



:

3/2012

:

, . .

, 2019

ALFA BK UNIVERSITY
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY



**NEW CLASS OF FUNCTIONS FOR THE SYNTHESIS OF
CHAIN FILTERS**

PhD THESIS

Candidate:

Goran Perenic 3/2012

Mentor:

prof. Negovan Stamenkovic, PhD

Belgrade, 2019



3/2012

:

,

,

,

.

.

.

.

-

()

У Београду _____



,

1. , - , -
(:)

2. , , - -
(: ,)

3. , ,
(:)

:

(CCF)
Jacobi

Legendre

(LCF)

Chebyshev

seed
Jacobi

seed

seed

seed

1967 Q-

Q-
LC

()

LC

Jacobi

, Seed

:

NEW CLASS OF FUNCTIONS FOR THE SYNTHESIS OF CHAIN FILTERS

Summary

The approximation and implementation of chain filters is the subject of the research presented in this dissertation. The most important results are presented in four chapters: The synthesis of filter functions using Jacobs polynomials, A modification of Jacobs chain functions, The synthesis of polynomial chain filters and The realization. The conclusion summarizes the most important scientific contributions and the direction of future research. The main part of this dissertation is divided into five chapters. In the second chapter, after the introduction, the idea of approximating the amplitude characteristics of polynomial filters using orthogonal polynomials is expanded on with the use of orthogonal Jacobs polynomials. By simply modifying Jacobs orthogonal polynomials we get polynomials known as Modified-Jacoby polynomials, which are suitable for approximating the amplitude characteristics of analog filters with low frequency bandwidth. It should be noted that modified Jacobs polynomials are not orthogonal. If the degree of a filter is given, both parameters of Jacobs polynomial () are free parameters that can be used for continuous adjustment of the amplitude and phase characteristic. This makes it so the resulting frequency characteristics are more flexible than the approximations made using standard orthogonal polynomials such as the Chebyshev and Legendre polynomials. It should be mentioned that the suggested approximation using Modified-Jacobs polynomials, with the choice of proper parameters for the Jacobs polynomials, produces many of the mentioned approximations of polynomial filters, such as: Butterworth, Chebyshev, Legendre and their derivatives that were suggested by Ku and Durbin, etc.

The previously described technique of synthesis of analog filters with Jacobs polynomials, is made even more efficient by adding the final zeros of transfer in the transfer function of the filter. As is well known, the final zeros of transfer on real frequencies, i.e. on an imaginary axis, don't have an effect on the phase characteristic of a filter.

Data regarding the positioning of the poles of this class of filters in the s-plane for the parameter of Jacobs polynomials is also given, and it creates an approximately monotonous amplitude characteristic for filters with degree in range from three to ten. The results were compared to known critical monotonous transfer functions, and it was shown that the suggested class of polynomials offers better solutions than the standard approximations.

At the end of this chapter the new class of filter with final zeros of transfer were compared to an inverse Chebyshev filter. It was shown that the synthesis of the filter with modified Jacobs polynomials and final zeros of transfer offered better performance than the inverse Chebyshev filter.

The third chapter describes a new class of transitional functions for the synthesis of chain filters. These chain functions, named modified Jacobs chain functions (MJCF), are the result of multiplying modified Jacobs polynomials of a lower degree, known as seed functions. Transfer functions can be optimized so that all seed functions have the same parameters. In that case, Chebyshev's chain functions (CCF) and Legendre's chain functions (LCF) are special cases of modified Jacobs chain functions. Better results can be achieved if for the given degree of the filter, besides the number of seed functions, each seed function that can have different parameters of Jacobs polynomials was also optimized. In that case the number of possible combinations is very large so it is favorable to finish optimization with one parameter, and then pick a seed with which to make adjustments to some of the characteristics in a stable or transitional state. The fourth chapter deals with the synthesis of polynomial chain filters. Special attention is paid to chain functions with two seeds.

The Q-factor of a pair of conjugated complex poles, the inclination factor and the maximum value of irreversible loss are used for finding transfer functions. Goal functions are return losses. The results of the approximation were measured on examples of transfer functions of the seventh, eighth, ninth and tenth order. It was shown that the reduction of return attenuation can be achieved with transfer functions of a higher order without major changes to the Q-factor of the pole or the tilt coefficient. This technique was first used way back in 1967 to reduce the Q-factor of a critical pair of poles. Finally, the fifth chapter/section describes a passive LC ladder realization of chain filters. The last step in designing a filter is forming a prototype of the electric circuit that will serve as the basis for the physical realization (implementation) of the filter. Namely, the realization of prototype low-pass filters is based on elements with concentrated parameters of a two-way passive ladder LC network. The filter is triggered by a real generator that has inside resistance, and the other access point is closed off with a resistor. It is precisely these configurations that make up the connection between the filter function and the physical realization of a filter. What is being observed is the prototype of a low pass frequency filter and the implementation using elements with concentrated parameters. Special attention was paid to the realization of a low pass frequency chain filter based on the cascade sections.

Key words: Digital signal processing, Filters, Modified Jacobs polynomials, Seed functions, Chain functions.

Scientific field: Electrical and computer engineering

Narrow scientific field: Information and communication technologies

UDK:

Садржај

Списак слика	4
Списак табела	6
1 Увод	7
1.1 Предмет истраживања	10
2 Апроксимација филтарских функција ортогоналним полиномима	12
2.1 Апроксимација амплитудске карактеристике филтра	14
2.2 Ортогонални Јасовијеви полиноми	15
2.2.1 Модификовани Јасовијеви полиноми	16
2.3 Полиномска преносна функција	18
2.3.1 Карактеристике устаљеног стања	23
2.3.2 Карактеристике прелазног стања	27
2.3.3 Поређење са другим системима	28
2.4 Рационална преносна функција	33
2.4.1 Поређење са Chebyshevљевим филтром типа два	37
2.5 Закључак	40
3 Модификована Јасовијева ланчана функција	42
3.1 Ланчане функције	43
3.1.1 Модификована Јасовијева ланчана функција	43
3.1.2 Seedфункције са произвољним параметрима	48
3.2 Закључак	51
4 Синтеза полиномских ланчаних филтара	53
4.1 Апроксимација	54

4.1.1	Фазни одзив и одзив групног кашњења	56
4.1.2	Фактор доброте коњуговано комплексног пара полова	56
4.1.3	Фактор нагиба	56
4.1.4	Повратни губици	57
4.2	Резултати апроксимације	57
4.2.1	Синтеза модификованих Јасовијевих ланчаних филтара	58
4.2.2	Редукција повратних губитака преносним функцијама вишег степена	62
4.3	Закључак	74
5	Реализација	81
5.1	Darlingtonова реалзација	82
5.1.1	Пасивна LC лествичаста реализација ланчаних фитара	85
5.1.2	Реализација преносних функција са редукованим повратним губицима	88
5.2	Филтар пропусник опсега фреквенција	88
5.3	Реализација каскадом секција водова	93
5.3.1	Симулација филтра реализованог каскадом секција водова	97
5.4	Закључак	100
6	Закључак	103
6.1	Научни доприноси дисертације	104
6.2	Правци будућих истраживања	105
	Prilozi	107
A	MATLAB [®] функција JacobiPoly	107
B	MATLAB [®] симулација	109
	Литература	114
	Индекс појмова	121

Списак слика

2.1	Нормализовани модификовани Јасобиеви полиноми за $n = 0, 1, \dots, 5$, и параметре $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.5$	18
2.2	Графички приказ модификованих Јасобиевих полинома, карактеристичних функције, за $n = 8$, параметар $\alpha = -0.5$ и четири различите вредности параметра $\beta = -0.5, 0, 0.5, 1$ и 1.5	19
2.3	Графички приказ карактеристичне функције модификованих Јасобиевих филтра деветог реда за $\alpha = -0.5$ и четири вредности за β : $-0.5, 0, 0.5$ и 1.5 . За $\alpha = \beta = -0.5$ добија се карактеристична функција Чебушевљевог филтра.	20
2.4	Положај полова модификованих Јасобиевих филтара деветог степена, за $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0, 0.5$ и 1.5 , и Butterworthовог филтра.	22
2.5	Фреквенцијске карактеристике модификованих Јасобиевих филтра деветог реда за $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0, 0.5$ и 1.5 , и Butterworthовог филтра. . . .	24
2.6	Фактор нагиба модификованих Јасобиевих филтара деветог реда. . . .	25
2.7	Повратни губици модификованих Јасобиевих филтара деветог реда, за параметар $\alpha = -0.5$ и три различите вредности параметра β : $0, 0.5$ и 1.5	26
2.8	Одзиви модификованих Јасобиевих филтара на јединичну одскочну (Хевисајдову) функцију за $\alpha = -0.5$ и три различите вредности за β	28
2.9	Одзиви модификованих Јасобиевих филтара на импулсну (Диракову) функцију за $\alpha = -0.5$ и три различите вредности за β	29
2.10	Карактеристике у устаљеном стању филтара са монотоним амплитудском карактеристиком у пропусном опсегу и модификованог Јацообијевог филтра са $\alpha = -0.5$ и $\beta = 1.5$	30
2.11	Повратни губици класичних филтара са монотоним амплитудском карактеристиком и модификованог Јасобиевог филтра са приближно монотоним карактеристиком слабљења у пропусном опсегу.	31

2.12	Рационална карактеристична функција заснована на модификованим Јасобијевим полиномима седмог реда са три пола на реалним фреквенцијама.	35
2.13	Поређење карактеристика у устаљеном стању приближно монотоног Псеудо-Јасобијевог филтра ($\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.75$) са три коначне нуле преноса и преносне функције Chebyshevљевог II филтра.	40
3.1	Модификоване Јасобијеве ланчане функције петог степена.	47
3.2	Модификоване Јасобијеве ланчане функције шестог степена.	47
3.3	Модификоване Јасобијеве ланчане функције осмог степена.	49
3.4	Модификоване Јасобијеве ланчане функције деветог степена.	50
3.5	Модификоване Јасобијеве ланчане функције десетог степена.	50
4.1	Фреквенцијски одзиви ланчаних филтара деветог степена које чине три seed функције са истим параметрима α и β	59
4.2	Повратни губици модификованих Јасобијевих ланчаних филтара деветог степена које чине seed функције са истим параметрима α и β	60
4.3	Фреквенцијски одзиви ланчаних филтара десетог степена које чине три seed функције са истим параметрима α и β	62
4.4	Повратни губици модификованих Јасобијевих ланчаних филтара десетог степена које чине три seed функције са истим параметрима α и β	63
4.5	Положај полова у s -равни ланчаних филтара осмог степена $mJCF^+-53$ (видети једначине (??)).	64
4.6	Фреквенцијски одзиви модификованих Јасобијевих ланчаних филтара осмог степена $mJCF^+-53$ (видети једначине (??)).	65
4.7	Повратни губици модификованих Јасобијевих ланчаних филтара осмог степена $mJCF^+-53$ (видети једначине (??)).	66
4.8	Одзиви модификованих Јасобијевих филтара осмог степена $mJCF^+-53$ (видети једначине (??)) на одзочну јединичну функцију.	67
4.9	Одзиви модификованих Јасобијевих филтара осмог степена $mJCF^+-53$ (видети једначине (??)) на импулсну (Диракову) функцију.	67
4.10	Положај полова у s -равни модификованих Јасобијевих филтара деветог степена $mJCF^+-63$ (видети једначине (??)).	68
4.11	Фреквенцијски одзиви модификованих Јасобијевих филтара деветог степена $mJCF^+-63$ (видети једначине (??)).	69

4.12	Повратни губици модификованих Јасовијевих филтара деветог степена $mJCF^+-63$ (видети једначине (??)).	70
4.13	Одзиви $mJCF^+-63$ филтара дветог степена на одскочну јединичну функцију (видети једначине (??)).	71
4.14	Одзиви $mJCF^+-63$ филтара дветог степена на импулсну (Диракову) функцију (видети једначине (??)).	71
4.15	Положај полова у s -равни модификованих Јасовијевих филтара десетог степена $mJCF^+-73$ (видети једначине (??)).	73
4.16	Фреквенцијски одзиви модификованих Јасовијевих филтара десетог степена $mJCF^+-73$ (видети једначине (??)).	74
4.17	Повратни губици модификованих Јасовијевих филтара десетог степена $mJCF^+-73$ (видети једначине (??)).	75
4.18	Одзиви $mJCF^+-73$ филтара десетог степена на одскочну јединичну функцију (видети једначине (??)).	76
4.19	Одзиви $mJCF^+-73$ филтара десетог степена на импулсну (Диракову) функцију (видети једначине (??)).	76
4.20	Положај полова $mJCF^+$ филтара седмог, осмог и деветог степена са оптималним повратним губицима.	77
4.21	Оптимални повратни губици филтара седмог, осмог и деветог степена.	78
4.22	Модификоване Јасовијеве ланчане функције седмог, осмог и деветог степена за апроксимацију филтара са оптималним повратним губицима.	79
4.23	Фреквенцијски одзиви $mJCF$ филтара седмог, осмог и деветог степена са оптималним повратним губицима.	79
5.1	Општи облик пасивне LC мреже са два приступа.	81
5.2	Положај нула и полова квадрата модула коефицијента рефлексије $ \Gamma_{11}(j\omega) _{\omega=-js}^2 = \Gamma_{11}(s)\Gamma_{11}(-s)$ у комплексној s -равни.	83
5.3	Пасивна LC мрежа парног степена са два приступа, први елемент је редни калем, која реализује прототипску преносну функцију пропусника ниских фреквенција.	85
5.4	Повратни губици филтра пропусника опсега фреквенција четрнаестог степена изведеног из нискофреквенцијског прототипа седмог степена $mJCF^+-43$	90
5.5	Унето слабљење и групно кашњење филтра пропусника опсега фреквенција четрнаестог степена изведеног из нискофреквенцијског прототипа седмог степена $mJCF^+-43$	91

5.6	Пасивна LC мрежа са два приступа за реализацију филтра пропусника опсега фреквенција добијена пресликавањем прототипа полиномског $mJCF^+$ -43 филтра.	92
5.7	Микроталасни тракасти вод.	94
5.8	Пасивна LC мрежа са два приступа за реализацију филтра пропусника ниских фреквенција прототипа полиномског $mJCF^+$ -43 филтра.	96
5.9	Унети губици (лево) и повратни губици (десно) филтра пропусника ниских фреквенција $mJCF^+$ -43 граничне фреквенције $f_c = 1.5\text{GHz}$, реализованог каскадом секција водова на субстрату $\epsilon_r = 4.2$ и $h = 1.6\text{mm}$	100
5.10	Изглед проводника на штампаној плочи (layout) филтра пропусника ниских фреквенција $mJCF^+$ -43 граничне фреквенције $f_g = 1.5\text{GHz}$, реализованог каскадом секција водова на субстрату $\epsilon_r = 4.2$ и $h = 1.6\text{mm}$. Димензије су у милиметрима.	101

Списак табела

2.1	Модификовани Јасобиеви полиноми $\mathbb{J}_n^{(\alpha,\beta)}(x)$, $\alpha = -0.5$, $\beta = 0.5$, и $n = 0, 1, \dots, 10$	17
2.2	Коефицијенти у именитељу преносне функције модификованих Јасобиевих филтара деветог реда за $\alpha = 0.5$ и три различите вредности параметра $\beta = 0, 0.5$ и 1.5	22
2.3	Положај полова модификованих Јасобиевих филтара ($\alpha = -0.5, \beta = 1.5$) са приближно монотоним амплитудском карактеристиком у пропусном опсегу.	27
2.4	Поређење карактеристика предложеног приближно монотоног филтара и LSM филтара	32
2.5	Polozaj polova i nula, referentni nivo h_0 i ivica nepropusnog opseg ω_s klase filtera sa približno maksimalno ravnom (AMF) amplitudskom karakteristikom: $\alpha = -0.5, \beta = 0.75$, i $R_s = 40$ dB.	37
3.1	Ланчани модификовани Јасобиеви полиноми петог степена за $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.35$	45
3.2	Ланчани модификовани Јасобиеви полиноми шестог степена за $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.35$	46
4.1	Коефицијенти полинома у именитељу <i>mJCF</i> филтра (??) деветог степена d_i ; фактор доброте критичног пара полова Q_c ; фактор нагиба SF ; максимална вредност повратних губитака у пропусном опсегу филтара RL_{max}	58
4.2	Коефицијенти полинома у именитељу <i>mJCF</i> филтра (??) десетог степена d_i ; фактор доброте критичног пара полова Q_c ; фактор нагиба SF ; максимална вредност повратних губитака у пропусном опсегу филтара RL_{max}	61

4.3	Коефицијенти полинома у именитељу ланчаних филтара осмог степена $mJCF^+-53$ (видети једначине (??)) d_i , фактор доброте критичног пара полова Q_c , фактор нагиба SF и максимална вредност повратних губитака у пропусном опсегу филтра RL_{max}	64
4.4	Коефицијенти полинома у именитељу преносне функције $mJCF^+-63$ филтра деветог степена (видети једначине (??)) d_i ; фактор доброте критичног пара полова Q_c ; фактор нагиба SF ; максимална вредност повратних губитака у пропусном опсегу филтра RL_{max}	68
4.5	Коефицијенти полинома у именитељу преносне функције $mJCF^+-73$ филтра десетог степена (видети једначине (??)) d_i ; фактор доброте критичног пара полова Q_c ; фактор нагиба SF ; максимална вредност повратних губитака у пропусном опсегу филтра RL_{max}	72
4.6	Фактор доброте критичног пара полова Q_c , фактор нагиба SF , максимална вредност повратних губитака у пропусном опсегу филтра RL_{max} и девијација групног кашњења $\Delta\tau$, модификованих Јасовијевих ланчаних филтара.	80
5.1	Вредности елемената пасивне LC лествичасте мреже са концентрисаним параметрима деветог степена за реализацију $mJCF$ филтра са параметрима $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.0$	86
5.2	Вредности елемената пасивне LC лествичасте мреже са концентрисаним параметрима десетог степена за реализацију $mJCF$ филтра са параметрима $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.5$	86
5.3	Вредности елемената пасивне LC лествичасте мреже са концентрисаним параметрима прототипских $mJCF^+$ филтара пропусника ниских фреквенција седмог, осмог и деветог степена са редукованим повратним губицима.	89
5.4	Вредности елемената LC мреже филтра пропусника опсега фреквенција $\bar{F}_0 = 2$ GHz, $\bar{F}_l = 4/3$ GHz, $\bar{F}_u = 3$ GHz и $R_0 = 75 \Omega$	93
5.5	Реализација микроталасног филтра пропусника ниских фреквенција у техници тракастих водова ($N = 7$).	97

Glava 1

Увод

НАГЛИ РАЗВОЈ система за безжичне комуникације условио је и потребу за сталним унапређењем како компоненти за обраду и пренос сигнала у основном фреквенцијском опсегу тако и микроталасних компоненти када су у питању њихова цена, компактност и перформансе. Улога филтара јесте да сигнале неких фреквенција пропусти, а других потисну или ослабе. Пројектовање филтара представља актуелну област савремене технике. И даље се интензивно ради на развоју нових аналогних, дигиталних, а посебно микроталасних филтара коришћењем различитих технологија, са акцентом на новим применама и све популарнијој и захтевнијој минијатуризацији структура, уз задовољавање задатих карактеристика у фреквенцијском домену. У прилог томе говоре бројне публикације које се баве овом тематиком, а неке од њих су посвећене управо микроталасним филтрима [20, 51, 82].

Пасивни филтри, филтри који користе само калемове и кондензаторе, су детаљно проучени у литератури [29, 48] и они су најефикаснији у радио фреквенцијском подручју између 30 kHz и 300 MHz. Испод 30 kHz, активни филтри који користе операционе појачаваче, на пример топологија Shallen-Keya [83], обично су ефикаснији, а преко 300 MHz ¹ филтри на бази тракастих водова и каскадом секција водова се најчешће користе [25, 85]. Генерално, на фреквенцијама испод 1 GHz, филтри се обично реализују помоћу елемената са концентрисаним параметрима као што су отпорници, калемови и кондензатори [4].

Пројектовање филтара, је појам под којим се подразумева одређивање преносне

¹Израз "микроталаси" се може користити за описивање електромагнетних (ЕМ) таласа на фреквенцијама које се крећу од 300 MHz до 300 GHz, које одговарају таласним дужинама (у слободном простору) од 1 m до 1 mm. ЕМ таласи са фреквенцијама изнад 30 GHz и до 300 GHz називају се и милиметарски таласи, јер су њихове таласне дужине у милиметарском опсегу (1-10 mm). Изнад спектра милиметарских таласа је инфрацрвени спектар, који обухвата електромагнетне таласе са таласним дужинама између 1 μ m и 1mm. Изнад инфрацрвеног спектра је видљиви оптички спектар, ултраљубичасти спектар и спектар рендгенског зрачења. Испод микроталасног фреквенцијског спектра је радио фреквенцијски спектар. Граница фреквенције између радио фреквенција и микроталаса је донекле произвољна, зависно од посебних технологија развијених за експлоатацију тог специфичног опсега фреквенција.

функције система са жељеним карактеристикама у фреквенцијском и (или) временском домену, донекле задовољавају потребу за идеалним филтром, који би требао да без слабљења и фазних изобличења пропушта сигнале из пропусног опсега, док би сигнали из непропусног опсега требали бити бесконачно потиснути, тако да њихова амплитуда на излазу филтра буде једнака нули [60]. Тиме се постиже да сигнали, чије се све фреквенцијске компоненте налазе у пропусном опсегу филтра, прођу кроз филтар без фазних и амплитудских изобличења. Међутим, преносне функције филтра, на основу којих се реализују филтри, су реалне рационалне функције комплексне фреквенције, са коначним бројем нула и полова. Приликом пројектовања филтара реализибилних предложеном класом преносних функција, идеалне карактеристике филтара није могуће постићи, већ се оне могу само у одређеној мери апроксимирати. Стога се и приликом спецификације преносних функција филтара морају узети у обзир ове неидеалности, те се у њима наводе граничне фреквенције пропусних и непропусних опсега, максимално дозвољено слабљење у пропусном и минимално потребно слабљење у непропусном опсегу, максимално одступање фазне карактеристике од линеарне, ниво повартних губитка, исл. [35] Приликом пројектовања, најпре се апроксимационим методима постиже жељена карактеристика слабљења, а затим се фазна карактеристика коригује, уколико је потребно, фазним коректором или коректором групног кашњења. [31]

За пројектовање филтара може се користити метода имаж параметара (енгл. the image parameter method) [8, 50] или метода унетог слабљења (енгл. the insertion loss method). [94] Метода имаж параметра за пројектовање филтара, укључује спецификацију пропусног опсега и карактеристике непропусног опсега, заснива се на каскадној спрези једноставних мрежа са два приступа [11]. За карактеризацију мрежа са два приступа користе се примарни a -параметри и секундарни параметри имаж импедансе, односно имаж улазне импедансе мреже са два приступа. Основни градивни блокови су следеће једноставне мреже са два приступа: L -секција, T -секција и Π -секција. Редни елемент L -секције и T -секције је Z -импедансе, док је код Π -мреже редни елемент $2Z$ -импеданса. Паралелни елемент L -секције и Π -секције је Y -имеданса, док је паралелни елемент код T -секције $2Y$ -адмитанса. Може се показати да је L -секција половина T -секције или Π -секције. Градивни блокови k -филтара [96] се реализују тако количник импедансе редне гране и адмитансе паралелне гране константан, $k^2 = Z/Y$. Метода је релативно једноставна, али основни недостатак да се дизајн произвољног фреквенцијског одзива не може једноставно реалозовати.

Ово је у супротности са методом унетог слабљења која се користи у предложеној дисертацији за пројектовање филтара пропусника ниских фреквенција. Идеални филтар има нулту вредност унетог слабљења у пропусном опсегу, бесконачну вредност унетог слабљења у непропусном опсегу и линеарну фазну карактеристику. Метода унетог слабљења [26, 46, 54] омогућује високи степен контроле карактеристике филтра у пропусном опсегу, непропусном опсегу и фазне карактеристике

током апроксимације. Неопходни компромиси током поступка апроксимације могу се применити како би најбоље испунили прописани захтеви. На пример, ако је унето слабљење примарна карактеристика филтра, потребно је применити Butterworthов филтар. Међутим, Chebyshev-љев филтар [92] има највећу вредност унетог слабљења у непропусном опсегу [93]. Уколико унето слабљење у непропусном опсегу није од значаја, добра фазна карактеристика се може добити пројектовањем филтра са линеарном фазном карактеристиком [86]. Осим тога, у свим случајевима, метода унетог слабљења омогућује побољшање перформанси филтара на директан начин, на рачун филтра вишег степена.

Обе методе, метода имаж параметара и метода унетих губитака, за пројектовање филтара воде до реализације филтара помоћу елемената са концентрисаним параметрима (кондензатора и калема). За микроталасне апликације овакав дизајн филтра обично мора бити модификован тако да користи реализацију помоћу елемената са расподељеним параметрима који се састоје од одсецака планарних водова. Трансформација Richardса и Kuroda идентитети [17] се користе за ову модификацију.

Већина филтара намењених за рад на микроталасним фреквенцијама реализују се или у таласоводној или у већ поменутих планарним архитектурама. Међутим, таласоводи нису погодни за примену у компактним уређајима због своје величине па су планарне архитектуре, као што су микрострип [39], suspended substrate strip line [7,47] и копланарни таласовод [69], су данас основа за пројектовање компактних филтара.

Често коришћена и једноставна техника за пројектовање микроталасних филтара користи каскаду секција водова где није потребно пресликавање као код Richardсове трансформације и стога фреквенцијски одзив није периодичан. Код пројектовања филтра каскадом секција водова треба осигурати да су електричне дужине линија кратке, а њихове дужина треба да буду мања од осмине таласне дужине. Филтри пројектовани коришћењем ове технике реализују се каскадом секција водова са ниским и високим импедансама и електрично кратким дужинама преносних линија. Кратки трансмисиони вод са ниском импедансом апроксимира паралелни кондензатор, кратки трансмисиони вод високе импедансе апроксимира редни калем. Пошто се типични нископропусни филтер састоји из наизменичне серије редних калемова и паралелних кондензатора у облику лествице, филтар се може имплементирати штампаним електричним колом користећи наизменично високе и ниске карактеристичне импеданцијске сегменте преносних водова, где се високе и ниске импеданције користе да би се добили ефекти индуктивне и капацитивне реактансе из дистрибутивне структуре. Импеданса микротракастог вода је обратно пропорциона ширини линије за фиксну дебљину подлоге. Да би се добили одговарајуће вредности индуктивности и капацитета микротракастог вода, однос вредности високе

импедансе према вредности ниске мпеданце водова треба бити што је могуће већа, али ограничене практичним вредностима које се могу реализовати на штампаној плочи.

1.1 Предмет истраживања

Филтри играју важну улогу у радио фреквенцијским RF и микроталасним применама. Користе се за раздвајање или комбиновање различитих фреквенцијских канала, а сложеност савремених примена често поставља противречне захтеве при њиховом пројектовању и реализацији, као што су мали габарит, висок квалитет и ниска цена. Овакви захтеви тржишта подстичу развој како RF филтара тако и микроталасних филтара.

Већина филтара који раде на RF и милиметрским таласима су из породице Chebyshevљевих филтара, која има преносну функцију са највећим слабљење у непропусном опсегу за одређено максимално дозвољено слабљење у пропусном опсегу. Међутим, имплементација Chebyshevљевих филтра захтева специфицирање фактора добротелемената филтра који се током производње не могу мењати или модификовати. Такође је познато да је критични фактор код почетне имплементације, без подешавања (тримовања), релативна фреквенцијска сепарација нула повратних губитака (RL). Уве нуле су распоређене у пропусном опсегу филтра тако да повратни губици имају прописану вредност. Ланчани филтри нуде ефикасно решење како у RF тако и у микроталасном подручју.

Истраживања на пољу ланчаних филтара започета су крајем прошлог и почетком овог века и бројни радови протекле две деценија били су посвећени развоју како микроталасних кола која својом физичком конфигурацијом доприносе побољшању карактеристика филтра, тако и метода које омогућавају једноставно и ефикасно пројектовање филтара. Међутим, ланчани филтри из породице Chebyshevљевих филтара има низ недостатака [13]. Максимално слабљење у пропусном опсегу се не може подешавати избором карактеристичне функције филтра већ се користи додатни параметар који одређује слабљење на граници пропусног опсега (eng. edge ripple factor). Овај недостатак је отклоњен применом Legendreових полинома [80].

Предмет истраживања ове докторске дисертације је пројектовање и реализација микроталасних ланчаних филтара пропусника ниских фреквенција и пропусника опсега фреквенција реализованих каскадом секција водова. Нови метод апроксимације преносних функција филтара полази од развоја нових филтарских функција (модификовани Јасовијеви ланчани филтар), а затим реализација каскадом секција водова у виду штампаних кола. Истраживања се могу сврстати у три независне целине.

1. Најпре се разматра модификација ортогоналних Јакобијевих полинома да би се добиле нове ланчане филтарске функције које се могу применити као филтарске функције. Поред већ публикованих ланчаних филтарских функција, као специјални случајеви могу се навести и неки прелазни филтри као што су Butterworth-Chebyshev, Butterworth-Legendre, Chebyshev-Chebyshev, итд. Према томе модификовани Јакобијеви полиноми имају ширу примену која није ограничена само на ланчане филтре.
2. Затим се врши оптимизација повратних губитака и унетог слабљења преносне функције ланчаног филтра заснованог на модификованим Јакобијевим полиномима. Оптимизација се може остварити на два начина: да конститутивне Јакобијеве функције које чине ланац имају исте параметре, или да конститутивна функције могу да имају различите параметре. Са порастом броја конститутивних функција расте и број степена слободе, те је потребно утврдити утицај параметара појединих конститутивних функција на преносну функцију филтра.
3. На крају реализација и симулација. Већина филтара намењених за рад на радиофреквнцјским и микроталасним фреквенцијама реализују се или у таласоводној или у планарним архитектурама. Међутим, таласоводи нису погодни за примену у компактним уређајима због своје величине па су планарне архитектуре, као што су микрострип, suspended substrate stripline i coplanar таласовод, данас основа за пројектовање компактних микроталасних филтара. Симулација преносне функције филтра каскадом секција водова заснована на MATLAB[®] платформи.

Glava 2

Апроксимација филтарских функција ортогоналним полиномима

ЕЛЕКТРИЧНИ филтри заузимају важно место у обради сигнала. Познато је да за одређени степен филтра са минималном фазом [12] увек постоји компромис између амплитудске карактеристике и карактеристике групног кашњења. Разматрајући целокупни фреквенцијски опсег, боља карактеристика групног кашњења генерално је повезана са бољим карактеристикама у временском домену [67]. Боља карактеристика у временском домену односи се на мања временска кашњења и или мањих вредности премашења у одзиву филтра на импулсну или јединичну функцију.

Апроксимације које имају селективну амплитудску карактеристику на рачун нелинеарне фазне карактеристике, као на пример, Butterworthова [10], Chebyshevљева [70], Bernsteinова [68], Legendreова [15, 42, 62, 95] и њихови деривати као што је Kuy и Drubinова [40] апроксимација. Инверзни случај се јавља са другим апроксимацијама које апроксимирају линеарну фазну карактеристику, као на пример, Besselова [22], Gaussова [18], Hermiteова [40] и монотона у смислу најмањих квадрата [66].

Посебну класу чине прелазни филтри и они најчешће представљају алтернативна решења која нуде компромис између амплитудске карактеристике једне класе филтара и карактеристике групног кашњења друге класе филтара. Дакле, прелазни филтри уједињују својстава две класе филтара. Најпознатији су прелазни Butterworth-Chebyshevљеви филтри [9] са амплитудском карактеристиком која скоковито прелази од Butterworthовог филтра са максимално равном амплитудском карактеристиком према Chebyshevљевом филтру са mini-max апроксимацијом амплитудске карактеристике, тако што број осцилација (или степен заравњења у координатном почетку) варира. Три степена слободе су доступна за прелазне Butterworth-

Chebyshevљеве филтре: степен филтра n , максимално слабљење у пропусном опсегу (ϵ) и степен заравњења у координатном почетку.

Постепени прелаз из једне познате класе филтара која апроксимира амплитуду у другу познату класу филтара која апроксимира константно гупмо кашњење се постиже коришћењем методе коју су предложили Peless и Murakami [59]. Они предлажу да је сваки пол прелазног Butterworth-Thompsonовог филтра интерполација између пола Butterwothовог филтра и одговарајућег пола Thompsonовог филтра. Ова интерполацијска метода може се применити и на друге филтарске апроксимације. На пример прелазни Legendre-Thompsonови филтри [2]. Jonson и други [37] применили су ову апроксимациону методу на прелазне филтре са рационалном преносном функцијом.

Интерполација полова две класе филтара не представља оптималну апроксимацију за специфицирану карактеристику филтра, већ се ослања на чињеницу да неки филтар са прелазном карактеристиком може да задовољи захтеве за одређену примену. Други приступ представља апроксимација код које је одеђени број степена слободе, тј. независних параметара преносне функције, искоришћен за апроксимацију карактеристике слабљења, док су остали искоришћени за фазу. Такав приступ води ка компромису између карактеристике слабљења и карактеристике групног кашњења, па се појављује проблем колику тежину дати слабљењу, а колику групном кашњењу. Carlin и Wu [12] су за задано слабљење у непропусном опсегу и задану фазу у пропусном опсегу, помоћу Hilbertових трансформација одредили облик целокупне карактеристике слабљења филтра.

Појам апроксимације амплитудске карактеристике филтара ортогоналним полиномима је у овој глави проширен и на примену ортогоналних Јасобиевих полинома. Познато је да се ортогонални Јасобиеви полиноми не могу применити као филтарске функције јер нису ни чисто парне ни чисто непарне функције. Једноставна модификација ортогоналних Јасобиевих полинома [78], којом се добија филтарска функција погодна за апроксимацију амплитудске карактеристике аналогних филтра пропусника ниских фреквенција, предложена је у овој глави. Ако је степен филтра познат, оба параметра Јасобиевог полинома могу се користити за континуално подешавање перформанси филтра. То чини да је добијена амплитудска карактеристика општија од стандардних апроксимација као што су апроксимације са Chebyshevљевим или Legendreовим полиномима.

Треба напоменути да предложена апроксимација Јасобиевим полиномима обухвата многе напред поменуте апроксимације полиномским филтара као што су: Chebyshevљева, Legendreова, Gegenbauerова, Butterwothова, итд.

2.1 Апроксимација амплитудске карактеристике филтра

Квадрат модула преносне функциј филтра, која апроксимира амплитудску карактеристику филтра¹ пропусника ниских фреквенција, уз претпоставку да су све нуле преноса у бесконачности (полиномски филтар), може се написати у следећем облику

$$|H_n(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon_p^2 \phi_n^2(\omega)} \quad (2.1)$$

где је ω променљива кружна фреквенција, ε_p параметар којим се контролише слабљење на граници пропусног опсега (енгл. passband edge ripple factor), n је степен филтра, а полином $\phi_n(\omega)$ је карактеристична (или апроксимациона) функција филтра коју треба одабрати тако да се добије жељена амплитудска карактеристика филтра. Карактеристична функција се нормализује тако да има јединичну вредност на граничној фреквенцији пропусног опсега филтра ω_p , која се такође нормализује на $\omega_p = 1$, па се може писати да је $\phi_n(1) = 1$. Код свих полиномских филтара (са свим нулама преноса у бесконачности), па и код предложене класе филтара, карактеристична функција је карактеристични полином. Максимално дозвољено слабљење у пропусном опсегу дато са a_{max} у dB одређује параметар ε_p применом следеће формуле $a_{max} = 10 \log_{10}(1 + \varepsilon_p^2)$.

Код пројектовања филтара, карактеристична фреквенција која се користи за нормализацију је гранична фреквенција пропусног опсега, стога је нормализована гранична фреквенција пропусног опсега једнака јединици. Имајући у виду да је амплитудска карактеристика парна функција фреквенције, потребно је да карактеристична функција $\phi_n^2(\omega)$ буде парни полином $\psi_n(\omega^2) = \phi_n^2(\omega)$. Ако је $\phi_n(\omega)$ парно или непарно, тада је $\phi_n^2(\omega)$ увек парно, као што је потребно. Полиноми $\phi_n(\omega)$, који нису парни ни непарни, могу се употребити за апроксимацију амплитудске функције ако се $\phi_n(\omega)$ замени са $\phi_n(\omega^2)$. У таквим случајевима је неопходно да карактеристична функција не садржи чланове облика ω^{2k+1} .

Јасобиеви полиноми $P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$ имају n простих нула у интервалу ортогоналности $-1 < x < 1$ за $\alpha \neq \beta$, али они нису ни парни ни непарни полиноми. Такав тип полинома није погодан да буде карактеристична функција. Међутим, Јасобиеви ортогонални полиноми могу се прилагодити тако да се могу употребити за апроксимацију филтарске амплитудске карактеристике, као што ће бити показано у следећој секцији.

¹За пројектовање филтара на располагању су две методе: Метода имаж параметара (енгл. image parameter method) и метода унетих губитака (енгл. insertion loss method). Прва метода се састоји у каскадном повезивању простих четворопла, филтара k и m типа, а други метод се заснива на пројектовању комплетно специфицираног фреквенцијског одзива. У дисертацији је коришћена метода унетих губитака.

2.2 Ортогонални Јасовієви полиноми

Класични ортогонални Јасовієви полиноми степена n [1], познати и као хипергеометријски полиноми, (најчешће се користи ознака $P_n^{(\alpha,\beta)}(x)$ за те полиноме), су ортогонални на коначном интервалу $(-1, 1)$, с обзиром да се произвољан коначан интервал може редуковати на овај линеарном променом променљивих. Тежинска функција је $w^{(\alpha,\beta)}(x) = (1-x)^\alpha(1+x)^\beta$ ако су параметри $\alpha \geq -1$ и $\beta \geq -1$ произвољни реални бројеви. Ово ограничење се узима да би $w^{(\alpha,\beta)}(x)$ била интеграбилна у интервалу $(-1, 1)$.

За две функције се каже да су ортогоналне, ако је њихов скаларни производ једнак нули. Скаларни производ два ортогонална Јасовієва полинома је

$$\int_{-1}^1 w^{(\alpha,\beta)}(x) P_m^{(\alpha,\beta)}(x) P_n^{(\alpha,\beta)}(x) dx = h_n^{(\alpha,\beta)} \delta_{n,m}, \quad (2.2)$$

где је

$$h_n^{(\alpha,\beta)} = \frac{2^{\alpha+\beta+1}}{2n+\alpha+\beta+1} \frac{\Gamma(n+\alpha+1)\Gamma(n+\beta+1)}{\Gamma(n+1)\Gamma(n+\alpha+\beta+1)}, \quad (2.3)$$

$\delta_{n,m}$ је Кронекер делта симбол², а $\Gamma(\cdot)$ је добро позната гама функција. Њено основно својство је $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n) = n!$ за све прородне бројеве n .

Својство ортогоналних полинома да задовољавају трочлану рекурентну релацију је најзначајнија информација за генерисање ортогоналних полинома. За генерисање Јасовієвих полинома користи се следећа трочлана рекурентна релација

$$\begin{aligned} P_0^{(\alpha,\beta)}(x) &= 1, \\ P_1^{(\alpha,\beta)}(x) &= \frac{1}{2}(\alpha+\beta+2)x + \frac{1}{2}(\alpha-\beta), \\ P_{n+1}^{(\alpha,\beta)}(x) &= (a_n^{(\alpha,\beta)} x - b_n^{(\alpha,\beta)})P_n^{(\alpha,\beta)}(x) - c_n^{(\alpha,\beta)}P_{n-1}^{(\alpha,\beta)}(x), \quad n \geq 1 \end{aligned} \quad (2.4)$$

где је

$$\begin{aligned} a_n^{(\alpha,\beta)} &= \frac{(2n+\alpha+\beta+1)(2n+\alpha+\beta+2)}{2(n+1)(n+\alpha+\beta+1)} \\ b_n^{(\alpha,\beta)} &= \frac{(\beta^2 - \alpha^2)(2n+\alpha+\beta+1)}{2(n+1)(n+\alpha+\beta+1)(2n+\alpha+\beta)} \\ c_n^{(\alpha,\beta)} &= \frac{(n+\alpha)(n+\beta)(2n+\alpha+\beta+2)}{(n+1)(n+\alpha+\beta+1)(2n+\alpha+\beta)}. \end{aligned}$$

У Додатку А се налази **MATLAB**[®] скрипт за израчунавање коефицијената Јасовієвих полинома, који користи трочлану рекурентну формулу (2.4), меморисан као фајл **JacobiPoly.m**. Приложени **MATLAB**[®] програм, којим се генеришу Јасовієви полиноми, очигледно је да се може такође користити и за генерисање ор-

² $\delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j, \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases}$

тогналних полинома усвјањем да је $\alpha = \beta$, а који су, као што је већ напоменуто, специјални случајеви Јасобієвих полинома, као на пример Chebyshevљеви прве врсте ($\alpha = \beta = -0.5$), Legendreови ($\alpha = \beta = 0$) и Гегенбауерови ($\alpha = \beta$) полиноми .

У даљем тексту ће бити коришћене неке особине Јасобієвих полинома као што су:

- Вредности Јасобієвог полинома за $x = 1$ је

$$P_n^{(\alpha, \beta)}(1) = \frac{\Gamma(n + \alpha + 1)}{\Gamma(n + 1)\Gamma(\alpha + 1)} \quad (2.5)$$

- Вредности Јасобієвог полинома за $x = -1$ је

$$P_n^{(\alpha, \beta)}(-1) = \frac{(-1)^n \Gamma(n + \beta + 1)}{\Gamma(n + 1)\Gamma(\beta + 1)}. \quad (2.6)$$

- Парити релација за ортогоналне Јасобієве полиноме

$$P_n^{(\alpha, \beta)}(x) = (-1)^n P_n^{(\beta, \alpha)}(x). \quad (2.7)$$

- Релација која се односи на изводе

$$\frac{d}{dx} P_n^{(\alpha, \beta)}(x) = \frac{1}{2}(n + \alpha + \beta + 1) P_{n-1}^{(\alpha+1, \beta+1)}(x). \quad (2.8)$$

2.2.1 Модификовани Јасобієви полиноми

Познато је да се само померени Јасобієви полиноми могу употребити као филтарске функције који су ортогонални на интервалу $(0, 1)$. Једноставна модификација класичних Јасобієвих полинома, која се заснива на сабирању два ортогонална Јасобієва полинома истог степена n са промењеним редоследом параметара α β , користећи парити релацију (2.7), добијају се полиноми који се могу применити као филтарске функције. Дакле

$$J_n^{(\alpha, \beta)}(x) = \frac{1}{2} [P_n^{(\alpha, \beta)}(x) + P_n^{(\beta, \alpha)}(x)]. \quad (2.9)$$

Може се једноставно показати да скаларни производ (2.2) два модификована Јасобієва полинома (2.9) није једнак нули за $n \neq m$, изузев у случајевима када је $\alpha = \beta$, те они нису ортогонални на интервалу $(1, 1)$. Пошто Јасобієви полиноми $P_n^{(\beta, \alpha)}(x) = (-1)^n P_n^{(\alpha, \beta)}(-x)$ нису ортогонални у односу на тежинску функцију $w^{(\alpha, \beta)}(x)$ на интервалу $(-1, 1)$, стога модификовани Јасобієви полиноми (2.9) нису ортогонални полиноми. Међутим, резултујући модификовани Јасобієв полином је степена n и он је чисто парна функција (има све коефицијенте парног степена) ако је n парно, а чисто непарна функција (има све коефицијенте непарног степена) ако је n непарно, променљиве (x) . Према томе, погодни су за апроксимацију нискофреквен-

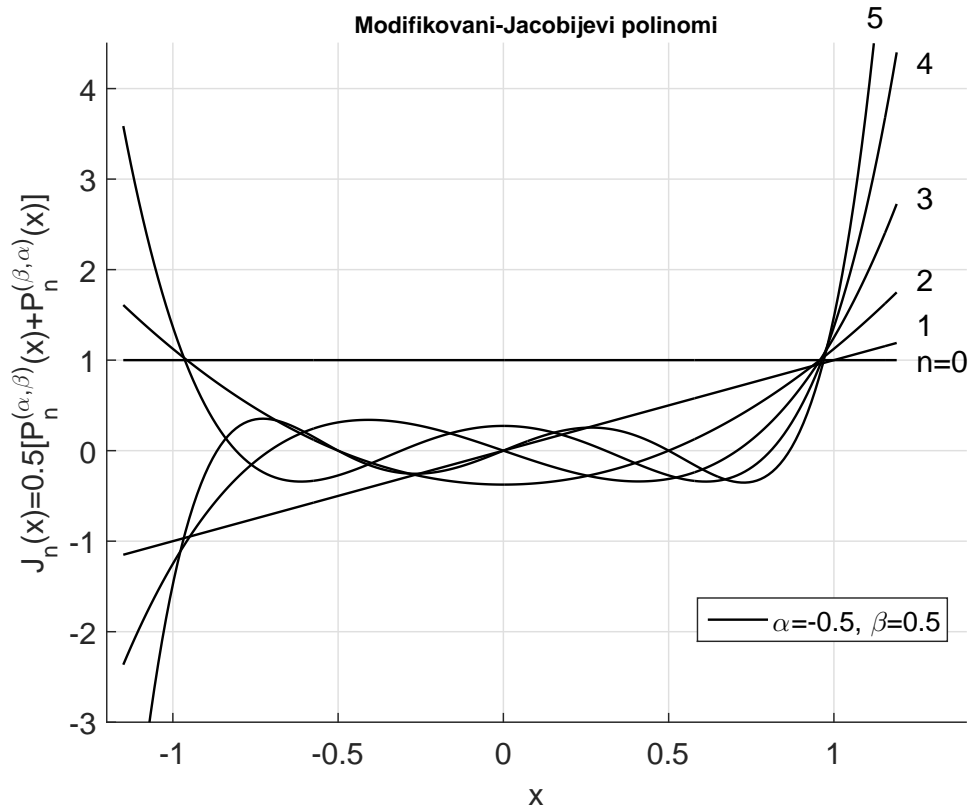
цијских филтара као карактеристична функција јер могу испунити све захтеве који се постављају пред њом.

Таб. 2.1: Модификовани Јасобієви полиноми $\mathbb{J}_n^{(\alpha,\beta)}(x)$, $\alpha = -0.5$, $\beta = 0.5$, и $n = 0, 1, \dots, 10$.

n	$\mathbb{J}_n^{(-0.5,0.5)}(x)$
0	1
1	x
2	$\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{8}$
3	$\frac{5}{2}x^3 - \frac{5}{4}x$
4	$\frac{35}{8}x^4 - \frac{105}{32}x^2 + \frac{35}{128}$
5	$\frac{63}{8}x^5 - \frac{63}{8}x^3 + \frac{189}{128}x$
6	$\frac{231}{16}x^6 - \frac{1155}{64}x^4 + \frac{693}{128}x^2 - \frac{231}{1024}$
7	$\frac{429}{16}x^7 - \frac{1287}{32}x^5 + \frac{2145}{128}x^3 - \frac{429}{256}x$
8	$\frac{6435}{128}x^8 - \frac{45045}{512}x^6 + \frac{96525}{2048}x^4 - \frac{32175}{4096}x^2 + \frac{6435}{32768}$
9	$\frac{12155}{128}x^9 - \frac{12155}{64}x^7 + \frac{255255}{2048}x^5 - \frac{60775}{2048}x^3 + \frac{60775}{32768}x$
10	$\frac{46189}{256}x^{10} - \frac{415701}{1024}x^8 + \frac{323323}{1024}x^6 - \frac{1616615}{16384}x^4 + \frac{692835}{65536}x^2 - \frac{46189}{262144}$

Модификовани Јасобієви полиноми су симетрични у односу на редослед параметара α и β , т.ј. $\mathbb{J}_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \mathbb{J}_n^{(\beta,\alpha)}(x)$. Табела 2.1 садржи модификоване Јасобієве полиноме за $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.5$ од првог до десетог степена. На Слици 2.1 је дат приказ првих пет модификованих Јасобієвих полинома са параметрима $\alpha = -0.5$, $\beta = 0.5$. Извршена је нормализација тако да је вредност модификованих Јасобієвих полинома једнака јединици на крајевима интервала конвергенције. Ови полиноми су обележени са $\phi_n(\omega)$. На Слици 2.1 се види да ови полиноми имају сличан облик као Легендреови полиноми, који су веома погодни за апроксимацију филтарских функција. То је зато што се у овом случају може сматрати да модификовани Јасобієви полиноми представљају проширену верзију Legendreових полинома, јер се за $\alpha = 0$ и $\beta = 0$ добијају Legendreови полиноми.

Може се уочити да су нуле лоциране симетрично око координатног почетка $x = 0$.



Sl. 2.1: Нормализовани модификовани Јасобиеви полиноми за $n = 0, 1, \dots, 5$, и параметре $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.5$.

2.3 Полиномска преносна функција

Полиномска Јасобиева карактеристична функција (у даљем тексту карактеристична функција) модификованог Јасобиевог филтра [76] [77], којом се апроксимира полиномска амплитудска карактеристика филтра (2.1), добија се на основу нормализације модификованог Јасобиевог полинома на јединичну вредност $\phi_n(1) = 1$. Уместо квадрата модула преносне функције $|H_n(j\omega)|^2$, посматра се карактеристична функција $\phi_n(\omega)$

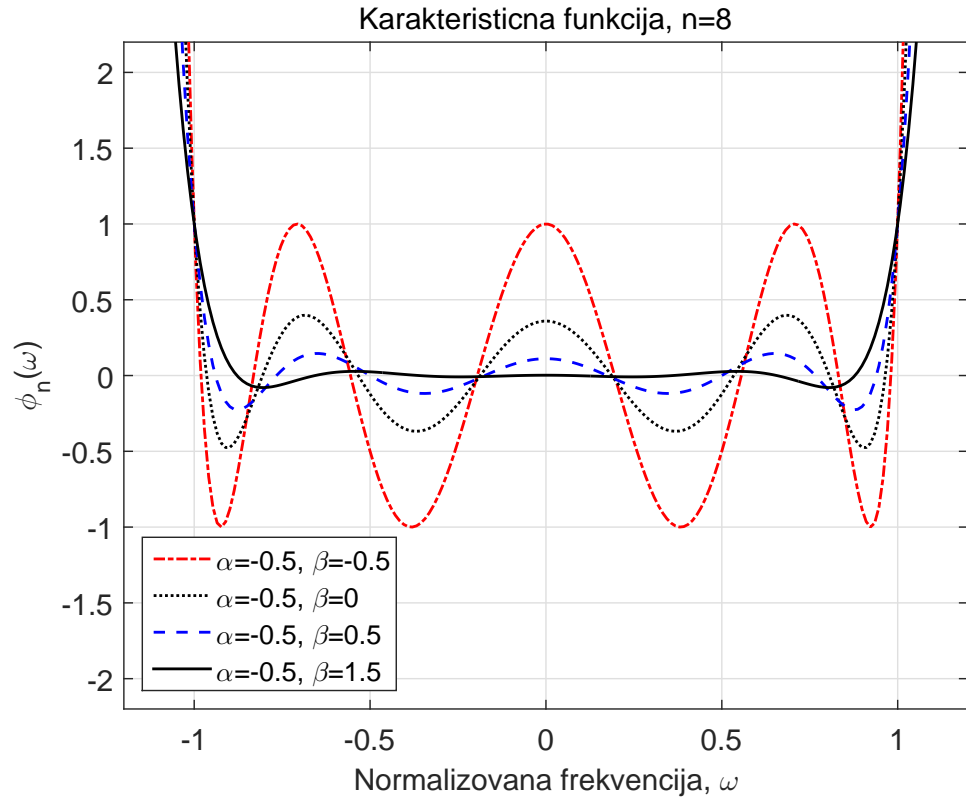
$$\phi_n(\omega) = \frac{\mathbb{J}_n^{(\alpha,\beta)}(\omega)}{C_n^{(\alpha,\beta)}}, \quad (2.10)$$

где је

$$C_n^{(\alpha,\beta)} = \frac{0.5}{\Gamma(n+1)} \left[\frac{\Gamma(n+\alpha+1)}{\Gamma(\alpha+1)} + \frac{\Gamma(n+\beta+1)}{\Gamma(\beta+1)} \right]. \quad (2.11)$$

Потребно је напоменути да је карактеристична функција $\phi_n(\omega)$ симетрична у односу на редослед параметара α и β јер је $\mathbb{J}_n^{(\alpha,\beta)}(\omega) = \mathbb{J}_n^{(\beta,\alpha)}(\omega)$, што то није особина ортогоналних Јасобиевих полинома.

Од значаја за пројектовање филтара је познавање локација теалних нула моди-



Sl. 2.2: Графички приказ модификованих Јасобиевих полинома, карактеристичних функције, за $n = 8$, параметар $\alpha = -0.5$ и четири различите вредности параметра $\beta = -0.5, 0, 0.5, 1$ и 1.5 .

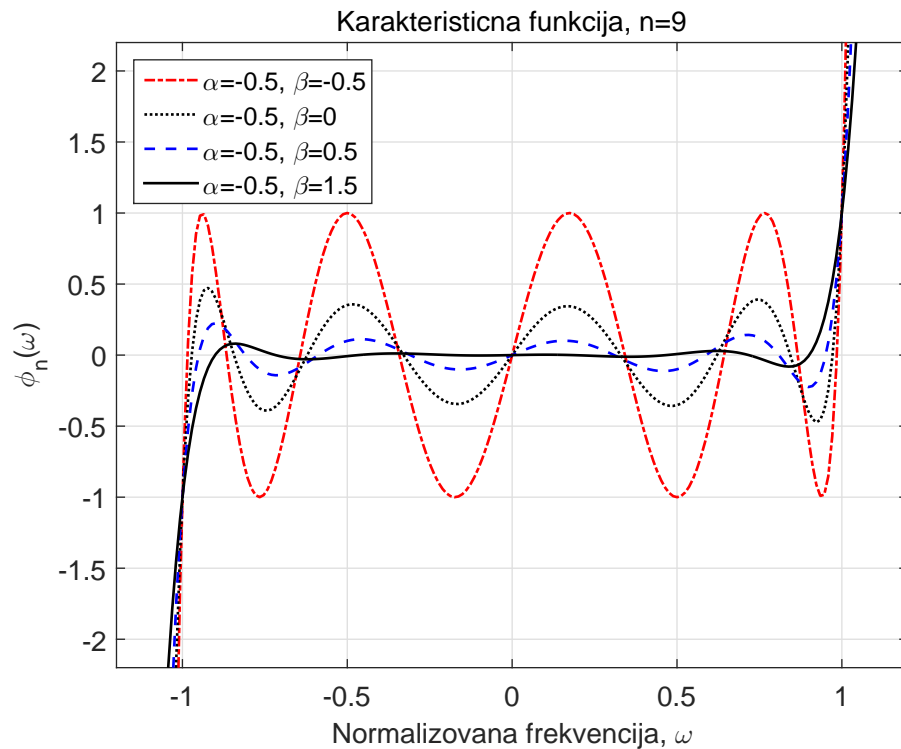
фиковани Јасобиевих полинома. Ове нуле су познате под именом нуле рефлексије (енгл reflection zeros) и потребно је да буду у пропусном опсегу филтра. За одређивање нула модификованих Јасобиевих полинома могу се користити стандардни математички програми као што су **MATLAB**[®] и Матхематика. Као и до сада, коришћен је **MATLAB**[®] софтверски пакет и рутина **roots** за одређивање коренова полинома са реалним коефицијентима. У општем случају, добија се да је број реалних нула модификованих Јасобиевих полинома $J_n^{(\alpha, \beta)}(x)$ n -тог степена је једнак или мањи од n у затвореном интервалу $[-1, 1]$. То се и могло закључити на основу Слике 2.2 на којој су приказани модификовани Јасобиеви полиноми, карактеристичне функције, осмог реда за $\alpha = -0.5$ и четири различите вредности за $\beta = -0.5, 0, 0.5$ и 1.5 . На пример, реалне нуле модификованог Јасобиевог полинома осмог реда ($n = 8$) са параметрима $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.5$ су:

$$\begin{aligned} z_1 &= -0.9396926, & z_5 &= 0.1736482, \\ z_2 &= -0.7660444, & z_6 &= 0.5000000, \\ z_3 &= -0.5000000, & z_7 &= 0.7660444, \\ z_4 &= -0.1736482, & z_8 &= 0.9396926. \end{aligned}$$

Са порастом параметра β вредност локалних максимума у интервалу конвергенције се смањује, смањује се и број реалних нула, а појављују се коњуговано комплексни парови полова. Полиноми постају приближно равни у интервалу конвергенције.

На Слици 2.3 приказане су карактеристичне функције деветог степена, засноване на модификованим Јасобијевим полиномима деветог степена, за параметар $\alpha = -0.5$ и четири разли чите вредности параметра $\beta = -0.5, 0, 0.5$ и 1.5 . Карактеристична функција осцилира око нуле у опсегу $-1 < \omega < 1$, а осцилације су ограничене са ± 1 , и за $\alpha, \beta > -0.5$, $\phi_n(0) = 0$ за n непарно, док је $\phi_n(0) \neq 0$ за n парно, као што је приказано на Слици 2.2. За $|\omega| > 1$ карактеристична функција расте (опада) монотono. Уколико је $\phi_n(0) \neq 0$, може се показати, да се преносна функција $H_n(s)$, дата једначином (2.1), не може реализовати као пасивна LC мрежа између једнаких отпорника.

Једнаке вредности за параметре $\alpha = -0.5$ и $\beta = -0.5$ дају карактеристичну функцију Chebyshevљевог филтра. Са порастом параметра β осцилације опадају и остају исте изузев малог одступања на крајевима интервала ортогоналности. За $\beta \geq 1.5$ карактеристична функција постаје приближно монотона [81] у околини координатног почетка.



Sl. 2.3: Графички приказ карактеристичне функције модификованих Јасобијевих филтра деветог реда за $\alpha = -0.5$ и четири вредности за β : $-0.5, 0, 0.5$ и 1.5 . За $\alpha = \beta = -0.5$ добија се карактеристична функција Chebyshevљевог филтра.

За одређивање полова преносне функције $H_n(s)$, чији је квадрат амплитудске карактеристике дат једначином (2.1), потребно је најпре функцију $\psi_n(\omega^2) = \phi_n^2(\omega)$

аналитички продужити на целу комплексну раван сменом $\omega = -js$ (или $\omega^2 = s^2$). Полови преносне функције $|H_n(j\omega)|_{\omega=s}^2 = H_n(s)H_n(-s)$ су корени једначине $1 + \varepsilon_p^2 \phi_n^2(\omega)|_{\omega=-js} = 0$, односно

$$\psi_n(\omega^2) \Big|_{\omega^2=-s^2} + \frac{1}{\varepsilon_p^2} = 0 \quad (2.12)$$

Усвојено је $\varepsilon_p = 1$, односно $\omega_{3dB} = 1$. Полови у десној полуравни комплексне променљиве представљају слику у огледалу полова у левој полуравни комплексне променљиве. Селекцијом полова s_i , $i = 1, 2, \dots, n$ који се налазе у левој полуравни комплексне s равни, полови стриктно Хурцитзовог полинома, добија се стабилна, каузална и временски инваријантна минимално фазна преносна функција

$$H_n(s) = \frac{h_0}{\prod_{i=1}^n (s - s_i)} = \frac{h_0}{\sum_{i=1}^{n+1} a_i s^{n-i+1}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n+1} d_i} \quad (2.13)$$

где је $h_0 = a_{n+1} / \sqrt{1 + \varepsilon_p^2 \phi_n^2(0)}$ константа која ограничава да амплитуда преносне функције $|H_n(j\omega)|$ не буде већа од јединице, јер се апроксимација односи на пасивну мрежу, а $d_i = a_i / h_0$. Уколико је преносна функција непарна, тада је $\phi_n(0) = 0$, па је $h_0 = a_{n+1}$. За парне преносне функције, код којих је $h_0 > a_{n+1}$, не могу се реализовати као пасивне LC мреже између једнаких отпорности.

Применом Darlingtonове реализације [16] на предложену модификовану Јасобиеву преносну функцију (2.13) добија се реализација симетричне и реципрочне пасивне лествичасте LC мреже затворене на оба краја једнаким отпорностима за непарне редове филтра, док за парне редове то није случај. Као симетричне пасивне LC мреже могу се реализовати све преносне функције код којих је карактеристична функција $\psi_n(\omega^2) = \phi_n^2(\omega)$ пуни квадрат. На пример, то не важи за критично монотоне филтре као што су Paroulisови Оптимални L-филтри [57]. У Прилогу Б приказани су резултати Darlingtonове реализације лествичаста LC мреже и табеларни приказ реализованих лествичастих LC мрежа за редове филтра од три до десет.

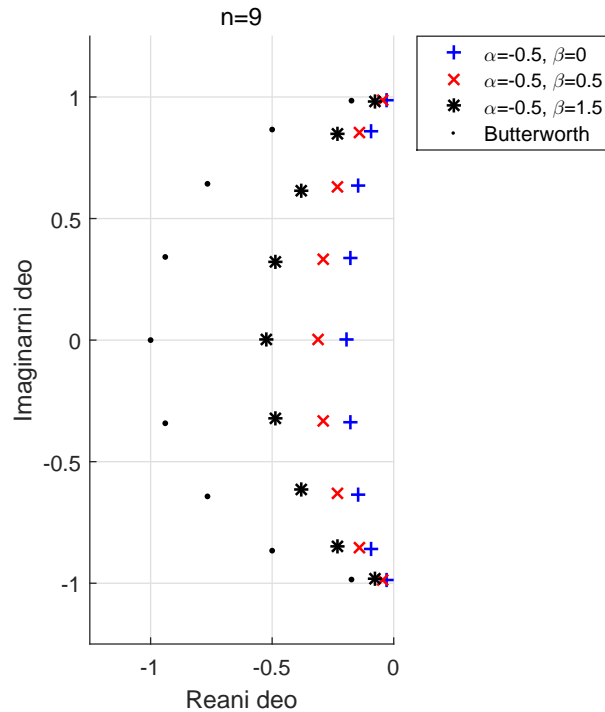
На Слици 2.4 приказан је положај полова модификованих Јасобиевих филтра деветог реда у комплексној s -равни. Одговарајући графички прикази карактеристичних функција приказани су на Слици 2.3, за $\alpha = -0.5$ и три различите вредности за $\beta = 0, 0.5$ и 1.5 . Коефицијенти d_i , $i = 1, 2, \dots, 9$ у именитељу преносних функција модификованих Јасобиевих филтара деветог степена, у складу са једначином (2.13), дати су Табели 2.2 за сваку преносну функцију.

Ради поређења, на Слици 2.4 су приказани и полови Butterworthовог филтра деветог реда, који, као што је познато леже на јединичном кругу. Област у којој леже полови модификованих Јасобиевих филтара је ограничена Butterworthовим кругом и Chebyshevљево елипсом. Слика 2.4 показује да се са порастом вредности параметра β полови преносне функције померају улево ка Butterworthовом кругу, па за велику вредност параметра β (на пример $\beta = 10$), полови ће лежати на јединичном кругу,

Tab. 2.2: Коефицијенти у именитељу преносне функције модификованих Јасобијевих филтара деветог реда за $\alpha = 0.5$ и три различите вредности параметра $\beta = 0$, 0.5 и 1.5 .

$D(s) = d_1s^9 + d_2s^8 + \dots + d_9s + d_{10}$			
d_i	$\alpha = -0.5$		
	$\beta = 0$	$\beta = 0.5$	$\beta = 1.5$
d_1	114.0729	51.2	14.5194
d_2	123.6453	88.10417	41.77595
d_3	312.3413	178.2041	83.02529
d_4	251.1374	193.705	113.482
d_5	283.2843	192.8005	118.269
d_6	158.9528	133.0264	93.88951
d_7	94.98896	74.68058	56.42728
d_8	32.03681	29.21164	24.55523
d_9	8.623849	7.70865	7.008029
d_{10}	1.0	1.0	1.0

али се неће поклопити са половима Butterwothовог филтра, јер два пола најближа реалној оси постају реална, што знатно погоршава карактеристике филтра. Да би се добио Butterworthов филтар параметар $\alpha = \beta$ треба да има велику вредност.



Sl. 2.4: Положај полава модификованих Јасобијевих филтара деветог степена, за $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0, 0.5$ и 1.5 , и Butterworthовог филтра.

Са повећањем параметра β смањује се критични фактор доброте пола модификованог Јасобиевог филтра³. За наведене партикуларне случајеве критични фактори доброте полова износе: $Q_c^{(-0.5,0)} = 16.3225060$, $Q_c^{(-0.5,0.5)} = 10.5018110$ и $Q_c^{(-0.5,1.5)} = 6.3996038$.

2.3.1 Карактеристике устаљеног стања

Фреквенцијске карактеристике за напред поменута три модификована Јасобиева филтра деветог реда за $\alpha = -0.5$ и три различите вредности параметра $\beta = 0, 0.5$ и 1.5 приказани су на Слици 2.5 у полулогаритамској скали. Фреквенцијски одзив амплитудске карактеристике у пропусног опсегу нацртан је у десет пута увећаној размери. За $\alpha = -0.5$ и $\beta \geq 1.5$ за карактеристику слабљења у пропусном опсегу се може тврдити да је приближно монотона или приближно максимално равна. Наиме, карактеристика слабљења поседује неједнаке осцилације у пропусном опсегу са врло малом амплитудом. Максимална осцилација за $\alpha = -0.5$ и $\beta = 1.5$ износи 0.0248 dB на нормализованој фреквенцији 0.8405 rad/s, што чини да је промена знака првог извода врло мала [81]. Сматра се да је амплитудска карактеристика у пропусном опсегу приближно монотона ако су осцилације у прописном опсегу мање од 0.03 dB.

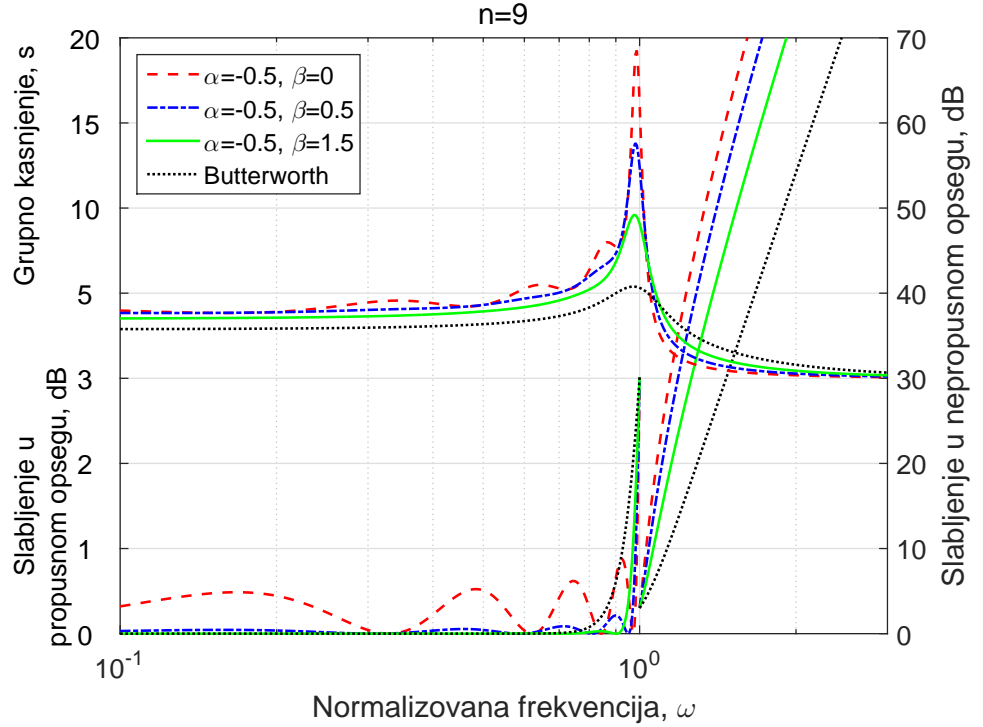
Са повећањем параметра β смањује се и изобличење групног кашњења који настају на ивици пропусног опсега. Како за све познате филтре тако и за модификоване Јасобиеве филтре важи да прелазне карактеристике (transient response) и карактеристике у устаљеном стању (engl.steady state response) леже између Butterworthових и Chebyshevљевих филтара. Потребно је одредити где се у наведеном опсегу налазе карактеристике модификованих Јасобиевих филтара.

Графичко поређење карактеристика филтара није објективно. Један од начина за поређење фреквенцијских одзива два филтра који су реализовани на основу истих фреквенцијских спецификација је нагиб амплитудске карактеристике на граници пропусног опсега cutoff slope. Према дефиницији, нагиб се дефинише као извод амплитудске карактеристике на нормализованој граничној фреквенцији пропусног опсега $\omega_{3dB} = 1$,

$$\begin{aligned} S_n^{(\alpha,\beta)} &= \left. \frac{d|H_n(\omega)|}{d\omega} \right|_{\omega=1} = - \frac{\varepsilon_p^2 \phi_n(\omega)}{(1 + \varepsilon_p^2)^{3/2}} \left. \frac{d\phi_n(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=1} \\ &= - \frac{\varepsilon_p^2}{(1 + \varepsilon_p^2)^{3/2}} \left. \frac{d\phi_n(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=1} \end{aligned} \quad (2.14)$$

³Модуо пола ω_p и фактор доброте пола Q одређују коњуговано комплексни филтарски пар

$$p_{1,2} = -\frac{\omega_p}{2Q} \pm j\omega_p \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$



Sl. 2.5: Фреквенцијске карактеристике модификованих Јасобиевих филтра деветог реда за $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0, 0.5$ и 1.5 , и Butterworthовог филтра.

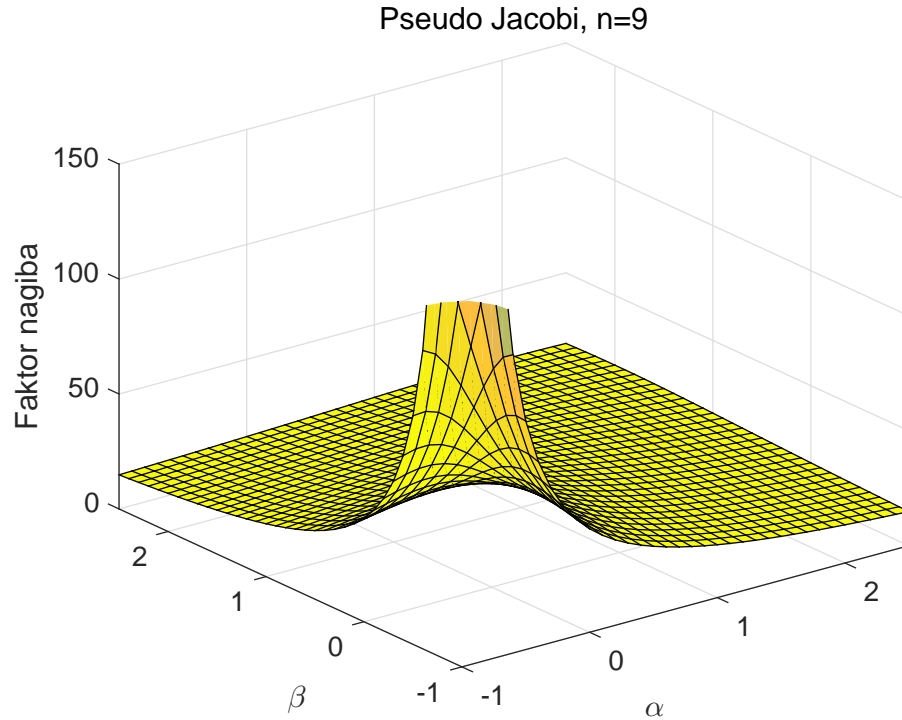
где је $\phi_n(1) = 1$, $\varepsilon = 1$, док је

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\phi_n(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=1} &= \frac{1}{C_n^{(\alpha,\beta)}} \left[\frac{d}{d\omega} P_n^{(\alpha,\beta)}(\omega) + \frac{d}{d\omega} P_n^{(\beta,\alpha)}(\omega) \right] \\ &= \frac{1}{2} \frac{n(n+\alpha+\beta+1)}{\Gamma(n+\alpha+1) \Gamma(n+\beta+1)} \left[\frac{\Gamma(n+\alpha+1)}{\Gamma(\alpha+2)} + \frac{\Gamma(n+\beta+1)}{\Gamma(\beta+2)} \right], \end{aligned} \quad (2.15)$$

нагиб карактеристичне функције на граници пропусног опсега, кога ћемо назвати фактор нагиба $SF^{(\alpha,\beta)}$ slope factor. За израчунавање првог извода Јасобиевог ортогоналног полинома $P_n^{(\alpha,\beta)}(\omega)$ коришћена је релација (2.8). Важно је напоменути да је нагиб слабљења на граници пропусног опсега дат у затворном облику. Фактори нагиба за амплитудске карактеристике приказане на Слици 2.5 су: $SF^{(-0.5,0.0)} = 98.8767$, $SF^{(-0.5,0.5)} = 66.000$ и $SF^{(-0.5,1.5)} = 98.8767$. За $\alpha = \beta = -0.5$ може се верификовати резултат Вудака и Аронхима [9] који су добили за Чебушевљеву апроксимацију - $m_c = -2^{-3/2}n^2$. За $\alpha = \beta = -0.5$, и пошто је $\Gamma(0.5)/\Gamma(1.5) = 2$, израз (2.15) даје фактор нагиба $SF^{(-0.5,-0.5)} = n^2$.

На Слици 2.6 приказана је 3Д графика промене Фактора нагиба за филтар деветог реда у функцији параметара модификованог Јасобиевог полинома.

Приближно монотони модификовани Јасобиеви филтри могу се успешно применити за реализацију банке филтара у микроталасном опсегу. Једна од значајних



Sl. 2.6: Фактор нагиба модификованих Јасобиевих филтара деветог реда.

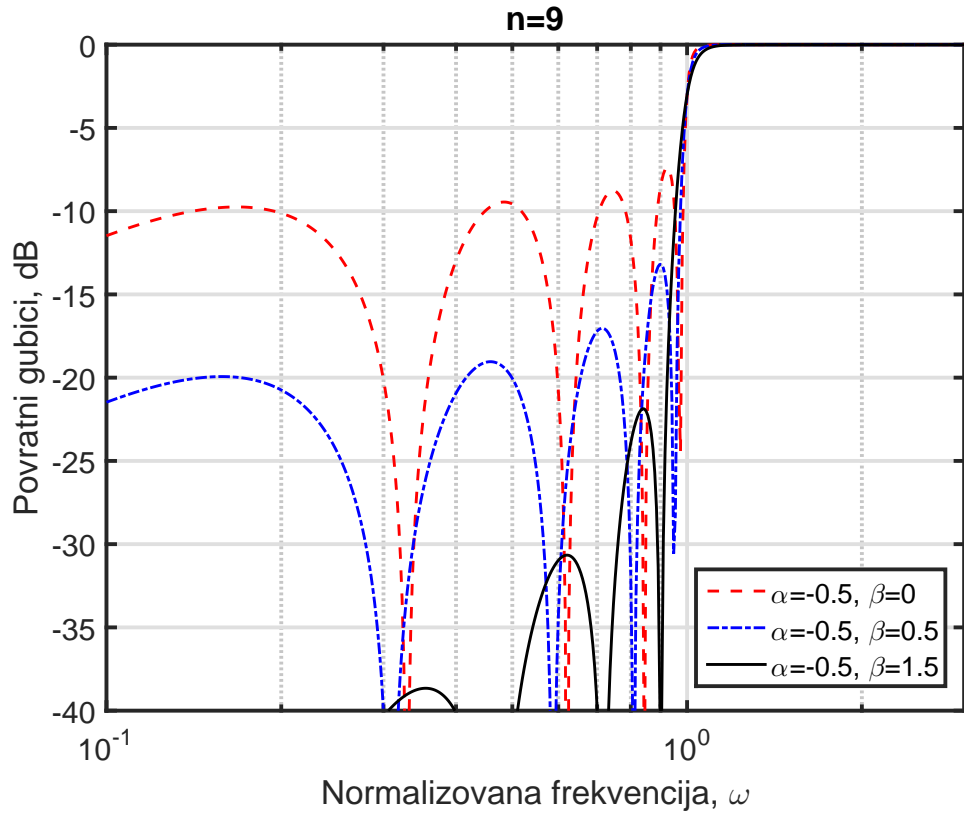
карактеристика филтара који раде на микроталасним фреквенцијама су повратни губици (енгл. return loss). Рефлекциони коефицијент се дефинише преко карактеристичне функције филтра [13] [32] са

$$|\Gamma(\omega)|^2 = \frac{P_r}{P_i} = \frac{\varepsilon_p^2 \phi_n^2(\omega)}{1 + \varepsilon_p^2 \phi_n^2(\omega)}. \quad (2.16)$$

где је P_r снага рефлектованог таласа, а P_i снага инцидентног таласа на улазном крају филтра.

Повратни губици на улазу филтра, $RL = 20 \log_{20}(|\Gamma(\omega)|)$, у dB, зависе пре свега од подешености импеданси на улазу и излазу филтра, и они се најчешће користе за подешавање (тримовање) карактеристике филтра у пропусном опсегу. Мала вредност повратних губитака гарантује и малу вредност унетог слабљења. Нека је оптерећење усклађено са импедансом генератора ($\Gamma(\omega) = 0$) тада повратни губици теже ка $-\infty$ dB - нема рефлектоване снаге. Међутим, ако је тотална рефлексija ($|\Gamma(\omega)| = 1$) повратно слабљење износи 0 dB, сва снага се рефлектује назад у генератор. Код пасивних мрежа повратни губици не могу да имају позитивну вредност, односно $P_r \leq P_i$. На Слици 2.7 приказане су фреквенцијске карактеристике повратних губитака (RL) модификованог Јасобиевог филтра за $\alpha = -0.5$ и три различите вредности параметра $\beta = 0, 0.5$ и 1.5 .

Са повећањем параметра β смањују се повратни губици, а самим тим смањује се и унето слабљење. Фреквенције на којима је повратно слабљење једнако нули мало



Sl. 2.7: Повратни губици модификованих Јасовијевих филтра деветог реда, за параметар $\alpha = -0.5$ и три различите вредности параметра β : 0, 0.5 и 1.5.

се мењају са променом параметра β . Нула најближа пропусном опсегу се користи за тримовање пропусног опсега микроталасног филтра. То је један од разлога што се Chebyshevљеви и Legendreови филтри често се користе за реализацију микроталасних филтара [14] [43] [80].

За оптимизацију унетог слабљења код Chebyshevљевих филтара користи се параметар $\varepsilon_p \leq 1$ којим се контролише максимална вредност слабљења у пропусном опсегу. Осцилације унетог слабљења у пропусном опсегу Chebyshevљевог филтра од 3 dB, када ја $\varepsilon_p = 1$, нису прихватљиве за практичну примену, те је у том случају обавезно користити параметар $\varepsilon_p < 1$ за смањивање унетог слабљења. На премиер, да би се са Chebyshevљевим филтром добили повратни губици од $RL \leq -25$ dB, потребо је усвојити $\varepsilon_p = 0.056323257924788$. Унето слабљење на граници пропусног опсега се самњије за вредности од $a_{max} = 3$ dB на вредност од $a_{max} = 0.013755357992173$ dB.

Полови преносних функције Јасовијевих филтара од трећег до десетог реда са приближно монотоним амплитудском карактеристиком у пропусном опсегу ($\alpha = -0.5$ $\beta = 1.5$) дати су у Табели 2.3.

Tab. 2.3: Положај полова модификованих Јасобиевих филтара ($\alpha = -0.5$ $\beta = 1.5$) са приближно монотоним амплитудском карактеристиком у пропусном опсегу.

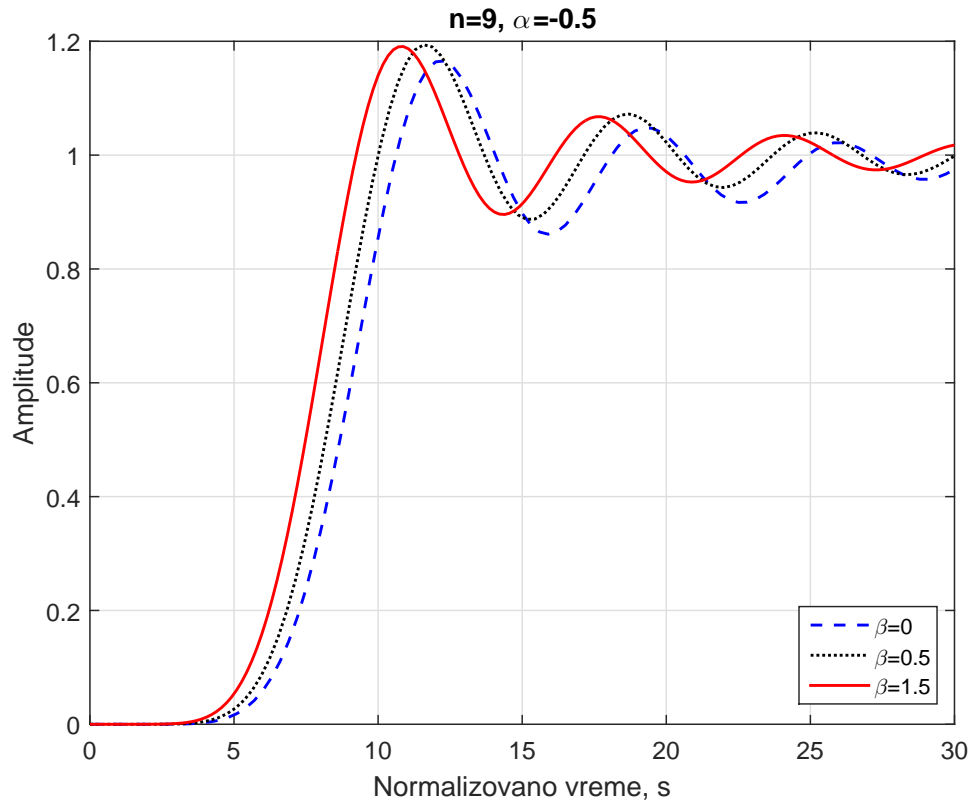
n	σ_1 $\pm j\omega_1$	σ_2 $\pm j\omega_2$	σ_3 $\pm j\omega_3$	σ_4 $\pm j\omega_4$	σ_5 $\pm j\omega_5$
3	-0.8455479 $\pm j0$	-0.4227739 $\pm j0.8663135$			
4	-0.7019554 $\pm j0.3752063$	-0.2856372 $\pm j0.9220721$			
5	-0.6966073 $\pm j0$	-0.5527636 $\pm j0.5721121$	-0.2044599 $\pm j0.9481738$		
6	-0.6170704 $\pm j0.2463929$	-0.4357693 $\pm j0.6869625$	-0.1530189 $\pm j0.9627270$		
7	-0.5963997 $\pm j0.$	-0.5279123 $\pm j0.4117366$	-0.3482869 $\pm j0.7602711$	-0.1185744 $\pm j0.9717830$	
8	-0.5448777 $\pm j0.1822382$	-0.4475517 $\pm j0.5277575$	-0.2829670 $\pm j0.8102472$	-0.0944647 $\pm j0.9778467$	
9	-0.5248518 $\pm j0$	-0.4857115 $\pm j0.3193153$	-0.3799181 $\pm j0.6125469$	-0.2336009 $\pm j0.8459818$	-0.0769685 $\pm j0.9821242$
10	-0.4882497 $\pm j0.1443869$	-0.4286041 $\pm j0.4249991$	-0.3243647 $\pm j0.6765296$	-0.1956849 $\pm j0.8724673$	-0.0638875 $\pm j0.9852620$

2.3.2 Карактеристике прелазног стања

Избор између различитих типова апроксимације модификованим Јасобиевим филтрима зависиће од његове примене. Захтев за прелазно стање такође може бити важан фактор при избору тип филтара за случајеве где спектар сигнала и пропусни опсег филтера имају сличну ширину.

Временски одзив система на јединичну одскочну функцију или импулсну функцију одређује се трансформацијом преносне функције филтра из комплексног домена у временски домен, примењујући инверзну Laplaceову трансформацију $h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)/s\}$, или $\delta(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}$, респективно, где је $H(s)$ преносна функција система, а $1/s$ је Laplaceова трансформација одскочне функције. Међутим, временски одзив система на јединичну одскочну функцију или импулсну функцију у MATLAB[®] окружењу добија се једноставно наредбом: `step(H)` или `impz(H)`, респективно. Треба имати у виду да је преносна функција дефинисана за нулте почетне услове и да се добија одзив система у коме, до тренутка деловања побудног сигнала на улаз филтра, није било акумулиране енергије у елементима система.

Одзиви на јединичну одскочну функцију и импулсну функцију филтара деветог реда могу се видети на Сликама 2.8 и 2.9, респективно. Може се уочити да се са порастом параметра β смањује кашњење сигнала, док се амплитуда импулсног одзива повећава.

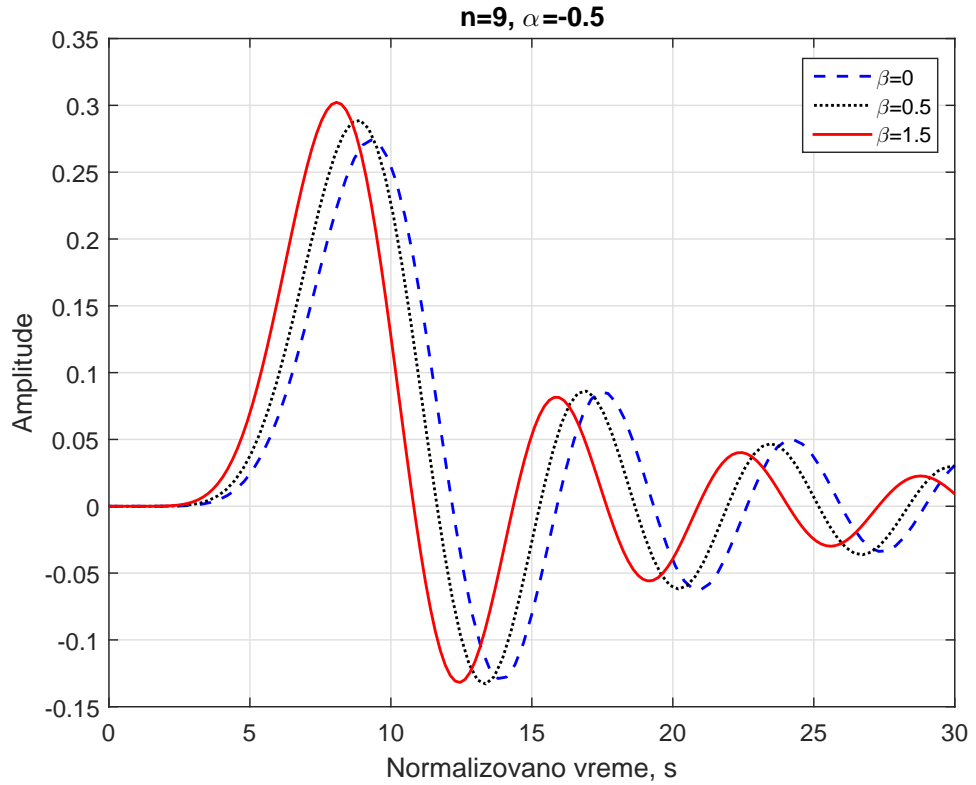


Sl. 2.8: Одзиви модификованих Jacobievих филтара на јединичну одскочну (Хевисајдову) функцију за $\alpha = -0.5$ и три различите вредности за β .

2.3.3 Поређење са другим системима

У овој секцији ћемо упоредити четири класе филтара са критично монотоном амплитудском карактеристиком филтара и предложену класу филтара ($\alpha = -0.5$ и $\beta = 1.5$) са приближно монотоном амплитудском карактеристиком у пропусном опсегу. Филтри са критично монотоном карактеристиком су:

1. Butterworthов филтар са максимално равном [10] амплитудском карактеристиком у координатном почетку. Стандардни филтар са којим филтри пропусници ниских фреквенција пореде своје карактеристике у устаљеном стању.
2. Оптимални L-филтар [57] [58] [28] познат и као Papoulis-Legendre филтар са максималним нагибом амплитудске карактеристике на граници пропусног опсега.
3. Halpern-ов филтар [28] са максималним асимптотским слабљењем, које је врло слично са асимптоцким слабљењем L-филтра. Код наведене апроксимације Halpern је увећао водећи коефицијент карактеристичног полинома до крајњих граница.
4. LSM (енгл. Least Square Monotonic) филтар [66] са минималним повратним губицима, односно са минималном површином испод карактеристичне функције у пропусном опсегу.



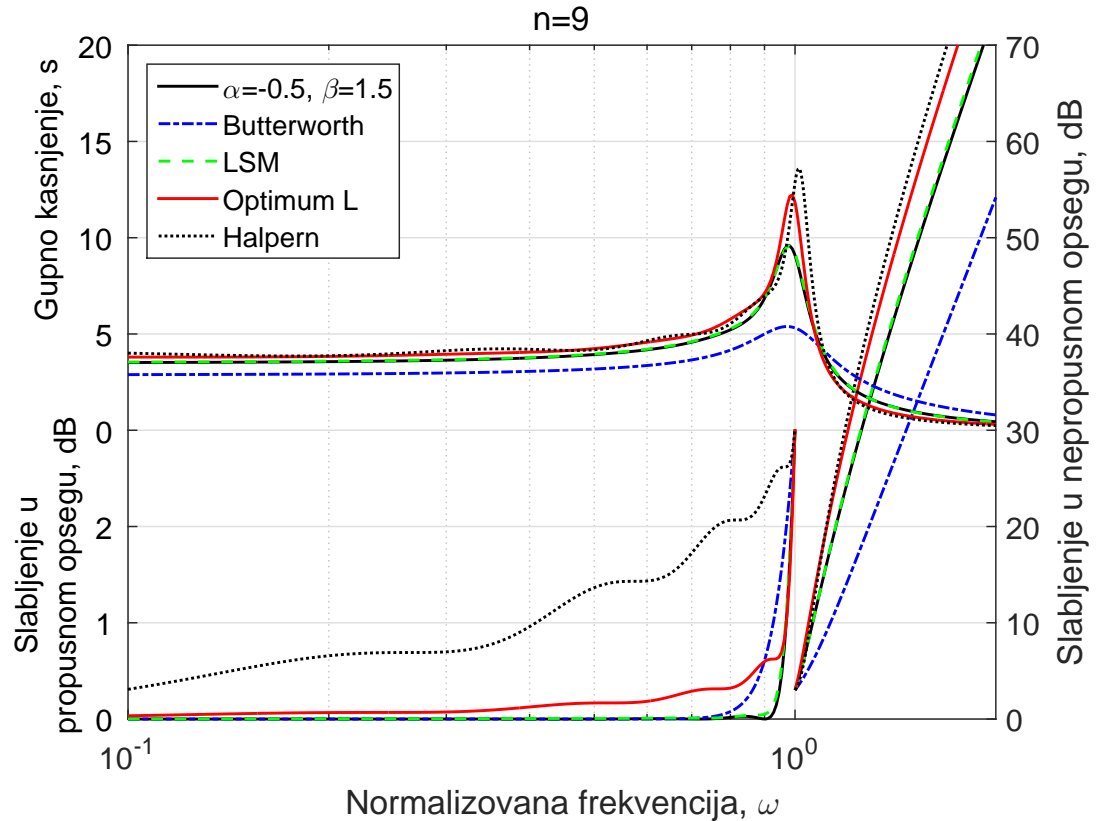
Sl. 2.9: Одзиви модификованих Јасобиевих филтара на импулсну (Диракову) функцију за $\alpha = -0.5$ и три различите вредности за β .

Сви поменути филтри имају све нуле преноса у бесконачности (полиномски филтри) и монотону амплитудску карактеристику у непропусном опсегу. За оптимизацију карактеристика користи се степен филтра и максимално слабљење у пропусном опсегу, параметар ε_p .

На Слици 2.10 приказане су карактеристике у устаљеном стању филтара са монотоним и приближно монотоним карактеристиком у пропусном опсегу, $\alpha = -0.5$ и $\beta = 1,5$.

Нагиб амплитудске карактеристике на граници пропусног опсега Најрегновог филтра исти је као код Butterworthовог филтра, $SF = 2n$, за n -ти степен филтра, док је асимптотски нагиб сличан са асимптотским нагибом Оптималног L-филтра. Слабљење Оптималног L-филтра у пропусном опсегу је много мање него код Најрегновог филтра, па се може закључити да је Најрегнов филтар само од академског интереса као што су то закључили Ђурић и Петковић [19]. То је разлог што Најрегнов филтар нећемо користити у даљим поређењима.

Модификовани Јасобиев филтар и LSM филтар имају приближно исте карактеристике у устаљеном стању, које су знатно боље од карактеристике Оптималног L-филтра у пропусном опсегу, а нешто лошије у непропусном опсегу. С друге стране, врх групног кашњења на ивици пропусног опсега Оптималног L-филтра је нешто већи од врха групног кашњења модификованог Јасобиевог филтра, што је последица

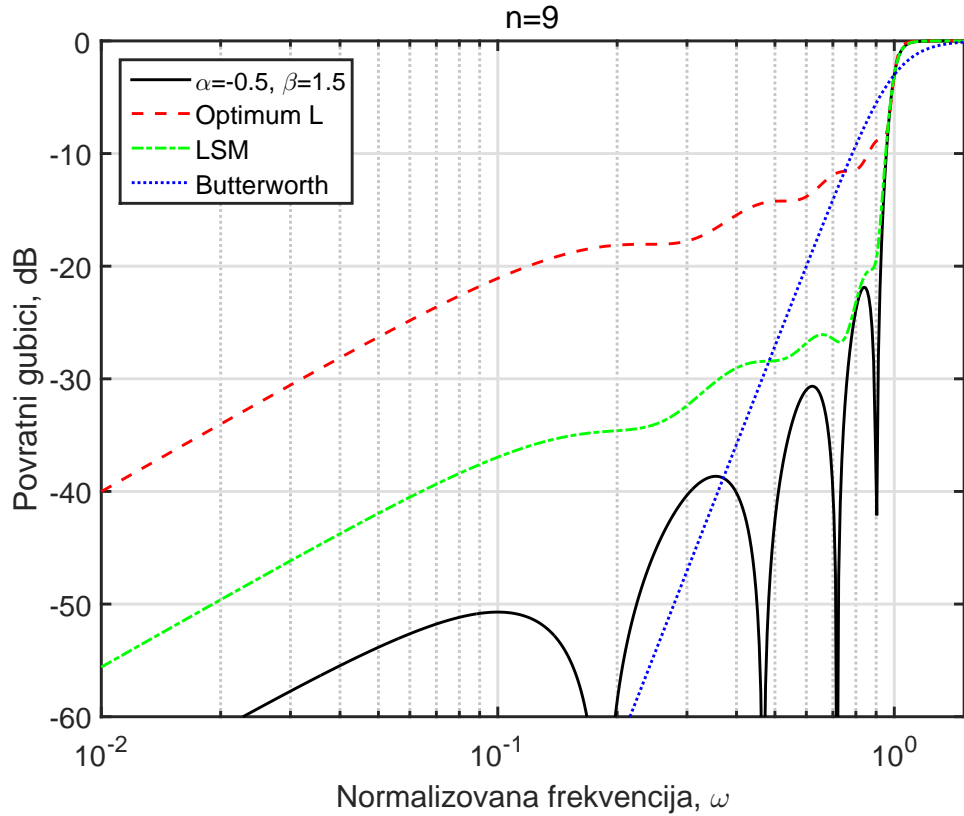


Sl. 2.10: Карактеристике у устаљеном стању филтара са монотоним амплитудском карактеристиком у пропусном опсегу и модификованог Јакобијевог филтара са $\alpha = -0.5$ и $\beta = 1.5$.

повећаног нагиба амплитудске карактеристике Оптималног L-филтара у прелазној зони.

На Слици 2.11 упоређени су повратни губици Оптималног L-филтара, LSM Филтара и Butterworthовог филтара са приближно монотоним модификованим Јакобијевим филтром.

Најпре се може уочити да монотону карактеристику у пропусном опсегу Butterworthовог филтара прате и монотони повратни губици, што није пожељно за реализацију микроталасних филтара, јер граница пропусног опсега није јасно дефинисана. То исто важи и за Оптимални L-филтар и LSM филтар код којих је повратно слабљење знатно веће од повратног слабљења Butterworthовог филтара. Међутим, повратно слабљење код предложене класе филтара је знатно веће у односу на све остале монотоне филтре, а поред тога постоје и четири фреквенције на којима је повратно слабљење једнако нули, односно, максимална снага се предаје потрошачу. У класичним радовима [52] и [53] Н. Ј. Orchard је показао да је осетљивост амплитудске карактеристике у пропусном опсегу филтара у односу на промене елемената филтара, реализованог као пасивна LC мрежа, има минималну вредност уколико је филтар пројектован тако да на одређеном броју фреквенција постоји максималан пренос снаге потрошачу, што је случај са модификованим Јакобијевим филтром. Према



Sl. 2.11: Повратни губици класичних филтара са монотоним амплитудском карактеристиком и модификованог Јасовијевог филтра са приближно монотоним карактеристиком слабљења у пропусном опсегу.

томе, може се закључити да осетљивост предложеног филтра у пропусном опсегу је знатно мања у односу на све остале монотоне филтре.

Карактеристике Butterworthовог, Halpernovог, Оптималног L-филтра и LSM филтра су детаљно упоређене у недавно публикованом раду [87]. Стога, карактеристике приближно монотоног модификованог Јасовијевог филтра ($\alpha = -0.5$ и $\beta = 1.5$) биће детаљно упоређене само са карактеристикама LSM филтра. Пропусни опсег је нормализован на јединицу, $\omega_{3dB} = 1$, за оба филтра. Претпоставља се да су оба филтра реализована као лествичасте LC мреже без губитака. У Табели 2.4 сажете су перформансе за оба филтра: површина испод карактеристичне функције у пропусном опсегу (Area), фактор нагиба (SF), фактор доброте критичног пола (Q_{max}), однос максималне и минималне нормализоване вредности елемента филтра (g_{max}/g_{min}), збир нормализованих вредности свих елемената филтра⁴ ($\sum_{i=1}^n g_i$), и отпорност потрошача (R_L).

Површина испод карактеристичне функције у пропусном опсегу модификованог

⁴Однос максималне и минималне вредности елемената и збир свих елемената филтра се уобичајено користи за поређење LC лествичастих мрежа. Код пројектованаја микроталасних филтара имплементираних у таласоводној техници, дужина и ширина линија расту са порастом вредности елемента, зато је потребно да однос g_{max}/g_{min} и збир $\sum_{i=1}^n g_i$ буде што је могуће мањи.

Tab. 2.4: Поређење карактеристика предложеног приближно монотоног филтра и LSM филтра

n	Area		SF		Q_{\max}		g_{\max}/g_{\min}		$\sum_{i=1}^n g_i$		R_L	
	NM	LSM	NM	LSM	NM	LSM	NM	LSM	NM	LSM	NM	LSM
3	0.1174	0.121	7.0909	7.2880	1.1401	1.1816	1.5388	1.6247	4.1852	4.2698	1	1
4	0.0795	0.086	10.7294	10.6700	1.6897	1.7070	1.8708	2.1085	5.6590	5.6891	1.0238	1
5	0.0570	0.061	15.1507	15.3400	2.3720	2.4439	2.1350	2.4671	7.2341	7.3299	1	1
6	0.0428	0.047	20.3636	20.1000	3.1853	3.1992	2.3396	2.6480	8.8689	8.9199	1.0087	1
7	0.0332	0.037	26.3721	26.1600	4.1282	4.1640	2.5106	2.9582	10.5517	10.6517	1	1
8	0.0265	0.030	33.1779	32.2900	5.1998	5.1450	2.6861	3.0957	12.2695	12.3300	1.0041	1
9	0.0217	0.025	40.7821	39.7400	6.3996	6.3225	2.8295	3.2868	14.0161	14.1160	1	1
10	0.0180	0.021	49.1852	47.2400	7.7271	7.5518	2.9601	3.4373	15.7856	15.8495	1.0022	1

LSM, least square monotonic filter; NM, približno monotoni filter; SF, faktor nagiba

Јасобиевог филтра је мања од површине испод карактеристичне функције LSM филтра, иако је LSM филтар апроксимиран под условом минималне површине испод карактеристичне функције. На пример, ово важи за девети степен Јасобиевог филтра са параметрима $\alpha = -0.5$ и $0.3928 < \beta < 1.981$. Када степен филтра расте, разлика површина такође расте, па је приближно монотони филтар боље решење од LSM филтра. За $n = 10$, површина испод карактеристичне функције модификованог Јасобиевог филтра је за 16.7% мања од одговарајуће површине LSM филтра, а самим тим модификован Јасобиев филтар карактеришу мањи повратни губици.

Даљим увидом у Табелу 2.4, може се закључити да су и остале карактеристике модификованог Јасобиевог филтра боље од карактеристика LSM филтра осим у случају фактора добротe критичног пола, које су мало боље или приближно исте. Ово се и могло предвидети јер су им фреквенцијски одзиви приближно исти као што је приказано на Слици 2.8.

Важна предност у односу на LSM филтар је затворени облик карактеристичне функције, у математичком смислу, који садржи два степена слободе за подешавање карактеристика филтра, параметри α и β . Наведеним параметрима могу се подешавати таласавост у пропусном опсегу филтра, што утиче на повратне губитке, селективност и карактеристику групног кашњења.

Као један од недостатака модификованог Јасобиевих филтара може се навести чињеница да се парни редови филтра не могу реализовати као пасивне LC мреже са два приступа затворене једнаким отпорностима са оба краја. Са порастом реда филтра разлика између отпорности генератора и отпорности потрошача се смањује. Међутим, од поменутих монотоних филтара само Јасобиеви филтри се могу реализовати као симетричне/реципрочне мреже јер им је карактеристична функција пуни квадрат, што није случај са осталим монотоним филтрима. Ово је важна особина јер симетричне мреже имају смањену осетљивост на толеранције елемената [91, стр. 83].

2.4 Рационална преносна функција

За апроксимацију рационалне преносне функције користи се рационална карактеристична функција. Рационална карактеристична функција са простим половима ⁵ са вишеструким полем облика

$$\Phi_n(\omega, \omega_0) = \frac{\phi_n(\omega)(\omega_0^2 - 1)^m}{(\omega^2 - \omega_0^2)^m}$$

⁵Mozhe se koristiti racionalna karakteristichna funkcija

за апроксимацију рационалне преносне функције у којој имамо само једну непознату ω_0 да би се постигло жељено минимално слабљење у непропусном опсегу. Међутим, карактеристична функција са простим половима даје боље резултате., која се користи у једначини (2.1) уместо полиномске карактеристичне функције $\phi_n(\omega)$, да би се добила рационална преносна функција филтра [73], има облик

$$\Phi_n(\omega, \mathbf{X}_0) = \frac{\lambda \phi_n(\omega)}{\prod_{i=1}^m (\omega^2 - \omega_{0i}^2)} \quad (2.17)$$

где је $\mathbf{X}_0 = [\omega_{01}, \omega_{02}, \dots, \omega_{0m}]$ вектор који садржи полове ω_{0i} карактеристичне функције $\Phi_n(\omega, \mathbf{X}_0)$ који леже у непропусном опсегу филтра $\omega_{0i} > 1$, $\lambda = \prod_{i=1}^m (\omega_{0i}^2 - 1)$, а $n > 2m$ је степен преносне функције филтра. Може се лако проверити да је $\Phi_n(1, \mathbf{X}_0) = (-1)^m$, ако се има у виду да је $\phi_n(1) = 1$.

Дакле, карактеристична функција $\Phi_m(\omega)|_{\omega=-js}$ има нуле на $j\omega$ оси, у равни комплексне фреквенције, у пропусном опсегу филтра, док су полови на $j\omega$ оси у непропусном опсегу. Нуле карактеристичне функције су нуле рефлексије тако да за сигнале на тим фреквенцијама имамо максималан пренос снаге до потрошача. Полови карактеристичне функције су нуле преноса, а сигнали на тим фреквенцијама се и потпуности потискују.

Полове карактеристичне функције \mathbf{X}_0 треба подесити тако да слабљење у непропусном опсегу буде у Chebyshevљевог смислу, тј. да минимално слабљење на екстремалним фреквенцијама у непропусном опсегу $\mathbf{X}_m = [\omega_{m1}, \omega_{m2}, \dots, \omega_{mm}]$ износи a_{min} [dB]. Непознати вектор \mathbf{X}_0 може се израчунати решавањем система од m нелинеарних једначина Newton-Kantorovichevim итеративним поступком без меморије [5] уколико су почетна решења $\mathbf{X}_0^{(0)}$ довољно близу коначном решењу.

Први корак се састоји у одређивању почетних решења за рационалну карактеристичну функцију $\mathbf{X}_0^{(0)} = [\omega_{01}, \omega_{02}, \dots, \omega_{0m}]^{(0)}$ која су довољно близу коначним решењима и испуњавају услов $1 < \omega_{0m}^{(0)} < \dots < \omega_{02}^{(0)} < \omega_{01}^{(0)}$. Нуле елиптичког филтра m -тог реда могу се узети за почетно решење јер су довољно близу коначном решењу.

Други корак је одређивање почетних решења за m фреквенција $\mathbf{X}_m^{(0)} = [\omega_{m1}, \omega_{m2}, \dots, \omega_{mm}]^{(0)}$ у непропусном опсегу на којима наступају екстремне вредности слабљења. Те фреквенције су нуле првог извода карактеристичне функције

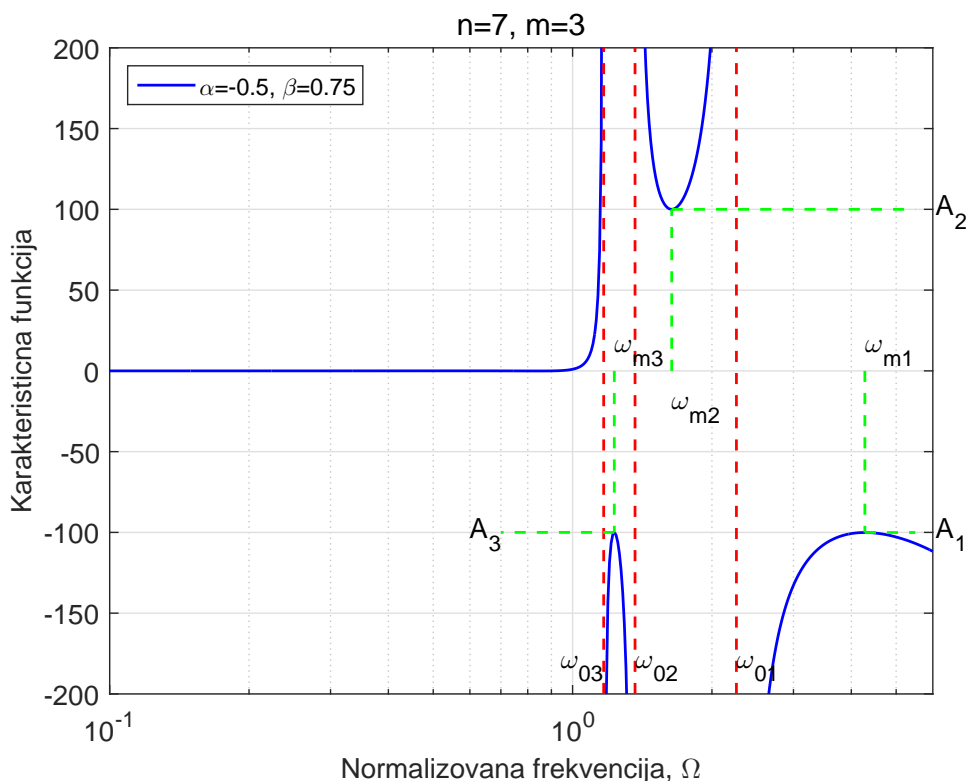
$$\frac{\partial \Phi_n(\omega_{mi}, \mathbf{X}_0)}{\partial \omega} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (2.18)$$

Трећи корак је израчунавање нових вредности за нуле карактеристичне функције решавањем система од m нелинеарних једначина Newton-Kantorovichevim поступком

$$F_i(\mathbf{X}_0) = \Phi_n(\omega_{mi}, \mathbf{X}_0) - (-1)^i A_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.19)$$

где су A_i екстремне вредности карактеристичне функције у непропусном опсегу које

се јављају на фреквенцијама ω_{mi} , као што је приказано на Слици 2.12. За слабљење у непропусном опсегу у Chebyshevљевом смислу је $A_1 = A_2 = \dots = A_m = A_s$, где је $A_s = \sqrt{10^{0.1a_{min}} - 1}$, а a_{min} је минимално слабљење филтра у непропусном опсегу.



Sl. 2.12: Рационална карактеристична функција заснована на модификованим Јасовићевим полиномима седмог реда са три пола на реалним фреквенцијама.

Веза између тренутне вредности непознатог вектора $\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_0^{(i)}$, и нове вредности вектора \mathbf{X}_0 добијене након једне итерације, $\mathbf{X}_0^{(i+1)}$, може се исказати у матричном облику

$$\mathbf{X}_0^{(i+1)} = \mathbf{X}_0^{(i)} - \mathbf{J}_F^{-1}(\mathbf{X}_0^{(i)})\mathbf{F}(\mathbf{X}_0^{(i)}) \quad (2.20)$$

где је $\mathbf{F}(\mathbf{X}_0)$ вектор димензија $m \times 1$ са компонентама $F_i(\mathbf{X}_0)$ ($i = 1, 2, \dots, m$) као што је приказано у једначини (2.19) за слабљење у непропусном опсегу у Chebyshevљевом смислу, и $\mathbf{J}_F^{-1}(\mathbf{X}_0)$ представља инверзну матрицу $m \times m$ Јасовић матрице $\mathbf{F}(\mathbf{X}_0)$. Пошто је вектор \mathbf{X}_m такође непознат, након израчунавања сваке нове вредности вектора \mathbf{X}_0 треба извршити и корекцију вектора \mathbf{X}_m , користећи једначину (2.18) која се користила за израчунавање почетне вредност за \mathbf{X}_m .

Као зауставни критеријум користи се Frobenijusова или Euklidова векторска норма $\|\mathbf{F}(\mathbf{x}_0)\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m F_i^2(\mathbf{X}_0)} < \varepsilon$, где је ε произвољно мали број. У програмском пакету MATLAB[®] позива се једноставно са наредбом `norm`.

У циљу одређивања преносне функције $H_n(s)$ на основу познатог квадрата амплитудске карактеристике $|H_n(\omega)|^2$, почињемо са аналитичким продужењем $\phi_n^2(\omega)$, на целу s -раван, пресликавањем $\omega \mapsto -js$. Полови $H_n(s)H_n(-s)$ су корени следеће

једначине

$$\Phi_n^2(\omega, \mathbf{X}_0) \Big|_{\omega=-js} + \frac{1}{\varepsilon_p^2} = 0. \quad (2.21)$$

Без губитка општости можемо претпоставити да је $\varepsilon_p = 1$. Избором полова у левој полуравни комплексне фреквенције, s_i , добијају се полови, стабилне, линеарне и временски инваријантне рационалне преносне функције:

$$H_n(s) = h_0 \frac{\prod_{i=1}^m (s^2 + \omega_{0i}^2)}{\sum_{i=1}^{n+1} a_i s^{n-i+1}}, \quad a_1 = 1 \quad (2.22)$$

где је $h_0 = a_{n+1} / \sqrt{1 + \varepsilon_p^2 \Phi_n^2(0, \mathbf{X}_0)} / \prod_{i=1}^m \omega_{0i}^2$ само референтни ниво, тј. ниво који ограничава да амплитуда преносне функција $|H_n(0)|$ не буде већа од јединице.

Нагиб рационалне амплитудске карактеристике на граници пропусног опсега је

$$S_r^{(\alpha, \beta)} = -\frac{1}{2^{3/2}} \left[\frac{n}{2} (n + \alpha + \beta + 1) \times \frac{\frac{\Gamma(n + \alpha + 1)}{\Gamma(\alpha + 2)} + \frac{\Gamma(n + \beta + 1)}{\Gamma(\beta + 2)}}{\frac{\Gamma(n + \alpha + 1)}{\Gamma(\alpha + 1)} + \frac{\Gamma(n + \beta + 1)}{\Gamma(\beta + 1)}} + \sum_{i=1}^m \frac{2}{\omega_{0i}^2 - 1} \right]. \quad (2.23)$$

Једначина 2.23 има два дела. Први део је нагиб карактеристике слабљења на граници пропусног опсега модификованог Јасовијевог филтра са свим нулама преноса у бесконачности, једначина (2.15). Други део показује како коначне нуле преноса повећавају нагиб амплитудске карактеристике на ивици пропусног опсега.

Од практичног интереса је да карактеристика слабљења у пропусном опсегу предложене класе филтра са коначним нулама преноса има приближно монотони карактер, који се може специфицирати минималном и максималном вредношћу слабљења у пропусном опсегу. Предложено је да та граница буде од нуле до 0.05 dB. На пример, модификован Јасовијев филтар за $n = 5$, $\alpha = -0.5$, $\beta = 0.75$ и $m = 2$ максимално слабљење у пропусном опсегу износи $a_{max} = 0.0432789$ dB на нормализованој фреквенцији 0.7139761, док је нулта вредност слабљења на нормализованој фреквенцији 0.8357625. Од познатих филтара са коначним нулама преноса само Инверзни Chebyshevљев филтар има максимално равну амплитудску карактеристику у пропусном опсегу.

Применом предложене технике апроксимације може се добити велики број различитих класа филтара, али у дисертацији биће посвећена пажња само класи филтара са приближно максимално равном амплитудском (AMF) карактеристиком у пропусном опсегу. Применом описане процедуре одређене су преносне функције са приближно максимално равном амплитудском карактеристиком у пропусном опсегу за $n = 5, 6, 7$ и 8 и дате су у Табели 2.5. Приближно максимално равна амплитудска

карактеристика се постиже усвајањем вредности параметара $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.75$ и минималним слабљењем у непропусном опсегу од $a_{min} = 40$ dB. Промена минималног слабљења у непропусном опсегу повлачи за собом и промену параметра β да би се постигло да карактеристика слабљења буде приближно максимално равна. Поред полова и нула, Табела 2.5 садржи референтни ниво h_0 и границу непропусног опсега ω_s .

Tab. 2.5: *Polozaj polova i nula, referentni nivo h_0 i ivica nepropusnog opseg ω_s klase filtara sa priblizhno maksimalno ravnom (AMF) amplitudskom karakteristikom: $\alpha = -0.5$, $\beta = 0.75$, i $R_s = 40$ dB.*

n	Polozaj polova	Polozaj nula	h_0	ω_s
5	-0.7867560		0.0612759	1.3717804
	$-0.4916962 \pm j0.7264817$	$\pm j1.4274814$		
	$-0.1289561 \pm j0.9769936$	$\pm j2.1700163$		
6	$-0.7351847 \pm j0.3848155$		0.1263212	1.2400738
	$-0.3635299 \pm j0.8494604$	$\pm j1.2735859$		
	$-0.0902172 \pm j0.9871114$	$\pm j1.6788095$		
7	-0.9707736		0.0659537	1.1485312
	$-0.6517634 \pm j0.7124820$	$\pm j1.1672226$		
	$-0.2616439 \pm j0.9385858$	$\pm j1.3641911$		
	$-0.0622904 \pm j0.9943376$	$\pm j2.2585344$		
8	$-0.9263043 \pm j0.3963592$		0.1559630	1.1072921
	$-0.5066291 \pm j0.8534024$	$\pm j1.1203195$		
	$-0.1961991 \pm j0.9674855$	$\pm j1.2527802$		
	$-0.0467816 \pm j0.9967405$	$\pm j1.7770579$		

2.4.1 Поређење са Chebyshevљевим филтром типа два

Као што је познато, Butterworthови филтри користе за поређење карактеристика филтара са свим нулама преноса у бесконачности, док се Chebyshevљев филтар типа два или краће Chebyshevљев II филтар, у литератури се још налази под називом инверзни Chebyshevљеви филтар, користи за поређење филтара са коначним нулама преноса, кога, као и Butterworthов филтар, карактерише максимално равна амплитудска карактеристика у координатном почетку, док је у непропусном опсегу Chebyshevљево слабљење. Природна нормализација прототипског Chebyshevљевог филтра типа два, у даљем тексту Chebyshevљев II филтар, је да гранична фреквенција непропусног опсега има вредност један, односно $\omega_s = 1$. Квадрат модула преносне функције инверзног Chebyshevљевог филтра је

$$|H_{IC}(j\omega)|^2 = \frac{\varepsilon_s^2 T_n^2(1/\omega)}{1 + \varepsilon_s^2 T_n^2(1/\omega)} \quad (2.24)$$

Да би поређење било коректно потребно је да филтри пропусници ниских фреквенција који се пореде имају исту ширину пропусног опсега $\omega_{3dB} = 1$. Нека је ω_c гранична фреквенција пропусног опсега на којој квадрат модула преносне функције Chebyshevљевог II филтра опадне на вредност $1/(1 + \varepsilon_p^2)$, односно рационална карактеристична функција Chebyshevљевог II филтра $\Phi_n(\omega_c) = 1/\varepsilon_s T_n(1/\omega_c)$ има јединићу вредност, па се може написати да је

$$|H_{IC}(j\omega_c)|^2 = \frac{1}{\varepsilon_p^2 + \frac{\varepsilon_s^2 T_n^2(1/\omega_c)}{1 + \varepsilon_p^2}} = \frac{1}{1 + \varepsilon_p^2} \quad (2.25)$$

где је $T_n(\omega) = \cos(n \arccos \omega)$ Chebyshevљев полином прве врсте n -тог степена, $\varepsilon_s = 1/\sqrt{10^{0.1a_{min}} - 1}$ је фактор којим се контролише минимално слабљење у непропусном опсегу (stopband edge ripple factor), a_{min} у dB. Као што је напред усвојено, можемо заменити ε_p са јединицом да би добили слабљење од 3 dB на граници пропусног опсега Chebyshevљевог II филтра, $\omega_{3dB} = 1$. Заменом $\varepsilon_p = 1$ у једначину (2.25) може се једноставно показати да је $\Phi_n(\omega_c) = 1$ ако је

$$\varepsilon_s \cosh(n \operatorname{arccosh} \frac{1}{\omega_c}) = 1 \quad (2.26)$$

Решавањем једначине (2.26) за ω_c добија се следећа вредност

$$\omega_c = \frac{1}{\cosh(\frac{1}{n} \operatorname{arccosh} \frac{1}{\varepsilon_s})} < 1 \quad (2.27)$$

Сада се фреквенцијска карактеристика Chebyshevљевог II филтра може ренормализовати тако да је $\omega_{3dB} = 1$, што се постиже дефинисањем нова фреквенцијске променљиве $\omega' = \omega \omega_c$. Заменом $n = 7$ и $\varepsilon_s(40\text{dB}) = 0.010000500037503$ у једначину (2.26) добија се $\omega_c = 1.300381290412607$.

Нагиб амплитудске карактеристике Chebyshevљевог II филтра на $\omega_{3dB} = \omega_c$ граници пропусног опсега је

$$SF_n^{IC} = \left. \frac{d|H_{IC}(j\omega)|}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_c} = -\frac{\varepsilon_p^2}{(1 + \varepsilon_p^2)^{3/2}} \left. \frac{d\Phi_n(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_c} \quad (2.28)$$

јер је $\Phi_n(\omega_c) = 1/[\varepsilon_s T_n(1/\omega_c)] = 1$ рационалан карактеристична функција инверзног Chebyshevљевог филтра. Нагиб амплитудске карактеристике Chebyshevљевог II филтра на граничној фреквенцији пропусног опсега $\omega_{3dB} = \omega_c$ у затвореном облику дибија се диференцирањем карактеристић не функције $\Phi_n(\omega)$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\omega} |\Phi_n(\omega)| \Big|_{\omega=\omega_c} &= \frac{n \sinh\left(n \operatorname{arccosh} \frac{1}{\omega_c}\right)}{\omega_c^2 \varepsilon_s \cosh\left(n \operatorname{arccosh} \frac{1}{\omega_c}\right)^2 \sqrt{\frac{1}{\omega_c^2} - 1}} \\ &= \frac{n \sinh\left(\operatorname{arccosh} \frac{1}{\varepsilon_s}\right)}{\frac{1}{\varepsilon_s} \omega_c \sqrt{1 - \omega_c^2}} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Коначно се добија

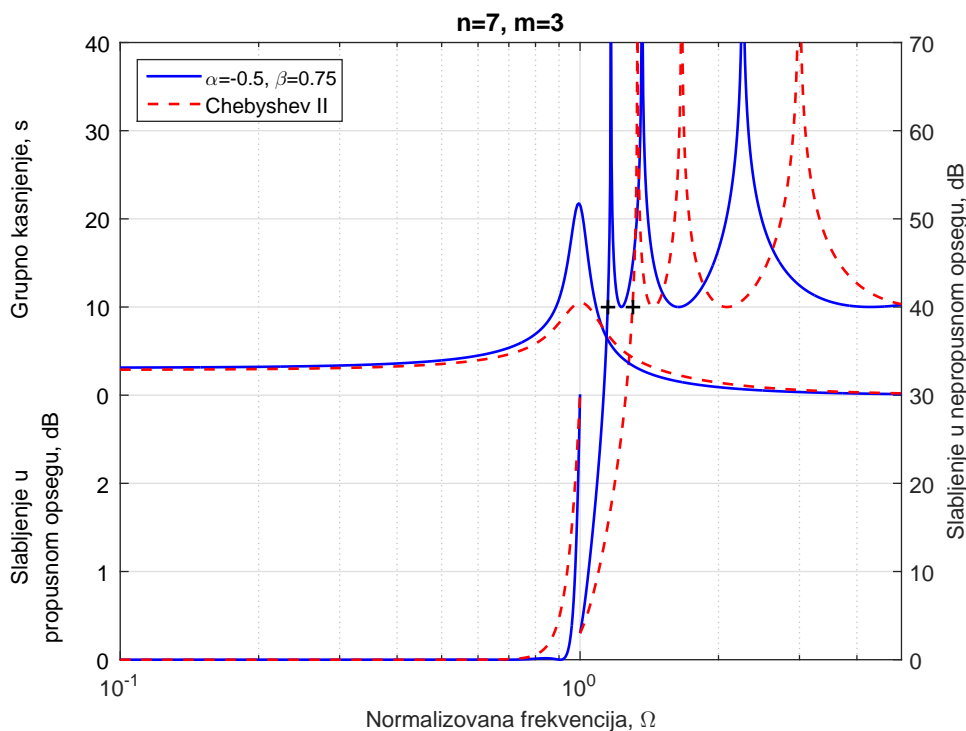
$$\frac{d}{d\omega} |\Phi_n(\omega)| \Big|_{\omega=\omega_c} = \frac{n \sqrt{1 - \varepsilon_s^2}}{\omega_c \sqrt{1 - \omega_c^2}} \quad (2.30)$$

јер из једначине (2.27) следи да је $n \operatorname{arccosh}(1/\omega_c) = \operatorname{arccosh}(1/\varepsilon_s)$. За извођење једначине (2.30) може се користити симболичка анализа. Нагиб амплитудске карактеристике на граници пропусног опсега се добија кад се нагиб карактеристичне функције подели са $\varepsilon_p^2/(1 + \varepsilon_p^2)^{3/2}$, што за $\varepsilon_p = 1$ износи $2^{-3/2}$.

Фактор нагиба карактеристичне функције Chebyshevљевог II филтра петог реда са минималним слабљењем у непропусном опсегу $a_{min} = 40$ дБ износи $SF_5^{(IC)} = 10.2853346$, што је скоро шест пута мање од нагиба карактеристичне функције модификованог Јасобиевог филтра истог реда и са истим слабљењем у непропусном опсегу, али са приближно максимално равном амплитудском карактеристиком у пропусном опсегу, који износи $SF_5^{(AMF)} = 61.0941582$.

Амплитудске карактеристике и карактеристике групног кашњења филтра са приближно максимално равном амплитудском карактеристиком у пропусном опсегу и Chebyshevљевог II филтра приказане су на Слици 2.13. Може се уочити да предложени филтар има знатно бољу карактеристику слабљења како у пропусном тако и у непропусном опсегу. Слабљење новог филтра за $m = 2$ у пропусном опсегу је увек мање од слабљења Chebyshevљевог филтра. С друге стране карактеристика групног кашњења Chebyshevљевог II филтра је нешто боља.

Амплитудску карактеристику AMF филтра карактерише ripple у пропусном опсегу, у близини граничне фреквенције, који се може контролисати параметрима модификованог Јасобиевог полинома, а са њиме и граница непропусног опсега тако да прелазну зону може чинити ужом од прелазне зоне Chebyshevљевог II филтра. Граница пропусног опсега AMF филтра петог реда са $m = 2$, $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.75$, је $\omega_s^{(AMF)} = 1.3717804$, која је нижа од граничне фреквенције Chebyshevљевог II филтра истог степена која износи $\omega_s^{(CI)} = 1.6159670$. За $\alpha = \beta \rightarrow \infty$ модификован -Jacobiev полином постаје Butterworthов полином, што се може постићи коначним вредностима параметара $\alpha = \beta > 25$, а AMF филтар се трансформише у Chebyshevљев II филтар, који представља гранични случај AMF филтра.



Sl. 2.13: Поређење карактеристика у устаљеном стању приближно монотоног Псеудо-Јасобиевог филтра ($\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.75$) са три коначне нуле преноса и преносне функције Чебышевљевог II филтра.

2.5 Закључак

Приказана је нова класа филтарских функција која се може применити за реализацију хибридне банке филтара. Апроксимација је заснована на ортогоналним Јасобиевим полиномима, који се у изворном облику не могу применити као филтарске функције. Једноставном модификацијом, која користи парити релацију за ортогоналне Јасобиеве полиноме, добијена је филтарска функција погодна за реализацију свих врста филтара. Поред два степена слободе, степен филтра и максимално слабљење у пропусном опсегу који се стандардно користе за оптимизацију карактеристика филтра, предложена апроксимација има још два степена слободе, а то су два параметра модификованих Јасобиевих полинома. Нова класа филтра је названа модификовани Јасобиеви филтри.

Карактеристике нове класе филтара могу се сумирати у следећем:

1. Стандардни ортогонални полиноми, Чебышевљеви, Legendreови, Геренбауерови и Butterworthови полиноми, који се користе за апроксимацију филтарских функција су специјални случајеви Јасобиевих полинома, а самим тим и модификованих Јасобиевих полинома. Овом апроксимацијом су обухваћене све апроксимације филтарских функција ортогоналним полиномима, изузев прелазних филтара.

2. Погодним избором параметара модификованог Јасобиевог полинома може се апроксимирати приближно монотона карактеристика слабљења у пропусном опсегу. Добијена класа филтара погодна је за реализацију хибридне банке филтара у микроталасној техници јер је карактеристике ниска вредност повратних губитака и коначан број нула на којима наступа максималан пренос снаге потрошачу.
3. Резултати добијени поређењем нове класе филтара са критично монотоним амплитудским карактеристикама показују да су карактеристике које нуди предложена апроксимација филтарских функција модификованим Јасобиевим полиномима значајно боље од карактеристика класичних монотоних филтара.
4. Лествичаста LC реализација нове класе филтарских функција је симетрична и реципрочна, а тиме и мање осетљива на толеранције елемената, у односу на критично монотоне филтре који се не могу реализовати као симетричне лествичасте LC мреже.
5. Применом континуалних фреквенцијских трансформација на прототипске функције Јасобиевог филтра могу се остварити сви типови филтара: пропусник високих фреквенција, пропусник опсега фреквенција и непропусник опсега фреквенција.

Glava 3

Модификована Јасобијева ланчана функција

ПРОШЛО је отприлике 20 година од када су Guglielmi и Conog [32] публиковали нову класу филтара засновану на ланчаним Chebyshevљевим функцијама названу ланчани филтри. Дефинисана је нова полиномска карактеристична функција заснована на производу класичних Chebyshevљевих полинома нижег степена (CCF), које су назвали **seed** функције. Ланчане функције као производ ортогоналних Legendreових полинома нижег степена (LCF) недавно је објављен у раду [79].

Концепт ланчаних филтара остварује различите преносне функције, који имају исти степен, али различити одзив устаљеног стања, одзив прелазног стања и практичну имплементацију, посебно за реализацију филтара микроталасним структурама. У поређењу са конвенционалном апроксимацијом, концепт ланчаних функција нуди: смањену осетљивост на производне грешке, мању вредност Q -фактор неоптерећеног резонатора у случају реализације микроталасном структуром, а самин тим, мање унето слабљење и повратне губитке. Ово се постиже погодним избором seed функција и њиховом комбинацијом за усвојену имплементацију, на пример микроталасном структуром и технологијом. Ово је резултат компромиса између слабљења у пропусном опсегу селективности филтра који се могу подешавати у опсегу од од оних повезаних са Butterworthом преносном функцијом до конвенционалних Chebyshevљевих филтара.

У овој глави је описана нова класа ланчаних функција погодна за апроксимацију филтерских функција, које се називају модификоване Јасобијеве ланчане функције (*mJCF*). Једноставном модификацијом Јасобијевих полинома, који имају два параметра више у односу на друге ортогоналне полиноме, добија се нова функција погодна за апроксимацију филтара. Показало се да су ово додатни параметри (степен слободе) који се могу користити за добијање фреквенцијског одзива филтра који имају мањи ниво таласања у пропусном опсегу, или веће повратно слабљење у про-

пусном опсегу, или стрмији нагиб карактеристике слабљења на граници пропусног опсега него у случају Chebyshev-левих, Legendre-ових ланчаних филтара, или филтара који ултрасверичне (Gegenbauer-ове) ортогоналне полиноме [75] користе као seed функције. Теоријско и експериментално упоређивање модификованих Јасовијевих ланчаних функција са познатим Chebyshev-евим и Legendre-овим ланчаним функцијама није неопходно јер представљају посебне случајеве предложених ланчаних функција.

3.1 Ланчане функције

Постоје две методе које се могу применити за синтезу пасивних LC филтара. Прва је позната као метода имаж параметара, а друга је метода унетих губитка. Прва метода пружа могућност пројектовања филтара пропусника или непропусника одређених фреквенцијских опсега, али се њихов фреквенцијски одзив не може подешавати. Друга метода је знатно боља у смислу да пружа могућност за обликовање фреквенцијског одзива филтра. Пројектовање ланчаних филтара заснива се методи унетих губитака који је описан у предходном поглављу.

Нова класа филтарских функција, коју су дефинисали Guglielmi и Connor [32], а затим и Chrisostomidis и Lucyszyn [13], се користи као карактеристична функција преносне функције филтра пропусника нискох фреквенција. Карактеристична функција n -тог степена $K_n(\omega)$ је производ функција нижег n_i -тог степена $K_{n_i}(\omega)$, познате као **seed** функције, па је

$$K_n(x) = \prod_{i=1}^k K_{n_i}(x) \quad (3.1)$$

где је n степен филтра који је одређен збиром степена појединих seed функција $n = \sum_{i=1}^k n_i$. Као seed функције у раду [32] примењене су генерализоване Chebyshev-еве функције нижег ред, док су у раду [41] примењени Zolotarevi полиноми, што чини да карактеристична функција уноси нуле у преносну функцију филтра. Када се генерализоване Chebyshev-еве seed функције дегенеришу у ковенционалне Chebyshev-еве полиноме тада су све нуле преноса у бесконачности [15]. Legendre-ови ланчане функције описана у раду [80], нуде такође преносне функције са свим нулама преноса у бесконачности.

3.1.1 Модификована Јасовијева ланчана функција

Карактеристична функција, која се користи за пројектовање филтара пропусника ниских фреквенција може бити модификована Јасовијев полином n -тог степена [81] или ланчана функција формирана као производ модификованих Јасовијевих поли-

нома нижег степена, које ће бити назване модификоване Јасовијеве seed функције. Дакле, нова класа карактеристичних функција степена n , која ће бити названа модификована Јасовијева ланчана функција ($mJCF$), је

$$mJCF_n(x) = \prod_{i=1}^v \Pi_{n_i}^{(\alpha_i, \beta_i)}(x) \quad (3.2)$$

где је n_i степен i -те seed функције ($v = 1$ се односи на модификовани Јасовијев полином), $\Pi_{n_i}^{(\alpha_i, \beta_i)}(x)$ се односи на модификовану Јасовијеву seed функцију степена n_i са параметрима α_i и β_i , а n је степен модификоване ланчане функције. Степен филтра се одређује као збир степени конститутивних seed функција као што је то већ поменуто у једначини (3.1). Seed функција највишег степена је водећа seed функција. seed функције могу да имају исте параметре или да свака seed функција има своје параметре α_i и β_i .

Партиција природног броја n , може се користити за одређивање броја seed функција на који се може разложит преносна функција филтра степена $n < n_i$. Партиција природног броја n је представљање броја n у облику збира неколико природних бројева, при чему редослед сабирака није битан. Дакле, партиција природног броја n је свака уређена k -торка природних бројева (a_1, a_2, \dots, a_k) за који је

$$a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_k$$

и

$$n = a_1 + a_2 + \dots + a_k.$$

Број свих партиција природног броја n означава се са $p(n)$. На пример

$$4 = 3 + 1 = 2 + 2 = 2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1$$

зато је $p(4) = 5$. Дефинише да је $p(0) = 1$.

За израчунавање броја свих партиција природног броја n може се користити Еулерова рекурзивна формула

$$p(n) = \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} \left[p\left(n - \frac{m(3m-1)}{2}\right) + p\left(n - \frac{m(3m+1)}{2}\right) \right] \quad (3.3)$$

Једначина (3.3) омогућава да се на прост израчуна комплетна листа свих партиција природних бројева $p(2), p(3), \dots, p(n-1), p(n)$. На пример, коришћењем једначине (3.3) број свих партиција за $n = 5$, $p(5)$, се одређује израчунавањем вредности израза (3.3) за $m = 1$ и $m = 2$

$$\begin{aligned} p(5) &= [p(5-2) + p(5-1)] - [p(5-7) + p(5-5)] \\ &= [3 + 5] - [0 + 1] = 7 \end{aligned}$$

где је $p(4) = 5$. Број свих партиција $p(6)$ се одређује такође израчунавањем вредности израза (3.3) за $m = 1$ и $m = 2$

$$\begin{aligned} p(6) &= [p(6-2) + p(6-1)] - [p(6-7) + p(6-5)] \\ &= [5 + 7] - [0 + 1] = 11 \end{aligned}$$

где је $p(5) = 7$.

Према томе, постоји 11 начина за представљање шестог степена модификоване Јасовијеве ланчане функције ($mJCF$) као производ seed функција следећег степена: $mJCF-6$, $mJCF-51$, $mJCF-42$, $mJCF-411$, $mJCF-33$, $mJCF-321$, $mJCF-3111$, $mJCF-222$, $mJCF-2211$, $mJCF-21111$, и $mJCF-111111$, где сваки број представља степен конституивне seed функције n_i . Конвекцијом је установљено да се партиције ређају од највеће до најмање уз петпоставку да је степен seed функција једноцифрен.

У Табели 3.1 дати су сви модификовани Јасовијеви ланчани полиноми петог степена када све seed функције имају исте параметре $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.35$. У другој колони је број конституивних seed функција ν

Tab. 3.1: Ланчани модификовани Јасовијеви полиноми петог степена за $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.35$.

Сеед функције	ν	$mJCF$ полиноми		
$mJCF-11111$	5	$1.0000000 x^5$		
$mJCF-211$	3	$1.3986616 x^5$	$-0.3986616 x^3$	
$mJCF-221$	3	$1.9562541 x^5$	$-1.1151853 x^3$	$+0.1589310$
$mJCF-311$	3	$2.1841800 x^5$	$-1.1841801 x^3$	
$mJCF-33$	2	$3.0549288 x^5$	$-2.5270159 x^3$	$+0.4720871 x$
$mJCF-41$	2	$3.6123123 x^5$	$-2.8728538 x^3$	$+0.2605416 x$
$mJCF-5$	1	$6.1901631 x^5$	$-6.4814839 x^3$	$+1.2913206 x$

У Табели 3.2 дати су сви модификовани Јасовијеви ланчани полиноми шестог степена. Све seed функције имају исте вредности параметара $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.35$. У другој колони је број конституивних seed функција ν .

Анализом табела 3.1 и 3.2 може се закључити следеће:

1. Ланчана функција $mJCF-11111$ и $mJCF-111111$ се стандардни Butterworthови полиноми [10] петог и шестог степена, респективно, који апроксимира амплитудску карактеристику филтра у максимално равном смислу.
2. Ланчана функција $mJCF-6$ је стандардни модификовани Јасовијев полином [77] шестог степена.

Tab. 3.2: Ланчани модификовани Јасовијеви полиноми шестог степена за $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.35$.

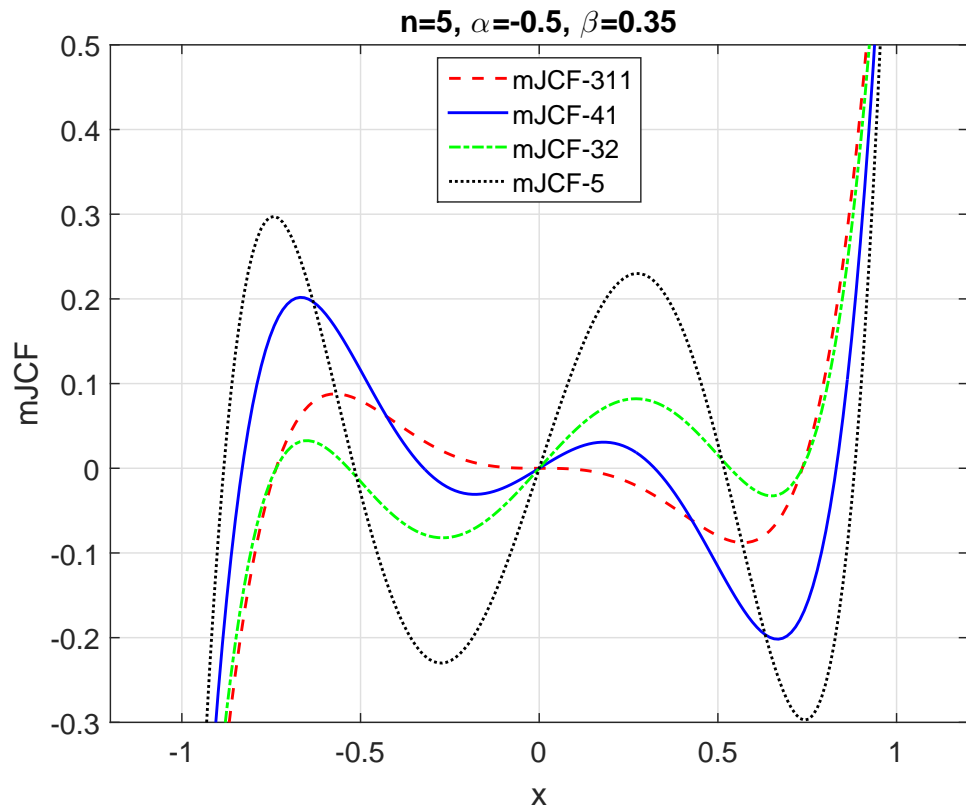
Сеед функције ν	mJCF полиноми			
<i>mJCF</i> -111111	6	1.0000000	x^6	
<i>mJCF</i> -21111	5	1.3986616	x^6	$-0.3986616 x^4$
<i>mJCF</i> -2211	4	1.9562541	x^6	$-1.1151853 x^4 + 0.1589310 x^2$
<i>mJCF</i> -222	3	2.7361376	x^6	$-2.3396502 x^4 + 0.6668723 x^2 - 0.0633597$
<i>mJCF</i> -3111	4	2.1841800	x^6	$-1.1841801 x^4$
<i>mJCF</i> -321	3	3.0549288	x^6	$-2.5270159 x^4 + 0.4720871 x^2$
<i>mJCF</i> -33	2	4.7706428	x^6	$-5.1729255 x^4 + 1.4022826 x^2$
<i>mJCF</i> -411	3	3.6123123	x^6	$-2.8728538 x^4 + 0.2605416 x^2$
<i>mJCF</i> -42	2	5.0524025	x^6	$-5.4582405 x^4 + 1.5097059 x^2 - 0.1038679$
<i>mJCF</i> -51	2	6.1901631	x^6	$-6.4814839 x^4 + 1.2913206 x^2$
<i>mJCF</i> -6	1	10.8676577	x^6	$-14.1083670 x^4 + 4.4375319 x^2 - 0.1968233$

3. Сви полиноми су парног степена (Табела 3.2) и једнаки су нули у координатном почетку осим полинома које чини производ парних сеед функција, а то су *mJCF*-222, *mJCF*-42 и *mJCF*-6. Ово важи и за остале ланчане полиноме парног степена.
4. Ланчане функције које чине две исте сеед функције, као на пример *mJCF*-2211 и *mJCF*-33, имају двоструку нулу.
5. Ланчана функције које чине три једнаке сеед функције, као на пример *mJCF*-222, имају троструку нулу.
6. Нуле сеед функције су у исто време и нуле ланчане функције, те се може уочити да ланчане функције које имају сеед функције истог степена имају и исте нуле, уколико све сеед функције имају исте параметре α и β .
7. Са порастом степена конститутивне сеед функције *mJCF*, а степен ланчане функције остаје непромењен, карактерише пораст осцилације у пропусном опсегу као и пораст асимптоцког нагиба ланчане функције.

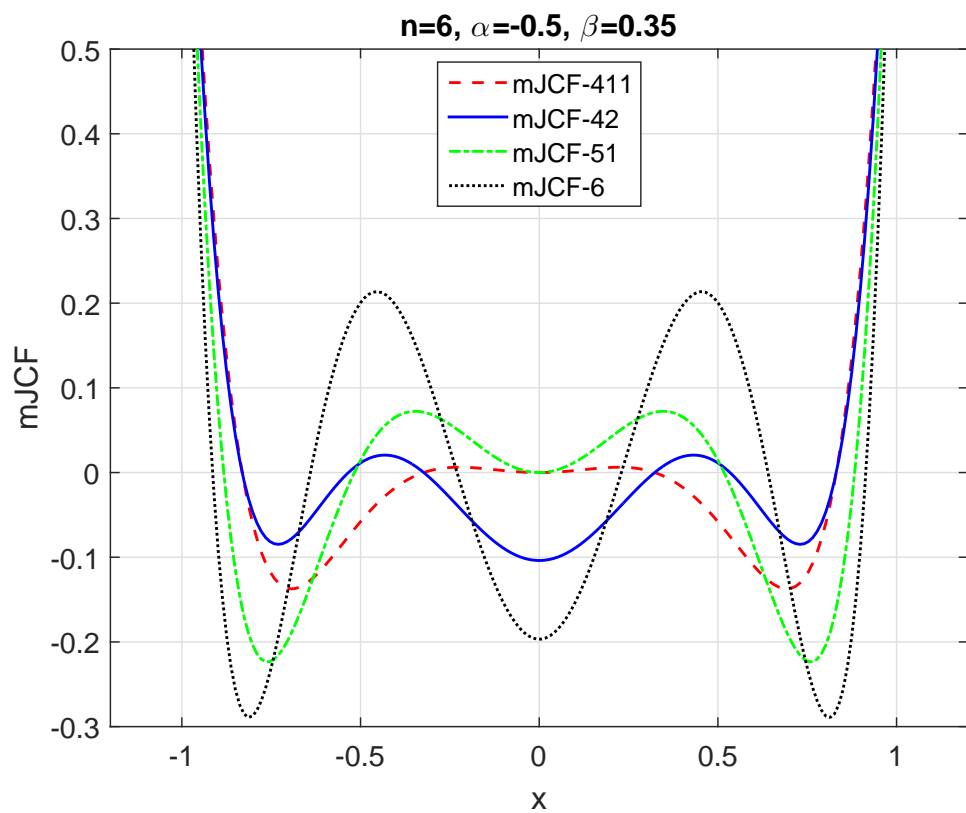
На сликама 3.2 и 3.2 приказане су модификоване Јасовијеве ланчане функције петог и шестог степена, а у Табелама 3.1 и 3.2 одговарајући полиноми за функције петог и шестог степена.

Максимални број комбинација сеед функција за ланчане функције до 12-тог степена је

$$\begin{aligned}
 p(7) &= 15, & p(10) &= 42, \\
 p(8) &= 22, & p(11) &= 56, \\
 p(9) &= 30, & p(12) &= 77.
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$



Sl. 3.1: Модификоване Јасовијеве ланчане функције петог степена.



Sl. 3.2: Модификоване Јасовијеве ланчане функције шестог степена.

3.1.2 Seed функције са произвољним параметрима

У односу на стандардне полиномске филтарске функције које имају само два степена слободне за подешавање карактеристике филтра¹, модификоване Јасовијеве ланчане функције се могу генерисати тако да све seed функције имају исти параметар $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_\nu$, а да се за оптимизацију преносне функције филтра користи параметар β тако да је $\beta_1 \neq \beta_2 \neq \dots \neq \beta_\nu$. Дакле, ако се специфицира степен филтра n , број seed функција ν и параметар α , за оптимизацију преносне функције остаје параметар β . Напоменимо да seed функција првог степена није функција параметара α и β .

На пример, нека је $n = 8$ и $\nu = 2$, за оптимизацију се могу користити следеће модификоване Јасовијеве ланчане функције: *mJCF-71*, *mJCF-62*, *mJCF-53* и *mJCF-44*. За *mJCF-53* и $\alpha = -0.35$ могу се добити следће филтарске функције:

1. Seed функције истим параметрима $\beta_1 = \beta_2 = 1.5$ су:

$$\begin{aligned}\Pi_5^{(-0.35,1.5)}(x) &= 2.4109590x^5 - 1.5342466x^3 + 0.1232877x \\ \Pi_3^{(-0.35,1.5)}(x) &= 1.2727273x^3 - 0.2727273x\end{aligned}$$

Ланчана функција је:

$$mJCF_8(x) = 3.0684931x^8 - 2.6102116x^6 + 0.5753425x^4 - 0.0336239x^2$$

2. Seed функције са истим параметром $\alpha = -0.35$ а различитим вредностима параметра $\beta_1 = 1.5$ и $\beta_2 = 1.0$ су:

$$\begin{aligned}\Pi_5^{(-0.35,1.5)}(x) &= 2.4110x^5 - 1.5342x^3 + 0.1233x \\ \Pi_3^{(-0.35,1.0)}(x) &= 1.5543479x^3 - 0.5543478x\end{aligned}$$

Ланчана функција је:

$$mJCF_8(x) = 3.7474687x^8 - 3.7212627x^6 + 1.0421382x^4 - 0.0683443x^2$$

3. Seed функције са истим параметром $\alpha = -0.35$ а различитим вредностима параметра $\beta_1 = 1.5$ и $\beta_2 = 0.0$ су:

$$\begin{aligned}\Pi_5^{(-0.35,1.5)}(x) &= 2.4110x^5 - 1.5342x^3 + 0.1233x \\ \Pi_3^{(-0.35,0.0)}(x) &= 2.7500000x^3 - 1.7500000x\end{aligned}$$

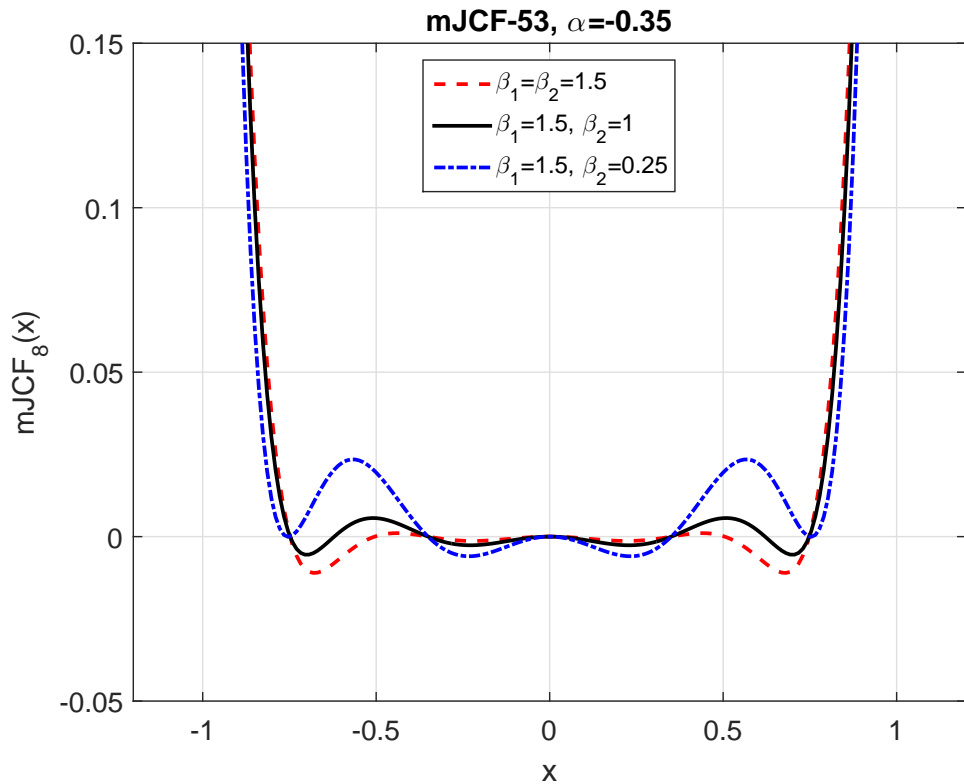
Ланчана функција је:

$$mJCF_8(x) = 6.6301370x^8 - 8.4383564x^6 + 3.0239725x^4 - 0.2157534x^2$$

¹Степен филтра n и параметар ε_p .

Све ланчане функције су парног степена и добијене су као производ две seed функције непарног степена, те је $mJCF_8(0) = 0$. Поред тога је и први извод $mJCF$ једнак нули у координатном почетку, док су виши изводи различити од нуле. Постоји заравњење првог степена $mJCF$ у координатном почетку.

На Слици 3.3 приказане су припадајуће модификоване Јасовијеве ланчане функције. Може се сматрати да је производ $\Pi_5^{(-0.35,1.5)}(x)\Pi_3^{(-0.35,1.0)}(x)$ оптимална модификована Јасовијева ланчана функција. Има најмање осцилације у интервалу ортогоналности, а одступање осцилација од нулте вредности на граници интервала ортогоналности су приближно једнака.

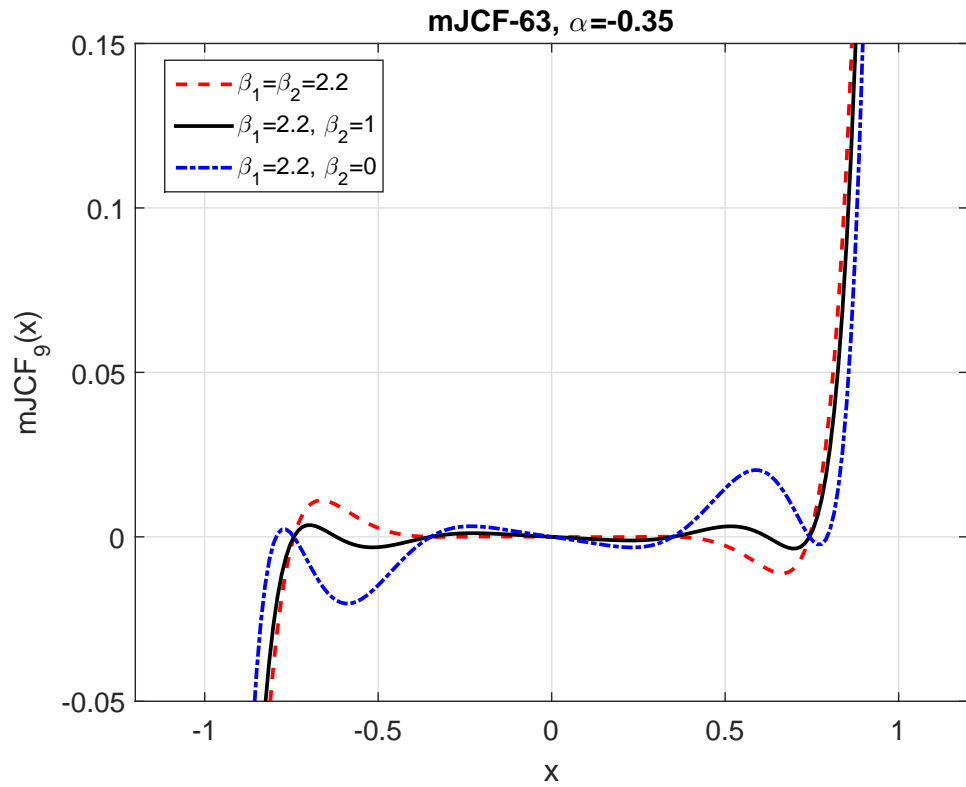


Sl. 3.3: Модификоване Јасовијеве ланчане функције осмог степена.

На Слици 3.4 приказани су модификоване Јасовијеве ланчане функције деветог степена. И у овом случају је $mJCF_8(0) = 0$, јер је модификована Јасовијева ланчана функција добијена као производ seed функције парног и непарног степена, на пример $mJCF_8(0) = \Pi_6^{(-0.35,2.2)}(x)\Pi_3^{(-0.35,1.0)}(x)$. Међутим, први извод ове ланчане функције није једнак нули у координатном почетку тако да функција нема заравњење у координатном почетку.

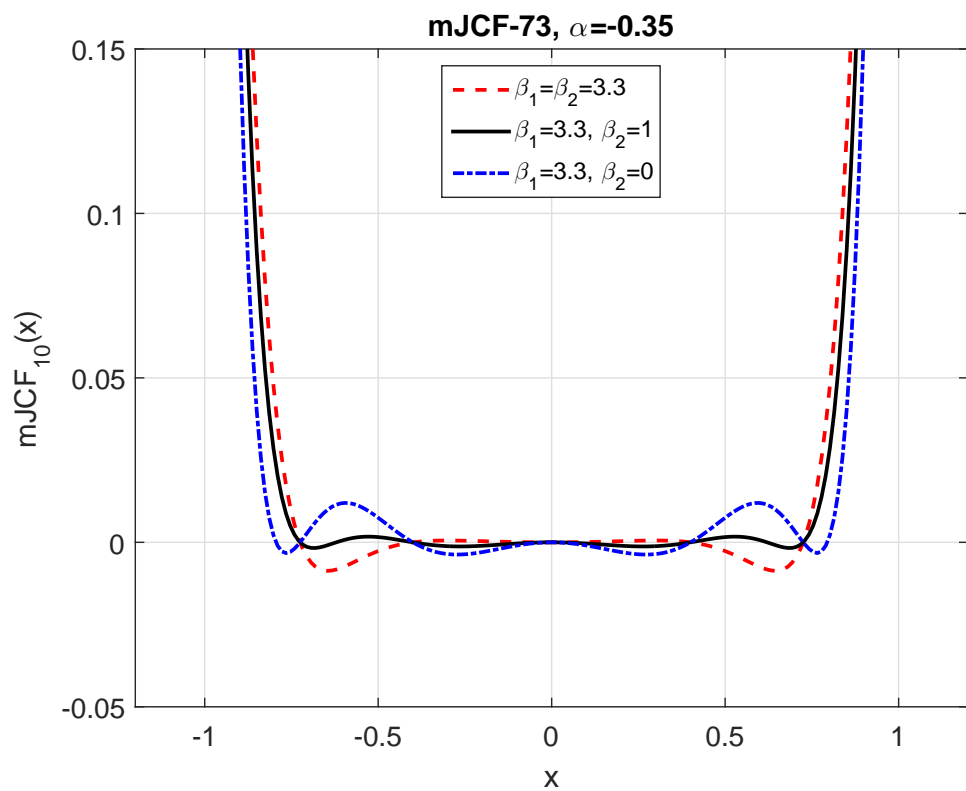
Оптимално решење је означено пуном линијом на Слици 3.4. Њега карактерише, као у преходном примеру, мала таласавост у интервалу ортогоналности Јасовијевих полинома.

Као последњи пример, на Слици 3.5 приказане су модификоване Јасовијеве ланчане функције десетог степена. И у овом случају је оптимално решење означено



SI. 3.4: Модификоване Јасовијеве ланчане функције деветог степена.

пуном линијом.



SI. 3.5: Модификоване Јасовијеве ланчане функције десетог степена.

У наведеним примерима степен ланчане функције је мењан само променом прве seed функције док је степен друге seed функције осцјао исти - трећи степен. Оптимално решење је добијено тако што су параметри seed функције трећег степена остали исти $\alpha_2 = \alpha = 0.35$ и $\beta_2 = 1$, док се код прве seed функције мењао само параметар β_1 и то за $n = 8$ оптимална вредност је $\beta_1 = 1.5$, за $n = 9$ оптимална вредност је $\beta_1 = 2.2$ и за $n = 10$ оптимална вредност је $\beta_1 = 3.3$. Дакле, пораст степена филтра прати и пораст параметра β . Ако се описани поступак настави, оптимално решење за ланчани филтар једаног степена ће се добити за $\beta_1 = 4.5$.

Описани поступци оптимизације ланчаних функција са различитим вредностима α и β се односе на ланчане функције са две конститутивне seed функције. Са порастом броја конститутивних seed функција процес оптимизације са компликује, јер поред оптимизације параметара α и β потребно је оптимизирати већи број seed функција. На пример, ланчана функција седмог степена са три seed функције може се генерисати на четири начина: *mJCF-322*, *mJCF-331*, *mJCF-421* и *mJCF-511*. Треба имати у виду да у seed функцији првог степена не учествују параметри α и β , па се оптимизација своди на seed функције са степеном већим од један, што знатно поједностављује процес оптимизације.

3.2 Закључак

У овој глави су дефинисане модификоване Јасовијеве ланчане функције. Основна карактеристика ланчаних функција знована на модификованим Јасовијевим полиномима је да имају знатно већи број слободних параметара који се могу користити за оптимизацију карактеристика филтара како у фреквенцијском тако и у временском домену. То се пре свега односи на параметре α и β Јасовијевих полинома. Уколико је степен ланчане функције специфициран, оптимизација ланчане функције се заснива на оптимизацији броја конститутивних seed функција и избором погодних вредности за параметре α и β .

За оптимизацију модификоване Јасовијеве ланчане функције се може користити један од следећих поступака:

1. Све seed функције имају исте вредности параметре α и β . За $\alpha = \beta = -0.5$ добија се Chebyshev-љева ланчана функција, а за $\alpha = \beta = 0$ добија се Legendreова ланчана функција. За $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0$ добија се прелазни Chebyshev-Legendreови ланчани филтар. Сличним поступком могу се добити друге класе прелазних ланчаних филтара.
2. Све seed функције имају исту вредност једног параметра, на пример α , док им се вредност параметра β може разликовати.

3. Све seed функције могу имати различите вредности како параметра α тако и параметра β .

Први поступак је најједноставнији док су друга два знатно сложенија. Сложеност поступка оптимизације расте са порастом броја seed функција у ланцу. Не препоручује се оптимизација ланчаних функција са бројем seed функција који је већи од три.

Glava 4

Синтеза полиномских ланчаних филтара

Класа филтара заснована на апроксимацији Chebyshevљевим ортогоналним полиномима [84] најчешће се примењује за обраду аналогних сигналау како у основном тако и у микроталасном опсегу. Разлог овоме лежи у чињеници да се овом класом филтара за дати степен филтра остварује велико слабљење у непропусном опсегу а да при томе амплитудска карактеристика у пропусном опсегу има осцилаторни карактер, осцилује између вредности 1 и $1/\sqrt{1+\varepsilon_p^2}$, где ε_p одређује слабљење сигнала на граници пропусног опсега филтра. Уобичајена вредност $\varepsilon_p = 1$ не може се применити код Chebyshevљевих филтара, јер поред слабљења од 3 dB на граници пропусног опсега, услед осцилаторног карактера амплитудске карактеристике у пропусном опсегу, уноси се слабљење од 3 dB и у пропусни опсег филтра. Повратни губици од 3 dB у пропусном опсегу филтра се не могу толерисати те је потребно значајно смањити вредност параметра ε_p . У раду [13] Chrisostomidis и Lucyszyn су предложили вредност $\varepsilon_p = 0.0563$ да би добили максимално повратно слабљење од -25 dB. Међутим, слабљење на граници пропусног опсега износи свега 0.0138 dB. Треба напоменути да унето слабљење и повратно слабљење код апроксимације Chebyshevљевим ланчаним функцијама могу имати једнаку таласавост. То је само у случају када су конститутивне seed функције истог степена.

Имајући у виду да једнака таласавост не значи и оптимално решење за преносну функцију филтра, предложене су ланчане функције засноване на Legendreовим ортогоналним полиномима [80] који имају сличне особине као и Chebyshevљеви ортогонални полиноми, стом разликом што су осцилације унетог слабљена у пропусном опсегу неједнаке. Оптимизација преносне функције ланчаног филтра се може реализовати тако што се слабљење на граници пропусног опсега не мења, остаје стално 3 dB.

Преносне функције филтра са осцилаторном карактеристиком слабљења у про-

пусном опсегу имају предности у односу на преносне функције са монотоним карактеристиком слабљења. Наиме, код филтара са осцилаторном карактеристиком слабљења у пропусном опсегу постоје фреквенције на којима је унето слабљење једнако нули, а повратно слабљење је бесконачно, односно, постоји максималан пренос сање генератора потрошачу. На тим фреквенцијама је осетљивост преносне функције на толеранције елемената једнака нули [53], па се може тврдити да су преносне функције са немонотоним карактеристиком слабљења у пропусном опсегу знатно мање осетљива на толеранције елемената од преносних функција са монотоним карактеристиком слабљења.

У овој глави је описана апроксимација преносних функција филтара пропусника ниских фреквенција заснована на модификованим Јасобијевим ланчаним функција. Показано је да су Chebyshevљеве и Legendreове ланчане функције специјални случајеви модификованих Јасобијевих ланчаних функција. У односу на поменуте ланчане функције, предложене ланчане функције имају два параметра више којима се могу подешавати карактеристике филтра у широким границама.

4.1 Апроксимација

Метода унетог слабљења се користи за апроксимацију преносне функције филтра пропусника ниских фреквенција применом модификованих Јасобијевих ланчаних функција. Филтар се најчешће прикључује између генератора сигнала са унутрашњом отпорношћу R_G и потрошца R_L . Нека је $P_L = V_0^2/R_L$ снага на потрошачу, а $P_{max} = V_G^2/(4R_G)$ максимална снага коју генератор може да испоручи потрошачу, квадрат модула преносне функције ланчаног филтра n -тог степена пропусника ниских фреквенција са свим нулама преноса у бесконачности може се написати у облику

$$|H_n(j\omega)|^2 = \frac{P_L}{P_{max}} = \frac{1}{1 + \varepsilon_p^2 K_n(\omega^2)} \leq 1 \quad (4.1)$$

где је ε_p параметар који одређује слабљење на граници пропусног опсега, $a_{max} = 10 \log_{10}(1 + \varepsilon_p^2)$ у дБ, $K_n(\omega^2)$ карактеристична или филтарска функција која се користи за апроксимацију ланчаних филтара представља квадрат модификоване Јасобијеве ланчане функције

$$K_n(\omega^2) = m JCF_n^2(\omega) \quad (4.2)$$

Без губитка општости, можемо претпоставити да је параметар који контролише слабљење у пропусном опсегу $\varepsilon_p = 1$, па је слабљење на граници пропусног опсега $a_{max} = 3.0103$ дБ.

Према томе, пошто је позната модификована Јасобијева ланчана функција, као и ε_p , преносна функција пропусника ниских фреквенција $H_n(s)$ се одређује на уобичајни начин. Најпре се изврши аналитичко продужење квадрата модула преносне

функције (4.1) на целокупну комплексну s -раван заменом $\omega^2 = -s^2$, а затим се изврши полиномска факторизација полинома у именитељу на $2n$ линеарних фактора $(s - s_i)$

$$A_n(s)A_n(-s) = 1 + \varepsilon_p^2 K_n(-s^2) = \sum_{i=1}^{2n} (s - s_i) \quad (4.3)$$

Корени полинома s_i могу бити реални $s_i = \sigma_i$ и комплексни $s_i = \sigma_i + j\omega_i$. Комплексни корени полинома са реалним коефицијентима налазе у облику коњуговано комплексних парова јер је карактеристична функција полином са реалним коефицијентима. Полови преносне функције у потпуности одређују преносну функцију филтра.

Полови преносне функције (4.1) су корени полинома $A_n(s)$, једначина (4.3), у именитељу преносне функције који имају особину да је њихов реални део мањи од нуле, односно полиноми $A_n(s)$ су из класе Хурцитзових полинома [49]. Напоменимо да коренови полинома $A_n(-s)$ имају особину да је њихов реални део већи од нуле. Ако је полином $A_n(s)$ са водећим коефицијентом већим од нуле тада су његови коефицијенти a_i , $i = 1, 2, \dots, n$ позитивни. Дакле, фактори $(s - s_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$ из леве s -полуравни одређују преносну функцију модификованог Јасовијевог ланчаног филтра, која може имати један од следећих облика

$$H_n(s) = \frac{h_0}{\prod_{i=1}^n (s - s_i)} = \frac{h_0}{\sum_{i=1}^{n+1} a_i s^{n-i+1}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n+1} d_i s^{n-i+1}} \quad (4.4)$$

где је $a_1 = 1$ водећи коефицијент полинома $A_n(s)$,

$$h_0 = \frac{a_{n+1}}{\sqrt{(1 + \varepsilon_p^2 mJCF_n^2(0))}} \quad (4.5)$$

је референтни ниво који спречава да модуо амплитудске карактеристике (4.1) буде већи од јединице јер се разматрају само пасивне LC мреже, док је $d_i = a_i/h_0$.

Фреквенцијски одзив филтра (4.4) је дефинисан на реалним фреквенцијама, $s = j\omega$, са

$$H_n(j\omega) = |H_n(\omega)|e^{j\theta_H(\omega)} \quad (4.6)$$

где је $|H_n(\omega)|$ амплитудски одзив, а $\theta_H(\omega)$ је фазни одзив.

Може се показати да је преносна функције (4.4) позитивна, реална [21] јер има следеће особине:

1. $H_n(s)$ је реална функције од s .
2. За s реално $\mapsto H_n(s)$ је реално

3. За $s = j\omega \mapsto \Re\{H_n(s)\} \geq 0$

4.1.1 Фазни одзив и одзив групног кашњења

Фазни одзив преносне функције филтра (4.4) је

$$\theta_H(\omega) = \frac{1}{2j} \ln \frac{H_n(s)}{H_n(-s)} \Big|_{s=j\omega} \quad (4.7)$$

док је одзив групног кашњења $\tau_H(\omega)$ негативни извод фазног одзива по кружној фреквенцији $\tau_H(\omega) = -d\theta_H/d\omega$

$$\tau_H(\omega) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{H_n(-s)} \frac{dH_n(-s)}{ds} - \frac{1}{H_n(s)} \frac{dH_n(s)}{ds} \right]_{s=j\omega} \quad (4.8)$$

4.1.2 Фактор добротe коњуговано комплексног пара полова

Фактор добротe коњуговано комплексног пара полова, или краће Q -фактор добротe пола [63, 64], је бездимензиона величина и дефинише се на следећи начин

$$Q_{pi} = \frac{\omega_p}{2\Re(s_i)} = \frac{\sqrt{\Re^2(s_i) + \Im^2(s_i)}}{2\Re(s_i)} \quad (4.9)$$

где је $\omega_{pi} = \sqrt{\Re^2(s_i) + \Im^2(s_i)}$ фреквенција пола s_i . Минимална вредност Q -фактора пола је 0.5 и односи се на реални пол ($\Im(s_i) = 0$), а добија бесконачну вредност уколико је пол на имагинарној оси ($\Re(s_i) = 0$). Пар полова са највећим Q -фактором је критични пар полова, а њихов фактор добротe је критични Q_c фактор добротe. Уколико је Q_c -фактор мањи, утолико је преносна функција филтра мање осетљива на толеранције елемената.

4.1.3 Фактор нагиба

За поређење $mJCF$ филтара са другим апроксимацијама користи се нагиб амплитудске карактеристике [45] на граници пропусног опсега ($\omega = 1$), који се може одредити на основу једначина (4.1) и (4.2) на следећи начин

$$S = \frac{d}{d\omega} |H_n(j\omega)| \Big|_{\omega=1} = -\frac{\varepsilon_p^2}{(\varepsilon_p^2 + 1)^{3/2}} \frac{d}{d\omega} mJCF_n(\omega) \Big|_{\omega=1} \quad (4.10)$$

где је

$$\begin{aligned}
 SF &= \left. \frac{d}{d\omega} mJCF_n(\omega) \right|_{\omega=1} = \sum_{i=1}^{\nu} \left. \frac{d}{d\omega} \Pi_{n_i}^{(\alpha_i, \beta_i)}(\omega) \right|_{\omega=1} \\
 &= \sum_{i=1}^{\nu} \frac{n_i(n_i + \alpha_i + \beta_i + 1) \left[\frac{\Gamma(\alpha_i + n_i + 1)}{\Gamma(\alpha_i + 2)} + \frac{\Gamma(\beta_i + n_i + 1)}{\Gamma(\beta_i + 2)} \right]}{2 \left[\frac{\Gamma(\alpha_i + n_i + 1)}{\Gamma(\alpha_i + 1)} + \frac{\Gamma(\beta_i + n_i + 1)}{\Gamma(\beta_i + 1)} \right]} \quad (4.11)
 \end{aligned}$$

нагиб карактеристичне функције на граници пропусног опсега, за који ћемо у даљем тексту користити назив фактор нагиба (SF). За $\alpha_i = \beta_i = -0.5$, $n_i = n$ и $\nu = 1$ добија се фактор нагиба Chebyshevљевог филтра $SF = n^2$.

4.1.4 Повратни губици

Максимална снага коју даје извор сигнала се не преноси потрошачу R_L на свим фреквенцијама јер се улазна импеданса филтра мења са фреквенцијом. То се објашњава чињеницом да се део снаге $P_R(\omega)$ враћа назад у извор сигнала. Квадрат модула коефицијента рефлексije је $|\Gamma_n(\omega)|^2 = P_R(\omega)/P_{max}$. Једначина која се односи на конзервацију електричне енергије у пасивној мрежи са два приступа на улазним крајевима је

$$\frac{P_L(\omega)}{P_{max}} + \frac{P_R(\omega)}{P_{max}} = 1 \quad (4.12)$$

што представља познату Feldtkellerovu једначина [72]

$$|H_n(j\omega)|^2 + |\Gamma_n(j\omega)|^2 = 1 \quad (4.13)$$

Заменом (4.1) у (4.13) добија се израз за израчунавање повратних губитака у dB

$$RL(\omega) = 10 \log_{10} \frac{\varepsilon_p^2 K_n(\omega^2)}{1 + \varepsilon_p^2 K_n(\omega^2)} \quad (4.14)$$

Потребно је да максимална вредност повратних губитака [34] у пропусном опсегу филтра RL_{max} буде што је могуће мања.

4.2 Резултати апроксимације

Резултати апроксимације модификованим Јасовијевим ланчаним функцијама биће приказани на примерима филтара деветог и десетог реда. За генерисање модификованих Јасовијевих ланчаних филтара се користе три односно две seed функције

(степен треће seed функције је једнак нули) са истим параметрима α и β . Оптимизира се вредност повратних губитака тако да њихова максимална вредност буде што је могуће мања.

4.2.1 Синтеза модификованих Јасовијевих ланчаних филтара

Претходне информације о апроксимацији преносне функције филтра $H_n(s)$ је довољна за пројектовање филтара који могу да задовоље специфицирани нагиб на граници пропусног опсега и унете губитке, као и повратане губитке.

У првом примеру је описан дизајн *mJCF* филтра деветог степена код кога све seed функције имају исте параметре $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0$. Ови параметри су одабрани јер се односе на ланчани Чебишевљев филтар када је $\alpha = \beta = -0.5$, односно на ланчани Legendreов филтар када је $\alpha = \beta = 0.0$. За овај филтар се може рећи да је комбинација ланчаног Chebyshevљевог и ланчаног Legendreовог филтра. Одабрани су следећи филтри *mJCF*-810, *mJCF*-711 и *mJCF*-531. У Табели 4.1 су сумирани резултати за сва три *mJCF* филтра.

Tab. 4.1: Коефицијенти полинома у именитељу *mJCF* филтра (4.4) деветог степена d_i ; фактор добротe критичног пара полова Q_c ; фактор нагиба SF ; максимална вредност повратних губитака у пропусном опсегу филтра RL_{max} .

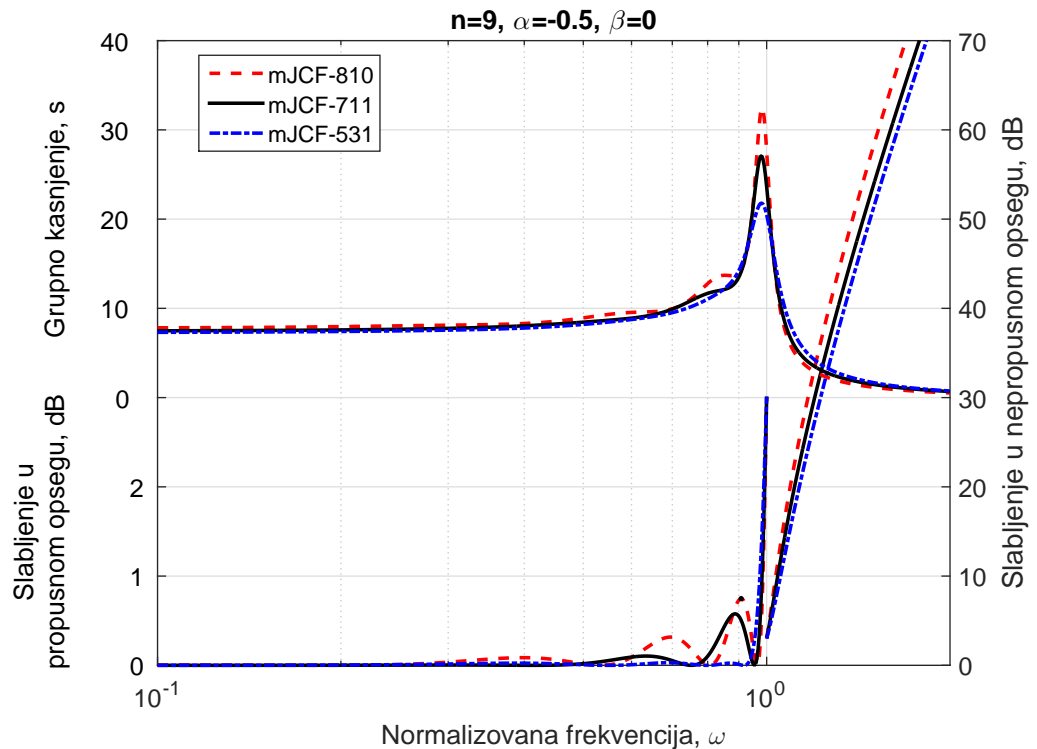
Коефицијенти d_i	$\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.0$		
	mJCF-810	mJCF-711	mJCF=531
d_1	59.8926172343	31.6321091542	24.8863146552
d_2	100.568421038	72.1424460181	58.7700495999
d_3	198.223818374	134.424439253	113.738226341
d_4	214.301943565	166.913412387	144.153028505
d_5	206.962292338	162.36699734	144.534042102
d_6	142.599025045	120.40975672	109.516035419
d_7	77.7705975634	67.8823998258	63.2937901644
d_8	30.2958602623	27.7645593885	26.5081250387
d_9	7.79236412613	7.45178628096	7.28122586365
d_{10}	1.0	1.0	1.0
Q_c	13.2294713057	10.5276250949	7.56885639429
SF	40.5809504375	32.796326201	26.4655172414
RL_{max}, dB	-8.01272262372	-9.05011639845	-21.7379422615

Seed функција са највећим степеном је *водећа seed функција*. Из Табеле 4.1 се може закључити да са повећањем реда водеће seed функције расте критични Q_c -фактор пола и фактор нагиба SF .

На Слици 4.1 приказане су карактеристике у устаљеном стању. Поред пораста Q_c и SF , са порастом водеће seed функције расту осцилације слабљења и девијација

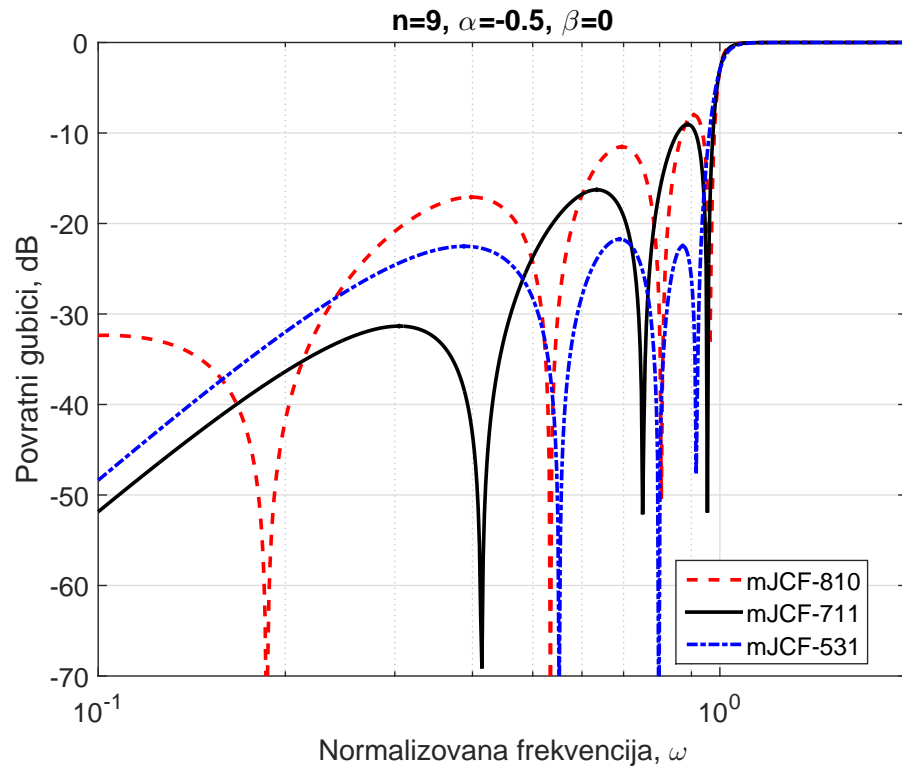
групног кашњења у пропусном опсегу, док остала два филтра имају по три максимума у пропусном опсегу, јер су ланчане функције производи по три *seed* функције непарног степена те имају по троструку нулу у координатом почетку. Максимуми осцилација су у близини границе пропусног опсега. Максимална осцилација слабљења у пропусном опсегу (унето слабљење) за филтар *mJCF*-811 је на нормализованој фреквенцији $\omega = 0.908202923426516$ и износи $IL_{max} = 0.747011672708926$ dB; за филтар *mJCF*-711 максимум је на фреквенцији $\omega = 0.887506449456432$ и износи $IL_{max} = 0.577181179394231$ dB; за филтар *mJCF*-531 максимум је на фреквенцији $\omega = 0.871610290332361$ и износи $IL_{max} = 0.024605395413081$ dB.

Сва три филтра имају приближно исту вредност групног кашњења у координатном почетку, $\tau_{min} = 7.820495598524545$ с, $\tau_{min} = 7.484631475149094$ с и $\tau_{min} = 7.313142888883935$ с, а затим нагло расте на вредност $\tau_{max} = 32.474291572128962$ с, $\tau_{max} = 27.075484842452607$ с и $\tau_{max} = 21.790444287840831$ с за филтре *mJCF*-810, *mJCF*-711 и *mJCF*-351, респективно. Филтри имају монотону карактеристику групног кашњења. Приближно у три четвртине пропусног опсега сва три филтра имају приближно константну вредност.



Sl. 4.1: Фреквенцијски одзиви ланчаних филтра деветог степена које чине три *seed* функције са истим параметрима α и β .

На Слици 4.2 приказани су повратни губици филтра чији се коефицијенти налазе у Табели 4.1, а карактеристике устаљеног стања приказане на слици 4.1. Приметна је веза између унетог слабљења и повратних губитака. Са смањењем унетог слабљења самњује се и ниво повратних губитака.



Sl. 4.2: Повратни губици модификованих Јасобијевих ланчаних филтара деветог степена које чине seed функције са истим параметрима α и β .

Компромис између карактеристика у устаљеном стању и повратних губитака је *mJCF-531* филтар који има приближно Chebyshevљеву катактеристику повратних губитака од $RL_{max} = -21.7379422615$ dB, као што је наведено у Табели 4.1.

У другом примеру се разматрају преносне функције филтара десетог степена: *mJCF-910*, *mJCF-721* и *mJCF-640*. Све seed функције имају исте вредности параметара $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.5$, и за ове seed функције се може рећи да су комбинација Chebyshevљевих полинома прве и друге врсте. Коефицијенти преносних функција поменутих филтара су табелирани у Табели 4.2. Као у предходном примеру, филтри су упоређени према Q -фактору критичног пола, фактору нагиба амплитудске карактеристике на граници пропусног опсега и максималној вредности повратних губитака. Функција циља је оптимизација повратних губитака.

На Слци 4.3 приказане су фреквенцијске карактеристике филтара десетог реда. За смањивање повратних губитака потребно је смањити унето слабљење у пропусном опсегу филтра, што се постиже повећањем параметра β на вредност 0.5. Због тога је размера за пропусни опсег филтра смањена десет пута. Граница пропусног опсега је и даље 3 dB.

Максимална локална екстремална вредност унетог слабљења за филтар *mJCF-91* је $IL_{max} = 0.1745699$ dB, за филтар *mJCF-721* је $IL_{max} = 0.0675932$ dB и за филтар *mJCF-640* је $IL_{max} = 0.0035438$ dB. Максимална вредност унетог слабљења је у коре-

Tab. 4.2: Коефицијенти полинома у именитељу $mJCF$ филтра (4.4) десетог степена d_i ; фактор доброте критичног пара полова Q_c ; фактор нагиба SF ; максимална вредност повратних губитака у пропусном опсегу филтра RL_{max} .

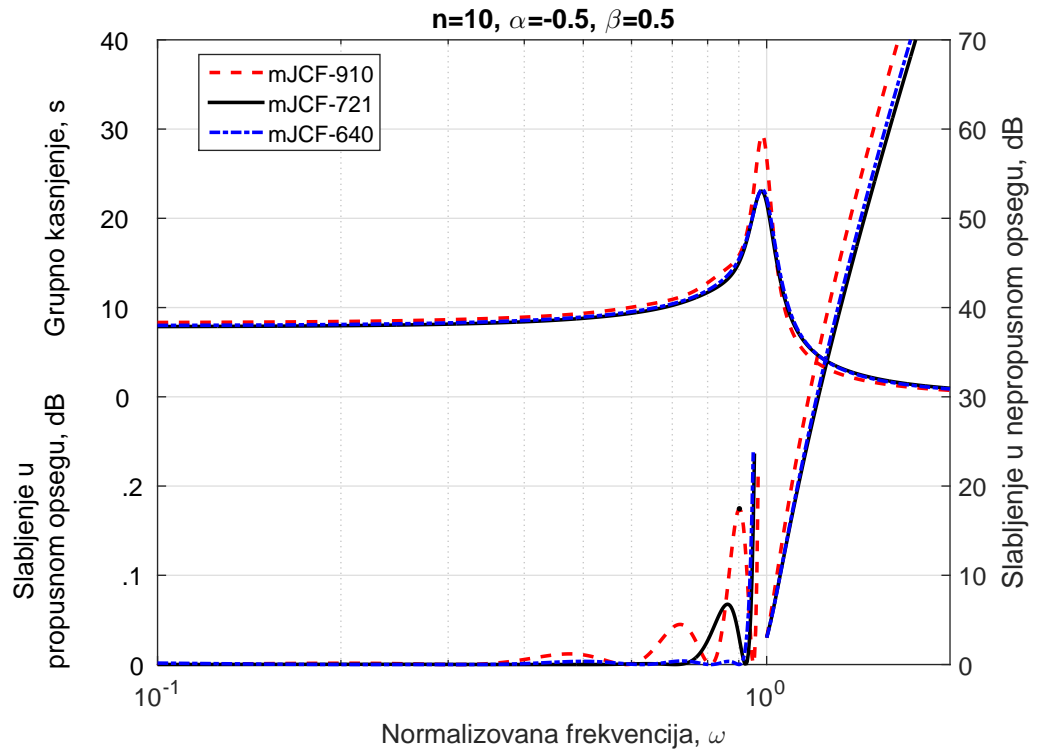
Коефицијенти d_i	$\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.5$		
	mJCF-910	mJCF-721	mJCF-640
d_1	51.2	21.3333333333	29.2571428571
d_2	120.608403202	66.9437762897	80.5932831466
d_3	244.454559795	142.367767332	169.517559685
d_4	323.191821711	211.021079395	240.409881275
d_5	347.346750826	241.137062997	269.891493784
d_6	286.86475706	214.305050111	233.908293932
d_7	187.78828174	148.930876271	159.738230858
d_8	93.9648995429	79.1694954067	83.3055640988
d_9	34.4186622646	30.7115135505	31.7815429921
d_{10}	8.29682617205	7.83728442134	7.97058650904
d_{11}	1.0	1.0	1.00040808
Q_c	10.7637705851	7.71936117744	7.58887388074
SF	34.0	25.4166666667	24.0
RL_{max}, dB	-14.0451420482	-18.1125678086	-30.3838229613

споденцији са критичним Q -фактором пола и нагибом карактеристике слабљења на граници пропусног опсега.

На Слици 4.4 приказани су повратни губици филтара чији се коефицијенти налазе у Табели 4.2, а карактеристике устаљеног стања приказане на слици 4.3. Приметна је веза између унетог слабљења и повратних губитака. Са смањењем унетог слабљења смањује се и ниво повратних губитака.

Оптимално решење се односи на филтар $mJCF$ -640, који има најмању максималну вредност повратног слабљења од $RL_{max} = -30.3838229613$ dB које прати најмања максимална вредност унетих губитака $IL_{max} = 0.0035438$ dB. Поред тога, унете губитке и повратне губитке карактерише једнака таласавост у горњем делу пропусног опсега. У односу на филтар деверог реда $mJCF$ -531 са параметрима $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.0$, ниво повратних губитака филтра десетог реда $mJCF$ -640 са параметрима $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.5$ ја за 8.645880699800003 dB нижи. Међутим, групно кашњење је и даље задржало монотону карактеристику у највећем делу пропусног опсега, а максимум је са вредности $\tau_{max} = 21.790444287840831$ с, за девети степен филтра, порастао на вредност $\tau_{max} = 23.228748108770706$ с за десети степен филтра. То повећање није значајно ако се има у виду да је и вредност групног кашњења на нултој вредности порасла са вредности $\tau(0) = 7.313142888883935$ с за девети степен филтра на вредност $\tau(0) = 8.003702372616617$ с за десети степен филтра.

Фреквенције на којима су повратни губици једнаки нули могу корисно послужити



Sl. 4.3: Фреквенцијски одзиви ланчаних филтара десетог степена које чине три seed функције са истим параметрима α и β .

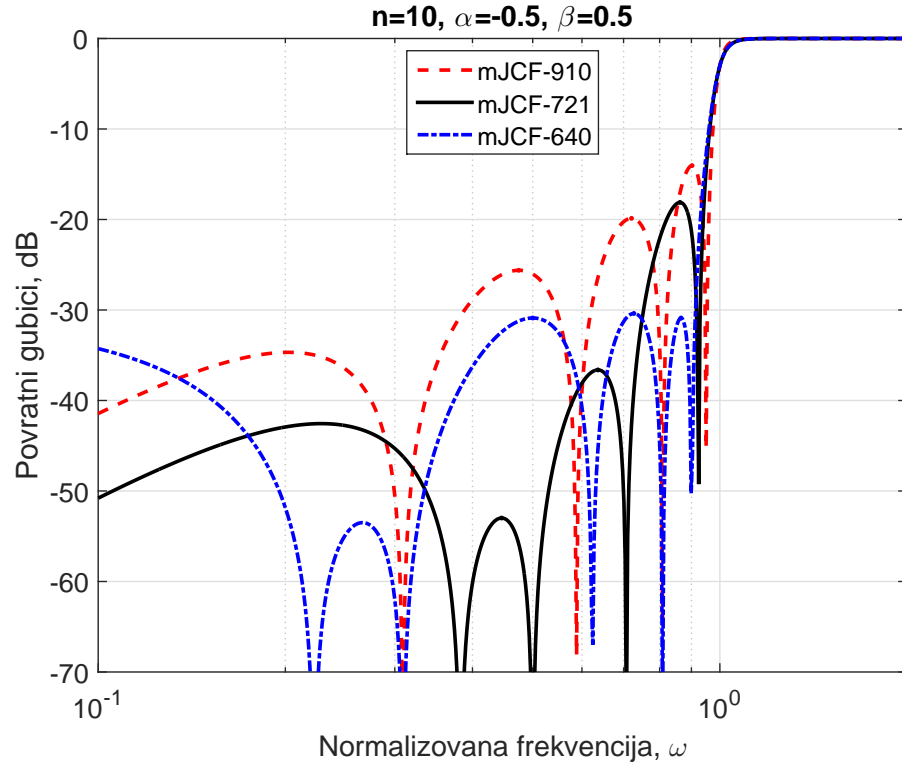
за тримовање филтра. То се пре свега односи на фреквенције најближе граници пропусног опсега. Треба напоменути да се ове фреквенције могу подешавати променом параметара модификованих Јасовијевих ланчаних филтара.

4.2.2 Редукција повратних губитака преносним функцијама вишег степена

Разматра се синтеза модификованих Јасовијевих филтар када seed функције имају различите вредности параметара α и β и обележавају се са додатним знаком $+, mJCF^+$. Синтеза је приказана на примерима ланчаних филтара осмог деветог и десетог степена коју чине две seed функције. Прва seed функција је петог, шестог односно седмог степена, док је друга seed функција трећег степена за све три синтезе. Функција циља је оптимизација повратних губитака.

Преносна функција осмог степена

Разматране су филтри осмог степена када се за карактеристичну функцију користе следеће модификоване Јасовијеве ланчане функције



Sl. 4.4: Повратни губици модификованих Јасовијевих ланчаних филтара десетог степена које чине три seed функције са истим параметрима α и β .

$$\begin{aligned}
 {}_1mJCF^+-53(\omega) &= \Pi_5^{(-0.35, 1.5)}(\omega) \Pi_3^{(-0.35, 1.5)}(\omega) \\
 {}_2mJCF^+-53(\omega) &= \Pi_5^{(-0.35, 1.5)}(\omega) \Pi_3^{(-0.35, 1.0)}(\omega) \\
 {}_3mJCF^+-53(\omega) &= \Pi_5^{(-0.35, 1.5)}(\omega) \Pi_3^{(-0.35, 0.25)}(\omega)
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

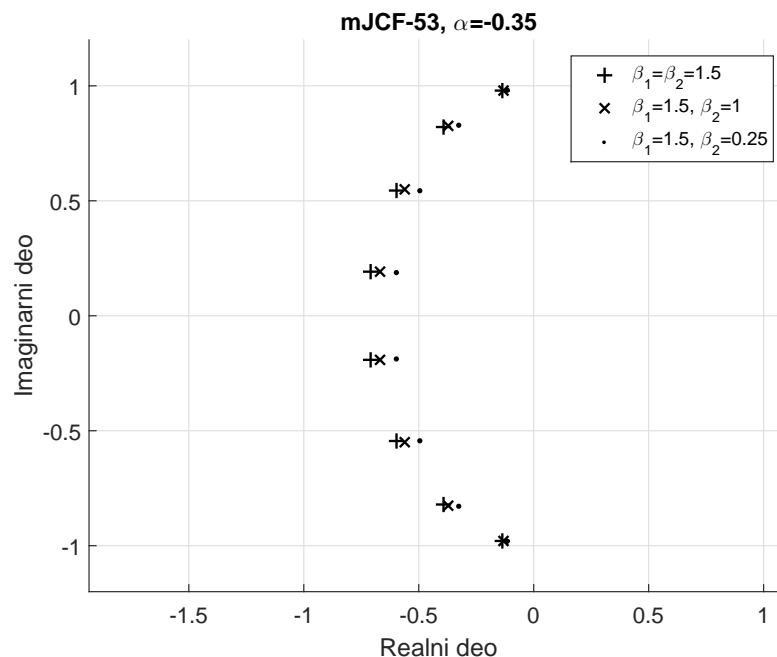
Водећа seed функција код све три ланчане функције је петог степена са истим параметрима α и β , док се параметри друге seed функције, трећег степена, мењају. Прва ланчана функција ${}_1mJCF^+-53(\omega)$ је стандардна ланчана функције код које обе seed функције имају исте параметре α и β . Променом параметара seed функције нижег степена извршена је додатна оптимизација повратних губитака у другој и трећој преносној функцији ланчног филтра осмог степена. У табели 4.3 су представљени коефицијенти пеносних функција апроксимиране ланчаним функцијама (4.15) са тачношћу од 12 цифара.

На слици 4.5 приказан је положај полова и нула преносних функција чији су коефицијенти дати у табели 4.3. Пар полова најближи имагинарној оси је критични пар полова. Може се уочити да све три апроксимације имају приближно исту вредност критичног Q -фактора. У табели је дата њихова вредност Q_c . Са смањивањем параметра β Q -фактор критичног пара полова расте.

На Слици 4.6 приказани су фреквенцијски одзиви за све три апроксими-

Tab. 4.3: Коефицијенти полинома у именитељу ланчаних филтара осмог степена $mJCF^+-53$ (видети једначине (4.15)) d_i , фактор добротe критичног пара полова Q_c , фактор нагиба SF и максимална вредност повратних губитака у пропусном опсегу филтра RL_{max} .

d_i	Коефицијенти $mJCF^+-53$ филтара ($\alpha = -0.35$ и $\beta_1 = 1.5$)		
	$\beta_2 = 1.5$	$\beta_2 = 1.0$	$\beta_2 = 0.25$
d_1	3.47388623389	4.21523712887	6.09357357892
d_2	12.7590384203	14.5592753402	18.6964954191
d_3	26.6863989279	29.6465807433	36.3464454631
d_4	37.9399132057	41.1756006621	48.2349632455
d_5	39.2125733619	41.768716016	47.2287332225
d_6	29.7608554766	31.1694094871	34.1058469119
d_7	16.1057447839	16.6048185021	17.6226664017
d_8	5.67551667849	5.76278031893	5.93677798165
d_9	1.0	1.0	1.0
Q_c	3.63663379775	3.82338609287	4.28682495586
SF	11.5063217863	12.0786932339	13.5288919997
RL_{max} , dB	-39.1246026757	-44.9589777931	-32.5846764111



Sl. 4.5: Положај полова у s -равни ланчаних филтара осмог степена $mJCF^+-53$ (видети једначине (4.15)).

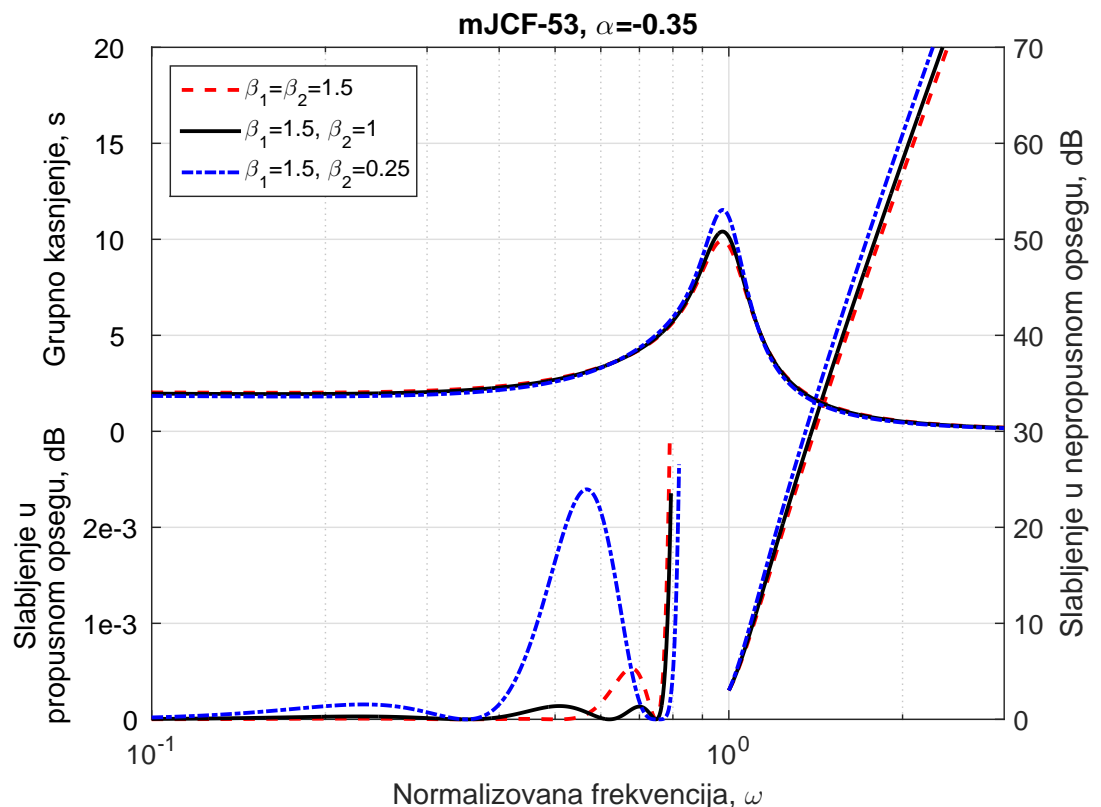
ране функције. Све три функције карактерише мала вредност унетог слабљења у пропусни опсег филтра. Апроксимација преносне функције стандардним модификованим полиномом има следећу максималну вредност

унетог слабљења ${}_1mJCF^+-53(0.678163151168203) = 0.000531313204184$ dB. Највеће унето слабљења има преносна функција ${}_3mJCF^+-53(0.567075951480693) = 0.002395722164143$ dB. За оптимално решење може се сматрати преносна функција ${}_2mJCF^+-53(0.508782433706571) = 0.000138641568816$ dB коју карактеришу два приближно једнака таласа.

Све три преносне функције имају приближно исти нагиб карактеристике слабљења на граничној фреквенцији пропусног опсега. Нумеричке вредности се налазе у Табели 4.3. Са порастом слабљења у пропусном опсегу расте вредност критичног Q -фактора и нагиб карактеристике слабљења на граници пропусног опсега.

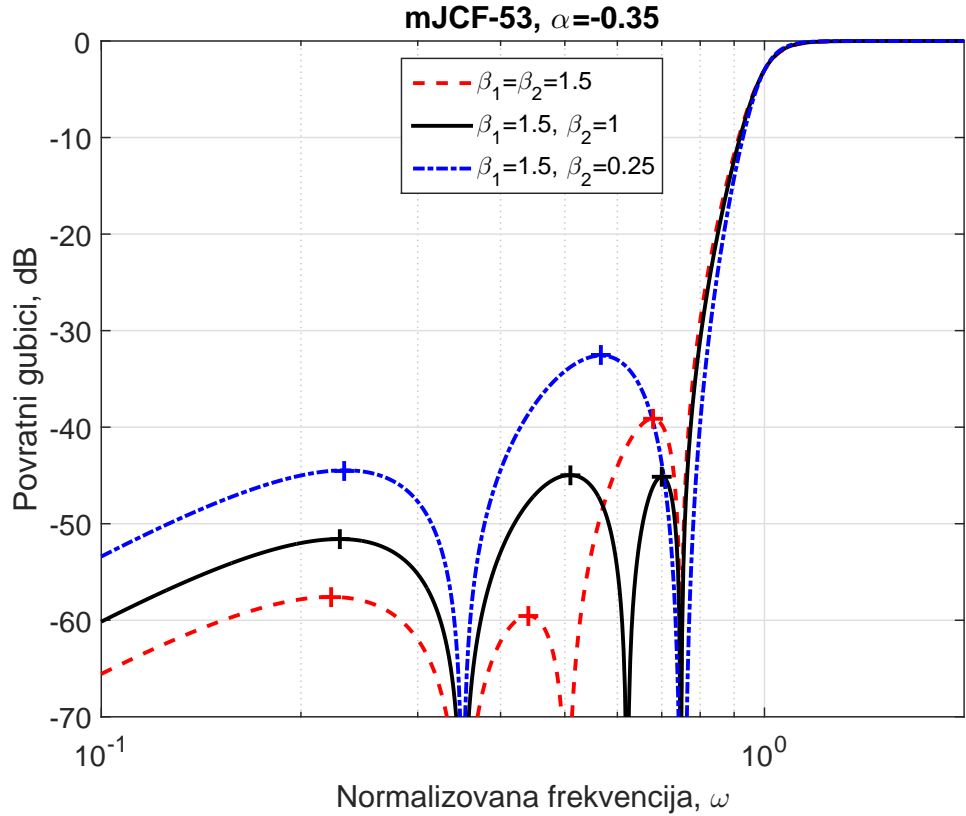
Све три преносне функције имају монотону карактеристику групног кашњења са приближно истом девијацијом у пропусном опсегу филтра. Преносна функција са највећим Q -фактором пола има и највећу девијацију групног кашњења.

На Слци 4.7 приказани су повратни губици за све три апроксимационе функције а у Табели 4.3 њихове минималне вредности. Највеће повратне губитке има преносна функција ${}_2mJCF^+-53(\omega)$ која осцилује у пропусном опсегу са приближно истом амплитудом, што представља предност у односу на остале две апроксимације.



Sl. 4.6: Фреквенцијски одзиви модификованих Јасовијевих ланчаних филтра осмог степена $mJCF^+-53$ (видети једначине (4.15)).

На крају, приказане су карактеристике филтара у временском домену. Одзиви



Sl. 4.7: Повратни губици модификованих Јасовијевих ланчаних филтара осмог степена $mJCF^+-53$ (видети једначине (4.15)).

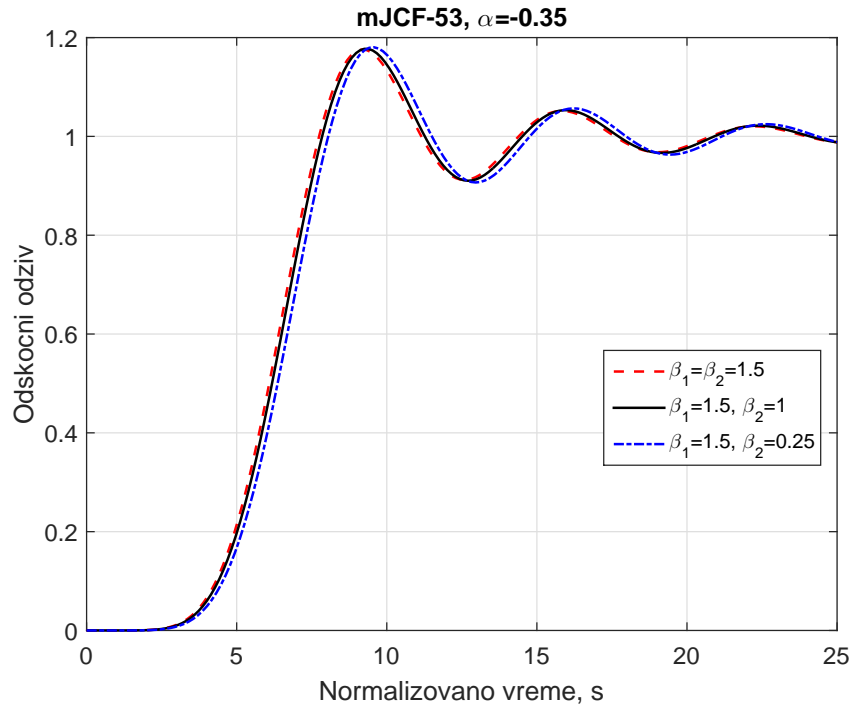
филтара на одскочну јединичну функцију су приказани на Слици 4.8, а на импулсну (Диракову) функцију приказани су на Слици 4.9. Може се закључити да промена повратног слабљења нема утицаја на одзиве филтра у временском домену.

Преносна функција деветог степена

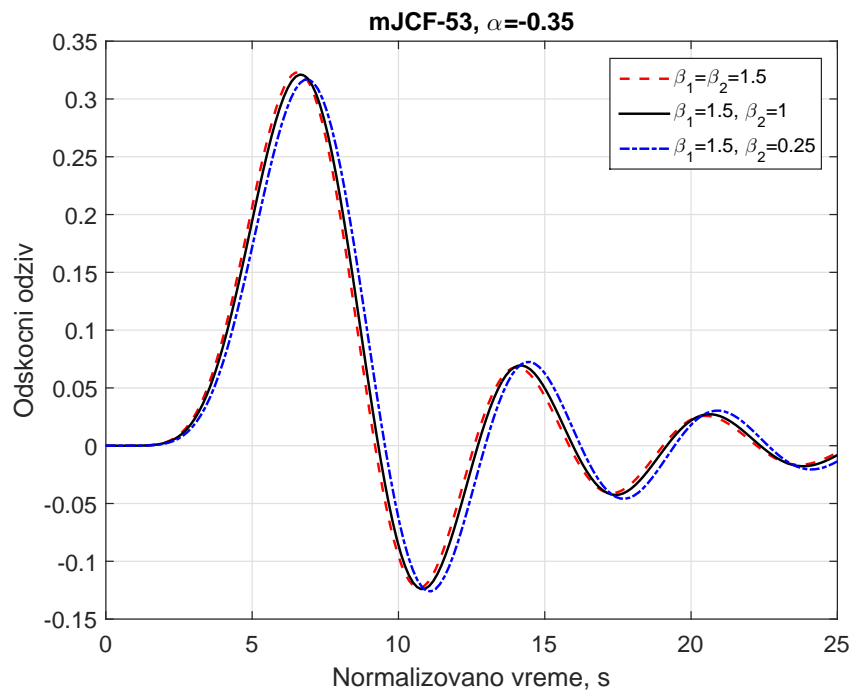
Разматрани су филтри деветог степена када се за карактеристичну функцију користе следеће модификоване Јасовијеве ланчане функције

$$\begin{aligned}
 {}_1mJCF^+-63(\omega) &= \Pi_6^{(-0.35, 2.2)}(\omega) \Pi_3^{(-0.35, 2.2)}(\omega) \\
 {}_2mJCF^+-63(\omega) &= \Pi_6^{(-0.35, 2.2)}(\omega) \Pi_3^{(-0.35, 1.0)}(\omega) \\
 {}_3mJCF^+-63(\omega) &= \Pi_6^{(-0.35, 2.2)}(\omega) \Pi_3^{(-0.35, 0.0)}(\omega)
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Код прве ланчане функције ${}_1mJCF_{63}(\omega)$ обе seed функције имају исте параметре α и β . Усвојено је да прва seed функција $\Pi_6^{(-0.35, 2.2)}(\omega)$ (шестог степена) има исте вредности за параметара α и β код све три ланчане функције (4.16). Оптимизација обављена подешавањем параметара α и β код друге seed функције (трећег степена). Коефицијенти полинома у именитељу преносних функције за све три апроксимације (4.16) дати су у Табели 4.4 са тачношћу од 12 цифара.



Sl. 4.8: Одзиви модификованих Јасобијевих филтара осмог степена $mJCF^+-53$ (видети једначине (4.15)) на одзочну јединичну функцију.

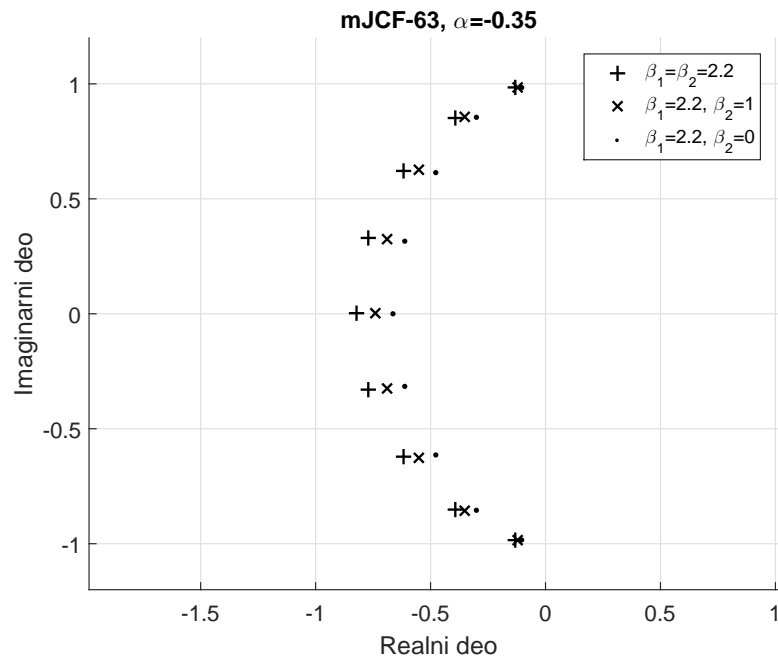


Sl. 4.9: Одзиви модификованих Јасобијевих филтара осмог степена $mJCF^+-53$ (видети једначине (4.15)) на импулсну (Диракову) функцију.

На слици 4.10 приказан је положај полова преносних функција чији су коефицијенти дати у Табели 4.4. Може се уочити приближавање полова и да све три апроксимације имају приближно исту вредност критичног пара полова, а самим тим

Tab. 4.4: Коефицијенти полинома у именитељу преносне функције $mJCF^+-63$ филтра деветог степена (видети једначине (4.16)) d_i ; фактор доброте критичног пара полова Q_c ; фактор нагиба SF ; максимална вредност повратних губитака у пропусном опсегу филтра RL_{max} .

d_i	Коефицијенти $mJCF-63$ филтара ($\alpha = -0.35$ и $\beta_1 = 3.3$)		
	$\beta_2 = 2.2$	$\beta_2 = 1.0$	$\beta_2 = 0.0$
d_1	2.60692957616	3.92313895164	6.53679934402
d_2	12.1334251672	16.3849224052	23.8715360443
d_3	30.0466525468	38.1573366745	51.7617406939
d_4	50.2066028604	60.8178052768	77.8096699314
d_5	61.3514179523	71.4767663387	87.0766147107
d_6	56.3369335983	63.431114652	73.9826690896
d_7	38.6892660316	42.2206889209	47.2988317468
d_8	19.129672807	20.2667871726	21.8487740731
d_9	6.1854139825	6.36660076994	6.61042956633
d_{10}	1.0	1.0	1.0
Q_c	3.72855699573	4.08343682148	4.76681173748
SF	11.8025648586	12.894426089	15.062587557
RL_{max}, dB	-39.0587470945	-48.9056799517	-33.8452049443

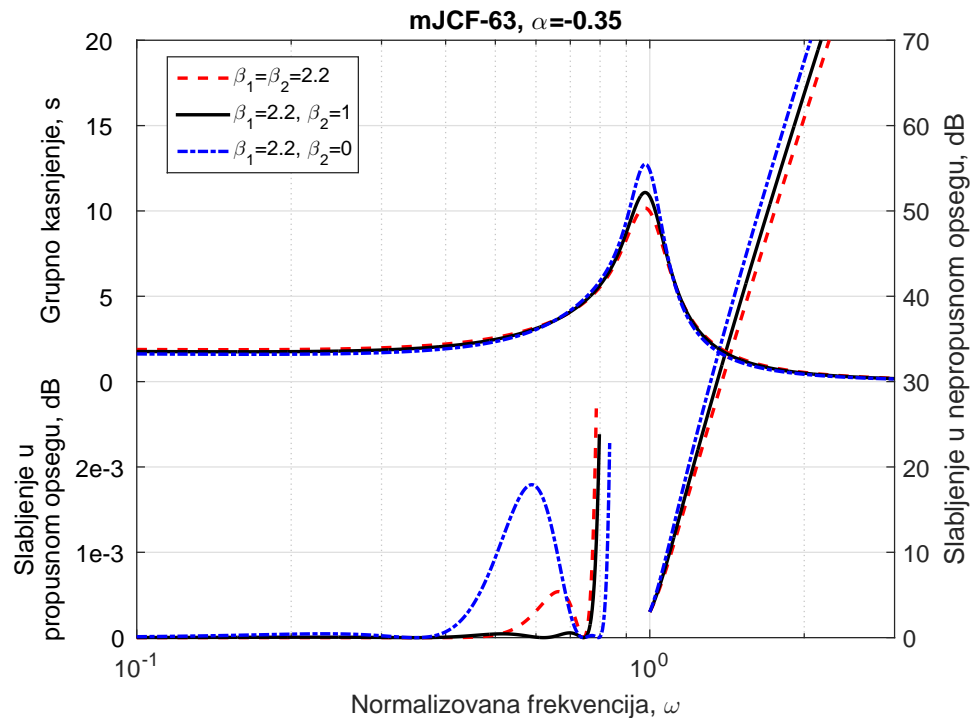


Sl. 4.10: Положај полова у s -равни модификованих Јасовијевих филтара деветог степена $mJCF^+-63$ (видети једначине (4.16)).

критичног Q -фактора. Међутим у Табели 4.4 су приказане њихове вредности (Q_c) на основу којих се може закључити да разлика није занемарљива. Са смањивањем

параметра β_2 Q -фактор критичног пара полоа расте.

На Слици 4.11 приказани су фреквенцијски одзиви за све три апроксимирани преносне функције које карактерише мала вредност унетог слабљења. Апроксимација преносне функције филтра стандардним модификованим Јасовијевим ланчаним полиномима, (сви полиноми имају исте вредности параметара α и β) има следећу максималну вредност унетог слабљења $1mJCF_{63}(0.664261873171325) = 0.000539431835071$ dB.



Sl. 4.11: Фреквенцијски одзиви модификованих Јасовијевих филтара деветог степена $mJCF^+-63$ (видети једначине (4.16)).

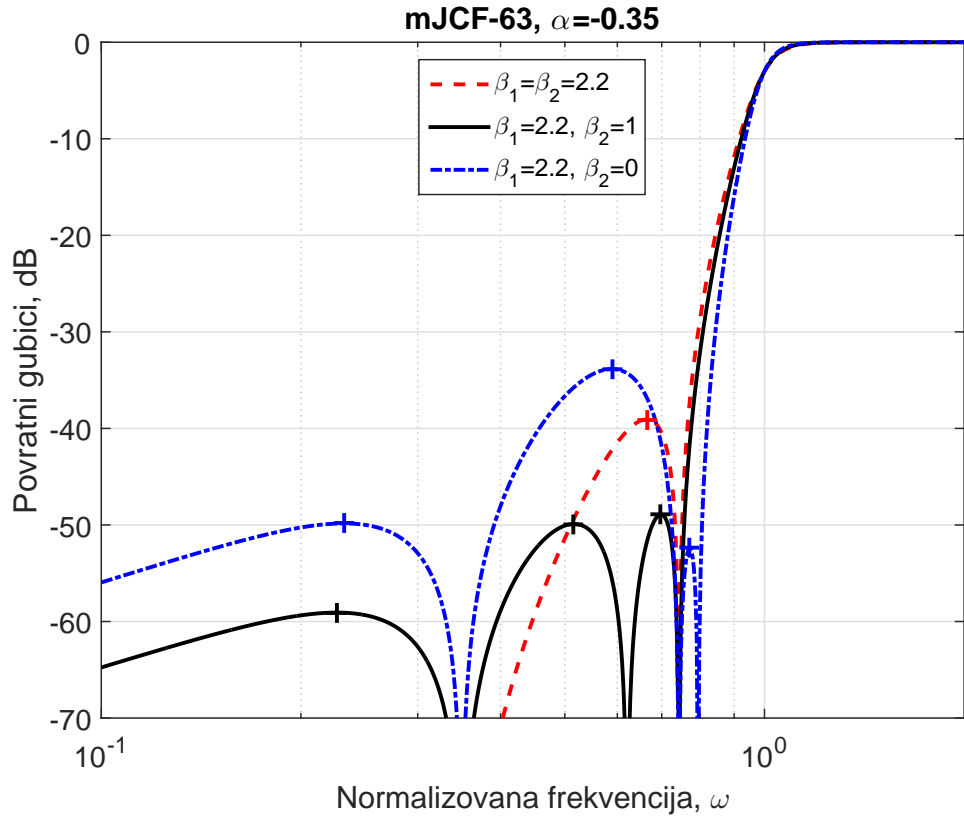
Највеће унето слабљења има преносна функција $3mJCF_{63}(0.588793792942234) = 0.001792063593141$ dB. Као оптимално решење може се сматрати преносна функција $2mJCF_{63}(0.698110779387767) = 0.000055875202474$ dB коју карактеришу два приближно једнака локална екстремума. Екстремум унетог слабљења најближи граници пропусног опсега је уједно и максимална вредност унетог слабљења у пропусном опсегу.

Све три преносне функције имају приближно исти нагиб карактеристике слабљења на граничној фреквенцији пропусног опсега. Нумеричке вредности се налазе у Табели 4.4. Са порастом унетог слабљења у пропусном опсегу расте вредност критичног Q -фактора и нагиб карактеристике слабљења на граници пропусног опсега.

Све три преносне функције имају приближно исту девијацију групног кашњења. Као што се и могло очекивати, највећу девијацију групног кашњења има преносна

функција која има највећи критични Q -фактор, а у исто време и највећи нагиб амплитудске карактеристика на граници пропусног опсега.

На Слци 4.12 приказани су повратни губици за све три апроксимационе функције. Највеће повратне губитке има преносна функција $2mJCF_{63}(\omega)$ који осцилују у пропусном опсегу са приближно истом амплитудом, што представља предност у одноду на остале две апроксимације.



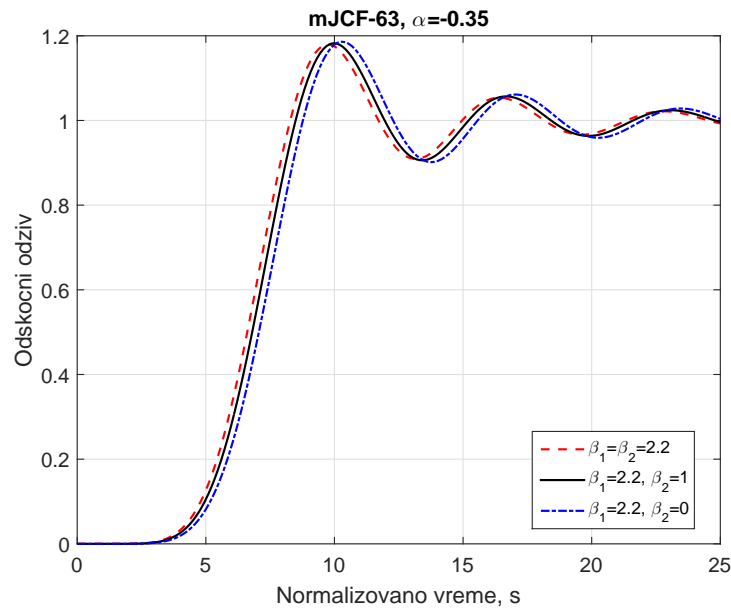
Sl. 4.12: Повратни губици модификованих Јасобијевих филтара деветог степена $mJCF^+-63$ (видети једначине (4.16)).

На крају, приказане су карактеристике филтара деветог степена, $mJCF-63$, у временском домену. Приказани су одзиви филтара на одскачну јединичну функцију и импулсну (Диракову) функцију, слике 4.13 и 4.14, респективно.

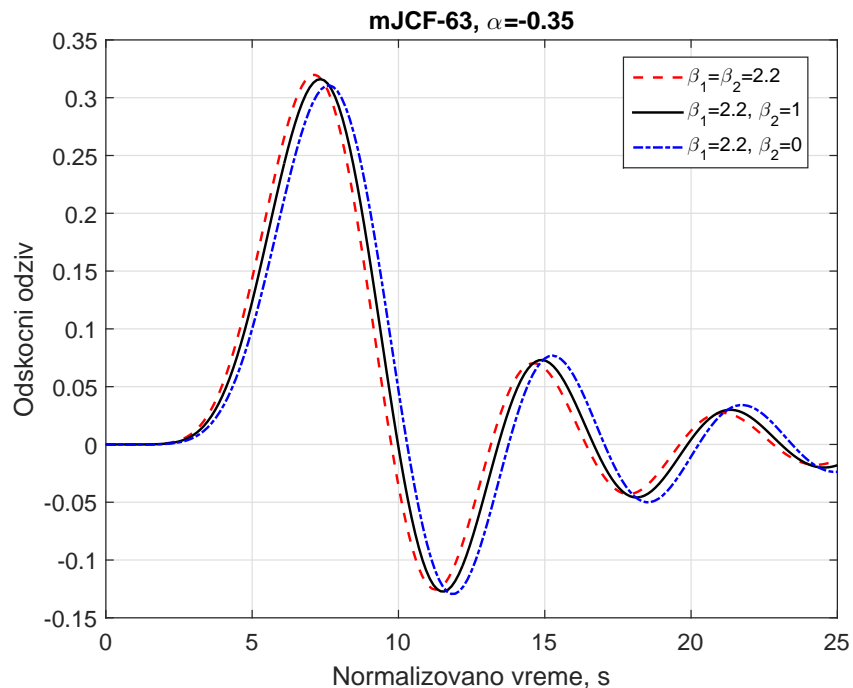
Преносна функција десетог степена

Разматрани су филтри десетог степена када се за карактеристичну функцију користе следеће модификоване Јасобијеве ланчане функције

$$\begin{aligned}
 1mJCF_{73}(\omega) &= \Pi_7^{(-0.35, 3.3)}(\omega) \Pi_3^{(-0.35, 3.3)}(\omega) \\
 2mJCF_{73}(\omega) &= \Pi_7^{(-0.35, 3.3)}(\omega) \Pi_3^{(-0.35, 1.0)}(\omega) \\
 3mJCF_{73}(\omega) &= \Pi_7^{(-0.35, 3.3)}(\omega) \Pi_3^{(-0.35, 0.0)}(\omega)
 \end{aligned} \tag{4.17}$$



Sl. 4.13: Одзиви $mJCF^+$ -63 филтара дветог степена на одскочну јединичну функцију (видети једначине (4.16)).



Sl. 4.14: Одзиви $mJCF^+$ -63 филтара дветог степена на импулсну (Диракову) функцију (видети једначине (4.16)).

Као и у предходна два примера, обе seed функције код прве ланчане функције ${}_1mJCF_{73}$ имају исте параметре α и β . Усвојено је да водећа seed функција (седмог степена) има исте вредности параметара α и β за све три ланчане функције које се пореде. Оптимизација је обављена подешавањем параметара α и β код друге

seed функције (трећег степена). Коефицијенти полинома у именитељу преносних функција за све три апроксимације модификованим Јасовијевим ланчаним полиномима (4.17) дати су у Табели 4.5 са тачношћу од 12 цифара.

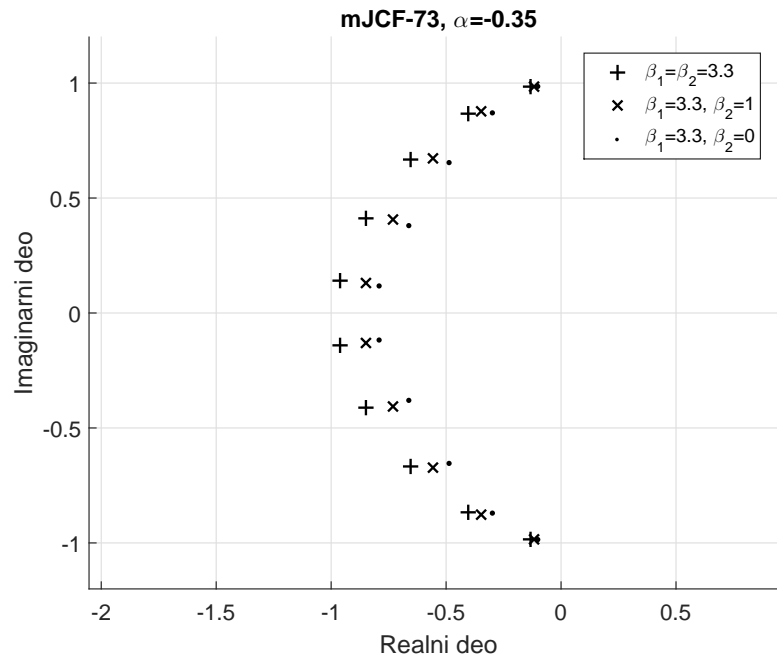
Tab. 4.5: Коефицијенти полинома у именитељу преносне функције $mJCF^+-73$ филтра десетог степена (видети једначине (4.17)) d_i ; фактор добротe критичног пара полова Q_c ; фактор нагиба SF ; максимална вредност повратних губитака у пропусном опсегу филтра RL_{max} .

d_i	Коефицијенти $mJCF^+-73$ филтара ($\alpha = -0.35$ и $\beta_1 = 3.3$)		
	$\beta_2 = 3.3$	$\beta_2 = 1.0$	$\beta_2 = 0.0$
d_1	1.50933355561	2.90880238461	4.84669489253
d_2	9.06365971934	15.1448561387	22.6925866064
d_3	27.3610031775	41.3671343053	57.5489531217
d_4	54.5473521988	76.4494820337	100.428885029
d_5	79.2002523119	104.292885514	130.498759451
d_6	87.2091191809	108.80908664	130.42949516
d_7	73.6029753982	87.4826790297	100.835173861
d_8	46.9883746808	53.3844321336	59.3046016199
d_9	21.7346364192	23.6505164554	25.3576984679
d_{10}	6.59312314753	6.87757463869	7.12147435128
d_{11}	1.0	1.0	1.0
Q_c	3.7007214824	4.20693246918	4.88373917163
SF	11.7100881799	13.2758480858	15.4440095538
RL_{max}, dB	-41.2472731398	-55.1949745249	-38.4266356458

На Слици 4.15 приказан је положај полова модификованих Јасовијевих ланчаних филтара десетог реда. Са смањивањем параметра β растојање између полова се све више повећава. Међутим за пара полова који је најближи имагинарној оси (критични пар полова) то растојање је најмање. Критични фактор добротe (Q_c) је у границама $3,7 \leq Q_c \leq 4,9$. Ове преносне функције спадају у класу преносних функција са малим Q -фактором, као што је Буттершортхова преносна функција. Може се сматрати да преносне функције са Q -фактором већим од десет су преносне функције са великим Q -фактором. Према томе, може се сматрати да је прва ланчана функција најмање осетлива на толеранције елемената.

На Слици 4.16 приказани су фреквенцијски одзиви за све три апроксимираних функције које карактерише мала вредност унетог слабљења. Апроксимација преносне функције филтра стандардним модификованим Јасовијевим ланчаним полиномима, (сви полиноми имају исте вредности параметара α и β) има следећу максималну вредност унетог слабљења ${}_1mJCF_{73}(0.645476756204671) = 0.0003258916940451 \text{ dB}$.

Највеће унето слабљења има преносна функција ${}_3mJCF_{73}(0.593628173534586) =$



Sl. 4.15: Положај полова у s -равни модификованих Јасовијевих филтара десетог степена $mJCF^+-73$ (видети једначине (4.17)).

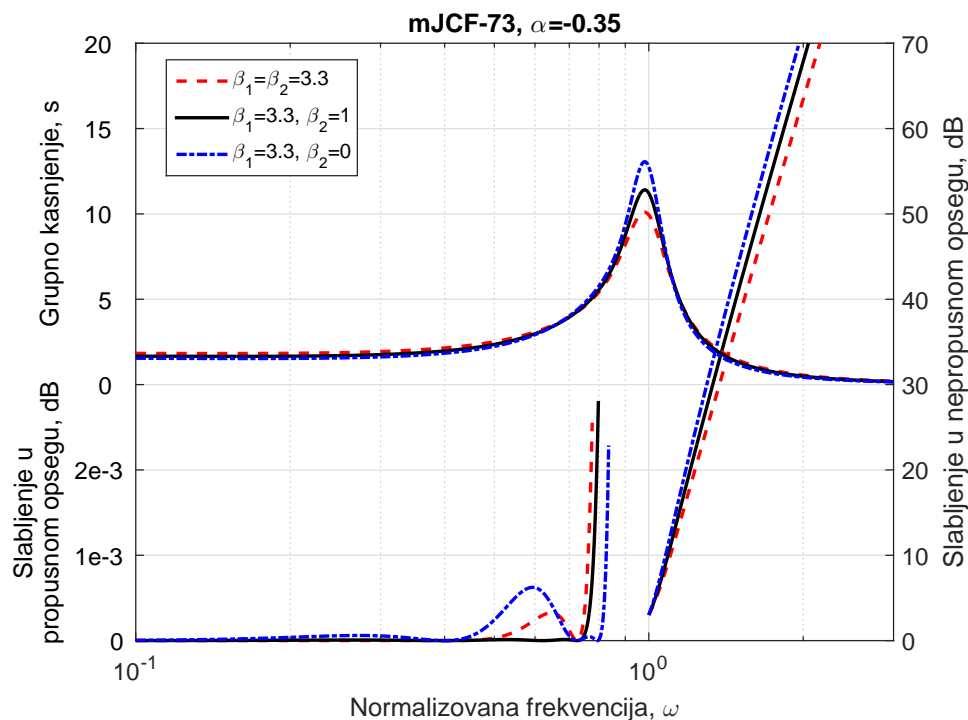
0.000623953096016 dB. Као оптимално решење може се сматрати преносна функција $2mJCF_{63}(0.686057648399162) = 0.000013130689004$ dB коју карактеришу два приближно једнака таласа. Екстремум унетог слабљења најближи граници пропусног опсега је уједно и максимална вредност унетог слабљења у пропусном опсегу.

Треба напоменути да поред вишеструке нуле у координатном почетку преносна функција има још три фреквенције у пропусном опсегу филтра на којима унето слабљење има нулту вредност. На тим фреквенцијама пренос снаге од генератора до потрошача је максималан, а осетљивост на толеранције елемената има нулту вредност.

Све три преносне функције имају приближно исти нагиб карактеристике слабљења на граничној фреквенцији пропусног опсега. Нумеричке вредности се налазе у Табели 4.5. Са порастом унетог слабљења расте вредност како критичног Q -фактора тако и нагиб карактеристике слабљења на граници пропусног опсега.

На Слици 4.17 приказани су повратни губици за све три апроксимационе функције. Најмањи максимални повратни губитак, -55.194974524 dB, има преносна функција коју карактерише $2mJCF_{73}(\omega)$. Повратни губици имају три екстремалне вредности од којих је максимална најближа граници пропусног опсега. Код оптималног решења екстремалне вредности су на истом нивоу, као што је то случај код Chebyshevљевог филтра. Са слике 4.17 се може закључити да је преносна функција $2mJCF_{73}(\omega)$ најближа оптималном решењу.

Коначно, на сликама 4.18 и 4.19 приказане су прелазне (динамичке) карактер-



Sl. 4.16: Фреквенцијски одзиви модификованих Јасовијевићевих филтара десетог степена $mJCF^+-73$ (видети једначине (4.17)).

истике филтара десетог степена, $mJCF^+-73$, у временском домену, а то су одзиви филтара на одскочну јединичну функцију и импулсну (Диракову) функцију, респективно. Одзиви су нацртани применом програмског пакета **MATLAB**[®].

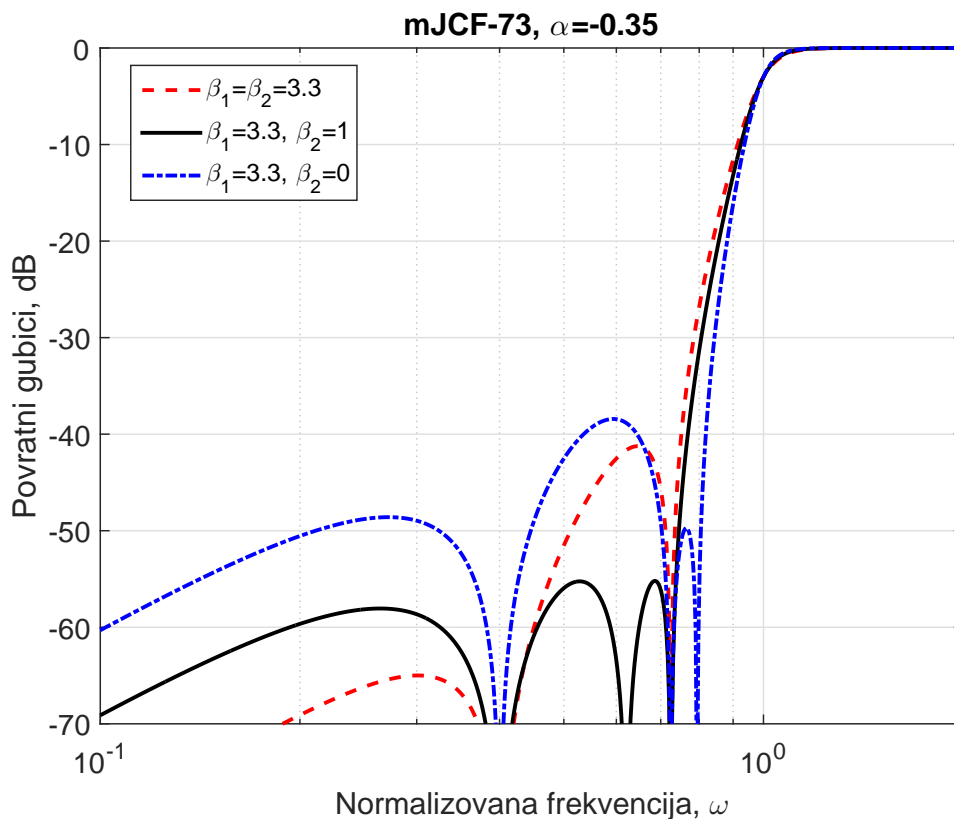
Сва три одзива филтра на јединичну одскочну функцију су приближно исти. Карактерише их значајно премашење које, за $mJCF_{73}$ филтар, износи 18.5494406620870%. Велико премашење увек прати време смиревања које дуго траје. Разлика у кашњењу сигнал је занемарљива.

Импулсни одзив линеарног временски непроменљивог (LTI) система [44] може одредити инверзном Лапласовом трансформацијом функције преноса $H_n(s)$. Уколико је познат импулсни одзив LTI система, одзив на произвољну побуду се може добити конволуцијом побудног сигнала и импулсног одзива.

4.3 Закључак

Синтеза полиномских аналогних ланчаних филтара описана је у овом поглављу. Seed функције су модификовани Јасовијеви полиноми. Оптимизација карактеристика ланчаних филтара може се вршити на два начина:

1. Све seed функције имају исте параметре α и β . Поступак оптимизације је исти као у случају Chebyshevљевих и Legendreових ланчаних функција.



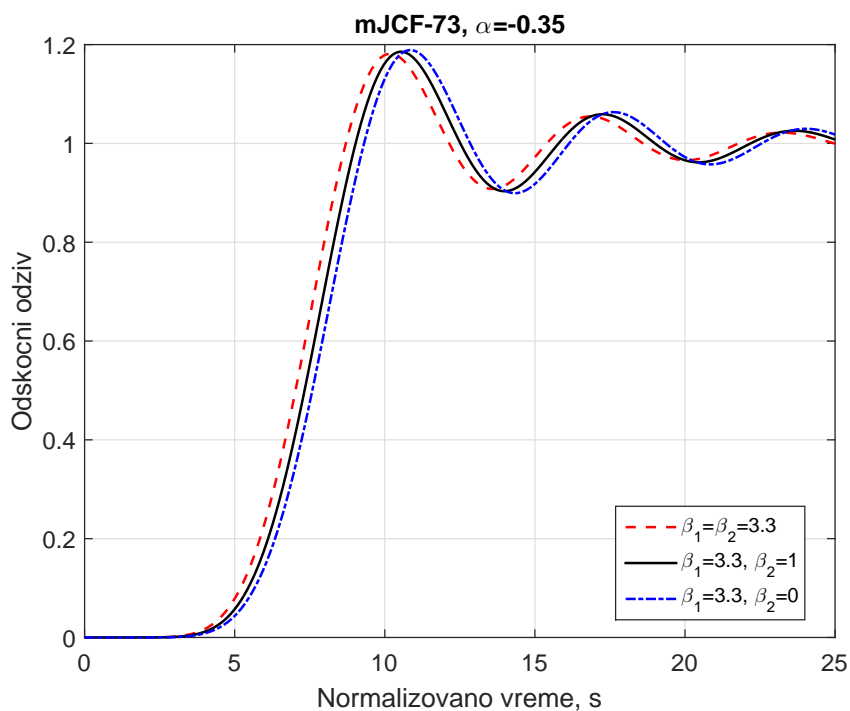
Sl. 4.17: Повратни губици модификованих Јасобијевих филтара десетог степена $mJCF^+-73$ (видети једначине (4.17)).

2. Сеед функције имају произвољне параметре α и β . У овом случају постоји велики број могућности за оптимизацију задате карактеристике филтра.

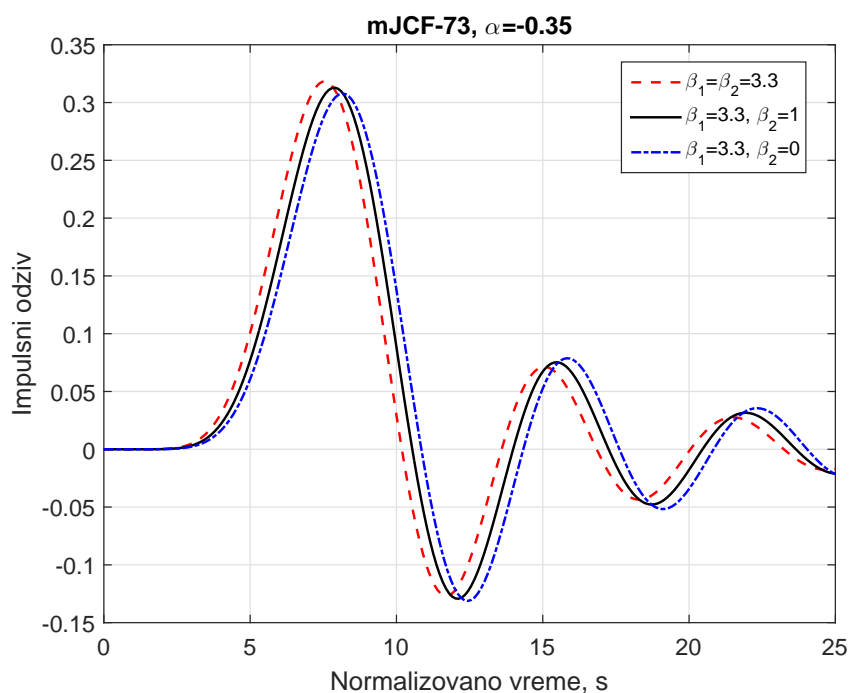
У овом поглављу функција циља је минимизација повратних губитака. Поступак је детаљно објашњен на примерима ланчаних функције са две seed функције са различитим параметрима α и β . За прву seed функцију усвојен је трећи степен, а друга seed функција има произвољан степен којим се може подешавати степен филтра. Показано је да се погодним избором параметара α и β могу подешавати повратни губици. Смањивање повратних губитака се постиже повећањем степена филтра, тако да остале значајне карактеристике филтра претрпе мале промене.

Модификоване Јасобијеве ланчане функције седмог, осмог и деветог степена, за апроксимацију преносних функција полиномских филтара, положај полова у комплексној равни је приказан на Слици 4.20, са оптималном вредношћу повратних губитака, приказаних на Слици 4.21, су

$$\begin{aligned}
 1mJCF_{43}(\omega) &= \Pi_4^{(-0.35, 0.71)}(\omega) \Pi_3^{(-0.35, 1.0)}(\omega) \\
 2mJCF_{53}(\omega) &= \Pi_5^{(-0.35, 1.50)}(\omega) \Pi_3^{(-0.35, 1.0)}(\omega) \\
 3mJCF_{63}(\omega) &= \Pi_6^{(-0.35, 2.25)}(\omega) \Pi_3^{(-0.35, 1.0)}(\omega)
 \end{aligned} \tag{4.18}$$



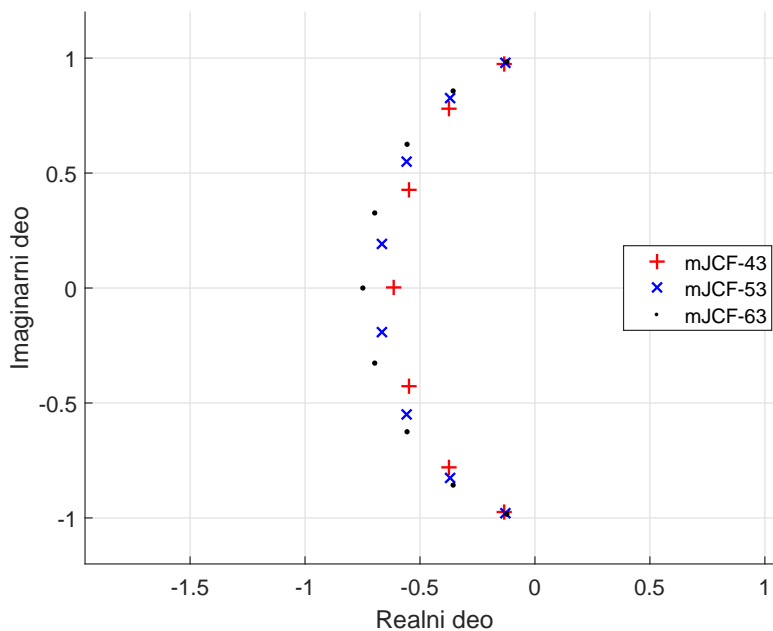
Sl. 4.18: Одзиви $mJCF^+-73$ филтара десетог степена на одскочну јединичну функцију (видети једначине (4.17)).



Sl. 4.19: Одзиви $mJCF^+-73$ филтара десетог степена на импулсну (Диракову) функцију (видети једначине (4.17)).

На Слици 4.20 се може уочити да сва три филтра, мада су различитог степена, имају приближно исте критичне Q -факторе пола. Може се закључити да се са порас-

том степена преносне функције филтра осетљивост на толеранције елемената остаје приближно иста.



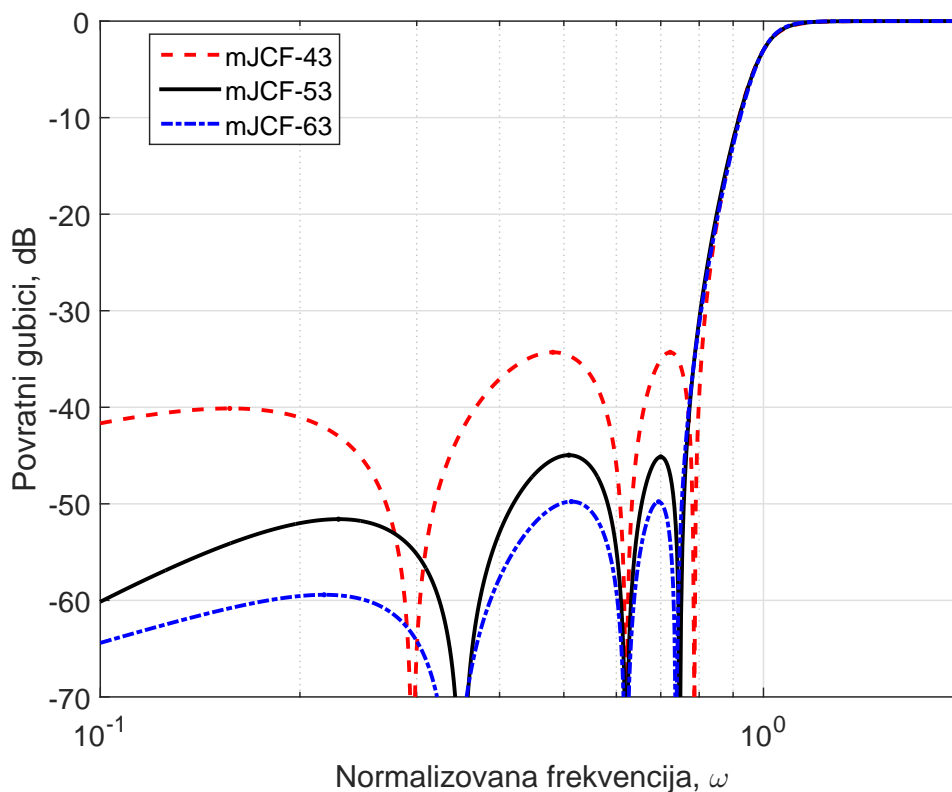
Sl. 4.20: Положај полова $mJCF^+$ филтара седмог, осмог и деветог степена са оптималним повратним губицима.

Повратни губици за све три апроксимације имају по три максимума у пропусном опсегу филтра и њих одређује ланчана функција. Прва ланчана функција је седмог степена и има седам нула у интервалу конвергенције од којих је једна у координатном почетку, јер је ланчана функција производ парне и непарне seed функције.

Друга ланчана функција има двоструку нулу у координатном почетку јер seed функције петог и трећег степена имају по једну просту нулу у координатном почетку. Дакле, постоји седам нула у интервалу конвергенције.

Seed функција шестог степена у трећој ланчаној функцији има четири реалне нуле и једну коњуговано комплексну нулу и у збиру са seed функцијом трећег степена има седам реалних нула у интервалу конвергенција. Према томе, све три ланчане функције имају шест екстремалних тачака у интервалу ортогоналности $[-1, 1]$ На Слици 4.22 приказане су све три ланчане функције (??), и може се уочити да све три ланчане функције имају исти број екстремалних тачака.

Преносна функција десетог степена се састоји од seed функција седмог и трећег степена (4.17). И у овом примеру модификована Јасовијева ланчана функција $mJCF_{73}(\omega) = \Pi_7^{(-0.35, 3.3)}(\omega) \Pi_3^{(-0.35, 1.0)}(\omega)$ има седам реалних нула у интервалу ортогоналности, а у координатном почртку је двострука нула јер су обе seed функције непарног степена. Seed функција седмог степена има једну коњуговано комплексну



Sl. 4.21: Оптимални повратни губици филтара седмог, осмог и деветог степена.

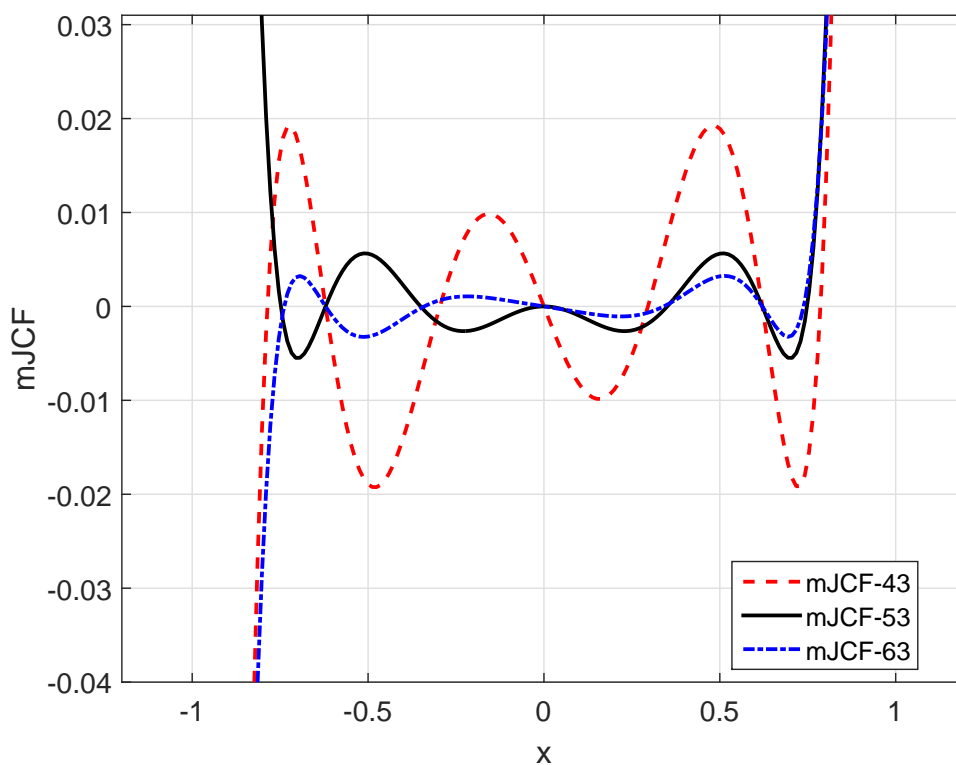
нулу. Дакле, ланчана функција има шест екстремалних тачака. На овај начин се може добити још мање повратно слабљење, а да карактеристике у устаљеном стању претрпе мале промене.

Карактеристике у устаљеном стању модификованих Јасовијевих ланчаних филтара седмог, осмог и деветог, приказаних на Слици 4.23, не разликују се значајно. Слабљење у пропусном опсегу је веома мало за све три апроксимације, мање од 2 mdB. Могу се уочити два таласа са једнаким амплитудама у близини границе пропусног опсега. Карактеристика групног кашњењења је монотона у пропусном опсегу. Може се уочити приближно поклапање све три карактеристике групног кашњења.

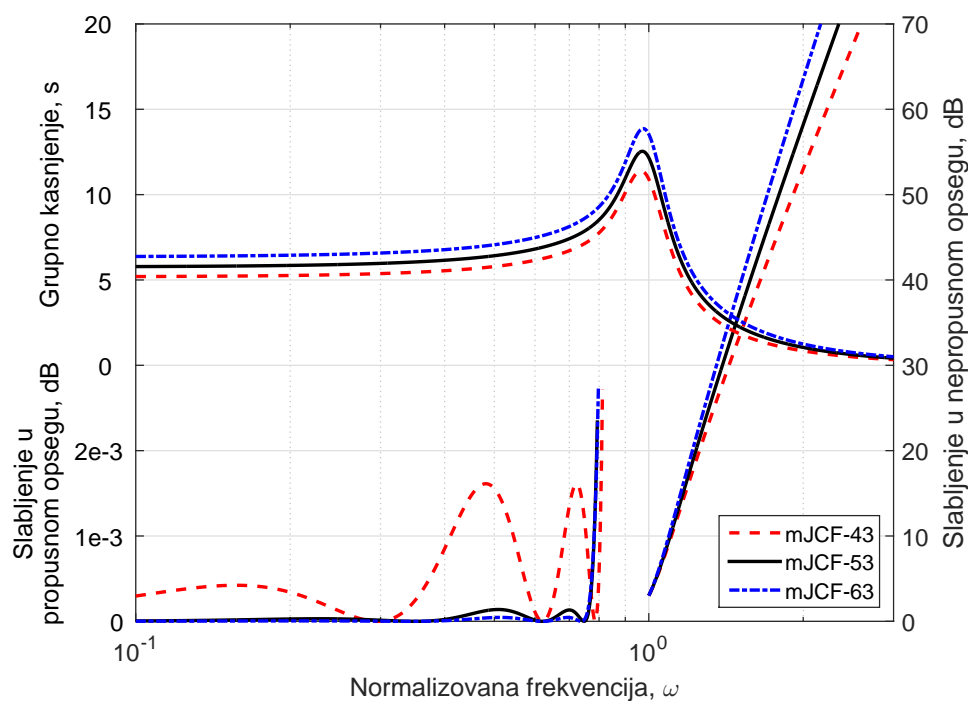
Приметна је разлика између карактеристика слабљења једино у непропусном опсегу. Пошто се преносне функције разликују за један степен, то се њихов асимптоцки нагиб ($n \cdot 20$ dB/dek) разликују за 20 dB/dek.

Ради поређења, у табели 4.6 је дат приказ најважнијих параметара модификованих Јасовијевих ланчаних филтара, чији су повратни губици и карактеристике у устаљеном стању приказани на сликама 4.20, 4.21 и 4.23, јер се са слика не могу прецизно прочитати.

Критични Q -фатор је порастао са вредности 3.68740238307 за седми степен филтра, на вредност 4.05308794441 за девети степен филтра. И даље има малу вредност, мању од 5. Фактор нагиба се такође мало мења што је последица промене асимп-



Sl. 4.22: Модификоване Јасовијеве ланчане функције седмог, осмог и деветог степена за апроксимацију филтара са оптималним повратним губицима.



Sl. 4.23: Фреквенцијски одзиви *mJCF* филтара седмог, осмог и деветог степена са оптималним повратним губицима.

Tab. 4.6: Фактор доброте критичног пара полоа Q_c , фактор нагиба SF , максимална вредност повратних губитака у пропусном опсегу филтра RL_{max} и девијација групног кашњења $\Delta\tau$, модификовани Јасобијевих ланчаних филтара.

Karakteristika	Модификовани Јасобијеви ланчани филтри		
	mJCF-43	mJCF-53	mJCF-63
Q_c	3.68740238307	3.82338609287	4.05308794441
SF	11.684402641	12.0786932339	12.7969212642
RL_{max} , dB	-34.3038003122	-44.9589777931	-49.7666262453
$\Delta\tau$, %	37.3185775671	36.8605267455	37.0030555193

тоцког нагиба услед пораста степена филтра. Ниво повратних губитака је смањен за приближно десет dB са повећањем степена филтра од седам на осам, односно за пет dB са повећањем степена филтра од осам на девет. Одсупање групног кашњења од средње вредности¹, или девијација групног кашњења, за све три апроксимације је приближно исто.

Следеће поглавље садржи пасивну LC реализацију модификованих Јасобијевих ланчаних филтара.

¹За израчунавање девијације групног кашњења користи се следећа формула

$$\Delta\tau = \frac{\max_{0 \leq \omega \leq \omega_c} \tau_H(\omega) - \min_{0 \leq \omega \leq \omega_c} \tau_H(\omega)}{\max_{0 \leq \omega \leq \omega_c} \tau_H(\omega) + \min_{0 \leq \omega \leq \omega_c} \tau_H(\omega)} 100 \%$$

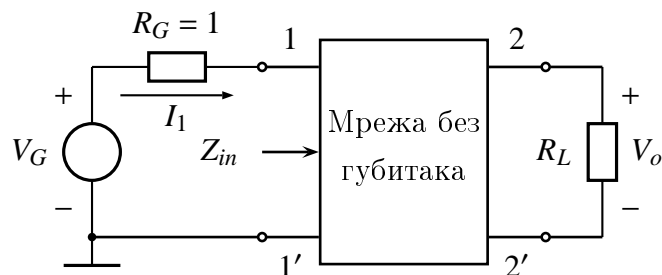
где је ω_c граница пропусног опсега. Минимална вредност групног кашњења је у координатном почетку.

Глава 5

Реализација

НА ОСНОВУ изабране преносне функције, реализује се пасивна LC мрежа филтра са идеалним елементима. Пасивна LC мрежа са идеалним елементима имплементира преносну функцију дату апроксимацијом у виду рационалне функције. Постоји потпуно поклапење између преносне функције LC мреже и преносне функције добијене апроксимацијом. Идеални елементи који се користе су отпорник, калем, кондензатор, трансформатор, секција вода, спрегнути водови итд.

Преносна функција филтра пропусника ниских фреквенција, као и филтра пропусника опсега и непропусника опсега фреквенција, добијена поступком апроксимације реализује се као пасивне мрежа са два приступа у виду лествичастих LC мреже без губитака. Општи облик шеме филтра са два приступа приказан је на Слици 5.1. То је двоструко затворена мрежа и најчешће се користи код представљања филтара. На улазу мреже је генератор резистивне унутрашње импедансе R_G , а на излазу потрошач такође резистивне импедансе R_L . Њихове импедансе су најчешће међусобно једнаке да би се обезбедио пренос максимални снаге од генератора до потрошача на фреквенцијама када пасивна LC мрежа не уноси слабљење.



Sl. 5.1: Општи облик пасивне LC мреже са два приступа.

Уобичајено је да се прво реализује прототип филтра пропусника ниских фреквенција, а затим денормализацијом добију вредности реалних елемената које је потребно имплементирати да се испуне постављени захтеви. Реализација филтара пропусника

високих фреквенција, као и филтара пропусника опсега и филтра непропусног опсега фреквенција заснива се на фреквенцијским трансформацијама прототипа ниских фреквенција у одговарајући пропотип филтра пропусника високих фреквенција, филтра пропусника опсега или филтра непропусника опсега фреквенција и денормализацији. Преносну функцију allpass филтара није могуће реализовати лествичастом LC мрежом, па ће се за њихову реализацију користити пасивне решеткасте LC мреже.

Нека су $P_G(\omega)$ и $P_L(\omega)$ активне снаге на улазу и излазу пасивне LC мреже приказане на Слици 5.1, респективно. Максимална снага на улазу у пасивне LC мреже је за $R_L = R_G$

$$P_{G_{max}}(\omega) = \frac{|V_G(j\omega)|^2 R_G}{(R_G + R_L)^2} = \frac{|V_G(j\omega)|^2}{4R_G} \quad (5.1)$$

док снага коју пасивна LC мрежа предаје потрошачу R_G износи

$$P_L(\omega) = \frac{|V_0(j\omega)|^2}{R_L} \quad (5.2)$$

Квадрат модула преносне функције мреже са два приступа је однос снаге на потрошачу и максималне снаге коју генератор може да преда потрошачу

$$|H_n(j\omega)|^2 = \frac{P_L(\omega)}{P_{G_{max}}(\omega)} = \frac{4R_G}{R_L} \left| \frac{V_0(j\omega)}{V_G(j\omega)} \right|^2 \quad (5.3)$$

односно

$$|H_n(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \phi_n^2(\omega)} \quad (5.4)$$

Отпорност генератора, R_G , узима се за референтну отпорност, а унето слабљење је $IL = -10 \log_{10}(P_L/P_{G_{max}})$.

5.1 Darlingtonova realizacija

Пример двоструко затворене мреже је лествичаста LC мрежа приказана на Слици 5.3, која се састоји од редних и паралелних елемената са једним приступом (калем, кондензатор, редна/паралелна веза калема и кондензатора). За ову мрежу се каже да је канонична, јер за дати степен преносне функције садржи најмање елемената (калемова и кондензатора). Поред тога за ову мрежу важи да је најмање осетљива на толеранције елемената.

Коефицијент рефлексије $\Gamma_{11}(j\omega)$ на улазним крајевима филтра одређује се из услова да је мрежа пасивна и без губитака $P_L(\omega) \leq P_{G_{max}}(\omega)$

$$|\Gamma_{11}(j\omega)|^2 = 1 - |H_n(j\omega)|^2 \quad (5.5)$$

Заменом (5.4) у (5.5) добија се

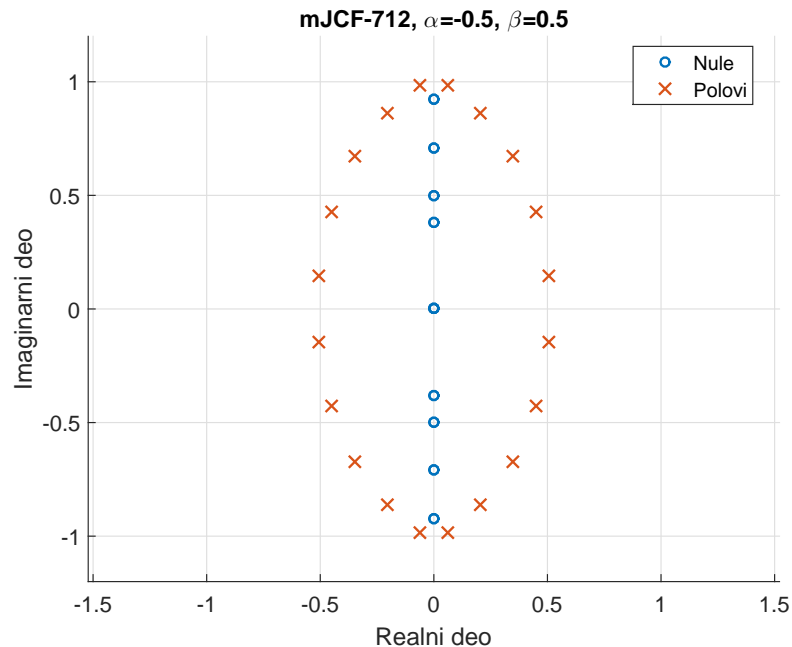
$$|\Gamma_{11}(j\omega)|^2 = \frac{\varepsilon^2 \phi_n^2(\omega)}{1 + \varepsilon^2 \phi_n^2(\omega)} \quad (5.6)$$

Коефицијент рефлексије на улазим крајевима $\Gamma_{11}(s)$ је у релацији са улазном импедансом пасивне мреже [38]

$$\Gamma_{11}(s) = \pm \frac{R_G - Z_{in}(s)}{R_G + Z_{in}(s)}. \quad (5.7)$$

где је $s = \sigma + j\omega$. Потребно је одредити коефицијент рефлексије $\Gamma_{11}(s)$ у s -равни.

Полови и нуле коефицијента рефлексије у s -равни $\Gamma_{11}(s)$ се одређују тако што се најпре изврши аналитичко продужење модула коефицијента рефлексије $|\Gamma_{11}(j\omega)|^2_{\omega=-js} = \Gamma_{11}(s)\Gamma_{11}(-s)$ на целу комплексну раван сменом $\omega = -js$, а затим се селекцијом полова и нула који се налазе у левој полуравни, комплексне s равни, формира коефицијент рефлексије минималне фазе $\Gamma_{11}(s)$. Треба имати у виду да положај нула у s -равни није ограничен. Нуле на имагинарној оси су двоструке па је у том случају избор нула једноставан. На Слици 5.2 приказан је положај полова и нула коефицијента рефлексије модификованог Јасобијевог ланчаног филтра *mJCF-712* са параметрима $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.5$.



Sl. 5.2: Положај нула и полова квадрата модула коефицијента рефлексије $|\Gamma_{11}(j\omega)|^2_{\omega=-js} = \Gamma_{11}(s)\Gamma_{11}(-s)$ у комплексној s -равни.

Коначно, улазна импеданса пасивне лествичасте LC мреже је

$$Z_{in}(s) = R_G \frac{1 \pm \Gamma_{11}(s)}{1 \mp \Gamma_{11}(s)}. \quad (5.8)$$

Реализација пасивне LC мреже са два приступа заснива се на реализације улазне импедансе (5.8) са предзнацима + у бројитељу и – у именитељу или – у бројитељу и + у именитељу резултују дуалним мрежама. Довољно је посматрати један од ова два случаја. Вредности елемената одређује се развојем улазне импедансе $Z_{in}(s)$, или улазне адмитансе $Y_{in}(s)$, у верижни разломак усвајањем да нормализована вредност отпорника генератор износи $R_G = 1$.

$$Z_{in}(s) = g_1 s + \frac{1}{g_2 s + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{g_n s + g_{n+1}}}}. \quad (5.9)$$

Може се уочити да је први елемент калем што значи да синтеза LC лествичасте мреже почиње са екстракцијом пола улазне импедансе у бесконачности. Дакле, елементи са непарним индексима су калемови а елементи са парним индексима су кондензатори. На овај начин се реализује мрежа са минималним бројем кондензатора. Ова мрежа назива се каноничка јер за дати степен апроксимације садржи минималан број динамичких елемената.

За n непарно, g_n је калем а g_{n+1} отпорност потрошача R_L , међутим за n парно, g_n је кондензатор а g_{n+1} је проводност потрошача $1/R_L$. За парне редове филтра отпорност потрошача g_{n+1} се може проверити израчунавањем R_L применом следеће формуле

$$R_L = 1 + 2\rho^2 - 2\rho\sqrt{1 + \rho^2} \quad (5.10)$$

где је $\rho = \varepsilon\phi_n(0)$, а $\phi_n(0)$ је вредност карактеристичне функције у координатном почетку. Уколико је $\phi_n(0) \neq 0$ пасивна LC мрежа се не може реализовати између једнаких отпорника, $R_G \neq 1$. За $\phi_n(0) = 0$, што је у случају када је степен филтра непаран, или када ланчана функција има бар једну seed функцију непарног степена, добија се да је $\rho = 0$ што даје $R_L = 1$.

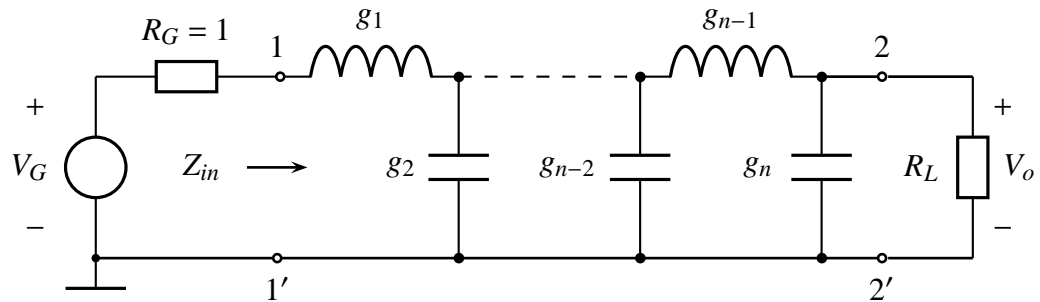
Дуална мрежа се добија развојем улазне адмитансе у верижни разломак

$$Y_{in}(s) = g_1 s + \frac{1}{g_2 s + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{g_n s + g_{n+1}}}}. \quad (5.11)$$

У овом случају је први елемент кондензатор, а реализована мрежа има минимални број калемова. Елементи са непарним индексима су кондензатори а елементи са парним индексима су калемови. За n парно, g_n је калем а g_{n+1} отпорност потрошача R_L , међутим за n непарно, g_n је кондензатор а g_{n+1} је проводност потрошача $1/R_L$. Листинг MATLAB[®] рутине за израчунавање елемената лествичасте LC мреже `K_f2LC` дат је у додатку Б.

5.1.1 Пасивна LC лествичаста реализација ланчаних фитара

На Слици 5.3 приказана је реализација LC пасивне мреже са два приступа парног степена, а у Табелама 5.1 и 5.2 нормализоване вредности елемената филтара деветог и десетог степена, јер је реализација заснована на прототипској функцији (4.4). Нормализована вредност пропусног опсега је $\omega_{3dB} = 1$ и $\epsilon_p = 1$.



Sl. 5.3: Пасивна LC мрежа парног степена са два приступа, први елемент је редни калем, која реализује прототипску преносну функцију пропусника ниских фреквенција.

Филтри *mJCF-531* и *mJCF-640* имају најмањи ниво повратних губитак у односу на остале филтре истог степена. Поред вредности елемената који су табелирани са 12 цифара, табеле 5.1 и 5.2 садрже критични Q -фактор пола, однос максималне и минималне вредности елемента и збир вредности елемената.

Анализом Табела 5.1 и 5.2 може се закључити следеће:

1. Ланчани филтри непарног реда и ланчани филтри парног реда који садрже бар једну *seed* функцију непарног реда што резултира да је $\phi(0) = 0$ па се наведене LC пасивне мреже могу реализовати између једнаких отпорника, $R_G = R_L = 1$, као што су филтри *mJCF-910* и *mJCF-721*.
2. Пошто је карактеристична функција пуни квадрат модификоване Јасобијеве ланчане функције (4.2), то су LC пасивне мреже симетричне, $g_i = g_{n+1-i}$, $i = 1, 2, \dots, [n/2]$, где је $[\cdot]$ заокруживање на мањи цео број, када је $R_G = R_L$. Принципом суперпозиције [27] оваква мрежа се може представити збиром две

Tab. 5.1: Вредности елемената пасивне LC лествичасте мреже са концентрисаним параметрима деветог степена за реализацију $mJCF$ филтра са параметрима $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.0$.

Елементи g_i	Вредности елемената $mJCF$ филтара за $n = 9$.		
	mJCF-810	mJCF-711	mJCF-531
g_1	1.19108198411	0.876934756171	0.846904667415
g_2	1.77175784441	1.7941374446	1.6325629403
g_3	1.90827020887	1.87709721653	1.8372548412
g_4	1.94468958817	1.93175569588	2.00804999152
g_5	1.95312900114	1.94372233555	1.91290684642
g_6	1.94468958817	1.93175569588	2.00804999152
g_7	1.90827020887	1.87709721653	1.8372548412
g_8	1.77175784441	1.7941374446	1.6325629403
g_9	1.19108198411	0.876934756171	0.846904667415
g_{10}	1.0	1.0	1.0
Q_c	13.2294713057	10.5276250949	7.56885639429
g_{max}/g_{min}	1.95312900114	2.2164959501	2.37104607966
$\sum_{i=1}^9 g_i$	15.5847282523	14.9035725619	14.5624517273

Tab. 5.2: Вредности елемената пасивне LC лествичасте мреже са концентрисаним параметрима десетог степена за реализацију $mJCF$ филтра са параметрима $\alpha = -0.5$ и $\beta = 0.5$.

Елементи g_i	Вредности елемената $mJCF$ филтара за $n = 10$.		
	mJCF-910	mJCF-721	mJCF-640
g_1	0.849028734989	0.637350759569	0.726044199091
g_2	1.66458781753	1.48083895295	1.50687714157
g_3	1.87886468584	1.83701454243	1.84384316547
g_4	1.94235098449	1.92673706437	1.9009049296
g_5	1.9619939492	1.95534310202	2.0235271579
g_6	1.9619939492	1.95534310202	1.91115356606
g_7	1.94235098449	1.92673706437	2.01267591362
g_8	1.87886468584	1.83701454243	1.74144805874
g_9	1.66458781753	1.48083895295	1.59547975303
g_{10}	0.849028734989	0.637350759569	0.685724406906
$R_L = g_{11}$	1.0	1.0	1.05879882906
Q_c	10.7637705851	7.71936117744	7.58887388074
g_{max}/g_{min}	2.31086872369	3.06792307479	2.95093354928
$\sum_{i=1}^{10} g_i$	16.5936523441	15.6745688427	15.947678292

мреже - једном у којој су приступи побуђени сигнаlima амплитуде $V_G/2$ који су у фази (парна побуда), и другом у којој су приступи побуђени сигнаlima

исте амплитуде $V_G/2$ али супротне фазе (непарна побуда). У првом случају је у равни симетије приступне тачке су отворене, а у другом случају су у краткој вези. За мрежу са два приступа са непарном побудом се може рећи да се састоји од две идентичне мреже са једним приступом чији је други приступ кратко спојен.

3. Симетричне пасивне мреже су мање осетљиве на толеранције елемената од оних које то нису.
4. Када се за реализацију LC пасивне мреже користе елементи са расподелјеним параметрима, на пример микроталасни филтри у техници микроталасних водова, потребно је да однос g_{max}/g_{min} буде што је могуће мањи јер ће у том случају физичке димензије елемената бити приближно једнаке, што може знатно да олакша имплементацију. Најприближније димензије максималног и минималног елемента филтра има *mJCF*-81 филтар у односу на друга два филтра из табеле 5.1 и *mJCF*-811 филтар из табеле 5.2 у односу на друга два.
5. Збир вредности елемената филтра одређује димензије LC пасивне мреже кад се за реализацију користе расподељени параметри, на пример, водови. У овом случају *mJCF*-531 филтар деветог степена и *mJCF*-721 филтар десетог степена имају најмању физичку димензију у односу на друга два филтра из Табеле 5.1 и Табеле 5.2, респективно. Може се закључити да филтри који имају најмањи однос максималне и минималне вредности елемената не међу у исто време и најмању вредност збира вредности елемената.
6. Критични пар полова Q_c предстаља меру осетљивости преносне функције лесвичасте LC мреже у односу на толеранције елемената g_i . Највећу осетљивост имају *mJCF*-810 филтар деветог степена и филтар *mJCF*-910 десетог реда, јер има највећи критични Q -фактор.

Полазећи од лесвичасте LC мреже, може се извести реализација са секцијама водова. Реализација са идеалним елементима може садржати како елементе са концентрисаним параметрима тако и елементе са расподељеним параметрима - водовима. Међутим, реализација са водовима даје другачији фреквенцијски одзив у поређењу са одзивом полазне преносне функције, а због периодичног понављања фреквенцијског одзива секција водова са фреквенцијом, јављају се и нежељени фреквенцијски опсеци.

5.1.2 Реализација преносних функција са редукованим повратним губицима

Филтарско коло високих перформанси карактерише се малим унетим слабљењем, високим повратним губицима, добрим фактором доброте и добром селективношћу опсега што је веома тешко остварити. Понашање мрежа са два приступа у микроталасној електроници најчешће се описује помоћу коефицијената рефлексије и трансмисије који дефинишу који део снаге се преноси са улаза на излаз.

Први корак у пројектовању филтра, формирање нископропусног прототипа на основу задатих спецификација филтра, је описан у предходним поглављима. Гранична кружна фреквенција нискофреквенцијског прототипа је једнака јединици. Друге филтарске функције (пропусник ниских фреквенција, пропусник високих фреквенција, пропусник опсега фреквенција и непропусник опсега фреквенција) добијају се фреквенцијским трансформацијама прототипског филтра. Наредни корак јесте формирање прототипа електричног кола (пасивне лесвичасте LC мреже) који служи као основа за физичку реализацију филтра. Наиме, карактеристичне функције прототипских филтара базирани су на елементима кола са концентрисаним параметрима. Ове конфигурације представљају везу између филтарске функције и физичке реализације филтра. Класична метода подразумева формирање ABCD матрице из прототипских филтара који су базирани на елементима са концентрисаним параметрима из које се потом екстрахују елементи микроталасних кола.

У Табели 5.3 дате су вредности елемената g_i лесвичасте LC мреже полиномских филтара седмог осмог и деветог степена код којих је извршена оптимизација повратних губитака. Све три модификоване Јасобијеве ланчане функције дате су једначином (4.18) на страници 75. Припадајући повратни губици и одзиви у усталјеном стању приказани су на сликама 4.21 и 4.23 које се налазе на страницама 78 и 79, респективно. Ради бољег увида у карактеристике филтара, у табели су поново дате вредности критичног Q -фактора пола и максималне вредност повратних губитака.

Као и што се могло очекивати, са порастом степена филтра расте однос максималне и минималне вредности елемената као и збир вредности елемената.

5.2 Филтар пропусник опсега фреквенција

Пројектовање филтра пропусника опсега фреквенција заснива се на трансформацији нискофреквенцијског прототипа у филтар пропусник опсега фреквенција. Функција пресликавања којом се преносна функција филтра пропусника ниских фреквенција из s -домена преводи у преносну функцију филтра пропусника опсега

Tab. 5.3: Вредности елемената пасивне LC лествичасте мреже са концентрисаним параметрима прототипских $mJCF^+$ филтара пропусника ниских фреквенција седмог, осмог и деветог степена са редукованим повратним губицима.

Елементи g_i	Вредности елемената $mJCF$ филтара.		
	mJCF ⁺ -43	mJCF ⁺ -53	mJCF ⁺ -63
g_1	0.733346275877	0.579044908539	0.474922933155
g_2	1.56519643044	1.41255688232	1.25687870992
g_3	1.90548228968	1.81065738422	1.70804380174
g_4	1.95261043191	1.96052114385	1.92256273291
g_5	1.90548228968	1.96052114385	1.98102141158
g_6	1.56519643044	1.81065738422	1.92256273291
g_7	0.733346275877	1.41255688232	1.70804380174
g_8	1.0	0.579044908539	1.25687870992
g_9		1.0	0.474922933155
g_{10}			1.0
Q_c	3.68740238307	3.82338609287	4.05308794441
RL_{max}, dB	-34.3038003122	-44.9589777931	-49.7666262453
g_{max}/g_{min}	2.66260359689	3.38578427154	4.17124816109
$\sum_{i=1}^{10} g_i$	10.3606604239	11.5255606379	12.705837767

фреквенција у \bar{s} домен [3, 23, 36] је дата са:

$$s = \frac{1}{B_w} \frac{\bar{s}^2 + 1}{\bar{s}} \quad (5.12)$$

где је $B_w = \bar{\omega}_u - \bar{\omega}_l$ ширина пропусног опсега, $\bar{\omega}_u$ и $\bar{\omega}_l$ су граничне фреквенције филтра пропусника опсега фреквенција, а нормализујућа фреквенција $\bar{\omega}_0$ треба да буде геометријска средина граничних фреквенција $\bar{\omega}_0 = \sqrt{\bar{\omega}_l \bar{\omega}_u}$. Усваја се да је $\bar{\omega}_0 = 1$, те је резултујућа преносна функција филтра пропусника опсега фреквенција је такође прототипска функција¹.

Претпоставимо да је прототипска преносна функција полиномског филтра пропусника ниских фреквенција позната

$$H_n(s) = \frac{1}{\sum_{k=0}^n d_{k+1} s^{n-k}} \quad (5.13)$$

¹Пресликавање се може реализовати следећом функцијом

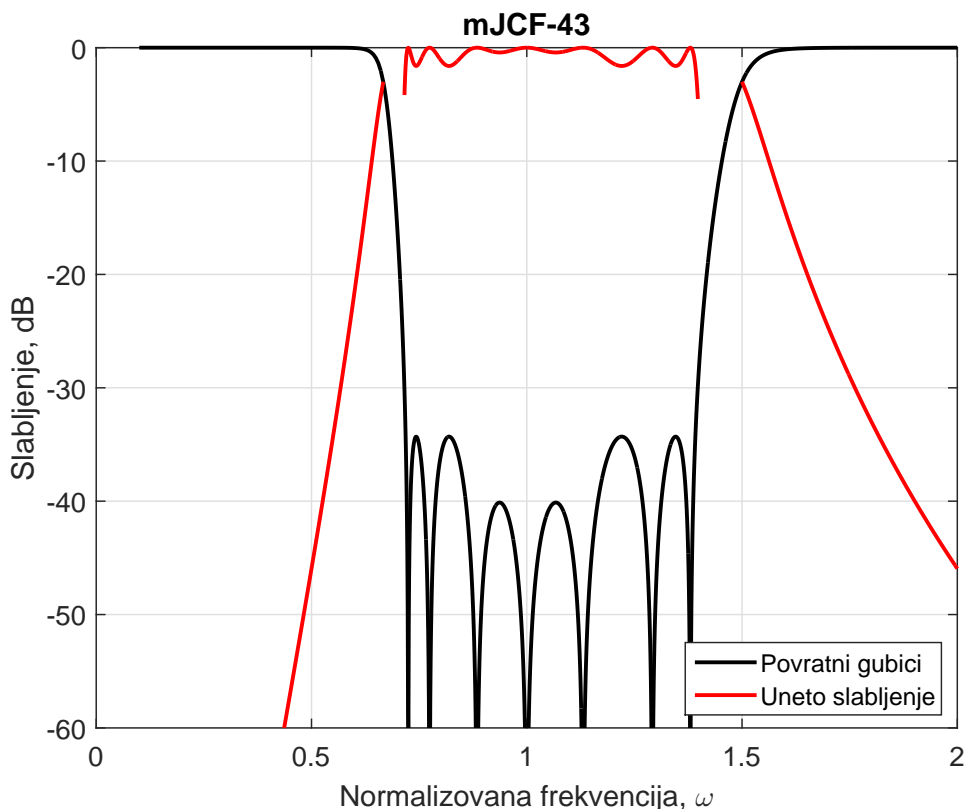
$$s = \frac{\omega_p}{B_w} \left(\frac{\bar{s}}{\bar{\omega}_0} + \frac{\bar{\omega}_0}{\bar{s}} \right)$$

где је ω_p граница пропусног опсега прототипског филтра, $\bar{\omega}_0 = \sqrt{\bar{\omega}_l \bar{\omega}_u}$ централна кружна фреквенција и $\bar{B}_w = (\bar{\omega}_u - \bar{\omega}_l)/\bar{\omega}_0$ релативна ширина пропусног опсега.

Пресликавањем филтра пропусника ниских фреквенција (5.13) у филтар пропусник опсега фреквенција добија се

$$H(\bar{s}) = \frac{1}{\sum_{k=0}^n d_{k+1} \left(\frac{1}{B_w} \frac{\bar{s}^2 + 1}{\bar{s}} \right)^{n-k}} = \frac{\bar{s}^n}{\sum_{k=0}^{2n} c_{k+1} \bar{s}^{n-k}} \quad (5.14)$$

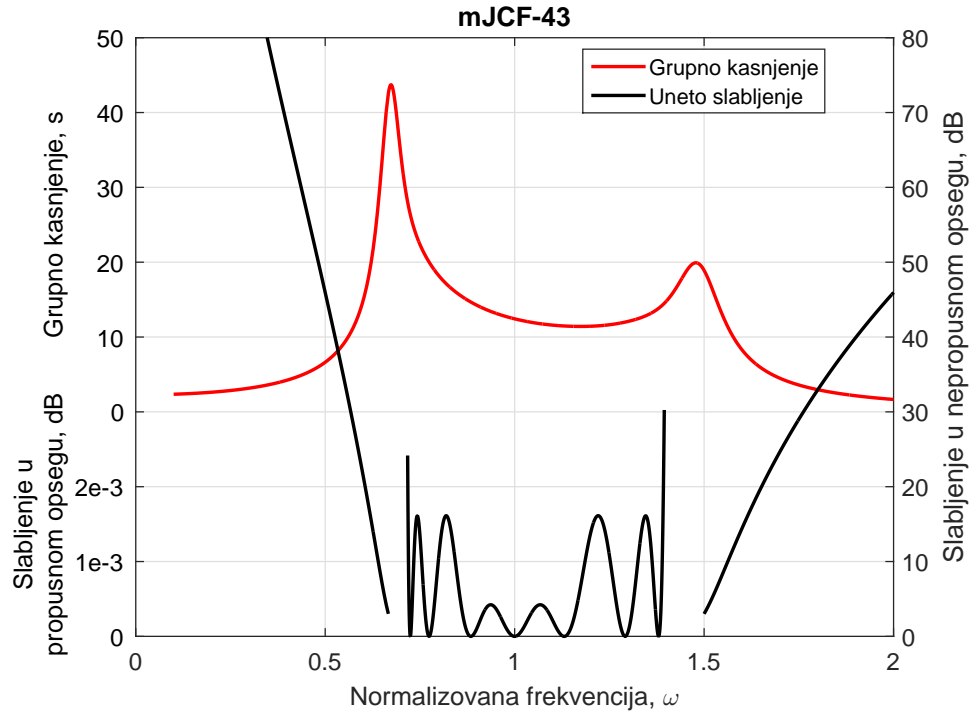
На сликама 5.4 и 5.5 приказани су повратни губици и фреквенцијске карактеристике филтра пропусника опсега фреквенција, респективно.



Sl. 5.4: Повратни губици филтра пропусника опсега фреквенција четрнаестог степена изведеног из нискофреквенцијског прототипа седмог степена $mJCF^+-43$.

Пресликавањем $mJCF^+-43$ филтра седмог степена пропусника ниских фреквенција применом формуле (5.14) добијена је преносна функција филтра пропусника опсега фреквенција. Нормализована вредност горње граничне фреквенције је $\bar{\omega}_u = 1.5$, а доња гранична фреквенција је $\bar{\omega}_l = 1/\bar{\omega}_u = 2/3$. **MATLAB**[®] функција **lp2bp**, примењена на функцију (5.14), враћа коефицијенте преносне функције филтра пропусника опсега фреквенција. Резултујућа преносна функција је четрнаестог степена и има нулу седмог реда у координатном почетку.

Полазећи од вредности елемената прототипа филтра пропусника ниских фреквенција g_i са нормализованом отпорношћу извора $R_G = 1$ и нормализованом граничном угаоном фреквенцијом $\omega_p = 1$, могу се одредити нормализоване вредности



Sl. 5.5: Унето слабљење и групно кашњење филтра пропусника опсега фреквенција четрнаестог степена изведеног из нискофреквенцијског прототипа седмог степена $mJCF^+-43$.

елеменати филтара пропусника опсега фреквенција, применом функције пресликавања (5.12) и денормализацијом фреквенције и импедансе. Користићемо дуалну мрежу код које је први елемент g_1 паралелни кондензатор. Вредности елемената су дати у Табели 3.1. У паралелним гранама су елементи са непарним индексима, док су редним гранама елементи са парним индексима.

Пресликава се филтар пропусник ниских фреквенција $mJCF^+-43$ у филтар пропусник опсега фреквенција. Пресликавањем паралелног кондензатора $g_{2i-1} = c_{2i-1}$ и редног калема $g_{2i} = \ell_{2i}$ добијају се паралелна веза калема и кондензатора и редна веза калема и кондензатора, респективно. Дакле

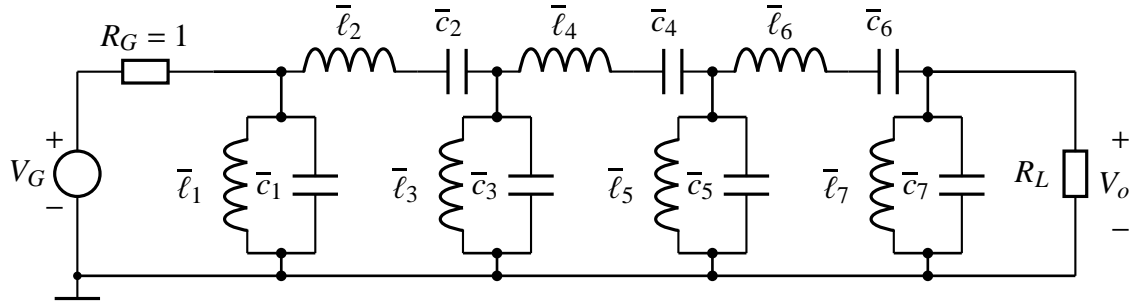
$$\frac{1}{c_{2i-1}s} = \frac{1}{c_{2i-1} \frac{1}{B_w} \frac{s^2+1}{s}} = \frac{1}{\frac{c_{2i-1}}{B_w} s + \frac{1}{c_{2i-1} B_w s}} \quad (5.15)$$

$$\ell_{2i}s = \ell_{2i} \frac{1}{B_w} \frac{s^2+1}{s} = \frac{\ell_{2i}}{B_w} s + \frac{1}{\ell_{2i} B_w s}$$

Може се уочити да је производ индуктивности и капацитивности сваке гране константан (за редну грану је $\ell_{2i}/B_w \times B_w/\ell_{2i} = 1$, за паралелну грану је $c_{2i-1}/B_w \times B_w/c_{2i-1} = 1$) и једнак нормализујућој фреквенцији $\bar{\omega}_0 = 1$.

На Слици 5.6 приказана је прототипска пасивна LC мрежа са два приступа за реализацију филтра пропусника опсега фреквенција изведена из нискофреквенцијског

прототипа $mJCF^+-43$.



Sl. 5.6: Пасивна LC мрежа са два приступа за реализацију филтра пропусника опсега фреквенција добијена пресликавањем прототипа полиномског $mJCF^+-43$ филтра.

Потребно је реализовати филтар $mJCF^+-42$ пропусник опсега фреквенција лествичастом LC мрежом са $R_L = R_G = 75 \Omega$, са следећим спецификацијама: граничне фреквенције пропусног опсега су $\bar{F}_l = 4/3 \text{ GHz}$ и $\bar{F}_u = 3 \text{ GHz}$. Максимално дозвољено слабљење у пропусном опсегу је $a_{max} = 3 \text{ dB}$.

Нормализујућа кружна фреквенција је $\bar{F}_0 = \sqrt{\bar{F}_l \bar{F}_u} = 2 \text{ GHz}$. Нормализацијом са \bar{F}_0 добија се нормализована вредност пропусног опсега, $Bw = (\bar{F}_u - \bar{F}_l) / \bar{F}_0 = 5/6$. Нормализоване вредности прототипског филтра пропусника ниских фреквенција се налазе у Табели 5.3. Нормализоване вредности прототипског филтра пропусника опсега фреквенција израчунавају се помоћу израза (5.15).

Вредности елемената траженог филтра пропусника опсега фреквенција добијају се денормализацијом нормализујућом кружном фреквенцијом $\bar{\Omega}_0$ и нормализацијом отпорношћу $R_0 = R_G$ нормализованих вредности филтра пропусника опсега фреквенција. Капацитивност и индуктивност у паралелној грани се денормализују помоћу следећих формула

$$C_{2i-1} = \frac{g_{2i-1}}{Bw} \frac{1}{R_0 \bar{\Omega}_0},$$

$$L_{2i-1} = \frac{Bw}{g_{2i-1}} \frac{R_0}{\bar{\Omega}_0}$$
(5.16)

Капацитивност и индуктивност у редној грани израчунавају се помоћу следећих формула

$$C_{2i} = \frac{Bw}{g_{2i}} \frac{1}{R_0 \bar{\Omega}_0},$$

$$L_{2i} = \frac{g_{2i}}{Bw} \frac{R_0}{\bar{\Omega}_0}$$
(5.17)

У Табели 5.4 дате су вредности елемената пасивног LC филтра пропусника опсега фреквенција са Сlike 5.6.

Tab. 5.4: Вредности елемената LC мреже филтра пропусника опсега фреквенција $\bar{F}_0 = 2 \text{ GHz}$, $\bar{F}_l = 4/3 \text{ GHz}$, $\bar{F}_u = 3 \text{ GHz}$ и $R_0 = 75 \Omega$.

i	1	2	3	4
C_{2i-1} , pF	0.9337255	2.4261353	2.4261353	0.9337255
L_{2i-1} , nH	6.7820511	2.6101487	2.6101487	6.7820511
C_{2i} , pF	0.5649094	0.4528267	0.5649094	
L_{2i} , nH	11.2098932	13.9845419	11.2098932	

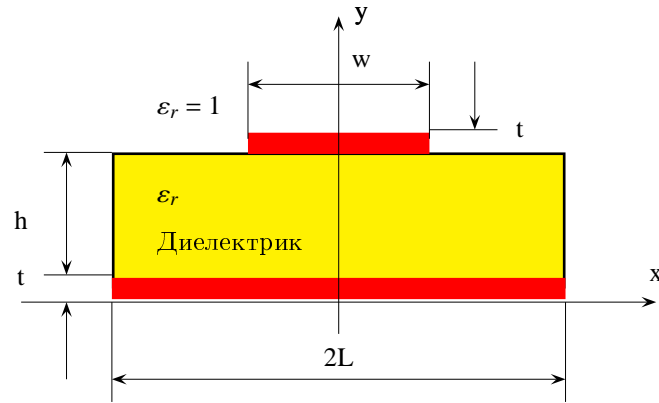
Импеданса калема (L) изнесу $Z_L = j\omega L$, а импеданса кондензатора је $Z_C = -j/\omega C$. За једносмерну струју калем представља кратак спој, а кондензатор прекинуту везу. Другим речима, на нултој фреквенцији импедансе калема и кондензатора имају минималну и максималну вредност, респективно. Редна резонантна фреквенција у редној грани и паралелна резонантна фреквенција у паралелној грани имају исту вредност $f_0 = 1/(2\pi \sqrt{LC})$.

5.3 Реализација каскадом секција водова

За усвојену апроксимацују, која задовољава задату спецификацију, најпре се реализује електрична шема филтра са иделаним елементима. Идеални елементи су кондензатор, калем, отпорник, трансформатор, секција вода и спрегнути водови.

Водови начињени у техници штампаних веза називају се планарни водови јер се проводници водова налазе у једној или више равни. Микротракасти вод је најједноставнији планарни вод. Један вод је у облику танке траке, а други вод је метална фолија са друге стране диелектричне плоче. Као проводниц најчешће се користи бакар, а за подлогу различите врсте диелектрика. На Слици 5.7 приказана је једна микрострип линија. Према ознакама на слици, параметри вода су: w - ширина траке сигналног проводника, t - дебљина метализације, h - дебљина супстрата, ϵ_r - релативна пермитивност диелектрика супстрата. Претпоставља се да се вод налази у вакууму, па параметри околне средине одговарају онима за вакуум, $\epsilon_r = 1$.

Микротракасти вод има нехомоген диелектрик. За практичну примену могу се користити формуле ефективну пермитивност, ϵ_{re} , и карактеристичну импедансу, Z_c , добијене интерполацијом и апроксимацијом експерименталних резултата. На пример, за ефективну релативну пермитивност ϵ_{re} могу се користити следећи обрасци [33]



Sl. 5.7: Микроталасни тракасти вод.

$$\varepsilon_{re} = \begin{cases} \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{12h}{w}}} + 0.04 \left(1 - \frac{w}{h}\right)^2 \right], & \text{за } \frac{w}{h} < 1 \\ \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{12h}{w}}}, & \text{за } \frac{w}{h} \geq 1 \end{cases} \quad (5.18)$$

где је ε_r релативна пермитивност субстрата.

За израчунавање карактеристичне импедансе тракастог вода могу се користити следеће емпиријске формуле [71] ако је познат однос ширине траке w и дебљине подлоге h ,

$$Z_c = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_{re}}} \log\left(\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h}\right), & \text{за } \frac{w}{h} < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{re}}} \frac{120\pi}{\frac{w}{h} + 1.393 + 0.667 \log\left(\frac{w}{h} + 1.444\right)}, & \text{за } \frac{w}{h} \geq 1 \end{cases} \quad (5.19)$$

где се \log односи на природни логаритам.

За практичну примену могу се користити и следеће формуле [33] за израчунавање односа ширине траке w и дебљине субстрата h ако је позната карактеристична импеданса

$$\frac{w}{h} = \begin{cases} \frac{8 \exp(A)}{\exp(2A) - 2}, & \text{за } \frac{w}{h} < 2 \\ \frac{\varepsilon_r - 1}{2\varepsilon_r} \left(\log(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\varepsilon_r} \right) + \frac{2}{\pi} (B - 1 - \log(2B - 1)), & \text{за } \frac{w}{h} \geq 2 \end{cases} \quad (5.20)$$

где је

$$A = \pi \sqrt{2(\varepsilon_r + 1)} \frac{Z_c}{Z_0} + \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} \left(0.23 + \frac{0.11}{\varepsilon_r} \right)$$

$$B = \frac{\pi}{2} \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_r} Z_c}$$

и $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \simeq 376.730\,313\,461 \, \Omega$ је карактеристична импеданса слободног простора, а Z_c је карактеристична импеданса вода: $Z_{c,min}$ или $Z_{c,max}$.

Лествичаста реализација филтара се може замислити као каскадна сперга две врсте четворопола: прву врсту чини редна импеданса, а другу паралелна адмитанса. Секција идеалног вода може се на једној фреквенцији представити еквивалентном Т- или П-мрежом. За анализу каскадних веза подесно је да се микроталасна мрежа опише преко $ABCD$ матрице коју карактеришу a -параметри или преносни параметри.

Секција вода има следећу $ABCD$ -матрицу

$$[ABCD] = \begin{bmatrix} \cos \Theta & jZ_c \sin \Theta \\ jY_c \sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

где је Θ електрична дужина вода, а Z_c карактеристична импеданса.

Ако је електрична дужина вода мала, $\Theta \ll 1$, елементи главне дијагонале $ABCD$ матрице биће приближно једнаки јединици, $\cos \Theta \simeq 1$. У том случају, секција вода приближно игра улогу паралелног кондензатора, $\sin \Theta \simeq \Theta$, $Y = jY_c \Theta$. Ако је карактеристична импеданса велика, секција вода приближно игра улогу редног калема, $\sin \Theta \simeq \Theta$, $Z = jZ_c \Theta$.

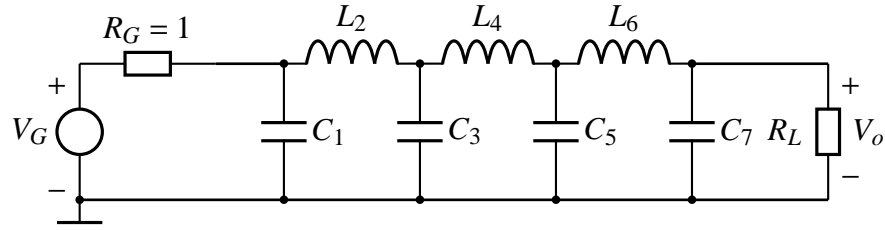
Електрична дужина вода је

$$\Theta = \beta d = 2\pi \frac{d}{\lambda_g} = \omega d \sqrt{L'C'} = \omega \frac{\Theta_0}{\omega_0} = f \frac{\Theta_0}{f_0} \quad (5.22)$$

где је $\beta = 2\pi/\lambda_g$ фазни коефицијент, d је физичка дужина секције, $\lambda_g = \lambda_0/\sqrt{\varepsilon_{re}}$ таласна дужина вођеног таласа на воду, $\lambda_0 = c_0/f$, $c_0 = 299\,792\,458 \text{ m/s}$ је брзина простирања таласа у вакууму, $\omega = 2\pi f$ кружна фреквенција, L' подужна индуктивност, C' подужна капацитивност вода, Θ_0 електрична дужина вода на кружној фреквенцији $\omega_0 = 2\pi f_0$ и f је фреквенција.

На слици 5.8 је приказана пасивана LC мрежа филтра пропусника ниских фреквенција. коју чине редни калемови и паралелни кондензатори. Сваки редни калем може се заменити кратком секцијом вода велике карактеристичне импедансе, а сваки паралелни кондензатор кратком секцијом вода мале карактеристичне импедансе.

Нека су карактеристичне импедансе секција које реализују калемове $Z_{c,max}$, а оних које реализују кондензаторе $Z_{c,min}$. Може се показати да је електрична дужина



Sl. 5.8: Пасивна LC мрежа са два приступа за реализацију филтра пропусника ниских фреквенција прототипа полиномског $mJCF^+$ -43 филтра.

секције, која реализује калем, рачуна као

$$\Theta_0 = \frac{L\omega_0}{Z_{c,max}} = \frac{\ell R_G}{Z_{c,max}} \quad (5.23)$$

а она, која реализује кондензатор, као

$$\Theta_0 = C\omega_0 Z_{c,min} = \frac{c Z_{c,min}}{R_G} \quad (5.24)$$

где су ℓ (g_i са парним индексом) и c (g_i са непарним индексом) нормализоване вредности индуктивности и капацитивности кондензатора и калема реализованог прототипа усвојене апроксимације. Физичка дужина секција се рачуна као $d = \Theta_0/\beta$. Дакле,

$$d_i = \begin{cases} \frac{\omega_c g_{2i+1} Z_{cL}}{\beta_L}, & \text{фор } i = 0, 1, \dots, \lfloor n/2 \rfloor \\ \frac{\omega_c g_{2i}}{Z_{cH} \beta_H}, & \text{фор } i = 1, 2, \dots, \lfloor n/2 \rfloor \end{cases} \quad (5.25)$$

где је $\lfloor \cdot \rfloor$ заокруживање броја на мањи цео број, $\beta_L = \sqrt{\epsilon_{\ell L}} \omega_c / c_0$ и $\beta_H = \sqrt{\epsilon_{\ell H}} \omega_c / c_0$.

Реализација каскадном секцијом водова филтра $mJCF^+$ -43 са граничном фреквенцијом, која је у исто време и нормализациона фреквенција, $f_c = 1.5$ GHz. Пасивна LC мрежа (први елемент је кондензатор) приказана је на Слици 5.8, а нормализоване вредности елемената, g_i , у Табели 5.5. Номиналне импедансе приступа су $Z_0 = 50 \Omega$. Отпорност генератора је $R_G = 50 \Omega$. Максималана импеданса секције је $Z_{c,max} = 120 \Omega$, а минимална је $Z_{c,min} = 20 \Omega$. Филтар је реализован на микрострип субстрату дебљине $h = 1.58$ мм, чија реалтивана пермитивност износи $\epsilon_r = 4.2$.

Применом једначине (5.18) за ширину траке $W_1 = 11.2$ мм добија се минимална импеданса секције $Z_{c,min} = 20.1178 \Omega$, а за ширину траке $W_2 = 0.427$ мм, добија се максимална импеданса секције $Z_{c,max} = 120,0353 \Omega$.

За израчунавање електричних дужина секција користе се формуле (5.20) и (5.24). У Табели 5.5 су приказане нумеричке вредности у степенима. Пошто је електрична

Tab. 5.5: Реализација микроталасног филтра пропусника ниских фреквенција у техници тракастих водова ($N = 7$).

Секција	g_i	$Z_{c,min}/Z_{c,max}$ (Ω)	$\Theta_{0i} = \beta d_i$ ($^\circ$)	W_i (mm)	d_i (mm)
1	0.7333463	19.9726	16.7841	11.3000	4.9263
2	1.5651964	119.9484	37.3824	0.4280	12.2467
3	1.9054823	19.9726	43.6107	11.3000	12.8002
4	1.9526105	119.9484	46.6352	0.4280	15.2780
5	1.9054823	19.9726	43.6107	11.3000	12.8002
6	1.5651964	119.9484	37.3824	0.4280	12.2467
7	0.7333463	19.9726	16.7841	11.3000	2.9784
8		49.9993	20.0000	3.1930	4.9263

дужина вода $\beta = 2\pi \sqrt{\epsilon_{re}}/\lambda_0 = 2\pi f \sqrt{\epsilon_{re}}/c_0$, физичке дужине водова, d_i , се могу лако израчунати, и табелиране су Тбели 5.5. Дакле, елементи $ABCD$ матрице могу се лако израчунати јер је $\Theta_i = \beta d_i$.

Потребно је додати водове уводнике карактеристичне импедансе $Z_0 = 50 \Omega$ на улаз и излаз филтра. За одређивање ширина траке уводника користи се формула (5.19) или **MATLAB**[®] функција `[EREF,Z0]=Calculate_Z0_EREF(0.0016,0.003193,4.2)`, која враћа `EREF=3.2042` и `Z0=49.9993`. У осмој врсти Табеле 5.5 су подаци који се односе на водове уводнике.

5.3.1 Симулација филтра реализованог каскадом секција водова

Пошто стварни филтар није доступан, алтернатива која преостаје је експеримент над његовим сурогатом у виду модела. Модел може бити физички и математички. Физички модел представља умањену варијанту стварног система. Добра страна физичких модела је њихова очигледност, а мане су им цена и ограничене могућности примене. Насупрот њима, математички модели представљају скуп квантитативних и логичких зависности чијим се решавањем може доћи до одзива система под датим околностима. Због своје флексибилности, математички модели су далеко значајнији за практичне примене [56], али им је мана то што по правилу у опис система уводе поједностављења у виду апроксимација и занемаривања. Нумеричко решавање математичког модела је рачунарска симулација.

Као што је раније напоменуто, секција вода се на једној фреквенцији може приказати еквивалентном шемом која се састоји од калемова и кондензатора. Поређењем $ABCD$ матрица редне импедансе и паралелне адмитансе мреже са два приступа са $ABCD$ матрицом секције вода, могу се одредити параметри секције вода за

реализацију паралелне адмитансе или редне импедансе. Ако се напон и струја на улазном приступу изразе у функцији напона и струје на излазном приступу секција је карактерисана $ABCD$ -параметрима или преносним параметрима

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta_i & jZ_c \sin \Theta_i \\ j\frac{1}{Z_c} \sin \Theta_i & \cos \Theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

где је $\Theta_i = 2\pi f d_i \sqrt{\epsilon_{re}}/c_0$ електрична дужина i -те секције на фреквенцији f . Елементи матрице $ABCD$ -параметара на главној дијагонали су без димензије, а елементи на споредној дијагонали имају димензије импедансе и адмитансе, респективно. Везивањем излазног приступа једне мреже на улазни друге мреже добија се каскадна веза две мреже. Матрица $ABCD$ -параметара каскадне везе две мреже једнака је производу матрица $ABCD$ -параметара појединих мрежа. Дакле $ABCD$ матрица филтра, реализованог каскадом секција водова, добија се множењем $ABCD$ -матрица секција водова. Резултат множења је $ABCD$ матрица филтра реализованог каскадом секција водова.

Када су у питању микроталасни филтри, спецификација се обично задаје у виду спецификација за параметре расејања (S -параметре). С параметрима описују се релације измеу променљивих a_i и b_i , које представљају интензитета директног и рефлектованог таласа на и-том прилазу мрее [90]

$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \end{aligned} \quad (5.27)$$

где су S_{11} и S_{22} коефицијенти рефлексја на улазу и излазу филтра, S_{21} је коефицијент преноса (унети губици), а S_{12} је коефицијент преноса који се добија када улаз и излаз замене места. Они се једноставно израчунавају ако су познати $ABCD$ параметари [24]

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{A + \frac{B}{R_G} - CR_G - D}{A + \frac{B}{R_G} + CR_G + D} \\ S_{12} &= \frac{2(AD - BC)}{A + \frac{B}{R_G} + CR_G + D} \\ S_{21} &= \frac{2}{A + \frac{B}{R_G} + CR_G + D} \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$S_{22} = \frac{-A + \frac{B}{R_G} - CR_G + D}{A + \frac{B}{R_G} + CR_G + D} \quad (5.29)$$

За реципрочну мрежу, као што је пасивна LC мрежа, важи $AD - BC = 1$, па је $S_{12} = S_{21}$. Реципрочна мрежа је симетрична када важи $A = D$. Симетричност реципрочне мреже практично значи да није важно који је приступ улаз а који излаз. Приступу могу да замене места у колу а да се фреквенцијски и временски одзиви кола не промене.

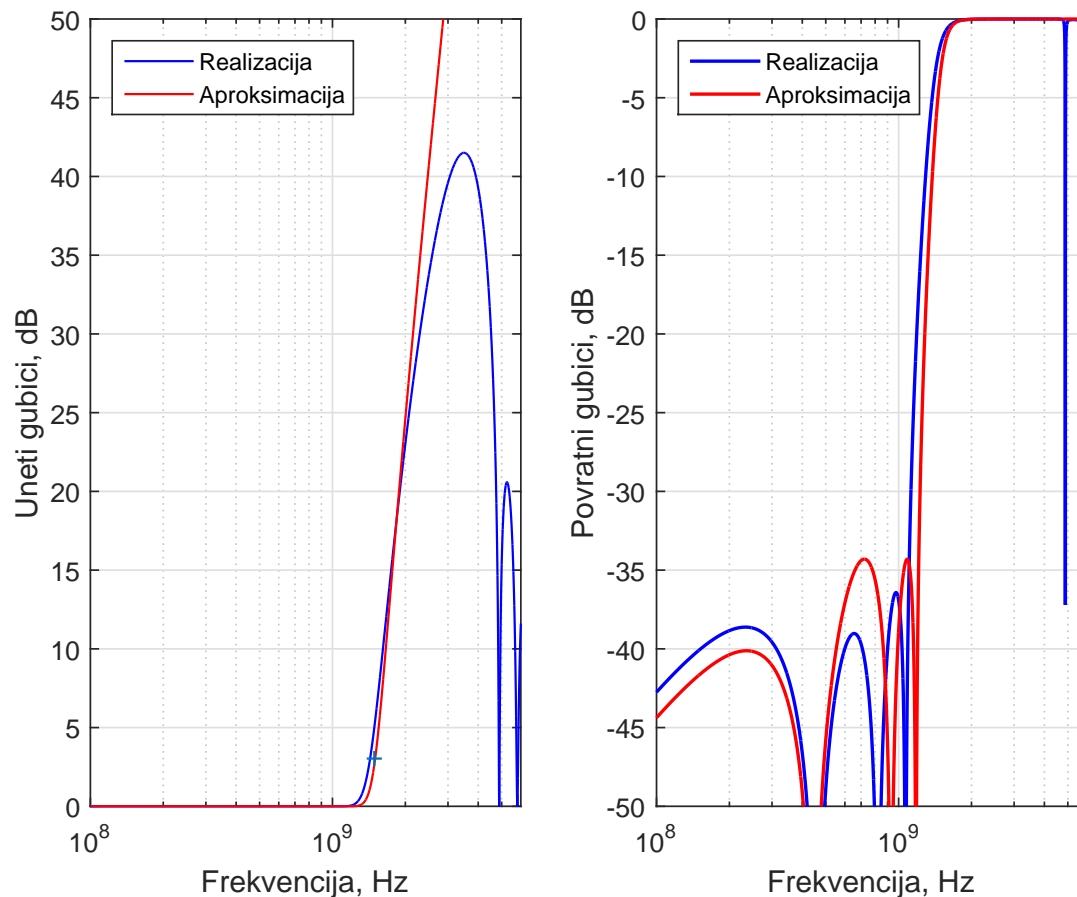
Симулациони модел филтра се састоји од каскадне спреге елементарних $ABCD$ четворопола. Те четворополе чине редна импеданса калема односно паралелна импеданса кондензатора према једначини (5.26). Коначна $ABCD$ матрица филтра је производ елементарних $ABCD$ матрица. Дакле, пошто је унето слабљење $IL = 20 \log_{10}(|S_{21}(j\omega)|)$ и повратни губици на улазу филтра $RL = 20 \log_{10}(|S_{11}(j\omega)|)$. Повратни губици на излазу филтра могу се такође једноставно израчунати.

У пракси се од општих математичких софтверских алата често користи **MATLAB**[®] платформа. За сложеније истраживачке и инжењерске проблеме неопходни су специјализовани софтверски алати за решавање електронских кола, као што је, на пример, софтверски систем ADS (енгл. Advanced Design System) компаније Agilent. У Додатку Б дат је листинг **MATLAB**[®] програма и функција за симулацију филтра пропусника ниских фреквенција $mJCF^+$ -43, са граничном фреквенцијом пропусног опсега 1.5GHz, реализованог каскадом секција водова. Релативна пермитивнос, $\epsilon_r = 4.2$, дебљина субстрата $h = 1.6$ мм и почетне вредности за ширину трака преузете су из књиге Давида Пожара [61, стр. 424]. На Слици 5.9 приказани су унети губици (лево) и повратни губици (десно) добијени симулацијом реализације каскадом секција водова.

На истим сликама приказани су унети губици и повратни губици кад се филтар реализује идеалним елементима (апроксимација). Приметно је добро поклапање симулираних и идеалних карактеристика у пропусном опсегу и у непропусном опсегу до фреквенције која одговара првој октави пропусног опсега филтра. Може се уочити да симулирани филтар показује мање повратне губитке од пројектованог филтра, што треба проверити сложенијим софтвером или практичном реализацијом. Због периодичног понављања фреквенцијског одзива секција водова са фреквенцијом, јављају се и нежељени опсези.

На Слици 5.10 приказан је изглед проводника на штампаној плочици (енгл layout) реализованог филтра у размери 1:1. Ова реализација је у литератури позната као stepped-импеданце или high-Z-low-Z реализација.

Дужина филтра без уводника износи



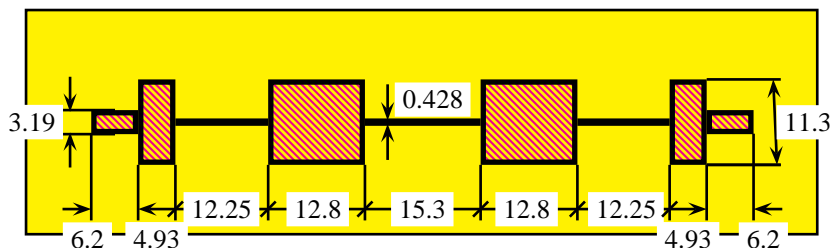
Sl. 5.9: Унети губици (лево) и повратни губици (десно) филтра пропусника ниских фреквенција $mJCF^+-43$ граничне фреквенције $f_c = 1.5\text{GHz}$, реализованог каскадом секција водова на субстрату $\epsilon_r = 4.2$ и $h = 1.6\text{mm}$.

$$D = \sum_{i=1}^7 d_i = 75.224\text{mm} \quad (5.30)$$

Карактеристична импеданса уводника је $Z_c = 50 \Omega$, тако да уводник на страни потрошача може да има произвољну дужину јер је затворен са потрошачем чија је отпорност такође 50Ω . То исто важи и за уводник на страни генератора.

5.4 Закључак

У овој глави је детаљно описана реализација модификованог Јасобијевог ланчаног филтра $mJCF^+-43$ у виду пасивне LC лествичасте мреже. Написана је **MATLAB**[®] функција која на основу задате карактеристичне функције и максималног слабљења у пропусном опсегу враћа елементе прототипске лествичасте LC мреже. Програм



Sl. 5.10: Изглед проводника на штампаној плочи (layout) филтра пропусника ниских фреквенција $mJCF^+$ -43 граничне фреквенције $f_g = 1.5 \text{ GHz}$, реализованог каскадом секција водова на субстрату $\epsilon_r = 4.2$ и $h = 1.6 \text{ mm}$. Димензије су у милиметрима.

се може применити на било коју полиномску карактеристичну функцију било којег степена. Поред филтра пропусника ниских фреквенција, реализован је и пропусник опсега фреквенција.

Са становишта осетљивости на толеранције елемената пасивне LC лествичасте мреже представљају оптимално решење, те се ове мреже могу користити за реализацију микроталасних филтара, за емулацију активних RC филтара и за реализацију дигиталних рекурзивних филтара. Међутим, предложена класа функција је, пре свега, намењена за реализацију микроталасних филтара.

Полазећи од пасивне лествичасте LC мреже, реализован је микроталасних филтар са расподељеним параметрима. Треба напоменути да мреже са расподељеним елементима, поред делова водова, таласовода и резонантних шупљина, могу садржати и концентрисане елементе. Увојена је реализација каскадом секција водова. Показано је да мреже са секцијама водова дају нешто другачији одзив у непропусном опсегу у поређењу са изведеном апроксимацијом, а због периодичног понављања фреквенцијског одзива секција водова са фреквенцијом, јављају се и нежељени опсежи.

Посебна пажња је посвећена симулацији филтра пропусника ниских фреквенција реализованог каскадом секција водова. У општем случају, лествичаста LC мрежа је каскадна веза мрежа са два приступа коју чине редне импедансе и паралелне адмитансе [88] [89]. Секција вода је на једној фреквенцији приказана еквивалентном мрежом која се састоји од калема или кондензатора. Поређењем $ABCD$ -параметара матрице редне импедансе и $ABCD$ -параметара матрице паралелне адмитансе које чине концентрисани елементи филтра, са $ABCD$ -параметрима матрице секције вода, одређују се параметри секције вода. То значи да су концентрисани елементи мреже замењени одговарајућим моделима реалних компонената, а при томе треба имати у виду да оне уносе различите несавршености. Тако формирана мрежа представља симулациони модел филтра. Написан је **MATLAB**[®] програм за симулацију реализованог филтра каскадом секција водова. Резултати симулација показују да пос-

тоју добро слагање између апроксимираних и симулираних карактеристика филтра. Унето слабљење и повратни губици добијени симулацијом незнатно одступају од вредности које су добијене апроксимацијом.

Коначно, приказана је једна од могућих реализација филтра пропусника ниских фреквенција, у техници тракастих водова. Гранична фреквенција филтра је $f_g = 1.5 \text{ GHz}$. Одређене су димезије филтра.

Да би унето слабљење, групно кашњење и/или повратни губици задовољили специфициране вредности, често је неопходно извршити фино подешавање параметара симулационог модела. Такође, може се извршити системацка промена појединачних или свих параметара симулационог модела помоћу неке нумеричке методе да би се задовољила нека од специфицираних вредности.

Glava 6

Закључак

У ДОКТОРСКОЈ дисертацији приказани су резултати истраживања која се односе на пројектовања ланчаних филтара, које чини производ модификованих Јасовијевих полиноми нижег степена (seed функције). Детаљно приказани резултати истраживања која се односе на апроксимацију нове класе филтара са приближно равном амплитуском карактеристиком у пропусном опегу засноване на ортогоналним Јасовијевим полиномима. Поред мале вредности унетог слабљења у пропусни опсег филтра ове филтре карактерише и мали ниво повратних губитака у пропусном опсегу.

Пошто модификовани Јасовијеви полиноми имају два слободна параметра (два степена слободе) то се њиховом променом карактеристике филтра могу подешавати у широким границама. За пројектовање модификованих Јасовијевих ланчаних филтара могу се користити два начина. Први начин је да све seed функције имају исте параметре. Типични примери овакве ланчане функције су Chebyshevљеви и Legendreове ланчане функције које су специјални случајеви предложених ланчаних функција. Други начин се разликује од првог начина по томе што seed функције могу имати различите вредности параметара у зависности од спецификација које треба реализовати.

Први начин је знатно једноставнији од другог начина јер се може специфицирати један параметар, а затим карактеристике филтра подешавати другим параметром. Као почетне вредности параметара треба узети њихове најмање вредност (Chebyshevљев ланчани филтар) а затим се променом другог параметра подешавају карактеристике филтра. Други начин има знатно већи број степена слободе те га треба користити када је број seed функција мали - две или три. У случају две seed функције имамо специјалан случај прелазних филтара: модификовани Јасовијеви филтри-модификовани Јасовијеви филтри филтри. Специјални случајеви ових филтара су следећи прелазни филтар: Chebyshev-Butterworthi [9], Chebyshev-Chebyshev [55], Butterworth-Legendre [65, 74] и Ultraspherical-Ultraspherical [6]. Нису обухваћени

прелазни филтри који користе технику интерполације између изабраних филтра коју су предложили Peles и Murakami [59]. Изабрани филтри су филтри са константним групним кашњењем (на пример Besselов филтар) и селективни филтар (на пример, Butterworthиов филтар) [22].

На крају докторске дисертације извршена је реализација модификованог Јасовијевог ланчаног филтра пропусника ниских фреквенција седмог степена са оптималном карактеристиом повратних губитака. Усвојен је дизајн микроталасног филтра каскадом секција водова. У дисертацији је приказан и један битан аспект пројектовања банке филтара који је од значаја за њихову имплементацију и експерименталну верификацију одзива у устаљеном стању, а то је симулација филтра реализованог каскадом секција водова. У ту сврху у додатку Б је приложен **MATLAB**[®] скрипт симулације.

6.1 Научни доприноси дисертације

Из добијених и верификованих резултата објављених у релевантним научним часописима, саопштеним на међународним и домаћим конференцијама могу се одредити научни доприноси докторске дисертације, а то су:

1. Предложена је нова класа филтара заснована на Јасовијевим полиномима. Познато је да се Јасовијеви полиноми не могу директно применити за синтезу филтарских функција. Једноставном модификацијом генерисани су модификовани Јасовијеви полиноми погодни за синтезу филтарских функција. Ортогонални полиноми који се најчешће користе за синтезу филтарских функција, на пример: Chebyshevљеви I врсте, Chebyshevљеви II врсте, Legendreови и Gegenbauerови, су специјални случајеви модификованих Јасовијевих полинома када параметри Јасовијевих полинома имају исту вредност. Када се један параметар модификованих Јасовијевих полинома задржава константним, а други параметар мења, добијају се прелазни филтри.
2. На основу познатих резултата, који се односе на ланчане филтре, разматране су теоријске претпоставке које се односе на апроксимацију ланчаних филтара модификованим Јасовијевим полиномима. Доказано је да су публиковани Chebyshevљеви и Легенрови ланчани филтри специјални случајеви модификованих Јасовијевијевих ланчаних филтара.
3. Показано је да осетљивост групног кашњења зависи од квадрата Q -фактора пола, за разлику од осетљивости амплитудске карактеристике која зависи од Q -фактора пола. Због тога је потребно, за имплементацију банке филтра засноване са all-pass филтрима, користити градивне блокове чије су карактеристике мало осетљиве на промене елемената.

4. Пасивна LC реализација је мало осетљива на промене елемената, али је она ефикасна само за реализацију преносних функција минималне фазе. У случају реализације all-pass филтара, чија је преносна функција максималне фазе, потребно је користити укрштене четворополе или преомењене T -мреже. Замена калемова интегрисаним индуктивностима у оваквим мрежама је практично немогућа. За имплементацију двоструко комплементарне банке филтара предложена је биквадратна секција са LCR резонаторима у којој је калем замењен симулираном индуктивношћу генералним конвертором импедансе.

Упоредене су две реализације двоканалне аналогне банке филтара. Прва се односи на примену all-pass филтара, а друга је стандардна каскадна реализација. Monte Carlo симулација је показала да су обе реализације мало осетљиве на промене елемената LCR резонатора у пропусном опсегу док у непропусном опсегу каскадна реализација има знатно боље карактеристике. Велика осетљивост фазне карактеристике all-pass филтара чини да одступање амплитудске карактеристике од номиналне вредности у непропусном опсегу буде велико и значајно расте са порастом степена филтра.

5. Двоструко комплементарна банка филтара се може искористити за реализацију дигиталног дела двоканалне банке филтара, погодним избором дужине дигиталне речи.

6.2 Правци будућих истраживања

Нове филтарске функције за апроксимацију аналогних ланчаних филтара, као научни допринос ове дисертације, створио је низ нових могућности за пројектовање свих типова филтара. У току самог истраживања, препознати су бројни начини даље примене ланчаних функција и модификованих Јасовијевих полинома, у смислу унапређивања пројектовања микроталасних филтара, као и њиховог прилагођавања различитим фреквенцијским опсезима и различитим технологијама. Неке од препознатих могућности даљег истраживања у области ланчаних филтара су:

Апроксимација ланчаних филтара минималне фазе са коначним нулама преноса на имагинарној оси у равни комплексне променљиве ради побољшања селективности преносне функције. Треба имати у виду да нуле на имагинарној оси проузрокују скок у фазној карактеристици филтра на фреквенцији нуле, што има за последицу промену предзнака преносне функције филтра на тој фреквенцији, док оне немају утицаја на карактеристику групног кашњења.

Трансформација ланчаних филтра у дигитални домен имајући у виду чињеницу да лесвичаста LC реализација представља оптимално решење у погледу осетљивости филтра на толеранције елемената. Полазећи од овог закључа треба приступити

истраживању трансформације која ће на најпогоднији начин да преслика оригиналну (прототипску) функцију из континуалног (аналогног) у дискретни (дигитални) домен, или извршити апроксимацију ланчаних филтара директно у дигиталном домену.

Минимизација осетљивости филтара на производне толеранције и способност генерисања различитих комбинација seed функција са различитим параметрима, за различите технологије микротласних филтара. Израда ланчаних филтара најсавременијим технологијама и њихова имплементација без тримаовања на вишим фреквенцијама или имплементација филтара пропусника опсега са мањим пропорционалним ширинама пропусог опсега или, алтернативно, смањити захтеве прецизности и трошкова производње за одређени сет спецификација филтара.

У многим комуникационим системима неопходни су филтри који поред строгих спецификација у погледу унетих губитака, треба да има што мања изобличења фазне карактеристике или карактеристике групног кашњења. Синтеза фазних коректора за модификоване Јасовијеве ланчане филтре који се заснивају на апроксимацији линеарне фазе, или константог групног кашњења, у *mini-max* смислу, или у максимално равном смислу, применом итерполационе технике.

Симулација филтара на ADS (енгл. Advanced Design System) платформи и испитивање примене предложених филтара у другим фреквенцијским опсезима, применом различитих имплементација аналогне банке филтара и скалирањем димензија компонената, у циљу прилагођавања системима у којима могу наћи примену. Избор елемената филтра у зависности од ограничења које уноси изабрана технологија имплементације: примена елемената са концентрисаним параметрима, ограничене вредности калема и кондензатора које се могу користити, ограничења у погледу тримаовања појединих елемената филтра, ограничења у погледу минималне вредности фактора добротe компонената, исл.

Прилог А

МАТЛАВ® функција `JacobiPoly`

ЛИСТИНГ МАТЛАВ® функције `JacobiPoly` за израчунавање коефицијената ортогоналног Јацобијевог полинома. Ако један параметар није специфициран `JacobiPoly(n, a)` враћа коефицијенте Гегенбауеровог полинома. Ако оба параметра нису специфицирана `JacobiPoly(n)` враћа коефицијенте Legendreовог полинома.

JacobyPoly.m

```
function P=JacobiPoly(n,a,b)
% Coefficients P of the Jacobi polynomial
% They are stored in decending order of powers
if nargin == 1,
    a=0; b=0;
elseif nargin == 2,
    b=a;
end
p0 = 1;
p1 = [(a+b)/2+1, (a-b)/2];
if n == 0,
    P=p0;
elseif n == 1,
    P=p1;
else
    for k=2:n,
        d=2*k*(k+a+b)*(2*k-2+a+b);
        A=(2*k+a+b-1)*(2*k+a+b-2)*(2*k+a+b)/d;
        B=(2*k+a+b-1)*(a^2-b^2)/d;
        C=2*(k-1+a)*(k-1+b)*(2*k+a+b)/d;
        P=conv([A B], p1)-C*[0,0,p0];
        p0 = p1;
        p1 = P;
    end
end
```

end

Прилог Б

МАТЛАВ® симулација

ЛИСТИНГ главног МАТЛАВ® програма за симулацију филтра реализованог каскадом секција водова. Дизајн параметри су преузети из класичне књиге Davida Pozara [61, стр. 424]. За израчунавање ширине траке потребно је решити нелинерне једначине (5.19) за познату вредности карактеристичне функције Z_c , дебљине h и релативне пермитивности ϵ_{re} субстрата.

```
close all
clear
clc

N=7;
im=25.4e-06; % 1mili_in=25.4 micro_m;
R_G=50;
f0=1.5e+09;
w0=2*pi*f0;
c0=299792458;
Lambda0=c0/f0;
er=4.2;          % Pozar
h=0.00158;
WL=0.0113;
WH=0.000428;
zo=376.73;

[EREFL,Z0L] = Calculate_Z0_EREFL(h, WL,er)
LambdaL=Lambda0/sqrt(EREFL);
BetaL=2*pi/LambdaL;

[EREFLH,Z0H] = Calculate_Z0_EREFL(h,WH,er)
```



```

LambdaH=Lambda0/sqrt(EREFH);
BetaH=2*pi/LambdaH;

P4=PseudoJacobi(4,-0.35,0.71); % Aproksimacija mJCF^{+-}43 filtre
P3=PseudoJacobi(3,-0.35,1.00);
PmJ=conv(P4,P3);
amax=3.0103;
eps=sqrt(10^(amax/10)-1);

g=K_f2LC(PmJ,eps); % Realizacijapasivne LC mreze
g=real(double(g));

beta_l=g(1:2:N)*Z0L/R_G ; % Elektricna duzina kondenzatora
beta_h=g(2:2:N)*R_G/Z0H ; % Elektricna duzina kalema
lc=beta_l/BetaL; % Fizicka duzina kondenzatora
ll=beta_h/BetaH; % Fizicka duzina kalema

I=fix([1:N]); % Priprema za stampu tabele T_b
Zi=zeros(1,N); Zi(1:2:N)=Z0L; Zi(2:2:N)=Z0H;
BL=zeros(1,N); BL(1:2:N)=beta_l; BL(2:2:N)=beta_h;
BL=BL*180/pi;
WI=zeros(1,N); WI(1:2:N)=WL; WI(2:2:N)=WH;
WI=WI*1000;
LE=zeros(1,N); LE(1:2:N)=lc; LE(2:2:N)=ll;
T_b=[I',Zi',BL',WI',LE'*1000]

k=0;
imx=6;
for i=0.1:0.001:imx
k=k+1;
f=i*10^9;

[A,B,C,D] = ABCD_microstrip_section(WL,h,er,f,LE(1));
A_bcd1=[A B; C D];
[A,B,C,D] = ABCD_microstrip_section(WH,h,er,f,LE(2));
A_bcd2=[A B; C D];
[A,B,C,D] = ABCD_microstrip_section(WL,h,er,f,LE(3));
A_bcd3=[A B; C D];
[A,B,C,D] = ABCD_microstrip_section(WH,h,er,f,LE(4));
A_bcd4=[A B; C D];

```

```

[A,B,C,D] = ABCD_microstrip_section(WL,h,er,f,LE(5));
A_bcd5=[A B; C D];
[A,B,C,D] = ABCD_microstrip_section(WH,h,er,f,LE(6));
A_bcd6=[A B; C D];
[A,B,C,D] = ABCD_microstrip_section(WL,h,er,f,LE(7));
A_bcd7=[A B; C D];
A_bcd=A_bcd1*A_bcd2*A_bcd3*A_bcd4*A_bcd5*A_bcd6*A_bcd7;

A=A_bcd(1,1);
B=A_bcd(1,2);
C=A_bcd(2,1);
D=A_bcd(2,2);
DEN=A+(B/R_G)+(C*R_G)+D;
NUM_S12=2;
S12=NUM_S12/DEN;
IL=-20*log10(abs(S12));          %Simulirani uneti gubici
NUM_S11=A+(B/R_G)-(C*R_G)-D;
S11=NUM_S11/DEN;
RL=20*log10(abs(S11)); % Simulirani povratni gubici
x(k)=f; y(k)=IL; z(k)=RL;
end

k=0:N;
q=f0.^(N-k);
PmJq=PmJ./q;
Ks=conv(PmJq,PmJq);
Kv=polyval(Ks,x);
yv=10*log10(1+Kv); % Proracunati uneti gubici
zv=10*log10(Kv./(1+Kv)); % Proracunati povratni gubici

subplot(1,2,1)
semilogx(x,y,'b',x,yv,'r',1.5e+09,3,'+', 'LineWidth',1); grid on
set(gca,'FontSize',12)
xlabel('Frekvencija, Hz')
ylabel('Uneti gubici, dB')
legend('Realizacija','Aproksimacija','Location','NorthWest')
axis([0.1e+9 1e+9 0 50])
subplot(1,2,2)
semilogx(x,z,'b',x,zv,'r','LineWidth',1.5); grid on
set(gca,'FontSize',12)

```

```

xlabel('Frekvencija, Hz')
ylabel('Povratni gubici, dB')
legend('Realizacija', 'Aproksimacija', 'Location', 'NorthWest')
axis([0.1e+9 1e+9 -50 0])

```

ABCD_microstrip_section.m

```

function [A,B,C,D] = ABCD_microstrip_section(W,h,ER,f,d)

% Izracunavanje ABCD parametara mikrostrip linije
% W sirine trake u m,
% h debljine subsrata u m,
% ER realtivna dielektricne konstanta substrata,
% f nafrekvenciji u Hz i
% d fizicke duzune u m.

[EREF,Z0] = Calculate_Z0_EREF (h,W,ER);
Vp =299792458/sqrt(EREF);
Beta = 2*pi*f/Vp;
A = cos(Beta*d);
B = i*Z0*sin(Beta*d);
C = i*(1/Z0)*sin(Beta*d);
D = cos(Beta*d);
end

```

Calculate_Z0_ERE.m

```

function [EREF, Z0] = Calculate_Z0_EREF(h,W,ER)

% Izracunavanje efektivne dielektricne konstante (EREF) i
% karakteristicne impedanse Z0 mikrostrip linije
% W sirine trake u m,
% h debljine subsrata u m,
% ER realtivna dielektricne konstanta substrata.

if (W/h < 1)
Eeff = ((ER + 1)/2) + ((ER - 1)/2)*((1 + 12*(h/W))^(-0.5) + 0.04*(1 - (W/h))^2);
Z0 = (60/(Eeff^0.5))*log(8*(h/W) + 0.25*(W/h));
else
Eeff = ((ER + 1)/2) + ((ER - 1)/2)*((1 + 12*(h/W))^(-0.5));
Z0 = 120*pi*(Eeff^(-0.5))/((W/h) + 1.393 + (2/3)*log((W/h) + 1.444));
end
EREF = Eeff;
end

```

K_f2LC.m

```

function g=K_f2LC(K,eps)

% Filter characteristic function to elements of LC ladder network
% K is the filter characteristic function.
% eps<1 is passband edge ripple
% g is the element values of the LC ladder network
if nargin==1,
eps=1,
dsp('eps=1')
else
end
N=length(K)-1;
syms x s

Kx=eps*poly2sym(K);
j=sqrt(-1);
Ks=subs(Kx,x,-j*s);
z=double(vpasolve(Ks));           % Reflection zeros,
B=poly(z);                       % Numerator of reflection coefficient
%-----
Ks=Ks*Ks;
p=double(vpasolve(Ks==-1));       % Reflection poles
l=find(real(p)<0);
A=poly(p(l));                    % Denominator of reflection coefficient
%-----
Num=A+B;
Den=A-B;
Den=Den(2:end);
%Zin=tf(Num,Den);

for i=1:N,
[e,r]=deconv(Num,Den);
g(i)=e(1);
r=r(3:end);
Num=Den;
Den=r;
end
if N > 2*fix(N/2);
g(N+1)=e(2);
else
g(N+1)=1/e(2);
end
g=vpa(g,15);

```

Литература

- [1] M. Abramowitz and I. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, 9th ed. New York, Dover: National Bureau of Standards Applied Mathematics Series 55, 1972.
- [2] G. Aiello and P. Angelo, “Transitional legendre thomson filters,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 21, no. 1, pp. 159–162, Jan. 1974.
- [3] C. J. Alajajian, “Obtaining bandpass filter coefficients from low-pass prototypes,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 74, no. 10, pp. 1462–1463, Oct. 1986.
- [4] R. M. d. S. Antunes Alves, P. Waldow, and A. Beyer, “Design of an 1 GHz-surface mounted devices (SMD)-Colpitts oscillator,” *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 11, no. 3, pp. 140–147, May 2001.
- [5] I. K. Argyros, “On the newton-kantorovich hypothesis for solving equations,” *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 169, no. 2, pp. 315 – 332, Aug. 2004.
- [6] J. Attikiouzel and D. T. Phuc, “On transitional ultraspherical-ultraspherical filters,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 66, no. 6, pp. 703–706, Jun. 1978.
- [7] B. A. Belyaev and A. M. Serzhantov, “Stripline bandpass filter on suspended substrate,” in *2006 16th International Crimean Microwave and Telecommunication Technology*, vol. 2, Sevastopol, Crimea, Ukraine, Sep. 11–15, 2006, pp. 515–516.
- [8] T. Bhat, “Image and iterative parameters of two terminal-pair networks,” *IETE Journal of Education*, vol. 5, no. 3, pp. 171–182, 1964.
- [9] A. Budak and P. Aronhime, “Transitional Butterworth-Chebyshev filters,” *IEEE Trans. on Circuits Theory*, vol. 18, no. 5, pp. 413–415, May 1971.
- [10] S. Butterworth, “On the theory filter amplifier,” *Experimental Wireless and the Radio Engineer*, vol. 7, pp. 536–541, Oct. 1930.
- [11] G. A. Campbell, “Physical theory of the electric wave-filter,” *The Bell System Technical Journal*, vol. 1, no. 2, pp. 1–32, Nov. 1922.

-
- [12] H. Carlin and J. Wu, "Amplitude selectivity versus constant delay in minimum-phase lossless filters," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 23, no. 7, pp. 447–455, Jul. 1976.
- [13] C. E. Chrisostomidis and S. Lucyszyn, "On the theory of chained-function filters," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 53, no. 10, pp. 3142–3151, Oct. 2005.
- [14] C. E. Chrisostomidis, M. Guglielmi, P. Young, and S. Lucyszyn, "Application of chained functions to low-cost microwave band-pass filters using standard PCB etching techniques," in *2000 30th European Microwave Conference*. Paris, France,; IEEE, Oct.2–5, 2000, pp. 1–4.
- [15] M. T. Chryssomallis and J. N. Sahalos, "Filter synthesis using products of Legendre polynomials," *Electrical Engineering*, vol. 81, no. 6, pp. 419–424, 1999.
- [16] S. Darlington, "Synthesis of reactance 4-poles which produce prescribed insertion loss characteristics: Including special applications to filter design," *Journal of Mathematics and Physics*, vol. 18, no. 1-4, pp. 257–353, 1939.
- [17] A. Das, A. Roy, K. Roy, A. Bhattacharyya, D. Chowdhury, and S. Paul, "Design and analysis of microwave stepped impedance low pass filter for Bluetooth application," in *2015 IEEE International Conference on Electrical, Computer and Communication Technologies (ICECCT)*, Coimbatore, India, Mar. 5–7, 2015, pp. 1–3.
- [18] A. Dey, S. Sadhu, and T. K. Ghoshal, "Adaptive Gauss Hermite filter for parameter varying nonlinear systems," in *2014 International Conference on Signal Processing and Communications (SPCOM)*, Jul. 2014, pp. 1–5.
- [19] B. Djurich and R. Petkovich, "Generalized analysis of optimum monotonic low-pass filters," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 23, no. 11, pp. 647–649, Nov. 1976.
- [20] H. Ezzeddine, S. Bila, S. Verdeyme, F. Seyfert, D. Pacaud, L. Estagerie, and J. Puech, "Optimized synthesis of self-equalized microwave filters," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 62, no. 8, pp. 1671–1677, Aug. 2014.
- [21] G. Fernández-Anaya, J. Flores-Godoy, and A. Rodríguez-Palacios, "Properties of strictly positive real functions: products and compositions," *International Journal of Systems Science*, vol. 41, no. 4, pp. 457–466, Apr. 2010.
- [22] I. M. Filanovsky, "Bessel-Butterworth transitional filters," in *2014 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, Melbourne VIC, Australia, Jun. 1–5, 2014, pp. 2105–2108.

- [23] —, “Property of rational functions related to band-pass transformation with application to symmetric filters design,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 63, no. 12, pp. 2112–2119, Dec. 2016.
- [24] D. A. Frickey, “Conversions between S, Z, Y, H, ABCD, and T parameters which are valid for complex source and load impedances,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 42, no. 2, pp. 205–211, Feb. 1994.
- [25] S.-H. Fu, C.-M. Tong, X.-M. Li, W. Zhang, and K. Shen, “Compact miniaturized stepped impedance low-pass filter with sharp cutoff characteristic,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 51, no. 10, pp. 2257–2258, Oct. 2009.
- [26] E. G. Fubini and E. A. Guillemin, “Minimum insertion loss filters,” *Proceedings of the IRE*, vol. 47, no. 1, pp. 37–41, Jan. 1959.
- [27] Y. Fujishiro, T. Yamamoto, and K. Koshiji, “Expansion of bartlett’s bisection theorem based on group theory,” *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, vol. E100.A, no. 8, pp. 1623–1639, Aug. 2017.
- [28] M. Fukada, “Optimum filters of even orders with monotonic response,” *Circuit Theory, IRE Transactions on*, vol. 6, no. 3, pp. 277–281, Sep. 1959.
- [29] H. Gaunholt, “Design and predistortion of passive filters by optimization,” *International Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 2, no. 4, pp. 391–396, Dec. 1974.
- [30] J. Gorski-Popiel, “Reduction of network sensitivity through the use of high-order approximating functions,” *Electronics Letters*, vol. 3, no. 8, pp. 365–366, Aug. 1967.
- [31] G. G. Gouriet, “Two theorems concerning group delay with practical application to delay correction,” *Proceedings of the IEE - Part C: Monographs*, vol. 105, no. 7, pp. 240–244, Mar. 1958.
- [32] M. Guglielmi and G. Connor, “Chained function filters,” *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 7, no. 12, pp. 390–392, Dec. 1997.
- [33] E. O. Hammerstad, “Equations for microstrip circuit design,” in *1975 5th European Microwave Conference*, Hamburg, Germany, Sep. 1–4, 1975, pp. 268–272.
- [34] M. Hayati, H. Abbasi, and O. S. Fathabadi, “A novel microstrip lowpass filter with sharp roll-off and ultra-wide stopband using SICMRC,” *International Journal of Electronics*, vol. 102, no. 9, pp. 1475–1485, Sep. 2015.
- [35] A. G. J. Holt, “A comparison of five methods of low-pass passive filter design,” *Radio and Electronic Engineer*, vol. 27, no. 3, pp. 167–180, Mar. 1964.

- [36] L. P. Huelsman, "An algorithm for the lowpass to bandpass transformation," *IEEE Transactions on Education*, vol. 11, no. 1, pp. 72–73, Mar. 1968.
- [37] D. Johnson, J. Johnson, and A. Eskandar, "A modification of the bessel filter," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 22, no. 8, pp. 645–648, Aug. 1975.
- [38] G. Jovanović, *RF elektronika*, ser. Osnovni udžbenici. 1800 Niš, A. Medvedeva 14: Univerzitet u Nišu, Elektronski Fakultet, 2016.
- [39] C. J. Kikkert, "A design technique for microstrip filters," in *2008 2nd International Conference on Signal Processing and Communication Systems*, Gold Coast, QLD, Australia, Dec. 15–17, 2008, pp. 1–5.
- [40] H. Ku and M. Drubin, "Network synthesis using Legendre and Hermite polynomials," *J. Franklin Institut*, vol. 273, no. 2, pp. 138–157, 1962.
- [41] J. Kubak, P. Sovka, and M. Vlcek, "Evaluation of computing symmetrical zolotarev polynomials of the first kind," *Radioengineering*, vol. 26, no. 3, pp. 903–913, Sep. 2017.
- [42] A. Kumar, N. P. Chaudhari, and A. K. Verma, "Compact legendre low-pass filters for microwave applications," in *IEEE MTT-S International Microwave and RF Conference*, New Delhi, India, Dec. 14–16, 2013, pp. 1–4.
- [43] A. Kumar, A. Verma, and N. Chaudhari, "DGS based Legendre low-pass filters for RF/Microwave," *WSEAS Transactions on Communications*, vol. 13, pp. 80–93, Jan. 2014.
- [44] M. Lutovac and D. Tošić, "Symbolic signal processing and system analysis," *FACTA UNIVERSITATIS, Series: Electronics and Energetics*, vol. 16, no. 3, pp. 423–431, Dec. 2003.
- [45] M. Mandal and S. Sanyal, "Design of wide-band, sharp-rejection bandpass filters with parallel-coupled lines," *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 16, no. 11, pp. 597 – 599, Oct. 2006.
- [46] G. L. Matthaei, "Design of wide-band (and narrow-band) band-pass microwave filters on the insertion loss basis," *IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 8, no. 6, pp. 580–593, Nov. 1960.
- [47] M. M. Mendoza, A. Wentzel, M. Sandhu, A. Alvarez-Melcon, W. Heinrich, and I. Hunter, "Synthesis and design of suspended substrate stripline filters for digital microwave power amplifiers," in *2016 46th European Microwave Conference (EuMC)*, London, UK, Oct. 4–6, 2016, pp. 898–901.
- [48] Z. Mou-Yan and R. Unbehauen, "Generalized ladder synthesis by subnetwork removal," *International Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 15, no. 2, pp. 89–103, Apr. 1987.

- [49] Ü. Nurges, I. Artemchuk, and J. Belikov, "A novel type-based group delay equalization technique," in *53rd IEEE Conference on Decision and Control*, Los Angeles, CA, USA, Dec. 15–17, 2014, pp. 2390–2395.
- [50] A. Ocera, R. Sorrentino, and P. Mezzanotte, "Design of tunable phase shifters by the image-parameters method," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 54, no. 6, pp. 2383–2390, Jun. 2006.
- [51] M. Oldoni, G. Macchiarella, G. G. Gentili, and C. Ernst, "A new approach to the synthesis of microwave lossy filters," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 58, no. 5, pp. 1222–1229, May 2010.
- [52] H. J. Orchard, "Inductorless filters," *Electronics Letters*, vol. 2, no. 6, pp. 224–225, Jun. 1966.
- [53] —, "Loss sensitivities in singly and doubly terminated filters," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 26, no. 5, pp. 293–297, May 1979.
- [54] A. Padilla, J. Mateu, C. Collado, C. Ernst, J. M. Rius, J. M. Tamayo, and J. M. O’Callaghan, "Comparison of lossy filters and predistorted filters using novel software," in *2010 IEEE MTT-S International Microwave Symposium*, Anaheim, CA, USA, May 23–28, 2010, pp. 1720–1723.
- [55] K. R. Pai, K. V. V. Murthy, and V. Ramachandran, "Chebyshev-family of transitional filters," *Journal of Circuits, Systems and Computers*, vol. 08, no. 2, pp. 283–299, Apr. 1998.
- [56] J. M. M. Pantoja, C.-I. Lin, M. Shaalan, J. L. Sebastian, and H. L. Hartnagel, "Monte Carlo simulation of microwave noise temperature in cooled GaAs and InP," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 7, pp. 1275–1279, Jul. 2000.
- [57] A. Papoulis, "Optimum filters with monotonic response," *Proceedings of the IRE*, vol. 46, no. 3, pp. 906–609, Mar. 1958.
- [58] —, "On monotonic response filters," *Proceedings of the IRE*, vol. 47, no. 2, pp. 332–333, Feb. 1959.
- [59] Y. Peless and Murakami, "Analysis and synthesis of transitional Butterworth-Thomson filters and bandpass amplifier," *RCA Rev.*, vol. 18, no. 3, pp. 60–94, Mar. 1957.
- [60] C. Pottle and J. Wong, "Optimum least-squares approximations to the ideal low-pass filter," *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. 17, no. 2, pp. 282–284, May 1970.
- [61] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, 4th ed. New York, USA: JohnWiley & Sons, Inc., 2011.

- [62] S. Prasad, L. G. Stolarczyk, J. R. Jackson, and E. W. Kang, "Filter synthesis using Legendre polynomials," *Proc. IEE*, vol. 114, no. 8, pp. 1063–1064, Aug. 1967.
- [63] A. Premoli, "A new class of equal-ripple filtering functions with low Q-factors: The MUCROER polynomials," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 21, no. 5, pp. 609–613, Sep. 1974.
- [64] A. Premoli and F. Germano, "New approach to the approximation of RC-active-filter transmission functions with low Q factor," *Electronics Letters*, vol. 7, no. 16, pp. 456–458, Aug. 1971.
- [65] B. D. Rakovich, "Transitional Butterworth-Legendre filters," *Radio and Electronic Engineer*, vol. 44, no. 12, pp. 673–680, 1974.
- [66] B. D. Rakovich and V. B. Litovski, "Least-squares monotonic lowpass filters with sharp cutoff," *Electronics Letters*, vol. 9, no. 4, pp. 75–76, Feb. 1973.
- [67] B. D. Rakovich, "Designing monotonic low-pass filters - comparison of some methods and criteria," *International Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 2, no. 3, pp. 215–221, Sep. 1974.
- [68] R. Ramiz and H. Sedef, "General method for designing and simulating of resistively terminated LC ladder filters," *FACTA UNIVERSITATIS, Series: Electronics and Energetics*, vol. 12, no. 3, pp. 79–94, 1999.
- [69] A. K. Rayit and N. J. McEwan, "Coplanar waveguide filters," in *1993 IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 3, Atlanta, GA, USA, Jun. 14–18, 1993, pp. 1317–1320.
- [70] S. C. D. Roy, "Modified Chebyshev lowpass filters," *International Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 38, no. 5, pp. 543–549, 2010.
- [71] M. V. Schneider, "Microstrip lines for microwave integrated circuits," *The Bell System Technical Journal*, vol. 48, no. 5, pp. 1421–1444, May 1969.
- [72] M. Sengül, "Analytic solution of the Feldtkeller equation," *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, vol. 63, no. 8, pp. 632–637, Aug. 2009.
- [73] N. Stamenković, N. Stojanović, and I. Krstić, "Lowpass filters with almost-maximally flat passband and Chebyshev stopband attenuation," *Electronics Letters*, vol. 53, no. 25, pp. 1633–1634, Dec. 2017.
- [74] N. Stamenković and V. Stojanović, "On the design transitional Legendre–Butterworth filters," *International Journal of Electronics Letters*, vol. 2, no. 3, pp. 186–195, Mar. 2014.

- [75] N. Stojanović, N. Stamenković, and I. Krstić, “Discrete-time filter synthesis using product of Gegenbauer polynomials,” *Radioengineering*, vol. 25, no. 3, pp. 500–505, Sep. 2016.
- [76] —, “Lowpass filters approximation based on modified Jacobi polynomials,” *Electronics Letters*, vol. 53, no. 3, pp. 140–142, Feb. 2017.
- [77] —, “Lowpass filters approximation based on modified Jacobi polynomials,” *Electronics Letters*, vol. 53, no. 4, pp. 240–243, Feb. 2017.
- [78] N. Stojanovic, “Nove klase funkcija za sintezu dvokanalne banke filtara,” Ph.D. dissertation, Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet, 2018.
- [79] N. Stojanović and N. Stamenković, “Lowpass filters approximation based on the Jacobi polynomials,” *FACTA UNIVERSITATIS Series: Electronics and Energetics*, vol. 30, no. 3, pp. 351–362, Sep. 2017.
- [80] N. Stojanović, N. Stamenković, and I. Krstić, “Chained-function filter synthesis based on the Legendre polynomials,” *Circuits, Systems, and Signal Processing*, vol. 37, no. 5, pp. 2001–2020, May 2018.
- [81] N. Stojanović, N. Stamenković, and D. Živaljević, “Monotonic, critical monotonic, and nearly monotonic low-pass filters designed by using the parity relation for Jacobi polynomials,” *International Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 45, no. 12, pp. 1987–1992, Dec. 2017.
- [82] L. Szydlowski, A. Lamecki, and M. Mrozowski, “Synthesis of coupled-lossy resonator filters,” *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 20, no. 7, pp. 366–368, Jul. 2010.
- [83] F. Temcamani, H. Diab, M. Regis, and J. Gautier, “A Sallen and Key active filter using SiGe BiCMOS technology,” in *2003 33rd European Microwave Conference*, Munich, Germany, Oct. 2–10, 2003, pp. 223–226.
- [84] G. Temes and J. Bingham, “Iterative Chebyshev approximation technique for network synthesis,” *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. 14, no. 1, pp. 31–37, Mar. 1967.
- [85] H. L. Thal, “Design of microwave filters with arbitrary responses,” *International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computer-Aided Engineering*, vol. 7, no. 3, pp. 208–221, May 1997.
- [86] W. E. Thomson, “Delay networks having maximally flat frequency characteristics,” *Proceedings of the IEE - Part III: Radio and Communication Engineering*, vol. 96, no. 44, pp. 487–490, Nov. 1949.

- [87] D. Topisirović, V. Litovski, and M. Andrejević Stošović, “Unified theory and state-variable implementation of critical-monotonic all-pole filters,” *International Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 43, no. 4, pp. 502–515, Apr. 2015.
- [88] M. A. Uslu and L. Sevy, “A MATLAB-based filter-design program: From lumped elements to microstrip lines,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 53, no. 1, pp. 213–224, Feb. 2011.
- [89] P. Vágner and M. Kasal, “A novel microstrip low-pass filter design method using square-shaped defected ground structure,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 50, no. 9, pp. 2458–2462, Jun. 2008.
- [90] S. Wang, F. C. Lee, and W. G. Odendaal, “Using scattering parameters to characterize EMI filters,” in *2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.04CH37551)*, vol. 1, Aachen, Germany, Jun. 20–25, 2004, pp. 297–303 Vol.1.
- [91] L. Wanhammar, *Analog Filters Using MATLAB*. 233 Spring Street, New York: Springer, 2009.
- [92] L. Weinberg and P. Slepian, “Takahasi’s results on Tchebycheff and Butterworth ladder networks,” *IRE Trans. on Circuit Theory*, vol. 7, no. 2, pp. 88–101, Jun. 1960.
- [93] Z. Zakaria, M. A. Mutalib, M. S. M. Isa, and N. A. Zainuddin, “Transformation of generalized chebyshev lowpass filter prototype to suspended stripline structure highpass filter for wideband communication systems,” in *2013 IEEE International Conference on RFID-Technologies and Applications (RFID-TA)*, Johor Bahru, Malaysia, Sep. 4–5, 2013, pp. 1–5.
- [94] J. Zdunek, “The network synthesis on the insertion-loss basis,” *Proceedings of the IEE - Part C: Monographs*, vol. 105, no. 7, pp. 259–291, Mar. 1958.
- [95] D. Živaljević, N. Stamenković, and V. Stojanović, “Nearly monotonic passband low-pass filter design by using sum-of-squared Legendre polynomials,” *International Journal of Circuit Theory and Applications*, vol. 44, no. 1, pp. 147–161, Jan. 2016.
- [96] O. J. Zobel, “Theory and design of uniform and composite electric wave-filters,” *The Bell System Technical Journal*, vol. 2, no. 1, pp. 1–46, Jan. 1923.

Индекс појмова

- ABCD матрица, 100
- ADS платформа, 111
- Активни филтри, 10
- Allpass филтар, 87
- Аналитичко продужење, 25, 59
- Апроксимациона функција, 19
- Chebyshevљева апроксимација, 29
- Darlingtonова реализација, 26
- Дебљина
 - подлоге, 99
 - субстрата, 98
 - metalizације, 98
- Девијација групног кашњења, 85
- Дуална мрежа, 89, 96
- Ефективна пермитивност, 98
- Ефективна релативна пермитивност, 98
- Електрична дужина вода, 100
- Euklidова векторска норма, 40
- Eulerова рекурзивна формула, 49
- Фактор доброте пола, 28, 61
- Фактор нагиба, 29, 44
- Филтар
 - Модификован Jacobijев, 26
 - Оптимални L, 33
 - са расподељеним параметрима, 106
 - Papoulisов L-филтар, 26
 - Butterworthов, 33
 - Chebyshevљев типа два, 42
 - Halperнов, 33
 - LSM, 33
 - Chebyshevљев, 18
 - Legendreов, 18
 - mJCF⁺-42, 97
 - Thompsonов, 18
- Филтарска функција, 59
- Физички модел, 102
- Фреквенцијска трансформација, 87
- Frobenijusова векторска норма, 40
- Функција пресликавања, 93
- Гама функција, 20, 29
- Граница пропусног опсега, 70, 74, 78
- Групно кашњење, 61, 64, 66
- Хипергеометријски полиноми, 20
- Импеданса
 - калема, 98
 - кондензатора, 98
- Импулсна функција, 32
- Интервал ортогоналности, 19
- Инверзна Laplaceова трансформација, 32
- Jacobijеви полиноми
 - ортогонални, 14, 18
- Јединична одскочна функција, 32
- Канонична мрежа, 87, 89
- Карактеристична
 - фреквенција, 19
- Карактеристична функција, 19
 - Chebyshevљевог филтра, 25
- Карактеристични полином, 19
- Карактеристична импеданса, 98, 100
 - слободног простора, 100
- Карактеристични полином, 33
- Карактеристике у устаљеном стању, 28
- Каскадна секција водова, 101
- Коефицијент рефлекције, 87, 88
- Комплексна раван, 25
- Конституивне seed функција, 50
- Критични пар полова, 92
- Kronecker делта симбол, 20
- Ланчана функција, 48
 - Мод. Jacobijевих полинома, 59
 - Chebyshevљева, 58
 - Legendreова, 58
- Ланчани филтар, 47
- LC лествичаста мрежа, 89

- Максимално дозвољено слабљење, 97
- Математички модел, 102
- MATLAB функција
- Calculate_Z0_EREF, 102, 116
 - JacobiPoly, 112
 - K_f2LC, 90, 116
 - glavni proram, 113
 - impulse, 32
 - lp2bp, 95
 - norm, 40
- Метода унетих губитака, 19
- Метода унетог слабљења, 11, 59
- Микрострип линија, 98
- Микроталасна техника, 46
- Микроталасна структура, 47
- Микротракасти вод, 98
- Минимална фаза, 88
- Модификована Јасобијева
- карактеристична функција, 38
 - ланчана функција, 48
- Модификовани Јасобијеви полиноми, 14, 21, 48
- Модификовани Јасобијеви ланчани полином, 50
- Мрежа са два приступа, 87
- Нагиб амплитудске карактеристике, 28
- Нехомоген диелектрик, 98
- Newton-Kantorovichev postupak, 39
- Номиналан импеданса приступа, 101
- Нормализујућа фреквенција, 94
- Нуле модификованих Јасобијевих полинома, 24
- Нуле рефлексије, 24
- Однос максималне и минималне вредности елемената, 90
- Осетљивост преносне функције, 59
- Отпорност генератора, 87
- Папоулисов оптимални филтар, 26
- Паралелна резонантна фреквенција, 98
- Паралелни
- кондензатор, 100
- Параметри Јасобијевих полинома, 20
- Параметри расејања, 103
- Парити релација, 21
- Партиција природног броја, 49
- Пасивна LC мрежа, 38, 86
- између једнаких отпорника, 25
 - са два приступа, 89
- Пасивни филтри, 10
- Планарни вод, 98
- Почетна решења, 39
- Полиноми
- Gegenbauerови, 21
 - Hurwitzови, 60
 - Jacobiјеви, 20
 - Legendreови, 21
- Полиномска факторизација, 60
- Полиномска карактеристична функција, 23
- Полиномски филтар, 19
- Повратни губици, 30
- на улазу филтра, 30
- Прелазне карактеристике, 28
- Прелазни филтри, 17
- Butterworth-Chebyshevљеви, 18
 - Butterworth-Thompsonови, 18
- Приближно монотон модификован Јасобијев филтар, 29, 35
- Приближно равна амплитудска карактеристика, 41
- Производ индуктивности и капацитивности, 96
- Пропусник
- ниских фреквенција, 19
 - опсега фреквенција, 93
- Прототипска функција, 46
- Први елемент
- Редни калем, 90
 - паралелни кондензатор, 96, 101
- Рачунарска симулација, 102
- Рационална
- карактеристична функција, 38
 - преносна функција, 38
- Реализација
- са идеалним елементима, 92
 - са водовима, 92
- Редна резонантна фреквенција, 98
- Редни
- калем, 100
- Референтна отпорност, 87
- Рефлекциони коефицијент, 30
- Рекурентна релација, 20
- Релативна
- пермитивност субстрата, 99

- пермитивност, 98, 101
- Seed функција, 47
- Секција
- максималне импедансе, 101
 - минималне импедансе, 101
 - реализује калем, 100
 - реализује кондензатор, 100
- Секција идеалног вода, 100
- Симетрична, реципрочна лествичаста LC мрежа, 26
- Симулацион модел филтра, 104
- Симулациони модел филтра, 106
- Ширина
- пропусног опсега, 94
 - траке сигналног проводника, 98
- траке, 101
- Скаларни производ, 20
- Степен слободе, 53
- Тежинска функција, 20
- Јасовијевић polinom, 21
- Тотална рефлексција, 30
- Улазна импеданса, 88
- Унето слабљење, 30, 58, 87
- Верижни разломак, 89
- Вод уводник, 102
- Водећа seed функција, 63, 68
- Збир вредности елемената, 90

12.04.1986

23.

(M23)

1. **Goran Pereni** , Negovan Stamenkovi , Nikola Stojanovi , Nebojsa Deni : Chained-Function Filter Synthesis Based on the Modified Jacobi Polynomials. Radioengineering. Vol.27, Number 4. Pp. 1112-1118. December 2018. (M 23)

<https://www.radioeng.cz/papers/2018-4.htm>

2. Nikola Stojanovi , Ivan Krsti , Negovan Stamenkovi , **Goran Pereni** : Butterworth transfer function with the equalized group delay response in the maximally flat sense. Electronics Letters. Vol. 54, Issue25, pp. 1436-1438. December 2018.(M 23)

<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8576358>

3. Negovan Stamenkovi , Nikola Stojanovi , **Goran Pereni** : Group Delay Equalization of Polynomial Recursive Digital Filters in Maximal Flat Sense. Journal of Circuits, Systems and Computers. (M 23)

<https://doi.org/10.1142/S0218126619501731>

Радови у часописима националног значаја (M24)

1. Nebojsa DENIC, Vuk VUJOVIC, Goran PERENIC, Boban SPASIC, STUDY OF BUSINESS INTELLIGENCE SYSTEM QUALITY, ANNALS OF THE ORADEA UNIVERSITY Fascicle of Management and Technological Engineering ISSN 1583 - 0691, CNCSIS "Clasa B+", ISSUE #1 2016, <http://www.imtuoradea.ro/auo.fmte/>
2. Nebojsa DENIC, Vuk VUJOVIC, Aleksandar SKULIC, Goran PERENIC, EFFECTIVENESS AND EFFICIENCY OF MANAGEMENT INFORMATION SYSTEMS IN SERBIAN ENTERPRISES, ID: 156242016032699991, 16th International Multidisciplinary Scientific GeoConference & EXPO SGEM 2016 (ISSN: 1314-2704)

(M33)

- 1) Dalibor Petkovi , Nebojša Deni , Goran Pereni „AN ONTOLOGY-BASED MODEL FOR CONTEXTUAL RECOMMENDATIONS IN E-LEARNING“ International Conference on Education in Mathematics, Science & Technology (ICEMST) on April 28 - May 1, 2018 in Marmaris, Turkey. The conference is organized by the [International Society for Research in Education and Science \(ISRES\)](#).
- 2) Dalibor Petkovic, Nebojša Deni , Boban Spasi , Goran Pereni “E-management of solid waste” I me unarodna nau no-stru na konferenciju Circularna i bioekonomija – CIBEK 18, 19. april 2018. Godine Fakultet za inženjerski menadžment Bulevar vojvode Mišića 43 Beograd, Srbija
- 3) Dalibor Petkovic, Nebojša Deni ,Goran Pereni ,Boban Spasi , “Soft computing methodologies for optimal estimation of wind farm project net profit” I me unarodna nau no-stru na konferenciju Circularna i bioekonomija – CIBEK 18, 19. april 2018. Godine Fakultet za inženjerski menadžment Bulevar vojvode Mišića 43 Beograd, Srbija

Радови у часописима националног значаја (M51)

- 1). Nebojša Deni , Vuk Vujović , Boban Spasi , Pereni Goran “ Mogući aspekti primene softvera u funkciji efikasnijeg upravljanja otpadom ” ECOLOGICA., ECOLOGICA, No-89, Beograd, 2018. godina XXI UDC:502.7 ISSN 0354 – 3285

1.



1.

2.

3/2012

:

:

-
-
-
-

;

, 11.02.2019. .

2.



:

: 3/2012

:

—

:

: .

, .

, 11.02.2019. .

Изјава о коришћењу

:

(Creative Commons)

1. (CC BY)
 2. - (CC BY-NC)
 3. - - (CC BY-NC-ND)
 4. - - (CC BY-NC-SA)
 5. - (CC BY-ND)
 6. - (CC BY-SA)
- (
-).

, 11.02.2019.
