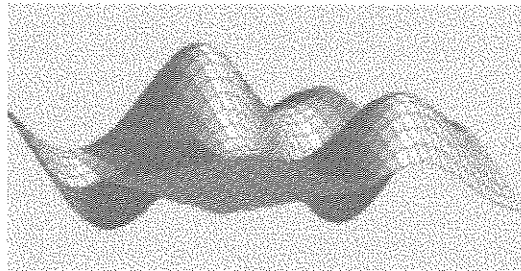




**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL**

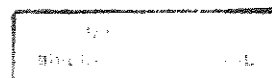
# **Análise de Placas Laminadas de Materiais Compostos Pelo Método dos Elementos Finitos**



Autor: **LUIS GILBERT SEDANO TAPIA**  
Orientador: **ALOISIO ERNESTO ASSAN**

7707426

10/98

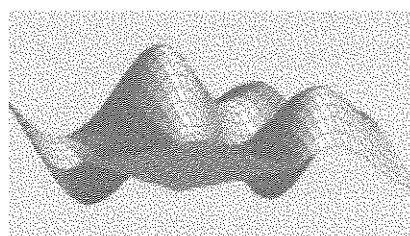




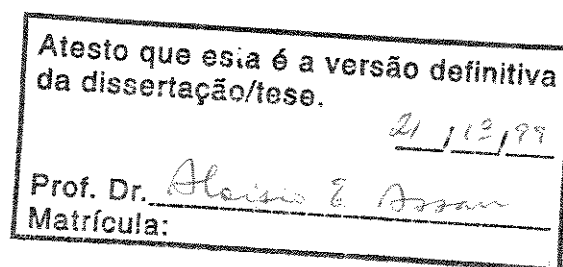
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS

# Análise de Placas Laminadas de Materiais Compostos Pelo Método dos Elementos Finitos

Autor: **LUIS GILBERT SEDANO TAPIA**  
Orientador: **ALOISIO ERNESTO ASSAN**



Curso: Engenharia Civil  
Área de Concentração: Estruturas



Dissertação de mestrado apresentada à comissão examinadora, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Campinas, 1998  
S.P. - Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAL - UNICAMP

Se27a Sedano Tapia, Luis Gilbert  
Análise de placas laminadas de materiais compostos  
pelo método dos elementos finitos. / Luis Gilbert  
Sedano Tapia. -- Campinas, SP: [s.n.], 1998.

Orientador: Aloisio Ernesto Assan  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Civil.

1. Materiais compostos. 2. Materiais laminados. 3.  
Placas e cascas elásticas. 4. Método dos elementos  
finitos. I. Assan, Aloisio Ernesto. II. Universidade  
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil.  
III. Título.

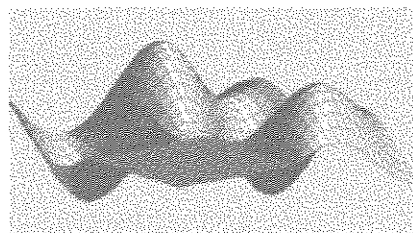


**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ESTRUTURAS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

# **Análise de Placas Laminadas de Materiais Compostos Pelo Método dos Elementos Finitos**

Autor: **LUIS GILBERT SEDANO TAPIA**  
Orientador: **ALOISIO ERNESTO ASSAN**



*Aloisio E. Assan*

---

**Prof. Dr. Aloisio Ernesto Assan, Presidente**  
Universidade Estadual de Campinas

*Loir Afonso Moreira*

---

**Prof. Dr. Loir Afonso Moreira**  
Universidade Estadual de Campinas

*Francisco Antônio Menezes*

---

**Francisco Antônio Menezes**  
Universidade Estadual de Campinas

Campinas, 11/1998



## **Dedicatória:**

Todo trabalho conta com a presença de personagens ilustres, por isso não tenho dúvida de que esta é a melhor maneira de retribuir todo o afeto proferido :

- *Paulina Raquel Tapia Baldoce da (Mãe) : Amor, dedicação, exemplo, modelo em retidão e perseverança.*
- *Gilberto Sedano Lopez (Pai) : Dedicação e exemplo de esforço de superação.*
- *Teodocia Baldoce da Gallardo (Vovô) : Apoio, dedicação, exemplo de luta e de sucesso.*
- *Rufino Rubianes Sedano (Avo) : Sabedoria, presença e um doce exemplo em todo momento de seus dias. Saudade, muita saudade.*
- *Norma Isabel Ramirez Plaza (Esposa) : Cumplicidade, amor, dedicação e as loucuras inesquecíveis.*
- *Xelie Micéublu e Sedano Ramirez (Filha) : Alegrias, abraços, alto astral e por esse grande amor puro.*



Fazer todas as coisas com prudência e ordem, dedicação e perseverança olhando o futuro e lembrando as experiências do passado, sem esquecer as pessoas que ajudaram (amigos ou familiares). Honrando o propósito de sua Criação e obtendo sabedoria da plenitude do evangelho. A igreja de JESUSCRISTO dos santos dos últimos dias conhecido como os mormons.

ELDER LUDWIG

## Sumário

### Análise de placas laminadas de material composto pelo método dos elementos finitos

<i>Cap.</i>		<i>Pag.</i>
1.-	Introdução	
	1.1.- Importância e justificativa da escolha do tema	20
	1.2.- Delimitações do assunto	21
	1.3.- Formulação de hipóteses	21
	1.4.- Objetivos da pesquisa	23
2.-	Revisão da Literatura	
	2.1.- Origens	24
	2.2.- Revisão resumida da literatura	24
	2.3.- O laminado compósito	25
3.-	Modelagem Teórica	
	3.1.- Estado de tensão e deformação nos laminados	27
	3.2.- Forças normais	33
	3.3.- Momentos de flexão	35
	3.4.- Forças cortantes	36
	3.5.- Representação matricial	37
4.-	Formulação do Elemento Finito	
	4.1.- Elemento finito com 13 nós para estruturas de compósitos	42
	4.2.- Elemento finito triangular de 7 nós para estruturas de compósitos	44

<i>Cap.</i>		<i>Pag.</i>
	4.3. - Equação da restrição do cisalhamento transversal linear na borda	44
	4.4. - Campo de deslocamentos	46
	4.5. - Interpolação da geometria	47
	4.6. - Transformação de coordenadas	48
	4.7. - Propriedades características do elemento $[K_e^*]$ e $\{F_e^*\}$	49
5. -	Resultados	50
6. -	Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos	71
7. -	Referências Bibliográficas	74
8. -	Anexos	80
9. -	Apêndices	
	9.1.- Operações	87
	9.2.- Notações	98
	9.3.- Cálculos	103
10. -	Cálculos dos esforços e deslocamentos do capítulo 5	107



**Lista de Figuras**

<i>Cap.</i>		<i>Pag.</i>
1.3.1-	Convenção de sinais para deslocamentos e rotações no plano (OÑATE)	22
1.3.2-	Elemento finito triangular de 7 nós para placas laminadas (9)	22
3.1.1-	Geometria de uma placa laminada de material composto retangular (SIVAKUMARAN)	33
3.5.1-	Esforços por unidade de comprimento (4)	37
4.1.1-	Elemento finito triangular com 13 nós e 34 graus de liberdade (4)	43
4.2.1-	Elemento finito triangular final de 7 nós e 31 graus de liberdade (4)	44
4.3.1-	Sistema local de coordenadas nas bordas (4)	45
5.0.1-	Área da placa utilizada para análise	51
5.0.2-	Discretização em toda a placa, tipo 1	52
5.0.3-	Discretização em $\frac{1}{4}$ da placa simétrica, tipo 2	52
5.1.1-	$\frac{1}{4}$ de placa simétrica de 8 elementos e uma lâmina	54

---

<i>Cap.</i>		<i>Pag.</i>
5.2.1-	¼ de placa simétrica de 8 elementos e três lâminas	55
5.3.1-	Placa com carregamento distribuído de 8 elementos	58
5.4.1-	Placa com carregamento pontual de 8 elementos	60
5.5.1-	Placa em balanço de 8 elementos com carga total na borda (pontual)	62
5.6.1-	Placa em balanço de 8 elementos com carregamento distribuído	64
5.7.1-	Placa retangular em balanço de 8 elementos com carga total na borda (pontual)	66
5.8.1-	Placa retangular em balanço de 8 elementos com carregamento distribuído	68
5.9.1-	Placa quadrada em balanço de 8 elementos com carregamento distribuído	69
8.A.1-	Placa laminada de material composto típica (4)	74
8.A.2-	Direção da fibra em relação aos eixos da placa (8)	76

## Lista de Tabelas

<i>Cap.</i>		<i>Pag.</i>
5.1.1.-	Placa quadrada exemplo 1	54
5.2.1.-	Placa quadrada exemplo 2	56
5.3.1.-	Placa quadrada exemplo 3	58
5.4.1.-	Placa quadrada exemplo 4	60
5.5.1.-	Placa quadrada exemplo 5	62
5.6.1.-	Placa quadrada exemplo 6	64
5.7.1.-	Placa retangular exemplo 7	66
5.8.1.-	Placa retangular exemplo 8	68
5.9.1.-	Placa quadrada exemplo 9	70

## Nomenclatura

### *Letras Latinas*

L	Direção longitudinal
T	Direção transversal
$x, y, z$	Coordenadas cartesianas
1, 2, 3	Coordenadas locais
u	Deslocamento na direção x
v	Deslocamento na direção y
w	Deslocamento na direção z
hp	Espessura de uma lâmina
$[L]$	Operador linear
$\{u\}$	Matriz coluna constituída dos deslocamentos nodais
m	É uma lâmina genérica
$\bar{Q}_u$	É os coeficientes elásticos do material local
n	Número de lâminas
h	Espessura total do laminado

*Letras Latinas*

$\{N\}$	Forças normais
$\{M\}$	Momentos de flexão
$\{Q\}$	Forças cortantes
$k_{ij}$	São os coeficientes de correção de cisalhamento
$[A]$	Rigidez de membrana
$[B]$	Acoplamento entre efeito de membrana e de flexão
$[D]$	Rigidez de flexão
$[G]$	Rigidez de membrana associada aos efeitos de cisalhamento transversal
$[H_q]$	Polinômio quadrático de interpolação
$[H_c]$	Polinômio cúbico de interpolação
$[H]$	Funções de interpoladoras
$s$	É a coordenada definida ao longo da borda
$[J]$	Matriz jacobina
$[K_e^*]$	Matriz de rigidez global do elemento
$\{F_e^*\}$	Vetor de carga global do elemento
$w_i$	Pesos para cada ponto de gauss
$n_p$	Número de pontos de gauss necessários

*Letras Gregas*

$ J_i $	É o determinante absoluto do jacobiano
$\theta_x$	Rotações na direção x
$\theta_y$	Rotações na direção y
$u_0, v_0, w_0$	Deslocamentos da superfície media
$\varepsilon_{ij}, \gamma_{ij}$	Deformações elásticas lineares; $i, j = x, y, z$
$\{\varepsilon\}$	Matriz coluna constituída por deformações elásticas lineares no ponto $\varepsilon_{ij}$
$\{\varepsilon^0\}$	São as deformações do plano médio
$\{\chi\}$	São as curvaturas da placa
$\{\gamma\}$	São as deformações de cisalhamento transversais ao plano xy
$\{\sigma\}$	São as Tensões
$\{\delta\}$	Campo de deslocamentos
$\{\Delta\}$	Deslocamentos nodais
$\theta_n$	É a rotação geral associada ao vetor n perpendicular à borda do triângulo
$f(\zeta_{1i}, \zeta_{2i}, \zeta_{3i})$	São as matrizes de cada elemento em função das coordenadas de área ou homogêneas

*Superescritos*

m      Número de lâminas

*Subscritos*

p      Parcial

*Abreviações*

LAMIST      Laminated composited structural

*Siglas*

UNICAMP      UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FEC      FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL

FEM      FACULDADE DE ENGENHARIA MECANICA

## Resumo

SEDANO TAPIA, Luis Gilbert, *Análise de Placas Laminadas de Material Composto pelo Método dos Elementos Finitos*, Campinas,: Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, 1998. 148p. Dissertação (Mestrado)

Apresenta-se um elemento finito triangular de sete nós para a análise de placas laminadas de material composto, pelo método dos deslocamentos. É necessário conhecer as propriedades elásticas do material, os coeficientes de correção do cisalhamento, a geometria da placa, assim como as orientações das fibras de cada lâmina. Este modelo é formulado usando o princípio da mínima energia potencial total junto com a teoria de deformação de cisalhamento de primeira ordem (Reissner/Mindlin). O elemento é baseado numa representação isoparamétrica aliada a estratégia de interpolação interdependente; polinômios de ordem cúbica para os deslocamentos de flexão e polinômios de ordem quadrática para a geometria do elemento, rotações e deslocamentos no plano médio. O elemento resultante é desenvolvido fazendo-se uso de integração numérica exata, com os domínios corrigidos e livre do efeito de travamento de cisalhamento (shear locking). Resultados numéricos são apresentados para demonstrar seu bom comportamento frente a outros elementos triangulares existentes na análise de problemas usuais.

### *Palavras chave*

Laminados, Compósitos, Placas laminadas, Material composto, Elemento finito triangular.



## Abstract

SEDANO TAPIA, Luís Gilbert, *Analysis of Laminated Plates of Composite Material by the Finite Element Method*, Campinas,: Faculty of Civil Engineering, State University of Campinas, 1998. 148p. Dissertation (Mestrado)

A seven-nodal degrees of freedom triangular finite element for analysis of laminated plates of composite material is presented. It is necessary to know the elastic properties of the material, the shear correction coefficients, the plate geometry as well as the orientation of the fibers of each one of the laminates. This model is formulated using the minimum total potential energy with the theory of shear deformation of first order (Reissner/Mindlin). The element is based upon a isoparametric representation with a interdependent interpolation strategy; bicubic polynomials for the transverse displacements and biquadratic polynomials for the element geometry, in-plane rotations and displacements. The resulting element, developed using exact numeric integration, has correct rank and is free of shear locking. Numeric results are presented to show its good performance when compared with other existent triangular elements in the analysis of standard test problems.

### *Words Key*

Laminated, Composite, Laminated plates, Compositated material, Triangular finite element.

## Capítulo 1

### Introdução

As placas laminadas de material composto têm alcançado muita importância por suas propriedades<sup>14</sup>, vantagens e pela variedade das aplicações estruturais dos compostos: na indústria aeroespacial, na construção civil e amplamente nas indústrias em geral.

Têm sido propostos muitos modelos matemáticos simples<sup>19-22</sup> e complexos<sup>2,3</sup> para representar o comportamento dos laminados compósitos, embora tenham apresentado dificuldades diferentes de uso e soluções, entre elas formulações não apropriadas<sup>17-18</sup>.

Nestes últimos anos, com o avanço da tecnologia e da computação, facilitou-se a implementação e uso de elementos eficientes<sup>4</sup> proporcionando, assim, úteis ferramentas para a análise de laminados compósitos.

#### 1.1.- Importância e justificativa

As placas constituídas por lâminas de compósitos, com fibras que atuam em uma ou mais direções, têm sido intensivamente utilizadas como elementos estruturais devido a propriedades como: alta relação rigidez/peso, resistência/peso<sup>14</sup>, etc. De acordo com Gosh e Dey, a utilização de materiais compósitos como material estrutural reduz o peso da estrutura em até 35%. Neste século, as indústrias<sup>14</sup> e a construção civil tornaram-se exigentes na demanda de novos “materiais” compostos, dando-se assim continuação às pesquisas, ficando em evidência sua importância no presente e no futuro.

## 1.2.- Delimitações do assunto

O estudo das placas constituídas por lâminas de compósitos é mais complexo do que o das placas formadas por materiais isotrópicos porque, nas primeiras, a deformação por cisalhamento não pode ser ignorada. Sua rigidez ao cisalhamento é muito pequena comparada com as rigidezes de membrana e flexão.

Ainda de acordo com Gosh e Dey, a relação entre o módulo de Young em uma direção e o módulo de deformação transversal é da ordem:  $20 \leq E_{11}/G_{12} \leq 50$ , enquanto que em placas isotrópicas é:  $2 \leq E/G \leq 3$ .

## 1.3.- Formulação de hipóteses

Para representar matematicamente o comportamento de um laminado é necessário utilizar a teoria de placas de Mindlin, na qual as seções planas normais permanecem planas com relação à sua superfície média, mas não necessariamente normais durante e após a flexão (tal rotação da seção origina deformação de cisalhamento transversal, na direção da espessura).

Também supõe-se que existe uma ligação perfeita entre as lâminas (compatibilidade ao longo das interfaces e sem ocorrer movimento), podendo-se, então, representá-la por sua superfície média, comportando-se como uma placa única que possui propriedades especiais; além disso supõe-se que ela se encontra em um estado plano de tensões e deformações, ou seja, a componente de deformação e tensão normais à superfície média são desprezíveis; ademais, tal superfície média é extensível (que a caracteriza como membrana), portanto, o comportamento do laminado é de uma membrana e de uma placa de Mindlin juntos.

O laminado pode apresentar deslocamentos  $u(x, y, z)$  e  $v(x, y, z)$  nas direções  $x$  e  $y$  do plano, deslocamento  $w(x, y, z)$  na direção  $z$  da espessura que será considerado como função de  $x$  e  $y$  apenas e rotações  $\theta_x$  e  $\theta_y$  nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente, como se mostra na Fig.1.3.1.

Segundo a teoria de Mindlin, deformações de cisalhamento transversais surgem ao longo da espessura do laminado.

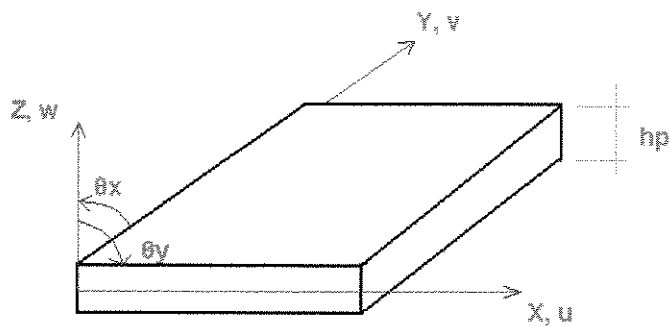


FIGURA 1.3.1 Convenção de sinais para deslocamentos e rotações no plano (OÑATE), sabendo que  $h_p$  é a espessura de uma lâmina.

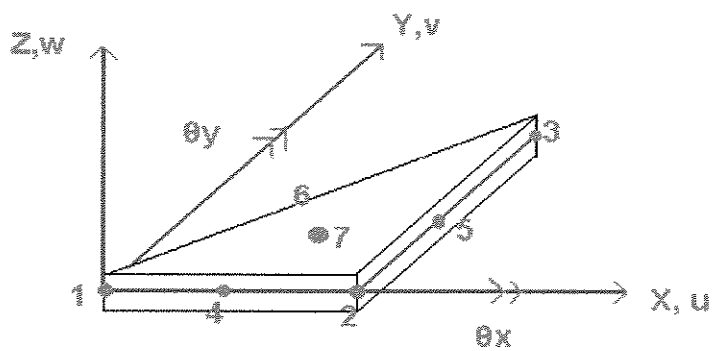


FIGURA 1.3.2 Elemento finito triangular final de 7 nós para placas laminadas(9).

O sistema de coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$  está localizado no plano médio do elemento finito de placa, sendo o eixo  $z$  perpendicular ao seu plano médio, como é mostrado na Fig.1.3.2 e também na Fig A.1 do Anexo A.

## 1.4.- Objetivos da pesquisa

O objetivo deste trabalho é desenvolver um programa de computador utilizando este elemento finito triangular para a análise de estruturas compostas por lâminas de material composto. O elemento finito foi formulado usando o princípio da mínima energia potencial total junto com a teoria de deformação cisalhante de primeira ordem (Reissner/Mindlin).

Utiliza-se uma representação isoparamétrica com uma metodologia de um campo de interpolação interdependente, a saber: polinômios quadráticos (6 termos) para os deslocamentos  $(u, v)$  e as rotações  $(\theta_x, \theta_y)$  no plano, e polinômios cúbicos (10 termos) para os deslocamentos transversais  $(w)$ .

Procurou-se desenvolver a pesquisa de uma maneira fácil de compreender e com a finalidade de servir de consulta para trabalhos futuros semelhantes. As expressões matemáticas estão acompanhadas de suas respectivas teorias e soluções; além disso, se for necessário, há cálculos adicionais nos Anexos e Apêndices. Um dos motivos para que este trabalho seja didático é a pouca literatura a respeito do tema, o que demandou muito tempo na sua preparação; a recompensa será, com certeza, um bom aprendizado.

## **Capítulo 2**

### **Revisão de Literatura**

#### **2.1.- Origens**

Como mostra a historia, desde a antiguidade até nossos dias a tecnologia continua em evolução e a procura de novos “materiais” tem despertado sempre muito interesse dos pesquisadores que buscam com a combinação de materiais com determinadas propriedades para obter um outro com propriedades específicas capaz de possuir só as vantagens destes, por exemplo os Hebreus usavam palhas cortadas na fabricação de tijolos, os samurais japoneses usavam metais laminados no forjamento da suas espadas, os artesãos do extremo oriente usavam um material composto com papel estratificado de vários tamanhos para produzir formas e contornos desejados<sup>13</sup> e outras culturas, como os Incas Peruanos, faziam uso de materiais laminados na confecção de instrumentos cirúrgicos, em peças de artesanato e em seus armamentos.

#### **2.2- Revisão resumida da literatura**

O número de publicações tratando de placas formadas por compósitos é extensa, podendo-se citar, por exemplo, os trabalhos publicados por Lo e outros em 1977, Panda e Natarajan<sup>8</sup> em 1979, Kant e outros em 1982, Reddy em 1984, Noor em 1992, o qual

apresenta vasta lista de trabalhos sobre o tema em foco, Gosh e Dey 1992 e Sivakumaran 1994 e outros, notando-se pela primeira e pela última data que o assunto é atual.

Muitos elementos finitos triangulares foram propostos, embora tenham apresentado diferentes dificuldades, por exemplo o baseado na teoria de Poisson-Kirchhoff<sup>15</sup>, que omite a influência da deformação por cisalhamento válida para placas finas isotrópicas e que nas placas constituídas por lâminas de compósito não pode ser ignorada. Outros elementos finitos têm tendência ao travamento de cisalhamento<sup>16</sup> (Shear Locking), e outros foram desenvolvidas usando formulação não apropriada para laminado<sup>17,18</sup>.

Elementos que usam redução seletiva na integração, ou seja, menor integração para energia de cisalhamento<sup>19-22</sup> transversal ou distorção têm dado bons resultados principalmente aqueles de alta ordem na matriz de rigidez que não resultam em energia nula (falsos modos de certas condições de fronteira). O emprego de fatores de redução<sup>20</sup> na energia de cisalhamento diminui ainda mais tais problemas.

Dentre os vários elementos finitos para a análise de placas espessas ou moderadamente espessas ( $a/t \leq 10$ ), surgidos nos últimos anos, um dos mais recentes é um elemento triangular<sup>2,3</sup> muito eficiente. Este elemento é baseado em uma teoria de deformação de cisalhamento de primeira ordem com polinômios de ordem quadrática para os deslocamentos e rotações no plano, e polinômios de ordem cúbica para os deslocamentos de flexão, utilizando-se integração numérica exata e não apresentando o efeito de travamento de cisalhamento. Este elemento, que tem 13 nós, e que não é fácil de implementar nos programas computacionais de elementos finitos, foi utilizado neste trabalho.

Nos estudos feitos<sup>4</sup> como parte deste trabalho, o elemento finito foi transformado por meio de condensação estática junto com as equações de “restrição linear ao cisalhamento transversal” num elemento triangular de 7 nós, com 5 graus de liberdade nos 6 primeiros nós e com 1 grau de liberdade no nó situado no seu baricentro.

### **2.3.- O laminado compósito**

Os compósitos laminados<sup>9</sup> são formados por duas ou mais lâminas de diferentes materiais que são ligadas entre si, sendo que cada lâmina típica é composta de fibras de um material embutidas segundo uma orientação preestabelecida em um material matriz diferente.

Estas lâminas são homogêneas que podem ser ortotrópicas sob o enfoque macromecânico, não importando a heterogeneidade causada pela combinação dos diferentes materiais na construção da lâmina<sup>1</sup>. Tem-se em conta que cada lâmina tem orientadas suas fibras de maneira distinta. Desta forma obtêm-se, para as diversas direções, resistência e rigidez diferentes.

Se este arranjo de lâminas compondo o laminado não for simétrico em relação à superfície média do mesmo, haverá acoplamento entre seus modos de deformação: o principal acoplamento é aquele entre deformação normal e flexão.



## Capítulo 3

### Modelagem Teórica

#### 3.1.- Estado de tensão e deformação nos laminados

A posição deslocada do corpo pode ser descrita através de três deslocamentos que são funções das posições de cada um de seus pontos, definindo-se, assim, o campo de deslocamentos do corpo para esse caso<sup>5,6</sup> como:

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) + z\theta_y(x, y)$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z\theta_x(x, y)$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y)$$

Onde:

$z\theta_y(x, y)$  e  $z\theta_x(x, y)$  São funções lineares das rotações ao longo da espessura do

laminado, ou seja :  $u' = z\theta_y'$  e  $v' = z\theta_x'$ , que

caracteriza placa moderadamente espessa.

$u, v, w$  componentes de deslocamento nos eixos  $x, y$  e  $z$ ,  
respectivamente.

$u_0, v_0$  são os deslocamentos no plano da superfície média da placa,  
geram as deformações de membrana.

$w_0$  é o deslocamento transversal da superfície média da placa, gera deformação de flexão.

$\theta_x, \theta_y$  são as rotações das normais da superfície média da placa com respeito aos eixos x e y respectivamente.

As deformações elásticas lineares (Tensor de deformação específica) são obtidas derivando convenientemente as expressões dadas anteriormente, resultando:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \text{sim.} & & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \text{sim.} & & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Utilizando-se notação de engenharia:

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{2} \Rightarrow \gamma^o = 2\varepsilon$$

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{\gamma^o_{xy}}{2} & \frac{\gamma^o_{xz}}{2} \\ & \varepsilon_{yy} & \frac{\gamma^o_{yz}}{2} \\ \text{sim.} & & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \text{sim.} & & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}$$

De maneira matricial :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

Na forma compacta:

$$\{\varepsilon\} = [L]\{u\}$$

Onde:

- $\{\varepsilon\}$  ou  $\varepsilon_{ij}$  Matriz coluna constituída por deformações elásticas lineares no ponto<sup>7</sup>.
- $[L]$  Operador linear.
- $\{u\}$  Matriz coluna constituída dos deslocamentos  $u$ ,  $v$  e  $w$  de todos os pontos do elemento.

Sabendo que  $\varepsilon_{zz} = 0$  teremos:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial x} u_0 + z \frac{\partial}{\partial x} \theta_y\right) & \left[\left(\frac{\partial}{\partial y} u_0 + z \frac{\partial}{\partial y} \theta_y\right) + \left(\frac{\partial}{\partial x} v_0 - z \frac{\partial}{\partial x} \theta_y\right)\right] & \left[(\theta_y) + \left(\frac{\partial}{\partial x} w_0\right)\right] \\ \text{sim.} & \left[\frac{\partial}{\partial y} v_0 - z \frac{\partial}{\partial y} \theta_x\right] & \left[(-\theta_x) + \left(\frac{\partial}{\partial y} w_0\right)\right] \\ & & 0 \end{bmatrix}$$

Ordenando adequadamente os membros dessa matriz tem-se:

$$\{\varepsilon_P\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} u_0 + z \frac{\partial}{\partial x} \theta_y \\ \frac{\partial}{\partial y} v_0 - z \frac{\partial}{\partial y} \theta_x \\ \left(\frac{\partial}{\partial y} u_0 + \frac{\partial}{\partial x} v_0\right) + z\left(\frac{\partial}{\partial y} \theta_y - \frac{\partial}{\partial x} \theta_x\right) \end{Bmatrix}$$

Ou

$$\{\varepsilon_P\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} u_0 \\ \frac{\partial}{\partial y} v_0 \\ \frac{\partial}{\partial y} u_0 + \frac{\partial}{\partial x} v_0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \theta_y \\ -\frac{\partial}{\partial y} \theta_x \\ \frac{\partial}{\partial y} \theta_y - \frac{\partial}{\partial x} \theta_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \chi_{xx} \\ \chi_{yy} \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix}$$

De forma compacta:

$$\{\varepsilon_P\} = \{\varepsilon^0\} + z\{\chi\}$$

Onde:

$\{\varepsilon^0\}$  são as deformações do plano médio.

$\{\chi\}$  são as curvaturas da placa.

E por último:

$$\{\gamma\} = \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\theta_x + \frac{\partial}{\partial y} w_0 \\ \theta_y + \frac{\partial}{\partial x} w_0 \end{Bmatrix}$$

Onde:

$\{\gamma\}$  são as deformações de cisalhamento transversais ao plano xy.

As relações constitutivas para um material ortotrópico, em relação a um sistema de coordenadas, definido no elemento finito, como mostra a Fig.1.3.2, para estado plano de tensões ( $\sigma_{zz} = 0$ ), são representadas por:

a)

$$\{\sigma\}^{(m)} = [\bar{Q}_{IJ}]^{(m)} \{\varepsilon_P\}$$

Onde :

m é uma lâmina genérica.

$$\{\sigma\}^{(m)} = \left\{ \sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \tau_{xy} \right\}^T$$

$$\bar{Q}_{IJ} \rightarrow I, J = 1, 2, 6 \quad \text{ver Anexo A}$$

Assim, são feitas as operações junto com :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(m)} = \begin{Bmatrix} \overline{Q_{11}}\varepsilon_x + \overline{Q_{12}}\varepsilon_y + \overline{Q_{16}}\gamma_{xy} \\ \overline{Q_{12}}\varepsilon_x + \overline{Q_{22}}\varepsilon_y + \overline{Q_{26}}\gamma_{xy} \\ \overline{Q_{16}}\varepsilon_x + \overline{Q_{26}}\varepsilon_y + \overline{Q_{66}}\gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xxA} + \sigma_{xxB} + \sigma_{xxC} \\ \sigma_{yyA} + \sigma_{yyB} + \sigma_{yyC} \\ \tau_{xyA} + \tau_{xyB} + \tau_{xyC} \end{Bmatrix}$$

Onde:

$$\sigma_{xxA} = \left[ \nu(E_L \cos^4 \phi + E_T \sin^4 \phi) + 2(\nu_{TL}E_T\nu + G_{LT})\cos^2 \phi \sin^2 \phi \right].$$

$$\dots\dots\dots * \left( \frac{\partial}{\partial x} u_0 + z \frac{\partial}{\partial x} \theta_y \right)$$

$$\sigma_{xxB} = \left[ \nu_{LT}E_T\nu(\cos^4 \phi + \sin^4 \phi) + (E_L\nu + E_T\nu - 4G_{LT})\cos^2 \phi \sin^2 \phi \right].$$

$$\dots\dots\dots * \left( \frac{\partial}{\partial y} v_0 - z \frac{\partial}{\partial y} \theta_x \right)$$

$$\sigma_{xxC} = \left[ \nu(E_L \cos^2 \phi - E_T \sin^2 \phi) - (\nu_{TL}E_T\nu + 2G_{LT})(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \right] \cos \phi \sin \phi$$

$$\dots\dots\dots * \left\{ \left( \frac{\partial}{\partial y} u_0 + \frac{\partial}{\partial x} v_0 \right) + z \left( \frac{\partial}{\partial y} \theta_y - \frac{\partial}{\partial x} \theta_x \right) \right\}$$

$$\sigma_{yyA} = \left[ \nu_{LT}E_T\nu(\cos^4 \phi + \sin^4 \phi) + (E_L\nu + E_T\nu - 4G_{LT})\cos^2 \phi \sin^2 \phi \right].$$

$$\dots\dots\dots * \left( \frac{\partial}{\partial x} u_0 + z \frac{\partial}{\partial x} \theta_y \right)$$

$$\sigma_{yyB} = \left[ \nu(E_T \cos^4 \phi + E_L \sin^4 \phi) + 2(\nu_{LT}E_T\nu + 2G_{LT})\cos^2 \phi \sin^2 \phi \right].$$

$$\dots\dots\dots * \left( \frac{\partial}{\partial y} v_0 - z \frac{\partial}{\partial y} \theta_x \right)$$

$$\sigma_{yyC} = \left[ \nu(E_L \sin^2 \phi - E_T \cos^2 \phi) + (\nu_{TL}E_T\nu + 2G_{LT})(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \right] \cos \phi \sin \phi.$$

$$\dots\dots\dots * \left\{ \left( \frac{\partial}{\partial y} u_0 + \frac{\partial}{\partial x} v_0 \right) + z \left( \frac{\partial}{\partial y} \theta_y - \frac{\partial}{\partial x} \theta_x \right) \right\}$$

$$\begin{aligned} \tau_{xyA} &= \left[ (\nu(E_L \cos^2 \phi - E_T \sin^2 \phi) - (\nu_{TL} E_T \nu + 2G_{LT})(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)) \cos \phi \sin \phi \right] \\ &\dots\dots\dots * \left( \frac{\partial}{\partial x} u_0 + z \frac{\partial}{\partial x} \theta_y \right) \\ \tau_{xyB} &= \left[ (\nu(E_L \sin^2 \phi - E_T \cos^2 \phi) + (\nu_{TL} E_T \nu + 2G_{LT})(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)) \cos \phi \sin \phi \right] \\ &\dots\dots\dots * \left( \frac{\partial}{\partial y} v_0 - z \frac{\partial}{\partial y} \theta_x \right) \\ \tau_{xyC} &= \left[ G_{LT} (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)^2 + (E_L \nu + E_T \nu - 2\nu_{LT} E_T \nu) \cos^2 \phi \sin^2 \phi \right] \\ &\dots\dots\dots * \left\{ \left( \frac{\partial}{\partial y} u_0 + \frac{\partial}{\partial x} v_0 \right) + z \left( \frac{\partial}{\partial y} \theta_y - \frac{\partial}{\partial x} \theta_x \right) \right\} \end{aligned}$$

b)

$$\{\tau\}^{(m)} = [\overline{Q_{IJ}}]^{(m)} \{\gamma\}$$

Onde:

$$\{\tau\}^{(m)} = \{\tau_{yz}, \tau_{xz}\}^T$$

$$\overline{Q_{IJ}} \rightarrow i, j = 4, 5 \quad \text{ver Anexo A}$$

Operando tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}^{(m)} = \begin{Bmatrix} \overline{Q_{44}} \gamma_{yz} + \overline{Q_{45}} \gamma_{xz} \\ \overline{Q_{45}} \gamma_{yz} + \overline{Q_{55}} \gamma_{xz} \end{Bmatrix}$$

Onde:

$$\begin{aligned} \tau_{yz} &= \left( G_{TT} \cos^2 \phi + G_{LT} \sin^2 \phi \right) \left( -\theta_x + \frac{\partial}{\partial y} w_0 \right) + \left[ (G_{LT} - G_{TT}) \cos \phi \sin \phi \right] \\ &\dots\dots\dots * \left( \theta_y + \frac{\partial}{\partial x} w_0 \right) \\ \tau_{xz} &= \left[ (G_{LT} - G_{TT}) \cos \phi \sin \phi \right] \left( -\theta_x + \frac{\partial}{\partial y} w_0 \right) + \left( G_{LT} \cos^2 \phi + G_{TT} \sin^2 \phi \right) \\ &\dots\dots\dots * \left( \theta_y + \frac{\partial}{\partial x} w_0 \right) \end{aligned}$$

Considerando a contribuição das  $n$  lâminas que compõem o laminado, obtêm-se os momentos fletores, forças normais e forças cortantes por unidade de comprimento, integrando, na espessura de cada lâmina, as tensões normais e cisalhantes como mostra a Fig.3.1.1.

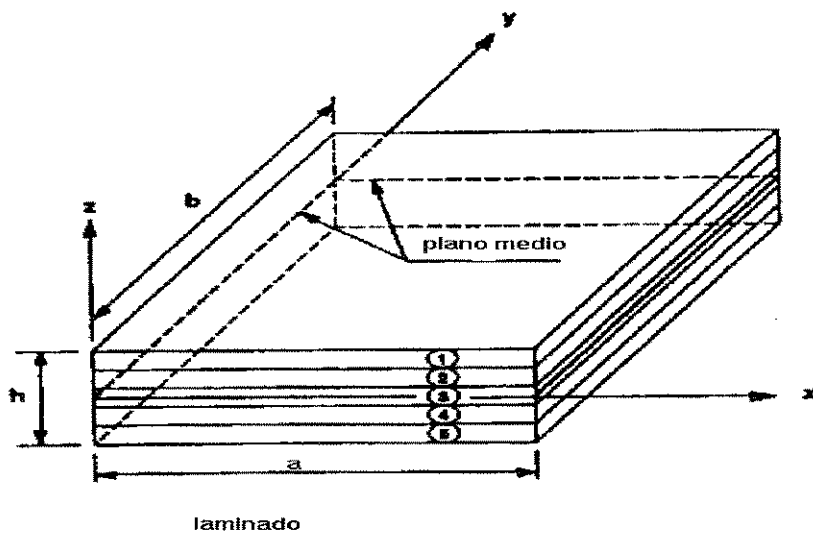


FIGURA 3.1.1 Geometria de uma placa laminada de material composto retangular (SIVAKUMARAN).

Onde:

- $n$  número de lâminas.
- $h$  espessura total do laminado.

### 3.2.- Forças Normais

$$\{N\} = \sum_{m=1}^n \int_{h_m}^{h_{m+1}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(m)} dz = \sum_{m=1}^n \begin{Bmatrix} N_{xA} + N_{xB} + N_{xC} \\ N_{yA} + N_{yB} + N_{yC} \\ N_{xyA} + N_{xyB} + N_{xyC} \end{Bmatrix}_{h_m}^{h_{m+1}} = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix}$$

Onde:

$$N_{xA} = \left[ \nu(E_L \cos^4 \phi + E_T \sin^4 \phi) + 2(\nu_{TL} E_T \nu + G_{LT}) \cos^2 \phi \sin^2 \phi \right].$$

$$\dots * \left( z \frac{\partial}{\partial x} u_0 + \frac{z^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \theta_y \right)$$

$$N_{xB} = \left[ \nu_{LT} E_T \nu (\cos^4 \phi + \sin^4 \phi) + (E_L \nu + E_T \nu - 4G_{LT}) \cos^2 \phi \sin^2 \phi \right].$$

$$\dots * \left( z \frac{\partial}{\partial y} v_0 - \frac{z^2}{2} \frac{\partial}{\partial y} \theta_x \right)$$

$$N_{xC} = \left[ (\nu(E_L \cos^2 \phi - E_T \sin^2 \phi) - (\nu_{TL} E_T \nu + 2G_{LT})(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)) \cos \phi \sin \phi \right]$$

$$\dots * \left\{ z \left( \frac{\partial}{\partial y} u_0 + \frac{\partial}{\partial x} v_0 \right) + \frac{z^2}{2} \left( \frac{\partial}{\partial y} \theta_y - \frac{\partial}{\partial x} \theta_x \right) \right\}$$

$$N_{yA} = \left[ \nu_{LT} E_T \nu (\cos^4 \phi + \sin^4 \phi) + (E_L \nu + E_T \nu - 4G_{LT}) \cos^2 \phi \sin^2 \phi \right].$$

$$\dots * \left( z \frac{\partial}{\partial x} u_0 + \frac{z^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \theta_y \right)$$

$$N_{yB} = \left[ \nu(E_T \sin^4 \phi + E_L \cos^4 \phi) + 2(\nu_{LT} E_T \nu + 2G_{LT}) \cos^2 \phi \sin^2 \phi \right].$$

$$\dots * \left( z \frac{\partial}{\partial y} v_0 - \frac{z^2}{2} \frac{\partial}{\partial y} \theta_x \right)$$

$$N_{yC} = \left[ (\nu(E_L \cos^2 \phi - E_T \sin^2 \phi) + (\nu_{TL} E_T \nu + 2G_{LT})(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)) \cos \phi \sin \phi \right].$$

$$\dots * \left\{ z \left( \frac{\partial}{\partial y} u_0 + \frac{\partial}{\partial x} v_0 \right) + \frac{z^2}{2} \left( \frac{\partial}{\partial y} \theta_y - \frac{\partial}{\partial x} \theta_x \right) \right\}$$

$$N_{xyA} = \left[ (\nu(E_L \cos^2 \phi - E_T \sin^2 \phi) - (\nu_{TL} E_T \nu + 2G_{LT})(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)) \cos \phi \sin \phi \right].$$

$$\dots * \left( z \frac{\partial}{\partial x} u_0 + \frac{z^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \theta_y \right)$$

$$N_{xyB} = \left[ (\nu(E_L \sin^2 \phi - E_T \cos^2 \phi) + (\nu_{TL} E_T \nu + 2G_{LT})(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)) \cos \phi \sin \phi \right].$$

$$\dots * \left( z \frac{\partial}{\partial y} v_0 - \frac{z^2}{2} \frac{\partial}{\partial y} \theta_x \right)$$

$$N_{xyC} = \left[ G_{LT} (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)^2 + (E_L \nu + E_T \nu - 2\nu_{LT} E_T \nu) \cos^2 \phi \sin^2 \phi \right].$$

$$\dots * \left\{ z \left( \frac{\partial}{\partial y} u_0 + \frac{\partial}{\partial x} v_0 \right) + \frac{z^2}{2} \left( \frac{\partial}{\partial y} \theta_y - \frac{\partial}{\partial x} \theta_x \right) \right\}$$



### 3.3.- Momentos de Flexão

$$\{M\} = \sum_{m=1}^n \int_{h_m}^{h_{m+1}} Z \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(m)} dz = \sum_{m=1}^n \begin{Bmatrix} M_{xxA} + M_{xxB} + M_{xxC} \\ M_{yyA} + M_{yyB} + M_{yyC} \\ M_{xyA} + M_{xyB} + M_{xyC} \end{Bmatrix}_{h_m}^{h_{m+1}} = \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix}$$

Onde:

$$\begin{aligned} M_{xxA} &= \left[ \nu(E_L \cos^4 \phi + E_T \sin^4 \phi) + 2\nu_{TL}E_T\nu \cos^2 \phi \sin^2 \phi \right] \\ &\dots\dots\dots * \left( \frac{Z^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} u_0 + \frac{Z^3}{3} \frac{\partial}{\partial x} \theta_y \right) \\ M_{xxB} &= \left[ \nu_{LT}E_T\nu(\cos^4 \phi + \sin^4 \phi) + 2(E_L\nu + E_T\nu - 4G_{LT})\cos^2 \phi \sin^2 \phi \right] \\ &\dots\dots\dots * \left( \frac{Z^2}{2} \frac{\partial}{\partial y} v_0 - \frac{Z^3}{3} \frac{\partial}{\partial y} \theta_x \right) \\ M_{xxC} &= \left[ \nu(E_L \cos^2 \phi - E_T \sin^2 \phi) - (\nu_{TL}E_T\nu + 2G_{LT})(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \right] \cos \phi \sin \phi \\ &\dots\dots\dots * \left\{ \frac{Z^2}{2} \left( \frac{\partial}{\partial y} u_0 + \frac{\partial}{\partial x} v_0 \right) + \frac{Z^3}{3} \left( \frac{\partial}{\partial y} \theta_y - \frac{\partial}{\partial x} \theta_x \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{yyA} &= \left[ \nu_{LT}E_T\nu(\cos^4 \phi + \sin^4 \phi) + (E_L\nu + E_T\nu - 4G_{LT})\cos^2 \phi \sin^2 \phi \right] \\ &\dots\dots\dots * \left( \frac{Z^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} u_0 + \frac{Z^3}{3} \frac{\partial}{\partial x} \theta_y \right) \\ M_{yyB} &= \left[ \nu(E_T \cos^4 \phi + E_L \sin^4 \phi) + 2(\nu_{LT}E_T\nu + 2G_{LT})\cos^2 \phi \sin^2 \phi \right] \\ &\dots\dots\dots * \left( \frac{Z^2}{2} \frac{\partial}{\partial y} v_0 - \frac{Z^3}{3} \frac{\partial}{\partial y} \theta_x \right) \\ M_{yyC} &= \left[ \nu(E_L \sin^2 \phi - E_T \cos^2 \phi) + (\nu_{TL}E_T\nu + 2G_{LT})(\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \right] \cos \phi \sin \phi \\ &\dots\dots\dots * \left\{ \frac{Z^2}{2} \left( \frac{\partial}{\partial y} u_0 + \frac{\partial}{\partial x} v_0 \right) + \frac{Z^3}{3} \left( \frac{\partial}{\partial y} \theta_y - \frac{\partial}{\partial x} \theta_x \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{xyA} &= \left[ \nu (E_L \cos^2 \phi - E_T \sin^2 \phi) + (\nu_{LT} E_T \nu + 2G_{LT}) (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \cos \phi \sin \phi \right] \\
 &\dots \dots \dots * \left( \frac{Z^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} u_0 + \frac{Z^3}{3} \frac{\partial}{\partial x} \theta_y \right) \\
 M_{xyB} &= \left[ \nu (E_L \sin^2 \phi - E_T \cos^2 \phi) + (\nu_{LT} E_T \nu + 2G_{LT}) (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \cos \phi \sin \phi \right] \\
 &\dots \dots \dots * \left( \frac{Z^2}{2} \frac{\partial}{\partial y} v_0 - \frac{Z^3}{3} \frac{\partial}{\partial y} \theta_x \right) \\
 M_{xyC} &= \left[ G_{LT} (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)^2 + (E_L \nu + E_T \nu - 2\nu_{LT} E_T \nu) \cos^2 \phi \sin^2 \phi \right] \\
 &\dots \dots \dots * \left\{ \frac{Z^2}{2} \left( \frac{\partial}{\partial y} u_0 + \frac{\partial}{\partial x} v_0 \right) + \frac{Z^3}{3} \left( \frac{\partial}{\partial y} \theta_y - \frac{\partial}{\partial x} \theta_x \right) \right\}
 \end{aligned}$$

### 3.4.- Forças Cortantes

$$\{Q\} = k_{ij} \sum_{m=1}^n \int_{h_m}^{h_{m+1}} \begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}^{(m)} dz = k_{ij} \sum_{m=1}^n \begin{Bmatrix} Q_{yz} \\ Q_{xz} \end{Bmatrix}_{h_m}^{h_{m+1}} = k_{ij} \begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix}$$

Onde:

$k_{ij}$  São os coeficientes de correção de cisalhamento.

$$\begin{aligned}
 Q_{yz} &= (G_{TT} \cos^2 \phi + G_{LT} \sin^2 \phi) z \left( -\theta_x + \frac{\partial}{\partial y} w_0 \right) + [(G_{LT} - G_{TT}) \cos \phi \sin \phi] \\
 &\dots \dots \dots * z \left( \theta_y + \frac{\partial}{\partial x} w_0 \right) \\
 Q_{xz} &= [(G_{LT} - G_{TT}) \cos \phi \sin \phi] z \left( -\theta_x + \frac{\partial}{\partial y} w_0 \right) + (G_{LT} \cos^2 \phi + G_{TT} \sin^2 \phi) \\
 &\dots \dots \dots * z \left( \theta_y + \frac{\partial}{\partial x} w_0 \right)
 \end{aligned}$$

Conhece-se que :

$$\nu = \frac{1}{1 - \nu_{LT} \nu_{TL}}$$

### 3.5.- Representação Matricial

Em seguida apresentam-se de maneira matricial as relações esforços-deformações para a superfície média da placa, que representa o laminado.

Desta forma serão utilizadas as resultantes das tensões agindo na superfície média do laminado, tal como é mostrado na Fig.3.5.1, agrupadas em uma única expressão matemática, simplificando consideravelmente os cálculos, em que cada resultante de tensão será calculada somente uma vez, não importando o número de lâminas consideradas.

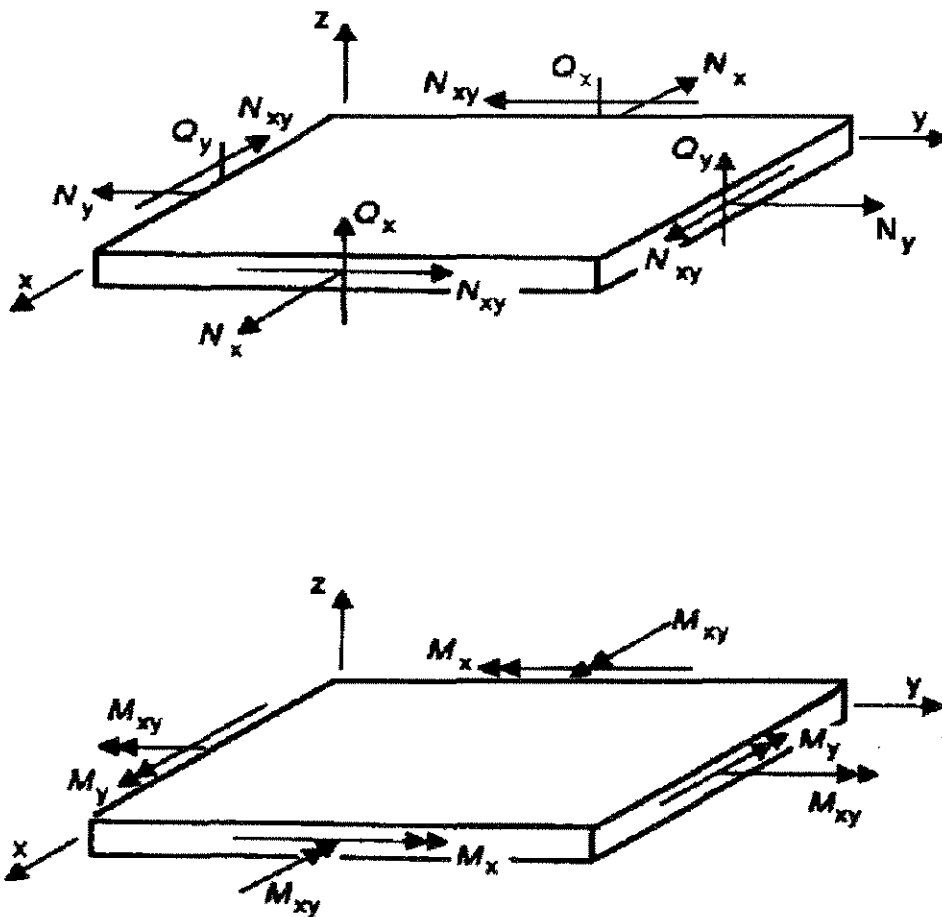


FIGURA 3.5.1 Esforços por unidade de comprimento (4).

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \\ \{Q\} \end{Bmatrix}_{8 \times 1} = \begin{bmatrix} [A] & [B] & 0 \\ & [D] & 0 \\ sim. & & [G] \end{bmatrix}_{8 \times 8} \begin{Bmatrix} \{\epsilon^0\} \\ \{\chi\} \\ \{\nu\} \end{Bmatrix}_{8 \times 1} \dots\dots\dots(I)$$

Onde:

\* Os elementos da matriz  $[A]$  (Rigidez de membrana) são representados como:

$$A_{IJ} = \sum_{m=1}^n \int_{h_m}^{h_{m+1}} \bar{Q}_{IJ} dz = \sum_{m=1}^n \bar{Q}_{IJ} Z \Big|_{h_m}^{h_{m+1}}$$

Onde:

$$\bar{Q}_{IJ} \rightarrow I, J = 1, 2, 6 \quad \text{ver Anexo A}$$

Assim:

$$[A] = \sum_{m=1}^n \begin{bmatrix} z\bar{Q}_{11} & z\bar{Q}_{12} & z\bar{Q}_{16} \\ & z\bar{Q}_{22} & z\bar{Q}_{26} \\ sim. & & z\bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_{h_m}^{h_{m+1}} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ & A_{22} & A_{26} \\ sim. & & A_{66} \end{bmatrix}$$

\* O acoplamento entre os efeitos de membrana e de flexão é representado pelos elementos de matriz  $[B]$  dados por:

$$B_{IJ} = \sum_{m=1}^n \int_{h_m}^{h_{m+1}} z\bar{Q}_{IJ} dz = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^n \bar{Q}_{IJ} z^2 \Big|_{h_m}^{h_{m+1}}$$

Onde:

$$\bar{Q}_{IJ} \rightarrow I, J = 1, 2, 6 \quad \text{ver Anexo A}$$

Assim:

$$[B] = \sum_{m=1}^n \begin{bmatrix} \frac{z^2}{2} \bar{Q}_{11} & \frac{z^2}{2} \bar{Q}_{12} & \frac{z^2}{2} \bar{Q}_{16} \\ & \frac{z^2}{2} \bar{Q}_{22} & \frac{z^2}{2} \bar{Q}_{26} \\ sim. & & \frac{z^2}{2} \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_{h_m}^{h_{m+1}} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ & B_{22} & B_{26} \\ sim. & & B_{66} \end{bmatrix}$$

\* Os elementos da matriz  $[D]$  (Rigidez de flexão) têm a forma:

$$D_{IJ} = \sum_{m=1}^n \int_{h_m}^{h_{m+1}} z^2 \bar{Q}_{IJ} dz = \frac{1}{3} \sum_{m=1}^n \bar{Q}_{IJ} z^3 \Big|_{h_m}^{h_{m+1}}$$

Onde:

$$\bar{Q}_{IJ} \rightarrow I, J = 1, 2, 6 \quad \text{ver Anexo A}$$

Assim:

$$[D] = \sum_{m=1}^n \begin{bmatrix} \frac{z^3}{3} \bar{Q}_{11} & \frac{z^3}{3} \bar{Q}_{12} & \frac{z^3}{3} \bar{Q}_{16} \\ & \frac{z^3}{3} \bar{Q}_{22} & \frac{z^3}{3} \bar{Q}_{26} \\ sim. & & \frac{z^3}{3} \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_{h_m}^{h_{m+1}} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ & D_{22} & D_{26} \\ sim. & & D_{66} \end{bmatrix}$$

\* A rigidez de membrana associada aos efeitos de cisalhamento transversal, considerando distribuição parabólica, que na realidade existe em placas e cascas laminadas, é:

$$G_{IJ} = K_{IJ} \sum_{m=1}^n \int_{h_m}^{h_{m+1}} \bar{Q}_{IJ} dz = K_{IJ} \sum_{m=1}^n \bar{Q}_{IJ} z \Big|_{h_m}^{h_{m+1}}$$

Onde:

$$\overline{Q_{IJ}} \rightarrow I, J = 4, 6 \quad \text{ver Anexo A}$$

$K_{IJ}$  = são coeficientes de correção de cisalhamento para placas isotrópicas. É comumente tomado como:

$$5/6 \text{ ou } \pi^2 / 12 .$$

Como a distribuição de tensão de cisalhamento ao longo da espessura do elemento de casca não é uniforme, porém aproximadamente parabólica<sup>17</sup>, introduz-se um fator  $K_{ij}$  nos termos de  $[G]$ , relacionados com as tensões de cisalhamento transversais ao plano xy:  $\tau_{xz}$  e  $\tau_{yz}$  (sistema local).

Assim:

$$[G] = K_{IJ} \sum_{m=1}^n \begin{bmatrix} z \overline{Q}_{44} & z \overline{Q}_{45} \\ \text{sim.} & z \overline{Q}_{55} \end{bmatrix}_{h_m}^{h_{m+1}} = \begin{bmatrix} G_{44} & G_{45} \\ \text{sim.} & G_{55} \end{bmatrix}$$

Logo:

De (I) têm-se as expressões finais, compactadas, das resultantes das tensões por unidade de comprimento:

$$\{N\} = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = [A]\{\epsilon^0\} + [B]\{\chi\}$$

Esta equação mostra que as forças no plano da superfície média estão acopladas à flexão através da matriz  $[B]$

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = [B]\{\varepsilon^0\} + [D]\{\chi\}$$

Da mesma forma esta equação mostra o acoplamento existente entre os momentos e as deformações de membrana.

$$\{Q\} = \begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = [G]\{\gamma\}$$

Portanto, efetuando-se cada um das expressões compactas:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^n \left\{ \begin{array}{l} z \left[ \overline{Q_{11}}(\varepsilon_{xx}^0 + \frac{Z}{2} \chi_{xx}) + \overline{Q_{12}}(\varepsilon_{yy}^0 + \frac{Z}{2} \chi_{yy}) + \overline{Q_{16}}(\gamma_{xy}^0 + \frac{Z}{2} \chi_{xy}) \right]_{h_{m+1}} \\ z \left[ \overline{Q_{12}}(\varepsilon_{xx}^0 + \frac{Z}{2} \chi_{xx}) + \overline{Q_{22}}(\varepsilon_{yy}^0 + \frac{Z}{2} \chi_{yy}) + \overline{Q_{26}}(\gamma_{xy}^0 + \frac{Z}{2} \chi_{xy}) \right] \\ z \left[ \overline{Q_{16}}(\varepsilon_{xx}^0 + \frac{Z}{2} \chi_{xx}) + \overline{Q_{26}}(\varepsilon_{yy}^0 + \frac{Z}{2} \chi_{yy}) + \overline{Q_{66}}(\gamma_{xy}^0 + \frac{Z}{2} \chi_{xy}) \right]_{h_m} \end{array} \right\}$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^n \left\{ \begin{array}{l} z^2 \left[ \overline{Q_{11}}(\frac{1}{2} \varepsilon_{xx}^0 + \frac{Z}{3} \chi_{xx}) + \overline{Q_{12}}(\frac{1}{2} \varepsilon_{yy}^0 + \frac{Z}{3} \chi_{yy}) + \overline{Q_{16}}(\frac{1}{2} \gamma_{xy}^0 + \frac{Z}{3} \chi_{xy}) \right]_{h_{m+1}} \\ z^2 \left[ \overline{Q_{12}}(\frac{1}{2} \varepsilon_{xx}^0 + \frac{Z}{3} \chi_{xx}) + \overline{Q_{22}}(\frac{1}{2} \varepsilon_{yy}^0 + \frac{Z}{3} \chi_{yy}) + \overline{Q_{26}}(\frac{1}{2} \gamma_{xy}^0 + \frac{Z}{3} \chi_{xy}) \right] \\ z^2 \left[ \overline{Q_{16}}(\frac{1}{2} \varepsilon_{xx}^0 + \frac{Z}{3} \chi_{xx}) + \overline{Q_{26}}(\frac{1}{2} \varepsilon_{yy}^0 + \frac{Z}{3} \chi_{yy}) + \overline{Q_{66}}(\frac{1}{2} \gamma_{xy}^0 + \frac{Z}{3} \chi_{xy}) \right]_{h_m} \end{array} \right\}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K_{LJ} \sum_{m=1}^n \left\{ \begin{array}{l} z \left[ \overline{Q_{44}} \gamma_{yz} + \overline{Q_{45}} \gamma_{xz} \right]_{h_{m+1}} \\ z \left[ \overline{Q_{45}} \gamma_{yz} + \overline{Q_{55}} \gamma_{xz} \right]_{h_m} \end{array} \right\}$$

## Capítulo 4

### Formulação do Elemento Finito

O elemento finito que será utilizado no trabalho tem seis nós e é derivado do elemento triangular com 13 nós e com 5 graus de liberdade por nó, a saber: 3 translações  $u$ ,  $v$ ,  $w$  e as rotações  $\theta_x$  e  $\theta_y$ , ao redor dos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente, como mostra a Fig.1.3.1. Os dois primeiros consideram o comportamento de membrana, enquanto os outros três consideram as características de flexão do laminado. Todos os elementos da matriz foram obtidos usando a integração numérica gaussiana e uma estratégia interpolação isoparamétrica com funções da família lagrangeana expressas em termos das coordenadas triangulares.

#### 4.1.- Elemento finito com 13 nós para estruturas de compósitos

Neste elemento base de 13 nós (34 graus de liberdade) o efeito travamento de cisalhamento é eliminado aumentando-se a ordem da interpolação polinomial para o deslocamento transversal  $w_0$ , sendo de ordem superior aos utilizados na rotações  $(\theta_x, \theta_y)$  e nos deslocamentos no plano médio  $(u_0, v_0)$ .

O elemento base é formulado usando uma estratégia isoparamétrica com polinômios quadráticos de interpolação,  $[H_q]$ , tanto para a geometria como para os deslocamentos no



plano  $(u_0, v_0)$  e as rotações  $(\theta_x, \theta_y)$ , e polinômio cúbico de interpolação  $[H_c]$  para os deslocamentos transversais  $(w_0)$ .

Esses polinômios quadráticos e cúbicos são da família lagrangeana, os quais são definidos nas coordenadas  $(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)$  triangulares (ou de área). As posições dos nós<sup>2</sup> são mostradas na Fig.4.1.1. O campo de deslocamentos em termos das funções interpoladoras e dos deslocamentos nodais é:

$$\{\mathcal{D}\} = [H]\{\Delta\}$$

Onde:

$$\{\mathcal{D}\}^T = \{u_0 \quad v_0 \quad w_0 \quad \theta_x \quad \theta_y\}$$

$$\{\Delta\}^T = \{\{U\} \quad \{V\} \quad \{W\} \quad \{\Theta_x\} \quad \{\Theta_y\}\}$$

$$\{U\}^T = \{U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad U_4 \quad U_5 \quad U_6\}$$

$$\{V\}^T = \{V_1 \quad V_2 \quad V_3 \quad V_4 \quad V_5 \quad V_6\}$$

$$\{W\}^T = \{W_1 \quad W_2 \quad W_3 \quad W_7 \quad W_8 \quad W_9 \quad W_{10} \quad W_{11} \quad W_{12} \quad W_{13}\}$$

$$\{\Theta_x\}^T = \{\Theta_{x1} \quad \Theta_{x2} \quad \Theta_{x3} \quad \Theta_{x4} \quad \Theta_{x5} \quad \Theta_{x6}\}$$

$$\{\Theta_y\}^T = \{\Theta_{y1} \quad \Theta_{y2} \quad \Theta_{y3} \quad \Theta_{y4} \quad \Theta_{y5} \quad \Theta_{y6}\}$$

$$[H] = \begin{bmatrix} [H_q] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & [H_q] & 0 & 0 & 0 \\ & & [H_c] & 0 & 0 \\ & & & [H_q] & 0 \\ sim. & & & & [H_q] \end{bmatrix} \quad \text{ver Anexo B}$$

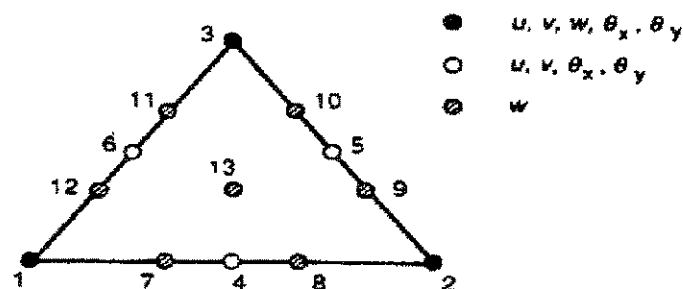


FIGURA 4.1.1 Elemento triangular com 13 nós e 34 graus de liberdade(4)

## 4.2.- Elemento finito triangular de 7 nós para estruturas de compósitos

Três equações da restrição do cisalhamento transversal na borda são desenvolvidas e condensação estática foi usada para diminuir o número de nós do elemento finito triangular. O elemento base foi transformado no elemento desejável de 7 nós (31 graus de liberdade) como é mostrado na Fig.4.2.1.

A transformação do elemento de 13 nós para o elemento com 7 nós é feita transferindo três dos deslocamentos transversais ( $W_7, W_9, W_{11}$ ) para o ponto médio de cada lado ( $W_4, W_5, W_6$ ) e de maneira simultânea restringindo os 3 deslocamentos transversais restantes ( $W_8, W_{10}, W_{12}$ ). Através de uma condensação estática (ou redução de Guyan) pode ser eliminado o deslocamento transversal no centro do nó ( $W_{13}$ ).

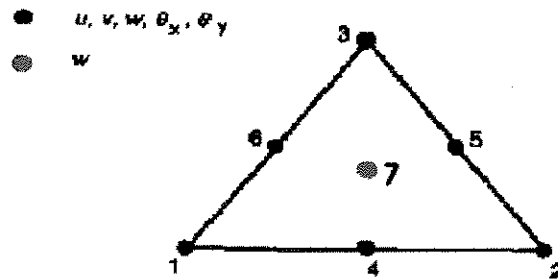


FIGURA 4.2.1 Elemento finito triangular final de 7 nós e 31 graus de liberdade(4).

## 4.3.- Equação da restrição do cisalhamento transversal linear na borda<sup>4</sup>

Equação da restrição do cisalhamento transversal linear na borda é desenvolvida para cada lado do triângulo, já que se sabe que o cisalhamento transversal ao longo da borda é no máximo linear, assim temos:

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2}(\gamma_{sz}) = \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left( \frac{\partial}{\partial s} W + \theta_n \right) = 0 \quad \dots \quad 1$$

Onde:

$s$  é a coordenada definida ao longo da borda.  
 $\theta_n$  é a rotação geral associada ao vetor  $n$  perpendicular à borda do triângulo.

A localização do sistema de coordenadas na borda ( $s_i, n_i \rightarrow i = 1, 2, 3$ ), utilizadas nas equações da restrição do cisalhamento transversal na borda é mostrada na Fig.4.3.1.

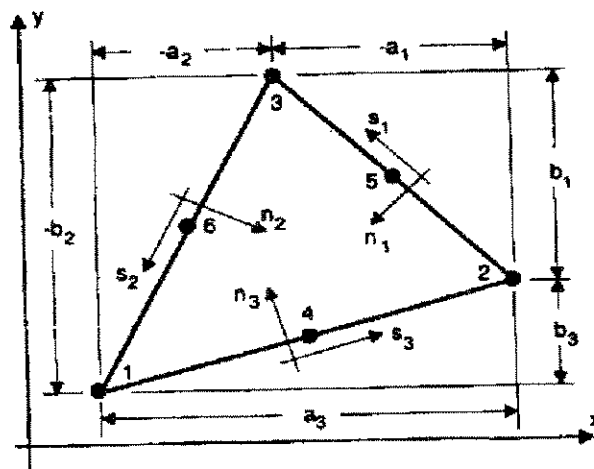


FIGURA 4.3.1 Sistema local de coordenadas nas bordas(4).

Por exemplo, ao longo da borda 1 ( $s_1, n_1$ ) com  $\zeta_1 = 0$ , a deformação cisalhante tem a forma:

$$\gamma_{s,z} = \left( \frac{\partial}{\partial s_1} W + \theta_{n1} \right) = \frac{1}{L_1} \left( \frac{\partial}{\partial \zeta_3} W - \frac{\partial}{\partial \zeta_2} W + a_1 \theta_{y1} - b_1 \theta_{x1} \right)$$

Onde:

$$L_1^2 = a_1^2 + b_1^2$$

$\theta_{x1}, \theta_{y1}$  são as rotações sobre os eixos  $x, y$ , respetivamente, que foram definidas na borda 1.

A primeira e segunda derivadas de  $\gamma_{s_1z}$  com respeito a  $S_1$  têm a forma seguinte, usando a regra da cadeia:

$$\frac{\partial}{\partial s_1}(\gamma_{s_1z}) = \frac{1}{L_1} \left( \frac{\partial}{\partial \zeta_3} \gamma_{s_1z} - \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \gamma_{s_1z} \right)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial s_1^2}(\gamma_{s_1z}) = \frac{1}{L_1} \left( \frac{\partial}{\partial \zeta_3} \left( \frac{\partial}{\partial s_1}(\gamma_{s_1z}) \right) - \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \left( \frac{\partial}{\partial s_1}(\gamma_{s_1z}) \right) \right)$$

Onde a equação de restrição linear do cisalhamento transversal na borda 1 é representada pela equação (1); as duas equações restritivas restantes para as bordas 2 e 3 podem facilmente ser formuladas de maneira semelhante.

Estas três equações restritivas permitem expressar os 3 deslocamentos transversais da borda em termos dos 7 deslocamentos transversais restantes e das rotações generalizadas  $(\theta_x, \theta_y)$ .

#### 4.4.- Campo de deslocamentos

O campo de deslocamentos (cinemática) resultante, que incorpora as 3 equações, tem a forma :

$$\{\delta\} = [H^*] \{\Delta^*\}$$

Onde:

$$\{\delta\}^T = \{u_0 \quad v_0 \quad w_0 \quad \theta_x \quad \theta_y\}$$

$$[H^*] = \begin{bmatrix} [H_q] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [H_q] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [H_3] & [H_1] & [H_2] \\ 0 & 0 & 0 & [H_q] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & [H_q] \end{bmatrix} \quad \text{ver Anexo B e C}$$

$$\{\Delta^*\}^T = \{\{U\} \quad \{V\} \quad \{W^*\} \quad \{\Theta_x\} \quad \{\Theta_y\}\}$$

Em que estes deslocamentos são:

$$\{U\}^T = \{U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4 \ U_5 \ U_6\}$$

$$\{V\}^T = \{V_1 \ V_2 \ V_3 \ V_4 \ V_5 \ V_6\}$$

$$\{W^*\}^T = \{W_1 \ W_2 \ W_3 \ W_4 \ W_5 \ W_6 \ W_{13}\}$$

$$\{\Theta_x\}^T = \{\Theta_{x1} \ \Theta_{x2} \ \Theta_{x3} \ \Theta_{x4} \ \Theta_{x5} \ \Theta_{x6}\}$$

$$\{\Theta_y\}^T = \{\Theta_{y1} \ \Theta_{y2} \ \Theta_{y3} \ \Theta_{y4} \ \Theta_{y5} \ \Theta_{y6}\}$$

A introdução destas equações restritivas no desenvolvimento do elemento preservará a posição do elemento (isto é, não incrementará modos de energia zero) e não alterará o comportamento estático da placa (isto é, não introduzirá rigidez artificial ou travamento de cisalhamento), o carregamento transversal do elemento pode ser descrito por forças nodais concentradas ou pressões uniformes no elemento.

Em configurações de placas espessas, sujeitas a um carregamento estático complexo (isto é, variação linear para as pressões das cargas), estas equações podem introduzir uma quantidade insignificante de rigidez.

A função de interpolação para o deslocamento ( $w$ ) fora do plano é composta por 3 partes:

$$\{W\} = [H_3]\{W^*\} + [H_1]\{\Theta_x\} + [H_2]\{\Theta_y\}$$

#### 4.5.- Interpolação da geometria

A interpolação da geometria com a mesma função de interpolação quadrática  $[H_q]$  para se ter o caso isoparamétrico é representada pela igualdade:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [H_q] & 0 \\ sim. & [H_q] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{X\} \\ \{Y\} \end{Bmatrix} \quad \text{ver Operações D}$$

Onde:

$$\{X\}^T = \{X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_6\}$$

$$\{Y\}^T = \{Y_1 \ Y_2 \ Y_3 \ Y_4 \ Y_5 \ Y_6\}$$

#### 4.6.- Transformação de coordenadas

A matriz jacobina<sup>11,12</sup> de 2x2 é definida como:

$$[J] = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial \zeta_1} x - \frac{\partial}{\partial \zeta_3} x\right) & \left(\frac{\partial}{\partial \zeta_1} y - \frac{\partial}{\partial \zeta_3} y\right) \\ \left(\frac{\partial}{\partial \zeta_2} x - \frac{\partial}{\partial \zeta_3} x\right) & \left(\frac{\partial}{\partial \zeta_2} y - \frac{\partial}{\partial \zeta_3} y\right) \end{bmatrix} \quad \text{ver Operações E}$$

$$[J]^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}}{\Delta} \quad \text{ver Operações F}$$

As derivadas das funções de interpolação com respeito às coordenadas globais (x, y) podem ser obtidas pela regra da cadeia:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [H_q] \\ \frac{\partial}{\partial y} [H_q] \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \zeta_1} [H_q] - \frac{\partial}{\partial \zeta_3} [H_q] \\ \frac{\partial}{\partial \zeta_2} [H_q] - \frac{\partial}{\partial \zeta_3} [H_q] \end{Bmatrix} \quad \text{ver Operações G}$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [H_c] \\ \frac{\partial}{\partial y} [H_c] \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \zeta_1} [H_c] - \frac{\partial}{\partial \zeta_3} [H_c] \\ \frac{\partial}{\partial \zeta_2} [H_c] - \frac{\partial}{\partial \zeta_3} [H_c] \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [H_1] \\ \frac{\partial}{\partial y} [H_1] \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \zeta_1} [H_1] - \frac{\partial}{\partial \zeta_3} [H_1] \\ \frac{\partial}{\partial \zeta_2} [H_1] - \frac{\partial}{\partial \zeta_3} [H_1] \end{Bmatrix} \quad \text{ver Operações I}$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x}[H_2] \\ \frac{\partial}{\partial y}[H_2] \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \zeta_1}[H_2] - \frac{\partial}{\partial \zeta_3}[H_2] \\ \frac{\partial}{\partial \zeta_2}[H_2] - \frac{\partial}{\partial \zeta_3}[H_2] \end{Bmatrix} \quad \text{ver Operações J}$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x}[H_3] \\ \frac{\partial}{\partial y}[H_3] \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \zeta_1}[H_3] - \frac{\partial}{\partial \zeta_3}[H_3] \\ \frac{\partial}{\partial \zeta_2}[H_3] - \frac{\partial}{\partial \zeta_3}[H_3] \end{Bmatrix} \quad \text{ver Operações K}$$

#### 4.7.- Propriedades características do elemento $[K_e^*]$ e $\{F_e^*\}$ .

Aplicando-se o princípio dos trabalhos virtuais junto com a mínima energia potencial total, pode-se deduzir as propriedades características do elemento  $[K_e^*]$  e  $\{F_e^*\}$ .

Este é um procedimento padrão, baseado na necessidade de que o equilíbrio se verifique por todo o meio elástico. Portanto, as propriedades características do elemento são:

A Matriz de Rigidez  $[K_e^*]$

e

O Vetor de Carga  $\{F_e^*\}$

Tendo sido obtidas as características de cada elemento componente da lâmina, elas devem, agora, ser combinadas de uma maneira a obter um conjunto de equações que governe a reunião de todos os elementos; assim temos:

$$[K_e^*]\{\Delta^*\} = \{F_e^*\}$$

Onde:

$$\{F_e^*\} = \int_A [H^*]^T \{P\} dA \quad \text{ver Operações N}$$

$$[K_e^*] = \int_A [B_b]^T \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ \text{sim.} & [D] \end{bmatrix} [B_b] + [B_S^*]^T [G] [B_S^*] dA \quad \text{ver Operações P}$$

Ordem de integração numérica necessária<sup>12</sup> ou quadratura de Gauss ou integração de Gauss, é definida como o número de pontos de integração que são necessários em cada direção do elemento. Uma quadratura de Gauss de ordem  $n$  integra exatamente um polinômio de grau  $2n-1$  em uma direção. Assim:

$$\int_A f(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3) dA = \int_0^1 \int_0^1 f(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3) \frac{1}{2} |J| d\zeta_1 d\zeta_2 = \sum_{i=1}^{n_p} w_i f(\zeta_{1i}, \zeta_{2i}, \zeta_{3i}) \frac{1}{2} |J_i|$$

Onde:

$w_i$  São os pesos para cada ponto de Gauss

$n_p$  Número de pontos de Gauss necessários

$f(\zeta_{1i}, \zeta_{2i}, \zeta_{3i})$  São as matrizes de cada elemento

$|J_i|$  É o determinante absoluto do Jacobiano

$$[B_b] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [H_q] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} [H_q] & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} [H_q] & \frac{\partial}{\partial x} [H_q] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} [H_q] \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial y} [H_q] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial}{\partial x} [H_q] & \frac{\partial}{\partial y} [H_q] \end{bmatrix}_{6 \times 31} \quad \text{ver Operações G}$$

$$[B_S^*] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} [H_3] & (\frac{\partial}{\partial y} [H_1] - [H_q]) & \frac{\partial}{\partial y} [H_2] \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} [H_3] & \frac{\partial}{\partial x} [H_1] & (\frac{\partial}{\partial x} [H_2] + [H_q]) \end{bmatrix}_{6 \times 31} \quad \text{ver Operações I, J, K}$$



## Capítulo 5

### Resultados

LAMIST 2.20 (LAMINATED COMPOSITE STRUCTURES)

MSc. LUIS GILBERT SEDANO TAPIA

O cálculo dos esforços e deslocamentos com detalhes no capítulo 10

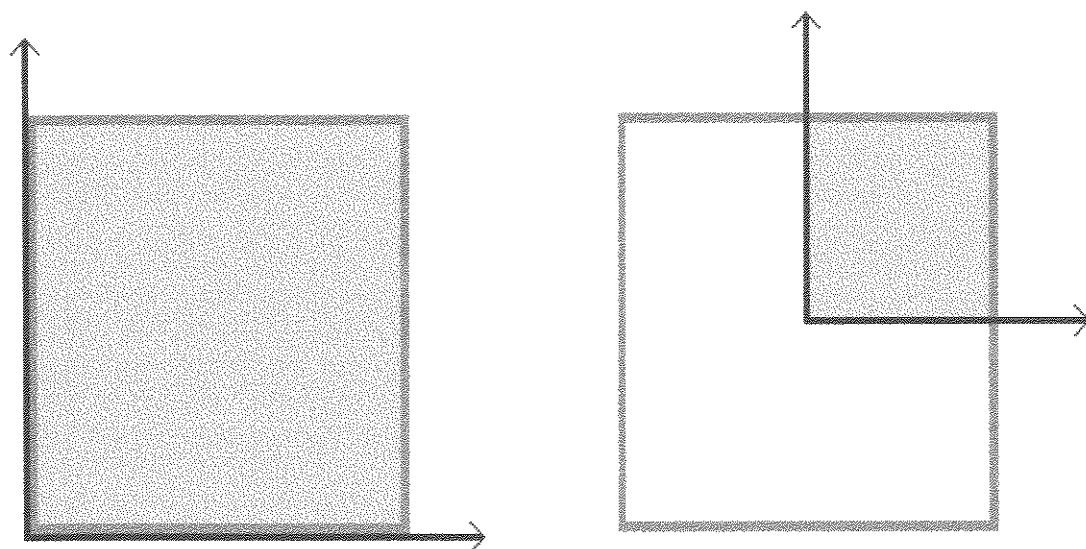


FIGURA 5.0.1 Área da placa utilizada para análise

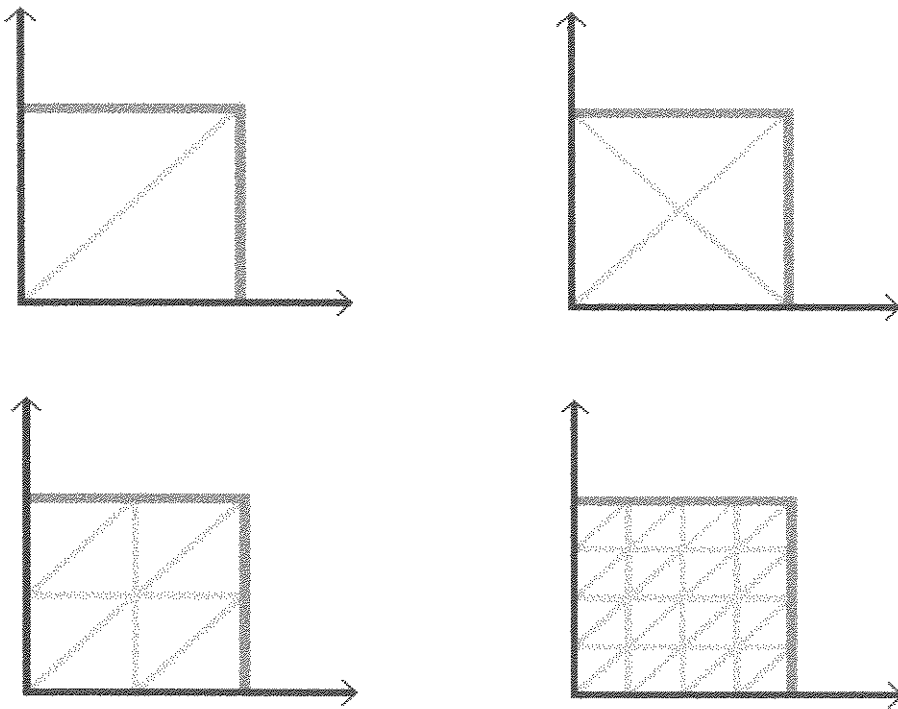


FIGURA5.0.2 Discretização em toda a placa, tipo 1

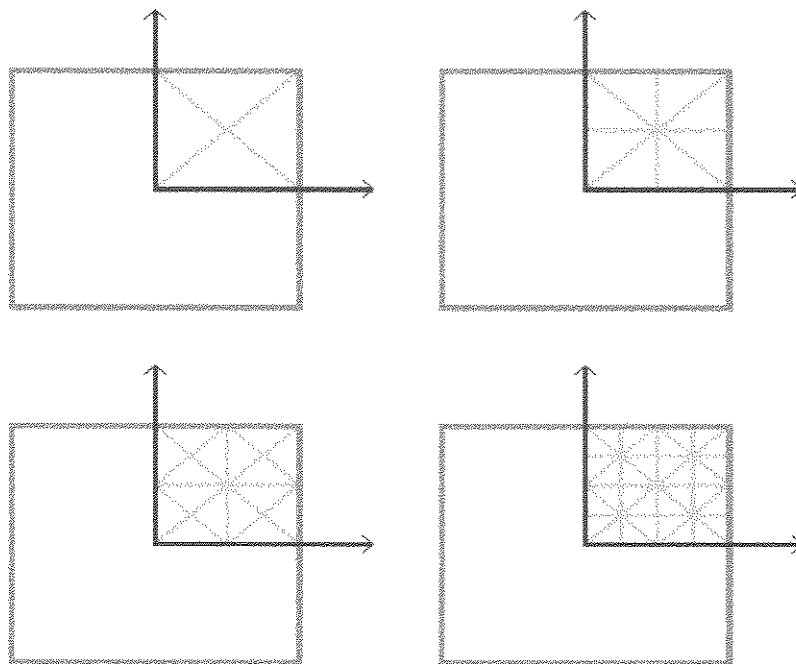


FIGURA5.0.3 Discretização em  $\frac{1}{4}$  da placa simétrica, tipo 2

## Exemplo 1.-

Placa quadrada e ortotrópica composta de uma lâmina apenas e com bordas simplesmente apoiadas do tipo 2, ver Fig.5.0.3. As propriedades do material são:

$$E_x = E_z = 25E+06 \text{ psi (lb/in}^2\text{)}$$

$$E_y = 1E+06 \text{ psi} \quad \text{Módulos de Elasticidade Longitudinal.}$$

$$G_{xy} = G_{xz} = 0.5E+06 \text{ psi}$$

$$G_{yz} = 0.2E+06 \text{ psi} \quad \text{Módulos de Elasticidade Transversal.}$$

$$\nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yz} = 0.25 \quad \text{Coeficiente de Poisson.}$$

Este tipo de placa pode ser considerada como um compósito laminado de uma única lâmina e pertence à classe denominada de especialmente ortotrópica (Abdalla, Vinson e Sierakowski). As propriedades geométricas, de carregamento e outros são:

$$\text{Espessura} = t = 0.1'' \text{ (in)}$$

$$\text{Carga uniformemente distribuída} = 1 \text{ psi}$$

$$\text{Dimensão} = a = 10'' \quad a / t = 100$$

$$\text{Orientação das fibras} = 0^0$$

$$\text{Deslocamento normal máximo (Teórico)} = .06540''$$

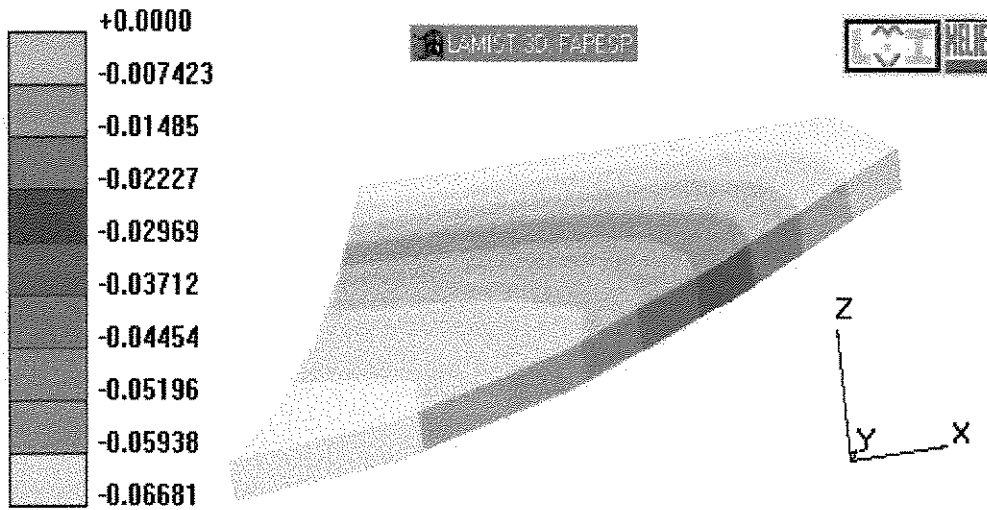


FIGURA 5.1.1 ¼ de placa simétrica de 8 elementos, uma lâmina

Malha	# Elem	Abdalla	Teórico	LAMIST
1	4	0.07238	0.06554	0.067834
3	16	0.06812	0.06554	0.06664
5	32	0.06604	0.06554	0.066214

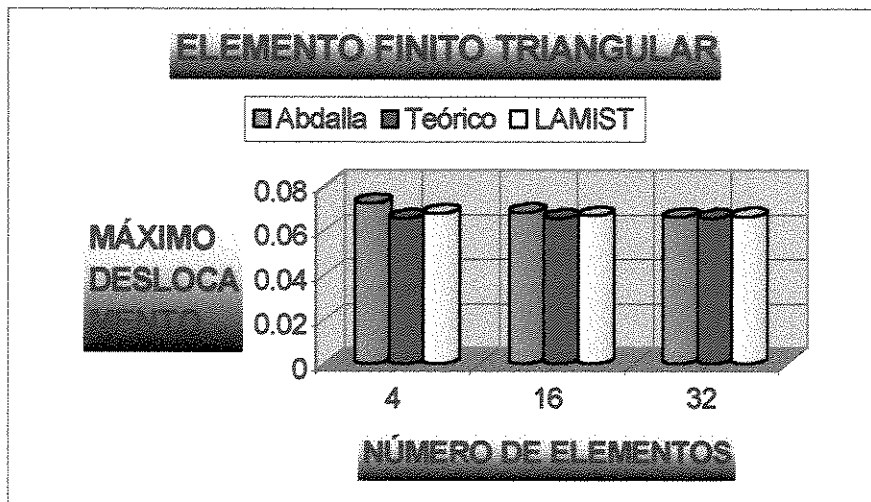


TABELA 5.1.1 Placa quadrada exemplo 1

## Exemplo 2.-

Placa quadrada e simplesmente apoiada, composta por três lâminas ortotrópicas do tipo 2, ver Fig. 5.0.3. As propriedades do material são idênticas às do problema anterior.

Este laminado é um caso especial de laminado simétrico cuja denominação em inglês é *regular simetric cross-ply*.

As propriedades geométricas, carregamento e outros são:

Espessura de cada lâmina =  $t = 0.1''$  (in)

Carga uniformemente distribuída = 10 psi

Dimensão =  $a = 10''$

$a / t = 100$

Orientação das fibras =  $0^0 / 90^0 / 0^0$

Bidirecional

Deslocamento normal máximo (Teórico) = .02848''

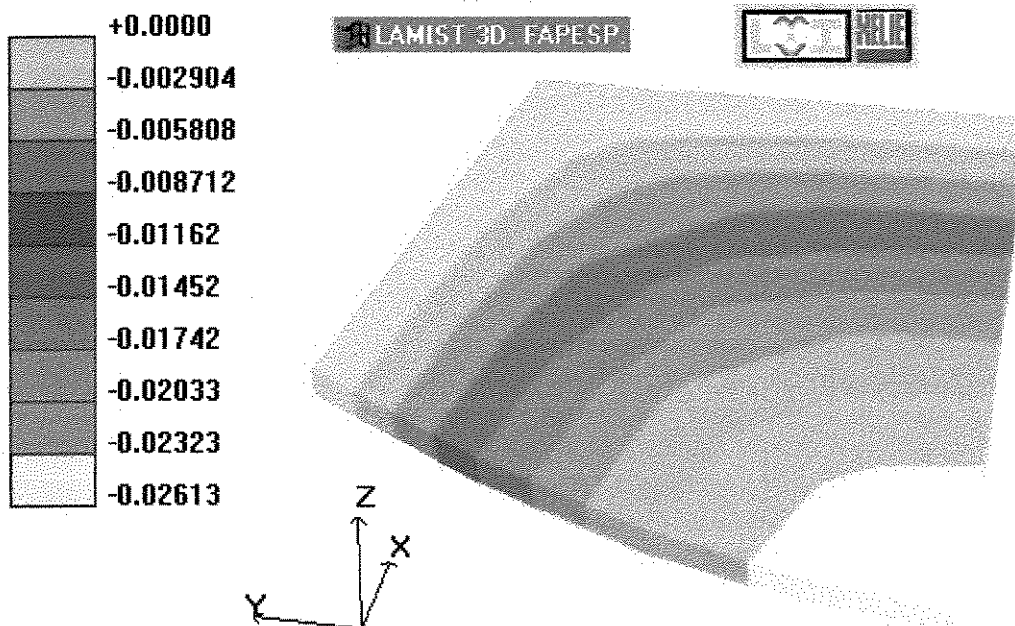


FIGURA 5.2.1 ¼ de placa simétrica de 8 elementos e três lâminas

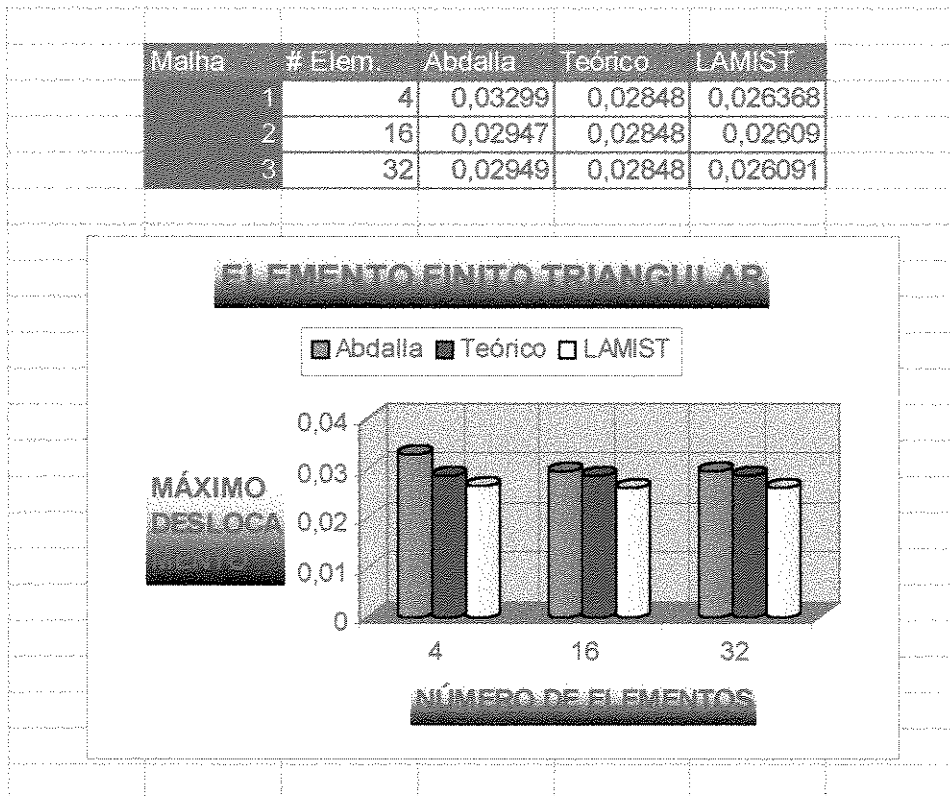


TABELA 5.2.1 Placa quadrada do exemplo 2

### Exemplo 3.-

Placa quadrada e simplesmente apoiada, composta por uma ou três lâminas isotrópicas, do tipo 1, ver Fig.5.0.2.

As propriedades do material são:

$$E_L = E_T = 1E+05 \text{ Kgr/cm}^2 \quad \text{Módulos de Elasticidade Longitudinal.}$$

$$G_{LT} = 0.5E+05 \text{ Kgr/cm}^2 \quad \text{Módulos de Elasticidade Transversal.}$$

$$\nu_{LT} = \nu_{TT} = 0 \quad \text{Coeficiente de Poisson.}$$

Este tipo de placa pode ser considerada como um compósito laminado de uma única lâmina e pertence à classe denominada de especialmente isotrópica.

As propriedades geométricas, de carregamento e outras são:

$$\text{Espessura} = 10 \text{ cm} \quad \text{Para uma e três lâminas}$$

$$\text{Carga uniformemente distribuída} = Qz = 10 \text{ Kgr/cm}^2$$

$$\text{Dimensão} = a = 100 \text{ cm} \quad a / t = 10$$

$$\text{Orientação das fibras} = 0^0$$

$$\begin{aligned} \text{Deslocamento normal máximo} &= 0.0487 * Qz * a^4 / E * h^3 \\ &= 0.487 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$a / a = 1$$

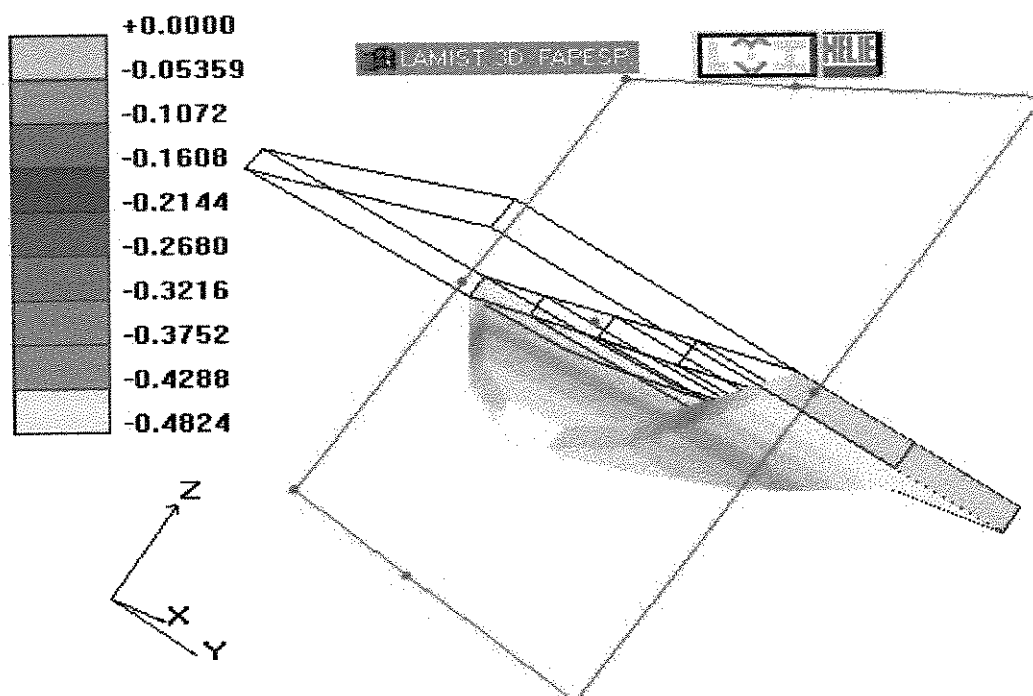


FIGURA 5.3.1 Placa com carregamento distribuído de 8 elementos

# Elem	Teórico	LAMIST
4	0.487	0.5177
8	0.487	0.4824
18	0.487	0.4995
32	0.487	0.5043

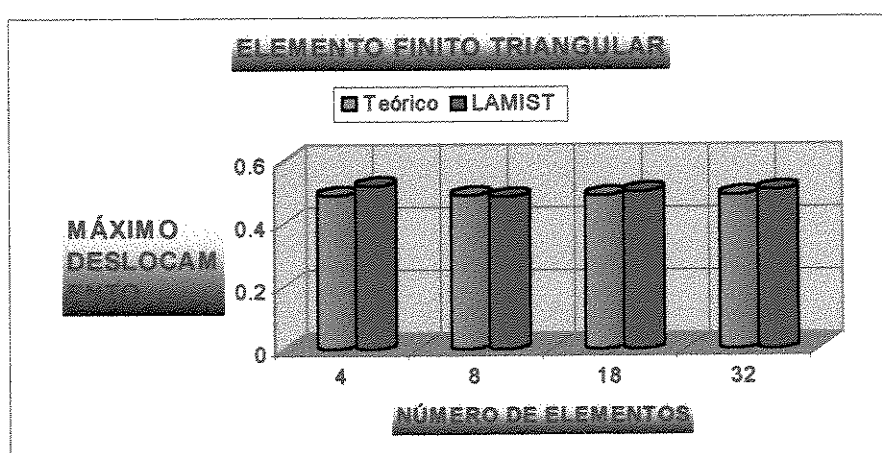


TABELA 5.3.1 Placa quadrada do exemplo 3



### Exemplo 4.-

Placa quadrada e simplesmente apoiada, composta por uma ou três lâminas isotrópicas, do tipo 1 ver Fig.5.0.2.

As propriedades do material são idênticas às do problema anterior.

Este tipo de placa pode ser considerada como um compósito laminado de uma única lâmina e pertence à classe denominada de especialmente isotrópica.

As propriedades geométricas, de carregamento e outras são:

Espessura = 10 cm

Para uma e três lâminas com as mesmas espessuras

Carga pontual no centro =  $P_z$   
 $= 10000 \text{ Kgr/cm}^2$

Dimensão =  $a$   
 $= 100 \text{ cm}$

Orientação das fibras =  $0^\circ$

Deslocamento normal máximo =  
 $0.1391 \cdot (1 - \nu^2) \cdot P_z \cdot a^2 / E \cdot h^3$   
 $=$   
 $0.1391 \text{ cm}$

$a / a = 1$

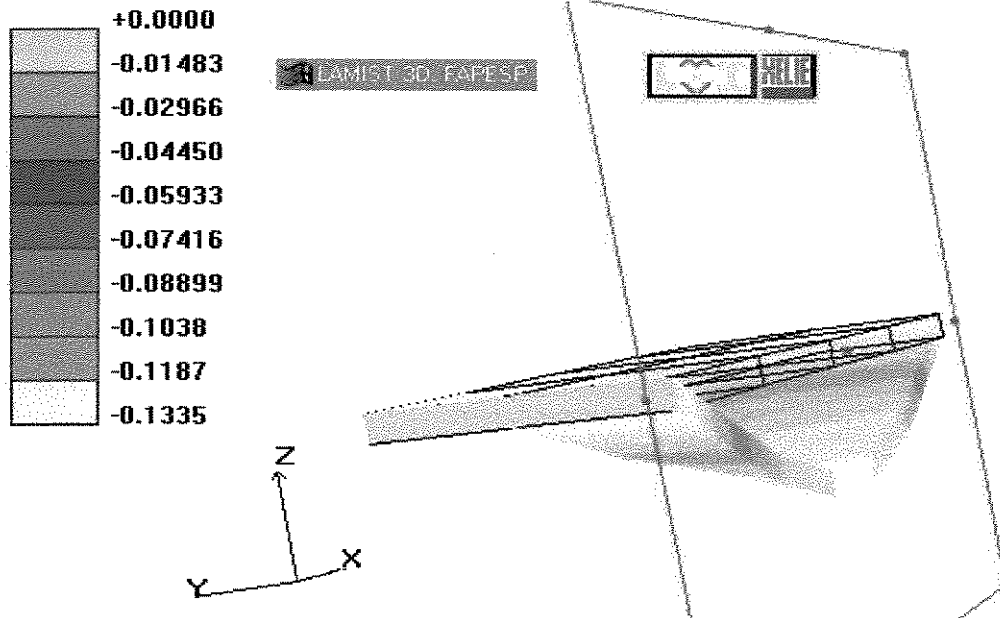


FIGURA 5.4.1 Placa com carregamento pontual de 8 elementos

# Elem.	Teórico	LAMIST
4	.1391	.1371542
8	.1391	.1334904
18	.1391	.1391763
32	.1391	.1506217

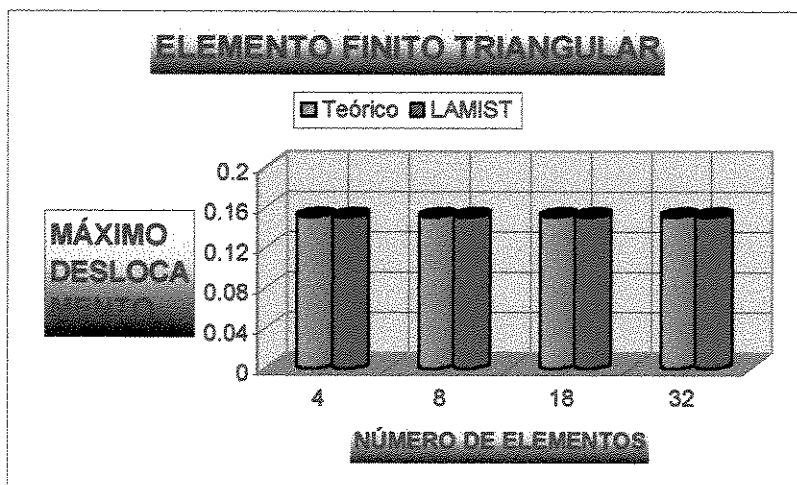


TABELA 5.4.1 Placa Quadrada exemplo 4

## Exemplo 5.-

Placa quadrada em balanço, engastada, composta por uma ou duas lâminas isotrópicas, do tipo 1 ver Fig.5.0.2.

As propriedades do material são:

$$E_L = E_T = 1E+05 \text{ Kgr/cm}^2 \quad \text{Módulos de Elasticidade Longitudinal.}$$

$$G_{LT} = 0.5E+05 \text{ Kgr/cm}^2 \quad \text{Módulos de Elasticidade Transversal.}$$

$$\nu_{LT} = \nu_{TT} = 0 \quad \text{Coeficiente de Poisson.}$$

Este tipo de placa pode ser considerada como um compósito laminado de uma única lâmina e pertence à classe denominada de especialmente isotrópica.

As propriedades geométricas, de carregamento e outros são:

$$\text{Espessura} = t = 10 \text{ cm} \quad \text{Para uma e duas lâminas}$$

$$\text{Carga total na borda} = Pz = 1000 \text{ Kgr Dividida por número de nós da borda (pontual)}$$

$$\text{Dimensão} = a = 100 \text{ cm} \quad a / t = 10$$

$$\text{Orientação das fibras} = 0^0$$

$$\text{Deslocamento normal máximo} = Pz \cdot a^3 / 3 \cdot \hat{E} \cdot I \quad ; \quad I = a \cdot t^3 / 12 \\ = 0.4 \text{ cm}$$

$$a / a = 1$$

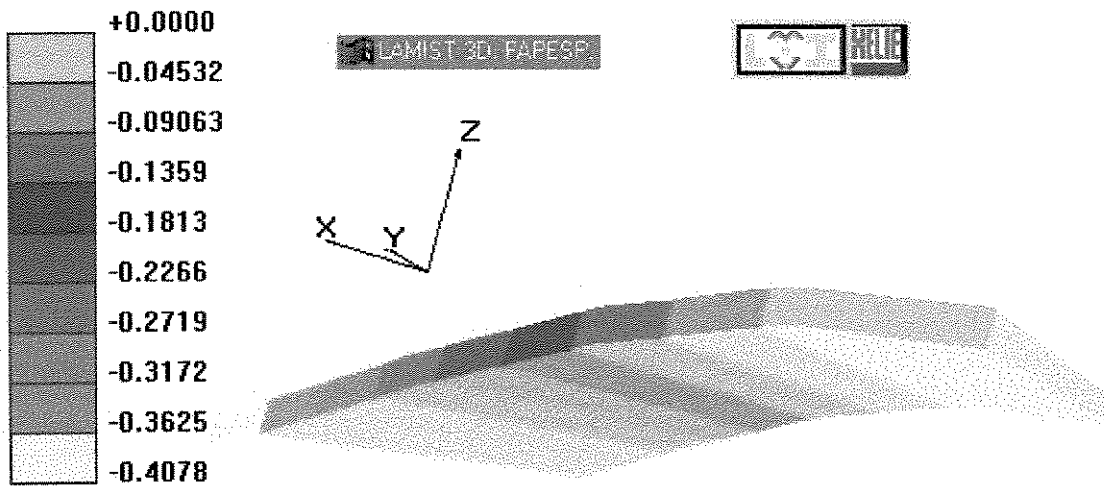


FIGURA 5.5.1 Placa em balanço de 8 elementos com carga total na borda (pontual)

# Elem.	Teórico	LAMIST
2	0.4	0.406613
4	0.4	0.407746
8	0.4	0.403726
18	0.4	0.40328
32	0.4	0.402579

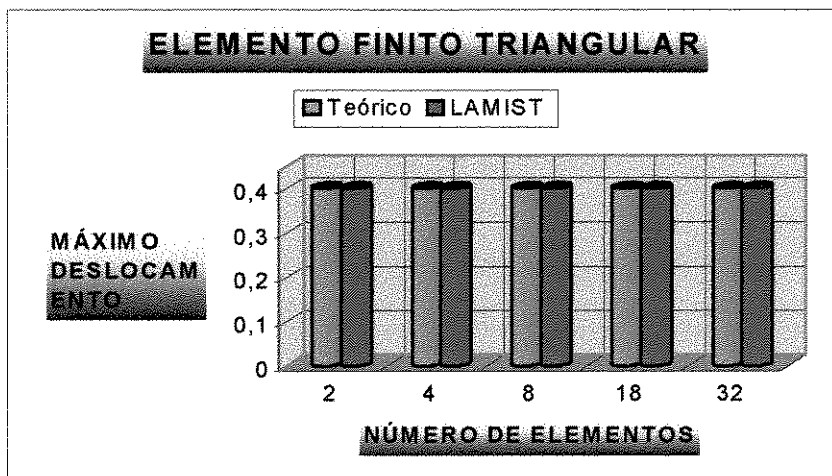


TABELA 5.5.1 Placa quadrada exemplo 5

## Exemplo 6.-

Placa quadrada em balanço, engastada, composta por uma ou duas lâminas isotrópicas, do tipo 1 ver Fig.5.0.2, as propriedades do material são idênticas às do problema anterior.

Este tipo de placa pode ser considerada como um compósito laminado de uma única lâmina e pertence à classe denominada de especialmente isotrópica.

As propriedades geométricas, de carregamento e outros são:

Espessura =  $t = 10$  cm Para uma e duas lâminas

Carga uniformemente distribuída =  $Qz$   
=  $10 \text{ Kgr/cm}^2$

Dimensão =  $a$   
=  $100$  cm  $a / t = 10$

Orientação das fibras =  $0^0$

Deslocamento normal máximo =  $QQz \cdot a^4 / 8 \cdot E \cdot I$  ;

$$I = a \cdot t^3 / 12 ;$$

$$QQz = Qz \cdot a$$

$$= 1000 \text{ Kgr/cm} ;$$

$$= 15 \text{ cm}$$

$$a / a = 1$$

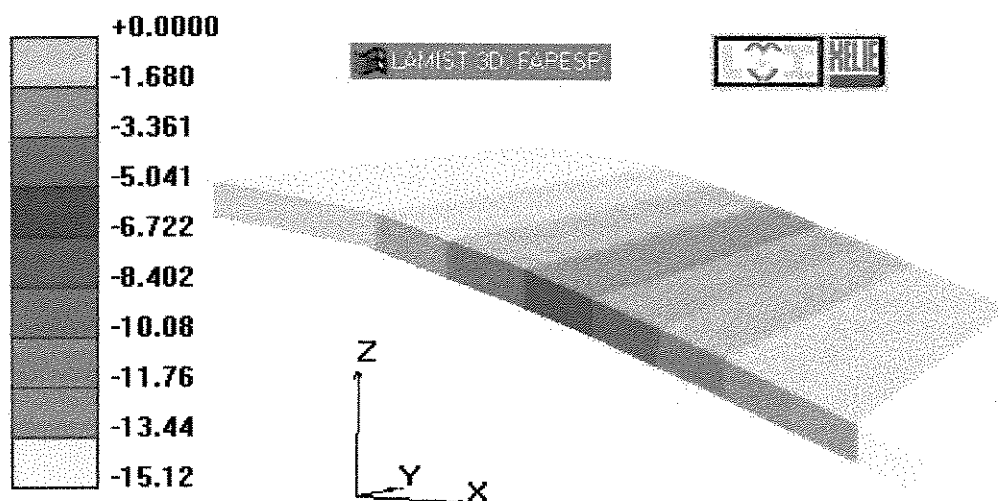


FIGURA 5.6.1 Placa em balanço de 8 elementos com carregamento distribuído

# Elem.	Teórico	LAMIST
2	15	15.13
4	15	15.1293
8	15	15.1179
18	15	15.1333
32	15	15.1117

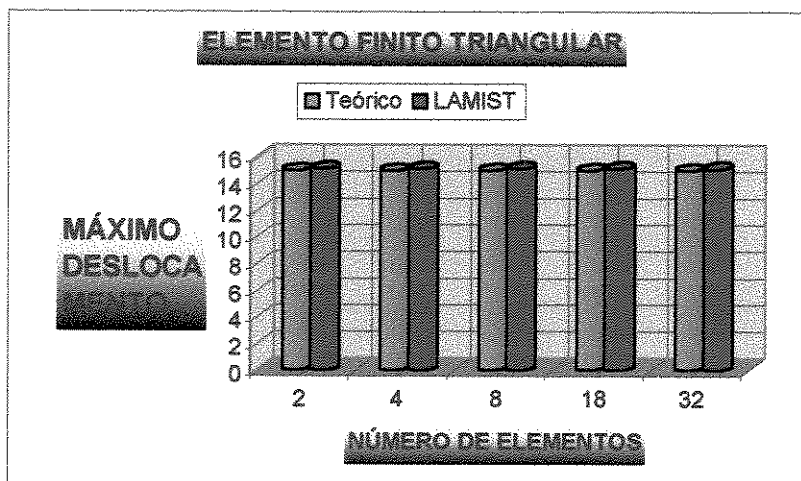


TABELA 5.6.1 Placa quadrada exemplo 6

## Exemplo 7.-

Placa retangular em balanço também analisada pelo método dos elementos de contorno (Sanches), composta por uma lâmina isotrópica do tipo 1 ver Fig.5.0.2. Utilizou-se as formulas:  $D=E*t^3/12*(1-\nu^2)$ ;  $G=E/2*(1+\nu)$ ;  $t/a=1/10$ , para-se obter os seguintes dados:

As propriedades do material são:

$$E_L = E_T = 58.59375 \text{ kN/m}^2 \quad \text{Módulos de Elasticidade Longitudinal.}$$

$$G_{LT} = 29.296875 \text{ kN/m}^2 \quad \text{Módulos de Elasticidade Transversal.}$$

$$\nu_{LT} = \nu_{TT} = 0 \quad \text{Coeficiente de Poisson.}$$

Este tipo de placa pode ser considerada como um compósito laminado de uma única lâmina e pertence à classe denominada de especialmente isotrópica.

As propriedades geométricas, de carregamento e outros são:

$$\text{Espessura} = t = 0.16 \text{ m} \quad a / t = 10$$

$$\text{Carga total na borda} = Pz = 0.4 \text{ kN} \text{ Dividida por número de nós da borda} \\ \text{(pontual)}$$

$$\text{Dimensão : } a = 1.6 \text{ m ; } b = 0.4 \text{ m}$$

$$\text{Orientação das fibras} = 0^0$$

$$\text{Deslocamento normal máximo} = 0.1391*(1-\nu^2)*Pz*a^2/E*h^3 \\ = 68.267 \text{ m}$$

$$a / b = 1/4 \quad \text{Engastada em b}$$



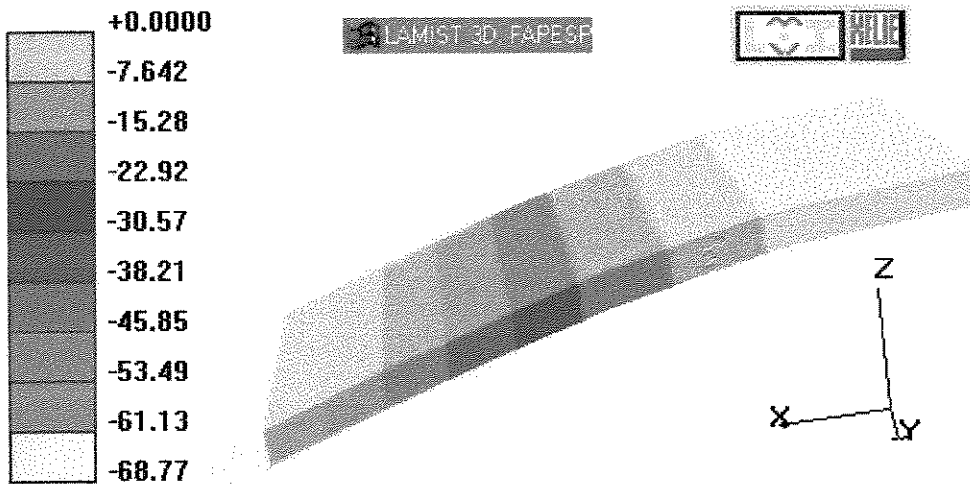


FIGURA 5.7.1 Placa retangular em balanço de 8 elementos com carga total na borda (pontual)

	Teórico					Beziner /	LAMIST
	Teórico	Reissner	Mindlin	Mindlin	Danson	Stern	LAMIST
# Elem.	Teórico	Linear	Weeen 1	Weeen 2	Weeen 2	Weeen 2	LAMIST
2	68.267	69.004	69.004	69.004	68.899	68.975	68.672
4	68.267	69.004	69.004	69.004	68.899	68.975	68.758
8	68.267	69.004	69.004	69.004	68.899	68.975	68.767

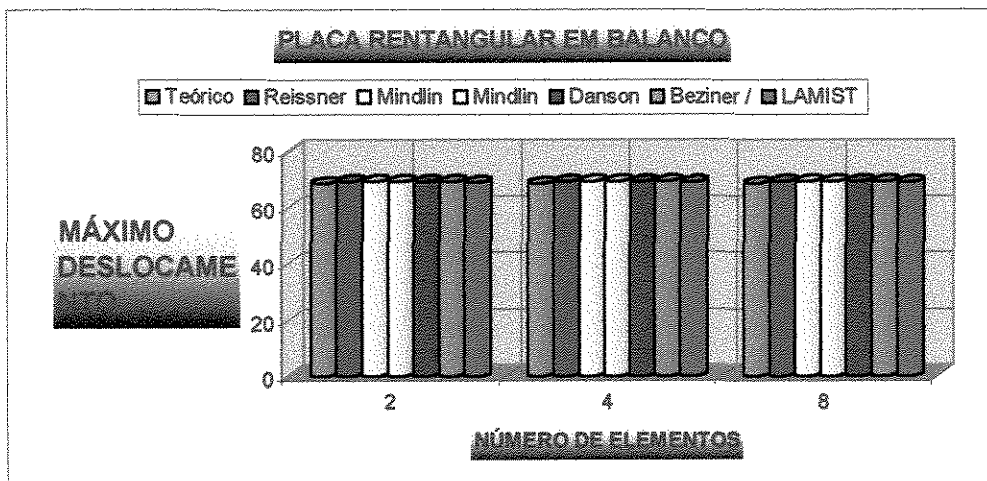


TABELA 5.7.1 Placa retangular exemplo 7



### Exemplo 8.-

Placa retangular em balanço, composta por uma lâmina isotrópica do tipo 1  
ver Fig.5.0.2.

Utilizaram-se as fórmulas:  $D = E \cdot t^3 / 12 \cdot (1 - \nu^2)$  ;  $G = E / 2 \cdot (1 + \nu)$  ;  
 $t/a = 1/10$ , para se obter os dados já utilizados no exemplo anterior.

As propriedades do material são idênticas às do problema anterior.

Este tipo de placa pode ser considerada como um compósito laminado de uma única lâmina e pertence à classe denominada de especialmente isotrópica.

As propriedades geométricas, de carregamento e outros são:

Espessura = 0.16 m

Carga uniformemente distribuída =  $Q_z$   
= 1 kN

Dimensão :

$a = 1.6$  m

$b = 0.4$  m

Orientação das fibras =  $0^0$

Deslocamento normal máximo =  $0.0487 \cdot Q_z \cdot a^4 / E \cdot h^3$   
= 40.960 m

$a / b = 1/4$

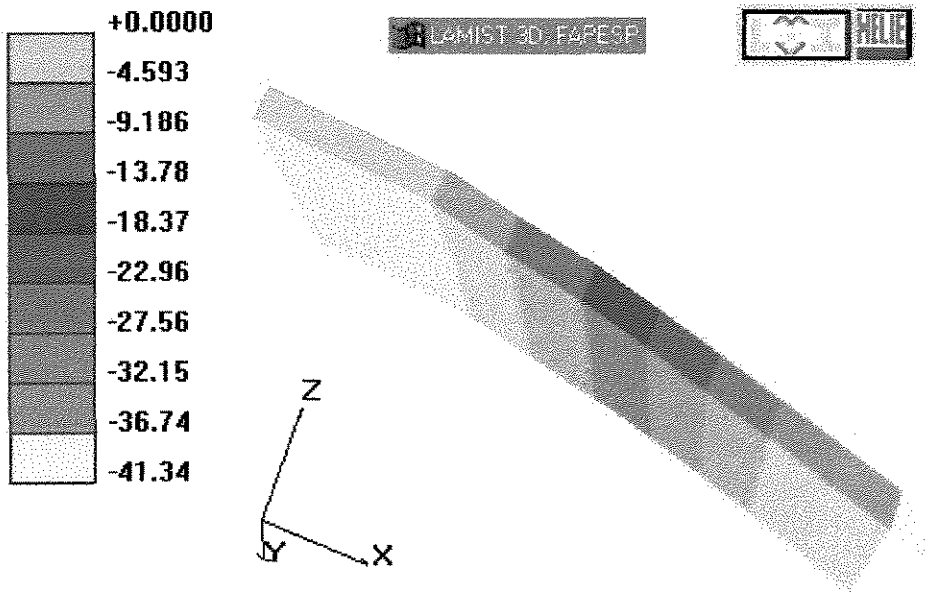


FIGURA 5.8.1 Placa retangular em balanço de 8 elementos com carregamento distribuído

	Teórico	Reissner	Mindlin	Mindlin	Danson	Bezine / Stem	LAMIST
# Elem.	Teórico	Linear	Weeën 1	Weeën 2	Weeën 2	Weeën 2	LAMIST
2	40.96	41.2	47.84	43.421	41.457	41.46	41.28
4	40.96	41.2	47.84	43.421	41.457	41.46	41.327
8	40.96	41.2	47.84	43.421	41.457	41.46	41.335

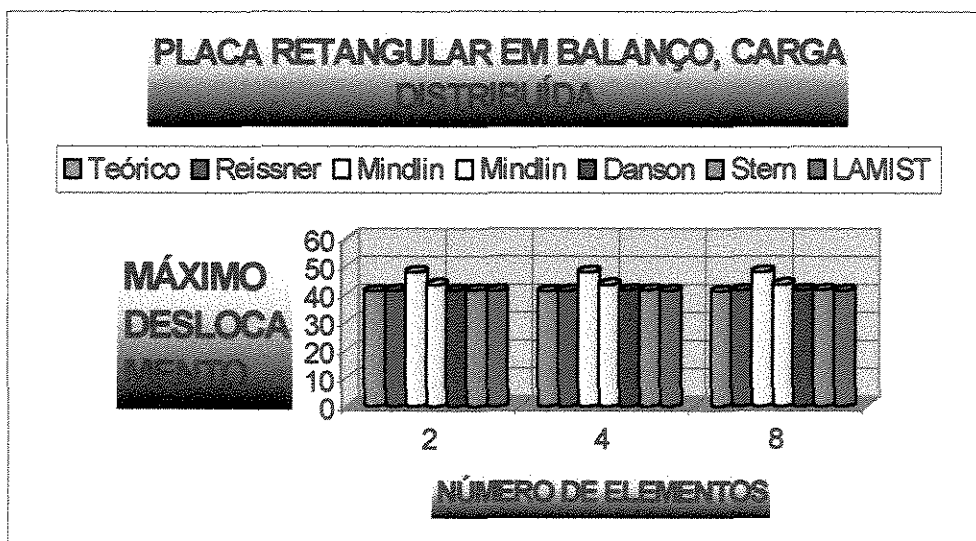


TABELA 5.8.1 Placa quadrada exemplo 8

### Exemplo 9.-

Placa quadrada em balanço, composta de duas lâminas ortotrópicas e com uma borda engastada (Haas e Lee), do tipo 2 ver Fig.5.0.3. As propriedades do material são:

$E_1 / E_2 = 40$	Módulos de Elasticidade Longitudinal.
$G_{13} = G_{12} = 0.5E+06$ psi	Módulos de Elasticidade Transversal.
$\nu_{12} = 0.25$	Coefficiente de Poisson.

As propriedades geométricas, de carregamento e outros são:

Espessura =  $t = 0.4''$ ,  $0.2''$ ,  $0.1''$ ,  $0.05''$ ,  $0.02''$  e  $0.01''$  (in)

Carga uniformemente distribuída = 100 psi

Dimensão = 10''

Orientação das fibras =  $-45^0 / 45^0$

$\bar{W} = W(E_2 t^3 / P_0 a^4) * 10^3$  Adimensional

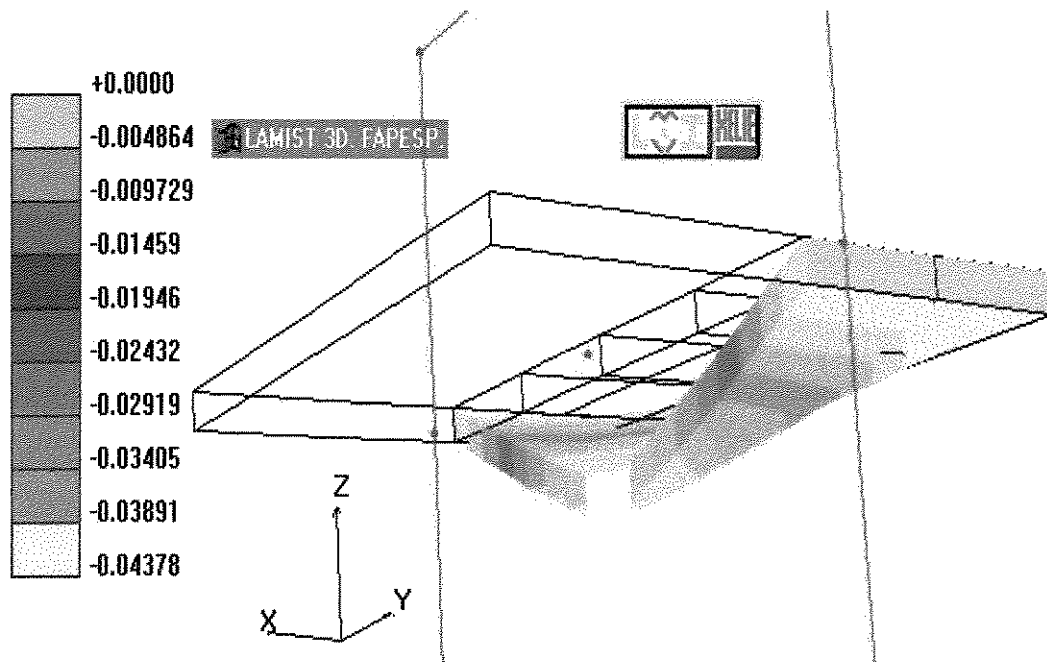
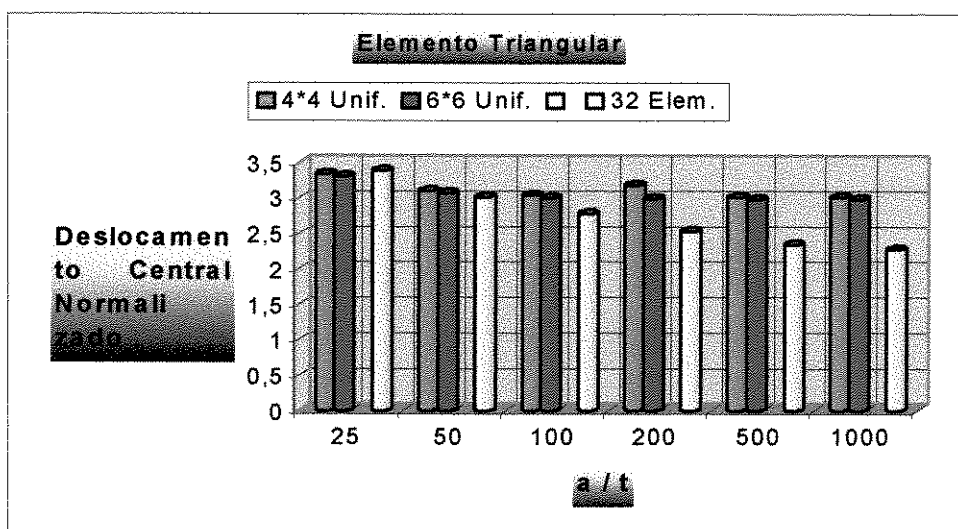


FIGURA 5.9.1 Placa quadrada em balanço de 8 elementos com carregamento distribuído

a / t	LAMIST		
	4*4 Unif.	6*6 Unif.	32 Elem.
25	3,335	3,302	3,382
50	3,098	3,068	3,014
100	3,034	3,004	2,773
200	3,175	2,988	2,531
500	3,013	2,983	2,34
1000	3,012	2,977	2,276



LAMIST		
Deslocamento		
a / t	8 Elem.	32 Elem.
25	0,04378	0,052405
50		0,3726
100		2,7733
200		20,244
500		292,47
1000		2276,1

TABELA 5.9.1 Placa quadrada exemplo 9

## Capítulo 6

### Conclusões e Sugestões para Próximos Trabalhos

O programa LAMIST 2.20 desenvolvido como parte desta tese permite o cálculo de esforços e deslocamentos de placas laminadas.

Verifica-se, a partir dos resultados obtidos no capítulo anterior, para os casos isotrópicos e ortotrópicos com número de lâminas diferentes, que o elemento finito apresentou excelentes resultados (convergência rápida) e com porcentagem de erro menor que 1% para situações de placas grossas e moderadamente finas com poucos elementos na discretização (regular). Constatou-se que para placas bastante finas é necessário mais elementos porque a convergência é lenta, porém os resultados são muito bons como é constatado nas tabelas apresentadas.

Dependendo das condições de contorno impostas, a convergência pode ser lenta; um exemplo claro, onde isso ocorre, é o da laje com todos os lados engastados.

Pode-se verificar, ainda, que os resultados obtidos com carregamento pontual na extremidade livre, de lajes com borda livre, foram ótimos, sem necessidade de considerações especiais (por exemplo, exprimir a carga na forma parabólica).

Para laminados compósitos os resultados esperados foram bons relativamente à convergência; com poucos elementos finitos constatou-se, também, que as direções das fibras afetam na convergência, porque isso torna o cálculo mais complexo.

Para os exemplos 3 e 4, o resultado para rede de elementos finitos com 4 elementos para toda a placa, apresenta para o deslocamento valor maior do que os obtidos com as outras três redes do tipo 1, ver Fig. 5.0.2.

Embora a discretização com 4 elementos para toda a placa apresente simetria geométrica, o que não ocorre com as outras três discretizações, os quatro elementos são maiores o que pode tornar a placa mais flexível.

Portanto, este elemento finito triangular de 7 nós é ideal para a análise de laminados compósitos ortotrópicos e isotrópicos de  $n$  número de lâminas.

Propostas para continuidade deste trabalho é: implementar

- Programação orientada a objetos na linguagem de programação C++ para o aproveitamento ou reutilização de códigos, 'classes ou hierarquia de classes' e 'métodos' existentes.
- Análise dinâmica, principio de Hamilton (2).
- Formulação do tipo hierárquica, baseada no conceito da aproximação  $p$ , para análise de placas.
- Arquivo neutro para viabilizar a interface gráfica na discretização do elemento para softwares existentes .
- Análise de cascas e o efeito de chapa (o elemento e o programa desenvolvido já tem incorporado os esforços de membrana).
- Análise de placas e cascas curvas. Mudança do sistema de referência global.
- Condensação estática para eliminar o nó central do elemento.
- Análise não-linear física e/ou geométrica com a consideração dos métodos Quase-Newton ou Newton-Raphson.
- Estender biblioteca implementada de pré-processamento a outros elementos finitos.

- Implementação de carregamentos não-uniformes e a extensão dos já existentes nas diferentes direções.
  
- Considerar espessura não-uniforme do laminado.
- Criação de arquivos padrões de resultados no pós-processamento usados pelos softwares DX (Data explorer da IBM para estações de trabalho) e MVIEW3D (PUC/RJ para ambiente Windows), ou outros, que permitam a visualização dos resultados.
- Acoplamento de elementos de barra com elementos de placa.
- Estender as condições de contorno para consideração de bordas livres.

## Capítulo 7

### Referências Bibliográficas

- 1.- **JONES, R. M.** *Mechanics of composite material*. Hemisphere Publishing CO., New York, USA. 1975.
- 2.- **KOSMATKA, J. B.** Reliable six-node triangular plate/shell element for the analysis of laminated composite structures. *PROC. 29th AIAA Structures Structural Dynamics and Materials conf.*, vol.I.p.911-920, 1988.
- 3.- **YUAN, F. G., MILLER R. E.** A cubic triangular finite element for flat plates with shear. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol.28.p.109-126, 1989.
- 4.- **KOSMATKA, J. B.** An accurate shear-deformable six-node triangular plate element for laminated composite structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol.37.p.431-455, 1994.
- 5.- **REISSNER, E.** The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates. *J. Appl. Mech. Asme*, vol.12.p.69-76, 1945.
- 6.- **MINDLIN, R. D.** Influence of rotatory inertia and shear on the flexural motions of isotropic elastic plates. *J. Appl. Mech. Asme*, vol.18.p.31-38, 1951.



- 7.- **CHEN, W. F., SALEEB, A. F.** *Constitutive equations for engineering materials*. vol.I.p.120, p.135-136, 1982.
- 8.- **PANDA, S. C., NATARAJAN, R.** Finite element analysis of laminated composite plates. *Interntional Journal Methods in Engineering*, vol.14.p.69-79, 1979.
- 9.- **ABDALLA FILHO, J. E.** Elemento finito simples para placas laminadas de material composto. *Congresso Ibero Latino Americano Sobre Métodos Computacionais for Ingenieria*, Nov. 29<sup>th</sup>, Dec. 1995.
- 10.- **VOLTERRA E., GAINES J. H.** , *Advanced strength of materials*. New jersey: Prentice-Hall, 1971.
- 11.- **SEGERLIND, Larry J.**, *Applied finite element analysis*.
- 12.- **ZIENKIEWICZ O.**, '*Método de los Elementos Finitos*', Editorial Reverté, S.A., 1980.
- 13.- **VINSON, JR., SIERAKOVSKI, R. L.** *The behavior of structures composed of composite materials*. Dordrecht, Martinus Nijhoff Publishers, 1987.
- 14.- **McCULLOUGH, R.L.** *Concepts of fiber-resin composites*. New York. Marcel Dekker, Inc., 1971.
- 15.- **TIMOSHENKO, S. P. and WOINOWSKY-KRIEGER**, *Theory of plates and shells*, 2nd edn, McGraw-Hill, New York, 1961.
- 16.- **CLOUGH, R. W. and TOUCHER, J. L.**, Finite element stiffness matrices for analysis of plate bending, *Proc. Ist Conf. on Matrix Methods in Structural Mechanics*, WPAFB, pp. 515-545, 1965.

- 17.- **BATOZ, J. L.**, An explicit formulation for an efficient triangular plate/shell element, *Int. j. numer. Methods Eng.*, 18, 1077-1089, 1982.
- 18.- **DHATT, G., MARCOTTE and MATTE, Y.**, A new triangular discrete Kirchhoff plate/shell element, *Int. j. numer. Methods Eng.*, 23, 453-470, 1986.
- 19.- **HUGHES, T. JR., TAYLOR, R.L. and KANOKNUKULCHAI, W.**, A simple and efficient element for plate bending. *Int. j. numer. Methods Eng.*, 11, 1529-1543, 1977.
- 20.- **GARNET, H., CROUZET-PASCAL, J.**, Aspects of simple triangular plate bending elements, *Comput. Struct.*, 12, 783-789, 1980.
- 21.- **MACNEAL, R. H.**, The TRIA3 plate element, Memo RHM-37, Macneal Schwendler Corporation, 1976.
- 22.- **HUGHES, T. JR. and TAYLOR R. L.**, *The linear triangle bending element, in The Mathematics of Finite Elements and Applications IV*. MAFELAP 1981, Academic Press, London, pp. 127-142, 1982.

**OUTRAS BIBLIOGRAFIAS CONSULTADAS.**

- **ABDALLA, J. E. and DOW, J. O .** An error analysis approach for laminated composite plate finite element models, *Computers & Structures*, 53(6): 1381, 1388, 1994.
- **BREBBIA, C., CONNOR J.** *Fundamental of finite element techniques.* JOHN WILEY & SONS, N.Y.-Toronto,1974.
- **CAMPOS BOTELHO M. H.,** *Concreto Armado*, Ed. Edgar Blucher Ltd., 1986.
- **CHOWDHURY K. S., VAJARASATHIRA S. H., K.,** Some Studies on Finite Elements for Laminated Composite Plates, *Computer & Structures* , Vol.52, No.4., pp. 729-741, 1994.
- **DOW, J. O. and ABDALLA, J. E.** Qualitative errors in laminated composite plate models, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37: 1251-1230, 1994.
- **GOSH, A. K., DEY S. S.** A simple finite element for the analysis of laminated plates. *Computer & Structures*, Vol.44, No.3.p. 585-596, 1992.
- **GOSH, A. K., DEY S. S.** Free vibration of laminated composite plates-a simple finite element based on higher order theory, *Computers & Structures*, 52(3): 397-404, 1994.
- **HATE, A., MÄKINEN K.** Plane finite element for static and free vibration analysis of sandwich plates. *MECHANICS OF COMPOSITE MATEIALS*, Vol.30, No.2, 1994.

- **HAAS, D. J. and LEE S. W.** A nine-node assumed-strain finite element for composite plates and shells, *Computers & Structures* Vol. 26, No. 3, pp. 445-452, 1987.
  
- **HINTON, E., OWEN, D. R. J.** *Finite element software for plates and shells.* Pineridge Press, Swansea, UK, 1984.
  
- **KANT, T., OWEN, D. R. J. and ZIENKIEWICZ, ° C.** A refined higher-order  $C^0$  plate bending element, *Computers & Structures* 51(2): 177-183, 1982.
  
- **LO, K. H.,CHRISTENSEN, R. M., WU, E.M.** A high-order Theory of Plate deformation. *Journal of applied mechanics*., pp. 663-676, December 1977.
  
- **MAGAGNIN FILHO, N.** *Placas laminadas em materiais compostos de fibras longas: propriedades termoelásticas dos materiais constituintes; propriedades equivalentes das lâminas; critérios de ruptura e análise pelo método dos elementos finitos*, São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1996. 175 p. Tese (Mestrado)
  
- **NOOR, A . K.** Mechanics of anisotropic plates and shells-a new look at an old subject, *Computers & Structures*, 44(3): 499-514, 1992.
  
- **REDDY, J. N.** A simple higher-order theory for laminated composite plates. *Journal of Applied Mechanics* , Vol.51, pp. 745-752, December 1984.
  
- **SIVAKUMARAN, K. S., CHOWDHURY, S. H. and NAJARASATHIRA, K.** Some studies on finite elements for laminated composite plates, *Computers & Structures*, 52(4):729-741, 1994.

- **SANCHES, L. F. C.** *Uma resolução de placas com a teoria de Mindlin através do método dos elementos de contorno.* Campinas: Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, 1998. 186p. Tese (Mestrado)
  
- **TIMOSHENKO S. P., WOINAUSKY-KRIEGER S.,** *Theory of Plates and Shells,* International Student Edition.
  
- **VALDIVIA, J. C.,** Como trajar con windows 95. *COLEÇÃO TUTOR, ALMEN EDITORES S.R.L.*
  
- **VINSON, JR. and CHOU, T. W. ,** *Composite Materials and Their Use in Structures,* Applied Science Publishers, London 1975.
  
- **WILLIAM D. CALLISTER, JR.** *Materials science and Engineering,* John Wiley & Sons, Inc. New York Chichester Brisbane Toronto Singapore, 1996.

## Capítulo 8

### 8.- Anexos

#### 8.1.- Anexo A

Para obter a matriz  $\bar{Q}_L$  dos coeficientes de rigidez elásticos do material para lâminas geralmente ortotrópicas nas coordenadas locais, faz-se uma simples transformação: as direções principais ou locais do elemento compósito (que são as direções das fibras do elemento) são as direções 1-2 com um ângulo  $\phi$  em relação a um dos eixos das coordenadas globais; portanto, a transformação levará as coordenadas globais do elemento para as coordenadas principais do elemento compósito, mostrados na Fig. 8.A.1, onde  $h$  é a espessura total do laminado e  $n$  o número de lâminas de compósitos.

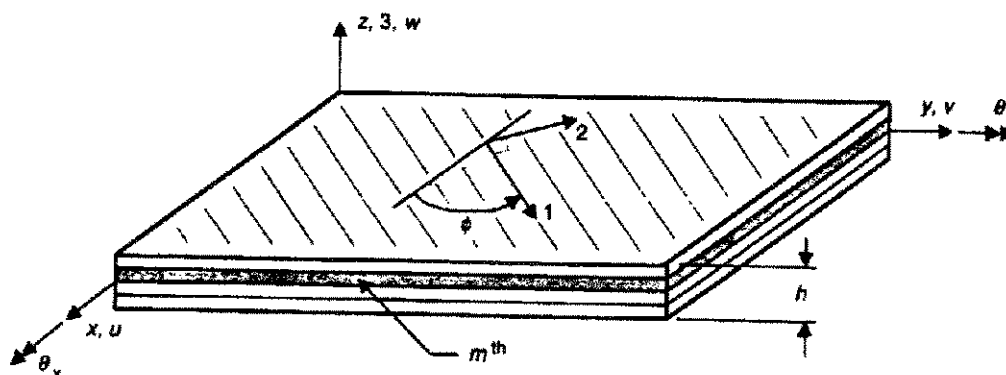


FIGURA 8.A.1 Placa laminada composta típica(4).

Para este caso tem-se:

$$\overline{Q_{IJ}} = T_{\alpha}^{-1} \underline{Q_K} T_{\alpha} = T_{\alpha} \underline{Q_K} T_{\alpha}^T = T_{\alpha}^T \underline{Q_K} T_{\alpha}$$

Sendo mais usada a última expressão onde:

$$\overline{Q_{IJ}} \rightarrow I, J = 1, 2, 6 \text{ ou } 4, 5$$

$$\underline{Q_K} \rightarrow K = 1, 2$$

$$\underline{Q_1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ & Q_{22} & 0 \\ \text{sim.} & & Q_{66} \end{bmatrix}$$

$$\underline{Q_2} = \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ \text{sim.} & Q_{55} \end{bmatrix}$$

$T_{\alpha} \rightarrow \alpha = 1, 2$  Matriz de cosenos diretores que faz a transformação dos deslocamentos nodais.

s, c  $\rightarrow$  Seno, Coseno

$$T_1 = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} c & -s \\ s & c \end{bmatrix}$$

Estas matrizes de transformação<sup>8</sup> são os mais adequados para o caso de um estado de tensões planas ou seja as componentes de deformação e tensão normais à superfície média são desprezíveis, como se mostra na Fig. 8.A.2.

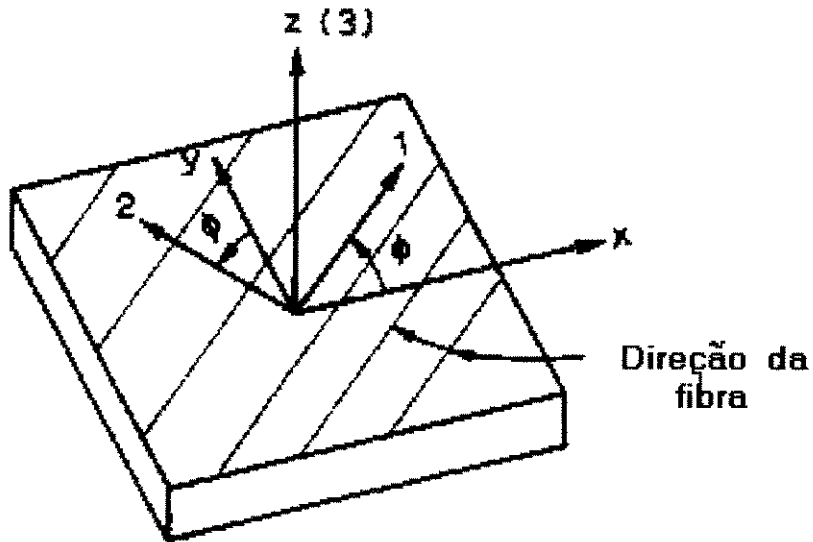


FIGURA 8.A.2 Direção da fibra com respeito aos eixos da placa(s).

Constantes elásticas do material ortotrópica na direção global:

$$\nu_{TL} = \nu_{LT} \frac{E_T}{E_L}$$

$$Q_{11} = \frac{E_L}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{TL}E_T}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}}$$

$$Q_{22} = \frac{E_T}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}}$$

$$Q_{44} = \frac{E_T}{2(1 + \nu_{TT})} = G_{TT}$$

$$Q_{55} = Q_{66} = G_{LT}$$

$$Q_{16} = Q_{26} = 0$$



Têm-se 5 coeficientes independentes do material:

$E_L$  → Módulo de elasticidade da fibra na direção longitudinal

$E_T$  → Módulo de elasticidade da fibra na direção transversal

$G_{LT}$  → Módulo de cisalhamento associado aos eixos de simetria

$G_{TT}$  → Módulo de cisalhamento transversal

$\nu_{LT}$  → Maior relação do coeficiente de Poisson

$\nu_{TT}$  → Coeficiente de Poisson na direção transversal

Desenvolvendo os produtos indicados tem-se:

Para I,J= 1, 2, 6

$$\overline{Q}_{IJ} = T_1^T \underline{Q}_1 T_1 = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & -sc \\ s^2 & c^2 & sc \\ 2sc & -2sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ & Q_{22} & 0 \\ sim. & & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}$$

Para I,J= 4,5

$$\overline{Q}_{IJ} = T_2^T \underline{Q}_2 T_2 = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ sim. & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & -s \\ s & c \end{bmatrix}$$

Desta forma tem-se:

Coefficientes de rigidez do material ortotropico da lamina orientada com as coordenadas locais:

$$\begin{aligned}\overline{Q_{11}} &= Q_{11}c^4\phi + Q_{22}s^4\phi + 2(Q_{12} + 2Q_{66})c^2\phi.s^2\phi \\ \overline{Q_{12}} &= Q_{12}(c^4\phi + s^4\phi) + (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})c^2\phi.s^2\phi \\ \overline{Q_{16}} &= (Q_{11}c^2\phi - Q_{22}s^2\phi - (Q_{12} + 2Q_{66})(c^2\phi - s^2\phi))c\phi.s\phi \\ \overline{Q_{22}} &= Q_{22}c^4\phi + Q_{11}s^4\phi + 2(Q_{12} + 2Q_{66})c^2\phi.s^2\phi \\ \overline{Q_{26}} &= (Q_{11}s^2\phi - Q_{22}c^2\phi + (Q_{12} + 2Q_{66})(c^2\phi - s^2\phi))c\phi.s\phi \\ \overline{Q_{66}} &= Q_{66}(c^2\phi - s^2\phi)^2 + (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12})c^2\phi.s^2\phi \\ \overline{Q_{44}} &= Q_{44}c^2\phi + Q_{55}.s^2\phi \\ \overline{Q_{45}} &= (Q_{55} - Q_{44})c\phi.s\phi \\ \overline{Q_{55}} &= Q_{55}c^2\phi + Q_{44}.s^2\phi\end{aligned}$$

## 8.2.- Anexo B

Todos os elementos isoparamétricos<sup>12</sup> satisfazem o critério de derivada constante  $\sum H_i = 1$ . Funções de forma quadráticas  $[H_q]$  para os deslocamentos no plano (u, v) e as rotações generalizadas  $(\theta_x, \theta_y)$  e cúbica  $[H_c]$  para os deslocamentos fora do plano (w), para a interpolação do elemento finito de 13 nós:

$$[H_q(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)]^T = \begin{bmatrix} \zeta_1(2\zeta_1 - 1) \\ \zeta_2(2\zeta_2 - 1) \\ \zeta_3(2\zeta_3 - 1) \\ 4\zeta_1\zeta_2 \\ 4\zeta_2\zeta_3 \\ 4\zeta_1\zeta_3 \end{bmatrix} ; \quad \sum H_q = 1.$$

$$[H_c(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)]^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\zeta_1(3\zeta_1-1)(3\zeta_1-2) \\ \frac{1}{2}\zeta_2(3\zeta_2-1)(3\zeta_2-2) \\ \frac{1}{2}\zeta_3(3\zeta_3-1)(3\zeta_3-2) \\ \frac{9}{2}\zeta_1\zeta_2(3\zeta_1-1) \\ \frac{9}{2}\zeta_1\zeta_2(3\zeta_2-1) \\ \frac{9}{2}\zeta_2\zeta_3(3\zeta_2-1) \\ \frac{9}{2}\zeta_2\zeta_3(3\zeta_3-1) \\ \frac{9}{2}\zeta_1\zeta_3(3\zeta_3-1) \\ \frac{9}{2}\zeta_1\zeta_3(3\zeta_1-1) \\ 27\zeta_1\zeta_2\zeta_3 \end{bmatrix} ; \quad \sum H_c = 1.$$

Onde:

$$\zeta_3 = 1 - \zeta_1 - \zeta_2$$

### 8.3.- Anexo C

Todos os elementos isoparamétricos<sup>12</sup> satisfazem o critério de derivada constante  $\sum H_i = 1$ . Funções de forma  $[H_1]$ ,  $[H_2]$  e  $[H_3]$ , limitadas para o deslocamento (w) fora do plano. Utilizando-se 9.9. Notações 1, tem-se :

$$[H_1(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)]^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}\zeta_1 b_2 \zeta_3^2 - \frac{1}{3}\zeta_1^2 b_2 \zeta_3 + \frac{1}{3}\zeta_1^2 b_3 \zeta_2 - \frac{1}{3}\zeta_1 b_3 \zeta_2^2 \\ \frac{1}{3}\zeta_2^2 b_1 \zeta_3 - \frac{1}{3}\zeta_2 b_1 \zeta_3^2 + \frac{1}{3}\zeta_1^2 b_3 \zeta_2 - \frac{1}{3}\zeta_1 b_3 \zeta_2^2 \\ \frac{1}{3}\zeta_2^2 b_1 \zeta_3 - \frac{1}{3}\zeta_2 b_1 \zeta_3^2 + \frac{1}{3}\zeta_1 b_2 \zeta_3^2 - \frac{1}{3}\zeta_1^2 b_2 \zeta_3 \\ \frac{2}{3}b_3 \zeta_1 \zeta_2^2 - \frac{2}{3}b_3 \zeta_1^2 \zeta_2 \\ \frac{2}{3}b_1 \zeta_2 \zeta_3^2 - \frac{2}{3}b_1 \zeta_2^2 \zeta_3 \\ \frac{2}{3}b_2 \zeta_1^2 \zeta_3 - \frac{2}{3}b_2 \zeta_1 \zeta_3^2 \end{bmatrix} ; \quad \sum H_1 = 0.$$

$$[H_2(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)]^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}\zeta_1^2 a_2 \zeta_3 - \frac{1}{3}\zeta_1 a_2 \zeta_3^2 + \frac{1}{3}\zeta_1 a_3 \zeta_2^2 - \frac{1}{3}\zeta_1^2 a_3 \zeta_2 \\ \frac{1}{3}\zeta_2 a_1 \zeta_3^2 - \frac{1}{3}\zeta_2^2 a_1 \zeta_3 + \frac{1}{3}\zeta_1 a_3 \zeta_2^2 - \frac{1}{3}\zeta_1^2 a_3 \zeta_2 \\ \frac{1}{3}\zeta_2 a_1 \zeta_3^2 - \frac{1}{3}\zeta_2^2 a_1 \zeta_3 + \frac{1}{3}\zeta_1^2 a_2 \zeta_3 - \frac{1}{3}\zeta_1 a_2 \zeta_3^2 \\ \frac{2}{3}a_3 \zeta_1^2 \zeta_2 - \frac{2}{3}a_3 \zeta_1 \zeta_2^2 \\ \frac{2}{3}a_1 \zeta_2^2 \zeta_3 - \frac{2}{3}a_1 \zeta_2 \zeta_3^2 \\ \frac{2}{3}a_2 \zeta_1 \zeta_3^2 - \frac{2}{3}a_2 \zeta_1^2 \zeta_3 \end{bmatrix} ; \quad \sum H_2 = 0.$$

$$[H_3(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)]^T = \begin{bmatrix} \frac{9}{2}\zeta_1^3 - \frac{9}{2}\zeta_1^2 + \zeta_1 + 3\zeta_1^2 \zeta_2 + 3\zeta_1^2 \zeta_3 - \frac{3}{2}\zeta_1 \zeta_2^2 - \frac{1}{2}\zeta_1 \zeta_2 - \frac{3}{2}\zeta_1 \zeta_3^2 - \frac{1}{2}\zeta_1 \zeta_3 \\ \frac{9}{2}\zeta_2^3 - \frac{9}{2}\zeta_2^2 + \zeta_2 + 3\zeta_2^2 \zeta_1 + 3\zeta_2^2 \zeta_3 - \frac{3}{2}\zeta_2 \zeta_1^2 - \frac{1}{2}\zeta_2 \zeta_1 - \frac{3}{2}\zeta_2 \zeta_3^2 - \frac{1}{2}\zeta_2 \zeta_3 \\ \frac{9}{2}\zeta_3^3 - \frac{9}{2}\zeta_3^2 + \zeta_3 + 3\zeta_3^2 \zeta_1 + 3\zeta_3^2 \zeta_2 - \frac{3}{2}\zeta_3 \zeta_1^2 - \frac{1}{2}\zeta_3 \zeta_1 - \frac{3}{2}\zeta_3 \zeta_2^2 - \frac{1}{2}\zeta_3 \zeta_2 \\ 12\zeta_1^2 \zeta_2 - 8\zeta_1 \zeta_2 + 12\zeta_1 \zeta_2^2 \\ 12\zeta_2^2 \zeta_3 - 8\zeta_2 \zeta_3 + 12\zeta_2 \zeta_3^2 \\ 12\zeta_1^2 \zeta_3 - 8\zeta_1 \zeta_3 + 12\zeta_1 \zeta_3^2 \\ 27\zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 \end{bmatrix}$$

$$\sum H_3 = 1.$$

## Capítulo 9

### 9.- Apêndices

#### 9.1.- Operações

##### 9.1.1.- Operações D

A interpolação da geometria pelas mesmas funções de forma ( para ser o caso isoparamétrico) e junto com 8.2.Anexo B, tem-se:

$$x = [H_q] \{ \{ X \} \}$$

$$y = [H_q] \{ \{ Y \} \}$$

Onde:

$$x = \{ \zeta_1(2\zeta_1 - 1)X_1 + \zeta_2(2\zeta_2 - 1)X_2 + \zeta_3(2\zeta_3 - 1)X_3 + 4\zeta_1\zeta_2X_4 + 4\zeta_2\zeta_3X_5 + 4\zeta_1\zeta_3X_6 \}$$

$$y = \{ \zeta_1(2\zeta_1 - 1)Y_1 + \zeta_2(2\zeta_2 - 1)Y_2 + \zeta_3(2\zeta_3 - 1)Y_3 + 4\zeta_1\zeta_2Y_4 + 4\zeta_2\zeta_3Y_5 + 4\zeta_1\zeta_3Y_6 \}$$

## 9.1.2.- Operações E

### 9.1.2.1.- Operações E.1

Utilizando-se 9.1.1.Operações D e 9.2.1.Notações 1 tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_i} x$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_i} y \quad i=1,2 \text{ e } 3$$

Assim temos:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_1} x = \zeta_4 X_1 + 4\zeta_2 X_4 + 4\zeta_3 X_6$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_2} x = \zeta_5 X_2 + 4\zeta_1 X_4 + 4\zeta_3 X_5$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_3} x = \zeta_6 X_3 + 4\zeta_2 X_5 + 4\zeta_1 X_6$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_1} y = \zeta_4 Y_1 + 4\zeta_2 Y_4 + 4\zeta_3 Y_6$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_2} y = \zeta_5 Y_2 + 4\zeta_1 Y_4 + 4\zeta_3 Y_5$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_3} y = \zeta_6 Y_3 + 4\zeta_2 Y_5 + 4\zeta_1 Y_6$$

### 9.1.2.2.- Operações E.2

Junto com 9.2.1. Notações 1, tem-se:

$$[J] = \begin{bmatrix} J_{11}^0 & J_{12}^0 \\ J_{21}^0 & J_{22}^0 \end{bmatrix}$$

Onde:

$$\begin{aligned} J_{11}^0 &= 4\zeta_1 a_4 + 4\zeta_2 a_5 + 4\zeta_3 a_6 - a_2 \\ &= 4\zeta_1 m_1 + 4\zeta_2 m_2 + m_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{12}^0 &= 4\zeta_1 b_4 + 4\zeta_2 b_5 + 4\zeta_3 b_6 - b_2 \\ &= 4\zeta_1 n_1 + 4\zeta_2 n_2 + n_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{21}^0 &= 4\zeta_1 a_7 + 4\zeta_2 a_8 + 4\zeta_3 a_9 + a_1 \\ &= 4\zeta_1 m_4 + 4\zeta_2 m_5 + m_6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{22}^0 &= 4\zeta_1 b_7 + 4\zeta_2 b_8 + 4\zeta_3 b_9 + b_1 \\ &= 4\zeta_1 n_4 + 4\zeta_2 n_5 + n_6 \end{aligned}$$

### 9.1.3.- Operações F

Junto com o 9.1.2.2.Operações E2 e 9.2.1.Notações 1, têm-se:

$$[J]^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}}{\Delta}$$

Onde:

$$\Delta = |J| = |J(\zeta_1, \zeta_2)| = \text{Det}[J]$$

$$\begin{aligned} J_{11} &= 4\zeta_1 b_7 + 4\zeta_2 b_8 + 4\zeta_3 b_9 + b_1 \\ &= 4\zeta_1 n_4 + 4\zeta_2 n_5 + n_6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{12} &= -4\zeta_1 b_4 - 4\zeta_2 b_5 - 4\zeta_3 b_6 + b_2 \\ &= -4\zeta_1 n_1 - 4\zeta_2 n_2 - n_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{21} &= -4\zeta_1 a_7 - 4\zeta_2 a_8 - 4\zeta_3 a_9 - a_1 \\ &= -4\zeta_1 m_4 - 4\zeta_2 m_5 - m_6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{22} &= 4\zeta_1 a_4 + 4\zeta_2 a_5 + 4\zeta_3 a_6 - a_2 \\ &= 4\zeta_1 m_1 + 4\zeta_2 m_2 + m_3 \end{aligned}$$

$$\Delta = 16\zeta_1^2 \Delta_1 + 16\zeta_2^2 \Delta_2 + 4\zeta_1 \Delta_3 + 4\zeta_2 \Delta_4 + 16\zeta_1 \zeta_2 \Delta_5 + \Delta_6$$



### 9.1.4.- Operações G

Junto com 9.1.3.Operações F, 9.2.1.Notações 1 e 9.3.1.Calculos I, tem-se :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [H_q] \\ \frac{\partial}{\partial y} [H_q] \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \zeta_4 & 0 & -\zeta_6 & 4\zeta_2 & -4\zeta_2 & 4\zeta_8 \\ 0 & \zeta_5 & -\zeta_6 & 4\zeta_1 & 4\zeta_7 & -4\zeta_1 \end{Bmatrix}$$

### 9.1.5.- Operações I

Junto com 9.1.3.Operações F, 9.2.1 e 9.2.2.Notações 1 e 2 E 9.3.2.Calculos II, Tem-se :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [H_1] \\ \frac{\partial}{\partial y} [H_1] \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} & \Gamma_{14} & \Gamma_{15} & \Gamma_{16} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} & \Gamma_{24} & \Gamma_{25} & \Gamma_{26} \end{Bmatrix}$$

Onde:

$$\Gamma_{11} = b_3 \zeta_2 \psi_1 - b_2 \alpha_1$$

$$\Gamma_{12} = b_3 \zeta_2 \psi_1 + b_1 \zeta_2 \psi_6$$

$$\Gamma_{13} = b_1 \zeta_2 \psi_6 - b_2 \alpha_1$$

$$\Gamma_{14} = -2b_3 \zeta_2 \psi_1$$

$$\Gamma_{15} = -2b_1 \zeta_2 \psi_6$$

$$\Gamma_{16} = 2b_2 \alpha_1$$

$$\Gamma_{21} = -b_3\zeta_1\psi_3 - b_2\zeta_1\psi_5$$

$$\Gamma_{22} = b_1\alpha_2 - b_3\zeta_1\psi_3$$

$$\Gamma_{23} = b_1\alpha_2 - b_2\zeta_1\psi_5$$

$$\Gamma_{24} = 2b_3\zeta_1\psi_3$$

$$\Gamma_{25} = -2b_1\alpha_2$$

$$\Gamma_{26} = 2b_2\zeta_1\psi_5$$

### 9.1.6.- Operações J

Junto com 9.1.3. Operações F, 9.2.1 e 9.2.2. Notação 1 e 2 E 9.3.3. Calculos III, Tem-se :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \alpha} [H_2] \\ \frac{\partial}{\partial \psi} [H_2] \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \mathfrak{R}_{11} & \mathfrak{R}_{12} & \mathfrak{R}_{13} & \mathfrak{R}_{14} & \mathfrak{R}_{15} & \mathfrak{R}_{16} \\ \mathfrak{R}_{21} & \mathfrak{R}_{22} & \mathfrak{R}_{23} & \mathfrak{R}_{24} & \mathfrak{R}_{25} & \mathfrak{R}_{26} \end{Bmatrix}$$

Onde:

$$\mathfrak{R}_{11} = -a_3\zeta_2\psi_1 + a_2\alpha_1$$

$$\mathfrak{R}_{12} = -a_3\zeta_2\psi_1 - a_1\zeta_2\psi_6$$

$$\mathfrak{R}_{13} = -a_1\zeta_2\psi_6 + a_2\alpha_1$$

$$\mathfrak{R}_{14} = 2a_3\zeta_2\psi_1$$

$$\mathfrak{R}_{15} = 2a_1\zeta_2\psi_6$$

$$\mathfrak{R}_{16} = -2a_2\alpha_1$$

$$\mathfrak{R}_{21} = a_3 \zeta_1 \psi_3 + a_2 \zeta_1 \psi_5$$

$$\mathfrak{R}_{22} = -a_1 \alpha_2 + a_3 \zeta_1 \psi_3$$

$$\mathfrak{R}_{23} = -a_1 \alpha_2 + a_2 \zeta_1 \psi_5$$

$$\mathfrak{R}_{24} = -2a_3 \zeta_1 \psi_3$$

$$\mathfrak{R}_{25} = 2a_1 \alpha_2$$

$$\mathfrak{R}_{26} = -2a_2 \zeta_1 \psi_5$$

### 9.1.7.- Operações K

Junto com 9.1.3.Operações F, 9.2.2.Notações 2 E 9.3.4.Calculos IV, Tem-se :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [H_3] \\ \frac{\partial}{\partial y} [H_3] \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & \Pi_{13} & \Pi_{14} & \Pi_{15} & \Pi_{16} & \Pi_{17} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} & \Pi_{23} & \Pi_{24} & \Pi_{25} & \Pi_{26} & \Pi_{27} \end{Bmatrix}$$

Onde :

$$\Pi_{11} = \zeta_1 \alpha_5 - \zeta_2 \Omega_5 - \zeta_3 \Omega_6 + 1$$

$$\Pi_{12} = -3\zeta_2 \alpha_3$$

$$\Pi_{13} = \zeta_3 \alpha_6 + \zeta_1 \Omega_4 + \zeta_2 \Omega_5 - 1$$

$$\Pi_{14} = 4\zeta_2 \beta_1$$

$$\Pi_{15} = -4\zeta_2 \beta_6$$

$$\Pi_{16} = 4\zeta_3 \beta_2 - 4\zeta_1 \beta_5$$

$$\Pi_{17} = 27\zeta_2 \Omega_9$$

$$\begin{aligned}\Pi_{21} &= 3\zeta_2\alpha_4 \\ \Pi_{22} &= \zeta_2\alpha_7 + \zeta_1\Omega_4 + \zeta_3\Omega_6 + 1 \\ \Pi_{23} &= \zeta_3\alpha_8 + \zeta_1\Omega_4 + \zeta_2\Omega_5 - 1 \\ \Pi_{24} &= 4\zeta_1\beta_3 \\ \Pi_{25} &= 4\zeta_3\beta_4 - 4\zeta_2\beta_6 \\ \Pi_{26} &= -4\zeta_1\beta_5 \\ \Pi_{27} &= -27\zeta_1\Omega_8\end{aligned}$$

### 9.1.8.- Operações N

Junto com 9.1.5. e 9.1.6. e 9.1.7. Operações I, J, K, tem-se:

$$\{F_e^*\}_{31 \times 1} = \int_A \begin{bmatrix} [H_q]_{6 \times 1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [H_q]_{6 \times 1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [H_3]_{7 \times 1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [H_1]_{6 \times 1} & [H_q]_{6 \times 1} & 0 \\ 0 & 0 & [H_2]_{6 \times 1} & 0 & [H_q]_{6 \times 1} \end{bmatrix}_{31 \times 5} \{P\}_{5 \times 1} dA$$

Onde:

$$\{P\} = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ -\frac{h}{2}p_y \\ \frac{h}{2}p_x \end{Bmatrix}_{5 \times 1}$$

$p_x, p_y, p_z$  São as pressões atuantes na parte superior da placa.

$h$  Espessura total do laminado

Utilizando a formula do vetor de carga, tem-se:

$$\{F_e^*\} = \int_A \left\{ \begin{array}{c} \{N_1\} \\ \{N_2\} \\ \{N_3\} \\ \{N_{41}\} + \{N_{42}\} \\ \{N_{51}\} + \{N_{52}\} \end{array} \right\} dA$$

Onde:

$$\zeta_3 = 1 - \zeta_1 - \zeta_2$$

$$\{N_1\}_{6 \times 1} = \left\{ \begin{array}{c} \zeta_1(2\zeta_1 - 1)p_x \\ \zeta_2(2\zeta_2 - 1)p_x \\ \zeta_3(2\zeta_3 - 1)p_x \\ 4\zeta_1\zeta_2 p_x \\ 4\zeta_2\zeta_3 p_x \\ 4\zeta_1\zeta_3 p_x \end{array} \right\}$$

$$\{N_2\}_{6 \times 1} = \left\{ \begin{array}{c} \zeta_1(2\zeta_1 - 1)p_y \\ \zeta_2(2\zeta_2 - 1)p_y \\ \zeta_3(2\zeta_3 - 1)p_y \\ 4\zeta_1\zeta_2 p_y \\ 4\zeta_2\zeta_3 p_y \\ 4\zeta_1\zeta_3 p_y \end{array} \right\}$$

$$\{\mathbb{N}_3\}_{7 \times 1} = \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{9}{2}\zeta_1^3 - \frac{9}{2}\zeta_1^2 + \zeta_1 + 3\zeta_1^2\zeta_2 + 3\zeta_1^2\zeta_3 - \frac{3}{2}\zeta_1\zeta_2^2 - \frac{1}{2}\zeta_1\zeta_2 - \frac{3}{2}\zeta_1\zeta_3^2 - \frac{1}{2}\zeta_1\zeta_3 \right) p_z \\ \left( \frac{9}{2}\zeta_2^3 - \frac{9}{2}\zeta_2^2 + \zeta_2 + 3\zeta_2^2\zeta_1 + 3\zeta_2^2\zeta_3 - \frac{3}{2}\zeta_2\zeta_1^2 - \frac{1}{2}\zeta_2\zeta_1 - \frac{3}{2}\zeta_2\zeta_3^2 - \frac{1}{2}\zeta_2\zeta_3 \right) p_z \\ \left( \frac{9}{2}\zeta_3^3 - \frac{9}{2}\zeta_3^2 + \zeta_3 + 3\zeta_3^2\zeta_1 + 3\zeta_3^2\zeta_2 - \frac{3}{2}\zeta_3\zeta_1^2 - \frac{1}{2}\zeta_3\zeta_1 - \frac{3}{2}\zeta_3\zeta_2^2 - \frac{1}{2}\zeta_3\zeta_2 \right) p_z \\ (12\zeta_1^2\zeta_2 - 8\zeta_1\zeta_2 + 12\zeta_1\zeta_2^2) p_z \\ (12\zeta_2^2\zeta_3 - 8\zeta_2\zeta_3 + 12\zeta_2\zeta_3^2) p_z \\ (12\zeta_1^2\zeta_3 - 8\zeta_1\zeta_3 + 12\zeta_1\zeta_3^2) p_z \\ 27p_z\zeta_1\zeta_2\zeta_3 \end{array} \right.$$

$$\{\mathbb{N}_{41}\}_{6 \times 1} = \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{1}{3}\zeta_1 b_2 \zeta_3^2 - \frac{1}{3}\zeta_1^2 b_2 \zeta_3 + \frac{1}{3}\zeta_1^2 b_3 \zeta_2 - \frac{1}{3}\zeta_1 b_3 \zeta_2^2 \right) p_z \\ \left( \frac{1}{3}\zeta_2^2 b_1 \zeta_3 - \frac{1}{3}\zeta_2 b_1 \zeta_3^2 + \frac{1}{3}\zeta_1^2 b_3 \zeta_2 - \frac{1}{3}\zeta_1 b_3 \zeta_2^2 \right) p_z \\ \left( \frac{1}{3}\zeta_2^2 b_1 \zeta_3 - \frac{1}{3}\zeta_2 b_1 \zeta_3^2 + \frac{1}{3}\zeta_1 b_2 \zeta_3^2 - \frac{1}{3}\zeta_1^2 b_2 \zeta_3 \right) p_z \\ \left( \frac{2}{3} b_3 \zeta_1 \zeta_2^2 - \frac{2}{3} b_3 \zeta_1^2 \zeta_2 \right) p_z \\ \left( \frac{2}{3} b_1 \zeta_2 \zeta_3^2 - \frac{2}{3} b_1 \zeta_2^2 \zeta_3 \right) p_z \\ \left( \frac{2}{3} b_1 \zeta_2 \zeta_3^2 - \frac{2}{3} b_1 \zeta_2^2 \zeta_3 \right) p_z \end{array} \right.$$

$$\{\mathbb{N}_{42}\}_{6 \times 1} = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{h}{2}\zeta_1(2\zeta_1 - 1)p_y \\ -\frac{h}{2}\zeta_2(2\zeta_2 - 1)p_y \\ -\frac{h}{2}\zeta_3(2\zeta_3 - 1)p_y \\ -2h\zeta_1\zeta_2 p_y \\ -2h\zeta_2\zeta_3 p_y \\ -2h\zeta_1\zeta_3 p_y \end{array} \right.$$

$$\{K_{51}\}_{6 \times 1} = \begin{Bmatrix} (\frac{1}{3}\zeta_1^2 a_2 \zeta_3 - \frac{1}{3}\zeta_1 a_2 \zeta_3^2 + \frac{1}{3}\zeta_1 a_3 \zeta_2^2 - \frac{1}{3}\zeta_1^2 a_3 \zeta_2) p_z \\ (\frac{1}{3}\zeta_2 a_1 \zeta_3^2 - \frac{1}{3}\zeta_2^2 a_1 \zeta_3 + \frac{1}{3}\zeta_1 a_3 \zeta_2^2 - \frac{1}{3}\zeta_1^2 a_3 \zeta_2) p_z \\ (\frac{1}{3}\zeta_2 a_1 \zeta_3^2 - \frac{1}{3}\zeta_2^2 a_1 \zeta_3 + \frac{1}{3}\zeta_1^2 a_2 \zeta_3 - \frac{1}{3}\zeta_1 a_2 \zeta_3^2) p_z \\ (\frac{2}{3} a_3 \zeta_1^2 \zeta_2 - \frac{2}{3} a_3 \zeta_1 \zeta_2^2) p_z \\ (\frac{2}{3} a_1 \zeta_2^2 \zeta_3 - \frac{2}{3} a_1 \zeta_2 \zeta_3^2) p_z \\ (\frac{2}{3} a_2 \zeta_1 \zeta_3^2 - \frac{2}{3} a_2 \zeta_1^2 \zeta_3) p_z \end{Bmatrix}$$

$$\{K_{52}\}_{6 \times 1} = \begin{Bmatrix} \frac{\hbar}{2} \zeta_1 (2\zeta_1 - 1) p_x \\ \frac{\hbar}{2} \zeta_2 (2\zeta_2 - 1) p_x \\ \frac{\hbar}{2} \zeta_3 (2\zeta_3 - 1) p_x \\ 2\hbar \zeta_1 \zeta_2 p_x \\ 2\hbar \zeta_2 \zeta_3 p_x \\ 2\hbar \zeta_1 \zeta_3 p_x \end{Bmatrix}$$

## 9.2.- Notações

### 9.2.1.- Notações 1

É utilizado para facilitar as expressões das fórmulas:

$$\zeta_3 = 1 - \zeta_1 - \zeta_2$$

$$a_1 = X_3 - X_2$$

$$b_1 = Y_3 - Y_2$$

$$a_2 = X_1 - X_3$$

$$b_2 = Y_1 - Y_3$$

$$a_3 = X_2 - X_1$$

$$b_3 = Y_2 - Y_1$$

$$a_4 = X_1 - X_6$$

$$b_4 = Y_1 - Y_6$$

$$a_5 = X_4 - X_5$$

$$b_5 = Y_4 - Y_5$$

$$a_6 = X_6 - X_3$$

$$b_6 = Y_6 - Y_3$$

$$a_7 = X_4 - X_6$$

$$b_7 = Y_4 - Y_6$$

$$a_8 = X_2 - X_5$$

$$b_8 = Y_2 - Y_5$$

$$a_9 = X_5 - X_3$$

$$b_9 = Y_5 - Y_3$$



$$\zeta_4 = 4\zeta_1 - 1$$

$$\Delta_1 = d_1 + d_3 - d_9$$

$$\zeta_5 = 4\zeta_2 - 1$$

$$\Delta_2 = d_2 + d_3 - d_8$$

$$\zeta_6 = 4\zeta_3 - 1$$

$$\Delta_3 = -8d_3 + d_4 - d_6 + 4d_9$$

$$\zeta_7 = \zeta_3 - \zeta_2$$

$$\Delta_4 = -8d_3 + d_5 - d_6 + 4d_8$$

$$\zeta_8 = \zeta_3 - \zeta_1$$

$$\Delta_5 = +2d_3 + d_7 - d_8 - d_9$$

$$\Delta_6 = d_0 + 16d_3 + 4d_6$$

$$d_0 = a_1b_2 - a_2b_1$$

$$d_1 = a_4b_7 - a_7b_4$$

$$d_2 = a_5b_8 - a_8b_5$$

$$d_3 = a_6b_9 - a_9b_6$$

$$d_4 = a_4b_1 - a_2b_7 + a_7b_2 - a_1b_4$$

$$d_5 = a_3b_1 - a_2b_8 + a_8b_2 - a_1b_5$$

$$d_6 = a_6b_1 - a_2b_9 + a_9b_2 - a_1b_6$$

$$d_7 = a_4 b_8 + a_5 b_7 - a_7 b_5 - a_8 b_4$$

$$d_8 = a_5 b_9 + a_6 b_8 - a_8 b_6 - a_9 b_5$$

$$d_9 = a_4 b_9 + a_6 b_7 - a_7 b_6 - a_9 b_4$$

$$m_1 = a_4 - a_6 = X_1 + X_3 - 2X_6$$

$$m_2 = a_5 - a_6 = X_3 + X_4 - X_5 - X_6 = a_7 - a_9 = m_4$$

$$m_3 = 4a_6 - a_2 = -X_1 - 3X_3 + 4X_6$$

$$m_5 = a_8 - a_9 = X_2 + X_3 - 2X_5$$

$$m_6 = 4a_9 + a_1 = -X_2 - 3X_3 + 4X_5$$

$$n_1 = b_4 - b_6 = Y_1 + Y_3 - 2Y_6$$

$$n_2 = b_5 - b_6 = Y_3 + Y_4 - Y_5 - Y_6 = b_7 - b_9 = n_4$$

$$n_3 = 4b_6 - b_2 = -Y_1 - 3Y_3 + 4Y_6$$

$$n_5 = b_8 - b_9 = Y_2 + Y_3 - 2Y_5$$

$$n_6 = 4b_9 + b_1 = -Y_2 - 3Y_3 + 4Y_5$$

### 9.2.2.- Notações 2

É utilizado para facilitar as expressões das formulas:

$$\zeta_3 = 1 - \zeta_1 - \zeta_2$$

$$\psi_1 = \frac{1}{3}(2\zeta_1 - \zeta_2)$$

$$\Omega_1 = \frac{1}{2}(5\zeta_1 - 2)$$

$$\psi_2 = \frac{1}{3}(2\zeta_1 - \zeta_3)$$

$$\Omega_2 = \frac{1}{2}(5\zeta_2 - 2)$$

$$\psi_3 = \frac{1}{3}(2\zeta_2 - \zeta_1)$$

$$\Omega_3 = \frac{1}{2}(5\zeta_3 - 2)$$

$$\psi_4 = \frac{1}{3}(2\zeta_2 - \zeta_3)$$

$$\Omega_4 = \frac{1}{2}(3\zeta_1 + 1)$$

$$\psi_5 = \frac{1}{3}(2\zeta_3 - \zeta_1)$$

$$\Omega_5 = \frac{1}{2}(3\zeta_2 + 1)$$

$$\psi_6 = \frac{1}{3}(2\zeta_3 - \zeta_2)$$

$$\Omega_6 = \frac{1}{2}(3\zeta_3 + 1)$$

$$\Omega_7 = \zeta_1 - \zeta_2$$

$$\Omega_8 = \zeta_2 - \zeta_3$$

$$\Omega_9 = \zeta_3 - \zeta_1$$

$$\xi_1 = 2\zeta_1 + \zeta_2$$

$$\xi_2 = 2\zeta_1 + \zeta_3$$

$$\xi_3 = 2\zeta_2 + \zeta_1$$

$$\xi_4 = 2\zeta_2 + \zeta_3$$

$$\xi_5 = 2\zeta_3 + \zeta_1$$

$$\xi_6 = 2\zeta_3 + \zeta_2$$

$$\alpha_1 = \zeta_1\psi_5 + \zeta_3\psi_2$$

$$\beta_1 = 3\xi_1 - 2$$

$$\alpha_2 = \zeta_2\psi_6 + \zeta_3\psi_4$$

$$\beta_2 = 3\xi_2 - 2$$

$$\alpha_3 = \Omega_7 + \Omega_8$$

$$\beta_3 = 3\xi_3 - 2$$

$$\alpha_4 = \Omega_7 + \Omega_9$$

$$\beta_4 = 3\xi_4 - 2$$

$$\alpha_5 = 3(\Omega_1 + \Omega_9) + \frac{1}{2}$$

$$\beta_5 = 3\xi_5 - 2$$

$$\alpha_6 = 3(\Omega_9 - \Omega_3) - \frac{1}{2}$$

$$\beta_6 = 3\xi_6 - 2$$

$$\alpha_7 = 3(\Omega_2 - \Omega_8) + \frac{1}{2}$$

$$\alpha_8 = 3(\Omega_3 + \Omega_8) + \frac{1}{2}$$

$$\lambda_1 = 3\Omega_7$$

$$\lambda_2 = 3\Omega_8$$

$$\lambda_3 = 3\Omega_9$$

$$\lambda_4 = \lambda_1 - \frac{1}{2}$$

$$\lambda_5 = -\lambda_1 - \frac{1}{2}$$

$$\lambda_6 = \lambda_2 - \frac{1}{2}$$

$$\lambda_7 = -\lambda_2 - \frac{1}{2}$$

$$\lambda_8 = \lambda_3 - \frac{1}{2}$$

$$\lambda_9 = -\lambda_3 - \frac{1}{2}$$

### 9.3.- Cálculos

#### 9.3.1.- Cálculos I

Junto com 8.2.Anexo B, Tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_i} [H_q] \quad i=1,2,3$$

Onde:

$$\zeta_3 = 1 - \zeta_1 - \zeta_2$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_1} [H_q] = [(4\zeta_1 - 1) \quad 0 \quad 0 \quad 4\zeta_2 \quad 0 \quad 4\zeta_3]$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_2} [H_q] = [0 \quad (4\zeta_2 - 1) \quad 0 \quad 4\zeta_1 \quad 4\zeta_3 \quad 0]$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_3} [H_q] = [0 \quad 0 \quad (4\zeta_3 - 1) \quad 0 \quad 4\zeta_2 \quad 4\zeta_1]$$

### 9.3.2.- Cálculos I I

Junto com 8.3.Aexo C e 9.2.1 E 9.2.2. Notações 1 e 2, Tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_i} [H_1] \quad i=1,2,3.$$

Onde:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_1} [H_1] = [-b_2\zeta_3\psi_2 + b_3\zeta_2\psi_1 \quad b_3\zeta_2\psi_1 \quad -b_2\zeta_3\psi_2 \quad -2b_3\zeta_2\psi_1 \quad 0 \quad 2b_2\zeta_3\psi_2]$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_2} [H_1] = [-b_3\zeta_1\psi_3 \quad b_1\zeta_3\psi_4 - b_3\zeta_1\psi_3 \quad b_1\zeta_3\psi_4 \quad 2b_3\zeta_1\psi_3 \quad -2b_1\zeta_3\psi_4 \quad 0]$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_3} [H_1] = [b_2\zeta_1\psi_5 \quad -b_1\zeta_2\psi_6 \quad -b_1\zeta_2\psi_6 + b_2\zeta_1\psi_5 \quad 0 \quad 2b_1\zeta_2\psi_6 \quad -2b_2\zeta_1\psi_5]$$

### 9.3.3.- Cálculos I I I

Junto com 8.3.Anexo C e 9.2.1 E 9.2.2.Notações 1 e 2, Tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_i} [H_2] \quad i=1,2,3.$$

Onde:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_1} [H_2] = [a_2 \zeta_3 \psi_2 - a_3 \zeta_2 \psi_1 \quad a_3 \zeta_2 \psi_1 \quad a_2 \zeta_3 \psi_2 \quad 2a_3 \zeta_2 \psi_1 \quad 0 \quad 2a_2 \zeta_3 \psi_2]$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_2} [H_2] = [a_3 \zeta_1 \psi_3 \quad -a_1 \zeta_3 \psi_4 + a_3 \zeta_1 \psi_3 \quad a_1 \zeta_3 \psi_4 \quad -2a_3 \zeta_1 \psi_3 \quad 2a_1 \zeta_3 \psi_4 \quad 0]$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_3} [H_2] = [-a_2 \zeta_1 \psi_5 \quad a_1 \zeta_2 \psi_6 \quad a_1 \zeta_2 \psi_6 - a_2 \zeta_1 \psi_5 \quad 0 \quad -2a_1 \zeta_2 \psi_6 \quad 2a_2 \zeta_1 \psi_5]$$

### 9.3.4.- Cálculos I V

Junto com 8.3.Anexo C, 9.2.1.NOTAÇÃO 2 e  $\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 = 1$ , Tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_i} [H_3] \quad i=1,2,3.$$

Onde:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_1} [H_3] = [3\zeta_1\Omega_1 - \zeta_2\Omega_5 - \zeta_3\Omega_6 + 1 \quad \zeta_2\lambda_5 \quad \zeta_3\lambda_8 \quad 4\zeta_2\xi_1 \quad 0 \quad 4\zeta_3\xi_2 \quad 27\zeta_2\zeta_3]$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_2} [H_3] = [\zeta_1\lambda_4 \quad -\zeta_1\Omega_4 - 3\zeta_2\Omega_2 - \zeta_3\Omega_6 + 1 \quad \zeta_3\lambda_7 \quad 4\zeta_1\xi_3 \quad 4\zeta_3\xi_4 \quad 0 \quad 27\zeta_1\zeta_3]$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta_3} [H_3] = [\zeta_1\lambda_9 \quad \zeta_2\lambda_6 \quad -\zeta_1\Omega_4 - \zeta_2\Omega_5 + 3\zeta_3\Omega_3 + 1 \quad 0 \quad 4\zeta_2\xi_6 \quad 4\zeta_1\xi_5 \quad 27\zeta_1\zeta_2]$$





```

10  1  1  1  0  1
11  0  1  0  1  0
15  1  1  1  0  1
16  0  1  0  1  0
20  1  1  1  0  1
21  1  1  1  1  0
22  1  1  1  1  0
23  1  1  1  1  0
24  1  1  1  1  0
25  1  1  1  1  1

```

\*\* COEFFICIENT OF CORRECTION CC44 CC55 \*\*

CC44 = .8333000E+00    CC45 = .0000000E+00

CC54 = .0000000E+00    CC55 = .8333000E+00

\*\* CARREGAMENTO DISTRIBUIDO \*\*

Px= .0000000E+00

Py= .0000000E+00

Pz= -.1000000E+01

\*\* NUMBERT OF MATERIAL= 1

```

*****
**                                     **
** CC44,CC45,CC54,CC55 IS SIGNIFICANTLY **
**                                     **
** LESS FOR -> kij < 1 (RATIO Kij)     **
**                                     **
**                                     **
**      kij = .10000E+01                **
**                                     **
*****

```

\*\* DESLOCAMENTOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

NO	DESL.X	DESL.Y	DESL.Z	ROT. X	ROT. Y
1	.00000E+00	.00000E+00	-.66807E-01	.00000E+00	.00000E+00
2	.00000E+00	.00000E+00	-.63543E-01	.53556E-02	.00000E+00
3	.00000E+00	.00000E+00	-.52739E-01	.12089E-01	.00000E+00
4	.00000E+00	.00000E+00	-.31864E-01	.21252E-01	.00000E+00
5	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.29675E-01	.00000E+00
6	.00000E+00	.00000E+00	-.61557E-01	.00000E+00	-.80557E-02
7	.00000E+00	.00000E+00	-.58803E-01	.46485E-02	-.74909E-02
8	.00000E+00	.00000E+00	-.49117E-01	.11136E-01	-.58820E-02
9	.00000E+00	.00000E+00	-.29478E-01	.20115E-01	-.37384E-02
10	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.26586E-01	.00000E+00
11	.00000E+00	.00000E+00	-.47122E-01	.00000E+00	-.14632E-01
12	.00000E+00	.00000E+00	-.45225E-01	.33362E-02	-.13918E-01

13	.00000E+00	.00000E+00	-.38137E-01	.83000E-02	-.11737E-01
14	.00000E+00	.00000E+00	-.22880E-01	.15685E-01	-.67789E-02
15	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.20466E-01	.00000E+00
16	.00000E+00	.00000E+00	-.25590E-01	.00000E+00	-.19209E-01
17	.00000E+00	.00000E+00	-.24589E-01	.18699E-02	-.18490E-01
18	.00000E+00	.00000E+00	-.20729E-01	.43037E-02	-.15591E-01
19	.00000E+00	.00000E+00	-.12761E-01	.84564E-02	-.93527E-02
20	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.11509E-01	.00000E+00
21	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.21070E-01
22	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.20215E-01
23	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.17017E-01
24	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.10513E-01
25	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
26	.00000E+00	.00000E+00	-.58902E-01	.00000E+00	.00000E+00
27	.00000E+00	.00000E+00	-.56612E-01	.00000E+00	.00000E+00
28	.00000E+00	.00000E+00	-.32860E-01	.00000E+00	.00000E+00
29	.00000E+00	.00000E+00	-.16009E-01	.00000E+00	.00000E+00
30	.00000E+00	.00000E+00	-.38829E-01	.00000E+00	.00000E+00
31	.00000E+00	.00000E+00	-.19312E-01	.00000E+00	.00000E+00
32	.00000E+00	.00000E+00	-.11523E-01	.00000E+00	.00000E+00
33	.00000E+00	.00000E+00	-.10859E-01	.00000E+00	.00000E+00

\*\* ESFORÇOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

\*\* EL \*\*

NO NX NY NXY MXX MYY MXY QY QX

\*\* 1 \*\*

1 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.15230E+02-.31798E+00-.16009E-01 .22849E+01-.54288E+01  
 13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.97647E+01-.46706E+00 .23316E+00 .68910E+01-.78573E+00  
 3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.98554E+01-.49999E+00 .39983E-03 .12158E+01-.22767E+01  
 7 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.12497E+02-.39252E+00 .10858E+00-.12144E+01 .26951E+01  
 8 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.98100E+01-.48353E+00 .11678E+00-.11610E+01-.15312E+01  
 2 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.12543E+02-.40899E+00-.78044E-02 .17503E+01 .98071E+00  
 26 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.11617E+02-.42835E+00 .72517E-01-.14324E+01 .18966E+01

\*\* 2 \*\*

1 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.14700E+02-.34987E+00-.10587E-01-.44924E+01 .13485E+01  
 11 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.97524E+01-.17248E+00-.65054E-03-.67117E+00 .40680E+01  
 13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.92565E+01-.38984E+00 .18463E+00-.46371E+00 .65690E+01  
 6 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.12226E+02-.26117E+00-.56186E-02 .62312E+00 .27083E+01  
 12 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.95045E+01-.28116E+00 .91988E-01-.56744E+00 .20371E+01  
 7 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.11978E+02-.36986E+00 .87020E-01 .60343E+00 .87731E+00  
 27 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.11236E+02-.30406E+00 .57796E-01 .91819E+00 .11673E+01

\*\* 3 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.99030E+01-.39010E+00 .19489E+00-.46371E+00 .26398E+01  
 11 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.99186E+01-.17255E+00-.65054E-03-.67117E+00 .27189E+01  
 21 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.84098E+00 .27077E-01-.29753E-03 .54968E+00 .49949E+01  
 12 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.99108E+01-.28132E+00 .97120E-01-.56744E+00 .26851E+01  
 16 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.53798E+01-.72735E-01-.47404E-03 .26623E-01 .38569E+01  
 17 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.53720E+01-.18151E+00 .97297E-01 .94660E-01 .38691E+01  
 28 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.68875E+01-.17852E+00 .64648E-01-.13327E+00 .34768E+01

\*\* 4 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.84724E+01-.32870E+00 .25376E+00-.93998E+00 .21636E+01  
21 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.13550E+01-.54201E-03-.24220E-01 .00000E+00 .44452E+01  
23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.35247E+00-.14099E-03 .29425E+00 .00000E+00 .35486E+01  
17 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.49137E+01-.16462E+00 .11477E+00 .18787E+00 .39623E+01  
22 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.85375E+00-.34150E-03 .13501E+00 .00000E+00 .57513E+01  
18 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.44125E+01-.16442E+00 .27400E+00-.74019E-01 .28561E+01  
29 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.33933E+01-.10979E+00 .17459E+00 .15505E+00 .44579E+01

\*\* 5 \*\*

5 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.26927E+01-.53925E+00 .12676E-01-.14333E+01-.41054E+01  
3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.98568E+01-.64108E+00 .39983E-03-.13069E+01-.22767E+01  
13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.97662E+01-.61643E+00 .26880E+00-.64099E+01-.78573E+00  
4 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.62748E+01-.59016E+00 .65381E-02-.13701E+01 .70035E+00  
8 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.98115E+01-.62875E+00 .13460E+00 .11014E+01-.15312E+01  
9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.62294E+01-.57784E+00 .14074E+00 .92805E+00 .24041E+01  
30 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.74386E+01-.59892E+00 .93959E-01 .13098E+01 .14956E+01

\*\* 6 \*\*

5 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.45847E-02-.45847E+00 .10604E+00 .26721E+01 .00000E+00  
13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.10166E+02-.58470E+00 .27672E+00-.48753E+00 .51367E+01  
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.23250E-02-.23250E+00 .51082E+00 .78635E+00 .00000E+00  
9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.50853E+01-.52158E+00 .19138E+00-.39778E+00 .10783E+01  
14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.50842E+01-.40860E+00 .39377E+00 .14939E+00 .56778E+00  
10 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.34548E-02-.34548E+00 .30843E+00 .16677E+01 .00000E+00  
31 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.33910E+01-.42522E+00 .29786E+00 .30077E+00 .16084E+00

\*\* 7 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.86069E+01-.58407E+00 .27575E+00-.48753E+00 .53127E+01  
25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.14861E-04-.14861E-02 .85407E+00-.12679E+01 .00000E+00  
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.23250E-02-.23250E+00 .51235E+00 .78635E+00 .00000E+00  
19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.43035E+01-.29278E+00 .56491E+00 .86335E-01 .16923E+01  
20 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.11699E-02-.11699E+00 .68321E+00 .69209E+00 .00000E+00  
14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.43046E+01-.40828E+00 .39405E+00 .14939E+00 .74240E+00  
32 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.28697E+01-.27268E+00 .54739E+00 .52007E+00 .49181E+00

\*\* 8 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.84747E+01-.55848E+00 .26038E+00 .26616E+01 .21636E+01  
23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.35247E+00-.14099E-03 .29854E+00 .00000E+00 .35486E+01  
25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .53356E+00 .21342E-03 .84269E+00 .00000E+00-.12679E+01  
18 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.44136E+01-.27931E+00 .27946E+00-.10818E+00 .28561E+01  
24 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .90545E-01 .36218E-04 .57061E+00 .00000E+00 .39846E+01  
19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.39706E+01-.27913E+00 .55153E+00-.39309E+00 .21717E+01  
33 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.27645E+01-.18614E+00 .46720E+00-.51851E+00 .35117E+01



```

** NUMBERT OF MATERIAL= 1
*****
**
** CC44,CC45,CC54,CC55 IS SIGNIFICANTLY **
**
** LESS FOR -> kij < 1 (RATIO Kij) **
**
** kij = .10000E+01 **
**
*****
    
```

```

** NUMBERT OF MATERIAL= 2
*****
**
** CC44,CC45,CC54,CC55 IS SIGNIFICANTLY **
**
** LESS FOR -> kij < 1 (RATIO Kij) **
**
** kij = .10000E+01 **
**
*****
    
```

```

** NUMBERT OF MATERIAL= 3
*****
**
** CC44,CC45,CC54,CC55 IS SIGNIFICANTLY **
**
** LESS FOR -> kij < 1 (RATIO Kij) **
**
** kij = .10000E+01 **
**
*****
    
```

\*\* DESLOCAMENTOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

NO	DESL.X	DESL.Y	DESL.Z	ROT. X	ROT. Y
1	.00000E+00	.00000E+00	-.26135E-01	.00000E+00	.00000E+00
2	.00000E+00	-.49451E-12	-.24639E-01	.23822E-02	.00000E+00
3	.00000E+00	.48247E-12	-.19931E-01	.51724E-02	.00000E+00
4	.00000E+00	.18724E-11	-.11550E-01	.80998E-02	.00000E+00
5	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10143E-01	.00000E+00
6	.24768E-15	.00000E+00	-.24124E-01	.00000E+00	-.29858E-02
7	-.58306E-14	-.48070E-12	-.22795E-01	.21699E-02	-.27793E-02
8	-.22025E-13	.57905E-12	-.18535E-01	.47649E-02	-.22091E-02
9	.37701E-14	.25072E-11	-.10684E-01	.75910E-02	-.12720E-02
10	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.91709E-02	.00000E+00

11	.34856E-14	.00000E+00	-.18534E-01	.00000E+00	-.55119E-02
12	-.48973E-14	-.56862E-12	-.17579E-01	.16236E-02	-.52006E-02
13	-.54575E-13	.45117E-13	-.14389E-01	.35794E-02	-.42527E-02
14	.17182E-13	.20218E-11	-.83247E-02	.59107E-02	-.23757E-02
15	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.71218E-02	.00000E+00
16	.46221E-14	.00000E+00	-.10116E-01	.00000E+00	-.72828E-02
17	-.45868E-14	-.35811E-12	-.95789E-02	.89307E-03	-.69029E-02
18	-.34607E-13	-.34745E-12	-.78434E-02	.18909E-02	-.56660E-02
19	.70702E-14	.76075E-12	-.46665E-02	.32041E-02	-.32632E-02
20	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.40069E-02	.00000E+00
21	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.80422E-02
22	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.75383E-02
23	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.61883E-02
24	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.36500E-02
25	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
26	.00000E+00	.00000E+00	-.22678E-01	.00000E+00	.00000E+00
27	.00000E+00	.00000E+00	-.22095E-01	.00000E+00	.00000E+00
28	.00000E+00	.00000E+00	-.12877E-01	.00000E+00	.00000E+00
29	.00000E+00	.00000E+00	-.61964E-02	.00000E+00	.00000E+00
30	.00000E+00	.00000E+00	-.14271E-01	.00000E+00	.00000E+00
31	.00000E+00	.00000E+00	-.69253E-02	.00000E+00	.00000E+00
32	.00000E+00	.00000E+00	-.41590E-02	.00000E+00	.00000E+00
33	.00000E+00	.00000E+00	-.40193E-02	.00000E+00	.00000E+00

\*\* ESFORCOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

\*\* EL \*\*

NO	NX	NY	NXY	MXX	MYY	MXY	QY	QX
----	----	----	-----	-----	-----	-----	----	----

\*\* 1 \*\*

1	.60956E-07	-.19681E-04	.29549E-07	-.14938E+03	-.74864E+01	-.33472E+00	.59498E+01	-.11317E+02
13	-.15014E-06	-.16275E-04	-.10579E-06	.85359E+02	.89105E+01	.24435E+01	.15103E+02	.13669E+02
3	-.64443E-07	-.19684E-04	.49415E-07	-.99770E+02	-.10247E+02	.16689E-01	.18760E+01	-.48083E+01
7	-.44593E-07	-.17978E-04	-.38123E-07	-.11737E+03	.81984E+01	.10544E+01	-.40506E+01	.15753E+02
8	-.10729E-06	-.17979E-04	-.28190E-07	.92564E+02	-.95789E+01	.12301E+01	-.23769E+01	.44306E+01
2	-.17438E-08	-.19683E-04	.39482E-07	.12457E+03	-.88668E+01	-.15902E+00	.39129E+01	.22830E+01
26	-.51210E-07	-.18547E-04	-.89435E-08	-.11150E+03	-.88814E+01	.70849E+00	-.36652E+01	.10258E+02

\*\* 2 \*\*

1	-.74698E-08	-.22053E-04	.20185E-08	-.13995E+03	-.87501E+01	-.19505E+00	-.82875E+01	.29199E+01
11	.16569E-07	-.13898E-04	.14678E-08	-.99935E+02	-.50091E+01	-.62117E-02	-.23173E+01	.29845E+02
13	.34056E-08	-.13969E-04	-.29544E-07	-.90818E+02	-.72705E+01	.21230E+01	-.28660E+01	.31639E+02
6	.45496E-08	-.17976E-04	.17432E-08	-.11994E+03	-.68796E+01	-.10063E+00	.13595E+01	.16383E+02
12	.99873E-08	-.13933E-04	.14038E-07	-.95377E+02	-.61398E+01	.10584E+01	-.25917E+01	.24693E+02
7	-.20321E-08	-.18011E-04	-.13763E-07	-.11539E+03	-.80103E+01	.96396E+00	.26149E+00	.11441E+02
27	.41683E-08	-.16640E-04	-.86858E-08	-.11024E+03	-.70099E+01	.64057E+00	.10654E+01	.16185E+02

\*\* 3 \*\*

13	.12567E-07	-.13969E-04	.42080E-07	-.93127E+02	-.72714E+01	.24544E+01	-.28660E+01	.17843E+02
11	.13635E-07	-.13898E-04	.14678E-08	-.99081E+02	-.50088E+01	-.62117E-02	-.23173E+01	.25834E+02

21 -.32460E-07-.15719E-05 .12731E-08-.11036E+02 .75576E-02 .11718E+00-.43490E+01 .49029E+02  
12 .13101E-07-.13933E-04 .21774E-07-.96104E+02-.61401E+01 .12241E+01-.25917E+01 .27005E+02  
16 -.94125E-08-.77348E-05 .13704E-08-.55058E+02-.25006E+01 .55486E-01 .77517E+00 .37432E+02  
17 -.99464E-08-.77704E-05 .21677E-07-.52082E+02-.36319E+01 .12858E+01 .19114E+01 .38955E+02  
28 -.20860E-08-.98128E-05 .14940E-07-.67748E+02-.40909E+01 .85514E+00 .11013E+01 .35651E+02

\*\* 4 \*\*

13 .51790E-07-.15544E-04-.98719E-07-.80915E+02-.68354E+01 .28208E+01 .20449E+00 .20914E+02  
21 -.74090E-07-.42962E-10 .88652E-07-.13181E+02-.54667E-02 .69609E-01 .00000E+00 .53379E+02  
23 .17149E-06 .10978E-09 .86095E-07-.33378E+01-.13824E-02 .33885E+01 .00000E+00 .38583E+02  
17 -.11150E-07-.77721E-05-.50332E-08-.47048E+02-.34205E+01 .14452E+01 .68211E+00 .37726E+02  
22 .48698E-07 .33409E-10 .87374E-07-.82594E+01-.34246E-02 .17291E+01 .00000E+00 .54327E+02  
18 .11164E-06-.77720E-05-.63117E-08-.42126E+02-.34184E+01 .31047E+01-.15872E+01 .29748E+02  
29 .49729E-07-.51813E-05 .25343E-07-.32478E+02-.22808E+01 .20930E+01-.42499E+00 .41592E+02

\*\* 5 \*\*

5 .13402E-06-.20094E-04 .17860E-06-.18201E+02-.54643E+01 .19898E+00 .86392E+01-.87784E+01  
3 -.61295E-07-.19783E-04 .49415E-07-.99776E+02-.11526E+02 .16689E-01-.36372E+01-.48083E+01  
13 -.14480E-06-.15869E-04-.95717E-07-.85369E+02-.10830E+02 .31038E+01-.12614E+02 .13669E+02  
4 .36364E-07-.19938E-04 .11401E-06-.58989E+02-.84954E+01 .10783E+00 .25010E+01 .12177E+01  
8 -.10305E-06-.17826E-04-.23151E-07-.92573E+02-.11178E+02 .15603E+01 .22962E+01 .44306E+01  
9 -.53892E-08-.17981E-04 .41442E-07-.51785E+02-.81472E+01 .16514E+01 .50706E+01 .95034E+01  
30 -.24025E-07-.18582E-04 .44099E-07-.67782E+02-.92736E+01 .11065E+01 .52315E+01 .67249E+01

\*\* 6 \*\*

5 -.12010E-07-.21657E-04-.41855E-08-.25056E-01-.47328E+01 .76602E+00 .17418E+02 .00000E+00  
13 .11928E-06-.13979E-04-.10257E-06-.96097E+02-.98951E+01 .31298E+01-.72193E+00 .25561E+02  
15 -.96745E-08-.13793E-04-.74021E-08-.11747E-01-.22190E+01 .46915E+01 .85958E+01 .00000E+00  
9 .53635E-07-.17818E-04-.53376E-07-.48061E+02-.73140E+01 .19479E+01 .21777E+01 .66104E+01  
14 .54803E-07-.13886E-04-.54984E-07-.48054E+02-.60571E+01 .39107E+01 .39369E+01 .92251E+01  
10 -.10842E-07-.17725E-04-.57938E-08-.18402E-01-.34759E+01 .27287E+01 .15981E+02 .00000E+00  
31 .32532E-07-.16477E-04-.38051E-07-.32045E+02-.56156E+01 .28624E+01 .70103E+01 .41979E+01

\*\* 7 \*\*

13 -.73153E-07-.13980E-04-.28870E-06-.77277E+02-.98873E+01 .31318E+01-.72193E+00 .34126E+02  
25 -.36065E-08-.19513E-05-.49719E-08 .29900E-02 .56478E+00 .79676E+01 .12465E+01 .00000E+00  
15 -.96745E-08-.13793E-04-.74021E-08-.11747E-01-.22190E+01 .47647E+01 .85958E+01 .00000E+00  
19 -.38380E-07-.79654E-05-.14683E-06-.38637E+02-.46613E+01 .55497E+01 .90277E-02 .17316E+02  
20 -.66405E-08-.78721E-05-.61870E-08-.43787E-02-.82709E+00 .63662E+01 .85715E+01 .00000E+00  
14 -.41414E-07-.13886E-04-.14805E-06-.38645E+02-.60531E+01 .39482E+01 .39369E+01 .94576E+01  
32 -.28811E-07-.99080E-05-.10036E-06-.25762E+02-.38472E+01 .52880E+01 .45499E+01 .81077E+01

\*\* 8 \*\*

13 .57071E-07-.15720E-04-.81512E-07-.80926E+02-.89861E+01 .29690E+01 .12490E+02 .20914E+02  
23 .17149E-06 .11025E-09 .86095E-07-.33378E+01-.13823E-02 .35770E+01 .00000E+00 .38583E+02  
25 -.16945E-06-.80725E-10-.17987E-06 .84532E+01 .35104E-02 .79419E+01 .00000E+00 .12465E+01  
18 .11428E-06-.78601E-05 .22919E-08-.42132E+02-.44938E+01 .32730E+01-.70761E+00 .29748E+02  
24 .10182E-08 .14763E-10-.46889E-07 .25577E+01 .10640E-02 .57595E+01 .00000E+00 .32485E+02  
19 -.56189E-07-.78602E-05-.13069E-06-.36237E+02-.44913E+01 .54554E+01-.76787E+00 .18093E+02  
33 .19703E-07-.52401E-05-.58430E-07-.25270E+02-.29947E+01 .48293E+01-.20436E+01 .28952E+02







12	.00000E+00	.00000E+00	-.34631E+00	-.10127E-01	-.21725E-03
13	.00000E+00	.00000E+00	-.48235E+00	-.15673E-08	.12925E-07
14	.00000E+00	.00000E+00	-.34631E+00	.10127E-01	.21726E-03
15	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.16724E-01	.00000E+00
16	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.10544E-01	.00000E+00
17	.00000E+00	.00000E+00	-.23311E+00	-.74641E-02	-.74641E-02
18	.00000E+00	.00000E+00	-.34631E+00	-.21724E-03	-.10127E-01
19	.00000E+00	.00000E+00	-.25189E+00	.72540E-02	-.72540E-02
20	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.11512E-01	.00000E+00
21	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
22	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.10544E-01
23	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.16724E-01
24	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.11512E-01
25	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
26	.00000E+00	.00000E+00	-.21895E+00	.00000E+00	.00000E+00
27	.00000E+00	.00000E+00	-.21895E+00	.00000E+00	.00000E+00
28	.00000E+00	.00000E+00	-.35729E+00	.00000E+00	.00000E+00
29	.00000E+00	.00000E+00	-.11668E+00	.00000E+00	.00000E+00
30	.00000E+00	.00000E+00	-.11668E+00	.00000E+00	.00000E+00
31	.00000E+00	.00000E+00	-.35729E+00	.00000E+00	.00000E+00
32	.00000E+00	.00000E+00	-.21895E+00	.00000E+00	.00000E+00
33	.00000E+00	.00000E+00	-.21895E+00	.00000E+00	.00000E+00

\*\* ESFORÇOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

\*\* EL \*\*

NO NX NY NXY MXX MYY MXY QY QX

\*\* 1 \*\*

1 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.51531E+02 .00000E+00 .48618E+04 .00000E+00-.34675E+03  
 13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.39641E+04-.49808E+04-.36356E+03 .39220E+03-.24618E+02  
 3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.16104E+04 .00000E+00 .27109E+03 .00000E+00-.65720E+02  
 7 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.20078E+04-.24904E+04 .22491E+04-.56854E+02 .67270E+02  
 8 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.27873E+04-.24904E+04-.46237E+02-.15859E+03-.45169E+02  
 2 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.83099E+03 .00000E+00 .25664E+04 .00000E+00-.39919E+03  
 26 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.18753E+04-.16603E+04 .15898E+04-.13933E+03-.11903E+03

\*\* 2 \*\*

1 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.51549E+02 .48618E+04-.34675E+03 .00000E+00  
 11 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.16104E+04 .27106E+03-.65723E+02 .00000E+00  
 13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.49808E+04-.39641E+04-.36353E+03-.24615E+02 .39220E+03  
 6 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.83098E+03 .25664E+04-.39919E+03 .00000E+00  
 12 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.24904E+04-.27873E+04-.46235E+02-.45169E+02-.15859E+03  
 7 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.24904E+04-.20078E+04 .22491E+04 .67270E+02-.56854E+02  
 27 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.16603E+04-.18754E+04 .15898E+04-.11903E+03-.13933E+03

\*\* 3 \*\*

11 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.20440E+04-.16104E+04-.96005E+03-.65723E+02-.73641E+03  
 23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.16105E+04-.20440E+04-.96004E+03 .73641E+03 .65725E+02  
 13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.39641E+04-.39641E+04 .14483E+03-.24615E+02 .24619E+02  
 17 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.18272E+04-.18272E+04-.96005E+03-.25248E+03 .25248E+03  
 18 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.27873E+04-.30040E+04-.40761E+03-.75259E+02 .45172E+02

12 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.30040E+04-.27873E+04-.40761E+03-.45169E+02 .75255E+02  
28 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.25395E+04-.25395E+04-.59175E+03-.23752E+03 .23752E+03

\*\* 4 \*\*

11 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.20533E+04-.17606E+04-.80213E+03 .00000E+00  
21 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.42421E+04 .00000E+00 .00000E+00  
23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.20533E+04 .00000E+00-.17606E+04 .00000E+00 .80213E+03  
16 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.10266E+04-.30014E+04-.22720E+03 .00000E+00  
22 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.10266E+04 .00000E+00-.30014E+04 .00000E+00 .22720E+03  
17 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.10266E+04-.10266E+04-.17606E+04-.39700E+02 .39700E+02  
29 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.68443E+03-.68443E+03-.25878E+04-.29497E+02 .29497E+02

\*\* 5 \*\*

3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.20533E+04 .00000E+00-.17606E+04 .00000E+00-.80214E+03  
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.20533E+04-.17606E+04 .80213E+03 .00000E+00  
5 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.42421E+04 .00000E+00 .00000E+00  
9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.10267E+04-.10266E+04-.17606E+04 .39698E+02-.39703E+02  
10 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.10266E+04-.30014E+04 .22721E+03 .00000E+00  
4 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.10267E+04 .00000E+00-.30014E+04 .00000E+00-.22720E+03  
30 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.68444E+03-.68443E+03-.25878E+04 .29500E+02-.29495E+02

\*\* 6 \*\*

3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.16104E+04-.20440E+04-.96004E+03-.73642E+03-.65720E+02  
13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.39641E+04-.39641E+04 .14482E+03 .24613E+02-.24618E+02  
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.20440E+04-.16104E+04-.96005E+03 .65725E+02 .73640E+03  
8 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.27873E+04-.30040E+04-.40761E+03 .75265E+02-.45169E+02  
14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.30040E+04-.27873E+04-.40761E+03 .45169E+02-.75256E+02  
9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.18272E+04-.18272E+04-.96004E+03 .25248E+03-.25248E+03  
31 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.25395E+04-.25395E+04-.59175E+03 .23753E+03-.23752E+03

\*\* 7 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.49808E+04-.39641E+04-.36355E+03 .24613E+02-.39221E+03  
25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.51546E+02 .48618E+04 .34676E+03 .00000E+00  
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.16104E+04 .27106E+03 .65725E+02 .00000E+00  
19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.24904E+04-.20078E+04 .22491E+04-.67273E+02 .56854E+02  
20 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.83099E+03 .25664E+04 .39919E+03 .00000E+00  
14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.24904E+04-.27873E+04-.46242E+02 .45169E+02 .15860E+03  
32 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.16603E+04-.18754E+04 .15898E+04 .11903E+03 .13933E+03

\*\* 8 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.39641E+04-.49808E+04-.36356E+03-.39221E+03 .24619E+02  
23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.16105E+04 .00000E+00 .27107E+03 .00000E+00 .65725E+02  
25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.51550E+02 .00000E+00 .48618E+04 .00000E+00 .34676E+03  
18 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.27873E+04-.24904E+04-.46243E+02 .15859E+03 .45172E+02  
24 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.83100E+03 .00000E+00 .25664E+04 .00000E+00 .39919E+03  
19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.20078E+04-.24904E+04 .22491E+04 .56855E+02-.67273E+02  
33 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.18754E+04-.16603E+04 .15898E+04 .13933E+03 .11903E+03





8	.00000E+00	.00000E+00	-.85540E-01	.24940E-03	.29085E-02
9	.00000E+00	.00000E+00	-.50684E-01	.19036E-02	.19036E-02
10	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.20924E-02	.00000E+00
11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.36629E-02	.00000E+00
12	.00000E+00	.00000E+00	-.85540E-01	-.29085E-02	-.24941E-03
13	.00000E+00	.00000E+00	-.13349E+00	-.10927E-08	.33712E-08
14	.00000E+00	.00000E+00	-.85540E-01	.29085E-02	.24941E-03
15	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.36629E-02	.00000E+00
16	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.20924E-02	.00000E+00
17	.00000E+00	.00000E+00	-.50684E-01	-.19036E-02	-.19036E-02
18	.00000E+00	.00000E+00	-.85540E-01	-.24941E-03	-.29085E-02
19	.00000E+00	.00000E+00	-.62708E-01	.18923E-02	-.18923E-02
20	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.25623E-02	.00000E+00
21	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
22	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.20924E-02
23	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.36629E-02
24	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.25623E-02
25	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
26	.00000E+00	.00000E+00	-.53117E-01	.00000E+00	.00000E+00
27	.00000E+00	.00000E+00	-.53117E-01	.00000E+00	.00000E+00
28	.00000E+00	.00000E+00	-.86224E-01	.00000E+00	.00000E+00
29	.00000E+00	.00000E+00	-.23225E-01	.00000E+00	.00000E+00
30	.00000E+00	.00000E+00	-.23225E-01	.00000E+00	.00000E+00
31	.00000E+00	.00000E+00	-.86224E-01	.00000E+00	.00000E+00
32	.00000E+00	.00000E+00	-.53117E-01	.00000E+00	.00000E+00
33	.00000E+00	.00000E+00	-.53117E-01	.00000E+00	.00000E+00

\*\* ESFORÇOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

\*\* EL \*\*

NO NX NY NXY MXX MYY MXY QY QX

\*\* 1 \*\*

1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.16378E+03	.00000E+00	.11796E+04	.00000E+00	.73420E+02
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.13285E+04	-.14278E+04	.11665E+03	-.89784E+01	-.18676E+03
3	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10759E+03	.00000E+00	-.21526E+02	.00000E+00	.86492E+02
7	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.58238E+03	-.71389E+03	.64814E+03	-.45640E+02	-.15518E+02
8	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.61048E+03	-.71389E+03	.47560E+02	-.30876E+02	-.50133E+02
2	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.13568E+03	.00000E+00	.57905E+03	.00000E+00	-.69064E+02
26	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.35239E+03	-.47593E+03	.42492E+03	-.33009E+02	-.56891E+02

\*\* 2 \*\*

1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.16378E+03	.11796E+04	.73420E+02	.00000E+00
11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10760E+03	-.21531E+02	.86493E+02	.00000E+00
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.14278E+04	-.13286E+04	.11665E+03	-.18676E+03	-.89805E+01
6	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.13569E+03	.57905E+03	-.69065E+02	.00000E+00
12	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.71390E+03	-.61048E+03	.47562E+02	-.50131E+02	-.30876E+02
7	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.71390E+03	-.58239E+03	.64814E+03	-.15518E+02	-.45640E+02
27	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.47593E+03	-.35239E+03	.42492E+03	-.56891E+02	-.33010E+02

\*\* 3 \*\*

11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.49234E+03	.10760E+03	-.41810E+03	.86493E+02	-.24975E+03
23	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10759E+03	-.49235E+03	-.41810E+03	.24975E+03	-.86493E+02

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.13285E+04-.13286E+04 .16627E+03-.18676E+03 .18676E+03  
 17 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.19237E+03-.19237E+03-.41810E+03-.91733E+02 .91733E+02  
 18 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.61048E+03-.91045E+03-.12591E+03-.23420E+02 .50132E+02  
 12 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.91045E+03-.61048E+03-.12592E+03-.50131E+02 .23419E+02  
 28 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.57110E+03-.57110E+03-.22331E+03-.90070E+02 .90069E+02

\*\* 4 \*\*

11 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.12586E+03-.54755E+03-.16326E+03 .00000E+00  
 21 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.78447E+03 .00000E+00 .00000E+00  
 23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.12586E+03 .00000E+00-.54755E+03 .00000E+00 .16326E+03  
 16 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.62928E+02-.66601E+03-.12216E+02 .00000E+00  
 22 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.62930E+02 .00000E+00-.66601E+03 .00000E+00 .12216E+02  
 17 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.62930E+02-.62928E+02-.54755E+03-.12216E+02 .12216E+02  
 29 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.41953E+02-.41952E+02-.62652E+03 .72817E+01-.72817E+01

\*\* 5 \*\*

3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.12586E+03 .00000E+00-.54755E+03 .00000E+00-.16326E+03  
 15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.12586E+03-.54754E+03 .16326E+03 .00000E+00  
 5 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.78448E+03 .00000E+00 .00000E+00  
 9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.62931E+02-.62928E+02-.54755E+03 .12215E+02-.12216E+02  
 10 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.62928E+02-.66601E+03 .12216E+02 .00000E+00  
 4 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.62931E+02 .00000E+00-.66601E+03 .00000E+00-.12216E+02  
 30 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.41954E+02-.41952E+02-.62652E+03-.72821E+01 .72818E+01

\*\* 6 \*\*

3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10759E+03-.49235E+03-.41810E+03-.24976E+03 .86492E+02  
 13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.13285E+04-.13286E+04 .16627E+03 .18676E+03-.18676E+03  
 15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.49234E+03 .10760E+03-.41810E+03-.86492E+02 .24975E+03  
 8 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.61048E+03-.91045E+03-.12591E+03 .23422E+02-.50133E+02  
 14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.91044E+03-.61048E+03-.12592E+03 .50132E+02-.23420E+02  
 9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.19238E+03-.19238E+03-.41810E+03 .91731E+02-.91732E+02  
 31 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.57110E+03-.57110E+03-.22331E+03 .90070E+02-.90070E+02

\*\* 7 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.14278E+04-.13286E+04 .11665E+03 .18676E+03 .89799E+01  
 25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .16378E+03 .11796E+04-.73417E+02 .00000E+00  
 15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10760E+03-.21533E+02-.86492E+02 .00000E+00  
 19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.71390E+03-.58239E+03 .64814E+03 .15519E+02 .45641E+02  
 20 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .13569E+03 .57905E+03 .69065E+02 .00000E+00  
 14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.71390E+03-.61048E+03 .47560E+02 .50132E+02 .30877E+02  
 32 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.47593E+03-.35239E+03 .42492E+03 .56891E+02 .33010E+02

\*\* 8 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.13285E+04-.14278E+04 .11665E+03 .89793E+01 .18676E+03  
 23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10759E+03 .00000E+00-.21530E+02 .00000E+00-.86493E+02  
 25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .16377E+03 .00000E+00 .11796E+04 .00000E+00-.73417E+02  
 18 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.61048E+03-.71390E+03 .47560E+02 .30875E+02 .50132E+02  
 24 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .13568E+03 .00000E+00 .57905E+03 .00000E+00 .69065E+02  
 19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.58239E+03-.71390E+03 .64814E+03 .45641E+02 .15519E+02  
 33 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.35239E+03-.47593E+03 .42492E+03 .33009E+02 .56891E+02







16	.00000E+00	.00000E+00	-.25773E+00	.16184E-03	.56875E-02
17	.00000E+00	.00000E+00	-.25444E+00	.97446E-04	.56154E-02
18	.00000E+00	.00000E+00	-.25320E+00	-.55162E-06	.55880E-02
19	.00000E+00	.00000E+00	-.25448E+00	-.10031E-03	.56143E-02
20	.00000E+00	.00000E+00	-.25789E+00	-.15907E-03	.56937E-02
21	.00000E+00	.00000E+00	-.40766E+00	.28614E-03	.61015E-02
22	.00000E+00	.00000E+00	-.40155E+00	.15426E-03	.59929E-02
23	.00000E+00	.00000E+00	-.39958E+00	.26927E-05	.59453E-02
24	.00000E+00	.00000E+00	-.40154E+00	-.15934E-03	.59794E-02
25	.00000E+00	.00000E+00	-.40784E+00	-.30215E-03	.60942E-02
26	.00000E+00	.00000E+00	-.16018E-01	.00000E+00	.00000E+00
27	.00000E+00	.00000E+00	-.60127E-01	.00000E+00	.00000E+00
28	.00000E+00	.00000E+00	-.20806E+00	.00000E+00	.00000E+00
29	.00000E+00	.00000E+00	-.30345E+00	.00000E+00	.00000E+00
30	.00000E+00	.00000E+00	-.16209E-01	.00000E+00	.00000E+00
31	.00000E+00	.00000E+00	-.59810E-01	.00000E+00	.00000E+00
32	.00000E+00	.00000E+00	-.20943E+00	.00000E+00	.00000E+00
33	.00000E+00	.00000E+00	-.30154E+00	.00000E+00	.00000E+00

\*\* ESFORÇOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

\*\* EL \*\*

NO	NX	NY	NXY	MXX	MYY	MXY	QY	QX
----	----	----	-----	-----	-----	-----	----	----

\*\* 1 \*\*

1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10019E+04	.00000E+00	-.49729E+01	.00000E+00	-.14110E+02
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.49815E+03	.98133E+01	-.44009E+01	.50470E+01	-.10976E+02
3	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.99241E+03	.00000E+00	-.66186E-01	.00000E+00	-.91951E+01
7	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.75004E+03	.49067E+01	-.46869E+01	-.96394E+00	-.90555E+01
8	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.74528E+03	.49067E+01	-.22335E+01	-.35377E+00	-.10086E+02
2	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.99717E+03	.00000E+00	-.25195E+01	.00000E+00	-.88909E+01
26	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.83083E+03	.32711E+01	-.31466E+01	-.11464E+01	-.86498E+01

\*\* 2 \*\*

1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10084E+04	-.45776E+01	-.59029E+01	-.19579E+01	-.12152E+02
11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.50792E+03	.35356E+00	-.19677E+02	.28862E+01	-.92122E+01
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.49066E+03	.21259E+02	-.63824E+01	-.12176E+01	-.47116E+01
6	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.75815E+03	-.21120E+01	-.12790E+02	-.69622E+00	-.10682E+02
12	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.49929E+03	.10806E+02	-.13030E+02	.83431E+00	-.10737E+02
7	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.74952E+03	.83409E+01	-.61427E+01	.15519E+00	-.10175E+02
27	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.66899E+03	.56784E+01	-.10654E+02	.16249E+00	-.11144E+02

\*\* 3 \*\*

11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.50195E+03	.35356E+00	-.28511E+02	.28862E+01	-.13124E+02
23	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.74162E+01	.54525E+02	-.33844E+01	.12796E+01	-.11628E+02
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.49864E+03	.21259E+02	-.10489E+01	-.12176E+01	-.75162E+01
17	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.24726E+03	.27439E+02	-.15948E+02	-.15768E+01	-.87157E+01
18	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.24561E+03	.37892E+02	-.22167E+01	.45968E+00	-.95719E+01
12	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.50029E+03	.10806E+02	-.14780E+02	.83431E+00	-.87364E+01
28	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.33105E+03	.25379E+02	-.10981E+02	-.45328E+00	-.84256E+01

\*\* 4 \*\*

11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.50031E+03	-.43143E+01	-.25357E+02	-.40118E+00	-.98361E+01
----	------------	------------	------------	------------	-------------	-------------	-------------	-------------

21 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .17239E+02 .40681E+02-.46040E+02 .14249E+02-.20252E+02  
23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.70943E+01 .53801E+02-.31833E+01-.55282E+01-.48196E+01  
16 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .25877E+03 .18183E+02-.35698E+02-.85982E+00-.15044E+02  
22 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .50725E+01 .47241E+02-.24612E+02 .43602E+01-.53819E+01  
17 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .24661E+03 .24743E+02-.14270E+02 .88602E+00-.11179E+02  
29 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .17015E+03 .30056E+02-.24860E+02 .10252E+01-.10168E+02

\*\* 5 \*\*

3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .99251E+03 .00000E+00-.52654E+00 .00000E+00-.89684E+01  
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .50154E+03 .54016E+01 .18484E+02-.31751E+00-.11434E+02  
5 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10107E+04 .00000E+00 .21743E+01 .00000E+00-.12566E+02  
9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .74702E+03 .27008E+01 .89789E+01-.21069E+00-.10149E+02  
10 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .75610E+03 .27008E+01 .10329E+02 .31261E+00-.12000E+02  
4 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10016E+04 .00000E+00 .82386E+00 .00000E+00-.93409E+01  
30 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .83491E+03 .18005E+01 .67107E+01 .80579E-01-.10332E+02

\*\* 6 \*\*

3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .99241E+03-.92072E+00-.19193E-01 .22676E+00-.91951E+01  
13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .49815E+03 .21999E+02 .22805E+01 .15092E+01-.10976E+02  
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .50190E+03 .56896E+00 .20721E+02 .10133E-01-.11762E+02  
8 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .74528E+03 .10539E+02 .11306E+01 .54121E+00-.10086E+02  
14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .50002E+03 .11284E+02 .11501E+02 .75968E+00-.85715E+01  
9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .74715E+03-.17588E+00 .10351E+02-.21316E+00-.10147E+02  
31 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .66415E+03 .72158E+01 .76607E+01 .28942E+00-.92537E+01

\*\* 7 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .48751E+03 .21999E+02-.12576E+01 .15092E+01-.97701E+01  
25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .74136E+01 .27884E+02 .49344E+02 .33413E+01-.18565E+02  
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .51179E+03 .56896E+00 .19381E+02 .10133E-01-.12667E+02  
19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .24746E+03 .24942E+02 .24043E+02-.28201E+01-.89219E+01  
20 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .25960E+03 .14227E+02 .34362E+02-.59833E+00-.15616E+02  
14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .49965E+03 .11284E+02 .90615E+01 .75968E+00-.85308E+01  
32 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .33557E+03 .16818E+02 .22489E+02-.17217E+01-.10141E+02

\*\* 8 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .49864E+03 .15702E+02-.36716E+01-.74466E+00-.75162E+01  
23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.74162E+01 .57214E+02-.17805E+01 .51814E+01-.11628E+02  
25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.22737E+01 .44399E+02 .45930E+02-.12639E+02-.25843E+01  
18 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .24561E+03 .36458E+02-.27261E+01 .44572E+00-.95719E+01  
24 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.48450E+01 .50806E+02 .22075E+02-.37288E+01-.65610E+01  
19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .24818E+03 .30051E+02 .21129E+02 .37282E+00-.12115E+02  
33 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .16298E+03 .39105E+02 .13493E+02-.38209E+00-.10140E+02



```

4 1 1 1 1 1
5 1 1 1 1 1

```

\*\* COEFFICIENT OF CORRECTION CC44 CC55 \*\*

```

CC44 = .8333000E+00   CC45 = .0000000E+00
CC54 = .0000000E+00   CC55 = .8333000E+00

```

\*\* CARREGAMENTO DISTRIBUIDO \*\*

```

Px= .0000000E+00
Py= .0000000E+00
Pz= -.1000000E+02

```

\*\* NUMBERT OF MATERIAL= 1

```

*****
**                                     **
** CC44,CC45,CC54,CC55 IS SIGNIFICANTLY **
**                                     **
** LESS FOR -> kij < 1 (RATIO Kij)    **
**                                     **
**                                     **
**      kij = .10000E+01               **
**                                     **
*****

```

\*\* DESLOCAMENTOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

NO	DESL.X	DESL.Y	DESL.Z	ROT. X	ROT. Y
1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
2	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
3	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
4	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
5	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
6	.00000E+00	.00000E+00	-.16049E+01	-.31482E-03	.11497E+00
7	.00000E+00	.00000E+00	-.16123E+01	-.16005E-03	.11543E+00
8	.00000E+00	.00000E+00	-.16155E+01	-.15272E-03	.11558E+00
9	.00000E+00	.00000E+00	-.16210E+01	-.23551E-03	.11573E+00
10	.00000E+00	.00000E+00	-.16249E+01	-.10529E-03	.11622E+00
11	.00000E+00	.00000E+00	-.53892E+01	-.12841E-03	.17567E+00
12	.00000E+00	.00000E+00	-.53946E+01	-.28687E-03	.17514E+00
13	.00000E+00	.00000E+00	-.54015E+01	-.21351E-03	.17493E+00
14	.00000E+00	.00000E+00	-.54059E+01	-.20528E-03	.17473E+00
15	.00000E+00	.00000E+00	-.54126E+01	-.35638E-03	.17420E+00
16	.00000E+00	.00000E+00	-.10099E+02	-.30074E-03	.19635E+00
17	.00000E+00	.00000E+00	-.10105E+02	-.18945E-03	.19676E+00
18	.00000E+00	.00000E+00	-.10111E+02	-.24326E-03	.19677E+00
19	.00000E+00	.00000E+00	-.10117E+02	-.26228E-03	.19681E+00

20	.00000E+00	.00000E+00	-.10121E+02	-.15289E-03	.19718E+00
21	.00000E+00	.00000E+00	-.15104E+02	-.29269E-03	.20061E+00
22	.00000E+00	.00000E+00	-.15109E+02	-.25392E-03	.20027E+00
23	.00000E+00	.00000E+00	-.15114E+02	-.39160E-03	.19971E+00
24	.00000E+00	.00000E+00	-.15120E+02	-.18076E-03	.19975E+00
25	.00000E+00	.00000E+00	-.15124E+02	-.38203E-03	.19894E+00
26	.00000E+00	.00000E+00	-.76515E+00	.00000E+00	.00000E+00
27	.00000E+00	.00000E+00	-.26975E+01	.00000E+00	.00000E+00
28	.00000E+00	.00000E+00	-.84813E+01	.00000E+00	.00000E+00
29	.00000E+00	.00000E+00	-.11760E+02	.00000E+00	.00000E+00
30	.00000E+00	.00000E+00	-.77049E+00	.00000E+00	.00000E+00
31	.00000E+00	.00000E+00	-.27095E+01	.00000E+00	.00000E+00
32	.00000E+00	.00000E+00	-.84912E+01	.00000E+00	.00000E+00
33	.00000E+00	.00000E+00	-.11773E+02	.00000E+00	.00000E+00

\*\* ESFORCOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

\*\* EL \*\*

NO	NX	NY	NXY	MXX	MYY	MXY	QY	QX
----	----	----	-----	-----	-----	-----	----	----

\*\* 1 \*\*

1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.47796E+05	.00000E+00	.35557E+02	.00000E+00	-.94851E+03
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10410E+05	-.48881E+01	.55041E+02	-.46917E+02	-.48889E+03
3	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.47901E+05	.00000E+00	.33113E+02	.00000E+00	-.10264E+04
7	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.29103E+05	-.24441E+01	.45299E+02	.10349E+02	-.75251E+03
8	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.29155E+05	-.24441E+01	.44077E+02	.13090E+02	-.75764E+03
2	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.47848E+05	.00000E+00	.34335E+02	.00000E+00	-.99035E+03
26	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.35369E+05	-.16294E+01	.41237E+02	.15630E+02	-.83758E+03

\*\* 2 \*\*

1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.47370E+05	-.11737E+03	.30706E+03	.99504E+02	-.10480E+04
11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.11187E+05	.91455E+02	-.18894E+03	.10099E+02	-.49957E+03
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10529E+05	-.63089E+02	.24597E+02	-.81018E+01	-.52770E+03
6	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.29279E+05	-.12955E+02	.59060E+02	-.23304E+02	-.77380E+03
12	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10858E+05	.14183E+02	-.82172E+02	.99876E+00	-.50492E+03
7	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.28950E+05	-.90227E+02	.16583E+03	-.90950E+01	-.73306E+03
27	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.23029E+05	-.29666E+02	.47572E+02	-.25234E+02	-.66354E+03

\*\* 3 \*\*

11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10284E+05	.91455E+02	-.16342E+03	.10099E+02	-.42030E+03
23	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.21698E+04	.21691E+02	.10014E+03	-.37470E+02	-.15603E+02
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10429E+05	-.63089E+02	-.11900E+02	-.81018E+01	-.51618E+03
17	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.40573E+04	.56573E+02	-.31637E+02	.14188E+02	-.24582E+03
18	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.41298E+04	-.20699E+02	.44121E+02	.46330E+01	-.26589E+03
12	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10357E+05	.14183E+02	-.87658E+02	.99876E+00	-.50971E+03
28	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.61813E+04	.16686E+02	-.25058E+02	.12750E+02	-.34818E+03

\*\* 4 \*\*

11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.96282E+04	-.90675E+02	.25571E+03	.13072E+03	-.54092E+03
21	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.13163E+04	-.42327E+02	-.53810E+02	.35584E+02	-.35665E+02

23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.18151E+04 .75297E+02-.10401E+03 .31847E+02-.84921E+02  
 16 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .41560E+04-.66501E+02 .10095E+03-.25238E+02-.28829E+03  
 22 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.15657E+04 .16485E+02-.78911E+02 .33716E+02 .10307E+02  
 17 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .39066E+04-.76887E+01 .75849E+02-.91065E+01-.22253E+03  
 29 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .21656E+04-.19235E+02 .32630E+02-.22296E+02-.14895E+03

\*\* 5 \*\*

3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .48118E+05 .00000E+00 .48803E+02 .00000E+00-.96034E+03  
 15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .96224E+04-.86811E+02 .21771E+03-.10095E+03-.47951E+03  
 5 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .48446E+05 .00000E+00 .53978E+01 .00000E+00-.96877E+03  
 9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .28870E+05-.43405E+02 .13326E+03-.29531E+01-.76744E+03  
 10 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .29034E+05-.43405E+02 .11156E+03 .16013E+02-.72414E+03  
 4 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .48282E+05 .00000E+00 .27101E+02 .00000E+00-.10012E+04  
 30 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .35395E+05-.28937E+02 .90638E+02 .17021E+02-.84027E+03

\*\* 6 \*\*

3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .47901E+05 .31381E+02 .14178E+03 .66042E+02-.10264E+04  
 13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10410E+05-.29302E+02-.51369E+01 .13518E+02-.48889E+03  
 15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10178E+05 .76924E+02-.14172E+03-.48517E+01-.57560E+03  
 8 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .29155E+05 .10396E+01 .68320E+02-.91080E+01-.75764E+03  
 14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10294E+05 .23811E+02-.73430E+02 .43334E+01-.48741E+03  
 9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .29039E+05 .54153E+02 .26839E-01-.23501E+02-.74690E+03  
 31 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .22829E+05 .26335E+02-.16944E+01-.20868E+02-.65299E+03

\*\* 7 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10596E+05-.29302E+02 .92538E+01 .13518E+02-.47014E+03  
 25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.29524E+04-.96740E+02 .26121E+03-.10731E+03 .20776E+02  
 15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .11198E+05 .76924E+02-.18382E+03-.48517E+01-.49866E+03  
 19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .38218E+04-.63021E+02 .13523E+03-.37054E+01-.26787E+03  
 20 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .41227E+04-.99080E+01 .38692E+02 .23146E+02-.23894E+03  
 14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10897E+05 .23811E+02-.87285E+02 .43334E+01-.49028E+03  
 32 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .62805E+04-.16373E+02 .28879E+02 .21526E+02-.33782E+03

\*\* 8 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10429E+05 .14272E+02 .70814E+02 .59555E+02-.51618E+03  
 23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.21698E+04-.13897E+03 .11091E+03 .89784E+01-.15603E+02  
 25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.21687E+04 .13578E+03-.24691E+03 .47173E+02-.13370E+03  
 18 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .41298E+04-.62346E+02 .90864E+02-.41213E-01-.26589E+03  
 24 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.21693E+04-.15950E+01-.67999E+02 .28076E+02 .28672E+02  
 19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .41304E+04 .75024E+02-.88048E+02-.30031E+02-.24154E+03  
 33 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .20303E+04 .36941E+01-.21728E+02-.13744E+02-.13884E+03





```

3 1 1 1 1 1
4 1 1 1 1 1
5 1 1 1 1 1

```

**\*\* COEFFICIENT OF CORRECTION CC44 CC55 \*\***

```

CC44 = .8333000E+00  CC45 = .0000000E+00
CC54 = .0000000E+00  CC55 = .8333000E+00

```

**\*\* LOADS POINTS ON THE NODAL \*\***

NO	DIR.X	DIR.Y	DIR.Z	ROT.X	ROT.Y
21	.00	.00	-.08	.00	.00
22	.00	.00	-.08	.00	.00
23	.00	.00	-.08	.00	.00
24	.00	.00	-.08	.00	.00
25	.00	.00	-.08	.00	.00

**\*\* NUMBERT OF MATERIAL= 1**

```

*****
**                                     **
** CC44,CC45,CC54,CC55 IS SIGNIFICANTLY **
**                                     **
** LESS FOR -> kij < 1 (RATIO Kij)      **
**                                     **
**                                     **
**      kij = .10000E+01                 **
**                                     **
*****

```

**\*\* DESLOCAMENTOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\***

NO	DESL.X	DESL.Y	DESL.Z	ROT. X	ROT. Y
1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
2	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
3	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
4	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
5	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
6	.00000E+00	.00000E+00	-.59748E+01	-.56848E-02	.28031E+02
7	.00000E+00	.00000E+00	-.59754E+01	-.56600E-02	.28031E+02
8	.00000E+00	.00000E+00	-.59759E+01	-.52698E-02	.28032E+02
9	.00000E+00	.00000E+00	-.59766E+01	-.50413E-02	.28033E+02
10	.00000E+00	.00000E+00	-.59771E+01	-.49329E-02	.28034E+02
11	.00000E+00	.00000E+00	-.21560E+02	-.24963E-01	.48054E+02
12	.00000E+00	.00000E+00	-.21562E+02	-.17724E-01	.48051E+02
13	.00000E+00	.00000E+00	-.21563E+02	-.12878E-01	.48057E+02
14	.00000E+00	.00000E+00	-.21564E+02	-.12347E-01	.48055E+02
15	.00000E+00	.00000E+00	-.21564E+02	-.10424E-01	.48050E+02
16	.00000E+00	.00000E+00	-.43554E+02	.90584E-02	.60056E+02

17	.00000E+00	.00000E+00	-.43554E+02	-.47101E-03	.60067E+02
18	.00000E+00	.00000E+00	-.43555E+02	-.17400E-01	.60065E+02
19	.00000E+00	.00000E+00	-.43556E+02	-.31550E-01	.60060E+02
20	.00000E+00	.00000E+00	-.43561E+02	-.37409E-01	.60070E+02
21	.00000E+00	.00000E+00	-.68770E+02	.16202E+00	.64105E+02
22	.00000E+00	.00000E+00	-.68747E+02	.92172E-01	.64075E+02
23	.00000E+00	.00000E+00	-.68744E+02	-.79747E-02	.64035E+02
24	.00000E+00	.00000E+00	-.68749E+02	-.10941E+00	.64059E+02
25	.00000E+00	.00000E+00	-.68774E+02	-.18027E+00	.64102E+02
26	.00000E+00	.00000E+00	-.27577E+01	.00000E+00	.00000E+00
27	.00000E+00	.00000E+00	-.10261E+02	.00000E+00	.00000E+00
28	.00000E+00	.00000E+00	-.35709E+02	.00000E+00	.00000E+00
29	.00000E+00	.00000E+00	-.51755E+02	.00000E+00	.00000E+00
30	.00000E+00	.00000E+00	-.27584E+01	.00000E+00	.00000E+00
31	.00000E+00	.00000E+00	-.10262E+02	.00000E+00	.00000E+00
32	.00000E+00	.00000E+00	-.35712E+02	.00000E+00	.00000E+00
33	.00000E+00	.00000E+00	-.51757E+02	.00000E+00	.00000E+00

\*\* ESFORÇOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

\*\* EL \*\*

NO	NX	NY	NX Y	MXX	MYY	MX Y	QY	QX
----	----	----	------	-----	-----	------	----	----

\*\* 1 \*\*

1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.16017E+01	.00000E+00	.12202E-03	.00000E+00	-.99580E+00
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.80111E+00	-.15607E-03	.41552E-03	-.26901E-02	.10002E+01
3	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.16018E+01	.00000E+00	.10251E-03	.00000E+00	-.10029E+01
7	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.12014E+01	-.78033E-04	.26877E-03	.15209E-02	-.99873E+00
8	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.12014E+01	-.78033E-04	.25902E-03	.41866E-03	-.10016E+01
2	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.16017E+01	.00000E+00	.11226E-03	.00000E+00	-.99942E+00
26	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.13348E+01	-.52022E-04	.21335E-03	.11609E-02	-.99999E+00

\*\* 2 \*\*

1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.16017E+01	.11985E-02	-.18190E-03	.24212E-02	-.99641E+00
11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.80096E+00	-.16870E-02	.67751E-04	.21040E-01	-.98353E+00
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.80068E+00	-.72986E-03	.13442E-02	-.11480E-01	-.99804E+00
6	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.12014E+01	-.24426E-03	-.12494E-03	-.56852E-02	-.98997E+00
12	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.80082E+00	-.12084E-02	.63821E-03	.47799E-02	-.10084E+01
7	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.12012E+01	.23430E-03	.58125E-03	.35906E-02	-.99925E+00
27	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10678E+01	-.40613E-03	.36484E-03	-.13776E-03	-.10014E+01

\*\* 3 \*\*

11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.80211E+00	-.16870E-02	.15212E-02	.21080E-01	-.98329E+00
23	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.24396E-02	.79801E-02	-.89559E-03	.20931E-01	-.99616E+00
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.80134E+00	-.72986E-03	.13406E-02	-.11520E-01	-.95508E+00
17	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.39983E+00	.31466E-02	-.12084E-02	-.45059E-02	-.98332E+00
18	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.39945E+00	.36251E-02	.22252E-03	.42120E-02	-.97559E+00
12	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.80172E+00	-.12084E-02	-.90282E-04	.47799E-02	-.97898E+00
28	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.53367E+00	.18544E-02	-.35872E-03	-.13941E-02	-.97969E+00

\*\* 4 \*\*

11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.79890E+00	-.13188E-01	.63294E-02	.29811E-01	-.98548E+00
21	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.36500E-02	.10941E-01	-.78859E-02	.64741E+00	-.12204E+01

23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.48418E-03 .23059E-01-.66916E-02-.29245E+00-.91778E+00  
16 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .40127E+00-.11235E-02-.77828E-03-.13280E+00-.11029E+01  
22 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .15828E-02 .17000E-01-.72888E-02 .17748E+00-.93472E+00  
17 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .39921E+00 .49353E-02-.18114E-03 .93242E-01-.10078E+01  
29 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .26735E+00 .69372E-02-.27494E-02 .18548E-01-.10065E+01

\*\* 5 \*\*

3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .16021E+01 .00000E+00 .12176E-03 .00000E+00-.99702E+00  
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .80039E+00-.43352E-04 .20340E-03-.12120E-02-.10107E+01  
5 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .16021E+01 .00000E+00 .11634E-03 .00000E+00-.10057E+01  
9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .12012E+01-.21676E-04 .16258E-03-.67136E-03-.10038E+01  
10 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .12013E+01-.21676E-04 .15987E-03 .12805E-02-.10082E+01  
4 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .16021E+01 .00000E+00 .11905E-03 .00000E+00-.10017E+01  
30 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .13349E+01-.14451E-04 .14717E-03 .38097E-03-.10046E+01

\*\* 6 \*\*

3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .16018E+01 .15401E-03 .74605E-03 .23649E-01-.10029E+01  
13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .80111E+00 .33003E-04 .19122E-03 .28164E-01-.10002E+01  
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .80077E+00-.52379E-03-.50117E-03 .16601E-01-.10152E+01  
8 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .12014E+01 .93505E-04 .46863E-03-.72169E-02-.10016E+01  
14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .80094E+00-.24539E-03-.15509E-03 .22402E-01-.10002E+01  
9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .12013E+01-.18489E-03 .12233E-03-.50214E-02-.10028E+01  
31 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10679E+01-.11226E-03 .14529E-03-.31042E-02-.10000E+01

\*\* 7 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .79920E+00 .33003E-04-.11913E-02 .28164E-01-.97915E+00  
25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .18634E-02 .25891E-02 .73410E-02 .99707E-01-.11394E+01  
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .80071E+00-.52379E-03-.14794E-02 .16601E-01-.99735E+00  
19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .40053E+00 .13110E-02 .30749E-02-.36367E-01-.10342E+01  
20 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .40129E+00 .10327E-02 .29307E-02-.13041E-01-.10684E+01  
14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .79996E+00-.24539E-03-.13354E-02 .22402E-01-.98141E+00  
32 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .53393E+00 .69943E-03 .15567E-02-.28234E-01-.10245E+01

\*\* 8 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .80134E+00-.11570E-01-.40137E-02-.68121E-01-.95508E+00  
23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.24396E-02 .23346E-01 .10545E-02 .24098E+00-.99616E+00  
25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .44298E-03 .11114E-01 .91162E-02-.62553E+00-.95809E+00  
18 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .39945E+00 .58878E-02-.14796E-02-.56656E-01-.97562E+00  
24 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.99840E-03 .17230E-01 .50853E-02-.19227E+00-.89475E+00  
19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .40089E+00-.22806E-03 .25513E-02 .11567E+00-.10722E+01  
33 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .26645E+00 .76299E-02 .20523E-02-.90133E-02-.98462E+00



```

4 1 1 1 1 1
5 1 1 1 1 1

```

\*\* COEFFICIENT OF CORRECTION CC44 CC55 \*\*

```

CC44 = .8333000E+00  CC45 = .0000000E+00
CC54 = .0000000E+00  CC55 = .8333000E+00

```

\*\* CARREGAMENTO DISTRIBUIDO \*\*

```

Px= .0000000E+00
Py= .0000000E+00
Pz= -.1000000E+01

```

\*\* NUMBERT OF MATERIAL= 1

```

*****
**                                     **
** CC44,CC45,CC54,CC55 IS SIGNIFICANTLY **
**                                     **
** LESS FOR -> kij < 1 (RATIO Kij)      **
**                                     **
**                                     **
**      kij = .10000E+01                **
**                                     **
*****

```

\*\* DESLOCAMENTOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

NO	DESL.X	DESL.Y	DESL.Z	ROT. X	ROT. Y
1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
2	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
3	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
4	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
5	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
6	.00000E+00	.00000E+00	-.44105E+01	-.23965E-01	.19735E+02
7	.00000E+00	.00000E+00	-.44133E+01	-.22037E-01	.19745E+02
8	.00000E+00	.00000E+00	-.44151E+01	-.20567E-01	.19754E+02
9	.00000E+00	.00000E+00	-.44177E+01	-.18614E-01	.19761E+02
10	.00000E+00	.00000E+00	-.44191E+01	-.16514E-01	.19773E+02
11	.00000E+00	.00000E+00	-.14764E+02	-.15773E-01	.29932E+02
12	.00000E+00	.00000E+00	-.14766E+02	-.18499E-01	.29915E+02
13	.00000E+00	.00000E+00	-.14768E+02	-.21061E-01	.29901E+02
14	.00000E+00	.00000E+00	-.14770E+02	-.23596E-01	.29886E+02
15	.00000E+00	.00000E+00	-.14772E+02	-.26632E-01	.29870E+02
16	.00000E+00	.00000E+00	-.27641E+02	-.23529E-01	.33620E+02
17	.00000E+00	.00000E+00	-.27644E+02	-.21672E-01	.33633E+02

18	.00000E+00	.00000E+00	-.27646E+02	-.20279E-01	.33638E+02
19	.00000E+00	.00000E+00	-.27648E+02	-.18708E-01	.33646E+02
20	.00000E+00	.00000E+00	-.27650E+02	-.16802E-01	.33656E+02
21	.00000E+00	.00000E+00	-.41333E+02	-.21728E-01	.34213E+02
22	.00000E+00	.00000E+00	-.41333E+02	-.25718E-01	.34200E+02
23	.00000E+00	.00000E+00	-.41335E+02	-.29924E-01	.34169E+02
24	.00000E+00	.00000E+00	-.41336E+02	-.32488E-01	.34159E+02
25	.00000E+00	.00000E+00	-.41337E+02	-.36321E-01	.34125E+02
26	.00000E+00	.00000E+00	-.20932E+01	.00000E+00	.00000E+00
27	.00000E+00	.00000E+00	-.73920E+01	.00000E+00	.00000E+00
28	.00000E+00	.00000E+00	-.23199E+02	.00000E+00	.00000E+00
29	.00000E+00	.00000E+00	-.32178E+02	.00000E+00	.00000E+00
30	.00000E+00	.00000E+00	-.20952E+01	.00000E+00	.00000E+00
31	.00000E+00	.00000E+00	-.73982E+01	.00000E+00	.00000E+00
32	.00000E+00	.00000E+00	-.23201E+02	.00000E+00	.00000E+00
33	.00000E+00	.00000E+00	-.32184E+02	.00000E+00	.00000E+00

\*\* ESFORÇOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

\*\* EL \*\*

NO	NX	NY	NX Y	MX X	MY Y	MX Y	QY	QX
----	----	----	------	------	------	------	----	----

\*\* 1 \*\*

1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.12270E+01	.00000E+00	.83861E-03	.00000E+00	-.15945E+01
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.26715E+00	-.58815E-03	.14685E-02	-.11808E+00	-.78290E+00
3	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.12279E+01	.00000E+00	.76509E-03	.00000E+00	-.16151E+01
7	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.74709E+00	-.29407E-03	.11536E-02	.13464E-01	-.12068E+01
8	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.74751E+00	-.29407E-03	.11168E-02	.11547E-01	-.11990E+01
2	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.12275E+01	.00000E+00	.80185E-03	.00000E+00	-.16053E+01
26	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.90735E+00	-.19605E-03	.10241E-02	.24236E-01	-.13391E+01

\*\* 2 \*\*

1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.12252E+01	-.12999E-02	.46786E-02	.15382E+00	-.16329E+01
11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.27140E+00	.56143E-03	-.24868E-02	.61040E-03	-.78748E+00
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.26862E+00	.49621E-03	-.16238E-02	-.15507E-02	-.81205E+00
6	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.74830E+00	-.36923E-03	.10958E-02	-.20521E-01	-.12102E+01
12	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.27001E+00	.52882E-03	-.20553E-02	-.47015E-03	-.80363E+00
7	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.74691E+00	-.40184E-03	.15274E-02	-.21477E-01	-.11981E+01
27	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.58841E+00	-.80749E-04	.18931E-03	-.35861E-01	-.10684E+01

\*\* 3 \*\*

11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.26516E+00	.56143E-03	-.18323E-02	.63789E-03	-.76331E+00
23	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.53661E-01	-.10861E-02	.29526E-02	-.15465E+00	.51880E-02
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.26708E+00	.49621E-03	-.13995E-02	-.15782E-02	-.82288E+00
17	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10575E+00	-.26233E-03	.56015E-03	.19608E-01	-.40319E+00
18	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.10671E+00	-.29494E-03	.77654E-03	.19198E-01	-.40883E+00
12	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.26612E+00	.52882E-03	-.16159E-02	-.47016E-03	-.80126E+00
28	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.15953E+00	-.94839E-05	.93067E-04	.34326E-01	-.54136E+00

\*\* 4 \*\*

11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.26184E+00	-.15625E-02	.50695E-02	.20678E+00	-.81484E+00
21	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.47799E-01	.77651E-03	-.54139E-03	.70288E-01	-.18286E-01

23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.50366E-01 .86261E-03-.38806E-02 .65943E-01-.49941E-01  
16 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10702E+00-.39299E-03 .22641E-02-.35202E-01-.41656E+00  
22 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.49083E-01 .81956E-03-.22110E-02 .68116E-01 .46455E-02  
17 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10574E+00-.34995E-03 .59447E-03-.34535E-01-.38967E+00  
29 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .54559E-01 .25539E-04 .21585E-03-.38833E-01-.25818E+00

\*\* 5 \*\*

3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .12293E+01 .00000E+00 .59780E-03 .00000E+00-.15812E+01  
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .26293E+00-.84022E-03 .26274E-02-.12213E+00-.80369E+00  
5 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .12305E+01 .00000E+00 .49278E-03 .00000E+00-.15807E+01  
9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .74613E+00-.42011E-03 .16126E-02 .87739E-02-.12099E+01  
10 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .74674E+00-.42011E-03 .15601E-02 .16351E-01-.11922E+01  
4 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .12299E+01 .00000E+00 .54529E-03 .00000E+00-.15829E+01  
30 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .90760E+00-.28007E-03 .12393E-02 .24719E-01-.13305E+01

\*\* 6 \*\*

3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .12279E+01-.13383E-02 .36472E-02 .13565E+00-.16151E+01  
13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .26715E+00 .45694E-03-.15358E-02 .80625E-02-.78293E+00  
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .26506E+00 .65724E-03-.18053E-02-.27624E-02-.83354E+00  
8 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .74751E+00-.44067E-03 .10557E-02-.22698E-01-.11990E+01  
14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .26610E+00 .55709E-03-.16706E-02 .26638E-02-.80058E+00  
9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .74647E+00-.34053E-03 .92087E-03-.23069E-01-.12019E+01  
31 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .58669E+00-.74702E-04 .10197E-03-.34832E-01-.10638E+01

\*\* 7 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .26963E+00 .45694E-03-.16628E-02 .80625E-02-.77551E+00  
25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.59503E-01-.13194E-02 .43553E-02-.16029E+00-.34161E-02  
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .27227E+00 .65724E-03-.24038E-02-.27624E-02-.80097E+00  
19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10506E+00-.43121E-03 .13462E-02 .12696E-01-.41165E+00  
20 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10639E+00-.33106E-03 .97570E-03 .22672E-01-.40219E+00  
14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .27095E+00 .55709E-03-.20334E-02 .26638E-02-.78771E+00  
32 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .16080E+00-.68393E-04 .96192E-04 .34010E-01-.53626E+00

\*\* 8 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .26708E+00-.12681E-02 .36564E-02 .19752E+00-.82288E+00  
23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.53661E-01 .38607E-03 .56983E-03 .65243E-01 .51880E-02  
25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.55465E-01 .89339E-03-.39979E-02 .80397E-01-.63571E-01  
18 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10671E+00-.44103E-03 .21131E-02-.33781E-01-.40884E+00  
24 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.54563E-01 .63973E-03-.17140E-02 .72820E-01 .17761E-01  
19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .10581E+00-.18737E-03-.17073E-03-.40533E-01-.39835E+00  
33 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .52650E-01 .37743E-05 .76123E-04-.38846E-01-.25298E+00







6	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
7	-.64145E-03	-.64145E-03	-.17184E-01	-.67837E-02	.67837E-02
8	-.46286E-09	-.11731E-02	-.24028E-01	-.45355E-08	.12386E-01
9	.64145E-03	-.64145E-03	-.17184E-01	.67837E-02	.67837E-02
10	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
12	-.11731E-02	.12508E-09	-.24028E-01	-.12386E-01	-.22463E-08
13	-.78983E-09	.63558E-09	-.43779E-01	-.75462E-08	-.10043E-07
14	.11731E-02	.26969E-09	-.24028E-01	.12386E-01	-.51667E-08
15	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
16	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
17	-.64145E-03	.64145E-03	-.17184E-01	-.67837E-02	-.67837E-02
18	-.49602E-09	.11731E-02	-.24028E-01	-.12544E-08	-.12386E-01
19	.64145E-03	.64145E-03	-.17184E-01	.67837E-02	-.67837E-02
20	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
21	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
22	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
23	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
24	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
25	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
26	.00000E+00	.00000E+00	-.12675E-01	.00000E+00	.00000E+00
27	.00000E+00	.00000E+00	-.12675E-01	.00000E+00	.00000E+00
28	.00000E+00	.00000E+00	-.12675E-01	.00000E+00	.00000E+00
29	.00000E+00	.00000E+00	-.12675E-01	.00000E+00	.00000E+00
30	.00000E+00	.00000E+00	-.12675E-01	.00000E+00	.00000E+00
31	.00000E+00	.00000E+00	-.12675E-01	.00000E+00	.00000E+00
32	.00000E+00	.00000E+00	-.12675E-01	.00000E+00	.00000E+00
33	.00000E+00	.00000E+00	-.12675E-01	.00000E+00	.00000E+00

\*\* ESFORÇOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

\*\* EL \*\*

NO	NX	NY	NXY	MXX	MYY	MXY	QY	QX
----	----	----	-----	-----	-----	-----	----	----

\*\* 1 \*\*

1	-.90691E+02	.11457E+03	.13224E+02	.11125E+03	.82311E+02	.96602E+02	.00000E+00	.60795E+03
13	.88514E+02	-.81629E+02	-.30957E+02	-.28484E+03	-.26093E+03	.79169E+02	.70306E+03	.18186E+03
3	-.86854E-04	.19256E-05	.17731E+02	.20253E+03	.14968E+03	.33057E-04	.00000E+00	-.33137E+03
7	-.10889E+01	.16471E+02	-.88666E+01	-.86791E+02	-.89311E+02	.87885E+02	.11541E+03	-.72030E+02
8	.44257E+02	-.40814E+02	-.66128E+01	-.41156E+02	-.55628E+02	.39584E+02	.80913E+02	-.74754E+02
2	-.45346E+02	.57286E+02	.15478E+02	.15689E+03	.11599E+03	.48301E+02	.00000E+00	-.35321E+03
26	-.72596E+00	.10981E+02	-.53697E-03	.96478E+01	-.96479E+01	.58590E+02	.16537E+03	-.27316E+03

\*\* 2 \*\*

1	.11457E+03	-.90693E+02	.13225E+02	.82311E+02	.11125E+03	.96602E+02	.60795E+03	.00000E+00
11	-.23095E-04	.33916E-04	.17731E+02	.14968E+03	.20252E+03	.10104E-05	.33137E+03	.00000E+00
13	-.81631E+02	.88511E+02	-.30955E+02	-.26093E+03	-.28484E+03	.79168E+02	.18186E+03	-.70306E+03
6	.57285E+02	-.45346E+02	.15478E+02	.11599E+03	.15689E+03	.48301E+02	.35322E+03	.00000E+00
12	-.40815E+02	.44256E+02	-.66121E+01	-.55627E+02	-.41156E+02	.39584E+02	-.74754E+02	.80913E+02
7	.16470E+02	-.10906E+01	-.88650E+01	-.89311E+02	-.86790E+02	.87885E+02	-.72030E+02	.11541E+03
27	.10980E+02	-.72710E+00	.29842E-03	-.96479E+01	.96479E+01	.58590E+02	-.27316E+03	.16537E+03

\*\* 3 \*\*

13	.81629E+02	-.88513E+02	-.30956E+02	-.26093E+03	-.28484E+03	-.79169E+02	.18186E+03	.70306E+03
----	------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	------------	------------

11 -.23095E-04-.33916E-04 .17731E+02 .14968E+03 .20252E+03 .10104E-05-.33137E+03 .00000E+00  
21 -.11457E+03 .90691E+02 .13225E+02 .82311E+02 .11125E+03-.96602E+02 .60795E+03 .00000E+00  
12 .40815E+02-.44256E+02-.66127E+01-.55628E+02-.41156E+02-.39584E+02-.74754E+02-.80913E+02  
16 -.57286E+02 .45346E+02 .15478E+02 .11599E+03 .15689E+03-.48301E+02-.35321E+03 .00000E+00  
17 -.16471E+02 .10892E+01-.88659E+01-.89311E+02-.86791E+02-.87885E+02-.72029E+02-.11541E+03  
28 -.10981E+02 .72613E+00-.29591E-03-.96479E+01 .96479E+01-.58590E+02-.27316E+03-.16537E+03

\*\* 4 \*\*

13 -.88514E+02 .81629E+02-.30957E+02-.28484E+03-.26093E+03-.79169E+02-.70306E+03-.18186E+03  
21 .90692E+02-.11457E+03 .13225E+02 .11126E+03 .82311E+02-.96602E+02 .00000E+00-.60795E+03  
23 .12264E-02 .11309E-02 .17732E+02 .20252E+03 .14968E+03 .12098E-03 .00000E+00 .33137E+03  
17 .10891E+01-.16471E+02-.88659E+01-.86791E+02-.89311E+02-.87885E+02 .11541E+03 .72030E+02  
22 .45346E+02-.57285E+02 .15479E+02 .15689E+03 .11599E+03-.48301E+02 .00000E+00 .35321E+03  
18 -.44256E+02 .40815E+02-.66126E+01-.41156E+02-.55627E+02-.39584E+02 .80913E+02 .74754E+02  
29 .72647E+00-.10980E+02 .48550E-04 .96479E+01-.96479E+01-.58590E+02 .16537E+03 .27316E+03

\*\* 5 \*\*

5 .90692E+02-.11457E+03 .13224E+02 .11126E+03 .82311E+02-.96602E+02 .00000E+00 .60795E+03  
3 -.86854E-04-.19256E-05 .17731E+02 .20253E+03 .14968E+03 .33057E-04 .00000E+00-.33137E+03  
13 -.88513E+02 .81629E+02-.30956E+02-.28484E+03-.26093E+03-.79169E+02 .70306E+03 .18186E+03  
4 .45346E+02-.57285E+02 .15478E+02 .15689E+03 .11599E+03-.48301E+02 .00000E+00-.35322E+03  
8 -.44257E+02 .40815E+02-.66124E+01-.41156E+02-.55628E+02-.39584E+02-.80914E+02-.74754E+02  
9 .10894E+01-.16471E+02-.88660E+01-.86791E+02-.89311E+02-.87885E+02-.11541E+03-.72030E+02  
30 .72627E+00-.10981E+02-.13840E-03 .96479E+01-.96479E+01-.58590E+02-.16537E+03-.27316E+03

\*\* 6 \*\*

5 -.11457E+03 .90692E+02 .13224E+02 .82311E+02 .11125E+03-.96602E+02-.60795E+03 .00000E+00  
13 .81630E+02-.88512E+02-.30955E+02-.26093E+03-.28484E+03-.79169E+02-.18186E+03-.70306E+03  
15 .48364E-03 .44818E-03 .17730E+02 .14968E+03 .20252E+03 .81684E-04 .33137E+03 .00000E+00  
9 -.16470E+02 .10901E+01-.88654E+01-.89311E+02-.86791E+02-.87885E+02 .72030E+02 .11541E+03  
14 .40815E+02-.44256E+02-.66124E+01-.55628E+02-.41156E+02-.39584E+02 .74754E+02 .80913E+02  
10 -.57285E+02 .45346E+02 .15477E+02 .11599E+03 .15689E+03-.48301E+02 .35322E+03 .00000E+00  
31 -.10980E+02 .72689E+00-.13821E-03-.96480E+01 .96478E+01-.58590E+02 .27316E+03 .16537E+03

\*\* 7 \*\*

13 -.81631E+02 .88511E+02-.30955E+02-.26093E+03-.28484E+03 .79169E+02-.18186E+03 .70306E+03  
25 .11457E+03-.90691E+02 .13225E+02 .82311E+02 .11125E+03 .96602E+02-.60796E+03 .00000E+00  
15 .48364E-03 .44818E-03 .17730E+02 .14968E+03 .20252E+03 .81684E-04 .33137E+03 .00000E+00  
19 .16471E+02-.10899E+01-.88650E+01-.89311E+02-.86791E+02 .87885E+02 .72029E+02-.11541E+03  
20 .57286E+02-.45345E+02 .15478E+02 .11599E+03 .15689E+03 .48301E+02 .35322E+03 .00000E+00  
14 -.40815E+02 .44256E+02-.66124E+01-.55628E+02-.41156E+02 .39584E+02 .74754E+02-.80913E+02  
32 .10981E+02-.72644E+00 .11468E-03-.96479E+01 .96479E+01 .58590E+02 .27316E+03-.16537E+03

\*\* 8 \*\*

13 .88511E+02-.81631E+02-.30955E+02-.28484E+03-.26093E+03 .79168E+02 .70306E+03-.18186E+03  
23 .12264E-02 .11309E-02 .17732E+02 .20252E+03 .14968E+03 .12098E-03 .00000E+00 .33137E+03  
25 -.90691E+02 .11457E+03 .13225E+02 .11126E+03 .82311E+02 .96602E+02 .00000E+00-.60796E+03  
18 .44256E+02-.40815E+02-.66117E+01-.41156E+02-.55627E+02 .39584E+02-.80912E+02 .74754E+02  
24 -.45345E+02 .57286E+02 .15479E+02 .15689E+03 .11599E+03 .48301E+02 .00000E+00 .35321E+03  
19 -.10899E+01 .16470E+02-.88650E+01-.86790E+02-.89311E+02 .87885E+02-.11541E+03 .72030E+02  
33 -.72620E+00 .10981E+02 .64783E-03 .96480E+01-.96478E+01 .58590E+02-.16537E+03 .27316E+03



\*\* ELEMENT GENERATION AUTOMATIC \*\*

ELEMENT		NODE NUMBERS						
No.	NO1	NO2	NO3	NO4	NO5	NO6	NO7	
1	1	13	3	7	8	2	26	
2	1	11	13	6	12	7	27	
3	11	23	13	17	18	12	28	
4	11	21	23	16	22	17	29	
5	3	15	5	9	10	4	30	
6	3	13	15	8	14	9	31	
7	13	25	15	19	20	14	32	
8	13	23	25	18	24	19	33	

\*\* COEFFICIENT OF CORRECTION CC44 CC55 \*\*

```

CC44 = .8333000E+00      CC45 = .0000000E+00
CC54 = .0000000E+00      CC55 = .8333000E+00
    
```

\*\* CARREGAMENTO DISTRIBUIDO \*\*

```

Px= .0000000E+00
Py= .0000000E+00
Pz= -.1000000E+02
    
```

```

** NUMBERT OF MATERIAL= 1
*****
**
** CC44,CC45,CC54,CC55 IS SIGNIFICANTLY **
**
** LESS FOR -> kij < 1 (RATIO Kij) **
**
**
** kij = .10000E+01 **
**
*****
    
```

\*\* DESLOCAMENTOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

NO ROT. Y	DESL.X	DESL.Y	DESL.Z	ROT. X
1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
2	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
3	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
4	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				

Capítulo 10  
Cálculo dos Esforços e deslocamentos do capítulo 5

5	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
6	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
7	.00000E+00	.00000E+00	-.54110E-01	-.20936E-02
.20936E-02				
8	.00000E+00	.00000E+00	-.73398E-01	.35125E-03
.35713E-02				
9	.00000E+00	.00000E+00	-.26789E-01	.19355E-02
.19355E-02				
10	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
12	.00000E+00	.00000E+00	-.73398E-01	-.35713E-02
-.35124E-03				
13	.00000E+00	.00000E+00	-.13164E+00	.16476E-07
-.33549E-08				
14	.00000E+00	.00000E+00	-.73398E-01	.35713E-02
.35123E-03				
15	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
16	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
17	.00000E+00	.00000E+00	-.26789E-01	-.19355E-02
-.19355E-02				
18	.00000E+00	.00000E+00	-.73398E-01	-.35122E-03
-.35713E-02				
19	.00000E+00	.00000E+00	-.54110E-01	.20936E-02
-.20936E-02				
20	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
21	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
22	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
23	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
24	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
25	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00
.00000E+00				
26	.00000E+00	.00000E+00	-.40472E-01	.00000E+00
.00000E+00				
27	.00000E+00	.00000E+00	-.40472E-01	.00000E+00
.00000E+00				
28	.00000E+00	.00000E+00	-.71098E-01	.00000E+00
.00000E+00				
29	.00000E+00	.00000E+00	-.64043E-02	.00000E+00
.00000E+00				
30	.00000E+00	.00000E+00	-.64043E-02	.00000E+00
.00000E+00				
31	.00000E+00	.00000E+00	-.71097E-01	.00000E+00
.00000E+00				
32	.00000E+00	.00000E+00	-.40472E-01	.00000E+00
.00000E+00				
33	.00000E+00	.00000E+00	-.40472E-01	.00000E+00
.00000E+00				

\*\* ESFORCOS DOS NOS DO COMPOSITO \*\*

\*\* EL \*\*

NO QY	NX QX	NY	NX	NY	MX	MY	MX	MY
** 1 **								
1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.13958E+04	.00000E+00	.69788E+03		
	.00000E+00	.45643E+03						
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.23809E+04	.16299E+04	.60962E+03		
	.47182E+03	.14770E+03						
3	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.23809E+04	.00000E+00	-.11708E+03		
	.00000E+00	-.35760E+03						
7	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.49255E+03	-.81496E+03	.65375E+03		
	.10049E+03	-.34335E+02						
8	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.55915E-03	-.81496E+03	.24627E+03		
	.17445E+02	-.10495E+03						
2	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.18883E+04	.00000E+00	.29040E+03		
	.00000E+00	-.40095E+03						
26	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.46525E+03	-.54331E+03	.39681E+03		
	.89334E+02	-.26750E+03						

** 2 **								
1	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.13958E+04	.69788E+03		
	.45643E+03	.00000E+00						
11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.23809E+04	-.11708E+03		
	.35760E+03	.00000E+00						
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.16299E+04	-.23809E+04	.60963E+03		
	.14770E+03	-.47182E+03						
6	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.18883E+04	.29040E+03		
	.40095E+03	.00000E+00						
12	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.81496E+03	-.27460E-02	.24627E+03		
	.10495E+03	-.17444E+02						
7	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.81496E+03	-.49255E+03	.65375E+03		
	.34335E+02	.10049E+03						
27	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.54331E+03	.46525E+03	.39681E+03		
	.26750E+03	.89334E+02						

** 3 **								
11	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.10562E+04	.23809E+04	-.66234E+03		
	.35760E+03	-.53533E+03						
23	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.23809E+04	-.10562E+04	-.66233E+03		
	.53533E+03	.35760E+03						
13	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.23809E+04	-.23809E+04	.23416E+03		
	.14770E+03	-.14770E+03						
17	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.66233E+03	.66233E+03	-.66233E+03		
	.82997E+02	.82997E+02						
18	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	.55915E-03	-.17185E+04	-.21409E+03		
	.21823E+02	.10495E+03						
12	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.17185E+04	-.27460E-02	-.21409E+03		
	.10495E+03	.21823E+02						
28	.00000E+00	.00000E+00	.00000E+00	-.35206E+03	-.35207E+03	-.36350E+03		
	.12939E+03	.12939E+03						

\*\* 4 \*\*



```

11 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .12903E+04-.64517E+03-
.89293E+03 .00000E+00
21 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00
.00000E+00 .00000E+00
23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .12903E+04 .00000E+00-.64517E+03
.00000E+00 .89293E+03
16 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .64517E+03-.32259E+03-
.13700E+03 .00000E+00
22 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .64517E+03 .00000E+00-.32259E+03
.00000E+00 .13700E+03
17 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .64517E+03 .64517E+03-.64517E+03
.50503E+02-.50504E+02
29 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .43012E+03 .43012E+03-.43012E+03
.60773E+02-.60773E+02

```

\*\* 5 \*\*

```

3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .12903E+04 .00000E+00-.64517E+03
.00000E+00-.89293E+03
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .12903E+04-.64517E+03
.89293E+03 .00000E+00
5 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00
.00000E+00 .00000E+00
9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .64517E+03 .64517E+03-.64517E+03-
.50502E+02 .50503E+02
10 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .64517E+03-.32259E+03
.13700E+03 .00000E+00
4 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .64517E+03 .00000E+00-.32259E+03
.00000E+00-.13700E+03
30 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .43011E+03 .43011E+03-.43011E+03-
.60772E+02 .60772E+02

```

\*\* 6 \*\*

```

3 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .23809E+04-.10562E+04-.66234E+03-
.53533E+03-.35760E+03
13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.23809E+04-.23808E+04 .23415E+03-
.14770E+03 .14770E+03
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.10562E+04 .23808E+04-.66233E+03
.35760E+03 .53533E+03
8 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.55915E-03-.17185E+04-.21409E+03
.21821E+02-.10495E+03
14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.17185E+04 .27460E-02-.21409E+03
.10495E+03-.21822E+02
9 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .66233E+03 .66233E+03-.66233E+03
.82998E+02-.82997E+02
31 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.35206E+03-.35206E+03-.36350E+03
.12939E+03-.12939E+03

```

\*\* 7 \*\*

```

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.16299E+04-.23808E+04 .60962E+03-
.14770E+03 .47182E+03
25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .13958E+04 .69788E+03-
.45643E+03 .00000E+00
15 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .23808E+04-.11708E+03
.35760E+03 .00000E+00
19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.81495E+03-.49254E+03 .65375E+03
.34336E+02-.10049E+03
20 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .18883E+04 .29040E+03
.40094E+03 .00000E+00
14 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.81495E+03 .27460E-02 .24627E+03
.10495E+03 .17444E+02

```

32 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.54330E+03 .46525E+03 .39681E+03  
.26749E+03-.89334E+02

\*\* 8 \*\*

13 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.23809E+04-.16299E+04 .60963E+03  
.47182E+03-.14770E+03

23 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .23809E+04 .00000E+00-.11708E+03  
.00000E+00 .35760E+03

25 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .13958E+04 .00000E+00 .69788E+03  
.00000E+00-.45643E+03

18 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .55915E-03-.81495E+03 .24628E+03  
.17443E+02 .10495E+03

24 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .18883E+04 .00000E+00 .29040E+03  
.00000E+00 .40094E+03

19 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00-.49255E+03-.81495E+03 .65375E+03-  
.10049E+03 .34336E+02

33 .00000E+00 .00000E+00 .00000E+00 .46525E+03-.54330E+03 .39681E+03-  
.89335E+02 .26749E+03