UNIVERZITET U BEOGRADU

ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Amela L. Zeković

FRAKTALNA I MULTIFRAKTALNA KARAKTERIZACIJA 3D VIDEO FORMATA

doktorska disertacija

Beograd, 2015.

UNIVERSITY OF BELGRADE

SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING

Amela L. Zeković

FRACTAL AND MULTIFRACTAL CHARACTERIZATION OF 3D VIDEO FORMATS

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2015

Mentor:

dr Irini Reljin
redovni profesor, Univerizitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet

Članovi komisije:

dr Miomir Mijić
redovni profesor, Univerizitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet

dr Andreja Samčović
vanredni profesor, Univerizitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet

dr Marko Barjaktarović
docent, Univerizitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet

dr Dragana Šumarac Pavlović
vanredni profesor, Univerizitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet

Datum odbrane: . .2015.

Zahvalnica

Glavnu ulogu u nastanku ove doktorske disertacije imala je moja mentorka dr Irini Reljin. Zahvaljujem joj se na idejama, predlozima, sugestijama, unapređenjima bez kojih ova disertacija ne bi bila moguća.

Zahvalnost na korisnim sugestijama i pomoći pri radu dugujem i profesoru dr Branimiru Reljinu.

Članovi Komisije za odbranu teme i Komisije za pregled i ocenu doktorske disertacije doprineli su unapređenju ove disertacije svojim korisnim pitanjima, sugestijama i komentarima, na čemu im se zahvaljujem.

Zahvaljujem se porodici, prijateljima i kolegama na njihovoj podršci. Posebnu zahvalnost dugujem mojim roditeljima i sestri na bezrezervnoj podršci i ljubavi.

Hvala za podršku i pomoć pri radu, za podsticanje ka novim saznanjima, za inspiraciju, za težnju ka boljem i za prisustvo.

Mojim roditeljima

Naslov: Fraktalna i multifraktalna karakterizacija 3D video formata

Rezime: Trodimenzionalni (3D) video sadržaj postaje sve prisutniji u saobraćaju žičanih i bežičnih mreža. Kako 3D video karakteriše velika količina podataka, njegovo prisustvo u mreži predstavlja značajano opterećenje za saobraćaj mreže, pa je neophodno poboljšanje u načinu prenosa ove vrste signala.

Predmet ovog rada je fraktalna i multifraktalna karakterizacija 3D video formata sa ciljevima pokazivanja da 3D video ima fraktalne i multifraktalne osobine i opisivanja ovih svojstava, poređenja svojstava za različite video formate i mogućih primena u usavršavanju modelovanja saobraćaja 3D video formata i razvijanju boljih tehnika za prenos, *smoothing* i statističko multipleksiranje videa.

Izvršeno je kreiranje algoritama i softverska realizacija u programima *Matlab* i *Python*, u okviru matematičke metode iz oblasti kompleksnih sistema i haosa, za određivanje fraktalnih osobina (metoda agregacije varijanse (*aggregated variance method*), R/S statistički metod (*R/S statistic method*) i metod više skala (*multi-scale method*) za određivanje *Hurst*-vog indeksa) i multifraktalnih osobina (metoda momenta za multifraktalne spektre i procenu generalizovane dimenzije, metoda histograma za multifraktalne spektre i inverznu multifraktalnu analizu). Na osnovu dobijenih rezultata potvrđene su fraktalne i multifraktalne osobine 3D video formata i izvršeno njihovo poređenje, uzimajući u obzir format 3D videa, strukturu, tipove frejmova, kvantizacione parametre kodera, agregaciju frejmova i metode emitovanja.

Ključne reči: 3D video, eksplozivnost saobraćaja, *Hurst*-ov parametar, inverzna multifraktalna analiza, kompleksni sistemi, multifraktalni spektar, *multiview* kodovanje, samosličnost, video prenos, video trejsovi

Naučna oblast: Elektrotehničko inženjerstvo

Uža naučna oblast: Telekomunikacije

UDK broj: 621.3

Title: Fractal and Multifractal Characterization of 3D Video Formats

Résumé / Abstract: Three-dimensional (3D) videos are becoming increasingly present in wireland and wireless networks, and due to the high data content they present significant load in the network. This impact of 3D video on network traffic causes a need of improving means to handle this type of data.

Subject of this thesis is fractal and multifractal characterization of 3D video formats with the main goals to show that 3D video has fractal and multifractal properties, to describe them, to compare these properties for different 3D formats, for possible applications in traffic modeling of 3D video formats and for the development of improved transport techniques for smoothing and statistical multiplexing of video.

Algorithms and software realizations for mathematical methods in the area of complex systems and chaos were developed in Matlab and Python, for determination of fractal properties (the aggregated variance method, the R/S statistic method, and the multiscale method) and multifractal properties (the method of moments for multifractal spectra and estimation of the generalized dimensions and the histogram method for multifractal spectra and inverse multifractal analysis). Based on the obtained results, fractal and multifractal properties of 3D video formats are confirmed, their comparison is performed, for various 3D video formats, video structures, frame types, values of the encoder quantization parameters, aggregation of the frames, and streaming method of video.

Keywords: 3D video, burstiness, Hurst parameter, inverse multifractal analysis, complex systems, multifractal spectrum, multiview coding, self-similarity, video transport, video trace

Scientific field: Electrical Engineering

Narrow scientific field: Telecommunications

UDK number: 621.3

Sadržaj

1 Uvod **1**

2 3D video formati **7**

2.1 Klasifikacija 3D video formata 7

2.1.1 3D video formati sa jednom video sekvencom 8

2.1.2 Multiview 3D video format 11

2.1.3 3D video formati sa podacima o dubini 12

2.2 3D video lanac: od kreiranja do prikazivanja 14

2.2.1 Akvizicija i procesiranje 14

2.2.2 Kodovanje i transport 3D videa 19

2.2.3 Vizuelizacija 3D videa: generisanje pogleda i prikazivanje . . . 22

3 Video saobraćaj pomoću video trejsova **25**

3.1 Parametri digitalnog videa 25

3.2 Kreiranje video trejsova 30

3.3 Struktura video trejsova 31

3.4 Karakterizacija saobraćaja pomoću video trejsova 35

3.4.1 Metrika saobraćaja 35

3.4.2 Metrika grupe frejmova 37

3.4.3 Metrika kvaliteta 38

3.4.4 RD i VD krive 39

3.5 Osnovne osobine 3D video saobraćaja pomoću video trejsova 40

3.5.1 Parametri analiziranih 3D video sekvenci 40

3.5.2 Rezultati statističke analize saobraćaja i kvaliteta 3D videa . . 43

3.5.3 RD i VD krive za 3D video sekvence 47

4 Teorija kompleksnih sistema 53

4.1 Osnove kompleksnih sistema 53

4.1.1 Primeri kompleksnih sistema 53

4.1.2 Osobine kompleksnih sistema 55

4.1.3 Dinamika sistema i haos 55

4.2 Fraktali i multifraktali 61

4.2.1 Fraktali 61

4.2.2 Fraktalne dimenzije 63

4.2.3 Multifraktali i binomijalna kaskada 65

4.2.4 Karakterizacija multifraktala 66

4.2.5 Multifraktalni spektar binomijalne kaskade 69

4.3 Primene nelinearnih dinamičkih sistema, fraktala i multifraktala . . . 71

5 Analiza samosličnosti 3D video formata 76

5.1 Osnovni parametri samosličnosti 76

5.2 Metode za ispitivanje samosličnosti 78

5.2.1 Metoda agregacije varijanse 78

5.2.2 R/S statistički metod 79

5.2.3 Metod više skala 79

5.3 Rezultati analize samosličnosti 3D videa 80

6 Multifraktalna analiza 3D video formata 84

6.1 Estimacija multifraktalnih osobina 85

6.1.1 Metoda momenta 85

6.1.2 Histogram metoda 87

6.2 Rezultati multifraktalne analize 3D video formata 89

6.2.1 Multifraktalna analiza primenom metode momenta 90

6.2.2 Multifraktalna analiza primenom histogram metode 97

7 Zaključak 107

Literatura **111**

Prilozi **124**

Prilog A 124

Prilog B 129

Prilog C 131

Prilog D 133

Prilog E 133

Prilog F 135

Biografija autora **138**

Poglavlje 1

Uvod

Trodimenzionalni (3D) video sadrži više pogleda na video scenu, koji kod posmatrača obezbeđuju osećaj dubine. 3D video formati sa jednom video sekvencom frejmova se obeležavaju kao frejm kompatibilni formati (*Frame Compatible*, FC), formati sa dve video sekvence kao stereoskopski formati, dok se formati sa više video sekvenci frejmova obeležavaju kao formati sa više pogleda, odnosno *multiview* (MV) video formati [1, 2, 3, 4, 5].

Jedna od glavnih osobina 3D video sadržaja je veoma velika količina podataka, koja je velika u poređenju sa drugim sadržajima, a i u odnosu na konvencionalni video sa jednim pogledom. Ovako velika količina podataka predstavlja ograničenje u mogućnostima smeštanja i prenosa 3D videa u komunikacionim sistemima. 3D video materijal namenjen je za početne aplikacije prikazivanja 3D filmova u bioskopima, ali i za digitalni video prenos (*Digital Video Broadcast*, DVB) u terestričkim mrežama, prenos kroz IP (*Internet Protocol*) mreže, i na kraju, kao deo evolucije mobilnih širokopojasnih tehnologija na *all*–IP mreže, za prenos do mobilnih korisnika. Za efikasan prenos 3D videa u komunikacionim sistemima neophodno je detaljno poznavanje karakteristika i osobina saobraćaja 3D video formata, sa ciljem razvoja metoda za što efikasniji prenos.

Da bi se omogućio efikasan prelaz sa aplikacija 3D videa za više korisnika (bioskop), na aplikacije u kućnom okruženju i za mobilne korisnike, potrebno je izvršiti potrebna prilagođenja videa sistemima za prenos. Među najvažnije faktore koji definišu efikasnost prelaza aplikacija spadaju poboljšanje u efikasnosti kodovanja,

unapređenje opreme za produkciju i u efikasnosti prikazivanja 3D video sadržaja. Različiti 3D video formati, njihove reprezentacije i principi kodovanja izloženi su u [6, 7, 8]. Dobar pregled tehnologija zapisivanja 3D video formata dat je u [9], dok je pregled metoda prikazivanja 3D video formata, njihovih prednosti i mana dat u [10]. Pored navednih značajnih istraživanja 3D video formata, jednako važan pravac istraživanja 3D videa, sa ciljem što efikasnijih primena u komunikacionim sistemimama, je prenos 3D videa.

Istraživanja prenosa videa obuhvataju ispitivanje statističkih osobina, potrebnih protokola, kvaliteta servisa, kao i modelovanja prenosa. Prethodna istraživanja prenosa 3D videa često su posvećna analizi protokola za dostavljanje 3D video reprezentacionih formata [11, 12, 13]. Drugi pravac prenosa 3D videa okrenut je ka kvalitetu videa kao centralnoj temi, na primer algoritam rutiranja koji prati karkateristike video kvaliteta prilikom prenosa 3D videa u bežičnim mrežama dat u [14], ili na primer adaptacija brzine prenosa 3D videa u zavisnosti od kvaliteta iskustva korisnika, prezentovana u [15]. Dobar primer principa smeštanja i prenosa 3D video materijala u televizijskim sistemima dat je u [16]. Radi efikasnijeg prenosa videa često se prave i odgovarajući modeli saobraćaja. Jedan primer modelovanja transporta i uticaja 3D video aplikacija na komunikacione mreže dat je u [17].

U ovom radu, dati su rezultati istraživanja 3D video formata sa dva pogleda u *multiview* (MV) video formatu, frejm sekvencijalnom (*Frame Sequential*, FS) formatu, i frejm kompatibilnom (*Frame Compatible*, FC) *side-by-side* (SBS) reprezentacionom formatu. Za istraživanje 3D videa korišćeni su javno dostupni, dugi video trejsovi sa podacima o frejmovima [18, 4]. Jedna video sekvenca frejmova sadržala je 51200 frejmova u punoj visokoj rezoluciji (*High Definition*, HD) 1920×1080 piksela.

Analizirani video je imao konstantne vrednosti kvantizacionih parametara, koje ukazuju na promenljivi bitski protok (*Variable Bit Rate*, VBR). Ovakav izbor kvantizacionih parametara vezan za VBR je važan u smislu kvaliteta, malog kašnjenja i veće vrednosti dobitka pri multipleksiranju [19, 20]. Takođe, konstantne vrednosti kvantizacionih parametara omogućavaju karakterizaciju signala iz standardizovanih kodera koji su izabrani za 3D video materijale. Konkretno, za kodovanje 3D videa u frejm sekvencijalnom i *side-by-side* formatu korišćen je standardizovani koder

JSVM (*Joint Scalable Video Model*) verzija 9.19.10 [21], dok je kodovanje *multiview* 3D videa izvršeno pomoću kodera JMVC (*Joint Multiview Video Coding*) verzija 8.3.1 [22].

Pored ispitivanja 3D video formata istraživanje je obuhvatilo i određivanje karakteristika za 3D video sa različitim *streaming* metodama. Prva *streaming* metoda podrazumeva da su frejmovi prenošeni u originalnoj formi jedan-po-jedan frejm, ili pogled-po-pogled za *multiview* video, dok drugi pristup *streaming*-u podrazumeva da se vrši određeno spajanje pogleda, sekvencijalno (*sequential*, S) ili sa agregacijom (kombinovanjem, *combining*, C) frejmova.

Za karaketrizaciju videa i evaluaciju njegovih performansi često se koriste video trejsovi [23, 24, 25]. Osnovni metod karakterizacije prenosa videa podrazumeva statističku analizu veličine frejmova i kvaliteta frejmova video sekvenci. Statistička analiza video formata urađena je u [4] za 3D video sekvence. Ova osnovna analiza saobraćaja 3D videa ponovljena je i u ovom radu korišćenjem koda u *Python*-u napisanog za ovu svrhu. Statistička analiza za 3D video sekvence iz [4] je u ovom radu dalje proširena za *streaming* 3D videa sa agregacijom na nivou grupe slika (*Group of Pictures*, GoP). Takođe, u ovom radu urađena je i dodatna statistička analiza za pojedinačne tipove frejmova u okviru 3D videa: samo intrakodovani (I) frejmovi, samo prediktivno kodovani (P) i samo bidirekciono kodovani (B) frejmovi.

Jedan od pravaca istraživanja slike i videa prati prisustvo fraktalnih osobina u ovim signalima [26]. Posebno značajna fraktalna osobina koja je prisutna kod slike i videa je samosličnost (*self-similarity*), koja je našla primenu u obradi ovih signala, na primer samosličnost slika se koristi u fraktalnoj kompresiji [27]. U [28] je pokazano da saobraćaj u komunikacionim mrežama ima samoslično ponašanje i da čak ima pojave kašenjenja i gubitaka kao posledicu ove osobine. Takođe, u [29, 30] pokazano je da je samoslično ponašanje sa zavisnošću na dugom rasponu (*Long-Range Dependent*, LRD) razlog pojave eksplozivnosti (*burstiness*) u saobraćaju koji ima viši nivo nego srednji saobraćaj.

U ovom radu analizirana je fraktalna samosličnost 3D video reprezentacionih formata: *multiview* (MV) formata, frejm sekvencijalnog (*Frame Sequential*, FS) formata i frejm kompatibilnog (*Frame Compatible*, FC) *side-by-side* (SBS) formata.

Ovi rezultati su objavljeni u originalnom radu [31]. Za analizu fraktalne samosličnosti 3D video formata korišćene su grafička i rigoroznije statističke metode: metoda agregacije varijanse (*aggregated variance method*), R/S statistički metod (*R/S statistic method*) i metod više skala (*multiscale method*). Pokazana je fraktalna samoslična priroda 3D video formata korišćenjem *Hurst*-ovog parametra. Dobijene vrednosti pokazuju da 3D video sekvence pokazuju LRD ponašanje prilikom prenosa. Urađeno je i dodatno ispitivanje samosličnosti 3D video formata sa agregacijom frejmova. Dobijeni rezultati se mogu koristiti za efikasno modelovanje 3D videa, uzevši u obzir njegovu samosličnu prirodu [28, 32]. Prednost ovakve vrste modelovanja je mali broj parametara koji su potrebni za generisanje modela.

Primena fraktalnih osobina na karakterizaciju saobraćaja u mrežama nudi jednostavne modele, ali i ograničenja u verodostojnosti modela. Kako saobraćaj sa promenljivim bitskim protokom vodi do kreiranja strukture sa promenama na različitim skalama, detaljnija karakterizacija saobraćaja je moguća pomoću multifraktala [33, 34].

U ovom istraživanju urađena je karakterizacija 3D video formata korišćenjem multifraktalnih parametara primenom metode momenta i histogram metode. Prvi rezultati analize, multifraktalni spektri za *multiview* 3D video format primenom histogram metode objavljeni su u originalnom radu, [35]. Nastavak ovog rada bio je ispitivanje uticaja vrednosti kvantizacionih parametara na multifraktalne spektre izabranog formata. Ovi originalni rezultati objavljeni su u [36]. Kako histogram metoda određivanja multifraktalnog spektra ne koristi aproksimaciju, moguće je na osnovu određenog multifraktalnog spektra uraditi inverznu multifraktalnu analizu, koja podrazumeva izdvajanje dela originalnog signala sa izabranim vrednostima multifraktalnih parametara. Rezultati inverzne multifraktalne analize objavljeni su u originalnom radu [37] i za različite tipove frejmova u okviru video sekvenci u originalnom radu [38]. Poređenje multifraktalnog spektra *multiview* 3D i multifraktalnog spektra H.264 videa objavljeni su u [39].

Multifraktalna analiza je proširena sa ispitivanja *multiview* 3D video formata i na frejm sekvencijalni 3D format i frejm kompatibilni 3D *side-by-side* format. Ovi originalni rezultati objavljeni su u [40]. Multifraktalna analiza u ovom radu

obuhvatila je pored histogram metode i metodu momenta. Korišćenjem metode momenta određeni su multifraktalni spektri i generalizovane dimenzije različitih 3D video formata.

U ovom radu urađena je multifraktalna analiza pomoću obimne simulacije 3D video trejsova i pokazane su multifraktalne osobine 3D video reprezentacionih formata. Pokazano je da najizraženija multifraktalna priroda karakteriše MV video, dok je najmanje izražena za FS video. Detaljno je analiziran i deo multifraktalnog spektra koji pokazuje najveće promene u signalu i pojavu eksplozivnosti (*burstiness*). Pokazana je najveća eksplozivnost kod MV videa, a najmanja kod FS formata, dok među različitim pogledima MV videa, najveću eksplozivnost ima kombinovani pogled, zatim levi, a najmanju eksplozivnost karakteriše desni pogled. Ovi originalni rezultati objavljeni su u [40].

Detaljna multifraktalna analiza 3D video formata obuhvatila je i ispitivanje uticaja vrednosti kvantizacionih parametara kodera i uticaja tipa frejma u video sekvenci na multifraktalne osobine. Takođe, pored uobičajene metode emitovanja 3D videa, ispitane su i karakteristike 3D videa kada se koristi *streaming* metod sa agregacijom frejmova. *Streaming* metoda sa spajanjem primenjena je na MV i FS reprezentacione formate za agregaciju na nivou dva uzastopna frejma i na nivou frejmova u okviru jedne grupe slika. Ovaj *streaming* metod pokazao je značajno unapređenje karakteristika promenljivosti 3D video sekvenci pomoću multifraktalnih karakteristika, posebno za MV video u odnosu na FS video. U ovom radu pokazana je i veza između drugog parametra koji se često koristi za karakterizaciju saobraćaja koeficijenta varijacije (*Coefficient of Variation*, CoV) sa multifraktalnim karakteristikama.

Ovi originalni rezultati multifraktalne analize, mogu biti od pomoći za razvoj i unapređenje multifraktalnih modela saobraćaja mreže, [28, 34, 41, 33], za sve ispitivane 3D video formate. Konkretan multifraktalni model može biti određen ispitivanjem multifraktalnog spektra za poznate i lako generišuće multifraktalne signale kao što su binomijalna i multinomijalne kaskade [42, 43], u odnosu na multifraktalne spektre različitih 3D video formata koji su dati u ovom radu, pomoću dve različite metode, metode momenta i histogram metode. Takođe, za realizaciju odgovaraju-

ćeg modela mogu biti od koristi i vrednosti generalizovanih dimenzija koje su date u ovom radu.

Menadžment i kontrola video saobraćaja u današnjim i budućim aplikacijama u širokom rasponu različitih mreža [44, 17, 45], mogu biti unapređeni uzevši u obzir detaljnu karakterizaciju 3D video reprezentacionih formata koja je data u ovom radu. Takođe, uzevši u obzir veliku varijabilnost ispitivanih 3D video formata, za praktičnu primenu, određene tehnike menadžmenta propusnog opsega su neophodne, kao što su uravnavanje saobraćaja (*traffic smoothing*) [46, 19, 47] i statističko multipleksiranje [48, 49, 50]. Ovo su takođe oblasti gde originalni rezultati dati u ovom radu mogu biti od koristi.

Ova disertacija je podeljena na sedam poglavlja. Posle uvodnih napomena, u Poglavlju 2 dat je pregled 3D video reprezentacionih formata i pregled delova 3D video sistema koji u velikoj meri zavise od 3D video formata, počevši od zapisivanja po do prikazivanja 3D video sadržaja. U Poglavlju 3 date su osnove video trejsova, njihova struktura, generisanje i korišćenje, kao i podaci o korišćenim video trejsovima 3D video signala. U ovom poglavlju urađena je i osnovna statistička analiza saobraćaja i analiza kvaliteta 3D video reprezentacionih formata. U Poglavlju 4 opisane su osnove kompleksnih sistema, date osnovne karakteristike ovih sistema i nabrojane mogućnosti primene. Originalni rezultati fraktalne samosličnе analize 3D video formata, sa objašenjenjima korišćenih metoda, dati su u Poglavlju 5. Multifraktalna karakterizacija 3D video formata i rezultati ove originalne analize dati su u Poglavlju 6. Detaljno su izloženi rezultati urađenih simulacija, uz prikaz algoritama korišćenih metoda. Završne napomene sa posebnim akcentom na doprinose ovog rada date su u Poglavlju 7. Najznačajni kodovi za ovo istraživanje, napisani u programima *Python* i *Matlab*, dati su u celosti u Prilozima.

Poglavlje 2

3D video formati

Trodimenzionalni (3D) video je video koji kod posmatrača stvara osećaj dubine. Ovo je noviji format videa čije prisustvo u sistemima ide od početnih primena za bioskop i televiziju do savremenih za mobilne korisnike i prenos kroz IP mreže. 3D video sadržaji se velikim delom odnose na filmsku industriju, ali obuhvataju i video sadržaj sportskih događaja, video sadržaj specijalnih namena za medicinu ili vojsku, 3D video kulturnih i istorijskih lokacija.

Za efikasno kreiranje, prenos i prikazivanje 3D video sadržaja u okviru određenog sistema kao što je digitalni prenos videa (*Digital Video Broadcasting*, DVB) ili prenos preko interneta, potrebni su precizno definisani formati videa. Formati za 3D video u velikoj meri određuju delove video sistema, pri čemu se vodi računa da 3D video format bude usklađen sa već postojećim sistemima za video (*backward compatibility*).

2.1 Klasifikacija 3D video formata

3D video formati mogu se klasifikovati na osnovu broja video sekvenci na video formate sa jednom ili na formate sa više video sekvenci. U video formate sa jednom video sekvencom spadaju frejm kompatibilni (*Frame Compatible*, FC) 3D video i frejm sekvencijalni (*Frame Sequential*, FS) 3D video, dok se video format sa dve ili više video sekvenci označavaju kao *multiview* (MV) 3D video format. Pored video sekvenci, video formati mogu da sadrže i dodatne podatke o dubini scene, pa se ovi formati označavaju sa *Video Plus Depth* (VPD).

Pored klasifikacije na osnovu broja sekvenci, dodatna podela 3D video formata je napravljena na osnovu kodovanja videa, koje u velikoj meri zavisi i od broja video sekvenci u videu. Efikasno kodovanje videa, posebno 3D videa, je izuzetno važno zbog velike količine podataka koja karakteriše ovaj signal. Tradicionalni video koderi mogu da se koriste za 3D video formate sa jednom video sekvencom: frejm kompatibilni 3D video i frejm sekvencijalni 3D video, dok se za 3D video formate sa više od jedne video sekvence (*multiview* 3D video) mogu koristiti *multiview* koderi.

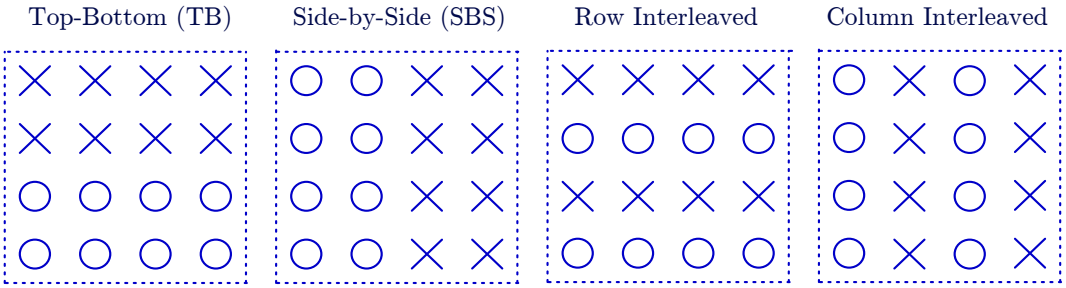
2.1.1 3D video formati sa jednom video sekvencom

U 3D video formate sa jednom video sekvencom spadaju frejm sekvencijalni (*Frame Sequential*, FS) 3D video i frejm kompatibilni (*Frame Compatible*, FC) 3D video.

Frejm kompatibilni 3D video formati su formati sa dva pogleda na scenu (stereo video formati) gde su frejmovi iz pojedinačnih pogleda multipleksirani u jedan jedinstveni kodovani frejm. U okviru ovog formata pola odbiraka odgovara levom pogledu 3D videa, dok druga polovina odgovara desnom pogledu, što znači da svaki od pogleda ima polovinu pune rezolucije frejma, [1, 6, 7].

Postoji više različitih pakovanja odbiraka iz levog i desnog pogleda u jedninstveni frejm. Tipična pakovanja pogleda frejm kompatibilnih formata su: podela rezolucije na dva dela, interliving (naizmenično smenjivanje) levog i desnog pogleda i pakovanje po principu šahovske table. Podela rezolucije frejm kompatibilnih formata na dva dela podrazumeva horizontalnu podelu rezolucije u okviru frejma, što se označava kao *Side-by-Side* (SBS) format, i veritkalnu podelu rezolucije karakterističnu za *Top-Bottom* (TB) format. Pakovanja levog i desnog pogleda u jedinstveni frejm moguće je se interlivingom po kolonama *Column Interleaved* format, ili redovima *Row Interleaved*, dok je naizmenično smenjivanje levog i desnog pogleda po kolonama i redovima označeno kao *Checkerboard* format. Različita pakovanja frejm kompatibilnih formata su ilustrovana na Slici 2.1.

Frejm kompatibilni video formati mogu da se koduju postojećim koderima, prenose postojećim kanalima i dekoduju postojećim prijemnicima uz prikazivanje na odgovarajućim ekranima. Mana ovog principa je što će ili prostorna ili vremenska



Slika 2.1: Princip pakovanja frejma za frejm kompatibilne 3D video formate, (Slika nacrtana po uzoru na sliku u A. Vetro, T. Wiegand, and G. J. Sullivan, Overview of the stereo and multiview video coding extensions of the H.264/MPEG-4 AVC standard, [7]).

rezolucija biti umanjena, ali se ipak smatra da je ovaj kvalitet dovoljan za inicijalne servise.

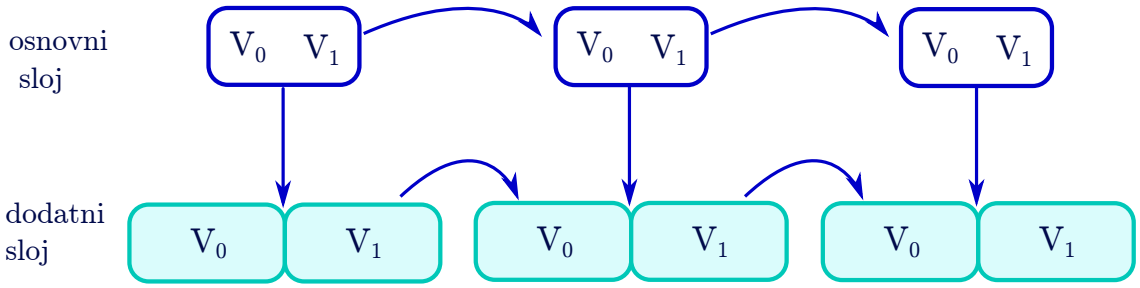
Frejm kompatibilni formati mogu da, bez bilo kakvih izmena, funkcionišu u postojećoj infrastrukturi i sa već postojećim video dekoderima. Da bi se ova vrsta formata dalje unapredila, H.264/AVC (*Advanced Video Coding*) standard uveo je dodatne inofrmacije za poboljšanje (*Supplemental Enhancment Information*, SEI) koje omogućavaju signalizaciju o korišćenim frejmovima, kao i informacije o vezi pojedinačnih pogleda. Dekoder primenom SEI poruka automatski prepoznaje format i vrši odgovarajuće procesiranje. Ove informacije dekoder može dalje da šalje do prijemnika ili ekrana.

Frejm kompatibilne metode mogu da omoguće lakšu realizaciju 3D servisa do kuće korisnika, ali imaju manu u vidu smanjene rezolucije, a time i smanjenog kvaliteta 3D percepcije. U skorije vreme je predloženo nekoliko metoda za proširenje FC formata na punu rezoluciju. Ove metode osiguravaju kompatibilnost sa već postojećim FC 3D servisima.

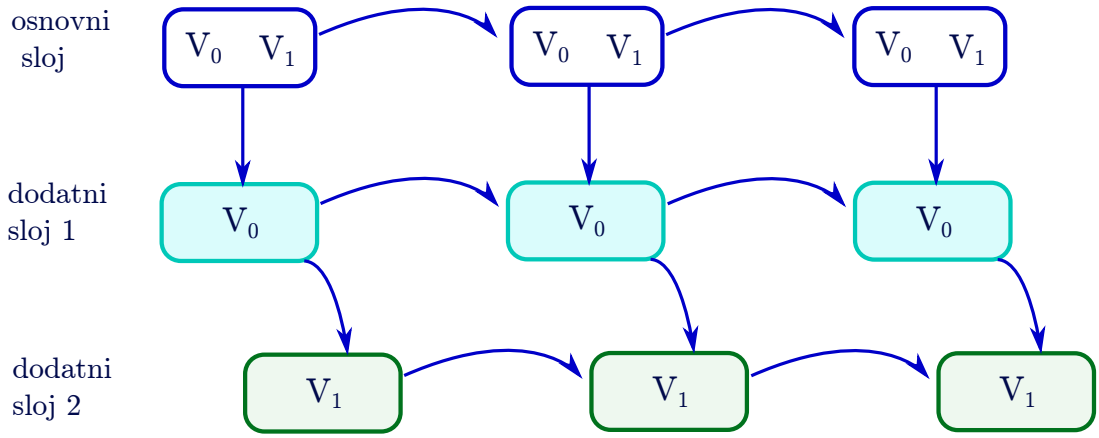
Jedna od najjednostavnijih metoda za proširenje rezolucije je korišćenjem skalabilnog video kodovanja (*Scalable Video Coding*, SVC) koje predstavlja ekstenziju H.264/AVC standarda. Na primer, moguće je koristiti prostorno skalabilno kodovanje na SBS FC formatu za postizanje pune rezolucije. Ovaj princip prikazan je na Slici 2.2.

Alternativni metod, takođe baziran na skalabilnom video kodovanju, podrazumeva korišćenje i vremenske i prostorne komponente, pri čemu se samo jedan pogled

postavlja na punu rezoluciju pomoću prostorne skalabilnosti, dok drugi koristi vremensku skalabilnost. Ovaj princip je ilustrovan na Slici 2.3. Ovaj metod podseća na kodovanje koje se koristi u MVC ekstenziji, pošto drugi pogled može da koristi i vremensku i *interview* predikciju. Ipak, ovaj pogled ne može da iskoristi moguću redundansu koja postoji u osnovnom sloju sa manjom rezolucijom. Odnosno, ovaj metod žrtvuje prostornu redundantnost u korist *interview* redundanse. Obe metode za povećanje rezolucije imaju ograničenja i tek će se pokazati najbolja opcija za složenije verzije formata [16].



Slika 2.2: Puna rezolucija frejm kompatibilnog formata pomoću SVC i prostorne skalabilnosti, (Slika nacrtana po uzoru na sliku u A. Vetro, A. M. Tourapis, K. Müller, T. Chen, 3D-TV content storage and transmission, [16]).



Slika 2.3: Puna rezolucija frejm kompatibilnog formata pomoću SVC i kombinacije prostorne i vremenske skalabilnosti, (Slika nacrtana po uzoru na sliku u A. Vetro, A. M. Tourapis, K. Müller, T. Chen, 3D-TV content storage and transmission, [16]).

Frejm sekvencijalni video formati nastaju kodovanjem pojedinačnih pogleda 3D videa po principu koji se koristi za kodovanje klasičnog videa sa jednom video sekvencom u punoj rezoluciji. Ovako dobijeni frejmovi se međusobno učešljavaju formirajući jednu video sekvencu, [1, 6, 7].

2.1.2 Multiview 3D video format

Video koji sadrži dva ili više pogleda na istu scenu, gde je svaki pogled jedna video sekvenca, označava se kao *multiview* 3D video. Za razliku od frejm kompatibilnog 3D video formata, ovde svaki od frejmova ima punu visoku rezoluciju (*High Definition*, HD), [1, 2, 7, 8].

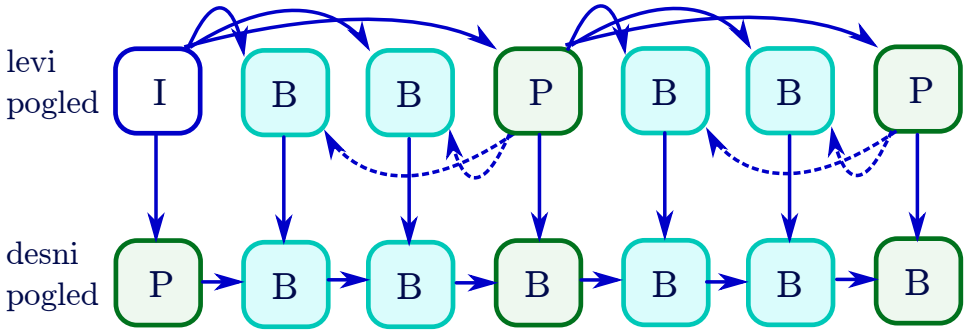
Više video sekvenci u okviru videa dovodi do značajnog povećanja količine podataka, odnosno potrebnog propusnog opsega za prenos. Kodovanje pojedinačnih video sekvenci stereo/*multiview* videa moguće je korišćenjem *state-of-the-art* video koderima, kao što je to H.264/AVC [51]. Ovo rešenje se označava kao *simulcast*. Pojedinačno nezavisno kodovanje video sekvenci u 3D videu olakšava postupak izračunavanja i procesiranja, a omogućava i korišćenje u sistemima sa 2D videom, po principu osnovnog sloja. Mana ovakvog postupka kodovanja je što redundantnost između pojedinačnih pogleda, *interview redundancy*, na istu scenu nije iskorišćena, čime je značajno smanjena efikasnost kodovanja.

Radi smanjenja količine podataka *multiview* 3D videa, prilikom njegovog kodovanja pored vremenske i prostorne redundantnosti unutar jednog pogleda na scenu, iskorišćena je i *interview* redundantnost koja u velikoj meri postoji između pogleda. Na ovaj način potrebno povećanje propusnog opsega, u slučaju dva pogleda, je svedeno na 50% [52].

Koncept sa *interview* predikcijom uključen je u H.264/AVC standard kao amandman i označen sa *multiview* video kodovanje (*Multiview Video Coding*, MVC), [51, 7]. U okviru ovog kodovanja, za referentne frejmove koriste se intrakodovani (*intra-coded*) (I) frejmovi, prediktivni (*predictive*) (P) frejmovi i bidirekcioni (*bi-directive*) (B) frejmovi, kao što je prikazano na Slici 2.4. U slučaju *multiview* kodovanja frejmovi se koriste kao referentni na osnovu vremenske i prostorne zavisnosti, kao što je to slučaj i kod videa sa jednom video sekvencom, ali se dodatno koristi i zavisnost između pojedinačnih pogleda na istu scenu.

Dizajn MVC podrazumeva obavezno postojanje osnovnog pogleda, koji se može jednostavno izdvojiti i dekodovati i u sistemu sa 2D videom, pri čemu se osnovni sloj identifikuje na osnovu sintakse u *Network Abstraction Layer* (NAL) jedinici [8, 3].

Multiview kodovanje je izabrano za standard od strane *Blu-Ray Discs* asocijacije,



Slika 2.4: Ilustracija *interview* predikcije, (Slika nacrtana po uzoru na sliku u A. Vetro, T. Wiegand, and G. J. Sullivan, Overview of the stereo and multiview video coding extensions of the H.264/MPEG-4 AVC standard, [7]).

kao format kodovanja za 3D video.

2.1.3 3D video formati sa podacima o dubini

3D video formati koji pored jedne ili više video sekvenci sadrže i dodatne podatke o dubini označavaju se kao video formati sa dubinom (*Video Plus Depth*, VPD). Dodatni podaci o dubini smeštaju se na mapu na osnovu vrednosti rastojanja tačke na sceni u ravni slike na kameru. Ova koordinata je označena sa z, pa se ova matrica dubine označava i kao z matrica [53].

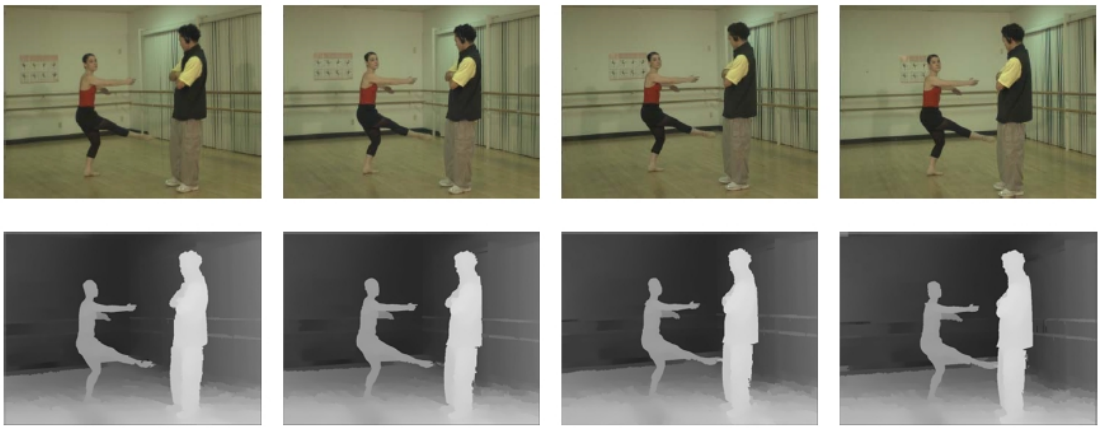
Mapa dubine je *grayscale* slika gde svaki piksel ima vrednost zavisnu od rastojanja. Ovo rastojanje se ograničava na opseg $[z_{near}, z_{far}]$, čije granice odgovaraju najbližoj i najudaljenijoj tački na sceni. Vrednosti na mapi dubine se obično koduju sa 8 bita, pa z_{near} odgovara vrednosti 255, a z_{far} vrednosti 0. Par video slike i podataka o dubini dat je na Slici 2.5. Količina podataka ovog 3D video formata se uvećava za samo 15% do 20% dodavanjem podataka o dubini zbog male rezolucije senzora za dubinu [52].

Korišćenje matrice dubine u značajnoj meri olakšava kreiranje veštačkih pogleda na scenu, ali je kreiranje preciznih vrednosti dubine veoma kompleksno. Prednost videa sa dubinom je direktna kompatibilnost sa postojećim 2D sistemom.

3D video formati sa više video sekvenci i podacima o dubini označavaju se sa (*Multiview Video Plus Depth*, MVPD). U ovom formatu svakom od pogleda je pridružena mapa dubine kao što je to ilustrovano na Slici 2.6.

Video sa više video sekvenci ima značajno veću količinu podataka, pa je radi

Slika 2.5: Video i odgovarajući par podataka o dubini, (A. Smolic, 3D video and free viewpoint video – from capture to display, [54])



Slika 2.6: Multiview video sa odgovarajućim parovima podataka o dubini, (A. Smolic, 3D video and free viewpoint video – from capture to display, [54]).

poboljšanja ove karakteristike kreiran i slojeviti video format sa dubinom (*Layered Video Plus Depth*, LVPD), gde su podaci slike iz različitih pogleda i podaci dubine iz različitih pogleda postavljeni u slojeve sa ciljem smanjenja redundantnosti. Informacija iz slika se smanjuje tako što se slike iz različitih pogleda projektuju jedna na drugu i eliminiše se sadržaj koji se ponavlja, [55]. Ovaj postupak se ponavlja i za podatke o dubini. Pored glavnih slojeva kreiraju se i dodatni podaci o zaklonjenim elementima scene u domenu slike i u domenu dubine. Primer slojevitog videa sa dubinom i podacima o zaklonjenosti dat je na Slici 2.7. Količina podataka je značajno smanjena u slučaju slojevitog 3D videa sa dubinom, ali je metod još uvek u razvoju i veoma podložan greškama.

Slika 2.7: Slojeviti video format sa dubinom i podaci o zaklonjenosti, (A. Smolic, 3D video and free viewpoint video – from capture to display, [54]).

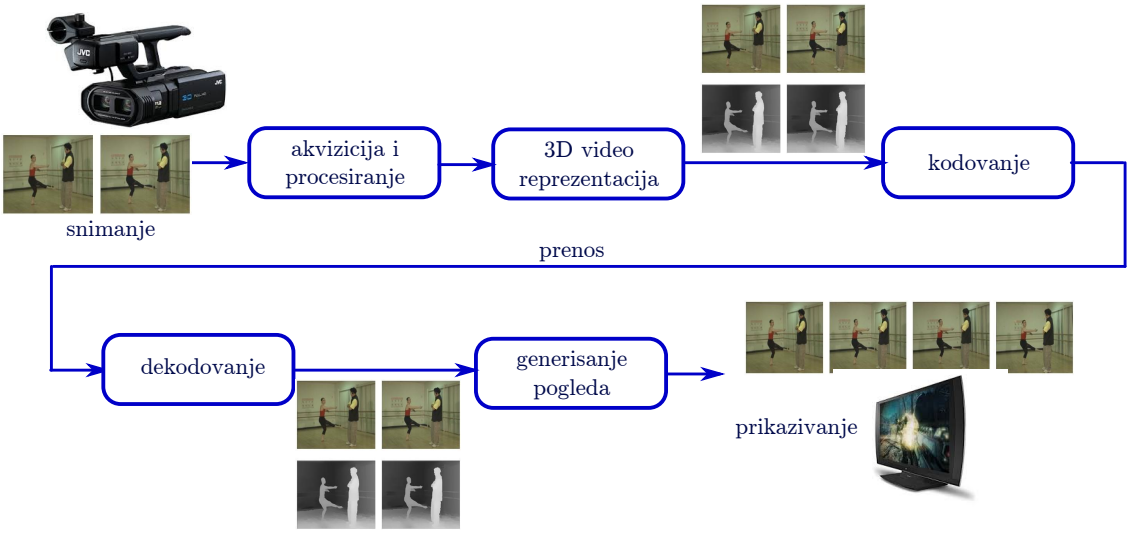
2.2 3D video lanac: od kreiranja do prikazivanja

Sistem za prenos 3D videa obuhvata: akviziciju i procesiranje, kao i 3D video reprezentaciju i kodovanje na strani predajnika, prenos kroz sistem, pa dekodovanje, generisanje pogleda (*rendering*) i prikazivanje na strani prijemnika. Blok-šema sistema je prikazana na Slici 2.8. 3D video lanac zavisi od svakog pojedinačnog bloka, zbog velike korelacije između delova. Centralnu ulogu u lancu ima izabrani reprezentacioni format 3D videa, koji u velikoj meri određuje sve ostale module u sistemu.

Kako 3D video karakteriše velika količina podataka, visoka efikasnost kodovanja je neophodna, što dalje postavlja ograničenja na ceo sistem u smislu zahtevanih bitskih brzina za prenos, kvaliteta servisa (*Quality of Service*, QoS) i tipa prijemnika (fiksni, mobilni). Važno je i da se omogući da 3D sistem bude kompatibilan sa postojećim 2D video sistemima, na primer 3DTV sa HDTV sistemom.

2.2.1 Akvizicija i procesiranje

U smislu kreiranja 3D videa, reprezentacioni formati se mogu podeliti na formate zasnovane na slici (*image-based*), formate zasnovane na geometriji (*geometry-based*)



Slika 2.8: Blok-šema 3D video sistema, (Slike frejmova preuzete iz A. Smolic, 3D video and free viewpoint video – from capture to display, [54]).

i 3D formate na čije predstavljanje utiču i slika i geometrija.

Za kreiranje 3D formata zasnovanih na slici koriste se isključivo realno prisutne kamere, bez korišćenja geometrije. Pojedinačni pogledi 3D videa na istu scenu dobijaju se sa postavljenih kamera, a interplacijom njihovih video sekvenci moguće je dobijanje dodatnih pogleda, [56]. Ovakav pristup kreiranju 3D videa omogućava veliki kvalitet dobijenih sekvenci, posebno sa povećanjem brojem korišćenih kamera. Mana ovog sistema je ogromna količina podataka koja se dobija i velika frekvencija odabiranja koja značajno povećava posao u procesiranju. Smanjenjem broja postavljenih kamera procesiranje se pojednostavljuje, međutim pojavljuje se više problema prilikom interpolacije, kao što su smetnje usled zaklonjenosti na slikama (*occlusion artifacts*), što umanjuje kvalitet kreiranog videa. Pored velikog procesiranja, problemi u sistemu sa više kamera su i kalibracija i sinhronizacija samih kamera. Ovakva tehnika reprezentacije i kreiranja 3D videa pomoću više kamera, označava se i kao *light-field* ili *Ray-Space* [54].

3D video formati zasnovani na geometriji kreiraju se zahvaljujući modelu 3D mreže (*3D mash*), koji je veoma zastupljen u računarskoj grafici. U ovom sistemu, realni objekti na sceni se mapiraju korišćenjem 3D mreže koja pokriva objekat. Ovakav princip omogućava veoma kvalitetno kreiranje dodatnih pogleda na scenu. Mana modela zasnovanog na geometriji je potreba za preciznim i detaljnim 3D

opisom objekata i scene [54, 9].

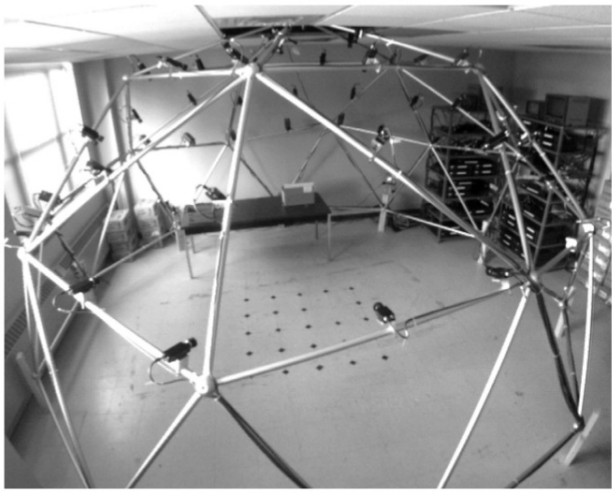
3D video reprezentacioni formati koji su zasnovani na slici i geometriji podrazumevaju kreiranje video zapisa pomoću kamera i dodatne informacije o geometriji. Geometrijski podaci scene ne moraju biti u obliku 3D mreže već mogu biti u obliku mape sa dubinom ili *disparity* mape. Ovakvi formati se označavaju kao *multiview* 3D video sa dubinom ili slojeviti video sa dubinom. Kreiranje dodatnih pogleda na sceni u ovom sistemu se postiže pomoću *Depth Image Based Rendering*, (DIBR), [56].

Slika 2.9: Beleženje dubine 3D scene pomoću projekcije šeme, (L. Onural, 3D Video Technologies: An Overview of Research Trends, [57]).

U sistemu za kreiranje 3D videa koji kombinuje sliku i geometriju, uz video kamere koriste se i projektori za struktuirano svetlo ili senzori za dubinu, čiji je zadatak da zabeleže geometriju scene, [58, 57]. U sistemima sa struktuiranim svetlom koristi se projektor čiji je zadatak da generiše poznati kontrolisani dizajn na 3D scenu, koja se snima. Obično je struktura koja se projektuje neka vrsta mreže ili rešetke. Primer projektovane stukture dat je na Slici 2.9. U sistemu sa više kamera i senzorima za dubinu primenjuje se princip sličan onom u radarskoj tehnici, gde se emituje svetlo, meri vreme njegovog putovanja, a zatim procenjuje dubina. Ovakve kamere sa senzorima za dubinu označavaju se kao *Time-of-Flight* (ToF) kamere, [59]. Ovi senzori direktno generišu mapu dubine, ali tipično imaju relativno nisku rezoluciju i ose-

tljivi su na šum i temperaturu. Precizno generisanje podataka o dubini je ograničeno zaklonjenim delovima scene.

Slika 2.10: Linijsko postavljanje 3D video kamera, (A. Smolic, 3D video and free viewpoint video – from capture to display, [54]).



Slika 2.11: Postavka 3D video kamera u obliku kupole, (L. Rocha, L. Gonçalves, An Overview of Three-Dimensional Videos: 3D Content Creation, 3D Representation and Visualization, [56]).

Postavljanje više kamera u prostoru ima praktična ograničenja, koja zavise i od tipa scene koja se snima. Neke od postavki su: kamere u formi kupole ili linijski postavljene kamere. Primeri postavki kamera su ilustrovani na Slici 2.10 i Slici 2.11. Postavljanje kamera u formi kupole nudi veliku slobodu i dobar kvalitet za izbor uglova prilikom kreiranja veštačkih pogleda na scenu, ali je realizacija veoma zahtevna. Ovakav sistem se koristi za kontrolisana snimanja u zatvorenom prostoru i za eksperimente. Kružna postavka kamera se koristi i za sportske događaje.

(a)

(b)

Slika 2.12: Primeri steroskopskih 3D video kamera: (a) *Panasonic* HDC-Z10000 3D video kamera, ([http://www.panasonic.com/business/provideo/HDC-Z10000.asp]), (b) *Sony* PMW-TD300 3D video kamera, ([http://www.bhphotovideo.com/c/product/827099-REG]).

Za komercijalne primene, posebno važnu kategoriju čini snimanje stereoskopskog 3D videa, odnosno snimanje dva pogleda na scenu koja odgovaraju očima gledaoca, [60]. Produkcija visokokvalitetnog stereoskopskog 3D signala je veoma složena. Ključnu ulogu igra postavka kamera na odgovarajuće rastojanje na osnovnoj liniji. Nekada je ova osnovna linija kamera premala da bi se fizički postavile dve kamere, pa je potrebno korišćenje ogledalskih prstenova koji omogućavaju podelu svetlosti među kamerama, [54]. Primeri 3D video kamera dati su na Slici 2.12, dok je sistem sa dve kamere i podelom svetlosti na dve kamere na malom rastojanju dat na Slici 2.13.

Slika 2.13: 3D BX4 stereoskopski *beam-splitter* sa RED *Epic* kamerama, (R. Zone, Spatial plasticity: Dual-camera configurations and variable interaxial, [61]).

Implementacija i postavka sistema sa više kamera i eventalno prisutnih senzora za dubinu je kompleksan postupak, koji podrazumeva i veliku količinu periferne opreme. Zabeleženi snimak ide dalje na procesiranje koje podrazumeva korekciju slike i 3D rekonstrukciju. Formati koji su isključivo zasnovani na slici nemaju deo za 3D rekonstrukciju [54]. Korekcija kreirane slike procesiranjem obuhvata postpuke: korekciju boje, balansiranje belog sadržaja, normalizaciju, ispravljanje, segmentaciju, korekciju distorzije sočiva, kalibraciju kamere. U okviru 3D rekonstrukcije radi se kreiranje 3D mreže objekata na sceni na osnovu geometrije, pomoću različitih metoda kao što su: zapreminski *voxel* model, oblik na osnovu siluete, oblik na osnovu fokusa, oblik na osnovu senke. Posebnu kategoriju predstavljaju *multiview* video sa dubinom i slojeviti video sa dubinom koji sadrže odvojene matrice sa podacima o dubini dobijene senzorima. Kreiranje oblika na sceni pomoću ovih metoda je veoma složeno, ali nudi veliki potencijal za razvoj i primenu, zbog mogućeg kreiranja veštačkih pogleda na scenu bez ogromnog povećanja u količini podataka.

Korišćenje dve ili više kamera za kreiranje 3D video sadržaja je najčešći princip, međutim velika količina već postojećeg video sadržaja sa jednim pogledom dovela je do želje za konverzijom 2D u 3D video [62]. Rezultat konverzije ima lošije karakterstike u kvalitetu videa i preciznosti predstave scene, ali je korišćenjem razvijenih metoda omogućen. Najviše korišćeni metod za kreiranje 3D sadržaja pomoću jedne kamere se označava kao struktura na osnovu pokreta (*Structure-from-Motion*, SfM), koji podrazmeva dosta pomeranja za objekat i kameru. Ovaj metod je glavni kandidat za konverziju 2D videa u 3D. Ostale metode, poput oblika na osnovu teksture, oblika na osnovu senke i druge, su više rezervisane za kontrolisana 3D okruženja i kreiranje 3D oblika. Krajnji cilj je da se omogući automatska konverzija 2D videa u 3D video, međutim za sada su intervencija i ućešće čoveka neophodni.

2.2.2 Kodovanje i transport 3D videa

Da bi se obezbedio uspešan prenos kroz različite komunikacione sisteme i omogućila njihova usklađenost, potrebni su internacionalni standardi. Ogranizacije ITU-VCEG (*International Telecommunication Union - Video Coding Experts Group*) i ISO-MPEG (*International Organization for Standardization - Moving Picture Experts*

Group) objavile su veliki broj potrebnih standarda u oblasti digitalnih medija, a u novije vreme i standarde za 3D video [51]. Količina podataka za 3D video je veoma velika, usled više video sekvenci, pa je efikasno kodovanje 3D videa neophodno za uspešan prenos [6, 63].

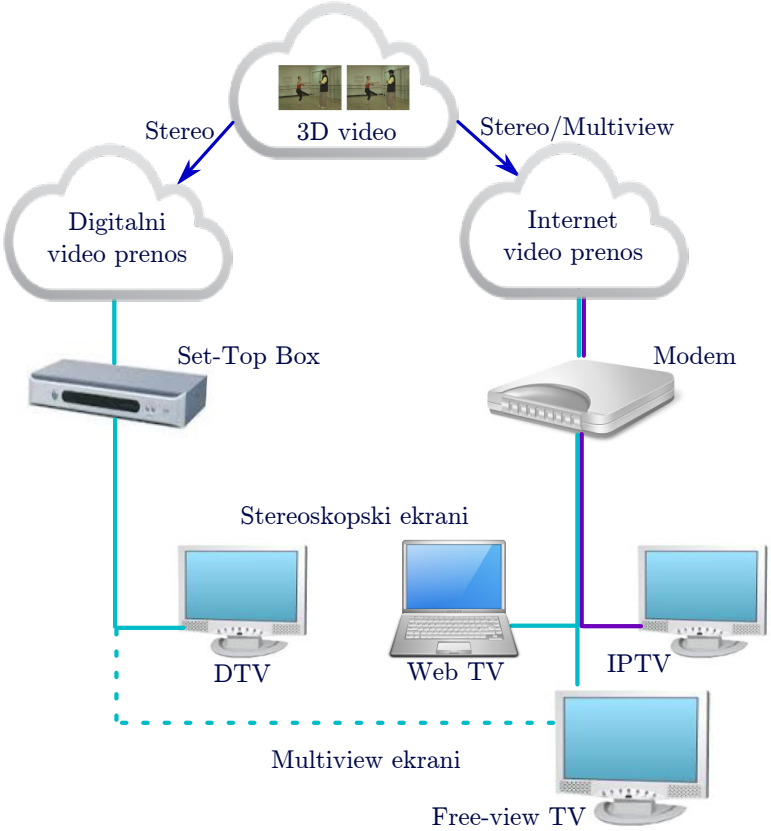
Za prenos 3D videa sa jednom video sekvencom, frejm kompatibilnog 3D videa, potrebno je uraditi kodovanje sa standardnim koderom koji se koriste za 2D video, kao što je H.264/AVC (*Advanced Video Coding*) koder. Frejm kompatibilni format je na taj način, bez izmena u sistemu za prenos, moguće prenositi u sistemu za digitalnu televiziiju (*Digital Television*, DTV). U ovim sistemima najčešće se koristi *side-by-side* ili *top-bottom* pakovanje video frejmova sa smanjenom rezolucijom u jedan 3D video frejm.

Napredniji sistem kodovanja, kreiran specijalno za 3D video, je *multiview* video kodovanje (*Multiview Video Coding*, MVC). Ovaj sistem kodovanja koristi redundantnost između različitih pogleda na scenu, značajno smanjujući količinu informacija. Ovaj sistem kodovanja je standardizovan kao MVC amandman na H.264/AVC sistem kodovanja. Poseban slučaj *multiview* videa je video sa dva pogleda (stereoskopski video), koji je uključen u specifikacije za *Blu-Ray* 3D. Prilikom kodovanja stereoskopskog videa, levi pogled na scenu se uzima kao osnovni pogled, dok se desni pogled koduje u odnosu na levi.

Podrška za 3D video formate sa dubinom obezbeđena je od strane standarda sa oznakom MPEG-C *Part* 3. Ovaj format na strani prijemnika zahteva sintezu dodatnih pogleda na scenu. Ovaj sistem nudi veću slobodu izbora pogleda, ali je u trenutnom stepenu razvoja ograničen sa većom količinom grešaka. Podrška i razvoj videa sa dubinom je trenutno u razvoju, zbog veoma obećavajućih karakteristika ovog formata.

Jedan od glavnih izazova za uspešno dopremanje 3D video sadržaja do klijenta, bilo kroz *broadcast* ili sisteme na zahtev, bilo do kuće ili do mobilnih korisnika je sam transport 3D videa [64]. Dva glavna sistema za prenos 3D videa su sistem digitalne televizije i IP sistem. Ilustracija prenosa 3D videa kod ova dva sistema data je na Slici 2.14.

Klasičan sistem digitalne televizije može da podrži prenos jedne video sekvence,



Slika 2.14: Ilustracija transorta 3D videa u DTV i IP sistemima, (Slika nacrtana po uzoru na sliku u G. Gürler, B. Görkemli, G. Saygili, A. Tekalp, Flexible transport of 3D video over networks, [52]).

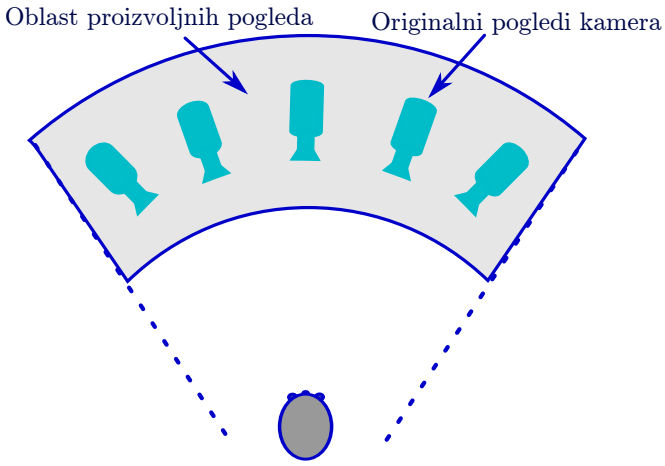
ali za efikasan transport više video sekvenci sa ili bez dodataka mape sa dubinama IP sistem nudi više mogućnosti i veću fleksibilnost. IP sistem za prenos 3D videa može se koristiti samostalno ili u kombinaciji sa DTV. IP sistem omogućava prenos u kombinaciji sa fiksnim i bežičnim mrežama, nudi različite brzine i cene servisa zavisno od konkretnog korisnika, nudeći servise sa zagarantovanim kvalitetom (IPTV) ili servise sa najboljim pokušajem *best-effort* (WebTV). Takođe, u IP sistemu moguća je podrška za *server-client* (*unicast*) ili *peer-to-peer* (P2P) (*multicast*) arhitekture prenosa. Ovako velike mogućnosti IP sistema obezbedile bi da 3D video prenos ima skalabilnost brzine prenosa, skalabilnost rezolucije, promenljivost broja pogleda na 3D scenu i na taj način ga pripremile za uspešan prijem u sistemima različitog propusnog opsega, različite cene i različitog tipa i veličine ekrana, kao što je to slučaj za mobilne i kućne prijemnike. Ovaj princip je trenutno u razvoju kroz projekte kao

što su DIOMEDES projekat skoncentrisan na 3D P2P distribucioni sistem [65].

2.2.3 Vizuelizacija 3D videa: generisanje pogleda i prikazivanje

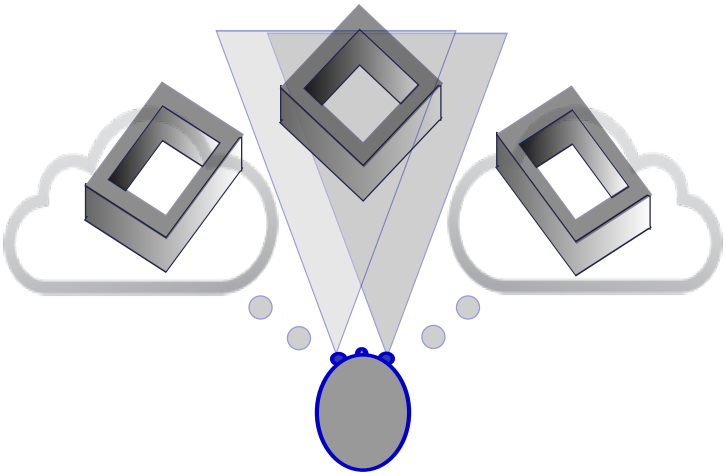
Postupak koji se označava kao *rendering* podrazumeva kreiranje dodatnih veštačkih pogleda na 3D video scenu, na osnovu postojećih video sekvenci ili na osnovu video sekvenci i podataka o dubini u okviru 3D video reprezentacionog formata, [54, 66, 60].

U sluačaju 3D videa sa podacima o dubini koristi se postupak *Depth Image Based Rendering*, (DIBR), [66]. Ovaj postupak podrazumeva kreiranje virtuelne slike na osnovu snimljene slike u boji, mape sa dubinama i podataka o kalibraciji kamere, gde se proizvoljni piksel slike projektuje na 3D prostor, a zatim nazad na proizvoljnu virtuelnu ravan kamere. Kvalitet kreirane slike zavisi od podataka o dubini. Sintetizovani pogled neće biti idealan zbog pojavljivanja zaklonjenih objekata na sintetizovanom pogledu, ali se ovaj problem do neke mere može rešiti interpolacijom i popunjavanjem delova koji nedostaju. Povećanjem broja realnih video pogleda, kvalitet sintetizovanih pogleda se poboljšava i opseg dodatnih uglova za sintezu pogleda na scenu raste. Ilustracija oblasti za sintetizovane poglede u odnosu na realno postavljene kamere dat je na Slici 2.15.



Slika 2.15: Oblast generisanja veštačkih pogleda u odnosu na originalne poglede, (Slika nacrtana po uzoru na sliku u A. Smolic, 3D video and free viewpoint video – from capture to display, [54]).

Nakon što je postupak kreiranja sintetizovanih pogleda završen 3D video sadržaj stiže na ekran. Zadatak 3D ekrana je da uspešno prezentuje različite poglede 3D videa na levo i desno oko gledaoca. Ako je stereo par uspešno kreiran u mozgu posmatrača stvara se utisak dubine i prostora u posmatranoj sceni. Ovaj princip je ilustrovan na Slici 2.16. Osnovna podela 3D video ekrana je na stereoskopske i auto-stereoskopske ekrane [67, 68].



Slika 2.16: Ilustracija kreiranja slike sa dubinom u mozgu posmatrača.

Slika 2.17: 3D video naočari sa principom razdvajanja boje, polarizacije i zastora, ([http://3dvision-blog.com/4124-anaglyph-shutter-polarized-glasses-or-autostereoscopic-3d-solution/]).

Stereoskopski ekrani podrazmevaju korišćenje naočara od strane posmatrača. U prvobitnim verzijama, koje su bile lošijeg kvaliteta, podela dve slike na oči posmatrača se vršila na osnovu razdvajanje boje (*Anaglyph*), dok novije, bolje verzije koriste principe polarizacije ili zastora. Kod sistema sa polarizacijom 3D ekran emituje različito polarizovani sadržaj za obe slike istovremeno, a razdvajanje na osnovu polarizacije obavljaju naočare. U slučaju emitovanja 3D sadržaja tako da su slike namenjene za svako oko vremenski razdvojene, zadatak naočara sa zastorima je da

pokažu samo odgovarajuću sliku u pratećem trenutku. Primeri 3D video naočara dati su na Slici 2.17.

U slučaju auto-stereoskopskih 3D ekrana razdvajanje slika 3D sadržaja za oči posmatrača obavlja sam ekran i naočari nisu potrebne, što je ugodnije za gledanje. Mana ovog sistema je što je osetljiviji na greške koje nastaju sa pomeranjem posmatrača i okretanjem glave u različitim pravcima ispred ekrana. Razdvajanje slika iz različitih pogleda sa ciljem da stereoskopska slika stigne razdvojeno na oči posmatrača obavlja se pomoću lentrikularnog lista ili pomoću paraleksnih prepreka.

Poglavlje 3

Video saobraćaj pomoću video trejsova

Video trejs dokumenti se često koriste za evaluaciju kodovanog videa. Ovi dokumenti sadrže podatke o digitalnom videu na nivou frejma. Karakteristike video saobraćaja i karakteristike kvaliteta kodovanog videa variraju sa promenom parametara kodovanja. Za ispitivanje efikasnosti kodovanja često se koriste kratke test video sekvence, dok je za ispitivanje saobraćaja potrebno koristiti video sekvence dužeg trajanja, tipično 30 do 60 minuta. Takođe, za efikasnu karakterizaciju potrebno je ispitivati širok opseg žanrova i tipova video sadržaja u zavisnosti od namene.

3.1 Parametri digitalnog videa

Digitalni video sadrži video frejmove (slike) koje se emituju sa određenom brzinom frejmova, *frame rate*, f. Po *Phase Alternating Line* (PAL) standardu brzina emitovanja je 25 frames/s, dok *National Televison System Committee* (NTSC) standard podrazumeva brzinu 30 frames/s. Recipročna vrednost brzine frejmova je period frejma T, koji definiše period vremena tokom koga je frejm prikazan na ekranu, što za PAL standard znači prikazivanje frejma u trajanju od $T = 40$ ms, a za NTSC period $T = 33,33$ ms, [69, 70, 24]. Brzine prikazivanja frejmova su se u velikoj meri iz analognih standarda televizije zadržale i u standardima prikazivanja digitalne televizije.

Svaki od frejmova – slika u okviru videa sastoji se od određenog broja elemenata slike, koji se obično obeležavaju kao pikseli. Format frejma definiše broj piksela u ovkiru jednog frejma. Neki od formata frejmova koji se često koriste su: *Common Intermediate Format* (CIF) sa rezolucijom 352×288 (352 piksela po horizontali i 288 piksela po vertikali), *Quarter* CIF (QCIF) sa 176×144, ITU-R 601 format (televizijski format) sa 720×480, ITU-R 709-3 primer visoke rezolucije *High Definition* 1920×1080 (HD televizijski format) i 4K rezolucija sa 4096×2160 piksela.

Svaki od piksela predstavljen je sa tri komponente: jednu komponentu za osvetljenost (*luminance*) Y i dve komponente za boju (*chrominance*): klasifikacija boje U i intenzitet V. Ovaj sistem predstavljanja piksela se označava kao YUV. Pored sistema YUV, koji se tipično koristi za istraživanja video kodera, postoji i RGB (*Red, Green, Blue*) sistem koji se više koristi u računarskom domenu. Pomoću fiksne matrice, mogući je prelaz iz jednog u drugi domen reprezentacije. Kako je vizuelni sistem čoveka (*Human Visual System*, HVS) manje osetljiv na promenu boje nego na promenu osvetljenosti, radi se ušteda sa pododabiranjem komponenti za boje. Jedan od često korišćenih principa pododabiranja je sistem 4:2:0 koji podrazumeva da na bloku od 2×2 piksela ima četiri Y komponente i po jedna U i V komponenta. Svaki odbirak je tipično kvantizovan sa 8 bita, što čini 1 bajt (*byte*, B). Veličina jednog frejma sa 4:2:0 odabiranjem u CIF formatu je oko 152 KB.

Video materijal karakteriše velika količina podataka, pa je efikasno kodovanje video sadržaja radi njegovog smeštanja i transporta neophodno. Video sadržaj čini veliki udeo u saobraćaju u različitim komunikacionim sistemima, kao što su digitalno video emitovanje (*Digital Video Broadcast*, DVB), prenos preko IP mreža, ili zbog evolucije mobilnog širokopojasnih tehnologija na *all*-IP mreže, za mobilni prenos. Razvoj komunikacionih sistema i novih mogućnosti za prenos videa, uticao je i na razvoj efikasnih metoda kodovanja. Parametri i način kodovanja u velikoj meri utiču na mogućnosti prenosa videa.

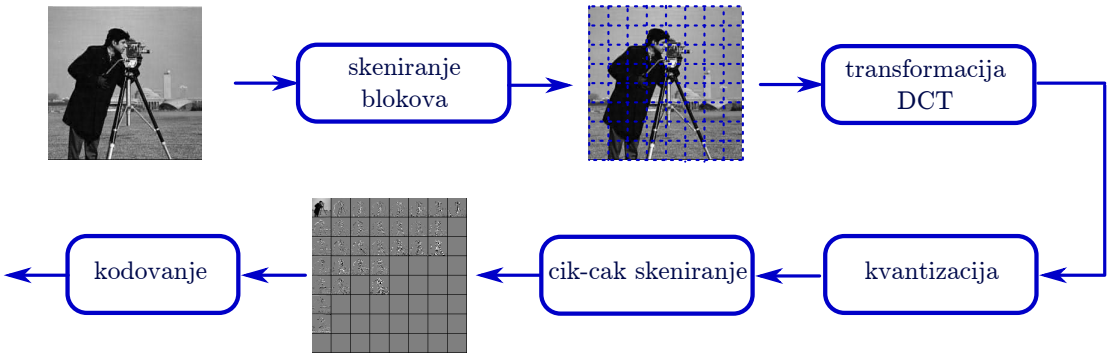
Postoji širok dijapazon sistema za kodovanje i dekodovanje videa, pa da bi se omogućila kompatibilnost na globalnom nivou, internacionalna tela: ITU-VCEG (*International Telecommunication Union - Video Coding Experts Group*) i ISO-MPEG (*International Organization for Standardization - Moving Picture Experts*

Group) donela su odgovarajuće standarde, [51]. Ovi standardi mogu uopšteno da se označe sa H.26x i MPEG$-n$. Osnovni principi koji su primenjeni za grupe standarda H.26x i MPEG$-n$ važe i u slučaju komercijalnih kodeka, na primer *RealVideo*, *WindowsMedia*. Razvoj standarda kodovanja videa podrazumeva kreiranje mehanizama za bolji kvalitet, uz smanjenje bitskih brzina i poboljšanje performansi, zavisno od namene videa.

Prvi standardi za kodovanje pokretnih slika doneti su 80-ih godina XX veka, ITU-T standard sa oznakom H.261, a malo kasnije i ISO/MPEG je doneo standard MPEG-1. Prvi standardi su se odnosili na prenos videa u sistemu sa niskim brzinama prenosa, kao što je prenos u digitalnoj mreži integrisanih servisa (*Integrated Services for Digital Network*, ISDN). Razvoj sistema za prenos uticao je na donošenje novih standarda. U najnovije standardizovane kodeke spadaju H.264/MPEG-4 standard donet od strane udruženog tela *Joint Video Team* koje su formirali ITU-T i ISO-/MPEG i standard H.265/HEVC (*High Efficiency Video Coding*). H.264/MPEG-4 standard (H.264 ili MPEG-4 *Part* 10 standard) se označava i kao H.264/AVC (H.264/MPEG-4 *Advanced Video Coding*). Postoje i dve veoma značajne ekstenzije H.264/AVC standarda. Da bi se omogućio promenljivi, skalabilni protok videa kreirana je ekstenzija *Scalable Video Coding* (SVC) na H.264/AVC standard, što se često skraćeno označava kao H.264 SVC. Radi efikasnog kodovanja 3D videa, kreirana je ekstenzija H.264/AVC standarda sa oznakom *Multiview Video Coding* (MVC) standard.

Proces kodovanja, kod glavnih metoda kodovanja, započinje podelom frejma na blokove. Veličina blokova u prvim standardima je bila fiksna, na primer za MPEG-2 je iznosila 16×16 piksela, dok je za kasnije standarde dozvoljena promenljiva veličina blokova, kao na primer za H.264/AVC veličine variraju od 4×4 do 16×16. Blokovi se koduju korišćenjem intra-kodovanja, koje podrazumeva da se prilikom kodovanja koristi isključivo trenutni frejm, ili se koduje pomoću inter-kodovanja koje znači da se kao referentni frejmovi, frejmovi u odnosu na koje se radi predikcija, nalaze ispred i iza trenutnog frejma u vremenskoj sekvenci za prikazivanje frejmova, [69, 70, 24].

Standarni postupak intra-kodovanja započinje diskretnom kosinusnom transformacijom (*Discrete Cosine Transform*, DCT) YUV odbiraka bloka u transformaci-



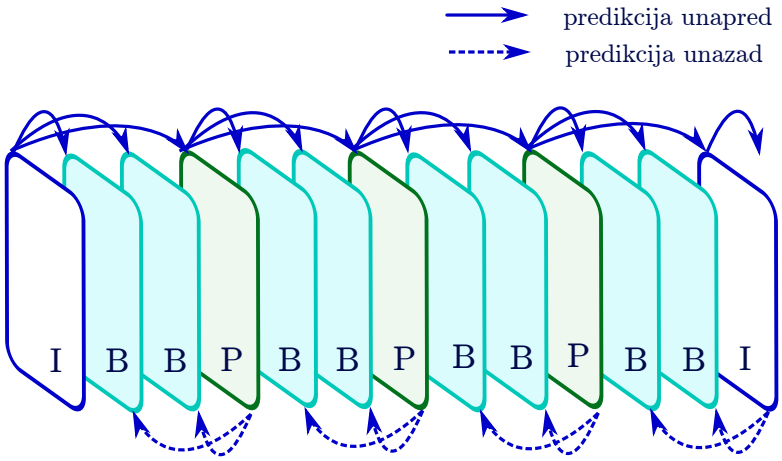
Slika 3.1: Blok-šema postupaka intra-kodovanja, (Slike frejmova preuzete iz J. Woods, Multidimensional Signal, Image, and Video Processing and Coding, [70]).

one koeficijente koji predstavljaju prostorne frekvencijske komponente originalnog bloka. Ovi koeficijenti se kvantizuju korišćenjem kvantizacione matrice koja sadrži kvantizacione korake za svaki od koeficijenata. Vrednosti kvantizacionih koraka se dobijaju množenjem kvantizacione matrice sa kvantizacionim parametrom q_p. Vrednost kvantizacionog parametra se tipično koristi za kontrolu video kodovanja. Manje vrednosti kvantizacionog parametra q_p su karakteristika finije podele pri kvantizaciji, veće vrednosti u bitima nakon kodovanja i boljeg kvaliteta videa. U slučaju postavke fiksnih vrednosti kvantizacionih parametara dobija se kodovani video sa promenljivim bitskim protokom, (*Variable Bit Rate*, VBR) čiji je kvalitet približno konstantan. Suprotno, ako se dozvoli promena vrednosti kvantizacionih parametara radi konstantnog bitskog protoka dobija se kodovani video koji se označava sa *Constant Bit Rate* (CBR) video. Nakon kvantizacije dobijena matrica se skenira po cik-cak (*zig-zag*) principu. Rezulat skeniranja se koduje sa kodovima promenljive dužine (*Variable Length Coding, VLC*) da bi se postigla dodatna kompresija, kao što je *Context-Adaptive Binary Arithmetic Coder*, CABAC. Postupak intra-kodovanja je unapređen kod H.264/AVC standarda korišćenjem prostorne sličnosti blokova u okviru istog frejma. H.265/HEVC standard je u intra-kodovanje dodao i fleksibilnu particiju i kodovanje po principu stabla. Osnovna šema postupka intra-kodovanja data je na Slici 3.1.

Prilikom inter-kodovanja koristi se predikcija zasnovana na pokretu. Za određeni blok se radi estimacija pokreta, koja podrazumeva potragu za blokom najsličnijeg sadržaja u odnosu na zadati. Razlika zadatog i pronađenog bloka se opisuje vekto-

rom pokreta, koji se dalje transformiše pomoću DCT, kvantizuje i koduje po pricipu opisanom kod intra-kodovanja.

Počevši od standarda MPEG-1 uvedena su tri tipa frejmova, koja su se zadržala i za kasnije standarde. Tipovi frejmova su: intra-kodovani (I) frejmovi, prediktivno kodovani (P) frejmovi i bi-direkciono kodovani (B) frejmovi. I frejmovi se koduju samostalno, bez korišćenja drugih frejmova. P frejmovi koriste inter-kodovanje u odnosu na prethodne I ili P frejmove u vremenskoj sekvenci frejmova za prikaz. B frejmovi koriste inter-kodovanje u odnosu na prethodne (prošle) I ili P frejmove i/ili sledeće (buduće) I ili P frejmove.

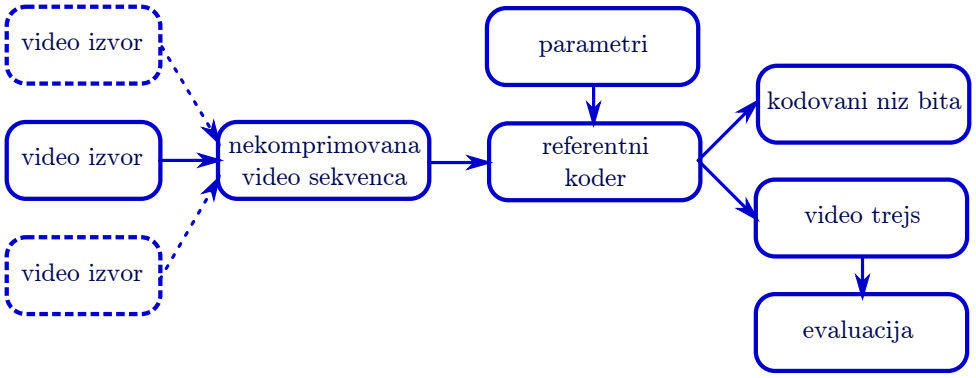


Slika 3.2: Primer grupe slike (*Group of Pictures*, GoP) sa organizacijom G12B2, (Slika nacrtana po uzoru na sliku u J. Woods, Multidimensional Signal, Image, and Video Processing and Coding, [70]).

Sekvenca frejmova počevši od I frejma, pa sve do narednog I frejma, ne uključujući ga, se naziva grupa slika (*Group of Pictures*, GoP). Primer jedne grupe slika dat je na Slici 3.2. Grupa slika se obično obeležava sa GxBy, gde x označava ukupan broj slika u grupi, a y broj B frejmova između svakog I ili P frejma. Struktura za GoP se obično daje po redosledu frejmova za prikazivanje, a ne po redosledu za kodovanje, jer u slučaju kodovanja I i P frejmovi moraju prethoditi B frejmovima za čije kodovanje se koriste, [23].

3.2 Kreiranje video trejsova

Blok-šema za postupak generisanja i evaluacije video trejsova ilustovana je na Slici 3.3. Nekomprimovani video signal dobijen sa video izvora je uobičajeno u planarnom YUV 4:2:0 formatu. Video signal se dovodi na referentni koder, čiji parametri mogu da se menjaju. Promena parametara kodovanja omogućava generisanje sekvenci istog filma sa različitim veličinama frejmova i različitim kvalitetom. Kodovanje se obično ne radi u realnom vremenu, da bi se sprečilo kreiranje zagušenja. Kao rezultat kodovanja dobijaju se kodovani niz bita za video sadržaj (*encoded bit-stream*) i video trejs dokument. Podaci iz video trejs dokumenta se dalje mogu koristiti za evaluaciju. Video trejs dokumenti se najčešće koriste za ispitivanje efikasnosti metode kodovanja i za karakterizaciju saobraćaja video materijala, [24, 71].



Slika 3.3: Blok-šema generisanja video trejsova, (Šema nacrtana po uzoru na šemu u P. Seeling, F. H. P. Fitzek, and M. Reisslein, Video Traces for Network Performance Evaluation, [24])

Postupak za generisanje video trejsova je moguće obaviti pomoću različitih sistema, zavisno of izvora video sadržaja. Video izvori mogu biti video kasete, DVD (*Digital Versatile Disc*), video test sekvence ili prethodno kodovani video materijal.

U slučaju da je izvor videa VHS (*Video Home System*) video kaseta, video se reprodukuje pomoću *Video Cassette Recorder*-a (VCR), a nekomprimovani YUV frejmovi se zapisuju pomoću PC video kartice za zapisivanje i odgovarajućeg softverskog alata, kao što je javno-dostupni program *bttvgrab*, (http://freecode.com /projects/bttvgrab). Zapisivanje video frejmova se vrši u odgovarajućoj rezoluciji, kao što su QCIF (176×144 piksela) ili CIF (352×288 piksela). Frejmovi se zapisuju sa odgovarajućom brzinom, kao što je na primer *Phase Alternating Line*, (PAL)

brzina 25 frames/s.

Za generisanje nekomprimovanog YUV video sadržaja sa medijuma za smeštanje, kao što je to DVD, koristi se odgovarajući sofver za konverziju. U slučaju za DVD može da se koristi softverski alat *ffmpeg* (https://www.ffmpeg.org/) za dekodovanje/kodovanje, koji će prisutni kodovani video konvertovati u nekomprimovani video sadržaj.

Video trejs se može generisati i na osnovu prethodno kodovanih video sadržaja prisutnih na internetu. Ovi sadržaji su već kodovani sa parametrima kodera izabranim od strane korisnika. Njihova konverzija u video trejs je dalje moguća korišćenjem softerskog alata *Mplayer*, (http://mplayerosx.sourceforge.net/).

Video izvori mogu biti i javno dostupne YUV video test sekvence. Ove video sekvence se često koriste za ispitivanje performansi kodovanja. Međutim, za ispitivanje prenosa i karakteristika saobraćaja ove sekvence su previše kratke. Video trejsovi za duge video sekvence su dostupne na internetu zahvaljujući istraživačima. Dobri primeri su baza Tehničkog univerziteta u Berlinu koju su objavili *Fitzek* i *Reisslein* (http://www-tkn.ee.tu-berlin.de/research/trace/trace.html) i baza video trejsova Državnog univerziteta Arizona za koji su zaslužni *Reisslein, Karam, Seeling, Fitzek* i *Madsen* (http://trace.eas.asu.edu).

3.3 Struktura video trejsova

Video trejsovi sadrže podatke o kodovanom video sadržaju. Postoje dva tipa video trejsova: video trejsovi za veličine frejmova i video trejsovi za kvalitet frejmova.

Video trejs dokument je tipično tekst dokument sa ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*) karakterima. Na početku dokumenta se nalazi zaglavlje koje daje generalne podatke o videu, a u nastavku se nalaze video trejs podaci u tabelarnoj formi, [24, 71]. Primeri dela video trejsa u tabelarnoj formi, za MV 3D video dati su u Tabeli 3.1 (jedna grupa slika za levi pogled videa), u Tabeli 3.2 (jedna grupa slika za desni pogled videa) i u Tabeli 3.3 (jedna grupa slika za kombinovani pogled 3D videa).

Zaglavlje video trejs dokumenta sadrži sledeće generalne informacije o videu:

Tabela 3.1: Struktura video trejsa za levi pogled *multiview* 3D videa - jedna GoP.

Frejm	t[s]	Tip	X_n[B]	Q_n^Y[dB]	Q_n^U[dB]	Q_n^V[dB]
0	0	I	468	63.2508	69.4662	69.4662
1	0.04167	B	75	63.2508	69.4662	69.4662
2	0.08333	P	77	63.5454	69.4662	69.4662
3	0.125	B	75	63.9896	69.4662	69.4662
4	0.16667	P	78	63.6786	69.4662	69.4662
5	0.20833	B	85	63.5077	68.7803	68.7803
6	0.25	P	358	63.2336	68.7803	68.7803
7	0.29167	B	75	63.9008	68.7803	68.7803
8	0.33333	P	78	63.2674	68.7803	68.7803
9	0.375	B	113	64.4121	69.5761	69.5761
10	0.41667	P	124	63.6162	65.2659	65.2659
11	0.45833	B	85	64.4806	69.5761	69.5761
12	0.5	P	108	64.2835	69.4662	69.4662
13	0.54167	B	85	64.5019	69.5761	69.5761
14	0.58333	P	283	62.7547	67.2688	67.2688
15	0.625	B	113	64.6426	69.4923	69.4923
16	0.66667	I	752	64.1983	68.1187	68.1187

naslov videa, format frejma - prostorna rezolucija, brzinu frejmova, način kodovanja i korišćeni koder, GoP organizaciju i vrednosti kvantizacionih parametara. Dodatno, u zaglavlju video trejs dokumenta mogu da se nalaze i osnovni statistički podaci, kao što su maksimalne, minimalne i srednje vrednosti.

Glavni deo video trejs dokumenta predstavlja sam video trejs dat u tabelarnom obliku. Svaki red trejsa odnosi se na jedan frejm u videu. Ako se ukupan broj frejmova u videu označi sa N, u prvoj koloni video trejsa nalaze se redni brojevi frejmova $n = 0, \ldots, N-1$ u skladu sa redosledom frejmova prilikom zapisivanja i prikazivanja. Vreme prikazivanja frejma t_n dato je u drugoj koloni u kumulativnoj formi, $t_n = nT$. Tip frejma (I, P ili B) navodi se u trećoj koloni za svaki od frejmova.

Veličina frejmova se opisuje pomoću parametra X_n^q, $n = 0, \ldots, N-1$, koji nosi informaciju o broju bajtova u n-tom frejmu koji je komprimovan sa kvantizacionim parametrom q. Radi jednostavnosti, vrednost kvantizacionog parametra se često izostavlja. Veličina X_n se najčešće odnosti na veličinu kodovanih video podataka

Tabela 3.2: Struktura video trejsa za desni pogled *multiview* 3D videa - jedna GoP.

Frejm	t[s]	Tip	X_n[B]	Q_n^Y[dB]	Q_n^U[dB]	Q_n^V[dB]
0	0	P	137	64.0982	90.258	90.258
1	0.04167	B	73	64.1466	90.258	90.258
2	0.08333	P	78	64.5398	90.258	90.258
3	0.125	B	73	64.9195	90.258	90.258
4	0.16667	P	75	64.6723	90.258	90.258
5	0.20833	B	90	64.6906	73.4456	73.4456
6	0.25	P	347	63.6964	73.4456	73.4456
7	0.2916	B	179	64.9739	72.4181	72.4181
8	0.33333	P	88	64.5058	73.4456	73.4456
9	0.375	B	94	65.9825	90.258	90.258
10	0.41667	P	167	65.2757	77.2409	77.2409
11	0.45833	B	83	65.9677	90.258	90.258
12	0.5	P	91	65.7554	90.258	90.258
13	0.54167	B	85	65.9546	90.258	90.258
14	0.58333	P	328	64.5136	72.5311	72.5311
15	0.625	B	115	65.9611	85.4868	85.4868
16	0.66667	P	248	67.2508	68.3775	68.3775

iz sloja video kodovanja (*Video Coding Layer*, VCL) dok se enkapsulacija mreže iz apstraktnog mrežnog sloja (*Network Abstraction Layer*, NAL) izostavlja.

Kvalitet video frejmova se najčešće opisuje pomoću vršne vrednosti odnosa signal-šum (*Peak Signal to Noise Ratio*, PSNR) izražene u dB. Ovaj parametar ne može u potpunosti da predstavi subjektivni kvalitet videa, ali se često koristi kao računski pokazatelj kvaliteta. U video trejsu, za svaki od frejmova, kvalitet je izražen u okviru parametara $Q_n^{q,Y}$, $n = 0, \ldots, N-1$, za luminentnu komponentu, i $Q_n^{q,U}$ $Q_n^{q,V}$, $n = 0, \ldots, N-1$ za hrominentne komponente. Radi jednostavnosti, i u slučaju parametara kvaliteta vrednost kvantizacionog parametra q se često izostavlja, [25].

Pored navedenih podataka, video trejs može da sadrži i dadatne podatke za frejmove ukoliko oni postoje. Primeri ovih podataka su: *offset distortion*, ocene za metriku video kvaliteta (*Video Quality Metric*, VQM), kao i redni broj pogleda kome frejm pripada kod 3D videa.

Tabela 3.3: Struktura video trejsa za CV *multiview* 3D videa.

Frejm	t[s]	Tip	X_n[B]	Q_n^Y[dB]	Q_n^U[dB]	Q_n^V[dB]
0	0	I	468	63.2508	69.4662	69.4662
0	0	P	137	64.0982	90.258	90.258
1	0.04167	B	75	63.2508	69.4662	69.4662
1	0.04167	B	73	64.1466	90.258	90.258
2	0.08333	P	77	63.5454	69.4662	69.4662
2	0.08333	P	78	64.5398	90.258	90.258
3	0.125	B	75	63.9896	69.4662	69.4662
3	0.125	B	73	64.9195	90.258	90.258
4	0.16667	P	78	63.6786	69.4662	69.4662
4	0.16667	P	75	64.6723	90.258	90.258
5	0.20833	B	85	63.5077	68.7803	68.7803
5	0.20833	B	90	64.6906	73.4456	73.4456
6	0.25	P	358	63.2336	68.7803	68.7803
6	0.25	P	347	63.6964	73.4456	73.4456
7	0.29167	B	75	63.9008	68.7803	68.7803
7	0.2916	B	179	64.9739	72.4181	72.4181
8	0.33333	P	78	63.2674	68.7803	68.7803
8	0.33333	P	88	64.5058	73.4456	73.4456
9	0.375	B	113	64.4121	69.5761	69.5761
9	0.375	B	94	65.9825	90.258	90.258
10	0.41667	P	124	63.6162	65.2659	65.2659
10	0.41667	P	167	65.2757	77.2409	77.2409
11	0.45833	B	85	64.4806	69.5761	69.5761
11	0.45833	B	83	65.9677	90.258	90.258
12	0.5	P	108	64.2835	69.4662	69.4662
12	0.5	P	91	65.7554	90.258	90.258
13	0.54167	B	85	64.5019	69.5761	69.5761
13	0.54167	B	85	65.9546	90.258	90.258
14	0.58333	P	283	62.7547	67.2688	67.2688
14	0.58333	P	328	64.5136	72.5311	72.5311
15	0.625	B	113	64.6426	69.4923	69.4923
15	0.625	B	115	65.9611	85.4868	85.4868

3.4 Karakterizacija saobraćaja pomoću video trejsova

Generalno postoje tri pristupa za analizu video saobraćaja u komunikacionim mrežama: pomoću video *bit strem*-a, pomoću video trejsova i pomoću transportnog modela videa.

Nakon kodovanja dobija se video *bit stream* sa izabranim parametrima kodera. Ovi podaci mogu da se koriste za subjektivne i objektivne procene kvaliteta videa, kao i za analizu saobraćaja videa. Prilikom ovih analiza dokumenti koji se koriste su reda GB što u velikoj meri otežava ispitivanje. Takođe, većina video materijala je zaštićena od strane vlasnika, što ograničava istraživanje ili razmenu između istraživača. Video *bit stream* pristup je nezaobilazan za subjektivnu analizu kvaliteta, pošto je moguće prikazivanje i gledanje video sadržaja, [24].

Na osnovu kodovanog video materijala moguće je kreirati video trejs, gde se ne čuvaju konkretni biti u video *bit stream*-u, već informacije na nivou frejma. Ovaj pristup ne ruši prava vlasnika videa, a omogućava nesmetani rad istraživačima na ispitivanju karakteristika videa i njegovog prenosa u komunikacionim mrežama.

Karakterizacija video sekvenci obuhvata određivanje statističkih karaktersitika saobraćaja video signala na nivou frejma i na nivou grupe slika, kao i karakteristike kvaliteta, [24, 71, 25, 4]. Ovi parametri se određuju na osnovu odgovarajućih metrika.

Nakon izvršenih statističkih analiza videa pomoću video trejsova, moguće je kreiranje transportnog modela. Ovaj model dalje može da posluži za efikasniji proračun ponašanja videa u komunikacionoj mreži, jednostavnije kreiranje heterogenog video saobraćaja i kreiranje sintetičkih video trejsova za ispitivanje transporta videa, [72].

3.4.1 Metrika saobraćaja

Metrika prenosa videa u komunikacionim sistemima obuhvata srednju vrednost i koeficijent varijacije (*Coefficient of Variation*, CoV) za pojedinačne frejmove videa. Ako parametar X_n, $n = 0, \ldots, N-1$, nosi informaciju o broju bajtova u n-tom frejmu aritmetička srednja vrednost $\bar{X}$ za veličinu frejmova video trejsa određuje se

pomoću izraza

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X_n. \tag{3.1}$$

Maksimalna i minimalna veličina frejmova u video trejsu, $X_{\max}$ i $X_{\min}$ date su sa

$$X_{\max} = \max_{0 \le n \le N-1} X_n, \quad X_{\min} = \min_{0 \le n \le N-1} X_n. \tag{3.2}$$

Standardna devijacija σ_X za veličine frejmova video trejsa se određuje pomoću izraza

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left(X_n - \bar{X}\right)^2}, \tag{3.3}$$

ili pomoću računski jednostavnijeg izraza

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left[\sum_{n=0}^{N-1} X_n^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{n=0}^{N-1} X_n \right)^2 \right]}. \tag{3.4}$$

Promenljivost veličine frejmova videa može se meriti pomoću odnosa maksimalne i srednje vrednosti frejma (*Peak-to-Mean ratio*) definisane kao

$$PtM_X = \frac{X_{\max}}{\bar{X}}. \tag{3.5}$$

Kako ovaj parametar može u velikoj meri biti zavisan od samo jednog velikog frejma, češće se koristi koeficijent varijacije koji daje usrednjenu promenu frejmova.

Koeficijent varijacije se koristi kao osnovna mera promenljivosti veličine frejma u okviru videa, odnosno kao mera promenljivosti bitskog protoka kodovanog videa. Koeficijent varijacije za veličine frejmova, X_n, $n = 0, \ldots, N-1$, CoV_X se određuje pomoću izraza

$$CoV_X = \frac{\sigma_X}{\bar{X}}. \tag{3.6}$$

Srednja vrednost bitskog protoka (*average bit rate*) data je kao

$$\bar{R}_X = \frac{\bar{X}}{T}, \tag{3.7}$$

gde je T perioda emitovanja frejma. Maksimalna vrednost bitskog protoka (*maximum bit rate*) data je sa

$$R_{X\max} = \frac{X_{\max}}{T}. \tag{3.8}$$

Autokorelacioni koeficijent (*Autocorrelation coefficient*, ACC) za veličine frejmova $\rho_X(k)$ na dužini k se određuje pomoću izraza

$$\rho_X(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{n=0}^{N-k-1} \frac{(X_n - \bar{X})(X_{n+k} - \bar{X})}{\sigma_X^2}. \tag{3.9}$$

Navedeni parametri za statističku metriku saobraćaja videa mogu da se određuju za različite vrednosti kvantizacionih parametara q, kada se obično vrednost kvantizacionog parametra označava u eksponentu parametra. Takođe, ovi statistički parametri mogu da se određuju za različite tipove frejmova (I, P ili B) u oviru videa, pri čemu se tip frejma obično obeležava u indeksu parametra.

3.4.2 Metrika grupe frejmova

Često se veličine frejmova u video trejsu posmatraju u grupama čija je dužina jednaka dužini jedne grupe slika, GoP. Ovakav video trejs se označava kao GoP trejs za veličine frejmova. GoP trejs se definiše kao

$$Y_m = \sum_{n=mG}^{(m+1)G-1} X_n, \quad m = 0, \ldots, N/G - 1, \tag{3.10}$$

gde G predstavlja dužinu grupe slika. Za GoP trejs veličine frejmova mogu se odrediti svi parametri matrike saobraćaja kao za pojedinačne frejmove, tj. srednja vrednost $\bar{Y}_m$, maksimalna vrednost $Y_{\max}$, standardna devijacija σ_Y i koeficijent varijacije CoV_Y, kao i srednji i maksimalni protok grupe slika $\bar{R}_Y$ i $R_{Y\max}$.

Usrednjavanje veličine frejmova u video trejsu se obično označava kao agregacija frejmova sa agregacionim nivom a. Prilikom agregacije frejmova uzimaju se nepreklapajući blokovi frejmova dužine a i radi se usrednjavanje po sledećem principu

$$X_n^{(a)} = \frac{1}{a} \sum_{j=na}^{(n+1)a-1} X_j, \quad n = 0, \ldots, N/a - 1. \tag{3.11}$$

Usrednjavanje veličine frejmova se često radi na dužini od jedne grupe slika, GoP, da bi se poništio uticaj GoP korelacije frejmova. Za ovako usrednjeni video trejs mogu se odrediti sledeći parametri: srednja vrednost, maksimalna i minimalna vrednost, varijansa i koeficijent varijacije, po istom principu kao kod navedenih parametara na nivou frejma. Na primer, varijansa za video trejs sa agregacijom veličine frejmova sa usrednjavanjem je data izrazom

$$\sigma_X^{2\,(a)} = \frac{1}{N/a-1} \sum_{n=0}^{N/a-1} \left(X_n^{(a)} - \bar{X}^{(a)}\right)^2. \tag{3.12}$$

Veza između GoP trejsa veličine frejmova i trejsa sa agregacijom i usrednjavanjem data je izrazom

$$Y_m = GX_n^{(G)}. \tag{3.13}$$

3.4.3 Metrika kvaliteta

Prilikom određivanja kvaliteta video frejma radi se poređenje piksela originalnog frejma $F(n,x,y)$ i piksela frejma za koji je urađeno kodovanje i dekodovanje $\tilde{F}(n,x,y)$, pri čemu je redni broj frejma označen sa n, $n = 0,\ldots,N-1$, a položaj piksela u okviru frejma sa x, $x = 0,\ldots,D_x-1$, odnosno y, $y = 0,\ldots,D_y-1$. Kako je osetljivost vizuelnog sistema čoveka najveća za osvetljenost, najviše se koristi procena kvaliteta za luminentnu komponentu. Za vrednosti piksela $F(n,x,y)$ i $\tilde{F}(n,x,y)$ određuje se srednja kvadratna greška (*Mean Squared Error*, MSE) korišćenjem izraza

$$M_n = \frac{1}{D_x D_y} \sum_{x=0}^{D_x-1} \sum_{y=0}^{D_y-1} \left[F(n,x,y) - \tilde{F}(n,x,y)\right]^2. \tag{3.14}$$

Vršna vrednost odnosa signala šum (PSNR), koja se najčešće koristi za procenu kvaliteta slike i videa je, u dB, definisana kao

$$Q_n = 10\log_{10}\frac{p^2}{M_n}, \tag{3.15}$$

gde je p maksimalna vrednost luminentne komponente piksela (255 u slučaju 8-bitne

slike). Srednja vrednost kvaliteta frejma određuje se pomoću izraza

$$\bar{Q} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} Q_n. \tag{3.16}$$

Kao i u slučaju metrike saobraćaja, i za metriku kvaliteta i parametar Q_n, moguće je raditi ispitivanje i za različite vrednosti kvantizacionog parametra, što se obično obeležava sa Q_n^q ili za različite tipove frejmova (I, P ili B), što se označava u indeksu parametra, na primer Q_P.

Za metriku kvaliteta i parametar Q_n moguće je ispitati i standardnu devijaciju σ_Q (analogno izrazu 3.3), koeficijent varijacije CoV_Q (analogno izrazu 3.6) ili autokorelacioni koeficijent $\rho_Q(k)$ (3.9).

3.4.4 RD i VD krive

Promenljivost video saobraćaja i njegov kvalitet se često karakterišu parametrima koji se označavaju kao *Bit Rate Distortion* ili skraćeno *Rate Distortion* (RD) kriva i *Rate Variability Distortion* ili skraćeno *Variability Distortion* (VD) kriva, [24, 71, 73].

RD kriva je grafička predstava srednje vrednosti kvaliteta za luminentnu komponentu

$$\bar{Q}^{q,Y} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} {Q_n}^{q,Y}, \tag{3.17}$$

kao funkcije srednje bitske brzine frejmova

$$\bar{R}_X^q = \frac{1}{T \cdot N} \sum_{n=0}^{N-1} X_n^q. \tag{3.18}$$

RD kriva se dobija crtanjem tačaka $\left(\bar{R}_X^q, \bar{Q}^{q,Y}\right)$ za različite vrednosti kvantizacionog parametra q.

VD kriva daje grafičku vezu standardne devijacije veličine frejmova normalizo-

Tabela 3.4: Parametri analiziranih 3D video signala.

Parametar	**LV**	**RV**	**MV**	**SBS**	**FS**
Brzina frejmova f**[frames/s]**	24	24	48	24	48
Format frejma	HD 1920×1080				
Broj frejmova	51184	51184	102368	51184	102368
Video standard	H.264/AVC MVC			H.264/AVC	
Koder	JMVC 8.3.1			JSVM 9.19.10	
Kvantizacioni parametri $q_p(I, P, B)$	$(24, 24, 24)$, $(28, 28, 28)$, $(34, 34, 34)$				
Grupa slika GoP	G16B1				G32B1

vane srednjom vrednošću, odnosno koeficijenta varijacije

$$CoV_X^q = \frac{1}{\bar{X}^q}\sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{n=0}^{N-1}\left(X_n^q - \bar{X}^q\right)^2}, \tag{3.19}$$

kao funkcije srednje luminentne PSNR vrednosti video kvaliteta $\bar{Q}^{q,Y}$. VD kriva se dobija crtanjem tačaka $(CoV_X^q, \bar{Q}^{q,Y})$ za opseg vrednosti kvantizacionih parametara q.

RD i VD krive se često određuju za nivo frejma videa, kao što je prethodno opisano, ali se analogno mogu odrediti i za GoP trejs gde su veličine frejmova u okviru jedne grupe slika grupisane u jednu vrednost ili za video trejs sa usrednjenim vrednostima agregacionih frejmova.

3.5 Osnovne osobine 3D video saobraćaja pomoću video trejsova

3.5.1 Parametri analiziranih 3D video sekvenci

Statističke karakteristike saobraćaja i kvaliteta su određene za tri 3D video reprezentaciona formata. Ispitivani su *multiview* (MV), *frame sequential* (FS) i *side-by-side* (SBS) 3D video format, [4, 1, 52, 74]. Pregled parametara ispitivanih 3D video formata dat je u Tabeli 3.4.

Multiview (MV) video sadrži više pogleda na istu scenu, gde je svaki pogled v,

$v = 1, \ldots, V$ jedna video sekvenca sa frejmovima u punoj HD 1920×1080 rezoluciji. MV video format ima punu rezoluciju jednaku prostornom formatu u osnovi i istu učestanost frejmova f za svaki pogled v kao vremenski format u osnovi videa. Za kodovanje *multiview* reprezentacionog formata korišćeno je *multiview* kodovanje, u skladu sa MVC ekstenzijom standarda H.264/AVC. Ova vrsta kodovanja, pored vremenske i prostorne redundantnosti videa, koristi i redundantnost između različitih pogleda, koja se označava kao *interview* redundantnost. Po principu MVC kodovanja, ITU referentni softver označen kao JMVC, prvo koduje frejmove levog pogleda, a zatim koristi ove kodovane frejmove kao referencu prilikom kodovanja frejmova desnog pogleda. Kodovanje korišćenih MV 3D video sekvenci je izvršeno korišćenjem referentnog softvera JMVC verzija 8.3.1, [22].

Frejm sekvencijalni (*Frame Sequential*, FS) video format ima samo jednu video sekvencu u koju su učešljani frejmovi iz pojedinačnih video pogleda. Prostorna rezolucija FS formata je jednaka prostornoj rezoluciji formata u osnovi, dok je učestanost frejmova $V \cdot f$, gde je V broj pogleda, a f učestanost frejmova za vremenski video format u osnovi. Kodovanje FS video formata je moguće korišćenjem konvencionalnih video kodera za jedan video pogled na scenu, pa je za kodovanje FS video sadržaja korišćen H.264 referentni softver JSVM verzija 9.19.10 u modu kodovanja sa jednim slojem [21].

Frejm kompatibilni (*Frame Compatible*, FC) video format omogućava korišćenje postojeće infrastrukture i opreme za prenos i servise 3D videa. Ovaj tip formata ima jednu video sekvencu čija je brzina frejmova f ista kao kod vremenskog formata u osnovi, dok je prostorna rezolucija manja nego kod baznog prostornog formata. Na primer, za najčešće korišćeni FS format, *side-by-side* (SBS) format, frejmovi su prostorno pododabirani u horizontalnom pravcu. Kao i u slučaju FC formata, za SBS reprezentacioni format može se koristiti konvencionalni koder za video sa jednom sekvencom. Za kodovanje ispitivanih SBS video sekvenci korišćen je H.264 referentni softver JSVM verzija 9.19.10 u modu kodovanja sa jednim slojem, [21].

U ovom radu za statističku analizu saobraćaja i kvaliteta 3D videa ispitivani su MV, FS i SBS formati korišćenjem dugih, javno dostupnih, video trejsova. Ispitivani 3D video je imao dva pogleda ($V = 2$), levi pogled (*Left View*, LV) i desni

pogled (*Right View*, RV), gde svaki pogled ima 51200 frejmova u punoj HD rezoluciji (1920×1080) i brzinu frejmova $f = 24$ frames/s. Za evaluaciju performansi 3D videa korišćen je *Tim Burton*-ov film *Alisa u zemlji čuda* (*Alice in Wonderland*), koji je kombinacija realnog i računarski generisanog filma. Analiza je obuhvatila različite 3D reprezentacione formate ovog filma, kao i različite postavke kodera za kvantizacione parametre. Ispitivane su video sekvence sa vrednostima kvantizacionih parametara $q_p = (I, P, B)$: $(24, 24, 24)$, $(28, 28, 28)$ i $(34, 34, 34)$. Glavna analiza je urađena za kvantizacione parametre $q_p = (I, P, B) = (28, 28, 28)$. Dužina grupe slika (*Group of Picture*, GoP) za MV i SBS format je 16 frejmova, dok je za FS format 32 frejma, što omogućava jednako vreme prikazivanja između susednih intra-kodovanih (I) frejmova za svaki od formata. Šema grupe slika je B1, što znači da se jedan bi-direkciono kodovani (B) frejm nalazi između uzastopnih intra-kodovanih (I) i prediktivno kodovanih (P) frejmova. Ispitivanje je obuhvatilo i određivanje karakteristika video sekvenci za pojedinačne tipove frejmova (samo I, samo P ili samo B frejmovi). Tabelarni prikaz parametara ispitivanih 3D video sekvenci dat je u Tabeli 3.4.

Pored ispitivanja 3D video formata istraživanje je obuhvatilo i određivanje karakteristika za 3D video sa različitim *streaming* metodama. Frejmovi mogu biti prenošeni u originalnoj formi jedan-po-jedan frejm, ili pogled-po-pogled za *multiview* video, kada se levi i desni pogled ispitivanog MV videa posmatraju individualno kao odvojene video sekvence. Drugi *streaming* metod podrazumeva da se vrši određeno spajanje pogleda, sekvencijalno (*sequential*, S) ili sa agregacijom (kombinovanjem, *combining*, C). U slučaju sekvencijalnog spajanja, frejmovi iz pojedinačnih pogleda se koriste da bi se kreirala jedna sekvenca sa sledećim redosledom frejmova: frejm 1 iz pogleda 1, frejm 1 iz pogleda 2, ..., frejm 1 iz pogleda V, frejm 2 iz pogleda 1, frejm 2 iz pogleda 2, ... U slučaju spajanja sa agregacijom formiraju se *multiview* frejmovi, gde jedan *multiview* frejm predstavlja sumu svih frejmova sa istim rednim brojem iz različitih pogleda. Ovaj princip je primenjen na nivou agregacije sa dva frejma (ove serije su u rezultatima obeležene kao MV-C 2 i FS-C 2), i na nivou agregacije sa dužinom grupe slika (ove serije su obeležene kao MV-C 16 i FS-C 16).

3.5.2 Rezultati statističke analize saobraćaja i kvaliteta 3D videa

Statistička analiza 3D videa je obuhvatila analizu video soabraćaja i statističku analizu 3D video sekvenci. Analizirani su pojedinačni pogledi *multiview* 3D video, levi pogled (LV), desni pogled (RV) i kombinovani pogled (CV). Pored *multiview* 3D video formata statistička analiza je urađena i za frejm kompatibilni 3D video format – *side-by-side* (SBS) format i frejm sekvencijalni (FS) 3D video format. Statistička analiza 3D video sekvenci u ovom radu urađena je korišćenjem javno dostupnih dugih video trejsova, [18]. Radi izračunavanja statističkih parametara i određivanja RD i VD krivih napisan je kôd korišćenjem programskog jezika *Python*. Kompletan kôd za određivanje statističkih karakteristika saobraćaja i kvaliteta 3D video sekvenci sa učitavanjem podataka iz video trejsova dat je u Prilozima. Statistička analiza 3D video formata rađena je u [4] za iste video sekvence, gde su date RD i VD karakteristike. Ova analiza je ponovljena korišćenjem napisanog koda u *Python*-u. Statistička analiza iz [4] za 3D video sekvence je u ovom radu proširena za agregaciju 3D videa na nivou grupe slika GoP – 16 frejmova. Takođe, u ovom radu urađena je i dodatna statistička analiza za pojedinačne tipove frejmova u okviru 3D videa (samo I, samo P i samo B frejmovi).

Analiza različitih 3D video formata

Pregled statističkih karakteristika 3D videa na osnovu metrike saobraćaja formata dat je u Tabeli 3.5. Pregled je obuhvatio srednju vrednost veličine frejma $\bar{X}$[B], odnos maksimalne i srednje vrednosti veličine frejma PtM_X, koeficijent varijacije veličine frejma CoV_X, kao i srednju $\bar{R}$[kb/s] i vršnu $R_{\max}$[kb/s] bitsku brzinu frejmova.

Posmatrajući vrednosti koeficijenta varijacije veličine frejma CoV_X uočava se da među različitim pogledima *multiview* 3D videa, RV ima najmanju vrednost, dok LV i CV imaju, međusobno bliske, veće vrednosti. Varijabilnost veličine frejmova, po koeficijentu varijacije veličine frejma CoV_X, je najmanja za FS 3D video format, zatim sledi SBS, dok je najveća varijabilnost za CV 3D video. Sa druge strane,

Tabela 3.5: Pregled statističkih karakteristika saobraćaja različitih pogleda MV 3D videa i različitih 3D video reprezentacionih formata.

3D	$\bar{X}$[B]	PtM_X	CoV_X	$\bar{R}$[kb/s]	$R_{\max}$[kb/s]
LV	9452	18.55	1.2693	1815	33664
RV	4472	23.27	0.8947	859	19978
CV	6962	25.18	1.3334	2672	67312
SBS	13359	16.68	1.2452	2565	42786
FS	9489	21.14	1.0338	3643	77006

procenom varijabilnosti pomoću parametra PtM_X, najbolje karakteristike ima SBS format, zatim FS i na kraju MV 3D video format. Vrednosti parametara, odnos vršne i srednje vrednosti veličine frejma PtM_X i koeficijent varijacije veličine frejma CoV_X su posebno važni pošto mogu da utiču na alokaciju resursa u komunikacionoj mreži. Po pitanju bitskog protoka $\bar{R}$[kb/s] najmanja vrednost se dobija za SBS format koji karakteriše smanjena prostorna rezolucija po pogledima, zatim sledi CV, dok je najveća vrednost za FS 3D video.

Uticaj vrednosti kvantizacionih parametara, koji su korišćeni prilikom kodovanja, na karakteristike video saobraćaja ispitan je pomoću matrike kvaliteta saobraćaja na *multiview* 3D videu. Dobijeni rezultati su dati u Tabeli 3.6. Kako vrednosti kvantizacionih parametara $q_p(I, P, B)$ rastu od $(24, 24, 24)$, preko $(28, 28, 28)$ do $(34, 34, 34)$ srednja vrednost veličine frejmova $\bar{X}$[B] i srednja bitska brzina $\bar{R}$[kb/s] opadaju. Međutim, varijabilnost podataka, posmatrajući preko parametara PtM_X i CoV_X nema jedinstveni trend promene posmatrajući preko ovih pojedinačnih vrednosti.

Statističke karakteristike kvaliteta 3D video formata određene su pomoću matrike kvaliteta, koja je obuvatila srednju vrednost za PSNR luminentne komponente $\bar{Q}$[dB], i parametre varijabilnosti kvaliteta PtM_Q i CoV_Q. Na osnovu rezultata datih u Tabeli 3.7 uočava se da su vrednosti statističkih parametara kvaliteta za različite 3D video formate veoma bliski po svojoj vrednosti, kao i njihova varijabilnost.

Uticaj vrednosti kvantizacionih parametara na osobine kvaliteta 3D videa dat je u Tabeli 3.8. Kako kvantizacione vrednosti direktno određuju kvalitet videa i obrnuto su proporcionalni, dobijeni rezultati pokazuju smanjenje srednje vrednosti kvaliteta $\bar{Q}$[dB] sa povećanjem vrednosti kvantizacionih parametara, dok se varija-

Tabela 3.6: Pregled statističkih karakteristika saobraćaja pogleda MV 3D videa (LV, RV i CV) za različite vrednosti kvantizacionih parametara q_p.

$q_p(I,P,B)$	$\bar{X}$[B]	PtM_X	CoV_X	$\bar{R}$[kb/s]	$R_{\max}$[kb/s]
(24,24,24)	17003	15.41	1.1456	3265	50327
(28,28,28)	9452	18.55	1.2693	1815	33664
(34,34,34)	4599	19.50	1.3051	883	17223
(24,24,24)	8479	19.70	0.8517	1628	32071
(28,28,28)	4472	23.27	0.8947	859	19978
(34,34,34)	2248	21.11	0.8434	432	9114
(24,24,24)	12741	20.57	1.2004	4892	100630
(28,28,28)	6962	25.18	1.3334	2672	67312
(34,34,34)	3424	26.20	1.3447	1314	34438

Tabela 3.7: Pregled statističkih karakteristika kvaliteta različitih pogleda MV 3D videa i različitih 3D video reprezentacionih formata.

3D	$\bar{Q}$[dB]	PtM_Q	CoV_Q
LV	42.95	1.41	0.0491
RV	42.95	1.44	0.0488
CV	42.95	1.44	0.0489
SBS	43.09	1.41	0.0527
FS	43.32	1.43	0.0481

bilnost, izražena pomoću CoV_Q povećava.

Analiza 3D video formata sa agregacijom frejmova

Jedan od pristupa za *streaming* 3D video formata podrazumeva kreiranje agregacije frejmova, kombinovanjem više frejmova u jednu celinu. U okviru ove statističke analize urađena je agregacija na nivou 2 frejma što je u rezultatima označeno sa C-2 i na nivou 16 frejmova sa oznakom C-16. Agregacija je urađena za CV i FS 3D video format i rezultati statističke analize dati su u Tabeli 3.9. Dodatno, za oba tipa formata i agregacije za broj pogleda i za grupu slika, urađena je analiza za različite vrednosti kvantizacionih parametara $q_p(I,P,B)$.

Kako agregacija frejmova podrazumeva kombinaciju više frejmova u jedan, srednja vrednost veličine frejmova $\bar{X}$[B] sa agregacijom raste. Koeficijent varijacije CoV_X

Tabela 3.8: Pregled statističkih karakteristika kvaliteta pogleda MV 3D videa (LV, RV i CV) za različite vrednosti kvantizacionih parametara q_p.

$q_p(I, P, B)$	$\bar{Q}$[dB]	PtM_Q	CoV_Q
(24,24,24)	44.45	1.51	0.0440
(28,28,28)	42.95	1.41	0.0491
(34,34,34)	40.18	1.32	0.0560
(24,24,24)	44.47	1.55	0.0438
(28,28,28)	42.95	1.44	0.0488
(34,34,34)	40.15	1.34	0.0552
(24,24,24)	44.46	1.55	0.0439
(28,28,28)	42.95	1.44	0.0489
(34,34,34)	40.16	1.34	0.0556

sa agregacijom frejmova opada za oba tipa 3D videa, pri čemu se vrednosti za CV sa agragcijom približavaju onima za FS format. Vršna vrednost veličine frejmova u odnosu na srednju PtM_X pokazuje sličnu pravilnost.

Iskazivanje varijabilnosti 3D video formata pomoću parametara PtM_X i CoV_X je računski jednostavno. Međutim, mana ovakvog pristupa je njegova zavisnost od pojedinačnih vrednosti u smislu srednje i maksimalne vrednosti veličine frejma. Iako, koeficijent varijacije ima veću širinu jer pokriva srednju vrednost veličine frejma, ipak ne daje kompletnu sliku video sekvence i njegove varijabilnosti, pa je detaljnija analiza ovakvog kompleksnog signala neophodna.

Analiza 3D video formata za različite tipove frejmova

Iz svakog od 3D video formata izdvojeni su pojedinačni frejmovi samo jednog tipa, I, P ili B. Izvršena je statistička analiza ovako izdvojenih tipova frejmova i rezultati su dati u Tabeli 3.10.

Srednja vrednost veličine frejmova $\bar{X}$[B] je najveća za I frejmove koji prilikom kodovanja koriste samo intra-kodovanje. Kako P i B frejmovi koriste inter-kodovanje i vremensku redundantnost između frejmova, njihove srednje vrednosti $\bar{X}$[B] su manje od onih za I frejmove, pri čemu su niže vrednosti za bidirekciono kodovane B frejmove. Kako *multiview* 3D video koristi *interview* predikciju prilikom MVC ko-

Tabela 3.9: Pregled statističkih karakteristika saobraćaja i kvaliteta različitih 3D video reprezentacionih formata sa agregacijom frejmova.

3D	$q_p(I,P,B)$	$\bar{X}$[B]	PtM_X	CoV_X	$\bar{Q}$[dB]	PtM_Q	CoV_Q
CV-C 2	(24,24,24)	25482	16.36	0.9791	44.46	1.52	0.0438
	(28,28,28)	13924	19.65	1.0730	42.95	1.42	0.0489
	(34,34,34)	6847	20.03	1.0756	40.16	1.33	0.0555
FS-C 2	(24,24,24)	33908	12.03	0.7556	44.79	1.50	0.0426
	(28,28,28)	18978	14.21	0.8108	43.32	1.42	0.0481
	(34,34,34)	9836	14.08	0.7705	40.65	1.33	0.0560
CV-C 16	(24,24,24)	203856	8.87	0.7083	44.46	1.50	0.0429
	(28,28,28)	111390	9.42	0.7416	42.95	1.42	0.0480
	(34,34,34)	54780	8.36	0.7315	40.16	1.33	0.0544
FS-C 16	(24,24,24)	271264	8.42	0.6357	44.79	1.50	0.0418
	(28,28,28)	151826	9.23	0.6507	43.32	1.42	0.0473
	(34,34,34)	78686	8.20	0.5979	40.65	1.33	0.0552

dovanja vrednost I, P ili B frejmova je najmanja za CV 3D video u odnosu na druga dva formata: SBS i FS.

Varijabilnost veličine frejmova, posmatrajući PtM_X i CoV_X je najmanja za I frejmove, dok su P i B frejmovi karakterisani većom varijabilnošću, međusobno bliskoj po vrednosti. Utvrđena pravilnost važi za sve ispitivane 3D video formate.

Srednja vrednost kvaliteta luminentne komponente je najveća za I frejmove, dok su P i B frejmovi karakterisani sa malo nižim vrednostima parametra $\bar{Q}$[dB]. Varijabilnost parametra kvaliteta za I, P i B frejmove u 3D video formatima je vrlo mala i međusobno bliska po vrednostima.

3.5.3 RD i VD krive za 3D video sekvence

Korišćenjem koda napisanog u programskom jeziku *Python*, datog u Prilozima, određene su *Rate Distortion* (RD) krive i *Variability Distortion* (VD) krive za 3D video sekvence. Statistička analiza 3D video sekvenci data u [4] obuhvatila je i RD i VD krive. U ovom radu ponovljeni su njihovi rezultati za različite 3D video formate, a dodatno, u ovom radu, određene su i RD i VD krive za 3D video sekvence

Tabela 3.10: Pregled statističkih karakteristika saobraćaja i kvaliteta različitih 3D video reprezentacionih formata za pojedinačne tipove frejmova I, P, B.

Tip	3D	$\bar{X}$[B]	PtM_X	CoV_X	$\bar{Q}$[dB]	PtM_Q	CoV_Q
I	LV	34832	5.01	0.6715	43.50	1.39	0.0505
	CV	34832	5.01	0.6715	43.50	1.39	0.0505
	SBS	48352	4.61	0.6543	43.36	1.37	0.0540
	FS	36554	4.90	0.6657	43.66	1.42	0.0496
P	LV	10702	16.38	0.9681	42.90	1.42	0.0488
	RV	5589	18.61	0.8441	42.97	1.44	0.0486
	CV	7975	21.98	1.0376	42.94	1.44	0.0487
	SBS	15686	13.97	0.9222	43.06	1.40	0.0523
	FS	9627	20.84	0.9258	43.31	1.43	0.0479
B	LV	5185	10.86	0.9727	42.92	1.42	0.0490
	RV	3354	12.41	0.8033	42.93	1.44	0.0488
	CV	4269	13.19	0.9709	42.93	1.44	0.0489
	SBS	6949	11.08	0.9794	43.09	1.41	0.0529
	FS	7668	12.55	0.7362	43.31	1.41	0.0482

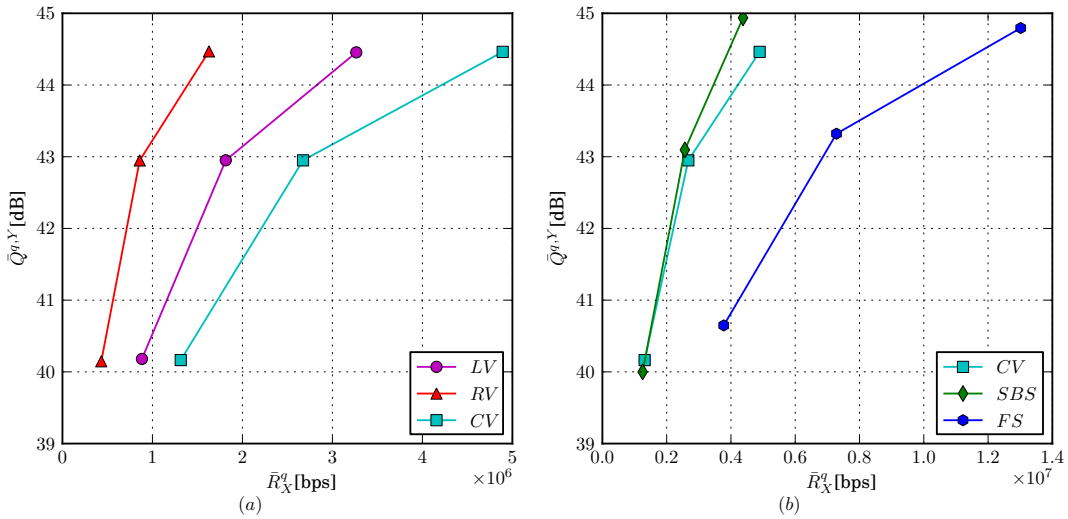
sa različitim nivoom agregacije frejmova i za pojedinačne tipove frejmova (samo I, samo P i samo B frejmovi) video sekvenci.

Analiza različitih 3D video formata

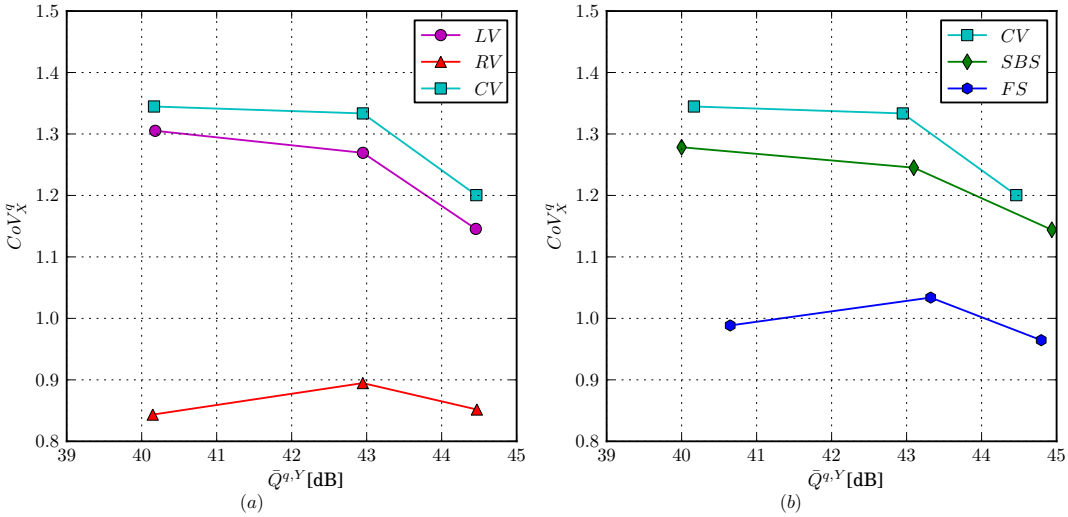
RD i VD krive za različite poglede *multiview* 3D videa (LV, RV i CV) i različite tipove 3D video formata (CV, SBS i FS) date su na Slikama 3.4 i 3.5, respektivno. Posmatranjem ovih rezultata za različite poglede MV 3D videa, uočava se da je za isti kvalitet videa $\bar{Q}^{q,Y}$ najveći protok $\bar{R}_X^q$ potreban kod CV videa, pri čemu na osnovu VD karakteristika ovaj video karakteriše najveća varijabilnost CoV_X^q. Među različitim 3D video formatima uočava se najveći protok za isti kvalitet kod FS formata, koji sa druge strane karakteriše najveća varijabilnost.

Analiza 3D video formata sa agregacijom frejmova

RD i VD krive za 3D video formate sa agregacijom dati su na Slikama 3.6 i 3.7, respektivno. Urađena je agregacija *multiview* 3D video formata i frejm sekvencijal-

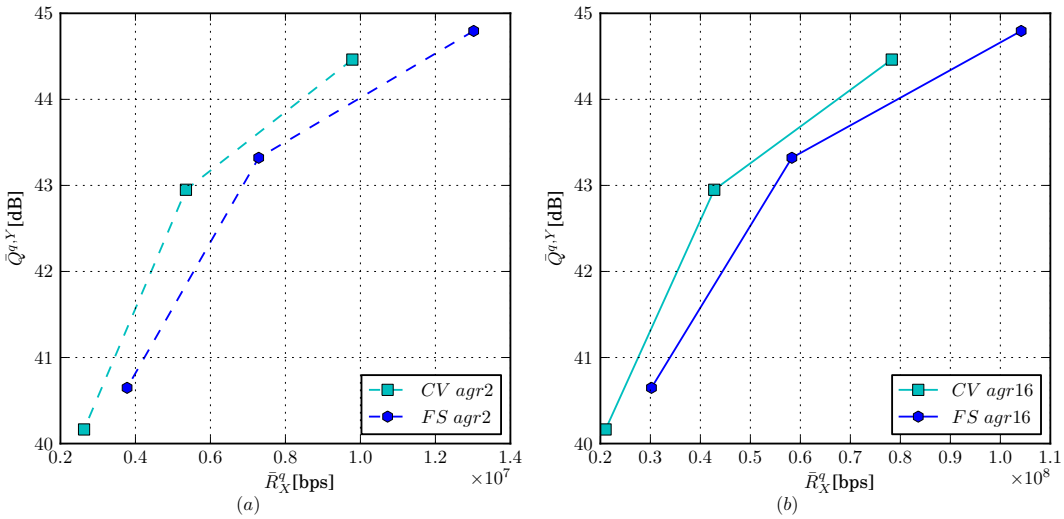


Slika 3.4: RD krive za različite tipove 3D video formata: (a) različiti pogledi za *multiview* 3D video, (b) različiti reprezentacioni formati 3D videa.

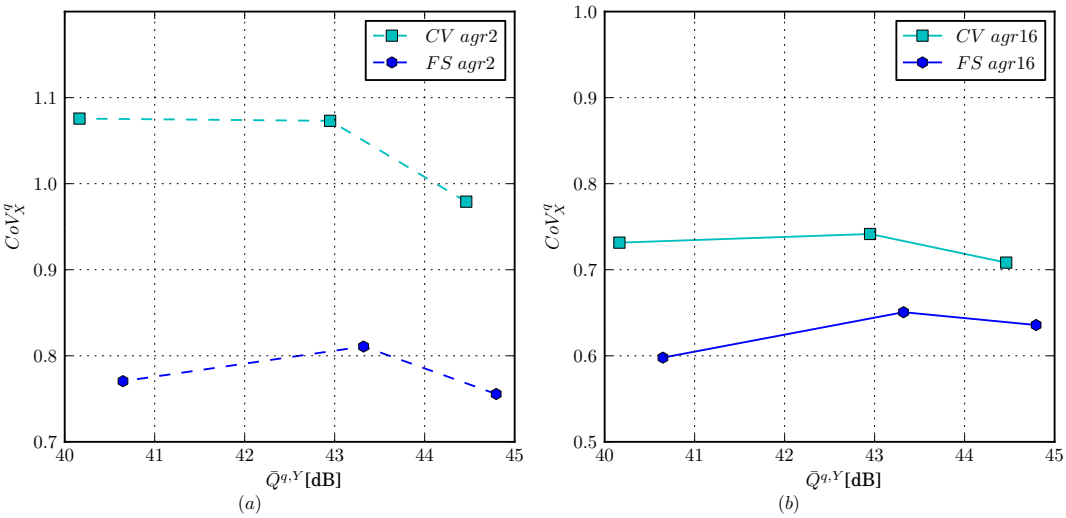


Slika 3.5: VD krive za različite tipove 3D video formata: (a) različiti pogledi za *multiview* 3D video, (b) različiti reprezentacioni formati 3D videa.

nog formata na nivou grupe od 2 frejma i za grupisanje 16 frejmova. Povećavanjem nivoa agregacije za isti kvalitet videa povećava se veličina podataka, a njihova varijabilnost, gledajući VD karakteristike, se smanjuje. FS format karakteriše manja varijabilnost nego MV 3D video format, ali se sa agregacijom varijabilnost MV 3D videa približava onoj za FS format.



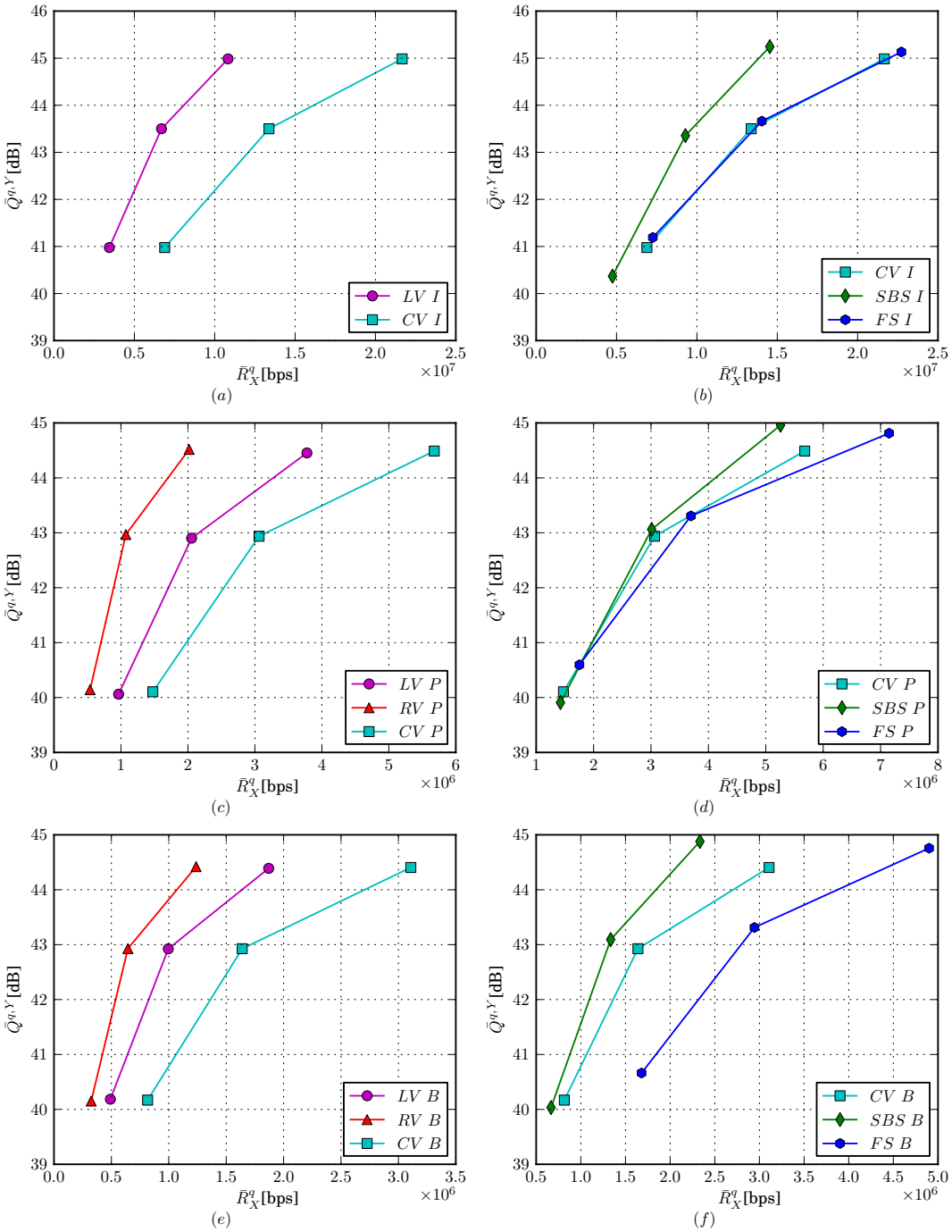
Slika 3.6: RD krive za različite tipove 3D video reprezentacionih formata sa agregacijom frejmova: (a) agregacija na nivou 2 frejma, (b) agregacija na nivou 16 frejmova.



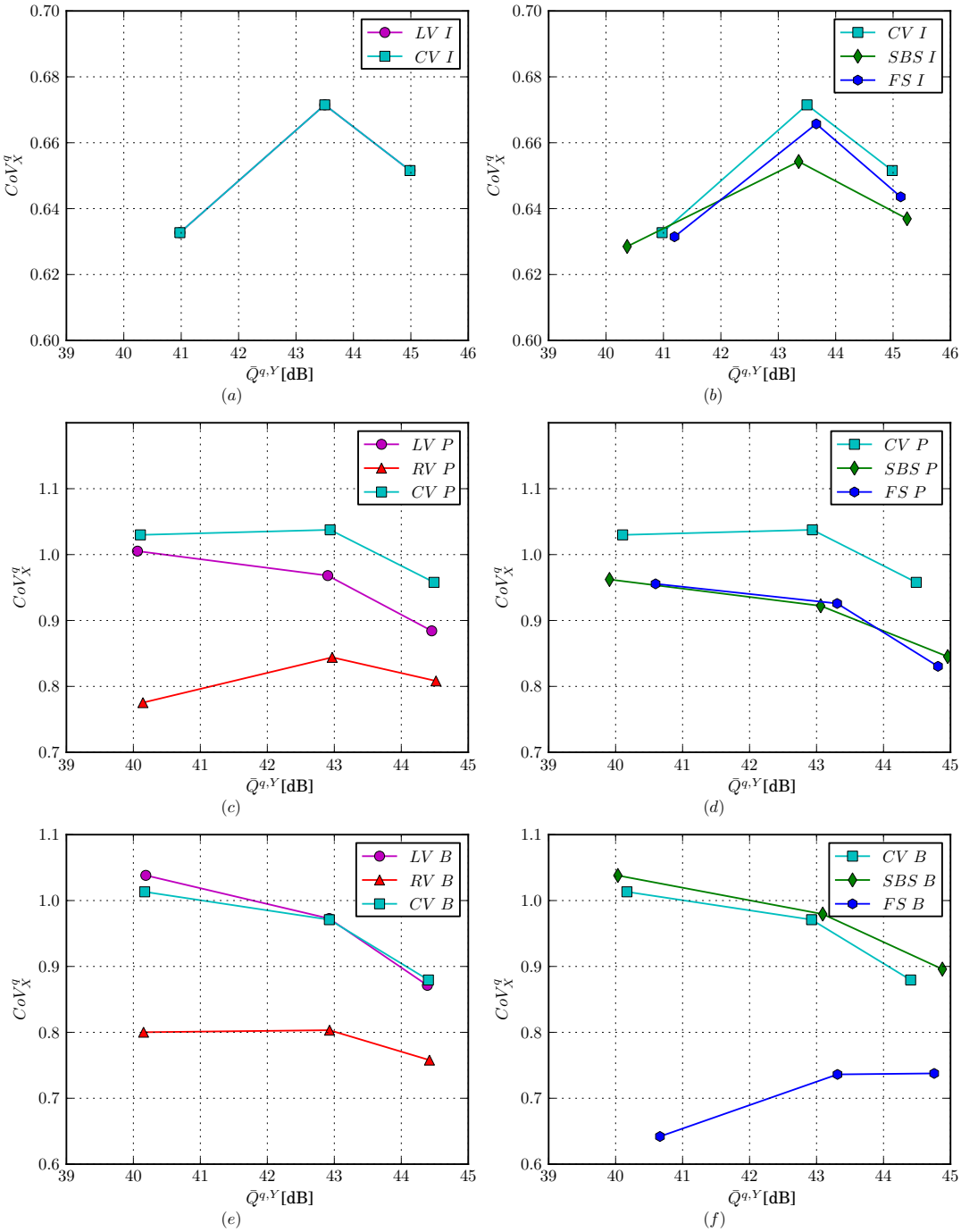
Slika 3.7: VD krive za različite tipove 3D video reprezentacionih formata sa agregacijom frejmova: (a) agregacija na nivou 2 frejma, (b) agregacija na nivou 16 frejmova.

Analiza 3D video formata za različite tipove frejmova

Detaljan prikaz RD i VD krivih za izdvojene frejmove određenog tipa (I, P ili B) iz 3D video sekvenci dat je na Slikama 3.8 i 3.9. Na osnovu dobijenih rezultata zaključuje sa da za isti zadati kvalitet najveću količinu podataka nose I frejmovi, zatim P, i na kraju bidirekciono kodovani B frejmovi, pri čemu najmanju varijabilnost imaju I frejmovi, dok je varijabilnost P i B frejmova veća i bliska po vrednosti.



Slika 3.8: RD krive za pojedinačne tipove frejmova 3D video formata: (a) samo I frejmovi za različite poglede MV 3D videa, (b) samo I frejmovi za 3D video reprezentacione formate, (c) samo P frejmovi za različite poglede MV 3D videa, (d) samo P frejmovi za 3D video reprezentacione formate, (e) samo B frejmovi za različite poglede MV 3D videa i (f) samo B frejmovi za 3D video reprezentacione formate.



Slika 3.9: VD krive za pojedinačne tipove frejmova 3D video formata: (a) samo I frejmovi za različite poglede MV 3D videa, (b) samo I frejmovi za 3D video reprezentacione formate, (c) samo P frejmovi za različite poglede MV 3D videa, (d) samo P frejmovi za 3D video reprezentacione formate, (e) samo B frejmovi za različite poglede MV 3D videa i (f) samo B frejmovi za 3D video reprezentacione formate.

Poglavlje 4

Teorija kompleksnih sistema

4.1 Osnove kompleksnih sistema

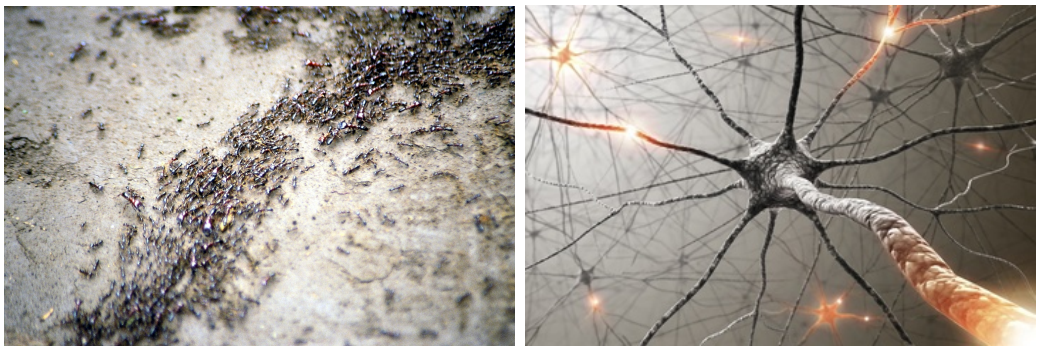
4.1.1 Primeri kompleksnih sistema

Kompleksni sistemi se sastoje od relativno jednostavnih komponenti, koji imaju ograničenu komunikaciju, ali kolektivno čine komplikovanu i sofisticiranu strukturu gledajući ponašanje na nivou celog sistema. U primere kompleksnih sistema spadaju mnogi prirodni i socijalni sistemi, kao što su kolonije insekata, neuronske mreže, imuni sistem, gradovi, ekonomsko tržište, komunikacione mreže. Raznovrsnost kompleksnih sistema dovela je do interdisciplinarnosti ove oblasti. U svakom od pojedinačih kompleksnih sistema jedan osnovni član je jednostavan, ali se povezivanjem više članova, bez postojanja centralnog kontrolora, kreira nova celina sa svojim pravilima funkcionisanja. Ova nova kolektivna celina, kompleksni sistem, kreira svoje oblike, koristi informacije, a ponekad i razvija se i uči, [75, 76, 77, 78].

Primeri bioloških kompleksnih sistema dati su na Slici 4.1. Jedan primer prirodnog kompleksnog sistema je kolonija mrava. U jednoj koloniji, koja se sastoji od hiljada mrava, svaki mrav obavlja jednostavne zadatke koji uključuju potragu za hranom ili borbu sa upadima. Pojedinačni mravi koji rade zajedno kreiraju kompleksnu strukturu koja je važna za koloniju kao celinu. Relativno jednostavna komponenta kompleksnog sistema mozga je neuronska ćelija, koja u kontaktu sa susednim ćelijama omogućava prenos signala. Složena struktura koja se formira po-

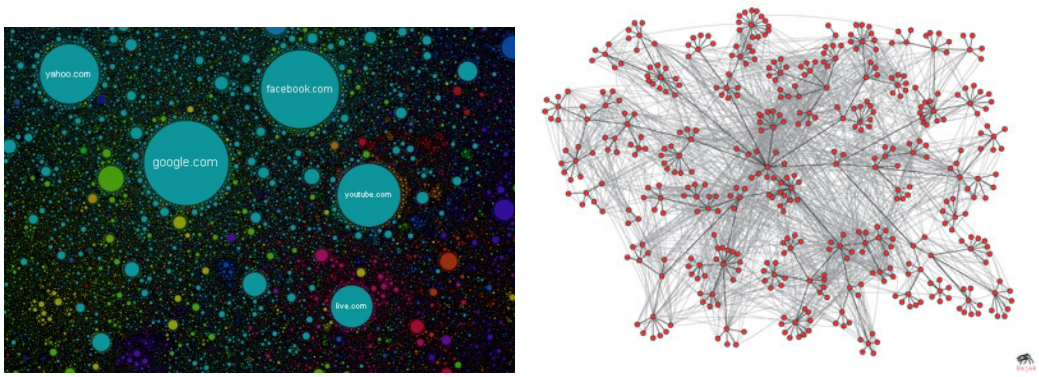
vezivanjem i grupisanjem velikog broja relativno jednostavnih neurona, omogućava složene radnje na većoj skali, kao što su misli, osećanja, učenje.

Istraživanje kompleksnih sistema sreće se i u ekonomiji za ispitivanje ekonomskog tržišta. U ovom kompleksnom sistemu pojedinci ili kompanije koji kupuju i prodaju dobra predstavljaju osnovne članove sistema, dok sistem kao celina prati ponašanje tržišta kao celine.



(a) **(b)**

Slika 4.1: Primeri prirodnih kompleksnih sistema: (a) kolonija mrava ([http://en.wikipedia.org/wiki/File:Safariants.jpg]) i (b) neuronska mreža ([http://tijuana664.weebly.com/nervous-system.html])



(a) **(b)**

Slika 4.2: Primeri kompleksnih mreža: (a) sistem linkova za internet stranice ([http://internet-map.net/]) i (b) mreža linkova prilikom komunikacije *mail*-om (D. Easley, J. Kleinberg, Networks, Crowds, and Markets, [77]).

Internet mreža spada u kompleksne sisteme, sa pojedinačnim serverima koji se postavljaju sa malo ili bez centralnog uticaja i povezuju u veliki sistem. Ovaj sistem se razvija kao jedna velika celina, raste, omogućava propagaciju po celini, povezivanje različitih sadržaja linkovima, kreirajući složeno ponašanje celine. Takođe, ovakvi

kompleksni sistemi su uočeni i u slučaju linkova društvenih mreža. Primeri grafičke ilustracije mreža u komunikacionim sistemima dati su na Slici 4.2, za slučaj povezivanja na internet stranica (a) i za slučaj komunikacije elektronskom poštom (b). Kompleksnost sistema komunikacionih mreža je trenutno aktuelna tema istraživanja, [77].

4.1.2 Osobine kompleksnih sistema

Navedeni primeri kompleksnih sistema imaju veoma različite osobine ako se posmatraju na maloj skali, međutim na apstraktnom nivou ovi sistemi, iz širokog opsega oblasti, imaju sledeće zajedničke osobine, [75, 76]:

- nelinearnu interakaciju između komponenti;
- kompleksno kolektivno ponašanje komponenti sistema;
- dinamiku;
- procesiranje informacija na nivou celog sistema i
- mogućnost adaptacije sistema promenama koje nastaju razvojem, promenom ili proširenjem sistema.

Na osnovu datih osobina moguće je preciznije definisati kompleksni sistem, kao sistem koji predstvalja mrežu pojedinačnih komponenti bez centralne kontrole, gde pojedinačne jednostavne komponente i njihove radnje vode do kompleksnog ponašanja sistema kao celine, do sofisticiranog procesiranja informacija i mogućnosti za razvoj i adaptaciju. Osobina adaptacije nije uvek uključena u definiciju kompleksnog sistema, ili je napravljena podela na kompleksne sistema sa i bez adaptacije zbog pojava kao što su uragan ili turbulencija vode koja teče, koje spadaju u kompleksne sisteme bez adaptacije.

4.1.3 Dinamika sistema i haos

Na koji način se meri koliko je sistem kompleksan i kada se kaže da je jedan kompleksan sistem kompleksniji od drugog? Ovo su složena pitanja na koja još

uvek nema preciznog i opšte-usvojenog odgovora. Merenje kompleksnosti je važan deo velikog broja radova i knjiga iz ove savremene oblasti. Predloženo je nekoliko različitih pristupa merenju kompleksnosti, ali pre samih kvantitativnih mera kompleksnih sistema potrebno je detaljnije pogledati osobine dinamike kompleksnih sistema. Posebno važno mesto za kompleksne sisteme imaju teorija dinamičkih sistema i teorija haosa, [75, 79, 80].

Teorija dinamičkih sistema bavi se opisom i predikcijom kompleksnih promena ponašanja sistema, koje nastaju usled kolektivnog delovanja komponenti od kojih se sistem sastoji. Neki primeri dinamičkih sistema su: solarni sistem, stene, srce, mozak, ekonomsko tržište, klima.

Teorija dinamičkih sistema je prisutna preko 1500 godina. Pitanja o kretanju postavljali su Aristotel (oko 300. p.n.e), zatim uključivši i eksperimentalne rezultate i Kopernik, Galileo i Kepler (oko 1500 – 1600.), a malo posle njih i Njutn, kao otac teorije dinamike koji je postavio zakone kretanja u zavisnosti od sile i mase.

Definisani zakoni dinamike su doveli do težnje za predikcijom ponašanja sistema na osnovu položaja i brzine. Međutim, već sa Hajzenbergovim principom neodređenosti pokazana je ograničenost predikcije. Razvoj teorije haosa je dodatno potkrepio činjenicu ograničene predikcije. U teoriji haosa se kaže da najmanja greška u početnim uslovima ili promenama može da dovede do ogromnih grešaka u dugoročnoj predikciji. Prvi primer haotičnog sistema dao je Ponkare, krajem 1900. godine, prilikom potrage za proširenjem Njutnovog zakona gravitacionih sila za dva tela. On je tada zaključio da u slučaju sistema sa tri ili više tela da kao rezultat međusobnog delovanja, za male promene u početnim uslovima mogu da nastanu velike razlike u ukupnom kretanju sistema. Haos u navedenom smislu uočen je i za turbuleniciju tečnosti, vremenske prilike, ekonomska tržišta, električna kola, signale koji ilustruju aktivnost srca i mozga, [75, 79, 81].

Uslovljenost haotičnog sistema početnim uslovima je posledica osobine nelinearnosti. Za razliku od linearnog sistema gde se jednostavnom linearnom vezom može odrediti rast i širenje sistema, za nelinearne sisteme ne mogu se primeniti jednostavni principi superpozicije za predikciju sistema. Za opisivanje dinamičkog sistema koriste se diferencijalne jednačine za kontinualni signal ili diferentne jedna-

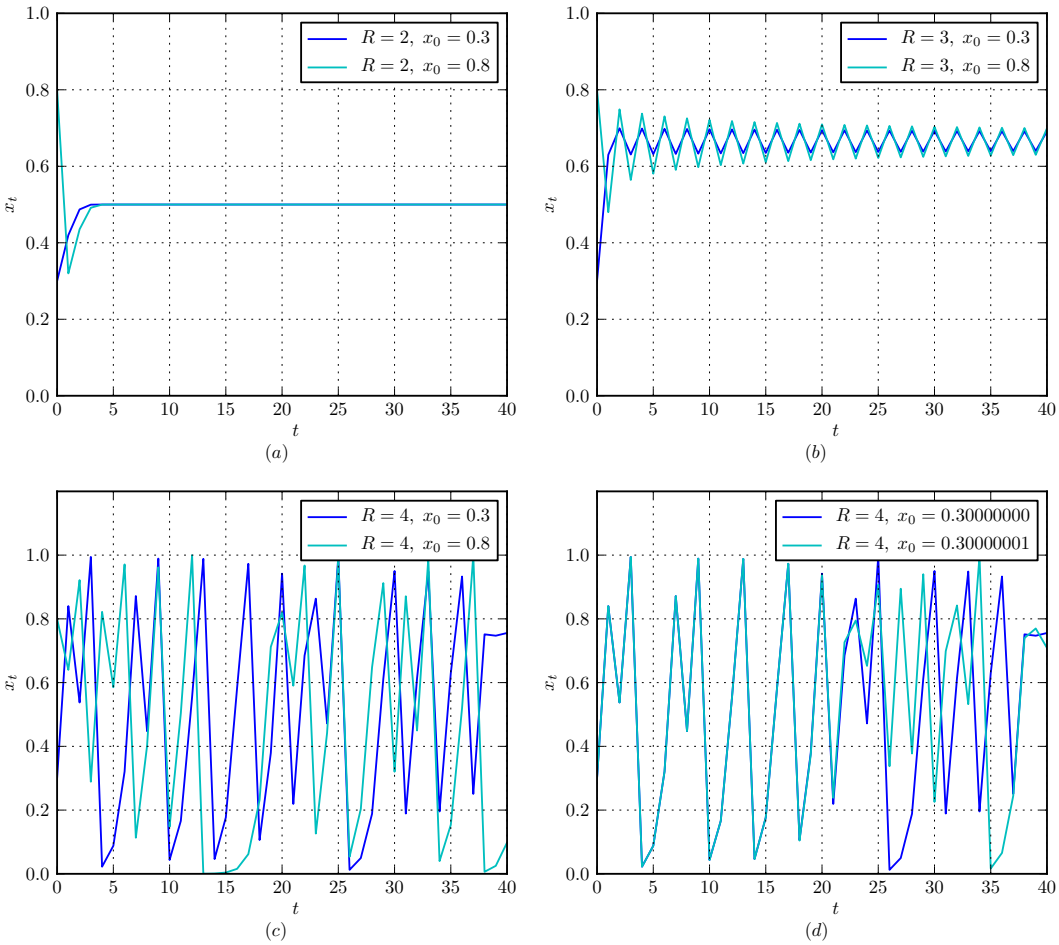
čine (iterativne mape) za diskretne slučajeve. Obrada ovakvih sistema je poslednjih 50 godina u velikoj meri uznapredovala zahvaljujući razvoju računara velike brzine.

Za ilustrovanje nelinearnog dinamičkog sistema često se koristi iterativna mapa, zbog jednostavne definicije i numeričke obrade [79, 26]. Ovaj princip diferentnih jednačina prvog reda i mogućnosti primene modela u biologiji i sociologiji među prvima dao je *Robert May* u svom radu iz 1976, [82]. Primer logističke mape za rast populacije je čest primer za ilustrovanje dinamičkog sistema i haosa, jer omogućava efikasnu ilustraciju njihovih osnovnih osobina. Logistička mapa može se predstaviti izrazom

$$x_{t+1} = Rx_t(1 - x_t), \tag{4.1}$$

gde je x_t trenutna vrednost promenljive x, a x_{t+1} vrednost promenljive u narednom koraku. Ako promenljiva x predstavlja populaciju, njena vrednost u smislu ukupnog kapaciteta spada u opseg $0 \leq x \leq 1$. Parametar R služi da u modelu za rast populacije kombinovano predstavi brzinu rađanja i umiranja (*birth rate* i *death rate*). Vrednost kontrolnog parametra R i početna vrednost promenljive x, x_0, u velikoj meri određuju ponašanje ovog sistema, što će biti ilustrovano kroz nekoliko karakterističnih slučajeva. Za realizaciju logističke mape napisan je kôd u programskom jeziku *Python*, koji je dat u Prilozima.

Ako se postavi vrednost parametra $R = 1$, a za početnu vrednost izabere $x_0 = 0.3$, izračunavanjem po izrazu (4.1) dobijaju se vrednosti: $x_1 = 0.42$, $x_2 = 0.4872$, $x_3 = 0.49967232$, $x_4 = 0.49999979$, $x_5 = 0.5$, $x_6 = 0.5 \ldots$ Za drugu vrednost početnog uslova, na primer $x_0 = 0.8$ put do vrednosti 0.5 bi bio drugačiji, ali posle nekoliko iteracija sistem bi opet stigao do ove vrednosti, koja se označava kao fiksna tačka. Primer fiskne tačke logističke mape je ilustrovan na Slici 4.3 (a). Za druge vrednosti parametra R koje su manje od 3 sistem bi stizao do fiksne tačke, čija vrednost se menja sa promenom R. Kada se parametar R nalazi u opsegu $3 \leq R \leq 3.57$ sistem ne završava promene u fiksnoj tački već osciluje između vrednosti, čiji broj može biti 2, 4, 8, 16, 32. Broj mogućih vrednosti u kojima sistem završava promene označava se kao perioda. Ponašanje logističke mape za slučaj oscilacija sa dve vrednosti ilustrovan je na Slici 4.3 (b). Ovakva ponašanja sistema se označavaju kao atraktori (*attractors*), pošto sistem, bez obzira na početnu vrednost, biva pri-



Slika 4.3: Ilustracija logističke mape $x_{t+1} = Rx_t(1 - x_t)$: (a) primer fiksne tačke, (b) primer oscilacija, (c) primer haosa i (d) primer haosa za vrlo bliske početne uslove.

vučen jednoj fiksnoj tački ili nekoliko tačaka između kojih osciluje. Za vrednosti parametra R koje su približno veće od 3.57 sistem više nema tačke u kojoj završava proces, već nastaje haotično ponašanje, bez obzira na početni uslov x_0, Slika 4.3 (c). Za istu vrednost parametra R, na primer $R = 4$ i vrlo bliske početne uslove $x_0 = 0.3$ i $x_0 = 0.30000001$ sistem vrlo brzo dobija vrlo različite rezultate, kao što je ilustrovano na Slici 4.3 (d). Ovakva vrsta atraktora označava se kao haotični ili čudni atraktori (*strange attractors*).

Na ovaj način pokazana je velika osetljivost haotičnog sistema na male razlike u početnim uslovima, što je jedna od osnovnih osobina nelinearnih dinamičkih sistema i haosa [79, 80]. Dobijeni haotični sistem je potekao od determinističkog signala i njegovo kretanje nije periodično. Ova slučajnost u signalu koji je dobi-

jen determinističkim putem je našla svoje primene, kao što su kreiranje generatora pseudo-slučajnih brojeva i sakrivanje korisnog signala u haotičnom šumu prilikom prenosa u komunikacionom sistemu.

Za razliku od uobičajenog termina haosa koji podrazumeva potpunu neuređenost, matematički i fizički hoas ima određena univerzalna svojstva. Neka od ovih svojstava su perioda uvećavanja haosa koja se ilustruje na bifurkacionim dijagramima, koji predstavljaju dijagram zavisnosti konačne vrednosti promenljive i kontrolnog parametra sistema, ili odnos razlika kontrolnih parametara sistema u tačkama kada nastaje nova perioda sistema, odnosno *Feigenbaum*-ov broj – univerzalna konstanta $\delta = 4.6692016\ldots$, [79, 26, 80].

Posebno interesantnu grupu čudnih atraktora predstavljaju atraktori dobijeni po diferencijalnim jednačinama sa više promenljivih. Grafičkom predstavom čudnih atraktora u trodimenzionalnom prostoru uočava se da oni nemaju privlačenje na tačku, na površinu, ili na ciklus već na komplikovani skup gde nema ponavljanja ocsilacija, ali postoji ograničeni prostor u kome se nalaze [79].

Jedan od najpoznatijih čudnih atraktora definisan diferencijalnim jednačinama sa više promeljivih je *Lorenz*-ov atraktor. *Lorenz* je u svom radu iz 1963 [83], za jednačine čiji je zadatak da modeluju vremenske prilike pokazao strukturu dobijenog atraktora. Ovim rezultatom pokazao je ograničenost dugoročne prognoze vremena i veliku zavisnost od početnih uslova. Ovaj efekat se označava kao *Lorenz*-ov efekat ili efekat leptira (*butterfly effect*). *Lorenz*-ov model vremena opisan je jednačinama

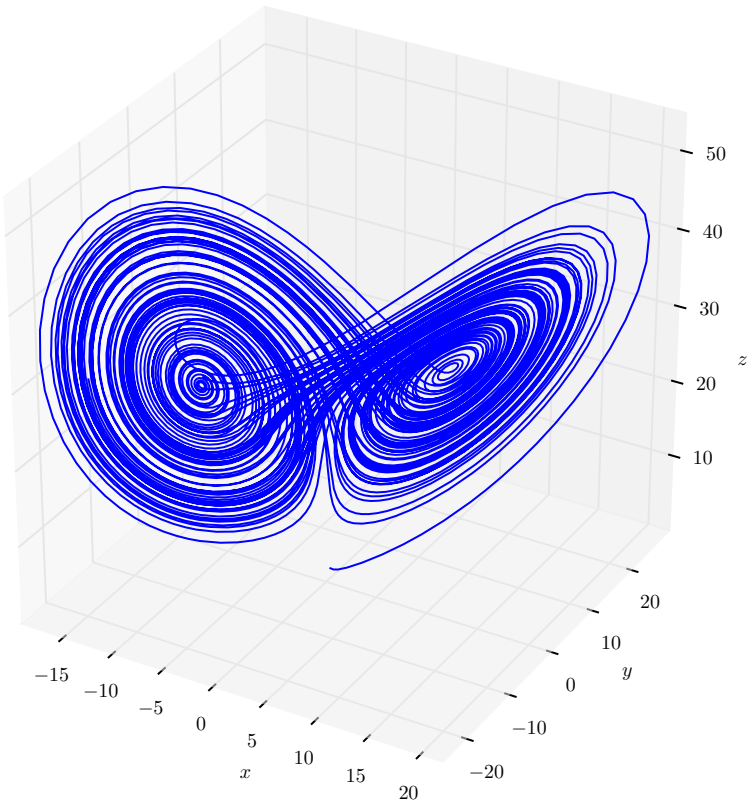
$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x) \tag{4.2}$$

$$\frac{dy}{dt} = x(\rho - z) - y \tag{4.3}$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - \beta z \tag{4.4}$$

gde su x, y i z promenljive koje se menjaju u vremenu, a σ, ρ i β konstante koje je *Lorenz* fiksirao na 10, 28 i 8/3, respektivno. Trodimenzionalna ilustracija *Lorenz*-ovog atraktora data je na Slici 4.4.

Dinamički nelinearni sistemi za određene vrednosti kontrolnih parametara u jednačinama koje definišu sistem dovode do pojave haosa. Dobijeni haos karakteriše



Slika 4.4: Ilustracija *Lorenz*-ovog čudnog atraktora.

zavisnost od početnih uslova, pojava greške koja propagira i vrlo brzo postaje istog reda kao originalni signal i slučajnost dobijenog aperiodičnog signala. Međutim, haotični sistemi imaju i neke univerzalne osobine, koje bi dalje mogle omogućiti kreiranje efikasnih modela za kompleksne sisteme. Grafička ilustracija haosa nelinearnih dinamičkih sistema pokazuje njegovu ograničenost u prostoru, ali ne na uobičajeni način već u vidu složenih struktura kao što je *Lorenz*-ov atraktor. Za opisivanje haotičnih sistema i geometrijsku karakterizaciju koristi se geometrija haosa ili fraktalna geometrija. Jedna od osnovnih geometrijskih osobina ovih sistema je velika složenost i fina struktura bez obzira na skalu posmatranja [26, 78].

Korišćenjem geometrije fraktala moguće je merenje kompleksnosti sistema iz ovog ugla. Fraktali i multifraktali i njihove mere biće detaljno definisani i objašnjeni u narednoj sekciji. Neke od dodatnih mera kompleksnosti sistema date su u radu [84]. Mere kompleksnosti, kako potiču iz rada naučnika iz različitih oblasti (arhitektura,

biologija, ekonomija, elektrotehnika, računarska tehnika) dobijale su različite oznake, ali su suštinski veoma slične. Neke od mera kompleksnih sistema su dimenzija, informacija, entropija, dubina, hijerarhija.

4.2 Fraktali i multifraktali

4.2.1 Fraktali

Fraktali predstavljaju kompleksne geometrijske oblike, koje imaju finu strukturu na proizvoljno maloj skali. Fraktali obično imaju određeni stepen samosličnosti (*self-similarity*), što znači da deo fraktalnog objekta ima osobine koje podsećaju na objekat u celini. Ova sličnost može biti egzaktna ili statistička, [26, 43].

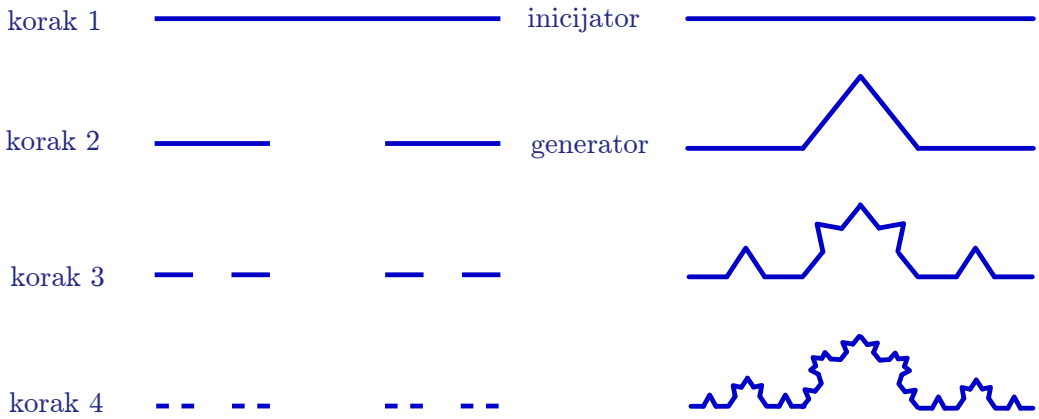
Pojmom fraktala i prisustvom fraktala u prirodi prvi se bavio *Mandelbrot* 1982. godine u svojoj knjizi Fraktalna geometrija prirode (*The Fractal Geometry of Nature*), [85]. Prvi matematički fraktali bili su definisani i opisani i ranije, kao što su to uradili *Cantor* 1872, *Koch* 1904. i *Hausdorff* 1919, [86]. Ipak za tvorca fraktala smatra se *Mandelbrot* jer je imao ključnu ulogu u definisanju fraktalne geometrije, povezivanju matematičkih fraktala sa fraktalima u prirodi i definisanju zajedničkih parametara kojima se fraktali mogu opisati.

Među prirodne fraktale spadaju linija obale, planinski venci, drveće, karfiol, pahulje. Takođe, društvene tvorevine, kao što su linkovi u komunikacionim sistemima ili ekonomsko tržište, imaju fraktalna svojstva. Vizuleno predstavljanje samosličnosti ovakvih fraktalnih struktura, na primeru karfiola dato je na Slici 4.5.

Jedan od širokopoznatih i jednostavnih fraktala je *Cantor*-ov skup, pa će na ovom primeru biti ilustrovana osovna svojstva fraktala [26, 79, 78]. *Cantor*-ov skup C dat je na Slici 4.6. Postupak počinje sa korakom 1 kada skup čini ceo interval $C_0 = [0, 1]$. Ovaj početni objekat se zove inicijator. U narednom koraku označenom sa korak 2, srednji deo početnog intervala, konkretno interval $[1/3, 2/3]$ je uklonjen, što znači da su preostala dva dela $[0, 1/3]$ i $[2/3, 1]$ koja čine C_1. Ovaj objekat se označava kao generator. Na dva intervala dobijena u koraku 2 primenjuje se isto pravilo i uklanja središnji deo čime se dobijaju četiri inervala u koraku 3. Postupak se dalje ponavlja po istom principu do graničnog člana C_∞ koji predstavlja *Cantor*-ov

Slika 4.5: Vizuelna ilustracija samosličnosti karfiola pomoću delova karfiola različite veličine.

skup.



Slika 4.6: Postupak generisanja *Cantor*-ovog skupa i *Koch*-ove krive.

Koch-ova kriva je fraktal koji nastaje po sličnom principu, osim što se nakon uklanjanja središnjeg intervala, generator kreira tako šte se uklonjeni interval zameni sa dva segmenta u obliku trougla sa uklonjenom osnovom, kao na Slici 4.6. Ovaj fraktal može da posluži za modelovanje prirodne fraktalne strukture – linije obale.

Cantor-ov skup i *Koch*-ova kriva imaju sledeće osobine, [26]:

- Imaju strukturu na proizvoljno maloj skali, odnosno posmatrajući pojedine

delove strukture i uvećavajući ih struktura i dalje prati osobine celine;

- Samoslični su, što znači da ako se posmatraju pojedini delovi strukture oni prate oblik cele strukture, odnosno nakon translacije i skaliranja mogu odgovarati celom skupu;

- Imaju dimenzije koje nisu ceo broj.

Nabrojane osobine *Cantor*-ovog skupa i *Koch*-ove kriva su zapravo generalne osobine fraktalnih struktura, pri čemu je treća osobina (necelobrojna dimenzija) mera fraktala i kompleksnosti.

4.2.2 Fraktalne dimenzije

Intuitivna ideja dimenzije podrazumeva da je dimenzija nekog objekta jednaka broju parametara (koordinata) koje su potrebne da bi se na jedinstven način opisale tačke objekta. Po tome je linija jednodimenzinalan objekat, ravan dvodimenzinalan, a telo trodimenzionalan. Ovakva definicija dimenzije označava se kao topološka i uvek je ceo broj, [26, 79, 85, 78].

Ako bi se merila dužina *Koch*-ove krive i ako je inicijator dužine L, generator bi imao 4 segmenta dužine $L/3$, a naredni korak $4 \cdot 4$ segmenta dužine $L/(3 \cdot 3)$... Na ovaj način, ukupna dužina na n-tom koraku bi bila $4^n \cdot L/3^n$, odnosno kada $n \to \infty$ ukupna dužina *Koch*-ove krive teži beskonačnosti. Slična pravilnost je uočena i za merenje dužine obale, na primer u *Mandelbrot*-ovom radu iz 1967. "Koliko je duga obala Britanije?", [87].

Na osnovu navedenih pokušaja uočava se da je merenja dužine kompleksnih struktura nepraktično. Slično važi i za površinu ili zapreminu. Da bi se izmerio stepen kompleknosti potrebno je naći vezu između toga koliko se dužina, površina ili zapremina brzo menjaju sa smanjenjem skale. Ova veza bi dalje omogućila određivanje tražene veličine u zavisnosti od skale. Zakon koji daje ovu vezu je zakon stepena (*power law*) u obliku

$$y \sim x^D. \tag{4.5}$$

Ovaj zakon je u osnovi fraktalne samoslične dimenzije (*fractal self-similarity*

dimension), koja je definisana kao:

$$D = \frac{\log m}{\log r}, \tag{4.6}$$

gde je m broj kopija, a r faktor skaliranja.

Na primer, ako se pogleda *Cantor*-ov skup (Slika 4.6) i koraci 1 i 2, uočava se da je broj kopija generatora $m = 2$, a skala sa kojom su umanjeni $r = 3$. Odnosno, fraktalna samoslična dimenzija *Cantor*-ov skupa je $D = \log 2/\log 3 \approx 0.63$. Po istom principu se za *Koch*-ovu krivu dobija dimenzija $D = \log 4/\log 3 \approx 1.26$.

Fraktalna dimenzija kvantitativno objašnjava u kojoj meri fraktalni skup ispunjava prostor. Na primer, *Cantor*-ov skup ima fraktalnu dimenziju koja je veća od dimenzije tačke, ali manja od dimenzije linije, što znači da *Cantor*-ov skup ispunjava prostor u većoj meri nego tačka, ali zbog isečaka u strukturi u manjoj meri nego linija. Sa druge strane, *Koch*-ovu kriva ima veću fraktalnu dimenziju nego linija, što znači da više ispunjava prostor, ali manje od površine sa dimenzijom dva, [26].

Princip merenja kompleksnosti pomoću fraktalne samoslične dimenzije je jednostavan za izračunavanje, ali za slučaj kada fraktali nemaju skaliranje (kao što je na primer *Lorenz*-ov čudni atraktor) ili su u pitanju prirodni fraktali (na primer linija obale ostrva) postaje nemoguć. Zato je potrebna generalizovana definicija fraktalne dimenzije – *box* dimenzija.

Izračunavanje *box* dimenzije podrazumeva postavljanje kompleksne strukture na mrežu čiji su boksovi dimenzije ϵ i brojanje boksova koji sadrže deo strukture $N(\epsilon)$. Smanjivanjem veličine boksa ϵ određuje se i odgovarajuća veća vrednost za $N(\epsilon)$. Crtanjem dobijenih vrednosti na log/log dijagramu i određivanjem nagiba za pravu koja prolazi kroz izmerene vrednosti dobija se *box* dimenzija. Ovo se može zapisati i kao

$$D = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{\log N(\epsilon)}{\log(1/\epsilon)}. \tag{4.7}$$

Na ovaj način može se odrediti dimenzija prirodnih fraktala kao što je dužina obale Britanije $D_{box} \approx 1.25$ ili karfiola $D_{box} \approx 2.33$.

Dimenzija koja se zasniva na prebrojavanju boksova je složena za numeričko izračuvanje. Slična dimenzija je *Hausdorff*-ova dimenzija, koja podrazumeva pre-

krivanje strukture boksovima sa promenljivom veličinom, što čini ovu dimenziju još složenijom za izračunavanje [26, 79].

Pored nabrojanih dimenzija, koje se najviše koriste, postoje i druge dimenzije, kao što su *pointwise* dimenzija koja se često koristi za određivanje dimenzije čudnih atraktora (dimenzija *Lorenz*-ovog čudnog atraktora $D_{pw} \approx 2.06$) ili korelaciona dimenzija koja uzima u obzir i gustinu strukture, a ne samo da li struktura postoji u boksu ili ne.

4.2.3 Multifraktali i binomijalna kaskada

U prethodnim primerima fraktala, proizvoljni deo kompleksne strukture je uvek ili pripadao skupu ili ne, odnosno struktura je bila, kako se to ponekad označava $crno - bela$. Međutim, u nekim situacijama, potrebno je prirdružiti određenu meru (*measure*) delu skupa, što ilustrativno znači da u skupu postoje *nijanse sive*. Poput fraktalnih skupova, za skupove mera važi da su veoma iregularni i promenljivi po svojoj vrednosti na različitim skalama posmatranja. Ako je promenljivost ovih skupova egzaktno ili statistički samoslična reč je o multifraktalima [42, 88].

Primer prirodne multifraktalnih pojave je količina površinske vode na određenoj površini. Ako se posmatra određena površina S postoje veće ili manje šanse za pojavu površinske vode. Podelom izabrane površine na S_1 i S_2 mere za količinu vode se menjaju. Dalje smanjenje površine vodilo bi do dalje promene količine površinske vode u različitim delovima. Na ovaj način dobija se veoma iregularna mera na različitim skalama.

Konstrukcija fraktalne mere moguća je i za fraktalni skup, na primer za već predstavljeni *Cantor*-ov skup. U ovom slučaju prilikom generisanja intervala uzeto je da se od početne jedinične mere levom intervalu dodeljuje 1/3, a desnom 2/3 od ukupne mere. Istovremeno sa dodelom mera događa se i uobičajeni proces generisanja *Cantor*-ovog skupa, [89, 88].

Proces koji podrazumeva da se skup deli na manje delove po određenom pravilu, a mere tog skupa se u isto vreme dele po drugom pravilu se označava kao multiplikativni proces [42, 88, 90, 78]. Ova grupa multifraktala je posebno važna, jer njihovom karakterizacijom postavljene su osnove i za opisivanje prirodnih multi-

fraktala. Takođe, razvijeni su i matematički modeli po principima multinomijalnih kaskada, posebno binomijalne, za modelovanje prirodnih sistema.

Princip kreiranja binomijalne kasade je vrlo sličan onom za *Cantor*-ovu meru. Binomijalna kasada se označava i kao *Bernoulli*-jeva ili *Besicovitch*-eva mera. Proces generisanja binomijalne kaskade započinje sa jediničnom merom μ koja je uniformno raspoređena na intervalu $I = [0, 1]$. U narednom koraku mera se raspoređuje na dva segmenta $I_0 = [0, 1/2]$ i $I_1 = [1/2, 1]$, tako da važi $\mu(I_0) + \mu(I_1) = m_0 + m_1 = 1$.

U narednom koraku isti proces se ponavlja na podintervalima I_0 i I_1. Odnosno, u koraku $k = 2$ kreiraju se podintervali I_{00}, I_{01}, I_{10} i I_{11} čija je veličina 2^{-2}, a mere m_0m_0, m_0m_1, m_1m_0 i m_1m_1, respektivno.

Proces se dalje ponavlja po istom principu tako da u k-tom koraku kaskada sadrži segmente $I^k = I_{\beta_1,\beta_2,\ldots,\beta_k}$ na intervalima $[i2^{-k}, (i+1)2^{-k}]$, gde je $\beta_i \in \{0, 1\}$, a $i = 0, 1, \ldots, 2^{-k} - 1$. Mere ovako dobijenih segmenata su date sa

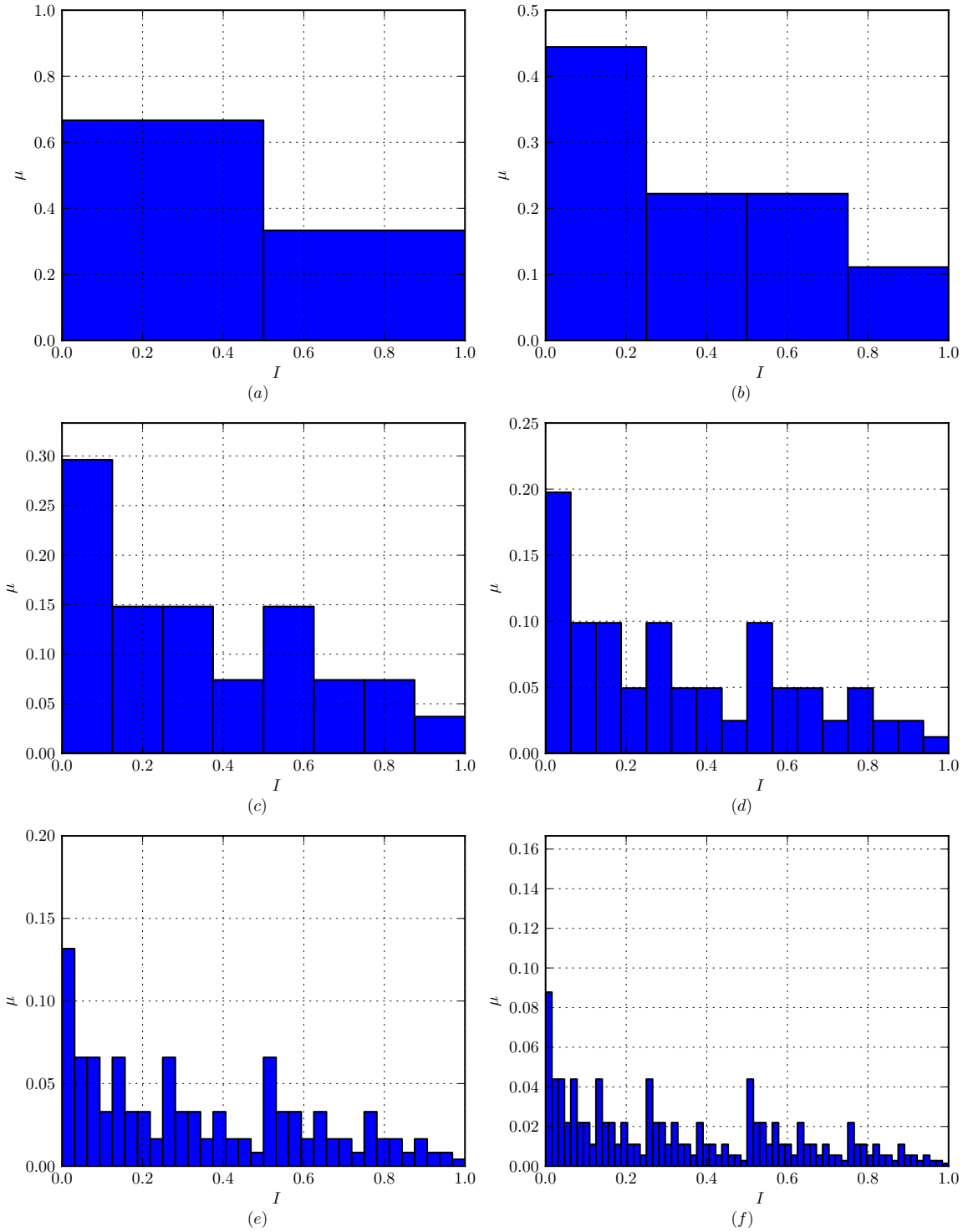
$$\mu_{\beta_1,\beta_2,\ldots,\beta_k} = \prod_{i=1}^{k} m_{\beta_i} = m_0^{n_0} m_1^{n_1}, \tag{4.8}$$

gde je n_0 ukupan broj nula u adresi $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$, a n_1 ukupan broj jedinica.

Primer generisanja binomijalne kaskade dat je na Slici 4.7. Za vrednosti mera uzete su $m_0 = 2/3$ i $m_1 = 1/3$. Na Slici 4.7 prikazani su intervali binomijalne kaskade I^k čija je širina 2^{-k} za $k = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$, a čije se mere određuju na osnovu izraza 4.8. Binomijalna kaskada je generisana korišćenjem programskog jezika *Python*.

4.2.4 Karakterizacija multifraktala

Za karakterizaciju kompleksnosti multifraktala samo jedan broj, poput fraktalne *box* dimenzije, nije dovoljan. U ovakvom scenariju dimenzija D za skup S koji ima meru μ bi se određivala prekrivanjem strukture sa boksovima dimenzije ϵ, a zatim prebrojavanjem svih boksova koji sadrže deo strukture $N(\epsilon)$. Konačno, fraktalna *box* dimenzija bi bila određena pomoću relacije $N(\epsilon) \sim \epsilon^{-D}$. Problem sa ovakvom karakterizacijom je što je vrednost mere strukture zanemarena prilikom izračunavanja, pa je potrebno prilikom karakterizacije multifraktala uključiti težinske koeficijente koji će zavisiti od vrednosti mere.



Slika 4.7: Generisanje intervala I^k, širine 2^{-k} i mera μ, binomijalne kaskade za: (a) $k = 1$, (b) $k = 2$, (c) $k = 3$, (d) $k = 4$, (e) $k = 5$, (f) $k = 6$.

Uobičajeno je da se gustina verovatnoće, koja se određuje kao $\mu(S)/\epsilon^E$, gde je E Euklidska prostorna dimenzija, koristi za opisivanje podataka u skupu S. Međutim, za multifraktalne strukture kada $\epsilon \to 0$ ne postoji granična vrednost, zbog kompleksnosti strukture. Zbog toga je, umesto gustine verovatnoće, potrebna veličina α definisana kao

$$\alpha = \frac{\log \mu(\text{box})}{\log(\epsilon)} \tag{4.9}$$

koja predstavlja grubi *Hölder*-ov eksponent (*coarse Hölder exponent*). Ovakva karakterizacija parametra je u skladu sa prisustvom zakona eksponenta kod fraktala i multifratkala. Parametar α daje odnos logaritma mere unutar boksa i logaritma veličine boksa. Uobičajeno, grubi *Hölder*-ov eksponent α ima vrednosti u opsegu $[\alpha_{min}, \alpha_{max}]$, gde je $0 < \alpha_{min} < \alpha_{max} < \infty$.

Jednom kada je određen parametar α potrebno je odrediti njegovu frekvencijsku raspodelu. Za različite vrednosti parametra α, određuje se broj boksova $N_\epsilon(\alpha)$ koji imaju grubi *Hölder* ekponent jednak α. Kao i kod određivanja karakteristika originalnog skupa, i kod parametra α raspodela verovatnoća sa smanjenjem veličine boksa $\epsilon \to 0$ nema graničnu vrednost. Zbog toga je potrebna težinska logaritamska funkcija

$$f_\epsilon(\alpha) = -\frac{\log N_\epsilon(\alpha)}{\log(\epsilon)}. \tag{4.10}$$

Ova funkcija za $\epsilon \to 0$ teži funkciji $f(\alpha)$.

Funkcija $f(\alpha)$ opisuje na koji način se sa smanjenjem veličine boksova ϵ, povećava broj boksova sa grubim *Hölder*-ovim eksponentom jednakim α, $N_\epsilon(\alpha)$. Veza ovih parametara je data pomoću relacije $N_\epsilon(\alpha) \sim \epsilon^{-f(\alpha)}$. Funkcija $f(\alpha)$ opisuje raspodelu parametra α. Grafik $f(\alpha)$ se označava kao multifraktalni spektar ili $f(\alpha)$ kriva. Za neke jednostavne multifraktale (kao što je binomijalna kaskada) izgled multifraktalnog spektra podseća na matematički simbol $\bigcap$. Za neke multifraktale $f(\alpha)$ kriva može biti nakrivljena na jednu stranu.

Nekada se parametar α označava kao jačina singulariteta, pa tada $f(\alpha)$ prestavlja singularnost ili *Hausdorff*-ovu singularnost, a $f(\alpha)$ kriva se označava kao spektar singulariteta. Singularnost α prati lokalne promene u signalu, a $f(\alpha)$ daje globalne karakteristike podataka, [42, 91, 92, 93].

Za empirijsku samosličnu meru važi da je poznato samo jedno n-to stanje mere. U ovom slučaju, za određivanje multifraktalnog spektra prethodna stanja mere se rekonstruišu grubom granulacijom mere. Za diskretne podatke, najmanja mera se dobija za n-to stanje mere kada je veličina boksova $\epsilon = 1$. Suma svih mera u okviru jednog stanja je jednaka jedan ili je normalizovana da to bude.

U ovom istraživanju korišćene su dve metode za estimaciju $f(\alpha)$ krive: metod momenta i histogram metod. Metod momenta je izabran kao metod u kome $f_\epsilon(\alpha)$ najbrže konvergira $f(\alpha)$, što znači da je vreme procesiranja podataka kratko. Sa druge strane, histogram metodu karakteriše sporija konvergencija $f_\epsilon(\alpha)$ na $f(\alpha)$ i sporije izvršavanje, ali ova metoda može da omogući prikaz aditivnih procesa u signalu i omogućava inverznu multifraktalnu analizu – određivanje tačnog dela podataka koji imaju izabrani par vrednosti $(\alpha, f(\alpha))$. Takođe, metoda momenta i histogram metoda se razlikuju po postupku rada sa podacima, u smislu da metoda momenta obavlja uravnavanje podataka radi bržeg rada, dok histogram metoda sve vreme radi sa čistim originalnim podacima i sadrži manje aproksimacija.

4.2.5 Multifraktalni spektar binomijalne kaskade

Vrednost grubog *Hölder*-ovog ekponenta α kod binomijalne kaskade zavisi od izabranog dela kaskade. Na primer, u blizini 0, mera prvog intervala, po jednačini (4.8), je $\mu([0, 2^{-k}]) = m_0^k = (2^{-k})^{v_0}$, gde je $v_0 = -\log_2 m_0$, a vrednost grubog *Hölder*-ovog ekponenta α je $\alpha_{min} = v_0$. Sa druge strane, u blizini 1 za binomijalnu kaskadu dobija se maksimalna vrednost grubog *Hölder*-ovog ekponenta α, $\alpha_{max} = v_1 = -\log_2 m_1$. Maksimalna i minimalna vrednost parametra α se ne vezuju uvek za krajnje delove multifraktalne strukture, već mogu da budu karakteristika bilo kog njenog dela. Ova karakterisitka važi za binomijalnu kaskadu i tačna je bez obzira na stanje k kaskade koje se posmatra [42, 88].

Po izrazu za određivanje parametra α (4.9), za interval binomijalne kaskade I_k veličine 2^{-k} važi

$$\alpha(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k) = \frac{\log \mu_{\beta_1,\beta_2,\ldots,\beta_k}}{\log 2^{-k}} = \frac{\log m_0^{n_0} m_1^{n_1}}{-k \log 2} = \frac{n_0}{k} v_0 + \frac{k - n_0}{k} v_1. \tag{4.11}$$

Ako se za odnos n_0/k, koji predstavlja odnos broja nula u adresi intervala i ukupnog stanja kaskade obeleži sa ϕ_0, a odnos n_1/k sa ϕ_1, izraz za grubi *Hölder*-ov ekponent binomijalne kaskade postaje

$$\alpha = \phi_0 v_0 + (1-\phi_0)v_1 = \phi_0\alpha_{min} + (1-\phi_0)\alpha_{max}. \tag{4.12}$$

Kriva $f(\alpha)$ predstavlja distribuciju *Hölder*-ovog ekponenta. Da bi se odredila funkcija $f(\alpha)$ za binomijalnu kaskadu potrebno je prvo odrediti broj $N_k(\alpha)$ intervala I_k veličine 2^{-k} čiju je *Hölder*-ov ekponent α. Na osnovu izraza (4.12) vidi se da vrednost parametra α zavisi od frekvencije broja nula ϕ_0, pa je binomni koeficijent $N_k(\alpha)$ zavisan od broja načina da dati broj nula $n_0 = \phi_0 k$ rasporedi u okviru k pozicija:

$$N_k(\alpha) = \binom{k}{\phi_0(\alpha)k}. \tag{4.13}$$

Razvojem binomnog koeficijenta i korišćenjem *Stirling*-ove aproksimacije dobija se proporcionalnost

$$N_k(\alpha) \sim (2^{-k})^{-f(\alpha)}, \tag{4.14}$$

gde je

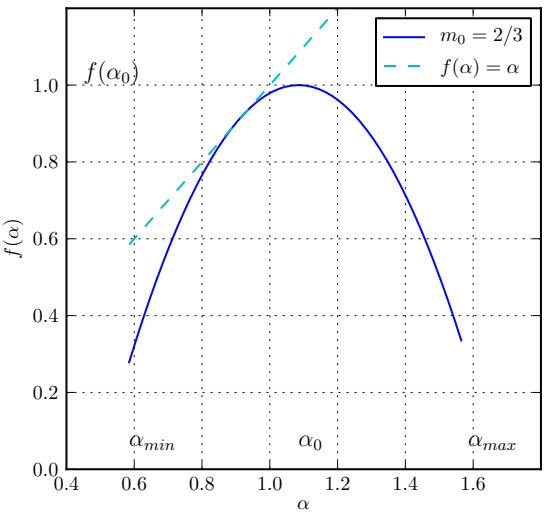
$$f(\alpha) = -\frac{\alpha_{max}-\alpha}{\alpha_{max}-\alpha_{min}}\log_2(\frac{\alpha_{max}-\alpha}{\alpha_{max}-\alpha_{min}}) - \frac{\alpha-\alpha_{min}}{\alpha_{max}-\alpha_{min}}\log_2(\frac{\alpha-\alpha_{min}}{\alpha_{max}-\alpha_{min}}). \tag{4.15}$$

Razvojem izraza (4.15) oko tačke $\alpha = \alpha_0 = (\alpha_{max}+\alpha_{min})/2$ dobija se izraz za aproksimativno određivanje multifraktalnog spektra binomijalne kaskade koji glasi:

$$f(\alpha) = 1 - \frac{2}{\ln 2}\left(\frac{\alpha-\alpha_0}{\alpha_{max}-\alpha_{min}}\right)^2. \tag{4.16}$$

Neke od karakteristika multifraktalnog spektra binomijalne kaskade su:

- funkcija $f(\alpha)$ je nenegativna;
- maksimum funkcije $f(\alpha)$ se dostiže kada je $\alpha = \alpha_0$;
- $f(\alpha)$ kriva je simetrična;
- $f(\alpha)$ kriva je kvadratna u blizini maksimuma;



Slika 4.8: Multifraktalni spektar binomijalne kaskade.

- kriva leži ispod prave $f(\alpha) = \alpha$, sa kojom ima zajedničku tačku kada je $\alpha = \alpha_1$.

Jedan primer spektra binomijalne kaskade dat je na Slici 4.8. Multifraktalni spektar je dobijen korišćenjem izraza (4.16). Izabrana je binomijalna kaskada za koju važi da su vrednosti mera $m_0 = 2/3$ i $m_1 = 1/3$. Dobijene vrednosti za $\alpha_{min} = v_0 = -\log_2 m_0 = 0.5850$ i $\alpha_{max} = v_1 = -\log_2 m_1 = 1.5850$ označene su na grafiku. Multifraktalni spektar je generisan korišćenjem programskog jezika *Python*.

4.3 Primene nelinearnih dinamičkih sistema, fraktala i multifraktala

Nelinearni dinamički sistemi su zastupljeni u širokom opsegu oblasti, kao što su biologija, ekonomija, elektrotehnika, geologija, hemija, medicina, meterologija. U ovom poglavlju biće nabrojani primeri različitih struktura iz nelinearnih dinamičkih sistema koji se sreću u različitim poljima, koriste za njihovo modelovanje i opisivanje. Takođe, biće dati praktični primeri primene fraktalnih i multifraktalnih osobina i njihove karakterizacije, [77, 79, 94].

Među prve praktične slučajeve nelinearnih dinamičkih sistema i haosa ubrajaju se *Lorenz*-ov model atmosferskih kretanja opisan čudnim atraktorom [83] i *Chhabra* model turbulencije razvijen u laboratoriji za koji je određen i multifraktalni spektar

[92].

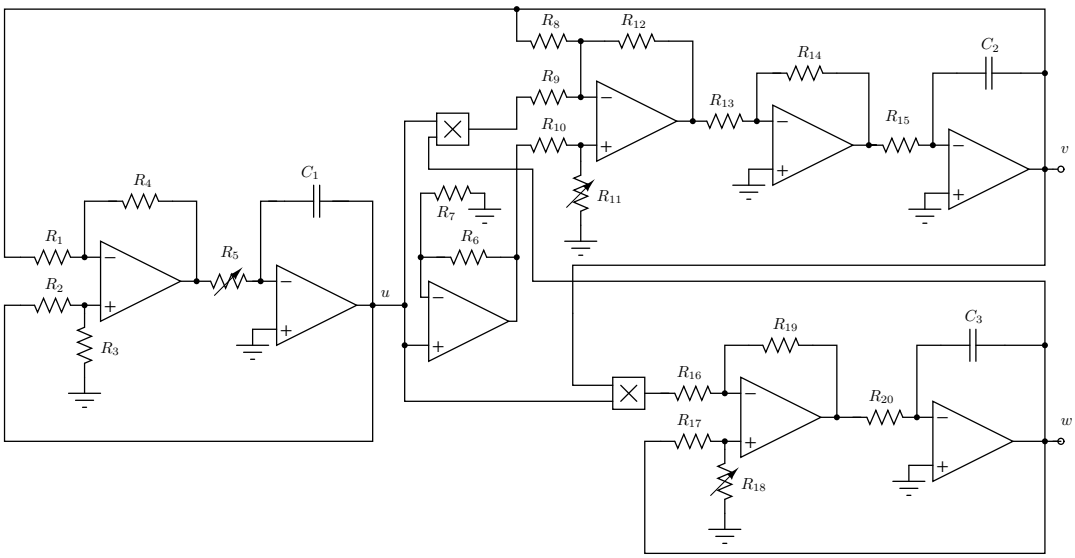
Jedna od prvih primena logističke mape, date izrazom (4.1) je za ilustraciju rasta populacije životinjskih vrsta. Detaljna analiza rasta populacije, ograničenja pri njenom rastu, uz ispitivanje uticaja sredine, data je u [95]. Drugi primer prirodnog nelinearnog dinamičkog sistema dat je u radu [96], koji se bavi sinhronizacijom bioloških oscilatora u okviru populacije, kao što je sinhronizacija emitovanja svetla kod svitaca.

U oblasti hemije i biohemije posebnu revoluciju je napravio rad posvećen oscilacijama prilikom reakcije koje je uočio *Belousov* u svom radu iz 1959. Njegovi rezultati su na engleskom objavljeni u okviru knjige Matematička biologija, [97]. Primer izgleda spirala koje nastaju u posudi sa rastvorom kiseline, prilikom *Belousov*-e reakcije, dat je na Slici 4.9. Promene u prostoru i vremenu koje nastaju pri reakciji inspirisali su kreiranje modela mulitfraktala [79].

Slika 4.9: Spiralni talasi u posudi prilikom *Belousov*-e hemijske reakcije, ([http://2012books.lardbucket.org/books/principles-of-general-chemistry-v1.0/s18-00-chemical-kinetics.html])

Multifraktali se u oblasti ekonomije koriste za modelovanje ekonomskog tržišta i moguću predikciju promena na tržištu. Multifraktalni modeli finansijskih podataka detaljno su obrađeni u knjizi [98].

Primena nelinearnih sistema, fraktala i multifraktala u elektrotehnici je višestruka, za električna kola, komunikacije i obradu signala. Pojava haosa uočena je u električnim kolima sa nelinearnim elementima, kao što su diode i tranzistori. Primer ispitivanja haosa kola sa diodom dat je u [99], dok je kolo sa tranzistorom za primenu u realizaciji haotičnih oscilatora dato u [100]. U oblasti telekomunikacija



Slika 4.10: *Lorenz*-ovo haotično kolo za zaštitu pri komunikaciji, (Šema nacrtana u programu *XCircuit* na osnovu šeme u K. M. Cuomo, A. V. Oppenheim, Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communications, [101])

i primene haosa posebno se izdvaja rad [101] koji je zatim pokrenuo lavinu istraživanja u ovoj oblasti. U [101] razvijen je princip zaštite podataka prilikom prenosa električnim kolima tako da se korisni signal meša sa generisanim haosom omogućavajući privatnu komunikaciju, pri čemu generisani haos može biti poput onoga kod *Lorenz*-ovog atraktora. *Lorenz*-ovo haotično kolo koje omogućava privatnu komunikaciju dato je na Slici 4.10. Prinicip korišćenja kola i ilustrativni primer prenosa muzičkog signala sa kolom datim na Slici 4.10 dat je u [79].

Primena fraktala i multifraktala u obradi slika omogućava njihovu segmentaciju i izdvajanje karakterističnih delova, [102, 103]. Dobar primer analize digitalnih medicinskih slika pomoću fraktalnih karakteristika dat je u [104]. Na Slici 4.11 data je slika mozga dobijena pomoću magnetne rezonance za izabrane vrednosti multifraktalnog spektra. Multifraktalna obrada slika našla je primenu i u ispitivanju karakteristika materijala, na primer multifraktalna karakterizacija polimera, [105].

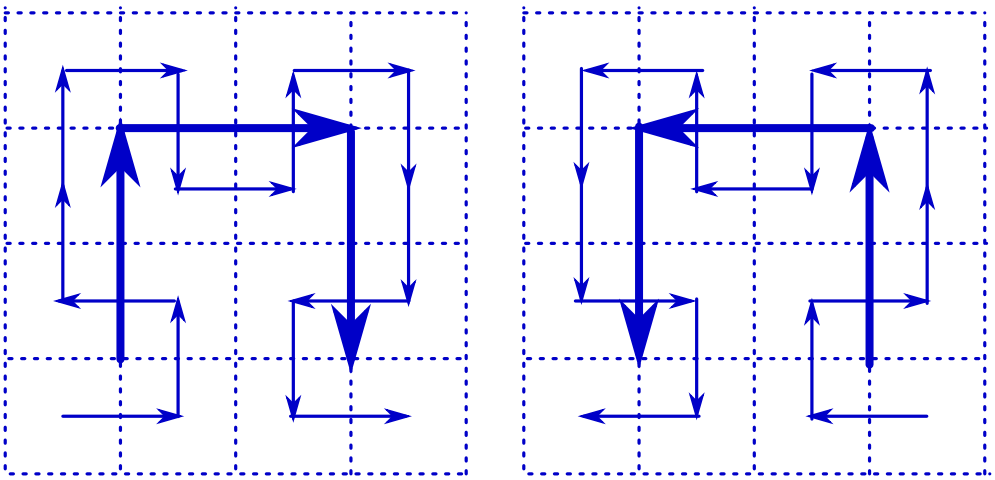
Fraktalne osobine slika, pored izdvajanja njihovih osobina, našle su primenu i u razvoju efikasnih metoda kompresije digitalnih slika, [27]. Na Slici 4.12 data je ilustracija fraktalne strukture – *Hilbert*-ove krive prlikom prekrivanja dela slike – bloka, sa ciljem efikasne segmentacije, prekrivanja i kvantizacije.

Postoje brojne primene multifraktala u goelogiji, kao što su karakterizacija po-

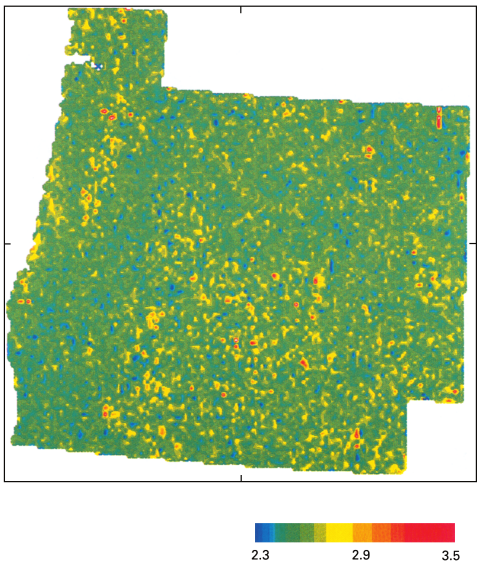
Slika 4.11: Izdvajanje karakterističnih detalja sa MRI slike na osnovu vrednosti u multifraktalnom spektru, (I. Reljin, B. Reljin, Fractal geometry and multifractals in analyzing and processing medical data and images, [104])

java u seizmolgiji ili modeli erozija i poplava u geomorfologiji [106]. Primer primene mutlifraktala u geofizici je i klasifikacija sedimentnih stena pomoću multifraktalnog spektra, [107]. Jedan primer primene fraktala u geologiji dat je na Slici 4.13.

Posebno važnu grupu primena kompleksnih sistema i multifraktala predstavlja primena na mreže i njihov saobraćaj [77, 33]. Multifraktalne osobine saobraćaja na putevima date su u [103], gde su izloženi i pristupi predikciji stanja na putevima. Multifraktalna priroda *Ethernet* saobraćaja pokazana je u [29], dok je TCP (*Transmission Control Protocol*) saobraćaj uspešno karakterizovan kao multifraktalni u [34].



Slika 4.12: *Hilbert*-ove krive za prekrivanje bloka slike pri fraktalnoj kompresiji, (Ilustracija nacrtana na osnovu slike iz G. Melnikov, A. K. Katsaggelos, A jointly optimal fractal/DCT compression scheme, [27])



Slika 4.13: Mapa fraktalnih dimenzija za državu Oregon, (D. L. Turcotte, Fractals and Chaos in Geology and Geophysics, [106])

Na osnovu dobijenih multifraktalnih osobina saobraćaja u komunikacionim sistemima pokrenuta su i istraživanja karakterizacije i modelovanja saobraćaja kao multifraktalne strukture. Ispitivanje gubitaka u bežičnoj mreži uzevši u obzir multifraktalni saobraćaj dato je u [108]. Modelovanje multifraktalnog saobraćaja pomoću multinomijalnih kasakada je posebno aktivna oblast istraživanja [44, 41]. Multifraktali su našli primenu u karakterizaciji slika, kao što je prethodno pomenuto, a primena je dalje proširena i na video signal i njegov saobraćaj, kao što je to izloženo u [109] za H.263 i MPEG-4 video, u [30] za H.264/AVC video sekvence. Posebno važnu kategoriju za multifraktalne strukture predstavljaju video sekvence sa promenljivim bitskim protokom i približno konstantnim kvalitetom [20], koje su ispitivane i u ovom radu, zbog svoje velike promenljivosti saobraćaja na različitim skalama posmatranja.

Poglavlje 5

Analiza samosličnosti 3D video formata

Saobraćaj komunikacionih mreža pokazuje samoslično ponašanje sa zavisnošću na dugom rasponu niza, što se označava kao *Long-Range Dependent* (LRD) proces. U ovom istraživanju ispitana je fraktalna samosličnost 3D video formata korišćenjem vizuelnih i rigoroznih statističkih metoda. Ispitivana je samoslična priroda *multiview* (MV) formata, frejm sekvencijalnog (*Frame Sequential*, FS) formata i *side-by-side* (SBS) reprezentacionog formata. Ovi originalni naučni rezultati objavljeni su u [31].

U ovom Poglavlju biće objašnjeni osnovni parametri samosličnosti, dati algoritmi metoda određivanja parametra samosličnosti i biće prezentovani rezultati samosličnosti 3D video formata. Prilikom ispitivanja 3D video formata biće uzeti u obzir format videa, pogled 3D videa, vrednosti kvantizacionih parametara kodera i *streaming* metod videa.

5.1 Osnovni parametri samosličnosti

Proces čije su vrednosti realne $X(t)$, $t \in \mathbb{R}$, je samosličan sa parametrom H ako su za svaki pozitivni faktor c raspodele konačnih dimenzija $X(ct)$, $t \in \mathbb{R}$, jednake po raspodeli $c^H X(t)$, $t \in \mathbb{R}$, [26, 28, 110]. Tako, tipične samoslične serije ili samoslični procesi kvalitativno izgledaju isto bez obzira na vremensku skalu na kojoj se posmatraju. Ovo ne znači da se ista slika ponavlja na identičan način, već je to generalni

utisak da proces ostaje isti.

Jedna od prednosti samosličnog modela je što se stepen samosličnosti izražava pomoću samo jednog broja, parametra H. Ovaj parametar se ponekad označava kao *Hurst*-ov eksponent, po hidrologu čije je ime *Herold Hurst*, koji je istraživao skaliranje fluktuacija reka i dizajn rezervoara, [111]. Takođe, za ovaj parametar zaslužan je i matematičar *Ludwig Hölder*, koji je pošavši od Braunovog kretanja matematički ispitivao promenu korelacije u nizu podataka. Pomoću parametra H moguće je opisati dinamiku promena u nizu i tendencije rasta ili opadanja, [112].

Vrednosti *Hurst*-ovog parametra mogu se podeliti u tri kategorije:

- opseg $0 < H < 1/2$ koji karakteriše procese koji imaju zavisnost na kratkom opsegu (*Short-Range Dependent*, SRD);
- $H = 1/2$ za procese sa slučajnim promenama (*random walk*);
- opseg $1/2 < H < 1$ koji karakteriše procese koji imaju zavisnost na dugom opsegu (*Long-Range Dependent*, LRD).

Slučaj $H = 1/2$ karakteriše procese koji imaju nezavisne promene u procesu, tj. promene $X(t_2) - X(t_1)$ i $X(t_3) - X(t_2)$ gde važi $t_1 < t_2 < t_3$ su nezavisne u smislu teorije verovatnoće, odnosno njihova korelacija je nula. Parametar H u opsegu $0 < H < 1/2$ karakteriše procese koji imaju negativne korelacione inkremente, dok je opseg vrednosti $1/2 < H < 1$ karakterističan za procese sa pozitivnom korelacijom između promena, tj. ako grafik X raste za neko t_0, onda važi da nastavlja da raste i za $t > t_0$, [26]. Opisana tri procesa se ponekada označavaju i kao fraktalni Braunovi procesi. Detaljan matematički prikaz ovih procesa može se naći u [113].

Pokazano je da saobraćaj u komunikacionim mrežama pokazuje samoslične osobine, merenjem samosličnosti pomoću *Hurst*-ovog parametra. Ovaj parametar ukazuje na nivo eksplozivnosti saobraćaja, gde više vrednosti parametra ukazuju na veću eksplozivnost saobraćaja, [29, 30].

5.2 Metode za ispitivanje samosličnosti

U ovom istraživanju korišćene su tri metode za ispitivanje samosličnosti 3D videa. Algoritmi korišćenih metoda biće objašnjeni u nastavku teksta, dok se dodatna objašnjenja i metode ispitivanja samosličnosti mogu naći u [28, 29, 110, 114]. U ovom radu korišćene su: metoda agregacije varijanse (*aggregated variance method*), R/S statistička metoda (*R/S statistic method*) i metoda zasnovana na korelaciji multifraktalne analize i *Hurst*-ovog parametra, tj. metoda više skala (*multiscale method*). Korišćeni algoritmi su sa uspehom testirani na procesu sa fraktalnim Gausovim šumom, sa predefinisanom vrednošću *Hurst*-ovog parametra, [115].

5.2.1 Metoda agregacije varijanse

3D video formati su ispitivani korišćenjem video trejsova, koji sadrže podatke o pojedinačnim frejmovima video sadržaja. Ako je sa N obeležen broj frejmova u trejsu, X_n, $n = 1, \ldots, N$, veličina pojedinačnih frejmova, $\overline{X}$ srednja vrednost frejmova, i S_X^2 varijansa veličine trejsova, agregacioni trejsovi veličine frejmova, čiji je nivo agregacije dat sa a, su definisani kao

$$X_n^{(a)} = \frac{1}{a} \sum_{j=(n-1)a+1}^{na} X_j, \; n = 1, 2, \ldots, N/a \tag{5.1}$$

tj. agregacioni trejsovi veličine frejmova su formirani usrednjavanjem originalnog video trejsa na nivou nepreklapajućih boksova veličine a. Varijansa trejsa sa agregacijom je sada

$$S_X^{2\,(a)} = \frac{1}{N/a} \sum_{n=1}^{N/a} (X_n^{(a)} - \overline{X})^2. \tag{5.2}$$

Ovaj proces se ponavlja za različite vrednosti nivoa agregacije a. U ovom istraživanju za nivo agregacije korišćene su vrednosti koje predstavljaju umnožak dužine jedne grupe slika videa (*Group of Picture*, GoP) da bi se izbegla *intra*–GoP korelacija. Vrednosti nivoa agregacije i vrednosti za varijansu trejsa sa agregacijom frejmova su prikazuju na $\log - \log$ grafiku. Dobijene tačke iscrtavaju pravu liniju čiji je nagib jednak $\beta = 2H - 2$. Za procenu nagiba korišćen je metod najmanjih kvadrata (*least*

mean squares fit). Ako promenljiva X ima zavisnost na kratkom opsegu ili zavisnost ne postoji, dobijeni nagib je jednak -1.

5.2.2 R/S statistički metod

Drugi metod za određivanje *Hurst*-ovog parametra, koji je korišćen u ovom istraživanju, je R/S statistički metod. Podaci o veličinama frejmova X_n, $n = 1, \ldots, N$ su podeljeni na K nepreklapajućih blokova. Zatim su određeni reskalirani podešeni opsezi $R(t_i, d)/S(t_i, d)$ za više vrednosti parametra d, gde su $t_i = N/K(i-1)+1$ početne tačke blokova koje ispunjavaju uslov $(t_i - 1) + d \leq N$,

$$R(t_i, d) = \max\{0, W(t_i, 1), \ldots, W(t_i, d)\} - \min\{0, W(t_i, 1), \ldots, W(t_i, d)\} \quad (5.3)$$

gde je,

$$W(t_i, k) = \sum_{j=1}^{k} X_{t_i+j-1} - k(\frac{1}{d}\sum_{j=1}^{d} X_{t_i+j-1}),\ k = 1, \ldots, d \quad (5.4)$$

i $S^2(t_i, d)$ varijansa podataka $X_{t_i}, \ldots, X_{t_i+d-1}$. Za svaku vrednost parametra d određene su R/S vrednosti. Ovaj broj opada sa porastom vrednosti parametra d što je posledica ograničenja koja postoje za t_i vrednosti. Crtanjem grafika vrednosti $\log(R(t_i, d)/S(t_i, d))$ u zavisnosti od $\log d$ dobija se takozvani R/S dijagram. Nagib regresione prave R/S vrednosti daje procenu *Hurst*-ovog parametra.

5.2.3 Metod više skala

Prvi korak pri izračunavanju *Hurst*-ovog parametra pomoću metode više skala je prekrivanje samosličnog niza podataka sa nepreklapajućim boksovima veličine ϵ, kao što je to slučaj u multifraktalnoj analizi metodom momenta. Zatim se određuju particione funkcije pomoću izraza

$$X_q(\epsilon) = \sum \mu(\epsilon)^q \quad (5.5)$$

gde je q red momenta $q \in \mathbb{R}$, a $\mu(\epsilon)$ ukupna vrednost podataka u boksu veličine ϵ. Funkcija $\tau(q)$ se određuje na osnovu nagiba na graficima $\log(X_q(\epsilon))$ u zavisnosti od

$\log(\epsilon)$. Aproksimativna vrednost *Hurst*-ovog parametra se određuje pomoću izraza

$$H = \frac{\tau(2) + 1}{2}. \tag{5.6}$$

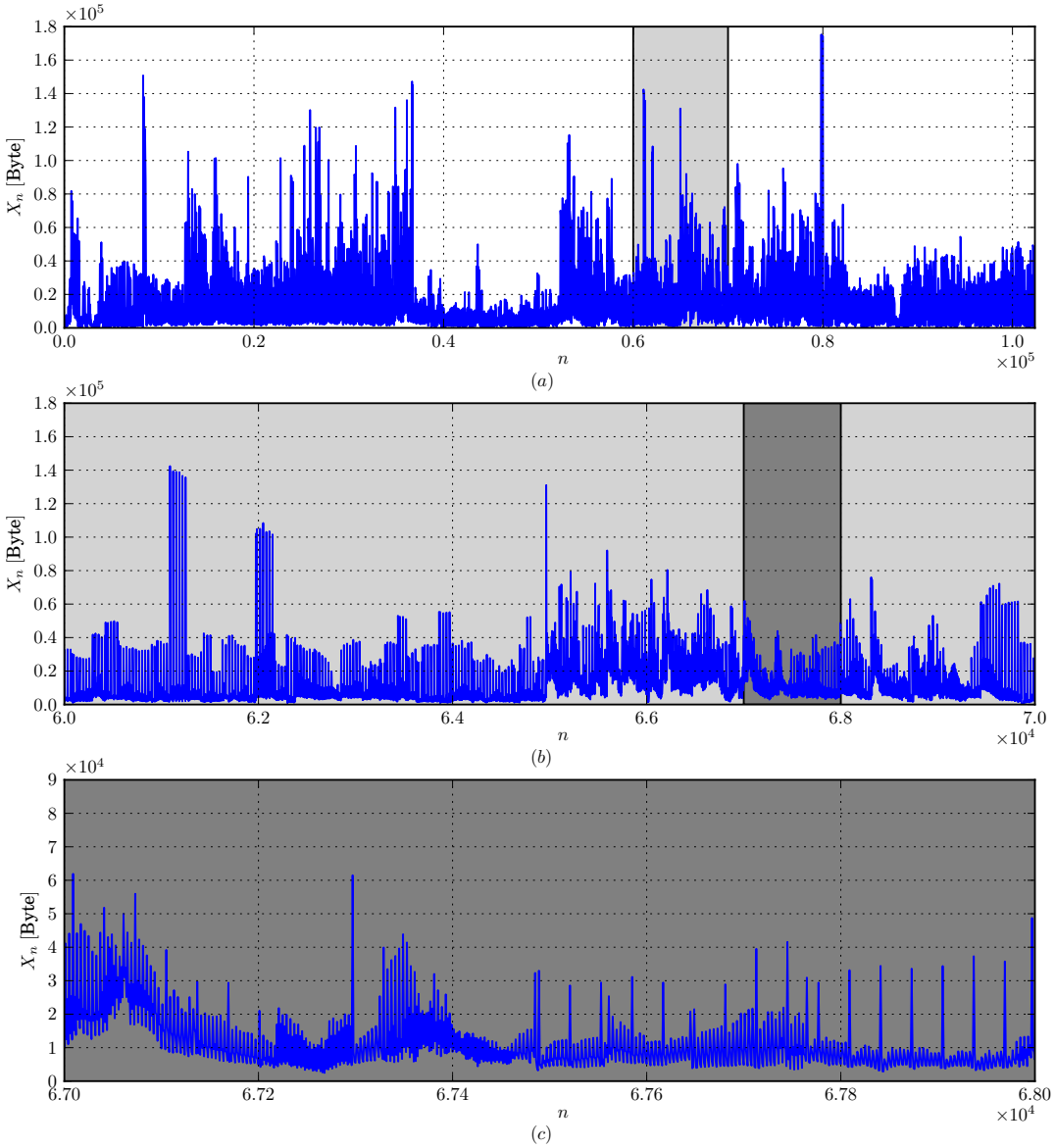
5.3 Rezultati analize samosličnosti 3D videa

Trejsovi veličine frejmova *multiview* (MV) 3D videa su grafički prikazani na Slici 5.1 (a), kao relacija veličine frejmova i njihovog rednog broja u sekvenci. Video trejs je prikazan i za dva manja opsega za redne brojeve frejmova na Slici 5.1 (b) i Slici 5.1 (c). Izabrani opsezi su obeleženi na Slici 5.1. Kvalitativno, samosličnost *multiview* 3D videa se uočava na Slici 5.1.

Ovaj test za samosličnost je samo grafički, pa su za prikazivanje samoslične prirode 3D video formata potrebne rigoroznije statističke metode. U ovoj analizi korišćene su: metoda agregacije varijanse (*aggregated variance method*), R/S statistički metod (*R/S statistic method*) i metod više skala (*multiscale method*). Detaljan opis metoda dat je u prethodnoj Sekciji. Prednost modelovanja trejsova na osnovu samosličnosti je zavisnost modela od samo jednog ključnog parametra za opisivanje sekvence – *Hurst*-ovog parametra.

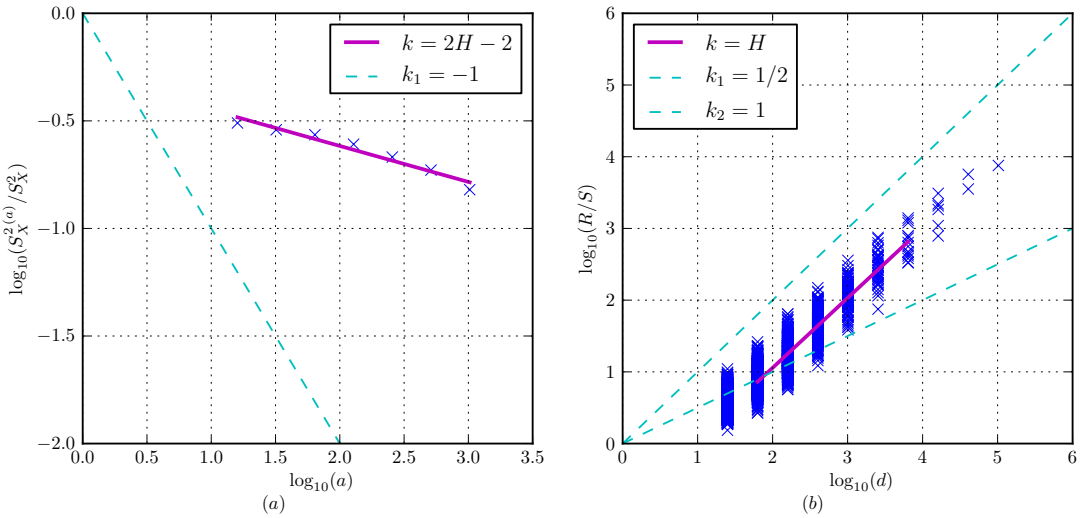
Grafička predstava metode agregacije varijanse data je na Slici 5.2 (a), dok je grafik korišćen u R/S statističkoj metodi prikazan na Slici 5.2 (b). Ovo su primeri grafika koji su korišćeni u proceni *Hurst*-ovog parametra. Na graficima su, radi poređenja dodate i referentne prave, konkretno na Slici 5.2 (a) nacrtana je prava sa nagibom $k = -1$, dok su na Slici 5.2 (b) date referentne prave sa nagibima $k_1 = 1/2$ i $k_2 = 1$. Nagibi regresionih linija β na Slikama 5.2 (a) i (b) su procenjeni korišćenjem metode najmanjeg kvadrata (*least squares fit*). U slučaju metode agregacije varijanse, *Hurst*-ov parametar je određen pomoću izraza $H = \beta/2 + 1$, dok je za R/S statističku metodu $H = \beta$. Primeri procene H parametra dati na Slikama 5.2 (a) i (b) se odnose na *multiview* 3D video reprezentacioni format sa kvantizacionim parametrima $q_p(I, P, B) = (28, 28, 28)$.

Kompletni rezultati procene *Hurst*-ovog indeksa za levi pogled (LV), desni pogled (RV) i kombinovani pogled (CV) *multiview* (MV) 3D video formata, *side-by-side*



Slika 5.1: Veličina frejmova u zavisnosti od rednog broja u sekvenci za CV *multi-view* 3D videa: (a) ceo video trejs veličina frejmova, (b) uvećana sekcija dela trejsa obeležena pod (a) i (c) dalje uvećana sekcija dela trejsa obeležena pod (b).

(SBS) i frejm sekvencijalnog (FS) formata dati su u Tabeli 5.1. Vrednosti kvantizacionih parametara za sve video formate su $q_p(I, P, B) = (28, 28, 28)$. Rezultati su dobijeni korišćenjem metode agregacije varijanse, R/S statističke metode i metode više skala. Na osnovu rezultata datih u Tabeli 5.1 zaključuje se da *Hurst*-ov indeks za 3D video formate ima velike vrednosti, u opsegu $0.88 < H < 1.00$, indikujući visok nivo zavisnosti na dugom opsegu (*Long-Range Dependencies*, LRD) za 3D video sadržaje.



Slika 5.2: Evaluacija *Hurst*-ovog indeksa za *multiview* 3D video trejs pomoću: (a) metode agregacije varijanse i (b) R/S statističke metode.

Tabela 5.1: Vrednosti *Hurst*-ovog indeksa za 3D video reprezentacione formate primenom metode agregacije varijanse, R/S statističke metode i metode više skala.

3D video	$H_{Aggregated\,Variance}$	$H_{R/S}$	$H_{Multiscale}$
LV	0.9002	0.9627	0.9284
RV	0.8844	0.9774	1.0026
CV	0.9164	0.9737	0.9118
SBS	0.9034	0.9601	0.9304
FS	0.9206	0.9881	0.9567

Prethodni rezultati važe za video sadržaje kada su frejmovi emitovani jedan-po-jedan. U Tabeli 5.2 dati su rezultati za analizu samoslične prirode za *streaming* 3D videa gde je izvršena agregacija frejmova u parovima (označeno sa C-2) ili agregacija na nivou grupe slike (označeno sa C-16). Rezultati pokazuju samoslično LRD ponašanje 3D video sadržaja sa agregacijom, ali sa generalno manjim vrednostima *Hurst*-ovog parametra. *Side-by-side* format ima najmanji nivo korelisane varijanse u sekvenci, dok *multiview* 3D video format i frejm sekvencijalni format imaju veće, međusobno bliske, vrednosti.

Ispitan je uticaj agregacije frejmova nivoa a i usrednjavanja za *multiview* 3D video na osobine samosličnosti primenom R/S statističke metode. Rezultati su dati u Tabeli 5.3. Takođe, u Tabeli 5.3 dati su rezultati za različite vrednosti kvanti-

Tabela 5.2: Poređenje vrednosti *Hurst*-ovog indeksa za 3D video reprezentacione formate sa agregacijom para frejmova (C 2) i GoP agregacijom (C 16).

3D video	$H_{Aggregated\,Variance}$	$H_{R/S}$	$H_{Multiscale}$
CV-C 2	0.8995	0.9811	0.9624
CV-C 16	0.7899	0.8681	1.0030
SBS-C 2	0.8757	0.9504	0.9819
SBS-C 16	0.5820	0.8676	1.0006
FS-C 2	0.9050	0.9860	0.9929
FS-C 16	0.8028	0.8567	1.0072

Tabela 5.3: Poređenje vrednosti *Hurst*-ovog indeksa za *multiview* 3D video različitih vrednosti kvantizacionih parametara primenom R/S metode.

	$\mathbf{q_p = (24, 24, 24)}$			$\mathbf{q_p = (28, 28, 28)}$			$\mathbf{q_p = (34, 34, 34)}$		
a	**LV**	**RV**	**CV**	**LV**	**RV**	**CV**	**LV**	**RV**	**CV**
16	0.934	0.880	0.935	0.913	0.845	0.924	0.918	0.851	0.931
64	0.936	0.885	0.910	0.904	0.832	0.880	0.896	0.824	0.879
96	0.918	0.870	0.930	0.877	0.814	0.889	0.870	0.809	0.890
160	0.892	0.882	0.918	0.856	0.883	0.870	0.835	0.882	0.867
320	0.815	0.788	0.898	0.752	0.780	0.856	0.724	0.779	0.841
640	0.718	0.729	0.789	0.636	0.748	0.727	0.609	0.731	0.724

zacionih parametara frejmova: $q_p(I, P, B) = (24, 24, 24)$, $q_p(I, P, B) = (28, 28, 28)$ i $q_p(I, P, B) = (34, 34, 34)$. Ovi rezultati pokazuju da *Hurst*-ov parametar ima najmanje vrednosti za desni pogled *multiview* 3D videa, zatim za levi pogled i konačno najveće vrednosti za kombinovani pogled. Dalje, na osnovu rezultata u Tabeli 5.3 dobijenih R/S metodom vidi se da povećanje vrednosti kvantizacionih parametara u većini slučajeva vodi do smanjenja *Hurst*-ovog parametra. Povećanje nivoa agregacije sa usrednjavanjem frejmova, kao što se vidi u Tabeli 5.3, takođe generalno vodi do smanjenja *Hurst*-ovog parametra.

Poglavlje 6

Multifraktalna analiza 3D video formata

Video sadržaj karakteriše velika promenljivost i pojava eksplozivnosti, posebno u slučaju kada je vrednost kvantizacionih parametara kodera konstantna. Karakterizacija promenljivosti saobraćaja moguća je statističkim metodama, kao što su to koeficijent varijacije, RD i VD krive. Rezultati statističke analize veličine frejmova i kvaliteta 3D video formata dati su u Poglavlju 3.5.2. Dinamika i tendencije promena fraktalne strukture moguće je opisati pomoću parametara samosličnosti, kao što je to za 3D video urađeno u Poglavlju 5.3. Ovi originalni naučni rezultati objavljeni su u [31].

Navedene karakterizacije 3D video formata su veoma značajne, ali za kompletnu karakterizaciju 3D videa neophodna je i multifraktalna analiza zbog složenosti procesa u videu. Takođe, ovaj metod omogućava precizniji uvid u ponašanje signala i njegovu promenljivost pri emitovanju frejm-po-frejm ili pogled-po-pogled i posebno važne rezltate daje za emitovanje sa agregacijom frejmova. Ovakva preciznija karakterizacija 3D video formata može da omogući bolje modelovanje ove vrste saobraćaja, kao i za unapređenje efikasnosti metoda za prenos videa.

Prvi rezultati ove originalne naučne analize, multifraktalni spektri za *multiview* 3D video format primenom histogram metode objavljeni su u [35]. Nastavak ovog rada bio je ispitivanje uticaja vrednosti kvantizacionih parametara na multifraktalne spektre izabranog formata. Ovi originalni rezultati objavljeni su u [36]. Kako histo-

gram metoda određivanja multifraktalnog spektra ne koristi aproksimaciju, moguće je na osnovu određenog multifraktalnog spektra uraditi inverznu multifraktalnu analizu, koja podrazumeva izdvajanje dela originalnog signala sa izabranim vrednostima multifraktalnih parametara. Originalni rezultati inverzne multifraktalne analize za *multiview* video objavljeni su u [37] i za različite tipove frejmova u okviru video sekvenci u [38]. Poređenje multifraktalnog spektra *multiview* 3D i multifraktalnog spektra H.264 videa objavljeni su u [39]. Multifraktalna analiza je proširena sa ispitivanja *multiview* 3D video formata i na frejm sekvencijalni 3D format i frejm kompatibilni 3D *side-by-side* format. Ovi originalni rezultati objavljeni su u [40]. Multifraktalna analiza u ovom radu obuhvatila je pored histogram metode i metodu momenta. Korišćenjem metode momenta određeni su multifraktalni spektri i generalizovane dimenzije različitih 3D video formata.

U ovom Poglavlju prvo će biti detaljno objašnjene korišćene metode za multifraktalnu analizu (metoda momenta i histogram metoda), a zatim će biti dati rezultati multifraktalne karakterizacije 3D video formata.

6.1 Estimacija multifraktalnih osobina

Pojmovi fraktala i multifraktala, kao i parametri za njihovu karakterizaciju detaljno su objašeni u Poglavlju 4.2. U ovom istraživanju korišćene su metoda momenta i histogram metoda za multifraktalnu karakterizaciju 3D video formata. Postupci ove dve metoda i pseudokodovi za njihovo izračavanje dati su u nastavku ove Sekcije, dok su kompletni kodovi napisani u programu *Matlab* dati u Prilozima ovog rada.

6.1.1 Metoda momenta

Prvi korak u evaluaciji multifraktalnog spektra primenom metode momenta je prekrivanje multifraktalne strukture (samoslična mera) sa nepreklapajućim boksovima veličine ϵ_k. Korišćene vrednosti za veličine boksova su $\epsilon = [1, 2, 4, 8, 16]$. Sada je potrebno sprovesti izračunavanje particionih funkcija koje su definisane pomoću

izraza

$$X_q(\epsilon) = \sum \mu(\epsilon)^q \tag{6.1}$$

gde je q red momenta, $q \in \mathbb{R}$, a $\mu(\epsilon)$ ukupna mera u boksovima veličine ϵ. Funkcija $\tau(q)$ se procenjuje na osnovu nagiba na grafiku $\log(X_q(\epsilon))$ u zavisnosti od $\log(\epsilon)$. *Coarse Hölder* eksponent $\alpha(q)$ se sada određuje numeričkim diferenciranjem $\tau(q)$ po q vrednostima. Konačno, izvršava se minimazacija po q za jednačinu

$$f(\alpha) = \min_q(\alpha(q)q - \tau(q)) \tag{6.2}$$

koja je poznata kao *Legendre*-ova transformacija, [42]. Crtanjem parametra $f(\alpha)$ u zavisnosti od α dobija se estimacija multifraktalnog spektra.

Algoritam 1 Pseudokod metode momenta za određivanje $f(\alpha)$ krive

```
X_n, n = 1, ..., N                                  ▷ trejs veličine frejmova
ε_k, k = 1, ..., n_ε                                ▷ veličine boksova
q_j, j = 1, ..., J                                  ▷ red momenta
for each ε_k do
    for i ← 1, 1 + ε_k, ..., N/ε_k do
        μ(ε_k)_i = Σ_{m=0}^{ε_k} X_{n+m}            ▷ određivanje mera
    end for
end for
for j ← 1, 2, ..., J do
    for k ← 1, 2, ..., n_ε do
        X_q(ε_k)_k = Σ μ(ε_k)^{q_j}                 ▷ određivanje particionih funkcija
    end for
    plot points (log(ε/N), log(X_q(ε_k)))
    slope τ_j                                       ▷ određivanje τ_j, j = 1, 2, ..., J
end for
for j ← 1, 2, ..., J do
    α_j = (τ_{j+1} − τ_j) / (q_{j+1} − q_j)         ▷ određivanje α_j, j = 1, 2, ..., J
end for
for j ← 1, 2, ..., J do
    for each q do
        f(α)_j = min_q(α_j · q − τ_j)               ▷ određivanje f(α)_j, j = 1, 2, ..., J
    end for
end for
```

Korišćenjem metode momenta, pored multifraktalnog spektra $f(\alpha)$, moguće je i direktno izračunavanje D_q spektra, gde je

$$D_q = \frac{1}{q-1}\tau(q). \tag{6.3}$$

Vrednosti D_q su poznate kao generalizovane dimenzije [43, 79]. Posebno interesantne su dimenzije za $q = 0$, $q = 1$ i $q = 2$; D_0, D_1, D_2, respektivno. Dimenzija D_0 se obično označava kao fraktalna dimenzija, dimenzija D_1 kao informaciona dimenzija, dok se dimenzija D_2 zove korelaciona dimenzija. Dimenzija D_0 je jednaka maksimumu multifraktalnog spektra $f(\alpha)$, kada se javlja najverovatniji parametar α, koji se označava kao α_0. Dimenzija D_1 se zove informaciona pošto je proporcionalna sa $\mu \log(\mu)$ koje se skalira slično informaciji za raspodelu verovatnoće. Korelaciona dimenzija D_2 definiše verovatnoću da dve slučajno izabrane tačke imaju rastojanje veće od ϵ. Ove generalizovane dimenzije i D_q spektar su određeni za ispitivane 3D video signale pomoću izraza (6.3).

Pokazano je da minimalne vrednosti multifraktalnog spektra odgovaraju $q \to -\infty$ za α_{max} i $q \to \infty$ za α_{min}. Takođe, maksimalne vrednosti particionih funkcija su u direktnoj vezi sa $(\alpha_{min}, f(\alpha_{min}))$, dok minimalne vrednosti odgovaraju $(\alpha_{max}, f(\alpha_{max}))$, [43].

Algoritam za određivanje multifraktalnog spektra primenom metode momenta je implementiran i za klizajuće boksove, umesto nepreklapajućih, za prekrivanje mere. Rezultati ove dodatne analize su isti kao i za prethodni metod ako je $q > 0$, dok za $q < 0$ multifraktalni spektar za klizajuće boksove ima delove na spektru koji nisu definisani. Ova karakteristika za neke fraktale napomenuta je i u [42].

6.1.2 Histogram metoda

Histogram metod za određivanje multifraktalnog spektra počinje sa prekrivanjem samoslične mere sa boksovima veličine ϵ. U slučaju ove metode, $f_\epsilon(\alpha)$ polako teži ka $f(\alpha)$, pa su radi bolje procene spektra korišćeni klizajući boksovi za prekrivanje mere, umesto nepreklapajućih.

U ovoj analizi, korišćeno je $n_\epsilon = 8$ različitih veličina boksova, sa sledećim vredno-

Algoritam 2 Pseudokod histogram metode za određivanje $f(\alpha)$ krive

```
1: X_n, n = 1, ..., N                                  ▷ trejs veličine frejmova
2: ε_k, k = 1, ..., n_ε                                ▷ veličine boksova
3: for k ← 1, 2, ..., n_ε do
4:     for n ← 1, 2, ..., N do
5:         μ_{k,n} = Σ_{i=n−(ε_k−1)/2}^{n+(ε_k−1)/2} (X_i)   ▷ elementi matrice mera μ, [n_ε × N]
6:     end for
7: end for
8: for n ← 1, 2, ..., N do
9:     plot points (log(ε/N), log(μ_{:,n}))
10:    slope α_n                                       ▷ određivanje α_n, n = 1, 2, ..., N
11: end for
12: α_min = min α_n
13: α_max = max α_n
14: α_1 = α_min + (α_max − α_min)/(2D)
15: for d ← 2, 3, ..., D do
16:    α_d = α_{d−1} + d · (α_max − α_min)/D   ▷ određivanje diskretizovanih α_d, d = 1, 2, ..., D
17: end for
18: for each α_d do
19:    for j ← 1, 3, ..., J do
20:        N_j ← 0
21:        for i ← 1, 2, ..., [n/j] do
22:            for n ← j(i − 1) + 1, ..., ij do
23:                if ∃α_n ∈ [α_d ± (α_max − α_min)/(2D)) then
24:                    N_j ← N_j + 1
25:                end if
26:            end for
27:        end for
28:    end for
29:    plot points (log(j/N), log(N_j(α_d)))
30:    slope f(α_d)                                    ▷ određivanje f(α_d), d = 1, 2, ..., D
31: end for
```

stima $\epsilon = [1, 3, 5, 9, 13, 21, 29, 37]$, odnosno indeksi za ϵ_k su $k = 1, 2, \ldots, n_\epsilon$. Za svaku vrednost ϵ_k, određuje se ukupna mera, $\mu_{i,k}$, gde je $i = 1, 2, \ldots, n$. Ukupna dužina podataka i vrednost za ϵ_k određuju parametar n, gde se za manje boksove dobija veći broj postojećih mera. Za efikasnije izračunavanje, sve mere se smeštaju u matricu

M, gde je veličina matrice data sa $[n_\epsilon \times n]$, za najveće moguće n (najmanja vrednost za ϵ_k). Grubi *Hölder*-ov eksponent α_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ se sada određuje kao nagib za grafik $\log(\mu_i, k)$ u odnosu na $\log(\epsilon_k/L)$, gde je L dužina jednodimenzionalnih podataka.

Opseg α vrednosti, $[\alpha_{min}, \alpha_{max}]$ je diskretizovan na $D = 100$ delova jednake dužine $\Delta\alpha$, a vrednosti α_d su formirane na osnvou vrednosti centra intervala. U domenu parametra α vrednosti α_i, za različite vrednosti $j, j = 1, 3, 5, \ldots, 199$, određen je broj $N_j(\alpha_d)$ kao broj boksova veličine j koji imaju vrednost α_i u regionu $\Delta\alpha$ oko α_d. Ova procedura se ponavlja za sve vrednosti $\alpha_d, d = 1, 2, \ldots, 100$. Konačno, $f(\alpha_d)$ vrednosti su određene kao nagibi grafika $-\log(j/n)$ u odnosu na $\log(N_j(\alpha_d))$. Grafik $f(\alpha_d)$ u odnosu na α_d predstavlja procenu $f(\alpha)$ krive.

Za razumvanje diskusije multifrakralnih osobina, važno je znati da α_{min} odgovara najvećim vrednostima mere, dok je α_{max} povezano sa najmanjim i najuravnjenijim delom isptivanog signala.

6.2 Rezultati multifraktalne analize 3D video formata

U ovom radu ispitivani su sledeći 3D video reprezentacioni formati: *multiview* (MV) video format i njegovi pogledi (levi pogled, *Left View* (LV); desni pogled, *Right View* (RV) i kombinovani pogled, *Combined View* (CV)), frejm sekvencijalni, *Frame Sequential* (FS) format i frejm kompatibilni (*Frame Compatible*, FC) *side-by-side* (SBS) format. Detaljno objašenjenje karakteristika analiziranih 3D video formata dato je u Sekciji 2.1, a podaci o korišćenim video trejsovima 3D videa u Sekciji 3.5.1. Multifraktalne karakterstike 3D video reprezentacionih formata su određene primenom metode momenta i histogram metode. Ovi originalni naučni rezultati objavljeni su u [35, 36, 37, 38, 39, 40]. Prvo će biti dati rezultati dobijeni pomoću metode momenta, koja podrazumeva veći nivo aproksimacije, a zatim rezultati dobijeni pomoću histogram metode, koja sve vreme radi sa originalnim podacima.

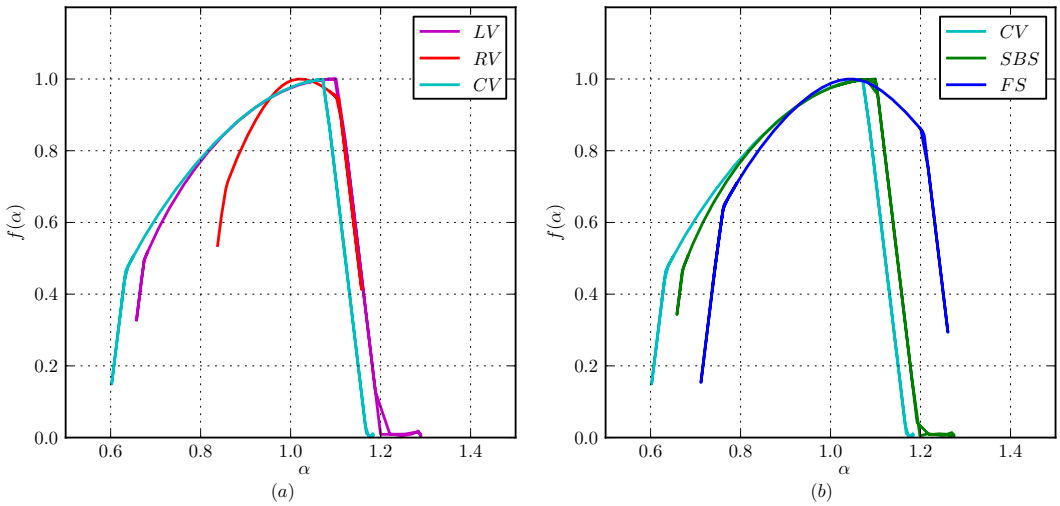
6.2.1 Multifraktalna analiza primenom metode momenta

Multifraktalni spektri

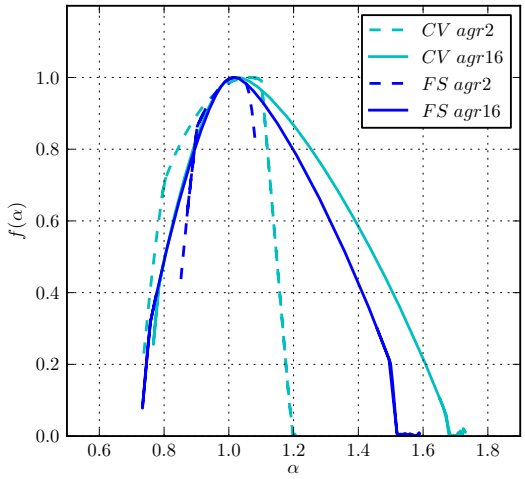
U ovoj sekciji biće dati multifraktalni spektri za 3D video reprezentacione formate izračunati primenom metode momenta. Prvo će biti izloženi rezultati za različite poglede *multiview* videa i različite 3D video reprezentacione formate, zatim će biti dati multifraktalni spektri za različite *streaming* metode videa, a onda će biti ispitan uticaj vrednosti kvatizacionih parametara i tipa frejmova na multifraktalne osobine.

Multifraktalni spektri za različite poglede *multiview* videa i spektri za različite 3D video reprezentacione formate dati su na Slici 6.1 (a) i (b). Na osnovu predtavljenih $f(\alpha)$ krivih uočava se da među pogledima *multiview* 3D videa, najveću varijabilnost, odnosno najmanje vrednosti parametra α, ima CV video, zatim LV, dok RV, video sa najmanjim frejmovima, ima najmanju eksplozivnost (*burstiness*). Poređenjem multifraktalnih osobina korišćenjem multifraktalnog spektra za različite 3D video reprezentacione formate uočava se najveća *burstiness* u slučaju CV za *multiview* video, zatim sledi SBS 3D video reprezentacioni format, dok FS format ima najmanji nivo eksplozivnosti. Važno je napomenuti da SBS format karakteriše srednja vrednost varijabilnosti u odnosu na druga dva ispitivana 3D video formata posmatrajući najmanje vrednosti parametra α, dok su vrednosti $f(\alpha)$ u ovom delu spektra SBS formata veće nego kod CV i FS formata. To znači da su najveće vrednosti veličine frejmova češće prisutne kod SBS formata, nego kod druga dva ispitivana 3D video formata.

U smislu varijabilnosti, kao što je predstavljeno, FS 3D video format ima bolje osobine nego CV 3D format, ali u slučaju agregacije frejmova prilikom *streaming*-a videa karakteristike CV 3D videa se značajno popravljaju. U ovom radu analizirane su multifraktalne osobine pomoću multifraktalnog spektra za video sa agregacijom frejmova (agregacioni nivoi 2 i 16) u FS i CV video formate. Dobijeni rezultati su predstavljeni na Slici 6.2. Sa slike se uočava da su najmanje vrednosti parametra α veće za oba formata kada ne postoji agregacija (poređenje sa multifraktalnim spektrima datim na Slici 6.1). Razlika između eksplozivnosti FS i CV formata je smanjena za video sa agregacijom na nivou 2 frejma, a za agregaciju na nivou



Slika 6.1: Multifraktalni spektri dobijeni primenom metode momenta: (a) različiti pogledi za *multiview* 3D video, (b) različiti reprezentacioni formati 3D videa.

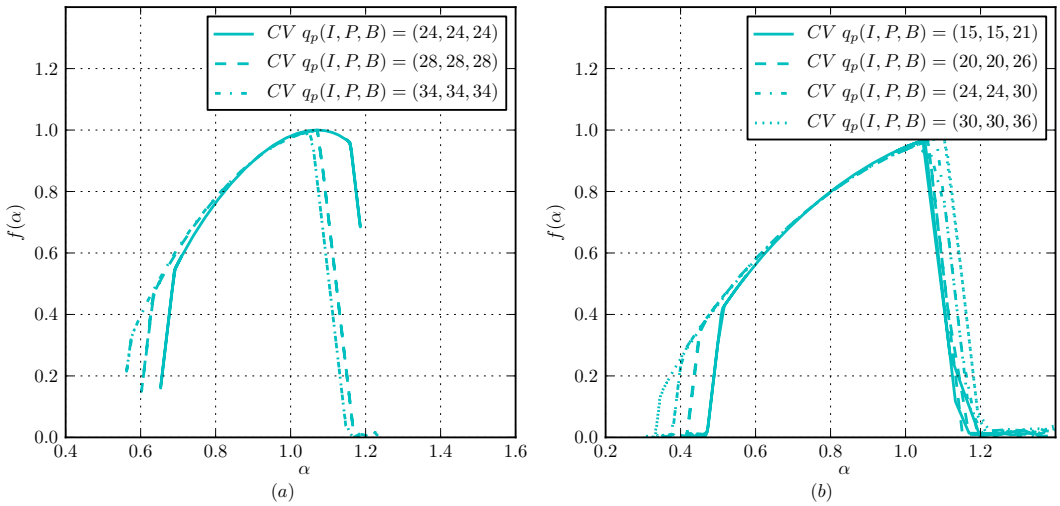


Slika 6.2: Multifraktalni spektri dobijeni primenom metode momenta za agregacioni *multiview* video i agregacioni frejm sekvencijalni video.

16 karakterstike ova dva formata su približno iste. Takođe, detaljnije ispitivanje desne strane spektra ($\alpha > 1$) na Slici 6.2 ukazuje na značajno poboljšanje u smislu malih vrednosti u novim agregacionim sekvencama za oba tipa 3D reprezentacionih formata, posebno za CV.

Multifraktalni spektri su ispitani za video sekvence sa različitim vrednostima kvantizacionih parametara q_p. Bez obzira na 3D video reprezentacioni format, veoma slične promene se dešavaju sa promenom vrednosti kvantizacionih parametara. Kao primer, rezultati za CV *multiview* 3D videa su dati na Slici 6.3 (a). Ovi spektri

pokazuju da video sekvence sa najmanjim vrednostima kvantizacionih parametara imaju najmanju eksplozivnost. Druga strana spektra (desna strana) pokazuje da video sadržaji sa najmanjim vrednostima parametara q_p imaju najveći nivo malih vrednosti u signalu, a zbog visokih vrednosti parametra $f(\alpha)$ ovi događaji su česti u videu. Ispitivanje je ponovljeno za slučaj *multiview* 3D videa sa kvantizacionim parametrima koji se razlikuju od onih u glavnoj analizi ($q_p(I,P,B) = (24,24,24)$, $q_p(I,P,B) = (28,28,28)$ i $q_p(I,P,B) = (34,34,34)$). Konkretno za video sa ogranizacijom grupe slika G16B7 i vrednostima kvantizacionih parametara: $q_p(I,P,B) = (15,15,21)$, $q_p(I,P,B) = (20,20,26)$, $q_p(I,P,B) = (24,24,30)$ i $q_p(I,P,B) = (30,30,36)$. Rezultati ove analize su prikazani na Slici 6.3 (b) i kao u slučaju za prethodne kvantizacione parametre, razultati ukazuju da za veće vrednosti kvantizacionih parametara dobijaju se širi multifraktalni spektri, što znači veća varijabilnost video sekvenci. Takođe, parametar α_{min}, povezan sa većom eksplozivnošću, ima manje vrednosti za novi skup kvantizacionih parametara.



Slika 6.3: Multifraktalni spektri dobijeni primenom metode momenta za *multiview* video sa sekvencijalno spojenim pogledima (kombinovani pogled) za različite vrednosti kvantizacionih parametara: (a) $q_p(I,P,B) = (24,24,24)$, $q_p(I,P,B) = (28,28,28)$ i $q_p(I,P,B) = (34,34,34)$, (b) $q_p(I,P,B) = (15,15,21)$, $q_p(I,P,B) = (20,20,26)$, $q_p(I,P,B) = (24,24,30)$ i $q_p(I,P,B) = (30,30,36)$.

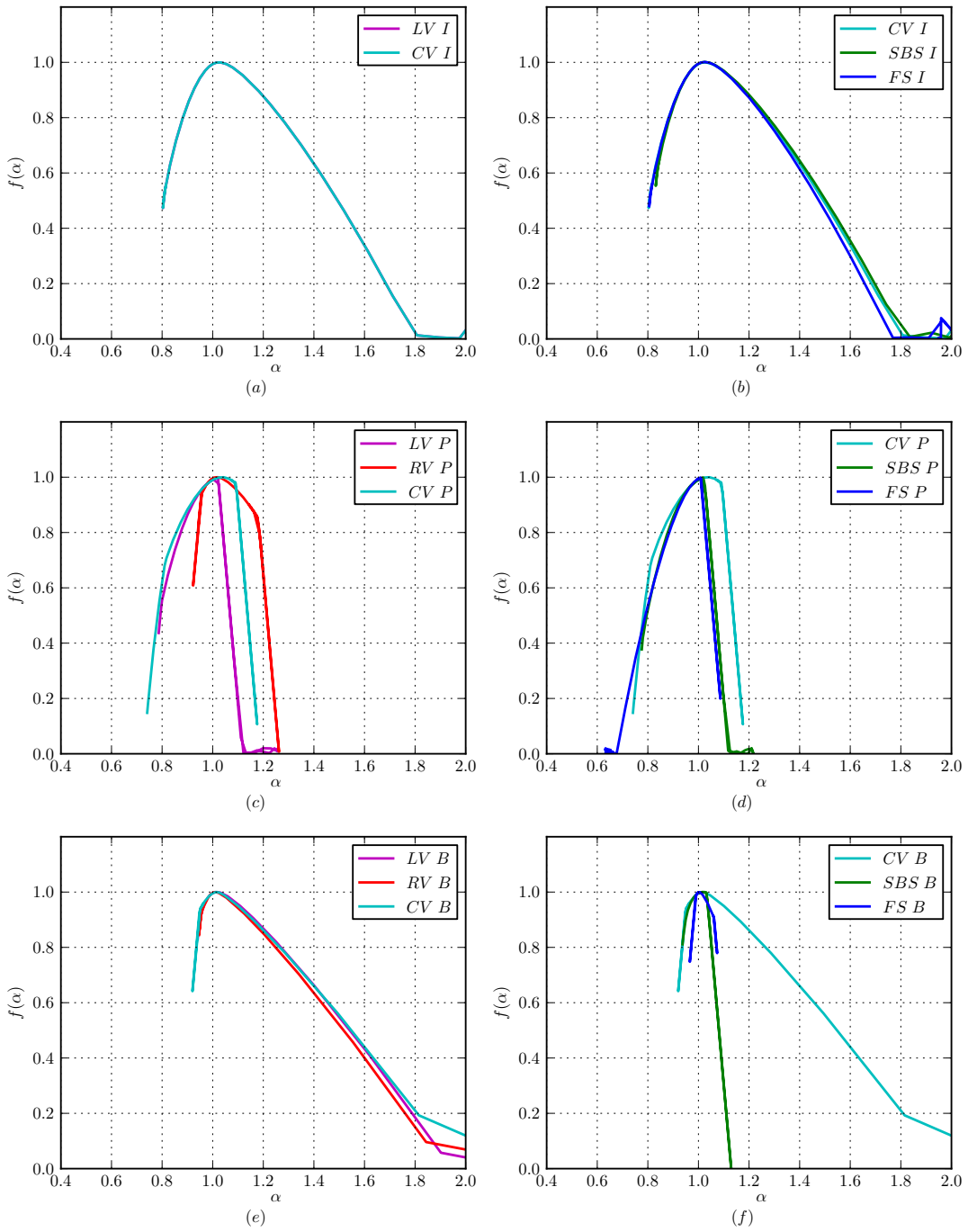
Multifraktalne osobine prezentovane pomoću spektra određene su za različite tipove frejmova I, P i B, za ispitivane 3D video formate. Ovi rezultati dati su na Slici 6.4. Multifraktalni spektri za I frejmove pokazuju da ovaj tip frejma ima

veoma slične multifraktalne osobine bez obzira na reprezentacioni format videa, što je posledica veoma sličnog principa kodovanja ovog tipa frejma za različite 3D video formate. Leva strana ovih multifraktalnih spektara ($\alpha < 1$), koje karakterišu velike vrednosti i velike promene u signalu pokazuje male vrednosti parametra α za P tip frejma, zatim sa vrlo bliskim vrednostima sledi I tip frejma, dok su najveće vrednosti na levoj strani spektra za B frejmove. Važno je napomenuti da iako P frejmovi imaju najmanje vrednosti parametra α, I frejmovi imaju veću vrednost $f(\alpha)$ što znači veću frekvenciju velikih vrednosti.

Multifraktalne osobine su obično predstavljene pomoću multifraktalnog spektra, kao što je to prethodno urađeno, ali izdvajanjem karakterističnih tačaka iz spektra moguće je sprovesti precizniju, ali užu, kvantitativnu komparaciju multifraktalnih osobina. Brojčane vrednosti za karakteristične tačke multifraktalnog spektra – f_{max}, $\alpha(f_{max})$, α_{min} i α_{max}, dobijene primenom metode momenta za 3D video reprezentacione formate su date u Tabeli 6.1.

Na osnovu izdvojenih brojčanih rezultata, može se videti da su vrednosti za parametre f_{max} i $\alpha(f_{max})$ za sve tipove 3D videa veoma blizu 1. Takođe, vrednosti za $\alpha(f_{max})$ date u Tabeli 6.1 pokazuju da RV ima najmanju vrednost za $\alpha(f_{max})$ koja iznosi 1.0216, što označava najjednostavniju strukturu u najfrekventnijem slučaju, dok LV ima najveću vrednost za $\alpha(f_{max})$, 1.1007. Najveća *burstiness* (najmanja vrednost za α_{min}), na osnovu rezultata u Tabeli 6.1, javlja se u slučaju kombinovanog pogleda za *multiview* 3D video, $\alpha_{min} = 0.6023$, dok je najmanja *burstiness* prisutna u slučaju RV, $\alpha_{min} = 0.8377$.

U slučaju videa sa agregacijom frejmova, eksplozivnost videa je manja (veće vrednosti za α_{min}). Za slučaj CV formata α_{min} raste sa 0.6023 za slučaj bez agregacije na 0.7357 za agregaciju na nivou 2 frejma i na 0.7668 za agregaciju na nivou jedne grupe slika, dok za FS format vrednost ide od 0.7119 za slučaj bez agregacije na 0.8508 (agregacija na nivou 2 frejma) i na 0.7331 (agregacija na nivou 16 frejmova). Agregacija frejmova u velikoj meri popravlja eksplozivnost kombinovanog pogleda *multiview* 3D video formata i stavlja ga u tom smislu bliže FS 3D formatu.



Slika 6.4: Multifraktalni spektri dobijeni primenom metode momenta za izdvojene tipove frejmova iz 3D video formata: (a) samo I frejmovi za različite poglede MV 3D videa, (b) samo I frejmovi za 3D video reprezentacione formate, (c) samo P frejmovi za različite poglede MV 3D videa, (d) samo P frejmovi za 3D video reprezentacione formate, (e) samo B frejmovi za različite poglede MV 3D videa i (f) samo B frejmovi za 3D video reprezentacione formate.

Tabela 6.1: Numeričko poređenje osobina multifraktalnog spektra za 3D video reprezentacione formate primenom metode momenta.

3D video	f_{max}	$\alpha(f_{max})$	α_{min}	α_{max}
LV	1.0003	1.1007	0.6574	1.2898
RV	1.0001	1.0216	0.8377	1.1577
CV	0.9994	1.0717	0.6023	1.1844
SBS	1.0002	1.1003	0.6585	1.2746
FS	1.0001	1.0445	0.7119	1.2608
CV-C 2	1.0002	1.0641	0.7354	1.2182
CV-C 16	1.0007	1.0234	0.7668	1.7303
FS-C 2	1.0000	1.0222	0.8508	1.0804
FS-C 16	1.0006	1.0144	0.7331	1.5892

Tabela 6.2: Poređenje generalizovanih dimenzija za 3D video reprezentacione formate primenom metode momenta.

3D video	D_0	D_1	D_2
LV	1.0000	0.9013	0.8195
RV	1.0000	0.9799	0.9585
CV	1.0000	0.8990	0.7893
SBS	1.0000	0.9016	0.8231
FS	1.0000	0.9456	0.8736
CV-C 2	1.0000	0.9375	0.8831
CV-C 16	1.0006	0.9800	0.9593
FS-C 2	1.0000	0.9735	0.9406
FS-C 16	1.0005	0.9857	0.9672

Generalizovane dimenzije

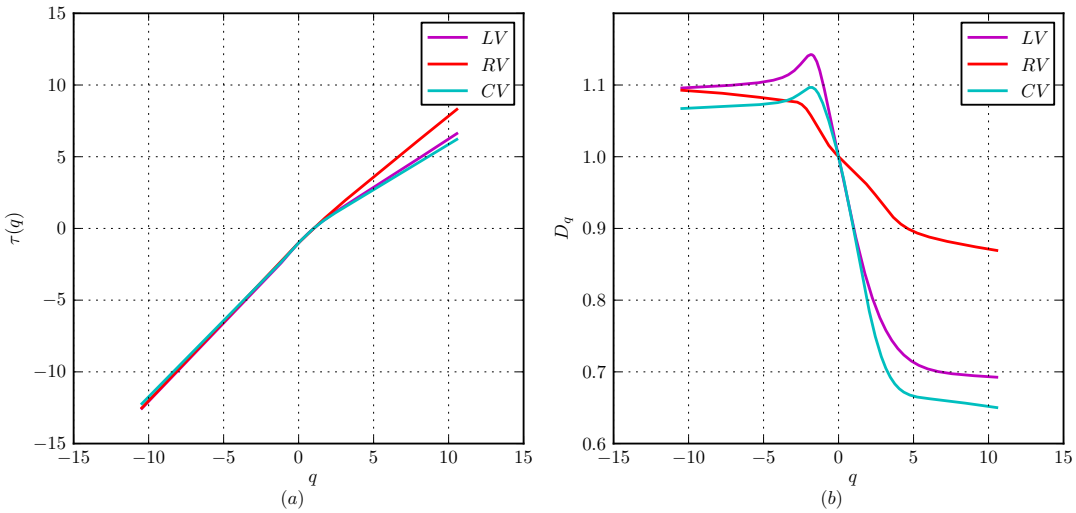
Pored određivanja multifraktalnog spektra, korišćenjem metoda momenta moguće je i određivanje generalizovanih dimenzija ne samo procenom na osnovu multifraktalnog spektra (kao kod drugih metoda), već i direktnim izračunavanjem, na osnovu vrednosti za parametre τ i q. U ovom radu primenjen je precizniji metod sa direktnim izračunavanjem generalizovanih dimenzija.

U Tabeli 6.2 date su generalizovane dimenzije D_0 (fraktalna dimenzija), D_1 (informaciona dimenzija) i D_2 (korelaciona dimenzija) za 3D video reprezentacione formate. Dimenzija D_0 je približno jednaka 1 u svim ispitivanim slučajevima. Vred-

nosti f_{max} date u Tabeli 6.1 su procena vrednosti D_0 direktno sa multifraktalnog spektra i takođe su sve vrlo blizu 1. Ove vrednosti znače da fraktalna dimenzija sa najvećom učestanošću ima približno jednaku vrednost za sve 3D video reprezentacione formate. Ako se redosled 3D video formata uredi na osnovu njihove informacione i korelacione dimenzije, koje su date u Tabeli 6.2, uočava se veoma slična pravilnost. Najveća vrednost korelacione dimenzije je u slučaju CV video, a zatim slede LV, SBS, FS i RV video. U istraživanju saobraćaja 3D video formata [4], gde su korišćeni isti 3D video sadržaji, redosled video formata po kriterijumu koeficijenta varijacije (CoV) je potpuno isti kao u rezultatima za korelacionu dimenziju D_2.

Agregacija video sadržaja na nivou 2 frejma vodi do nižih vrednosti za CoV i bližih karakteristika po pitanju varijabilnosti za CV i FS formate (CV CoV opada sa 1.3334 na 1.0731, a za FS sa 1.0338 na 0.8108), što je u skladu sa većim i bližim vrednostima korelacionih dimenzija za ove formate. Vrednosti za CoV za agregaciju videa na nivou 16 frejmova (na nivou GoP) za CV i FS formate za film *Alice in Wonderland* nisu dati u [4], ali ponavljanjem i proširenjem njihovog istraživanja određeno je da CoV za CV-C 16 ima vrednost 0.7416, a za FS-C 16 0.6507, što znači da su CV i FS video formati u smislu koeficijenta varijacije još bliži po varijabilnosti. Ista regularnost je uočena za vrednosti korelacionih dimenzija D_2, datih u Tabeli 6.2, gde vrednosti dimenzija postaju veće i bliže. Na osnovu vrednosti za CoV i D_2, FS 3D format ima za nijansu ravniji (*smoother*) saobraćaj nego CV *multiview* 3D format, čak i za slučajeve sa agregacijom frejmova, ali na osnovu eksplozivnosti koja je najveća za najmanje vrednosti α_{min} CV-C 16 ima bolje osobine nego FS-C 16, kao što se vidi na osnovu rezultata multifraktalne analize datih u Tabeli 6.2.

Metod momenta omogućava jednostavno izračunavanje spektra generalizovanih dimenzija pomoću funkcije $\tau(q)$. Ovi spektri, kao i funkcija $\tau(q)$ za različite poglede *multiview* 3D videa prikazani su na Slici 6.5. Na osnovu dobijenih rezultata može se videti da RV, pogled koji primenjuje *interview* predikciji i ima najmanje frejmove, ima najuži opseg vrednosti generalizovanih dimenzija D_q, dok LV i CV imaju međusobno slične veće opsege.



Slika 6.5: Multifraktalna analiza primenom metode momenta: (a) funkcija $\tau(q)$, (b) generalizovane dimenzije za poglede *multiview* 3D videa.

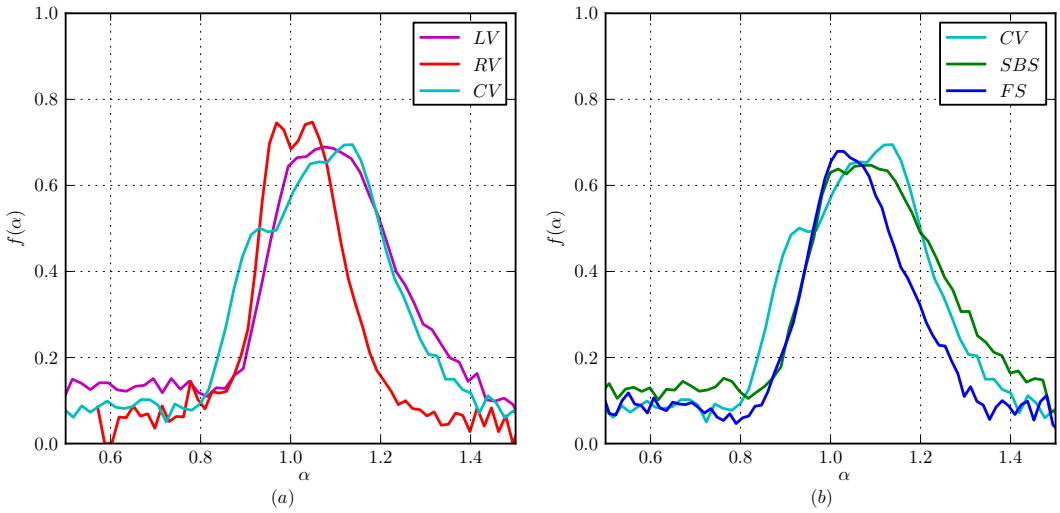
6.2.2 Multifraktalna analiza primenom histogram metode

Multifraktalni spektri

3D video reprezentacioni formati su ispitani u multifraktalnom smislu pomoću histogram metode. Određeni su multifraktalni spektri videa imajući u vidu različite poglede *multiview* videa, različite 3D video formate, različite pristupe za *streaming* videa, vrednosti kvantizacionih parametra i tipove frejmova.

Multifraktalni spektri određeni primenom histogram metode za različite poglede *multiview* 3D videa i za različite 3D reprezentacione formate dati su na Slici 6.6 (a) i (b), respektivno. Pogledi *multiview* 3D videa imaju različitu kompleksnost podataka (sekvence veličine frejmova), gde RV ima najmanju kompleksnost, dok CV i LV imaju sličnu, veću kompleksnost, što se vidi na osnovu opsega dimenzija u spektru. Takođe, maksimum multifraktalnog spektra za RV je najveći (slučaj sa najvećom frekvencijom), dok je singularnost $\alpha(f_{max})$ najmanja u poređenju sa LV i CV. Multifraktalni spektri za CV *multiview* 3D video, FS i SBS 3D reprezentacione formate pokazuju da se najširi spektar (najkompleksnija struktura) javlja za CV, zatim sledi SBS, dok je najmanja kompleksnost nađena kod FS formata.

Multifraktalni spektar za RV ima dva dominantna pika na vrhu spektra, što je posledica dva procesa koji postoje u okviru podataka – P i B frejmovi u signalu koji se

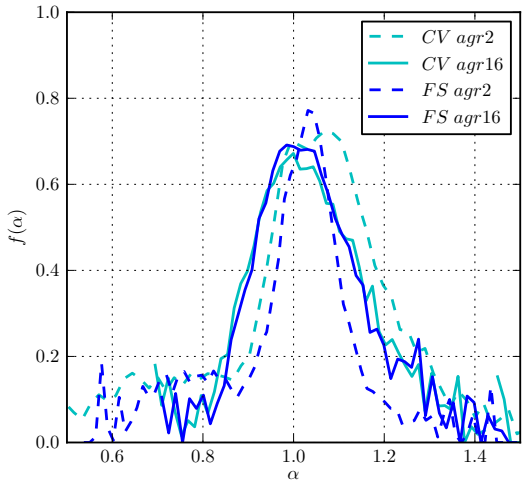


Slika 6.6: Multifraktalni spektri dobijeni primenom histogram metode: (a) različiti pogledi za *multiview* 3D video, (b) različiti reprezentacioni formati 3D videa.

formiraju korišćenjem frejmova iz LV kao reference. Sličan, ali manje izražen proces prisutan je i u slučaju spektra za CV *multiview* 3D video. Aditivni procesi nisu uočljivi u multifraktalnim spektrima dobijenim primenom metode momenta, pošto ova metoda podrazumeva veći nivo aproksimacije. Prednost histogram metode pri određivanju multifraktalnog spektra je mogućnost prikaza ovih procesa. Zato je histogram metod interesantan za ispitivanje uticaja sistema na podatke, kao što je uticaj parametara mreže na saobraćaj podataka.

Kao što je dato u [4] na osnovu CoV, FS 3D format ima bolje osobine u smislu varijabilnosti nego MV 3D format, ali uz agregaciju frejmova (za par uzastopnih frejmova ili za 16 uzastopnih frejmova – jedna GoP) video sekvence pokazuju bolje karakteristike u smislu varijabilnosti za oba formata, posebno za MV 3D video koji postaje sličniji po osobinama FS formatu. Ovi rezulati su potvrđeni u ovom istraživanju i pomoću metode momenta i dalje analizirani u smislu eksplozivnosti video signala koji je veoma važan za saobraćaj podataka. Video sekvence sa agregacijom frejmova su analizirane i pomoću miltifraktalnog spektra dobijenog primenom histogram metode. Ovi rezultati su prikazani na Slici 6.7. Glavna promena na spektru, za video sadržaje sa agregacijom, je položaj maksimuma spektra $\alpha(f_{max})$, koji predstavlja kompleksnost strukture u slučaju sa najvišom frekvencijom. Oba 3D formata, FS i CV, imaju manje kompleksnu strukturu, manju vrednost α u slučaju

sa najvišom frekvencijom, za sekvence sa agregacijom. Malo poboljšanje je uočeno za agregaciju na nivou 2 frejma, dok je veće poboljšanje uočeno za agragaciju na novou grupe slika. Parametar f_{max} za FS i CV spektre je veoma sličan.



Slika 6.7: Multifraktalni spektri dobijeni primenom histogram metode za agregacioni *multiview* video i agregacioni frejm sekvencijalni video.

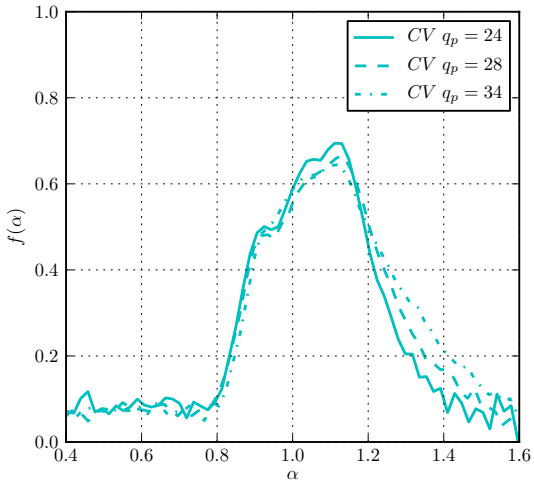
Zbog složenosti grafika multifraktalnog spektra dobijenog histogram metodom, radi jednostavnijeg poređenja, neke od važnih karakterističnih tačaka spektra su numerički predstavljene u Tabeli 6.3. Na osnovu Tabele 6.3 može se videti da širina multifraktalnog spektra B_m, definisana kao $B_m = \alpha_{max} - \alpha_{min}$, je najmanja za RV *multiview* 3D videa, za pogled koji koristi *interview* predikciju. Među 3D video reprezentacionim formatima, najmanji opseg singulariteta se javlja za FS 3D video format. Opseg multifraktalnog spektra je širi za CV nego za FS, ali uz *streaming* pristup sa agregacijom frejmova CV multifraktalne osobine postaju bliže onima za FS video format.

U ovom radu ispitan je uticaj vrednosti kvantizacionih parametara q_p na multifraktalni spektar primenom histogram metode. Zaključeno je da veće vrednosti kvantizacionih parametara q_p vode do većih vrednosti parametra $\alpha(f_{max})$ – kompleksnije strukture, ali takođe i do manje vrednosti f_{max} što znači da su druge dimenzije strukture izraženije u signalu. Kao primer rezultata, na Slici 6.8 dati su multifraktalni spektri za CV *multiview* 3D video format za vrednosti kvantizacionih parametara $q_p(I, P, B)$: $(24, 24, 24)$, $(28, 28, 28)$ i $(34, 34, 34)$.

Multifraktalni spektri dobijeni primenom histogram metode za izdvojene tipove

Tabela 6.3: Numeričko poređenje multifraktalnih osobina za 3D video reprezentacione formate primenom histogram metode: $S_1 = \sum_{d=1}^{n_d} f(\alpha_{min} + (d-1)\Delta\alpha)$, $n_d = \frac{1-\alpha_{min}}{\Delta\alpha}$; $S_2 = \sum_{d=1}^{k_d} f(\alpha_{min} + (d-1)\Delta\alpha)$, $k_d = \frac{\alpha_{max}-\alpha_{min}}{\Delta\alpha}$.

3D video	α_{min}	α_{max}	B_m	S_1	S_2
LV	0.2552	2.2338	1.9798	5.7506	16.7234
RV	0.5073	2.0830	1.5757	5.1741	13.2493
CV	0.1786	2.0400	1.8614	6.2659	17.2827
SBS	0.2532	2.0540	1.8007	6.1907	18.1982
FS	0.3536	1.7477	1.3941	6.0029	17.0272
CV-C 2	0.3491	2.1756	1.8265	5.9194	15.4685
CV-C 16	0.6945	2.1328	1.4382	6.5116	15.0897
FS-C 2	0.5372	1.8256	1.2884	5.7611	13.3861
FS-C 16	0.7091	2.2251	1.5159	5.1663	13.8045



Slika 6.8: Multifraktalni spektri dobijeni primenom histogram metode za CV *multiview* 3D video za različite vrednosti kvantizacionih parametara: $q_p(I,P,B) = (24,24,24)$, $q_p(I,P,B) = (28,28,28)$ i $q_p(I,P,B) = (34,34,34)$.

frejmova: samo I frejmovi, samo P frejmovi i samo B frejmovi za različite 3D video reprezentacione formate su dati na Slici 6.9. Najmanje promene multifraktalnog spektra se uočavaju za I frejmove, kao posledica sličnog principa kodovanja ovog tipa frejma, bez obzira na 3D video format. Maksimum multifraktalnog spektra je najmanji u slučaju I frejmova, zatim sledi maksimum za frejmove B tipa i za frejmove P tipa. Najmanje opadanje multifraktalnog spektra oko njegovog maksimuma je uočeno za I frejmove što je posledica strukture sa većim brojem dimenzija čije je učešće u strukturi značajno. Multifraktalni spektri za P i B frejmove imaju brži

pad i manje dimenzija sa velikim učešćem u signalu. Za izolovane tipove frejmova, sekvence sa samo P frejmovima imaju multifraktalni spektar sa najmanjom vrednošću parametra α_{min}, što znači najveću eksplozivnost. Slični zaključci mogu se doneti na osnovu multifraktalnih spektara dobijenih primenom metode momenta. Veze između multifraktalnih spektara za CV, SBS i FS formate za samo I, samo P i samo B frejmove su iste kao i u slučaju video sekvenci sa svim tipovima frejmova.

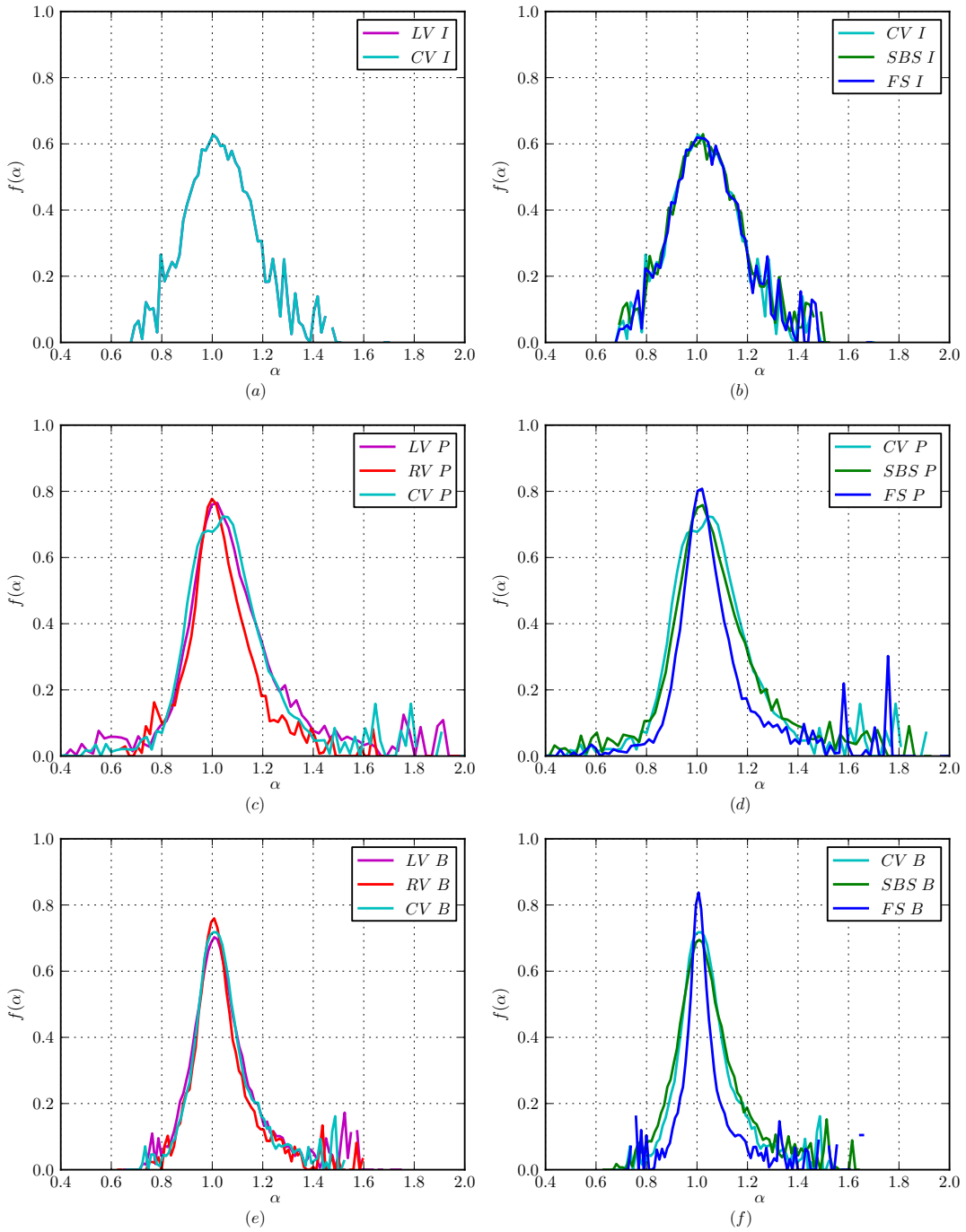
Inverzna multifraktalna analiza

Prednost histogram metode za određivanje multifraktalnog spektra, pored mogućnosti da prikaže aditivne procese u signalu (što je ilustrovano za spektre RV i CV formata), je mogućnost inverzne multifraktalne analize. To znači da je za posmatrani spektar i za određene tačke spektra (vrednosti parametara α i $f(\alpha)$) moguće izdvojiti tačan deo signala koji odgovara ovim vrednostima. Orignalni rezultati inverzne multifraktalne analize za *multiview* video objavljeni su u [37] i za različite tipove frejmova u okviru video sekvenci u [38].

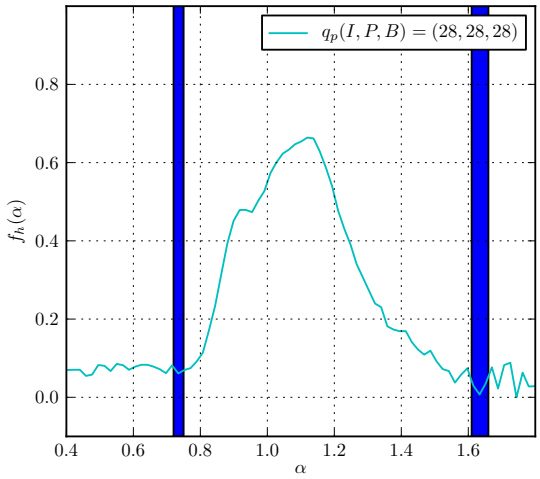
Inverzna multifraktalna analiza će biti ilustrovana na primeru CV *multiview* 3D video reprezentacionog formata. Multifraktalni spektar ovog signala određen primenom histogram metode je dat na Slici 6.10. Na slici su obeleženi opsezi parametra α oko vrednosti 0.8 i oko vrednosti 1.6, gde su vrednosti lokalnih singulariteta niske, što znači da su ovo relativno retki događaji. Korišćenjem inverzne multifraktalne analize biće izdvojeni delovi signala koji odgovaraju obeleženim opsezima.

Na Slici 6.11 (a) dat je pregled veličine frejmova za izabrani video trejs, dok su na Slici 6.11 (b) dati izdvojeni frejmovi videa sa parametrom α u opsegu $0.72 < \alpha < 0.75$, a na Slici 6.11 (c) frejmovi sa parametrom α u opsegu $1.61 < \alpha < 1.66$. Izdvojeni frejmovi na Slici 6.11 (b) i (c) predstavljaju retke događaje, kada se javlja značajna promena u video sadržaju.

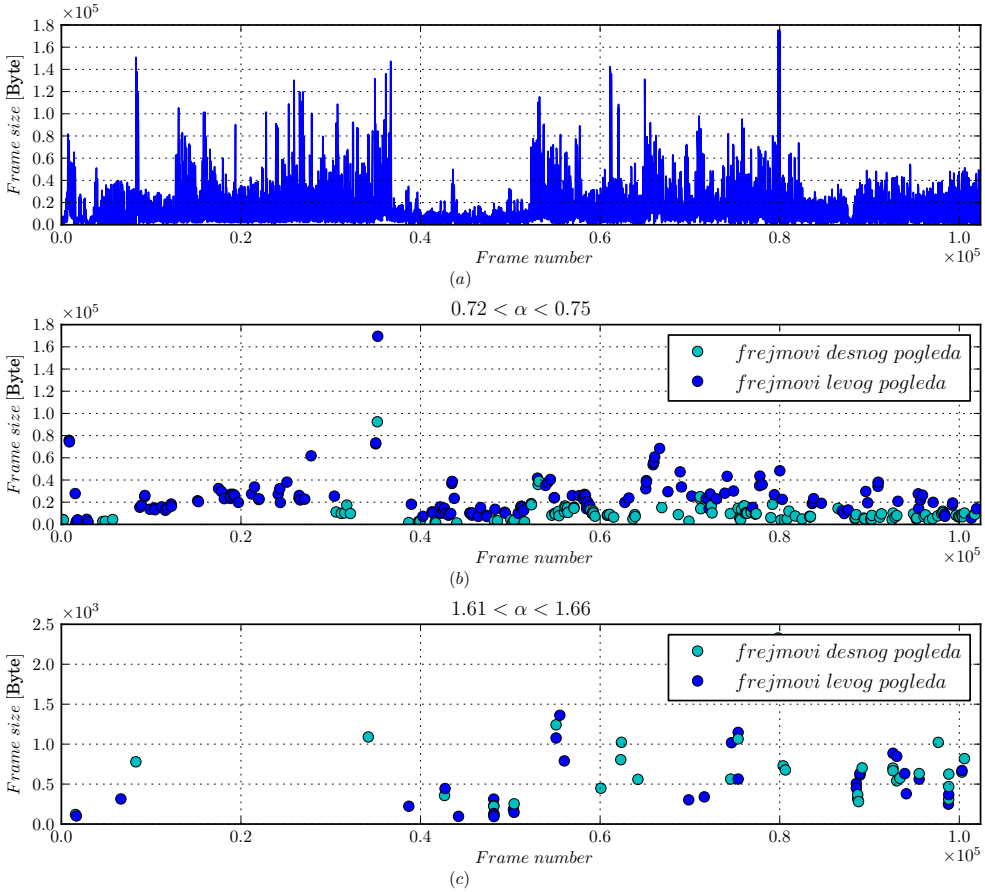
Frejmovi izdvojeni na Slici 6.11 (b) su neki od najvećih frejmova u video trejsu, dok su na Slici 6.11 (c) analizom izdvojeni neki od najmanjih frejmova. Razlika u broju izdvojenih frejmova je posledica različitih vrednosti parametra $f(\alpha)$ u izabranim opsezima. Rezultati kombinovanog pogleda *multiview* 3D videa su dalje analizirani u smislu izdvajanja frejmova po tome da li potiču iz levog ili desnog



Slika 6.9: Multifraktalni spektri dobijeni primenom metode momenta za izdvojene tipove frejmova iz 3D video formata: (a) samo I frejmovi za različite poglede MV 3D videa, (b) samo I frejmovi za 3D video reprezentacione formate, (c) samo P frejmovi za različite poglede MV 3D videa, (d) samo P frejmovi za 3D video reprezentacione formate, (e) samo B frejmovi za različite poglede MV 3D videa i (f) samo B frejmovi za 3D video reprezentacione formate.

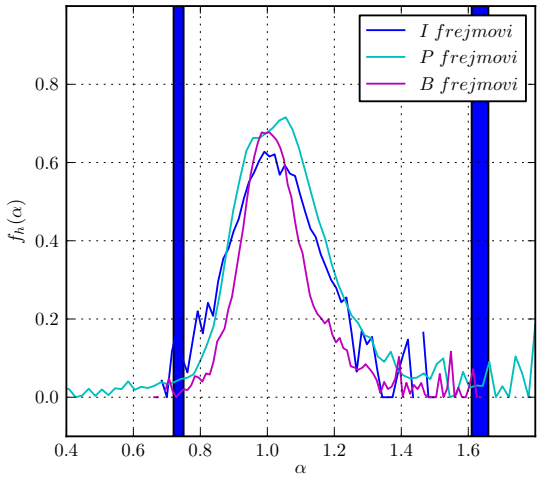


Slika 6.10: Multifraktalni spektar CV *multiview* 3D videa dobijen primenom histogram metode.

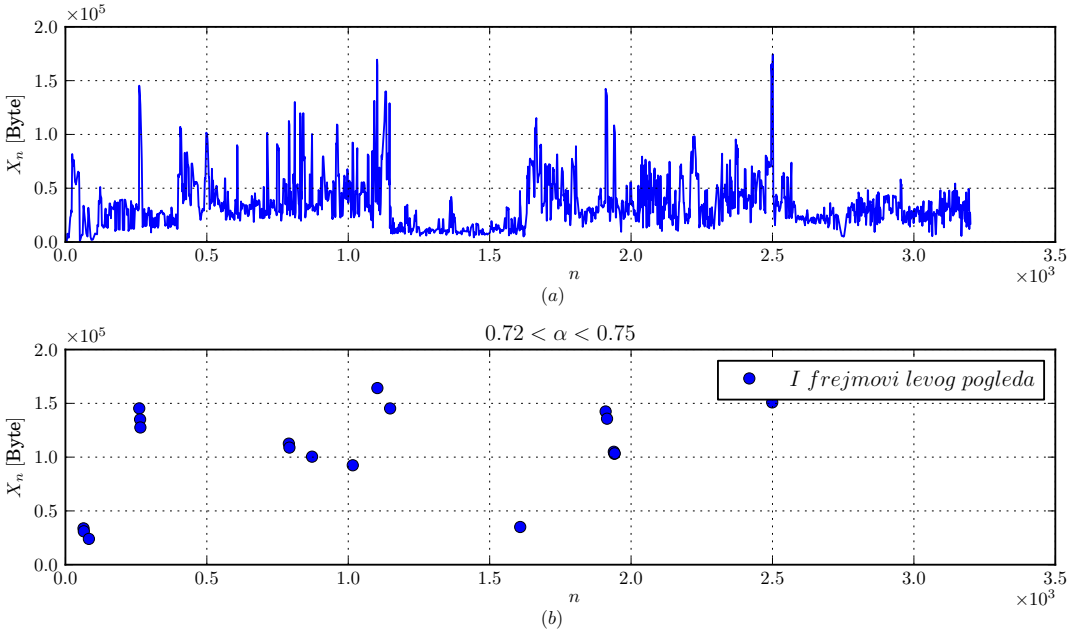


Slika 6.11: Ilustracija multifraktalne analize na primeru *multiview* 3D videa: (a) veličina frejmova kombinovanog pogleda *multiview* 3D videa, (b) frejmovi sa parametrom α u opsegu $0.72 < \alpha < 0.75$, (c) frejmovi sa parametrom α u opsegu $1.61 < \alpha < 1.66$.

pogleda, kao što je obeleženo na Slici 6.11. Rezultati ukazuju na manje vrednosti frejmova u desnom pogledu, koji koristi *interview* predikciju prilikom kodovanja, dok je broj frejmova iz pojedinačnih pogleda približno jednak.



Slika 6.12: Multifraktalni spektar I, P i B frejmova CV *multiview* 3D videa dobijen primenom histogram metode.

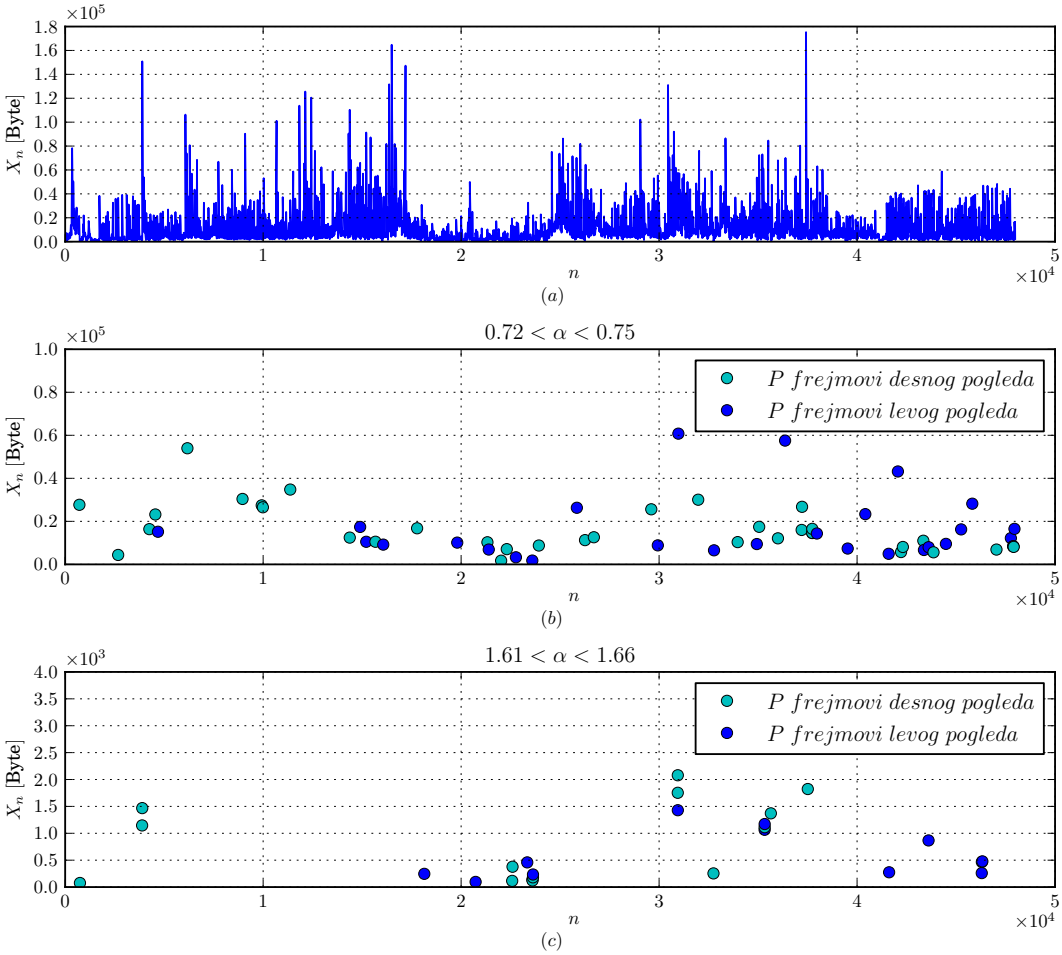


Slika 6.13: Ilustracija multifraktalne analize na primeru *multiview* 3D videa: (a) veličina frejmova I tipa kombinovanog pogleda *multiview* 3D videa, (b) izdvojeni I frejmovi sa parametrom α u opsegu $0.72 < \alpha < 0.75$.

Inverzna multifraktalna analiza je dalje proširena na ispitivanje izdvojenih tipova frejmova. Polazni multifraktalni spektar dobijen primenom histogram metode za

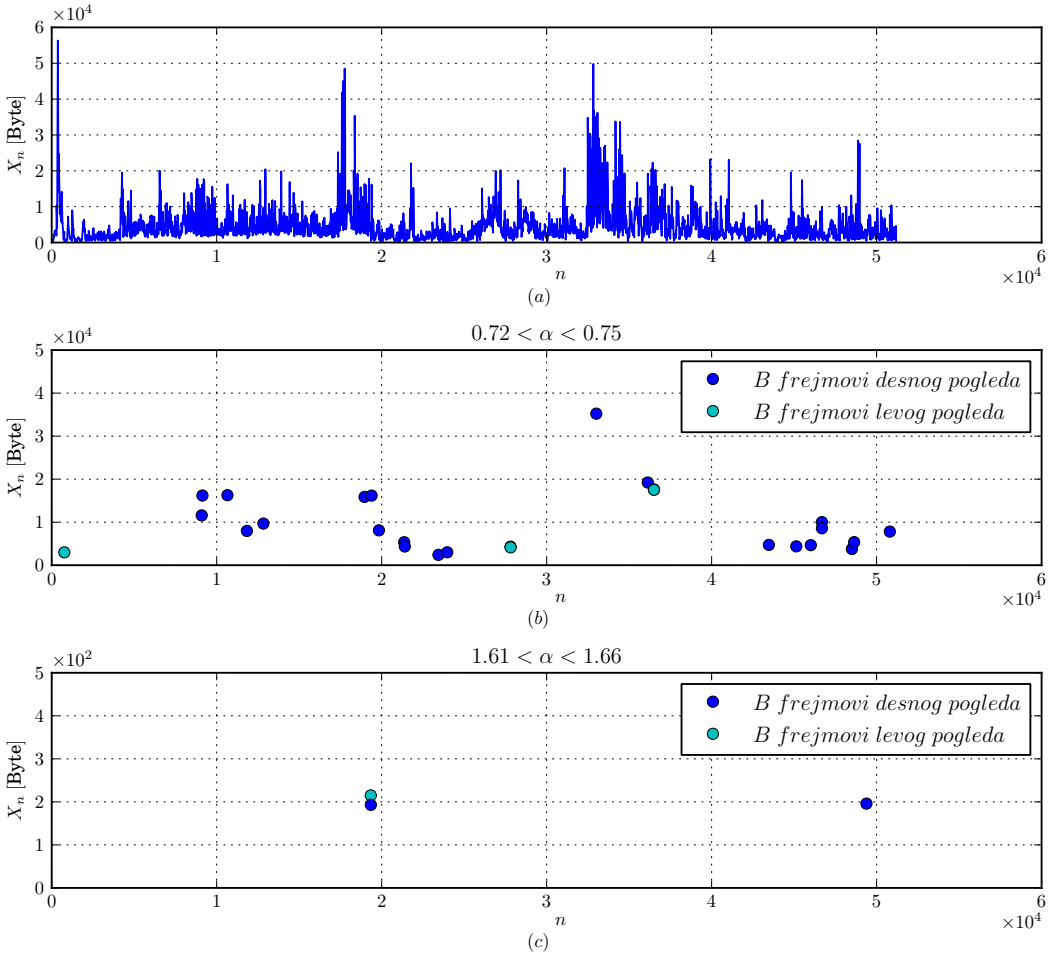
različite tipove frejmova (I, P i B) za CV *multiview* 3D videa dat je na Slici 6.12. Ispitivani su sledeći opsezi parametra α: $0.72 < \alpha < 0.75$ i $1.61 < \alpha < 1.66$.

Na Slici 6.13 (a) dat je pregled veličine frejmova I tipa za selektovani video trejs, dok su na Slici 6.13 (b) dati rezultati inverzne multifraktalne analize za parametar α u opsegu $0.72 < \alpha < 0.75$. Struktura I frejmova nema α parametar u opsegu $1.61 < \alpha < 1.66$, kao što se vidi na Slici 6.12. Izdvojeni I frejmovi predstavljaju neke od najvećih frejmova u sekvenci i označavaju velike promene u video sadržaju.



Slika 6.14: Ilustracija multifraktalne analize na primeru *multiview* 3D videa: (a) veličina frejmova P tipa kombinovanog pogleda *multiview* 3D videa, (b) izdvojeni P frejmovi sa parametrom α u opsegu $0.72 < \alpha < 0.75$, (c) izdvojeni P frejmovi sa parametrom α u opsegu $1.61 < \alpha < 1.66$.

Na Slikama 6.14 i 6.15 dati su rezultati inverzne multifraktalne analize za P i B tipove frejmova, respektivno. Na ovaj način izdvojeni su neki od najvećih P i B frejmova (Slika 6.14 (b) i Slika 6.15 (b)) u video sekvenci dobijeni za male



Slika 6.15: Ilustracija multifraktalne analize na primeru *multiview* 3D videa: (a) veličina frejmova B tipa kombinovanog pogleda *multiview* 3D videa, (b) izdvojeni B frejmovi sa parametrom α u opsegu $0.72 < \alpha < 0.75$, (c) izdvojeni B frejmovi sa parametrom α u opsegu $1.61 < \alpha < 1.66$.

vrednosti parametra α i neki od najmanjih P i B frejmova za velike vrednosti lokalnih singulariteta. Ovakvo grupisanje frejmova po tipu može biti primenjeno u slučaju uravnavanja saobraćaja na osnovu tipa frejma.

Poglavlje 7

Zaključak

U ovom radu karakterizovani su 3D video reprezentacioni formati: *multiview* (MV) video reprezentacioni format koji koristi *multiview* video kodovanje, kao i frejm sekvencijalni (*Frame Sequential*, FS) i frejm kompatibilni (*Frame Compatible*, FC) *side-by-side* (SBS) formati koji koriste kodovanje pomoću konvencionalnog kodera za video sa jednim pogledom. Analiza 3D video formata je realizovana pomoću 3D video trejsova za ova tri glavna 3D video reprezentaciona formata. Korišćeni su javno dostupni trejsovi dugih video sekvenci [4, 18]. Video trejsovi su sadržali podatke o svakom pojedinačnom frejmu videa: vreme prikazivanja, veličinu frejma, tip frejma, parametre kvaliteta frejma. U okviru jedne 3D video sekvence za jednu postavku vrednosti kvantizacionih parametara postojala su dva pogleda sa po 51200 frejmova u punoj HD 1920×1080 rezoluciji.

Urađena je statistička analiza saobraćaja 3D video sadržaja i analiza kvaliteta. Ovi rezultati daju osnovne podatke o ponašanju 3D video materijala prilikom prenosa, ali su zbog velike promenljivosti sadržaja i pojave eksplozivnosti potrebne i kompleksnije fraktalne i multifraktalne analize. U ovoj disertaciji urađena je fraktalna i multifraktalna karakterizacija 3D video formata. Detaljno su izložene korišćene metode za analizu, predstavljeni algoritmi izračunavanja i objašnjeni principi klasifikacije rezultata na osnovu numeričih rezultata, grafičkih prikaza i dati rezultati dobijeni izdvajanjem karakterističnih delova grafičkih rezultata. Za multifraktalne spektre detaljno je objašeno i izdvajanje karakterističnih tačaka spektra kao što su najverovatniji singularitet koji opisuje multifraktalnu strukturu u najvećem delu

signala i najmanji singularitet koji je povezan sa najvećom esplozivnošću (visoka varijabilnost) videa.

Originalni naučni doprinosi ovog istraživanja su sledeći:

- Pokazano je da video sekvence 3D video formata imaju fraktalna samoslična svojstva sa zavisnošću na dugom rasponu (*Long-Range Dependent*, LRD), [31];
- Pokazano je da tri glavna ispitivana 3D video formata imaju multifraktalnu strukturu, [35, 36, 37, 38, 39, 40];
- Dat je suštinski pregled 3D video reprezentacionih i kompresionih formata po fraktalnim i multifraktalnim osobinama, [31, 40];
- Urađena je karakterizacija fraktalnih osobina 3D videa, realizovana pomoću vizuelne metode i detaljnog proračuna pomoću rigoroznih statističkih metoda: metode agregacije varijanse (*aggregated variance method*), R/S statističke metode (*R/S statistic method*) i metode više skala (*multiscale method*) korišćenjem kodova realizovanih pomoću programa *Matlab* i *Python*, koja je pokazala visoke vrednosti *Hurst*-ovog parametra od oko 0.95 indikujući visok nivo eksplozivnosti i LRD karakteristike, [31];
- Izložene su multifraktalne osobine *multiview* 3D video formata i njegovih pojedinačnih pogleda (levog, desnog i kombinovanog), [35, 36];
- Dati su rezultati inverzne multifraktalne analize *multiview* 3D video formata i njegovih pojedinačnih pogleda (levog, desnog i kombinovanog), koji su omogućili izdvajanje najvećih i najmanjih promena u signalu, [37, 38];
- Sprovedena je karakterizacija multifraktalnih osobina različitih 3D video formata i njihovo poređenje, pomoću multifraktalnog spektra i generalizovanih dimenzija, realizacijom algoritma i primenom histogram metode i metode momenta, korišćenjem kodova napisanih u programima *Matlab* i *Python*, [40], koja je pokazala da MV video ima najizraženiju multifraktalnu strukturu za najizraženiji singularitet (najveći deo strukture), dok je najmanje izražena multifraktalna priroda prisutna kod FS videa;

- Obavljena je klasifikacija 3D video reprezentacionih i kompresionih formata kroz globalne i lokalne multifraktalne osobine, uključujući, ali ne ograničavajući se na eksplozivnost videa, koji je posebno značajan pri prenosu u komunikacionim sistemima, na osnovu podataka izdvojenih iz delova spektra. Rezultati klasifikacije su pokazali najveću eksplozivnost za *multiview* video format, a najmanju za FS format, [40];

- Dat je pregled fraktalnih i multifraktalnih osobina 3D video formata zavisno od vrednosti kvantizacionih parametara kodera, koji je pokazao da generalno sa povećanjem vrednosti kvantizacionih parametara 3D videa multifraktalna priroda postaje izraženija, a eksplozivnost veća, [36, 40];

- Dat je pregled fraktalnih i multifraktalnih osobina 3D video formata zavisno od izbora tipa frejma, koji je pokazao veliku sličnost multifraktalnih osobina intra-kodovanih (I) frejmova 3D video formata što je posledica sličnog principa kodovanja ovog tipa frejma, i koji je pokazao razlike u promenljivosti tipova frejmova, posebno izražene za predikciono (P) kodovane i bidirekciono (B) kodovane frejmove za različite 3D video formate što je posledica različitih pristupa kodovanju, kao i najveću eksplozivnost kod frejmova P tipa, [38, 40];

- Izložene su fraktalne i multifraktalne osobine 3D video reprezentacionih formata u slučaju agregacije frejmova i u različitim uslovima emitovanja 3D videa sa ciljem utvrđivanja efikasnijeg prenosa, koje su pokazale smanjenje izraženosti varijabilnosti ako se posmatraju samo određene generalizovane dimenzije ili fraktalna samosličnost, ali povećanje eksplozivnosti na manjem delu signala koje se uočava zahvaljujući multifraktalnom spektru, [31, 40];

- Realizacija algoritama za određivanje multifraktalnog spektra signala, gde su za metode momenta i histogram metodu dati pseudokodovi kao i originalno korišćeni kodovi;

- Pronalaženje veza i odnosa klasičnih statističkih parametara za varijabilnost pri prenosu signala (videa posebno), kao što je to koeficijent varijacije, sa multifraktalnim parametrima, kao što su generalizovane dimenzije, [40];

- Vrednosti fraktalnih i multifraktalnih parametara 3D video reprezentacionih formata, koji bi mogli da se koriste za modelovanje saobraćaja 3D videa u komunikacionim sistemima, [28, 34, 41, 33, 42, 43, 31, 40].

Rezultati koji su prikazani u ovom radu mogu se koristiti za unapređenje metoda smanjenja varijabilnosti (*smoothing*) i za dizajn efikasnijih metoda multipleksiranja. Elementarne *smoothing* metode videa podrazumevaju agregaciju frejmova [19]. U radu su dati rezultati multifraktalne analize 3D video formata sa agregacijom na nivou 2 susedna frejma i na nivou grupe slika (16 frejmova), koji su u velikom delu signala doveli do smanjenja varijabilnosti, posebno kod MV video formata, [31, 40]. Ovi rezultati se mogu dalje koristiti za unapređenje *smoothing* tehnika 3D videa, u aplikacijama kao što je *smoothing* sa prethodnim slanjem dela signala [46, 116], preciznije u smislu procene eksplozivnog saobraćaja i procesa njegovog menadžementa i kontrole.

Multifraktalni parametri određeni u ovoj analizi (multifraktalni spektri i generalizovane dimenzije) mogu se koristiti za unapređenje metoda multipleksiranja. U [117], fraktalne osobine su korišćene za kreiranje efikasnije metode multipleksiranja. Statističke metode multipleksiranja koje koriste podatak o tipu frejma za unapređenje karakteristika [49] potencijalno mogu da unaprede performanse imajući u vidu multifraktalne osobine različitih tipova frejmova koje su predstaljene u ovom radu, [38, 40].

Određene multifraktalne osobine 3D video reprezentacionih formata mogu imati primene u statističkom multipleksiranju pri razvoju optimalnih parametara multipleksera i/ili za bolje iskorišćenje kapaciteta komunikacione mreže. Takođe, rezultati se mogu koristiti u ispitivanju uticaja uvođenja 3D video formata u multiplekser sa 2D video formatima na karakteristike kanala.

Plan budućeg istraživanja obuhvata ispitivanje nabrojanih mogućnosti primene fraktalnih i multifraktalnih osobina na smanjenje varijabilnosti saobraćaja i karakteristike i metode multipleksiranja. Takođe, kako je ovo istraživanje obuhvatilo ispitivanje 3D video formata kodovanih pomoću referentnih softvera (JMVC koder za MV video, JSVM za FS i FC video) plan budućih istraživanja obuhvata i karakterizaciju 3D video formata sa različitim parametrima kodera.

Literatura

[1] P. Merkle, K. Müller, and T. Wiegand, "3D video: acquisition, coding, and display," *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, vol. 56, no. 2, pp. 946–950, 2010.

[2] Y. Chen, Y.-K. Wang, K. Ugur, M. M. Hannuksela, J. Lainema, and M. Gabbouj, "The emerging MVC standard for 3D video services," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2009.

[3] A. Smolic, K. Mueller, P. Merkle, C. Fehn, P. Käuff, P. Eisert, and T. Wiegand, "3D video and free viewpoint video - technologies, applications and MPEG standards," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Multimedia and Expo: 9–12 July 2006; Toronto, Canada*, pp. 2161–2164, 2006.

[4] A. Pulipaka, P. Seeling, M. Reisslein, and L. Karam, "Traffic and statistical multiplexing characterization of 3D video representation formats," *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 59, no. 2, pp. 382–389, 2013.

[5] E. A. Fernando, S. Worrall, *3DTV: processing and transmission of 3D video signals*. United Kingdom: John Wiley & Sons, Inc., 2013.

[6] A. Vetro, W. Matusik, H. Pfister, and J. Xin, "Coding approaches for end-to-end 3D TV systems," in *Proceedings of the Picture Coding Symposium, Dec. 2004; San Francisco, California*, 2004.

[7] A. Vetro, T. Wiegand, and G. J. Sullivan, "Overview of the stereo and multiview video coding extensions of the H.264/MPEG-4 AVC standard," *Proceedings of the IEEE*, vol. 99, no. 4, pp. 626–642, 2011.

[8] K. Müller, P. Merkle, G. Tech, and T. Wiegand, "3D video formats and coding methods," in *Proceedings of the 17th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP): 26–29 September 2010; Hong Kong*, pp. 2389–2392, 2010.

[9] E. Stoykova, A. Alatan, P. Benzie, N. Grammalidis, S. Malassiotis, J. Ostermann, S. Piekh, V. Sainov, C. Theobalt, T. Thevar, and X. Zabulis, "3D time-varying scene capture technologies - a survey," *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 17, no. 11, pp. 1568–1586, 2007.

[10] P. Benzie, J. Watson, P. Surman, I. Rakkolainen, K. Hopf, H. Urey, V. Sainov, and C. von Kopylow, "A survey of 3DTV displays: Techniques and technologies," *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 17, no. 11, pp. 1647–1658, 2007.

[11] G. B. Akar, A. M. Tekalp, C. Fehn, and M. R. Civanlar, "Transport methods in 3DTV - a survey," *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 17, no. 11, pp. 1622–1630, 2007.

[12] H. Mohib, M. R. Swash, and A. H. Sadka, "Multi-view video delivery over wireless networks using HTTP," in *Proceedings of International Conference on Communications, Signal Processing, and their Applications*, pp. 1–5, 2013.

[13] T. Schierl and S. Narasimhan, "Transport and storage systems for 3-D video using MPEG-2 systems, RTP, and ISO file format," *Proceedings of the IEEE*, vol. 99, no. 4, 2011.

[14] H. H. Yen, "Power-aware, bandwidth-aware and video-quality-aware cooperative routing algorithm for 3D video transmission in wireless networks," in *Proceedings of IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing (PacRim), 23–26 Aug. 2011; Victoria, BC, Canada*, pp. 470–475, 2011.

[15] C. G. Gürler and A. M. Tekalp, "Peer-to-peer system design for adaptive 3D video streaming," *IEEE Communications Magazine*, vol. 51, no. 5, pp. 108–114, 2013.

[16] A. Vetro, A. M. Tourapis, K. Müller, and T. Chen, "3D-TV content storage and transmission," *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 57, no. 2, pp. 384–394, 2011.

[17] J. Cosmas, J. Loo, A. Aggoun, and E. Tsekleves, "Matlab traffic and network flow model for planning impact of 3D applications on networks," in *Proceedings of IEEE Int. Symp. on Broadband Multimedia Systems and Broadcasting, Shanghai, China*, pp. 1–7, 2010.

[18] "Video trace library." http://trace.eas.asu.edu, Access date: 20 July 2013.

[19] G. Van Der Auwera, P. T. David, and M. Reisslein, "Video traffic analysis of H.264/AVC and extensions: Single-layer statistics, Arizona State University, Technical report," 2007.

[20] T. Lakshman, A. Ortega, and A. Reibman, "VBR video: tradeoffs and potentials," *Proceedings of the IEEE*, vol. 86, no. 5, pp. 952–973, 1998.

[21] "JSVM Reference Software." obtained at cvs-d: pserver: jvtuser@garcon.ient.rwth-aachen.de: /cvs/jvt checkout jsvm, Access date: 8 Aug. 2014.

[22] "JMVC Reference Software." obtained at cvs-d: pserver: jvtuser@garcon.ient.rwth-aachen.de: /cvs/jvt checkout jmvc, Access date: 8 Aug. 2014.

[23] P. Seeling, M. Reisslein, and B. Kulapala, "Network performance evaluation using frame size and quality traces of single-layer and two-layer video: a tutorial," *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, vol. 6, no. 3, pp. 58–78, 2004.

[24] P. Seeling, F. H. P. Fitzek, and M. Reisslein, *Video Traces for Network Performance Evaluation.* Dordrecht: Springer, 2007.

[25] P. Seeling and M. Reisslein, "Video transport evaluation with H.264 video traces," *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, vol. 14, no. 4, pp. 1142–1165, 2012.

[26] H. Peitgen, H. Jürgens, and D. Saupe, *Chaos and Fractals.* New York: Springer, 1992.

[27] G. Melnikov and A. K. Katsaggelos, "A jointly optimal fractal/DCT compression scheme," *IEEE Transactions on Multimedia*, vol. 4, no. 4, pp. 413–422, 2002.

[28] O. Sheluhin, S. Smolskiy, and A. Osin, *Self-Similar Processes in Telecommunications.* New York: John Wiley & Sons, Inc., 2007.

[29] W. Leland, M. Taqqu, W. Willinger, and D. V. Wilson, "On the self-similar nature of Ethernet traffic (extended version)," *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 2, no. 1, pp. 1–15, 1994.

[30] I. Reljin, A. Samcovic, and B. Reljin, "H.264/AVC video compressed traces: Multifractal and fractal analysis," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2006.

[31] A. Zekovic and I. Reljin, "Self-similar nature of 3D video formats," in *Proceedings of Multiple Access Communications - 7th International Workshop, MACOM 2014, Halmstad, Sweden, August 27-28, 2014. Lecture Notes in Computer Science series* (M. Jonsson, A. V. Vinel, B. Bellalta, and E. Belyaev, eds.), vol. 8715, pp. 102–111, Springer, 2014.

[32] X. Bai and A. Shami, "Modeling self-similar traffic for network simulation, Technical report, NetRep-2005-01," 2005.

[33] T. D. Dang, S. Molnár, and I. Maricza, "Capturing the complete multifractal characteristics of network traffic," in *Global Telecommunications Conference, GLOBECOM IEEE, 17–21 Nov. 2002; Taipei, Taiwan*, pp. 2355–2359, 2002.

[34] R. H. Riedi and J. Lévy Véhel, "TCP traffic is multifractal: a numerical study, Research report 3129, INRIA rocquencourt," 1997.

[35] A. Zekovic and I. Reljin, "Multifraktalna analiza multiview videa histogram metodom," in *Elektronski zbornik radova 57. konferencije ETRAN 2013, 3–6. jun 2013, Zlatibor, Srbija*, pp. EK1.8.1–4, 2013.

[36] A. Zekovic and I. Reljin, "Multifractal analysis of multiview 3D video with different quantization parameters applying histogram method," *Serbian Journal of Electrical Engineering*, vol. 11, no. 1, pp. 25–34, 2014.

[37] A. Zekovic and I. Reljin, "Multifractal and inverse multifractal analysis of multiview 3D video," in *Proceedings of 21st Telecommunication Forum (TELFOR 2013), 26–28 November 2013, Belgrade, Serbia*, pp. 753–756, 2013.

[38] A. Zekovic and I. Reljin, "Inverse multifractal analysis of different frame types of multiview 3D video," *TELFOR Journal*, vol. 6, no. 2, pp. 121–125, 2014.

[39] A. Zekovic and I. Reljin, "Comparative analysis of multifractal properties of H.264 and multiview video," in *Proceedings of 1st International Conference on Electrical, Electronic and Computing Engineering IcETRAN 2014, 2–5 June 2014, Vrnjačka banja, Serbia*, pp. EKI1.7.1–4, 2014.

[40] A. Zekovic and I. Reljin, "Multifractal analysis of 3D video representation formats," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2014, no. 181, pp. 1–14, 2014.

[41] J. W. de Godoy Stênico and L. L. Ling, "A new binomial conservative multiplicative cascade approach for network traffic modeling," in *AINA*, pp. 794–801, 2013.

[42] A. Evertsz and B. Mandelbrot, "Multifractal measures," in *Chaos and Fractals* (H. Peitgen, H. Jürgens, and P. Andrews, eds.), pp. 849–881, New York: Springer, 1992.

[43] J. Feder, *Fractals.* New York: Springer Science – Business Media, 1988.

[44] P. M. Krishna, V. M. Gadre, and U. B. Desai, "Modelling and control of broad band traffic using multiplicative multifractal cascades," *Sadhana, The Journal of the Indian Academy of Sciences*, vol. 27, no. 6, pp. 699–723, 2002.

[45] N. Manap, G. DiCaterina, and J. Soraghan, "Low cost multi-view video system for wireless channel," in *Proceedings of IEEE 3DTV Conference, 4–6 May 2009; Potsdam, Germany*, pp. 1–4, 2009.

[46] U. C. Devi, R. K. Kalle, and S. Kalyanaraman, "Multi-tiered, burstiness-aware bandwidth estimation and scheduling for VBR video flows," *IEEE Transactions on Network and Service Management*, vol. 10, no. 1, pp. 29–42, 2013.

[47] W. Feng and J. Rexford, "Performance evaluation of smoothing algorithms for transmitting prerecorded variable-bit-rate video.," *IEEE Transactions on Multimedia*, vol. 1, no. 3, pp. 302–313, 1999.

[48] C.-H. Hsu and M. Hefeeda, "On statistical multiplexing of variable-bit-rate video streams in mobile systems," in *ACM Multimedia*, pp. 411–420, 2009.

[49] G. Van Der Auwera and M. Reisslein, "Implications of smoothing on statistical multiplexing of H.264/AVC and SVC video streams," *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 55, no. 3, pp. 541–558, 2009.

[50] T. Raghuveera and K. Easwarakumar, "An efficient statistical multiplexing method for H.264 VBR video sources for improved traffic smoothing," *International Journal of Computer Science and Information Technology*, vol. 2, no. 2, pp. 51–62, 2010.

[51] ITU-T and I. J. 1, "Advanced video coding for generic audiovisual services," *ITU-T Recommendation H.264 and ISO/IEC 14496-10 (MPEG-4 AVC)*, 2010.

[52] G. Gürler, B. Görkemli, G. Saygili, and A. M. Tekalp, "Flexible transport of 3-D video over networks," *Proceedings of the IEEE*, vol. 99, no. 4, pp. 694–707, 2011.

[53] K. Müller, P. Merkle, and T. Wiegand, "3-D video representation using depth maps," *Proceedings of the IEEE*, vol. 99, no. 4, pp. 643–656, 2011.

[54] A. Smolic, "3D video and free viewpoint video – from capture to display," *Pattern Recogn.*, vol. 44, no. 9, pp. 1958–1968, 2011.

[55] M. Cagnazzo, B. Pesquet-Popescu, and F. Dufaux, "3D video representation and formats," in *Emerging Technologies for 3D Video: Creation, Coding, Transmission and Rendering* (F. Dufaux, B. Pesquet-Popescu, and M. Cagnazzo, eds.), Wiley Publishing, 2013.

[56] L. Rocha and L. Gonçalves, "An overview of three-dimensional videos: 3D content creation, 3D representation and visualization," in *Current Advancements in Stereo Vision* (A. Bhatti, ed.), under CC BY 3.0 license, 2012.

[57] L. Onural, *3D Video Technologies: An Overview of Research Trends*. Washington: SPIE Press, 2011.

[58] A. Alatan, Y. Yemez, U. Güdükbay, X. Zabulis, K. Müller, E. Erdem, C. Weigel, and A. Smolic, "Scene representation technologies for 3DTV - a survey," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Techn.*, vol. 17, no. 11, pp. 1587–1605, 2007.

[59] S. Foix, G. Alenya, and C. Torras, "Lock-in time-of-flight (ToF) cameras: A survey," *IEEE Sensors Journal*, vol. 11, no. 9, pp. 1917–1926, 2011.

[60] A. Samčović and A. Kostić-Ljubisavljević, "Principi stereoskopske percepcije i kreiranje sadrzaja kod trodimenzionalne televizije," *Tehnika - Elektrotehnika*, vol. 5, no. 60, pp. 769–774, 2011.

[61] R. Zone, "Spatial plasticity: Dual-camera configurations and variable interaxial," in *Emerging Technologies for 3D Video: Creation, Coding, Transmission and Rendering* (F. Dufaux, B. Pesquet-Popescu, and M. Cagnazzo, eds.), Wiley Publishing, 2013.

[62] A. Smolic, P. Kauff, S. Knorr, A. Hornung, M. Kunter, M. Müller, and M. Lang, "Three-dimensional video postproduction and processing," *Proceedings of the IEEE*, vol. 99, no. 4, pp. 607–625, 2011.

[63] A. Smolic, K. Müller, N. Stefanoski, J. Ostermann, A. P. Gotchev, G. B. Akar, G. A. Triantafyllidis, and A. Koz, "Coding algorithms for 3DTV - a survey," *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Techn.*, vol. 17, no. 11, pp. 1606–1621, 2007.

[64] A. M. Tekalp, E. Kurutepe, and M. R. Civanlar, "3DTV over IP," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 24, no. 6, pp. 77–87, 2007.

[65] "Diomedes project." http://www.diomedes-project.eu/, Access date: 8 Aug. 2014.

[66] C. Fehn, "A 3D-TV approach using depth-image-based rendering (DIBR)," in *Proceedings of 3rd IASTED Conference on Visualization, Imaging, and Image Processing, Benalmaadena*, pp. 482–487, 2003.

[67] J. Konrad and M. Halle, "3-D displays and signal processing," *Signal Processing Magazine*, vol. 24, no. 6, pp. 97–111, 2007.

[68] H. Urey, K. Chellappan, E. Erden, and P. Surman, "State of the art in stereoscopic and autostereoscopic displays," *Proceedings of the IEEE*, vol. 99, no. 4, pp. 540–555, 2011.

[69] A. Bovik, *Handbook of Image and Video Processing*. Waltham, Massachusetts: Elsevier, Academic Press, 2005.

[70] J. Woods, *Multidimensional Signal, Image, and Video Processing and Coding*. Waltham, Massachusetts: Elsevier, Academic Press, 2011.

[71] M. Reisslein, J. Lassetter, S. Ratnam, F. H. Fitzek, and S. Panchanathan, "Traffic and quality characterization of scalable encoded video: A large-scale trace-based study - part 1–4," tech. rep., Arizona State University, Dept. of Electrical Engineering, Technical Report, 2003.

[72] P. Seeling and M. Reisslein, "Evaluating multimedia networking mechanisms using video traces," *IEEE Potentials*, vol. 24, no. 4, pp. 21–25, 2005.

[73] P. Seeling and M. Reisslein, "The rate variability-distortion (VD) curve of encoded video and its impact on statistical multiplexing," *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 51, pp. 473–492, 2005.

[74] J. Morgade, A. Usandizaga, P. Angueira, D. de la Vega, A. Arrinda, M. Velez, and J. Ordiales, "3DTV roll-out scenarios: A DVB-T2 approach," *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 57, no. 2, pp. 582–592, 2011.

[75] M. Mitchell, *Complexity: A Guided Tour*. Oxford, New York: Oxford University Press, 2009.

[76] Y. Bar-Yam, *Dynamics of Complex Systems*. Studies in Nonlinearity, Addison-Wesley, 1997.

[77] D. Easley and J. Kleinberg, *Networks, Crowds, and Markets: Reasoning About a Highly Connected World*. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 2010.

[78] D. Kuzmanović, N. Vasović, S. Kostić, S. Simić, I. Franović, I. Grozdanović, K. Todorović-Vasović, and B. R. Plazinić, *Uvod u teoriju haosa*. Vojvode Stepe 305, Beograd, Srbija: Univerzitet u Beogradu – Saobraćajni fakultet, 2013.

[79] S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications To Physics, Biology, Chemistry, And Engineering*. Cambridge, Massachusetts: Westview Press, 2001.

[80] D. P. Feldman, *Chaos and Fractals An Elementary Introduction*. Oxford, New York: Oxford University Press, 2012.

[81] C. Oestreicher, "A history of chaos theory," *Dialogues Clin Neurosci.*, vol. 9, no. 3, pp. 279–289, 2007.

[82] R. M. May, "Simple mathematical models with very complicated dynamics," *Nature*, vol. 261, no. 5560, pp. 459–467, 1976.

[83] E. N. Lorenz, "Deterministic nonperiodic flow," *Journal of Atmospheric Science*, vol. 20, pp. 130–141, 1963.

[84] S. Lloyd, "Measures of complexity: a non-exhaustive list," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 21, no. 4, pp. 7–8, 2001.

[85] B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature.* New York: W. H. Freedman and Co., 1983.

[86] F. Hausdorff, "Dimension und äußeres maß," *Mathematische Annalen*, vol. 79, pp. 157–179, 1919.

[87] B. Mandelbrot, "How long is the coast of Britain? statistical self-similarity and fractional dimension," *Science*, 1967.

[88] D. Harte, *Multifractals: Theory and Applications.* Boca Raton, Florida: CRC Press, 2001.

[89] T. C. Halsey, M. H. Jensen, L. P. Kadanoff, I. Procaccia, and B. I. Shraiman, "Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets," *Physical Review A*, vol. 33, no. 2, pp. 1141–1151, 1986.

[90] M.-O. Coppens and B. B. Mandelbrot, "Easy and natural generation of multifractals: Multiplying harmonics of periodic functions," in *Fractals: Theory and Applications in Engineering* (M. Dekking, J. L. Véhel, E. Lutton, and C. Tricot, eds.), pp. 113–122, London: Springer, 1999.

[91] J. L. Véhel and C. Tricot, "On various multifractal spectra," *Progress in Probability*, vol. 57, pp. 23–42, 2004.

[92] A. Chhabra, C. Meneveau, V. Jensen, and K. Sreenivasan, "Direct determination of the f(α) singularity spectrum and its application to fully developed turbulence," *Physical Review A*, vol. 40, no. 9, pp. 5284–5294, 1989.

[93] R. H. Riedi and B. B. Mandelbrot, "Multifractal formalism for infinite multinomial measures," *Advances in Applied Mathematics*, vol. 16, no. 2, pp. 132–150, 1995.

[94] F. C. Moon, *Chaotic and Fractal Dynamics: Introduction for Applied Scientists and Engineers.* Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2008.

[95] C. J. Krebs, *Ecology: The Experimental Analysis of Distribution and Abundance.* San Francisco: Benjamin Cummings, 2009.

[96] R. E. Mirollo and S. H. Strogatz, "Synchronization of pulse-coupled biological oscillators," *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1990.

[97] J. D. Murray, "Belousov-Zhabotinskii reaction," in *Mathematical Biology* (J. D. Murray, ed.), pp. 179–199, Berlin: Springer, 1989.

[98] L. E. Calvet and A. J. Fisher, *Multifractal Volatility: Theory, Forecasting, and Pricing.* Waltham, Massachusetts: Academic Press Advanced Finance, 2008.

[99] N. Inaba, K. Tsukamoto, and T. Endo, "Bifurcation and chaos in the piecewise-linear forced Duffing-van der Pol oscillator with a diode," in *The 8th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems*, pp. 1297–1300, 2001.

[100] L. Minati, "Emergence of chaos in transistor circuits evolved towards maximization of approximate signal entropy," in *8th International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis (ISPA), Trieste, Italy*, pp. 755–760, 2013.

[101] K. M. Cuomo and A. V. Oppenheim, "Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communications," *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 71, no. 1, pp. 65–69, 1993.

[102] P. Legrand and J. L. Véhel, "Signal and image processing with fraclab," in *Thinking in Patterns: Fractals and Related Phenomena in Nature* (M. Novak, ed.), pp. 321–322, Singapore: World Scientific, 2003.

[103] J. L. Véhel, "Fractal approaches in signal processing," *Fractals*, vol. 3, no. 4, pp. 755–775, 1995.

[104] I. Reljin and B. Reljin, "Fractal geometry and multifractals in analyzing and processing medical data and images," *Archive of Oncology*, vol. 10, no. 4, pp. 283–293, 2002.

[105] S. L. Millsa, G. C. Leesa, C. M. Liauwa, R. N. Rothona, and S. Lyncha, "Prediction of mechanical properties following the dispersion assessment of

flame retardant filler/polymer composites based on the multifractal analysis of SEM images," *Journal of Macromolecular Science*, vol. 6, no. 44, pp. 1137–1151, 2005.

[106] D. L. Turcotte, *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics.* Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 1997.

[107] J. Muller, O. K. Huseby, and A. Saucier, "Influence of multifractal scaling of pore geometry on permeabilities of sedimentary rocks," *Chaos Solitons Fractals*, vol. 5, no. 8, pp. 1485–1492, 1995.

[108] F. H. T. Vieira, F. G. C. Rocha, and J. A. dos Santos Jr., "Loss probability estimation and control for OFDM/TDMA wireless systems considering multifractal traffic characteristics," *Computer Communications*, vol. 35, no. 2, pp. 263–271, 2012.

[109] I. Reljin and B. Reljin, "Fractal and multifractal analyses of compressed video sequences," *Facta Universitatis Series: Electronics and Energetics*, vol. 16, no. 3, pp. 401–414, 2003.

[110] J. Beran, *Statistics for Long-Memory Processes.* New York: Chapman & Hall, 1994.

[111] H. Hurst, "Long-term storage of reservoirs: an experimental study," *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, vol. 116, no. 1, pp. 770–799, 1951.

[112] B. Mandelbrot and R. L. Hudson, *The Misbehavior of Markets: A Fractal View of Financial Turbulence.* New York: Basic Books, 2006.

[113] B. B. Mandelbrot and J. W. van Ness, "Fractional Brownian motions, fractional noises and applications," *SIAM Review*, vol. 10, pp. 422–437, 1968.

[114] M. E. Crovella and A. Bestavros, "Self-similarity in World Wide Web traffic: Evidence and possible causes," *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 5, no. 6, pp. 835–846, 1997.

[115] M. Taqqu, V. Teverovsky, and W. Willinger, "Estimators for long-range dependence: an empirical study," *Fractals*, vol. 3, no. 4, pp. 785–798, 1995.

[116] S. Oh, B. Kulapala, A. W. Richa, and M. Reisslein, "Continuous-time collaborative prefetching of continuous media," *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 54, no. 1, pp. 36–52, 2008.

[117] Linawati and N. Sastra, "Statistical multiplexing strategies for self-similar traffic," in *IFIP International Conference on Wireless and Optical Communications Networks, 5–7 May 2008; Surabaya, Indonesia*, pp. 1–5, 2008.

Prilozi

Prilog A

Python kôd za metriku saobraćaja i kvaliteta 3D video trejsova

```
from __future__ import division
from pylab import *


close('all')

rc('text', usetex = True)
rc('font', family = 'serif')
rc('font', size = 10)
rcParams['text.latex.preamble']=[r"\usepackage{amsmath}"]

#UCITAVANJE 3D VIDEO TREJSOVA

data24LV = np.loadtxt('Podaci/traceAlice24Ls.txt', dtype={'names': ('
    rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV', 'v'), 'formats': ('i4'
    , 'f4', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4', 'S1')}, delimiter=',',unpack=
    True)

data28LV = np.loadtxt('Podaci/traceAlice28Ls.txt', dtype={'names': ('
    rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV', 'v'), 'formats': ('i4'
    , 'f4', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4', 'S1')}, delimiter=',',unpack=
    True)

data34LV = np.loadtxt('Podaci/traceAlice34Ls.txt', dtype={'names': ('
    rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV', 'v'), 'formats': ('i4'
    , 'f4', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4', 'S1')}, delimiter=',',unpack=
    True)

data24RV = np.loadtxt('Podaci/traceAlice24Rs.txt', dtype={'names': ('
    rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV', 'v'), 'formats': ('i4'
    , 'f4', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4', 'S1')}, delimiter=',',unpack=
```

```
True)

data28RV = np.loadtxt('Podaci/traceAlice28Rs.txt', dtype={'names': ('rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV', 'v'), 'formats': ('i4', 'f4', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4', 'S1')}, delimiter=',',unpack=True)

data34RV = np.loadtxt('Podaci/traceAlice34Rs.txt', dtype={'names': ('rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV', 'v'), 'formats': ('i4', 'f4', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4', 'S1')}, delimiter=',',unpack=True)

data24CV = np.loadtxt('Podaci/traceAlice24Cs.txt', dtype={'names': ('rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV', 'v'), 'formats': ('i4', 'f4', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4', 'S1')}, delimiter=',',unpack=True)

data28CV = np.loadtxt('Podaci/traceAlice28Cs.txt', dtype={'names': ('rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV', 'v'), 'formats': ('i4', 'f4', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4', 'S1')}, delimiter=',',unpack=True)

data34CV = np.loadtxt('Podaci/traceAlice34Cs.txt', dtype={'names': ('rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV', 'v'), 'formats': ('i4', 'f4', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4', 'S1')}, delimiter=',',unpack=True)

data24SBS = np.loadtxt('Podaci/traceAlice24SBSs.txt', dtype={'names': ('rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV'), 'formats': ('i4', 'f4', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4')}, delimiter=',',unpack=True)

data28SBS = np.loadtxt('Podaci/traceAlice28SBSs.txt', dtype={'names': ('rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV'), 'formats': ('i4', 'f4', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4')}, delimiter=',',unpack=True)

data34SBS = np.loadtxt('Podaci/traceAlice34SBSs.txt', dtype={'names': ('rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV'), 'formats': ('i4', 'f4', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4')}, delimiter=',',unpack=True)

data24FS = np.loadtxt('Podaci/traceAlice24FSs.txt', dtype={'names': ('rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV'), 'formats': ('i4', 'f4', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4')}, delimiter=',',unpack=True)

data28FS = np.loadtxt('Podaci/traceAlice28FSs.txt', dtype={'names': ('rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV'), 'formats': ('i4', 'f4', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4')}, delimiter=',',unpack=True)
```

```
41
42 data34FS = np.loadtxt('Podaci/traceAlice34FSs.txt', dtype={'names': ('
     rbr', 'tn', 'ftype', 'Xn', 'QY', 'QU', 'QV'), 'formats': ('i4', 'f4
     ', 'S1', 'f4', 'f4', 'f4', 'f4')}, delimiter=',',unpack=True)
43
44
45 #FUNKCIJE ZA METRIKU SAOBRACAJA I KVALITETA
46
47 def metrika_saobracaja(data3D):
48   Xsr = sum(data3D['Xn'])/len(data3D['Xn'])
49   Xmax = max(data3D['Xn'])
50   PtMx = Xmax/Xsr
51   sigmax = sqrt(1/(len(data3D['Xn']))*sum((data3D['Xn']-Xsr*ones(len(
     data3D['Xn']))))**2))
52   CoVx = sigmax/Xsr
53   Rsr = 8*Xsr/(data3D['tn'][2:3]-data3D['tn'][1:2])
54   Rmax = 8*Xmax/(data3D['tn'][2:3]-data3D['tn'][1:2])
55   print "Xsr[byte]:", Xsr,"Xmax[byte]:", Xmax,"PtMx:", PtMx, '\n', "
     sigmax:", sigmax, "CoVx:", CoVx, '\n', "Rsr[bps]:", Rsr, "Rmax[bps
     ]:", Rmax
56   return Rsr, CoVx
57
58 def metrika_kvaliteta(data3D):
59   Qsr = sum(data3D['QY'])/len(data3D['QY'])
60   Qmax = max(data3D['QY'])
61   PtMq = Qmax/Qsr
62   sigmaq = sqrt(1/(len(data3D['QY']))*sum((data3D['QY']-Qsr*ones(len(
     data3D['QY']))))**2))
63   CoVq = sigmaq/Qsr
64   print "Qsr[dB]:", Qsr,"Qmax[dB]:", Qmax,"PtMq:", PtMq, '\n', "sigmaq:
     ", sigmaq, "CoVq:", CoVq
65   return Qsr
66
67
68 #POZIVANJE FUNKCIJA ZA METRIKU SAOBRACAJA I KVALITETA
69
70 datadictionary = {'data24LV' : data24LV, 'data28LV' : data28LV, '
     data34LV' : data34LV, 'data24RV' : data24RV, 'data28RV' : data28RV,
      'data34RV' : data34RV, 'data24CV' : data24CV, 'data28CV' :
     data28CV, 'data34CV' : data34CV, 'data24SBS' : data24SBS, '
     data28SBS' : data28SBS, 'data34SBS' : data34SBS, 'data24FS' :
     data24FS, 'data28FS' : data28FS, 'data34FS' : data34FS}
71
72 datadictionaryX = {k: metrika_saobracaja(v) for k, v in datadictionary.
     items()}
73
```

```
datadictionaryQ = {k: metrika_kvaliteta(v) for k, v in datadictionary.
    items()}

#RD KRIVA

figure(1, figsize = (9.5, 4))
subplots_adjust(hspace=0.25)

subplot(1,2,1)
plotLV=plot([datadictionaryX['data24LV'][0], datadictionaryX['data28LV'
    ][0], datadictionaryX['data34LV'][0]], [datadictionaryQ['data24LV'
    ], datadictionaryQ['data28LV'], datadictionaryQ['data34LV']], 'mo-'
    , label='$LV$')
plotRV=plot([datadictionaryX['data24RV'][0], datadictionaryX['data28RV'
    ][0], datadictionaryX['data34RV'][0]], [datadictionaryQ['data24RV'
    ], datadictionaryQ['data28RV'], datadictionaryQ['data34RV']], 'r^-'
    , label='$RV$')
plotCV=plot([2*datadictionaryX['data24CV'][0], 2*datadictionaryX['
    data28CV'][0], 2*datadictionaryX['data34CV'][0]], [datadictionaryQ[
    'data24CV'], datadictionaryQ['data28CV'], datadictionaryQ['data34CV
    ']], 'cs-', label='$CV$')
grid(True)
xlabel(r'$\bar{R}_X^{q} \text{[bps]} \\ (a)$')
ylabel(r'$\bar{Q}^{q,Y} \text{[dB]}$')
gca().ticklabel_format(style='sci',axis='x',scilimits=(0,0))
#xlim(0.5, 1.5)
ylim(39, 45)
legend(loc='lower right',numpoints=1, prop = {'size':10})

subplot(1,2,2)
plotCV=plot([2*datadictionaryX['data24CV'][0], 2*datadictionaryX['
    data28CV'][0], 2*datadictionaryX['data34CV'][0]], [datadictionaryQ[
    'data24CV'], datadictionaryQ['data28CV'], datadictionaryQ['data34CV
    ']], 'cs-', label='$CV$')
plotSBS=plot([datadictionaryX['data24SBS'][0], datadictionaryX['
    data28SBS'][0], datadictionaryX['data34SBS'][0]], [datadictionaryQ[
    'data24SBS'], datadictionaryQ['data28SBS'], datadictionaryQ['
    data34SBS']], 'gd-', label='$SBS$')
plotFS=plot([2*datadictionaryX['data24FS'][0], 2*datadictionaryX['
    data28FS'][0], 2*datadictionaryX['data34FS'][0]], [datadictionaryQ[
    'data24FS'], datadictionaryQ['data28FS'], datadictionaryQ['data34FS
    ']], 'bh-', label='$FS$')
grid(True)
xlabel(r'$\bar{R}_X^{q} \text{[bps]} \\ (b)$')
ylabel(r'$\bar{Q}^{q,Y} \text{[dB]}$')
gca().ticklabel_format(style='sci',axis='x',scilimits=(0,0))
```

```
#xlim(0.5, 1.5)
ylim(39, 45)
legend(loc='lower right', numpoints=1, prop={'size':10})


savefig("Slike/FigLVRVCVFSSBSrd.pdf", bbox_inches='tight')
savefig("Slike/FigLVRVCVFSSBSrd.png", dpi = 600, bbox_inches='tight')


#VD KRIVA

figure(2, figsize = (9.5, 4))
subplots_adjust(hspace=0.25)

subplot(1,2,1)
plotLV=plot([datadictionaryQ['data24LV'], datadictionaryQ['data28LV'], datadictionaryQ['data34LV']], [datadictionaryX['data24LV'][1], datadictionaryX['data28LV'][1], datadictionaryX['data34LV'][1]], 'mo-', label='$LV$')
plotRV=plot([datadictionaryQ['data24RV'], datadictionaryQ['data28RV'], datadictionaryQ['data34RV']], [datadictionaryX['data24RV'][1], datadictionaryX['data28RV'][1], datadictionaryX['data34RV'][1]], 'r^-', label='$RV$')
plotCV=plot([datadictionaryQ['data24CV'], datadictionaryQ['data28CV'], datadictionaryQ['data34CV']], [datadictionaryX['data24CV'][1], datadictionaryX['data28CV'][1], datadictionaryX['data34CV'][1]], 'cs-', label='$CV$')
grid(True)
xlabel(r'$\bar{Q}^{q,Y} \text{[dB]} \\ (a)$')
ylabel(r'$CoV_X^{q}$')
#gca().ticklabel_format(style='sci',axis='x',scilimits=(0,0))
xlim(39, 45)
ylim(0.8, 1.5)
legend(loc='upper right',numpoints=1, prop = {'size':10})

subplot(1,2,2)
plotCV=plot([datadictionaryQ['data24CV'], datadictionaryQ['data28CV'], datadictionaryQ['data34CV']], [datadictionaryX['data24CV'][1], datadictionaryX['data28CV'][1], datadictionaryX['data34CV'][1]], 'cs-', label='$CV$')
plotSBS=plot([datadictionaryQ['data24SBS'], datadictionaryQ['data28SBS'], datadictionaryQ['data34SBS']], [datadictionaryX['data24SBS'][1], datadictionaryX['data28SBS'][1], datadictionaryX['data34SBS'][1]], 'gd-', label='$SBS$')
plotFS=plot([datadictionaryQ['data24FS'], datadictionaryQ['data28FS'], datadictionaryQ['data34FS']], [datadictionaryX['data24FS'][1],
```

```
    datadictionaryX['data28FS'][1], datadictionaryX['data34FS'][1]], '
    bh-', label='$FS$')
grid(True)
xlabel(r'$\bar{Q}^{q,Y} \text{[dB]} \\ (b)$')
ylabel(r'$CoV_X^{q}$')
#gca().ticklabel_format(style='sci',axis='x',scilimits=(0,0))
xlim(39, 45)
ylim(0.8, 1.5)
legend(loc='upper right', numpoints=1, prop={'size':10})


savefig("Slike/FigLVRVCVFSSBSvd.pdf", bbox_inches='tight')
savefig("Slike/FigLVRVCVFSSBSvd.png", dpi = 600, bbox_inches='tight')
```

Prilog B

Python kôd za logističku mapu

```
from __future__ import division
from pylab import *
import numpy

close('all')

rc('text', usetex = True)
rc('font', family = 'serif')
rc('font', size = 10)
rcParams['text.latex.preamble']=[r"\usepackage{amsmath}"]

def logistic_map(R,x0,N):
  x = numpy.zeros(N+1)
  x[0] = x0
  for i in range(1,N+1):
    x[i] = R * x[i-1] * (1-x[i-1])
  return x

N = 40
x01 = 0.3
x02 = 0.8
x01b = 0.30000001

figure(1, figsize = (9.5, 8))
subplots_adjust(hspace=0.25)

subplot(2,2,1)
# CRTANJE LOGISTICKE MAPE SA FIKSNOM TACKOM
```

```
xtf1 = logistic_map(2,x01,N)
xtf2 = logistic_map(2,x02,N)
plotf1=plot(xtf1, 'b-', label='$R=2, \; x_0=0.3$')
plotf2=plot(xtf2, 'c-', label='$R=2, \; x_0=0.8$')
grid(True)
xlabel(r'$t \\ (a)$')
ylabel(r'$x_t$')
# xlim(0, N+1)
ylim(0, 1)
legend(loc='upper right',numpoints=1, prop = {'size':10})

subplot(2,2,2)
# CRTANJE LOGISTICKE MAPE SA OSCILACIJAMA
xto1 = logistic_map(3,x01,N)
xto2 = logistic_map(3,x02,N)
ploto1=plot(xto1, 'b-', label='$R=3, \; x_0=0.3$')
ploto2=plot(xto2, 'c-', label='$R=3, \; x_0=0.8$')
grid(True)
xlabel(r'$t \\ (b)$')
ylabel(r'$x_t$')
# xlim(0, N+1)
ylim(0, 1)
legend(loc='upper right',numpoints=1, prop = {'size':10})

subplot(2,2,3)
# CRTANJE LOGISTICKE MAPE SA POJAVOM HAOSA
xth1 = logistic_map(4,x01,N)
xth2 = logistic_map(4,x02,N)
ploth1=plot(xth1, 'b-', label='$R=4, \; x_0=0.3$')
ploth2=plot(xth2, 'c-', label='$R=4, \; x_0=0.8$')
grid(True)
xlabel(r'$t \\ (c)$')
ylabel(r'$x_t$')
# xlim(0, N+1)
ylim(0, 1.2)
legend(loc='upper right',numpoints=1, prop = {'size':10})

subplot(2,2,4)
# CRTANJE LOGISTICKE MAPE SA POJAVOM HAOSA ZA BLISKE POCETNE USLOVE
xth1 = logistic_map(4,x01,N)
xth2 = logistic_map(4,x01b,N)
ploth1=plot(xth1, 'b-', label='$R=4, \; x_0=0.30000000$')
ploth2=plot(xth2, 'c-', label='$R=4, \; x_0=0.30000001$')
grid(True)
xlabel(r'$t \\ (d)$')
ylabel(r'$x_t$')
```

```
# xlim(0, N+1)
ylim(0, 1.2)
legend(loc='upper right',numpoints=1, prop = {'size':10})

savefig("Slike/logisticka-mapa.pdf", bbox_inches='tight')
savefig("Slike/logisticka-mapa.png", dpi = 600, bbox_inches='tight')
```

Prilog C

Matlab kôd za učitavanje 3D video trejsova, izdvajanje tipova frejmova i agregaciju frejmova

```
clear all
close all
clc

%UCITAVANJE 3D VIDEO TREJSOVA ZA CV 3D

trejs = fopen('Podaci\traceAlice 24 Cs.txt');
C24 = textscan(trejs,'%f %f %s %f %f %f %f %s', 'delimiter',',');
fclose(trejs);
trejs = fopen('Podaci\traceAlice 28 Cs.txt');
C28 = textscan(trejs,'%f %f %s %f %f %f %f %s', 'delimiter',',');
fclose(trejs);
trejs = fopen('Podaci\traceAlice 34 Cs.txt');
C34 = textscan(trejs,'%f %f %s %f %f %f %f %s', 'delimiter',',');
fclose(trejs);

%IZDVAJANJE TIPOVA FREJMOVA ZA CV

[XFSC24,XPSNRC24,XIFSC24,XIPSNRC24,XBFSC24,XBPSNRC24,XPFSC24,XPPSNRC24]
    = IzdvajanjeTipFCVf(C24);
[XFSC28,XPSNRC28,XIFSC28,XIPSNRC28,XBFSC28,XBPSNRC28,XPFSC28,XPPSNRC28]
    = IzdvajanjeTipFCVf(C28);
[XFSC34,XPSNRC34,XIFSC34,XIPSNRC34,XBFSC34,XBPSNRC34,XPFSC34,XPPSNRC34]
    = IzdvajanjeTipFCVf(C34);

%FUNKCIJA ZA IZDVAJANJE TIPOVA FREJMOVA

function [XFS,XPSNR,XIFS,XIPSNR,XBFS,XBPSNR,XPFS,XPPSNR] =
    IzdvajanjeTipFCVf(CQP)
X=CQP{3};
XFS=CQP{4};
XPSNR=CQP{5};
XIFS=ones(1,length(XFS)/32);
XIPSNR=ones(1,length(XFS)/32);
```

```
XBFS=ones(1,length(XFS)/2);
XBPSNR=ones(1,length(XFS)/2);
XPFS=ones(1,length(XFS)/2-length(XFS)/32);
XPPSNR=ones(1,length(XFS)/2-length(XFS)/32);
mi=1;
mb=1;
mp=1;
for i=1:length(XFS)
    if X{i,1}=='I'
        XIFS(mi)=XFS(i);
        XIPSNR(mi)=XPSNR(i);
        mi=mi+1;
    elseif X{i,1}=='B'
        XBFS(mb)=XFS(i);
        XBPSNR(mb)=XPSNR(i);
        mb=mb+1;
    else
        XPFS(mp)=XFS(i);
        XPPSNR(mp)=XPSNR(i);
        mp=mp+1;
    end
end
end


%AGREGACIJA ZA CV 3D

[XFSC24arg2] = Agregacija(XFSC24,2);
[XFSC28arg2] = Agregacija(XFSC28,2);
[XFSC34arg2] = Agregacija(XFSC34,2);
[XFSC24arg16] = Agregacija(XFSC24,16);
[XFSC28arg16] = Agregacija(XFSC28,16);
[XFSC34arg16] = Agregacija(XFSC34,16);

%FUNKCIJA ZA AGREGACIJU FREJMOVA

function [ Xarg ] = Agregacija(X, a)
 m=1;
Xarg=ones(length(X)/a,1);
for i=1:a:length(X)
    Xarg(m)=sum(X(i:i+a-1));
    m=m+1;
end
end
```

Prilog D

Matlab kôd za određivanje samosličnosti primenom metode agregacije varijansi

```
function H=AVM(X)
Xsr=sum(X)/length(X);
Sx2=sum((X-Xsr).^2)/(length(X)-1);
a=[16,32,64,128,256,512,1024];

function [Xarg] = Agregacija(X, a)
 m=1;
Xarg=ones(length(X)/a,1);
for i=1:a:length(X)
      Xarg(m)=sum(X(i:i+a-1));
      m=m+1;
end

Xarg=1/a*Xarg;
end

Sxa2=zeros(1,length(a));
for i=1:length(a)
   Xarg = Agregacija( X, a(i) );
   Sxa2(i)=sum((Xarg-Xsr).^2)/(length(X)/a(i)-1);
end

plot(log10(a),log10(Sxa2./Sx2), '*')
hold on

x=[log10(a)];
y=[log10(Sxa2./Sx2)];
[p,s]=polyfit(x,y,1);
f = polyval(p,x);
plot(x,f,'r-')

H=p(1)/2+1;
```

Prilog E

Matlab kôd za određivanje multifraktalnog spektra primenom metode momenta

```
%FUNKCIJA METODE MOMENTA ZA ODREDJIVANJE MULTIFRAKTALNOG SPEKTRA
function [ tau,q,alfa,falfa ] = MetodaMomentaA1c( X )
```

```
X=X/sum(X);
N=floor(length(X)/16)*16;
k=5; %broj razlicitih epsilona
epsilon=[1,2,4,8,16];
Zqepsilon=zeros(1,k);
mera1=X;
mera2=zeros(1,N/2);
for i=1:2:N
   mera2((i+1)/2)=X(i)+X(i+1);
end
mera4=zeros(1,N/4);
for i=1:4:N
   mera4((i+3)/4)=X(i)+X(i+1)+X(i+2)+X(i+3);
end
mera8=zeros(1,N/8);
for i=1:8:N
   mera8((i+7)/8)=sum(X(i:i+7));
end
mera16=zeros(1,N/16);
for i=1:16:N
   mera16((i+15)/16)=sum(X(i:i+15));
end

Q=201;
Qkorak=10;
q=zeros(1,Q);
tau=zeros(1,Q);

for qpom=1:Q
q(qpom)=qpom/Qkorak-(Q/Qkorak)/2;

for i=1:k
Zqepsilon(i)=0;
if i==1
   mera=mera1;
   elseif i==2
      mera=mera2;
      elseif i==3
         mera=mera4;
         elseif i==4
            mera=mera8;
            elseif i==5
               mera=mera16;
end
Zqepsilon(i)=sum((mera).^q(qpom))
```

```
end
[p,s]=polyfit(log(epsilon/N),log(Zqepsilon),1);
tau(qpom)=p(1);
end
alfa=zeros(1,length(q)-1);
taupom=tau;
for i=1:length(q)-1
   alfa(i)=(tau(i+1)-tau(i))/(q(i+1)-q(i));
end
for alfapom=1:Q-1
falfapom=3*ones(1,Q-1);
for qpom=1:Q-1
q(qpom)=qpom/Qkorak-(Q/Qkorak)/2;
if (alfa(alfapom)*q(qpom)-taupom(qpom))>=0
falfapom(qpom)=alfa(alfapom)*q(qpom)-taupom(qpom);
end
end
falfa(alfapom)=min(falfapom);
end

alfa=[alfa NaN];
falfa=[falfa NaN];

end
```

Prilog F

Matlab kôd za određivanje multifraktalnog spektra primenom histogram metode

```
%FUNKCIJA HISTOGRAM METODE ZA ODREDJIVANJE MULTIFRAKTALNOG SPEKTRA

function [ alfa1_100,falfa] = MFShistAloKA1c( X )

Xmf=X/sum(X);
ne=8;
n=length(X);
epsilon=[1,3,5,9,13,21,29,37];
N=(max(epsilon)-1)/2;
merap=RacunanjeMereBoxGlide(Xmf,epsilon(1),N);
for k=1:ne-1
        mera= RacunanjeMereBoxGlide(Xmf,epsilon(k+1),N);
        MERE = NizanjeVrazliciteduzine( merap,mera );
        merap=MERE;
end
```

```
function [ MERE ] = RacunanjeMereBoxGlide( X,epsilon ,N)
mera=ones(1,length(X)-2*N)*NaN;
epsilont=(epsilon -1)/2;
for n=1+N:length(X)-N
    mera(n)=sum(X(n-epsilont:n+epsilont));
end
end

function [ MERE ] = NizanjeVrazliciteduzine( merap,mera )
diff = length(merap) - length(mera);
    if diff > 0
        mera = [mera, nan(1, diff)];
    else
        merap = [merap, nan(1, -diff)];
    end
    MERE = [merap;mera];
end


size(MERE)
alfa=ones(1,n-2*N)*NaN;
for i=1+N:length(X)-N
    x=log(epsilon/n)';
    y=log(MERE(:,i));
    [p,s]=polyfit(x,y,1);
    alfa(i)=abs(p(1));
end
size(alfa)

R=100;
Rk=2;
alfamax=max(alfa);
alfamin=min(alfa);
alfakorak=(alfamax-alfamin)/R;
alfa1_100=alfamin+alfakorak/2:alfakorak:alfamax-alfakorak/2;
falfa=zeros(1,R/Rk);

for alfainterval=1:1:R
NalfaZaInterval=zeros(1,100);
for j=1:Rk:200
Njalfapom=0;
Njalfapom2=0;
Njalfa=0;
    for i=1:floor(length(alfa)/j)
        for n=j*(i-1)+1:i*j
```

```
            if (alfa(n)>=alfa1_100(alfainterval)-alfakorak/2)&(alfa(n)<alfa1_100(alfainterval)+alfakorak/2)
            Njalfapom=Njalfapom+1;
            end
        end
        if Njalfapom~=0
        Njalfapom2=1;
        Njalfapom=0;
        Njalfa=[Njalfa Njalfapom2];
        end
    end
    Naa=sum(Njalfa);
end
NalfaZaInterval((j+1)/2)= Naa;
end
j=1:Rk:200;
x=[-log(j/n)];
y=[log(NalfaZaInterval)];
[p,s]=polyfit(x,y,1);
falfa10=[(p(1))];
falfa(alfainterval)=falfa10;
end
end
```

Biografija autora

Amela Zeković je rođena 5. novembra 1983. godine u Priboju. Osnovnu školu i Gimnaziju je završila u Priboju, 1998. i 2002, respektivno. Nosilac je Vukove diplome. Bila je polaznik Istraživačkog centra Petnica za fiziku i elektroniku.

Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu je završila 2008. godine, po petogodišnjem programu, na odseku Elektronika, Telekomunikacije, Automatika, smer Telekomunikacije sa prosekom 8,67. Diplomirala je kod prof. dr Antonija Đorđevića sa ocenom 10, sa diplomskim radom "Antene za bežične mreže malog dometa". U januaru 2009. godine, upisala je doktorske studije na Elektrotehničkom fakultetu, Univerziteta u Beogradu, na studijskom modulu Telekomunikacije. Položila je sve ispite sa prosečnom ocenom 10,00.

Tokom studiranja bila je polaznik nekoliko kurseva na inostranim fakultetima: kurs iz Optoelektronike u Belgiji (*Vrije Universiteit Brussel*), kurs iz Audiotehnike u Poljskoj (AGH *University of Science and Technology*) i kurs iz Optičkih telekomunikacija u Rusiji (*Bauman Moscow State Technical University*). Pohađala je i stekla diplome za tri *online* kursa iz oblasti vezanih za doktorsku disertaciju: *Fundamentals of Digital Image and Video Processing, by A. Katsaggelos, Northwestern University*; *Introduction to Complexity, by M. Mitchell, Santa Fe Institute* i *Python - Programming for Everybody, by C. Severance, University of Michigan.*

U Visokoj školi elektrotehnike i računarstva strukovnih studija u Beogradu je počela da radi novembra 2008. godine kao honorarni saradnik, dok je od novembra 2009. primljena u radni odnos sa punim radnim vremenom u zvanju asistenta. Angažovana je na studijskom programu Elektronika i telekomunikacije. Stekla je i nastavne reference u vidu koautorstva na priručnicima za laboratorijske vežbe i publikovanih radova.

Prilog 1.

Izjava o autorstvu

Potpisani-a Amela Zeković

broj indeksa 5045/08

Izjavljujem

da je doktorska disertacija pod naslovom

Fraktalna i multifraktalna karakterizacija 3D video formata

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada,
- da predložena disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za dobijanje bilo koje diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova,
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio/la autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

Potpis doktoranda

U Beogradu, 23.03.2015.

Amela Zeković

Prilog 2.

Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada

Ime i prezime autora Amela Zeković

Broj indeksa 5045/08

Studijski program Telekomunikacije

Naslov rada Fraktalna i multifraktalna karakterizacija 3D video formata

Mentor dr Irini Reljin

Potpisani/a Amela Zeković

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao/la za objavljivanje na portalu **Digitalnog repozitorijuma Univerziteta u Beogradu.**

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

Potpis doktoranda

U Beogradu, 23.03.2015.

Amela Zeković

Prilog 3.

Izjava o korišćenju

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Svetozar Marković“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

Fraktalna i multifraktalna karakterizacija 3D video formata

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim prilozima predao/la sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio/la.

1. Autorstvo

2. Autorstvo - nekomercijalno

3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade

4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima

5. Autorstvo – bez prerade

6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci, kratak opis licenci dat je na poleđini lista).

Potpis doktoranda

U Beogradu, 23.03.2015.

Aneta Žeković

1. Autorstvo - Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslobodnija od svih licenci.

2. Autorstvo – nekomercijalno. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.

3. Autorstvo - nekomercijalno – bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja dela.

4. Autorstvo - nekomercijalno – deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.

5. Autorstvo – bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.

6. Autorstvo - deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.