

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ
-обавезна садржина- свака рубрика мора бити попуњена

I ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ
1. Датум и орган који је именовео комисију: 19.04.2018., Наставно-научно веће Природно-математичког факултета у Новом Саду
2. Састав комисије са знаком имена и презимена сваког члана, звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање, датума избора у звање и назив факултета, установе у којој је члан комисије запослен: 1. др Розалија Мадарас-Силађи, редовни професор, Алгебра и математичка логика, 1999, ПМФ у Новом Саду - председник 2. др Милош Курилић, редовни професор, Анализа и вероватноћа, 15.06.2004., ПМФ у Новом Саду - ментор 3. Академик Тодорчевић др Стево, директор истраживања, Математика, 2004., Универзитет у Торонту и ЦНРС, Париз - члан 4. др Предраг Тановић, научни саветник, Математика, 23.12.2015., Математички институт САНУ - члан 5. др Борис Шобот, ванредни професор, Алгебра и математичка логика, 04.05.2017, ПМФ у Новом Саду - члан
II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ
1. Име, име једног родитеља, презиме: Ненад, Милан, Морача
2. Датум рођења, општина, држава: 17.08.1983., Нови Сад, Србија
3. Назив факултета, назив студијског програма дипломских академских студија – мастер и стечени стручни назив: Природно-математички факултет у Новом Саду, математика, дипломирани математичар – примењена математика
4. Година уписа на докторске студије и назив студијског програма докторских студија 2011., математика
5. Назив факултета, назив магистарске тезе, научна област и датум одбране: -
6. Научна област из које је стечено академско звање магистра наука: -

III НАСЛОВ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Кондензациони поредак, кондензациона еквиваленција и реверзибилност релацијских структура

IV ПРЕГЛЕД ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

Докторска дисертација је писана на српском језику (латинично писмо), има 305 страна, садржи 88 референци и 11 илустрација. Од прилога садржи индекс симбола, индекс појмова, проширени сажетак на енглеском језику и биографију кандидата.

Дисертација је подељена на 3 дела. Први део је подељен на 5 поглавља. У прва 4 поглавља, дат је преглед математичких метода и техника које се користе у другом и трећем делу дисертације (теорија модела, дескриптивна теорија скупова, теорија графова и теорија бројева). У петом поглављу изложени су резултати из литературе на које се дисертација својом садржином непосредно надовезује.

Други део садржи оригиналне резултате и подељен је на 2 поглавља (шесто и седмо поглавље). У шестом поглављу налазе се резултати који се односе на кондензациони поредак. У седмом поглављу су дати резултати на тему кондензационе еквиваленције.

Трећи део се такође састоји од оригиналних резултата, посвећен је феномену реверзибилности релацијских структура и подељен на 3 поглавља (осмо, девето и десето). У осмом поглављу се анализирају разне варијације концепта реверзибилности. У деветом поглављу су дати резултати и примери који се односе на реверзибилност екстремних структура. У десетом поглављу налазе се резултати о реверзибилности неповезаних бинарних структура.

V ВРЕДНОВАЊЕ ПОЈЕДИНИХ ДЕЛОВА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

У првом делу изложен је преглед резултата из математичких области чије се методе и технике користе у доказима главних резултата дисертације (теорија модела, дескриптивна теорија скупова, теорија графова и теорија бројева). У последњем, петом поглављу првог дела наведени су, хронолошки и са референцама, релевантни резултати из литературе на тему кондензационе еквиваленције и реверзибилности (како тополошких простора, тако и релацијских структура).

У другом делу налази се део главних резултата дисертације. У шестом поглављу, за дати релацијски језик L , уведена је релација кондензационог претпоретка на скупу свих L -интерпретација над датим доменом X , као и њен антисиметрични количник, тзв. кондензациони поредак. Одговарајућа релација еквиваленције названа је кондензациона еквиваленција, и, између осталог, показано је како је класа кондензационо еквивалентних интерпретација конвексно затворење класе изоморфних интерпретација, у Буловој мрежи свих L -интерпретација над датим доменом X . Даље је показано како кондензационо инваријантна својства L -интерпретација на природан начин доводе до партиције кондензационог поретка и, у специјалном случају бинарног језика L_2 , на тај начин дата је једна груба али информативна партиција кондензационог поретка на два изоморфна конвексна дела, и трећи, средњи део, који је такође конвексан. У циљу истраживања тог средњег дела, за дату ирефлексивну релацију ρ , уведено је погодно подуређење D_ρ кондензационог поретка, и показано је како су облик, величина и конвексност скупа D_ρ уско повезани са особинама реверзибилности и варијација реверзибилности релације ρ .

У седмом поглављу прво је, за случај пребројивог домена X и највише пребројивог релацијског језика L , показано како су кондензациона еквиваленција и изоморфизам исте дескриптивне сложености, тј. ради се о аналитичком скупу у одговарајућем пољском простору, који је изоморфан Канторовом кубу. Затим је, уз исте претпоставке, решен проблем величине класа кондензационо еквивалентних интерпретација. Наиме, показано је да су класа кондензационо еквивалентних и класа изоморфних интерпретација увек исте величине, и како је то неки кардинал из $\{1, \omega, c\}$. У случају када је то ω , интерпретација ρ мора бити реверзибилна. У истом поглављу још је истражена хијерархија између кондензационе еквиваленције, елементарне еквиваленције, еквиморфизма и још неких сличности L -структура, индукованих одговарајућим сличностима њихових моноида самоутапања. Утврђено је да Хасеов дијаграм који приказује ту хијерархију значајно колапсира у случају коначног домена или унарног језика, док је, у случају бесконачног домена и неунарног језика, дати дијаграм врло комплексан.

У трећем делу дисертације детаљно је истражен феномен реверзибилности релацијских структура. У осмом поглављу, по дефиницији, L -интерпретација ρ је јако реверзибилна (редом, реверзибилна, слабо реверзибилна) ако је класа изоморфних интерпретација синглтон (редом, антиланац, конвексан скуп) у Буловој мрежи свих L -интерпретација над датим доменом X . Јако реверзибилне интерпретације окарактерисане су као оне чије су компонентне релације дефинабилне формулама празног језика L_\emptyset . Показано је како су слабо реверзибилне интерпретације управо оне које имају својство Кантор-Шредер-Бернштајн за кондензације (бијективне хомоморфизме). За случај бинарног језика L_b , слабо реверзибилна бинарна структура или нема уклоњивих ивица (то су реверзибилне структуре) или их има бесконачно много. Као последица, показано је како су у многим релевантим класама бинарних структура реверзибилност и слаба реверзибилност еквивалентна својства. Примерима је показано да у неким другим класама то није случај.

У деветом поглављу дати су довољни синтактички услови да $L_{\infty\omega}$ – дефинабилна класа интерпретација има максималне (и, дуално, минималне) елементе, који морају бити реверзибилне интерпретације. Изоловане су одређене елементарне класе структура које задовољавају та синтактичка ограничења и за неке од њих је дата карактеризација одговарајућих екстремних интерпретација. Применом тих резултата, окарактерисани су реверзибилни пребројиви ултрахомогени графови са листе Лахлана и Вудроуа.

У десетом поглављу дато је неколико еквивалентних реверзибилности у класи неповезаних бинарних структура, који су, затим, примењени на неке релевантне класе L_b – структура као што су релације еквиваленције (или, општије, структуре које су богате за хомоморфизме) и дисјунктне уније ланаца. Пошто су релације еквиваленције (до на изоморфизам) окарактерисане низом кардиналности класа еквиваленције, њихова реверзибилност може се сматрати својством одговарајућег низа кардинала (које је такође названо реверзибилност). У циљу карактеризације реверзибилних низова кардинала, прво је извршена редукција на случај коначних кардинала (природних бројева), а затим је дата карактеризација реверзибилних низова природних бројева. Потом је, применом недавног резултата Лафлама, Пузеа и Вудроуа, дата карактеризација ланаца граничног типа који су CSB (за утапања), да би, применом Лејверовог резултата, доказа Фраисеове хипотезе, била дата карактеризација реверзибилних дисјунктних унија таквих ланаца. Специјално, тиме је дата карактеризација реверзибилних дисјунктних унија граничних ординала. На самом крају, дата је карактеризација реверзибилних дисјунктних унија произвољних ординала и њихових инверза.

VI СПИСАК НАУЧНИХ И СТРУЧНИХ РАДОВА КОЈИ СУ ОБЈАВЉЕНИ ИЛИ ПРИХВАЋЕНИ ЗА ОБЈАВЉИВАЊЕ НА ОСНОВУ РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА У ОКВИРУ РАДА НА ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ

1. (M22) M. S. Kurilić, N. Morača, Condensational equivalence, equimorphism, elementary equivalence and similar similarities, *Ann. Pure Appl. Logic* 168,6 (2017) 1210–1223.
2. (M22) N. Morača, Nonreversible trees having a removable edge, *Filomat* (у штампи).

VII ЗАКЉУЧЦИ ОДНОСНО РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

Rajagopalan и Wilansky свој рад [75] из 1966. године започињу реченицом: „We propose to study a topological property which is not new, but seems not to have been systematically investigated.”

Данас, 52 године касније, ова реченица и даље прилично добро описује стање у литератури, када је у питању реверзибилност како тополошких простора, тако и релацијских структура. Док се на тему реверзибилности и кондензационе еквиваленције у литератури могу пронаћи спорадични резултати, о кондензационом претпоретку не може се наћи готово ништа. С друге стране, у литератури постоји велики број резултата о претпоретку који је индукован утапањима структура (поменимо нпр. данас већ класичне резултате Фраисеа, Лејвера, Пузеа, Жилијена, Хагендорфа). Ова дисертација у знатној мери попуњава поменути празнину и представља први корак на истраживачком путу који је, у одређеном смислу, паралелан Фраисеовом (када се, уместо утапања, посматрају кондензације).

Притом, резултати о реверзибилности релација еквиваленције, који се редукују на проблем реверзибилности низова природних бројева, могу се интерпретирати као одговарајући резултати из теорије бројева.

Такође, свака класа реверзибилних посета на природан начин даје класу реверзибилних тополошких простора (када се посматра топологија чију базу чине главни идеали). Дакле, резултати из ове дисертације на тему реверзибилности дисјунктних унија ланаца, могу се интерпретирати и као резултати о реверзибилности таквих тополошких простора.

VIII ОЦЕНА НАЧИНА ПРИКАЗА И ТУМАЧЕЊА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА

Познати резултати из литературе у првом делу дисертације приказани су систематски, са референцама у којима се могу наћи докази, односно, у одсуству таквих референци, са пратећим доказом, што дисертацију чини комплетним математичким текстом. Оригинални резултати у другом и трећем делу доказани су детаљно и прецизно, а дате су и референце на радове у којима су ти резултати доказани и публиковани (односно послати за публикацију).

Комисија позитивно оцењује начин приказа и тумачења резултата истраживања.

IX КОНАЧНА ОЦЕНА ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ:

1. Да ли је дисертација написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме

Дисертација је написана у складу са образложењем наведеним у пријави теме.

2. Да ли дисертација садржи све битне елементе

Дисертација садржи све битне елементе. У уводном делу су прегледно и систематски приказани за дисертацију најбитнији општи резултати из разних области математике, што излагање чини комплетним и лакше читљивим. Релевантни резултати из литературе на које се дисертација директно надовезује изложени су хронолошки и са референцама. Списак литературе је интензивно цитиран током излагања материје, чиме је јасно разграничено шта су познати резултати, а шта су оригинални резултати. У другом и трећем делу дат је већи број занимљивих оригиналних резултата, од којих су неки публиковани, неки прихваћени за публикацију, неки на рецензији а неки се налазе у рукописима.

3. По чему је дисертација оригиналан допринос науци

Ова дисертација је делимично попунила празнину која је постојала у теорији релација, када је у питању систематско проучавање кондензација (бијективних хомоморфизама). Истраживачки пут који је тиме започет већ на самом почетку укристио се са многим савременим и релевантним областима математике, и као последица настали су многобројни резултати, примери, али и отворена питања, који су укључени у дисертацију. Резултати су објављени у једном часопису са ISI листе, прихваћени за објављивање у другом часопису са ISI листе, на ревизији у додатна два часописа са ISI листе, као и на рецензији у још два часописа са ISI листе. Такође, ови резултати су презентирани од стране кандидата на 2 међународне конференције.

Докторска дисертација је прошла проверу плагијаризма софтвером iThenticate (<https://www.ithenticate.com/>) и проценат сличности са другим изворима је 5%.

4. Недостаци дисертације и њихов утицај на резултат истраживања

Дисертација нема недостатака.

X ПРЕДЛОГ:
На основу укупне оцене дисертације, комисија предлаже:
Да се докторска дисертација прихвати, а кандидату одобри одбрана.

ПОТПИСИ ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

др Розалија Мадарас-Силађи,
редовни професор, ПМФ у Новом Саду – председник

др Милош Курилић,
редовни професор, ПМФ у Новом Саду – ментор

академик Стево Тодорчевић,
директор истраживања, Универзитет у Торонту и
ЦНРС, Париз – члан

др Предраг Тановић,
научни саветник, Математички институт САНУ и
ванредни професор, Математички факултет у
Београду – члан

др Борис Шобот,
ванредни професор, ПМФ у Новом Саду – члан

НАПОМЕНА: Члан комисије који не жели да потпише извештај јер се не слаже са мишљењем већине чланова комисије, дужан је да унесе у извештај образложење односно разлоге због којих не жели да потпише извештај.