



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
SISTEMA DE BIBLIOTECAS DA UNICAMP  
REPOSITÓRIO DA PRODUÇÃO CIENTÍFICA E INTELLECTUAL DA UNICAMP**

**Versão do arquivo anexado / Version of attached file:**

Versão do Editor / Published Version

**Mais informações no site da editora / Further information on publisher's website:**

<https://ieeexplore.ieee.org/document/7483499>

**DOI: 10.1109/TLA.2016.7483499**

**Direitos autorais / Publisher's copyright statement:**

© by Institute of Electrical and Electronics Engineers. All rights reserved.

DIRETORIA DE TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Cidade Universitária Zeferino Vaz Barão Geraldo

CEP 13083-970 – Campinas SP

Fone: (19) 3521-6493

<http://www.repositorio.unicamp.br>

# Robot's Weight Distribution Influence on Angular Momentum Produced by a Standing Vertical Jump

A. N. Miyadaira and M. K. Madrid

**Abstract**— Vertical jump movement generators usually apply the ZMP (Zero Moment Point) and/or angular momentum equations as restrictions when planning the movements of the robot joints, which can cause undesired oscillations in the torso, compromise accuracy of the jump and/or complicate the search for online solutions. This paper presents a strategy to solve the problem related to angular momentum generated by the movement of the vertical jump, performed by a robot with 3 DoF (Degree of Freedom) and 4-links. Mentioned links correspond to the following parts of the human body: foot, leg, thigh and torso, and its weighted mass distribution and CoM (Center of Mass) position define an angular momentum profile within a specified range of speed values for the jump. In order for that to happen, simulations were performed using MATLAB, considering homogeneous and weighted distributions of total mass between the links of a robot and applying a third-degree polynomial function for the vertical acceleration curve of the CoM. The results suggest that based on the strategy proposed in this paper, it is possible to perform a vertical jump with dynamically stable movements and with angular moment near zero, and, at the same time, minimizing the problems presented in some prior methods.

**Keywords**— Angular Momentum, Weighted Distribution, Robot, Vertical Jump, ZMP.

## I. INTRODUÇÃO

O ESTUDO de robôs sobre pernas é um dos campos mais interessantes e importantes da robótica móvel devido à elevada mobilidade que este tipo de locomoção proporciona, pois são capazes de andar, correr e saltar, cujas habilidades permitem que se desloquem em terrenos irregulares, descontínuos e com obstáculos, onde a locomoção sobre rodas é limitada.

Nos dias atuais, existem diversos modelos de robôs humanoides capazes de caminhar, correr e/ou subir/descer escadas com estabilidade dinâmica [1,2,3,4,5]. No entanto, poucos robôs sobre pernas possuem a habilidade de saltar, visto que o planejamento do movimento de salto deve considerar a velocidade, direção e sentido da projeção do CoM do robô, a elevada aceleração das juntas, a estabilidade do movimento, os efeitos inerciais dos elos e o momento angular, o qual se conserva durante a fase aérea que, sendo diferente de zero, provoca um deslocamento angular do robô em relação ao seu CoM que pode comprometer sua aterrissagem, assim como, a elevada força de impacto provocada neste instante.

Um dos pioneiros a investigar a dinâmica do salto em estruturas robóticas foi o pesquisador Raibert (1981), o qual

demonstrou por meio de experimentos realizados em uma estrutura sobre uma perna telescópica, com a massa concentrada no quadril, que é possível executar saltos com estabilidade dinâmica a partir de um simples sistema de controle, distribuído em três partes independentes: velocidade de avanço, postura e altura do salto [6]. A partir de então, novas soluções foram propostas para o problema relacionado ao planejamento do movimento de salto. Hirano, Sueyoshi e Kawamura (2000) realizaram simulações dinâmicas de salto horizontal para frente, considerando as massas da perna e do pé e, aplicando um sistema de controle de impedância adaptativo, baseado no impulso [7]. Kajita, Nagasaki, Kaneko, Yokoi e Tanie (2004) desenvolveram um método offline de geração de padrão de movimento de salto horizontal para frente, denominado de RMC (*Resolved Momentum Control*), baseado em um perfil de momento linear e angular total desejado, o qual foi aplicado em experimentos de salto em uma estrutura bípede [8]. Tajima e Suga (2006) propuseram um método online para geração de movimento de salto e corrida em estruturas sobre pernas, considerando momento angular nulo, cuja viabilidade do método foi demonstrada em experimentos de salto de uma estrutura sobre uma perna articulada bastante leve, onde também constataram que a atuação dos dedos dos pés pode reduzir consideravelmente a velocidade angular das juntas [9]. Ugurlu e Kawamura (2007) realizaram simulações de salto em uma estrutura unípede, aplicando o método RMC e o momento angular nulo sobre o CoM. Neste trabalho, os pesquisadores constataram que flutuações indesejadas no tronco foram geradas devido à condição de manter o momento angular igual a zero, então, para solucionar o problema, em 2009, propuseram um método para geração de trajetórias de salto e corrida em tempo real, denominado de EZR (*Eulerian ZMP Resolution*), cujas equações de ZMP são expressas em coordenadas esféricas, de modo que o momento angular é naturalmente incluído por meio de equações de Euler [10,11]. Kato, Sekiguchi e Sampei (2011) propuseram um método de controle para movimento de salto vertical, semelhante ao de seres humanos, onde um momento angular negativo é gerado na primeira metade do movimento de salto e positivo na segunda, cujo valor aumenta progressivamente até o instante em que se inicia a fase aérea, forçando-o para um valor próximo de zero [12]. Janardhan e Kumar (2013) realizaram simulações de saltos horizontais em um robô bípede, a partir de várias posições iniciais, cujo movimento na fase de apoio atendia restrições aplicadas ao ZMP e momento angular nulo, contudo, não foi apresentada uma solução inversa, onde a posição inicial do robô fosse definida por meio de um deslocamento horizontal e vertical desejado [13].

A. N. Miyadaira, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Cascavel, Paraná, Brasil, alberto.noboru@gmail.com

M. K. Madrid, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, São Paulo, Brasil, madrid@dsce.fee.unicamp.br

A maioria dos métodos apresentados até o presente momento, aplicam as equações de momento angular e ZMP no planejamento das trajetórias das juntas e, conseqüentemente, do CoM do robô, cujo movimento de salto é gerado a partir da cinemática inversa, onde a posição, velocidade e aceleração das juntas são definidas para uma determinada velocidade de lançamento do CoM e, perfil de momento angular e ZMP. De modo a superar a falta de precisão, oscilações indesejadas no tronco e/ou dificuldades na geração do movimento de salto vertical, provocadas pelas restrições supracitadas, o presente trabalho propõe tratar o problema a partir de uma nova perspectiva, onde os perfis de momento angular e ZMP para um movimento de salto vertical, dentro de uma faixa de valores de velocidade de lançamento, são definidos de acordo com a distribuição e posicionamento do CoM de cada elo de um robô de 3 DoF (Graus de Liberdade).

## II. CONSTANTES, VARIÁVEIS E ABREVIACÕES

A Tabela I lista as constantes, variáveis e abreviações presentes neste artigo.

TABELA I. CONSTANTES, VARIÁVEIS E ABREVIACÕES.

NOME	DESCRIÇÃO	VALORES
CoG	Centro de Gravidade.	m
CoM	Centro de Massa.	m
DoF	Graus de Liberdade.	-
EZR	<i>Eulerian ZMP Resolution.</i>	-
GRF	Força de Reação do Solo.	N
RMC	<i>Resolved Momentum Control.</i>	-
ZMP	Ponto de Momento Nulo.	m
i	Número da junta ou elo.	-
p	Partícula.	-
to	Instante do lançamento.	-
g	Aceleração da gravidade.	9,81 m/s <sup>2</sup>
F <sub>GRFx</sub>	GRF em relação ao eixo x.	N
I	Momento de Inércia.	Kg.m <sup>2</sup>
L	Momento Angular.	Kg.m <sup>2</sup> /s
m	Massa.	Kg
P	Peso do corpo.	N
r	Distância do CoM de uma partícula/elo em relação a um determinado eixo de rotação.	m
v	Velocidade linear.	m/s
w	Velocidade angular.	rad/s
$\ddot{x}$ , $\ddot{y}$ e $\ddot{z}$	Aceleração linear.	m/s <sup>2</sup>
$\alpha$	Aceleração angular.	rad/s <sup>2</sup>

## III. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Em linhas gerais, o salto envolve a aplicação de uma força contrária ao solo, o qual reage com uma força no sentido oposto, suficiente para impulsionar o corpo para fora da superfície de contato, cujo ângulo e velocidade de lançamento determinam a duração, distância e a máxima altura atingida ao longo de uma trajetória parabólica [14]. A ilustração da Fig. 1 identifica as forças aplicadas num corpo em movimento de salto, as quais podem ser descritas pela Eq. 1 [15].

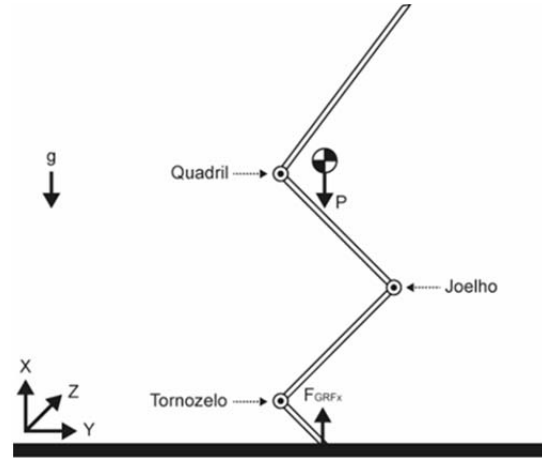


Figura 1. Forças atuando sobre um corpo.

$$F_{GRFx} = m \cdot \ddot{x} + P = m(\ddot{x} + g) \quad (1)$$

Existem basicamente três tipos de salto executados por seres humanos, cujas descrições encontram-se a seguir:

- Salto semi-agachado (*squat jump*): O saltador parte da posição estática e semi-agachado, com os joelhos flexionados em 90°, os quais são rapidamente e fortemente estendidos até o momento em que o corpo é lançado para fora do solo [16,17].
- Salto com contra movimento (*countermovement jump*): O saltador parte da posição estática e em pé, seguido de um movimento descendente preliminar, decorrente da flexão do tornozelo, joelho e quadril, que rapidamente e fortemente, são estendidos até o momento em que o corpo perde contato com o solo. Este movimento de salto se beneficia do ciclo duplo de trabalho muscular, alongamento-encurtamento, os quais estão “pré-alongados” antes de se contraírem, resultando em uma melhora na produção de força e trabalho dos músculos [16,17].
- Salto em profundidade (*drop jump*): O saltador inicia o movimento de salto na posição estática e em pé sobre um objeto, seguido de uma queda livre com o tornozelo, joelho e quadril estendidos. Quando o corpo toca o solo, os músculos extensores do joelho são alongados, acumulando energia elástica, que é liberada assim que o CoM atinge o nível mais baixo, onde o movimento ascendente é iniciado pela extensão rápida e forte do tornozelo, joelho e quadril até o momento em que o corpo perde contato com o solo [17].

### A. Momento de Inércia

O momento de inércia ( $I$ ) é uma medida que expressa a dificuldade de alterar o movimento angular de um corpo rígido em relação a um determinado eixo de rotação. A Eq. 2 representa o momento de inércia de um corpo na forma de um sistema de partículas, girando em torno de um mesmo eixo de rotação [18].

$$I = \sum_{i=1}^n m_{pi} \cdot r_{pi}^2 \quad (2)$$

Para um corpo com múltiplos segmentos, o momento de inércia ao redor de um determinado eixo de rotação que passa pelo seu CoM ( $I_{ms}$ ), pode ser calculado a partir da Eq. 3 [15].

$$I_{ms} = \sum_{i=1}^n (I'_i + m_i \cdot r_i^2) \quad (3)$$

Este conceito é importante no estudo do movimento de salto, pois um corpo com múltiplos segmentos é capaz de alterar o momento de inércia, em relação a um determinado eixo de rotação, a partir da movimentação de seus segmentos cuja posição modifica a distribuição da massa.

### B. Momento Angular

O momento angular ( $L$ ) é uma medida que expressa a quantidade de movimento de rotação de um corpo, em relação a um determinado eixo de rotação. A Eq. 4 representa o momento angular de um corpo na forma de um sistema de partículas, girando em torno de um mesmo eixo de rotação [18].

$$L = \left( \sum_{i=1}^n m_{pi} \cdot r_{pi}^2 \right) \cdot \omega \quad (4)$$

Para um corpo com múltiplos segmentos, o momento angular ao redor de um determinado eixo de rotação que passa pelo seu CoM ( $L_{ms}$ ), pode ser calculado a partir da Eq. 5 [15].

$$L_{ms} = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i \cdot v_i + \sum_{i=1}^n I'_i \cdot \omega_i \quad (5)$$

Este conceito é importante no estudo do movimento de salto, uma vez que o momento angular de um corpo ao redor do seu CoM é constante ao longo da fase aérea e, portanto, deve ser controlado durante a fase de impulsão, pois, sendo diferente de zero, o corpo rotaciona com uma determinada velocidade angular que, desprezando a resistência do ar, é constante caso o momento de inércia não seja alterado e, variável, caso os segmentos assumam novas posições na fase aérea.

Existem diversas modalidades esportivas onde o momento angular diferente de zero é desejado, como por exemplo o salto ornamental, patinação no gelo, ginástica artística, entre outras. O presente trabalho simula saltos verticais do tipo semi-agachado, com momento angular próximo de zero, uma

vez que a rotação do robô em relação ao seu CoM não é desejada na fase aérea.

### C. Ponto de Momento Nulo (ZMP)

Robôs bípede e unípedes geralmente apresentam instabilidade em seus movimentos devido à alteração constante da projeção de seu CoG (Centro de Gravidade). Neste tipo de estrutura, a estabilidade dinâmica pode ser alcançada por meio do conceito de ZMP, criado por Vukobratović, o qual corresponde a um ponto localizado na superfície onde a soma de todas as forças de rotação se anula [19]. O ZMP pode ser calculado analiticamente a partir das Eq. 6 e 7.

$$Y_{ZMP} = \frac{\sum_{i=0}^n m_i (\ddot{x}_i + g)y_i - \sum_{i=0}^n m_i \ddot{y}_i x_i - \sum_{i=0}^n I_{iz} \alpha_{iz}}{\sum_{i=0}^n m_i (\ddot{x}_i + g)} \quad (6)$$

$$Z_{ZMP} = \frac{\sum_{i=0}^n m_i (\ddot{x}_i + g)z_i - \sum_{i=0}^n m_i \ddot{z}_i x_i - \sum_{i=0}^n I_{iy} \alpha_{iy}}{\sum_{i=0}^n m_i (\ddot{x}_i + g)} \quad (7)$$

Quando o valor do ZMP está dentro da região formada pela base de apoio, o movimento é dito dinamicamente estável e, coincide com o CoP (Centro de Pressão) do robô, cuja qualidade da estabilidade é proporcional à distância do ZMP em relação às extremidades do polígono de suporte. Por outro lado, se o ZMP estiver fora do polígono de suporte, o movimento é dito instável e robô tende a tombar [20]. A Fig. 2 ilustra a região estável de uma perna robótica apoiada sobre a superfície.

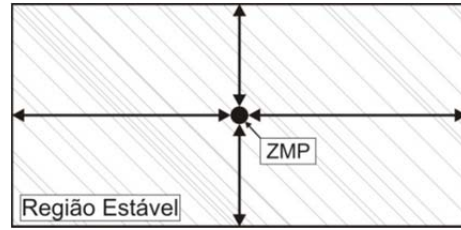


Figura 2. Região estável.

## IV. MODELO DO ROBÔ

Conforme mencionado, o modelo de robô adotado neste trabalho é composto por quatro elos, os quais correspondem ao pé, perna, coxa e tronco de um corpo humano, cujos parâmetros estão identificados na ilustração da Fig. 3.

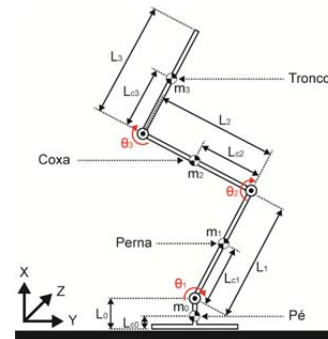


Figura 3. Modelo do robô.

## V. EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

O ciclo de salto pode ser dividido em três fases: impulsão, aérea e aterrissagem, onde apenas a fase de impulsão e aérea serão exploradas neste trabalho, uma vez que se trata apenas da análise do movimento de salto.

### D. Fase Aérea

A fase aérea corresponde ao instante em que o robô perde contato com a superfície, onde apenas a aceleração gravitacional se opõe ao movimento ascendente do CoM, reduzindo sua velocidade até alcançar a altura máxima, em seguida, o sentido da velocidade é invertido e o movimento do CoM torna-se descendente. A Eq. 8 permite calcular a componente vertical da velocidade de lançamento do robô ( $v_{x_{to}}$ ), a partir do deslocamento vertical do CoM desejado na fase aérea, onde  $x_{to}$  e  $x_{max}$  correspondem a altura do CoM do robô no instante do lançamento e a máxima altura alcançada na fase aérea, respectivamente.

$$v_{x_{to}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot (x_{max} - x_{to})} \quad (8)$$

### E. Fase de Impulsão

A fase de impulsão corresponde ao instante em que o robô está em contato com a superfície e exerce uma aceleração positiva ao próprio corpo, cuja velocidade e ângulo de lançamento determinam a trajetória do CoM na fase aérea.

O método proposto para o planejamento do movimento do CoM do robô, para um salto vertical do tipo semi-agachado, é inspirado em dados biomecânicos [16], cuja forma aproximada da curva de aceleração pode ser representada por um polinômio de terceiro grau, conforme Eq. 9.

$$\ddot{x} = f_1(t) = a_1 \cdot t^3 + b_1 \cdot t^2 + c_1 \cdot t + d_1 \quad (9)$$

Onde as componentes podem ser obtidas a partir do sistema representado em Eq. 10.

$$\begin{cases} f_1(t_0) = 0 = d_1 \\ f_1(t_{to}) = -g \\ f_1'(t_0) = \tan 0 \\ \int f_1(t_{to}) dt = v_{x_{to}} \\ \int \int f_1(t_{to}) dt = x_{to} - x_i \end{cases} \quad (10)$$

Onde  $x_i$  indica a altura inicial do CoM do robô, cujo valor é obtido por meio da atribuição de  $-\pi/2$  e  $\pi/2$  aos ângulos  $\theta_2$  e  $\theta_3$ , respectivamente, enquanto que  $\theta_1$  é definido quando o CoM do robô se alinha com o eixo vertical do sistema de coordenadas do tornozelo.  $x_{to}$  corresponde a 98,59% da altura máxima alcançada pelo CoM do robô, a qual é obtida a partir da atribuição de 0 aos ângulos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$ . A Fig. 4 ilustra as curvas de aceleração do CoM e GRF (Força de Reação do Solo), enquanto que a Fig. 5 ilustra as curvas de velocidade e posição do CoM de um robô para um salto vertical, com massa total igual a 0,4Kg e, velocidade ( $v_{x_{to}}$ ) e ângulo de lançamento ( $\theta_{to}$ ) iguais a 0,5m/s e  $\pi/2$ , respectivamente.

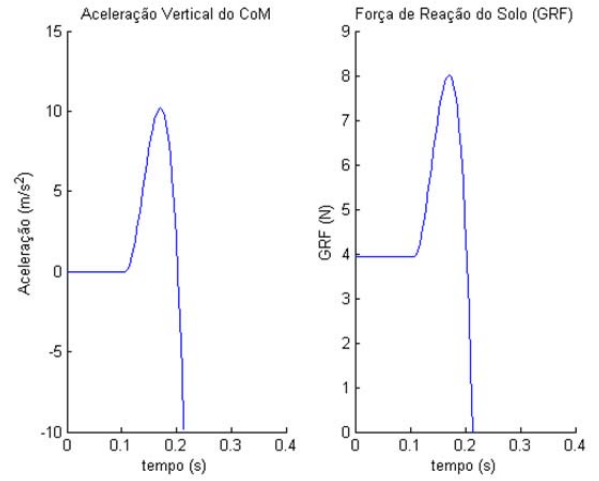


Figura 4. Curvas de aceleração do CoM do robô e GRF.

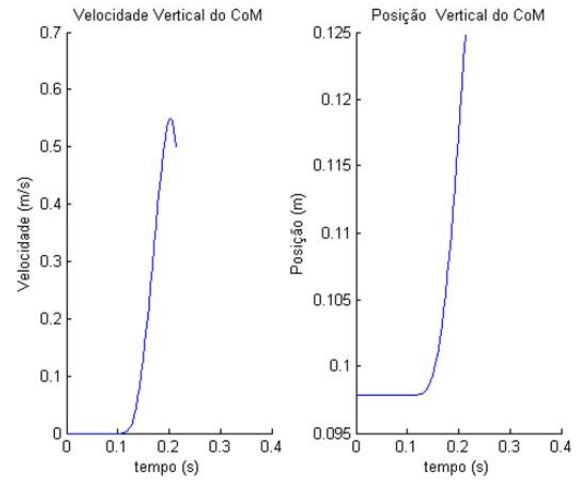


Figura 5. Curvas de velocidade e posição do CoM do robô.

## VI. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Em todas as simulações, o robô realiza um salto vertical do tipo semi-agachado, onde o coeficiente de atrito  $\mu$  é igual a 1 e, portanto, considera-se que não há deslizamento do pé em relação à superfície de contato.

### F. Distribuição Homogênea da Massa Total entre os Elos

A Tabela II lista os parâmetros inerciais do robô, onde a massa total (mT) de 0,4Kg está distribuída de forma homogênea entre os elos, cujo CoM está posicionado na metade do comprimento de cada elo.

TABELA II. PARÂMETROS INERCIAIS DO ROBÔ.

Elo	$L_i$ (m)	$L_{ci}$ (m)	$m_i$ (Kg)	$I_i$ (Kg.m <sup>2</sup> )
Pé	0,016	50% $L_0$	0,1	$5,118 \cdot 10^{-5}$
Perna	0,100	50% $L_1$	0,1	$8,859 \cdot 10^{-5}$
Coxa	0,100	50% $L_2$	0,1	$8,859 \cdot 10^{-5}$
Tronco	0,100	50% $L_3$	0,1	$8,859 \cdot 10^{-5}$

As trajetórias das juntas e os momentos angulares gerados pelos elos, para um salto vertical com velocidade de lançamento

( $v_{to}$ ) igual a 0,5m/s, estão ilustrados nas Fig. 6 e 7, respectivamente.

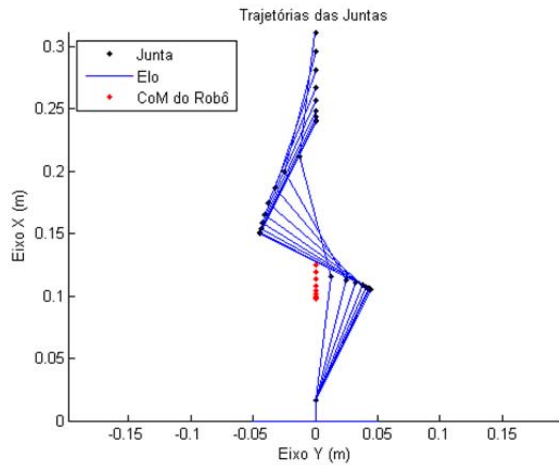


Figura 6. Trajetórias das juntas.

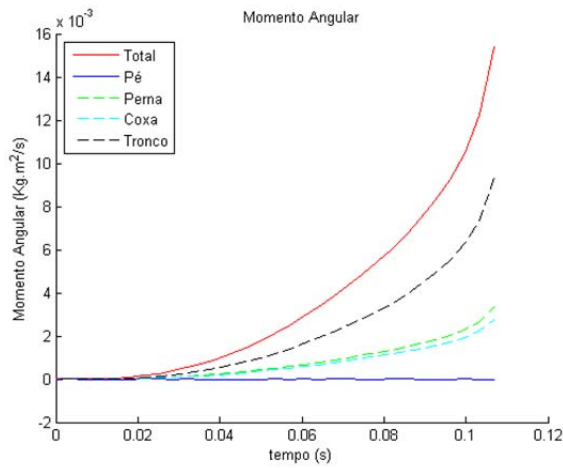


Figura 7. Momento Angular.

De acordo com a Fig. 7, o movimento de salto vertical realizado por um robô sobre uma perna articulada, com distribuição homogênea de sua massa entre os elos, conforme a Tabela II, gera um momento angular total de  $1,542 \times 10^{-2}$  Kg.m<sup>2</sup>/s, em relação ao seu CoM, cujo valor é composto pela perna, coxa e tronco, os quais contribuem com 21,54%, 17,94% e 60,52% do momento angular total medido no final do movimento de salto, enquanto que o pé não contribui, uma vez que as trajetórias do CoM do pé e do robô estão alinhadas e o pé permanece estático durante a fase de impulsão.

As Fig. 8 e 9 ilustram o momento angular total em função do tempo e da componente vertical da GRF, respectivamente, onde a massa do pé, seguida da perna e coxa são desprezadas e, a massa do robô redistribuída de forma homogênea entre os demais elos. A partir da análise dos gráficos, nota-se que ao retirar a massa do pé e redistribuí-la entre os demais elos, o momento angular aumentou em  $5 \times 10^{-5}$  Kg.m<sup>2</sup>/s, enquanto que o pico da componente vertical da GRF reduziu em 0,749N, passando de 8,005N para 7,256N. Em contrapartida, quando a massa da perna foi desprezada e, a massa total redistribuída

entre a coxa e o tronco, uma redução do momento angular foi visivelmente observada, cujo valor reduziu de  $1,542 \times 10^{-2}$  Kg.m<sup>2</sup>/s para  $2,991 \times 10^{-3}$  Kg.m<sup>2</sup>/s, assim como o pico da GRFx, o qual reduziu em 1,285N. Finalmente, para a massa total concentrada no tronco, o pico da GRFx reduziu em 1,611N e o momento angular medido foi de  $3,439 \times 10^{-4}$  Kg.m<sup>2</sup>/s, pois as posições do CoM do robô e do tronco estão localizadas em um ponto comum e, portanto, é composto apenas pelo momento angular local.

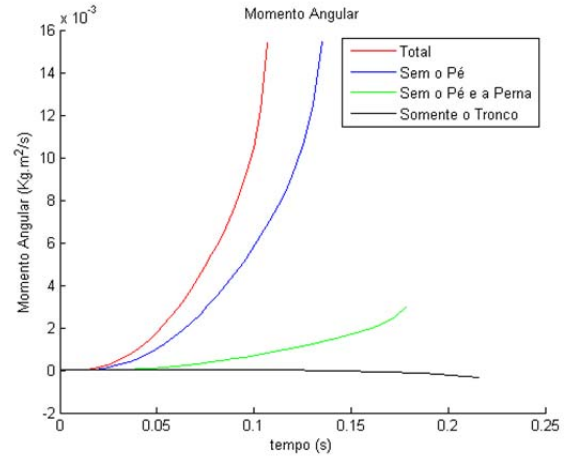


Figura 8. Momento Angular.

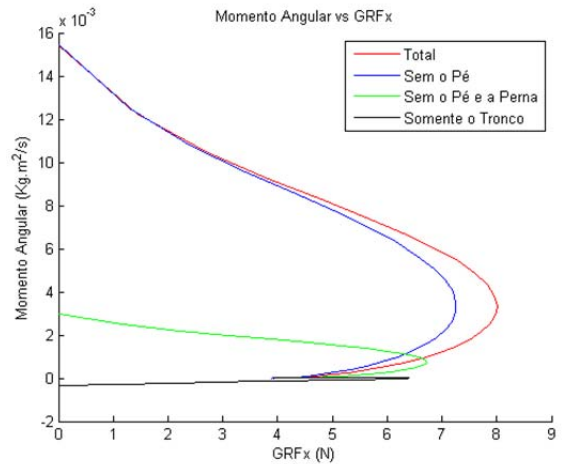


Figura 9. Momento Angular vs GRFx.

### G. Distribuição Ponderada da Massa Total entre os Elos

A Tabela III lista os parâmetros inerciais do robô, onde a massa total (mT) de 0,4Kg está distribuída de forma ponderada entre os elos, cujo CoM está posicionado na metade do comprimento de cada elo.

TABELA III. PARÂMETROS INERCIAIS DO ROBÔ.

Elo	$L_i$ (m)	$L_{ci}$ (m)	$m_i$ (Kg)	$I_i$ (Kg.m <sup>2</sup> )
Pé	0,016	50% $L_0$	0,008	$4,093 \times 10^{-6}$
Perna	0,100	50% $L_1$	0,024	$2,126 \times 10^{-5}$
Coxa	0,100	50% $L_2$	0,056	$4,960 \times 10^{-5}$
Tronco	0,100	50% $L_3$	0,312	$2,764 \times 10^{-4}$

As trajetórias das juntas e os momentos angulares gerados pelos elos, para um salto vertical com velocidade de lançamento ( $v_{t0}$ ) igual a 0,5m/s, estão ilustrados nas Fig. 10 e 11, respectivamente.

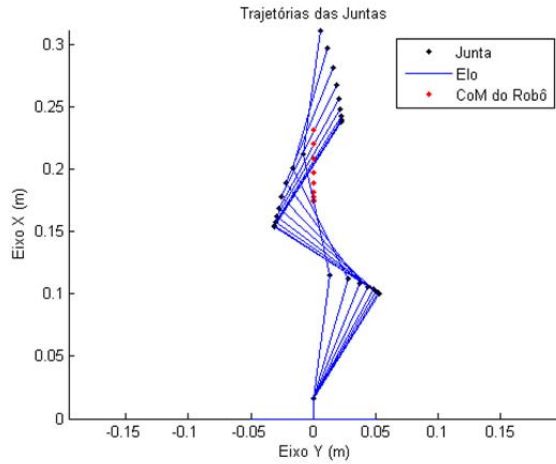


Figura 10. Trajetórias das juntas.

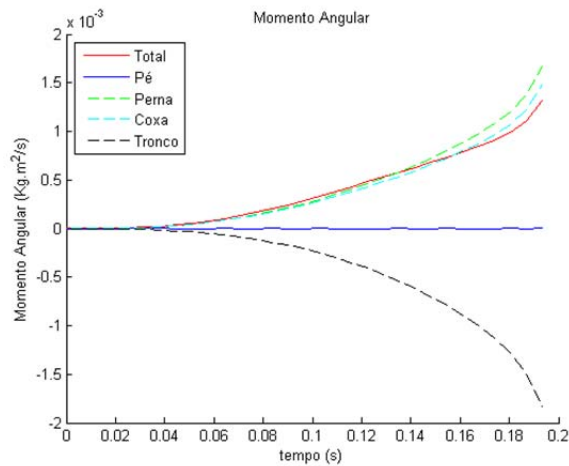


Figura 11. Momento Angular.

De acordo com as Fig. 10 e 11, o movimento de salto vertical realizado por um robô sobre uma perna articulada, com distribuição ponderada de sua massa entre os elos, conforme a Tabela III, gera um momento angular de  $1,312 \times 10^{-3} \text{ Kg.m}^2/\text{s}$ , em relação ao seu CoM, onde apenas o pé não gera momento angular, uma vez que as trajetórias do CoM do pé e do robô estão alinhadas e o pé permanece estático durante a fase de impulsão. Além disso, nota-se que o momento angular gerado pelo tronco foi de  $-1,829 \times 10^{-3} \text{ Kg.m}^2/\text{s}$ , sendo oposto aos da perna e coxa que foram de  $1,666 \times 10^{-3} \text{ Kg.m}^2/\text{s}$  e  $1,475 \times 10^{-3} \text{ Kg.m}^2/\text{s}$ , respectivamente.

A Fig. 12 ilustra as componentes do momento angular gerado por cada elo, onde o momento angular total de cada elo (Total) é composto pela soma do momento angular em relação ao seu próprio CoM (Local) e ao CoM do robô, o qual é gerado pela componente vertical (Remoto-V) e horizontal (Remoto-H) do momento linear.

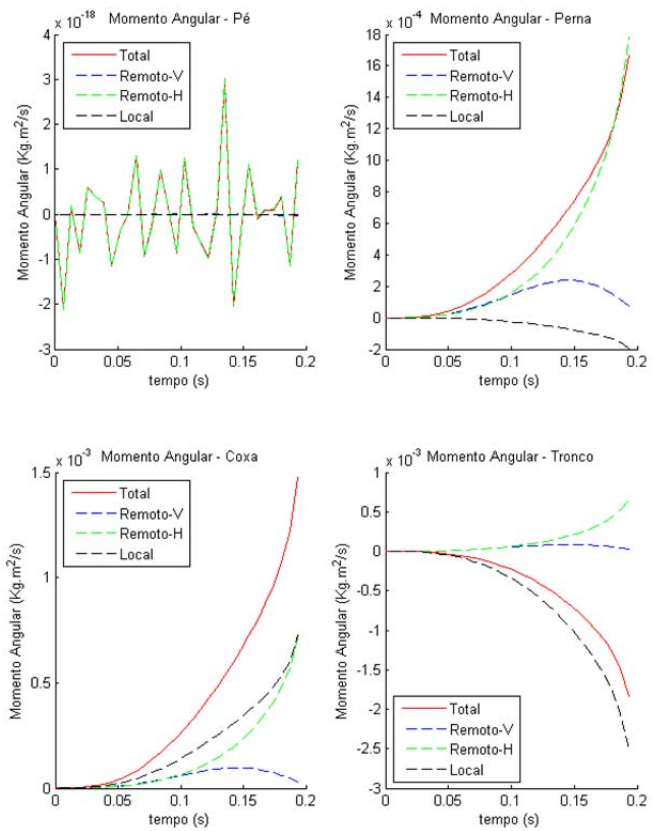


Figura 12. Composição do momento angular de cada elo.

De acordo a análise dos gráficos ilustrados na Fig. 12, percebe-se que na condição onde a massa de todos os elos e o método de geração de movimento são mantidos, a alteração da posição do CoM de cada elo pode reduzir e, em alguns casos, inverter o sentido do momento angular provocado pelo vetor velocidade relativa, conforme se comprova nas simulações realizadas a partir dos dados fornecidos na Tabela IV.

TABELA IV. PARÂMETROS INERCIAIS DO ROBÔ.

Elo	$L_i$ (m)	$L_{ci}$ (m)	$m_i$ (Kg)	$I_i$ (Kg.m <sup>2</sup> )
Pé	0,016	50% $L_0$	0,008	$4,093 \times 10^{-6}$
Perna	0,100	20% $L_1$	0,024	$1,779 \times 10^{-5}$
Coxa	0,100	65% $L_2$	0,056	$5,201 \times 10^{-5}$
Tronco	0,100	84% $L_3$	0,312	$8,819 \times 10^{-5}$

Na Tabela IV, a distribuição da massa é semelhante à da Tabela III, porém, o CoM de cada elo está posicionado de modo a reduzir o momento angular, gerado pelo movimento de salto vertical, para um valor próximo de zero.

As Figuras 13 e 14 ilustram as trajetórias das juntas e os momentos angulares gerados pelos elos, para um salto vertical com velocidade de lançamento ( $v_{t0}$ ) igual a 0,5m/s. De acordo análise dos gráficos, a aproximação do CoM da perna em relação ao tornozelo, da coxa em relação ao quadril e do tronco em relação à sua extremidade, reduziu o momento angular total de  $1,312 \times 10^{-3} \text{ Kg.m}^2/\text{s}$  para  $1,830 \times 10^{-5} \text{ Kg.m}^2/\text{s}$ , se comparado com os parâmetros da Tabela III.

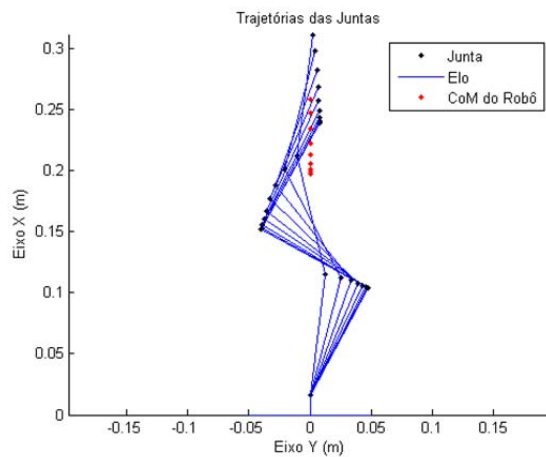


Figura 13. Trajetórias das juntas.

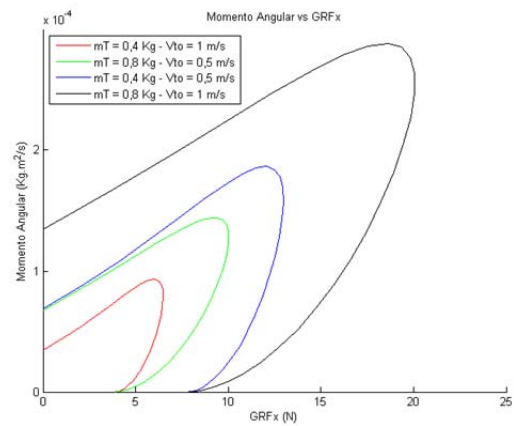


Figura 16. Momento Angular vs GRFx.

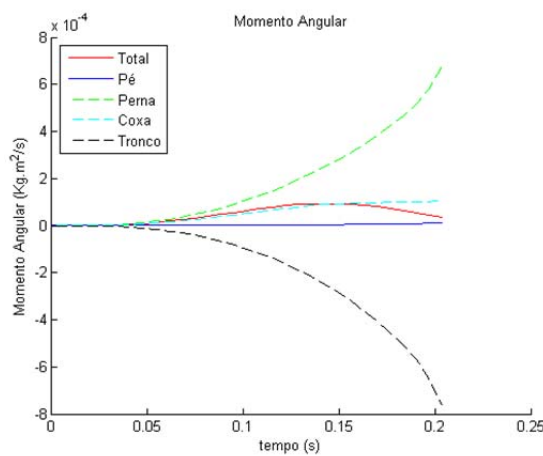


Figura 14. Momento Angular.

As Fig. 15 e 16 ilustram o momento angular total em função do tempo e da componente vertical da GRF, onde a massa total e a velocidade de lançamento assumem valores duas vezes superiores aos aplicados nas simulações anteriores.

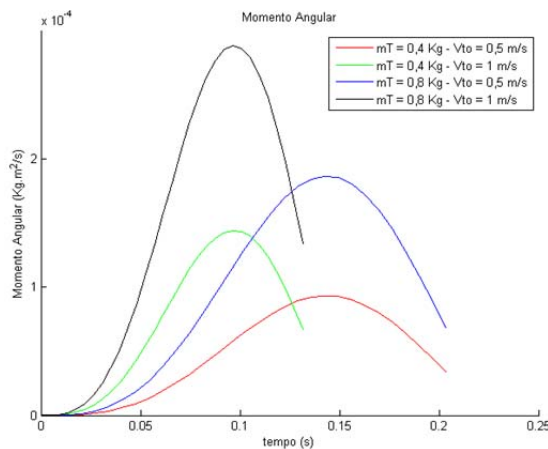


Figura 15. Momento Angular.

A partir da análise dos gráficos ilustrados nas Fig. 15 e 16, nota-se que ao dobrar a massa do robô, de 0,4Kg para 0,8Kg, o momento angular final e o máximo valor da GRFx aumentaram na mesma proporção, de  $3,426 \times 10^{-5} \text{ Kg.m}^2/\text{s}$  e  $6,486 \text{ N}$  para  $6,852 \times 10^{-5} \text{ Kg.m}^2/\text{s}$  e  $12,972 \text{ N}$ . O mesmo comportamento também foi observado na velocidade de lançamento que, de 0,5m/s para 1m/s, o momento angular final e o máximo valor da GRFx dobraram. Na condição onde a massa total foi mantida e a velocidade de lançamento dobrada, a GRFx e o momento angular aumentaram 95,767% e 54,641%, respectivamente.

#### H. Análise dos Resultados das Simulações

Na simulação onde a massa total foi distribuída de forma homogênea entre os elos do robô, conforme Tabela II, o momento angular medido em relação ao CoM do robô foi de  $1,542 \times 10^{-2} \text{ Kg.m}^2/\text{s}$  para um salto vertical com velocidade de lançamento igual a 0,5m/s. Quando a massa do pé e da perna foi considerada nula e a massa total redistribuída entre a coxa e o tronco, o momento angular reduziu para  $2,991 \times 10^{-3} \text{ Kg.m}^2/\text{s}$ , assim como o pico da GRF, que passou de 8,005N para 6,720N, devido ao aumento do deslocamento do CoM do robô, o qual também foi verificado para a condição em que a massa total foi concentrada no tronco, onde o pico da GRF foi de 6,394N, cujo movimento de salto gerou um momento angular de apenas 2,231% do valor verificado na primeira condição, assim como uma redução de 1,611N na GRF. Dentre as configurações de distribuição homogênea da massa, o modelo de robô com a massa concentrada no tronco apresentou o melhor desempenho frente aos demais, além de melhor qualidade de estabilidade dinâmica, conforme as trajetórias do ZMP ilustradas na Fig. 17, cujo módulo do valor de pico do ZMP foi de 10,05mm, enquanto que na distribuição da massa entre todos os elos foi de 101,1mm, sem o pé foi de 86,64mm, sem o pé e a perna foi de 23,14mm. Contudo, a massa total concentrada no tronco, é um modelo simplificado de uma estrutura robótica, cujos efeitos inerciais do membro inferior são desprezados e, portanto, não representa adequadamente, o momento angular gerado pela estrutura física.



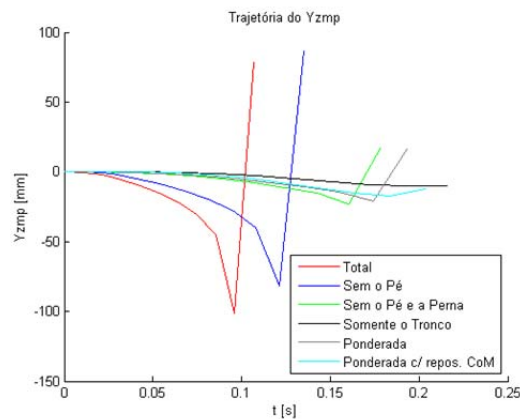


Figura 17. ZMP.

De modo a aproximar o modelo teórico com o físico, a massa total foi distribuída de forma ponderada entre os elos do robô, onde duas configurações foram analisadas. Na simulação onde o CoM estava localizado na metade do comprimento de cada elo (Tabela III), o módulo do valor de pico do ZMP foi de 21,16mm, o pico da GRF foi de 6,573N e o momento angular final de  $1,312 \times 10^{-3} \text{ Kg.m}^2/\text{s}$ , ligeiramente inferior ao do modelo com distribuição homogênea da massa entre todos os elos, todavia, distante de zero. Quando o CoM de cada elo foi alterado, de acordo com a Tabela IV, o módulo do valor de pico do ZMP foi de 17,18mm, o pico da GRF foi de 6,486N e o momento angular total assumiu um valor na ordem de  $10^{-5} \text{ Kg.m}^2/\text{s}$  e se manteve, mesmo dobrando a massa total e a velocidade de lançamento.

## VII. CONCLUSÃO

Os resultados obtidos a partir das simulações realizadas neste trabalho, demonstram que tratar os problemas associados à estabilidade dinâmica e momento angular por meio do planejamento adequado da posição do CoM e da distribuição ponderada da massa entre os elos de um robô, é uma solução viável, quando se deseja planejar movimento de salto vertical *online* para uma determinada faixa de valores de velocidade de lançamento, onde oscilações no tronco são indesejadas, a precisão do deslocamento vertical na fase aérea é crítica e os efeitos inerciais dos segmentos da(s) perna(s) são considerados.

Em trabalhos futuros, pretende-se expandir a análise para saltos horizontais com parâmetros de lançamento bem definidos e realizar experimentos em um modelo físico. Além disso, avaliar o momento angular provocado pelo pé, decorrente das componentes horizontal e vertical do momento linear.

## REFERÊNCIAS

- [1] <http://world.honda.com/ASIMO/>
- [2] [http://www.bostondynamics.com/robot\\_petman.html](http://www.bostondynamics.com/robot_petman.html)
- [3] <http://global.kawada.jp/mechatronics/hrp4.html>
- [4] <http://www.drc-hubo.com/>
- [5] <http://www.sony.net/SonyInfo/CorporateInfo/History/sonyhistory-j.html>
- [6] M. H. Raibert, H. B. Brown, M. Chepponis, E. Hastings, S. T. Shreve and F. C. Wimberly, "Dynamically Stable Legged Locomotion". Tech. Report CMU-RI-TR-81-09, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, 1981.
- [7] T. Hirano, T. Sueyoshi and A. Kawamura, "Development Of ROCOS (Robot Control Simulator) Jump Of Human-Type Biped Robot By The

Adaptive Impedance Control". IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, pp. 606-611, 2000.

- [8] S. Kajita, T. Nagasaki, K. Kaneko, K. Yokoi and K. Tanie, "A Hop Towards Running Humanoid Biped". in Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation, New Orleans, US, pp. 629-635, 2004.
- [9] R. Tajima and K. Suga, "Motion Having a Flight Phase: Experiments Involving a OneLegged Robot", in Proc. IEEE Conf. Intelligent Robots and Systems, Beijing, China, pp. 1726-1731, 2006.
- [10] B. Ugurlu and A. Kawamura, "Research On Maximum Speed Of One Legged Jumping Robot". in 25th Japan Robotics Society, IG35, 2007.
- [11] B. Ugurlu and A. Kawamura, "Real-Time Running And Jumping Pattern Generation For Bipedal Robots Based On ZMP And Euler's Equations". IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 1100-1105, 2009
- [12] D. Kato, K. Sekiguchi and M. Sampei, "Vertical Jumping Motion Control for 4-link Robot". Proceedings of SICE Annual Conference (SICE), pp. 550-555, 2011.
- [13] V. Janardhan and R. P. Kumar, "Kinematic Analysis of Biped Robot Forward Jump for Safe Locomotion". Proceedings of the 1st International and 16th National Conference on Machines and Mechanisms (InCoMM 2013), IIT Roorkee, India, pp. 1078-1082, 2013.
- [14] M. F. Bobbert, "Effects of Isometric Scaling on Vertical Jumping Performance". PLoS ONE 8(8): e71209. doi:10.1371/journal.pone.0071209, 2013.
- [15] P. M. McGinnis, "Biomecânica do Esporte e do Exercício". 3a ed. Porto Alegre: Artmed Editora, 2015.
- [16] N. P. Linthorne, "Analysis Of Standing Vertical Jumps Using A Force Platform". School of Exercise and Sport Science, p.1198-1204, 2001.
- [17] E. M. Cruz, "Estudo Do Salto Vertical: Uma Análise Da Relação De Forças Aplicadas". 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Física) - Faculdade de Educação Física, Campinas-SP: UNICAMP, 2003.
- [18] F. P. Beer and E. R. Johnston Jr., "Mecânica Vetorial para Engenheiros – Cinemática e Dinâmica". 5a ed. revisada, Rio de Janeiro: Makron Books do Brasil, 1994.
- [19] Q. Huang, K. Yokoi, S. Kajita, K. Kaneko, H. Arai, N. Koyachi and K. Tanie, "Planning Walking Patterns for a Biped Robot", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 17, No. 3, pp. 280-289, 2001.
- [20] B. Borovac and M. Vukobratović, "Zero Moment Point – Thirty Five Years of Its Life". International Journal of Humanoid Robotics, Vol 1, No 1, pp. 157-173, 2004.



**Alberto Noboru Miyadaira** possui curso Técnico em Informática pelo Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial (2003), graduado em Engenharia Elétrica pela Faculdade Assis Gurgacz (2007), mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas (2011), com extensão universitária na École Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Caen (França) (2005-2006). Atualmente é professor e líder do Grupo de Pesquisa e Desenvolvimento de Sistemas Embarcados (GPDSE), no Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica do Paraná - Medianeira e aluno de Doutorado em Engenharia Elétrica, na área de robótica, da Universidade Estadual de Campinas. Atualmente suas pesquisas se concentram na área de sistemas embarcados, instrumentação eletrônica e robótica.



**Marconi Kolm Madrid** possui curso Técnico de Eletrônica pelo Colégio Sinodal (1979), graduação em Engenharia Elétrica pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (1985), especialização em Projetista de Robótica pela Digibras Indústria e Exportação de Computadores Ltda (1985), especialização em Inteligência Artificial pela Sociedade Brasileira de Informática (1985), especialização em Processamento de Sinais Digitais pela Escola Brasileiro Argentina de Informática (1987), especialização em Robótica pela Escola Brasileiro Argentina de Informática (1987), especialização em Engenharia do Conhecimento Sistemas Especialistas pela Escola Brasileiro Argentina de Informática (1987), especialização em Laboratório de Automação Industrial e Robótica pela Escola Brasileiro Argentina de Informática (1988), mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas (1988), especialização em Robótica pela Universidad Politécnica de Madrid (1993), doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas (1994) e pós-doutorado pela Universidade Estadual de Campinas (1996). Atualmente é Professor da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), cujas pesquisas se concentram na área de controle de trajetórias contínuas, busca heurística, mecatrônica, robôs industriais.