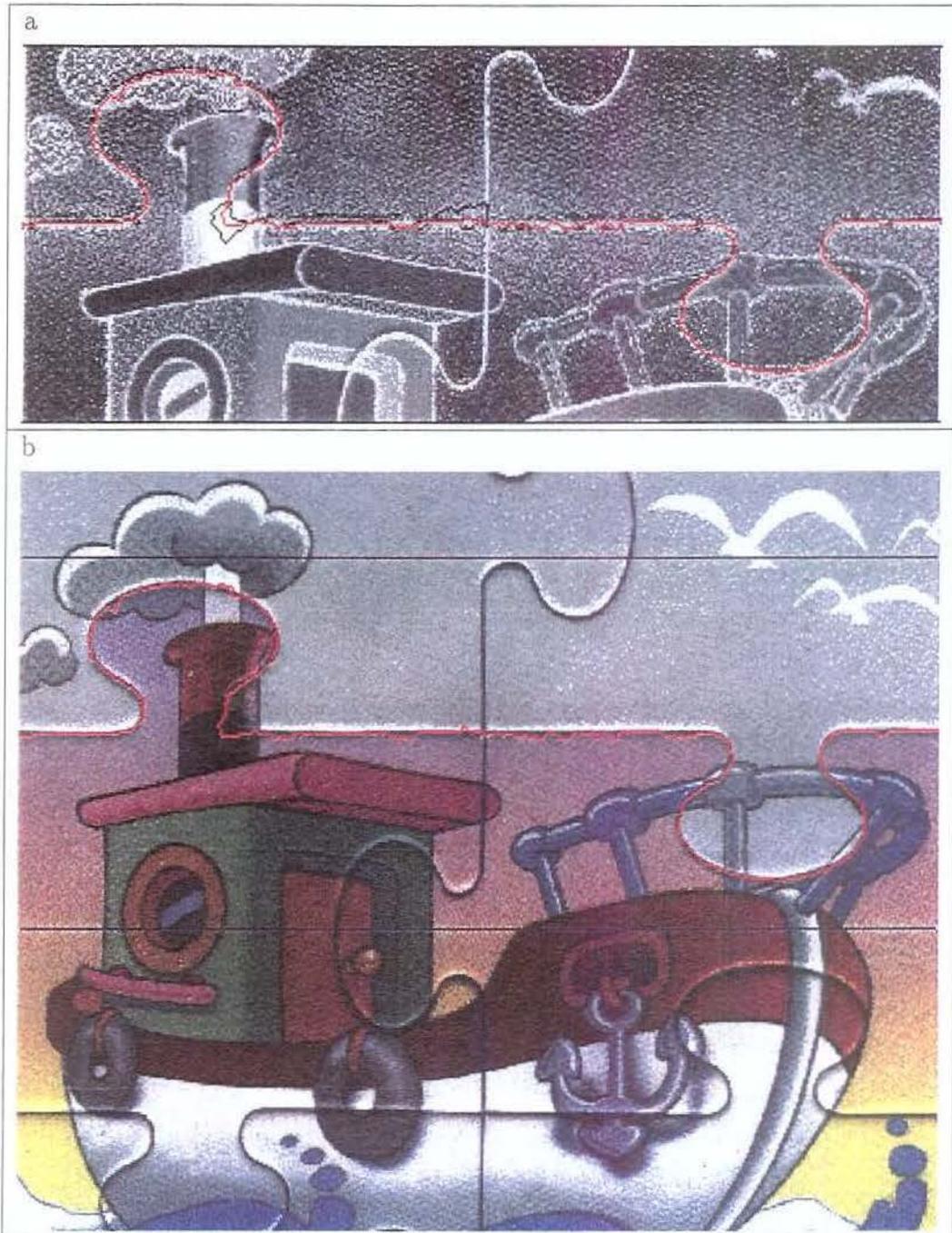


Figura 4.24: Exemplo de fotomosaico pelo método de reconstrução recursiva: a) a imagem de correlação com as linhas de costura definidas (a linha vermelha indica a melhor linha de costura), b) o resultado do fotomosaico.

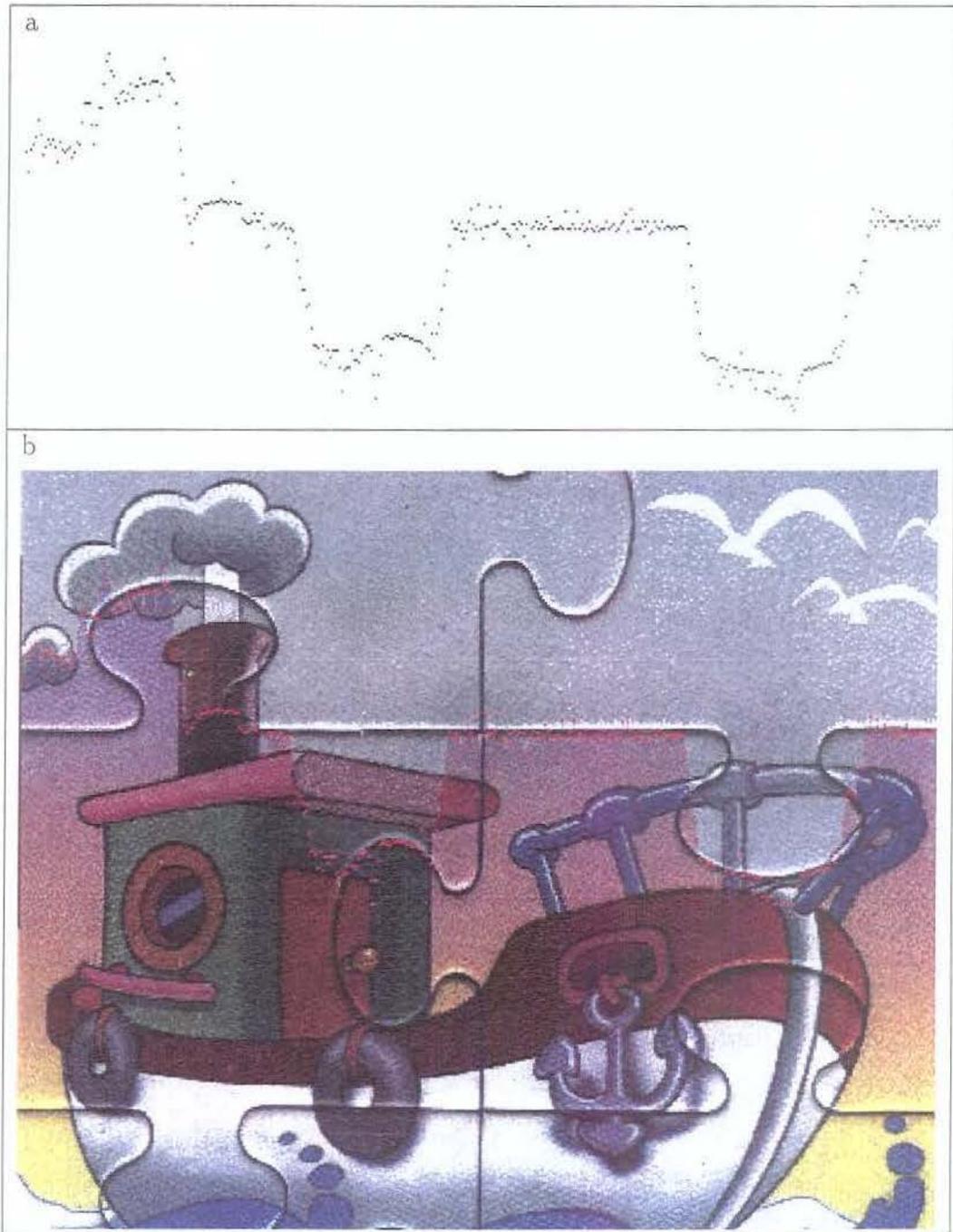


Figura 4.25: Exemplo de fotomosaico pelo método de Milgram: a) os pontos de costura encontrados, b) o resultado do fotomosaico.

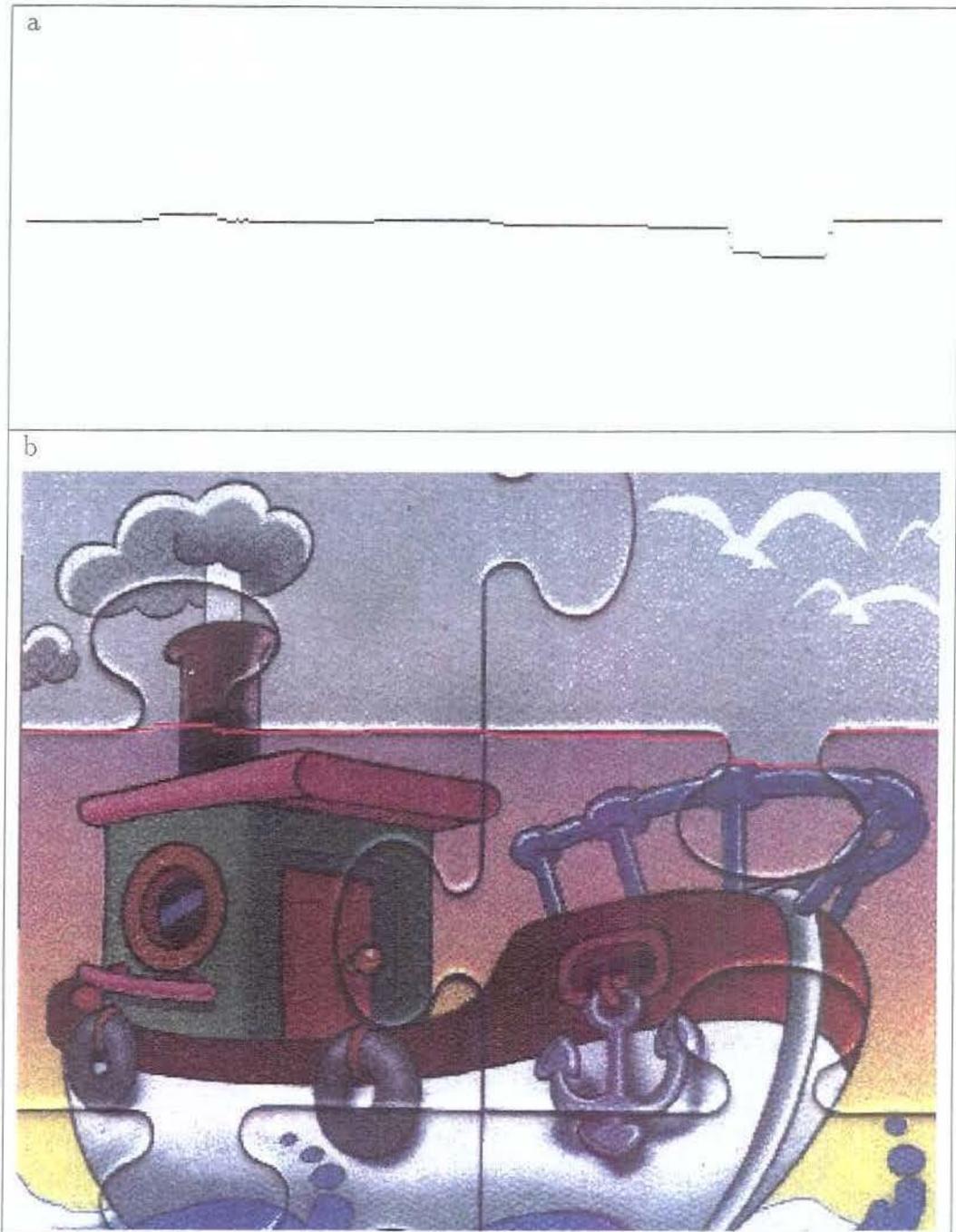


Figura 4.26: Exemplo de fotomosaico pelo método de Shiren: a) os pontos de costura encontrados, b) o resultado do fotomosaico.

# Capítulo 5

## Conclusão

Neste trabalho apresentamos um algoritmo que, ao contrário dos métodos conhecidos, define uma linha de costura ótima, conexa e irregular para fotomosaico de imagens coloridas e em níveis de cinza. O método é baseado essencialmente na operação morfológica de segmentação de imagens, denominada Linha Divisora de Águas (*Watershed*).

Nesta implementação, consideramos os modelos de cores *RGB* e *Luv* para gerar a imagem de correlação, que mede a similaridade na região de interseção das imagens. Outros modelos de cores podem ser facilmente implementados para satisfazer a outros requisitos específicos do fotomosaico.

Considerando as características do problema, foi possível definir um algoritmo em que as bordas da região de interseção das imagens são usadas como marcadores num processo recursivo de definição da melhor linha de costura do fotomosaico.

Os algoritmos desenvolvidos neste trabalho foram inicialmente implementados em linguagem *C*, para ambiente *UNIX*. Para facilitar o processo de posicionamento manual das imagens e os testes de fotomosaico, todas as rotinas *C* foram reescritas para definir um ambiente gráfico em linguagem *JAVA*. Esta linguagem foi escolhida devido à similaridade com a linguagem *C*, pela facilidade de se definir uma interface gráfica e principalmente pela portabilidade (a mesma aplicação *JAVA* funciona tanto em ambiente *UNIX* como em *WINDOWS-95/NT*).

O ambiente é composto de três janelas (Figura 5.1):

1. Uma janela principal onde são carregadas e posicionadas as imagens coloridas.
2. Uma janela onde é apresentada a imagem de correlação e onde são mostradas as linhas de costura calculadas pelo programa de reconstrução recursiva.
3. Uma janela onde é apresentado o resultado da composição das imagens usando-se a melhor linha de costura calculada.

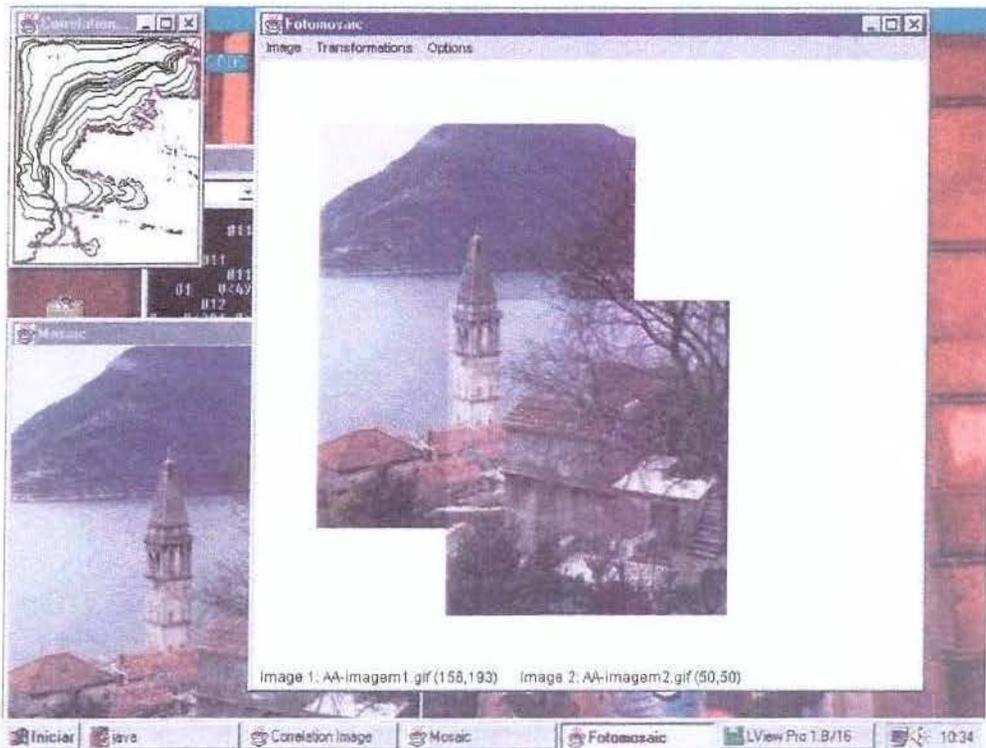


Figura 5.1: Ambiente desenvolvido em *JAVA* para criação do fotomosaico

Como extensão deste trabalho, sugerimos a abordagem do problema de posicionamento automático de imagens de fotomosaicos baseada em Morfologia Matemática, assim como um estudo de modelos de implementação eficiente dos algoritmos desenvolvidos, visando aplicações em tempo real.

# Apêndice A

## Morfologia Matemática

Morfologia Matemática [29, 1, 13] é um ramo não-linear da área de processamento digital de imagens, desenvolvido na década de sessenta, por George Matheron e Jean Serra. Os autores basearam seus trabalhos na extração de informações de imagens a partir de uma série de transformações de formas. Estas transformações morfológicas são representadas por duas operações elementares, denominadas dilatação e erosão. A teoria original desenvolvida por Matheron e Serra restringia-se a imagens binárias. Mais recentemente, a teoria foi estendida para o caso de imagens numéricas.

O espectro das transformações morfológicas é bem extenso, incluindo filtragem, segmentação, restauração, detecção de arestas, análises de textura, geração de características, esqueletização, análise de forma, compressão, análise de componentes, preenchimento de curvas e afinamento geral. Existem muitas áreas nas quais morfologia matemática tem sido aplicada com sucesso, incluindo entre outras, visão robótica, inspeção, microscopia, imagens médicas, sensoriamento remoto, biologia, metalurgia, e leitura automática de caracteres.

A idéia básica da morfologia matemática consiste da comparação da imagem a ser analisada com outra menor e de forma conhecida denominada *elemento estruturante*. Pela marcação dos pontos da imagem na qual o elemento estruturante se encaixa ou não, por exemplo, podemos extrair informações estruturais da imagem. Esta informação depende da forma e do tamanho do elemento estruturante.

Para a apresentação das transformações morfológicas básicas, erosão e dilatação, e das outras transformações derivadas, necessitamos de algumas definições elementares sobre topologia digital e operações de conjuntos. A apresentação dos conceitos morfológicos será feita de maneira informal. O leitor mais interessado poderá consultar, por exemplo [29, 1].

## A.1 Topologia digital

Nesta seção apresentamos algumas importantes relações entre pixels numa imagem digital. Uma imagem binária  $I$  é um mapeamento definido num certo domínio discreto  $D_I \in Z^2$  e que tem seus valores em  $\{0, 1\}$ . Seja  $p = (x, y)$  um ponto desta imagem digital. Os quatro vizinhos vertical e horizontal do ponto  $p$  constituem os 4-vizinhos de  $p$ . São eles:

$$(x - 1, y), (x, y - 1), (x, y + 1), (x + 1, y)$$

Os 4-vizinhos de  $p$ , juntamente com seus quatro vizinhos diagonais

$$(x - 1, y - 1), (x - 1, y + 1), (x + 1, y - 1), (x + 1, y + 1)$$

constituem os 8-vizinhos de  $p$  (Figura A.1).

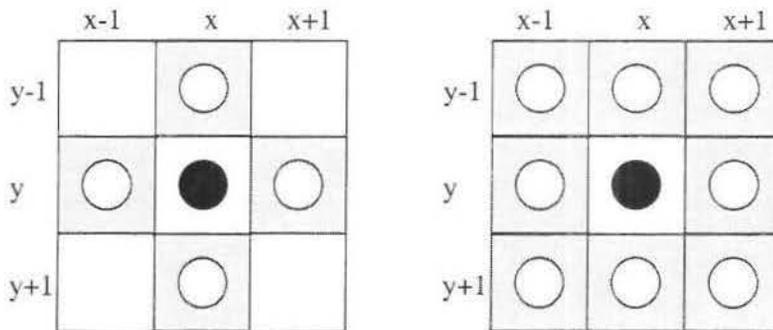


Figura A.1: Os 4-vizinhos e os 8-vizinhos de um ponto  $(x, y)$

Um 4-caminho (8-caminho) de comprimento  $n$  de um ponto  $p$  a um ponto  $q$  em  $I$  é uma sequência de pontos  $P = p_0, p_1, \dots, p_n, p_0 = p, p_n = q$  tal que  $p_i$  é um 4-vizinho (8-vizinho) de  $p_{i-1}$ ,  $1 \leq i \leq n$ . Um subconjunto  $S$  de  $I$  é denominado 4-conexo (8-conexo) se, para quaisquer dois pontos considerados de  $S$ , existe um 4-caminho (8-caminho) que os conecta.

## A.2 Operações básicas de conjuntos

Seja  $I$  uma imagem binária. Podemos representar a imagem  $I$  através de seu conjunto de pontos cujo valor é 1, dado por  $X = \{p \in D_I : I(p) = 1\}$ . Por exemplo, para a imagem da figura A.2,  $X = \{(-1, 0), (-1, 1), (0, -1), (0, 0), (0, 1), (1, 0)\}$ .

O complemento  $X^c$  do conjunto  $X$  é dado por  $X^c = \{p \in D_I : I(p) = 0\}$ . Para a imagem binária da figura A.2,  $X^c = \{(-1, -1), (1, -1), (1, 1), (2, -1), (2, 0), (2, 1)\}$ .

O conjunto simétrico  $\check{X}$  do conjunto  $X$  é dado por  $\check{X} = \{-p : p \in X\}$ . Para a imagem da Figura A.2,  $\check{X} = \{(1, 0), (1, -1), (0, 1), (0, 0), (0, -1), (-1, 0)\}$ .

	-1	0	1
-1	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	0
2	0	0	0

Figura A.2: Uma imagem binária

A translação  $X_u$  do conjunto  $X$  por um vetor  $u$  é dado por  $X_u = \{q : q = p+u, p \in X\}$ . Para a Figura A.2 e  $u = (1, 0)$ ,  $X_u = \{(0, 0), (0, 1), (1, -1), (1, 0), (1, 1), (2, 0)\}$ .

O conjunto diferença  $X \setminus Y$  dos conjuntos  $X$  e  $Y$  é dado por  $X \setminus Y = X \cap Y^c$ .

## A.3 Morfologia binária

### A.3.1 Erosão e dilatação

Seja o elemento estruturante  $B_p$  um subconjunto finito centrado em  $p$ , e seja  $I$  uma imagem binária [29, 35]. Neste caso, podemos considerar que:

- $B_p$  está incluído em  $I$  (notação  $B_p \subset I$ ).
- $B_p$  intercepta  $I$  (notação  $B_p \cap I \neq \emptyset$ ).
- $B_p$  não intercepta  $I$  (notação  $B_p \cap I = \emptyset$ ).

A dilatação de  $I$  por  $B_p$ , denotada por  $\delta_B(I)$  ou  $I \oplus B$ , é o conjunto de todos os pontos  $p$  tal que  $B_p$  intercepta  $I$ . A erosão de  $I$  por  $B_p$ , denotada por  $\varepsilon_B(I)$  ou  $I \ominus B$ , é o conjunto de todos os pontos  $p$  tal que  $B_p$  está incluído em  $I$ . Formalmente:

$$\delta_B(I) = I \oplus B = \{p : I \cap B_p \neq \emptyset\} = \bigcup_{b \in B} I_b \quad (\text{A.1})$$

e

$$\varepsilon_B(I) = I \ominus B = \{p : B_p \subseteq I\} = \bigcap_{b \in \check{B}} I_b \quad (\text{A.2})$$

Estas operações estão ilustradas na Figura A.3.

### A.3.2 Transformação Tudo ou Nada

A transformação Tudo ou Nada [29] (Hit or Miss Transformation), considera dois elementos estruturantes  $B^1$  e  $B^2$  que são tratados como um elemento estruturante bifásico,

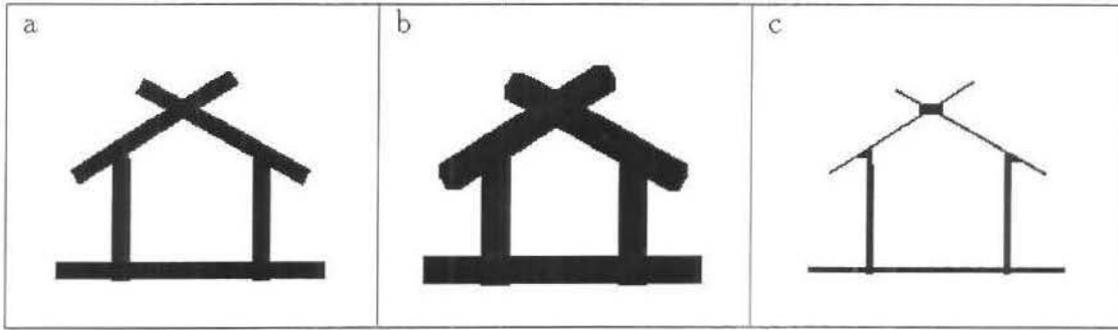


Figura A.3: Exemplo das operações morfológicas básicas: a) a imagem binária original, b) o resultado da dilatação por uma círculo digital de raio 3, e c) o resultado da erosão pelo mesmo círculo digital.

$B = (B^1, B^2)$ . O elemento estruturante  $B^1$  é o conjunto de pontos de  $B$  associado à forma, e  $B^2$  é o conjunto de pontos de  $B$  associado ao fundo da imagem.

A transformação Tudo ou Nada da imagem binária  $I$  com o elemento estruturante  $B$ , denotada por  $I \otimes B$ , é definida como sendo a diferença de  $I$  erodido por  $B^1$  e  $I$  dilatado por  $B^2$ . Simbolicamente:

$$I \otimes B = (I \ominus B^1) \setminus (I \oplus B^2) = (I \ominus B^1) \cap (I^c \ominus B^2) \quad (\text{A.3})$$

A dilatação e a erosão são, portando, casos particulares da transformação HMT.

### A.3.3 Abertura e fechamento

Abertura e fechamento são duas outras importantes operações morfológicas derivadas da dilatação e erosão. Estas operações têm a propriedade de suavizar os contornos da imagem, eliminando estruturas finas e pequenas, no caso da abertura, ou fundindo formas separadas por estruturas finas e eliminando pequenos buracos, no caso do fechamento. Estas propriedades tornam a abertura e fechamento úteis nas operações de filtragem.

A abertura de uma imagem binária  $I$  por um elemento estruturante  $B$ , denotada por  $\gamma_B(I)$  ou  $I \circ B$ , é dada pela equação:

$$\gamma_B(I) = I \circ B = \delta_B(\varepsilon_B(I)) \quad (\text{A.4})$$

O fechamento de uma imagem binária  $I$  por um elemento estruturante  $B$ , denotado por  $\varphi_B(I)$  ou  $I \bullet B$ , é:

$$\varphi_B(I) = I \bullet B = \varepsilon_B(\delta_B(I)) \quad (\text{A.5})$$

Estas operações estão ilustradas na Figura A.4.

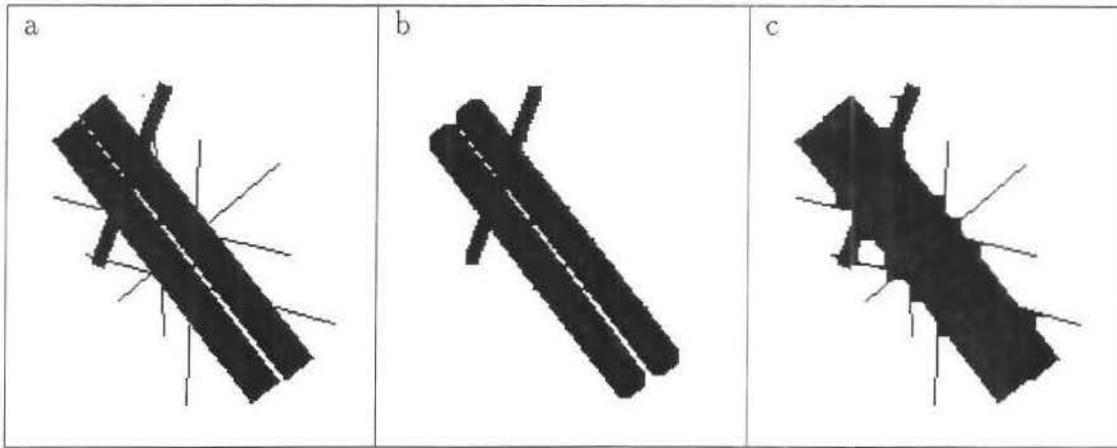


Figura A.4: Exemplo das operações de abertura e fechamento: a) a imagem binária original, b) o resultado da abertura por um círculo digital de raio 2 e c) o resultado do fechamento pelo mesmo círculo digital.

#### A.3.4 Afinamento e espessamento

O afinamento de uma imagem binária  $I$  pelo elemento estruturante  $B$ , denotado por  $I \circ B$ , pode ser definido em termos de uma transformação Tudo ou Nada:

$$I \circ B = I \setminus (I \otimes B) \quad (\text{A.6})$$

Definido desta forma, o afinamento elimina apenas pontos da borda de  $I$ . O afinamento deve ser aplicado até a idempotência, considerando-se uma sequência de elementos estruturantes homotópicos (que preservam a topologia da imagem)  $B^1, B^2, \dots$  aplicados iterativamente, e originando uma sequência de imagens do tipo:

$$\begin{aligned} I^1 &= I \circ B^1 \\ I^2 &= I^1 \circ B^2 \\ I^3 &= I^2 \circ B^3 \\ &\dots \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

até que nenhum novo ponto seja eliminado. O resultado é uma imagem afinada, conforme ilustrado na Figura A.7-b. Nesta Figura, usamos alternadamente a família homotópica  $M$  (Figura A.5), e suas rotações. Os valores iguais a 1 representam a forma, os valores iguais a 0, o fundo e o asterisco representa um estado irrelevante (1 ou 0).

É fácil verificar que os elementos estruturantes da Figura A.5 preservam o número de componentes conexos da imagem, isto é, alterando-se o estado do seu ponto central, não é alterado o número de componentes conexos da forma e do fundo das máscaras.

*	0	*
1	1	1
*	1	*

*	0	0
1	1	*
*	1	*

Figura A.5: Família homotópica  $M$  de elementos estruturantes

Observe na Figura A.7 que as operações de afinamento e espessamento geram ramos parasitas. A eliminação destes ramos pode ser obtida através das máscaras da Figura A.6.

0	0	0
0	1	0
*	1	*

0	0	0
0	1	0
0	*	*

Figura A.6: Família homotópica  $E$  utilizada na eliminação de ramos parasitas.

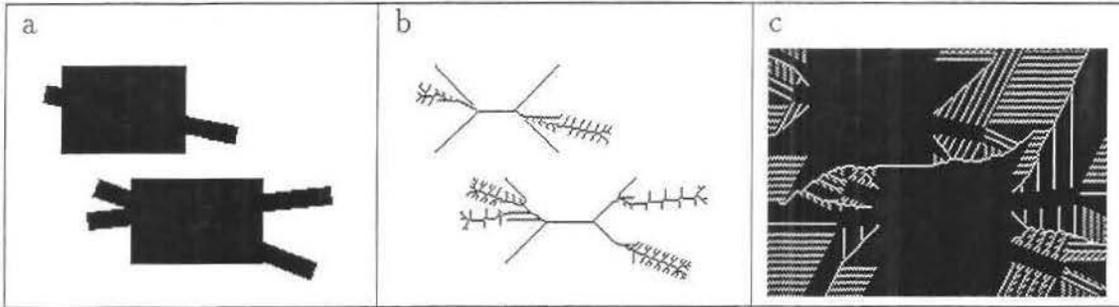


Figura A.7: Exemplo das operações de afinamento e espessamento: a) a imagem binária original, b) o resultado do afinamento usando a família homotópica de elemento estruturante  $M$ , c) o resultado do espessamento pela família homotópica  $M^c$ .

O espessamento (Figura A.7-c) é o dual morfológico do afinamento e é definido por:

$$I \odot B = I \cup (I \otimes B) \tag{A.8}$$

em que  $B$  é um elemento estruturante homotópico de espessamento (complemento da família homotópica empregada no afinamento). Esta operação pode ser obtida a partir de um processamento seqüencial do tipo:

$$\begin{aligned}
 I^1 &= I \odot B^1 \\
 I^2 &= I^1 \odot B^2 \\
 I^3 &= I^2 \odot B^3 \\
 &\dots
 \end{aligned}
 \tag{A.9}$$

### A.3.5 Operações geodésicas

Sejam  $x, y$  dois pontos arbitrários de um conjunto  $X$ . O arco geodésico de extremidade  $xy$ ,  $d_X(x, y)$  é definido como o menor percurso entre  $x$  e  $y$ , incluído em  $X$ . Caso este arco não exista, esta distância é considerada infinita. A função  $d_X$  é uma função distância denominada distância geodésica [18]. Esta definição é ilustrada na Figura A.8.

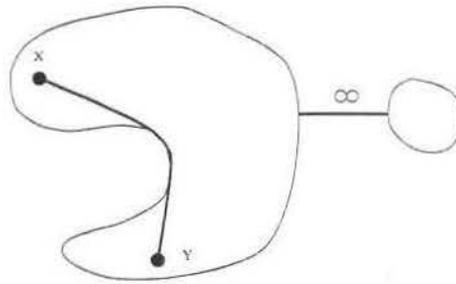


Figura A.8: Distância geodésica entre  $x$  e  $y$

A partir da métrica  $d_X$ , podemos definir, ainda, a distância geodésica entre um ponto  $x$  de  $X$  e um subconjunto  $Y$  de  $X$ , denotado por  $d_X(x, Y)$ , como a menor distância geodésica entre o ponto  $x$  e qualquer ponto  $y$  de  $Y$ . Simbolicamente:

$$d_X(x, Y) = \inf_{y \in Y} d_X(x, y) \tag{A.10}$$

Um dos principais interesses na utilização desta função reside no fato dela poder tratar adequadamente com problemas de conexidade. Todas as operações morfológicas (dilatação, erosão, etc.) podem ser definidas usando esta métrica [18]. Por exemplo, se  $Y \subset X$ , pontos  $x$  de  $X$  tal que  $B_X(x, \lambda)$  alcança  $Y$  constituem o conjunto  $\lambda$  - dilatado de  $Y$  em  $X$ , ou seja:

$$\delta_X^\lambda(Y) = \{x \in X : B_X(x, \lambda) \cap Y \neq \emptyset\} \tag{A.11}$$

onde:

$$B_X(x, \lambda) = \{x \in X : d_X(x, y) \leq \lambda\} \tag{A.12}$$

A dilatação geodésica de tamanho  $n$ , no espaço  $Z^2$ , pode ser obtida a partir de  $n$  iterações de dilatações geodésicas de tamanho 1. Simbolicamente:

$$\delta_X^1(Y) = (Y \oplus B) \cap X \quad (\text{A.13})$$

$$\delta_X^n(Y) = \underbrace{\delta_X^1(\delta_X^1(\dots\delta_X^1(Y)))}_{n \text{ vezes}} \quad (\text{A.14})$$

Da mesma forma, podemos definir o conjunto  $\lambda$ -erodido de  $Y$  em  $X$  como sendo os pontos  $x$  de  $X$  tal que  $B_X(x, \lambda)$  está totalmente incluído em  $Y$ .

$$\varepsilon_X^\lambda(Y) = \{x \in X : B_X(x, \lambda) \subseteq Y\} \quad (\text{A.15})$$

### A.3.6 Esqueleto por zona de influência

Seja  $B$  uma imagem binária composta de vários componentes conexos  $B_1, B_2, \dots, B_k$ . Seja  $A$  uma outra imagem binária tal que  $B \subset A$ . A zona de influência geodésica  $iz_A(B_i)$  de um componente conexo  $B_i$  é o conjunto de pontos de  $A$  cuja distância geodésica, em relação  $B_i$ , é menor do que a distância geodésica para qualquer outro componente de  $B$ :

$$iz_A(B_i) = \{p \in A : \forall j \in [1, k], j \neq i, d_A(p, B_i) < d_A(p, B_j)\} \quad (\text{A.16})$$

Este conceito está ilustrado na Figura A.9.

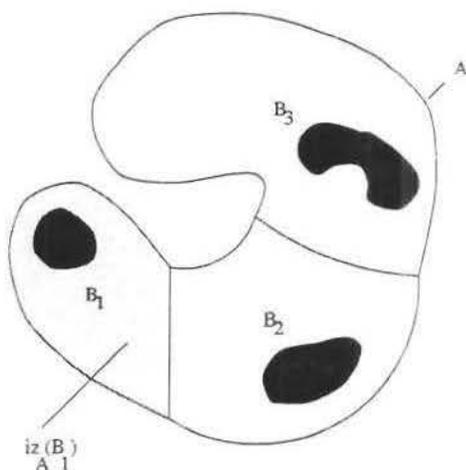


Figura A.9: Zona de influência geodésica do componente  $B_1$  em  $A$ .

Os pontos de  $A$  que não pertencem a nenhuma zona de influência constituem o *esqueleto por zona de influência* de  $B$  em  $A$ . Simbolicamente:

$$SKIZ_A(B) = A \setminus IZ_A(B) \quad (\text{A.17})$$

$$IZ_A(B) = \bigcup_{i \in [1, k]} iz_A(B_i)$$

### A.3.7 Reconstrução binária

Sejam  $I$  e  $J$  duas imagens binárias definidas no mesmo domínio discreto  $D$  e tal que  $J \subseteq I$ , isto é,  $\forall p \in D, J(p) = 1 \Rightarrow I(p) = 1$ .  $J$  é denominada imagem *marcadora* e  $I$  é a imagem *máscara*. Sejam  $I_1, I_2, \dots, I_n$  os componentes conexos de  $I$ .

A reconstrução  $\rho_I(J)$  da máscara  $I$  pelo marcador  $J$  é a união dos componentes conexos de  $I$  contendo no mínimo um ponto de  $J$ . Esta definição está ilustrada na Figura A.10.

$$\rho_I(J) = \bigcup_{J \cap I_k \neq \emptyset} I_k \quad (\text{A.18})$$

A reconstrução é apresentada geralmente a partir da noção de distância geodésica. Neste caso, ela é obtida pela iteração da dilatação geodésica elementar de  $J$  em  $I$  até a idempotência [37]. Formalmente:

$$\rho_I(J) = \bigcup_{n \geq 1} \delta_I^n(J). \quad (\text{A.19})$$

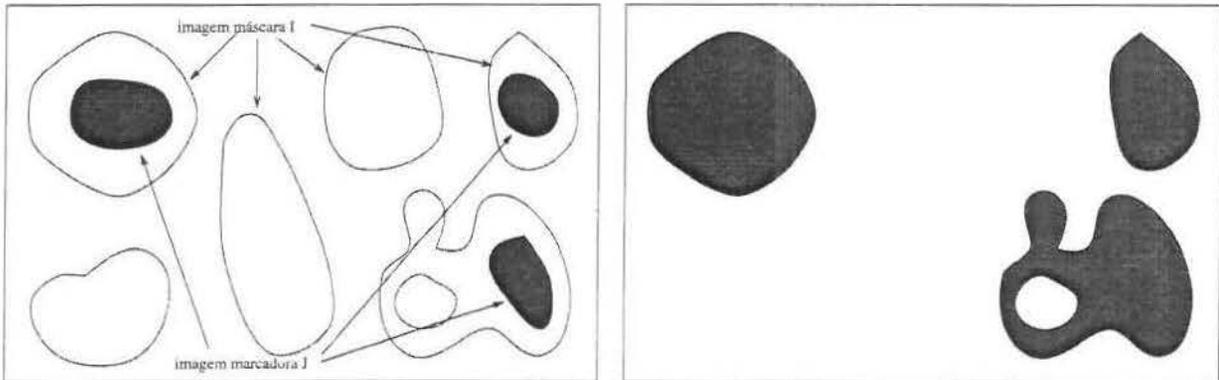


Figura A.10: Reconstrução binária.

## A.4 Morfologia em níveis de cinza

As operações morfológicas de dilatação, erosão, abertura, fechamento, etc. podem ser estendidas para imagens em níveis de cinza, usando-se as operações min e max [13].

### A.4.1 Dilatação e erosão numéricas

Sejam  $f : Z^2 \rightarrow Z$  e  $g : Z^2 \rightarrow Z$  duas funções representando imagens em níveis de cinza. Assim, a definição da erosão  $f \ominus g$  e da dilatação  $f \oplus g$  é dada por:

$$(f \ominus g)(x) = \min_{z \in G, x+z \in F} \{f(x+z) - g(z)\} \quad (\text{A.20})$$

$$(f \oplus g)(x) = \max_{z \in G, x-z \in F} \{f(x-z) + g(z)\} \quad (\text{A.21})$$

Para um elemento estruturante planar ( $g(z) = 0$ ), a erosão e a dilatação de  $f$  por  $g$  podem ser representadas simplesmente por:

$$(f \ominus g)(x) = \min_{z \in G, x+z \in F} \{f(x+z)\} \quad (\text{A.22})$$

$$(f \oplus g)(x) = \max_{z \in G, x-z \in F} \{f(x-z)\} \quad (\text{A.23})$$

Estas operações estão ilustradas na Figura A.11. Observe como a dilatação numérica tem a propriedade de ressaltar os pontos claros da imagem, e a erosão, os pontos escuros.



Figura A.11: Exemplo das operações de dilatação e erosão para imagens em níveis de cinza: a) a imagem numérica original, b) o resultado da dilatação por um círculo de raio 1, c) o resultado da erosão pelo mesmo elemento estruturante.

### A.4.2 Afnamento e espessamento numéricos

Seja  $f$  uma imagem em níveis de cinza e  $B_1$  e  $B_2$  dois subconjuntos disjuntos do elemento estruturante planar  $B$ . A função  $g$  correspondente ao afinamento de  $f$  por  $B$ ,  $f \circ B$ , é dada por:

$$f \circ B(x) = \begin{cases} f(x) \oplus B_2 & \text{Se } f(x) \oplus B_2 < f(x) \leq f(x) \ominus B_1, \\ f(x) & \text{senão} \end{cases} \quad (\text{A.24})$$

A transformação de afinamento numérico pode ser utilizada para calcular as linhas divisoras de águas de uma função como apresentado na seção 3.1.

### A.4.3 Reconstrução numérica

A reconstrução de imagens em níveis de cinza pode ser definida a partir da superposição de seções da imagem. Seja  $f$  uma imagem em níveis de cinza, tendo os seus valores em

$\{0, 1, \dots, N - 1\}$ . Podemos definir a seção de  $f$  no nível  $k$ , denotado por  $T_k(f)$ , como:

$$T_k(f) = \{p \in D_f | f(p) \geq k\}. \tag{A.25}$$

Da mesma forma, podemos definir a seção  $Z_k(f)$  como:

$$Z_k(f) = \{p \in D_f | f(p) \leq k\}. \tag{A.26}$$

Seja  $g$  uma imagem definida no mesmo domínio de  $f$  e tal que  $g \leq f$ , isto é, para cada pixel  $p \in D_f$ ,  $g(p) \leq f(p)$ . A reconstrução para o caso numérico pode ser definida considerando-se as seções sucessivas  $T_k(f)$  de  $f$ , para  $k = 0$  até  $N - 1$ :

$$\forall p \in D_f, \rho_f(g)(p) = \max\{k \in [0, N - 1] : p \in \rho_{T_k(f)}(T_k(g))\}. \tag{A.27}$$

De um modo similar, a reconstrução dual de  $f$  por uma função  $g$ , denotada por  $\rho_f^*(g)$ , pode ser obtida reconstruindo as seções  $Z_k(f)$  usando  $Z_k(g)$  como marcadores.

A Figura A.12 ilustra esta transformação para o caso monodimensional. A Figura A.13 ilustra a reconstrução dual. A Figura A.14 ilustra a operação para uma imagem em níveis de cinza.

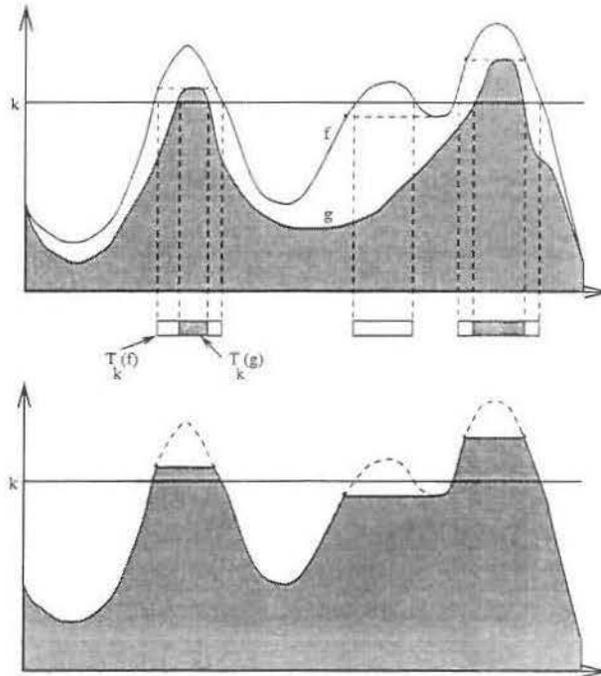


Figura A.12: Reconstrução em níveis de cinza  $\rho_f(g)$ .

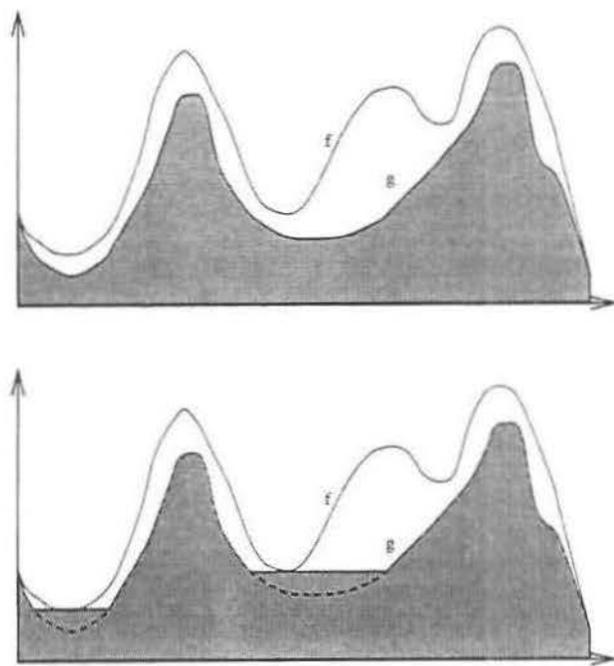


Figura A.13: Reconstrução dual  $\rho_g^*(f)$ .



Figura A.14: Exemplo da operação de reconstrução para uma imagem em níveis de cinza: a) a imagem original, b) o resultado da reconstrução usando como imagem marcadora a erosão da imagem original por um círculo de raio 1

# Bibliografia

- [1] G.J.F. Banon and J.Barrera. Bases da morfologia matemática para análise de imagens binárias. In *IX Escola de Computação*, Recife, PE, Brasil, 24 a 31 de julho 1994.
- [2] G. Bertrand, J.Ch. Everat, and M. Couprie. Image segmentation through operators based upon topology. *Journal of Electronic Imaging*, 6(4):395–405, 1997.
- [3] S. Beucher. Watershed of functions and picture segmentation. Technical report, Fontainebleau, 1982.
- [4] S. Beucher, M. Bilodeau, and X. Yu. Road tracking, lane segmentation and obstacle recognition by mathematical morphology. In *Prometheu Workshop*, France, 1990.
- [5] S. Beucher and C. Lantuejoul. Use of watersheds in contour detection. In *Proc. International Workshop on Image Processing, Real-Time Edge and Motion Detection/Estimation*, CCETT/IRISA, Rennes, France, 1979.
- [6] S. Beucher and F. Meyer. The morphological approach to segmentation: The watershed transform. In Edward R. Dougherty, editor, *Mathematical Morphology in Image Processing*, chapter 12, pages 433–481. Marcel Dekker, Inc., 1993.
- [7] S. Beucher and X. Yu. Road recognition in complex traffic situations. In *Prometheus Workshop*, France, 1990.
- [8] M. Couprie and G. Bertrand. Topological grayscale watershed transformation. *SPIE Vision Geometry V Proceedings*, 3168:136–146, 1997.
- [9] Pankaj Dani and Subhasis Chaudhuri. Automated assembling of images: Image montage preparation. *Pattern Recognition*, 28(3):431–445, 1995.
- [10] Rafael C. Gonzalez and Richard E. Woods. *Digital Image Processing*. Addison-Wesley, 1992.
- [11] Chuang Gu. *Multivalued Morphology and Segmentation-Based Coding*. PhD thesis, EPFL, 1995.

- [12] Robert M. Haralick and Linda G. Shapiro. Survey - image segmentation techniques. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 29:100–132, 1985.
- [13] Robert M. Haralick, Stanley R. Sternberg, and Xinhua Zhuang. Image analysis using mathematical morphology. *IEEE Transactions on PAMI*, 9(4):532–549, July 1987.
- [14] Joy Hood, Lyman Ladner, and Richard Champion. Image processing techniques for digital orthophotoquad production. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 55(9):1323–1329, September 1989.
- [15] Susanne Hummer-Miller. A digital mosaicking algorithm allowing for an irregular join “line”. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 55(1):43–47, January 1989.
- [16] Francisco P. A. Júnior and Neucimar J. Leite. A morphological algorithm for photomosaicking. In *Proc. of EUSIPCO-96*, pages 1881–1884, Trieste, Italy, September 1996.
- [17] Francisco Pinto Araújo Júnior. Um algoritmo morfológico para processamento de fotomosaicos. Master’s thesis, Instituto de Computação - UNICAMP, 1996.
- [18] C. Lantuejoul and S. Beucher. On the use of the geodesic metric in image analysis. *Journal of Microscopy*, 121:39–49, January 1981.
- [19] F. Meyer. Color image segmentation. In *Proc. 4th Int. Conf. Image Processings and Its Applications*, Maastricht, The Netherlands, 1992.
- [20] David L. Milgram. Computer methods for creating photomosaics. *IEEE Transactions on Computer*, 11:1175–1180, November 1975.
- [21] David L. Milgram. Adaptive techniques for photomosaicking. *IEEE Transactions on Computer*, 11:1175–1180, November 1977.
- [22] D.M. Mount, N.S. Netanyahu, and J. Le Moigne. Improved algorithms for robust point pattern matching and applications to image registration. In *Proc. Fourteenth Annual Symposium on Computational Geometry*, pages 155–164, Minneapolis, Minnesota, USA, June 1998.
- [23] Shunji Murai and Tsutomu Okuda. Digital mosaic of color aerial photographs. *International Society for Photogrammetry*, pages 570–578, 1980.
- [24] Laurent Najman and Michel Schmitt. Geodesic saliency of watershed contours and hierarchical segmentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(12):1163–1173, December 1996.

- [25] Shmuel Peleg. Elimination of seams from photomosaics. *IEEE Conference on Pattern Recognition and Image Processing*, pages 426–429, 1981.
- [26] Frederic P. Perlant and David M. McKeown. Scene registration in aerial image analysis. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 56(4):481–493, 1990.
- [27] D. Hagyard M. Razaz and P. Atkin. Analysis of watershed algorithms for greyscale images. *IEEE*, 1996.
- [28] A. Rosenfeld and A.C. Kak. *Digital Picture Processing*. Academic Press, 2nd. edition, 1982.
- [29] Jean Serra. Introduction to mathematical morphology. *Computer Vision, Graphics, and Machine Vision*, pages 283–305, 1986.
- [30] Leila Shafarenko, Maria Petrou, and Josef Kittler. Automatic watershed segmentation of randomly textured color images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 6(11):1530–1544, November 1997.
- [31] Yang Shiren, Li Li, and Gao Peng. Two-dimensional seam-point searching in digital image mosaicking. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 55(1):49–53, January 1989.
- [32] A. R. Smith. Color gamut transform pairs. *Proc. SIGGRAPH'78*, 12(3):12–19, 1978. published as Computer Graphics.
- [33] Johji Tajima. Uniform color scale applications to computer graphics. *Computer vision, Graphics, and Image Processing*, 21:305–325, 1983.
- [34] Minoru Tanaka, Shinichi Tamura, and Kokichi Tanaka. On assembling subpictures into a mosaic picture. *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics*, 7(1):42–48, January 1977.
- [35] Luc Vincent. Morphological transformations of binary images with arbitrary structuring elements. *Signal Processing*, 22:3–23, 1991.
- [36] Luc Vincent. Morphological algorithms. In Edward R. Dougherty, editor, *Mathematical Morphology in Image Processing*, chapter 8, pages 255–288. Marcel Dekker, Inc., 1993.
- [37] Luc Vincent. Morphological grayscale reconstruction in image analysis: Applications and efficient algorithms. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2(2):176–201, April 1993.

- [38] Luc Vincent and Pierre Soille. Watershed in digital spaces: An efficient algorithm based on immersion simulations. *IEEE Transactions on PAMI*, 13(6):583–598, June 1991.
- [39] Albert L. Zobrist, Nevin A. Bryant, and Ronald G. McLeod. Technology for large digital mosaics of landsat data. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 49(9):1325–1335, September 1983.