



**UNIVERZITET U NIŠU**

**ELEKTRONSKI FAKULTET**

**Zoran Popović**

**PRIMENA DIVERZITI TEHNIKA ZA REŠAVANJE PROBLEMA  
UTICAJA NEČISTOĆA U OPTIČKIM VLAKNIMA NA  
PERFORMANSE OPTIČKIH SISTEMA**

**doktorska disertacija**

**mentor: Prof. dr Dimitrije Stefanović**

**Niš, 2011.**

*Koristim ovu priliku da izrazim iskrenu i neizmernu zahvalnost svom mentoru prof. dr Dimitriju Stefanoviću, na nesebično prenesenom znanju i svesrdnoj podršci, tokom rada na disertaciji, naučno-istraživačkog rada i školovanja na doktorskim studijama.*

*Posebnu zahvalnost izražavam prof. dr Mihajlu Stefanoviću, na prenesenom znanju tokom naučno-istraživačkog rada, rada na disertaciji i školovanja na doktorskim studijama.*

*Zahvaljujem se na podršci koleginicama i kolegama, sa katedre za telekomunikacije Elektronskog fakulteta u Nišu i sa katedre za Računarsku tehniku i telekomunikacije Tehničkog fakulteta u Čačku, sa kojima sam uspešno sarađivao u proteklom periodu.*

*Izuzetna čast i zadovoljstvo mi je bila saradnja sa prof. dr Zoranom Uroševićem i prof. dr Jeroslavom Živanićem.*

*Zahvalnost izražavam svom prerano nestalom razrednom starešini prof. dr Radojku Simeunoviću.*

*Duboku zahvalnost dugujem svojim roditeljima i porodici na razumevanju i podršci, koju su mi pružali tokom studiranja. Ujedno im se izvinjavam za sve one trenutke koje, iz razumljivih razloga, nismo proveli zajedno.*

*Jun, 2011.*

*Zoran J. Popović*

## SKRAĆENICE

2-D	Dvodimenzionalni
$\lambda$ SK	Digitalna talasna modulacija
AFD	Srednje vreme trajanja slabljenja
ASE	Amplified Spontaneous Emission
AWGN	Aditivni beli Gausov šum
BER	Bitska greška ( <i>Bit error rate</i> )
CDF	Funkcija kumulativne distribucije
DD	Direktna detekcija
EDFA	Optički pojačavač dopiran erbijumom
EDF	Erbium Doped Fiber
EGC	Kombinovanje jednakim doprinosom ( <i>Equal gain combining</i> )
IM-DD	Intenzitetska modulacija i direktna detekcija
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineering</i>
ITU	<i>International Telecommunication Union</i>
LOS	Linija vidljivosti ( <i>Line-of-sight</i> )
LCR	Odnos srednjeg broja preseka
ML	Maksimalna verovatnoća
MRC	Kobinovanje maksimalnim odnosom ( <i>Maximal ratio combining</i> )
OP	Verovatnoća otkaza ( <i>Outage probability</i> )
OS	Optički sistem
PDF	Funkcija gustine verovatnoće
RV	Slučajna varijabla
SC	Selektivno kombinovanje ( <i>Selection diversity</i> )
SINR	Odnos korisni signal-interferencija-šum
SIR	Odnos korisni signal-šum
SONET	Synchronization Optical Network
SOA	Semiconductor Optical Amplifier
WDM	Wavelength Division Multiplexing

# SADRŽAJ

## 1 UVOD

## 2 ANALIZA OPTIČKIH SISTEMA

- 2.1 Statističke transformacije dva optička signala
- 2.2 Statističke transformacije tri optička signala
- 2.3 Statističke transformacije četiri optička signala

## 3 OPTIČKI IM-DD SISTEMI

## 4 OPTIMIZACIJA PERFORMANSI OPTIČKIH $\lambda$ SK SISTEMA

- 4.1 Binarni  $\lambda$ SK sistemi
- 4.2 Ternarni  $\lambda$ SK sistemi
- 4.3 Diverziti  $\lambda$ SK sistemi sa selektivnim kombinovanjem signala
- 4.4 Diverziti  $\lambda$ SK sistemi sa EG kombinovanjem signala

## 5 OPTIMIZACIJA RELEJNIH OPTIČKIH IM-DD SISTEMA

- 5.1 Redna veza optičkih IM-DD sistema sa Puasonovim kvantnim šumom
- 5.2 Paralelna veza optičkih IM-DD sistema sa Puasonovim kvantnim šumom
- 5.3 Redna veza optičkih IM-DD sistema sa Gausovim kvantnim šumom
- 5.4 Paralelna veza optičkih IM-DD sistema sa Gausovim kvantnim šumom

## 6 ZAKLJUČAK

LITERATURA

REZIME

SUMMARY

BIOGRAFIJA

DODATAK I

DODATAK II

# 1 UVOD

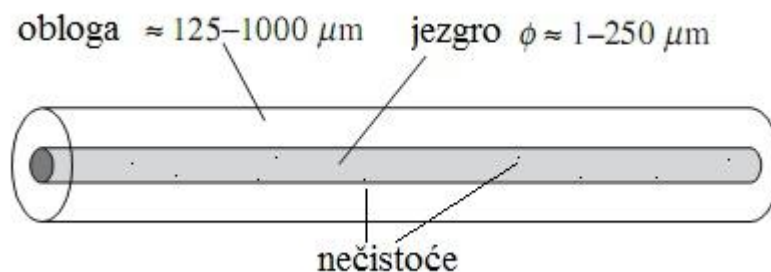
U elektronici, a pogotovu u telekomunikacijama, je široko poznato da optičko vlakno kao prenosni medijum omogućava znatno proširenje kapaciteta, tako da u velikoj meri zadovoljava moderne potrebe za brzim prenosom velikih količina informacija [1-5]. Inače, optički i optoelektronski sistemi se konstruišu kao IM-DD ili kao koherentni optički [14-16]. S obzirom na svoje prednosti, sistemi sa IM-DD trenutno se znatno više koriste, dok su poslednji predmet povećanog interesovanja [17].

Kod optičkih telekomunikacionih sistema sa IM-DD, optički signal se intenzitetski moduliše korisnim signalom. Zatim se modulirani signal kroz optički medijum, najčešće optičko vlakno, do prijemnika gde se detektuje adekvatnim foto-elektronskim komponentama i transformiše u elektronski signal [23]. Za razliku od sistema sa IM-DD, kod koherentnih optičkih telekomunikacionih sistema se u prijemniku koristi lokalni laser u sklopu fazne petlje [22, 30]. Optički signal može biti – amplitudno, frekventno ili fazno modulisan [31]. Takođe, mogu se koristiti i polarizaciona svojstva svetlosti, što znači i korišćenje znatno jeftinijih optičkih komponenti, odnosno integrisani optički sklopovi i sistemi.

Sistemi sa IM-DD, koji se koriste za velike kapacitete i velika rastojanja, pri čemu kapacitet dostiže vrednosti od nekoliko desetina Gb/s, a rastojanja idu i preko 15.000 km [53, 54]. S obzirom na performanse optičkih sistema, od interesa je za njihovo dalje poboljšanje, dublje proučiti ograničenja vezana za uticaj nečistoća na disperziju, slabljenje i smetnje, a zatim kroz teorijsku analizu predložiti načine njihove praktične kompenzacije. Vezano s tim, jedan od predmeta ove doktorske disertacije je teorijsko izučavanje kompenzacije disperzije kompenzacionim vlakanima i kompenzacije slabljenja u optičkim sistemima postavljenim duž kanala. Kako se kod kompenzacionih vlakana koriste nelinearni fenomeni prostiranja svetlosti, pod određenim uslovima dolazi i do negativne disperzije, kojom se duž optičke linije vrši kompenzacija pozitivne disperzija, što dovodi i do slabljenja optičkog signala. Kod sistema sa IM-DD, samim tim, mora se slabljenje kompenzovati kroz primenu optičkih

pojačavača postavljenih duž linije (obično na rastojanjima od oko 200km), ali, kao što je poznato, pojačavači se javljaju kao izvori dodatnih šumova i smetnji. Ti dodatni šumovi i smetnje, koji mogu biti i veoma složene prirode, takođe su jedan od predmeta ove disertacije. Njihova analiza preko uobičajenih statističkih modela za ocenu performansi telekomunikacionih sistema, vodi i do adekvatnih predloga primene pojačavača za kompenzaciju slabljenje signala i uticaja šuma, kako duž linije, tako i na ulaznim i izlaznim spojevima vlakana [57, 59].

Inače, transportni kapacitet svetlovoda je ogroman, pa je optičko vlakno kao medijum izuzetno značajno, pogotovu kada se imaju u vidu ogromne brzine prenosa podataka reda do 100 Gb/s, koje bi trebalo da se povećaju do 1 Tb/s, saglasno zahtevima sve snažnijeg razvoja komunikacionih servisa. Ova, za sada samo željena, granica je teorijska i za sobom povlači probleme modulacije, multipleksiranja i demultipleksiranja, kao korišćenje što efikasnije vođene optike, koja se, za razliku od uobičajene optike, naziva trodimenzionalna optika ili optika slobodnog prostora. Kod vođene optike uslovi longitudinalnih prepreka se nameću i samim tim energija kod ove vrste optike je zadržana u mnogo manjem i ograničenijem prostoru. Jedna od prvih aproksimacija je da su uređaji vođene optike jednodimenzionalni ili dvodimenziionalni objekti, slični optičkom vlaknu koje u sebi može, u većoj ili manjoj meri, da sadrži nečistoće mikroskopskih ili atomskih dimenzija (sl. 1), bilo u jezgru bilo u oblozi vlakna. Obloga je napravljena od čistog silicijumskog stakla i ima indeks prelamanja  $n_0$ . Jezgro je načinjeno od silicijumskog stakla, koje je lagano dopirano, kako bi se indeks prelamanje povećao na  $n_{\text{jezgra}}$  koji je nešto malo veći od  $n_0$ . Unutar jezgra, indeks je uglavnom konstantan, a u zavisnosti je od udaljenosti osa.



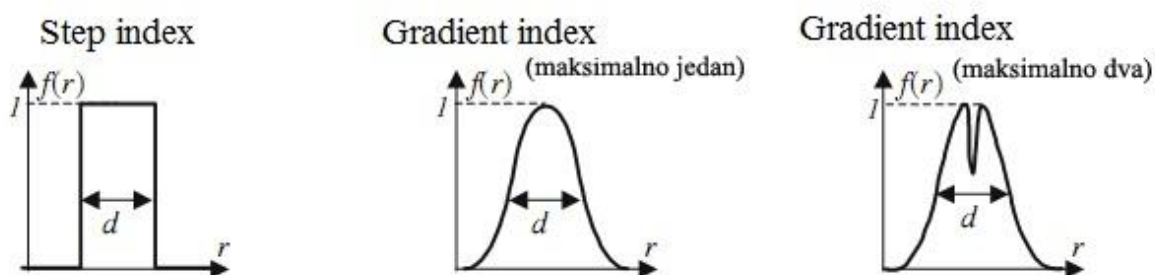
**Slika 1.** Pojednostavljeni prikaz optičkog vlakna sa nečistoćama

Unutrašnji domen opisan sa  $f(r)$ , znatno je drugačiji u odnosu na nulu koja definiše centar jezgra. Sledeća klasifikacija nam može biti jako korisna:

- *Step index fiber*:  $f(r) = 1$  ako je  $-d/2 \leq r \leq d/2$ , u suprotnom  $f(r) = 0$ .
- *Gradient index fiber*:  $f(r)$  je obično maksimalno unutar jezgra, nekada duplo veće, a inače  $f(r)$  je bezdimenziona funkcija, čija se maksimalna vrednost normalizuje na 1.

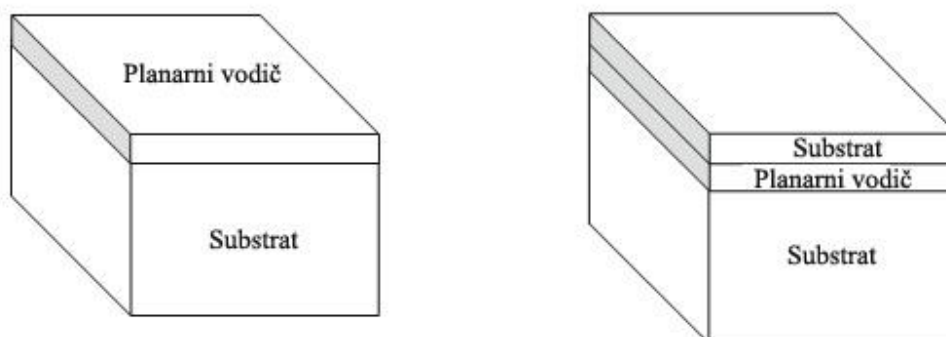
Takođe je bitna podela po broju modova optičkih vlakana

- *Single mode fiber*: Prečnik jezgra je mali: nekoliko talasnih dužina ( $5-10 \mu\text{m}$ ).
- *Multimode fiber*: Prečnik jezgra je veliki: veliki broj talasnih dužina ( $150-200 \mu\text{m}$ ).



**Slika 2.** Nekoliko uobičajenih profila indeksa

Samo vlakno se najoptimalnije koristi u sklopu integrisanih optičkih sistema, počev od 1970. godine, koji se obično konstruišu analogno integrisanim elektronskim kolima, pri čemu je i njihova tehnologija inspirisana suptilnim mikroelektronskim tehnologijama (sl. 3).

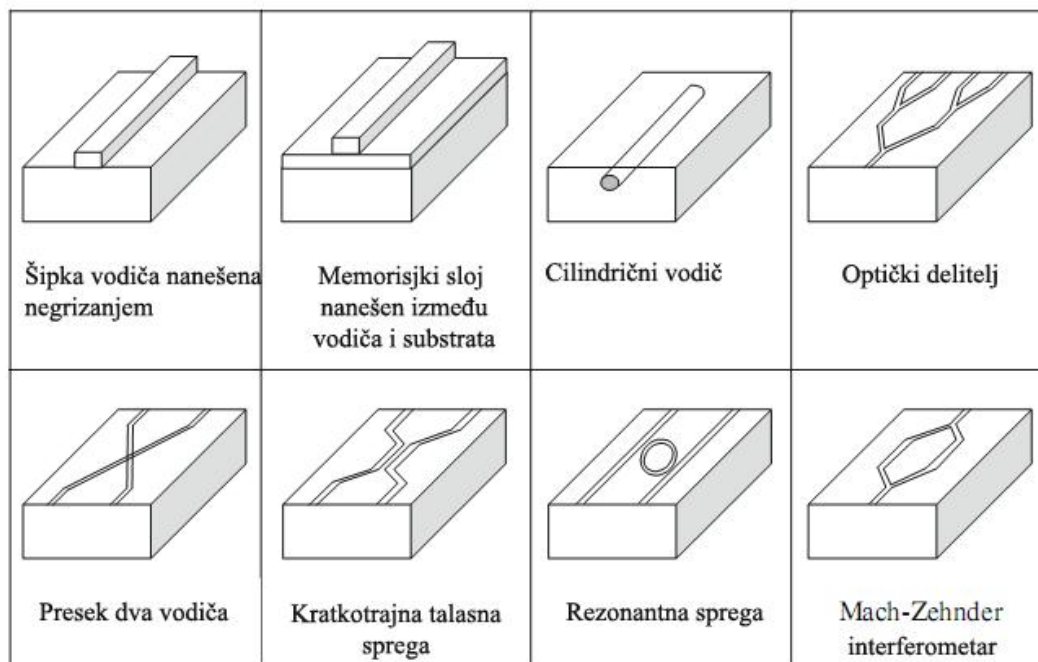


vodič planarnog talasa se nalazi na vrhu substrata

vodič se nalazi u "sendviču" između dva materijala sa nižim indeksom prelamanja

**Slika 3.** Planarni optički vodiči za integrisanu optiku

Sloj koji je napravljen od transparentnog materijala se nanosi na transparentni substrat čiji je indeks prelamanja niži. Sa teorijske tačke gledišta, step index planarni vodič predstavlja najjednostavniji raspored u vođenoj optici.



Slika 4. Neki uobičajeni objekti integrisane optike

Pritom, kod optičkih sistema sa IM-DD nastaju problemi koji se javljaju usled pojave različitih nečistoća na optičkom putu. Nečistoće koje se javljaju kao prepreke na putu prostiranja optičkog signala, mogu se pojaviti kako na različitim spojevima samih vlakana, tako i na strani optičkog predajnika, odnosno na strani optičkog prijemnika. Kada su te nečistoće po dimenzijama veće od talasnih dužina optičkih zraka, za njihovu kompenzaciju postaju dostupne metode analize i kompenzacije šumova i smetnji uobičajeno korišćene u brojnim bežičnim telekominukacionim sistemima.

Kako u samom optičkom vlaknu duž optičke linije, delimično na spoju jezgra i obloge, jako su značajni defekti na spojevima između lasera i optičkih vlakana, kao i na spojevima optičkih vlakana i foto-dioda. Reprezentuju se kao šumovi i smetnje koji se pojavljuju u optičkom sistemu, a značajno mogu uticati na performanse ovih sistema. Kada su nečistoće veće, performanse su lošije, a verovatnoća greške sistema raste. Ove pojave se jednostavnije mogu generalizovati kroz obrazac koji opisuje slabljenje na optičkoj liniji:

$$A = \alpha \cdot L + \alpha_s \cdot N_s + \alpha_c \cdot N_c$$



gde su  $L$ ,  $N_s$  i  $N_c$  respektivno: dužina vlakna, broj spojeva i broj konektora, a  $\alpha$ ,  $\alpha_s$  i  $\alpha_c$  su respektivno: koeficijent slabljenja optičkog vlakna, srednje slabljenje na spojevima i srednje slabljenje na konektorima.

Iako fizički fenomeni prenosa svetlosnog talasa kroz optičko vlakno vezani za dualnu prirodu svetlosti izlaze iz okvira ove doktorske disertacije, mora se ukazati da dualizam dolazi do izražaja kod polarizacione modulacije i kod primene optičkih uskopojasnih filtara, koji su značajni u svim telekomunikacionim sistemima, a u razmatranju predloženih postavki diverziteti prijem je od posebnog značaja.

U optičkom predajniku kod sistema sa IM-DD se pojavljuju razne vrste šumova i smetnji [62]. Jedan od osnovnih šumova, koji se pojavljuje, je aditivni šum lasera koji ima Gausovu gustinu verovatnoće. Laser može prouzrokovati fazni šum, koji je najznačajnija smetnja kod koherentnih optičkih sistema. Oba ova šuma nastaju kao posledica spontane emisije laserskog zračenja. Laserki zrak posmatramo kao uskopojasni slučajni proces, koji ima slučajnu učestanost i fazu, određenu spektralnu gustinu snage i autokorelacionu funkciju. Učestanost signala je Gausov slučajni proces, a faza signala kao integral učestanosti je Vinerov slučajni proces, jer je varijansa promenljiva [69].

Na krajevima foto-diode, u prijemniku optičkih telekomunikacionih sistema sa IM-DD, javlja se kvantni šum [72]. Ovaj šum ima Puasonovu raspodelu, odnosno broj kvanata u nekom vremenskom intervalu ima Puasonovu raspodelu, kada je intenzitet svetlosti koja pada na fotodiodu konstantan. Kada intenzitet svetlosti nije konstantan, onda broj fotona kod kvantnog šuma ima uslovnu Puasonovu raspodelu. U ovom slučaju, verovatnoća broja fotona se dobija usrednjavanjem po promenljivom parametru. Na ulazu u optički prijemnik može se pojaviti Gausov šum, kao posledica spontane emisije zračenja u optičkim pojačavačima. Optički talas, magnetni ili električni, moduliše se ovim šumom tako da je intenzitet optičkog zračenja koji pada na fotodiodu promenljiv i ima  $\chi^2$  raspodelu sa jednim stepenom slobode.

Za razliku od klasičnih elektronskih sistema kod kojih se teži smanjenju smetnji samom konstrukcijom specifičnih elektronskih kola i sistema, u telekomunikacionim tehnologijama dolaze do izražaja spektralne i matematičke analize signala, tako da značajno mesto dobijaju analize koje dovode pre do softverskih nego hardverskih optimizacija. Faktički veliki broj eksperimentalnih kola klasičnih sistema, zamenjuje se često robusnim matematičkim analizama koje omogućavaju često i vrlo jednostavnu optimizaciju postojećih rutinski konstruisanih telekomunikacionih sistema. Sama analiza optičkih sistema se ne razlikuje puno od analize drugih telekomunikacionih sistema, kao što su bežični

telekomunikacioni sistemi. Jedina značajna razlika između optičkih i bežičnih telekomunikacionih sistema se sastoji u tome što signal nosioca u optičkim telekomunikacijama sadrži daleko jaču komponentu faznog šuma nego što je to slučaj u bežičnim telekomunikacijama. Opet, dok se u satelitskim sistemima može postići stabilnost frekvencije nosioca koja je reda veličine herca, savremeni poluprovodnički laseri koji se koriste za generisanje nosioca u optičkim sistemima pokazuju stabilnost frekvencije koja se meri desetinama megaherca. Imajući u vidu frekvencijske opsege kojima pripadaju ova dva tipa telekomunikacionih sistema, možemo zaključiti da je u optičkim telekomunikacijama stabilnost nosioca u odnosu na noseću frekvenciju za gotovo tri reda veličine slabija u odnosu na mikrotalasne sisteme [78, 82]. Naravno, ako posmatramo stabilnost nosioca u odnosu na bitsku brzinu prenosa, onda razlika može biti i za nekoliko redova veličine veća.

Svi procesi koji se odvijaju tokom prenosa signala kroz optičko vlakno, predstavljaju niz prelaznih stanja koja omogućavaju statistički pogled i analizu svih pojava. Statistička analiza se može vršiti preko više statističkih raspodela: Gausova, Puasonova, Rajsova, Rejljeva, Nakagami- $m$ , Vejbulova, ... Razmatranje statističkih karakteristika  $\alpha$ - $\mu$  modela raspodele je veoma aktuelno sa aspekta potreba projektovanja bežičnih telekomunikacionih sistema i unapređenja njihovih performansi jer  $\alpha$ - $\mu$  model raspodele [101, 171], kao generalni model raspodele unutar sebe kao specijalne slučajeve sadrži veliki broj raspodela slučajnih procesa, kao što su Gama (i njene diskretne verzije Erlangova i centralna hi-kvadrat raspodela), Nakagami- $m$  (i njena diskretna verzija hi-kvadrat), eksponencijalna, Vejbulova, jednostrana Gausova i Rejljeva, pa ovo razmatranje ima veliki nivo generalnosti i primenljivosti. Neki statistički modeli za analizu telekomunikacionih sistema su obuhvaćeni u dosadašnjem radu i prezentovani kao originalni rezultati [101-116].

Zbog prostiranja optičkog signala po više putanja u optičkom vlaknu, ekvivalentna anvelopa signala na ulazu u optičko vlakno ima promenljivu vrednost zbog raznih prelamanja i savijanja svetlosti. Pri prostiranju svetlosti duž optičkog vlakna, posle izvesnog rastojanja, na ulaz optičkog prijemnika dolazi više optičkih signala sa približno istim amplitudama i sa uniformno raspodeljenim fazama. Na osnovu centralne granične teoreme može se zaključiti da realna i imaginarna komponenta kompleksne anvelope imaju Gausovu gustinu verovatnoće. Sve Gausove komponente imaju srednje vrednosti nula, iste varijanse i međusobno su nezavisne, tj. nisu korelisane. Na osnovu ovoga, transformacionom metodom dobijamo gustinu verovatnoće amplitude i faze ekvivalentnog signala. Može se pokazati da je da je gustina verovatnoće anvelope ekvivalentnog signala u ovom slučaju Rejljeva [123]. U

ovom slučaju je sistem skatering komponenti jednak kvadratu amplitude ekvivalentnog signala, odnosno jednak je zbiru kvadrata realnog i imaginarnog dela kompleksne anvelope ekvivalentnog signala. U okviru neke dužine optičkog vlakna, odnosno u okviru jednog klastera, događa se da veličine skatering komponenti imaju približno istu fazu. Posle ovog klaster područja optički zrak se dalje prostire nailazeći na nečistoće na kojima se optički talas prelama, odbija i savija. U drugom klasteru se ponovo odvija skatering postupak. Ukupna snaga skatering komponenti je u ovom slučaju jednaka zbiru kvadrata realnog i imaginarnog dela kompleksne anvelope u oba klastera. Zbir ovih komponenti je jednak kvadratu anvelope ekvivalentnog signala u drugom klasteru. Na osnovu prethodnog, intenzitet anvelope ekvivalentnog signala na drugom klasteru je jednak zbiru kvadrata četiri Gausove slučajne promenljive. A to predstavlja  $\chi^2$  slučajnu promenljivu sa četiri stepena slobode [124]. Na ovaj način se može izračunati gustina verovatnoće anvelope signala na drugom klasteru.

Transformacionom metodom se dobija gustina verovatnoće koja je Nakagami- $m$  za  $m$ -ti klaster. Slično kao u prethodnom razmatranju, u  $m$ -tom klasteru je snaga anvelope optičkog signala jednaka zbiru kvadrata  $2m$  Gausovih slučajnih promenljivih. Zaključujemo da intenzitet amplitude ovakvog signala u  $m$ -tom klasteru ima Nakagami- $m$  gustinu verovatnoće, odnosno da je intenzitet svetlosti na  $m$ -tom klasteru srazmeran kvadratu anvelope sa Nakagami- $m$  gustinom verovatnoće.

U okviru jednog klastera intenzitet svetlosti je srazmeran kvadratu anvelope sa Rejljevom gustinom verovatnoće. Kada optičko vlakno pokazuje svoju nelinearnost, onda se i anvelopa ekvivalentnog signala menja u skladu sa nelinearnim karakteristikama optičkog vlakna. Može se aproksimativno uzeti da se anvelopa u nelinearnim optičkim vlaknima dobija stepenovanjem anvelope signala u odgovarajućem linearnom optičkom vlaknu, na kome dobijamo da je gustina verovatnoće anvelope Rejljeva. Na ovaj način dobijamo da je gustina verovatnoće anvelope u jednom klasteru nelinearnog optičkog vlakna, Vejbulova. To znači da je intenzitet svetlosti na ulazu foto-duodu optičkog prijemnika srazmeran kvadratu anvelope ekvivalentnog signala sa Vejbulovom gustinom verovatnoće [128]. U nekim područjima vrednosti anvelope signala može se uzeti da je nelinearna karakteristika vlakna eksponencijalna. Na ovaj način se dobija neki oblik logaritamske raspodele anvelope optičkog signala u okviru jednog klastera. Najbolji rezultati za gustinu verovatnoće ekvivalentnog optičkog signala u optičkom vlaknu se dobijaju rešavanjem Šredingerove jednačine za nelinearno optičko vlakno, kod koga se pretpostavlja da su perturbacijom kompleksne anvelope signala srazmerne kvadratu anvelope signala. Kako je anvelopa signala

Rejlijev slučajni proces, onda je analiza anvelope signala kod nelinearnog vlakna pomoću nelinearne Šredingerove jednačine veoma složeno.

Na sličan način se razmatra anvelopa signala pri prostiranju svetlosti kroz nelinearno vlakno u okviru dva i više klastera. Kada postoji  $m$  klastera i ako se anvelopa signala u okviru  $m$ -tog klastera dobija stepenovanjem u tom klasteru sa nelinearnim karakteristikama optičkog vlakna. Onda ima Nakagami- $m$  gustinu verovatnoće, pa se transformacionom metodom dobija gustina verovatnoće anvelope signala  $m$ -tog klastera za nelinearno vlakno. U ovom slučaju je anvelopa  $\alpha$ - $\mu$  slučajna promenljiva, a intenzitet svetlosti koja pada na foto-diodu optičkog prijemnika srazmeran je kvadratu anvelope optičkog signala koji ima  $\alpha$ - $\mu$  gustinu verovatnoće [101, 150]. Kao za slučaj jednog klastera, tako se može analizirati slučaj kada su karakteristike svih klastera optičkog vlakna nelinearne, tj. za slučaj kada je karakteristika vlakna određena Šredingerovom nelinearnom jednačinom.

Na ovaj način se primenjuje i Puasonova raspodela broja kvanata, kod kvantnog šuma koji je impulsni slučajni proces. Kada postoji Gausov šum na ulazu u optički prijemnik sistema sa IM-DD, onda je intenzitet svetlosti jednak kvadratu zbira korisnog signala i Gausovog šuma. Ako je korisni signal promenljiv, onda se verovatnoća broja kvanata dobija usrednjavanjem Puasonove raspodele po promenljivoj amplitudi signala. Amplitudne vrednosti kvantnog šuma mogu se aproksimirati i Gausovim slučajnim procesom. Varijansa slučajnog procesa kvantnog šuma u ovom slučaju je srazmerna intenzitetu svetlosti. Na ovaj način kvantni šum postaje Vinerov slučajni proces, kada je intenzitet svetlosti promenljiv u vremenu. To se dešava kada je intenzitet svetlosti srazmeran kvadratu zbira korisnog signala i Gausovog šuma koji je formiran na liniji.

Termički šum se formira na otpornicima u prijemniku. Prouzrokuju značajne smetnje u sistemima sa IM-DD. Kada je nivo korisnog optičkog signala mali, termički šum postaje značajan i ima uticaj na verovatnoću greške optičkog digitalnog telekomunikacionog sistema [20].

Takođe se javljaju šumovi, u prijemniku i na krajevima pojačavača u rednoj i paralelnoj vezi, kao strujni i naponski generatori šuma. Analize su pokazale da ovakav šum ima Gausovu gustinu raspodele verovatnoće. Snaga ovih šumova zavisi od parametara pojačavača i temperature sredine.

Gustina verovatnoće Gausove slučajne promenljive zavisi od varijanse i srednje vrednosti [83, 88]. Združena gustina verovatnoće dve Gausove slučajne promenljive zavisi od srednje vrednosti i varijanse slučajnih promenljivih i od korelacionog koeficijenta između

slučajnih promenljivih. Združena gustina verovatnoće više Gausovih slučajnih promenljivih zavisi od srednjih vrednosti slučajnih promenljivih i od korelacione matrice. Svaki član korelacione matrice jednak je srednjoj vrednosti proizvoda dve odgovarajuće slučajne promenljive. Na osnovu ovoga se može zaključiti da se određivanjem korelacione matrice može odrediti i združena gustina verovatnoće više Gausovih slučajnih promenljivih. Ako je signal na ulazu u linearni sistem Gausov slučajni proces, onda je i signal na izlazu Gausov slučajni proces. Ako se definiše više slučajnih procesa koji predstavljaju uzorke Gausovog slučajnog procesa, onda korelaciona matrica ovih slučajnih promenljivih zavisi od prenosne funkcije linearnog sistema. Zavisne Gausove slučajne promenljive se mogu transformisati u nezavisne slučajne promenljive linearnom transformacijom. Ako se na ulazu u uskopojasni filter pojavljuje Gausov šum, onda se na izlazu iz uskopojasnog filtra pojavljuje uskopojasni Gausov šum. Anvelopa uskopojasnog Gausovog šuma je Rejljeva. Anvelopa uskopojasnog Gausovog šuma i sinusnog talasa je Rajsova. Gausine verovatnoća anvelopa, faza i trenutne učestanosti uskopojasnih slučajnih procesa su dobijeni odgovarajućim transformacijama Gausovih slučajnih promenljivih i korišćene su u radu. Slučajna promenljiva koja je dobijena od prvog izvoda Gausove slučajne promenljive je takođe Gausova slučajna promenljiva. Gausov slučajni proces i njegov izvod su nezavisni slučajni procesi. Ovo važi ako je prenosna funkcija uskopojasnog filtra na ulazu u prijemnik simetrična oko neke centralne učestanosti.

Smetnje koje nastaju preslušavanjem se javljaju skoro kod svih telekomunikacionih sistema [88, 89]. Ove smetnje se javljaju kod sistema koji rade u osnovnom opsegu; kod bežičnih telekomunikacionih sistema; radio-relejnih; satelitskih telekomunikacionih sistema; optičkih telekomunikacionih sistema i raznih kablovskih telekomunikacionih sistema. Smetnja nastala preslušavanjem se može predstaviti sa jednim ili više sinusnih talasa sa slučajnim ili konstantnim amplitudama i slučajnom fazom. Raspodela gustina verovatnoće faze je uglavnom uniformna. Kod optičkih telekomunikacionih sistema ova faza ima Gausovu gustinu verovatnoće [90]. Kod satelitskih telekomunikacionih sistema smetnja je sa Rajsovom raspodelom faze, a kod sistema koji sadrže faznu petlju u kolu za ekstrakciju referentnog nosioca, faza smetnje ima Tikhonov-u raspodelu.

Smetnja koja ima slučajnu spektralnu gustinu snage se može aproksimirati sa više slučajnih talasa. Amplituda i učestanost smetnje biraju se tako da spektar aproksimirane smetnje na najbolji način odgovara spektru preslušane smetnje. Na ovaj način se može izračunati verovatnoća greške optičkog telekomunikacionog sistema sa IM-DD u prisustvu kvantog šuma i složene smetnje koja je nastala preslušavanjem. Kod nekih sistema amplitude

smetnji mogu biti promenljive. Ovo se dešava kod bežičnih telekomunikacionih sistema, posebno u mobilnoj telefoniji. Kod ovih sistema amplituda je promenljiva zbog prostiranja signala po više puteva prostiranja i zbog pojave efekta senke. Mogu se formirati razni modovi, te odrediti statističke karakteristike signala ovih sistema.

Smetnje nastale preslušavanjem, kod optičkih telekomunikacionih sistema sa IM-DD, mogu se pojaviti u optičkom predajniku, optičkom vlaknu i optičkom prijemu. Javljaju se posebno problemi kada se interference pojave na ulazu u nelinearno optičko vlakno ili na nekom posebnom mestu duž optičkog vlakna. Oblik impulsa na ulazu u optički prijemnik dobija se rešavanjem Šredingerove nelinearne diferencijalne jednačine [2].

Jedan od načina za smanjivanje uticaja smetnji na performanse sistema su diverziti tehnike. Postoje vremenski, prostorni i frekventni diverziti [142-144]. Razmatraćemo prostorni diverziti i razne vrste kombinovanja signala. Kombinovanje signala može biti pre ili posle demodulacije. Tako možemo govoriti o pre-detekcijskom i posle-detekcijskom kombinovanju. U ovoj disertaciji se razmatraju posledetecijska kombinovanja.

Kombinovanje može biti takvo da se signali na izlaznim granama sabiraju. U ovom slučaju se radi o EGC (*equal gain combining*) tehnici kombinovanja. Prema drugom načinu kombinovanja, vrši se sabiranje odnosa snage korisnog signala i snage šuma. Ovo je MRC (*maximal ratio combining*) diverziti tehnika kombinovanja signala. Po trećoj, SC (*selection combining*) diverziti tehnici kombinovanja određuje se ona diverziti grana na kojoj je signal maksimalan i na osnovu ovog signala se vrši odlučivanje. SSC (*switch and stay combining*) diverziti tehnika kombinovanja vrši kombinovanje signala uz pomoć unapred određenog praga. Ako je signal sa jedne grane veći od praga, on se prosleđuje kolu za odlučivanje. Ako je manji od praga onda se u kolo za odlučivanje šelje signal sa druge grane, bez obzira da li je veći ili manji od određenog praga. Postoje i složenije diverziti tehnike kombinovanja signala.

Veliki deo rada, koji bi se u klasičnoj mikroelektronici bavio tehnološkim unapređenjima i optimalnim projektovanjem mikroelektronskih telekomunikacionih sklopova, odnosi se na analize prenosa signala koje bi bez većeg usložnjavanja tih sklopova dovode do optimalnijih rešenja. Disertacija obuhvata aktuelna naučna istraživanja u oblasti primene diverziti tehnika u digitalnim optičkim telekomunikacionim sistemima. Zbog stalne potrebe za razvojem matematičko-statističkih modela koji bi nam omogućili bolje sagledavanje performansi optičkih sistema, a potom omogućili njihovu optimizaciju, u disertaciji je dat poseban značaj statističkoj analizi optičkih sistema. Takođe je prezentovan doprinos diverziti tehnika, slično kao u bežičnim, radio-relejnim i satelitskim

telekomunikacionim sistemima gde je njihov doprinos ogroman. Posebno je naglašen njihov uticaj sa stanovišta uticaja nečistoća na performanse digitalnih optičkih telekomunikacionih sistema. Takođe, od značaja je smanjenje verovatnoće greške, kao i verovatnoće otkaza sistema što nam omogućava povećanje rastojanja između prijemnika i predajnika, smanjivanje snage lasera, kao i smanjivanje sveukupnih troškova održavanja sistema.

Biće razmatrani digitalni optički sistemi sa IM-DD (intenzitetskom modulacijom i direktnom detekcijom). Statističke karakteristike signala na liniji i na prijemniku, u prisustvu šumova i smetnji, konstantnog i promenljivog intenziteta, korelisane i nekorelisane, će biti obrađene u nekoliko tematskih celina.

Kao prvo, od značaja je što ćemo definisati optički signal, kao signal na izlazu iz optičkog sistema sa IM-DD za prenos informacija. U prvom delu će biti razmatrane statističke karakteristike optičkih signala, šumova i smetnji, koji se posmatraju kao statistički nezavisne ili zavisne sličajne promenljive. Prvo se analizira opšti slučaj kada na prijemniku imamo signal i aditivni termički šum. Izračunate su opšte karakteristike: gustina verovatnoće, kumulativna gustina verovatnoće, momenti, .... Zatim su razmotreni signali sa konstantnim intenzitetom i različite relacije u kojima se signali mogu naći. Razvijen je statistički aparat kojim se dva signala, odnosno dve slučajne promenljive mogu opisati. Izračunata je gustina verovatnoće za zbir dve slučajne promenljive, a potom i za: proizvod, količnik, kvadrat, minimum, maksimum ... Iz izračunatih gustina verovatnoća su izračunate i ostale karakteristike signala na izlazu: kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija, momenti ...

U nastavku su izračunate statističke karakteristike za tri i četiri slučajne promenljive. Takođe su obrađene moguće relacije u kojima se slučajne promenljive mogu naći. Sve relacije su razmotrene sa stanovišta primene u realnim optičkim sistemima, koji koriste razne diverzitetne tehnike za smanjivanje uticaja šuma i smetnji na performanse digitalnih optičkih sistema. Izračunata je gustina verovatnoće na izlazu iz sistema koja nam omogućava dalju analizu i optimizaciju performansi sistema.

U ovom delu će biti razmatran optički sistem kada je na liniji prisutan korisni signal i Gausov šum. U prijemniku će biti prisutan kvantni šum i Gausov šum formiran na otpornicima i pojačavačima u prijemniku. Broj kvanta kod kvantnog šuma ima Puasonovu verovatnoću. U disertaciji će za ovaj signal biti određena gustina verovatnoće, kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija i momenti. Intenzitet svetlosti koja pada na foto-diodu je srazmeran kvadratu zbira korisnog signala i Gausovog šuma na liniji.

Zatim ćemo pretpostaviti da je formiran optički signal, gde je kvantni šum aproksimiran Gausovim šumom. Srednja vrednost ovog šuma jednaka je nuli. Prisutan je Gausov šum i na liniji i u prijemniku. Varijansa Gausovog kvantnog šuma će biti jednaka intenzitetu svetlosti, a intenzitet svetlosti je jednak kvadratu zbira korisnog signala i Gausovog šuma na liniji. Prvo će biti određena uslovna Gausova gustina verovatnoće optičkog signala, potom kumulativna verovatnoća i karakteristična funkcija optičkog signala. Za dva slučaja će biti određena združena gustina verovatnoće optičkog signala i njegov prvi izvod.

Potom ćemo posmatrati optički signal u dva trenutka vremena, pri čemu se ne pretpostavlja superpozicija dva signala. Ali se zato usled prirode optičkog prenosa signala može reći da su ta dva vremenska trenutka dovoljno blizu. U oba trenutka vremena prisutan je kvantni šum u prijemniku i Gausovi šumovi i prijemnici na liniji. U ovom slučaju smatramo da je Gausov šum na liniji korelisan u dva trenutka vremena. Takođe, pretpostavljamo da je i Gausov šum u prijemniku korelisan u dva trenutka vremena. Kvantini je opisan Poasonovom statistikom, i statistički je nezavisan u ova dva trenutka vremena. Na ovih polaznih pretpostavki formiraćemo združenu gustinu verovatnoće optičkog signala u dva trenutka vremena, a potom izračunati združenu kumulativnu verovatnoću optičkog signala u dva trenutka vremena, kao i karakterističnu funkciju optičkog signala u dva trenutka vremena.

Biće obrađena i statistika nekoliko predloženih sistema sa diverziti tehnikama, koje se koriste za smanjivanje uticaja šumova i smetnji na perifernom optičkom  $\lambda SK$  sistemu. Diverziti sistemi su sa digitalnom talasnom modulacijom i posledetekcijskim kombinovanjem. Za sve predložene sisteme će biti izračunata gustina verovatnoće na izlazu, kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija, momenti, verovatnoća sistema, verovatnoća greške sistema i kapacitet kanala. Razmatranjem združene gustine verovatnoće signala i izvoda signala na izlazu iz optičkog  $\lambda SK$  diverziti sistema, biće određen srednji broj osnih preseka signala i srednje trajanje otkaza na izlazu iz diverziti sistema. Pomoću ove združene gustine verovatnoće biće određene verovatnoće da su oba impulsa pravilno detektovana ili da su pogrešno detektovani.

U ovom delu disertacije ćemo se baviti relejnim optičkim sistemima sa IM-DD. Istokanalni rad optičkog-relejnog sistema (co-channel system) podrazumeva prenos dve različite poruke po istom kanalu (istoj talasnoj dužini) zahvaljujući korišćenju ortogonalnih polarizacija. Ovo će, slično kao kod radio-relejnih telekomunikacionih sistema, udvostručiti



kapacitet sistema. Istokanalni sistem, dakle, omogućava postojanje dva odvojena saobraćajna kanala na istoj talasnoj dužini.

Dakle, dva ili više optičkih sistema sa IM-DD mogu služiti za relejni prenos signala. Mogu biti povezani redno ili paralelno. Trasa prenosa signala će biti definisana strukturom optičke mreže. Kao i u prethodnim razmatranjima za nas je od značaja prisustvo šumova od tačke do tačke u optičkom sistemu. Kvantni šum ćemo aproksimirati Puasonovim ili Gausovim šumom.

Dodatno će biti posmatran optički signal koji nastaje kao zbir dva optička talasa u sinusnom obliku. Ova analiza će biti obavljena sa stanovišta primene u optičkim telekomunikacionim sistemima. Biće izvedeni izrazi za ekvivalentne amplitude, faze, a potom izračunata gustina verovatnoće i kumulativna verovatnoća ekvivalentne amplitude na izlazu. Takođe će biti izračunata gustina verovatnoće signala i njegovog prvog izvoda, srednji broj osnih preseka i srednje vreme trajanja otkaza.

Potom će biti statistički obrađen optički signal u dva trenutka vremena, izračunate verovatnoće gustine signala. Zatim za anvelopu signala, prvi izvod i drugi izvod, združena gustina verovatnoće. To će voditi do izraza za srednji broj osnih preseka i srednji broj ekstremnih vrednosti signala.

Zatim će biti razmatrana slučajna promenljiva koja se dobija stepenovanjem anvelope. Odredićemo združenu gustinu verovatnoće i združenu gustinu verovatnoće slučajne promenljive dobijene stepenovanjem anvelope i njenog prvog izvoda. Isto će biti urađeno i za tri signala u tri trenutka vremena. Odredićemo njihovu združenu gustinu verovatnoće, združenu kumulativnu verovatnoću, združenu karakterističnu funkciju i momente.

U dodatku disertaciji će biti razmatrena i tri optička signala. Ovi talasi su fazno pomereni, sa konstantnim ili promenljivim amplitudama i sa slučajnim fazama sa Gausovom gustinom verovatnoće. Za ovakav ekvivalentni talas određene su anvelope i faze, a združena gustina verovatnoće se može odrediti na sličan način kao u prethodnim primerima.

Takođe će biti razmotren sistem signala koji je jednak zbiru tri slučajna signala u dva trenutka vremena. Za ove sinusne talase u dodatku će biti određene dve anvelope i dve faze ekvivalentnih signala. Združena gustina verovatnoće ekvivalentnih anvelopa i njihovih prvih izvoda može se odrediti na način sličan prethodnim primerima.

## 2 ANALIZA OPTIČKIH SISTEMA

Značajno je da definišemo je optički signal, kao signal na izlazu iz optičkog IM-DD sistema za prenos informacija. Razmatraćemo opšti slučaj kada je prisutan kvantni šum i Gausov šum u prijemniku, na krajevima foto-detektora. Analiza je urađena za slučaj kada je intenzitet svetlosti koja pada na foto-detektor konstantan. U ovom slučaju optički signal jednak je zbiru kvantnog šuma i Gausovog šuma.

Određena je gustina verovatnoće ovog signala, kumulativna verovatnoća optičkog signala, karakteristična funkcija optičkog signala, a potom određeni obični i centralni momenti optičkog signala. Zatim je određena srednja vrednost optičkog signala, srednje kvadratna vrednost optičkog signala i varijansa optičkog signala. Takođe je određena gustina verovatnoće kvadrata optičkog signala. Pomoću gustine verovatnoće optičkog signala urađena je verovatnoća greške optičkog sistema sa IM-DD.

Zatim su razmatrane osnovne relacije između dva optička signala.

Prvo je određena gustina verovatnoće zbira dva optička signala, kumulativna verovatnoća zbira dva optička signala, karakteristična funkcija zbira dva optička signala i momenti zbira dva optička signala.

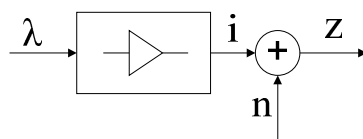
Zatim je razmatran količnik dva optička signala, proizvod dva optička signala maksimum i minimum dva optička signala. Za sve ove funkcije u radu je određena gustina verovatnoće.

Ove funkcije imaju primenu kod optičkih sistema. Zbir dva optička signala ima primenu kod optičkih sistema koji koriste EGC diverziti tehniku za smanjivanje uticaja šumova i smetnji na perifernim sistemima. Proizvod dva optička talasa se pojavljuje kod optičkih sistema kada na korisni signal deluju istovremeno dva uticaja. Kada su na ulazu u optički prijemnik prisutni signali i interferenca onda je značajno poznavati gustinu verovatnoće njihovog količnika. Kada se primenjuje SC diverziti tehnika za smanjenje uticaja šumova i smetnji na periferni sistem onda signal na izlazu iz kombinera jednak maksimumu

optičkih signala na njegovom ulazu. Kod nekih optičkih sistema značajno je poznavanje statistike karakteristike minimuma dva i više optičkih signala.

Znači, prvo ćemo analizirati slučaj kada je prisutan kvantni šum i Gausov šum u prijemniku, na krajevima foto diode. Analiza je urađena za slučaj kada je intenzitet svetlosti koja pada na foto diodu konstantan.

Optički signal (svetlosni zrak), na kraju optičkog IM-DD sistema, pada na fotodetektor (prijemnik). Prijemnik je u sprezi sa kolom za odlučivanje. U prijemniku je realno očekivati pojavu aditivnog termičkog šuma. U ovom slučaju optički signal jednak je zbiru kvantnog šuma i Gausovog šuma.



Slika 2.1. Opšti model prijemnika optičkog sistema sa IM-DD i aditivnim termičkim šumom na izlazu.

Svetlosni zrak je intenziteta  $\lambda$ , a aditivni termički šum je označen sa  $n$ . Struja na izlazu iz foto diode je  $i$ . Signal ima Puasonovu raspodelu, a termički šum je Gausov. Stoga je signal na osnovu koga se vrši odlučivanje:

$$z = c \cdot k + n \quad (2.0.1)$$

gde je  $k$  broj kvanata fotodiode, a  $c$  je konstanta.

Verovatnoća broja kvanata je, prema Puasonovoj raspodeli, jednaka

$$p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (2.0.2)$$

Intenzitet svetlosti može biti konstantan i može biti promenljiv. U ovom slučaju je intenzitet svetlosti konstantan. Termički šum  $n$  nastaje na otpornicima i pojačavačima u prijemniku i ima Gausovu gustinu verovatnoće

$$p_n(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2}} \quad (2.0.3)$$

gde je  $\sigma^2$  varijansa šuma i jednaka je

$$\sigma^2 = \overline{n^2} - \overline{n}^2 = \overline{n^2} \quad (2.0.4)$$

Odnosno jednaka je snazi šuma. Iz izraza (2.1.1) se dobija

$$n = z - ck \quad (2.0.5)$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z/k) = \left| \frac{dn}{dz} \right| p_n(z - ck) \quad (2.0.6)$$

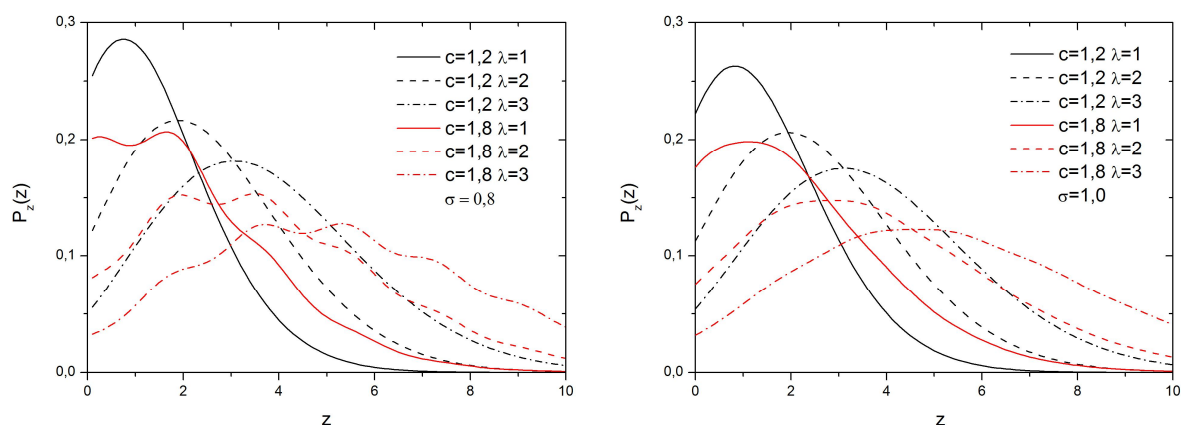
gde je  $\frac{dn}{dz} = 1$ . Zamenom i usrednjavanjem se dobija uslovna gustine verovatnoće signala  $z$  na izlazu prijemnika IM-DD optičkog sistema

$$p_z(z/k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z-ck)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.0.7)$$

Broj kvanata  $k$ , može biti 0, 1, 2, ... respektivno sa verovatnoćama  $p(0), p(1), \dots, p(k)$ .

Usrednjavanjem uslovne gustine verovatnoće signala  $z$  dobija se gustina signala  $z$  u obliku

$$p_z(z) = \sum_{k=0}^{\infty} p_z(z/k) p(k) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z-ck)^2}{2\sigma^2}} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (2.0.8)$$



Slika 2.0.2. Gustina verovatnoće signala na izlazu iz optičkog sistema sa IM-DD za različite vrednosti broja kvanata  $\lambda$  i koeficijenta  $c$

## 2.1 Statističke transformacije dva optička signala

Kako je u prethodnom izlaganju navedeno, postoje slučajevi kada nam je od interesa da poznajemo statistiku zbira dva ili više slučajnih procesa (EGC diverziti tehnika za smanjenje uticaja kvantnog i termičkog šuma). Signali na ulazima su  $z_1$  i  $z_2$  sa gustinama verovatnoće

$$p_{z_1}(z_1) = \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-\frac{(z_1-c_1k_1)^2}{2\sigma_1^2}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1}$$

$$p_{z_2}(z_2) = \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_2-c_2k_2)^2}{2\sigma^2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2}$$
(2.1.1)

, a signal  $z$  je jednak zbiru signala  $z_1$  i  $z_2$ . Stoga je

$$z = z_1 + z_2$$

$$z = z - z_2$$
(2.1.2)

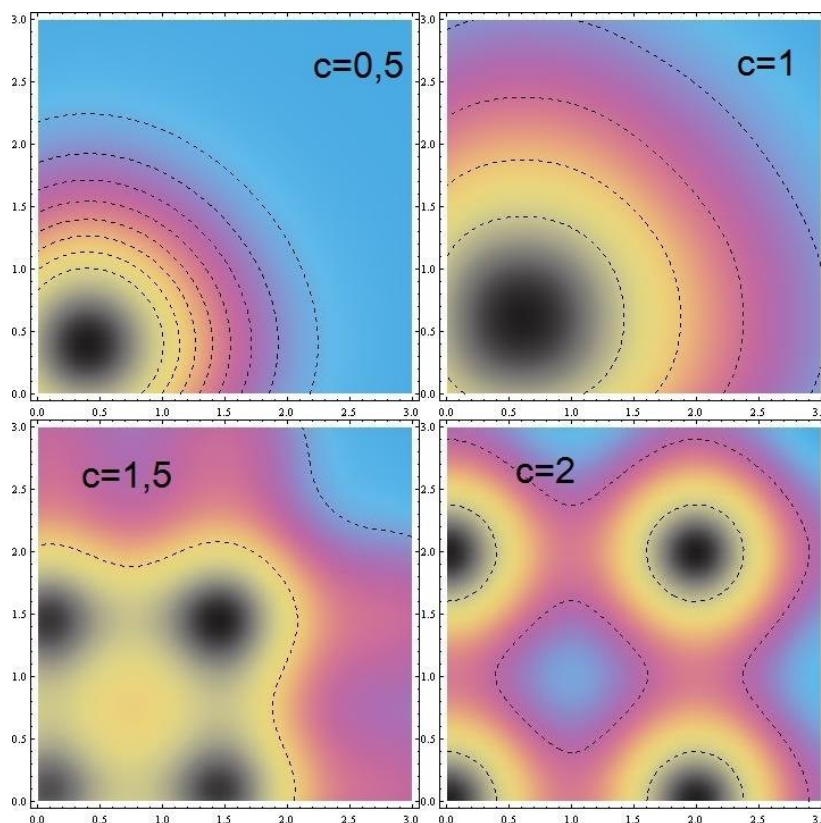
Uslovna gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z_1/z_2) = \left| \frac{dz_1}{dz} \right| \cdot p_{z_1}(z - z_2)$$
(2.1.3)

Zamenom i usrednjavanjem se dobija gustina verovatnoće za signal  $z$  koja je:

$$p_z(z) = \int_{-\infty}^z p_{z_1}(z - z_1) \cdot p_{z_2}(z_2) \cdot dz_2 =$$

$$= \sum_{k_1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} e^{-\frac{(z_1 - z_2 - c_1k_1)^2}{2\sigma_1^2}} \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} e^{-\frac{(z_2 - c_2k_2)^2}{2\sigma^2}}$$
(2.1.4)



Slika 2.1.1. Konturni prikaz gustine verovatnoće signala za  $c = \{0,5 ; 1,0 ; 1,5 ; 2,0\}$ ,  $\sigma = 0,6$  i  $\lambda = 1$ .

U analizama performansi optičkih sistema se često koristi snaga signala na izlazu iz prijemnika. Snaga signala je srazmerna kvadratu signala i jednaka je

$$y = z^2$$

$$z = \pm y^{\frac{1}{2}} = \pm \sqrt{y} = z_{1/2} \quad (2.1.5)$$

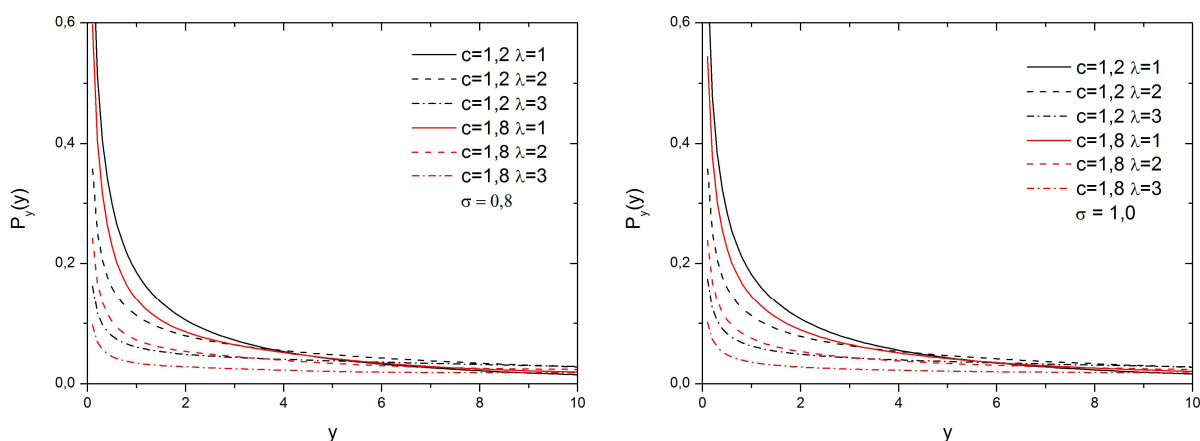
Gustina verovatnoće od  $y$  je

$$p_y(y) = \left| \frac{dz_1}{dy} \right| \cdot p_{z_1}(\sqrt{y}) + \left| \frac{dz_2}{dy} \right| \cdot p_{z_2}(-\sqrt{y}) \quad (2.1.6)$$

gde je  $\frac{dz_1}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}}$  i  $\frac{dz_2}{dy} = -\frac{1}{2\sqrt{y}}$ .

Zamenom se dobija

$$p_y(y) = \frac{1}{2\sqrt{y}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(\sqrt{y}-ck)^2}{2\sigma^2}} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} + \frac{1}{2\sqrt{y}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(-\sqrt{y}-ck)^2}{2\sigma^2}} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (2.2.3)$$



Slika 2.1.2. Gustina verovatnoće signala na izlazu iz EGC kombinera za različite vrednosti broja kvanata  $\lambda$

Kumulativna verovatnoća signala se definiše kao verovatnoća da je signal između  $-\infty$  i  $z$ . Gustina verovatnoće jednaka je prvom izvodu od kumulativne verovatnoće. Na osnovu ovoga je

$$F_z(z) = \int_{-\infty}^z f_z(z) dz = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{(t-ck)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (2.1.7)$$

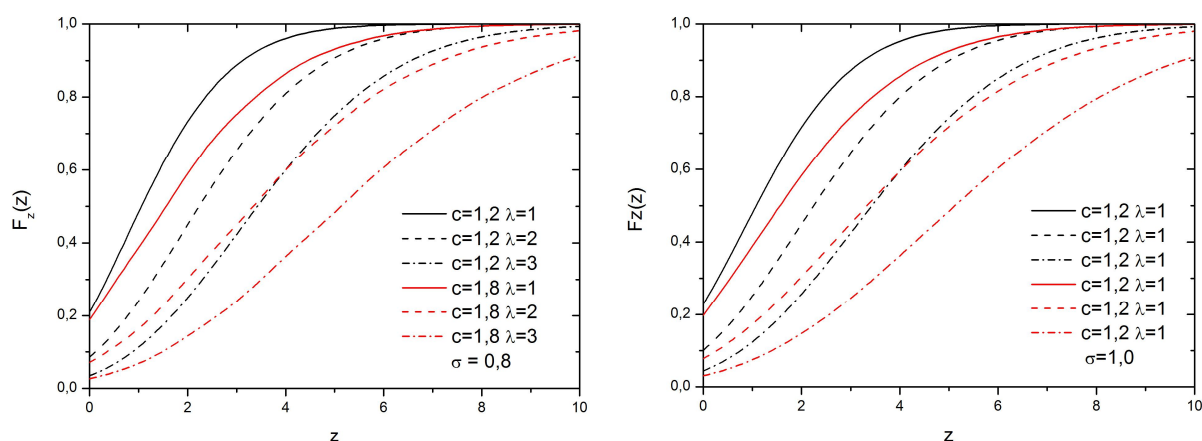
Stoga, zamenom

$$x = \frac{t - ck}{\sqrt{2\sigma}}, \quad t = c \cdot k + x\sqrt{2\sigma}, \quad dt = \sqrt{2\sigma} \cdot dx$$

Dobija se izraz za kumulativna verovatnoća signala  $z$  u obliku

$$F_z(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \int_{-\infty}^{\frac{z-ck}{\sqrt{2\sigma}}} \sqrt{2\sigma} e^{-x^2} dx = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} F\left(\frac{z-ck}{\sqrt{2\sigma}}\right) \quad (2.1.8)$$

gde je  $F_y(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-x^2} dx$ .



Slika 2.1.3. Kumulativna verovatnoća na izlazu EGC za različite vrednosti varijanse, kefcijenta  $c$  i broja kvanata  $\lambda$

Verovatnoća da se signal  $z$  nalazi u opsegu od  $z_1$  do  $z_2$  je

$$p(z_1 < z < z_2) = F_z(z_2) - F_z(z_1) = \int_{z_1}^{z_2} p_z(z) dz \quad (2.1.9)$$

Karakteristična funkcija signala  $z$  na izlazu iz prijemnika sa IM-DD je

$$M_z(s) = e^{zs} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{zs} p_z(z) dz = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} e^{sz} e^{-\frac{(z-ck)^2}{2\sigma^2}} dz \quad (2.1.10)$$

Karakteristična funkcija zbira više slučajnih promenljivih jednaka je proizvodu karakterističnih funkcija pojedinih sabiraka. Ako je signal  $z$  jednak zbiru dve slučajne promenljive  $z = z_1 + z_2$  onda je karakteristična funkcija od  $z$  jednaka

$$M_z(s) = M_{z_1}(s) \cdot M_{z_2}(s) \quad (2.1.11)$$

Momenti su srednje vrednosti koje se često koriste analizama performansi telekomunikacionih signala. Moment  $n$ -reda slučajne promenljive  $z$  je

$$m_n = \overline{z^n} = \int_{-\infty}^{\infty} z^n p_z(z) dz = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} z^n e^{-\frac{(z-ck)^2}{2\sigma^2}} dz \quad (2.1.12)$$

Neka je

$$x = \frac{z - ck}{\sqrt{2\sigma}}, \quad z = ck + \sqrt{2\sigma}x, \quad dx = \sqrt{2\sigma}dx \quad (2.1.13)$$

Zamenom se dobija

$$\begin{aligned} m_n &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} (ck + \sqrt{2\sigma}x)^n e^{-x^2} dx = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} c^{n-i} k^{n-i} (\sqrt{2\sigma})^i x^i e^{-x^2} dx = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} c^{n-i} k^{n-i} (\sqrt{2\sigma})^i \int_{-\infty}^{\infty} x^i e^{-x^2} dx = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} c^{n-i} k^{n-i} (\sqrt{2\sigma})^i \int_{-\infty}^{\infty} x^i e^{-x^2} dx = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} c^{n-i} k^{n-i} (\sqrt{2\sigma})^i \Gamma\left(\frac{zi+1}{z}\right) \frac{1}{z} \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

Centralni momenti se određuju pomoću izraza

$$M_n = \overline{(z - \bar{z})^n} = \int_{-\infty}^{\infty} (z - \bar{z}) \cdot p_z(z) \cdot dz \quad (2.1.15)$$

Kada su poznati obični momenti onda i centralni mogu se odrediti pomoću formule

$$M_n = \overline{(z - \bar{z})^n} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \overline{z^{n-k} \bar{z}^k} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \overline{z^{n-k}} \bar{z}^k = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot m_{n-k} \cdot \bar{z}^k \quad (2.1.16)$$

Značajni obični momenti su srednja vrednost signala, srednja kvadratna vrednost signala i srednja kubna vrednost signala

$$\begin{aligned} \bar{z} &= m_1 = \int_{-\infty}^{\infty} z \cdot f_z(z) \cdot dz \\ \overline{z^2} &= m_2 = \int_{-\infty}^{\infty} z^2 \cdot f_z(z) \cdot dz \\ \overline{z^3} &= m_3 = \int_{-\infty}^{\infty} z^3 \cdot f_z(z) \cdot dz \end{aligned} \quad (2.1.17)$$

Kada su poznati centralni momenti signala na izlazu iz IM-DD prijemnika, onda se obični momenti mogu odrediti pomoću formule

$$m_n = \overline{z^n} = \overline{((z - \bar{z}) + \bar{z})^n} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \overline{(z - \bar{z})^{n-k}} \bar{z}^k = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot M_{n-k} \bar{z}^k \quad (2.1.18)$$



Pomoću varijanse signala rade se razne optimizacije sistema. Parametri sistema se određuju za slučaj kada je varijansa sistema minimalna. Varijansa sistema je drugi centralni moment signala, te na osnovu toga je varijansa signala na izlazu iz prijemnika jednaka

$$\sigma_z^2 = \overline{(z - \bar{z})^2} = \overline{(z^2 - 2z\bar{z} + \bar{z}^2)} = \bar{z}^2 - 2\bar{z}^2 + \bar{z}^2 = \bar{z}^2 - \bar{z}^2 \quad (2.1.19)$$

U slučaju da na liniji ili prijemniku nastaje preslušavanje, onda nam je od interesa da poznajemo statistiku odnosa anvelopa korisnog i interferentnog signala. Stoga je rezultujući signal  $z$  predstavljen količnikom signala  $z_1$  i  $z_2$ , sa gustinama verovatnoća datim u izrazu (2.1.1).

$$z = \frac{z_1}{z_2} \Rightarrow z = zz_2 \quad (2.1.20)$$

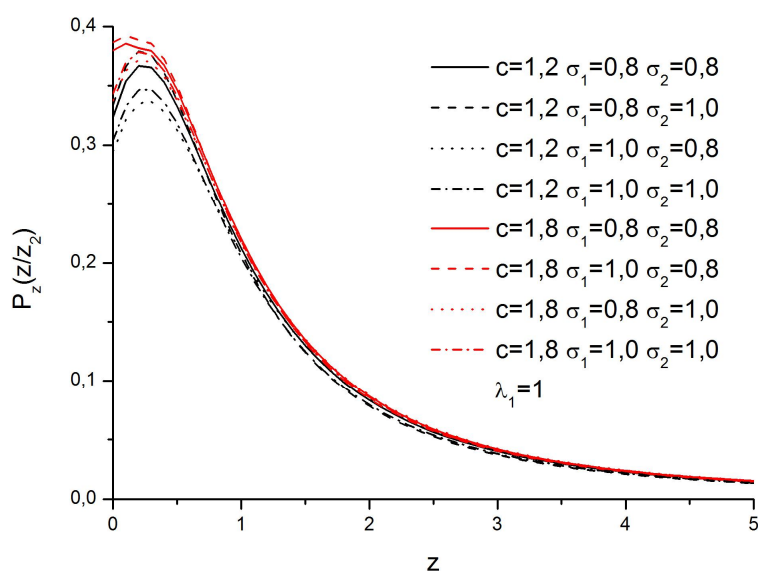
Naime, da bi se odredila verovatnoća otkaza sistema sa IM-DD, potrebno je poznavati statističke karakteristike ovog količnika. Uslovna gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z/z_2) = \left| \frac{dz_1}{dz} \right| \cdot p_{z_1}(zz_2) \quad (2.1.21)$$

gde je  $\left| \frac{dz_1}{dz} \right| = z_2$ .

Usrednjavanjem se dobija

$$p_z(z) = \int dz_2 \cdot z_2 \cdot p_{z_1}(zz_2) \cdot p_{z_2}(z_2) = \int dz_2 \cdot z_2 \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-\frac{(z_1 - c_1 k_1)^2}{2\sigma_1^2}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{(z_2 - c_2 k_2)^2}{2\sigma_2^2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \quad (2.1.22)$$



Slika 2.1.4. Gustina verovatnoće odnosa korisnog i signala smetnje

Ovo je gustina verovatnoće odnosa korisnog signala i signala smetnje i pomoću koje se može odrediti kumulativna verovatnoća količnika korisnog signala i interference, karakteristična funkcija količnika i interference, kao i momenti količnika korisnog signala i interference. Moment n-og reda zbira dva signala  $z_1$  i  $z_2$  je

$$\overline{(z_1 + z_2)^n} = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \overline{z_1^{n-i} z_2^i} = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \overline{z_1^{n-i} z_2^i} = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \cdot m_{z_1}^{n-i} m_{z_2}^i \quad (2.1.23)$$

Dešava se da na optički talas, istovremeno deluje brza i spora promena. U ovom slučaju se ekvivalentna amplituda može predstaviti kao proizvod dve slučajne promenljive. Neka je  $z$  jednako proizvodu dve slučajne promenljive  $z_1$  i  $z_2$ . Slučajna promenljiva  $z$  može se predstaviti sa

$$\begin{aligned} z &= z_1 z_2 \\ z_1 &= \frac{z}{z_2} \end{aligned} \quad (2.1.24)$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z/z_1) = \left( \frac{dz_1}{dz} \right) \cdot p_{z_1}(z/z_2)$$

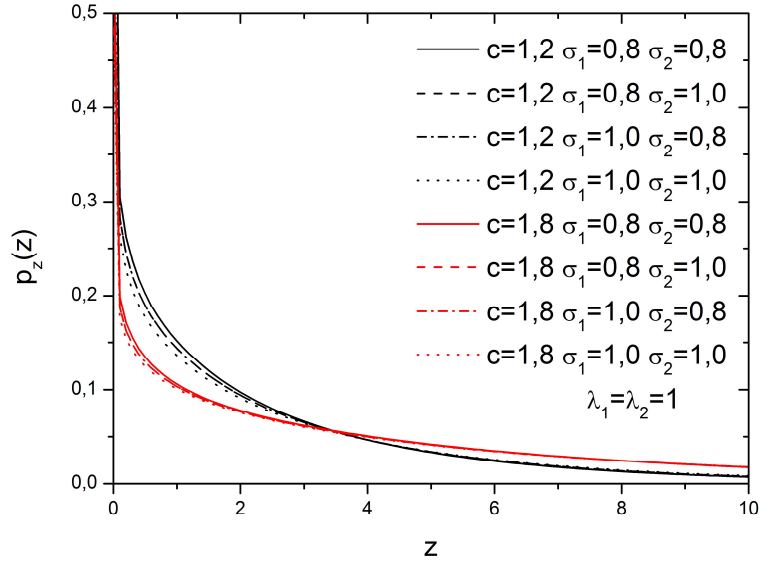
gde je  $\frac{dz_1}{dz} = \frac{1}{z_2}$ .

Zamenom i usrednjavanjem se dobija gustina verovatnoće od proizvoda dve slučajne promenljive

$$p_z(z) = \int dz_2 \frac{1}{z_2} p_{z_1}(z/z_2) p_{z_2}(z_2) \quad (2.1.25)$$

Ako  $z_1$  i  $z_2$  imaju gustine verovatnoće date u (2.1.1), dobija se

$$p_z(z) = \int dz_2 \frac{1}{z_2} \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-\frac{(z_2 - c_1 k_1)^2}{2\sigma_1^2}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{(z_2 - c_2 k_2)^2}{2\sigma_2^2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \quad (2.1.26)$$



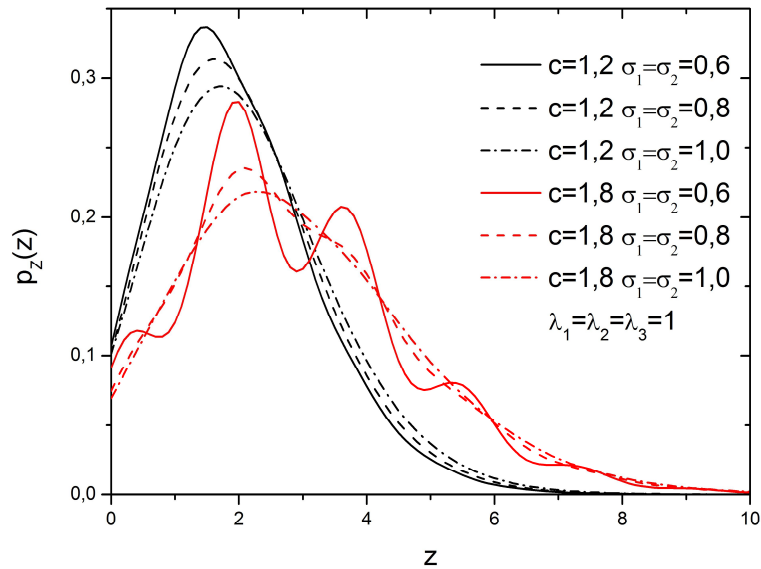
Slika 2.1.5. Gustina verovatnoće proizvoda dve slučajne promenljive

Kod SC diverziti tehnike za smanjivanje uticaja kvantnog šuma i termičkih šumova, na verovatnoću gustine optičkog IM-DD sistema, od interesa nam je poznavanje statistike maksimuma slučajnih promenljivih. U kolu za odlučivanje se sa ulaza propušta signal sa onog ulaza na kom je maksimalan. Stoga, za selektivni kombiner sa dva ulaza, slučajna promenljiva  $z$  jednaka je maksimumu od  $z_1$  i  $z_2$ .

$$z = \max(z_1, z_2) \quad (2.1.27)$$

Gustina verovatnoće od  $z$  je

$$\begin{aligned}
 p_z(z) &= p_{z_1}(z)F_{z_2}(z) + p_{z_2}(z)F_{z_1}(z) = \\
 &= \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-\frac{(z-ck_1)^2}{2\sigma_1^2}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \sum_{k_2=0}^{\infty} F\left(\frac{z-ck_2}{2\sigma_2^2}\right) \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} + \\
 &+ \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{(z-ck_2)^2}{2\sigma_2^2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \sum_{k_1=0}^{\infty} F\left(\frac{z-ck_1}{2\sigma_1^2}\right) \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1}
 \end{aligned} \quad (2.1.28)$$



Slika 2.1.6. Gustina verovatnoće signala koji odgovara maksimumu dve slučajne promenljive

Kumulativna verovatnoća od  $z$  jednaka je proizvodu kumulativnih verovatnoća od  $z_1$  i

$z_2$

$$F_z(z) = F_{z_1}(z) \cdot F_{z_2}(z) = \sum_{k_1=0}^{\infty} F\left(\frac{z - ck_1}{2\sigma_1^2}\right) \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \cdot \sum_{k_2=0}^{\infty} F\left(\frac{z - ck_2}{2\sigma_2^2}\right) \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \quad (2.1.29)$$

Karakteristična funkcija od  $z$  je

$$M_z(s) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{sz} f_z(z) dz$$

Moment  $n$ -og reda od  $z$  je

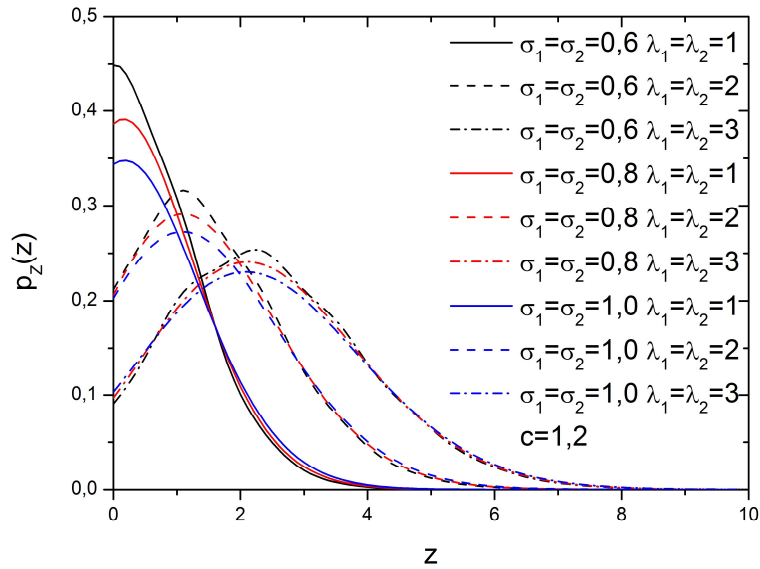
$$m_n = \overline{z^n} = \int z^n p_z(z) dz$$

Kada nam je od interesa da poznavanje statistike minimuma slučajnih promenljivih, upotrebljavamo sledeću analizu. Naime slučajna promenljiva  $z$  je minimum od dve slučajne promenljive  $z_1$  i  $z_2$

$$z = \min(z_1, z_2) \quad (2.1.30)$$

Gustina verovatnoće od  $z$  je

$$\begin{aligned}
p_z(z) &= p_{z_1}(z)(1 - F_{z_2}(z)) + p_{z_2}(z)(1 - F_{z_1}(z)) = \\
&\cdot \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-\frac{(z-ck_1)^2}{2\sigma_1^2}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \left(1 - \sum_{k_2=0}^{\infty} F\left(\frac{z-ck_2}{2\sigma_2^2}\right) \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2}\right) + \\
&+ \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{(z-ck_2)^2}{2\sigma_2^2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \left(1 - \sum_{k_1=0}^{\infty} F\left(\frac{z-ck_1}{2\sigma_1^2}\right) \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1}\right)
\end{aligned} \tag{2.1.31}$$



Slika 2.1.7. Gustina verovatnoće minimuma dve slučajne promenljive

Kumulativna verovatnoća od  $z$  je

$$F_z(z) = (1 - F_{z_1}(z))(1 - F_{z_2}(z)) = \left(1 - \sum_{k_2=0}^{\infty} F\left(\frac{z-ck_2}{2\sigma_2^2}\right) \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2}\right) \left(1 - \sum_{k_1=0}^{\infty} F\left(\frac{z-ck_1}{2\sigma_1^2}\right) \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1}\right)$$

## 2.2 Statističke transformacije tri optička signala

Statistika zbira tri slučajne promenljive koristi se za analizu EGC diverziti sistema sa dve grane. Kada se na ulazu u EGC diverziti sistem sa dva ulaza, pojavljuje na jednom ulazu jedan optički signal, a na drugom se istovremeno pojavljuju dva optička signala, onda se koristi statistika zbira jednog optičkog signala i proizvoda dva optička signala.

Zbog prethodnog, nam je od interesa da analiziramo statističke relacije između tri optička signala. Razmatrani su posebno slučajevi kada je slučajna promenljiva jednaka: zbiru tri slučajne promenljive; proizvodu tri slučajne promenljive; količniku jedne slučajne

promenljive i proizvoda dve slučajne promenljive; količniku proizvoda dve slučajne promenljive i jedne slučajne promenljive; zbira jedne slučajne promenljive i proizvoda dve slučajne promenljive; kao i zbira jedne slučajne promenljive i količnika dve slučajne promenljive. Za sve navedene slučajeve izračunata je gustina verovatnoće.

Gustine verovatnoća za tri slučajne promenljive  $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$  su

$$\begin{aligned} p_{z_1}(z_1) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} e^{-\frac{(z_1 - ck_1)^2}{2\sigma_1^2}} \\ p_{z_2}(z_2) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} e^{-\frac{(z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_2^2}} \\ p_{z_3}(z_3) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} e^{-\frac{(z_3 - ck_3)^2}{2\sigma_3^2}} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Korišćenjem EG kombinera sa dva ulaza, dešava se da je signal  $z$  jednak zbiru jednog optičkog signala i proizvoda dva optička signala. Naime, na jednom ulazu se pojavljuje jedan optički signal, a na drugom ulazu se pojavljuje proizvod dva optička signala. Znači signal na izlazu jednak je zbiru optičkog signala i proizvoda druga dva optička signala. Sledi da je

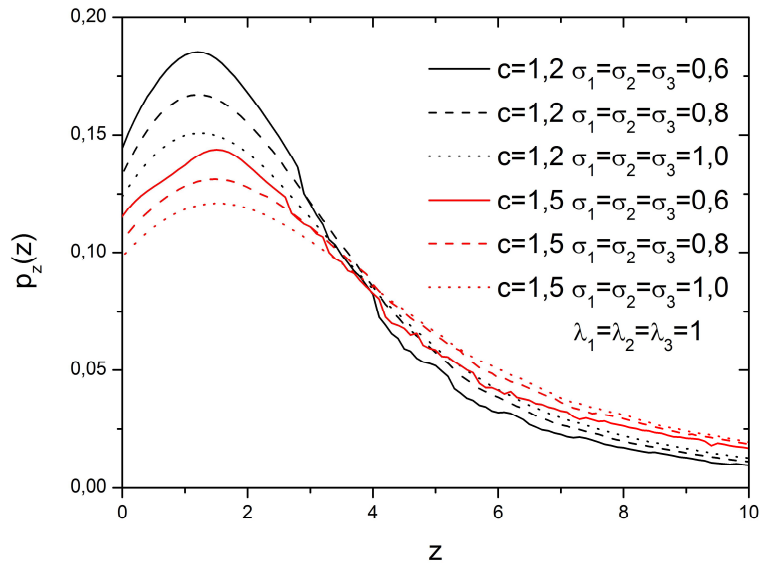
$$\begin{aligned} z &= z_1 + z_2 z_3 \\ z_1 &= z - z_2 z_3 \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z/z_2 z_3) = \left| \frac{dz_1}{dz} \right| \cdot p_{z_1}(z - z_2 z_3) \quad (2.2.2)$$

gde je  $\frac{dz_1}{dz} = 1$ . Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned} p_z(z) &= \int dz_2 \int dz_3 \cdot p_{z_1}(z - z_2 z_3) \cdot p_{z_2}(z) \cdot p_{z_3}(z) = \\ &= \int dz_2 \int dz_3 \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} e^{-\frac{(z - z_2 z_3 - ck_1)^2}{2\sigma_1^2}} \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} e^{-\frac{(z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_2^2}} \cdot \\ &\cdot \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} e^{-\frac{(z_3 - ck_3)^2}{2\sigma_3^2}} \end{aligned} \quad (2.2.3)$$



Slika 2.2.1. Gustina verovatnoće zbira jednog i proizvoda druga dva optička signala

Pomoću prethodnog izraza može da se izračuna kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija i momenti signala na izlazu iz EG kombinera sa dva ulaza na čijem jednom ulazu se pojavljuje optički signal, a na drugom ulazu pojavljuju se istovremeno dva optička signala. Korišćenjem EGC diverziteti tehnike optimizujemo uticaja kvantnog i termičkih šumova na verovatnoću greške sistema.

Kada kombiner ima tri ulaza i na ulazima se pojavljuju optički signali, signal na izlazu iz ovog kombinera jednak je zbiru signala sa njegovih ulaza. Na osnovu ovoga je

$$\begin{aligned} z &= z_1 + z_2 + z_3 \\ z_1 &= z - z_2 - z_3 \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

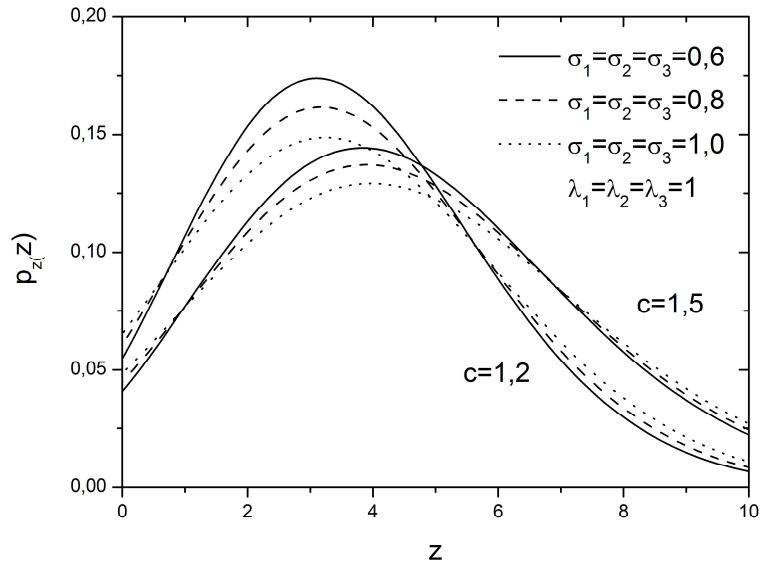
Uslovna gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z/z_2z_3) = \left| \frac{dz_1}{dz} \right| p_{z_1}(z - z_2 - z_3) \quad (2.2.5)$$

gde je  $\frac{dz_1}{dz} = 1$ .

Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned}
p_z(z) &= \int_{-\infty}^z dz_2 \int_{-\infty}^{z-z_2} dz_3 \cdot p_{z_1}(z-z_2-z_3) \cdot p_{z_2}(z_2) \cdot p_{z_3}(z_3) = \\
&\cdot \int_{-\infty}^z dz_2 \int_{-\infty}^{z-z_2} dz_3 \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(z-z_2-z_3-ck_1)^2}{2\sigma_1^2}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \cdot \\
&\cdot \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{(z_2-ck_2)^2}{2\sigma_2^2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} e^{-\frac{(z_3-ck_3)^2}{2\sigma_3^2}} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3}
\end{aligned} \tag{2.2.6}$$



Slika 2.2.2. Gustina verovatnoće zbira tri slučajne promanjlive

Karakteristična funkcija zbira  $z$  jednaka je proizvodu karakterističnih funkcija od  $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$

$$M_z(s) = M_{z_1}(s) \cdot M_{z_2}(s) \cdot M_{z_3}(s)$$

Moment  $n$ -og reda od zbira  $z$  je

$$\begin{aligned}
m_n = \overline{z^n} &= \overline{(z_1 + z_2 + z_3)^n} = \sum_{i_1=0}^n \sum_{i_2=0}^{n-i_1} \sum_{i_3=0}^{n-i_1-i_2} \frac{n!}{i_1! i_2! i_3!} z_1^{i_1} z_2^{i_2} z_3^{i_3} = \\
&= \sum_{i_1=0}^n \sum_{i_2=0}^{n-i_1} \sum_{i_3=0}^{n-i_1-i_2} \frac{n!}{i_1! i_2! i_3!} \cdot m_{i_1 z_1} m_{i_2 z_2} m_{i_3 z_3}
\end{aligned}$$

Pomoću prethodnih funkcija može da se izračuna verovatnoća greške i verovatnoća signala optičkog IM-DD sistema koji koristi EG diverziti tehniku sa tri ulaza da se smanji uticaj kvantnog i termičkih šumova na verovatnoću grečke. Verovatnoća signala se određuje pomoću formule



$$p_0 = \int_{-z_0}^{z_0} p_z(z) dz \quad (2.2.7)$$

A verovatnoća greške je jednaka

$$p_e = \int a(\operatorname{erfc}(bz)) \cdot f_z(z) \cdot dz \quad (2.2.8)$$

Verovatnoća greške može da se odredi i pomoću karakteristične funkcije.

Za slučaj kada je na jednom od dva ulaza EG diverziti sistema prisutan optički signal; a na drugom se javlja osim signala i interferenca nastala preslušavanjem; signal na izlazu iz ovog kombinera je jednak zbiru jedne slučajne promenljive i količnika druge dva slučajne promenljive. Na osnovu ovoga je

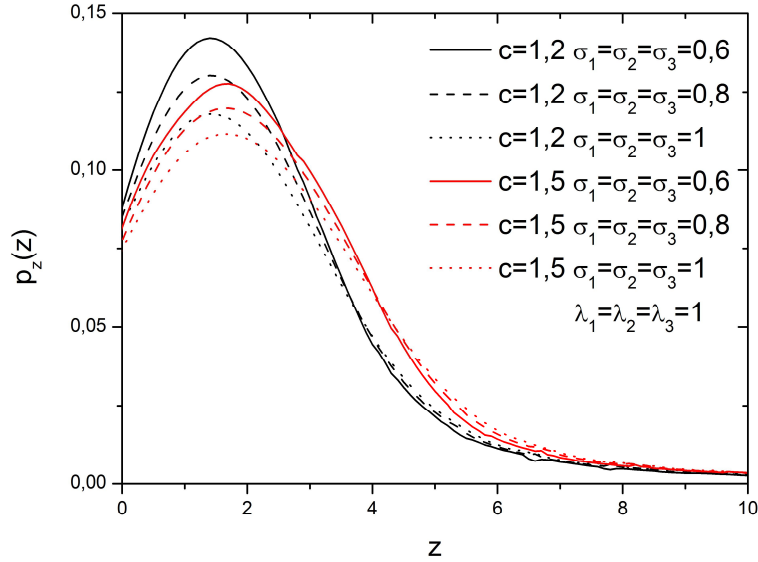
$$z = z_1 + \frac{z_2}{z_3}, \quad z_1 = z - \frac{z_2}{z_3} \quad (2.2.9)$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_1$  je

$$p_{z_1}(z_1) = \left| \frac{dz_1}{dz} \right| \cdot p_{z_1}\left(z - \frac{z_2}{z_3}\right) \quad (2.2.10)$$

gde je  $\frac{dz_1}{dz} = 1$ . Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned} p_z(z) &= \int dz_2 \int dz_3 \cdot p_{z_1}\left(z - \frac{z_2}{z_3}\right) \cdot p_{z_2}(z_2) \cdot p_{z_3}(z_3) = \\ &= \int dz_2 \int dz_3 \cdot \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} e^{-\frac{(z - \frac{z_2}{z_3} - ck_1)^2}{2\sigma_1^2}} \cdot \\ &\cdot \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} e^{-\frac{(z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_2^2}} \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3}} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} e^{-\frac{(z_3 - ck_3)^2}{2\sigma_3^2}} \end{aligned} \quad (2.2.11)$$



Slika 2.2.3. Gustina verovatnoće na izlazu EGC

Kumulativna verovatnoća od signala  $z$  na izlazu iz optičkog IM-DD sistema dobija se integracijom gustine verovatnoće signala  $z$

$$F_z(z) = \int_{-\infty}^z p_z(t) dt = \int dz_1 \int dz_2 \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{(t-\frac{z_2}{\sigma_1}-ck_1)^2}{2\sigma_1^2}} dt \cdot \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} e^{-\frac{(z_2-ck_2)^2}{2\sigma_2^2}} \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3}} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} e^{-\frac{(z_3-ck_3)^2}{2\sigma_3^2}} \quad (2.2.12)$$

Karakteristična funkcija od signala  $z$  na izlazu iz optičkog IM-DD sistema dobija se usrednjavanjem izraza  $e^{zs}$

$$M_z(s) = \overline{e^{zs}} = \int e^{zs} p_z(z) dz = \int dz_2 \int dz_3 \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \int_{-\infty}^z dz e^{sz} e^{-\frac{(z-\frac{z_2}{\sigma_1}-ck_1)^2}{2\sigma_1^2}} \cdot \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} e^{-\frac{(z_2-ck_2)^2}{2\sigma_2^2}} \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3}} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} e^{-\frac{(z_3-ck_3)^2}{2\sigma_3^2}}$$

Moment  $n$ -og reda signala  $z$  na izlazu od optičkog IM-DD sistema dobija se usrednjavanjem

$$m_{nz} = \overline{z^n} = \int_0^{\infty} dz z^n p_z(z) = \int dz_2 \int dz_3 \int dz z^n \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} e^{-\frac{(z-\frac{z_2}{\sigma_1}-ck_1)^2}{2\sigma_1^2}} \cdot \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} e^{-\frac{(z_2-ck_2)^2}{2\sigma_2^2}} \cdot \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3}} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} e^{-\frac{(z_3-ck_3)^2}{2\sigma_3^2}}$$

Razmatra se slučaj kada je signal  $z$  jednak proizvodu tri slučajne promenljive  $z_1, z_2$  i  $z_3$ . Kada istovremeno na optički talas imaju uticaj tri optička signala onda i ekvivalentna anvelopa signala može se predstaviti kao proizvod tri slučajne promenljive. Na osnovu ovoga je

$$z = z_1 z_2 z_3, \quad z_1 = \frac{z}{z_2 z_3} \quad (2.2.13)$$

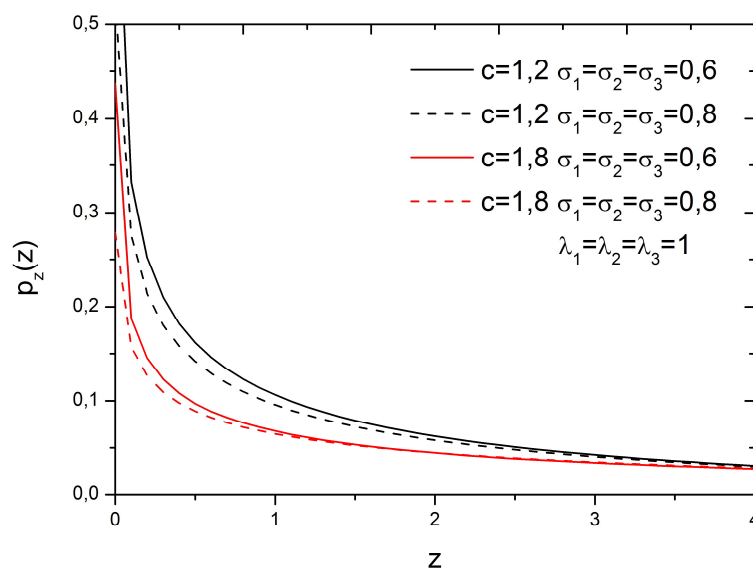
Uslovna gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z/z_2 z_3) = \left| \frac{dz_1}{dz} \right| p_{z_1}(z/z_2 z_3) \quad (2.2.14)$$

gde je  $\frac{dz_1}{dz} = \frac{1}{z_2 z_3}$ .

Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned} p_z(z) &= \int dz_2 \int dz_3 \cdot \frac{1}{z_2 z_3} \cdot p_{z_1}(z/z_2 z_3) \cdot p_{z_2}(z_2) \cdot p_{z_3}(z_3) = \\ &= \int dz_2 \int dz_3 \frac{1}{z_2 z_3} \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} e^{-\frac{(\frac{z}{z_2 z_3} - ck_1)^2}{2\sigma_1^2}} \cdot \\ &\cdot \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} e^{-\frac{(z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_2^2}} \cdot \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3}} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} e^{-\frac{(z_3 - ck_3)^2}{2\sigma_3^2}} \end{aligned} \quad (2.2.15)$$



Slika 2.2.3. Gustina verovatnoće proizvoda tri slučajne promenljive

Pomoću prethodnog izraza može da se izračuna kumulativna verovatnoća proizvoda tri slučajne promenljive, karakteristična funkcija proizvoda tri slučajne promenljive i momenti proizvoda tri slučajne promenljive.

Neka je slučajna promenljiva  $z$  jednaka količniku jedne slučajne promenljive i proizvoda dve slučajne promenljive. Ovo odgovara količniku korisnog signala i interference pri čemu je optički signal interference izložen brzom i sporom optičkom signalu. Signal  $z$  je jednak

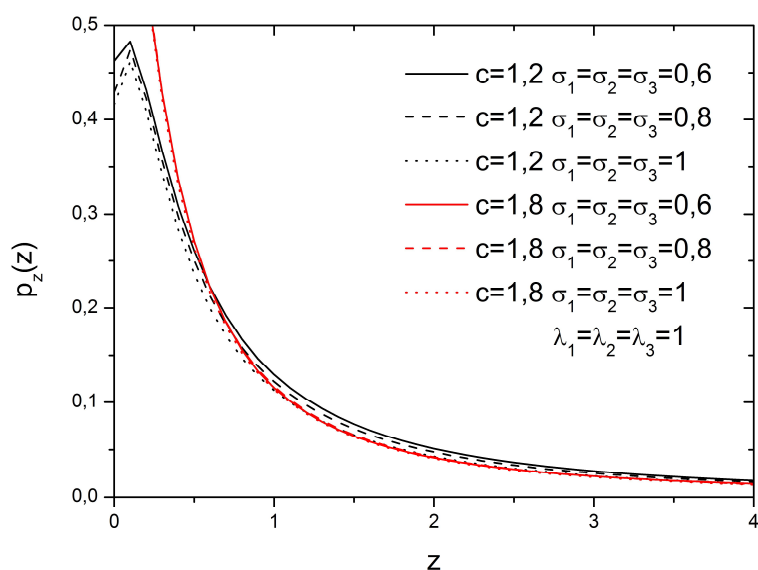
$$z = \frac{z_1}{z_2 z_3}, \quad z_1 = z \cdot z_2 z_3 \quad (2.2.16)$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z/z_2 z_3) = \left| \frac{dz_1}{dz} \right| \cdot p_{z_1}(z z_2 z_3) \quad (2.2.17)$$

gde je  $\frac{dz_1}{dz} = z_2 z_3$ . Zamenom i usrednjavanjem se dobija gustina verovatnoće slučajne promenljive  $z$

$$\begin{aligned} p_z(z) &= \int dz_2 \int dz_3 \cdot z_2 z_3 \cdot p_{z_1}(z z_2 z_3) \cdot p_{z_2}(z_2) \cdot p_{z_3}(z_3) = \\ &= \int dz_2 \int dz_3 \cdot z_2 z_3 \cdot \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} e^{-\frac{(z z_2 z_3 - c k_1)^2}{2\sigma_1^2}} \cdot \\ &\cdot \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} e^{-\frac{(z_2 - c k_2)^2}{2\sigma_2^2}} \cdot \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} e^{-\frac{(z_3 - c k_3)^2}{2\sigma_3^2}} \end{aligned} \quad (2.2.18)$$



Slika 2.2.4. Gustina verovatnoće količnika kompatibilnog signala sa proizvodom dva signala

Pomoću prethodnog izraza može da se izračuna kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija i moment kompatibilnog jednog optičkog signala i proizvoda dva optička signala. Pomoću dobijenog izraza za gustinu verovatnoće može se odrediti verovatnoća greške optičkog sistema na čijem se ulazu pojavljuje korisni signal i interferenca koja je izložena sa dva optička signala.

Neka je slučajna promenljiva jednaka količniku proizvoda dva optička signala i jednog optičkog signala. Ovo odgovara količniku korisnog signala i interference pri čemu je korisni signal izložen uticaju dva optička signala. Na osnovu ovoga je slučajna promenljiva  $z$  jednaka

$$z = \frac{z_1 z_2}{z_3}, \quad z_1 = \frac{z z_3}{z_2} \quad (2.2.19)$$

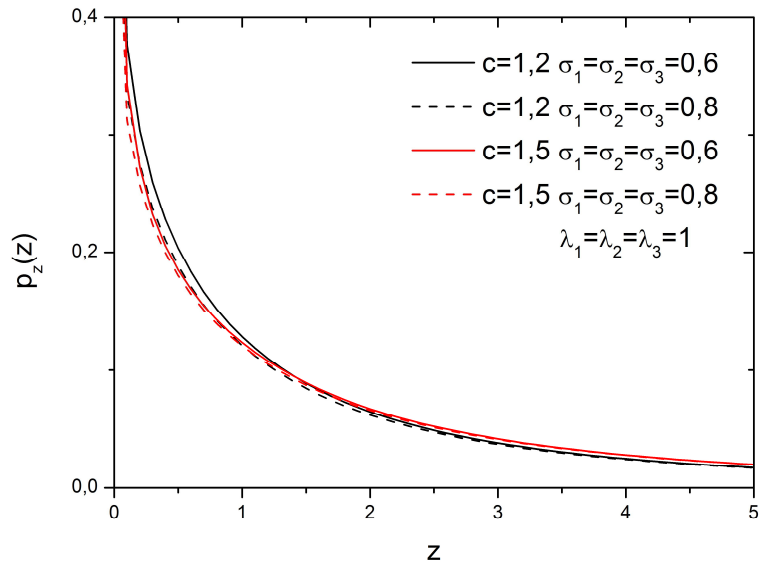
Uslovna gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z/z_2 z_3) = \left| \frac{dz_1}{dz} \right| \cdot p_{z_1} \left( \frac{z z_3}{z_2} \right) \quad (2.2.20)$$

gde je  $\frac{dz_1}{dz} = \frac{z_3}{z_2}$ .

Zamenom i usrednjavanjem dobija se gustina verovatnoće od  $z$

$$\begin{aligned} p_z(z) &= \int dz_1 \int dz_2 \frac{z_3}{z_2} p_{z_1} \left( \frac{z z_3}{z_2} \right) p_{z_2}(z_2) p_{z_3}(z_3) = \\ &= \int dz_2 \int dz_3 \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} e^{-\frac{(z z_3 - c k_1)^2}{2\sigma_1^2}} \cdot \\ &\cdot \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} e^{-\frac{(z_2 - c k_2)^2}{2\sigma_2^2}} \cdot \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3}} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} e^{-\frac{(z_3 - c k_3)^2}{2\sigma_3^2}} \end{aligned} \quad (2.2.21)$$



Slika 2.2.6. Gustina verovatnoće količnika proizvoda dva signala i jednog signala

Pomoću ove gustine verovatnoće može da se odredi kumulativna verovatnoća količnika  $z$

$$F_z(z) = \int_{-\infty}^z p_z(t) \cdot dt$$

Pored kumulativne verovatnoće može se odrediti karakteristična funkcija i momenti po  $z$

$$M_z(s) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{zs} p_z(z) dz$$

$$m_n = \int_{-\infty}^{\infty} z^n p_z(z) dz$$

Verovatnoća greške optičkog telekomunikacionog sistema kada su prisutni u prijemniku korisni signal i interferenca može da se odredi pomoću formule

$$P_e = \int_{-\infty}^{+\infty} a \cdot \left( \operatorname{erfc}(b \cdot z^2) \right) \cdot p_z(z) \cdot dz$$

Verovatnoća otkaza telekomunikacionog IM-DD sistema kada su prisutni korisni signal i interferenca je

$$P_0 = \int_{-\infty}^{z_0} p_z(z) \cdot dz = F_z(z_0) \quad (2.2.22)$$

## 2.3 Statističke transformacije četiri optička signala

Razmatrićemo statističke karakteristike složenijih sistema slučajnih promenljivih formiranih različitim kombinacijama četiri slučajne promenljive. Tako su ćemo formirati dve slučajne promenljive, od kojih je svaka jednaka zbiru po dva optička talasa, a zatim ćemo izračunati združenu gustinu verovatnoće za ove dve slučajne promenljive. Zatim ćemo formirati dve slučajne promenljive od kojih je svaka jednaka količniku po dva optička signala i odrediti njihovu združenu gustinu verovatnoće. Statistika ove dve slučajne promenljive će se koristiti kod diverziti kombinera sa dva ulaza na kojima se pojavljuje istovremeno korisni signal i interferenca.

Zatim ćemo formirati dve slučajne promenljive koje su jednake sa po dva proizvoda optičkih signala, zatim dve slučajne promenljive od kojih je svaka jednaka maksimumu po dva optička signala i dve slučajne promenljive od kojih je svaka jednaka količniku optičkih signala. Za sve ove slučajeve ćemo izračunati združenu gustinu verovatnoće za dve slučajne promenljive.

Gustine verovatnoće slučajnih promenljivih  $z_1, z_2, z_3$  i  $z_4$ , koje statistički opisuju optičke signale su

$$\begin{aligned}
 p_{z_1}(z_1) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} e^{-\frac{(z_1 - ck_1)^2}{2\sigma_1^2}} \\
 p_{z_2}(z_2) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} e^{-\frac{(z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_2^2}} \\
 p_{z_3}(z_3) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} e^{-\frac{(z_3 - ck_3)^2}{2\sigma_3^2}} \\
 p_{z_4}(z_4) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_4} \frac{\lambda_4^{k_4}}{k_4!} e^{-\lambda_4} e^{-\frac{(z_4 - ck_4)^2}{2\sigma_4^2}}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Kod kombinera nam je od interesa poznavanje statistike odnosa dve slučajne promenljive. Tako su  $y_1$  i  $y_2$  dve slučajne promenljive od kojih je jedna jednaka količniku dva optička signala i druga jednaka količniku druga dva optička signala. Na osnovu ovoga je

$$\begin{aligned}
 y_1 &= \frac{z_1}{z_2} \quad , \quad y_2 = \frac{z_3}{z_4} \\
 z_1 &= y_1 z_2 \quad , \quad z_3 = y_2 z_4
 \end{aligned} \tag{2.3.1}$$

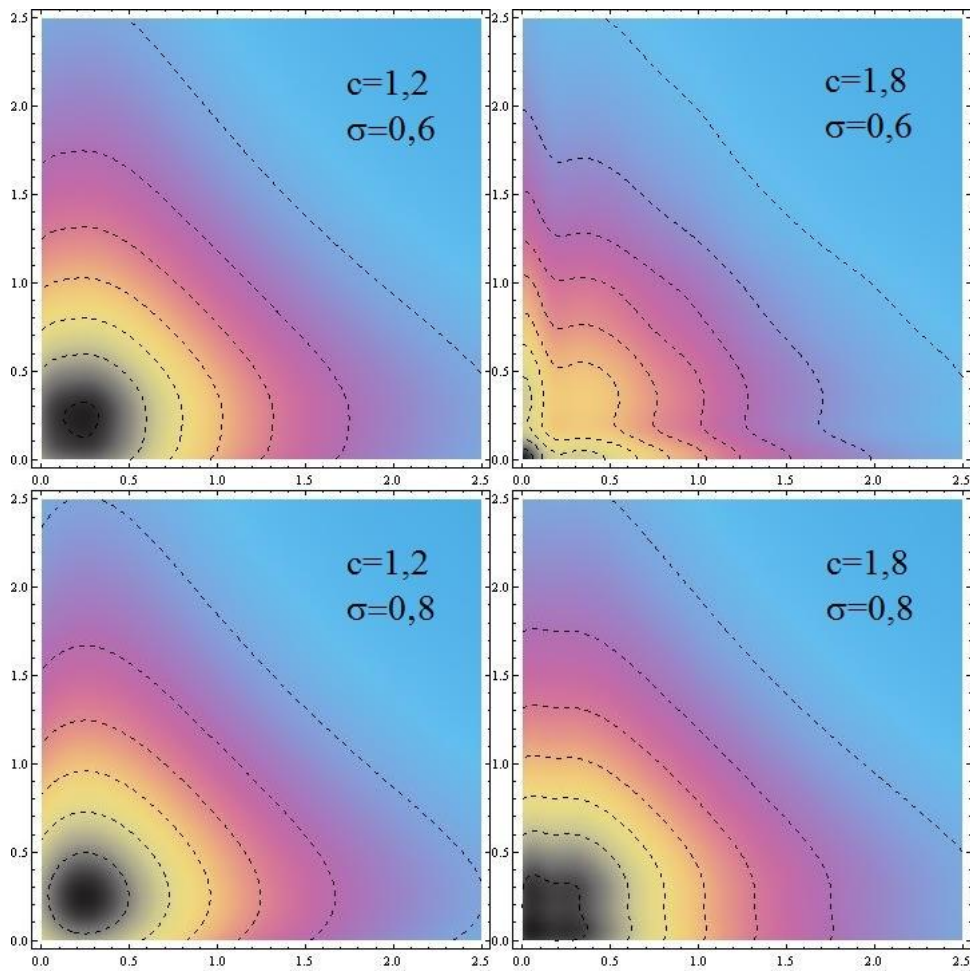
Uslovna združena gustina verovatnoće od  $y_1$  i  $y_2$  je

$$p_{y_1, y_2}(y_1, y_2 / z_z, z_y) = |J| \cdot p_{z_1, z_3}(y_1 z_2, y_2 z_4) \quad (2.3.2)$$

gde je  $J = \begin{vmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial y_1} & \frac{\partial z_1}{\partial y_2} \\ \frac{\partial z_3}{\partial y_1} & \frac{\partial z_3}{\partial y_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} z_2 & 0 \\ 0 & z_4 \end{vmatrix} = z_2 z_4$ .

Zamenom i usrednjavanjem ćemo dobiti združenu gustinu verovatnoće od  $y_1$  i  $y_2$

$$\begin{aligned} p_{y_1, y_2}(y_1, y_2) &= \int dz_2 \int dz_4 z_2 z_4 p_{z_1, z_3}(y_1 z_2, y_2 z_4) p_{z_2, z_4}(z_2, z_4) = \\ &= \int dz_2 \int dz_4 \cdot z_2 \cdot z_4 \cdot \\ &\cdot \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} e^{-\frac{(y_1 z_2 - ck_1)^2}{2\sigma_1^2}} \cdot \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} e^{-\frac{(z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_2^2}} \cdot \\ &\cdot \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3}} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} e^{-\frac{(y_2 z_4 - ck_3)^2}{2\sigma_3^2}} \sum_{k_4=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_4}} \frac{\lambda_4^{k_4}}{k_4!} e^{-\lambda_4} e^{-\frac{(z_4 - ck_4)^2}{2\sigma_4^2}} \end{aligned} \quad (2.3.3)$$



2.3.1. Gustina verovatnoće dva količnika dve slučajne promenljive za različite vrednosti parametara



Kumulativna verovatnoća od  $y_1$  i  $y_2$  je

$$F_{y_1 y_2}(y_1, y_2) = \int_{-\infty}^{y_1} dt_1 \int_{-\infty}^{y_2} dt_2 p_{y_1 y_2}(t_1, t_2)$$

Karakteristična funkcija od  $y_1$  i  $y_2$

$$M_{y_1 y_2}(s_1, s_2) = \overline{e^{y_1 s_1 + y_2 s_2}} = \int_{-\infty}^{\infty} dy_1 \int_{-\infty}^{\infty} dy_2 e^{y_1 s_1 + y_2 s_2} p_{y_1 y_2}(y_1, y_2)$$

Produktni momenti od  $y_1$  i  $y_2$  su jednaki

$$m_{p_1 p_2} = \overline{y_1^{p_1} y_2^{p_2}} = \int_{-\infty}^{\infty} dy_1 \int_{-\infty}^{\infty} dy_2 y_1^{p_1} y_2^{p_2} p_{y_1 y_2}(y_1, y_2)$$

Ako želimo da optimizujemo SC kombiner sa dva ulaza, potrebno nam je da znamo statistiku odnosa korisnog signala i interference. Selektivni kombiner propušta kolu za odlučivanje signal koji je veći. Zbog toga formirani signal na izlazu iz SC kombinera  $y$  je jednak maksimumu od dva signala  $y_1$  i  $y_2$

$$y = \max(y_1, y_2) \quad (2.3.4)$$

Naime, svaki od signala  $y_1$  i  $y_2$  predstavlja odnos korisnog signala i interference na ulazima SC kombinera. Na osnovu izraza za gustinu verovatnoće ovako formiranog signala, može se odrediti verovatnoća greške i verovatnoća signala selektivnog sistema. Gustina verovatnoće od  $y$  je

$$p_y(y) = p_{y_1}(y) \cdot F_{y_2}(y) + p_{y_2}(y) \cdot F_{y_1}(y) \quad (2.3.5)$$

Stoga, ako je

$$y = y_1 + y_2 \quad (2.3.6)$$

onda je

$$p_y(y) = \int p_{y_1}(y - y_2) \cdot p_{y_2}(y_2) \cdot dy_2 \quad (2.3.7)$$

Ako za smanjivanje uticaja kvantnog i termičkih šumova na verovatnoću greške optičkog sistema, koristimo EG diverziti sistem sa dva ulaza. Na ulazima je prisutan korisni signal i interference. Signal na izlazu iz ovog kombinera jednak je zbiru dva količnika signala i interference. Pomoću prethodnog određenog izraza mogu se odrediti performanse EG diverziti sistema. Neka su  $y_1$  i  $y_2$  dve slučajne promenljive od kojih je jedna jednaka

proizvodu dva optička signala i druga je jednaka proizvodu dva optička signala. Na osnovu ovoga je

$$\begin{aligned} y_1 &= z_1 z_2 & y_2 &= z_3 z_4 \\ z_1 &= \frac{y_1}{z_2} & z_3 &= \frac{y_2}{z_4} \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

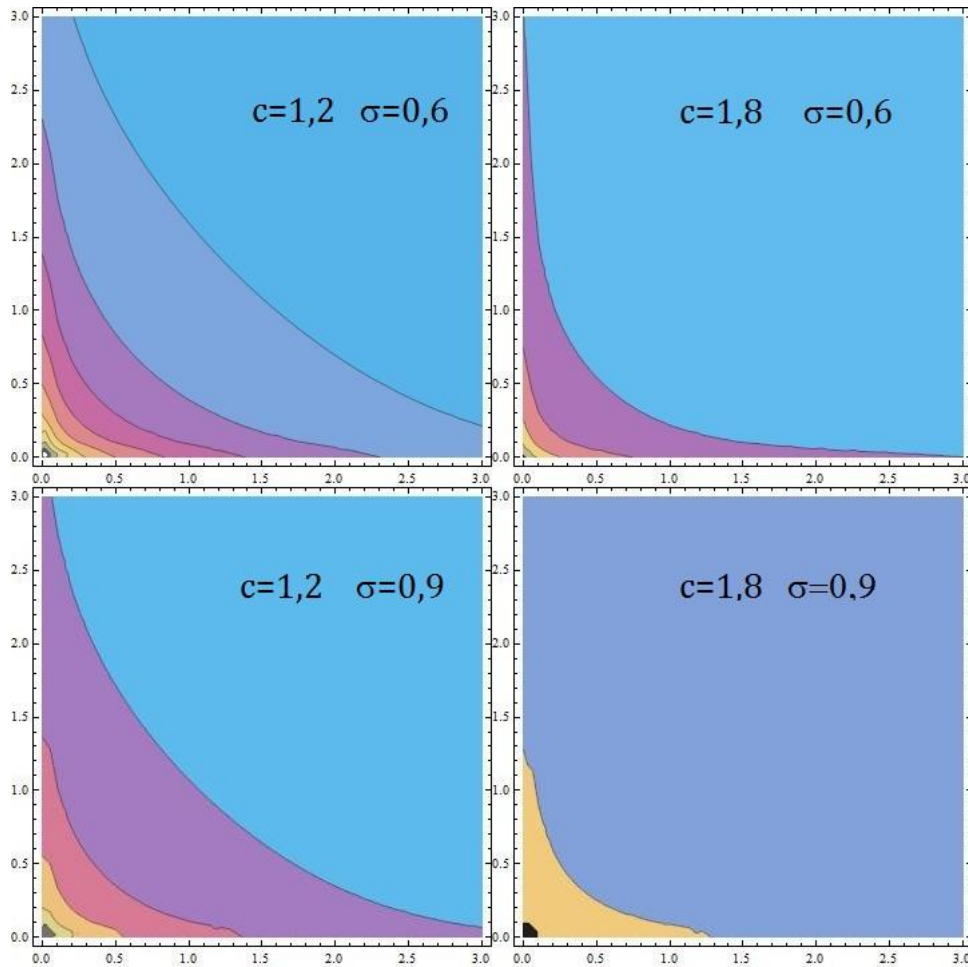
Uslovna gustina verovatnoće od  $y_1$  i  $y_2$  je

$$p_{y_1 y_2}(y_1 y_2 / z_2 z_4) = |J| \cdot p_{z_1 z_3} \left( \frac{y_1}{z_2}, \frac{y_2}{z_4} \right) \quad (2.3.9)$$

gde je  $J = \begin{vmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial y_1} & \frac{\partial z_1}{\partial y_2} \\ \frac{\partial z_4}{\partial y_1} & \frac{\partial z_4}{\partial y_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{z_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{z_4} \end{vmatrix} = \frac{1}{z_2 z_4}$ .

Zamenom i usrednjavanjem se dobija združena gustina verovatnoće od  $y_1$  i  $y_2$  u obliku

$$\begin{aligned} p_{y_1 y_2}(y_1 y_2) &= \int dz_2 \int dz_4 \frac{1}{z_2 z_4} p_{z_1 z_3} \left( \frac{y_1}{z_2}, \frac{y_2}{z_4} \right) p_{z_2 z_4}(z_2 z_4) = \\ &= \int dz_2 \int dz_4 \frac{1}{z_2 z_4} \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} e^{-\frac{(y_1 - ck_1)^2}{2\sigma_1^2}} \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} e^{-\frac{(z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_2^2}} \cdot \\ &\cdot \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3}} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} e^{-\frac{(y_2 - ck_3)^2}{2\sigma_3^2}} \sum_{k_4=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_4}} \frac{\lambda_4^{k_4}}{k_4!} e^{-\lambda_4} e^{-\frac{(z_4 - ck_4)^2}{2\sigma_4^2}} \end{aligned} \quad (2.3.10)$$



Slika 2.3.2. Gustina verovatnoće signala na izlazu složenog sistema sa četiri slučajne promenljive

U slučaju da posmatramo SC diverziti, po definiciji, biće nam potreban maksimum od signala na ulazu

$$y = \max(y_1, y_2) \quad (2.3.11)$$

Sledi da je gustina verovatnoće od  $y$

$$p_y(y) = p_{y_1}(y)F_{y_2}(y) + p_{y_2}(y)F_{y_1}(y) \quad (2.3.12)$$

Za selektivni kombiner sa dva ulaza kod koga se na svakom od ulaza pojavljuje korisni signal koji je izložen sporim i brzim promenama optičkog signala. Prethodno dobijeni izraz je u stvari gustina verovatnoće signala na izlazu iz ovog kombinera. Pomoću ove gustine verovatnoće može da se odredi verovatnoća otkaza i verovatnoća greške diverziti sistema. Prema tome

$$y = y_1 + y_2 \quad (2.3.13)$$

Gustina verovatnoće od  $y$  je

$$p_y(y) = \int p_{y_1}(y - y_2) \cdot p_{y_2}(y_2) \cdot dy_2 \quad (2.3.14)$$

Pomoću ove gustine verovatnoće mogu da se odrede performanse EG diverziti sistema sa dva ulaza na kojima se istovremeno pojavljuju po dva optička signala.

Za slučaj kada je signal  $y_1$  jednak zbiru dva optička signala  $z_1$  i  $z_2$ , a neka je  $y_2$  jednak zbiru dva optička signala  $z_3$  i  $z_4$ . Na osnovu ovoga je

$$\begin{aligned} y_1 &= z_1 + z_2 \\ y_2 &= z_3 + z_4 \\ z_1 &= y_1 - z_2 \\ z_3 &= y_2 - z_4 \end{aligned} \quad (2.3.15)$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $y_1$  i  $y_2$  je

$$p_{y_1, y_2}(y_1, y_2 / z_2, z_4) = |J| \cdot p_{z_1, z_3}(y_1 - z_2, y_2 - z_4) \quad (2.3.16)$$

gde je  $J = \begin{vmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial y_1} & \frac{\partial z_1}{\partial y_2} \\ \frac{\partial z_3}{\partial y_1} & \frac{\partial z_3}{\partial y_2} \end{vmatrix} = 1$ .

Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned} p_{y_1, y_2}(y_1, y_2) &= \int dz_2 \int dz_4 p_{z_1, z_3}(y_1 - z_2, y_2 - z_4) p_{z_2, z_4}(z_2, z_4) = \\ &= \int dz_2 \int dz_4 \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} e^{-\frac{(y_1 - z_2 - ck_1)^2}{2\sigma_1^2}} \cdot \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} e^{-\frac{(y_2 - ck_2)^2}{2\sigma_2^2}} \cdot \\ &\cdot \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3}} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} e^{-\frac{(y_2 - z_4 - ck_3)^2}{2\sigma_3^2}} \sum_{k_4=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_4}} \frac{\lambda_4^{k_4}}{k_4!} e^{-\lambda_4} e^{-\frac{(z_4 - ck_4)^2}{2\sigma_4^2}} \end{aligned} \quad (2.3.17)$$

Maksimalna vrednost na ulazu je

$$y = \max(y_1, y_2) \quad (2.3.18)$$

Gustina verovatnoće od  $y$  je

$$p_y(y) = p_{y_1}(y)F_{y_2}(y) + p_{y_2}(y)F_{y_1}(y) \quad (2.3.19)$$

Dva ulaza se priključuju na jedan EGC kombiner, a druga dva ulaza se priključuju na drugi EGC kombiner. Signal sa izlaza ova dva EG kombinera priključuje se na ulaz jednog SC kombinera. Pomoću prethodno dobijenog izraza za gustinu verovatnoće mogu se odrediti performanse ovog složenog diverziti sistema. Neka je signal  $y_1$  jednak maksimumu od dva

optička signala  $z_1$  i  $z_2$ , a  $y_2$  je jednak maksimumu od dva optička signala  $z_3$  i  $z_4$ . Na osnovu ovoga je

$$\begin{aligned} y_1 &= \max(z_1, z_2) \\ y_2 &= \max(z_3, z_4) \end{aligned} \quad (2.3.20)$$

Združena gustina verovatnoće od  $y_1$  i  $y_2$  je

$$\begin{aligned} p_{y_1 y_2}(y_1 y_2) &= p_{z_1 z_3}(y_1 y_2) F_{z_2}(y_1) F_{z_4}(y_2) + p_{z_1 z_4}(y_1 y_2) F_{z_2}(y_1) F_{z_3}(y_2) + \\ &+ p_{z_2 z_3}(y_1 y_2) F_{z_1}(y_1) F_{z_4}(y_2) + p_{z_2 z_4}(y_1 y_2) F_{z_1}(y_1) F_{z_3}(y_2) \end{aligned} \quad (2.3.21)$$

Ako je

$$y = y_1 + y_2 \quad (2.3.22)$$

Onda je gustina verovatnoće od  $y$  jednak

$$p_y(y) = \int p_{y_1}(y - y_2) \cdot p_{y_2}(y_2) \cdot dy_2 \quad (2.3.23)$$

Ako imamo složeni sistem sa četiri ulaza predstavljen na sledeći način: dva ulaza se priključuju na prvi SC kombiner; druga dva ulaza priključuju se na drugi SC kombiner, a signali sa izlaza ova dva SC kombinera se priključuju na ulaz EG kombinera. Pomoću izraza za gustinu verovatnoće možemo odrediti verovatnoću greške i verovatnoća otkaza posmatranog diverziti sistema. U ovom slučaju je signal  $y_1$  jednak minimumu od dva optička signala  $z_1$  i  $z_2$ , a signal  $y_2$  je jednak minimumu od optičkih signala  $z_3$  i  $z_4$ . Na osnovu ovoga je

$$\begin{aligned} y_1 &= \min(z_1, z_2) \\ y_2 &= \min(z_3, z_4) \end{aligned} \quad (2.3.23)$$

Združena gustina verovatnoće od  $y_1$  i  $y_2$  je

$$\begin{aligned} p_{y_1 y_2}(y_1 y_2) &= p_{z_1 z_3}(y_1 y_2) (1 - F_{z_2}(y_1)) (1 - F_{z_4}(y_2)) + p_{z_1 z_4}(y_1 y_2) (1 - F_{z_2}(y_1)) (1 - F_{z_3}(y_2)) \\ &+ p_{z_2 z_3}(y_1 y_2) (1 - F_{z_1}(y_1)) (1 - F_{z_4}(y_2)) + p_{z_2 z_4}(y_1 y_2) (1 - F_{z_1}(y_1)) (1 - F_{z_3}(y_2)) \end{aligned} \quad .$$

Kumulativna verovatnoća od  $y_1$  i  $y_2$  je

$$F_{y_1 y_2}(y_1 y_2) = (1 - F_{z_1}(y_1)) (1 - F_{z_2}(y_1)) (1 - F_{z_3}(y_1)) (1 - F_{z_4}(y_2)) \quad .$$

Neka je  $y_1$  jednako maksimumu od  $z_1$  i  $z_2$ , a  $y_2$  je jednako minimumu od  $z_3$  i  $z_4$ . Na osnovu ovoga je

$$\begin{aligned} y_1 &= \max(z_1, z_2) \\ y_2 &= \min(z_3, z_4) \end{aligned} \quad (2.3.23)$$

Združena gustina verovatnoće od  $y_1$  i  $y_2$  je

$$\begin{aligned}
p_{y_1 y_2}(y_1 y_2) &= p_{z_1 z_3}(y_1 y_2) F_{z_2}(y_1) (1 - F_{z_4}(y_2)) \\
&+ p_{z_1 z_4}(y_1 y_2) F_{z_2}(y_1) (1 - F_{z_3}(y_2)) \\
&+ p_{z_2 z_3}(y_1 y_2) F_{z_1}(y_1) (1 - F_{z_4}(y_2)) \\
&+ p_{z_2 z_4}(y_1 y_2) F_{z_1}(y_1) (1 - F_{z_3}(y_2))
\end{aligned}$$

Združena kumulativna verovatnoća od  $y_1$  i  $y_2$  je

$$F_{y_1 y_2}(y_1 y_2) = F_{z_1}(y_1) F_{z_2}(y_1) (1 - F_{z_3}(y_1)) (1 - F_{z_4}(y_2))$$

Ako dva ili više optičkih signala imaju istovremeni uticaj na prijemu. Pretpostavimo da jedan optički signal ima intenzitet svetlosti  $\lambda_1$ , a drugi optički signal ima intenzitet svetlosti  $\lambda_2$ . Ekvivalentni intenzitet signala može biti zbir, srazmeran proizvodu ili srazmeran kvadratu amplituda ova dva optička signala.

Ako je ekvivalentni intenzitet jednak zbiru dva signala, onda je

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 \quad (2.4.1)$$

U ovom slučaju verovatnoća broja kvanata jednaka

$$p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^k}{k!} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)} \quad (2.4.2)$$

Ekvivalentni intenzitet svetlosti može biti srazmeran i sa proizvodom od  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ . U ovom slučaju je

$$\lambda = c \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 \quad (2.4.3)$$

Onda uz verovatnoću broja kvanata koja je

$$p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \frac{c^k \lambda_1^k \lambda_2^k}{k!} e^{-c \lambda_1 \lambda_2} \quad (2.4.4)$$

Ako su intenziteti svetlosti su jednaki

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= a A_1^2 \\
\lambda_2 &= a A_2^2
\end{aligned} \quad (2.4.5)$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $A_1$  je

$$p_{A_1} \left( \frac{A_1}{A_2} \right) = \frac{2 A_1}{A_2} e^{-\frac{A_1^2}{A_2}} \quad (2.4.6)$$

Gustina verovatnoće od  $A_2$  je

$$p_{A_2} = \frac{2A_1}{\Omega} e^{-\frac{A_2^2}{\Omega}} \quad (2.4.7)$$

Gustina verovatnoće od amplitude  $A_1$  je

$$p_{A_1}(A_1) = \int_0^{\infty} p_{A_1}\left(\frac{A_1}{A_2}\right) \cdot P_{A_2}(A_2) \cdot dA_2 \quad (2.4.8)$$

Verovatnoća broja kvanata u ovom slučaju je

$$p(k/A_2) = \frac{\lambda_1^k}{k!} e^{-\lambda_1} = \frac{a^k A_1^{2k}}{k!} e^{-aA_1^2} \quad (2.4.9)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$p(k) = \int dA_1 \cdot p\left(\frac{k}{A_1}\right) \cdot p_{A_1}(A_1) \quad (2.4.10)$$

U slučajevima kada se na jednom od ulaza istovremeno pojavljuje i brza i spora promena anvelope optičkog signala, ekvivalentna anvelopa se može predstaviti kao proizvod dve slučajne promenljive. Jedna slučajna promenljiva imala bi gustinu verovatnoće brze promene anvelope, dok bi druga slučajna promenljiva imala gustinu verovatnoće spore promene anvelope. Ekvivalentna anvelopa će biti

$$A = A_1 A_2 \quad (2.4.11)$$

gde je intenzitet svetlosti jednak

$$\lambda = aA^2 = aA_1^2 A_2^2 \quad (2.4.12)$$

$$A_1 = \frac{\lambda^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{aA_2}} \quad (2.4.13)$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $\lambda$  je

$$p_{\lambda}(\lambda/A_2) = \left| \frac{dA_1}{d\lambda} \right| p_{A_1}\left(\frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{aA_2}}\right) \quad (2.4.14)$$

gde je

$$\frac{dA_1}{d\lambda} = \frac{1}{\sqrt{aA_2}} \frac{1}{2} \lambda^{-\frac{1}{2}} \quad (2.4.15)$$

Zamenom se dobija

$$p_{\lambda}(\lambda) = \int dA_2 \frac{1}{2\sqrt{aA_2}} \lambda^{\frac{1}{2}} p_{A_1}\left(\frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{aA_2}}\right) p_{A_2}(A_2) \quad (2.4.16)$$

Uslovna verovatnoća broja kvanata je

$$p(k/\lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (2.4.17)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$p(k) = \int p\left(\frac{k}{\lambda}\right) p_\lambda(\lambda) d\lambda \quad (2.4.18)$$

Verovatnoća broja kvanata od brze promene intenziteta svetlosti je

$$p(k_1) = \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \quad (2.4.19)$$

Verovatnoća broja kvanata od spore promene intenziteta svetlosti je

$$p(k_2) = \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \quad (2.4.20)$$

Ukupni napon fotodiode je

$$u_D = ck_1 + ck_2 \quad (2.4.21)$$

Optički signal u ovom slučaju je

$$\begin{aligned} z &= ck_1 + ck_2 + n \\ n &= z - ck_1 - ck_2 \end{aligned} \quad (2.4.22)$$

Gustina verovatnoće od  $n$  je Gausova

$$p_n(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2}} \quad (2.4.23)$$

gde je  $\sigma^2$  varijansa termičkog šuma .

Gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z/k_1, k_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z-ck_1-ck_2)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.4.24)$$

Usrednjavanjem po  $n$  dobija se gustina verovatnoće od  $z$  u obliku

$$p_z(z) = \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \cdot \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z-ck_1-ck_2)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.4.25)$$

Ako imamo slučaj kada tri optička signala istovremeno čine rezultujući signal na prijemu i pritom dejstvo aditivnog šuma u prijemniku, optički signal je oblika

$$\begin{aligned} z &= ck_1 + ck_2 + ck_3 + n \\ n &= z - ck_1 - ck_2 - ck_3 \end{aligned} \quad (2.4.26)$$

Verovatnoće broja kvanata za  $k_1$ ,  $k_2$  i  $k_3$  su



$$\begin{aligned}
p(k_1) &= \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \\
p(k_2) &= \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \\
p(k_3) &= \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3}
\end{aligned} \tag{2.4.27}$$

Gustina verovatnoće termičkog šuma je

$$p_n(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2}} \tag{2.4.28}$$

Slučajna promenljiva  $z$  se dobija kao linearna transformacija od Gausove slučajne promenljive  $n$ . Zbog ovoga je i  $z$  Gausova slučajna promenljiva. Da bi ova Gausova raspodela za  $z$  bila određena potrebno je odrediti njenu srednju vrednost i varijansu. Srednja vrednost od  $z$ , ako se predstavlja da su  $k_1$ ,  $k_2$  i  $k_3$  konstante je

$$\bar{z} = \overline{ck_1 + ck_2 + ck_3 + n} = ck_1 + ck_2 + ck_3 + \bar{n} = ck_1 + ck_2 + ck_3 \tag{2.4.29}$$

Varijansa od  $z$  je jednaka za slučaj da su  $k_1$ ,  $k_2$  i  $k_3$  konstante

$$\sigma_z^2 = \overline{(z - \bar{z})^2} = \overline{(ck_1 + ck_2 + ck_3 + n - ck_1 - ck_2 - ck_3)^2} = \overline{n^2} = \sigma^2 \tag{2.4.30}$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z\left(\frac{z}{k_1 k_2 k_3}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z-\bar{z})^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z-ck_1-ck_2-ck_3)^2}{2\sigma^2}} \tag{2.4.31}$$

Usrednjavanjem se dobija gustina verovatnoće od  $z$  u obliku

$$\begin{aligned}
p_z(z) &= \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} \sum_{k_3=0}^{\infty} p_z\left(\frac{z}{k_1 k_2 k_3}\right) p(k_1) p(k_2) p(k_3) = \\
&= \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \cdot \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \cdot \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z-ck_1-ck_2-ck_3)^2}{2\sigma^2}}
\end{aligned} \tag{2.4.32}$$

Kada na dva optička signala  $z_1$  i  $z_2$  utiče Gausov šum na samom prijemniku, signali su oblika

$$\begin{aligned}
z_1 &= ck_1 + n_1 \\
z_2 &= ck_2 + n_2
\end{aligned} \tag{2.4.33}$$

Kako šumovi nastaju u istom prijemniku, realno je da su Gausovi šumovi  $n_1$  i  $n_2$  korelisani. Združena gustina verovatnoće od  $n_1$  i  $n_2$  je

$$p_{n_1 n_2} = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{n_1^2 - 2\rho n_1 n_2 + n_2^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \quad (2.4.34)$$

Ako se pretpostavi da su  $k_1$  i  $k_2$  konstante, onda se slučajne promenljive  $z_1$  i  $z_2$  dobijaju linearnom transformacijom od Gausovih slučajnih promenljivih  $n_1$  i  $n_2$ . Da bi se odredila uslovna uslovna združena gustina verovatnoće od  $z_1$  i  $z_2$ , potrebno je odrediti srednje vrednosti, varijanse, kao i koeficijent korelacije između signala  $z_1$  i  $z_2$ .

$$\text{Srednja vrednost od } z_1 \text{ je } \overline{z_1} = \overline{ck_1 + n_1} = ck_1 + \overline{n_1} = ck_1.$$

$$\text{Srednja vrednost od } z_2 \text{ je } \overline{z_2} = \overline{ck_2 + n_2} = ck_2 + \overline{n_2} = ck_2.$$

$$\text{Varijansa od } z_1 \text{ je } \sigma_{z_1}^2 = \overline{(z_1 - \overline{z_1})^2} = \overline{(ck_1 + n_1 - ck_1)^2} = \overline{n_1^2} = \sigma^2.$$

$$\text{Varijansa od } z_2 \text{ je } \sigma_{z_2}^2 = \overline{(z_2 - \overline{z_2})^2} = \overline{(ck_2 + n_2 - ck_2)^2} = \overline{n_2^2} = \sigma^2.$$

Koeficijent korelacije između signala  $z_1$  i  $z_2$  je

$$\rho_{z_1 z_2} = \overline{(z_1 - \overline{z_1})(z_2 - \overline{z_2})} = \overline{(ck_1 + n_1 - ck_1)(ck_2 + n_2 - ck_2)} = \overline{n_1 n_2} = \rho.$$

Uslovna združena gustina verovatnoće od  $z_1$  i  $z_2$  je

$$p_{z_1 z_2}(z_1 z_2 / k_1 k_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{(z_1 - ck_1)^2 - 2v(z_1 - ck_1)(z_2 - ck_2) + (z_2 - ck_2)^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \quad (2.4.35)$$

Pretpostavlja se da su brojevi kvanata  $k_1$  i  $k_2$  međusobno nezavisni. U ovom slučaju združena gustina verovatnoće od  $k_1$  i  $k_2$  je

$$p(k_1 k_2) = p(k_1) \cdot p(k_2) = \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \cdot \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \quad (2.4.36)$$

Združena gustina verovatnoće od  $z_1$  i  $z_2$  je

$$\begin{aligned} p_{z_1 z_2}(z_1 z_2) &= \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} p(k_1) p(k_2) \cdot p_{z_1 z_2}\left(\frac{z_1 z_2}{k_1 k_2}\right) = \\ &= \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \cdot \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{(z_1 - ck_1)^2 - 2v(z_1 - ck_1)(z_2 - ck_2) + (z_2 - ck_2)^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \end{aligned} \quad (2.4.37)$$

U nekim slučajevima su  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  međusobno zavisni i ovo je određeno združenom gustinom verovatnoće od  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  i ova gustina verovatnoće je  $p_{\lambda_1 \lambda_2}(\lambda_1 \lambda_2)$ . U ovom slučaju je uslovna združena gustina verovatnoće od  $k_1$  i  $k_2$  jednaka

$$p(k_1 k_2 / \lambda_1 \lambda_2) = \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \quad (2.4.38)$$

Združena gustina verovatnoće od  $k_1$  i  $k_2$  je

$$p(k_1 k_2) = \int d\lambda_1 \int d\lambda_2 p(k_1 k_2 / \lambda_1 \lambda_2) p_{\lambda_1 \lambda_2}(\lambda_1 \lambda_2) \quad (2.4.39)$$

Aditivni Gausov šum  $n_1$  pojavljuje se na ulazu u optički prijemnik, pa je intenzitet svetlosti  $\lambda_1$  je srazmeran zbiru korisnog signala  $A_1$  i Gausovog šuma  $n_1$ . Isto tako, intenzitet svetlosti  $\lambda_2$  je srazmeran zbiru korisnog signala  $A_2$  i Gausovog šuma  $n_2$ . Šumovi  $n_1$  i  $n_2$  se pojavljuju na ulazu u optički prijemnik, sa nultim srednjim vrednostima i varijansama  $\sigma_1^2$  i  $\sigma_2^2$ . U relanom slučaju, šumovi  $n_1$  i  $n_2$  su korelisani, a koeficijent korelacije je  $r$ . Predpostavlja se da su Gausovi šumovi  $n_1$  i  $n_2$  nastali iz istog izvora šuma, te su zato korelisani. Na osnovu ovoga su intenzitet svetlosti  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  jednaki:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= (A_1 + n_1)^2 \\ \lambda_2 &= (A_2 + n_2)^2 \end{aligned} \quad (2.4.40)$$

Iz prethodnih relacija se dobija

$$\begin{aligned} n_1 &= \lambda_1^{1/2} - A_1 = \pm \sqrt{\lambda_1} - A_1 \\ n_2 &= \lambda_2^{1/2} - A_2 = \pm \sqrt{\lambda_2} - A_2 \end{aligned} \quad (2.4.41)$$

Združena gustina verovatnoće od  $n_1$  i  $n_2$  je

$$p_{n_1 n_2}(n_1 n_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{n_1^2}{\sigma_1^2} - \frac{2\rho n_1 n_2}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{n_2^2}{\sigma_2^2}\right)} \quad (2.4.42)$$

Za slučaj kada je  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ , dobija se združena gustina verovatnoće od  $n_1$  i  $n_2$  u obliku

$$p_{n_1 n_2}(n_1 n_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{n_1^2 - 2\rho n_1 n_2 + n_2^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \quad (2.4.43)$$

Združena gustina verovatnoće od  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  je

$$\begin{aligned}
p_{\lambda_1\lambda_2}(\lambda_1\lambda_2) = & |J_1| \cdot p_{n_1n_2}(\sqrt{\lambda_1} - A_1, \sqrt{\lambda_2} - A_2) + \\
& + |J_2| \cdot p_{n_1n_2}(-\sqrt{\lambda_1} - A_1, \sqrt{\lambda_2} - A_2) + \\
& + |J_3| \cdot p_{n_1n_2}(\sqrt{\lambda_1} - A_1, -\sqrt{\lambda_2} - A_2) + \\
& + |J_4| \cdot p_{n_1n_2}(-\sqrt{\lambda_1} - A_1, -\sqrt{\lambda_2} - A_2)
\end{aligned} \tag{2.4.44}$$

Jakobijan  $J_1$  je jednak

$$J_1 = \begin{vmatrix} \frac{\partial n_1}{\partial \lambda_1} & \frac{\partial n_1}{\partial \lambda_2} \\ \frac{\partial n_2}{\partial \lambda_1} & \frac{\partial n_2}{\partial \lambda_2} \end{vmatrix} = \frac{1}{4\sqrt{\lambda_1\lambda_2}}$$

gde je  $\frac{\partial n_1}{\partial \lambda_1} = \frac{1}{2\sqrt{\lambda_1}}$ ,  $\frac{\partial n_1}{\partial \lambda_2} = 0$ ,  $\frac{\partial n_2}{\partial \lambda_1} = 0$  i  $\frac{\partial n_2}{\partial \lambda_2} = \frac{1}{2\sqrt{\lambda_2}}$ .

Na sličan način se dobija  $J_2 = -\frac{1}{4\sqrt{\lambda_1\lambda_2}}$ ,  $J_3 = -\frac{1}{4\sqrt{\lambda_1\lambda_2}}$  i  $J_4 = \frac{1}{4\sqrt{\lambda_1\lambda_2}}$ .

U svim ovim razmatranjima, a u skladu sa potrebama analize optičkih IM-DD sistema, razvijen je delimični matematičko-statistički model za analizu performansi telekomunikacionih sistema. Na sličan način se vrši analiza svih telekomunikacionih sistema, a potom na osnovu klasičnih kriterijuma ocene performansi telekomunikacionih sistema, utvrđuju mehanizmi za njihovo poboljšanje. Pritom se ne ulazi u strukturno menjanje elektronskih komponenti u telekomunikacionim sistemima.

### 3 OPTIČKI IM-DD SISTEMI

Zbog prostiranja optičkog signala po više putanja u optičkom vlaknu, ekvivalentna anvelopa signala na ulazu u optičko vlakno ima promenljivu vrednost zbog raznih prelamanja i savijanja svetlosti. Pri prostiranju svetlosti duž optičkog vlakna, posle izvesnog rastojanja, na ulaz optičkog prijemnika dolazi više optičkih signala sa približno istim amplitudama i sa uniformno raspodeljenim fazama. Na osnovu centralne granične teoreme može se zaključiti da realna i imaginarna komponenta kompleksne anvelope imaju Gausovu gustinu verovatnoće. Sve Gausove komponente imaju srednje vrednosti nula, iste varijanse i međusobno su nezavisne, tj. nisu korelisane. Na osnovu ovoga, transformacionom metodom dobijamo gustinu verovatnoće amplitude i faze ekvivalentnog signala. Može se pokazati da je da je gustina verovatnoće anvelope ekvivalentnog signala u ovom slučaju Rejljeva. U ovom slučaju je sistem skatering komponenti jednak kvadratu amplitude ekvivalentnog signala, odnosno jednak je zbiru kvadrata realnog i imaginarnog dela kompleksne anvelope ekvivalentnog signala. U okviru neke dužine optičkog vlakna, odnosno u okviru jednog klastera, događa se da veličine skatering komponenti imaju približno istu fazu. Posle ovog klaster područja optički zrak se dalje prostire nailazeći na nečistoće na kojima se optički talas prelama, odbija i savija. U drugom klasteru se ponovo odvija skatering postupak. Ukupna snaga skatering komponenti je u ovom slučaju jednaka zbiru kvadrata realnog i imaginarnog dela kompleksne anvelope u oba klastera. Zbir ovih komponenti je jednak kvadratu anvelope ekvivalentnog signala u drugom klasteru. Na osnovu prethodnog, intenzitet anvelope ekvivalentnog signala na drugom klasteru je jednak zbiru kvadrata četiri Gausove slučajne promenljive. A to predstavlja  $\chi^2$  slučajnu promenljivu sa četiri stepena slobode. Na ovaj način se može izračunati gustina verovatnoće anvelope signala na drugom klasteru.

Transformacionom metodom se dobija gustina verovatnoće koja je Nakagami-m za m-ti klaster. Slično kao u prethodnom razmatranju, u m-tom klasteru je snaga anvelope optičkog signala jednaka zbiru kvadrata 2m Gausovih slučajnih promenljivih. Zaključujemo da intenzitet amplitude ovakvog signala u m-tom klasteru ima Nakagami-m gustinu verovatnoće, odnosno da je intenzitet svetlosti na m-tom klasteru srazmeran kvadratu anvelope sa Nakagami-m gustinom verovatnoće.

U okviru jednog klastera intenzitet svetlosti je srazmeran kvadratu anvelope sa Rejljevom gustinom verovatnoće. Kada optičko vlakno pokazuje svoju nelinearnost, onda se

i anvelopa ekvivalentnog signala menja u skladu sa nelinearnim karakteristikama optičkog vlakna. Može se aproksimativno uzeti da se anvelopa u nelinearnim optičkim vlaknima dobija stepenovanjem anvelope signala u odgovarajućem linearnom optičkom vlaknu, na kome dobijamo da je gustina verovatnoće anvelope Rejljeva. Na ovaj način dobijamo da je gustina verovatnoće anvelope u jednom klasteru nelinearnog optičkog vlakna, Vejbulova. To znači da je intenzitet svetlosti na ulazu foto-duodu optičkog prijemnika srazmeran kvadratu anvelope ekvivalentnog signala sa Vejbulovom gustinom verovatnoće. U nekim područjima vrednosti anvelope signala može se uzeti da je nelinearna karakteristika vlakna eksponencijalna. Na ovaj način se dobija neki oblik logaritamske raspodele anvelope optičkog signala u okviru jednog klastera. Najbolji rezultati za gustinu verovatnoće ekvivalentnog optičkog signala u optičkom vlaknu se dobijaju rešavanjem Šredingerove jednačine za nelinearno optičko vlakno, kod koga se pretpostavlja da su perturbacijom kompleksne anvelope signala srazmerne kvadratu anvelope signala. Kako je anvelopa signala Rejljev slučajni proces, onda je analiza anvelope signala kod nelinearnog vlakna pomoću nelinearne Šredingerove jednačine veoma složeno.

Na sličan način se razmatra anvelopa signala pri prostiranju svetlosti kroz nelinearno vlakno u okviru dva i više klastera. Kada postoji  $m$  klastera i ako se anvelopa signala u okviru  $m$ -tog klastera dobija stepenovanjem u tom klasteru sa nelinearnim karakteristikama optičkog vlakna. Onda ima Nakagami- $m$  gustinu verovatnoće, pa se transformacionom metodom dobija gustina verovatnoće anvelope signala  $m$ -tog klastera za nelinearno vlakno. U ovom slučaju je anvelopa  $\alpha$ - $\mu$  slučajna promenljiva, a intenzitet svetlosti koja pada na foto-diodu optičkog prijemnika srazmeran je kvadratu anvelope optičkog signala koji ima  $\alpha$ - $\mu$  gustinu verovatnoće. Kao za slučaj jednog klastera, tako se može analizirati slučaj kada su karakteristike svih klastera optičkog vlakna nelinearne, tj. za slučaj kada je karakteristika vlakna određena Šredingerovom nelinearnom jednačinom.

Posmatrajmo optički sistem kada je na liniji prisutan korisni signal i Gausov šum; u prijemniku je prisutan kvantni šum i Gausov šum formiran na otpornicima i pojačavačima u prijemniku. Broj kvanta kod kvantnog šuma ima Puasonovu verovatnoću. Za ovaj signal određena gustina verovatnoće, kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija i momenti. Intenzitet svetlosti koja pada na fotodiodu srazmeran je kvadratu zbira korisnog signala i Gausovog šuma na liniji, tj.

$$\lambda = (A + x)^2 \quad (3.1.1)$$

gde je  $A$  koristan signal, a  $x$  je Gausov šum. Gustina verovatnoće od  $x$  je

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}} \quad (3.1.2)$$

Opšti signal je jednak

$$z = ck + n \quad (3.1.3)$$

Verovatnoća broja kvanata  $k$  je jednaka

$$p_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (3.1.4)$$

Gustina verovatnoće od Gausovog šuma u prijemniku je

$$p_N(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{n^2}{2\sigma_2^2}} \quad (3.1.5)$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z/kx) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{(z-ck)^2}{2\sigma_2^2}} \quad (3.1.6)$$

Usrednjavanje po  $k$  je

$$\begin{aligned} p_z(z/x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{(z-ck)^2}{2\sigma_2^2}} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{(z-ck)^2}{2\sigma_2^2}} \frac{(A+x)^{2k}}{k!} e^{-(A+x)^2} \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

Usrednjavanjem po  $x$  dobija se gustina verovatnoće optičkog signala na osnovu čega se vrši odmeravanje

$$\begin{aligned} p_z(z) &= \int p_z(z/x) p_x(x) dx = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dx \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{(z-ck)^2}{2\sigma_2^2}} \frac{(A+x)^{2k}}{k!} e^{-(A+x)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}} \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

Kumulativna verovatnoća od  $z$  je

$$F_z(z) = \int_{-\infty}^z p_z(t) \cdot dt \quad (3.1.9)$$

Zatim je formiran optički signal gde je kvantni šum aproksimiran Gausovim šumom. Srednja vrednost ovog šuma jednaka je nuli. Prisutan je Gausov šum i na liniji i u prijemniku. Varijansa Gausovog kvantnog šuma jednaka je intenzitetu svetlosti, a intenzitet svetlosti jednak je kvadratu zbira korisnog signala i Gausovog šuma na liniji. Prvo je određena

uslovna Gausova gustina verovatnoće optičkog signala, potom kumulativna verovatnoća i karakteristična funkcija optičkog signala. Za dva slučaja je određena združena gustina verovatnoće optičkog signala i njegov prvi izvod.

$$z = n_1 + n \quad (3.1.10)$$

Gde je  $n_1$  kvantni šum, a  $n$  je Gausov šum formiran u prijemniku. Gustina verovatnoće od  $n_1$  je

$$p_{n_1}(n_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{n_1^2}{2\sigma^2}} \quad (3.1.11)$$

Varijansa  $\sigma^2$  je srazmerna sa intenzitetom svetlosti  $\lambda$ , tj.  $\sigma^2 = \lambda = (A+x)^2$ .

Zamenom se dobija

$$p_{n_1}(n_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(A+x)} e^{-\frac{(z-ck)^2}{2(A+x)^2}} \quad (3.1.12)$$

Signal  $z$  je linijska kombinacija dve Gausove slučajne promenljive.

Srednja vrednost od  $z$  je  $\bar{z} = \bar{n}_1 + \bar{n} = \bar{n}_1 + \bar{n} = 0$ .

Zbog toga je  $\bar{n}_1 = \bar{n} = 0$ ,

Varijansa od  $z$  je

$$\begin{aligned} \sigma_z^2 = \overline{z^2} - \bar{z}^2 &= \overline{(n_1 + n)^2} = \overline{n_1^2 + n^2 + 2n_1n} = \overline{n_1^2} + \overline{n^2} + 2\overline{n_1n} = \\ &= \overline{n_1^2} + \overline{n^2} = \sigma^2 + \sigma_1^2 = (A+x)^2 + \sigma_1^2 \end{aligned} \quad (3.1.13)$$

što je  $\overline{n_1n} = \bar{n}_1 \bar{n} = 0$ .

Na osnovu ovoga je uslovna gustina verovatnoće od  $z$  jednaka

$$p_z(z/x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(A+x)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z^2}{2((A+x)^2 + \sigma_1^2)}} \quad (3.1.14)$$

Gustina verovatnoće od  $z$  je

$$\begin{aligned} p_z(z) &= \int p_z(z/x)p_x(x) dx = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(A+x)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z^2}{2((A+x)^2 + \sigma_1^2)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} dx \end{aligned} \quad (3.1.15)$$

Kumulativna verovatnoća od  $z$  je

$$F_z(z) = \int_{-\infty}^z p_z(t) dt = \int_{-\infty}^z dt \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(A+x)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{t^2}{2((A+x)^2 + \sigma_1^2)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} dx \quad (3.1.16)$$



Karakteristična funkcija od  $z$  je

$$M_z(s) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{zs} p_z(z) dz = \int_{-\infty}^{\infty} e^{zs} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(A+x)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z^2}{2((A+x)^2 + \sigma_1^2)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} dx dz \quad (3.1.17)$$

Moment  $n$ -tog reda od  $z$  je

$$m_n = \overline{z^n} = \int_{-\infty}^{\infty} z^n p_z(z) dz = \int_{-\infty}^{\infty} z^n dz \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(A+x)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z^2}{2((A+x)^2 + \sigma_1^2)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} dx \quad (3.1.18)$$

Za  $n=1$  dobija se srednja vrednost signala  $z$

$$\overline{z} = \int_{-\infty}^{\infty} z dz \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(A+x)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z^2}{2((A+x)^2 + \sigma_1^2)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} dx \quad (3.1.19)$$

Za  $n=2$  dobija se srednja vrednost signala  $z$

$$\overline{z^2} = \int_{-\infty}^{\infty} z^2 dz \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(A+x)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z^2}{2((A+x)^2 + \sigma_1^2)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} dx \quad (3.1.20)$$

Varijansa od  $z$  je

$$\sigma_z^2 = \overline{z^2} + \overline{z}^2 \quad (3.1.21)$$

Verovatnoća otkaza optičkog sistema sa intenzitetskom modulacijom i direktnom detekcijom se određuje pomoću formule

$$P_o = \int_{-z_0}^{z_0} p_z(z) \cdot dz = F_z(z_0) - F_z(-z_0) \quad (3.1.22)$$

Kapacitet kanala optičkog sistema sa intenzitetskom modulacijom i direktnom detekcijom je

$$\begin{aligned} C &= \int_{-\infty}^{\infty} \ln(1+z^2) \cdot p_z(z) \cdot dz = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \ln(1+z^2) \cdot dz \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(A+x)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z^2}{2((A+x)^2 + \sigma_1^2)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} \cdot dx \end{aligned} \quad (3.1.23)$$

Verovatnoća greške optičkog IM-DD sistema je

$$\begin{aligned} P_e &= \int \left( \operatorname{erfc}(b z^2) \right) p_z(z) dz = \\ &= \int \left( \operatorname{erfc}(b z^2) \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(A+x)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z^2}{2((A+x)^2 + \sigma_1^2)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} dx dz \end{aligned} \quad (3.1.24)$$

Ako optički signali  $z_1$  i  $z_2$ , kao i šum na liniji i prijemniku istovremeno imaju uticaja na optički signal, onda se optički signali formiraju na sledeći način

$$\begin{aligned}
z_1 &= n_{11} + n_1 \\
z_2 &= n_{12} + n_2 \\
n_1 &= z_1 - n_{11} \\
n_2 &= z_2 - n_{12}
\end{aligned} \tag{3.1.25}$$

Šum  $n_1$  je Gausov i formiran u prijemniku na jednoj talasnoj dužini. Šum  $n_2$  je Gausov šum formiran u prijemniku na drugoj talasnoj dužini. Šum  $n_{11}$  je kvantni šum formiran u fotodiodi na jednoj talasnoj dužini. Šum  $n_{12}$  je kvantni šum formiran u fotodiodi na drugoj talasnoj dužini. Zdužena gustina verovatnoće šumova  $n_1$  i  $n_2$  je

$$p_{n_1 n_2}(n_1, n_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-r_1^2}} e^{-\frac{n_1^2 - 2r_1 n_1 n_2 + n_2^2}{2\sigma^2(1-r_1^2)}} \tag{3.1.26}$$

Gustina verovatnoće kvantnog šuma  $n_{11}$  je

$$p_{n_{11}}(n_{11}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{11}} e^{-\frac{n_{11}^2}{2\sigma_{11}^2}} \tag{3.1.27}$$

gde je  $\sigma_{11}^2 = (A_1 + x_1)^2$ .

Gustina verovatnoće kvantnog šuma  $n_{12}$  je

$$p_{n_{12}}(n_{12}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{12}} e^{-\frac{n_{12}^2}{2\sigma_{12}^2}} \tag{3.1.28}$$

gde je  $\sigma_{12}^2 = (A_2 + x_2)^2$ .

Šumovi  $x_1$  i  $x_2$  su Gausovi formirani na krajevima optičkog kabla. Ovi šumovi mogu da budu korelisani. Zdužena gustina verovatnoće od  $x_1$  i  $x_2$  je

$$p_{x_1 x_2}(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_2\sqrt{1-r_2^2}} e^{-\frac{x_1^2 - 2r_2 x_1 x_2 + x_2^2}{2\sigma_2^2(1-r_2^2)}} \tag{3.1.29}$$

Srednja vrednost Gausovog signala  $z_1$  je  $\overline{z_1} = \overline{n_{11} + n_1} = \overline{n_{11}} + \overline{n_1} = 0$ .

Srednja vrednost Gausovog signala  $z_2$  je  $\overline{z_2} = \overline{n_{12} + n_2} = \overline{n_{12}} + \overline{n_2} = 0$ .

Varijansa Gausovog signala  $z_1$  je

$$\sigma_{z_1}^2 = \overline{z_1^2} - \overline{z_1}^2 = \overline{(n_{11} + n_1)^2} = \overline{n_{11}^2} + \overline{n_1^2} + 2\overline{n_{11}n_1} = \overline{n_{11}^2} + \overline{n_1^2} = (A_1 + x_1)^2 + \sigma^2$$

Varijansa Gausovog signala  $z_2$  je

$$\sigma_{z_2}^2 = \overline{z_2^2} - \overline{z_2}^2 = \overline{(n_{12} + n_2)^2} = \overline{n_{12}^2} + \overline{n_2^2} + 2\overline{n_{12}n_2} = \overline{n_{12}^2} + \overline{n_2^2} = (A_2 + x_2)^2 + \sigma^2$$

Korelacija između Gausovih signala  $z_1$  i  $z_2$  je

$$\begin{aligned}\rho &= \overline{z_1 z_2} - \overline{z_1} \overline{z_2} = \overline{z_1 z_2} = \overline{(n_{11} + n_1)(n_{12} + n_2)} = \\ &= \overline{n_{11}n_{12}} + \overline{n_{11}n_2} + \overline{n_{12}n_1} + \overline{n_1n_2} = n_{11}n_{12} + r_1 = \rho_1\end{aligned}$$

Uslovna združena gustina verovatnoće od  $z_1$  i  $z_2$  je

$$\begin{aligned}p_{z_1 z_2}(z_1 z_2 / x_1 x_2) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(A_1 + x_1)^2 + \sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(A_2 + x_2)^2 + \sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{1 - \rho_1^2}} \cdot \\ &\cdot e^{-\frac{1}{2(1-\rho_1^2)} \left( \frac{z_1^2}{(A_1 + x_1)^2 + \sigma^2} - \frac{2\rho_1 z_1 z_2}{\sqrt{(A_1 + x_1)^2 + \sigma^2} \sqrt{(A_2 + x_2)^2 + \sigma^2}} + \frac{z_2^2}{(A_2 + x_2)^2 + \sigma^2} \right)}\end{aligned}\quad (3.1.33)$$

Združena gustina verovatnoće od  $z_1$  i  $z_2$  se dobija usrednjavanjem združene gustine verovatnoće

$$\begin{aligned}p_{z_1 z_2}(z_1 z_2) &= \int dx_1 \int dx_2 p_{z_1 z_2}(z_1 z_2 / x_1 x_2) p_{x_1 x_2}(x_1 x_2) = \\ &= \int dx_1 \int dx_2 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(A_1 + x_1)^2 + \sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(A_2 + x_2)^2 + \sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{1 - \rho_1^2}} \cdot \\ &\cdot e^{-\frac{1}{2(1-\rho_1^2)} \left( \frac{z_1^2}{(A_1 + x_1)^2 + \sigma^2} - \frac{2\rho_1 z_1 z_2}{\sqrt{(A_1 + x_1)^2 + \sigma^2} \sqrt{(A_2 + x_2)^2 + \sigma^2}} + \frac{z_2^2}{(A_2 + x_2)^2 + \sigma^2} \right)} \frac{1}{2\pi\sigma_2 \sqrt{1 - \rho_2^2}} e^{-\frac{x_1^2 - 2\rho_2 x_1 x_2 + x_2^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}}\end{aligned}\quad (3.1.34)$$

Sada posmatramo slučaj kada se na ulazu u optički sistem pojavljuje aditivni Gausov šum i interferenca koja nastaje preslušavanjem. Interferencu predstavljamo sinusnim talasom sa uniformno raspodeljenom fazom. Optički signal je jednak

$$z = c \cdot k + n \quad (3.2.1)$$

gde je verovatnoća od  $k$  jednaka

$$p_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (3.2.2)$$

Intenzitet svetlosti je jednak

$$\lambda = (A + x + B \cos \varphi)^2 \quad (3.2.3)$$

gde je  $A$  korisni signal,  $x$  je termički šum,  $B$  je amplituda interferencije, a  $\varphi$  je faza interference. Predpostavlja se da je faza interference uniformno raspodeljena

$$p_\phi(\phi) = \frac{1}{2\pi}, \quad |\phi| \leq \pi$$

Gustina verovatnoće termičkog šuma  $x$  je

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} \quad (3.2.4)$$

Uslovna gustina verovatnoće slučajne promenljive  $z$  je

$$p_z(z/kx) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z-ck)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.2.5)$$

Usrednjavanjem se dobija gustine verovatnoće od  $z$  u obliku

$$p_z(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \int dx \int d\theta \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z-ck)^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (3.2.6)$$

Kumulativna verovatnoća od  $z$  je

$$F_z(z) = \int_0^z p_z(t) dt = \sum_{k=0}^{\infty} \int dx \int d\theta \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} \frac{(A+x+B\cos\phi)^{2k}}{k!} \cdot e^{-(A+x+B\cos\phi)^2} \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(t-ck)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (3.2.7)$$

Sada, posmatramo optički signal u dva trenutka vremena, pri čemu se ne pretpostavlja superpozicija dva signala. Ali se zato usled prirode optičkog prenosa signala može reći da su ta dva vremenska trenutka dovoljno blizu. U oba trenutka vremena prisutan je kvantni šum u prijemniku i Gausovi šumovi i prijemnici na liniji. U ovom slučaju smatramo da je Gausov šum na liniji korelisan u dva trenutka vremena. Takođe, pretpostavljamo da je i Gausov šum u prijemniku korelisan u dva trenutka vremena. Kvantini je opisan Poasonovom statistikom, i statistički je nezavisan u ova dva trenutka vremena. Na ovih polaznih pretpostavki formiramo združenu gustinu verovatnoće optičkog signala u dva trenutka vremena, a potom izračunavamo združenu kumulativnu verovatnoću optičkog signala u dva trenutka vremena, kao i karakterističnu funkciju optičkog signala u dva trenutka vremena.

Signal  $z$  u dva trenutka vremena je

$$\begin{aligned} z_1 &= c k_1 + n_1 \\ z_2 &= c k_2 + n_2 \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

gde je združena gustina verovatnoće od  $n_1$  i  $n_2$  jednaka

$$p_{n_1 n_2}(n_1, n_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{1-r_1^2}} e^{-\frac{n_1^2 - 2r_1 n_1 n_2 + n_2^2}{2\sigma^2(1-r_1^2)}} \quad (3.2.9)$$

Verovatnoća od  $k_1$  i  $k_2$  je

$$\begin{aligned} p_{k_1} &= \frac{\lambda^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \\ p_{k_2} &= \frac{\lambda^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

Gde je intenzitet svetlosti jednak

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= (A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 \\ \lambda_2 &= (A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2\end{aligned}\quad (3.2.11)$$

Združena gustina verovatnoće  $x_1$  i  $x_2$  je

$$p_{x_1 x_2}(x_1 x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_2^2 \sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_1^2 - 2\rho_2 x_1 x_2 + x_2^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}} \quad (3.2.12)$$

Združena gustina verovatnoće  $\phi_1$  i  $\phi_2$  je

$$p_{\phi_1 \phi_2}(\phi_1 \phi_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_3^2 \sqrt{1-\rho_3^2}} e^{-\frac{\phi_1^2 - 2\rho_3 \phi_1 \phi_2 + \phi_2^2}{2\sigma_3^2 \sqrt{1-\rho_3^2}}} \quad (3.2.13)$$

Združena gustina verovatnoće od  $A_1$  i  $A_2$  je

$$p_{A_1 A_2}(A_1 A_2) = \frac{A_1 A_2}{2\sigma_4^2 (1-\rho_4^2)} e^{-\frac{A_1^2 + A_2^2}{2\sigma_4^2(1-\rho_4^2)}} I_0\left(\frac{\rho_4 A_1 A_2}{\sigma_4^2 (1-\rho_4^2)}\right) \quad (3.2.14)$$

Uslovna združena gustina verovatnoće od  $z_1$  i  $z_2$  je

$$p_{z_1 z_2}(z_1 z_2 / x_1 x_2 \phi_1 \phi_2 k_1 k_2 A_1 A_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{(z_1 - ck_1)^2 - 2\rho(z_1 - ck_1)(z_2 - ck_2) + (z_2 - ck_2)^2}{2\rho^2(1-\rho^2)}} \quad (3.2.15)$$

Usrednjavanjem se dobija združena gustine verovatnoće od  $z_1$  i  $z_2$  u obliku

$$\begin{aligned}p_{z_1 z_2}(z_1 z_2) &= \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} \int dx_1 \int dx_2 \int dA_1 \int dA_2 \int d\phi_1 \int d\phi_2 \cdot \\ &\cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{(z_1 - ck_1)^2 - 2\rho(z_1 - ck_1)(z_2 - ck_2) + (z_2 - ck_2)^2}{2\rho^2(1-\rho^2)}} \frac{(A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^{2k_1}}{k_1!} \cdot \\ &\cdot \frac{(A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^{2k_2}}{k_2!} e^{-(A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2} e^{-(A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2} \frac{1}{2\pi\sigma_2^2 \sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_1^2 - 2\rho_2 x_1 x_2 + x_2^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}} \cdot \\ &\cdot \frac{1}{2\pi\sigma_3^2 \sqrt{1-\rho_3^2}} e^{-\frac{\phi_1^2 - 2\rho_3 \phi_1 \phi_2 + \phi_2^2}{2\sigma_3^2 \sqrt{1-\rho_3^2}}} \frac{A_1 A_2}{2\sigma_4^2 (1-\rho_4^2)} e^{-\frac{A_1^2 + A_2^2}{2\sigma_4^2(1-\rho_4^2)}} I_0\left(\frac{\rho_4 A_1 A_2}{\sigma_4^2 (1-\rho_4^2)}\right)\end{aligned}\quad (3.2.16)$$

Zatim je razmatran optički signal u dva trenutka vremena kada je kvantni šum u oba trenutka vremena aproksimiran Gausovim šumom. Varijanse kvantog šuma su jednake intenzitetima svetlosti i ova dva trenutka.

U ovom slučaju signal  $z$  je jednak

$$z = n_1 + n \quad (3.2.17)$$

Šum  $n_1$  je kvantni šum formiran u fotiodiodi. Srednja vrednost ovog šuma je nula. Varijansa ovog šuma je  $\sigma_1^2$ . Gausov šum je termički šum i formiran je u prijemniku. Gustina verovatnoće kvantnog šuma  $n_1$  je

$$p_{n_1}(n_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{n_1^2}{2\sigma_1^2}} \quad (3.2.18)$$

Varijansa od  $n_1$  je

$$\sigma_1^2 = (A + x + B \cos \varphi)^2 \quad (3.2.19)$$

gde je  $x$  Gausov šum formiran na liniji,  $B$  je amplituda interference nastala preslušavanjem, a  $\varphi$  faza interference koja je uniformna

$$p_\varphi(\varphi) = \frac{1}{2\pi}, \quad |\varphi| \leq \pi$$

Varijansa od  $z$  je

$$\sigma_z^2 = \overline{(n_1 + n_2)^2} - \overline{(n_1 + n_2)}^2 = \overline{(n_1 + n_2)^2} = \overline{n_1^2} + \overline{n_2^2} = (A + x + B \cos \varphi)^2 + \sigma^2$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(A+x+B\cos\varphi)^2 + \sigma^2}} e^{-\frac{z^2}{2((A+x+B\cos\varphi)^2 + \sigma^2)}} \quad (3.2.20)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$p_z(z) = \int dx \int dy \frac{1}{2\pi\sqrt{(A+x+B\cos\varphi)^2 + \sigma^2}} e^{-\frac{z^2}{2((A+x+B\cos\varphi)^2 + \sigma^2)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} \frac{1}{2\pi} \quad (3.2.21)$$

Odredićemo uslovnu združenu gustinu verovatnoće optičkog signala u dva trenutka vremena, a zatim usrednjavanjem dobijamo združenu gustinu verovatnoće optičkog signala u dva trenutka vremena. Posmatra se signal  $z$  u dva trenutka vremena

$$\begin{aligned} z_1 &= n_{11} + n_1 \\ z_2 &= n_{12} + n_2 \end{aligned} \quad (3.2.22)$$

Šumovi  $n_1$  i  $n_2$  su termički šumovi formirani u prijemniku. Šumovi  $n_{11}$  i  $n_{12}$  su kvantni šumovi formirani na fotiodiodi na dve talasne dužine.

$$\text{Varijansa kvantnog šuma } n_{11} \text{ je } \sigma_{n_{11}}^2 = (A_1 + x_1 + B_1 \cos \varphi_1)^2.$$

$$\text{Varijansa kvantnog šuma } n_{12} \text{ je } \sigma_{n_{12}}^2 = (A_2 + x_2 + B_2 \cos \varphi_2)^2.$$

Združena gustina verovatnoće od  $x_1$  i  $x_2$  je

$$p_{x_1x_2}(x_1x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_2^2\sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_1^2-2\rho_2x_1x_2+x_2^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}} \quad (3.2.23)$$

Združean gustina verovatnoće  $\phi_1$  i  $\phi_2$  je

$$p_{\phi_1\phi_2}(\phi_1\phi_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_3^2\sqrt{1-\rho_3^2}} e^{-\frac{\phi_1^2-2\rho_3\phi_1\phi_2+\phi_2^2}{2\sigma_3^2\sqrt{1-\rho_3^2}}} \quad (3.2.24)$$

Združena gustiana verovatnoće od  $A_1$  i  $A_2$  je

$$p_{A_1A_2}(A_1A_2) = \frac{A_1A_2}{2\sigma_4^2(1-\rho_4^2)} e^{-\frac{A_1^2+A_2^2}{2\sigma_4^2(1-\rho_4^2)}} I_0\left(\frac{\rho_4A_1A_2}{\sigma_4^2(1-\rho_4^2)}\right) \quad (3.2.25)$$

Združena gustina verovatnoće šumova  $n_1$  i  $n_2$  je

$$p_{n_1n_2}(n_1n_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{n_1^2-2\rho n_1n_2+n_2^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \quad (3.2.26)$$

Srednje vrednosti od  $n_{11}$  i  $n_{12}$  su  $\overline{n_{11}} = \overline{n_{12}} = 0$ .

Srednje vrednosti od  $n_1$  i  $n_2$  su  $\overline{n_1} = \overline{n_2} = 0$ .

Gustine verovatnoće od  $n_{11}$  i  $n_{12}$  su

$$p_{n_{11}}(n_{11}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{n_{11}}} e^{-\frac{n_{11}^2}{2\sigma_{n_{11}}^2}} \quad (3.2.27)$$

$$p_{n_{12}}(n_{12}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{n_{12}}} e^{-\frac{n_{12}^2}{2\sigma_{n_{12}}^2}}$$

Korelacioni koeficijent između  $z_1$  i  $z_2$  je

$$\begin{aligned} \overline{z_1z_2} - \overline{z_1}\overline{z_2} &= \overline{(n_{11}+n_1)(n_{12}+n_2)} - \overline{(n_{11}+n_1)}\overline{(n_{12}+n_2)} = \\ &= \overline{n_{11}n_{12}} + \overline{n_{11}n_2} + \overline{n_{12}n_1} + \overline{n_1n_2} = \rho \end{aligned}$$

Uslovna združena gustina verovatnoće od  $z_1$  i  $z_2$  je

$$p_{z_1z_2}(z_1z_2/x_1x_2\phi_1\phi_2A_1A_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_{z_1}\sigma_{z_2}\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{z_1^2}{\sigma_{z_1}^2} - \frac{2z_1z_2}{\sigma_{z_1}\sigma_{z_2}} + \frac{z_2^2}{\sigma_{z_2}^2}\right)} \quad (3.2.28)$$

Varijansa  $\sigma_{z_1}^2$  je jednaka  $\sigma_{z_1}^2 = (A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2$ .

Varijansa  $\sigma_{z_2}^2$  je jednaka  $\sigma_{z_2}^2 = (A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2$ .

Zamenom se dobija

$$\begin{aligned}
 p_{z_1 z_2}(z_1 z_2) &= \int dx_1 \int dx_2 \int dA_1 \int dA_2 \int d\phi_1 \int d\phi_2 \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \cdot \\
 &\cdot \frac{1}{\sqrt{(A_1+x_1+B_1\cos\phi_1)^2+\sigma^2} \sqrt{(A_2+x_2+B_2\cos\phi_2)^2+\sigma^2}} \cdot \\
 &\cdot e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left( \frac{z_1^2}{(A_1+x_1+B_1\cos\phi_1)^2+\sigma^2} - \frac{2z_1 z_2}{\sqrt{(A_1+x_1+B_1\cos\phi_1)^2+\sigma^2} \sqrt{(A_2+x_2+B_2\cos\phi_2)^2+\sigma^2}} + \frac{z_2^2}{(A_2+x_2+B_2\cos\phi_2)^2+\sigma^2} \right)} \cdot \\
 &\cdot \frac{1}{2\pi\sigma_2^2 \sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_1^2-2\rho_2 x_1 x_2+x_2^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}} \frac{1}{2\pi\sigma_3^2 \sqrt{1-\rho_3^2}} e^{-\frac{\phi_1^2-2\rho_3\phi_1\phi_2+\phi_2^2}{2\rho_3^2\sigma_3^2\sqrt{1-\rho_3^2}}} \cdot \\
 &\cdot \frac{A_1 A_2}{2\sigma_4^2(1-\rho_4^2)} e^{-\frac{A_1^2+A_2^2}{2\sigma_4^2(1-\rho_4^2)}} I_0 \left( \frac{\rho_4 A_1 A_2}{\sigma_4^2(1-\rho_4^2)} \right)
 \end{aligned} \tag{3.2.29}$$

Dalje je razmatran slučaj kada je na liniji prisutan koristan signal, Gausov šum i interferenca. U prijemniku je prisutan kvantni šum i Gausov šum. Interferenca na liniji je aproksimirana sa sinusnim talasom određene amplitude i slučajne faze. Intenzitet svetlosti koja pada na fotodiodu jednaka je kvadratu zbira korisnog signala, Gausovog šuma i interference. Kao i u prethodnom slučaju razmatrani su slučajevi kada je kvantni šum aproksimiran Gausovom statistikom i Puasonovom statistikom. Za oba slučaja u radu je određena gustina verovatnoće optičkog signala.

U slučaju kada je u prijemniku pored termičkog šuma i kvantnog šuma prisutna i interferenca, signal na osnovu koga se vrši odmeravanje jednak

$$z = ck + n + C \cos \theta \tag{3.3.1}$$

gde je  $C$  amplituda interference, a  $\theta$  je uniformna faza interference čija je gustina verovatnoće jednaka

$$p_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \quad |\theta| \leq \pi$$

Gustina verovatnoće od  $n$  je Gausova

$$p_n(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2}} \tag{3.3.2}$$

Verovatnoća broja kvanata  $k$  je

$$p_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \tag{3.3.3}$$



gde je  $\lambda = A + x + B \cdot \cos \phi$ ,  $\beta$  amplituda interference na liniji, a  $\varphi$  je uniformna faza interference na liniji sa verovatnoćom

$$p_{\varphi}(\varphi) = \frac{1}{2\pi}, \quad |\varphi| \leq \pi$$

Šum na liniji  $x$  je Gausov

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} \quad (3.3.4)$$

Amplituda  $A$  korisnog signala je promenljiva sa gustinom verovatnoće

$$p_A(A) = \frac{A}{\sigma_4^2} e^{-\frac{A^2}{2\sigma_4^2}} \quad (3.3.5)$$

Šum  $n$  je jednak

$$n = z - ck - \cos \theta \quad (3.3.6)$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z/\theta, x, A, k, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z-ck-\cos\theta)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.3.7)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$p_z(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \int d\theta \int dx \int dA \int d\varphi \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{(z-ck-\cos\theta)^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{(A+x+B\cos\phi)^{2k}}{k!} e^{-(A+x+B\cos\phi)^2} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} \frac{A}{\sigma_4^2} e^{-\frac{A^2}{2\sigma_4^2}} \quad (3.3.8)$$

Ako se kvantni šum aproksimira Gausovim šumom, onda je signal  $z$  jednak

$$z = n_1 + n + C \cos \theta \quad (3.3.9)$$

Gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_{n_1}(n_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{n_1^2}{2\sigma_1^2}} \quad (3.3.10)$$

Varijansa od  $\sigma_1^2$  je  $\sigma_1^2 = \lambda = (A + x + B \cos \phi)^2$ .

Šum na liniji  $x$  ima gustinu verovatnoće

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} \quad (3.3.11)$$

Faza  $\varphi$  od interference je uniformno raspodeljena  $p_\varphi(\varphi) = \frac{1}{2\pi}$ ,  $|\varphi| \leq \pi$ .

Korisni signal  $A$  je promenljiva zbog prostiranja kanala na više puteva i ima gustinu verovatnoće

$$p_A(A) = \frac{A}{\sigma_3^2} e^{-\frac{A^2+D^2}{2\sigma_3^2}} I_0\left(\frac{AD}{\sigma_3^2}\right), \quad A \geq 0 \quad (3.3.12)$$

Interferenca koja se formira u prijemniku ima konstantnu amplitudu  $C$  i uniformnu fazu  $\varphi$ , sa gustinom verovatnoće  $p_\varphi(\varphi) = 1/(2\pi)$ , za  $|\varphi| \leq \pi$ .

Gausov šum formiran u prijemniku ima gustinu verovatnoće

$$p_n(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2}} \quad (3.3.13)$$

Varijansa od  $z$  je  $\sigma_z^2 = \sigma_1^2 + \sigma^2 = (A + x + B \cos \varphi)^2 + \sigma^2$ .

Uslovna gustina verovatnoće od  $z$  je

$$\begin{aligned} p_z(z/\theta, x, A, k, \phi) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{(z-\cos\theta)^2}{2\sigma_2^2}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(A+x+B\cos\phi)^2 + \sigma^2}} e^{-\frac{(z-\cos\theta)^2}{2((A+x+B\cos\phi)^2 + \sigma^2)}} \end{aligned} \quad (3.3.14)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned} p_z(z) &= \int d\theta \int dx \int dA \int d\phi \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(A+x+B\cos\phi)^2 + \sigma^2}} \cdot \\ &\cdot e^{-\frac{(z-\cos\theta)^2}{2((A+x+B\cos\phi)^2 + \sigma^2)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}} \frac{A}{\sigma_3^2} e^{-\frac{A^2+D^2}{2\sigma_3^2}} I_0\left(\frac{AD}{\sigma_3^2}\right) \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\pi} \end{aligned} \quad (3.3.15)$$

Potom su razmatrana dva optička signala u dva trenutka vremena, te za ovaj slučaj određena združena gustina verovatnoće optičkog signala.

Signali  $z_1$  i  $z_2$  u dva trenutka vremena su jednaki

$$\begin{aligned} z_1 &= ck_1 + n_1 + C_1 \cos \theta_1 \\ z_2 &= ck_2 + n_2 + C_2 \cos \theta_2 \end{aligned} \quad (3.3.15)$$

$$\begin{aligned} n_1 &= z_1 - ck_1 - C_1 \cos \theta_1 \\ n_2 &= z_2 - ck_2 - C_2 \cos \theta_2 \end{aligned} \quad (3.3.16)$$

Neka je  $ck_1$  kvantni šum formiran na fotiododi na talasnoj dužini  $\lambda_1$ , a  $ck_2$  kvantni šum formiran na fotiododi na talasnoj dužini  $\lambda_2$ . Gausovi šumovi  $n_1$  i  $n_2$  su formirani u prijemniku. Interference  $C_1 \cos \theta_1$  i  $C_2 \cos \theta_2$  se takođe formiraju u prijemniku. Zdužena gustina verovatnoće šuma  $n_1$  i  $n_2$  je

$$p_{n_1 n_2}(n_1 n_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{n_1^2 - 2\rho n_1 n_2 + n_2^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \quad (3.3.17)$$

Zdužena gustina verovatnoća faza  $\theta_1$  i  $\theta_2$  je

$$p_{\theta_1 \theta_2}(\theta_1 \theta_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_5^2 \sqrt{1-\rho_5^2}} e^{-\frac{\theta_1^2 - 2\rho_5 \theta_1 \theta_2 + \theta_2^2}{2\sigma_5^2(1-\rho_5^2)}} \quad (3.3.18)$$

Zdužena gustina verovatnoće od  $k_1$  i  $k_2$  je

$$p_{k_1 k_2} = \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \quad (3.3.19)$$

Intenziteti svetlosti  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  su jednaki

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= (A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 \\ \lambda_2 &= (A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 \end{aligned} \quad (3.3.20)$$

Gausovi šumovi  $x_1$  i  $x_2$  formirani su na optičkoj liniji. Zdužena gustina verovatnoće od  $x_1$  i  $x_2$  je

$$p_{x_1 x_2}(x_1 x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_2^2 \sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_1^2 - 2\rho_2 x_1 x_2 + x_2^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}} \quad (3.3.21)$$

Interference se formiraju na liniji. Zdužena gustina verovatnoće od  $\phi_1$  i  $\phi_2$  je

$$p_{\phi_1 \phi_2}(\phi_1 \phi_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_4 \sqrt{1-\rho_4^2}} e^{-\frac{\phi_1^2 - 2\rho_4 \phi_1 \phi_2 + \phi_2^2}{2\sigma_4^2(1-\rho_4^2)}} \quad (3.3.22)$$

Korisni signali  $A_1$  i  $A_2$  su promenljivi zbog prostiranja signala po više puteva.

Zdužena gustina verovatnoće od  $A_1$  i  $A_2$  je

$$p_{A_1 A_2}(A_1 A_2) = \frac{A_1 A_2}{\sigma_3^2 (1-\rho_3^2)} e^{-\frac{A_1^2 + A_2^2}{2\sigma_3^2(1-\rho_3^2)}} I_0 \left( \frac{\rho_3 A_1 A_2}{\sigma_3^2 (1-\rho_3^2)} \right) \quad (3.3.23)$$

Uslovna zdužena gustina verovatnoće od  $z_1$  i  $z_2$  je

$$p_{z_1 z_2} (z_1 z_2 / A_1 A_2 x_1 x_2 \phi_1 \phi_2 \theta_1 \theta_2) = \frac{1}{2\pi \sigma_{z_1} \sigma_{z_2} \sqrt{1-\rho^2}} \cdot e^{-\frac{1}{(1-\rho^2)} \left( \frac{(z_1 - ck_1 - C_1 \cos \theta_1)^2}{\sigma_{z_1}^2} - \frac{2\rho(z_1 - ck_1 - C_1 \cos \theta_1)(z_2 - ck_2 - C_2 \cos \theta_2)}{\sigma_{z_1} \sigma_{z_2}} + \frac{(z_2 - ck_2 - C_2 \cos \theta_2)^2}{\sigma_{z_2}^2} \right)}$$

(3.3.24)

Varijanse  $\sigma_{z_1}^2$  i  $\sigma_{z_2}^2$  su jednake

$$\begin{aligned} \sigma_{z_1}^2 &= (A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2 \\ \sigma_{z_2}^2 &= (A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2 \end{aligned}$$

(3.3.25)

Usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned} p_{z_1 z_2} (z_1 z_2) &= \int dx_1 \int dx_2 \int dA_1 \int dA_2 \int d\phi_1 \int d\phi_2 \int d\theta_1 \int d\theta_2 \cdot \\ &\cdot \frac{1}{2\pi \sqrt{(A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2} \sqrt{(A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2} \sqrt{1-\rho^2}} \cdot \\ &\cdot e^{-\frac{1}{(1-\rho^2)} \left( \frac{(z_1 - ck_1 - C_1 \cos \theta_1)^2}{(A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2} - \frac{2\rho(z_1 - ck_1 - C_1 \cos \theta_1)(z_2 - ck_2 - C_2 \cos \theta_2)}{\sqrt{(A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2} \sqrt{(A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2}} + \frac{(z_2 - ck_2 - C_2 \cos \theta_2)^2}{(A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2} \right)} \cdot \\ &\cdot \frac{1}{2\pi \sigma_2^2 \sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_1^2 - 2\rho_2 x_1 x_2 + x_2^2}{2\sigma_2^2 (1-\rho_2^2)}} \frac{A_1 A_2}{\sigma_3^2 (1-\rho_3^2)} e^{-\frac{A_1^2 + A_2^2}{2\sigma_3^2 (1-\rho_3^2)}} I_0 \left( \frac{\rho_3 A_1 A_2}{\sigma_3^2 (1-\rho_3^2)} \right) \cdot \\ &\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_4 \sqrt{1-\rho_4^2}} e^{-\frac{\phi_1^2 - 2\rho_4 \phi_1 \phi_2 + \phi_2^2}{2\sigma_4^2 (1-\rho_4^2)}} \frac{1}{2\pi \sigma_5^2 \sqrt{1-\rho_5^2}} e^{-\frac{\theta_1^2 - 2\rho_5 \theta_1 \theta_2 + \theta_2^2}{2\sigma_5^2 (1-\rho_5^2)}} \end{aligned}$$

(3.3.26)

Kada su kvantni šumovi aproksimirani sa Gausovim šumovima onda je

$$\begin{aligned} z_1 &= n_{11} + n_1 + C_1 \cos \theta_1 \\ z_2 &= n_{12} + n_2 + C_2 \cos \theta_2 \\ n_{11} + n_1 &= z_1 - C_1 \cos \theta_1 \\ n_{12} + n_2 &= z_2 - C_2 \cos \theta_2 \end{aligned}$$

(3.3.27)

Gustine verovatnoća od  $n_{11}$  i  $n_{12}$  su

$$\begin{aligned} p_{n_{11}} (n_{11}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{11}} e^{-\frac{n_{11}^2}{2\sigma_{11}^2}} \\ p_{n_{12}} (n_{12}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{12}} e^{-\frac{n_{12}^2}{2\sigma_{12}^2}} \end{aligned}$$

(3.3.28)

Varijansa  $\sigma_{11}^2$  i  $\sigma_{12}^2$  su jednake

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^2 &= (A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 \\ \sigma_{12}^2 &= (A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2\end{aligned}\quad (3.3.29)$$

Združena gustina verovatnoće od  $n_1$  i  $n_2$  je

$$p_{n_1 n_2}(n_1, n_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{n_1^2 - 2\rho n_1 n_2 + n_2^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \quad (3.3.30)$$

Združena gustina verovatnoće od  $\phi_1$  i  $\phi_2$  je

$$p_{\phi_1 \phi_2}(\phi_1, \phi_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3\sqrt{1-\rho_3^2}} e^{-\frac{\phi_1^2 - 2\rho_3\phi_1\phi_2 + \phi_2^2}{2\sigma_3^2(1-\rho_3^2)}} \quad (3.3.31)$$

Združena gustina verovatnoće od  $x_1$  i  $x_2$  je

$$p_{x_1 x_2}(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_2^2\sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_1^2 - 2\rho_2 x_1 x_2 + x_2^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}} \quad (3.3.32)$$

Združena gustina verovatnoće od  $A_1$  i  $A_2$  je

$$p_{A_1 A_2}(A_1, A_2) = \frac{A_1 A_2}{\sigma_3^2(1-\rho_3^2)} e^{-\frac{A_1^2 + A_2^2}{2\sigma_3^2(1-\rho_3^2)}} I_0\left(\frac{\rho_3 A_1 A_2}{\sigma_3^2(1-\rho_3^2)}\right) \quad (3.3.33)$$

Združena gustina verovatnoće od  $B_1$  i  $B_2$  je

$$p_{B_1 B_2}(B_1, B_2) = \frac{B_1 B_2}{\sigma_4^2(1-\rho_4^2)} e^{-\frac{B_1^2 + B_2^2}{2\sigma_4^2(1-\rho_4^2)}} I_0\left(\frac{\rho_4 B_1 B_2}{\sigma_4^2(1-\rho_4^2)}\right) \quad (3.3.34)$$

Srednja vrednost od  $z_1$  i  $z_2$  su jednake

$$\begin{aligned}\overline{z_1} &= \overline{n_{11} + n_1 + C_1 \cos \theta_1} = C_1 \cos \theta_1 \\ \overline{z_2} &= \overline{n_{12} + n_2 + C_2 \cos \theta_2} = C_2 \cos \theta_2\end{aligned}\quad (3.3.35)$$

Varijanse od  $z_1$  i  $z_2$  su jednake

$$\begin{aligned}\sigma_{z_1}^2 &= (A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2 \\ \sigma_{z_2}^2 &= (A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2\end{aligned}\quad (3.3.36)$$

Korelacija između  $z_1$  i  $z_2$  je

$$\overline{z_1 z_2} = \overline{(n_{11} + n_1 + C_1 \cos \theta_1)(n_{12} + n_2 + C_2 \cos \theta_2)} = C_1 C_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 = \sigma^2$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_1$  i  $z_2$  je

$$\begin{aligned}
p_{z_1 z_2} (z_1 z_2 / A_1 A_2 x_1 x_2 B_1 B_2 \phi_1 \phi_2 \theta_1 \theta_2) &= \frac{1}{2\pi \sigma_{z_1} \sigma_{z_2} \sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left( \frac{z_1^2}{\sigma_{z_1}^2} - \frac{2r z_1 z_2}{\sigma_{z_1} \sigma_{z_2}} + \frac{z_2^2}{\sigma_{z_1}^2} \right)} = \\
&= \frac{1}{2\pi \sqrt{1-\rho^2}} \frac{1}{\sqrt{(A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2} \sqrt{(A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2}} \cdot \\
&\cdot e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left( \frac{(z_1 - ck_1 - C_1 \cos \theta_1)^2}{(A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2} - \frac{2\rho(z_1 - ck_1 - C_1 \cos \theta_1)(z_2 - ck_2 - C_2 \cos \theta_2)}{\sqrt{(A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2} \sqrt{(A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2}} + \frac{(z_2 - ck_2 - C_2 \cos \theta_2)^2}{(A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2} \right)}
\end{aligned} \tag{3.3.37}$$

Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned}
p_{z_1 z_2} (z_1 z_2) &= \int dx_1 \int dx_2 \int dA_1 \int dA_2 \int d\phi_1 \int d\phi_2 \int d\theta_1 \int d\theta_2 \int dB_1 \int dB_2 \cdot \\
&\cdot \frac{1}{2\pi \sqrt{1-\rho^2}} \frac{1}{\sqrt{(A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2} \sqrt{(A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2}} \cdot \\
&\cdot e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left( \frac{(z_1 - ck_1 - C_1 \cos \theta_1)^2}{(A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2} - \frac{2\rho(z_1 - ck_1 - C_1 \cos \theta_1)(z_2 - ck_2 - C_2 \cos \theta_2)}{\sqrt{(A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2} \sqrt{(A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2}} + \frac{(z_2 - ck_2 - C_2 \cos \theta_2)^2}{(A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2} \right)} \cdot \\
&\cdot \frac{A_1 A_2}{\sigma_3^2 (1-\rho_3^2)} e^{-\frac{A_1^2 + A_2^2}{2\sigma_3^2 (1-\rho_3^2)}} I_0 \left( \frac{\rho_3 A_1 A_2}{\sigma_3^2 (1-\rho_3^2)} \right) \frac{B_1 B_2}{\sigma_4^2 (1-\rho_4^2)} e^{-\frac{B_1^2 + B_2^2}{2\sigma_4^2 (1-\rho_4^2)}} I_0 \left( \frac{\rho_4 B_1 B_2}{\sigma_4^2 (1-\rho_4^2)} \right) \cdot \\
&\cdot \frac{1}{2\pi \sigma_2^2 \sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_1^2 - 2\rho_2 x_1 x_2 + x_2^2}{2\sigma_2^2 (1-\rho_2^2)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi \sigma_4} \sqrt{1-\rho_4^2}} e^{-\frac{\phi_1^2 - 2\rho_4 \phi_1 \phi_2 + \phi_2^2}{2\sigma_4^2 (1-\rho_4^2)}} \frac{1}{2\pi \sigma_5^2 \sqrt{1-\rho_5^2}} e^{-\frac{\theta_1^2 - 2\rho_5 \theta_1 \theta_2 + \theta_2^2}{2\sigma_5^2 (1-\rho_5^2)}} \cdot \\
&\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \sigma_5} \sqrt{1-\rho_5^2}} e^{-\frac{\phi_1^2 - 2\rho_5 \phi_1 \phi_2 + \phi_2^2}{2\sigma_5^2 (1-\rho_5^2)}} \frac{1}{2\pi \sigma_6^2 \sqrt{1-\rho_6^2}} e^{-\frac{\theta_1^2 - 2\rho_6 \theta_1 \theta_2 + \theta_2^2}{2\sigma_6^2 (1-\rho_6^2)}}
\end{aligned} \tag{3.3.38}$$

Razmatramo optički signal u tri trenutka vremena, te za ovaj slučaj odredimo združenu gustinu verovatnoće optičkog signala u tri trenutka vremena, čiji je kvantni šum razmatran Puasonovom statistikom.

Zatim je razmatran optički signal kada je kvantni šum aproksimiran Gausovim statistikom u tri trenutka vremena i određena je združena gustina verovatnoće optičkog signala u tri trenutka vremena.

Signali  $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$  u tri trenutka vremena su jednaki

$$\begin{aligned}
z_1 &= ck_1 + n_1 + C_1 \cos \theta_1 \\
z_2 &= ck_2 + n_2 + C_2 \cos \theta_2 \\
z_3 &= ck_3 + n_3 + C_3 \cos \theta_3
\end{aligned} \tag{3.3.39}$$

$$\begin{aligned}
n_1 &= z_1 - ck_1 - C_1 \cos \theta_1 \\
n_2 &= z_2 - ck_2 - C_2 \cos \theta_2 \\
n_3 &= z_3 - ck_3 - C_3 \cos \theta_3
\end{aligned} \tag{3.3.40}$$

Združene gustine verovatnoće šumova  $n_1$ ,  $n_2$  i  $n_3$  je

$$p_{n_1 n_2 n_3}(n_1 n_2 n_3) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^3 \sqrt{D}} e^{-\frac{1}{D}(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 - 2r_{12}n_1 n_2 - 2r_{13}n_1 n_3 - 2r_{23}n_2 n_3)} \tag{3.3.41}$$

Združena gustina verovatnoće faza  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  i  $\theta_3$  je

$$p_{\theta_1 \theta_2 \theta_3}(\theta_1 \theta_2 \theta_3) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_3)^3 \sqrt{D_3}} e^{-\frac{1}{D_3}(\theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2 - 2r_{\theta_1 \theta_2} \theta_1 \theta_2 - 2r_{\theta_1 \theta_3} \theta_1 \theta_3 - 2r_{\theta_2 \theta_3} \theta_2 \theta_3)} \tag{3.3.42}$$

Verovatnoća brojeva  $k_1$ ,  $k_2$  i  $k_3$  su jednake

$$\begin{aligned}
p_{k_1} &= \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \\
p_{k_2} &= \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \\
p_{k_3} &= \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3}
\end{aligned} \tag{3.3.43}$$

Intenzitet svetlosti  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  i  $\lambda_3$  su jednake

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= (A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 \\
\lambda_2 &= (A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 \\
\lambda_3 &= (A_3 + x_3 + B_3 \cos \phi_3)^2
\end{aligned} \tag{3.3.44}$$

Združena gustina verovatnoće od  $x_1$ ,  $x_2$  i  $x_3$  je

$$p_{x_1 x_2 x_3}(x_1 x_2 x_3) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_2)^3 \sqrt{D_2}} e^{-\frac{1}{D_2}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2r_{x_1 x_2} x_1 x_2 - 2r_{x_1 x_3} x_1 x_3 - 2r_{x_2 x_3} x_2 x_3)} \tag{3.3.45}$$

Združena gustina verovatnoće od  $A_1$ ,  $A_2$  i  $A_3$  je

$$p_{A_1 A_2 A_3}(A_1 A_2 A_3) = a_1 A_1 A_2 A_3 e^{-\alpha_1(A_1^2 + A_2^2 + A_3^2)} I_m(\beta_1 A_1 A_2) I_m(\gamma_1 A_2 A_3) \tag{3.3.46}$$

Združena gustina verovatnoće od  $B_1$ ,  $B_2$  i  $B_3$  je

$$p_{B_1 B_2 B_3}(B_1 B_2 B_3) = a_2 B_1 B_2 B_3 e^{-\alpha_2(B_1^2 + B_2^2 + B_3^2)} I_m(\beta_2 B_1 B_2) I_m(\gamma_2 B_2 B_3) \tag{3.3.47}$$

Združena gustina verovatnoće od  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  i  $\phi_3$  je

$$p_{\varphi_1\varphi_2\varphi_3}(\varphi_1\varphi_2\varphi_3) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_4)^3 \sqrt{D_4}} e^{-\frac{1}{D_4}(\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_3^2 - 2r_{\varphi_{12}}\varphi_1\varphi_2 - 2r_{\varphi_{13}}\varphi_1\varphi_3 - 2r_{\varphi_{23}}\varphi_2\varphi_3)} \quad (3.3.48)$$

Varijansa  $\sigma_{z_1}^2$  je jednaka  $\sigma_{z_1}^2 = (A_1 + x_1 + B_1 \cos \varphi_1)^2 + \sigma^2$ .

Varijansa  $\sigma_{z_2}^2$  je jednaka  $\sigma_{z_2}^2 = (A_2 + x_2 + B_2 \cos \varphi_2)^2 + \sigma^2$ .

Varijansa  $\sigma_{z_3}^2$  je jednaka  $\sigma_{z_3}^2 = (A_3 + x_3 + B_3 \cos \varphi_3)^2 + \sigma^2$ .

Srednja vrednost od  $z_1$  je  $\overline{z_1} = ck_1 + C_1 \cos \theta_1$ .

Srednja vrednost od  $z_2$  je  $\overline{z_2} = ck_2 + C_2 \cos \theta_2$ .

Srednja vrednost od  $z_3$  je  $\overline{z_3} = ck_3 + C_3 \cos \theta_3$ .

Korelacioni koeficijent između  $z_1$  i  $z_2$  je  $\rho_{z_{12}} = \overline{z_1 z_2} - \overline{z_1} \overline{z_2} = \rho_{12}$ .

Korelacioni koeficijent između  $z_1$  i  $z_3$  je  $\rho_{z_{13}} = \overline{z_1 z_3} - \overline{z_1} \overline{z_3} = \rho_{13}$ .

Korelacioni koeficijent između  $z_2$  i  $z_3$  je  $\rho_{z_{23}} = \overline{z_2 z_3} - \overline{z_2} \overline{z_3} = \rho_{23}$ .

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$  je

$$\begin{aligned} p_{z_1 z_2 z_3}(z_1 z_2 z_3 / A_1 A_2 A_3 x_1 x_2 x_3 B_1 B_2 B_3 \phi_1 \phi_2 \phi_3 \theta_1 \theta_2 \theta_3) = \\ = \frac{1}{2\pi \sqrt{D_1}} e^{-\frac{1}{D_1} \left( \frac{(z_1 - ck_1 - C_1 \cos \theta_1)^2}{(A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2} + \frac{(z_2 - ck_2 - C_2 \cos \theta_2)^2}{(A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2} + \frac{(z_3 - ck_3 - C_3 \cos \theta_3)^2}{(A_3 + x_3 + B_3 \cos \phi_3)^2 + \sigma^2} \right)} \\ \cdot e^{-\frac{1}{D_1} \left( \frac{2\rho_{12}(z_1 - ck_1 - C_1 \cos \theta_1)(z_2 - ck_2 - C_2 \cos \theta_2)}{\sqrt{((A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2)} \sqrt{(A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2}} - \frac{2\rho_{13}(z_1 - ck_1 - C_1 \cos \theta_1)(z_3 - ck_3 - C_3 \cos \theta_3)}{\sqrt{((A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2)} \sqrt{(A_3 + x_3 + B_3 \cos \phi_3)^2 + \sigma^2}} \right)} \\ \cdot e^{-\frac{1}{D_1} \left( \frac{2\rho_{23}(z_2 - ck_2 - C_2 \cos \theta_2)(z_3 - ck_3 - C_3 \cos \theta_3)}{\sqrt{(A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2} \sqrt{(A_3 + x_3 + B_3 \cos \phi_3)^2 + \sigma^2}} \right)} \end{aligned} \quad (3.3.49)$$

Združena gustina verovatnoće  $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$  je

$$\begin{aligned} p_{z_1 z_2 z_3}(z_1 z_2 z_3) = \int dx_1 \int dx_2 \int dx_3 \int dA_1 \int dA_2 \int dA_3 \int d\phi_1 \int d\phi_2 \int d\phi_3 \int d\theta_1 \int d\theta_2 \int d\theta_3 \cdot \\ \cdot \int dB_1 \int dB_2 \int dB_3 p_{z_1 z_2 z_3}(z_1 z_2 z_3 / A_1 A_2 A_3 x_1 x_2 x_3 B_1 B_2 B_3 \phi_1 \phi_2 \phi_3 \theta_1 \theta_2 \theta_3) \cdot \\ \cdot p_{x_1 x_2 x_3}(x_1 x_2 x_3) p_{A_1 A_2 A_3}(A_1 A_2 A_3) p_{B_1 B_2 B_3}(B_1 B_2 B_3) p_{\phi_1 \phi_2 \phi_3}(\phi_1 \phi_2 \phi_3) p_{\theta_1 \theta_2 \theta_3}(\theta_1 \theta_2 \theta_3) \end{aligned} \quad (3.3.50)$$

U nastavku je posmatran ovaj sistem u dva i tri trenutka vremena, za slučaj kada optički signal aproksimiran Puasonovom ili Gausovom statistikom. Realno je pretpostaviti da



je u prijemniku prisutan kvantni šum i Gausov šum, a interferenca i na liniji prisutan korisni signal, Gasovog šum i interferenca. Interferenca na liniji i u prijemniku aproksimirana je sinusnim talasima.

Razmatrani su slučajevi kada je kvantni šum aproksimiran Puasonovom statistikom, a posebno Gausovom statistikom. Razmatran je optički signal u jednom trenutku vremena u dva trenutka vremena i u tri trenutka vremena.

Kada se kvantni šumovi aproksimiraju Gausovim šumom onda je

$$\begin{aligned} z_1 &= n_{11} + n_1 + C_1 \cos \theta_1 \\ z_2 &= n_{12} + n_2 + C_2 \cos \theta_2 \\ z_3 &= n_{13} + n_3 + C_3 \cos \theta_3 \end{aligned} \quad (3.3.51)$$

$$\begin{aligned} n_1 + n_{11} &= z_1 - C_1 \cos \theta_1 \\ n_2 + n_{12} &= z_2 - C_2 \cos \theta_2 \\ n_3 + n_{13} &= z_3 - C_3 \cos \theta_3 \end{aligned} \quad (3.3.52)$$

Srednje vrednosti  $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$  su

$$\begin{aligned} \overline{z_1} &= C_1 \cos \theta_1 \\ \overline{z_2} &= C_2 \cos \theta_2 \\ \overline{z_3} &= C_3 \cos \theta_3 \end{aligned} \quad (3.3.53)$$

Varijanse od  $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$  su

$$\begin{aligned} \sigma_{z_1}^2 &= \overline{z_1^2} - \overline{z_1}^2 = \sigma_{11}^2 + \sigma^2 = (A_1 + x_1 + B_1 \cos \phi_1)^2 + \sigma^2 \\ \sigma_{z_2}^2 &= \overline{z_2^2} - \overline{z_2}^2 = \sigma_{12}^2 + \sigma^2 = (A_2 + x_2 + B_2 \cos \phi_2)^2 + \sigma^2 \\ \sigma_{z_3}^2 &= \overline{z_3^2} - \overline{z_3}^2 = \sigma_{13}^2 + \sigma^2 = (A_3 + x_3 + B_3 \cos \phi_3)^2 + \sigma^2 \end{aligned}$$

Korelacioni koeficijenti  $\rho_{z_{12}}$ ,  $\rho_{z_{13}}$  i  $\rho_{z_{23}}$  su

$$\begin{aligned} \rho_{z_{12}} &= \overline{(z_1 - \overline{z_1})(z_2 - \overline{z_2})} = \rho_{12} \\ \rho_{z_{13}} &= \overline{(z_1 - \overline{z_1})(z_3 - \overline{z_3})} = \rho_{13} \\ \rho_{z_{23}} &= \overline{(z_2 - \overline{z_2})(z_3 - \overline{z_3})} = \rho_{23} \end{aligned}$$

Uslovna združena gustina verovatnoće  $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$  je

$$\begin{aligned}
p_{z_1 z_2 z_3} (z_1 z_2 z_3 / A_1 A_2 A_3 x_1 x_2 x_3 B_1 B_2 B_3 \phi_1 \phi_2 \phi_3 \theta_1 \theta_2 \theta_3) = \\
= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^3 \sqrt{D}} e^{-\frac{1}{D} \left( \frac{(z_1 - C_1 \cos \theta_1)^2}{\sigma_{z_1}^2} + \frac{(z_2 - C_2 \cos \theta_2)^2}{\sigma_{z_2}^2} + \frac{(z_3 - C_3 \cos \theta_3)^2}{\sigma_{z_3}^2} - \frac{2\rho_{12}(z_1 - C_1 \cos \theta_1)(z_2 - C_2 \cos \theta_2)}{\sigma_{z_1} \sigma_{z_2}} \right)} \\
\cdot e^{-\frac{1}{D} \left( \frac{2\rho_{13}(z_1 - C_1 \cos \theta_1)(z_3 - C_3 \cos \theta_3)}{\sigma_{z_1} \sigma_{z_3}} - \frac{2\rho_{23}(z_2 - C_2 \cos \theta_2)(z_3 - C_3 \cos \theta_3)}{\sigma_{z_2} \sigma_{z_3}} \right)}
\end{aligned} \tag{3.3.54}$$

Združena gustina verovatnoće  $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$  je

$$\begin{aligned}
p_{z_1 z_2 z_3} (z_1 z_2 z_3) = \\
= \int dx_1 \int dx_2 \int dx_3 \int dA_1 \int dA_2 \int dA_3 \int d\phi_1 \int d\phi_2 \int d\phi_3 \int d\theta_1 \int d\theta_2 \int d\theta_3 \int dB_1 \int dB_2 \int dB_3 \\
\cdot \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^3 \sqrt{D}} \cdot e^{-\frac{1}{D} \left( \frac{(z_1 - C_1 \cos \theta_1)^2}{\sigma_{z_1}^2} + \frac{(z_2 - C_2 \cos \theta_2)^2}{\sigma_{z_2}^2} + \frac{(z_3 - C_3 \cos \theta_3)^2}{\sigma_{z_3}^2} - \frac{2\rho_{12}(z_1 - C_1 \cos \theta_1)(z_2 - C_2 \cos \theta_2)}{\sigma_{z_1} \sigma_{z_2}} \right)} \\
\cdot e^{-\frac{1}{D} \left( \frac{2\rho_{13}(z_1 - C_1 \cos \theta_1)(z_3 - C_3 \cos \theta_3)}{\sigma_{z_1} \sigma_{z_3}} - \frac{2\rho_{23}(z_2 - C_2 \cos \theta_2)(z_3 - C_3 \cos \theta_3)}{\sigma_{z_2} \sigma_{z_3}} \right)} \\
\cdot p_{x_1 x_2 x_3} (x_1 x_2 x_3) p_{A_1 A_2 A_3} (A_1 A_2 A_3) \cdot p_{\phi_1 \phi_2 \phi_3} (\phi_1 \phi_2 \phi_3) p_{\theta_1 \theta_2 \theta_3} (\theta_1 \theta_2 \theta_3) p_{B_1 B_2 B_3} (B_1 B_2 B_3)
\end{aligned} \tag{3.3.55}$$

Kumulativna verovatnoća od  $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$  je

$$F_{z_1 z_2 z_3} (z_1 z_2 z_3) = \int_0^{z_1} dt_1 \int_0^{z_2} dt_2 \int_0^{z_3} dt_3 p_{z_1 z_2 z_3} (t_1 t_2 t_3)$$

Karakteristična funkcija od  $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$  je

$$M_{z_1 z_2 z_3} (s_1 s_2 s_3) = e^{\overline{z_1 s_1 + z_2 s_2 + z_3 s_3}} = \int dz_1 \int dz_2 \int dz_3 e^{\overline{z_1 s_1 + z_2 s_2 + z_3 s_3}} p_{z_1 z_2 z_3} (z_1 z_2 z_3)$$

Produktni momenti od  $z_1$ ,  $z_2$  i  $z_3$  su

$$\overline{z_1^{p_1} z_2^{p_2} z_3^{p_3}} = \int dz_1 \int dz_2 \int dz_3 z_1^{p_1} z_2^{p_2} z_3^{p_3} p_{z_1 z_2 z_3} (z_1 z_2 z_3)$$

Za  $p_1 = p_2 = p_3 = 1$  dobija se

$$\overline{z_1 z_2 z_3} = \int dz_1 \int dz_2 \int dz_3 z_1 z_2 z_3 p_{z_1 z_2 z_3} (z_1 z_2 z_3)$$

Za  $p_1 = p_2 = p_3 = 2$  dobija se

$$\overline{z_1^2 z_2^2 z_3^2} = \int dz_1 \int dz_2 \int dz_3 z_1^2 z_2^2 z_3^2 p_{z_1 z_2 z_3} (z_1 z_2 z_3)$$

## 4 OPTIMIZACIJA PERFORMANSI OPTIČKIH $\lambda$ SK SISTEMA

Od značaja je da razmotrimo prenos signala pomoću dva, tri ili više optičkih zrakova, a na različitim talasnim dužinama. Prvo ćemo izvršiti analizu optičkog  $\lambda$ SK sistema sa dva optička zraka na talasnim dužinama  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ . Prijemnik ima dve grane, a na svakoj se nalazi uskopojasni optički filter i foto-detektor. Centralne talasne dužine uskopojasnih filtera su  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ , a širine propusnih opsega foto-detektora odgovaraju snagama korisnih signala.

Analiza je izvršena za slučaj kada je u prijemniku prisutan kvantni šum i Gausov šum a na liniji na ulazu u prijemnik prisutan je koristan signal i Gausov šum. Pretpostavlja se da je koristan signal na optičkom talasu sa talasnom dužinom  $\lambda_1$ . Intenzitet svetlosti koja pada na fotodiodu u gornjoj grani jednaka je kvadratu zbira korisnog signala i Gausovog šuma na liniji, a intenzitet svetlosti koja pada na foto diodu u donjoj grani jednaka je kvadratu Gausovog šuma na liniji. Za ovako formiran optički prijemnik je određena gustina verovatnoće signala na granama  $\lambda$ SK prijemnika. Signal na osnovu koga se vrši odlučivanje dobija se kao razlika signala sa gornje grane i donje grane. Određena gustina verovatnoće ovog signala za slučaj da se korisni signal pojavljuje u gornjoj grani. Za ovaj slučaj greška se čini kada je signal na izlazu negativan. Intenzitet za negativane vrednosti signala na izlazu dobija se verovatnoća greške.

Zatim je razmatran signal na izlazu u dva trenutka vremena. Određena je združena gustina verovatnoće signala na granama  $\lambda$ SK prijemnika u dva trenutka vremena, a zatim gustina verovatnoće signala na izlazu iz  $\lambda$ SK prijemnika u dva trenutka vremena. Posmatran je slučaj kada je kvantni šum opisan Puasonovom statistikom. Određena je verovatnoća da su dva uzastopna impulsa pravilno detektovana; da su dva uzastopna impulsa pogrešno detektovana; verovatnoća da je jedan impuls pravilno detektovan a drugi impuls pogrešno detektovan.

Potom je razmatran slučaj kada je pored kvantnog šuma i Gausovih šumova na liniji i u prijemniku prisutna sinusna smetnja u prijemniku, a zatim kada je prisutana sinusna smetnja na liniji i slučaj kada je sinusna smetnja prisutna i na liniji i u prijemniku. Sinusna smetnja je aproksimirana sinusnim talasom sa Gausovom ili sa uniformnom slučajnom fazom. Za ove slučajeve određena je verovatnoća otkaza sistema i verovatnoća greške

sistema. Određena je gustina verovatnoće signala na izlazu i združena gustina verovatnoće signala na izlazu u dva trenutka vremena.

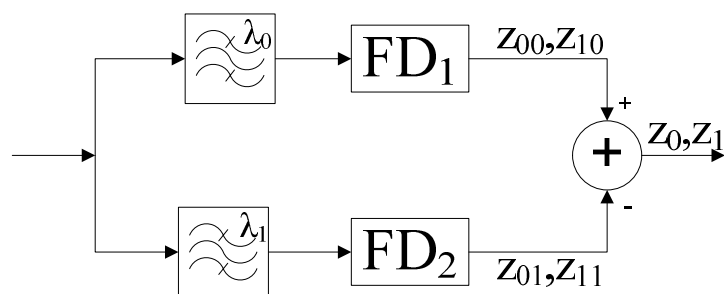
Zatim su razmatrane performanse binarnog  $\lambda$ SK prijemnika kada je kvantni šum opisan Gausovom statistikom. Kao i u predhodnom slučaju razmatrani su primeri prisustva Gausovog šuma na liniji, Gausovaog šuma u prijemniku, interferenca na liniji i interferenca u prijemniku. Sa ovakvom aproksimacijom kvantnog šuma može se odrediti i združena gustina verovatnoće signala i izvoda signala na izlazu iz  $\lambda$ SK prijemnika. Pomoću ove združene gustine verovatnoće u radu je određen srednji broj osnih preseka i srednje vreme trajanja sistema.

U daljem radu je zatim razmatran optički  $\lambda$ SK sistem gde se korisni signal prenosi pomoću tri optička talasa na različitim talasnim dužinama. Prijemnik ima tri grane. U svakoj grani postoji optički uskopojasni filter i fotodioda. Razmatrani su slučajevi kada je u prijemniku i na liniji prisutan Gausov šum i interferenca. U prijemniku je prisutan kvantni šum. Posebno su razmatrani slučajevi kada je kvantni šum opisan Puasonovom statistikom. Za ovakave slučajeve je izračunata gustina verovatnoće signala na izlazu, kumulativna verovatnoća signala na izlazu, karakteristična funkcija signala na izlazu i moment signala na izlazu. Takođe je određena verovatnoća optičkog sistema, verovatnoća otkaza sistema i kapacitet kanala.

Koriste se optički signali na dve talasne dužine za prenos signala, što je ustvari binarni  $\lambda$ SK prenos.

#### 4.1 Binarni $\lambda$ SK sistemi

Model binarnog  $\lambda$ SK sistema, kada je na liniji Gausov šum, a na prijemu i Gausov i kvantni šum, je prikazan na slici ispod.



### Slika 4.1. Binarni $\lambda$ SK sistem

Kada važi hipoteza  $H_0$ ; onda je signal u gornjoj grani  $z_{00}$ , a signal u donjoj grani je  $z_{01}$ . Kada važi hipoteza  $H_1$ ; signal u gornjoj grani je  $z_{10}$ , a signal u donjoj grani je  $z_{11}$ . Gustina verovatnoće signala  $z_{00}$ ,  $z_{01}$ ,  $z_{10}$  i  $z_{11}$  su

$$\begin{aligned}
 p_{z_{00}}(z_{00}) &= \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{00}-ck_1)^2}{2\sigma^2}} = \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{(A+x_1)^{2k_1}}{k_1!} e^{-(A+x_1)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{00}-ck_1)^2}{2\sigma^2}} \\
 p_{z_{01}}(z_{01}) &= \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{01}-ck_2)^2}{2\sigma^2}} = \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{(A+x_2)^{2k_2}}{k_2!} e^{-(A+x_2)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{01}-ck_2)^2}{2\sigma^2}} \\
 p_{z_{10}}(z_{10}) &= \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{10}-ck_3)^2}{2\sigma^2}} = \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{(x_1)^{2k_3}}{k_3!} e^{-(x_1)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{10}-ck_3)^2}{2\sigma^2}} \\
 p_{z_{11}}(z_{11}) &= \sum_{k_4=0}^{\infty} \frac{\lambda_4^{k_4}}{k_4!} e^{-\lambda_4} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{11}-ck_4)^2}{2\sigma^2}} = \sum_{k_4=0}^{\infty} \frac{(x_2)^{2k_4}}{k_4!} e^{-(x_2)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{11}-ck_4)^2}{2\sigma^2}}
 \end{aligned} \tag{4.1.1}$$

Signal  $z_0$  je jednak

$$\begin{aligned}
 z_0 &= z_{00} - z_{01} \\
 z_{00} &= z_0 + z_{01}
 \end{aligned} \tag{4.1.2}$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_0$  je

$$p_{z_0}(z_0 / z_{01}) = \left| \frac{dz_{00}}{dz_0} \right| p_{z_{00}}(z_0 + z_{01}) \tag{4.1.3}$$

gde je  $\left| \frac{dz_{00}}{dz_0} \right| = 1$ .

Usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned}
 p_{z_0}(z_0) &= \int p_{z_{00}}(z_0 + z_{01}) p_{z_{01}}(z_{01}) dz_{01} = \\
 &= \int dz_{01} \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{(A+x_1)^{2k_1}}{k_1!} e^{-(A+x_1)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_0+z_{01}-ck_1)^2}{2\sigma^2}} \cdot \\
 &\quad \cdot \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{(x_1)^{2k_2}}{k_2!} e^{-(x_1)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{01}-ck_2)^2}{2\sigma^2}}.
 \end{aligned} \tag{4.1.4}$$

Signal  $z_1$  je jednak

$$z_1 = z_{10} - z_{11} \tag{4.1.5}$$

Gustina verovatnoće od  $z_1$  je

$$\begin{aligned}
p_{z_1}(z_1) &= \int p_{z_{10}}(z_1 + z_{11}) p_{z_{11}}(z_{11}) dz_{11} = \\
&= \int dz_{11} \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{(A+x_2)^{2k_3}}{k_3!} e^{-x_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_1+z_{11}-ck_3)^2}{2\sigma^2}} \sum_{k_4=0}^{\infty} \frac{(A+x_2)^{2k_4}}{k_4!} e^{-(A+x_2)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{11}-ck_4)^2}{2\sigma^2}}
\end{aligned}$$

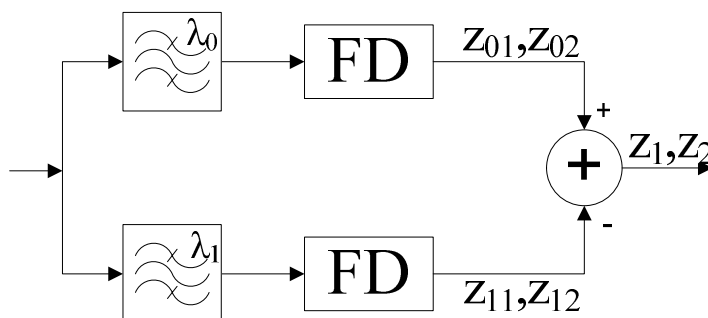
Kada važi hipoteza  $H_0$ , greška se čini kada je  $z_{00} < z_{01}$ . Verovatnoća ovog događaja je

$$\begin{aligned}
p_{e_1} = p(z_{00} < z_{01}) &= \int_{-\infty}^{\infty} dz_{00} \int_{z_{00}}^{\infty} dz_{01} p_{z_{00}}(z_{00}) p_{z_{01}}(z_{01}) = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} dz_{00} \int_{z_{00}}^{\infty} dz_{01} \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{(A+x_1)^{2k_1}}{k_1!} e^{-(A+x_1)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{00}-ck_1)^2}{2\sigma^2}} \cdot \\
&\cdot \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{(x_1)^{2k_2}}{k_2!} e^{-x_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{01}-ck_2)^2}{2\sigma^2}}. \quad (4.1.6)
\end{aligned}$$

Kada važi hipoteza  $H_1$ , onda se čini greška kada je  $z_{10} > z_{11}$ . Verovatnoća ovog događaja je

$$\begin{aligned}
p_{e_2} = p(z_{10} > z_{11}) &= \int_{-\infty}^{\infty} dz_{10} \int_{z_{10}}^{\infty} dz_{11} p_{z_{10}}(z_{10}) p_{z_{11}}(z_{11}) = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} dz_{10} \int_{z_{10}}^{\infty} dz_{11} \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{(x_1)^{2k_3}}{k_3!} e^{-x_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{10}-ck_3)^2}{2\sigma^2}} \cdot \\
&\cdot \sum_{k_4=0}^{\infty} \frac{(A+x_2)^{2k_4}}{k_4!} e^{-(A+x_2)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{11}-ck_4)^2}{2\sigma^2}}. \quad (4.1.7)
\end{aligned}$$

Kod optičkog telekomunikacionog sistema kojim se prenosi signal sa dva optička talasa; pretpostavimo da je na ulazu u sistem prisutan Gausov šum, a u optičkom prijemu je prisutan termički šum.



Slika 4.2. Binarni  $\lambda$ SK sistem

Statistička transformacija za signal  $z_{01}$  je

$$\begin{aligned} z_{01} &= ck_{01} + n_{01} \\ n_{01} &= z_{01} - ck_{01} \end{aligned} \quad (4.1.8)$$

Verovatnoća broja  $k_{01}$  je

$$p_{k_{01}} = \frac{\lambda_{01}^{k_{01}}}{k_{01}!} e^{-\lambda_{01}} \quad (4.1.9)$$

gde je  $\lambda_{01} = (A_1 + x_{01})^2$ .

Signal  $z_{02}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{02} &= ck_{02} + n_{02} \\ n_{02} &= z_{02} - ck_{02} \end{aligned} \quad (4.1.10)$$

Verovatnoća broja  $k_{02}$  je

$$p_{k_{02}} = \frac{\lambda_{02}^{k_{02}}}{k_{02}!} e^{-\lambda_{02}} \quad (4.1.11)$$

gde je  $\lambda_{02} = (A_2 + x_{02})^2$ .

Združena gustina verovatnoće od  $x_{01}$  i  $x_{02}$

$$p_{x_{01}x_{02}}(x_{01}x_{02}) = \frac{1}{2\pi\sigma_2^2\sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_{01}^2 - 2\rho_2 x_{01}x_{02} + x_{02}^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}} \quad (4.1.12)$$

Združena gustina verovatnoće od  $n_{01}$  i  $n_{02}$

$$p_{n_{01}n_{02}}(n_{01}n_{02}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{n_{01}^2 - 2\rho n_{01}n_{02} + n_{02}^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \quad (4.1.13)$$

Združena gustina verovatnoće od  $A_1$  i  $A_2$

$$p_{A_1A_2}(A_1A_2) = \frac{A_1A_2}{\sigma_3^2\sqrt{1-\rho_3^2}} e^{-\frac{A_1^2 + A_2^2}{2\sigma_3^2\sqrt{1-\rho_3^2}}} I_0\left(\frac{\rho_3 A_1 A_2}{\sigma_3^2(1-\rho_3^2)}\right) \quad (4.1.14)$$

Uslovna združena verovatnoća od  $k_{01}$  i  $k_{02}$  je

$$p_{k_{01}k_{02}} = \frac{\lambda_{01}^{k_{01}}}{k_{01}!} e^{-\lambda_{01}} \frac{\lambda_{02}^{k_{02}}}{k_{02}!} e^{-\lambda_{02}} = \frac{(A_1 + x_{01})^{2k_{01}}}{k_{01}!} e^{-(A_1 + x_{01})^2} \frac{(A_2 + x_{02})^{2k_{02}}}{k_{02}!} e^{-(A_2 + x_{02})^2} \quad (4.1.15)$$

Srednje vrednosti od  $z_{01}$  i  $z_{02}$  su jednake

$$\begin{aligned} \overline{z_{01}} &= \overline{ck_{01} + n_{01}} = ck_{01} \\ \overline{z_{02}} &= \overline{ck_{02} + n_{02}} = ck_{02} \end{aligned} \quad (4.1.16)$$

Varijansa od  $z_{01}$  je  $\sigma_{z_{01}}^2 = \overline{z_{01}^2} - \overline{z_{01}}^2 = \overline{(ck_{01} + n_{01})^2} + \overline{ck_{01} + n_{01}}^2 = \sigma^2$ .

Varijansa od  $z_{02}$  je  $\sigma_{z_{02}}^2 = \overline{z_{02}^2} - \overline{z_{02}}^2 = \overline{(ck_{02} + n_{02})^2} + \overline{ck_{02} + n_{02}}^2 = \sigma^2$ .

Korelacija između  $z_{01}$  i  $z_{02}$  je  $\rho_2 = \overline{z_{01}z_{02}} - \overline{z_{01}}\overline{z_{02}} = \rho$ .

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_{01}$  i  $z_{02}$  je

$$p_{z_{01}z_{02}}(z_{01}z_{02}/x_{01}x_{02}A_{01}A_{02}k_{01}k_{02}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{(z_{01}-ck_{01})^2 - 2\rho(z_{01}-ck_{01})(z_{02}-ck_{02}) + (z_{02}-ck_{02})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}}$$

Zamenom i usrednjavanjem se dobija združena gustina verovatnoće od  $z_{01}$  i  $z_{02}$

$$p_{z_{01}z_{02}}(z_{01}z_{02}) = \sum_{k_{01}=0}^{\infty} \sum_{k_{02}=0}^{\infty} \int dx_{01} \int dx_{02} \int dA_{01} \int dA_{02} \frac{1}{2\pi\sigma_2^2\sqrt{1-r_2^2}} e^{-\frac{x_{01}^2 - 2r_2x_{01}x_{02} + x_{02}^2}{2\sigma_2^2(1-r_2^2)}} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{(z_{01}-ck_{01})^2 - 2r(z_{01}-ck_{01})(z_{02}-ck_{02}) + (z_{02}-ck_{02})^2}{2\sigma^2(1-r^2)}} \frac{\lambda_{01}^{k_{01}}}{k_{01}!} e^{-\lambda_{01}} \frac{\lambda_{02}^{k_{02}}}{k_{02}!} e^{-\lambda_{02}} \cdot (4.1.17) \cdot \frac{A_1A_2}{\sigma_3^2\sqrt{1-r_3^2}} e^{-\frac{A_1^2+A_2^2}{2\sigma_3^2\sqrt{1-r_3^2}}} I_0\left(\frac{r_3A_1A_2}{\sigma_3^2(1-r_3^2)}\right)$$

Signal  $z_{11}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{11} &= ck_{11} + n_{11} \\ n_{11} &= z_{11} - ck_{11} \end{aligned} \quad (4.1.18)$$

Verovatnoća broja  $k_{11}$  je

$$p_{k_{11}} = \frac{\lambda_{11}^{k_{11}}}{k_{11}!} e^{-\lambda_{11}} \quad (4.1.19)$$

gde je  $\lambda_{11} = x_{11}^2$ .

Signal  $z_{12}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{12} &= ck_{12} + n_{12} \\ n_{12} &= z_{12} - ck_{12} \end{aligned} \quad (4.1.20)$$

Verovatnoća broja  $k_{12}$  je

$$p_{k_{12}} = \frac{\lambda_{12}^{k_{12}}}{k_{12}!} e^{-\lambda_{12}} \quad (4.1.21)$$

gde je  $\lambda_{12} = x_{12}^2$ .

Združena gustina verovatnoće od  $x_{11}$  i  $x_{12}$



$$p_{x_1 x_2}(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{x_1^2 - 2rx_1x_2 + x_2^2}{2\sigma^2(1-r^2)}} \quad (4.1.22)$$

Združena gustina verovatnoće od  $n_{11}$  i  $n_{12}$

$$p_{n_{11} n_{12}}(n_{11}, n_{12}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{n_{11}^2 - 2rn_{11}n_{12} + n_{12}^2}{2\sigma^2(1-r^2)}} \quad (4.1.23)$$

Uslovna združena verovatnoća od  $k_{11}$  i  $k_{12}$  je

$$p_{k_{11} k_{12}} = \frac{\lambda_{11}^{k_{11}}}{k_{11}!} e^{-\lambda_{11}} \frac{\lambda_{12}^{k_{12}}}{k_{12}!} e^{-\lambda_{12}} = \frac{x_{11}^{2k_{11}}}{k_{11}!} e^{-x_{11}^2} \frac{x_{12}^{2k_{12}}}{k_{12}!} e^{-x_{12}^2} \quad (4.1.24)$$

Srednje vrednosti od  $z_{11}$  i  $z_{12}$  su jednake

$$\begin{aligned} \overline{z_{11}} &= \overline{ck_{11} + n_{11}} = ck_{11} \\ \overline{z_{12}} &= \overline{ck_{12} + n_{12}} = ck_{12} \end{aligned} \quad (4.1.25)$$

Varijansa od  $z_{11}$  je  $\sigma_{z_{11}}^2 = \overline{z_{11}^2} - \overline{z_{11}}^2 = \sigma^2$ .

Varijansa od  $z_{12}$  je  $\sigma_{z_{12}}^2 = \overline{z_{12}^2} - \overline{z_{12}}^2 = \sigma^2$ .

Korelacioni koeficijent između  $z_{11}$  i  $z_{12}$  je

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \overline{z_{11}z_{12}} - \overline{z_{11}} \overline{z_{12}} = \overline{(ck_{11} + n_{12})(ck_{11} + n_{12})} - \overline{(ck_{11} + n_{12})} \overline{(ck_{11} + n_{12})} = \\ &= ck_{11}ck_{12} + ck_{11}n_{12} + ck_{12}n_{11} + n_{11}n_{12} = ck_{11}ck_{12} = \rho \end{aligned}$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_{11}$  i  $z_{12}$  je

$$p_{z_{11} z_{12}}(z_{11}, z_{12} / x_{11}, x_{12}, k_{11}, k_{12}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{(z_{11}-ck_{11})^2 - 2r(z_{11}-ck_{11})(z_{12}-ck_{12}) + (z_{12}-ck_{12})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \quad (4.1.26)$$

Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned} p_{z_{01} z_{02}}(z_{01}, z_{02}) &= \sum_{k_{11}=0}^{\infty} \sum_{k_{12}=0}^{\infty} \int dx_{01} \int dx_{02} \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{x_{01}^2 - 2rx_{01}x_{02} + x_{02}^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \cdot \\ &\cdot \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{(z_{11}-ck_{11})^2 - 2r(z_{11}-ck_{11})(z_{12}-ck_{12}) + (z_{12}-ck_{12})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \frac{\lambda_{11}^{k_{11}}}{k_{11}!} e^{-\lambda_{11}} \frac{\lambda_{12}^{k_{12}}}{k_{12}!} e^{-\lambda_{12}} \end{aligned} \quad (4.1.27)$$

Signali  $z_1$  i  $z_2$  su jednaki

$$\begin{aligned}
z_1 &= z_{01} + z_{11} \\
z_2 &= z_{02} + z_{12} \\
z_{01} &= z_1 - z_{11} \\
z_{02} &= z_2 - z_{12}
\end{aligned} \tag{4.1.28}$$

Uslovna združena gustina verovatnoće od  $z_1$  i  $z_2$  je

$$p_{z_1 z_2}(z_1 z_2 / z_{11} z_{12}) = |J| \cdot p_{z_{01} z_{02}}(z_1 - z_{11}, z_2 - z_{12})$$

gde je  $|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial z_{01}}{\partial z_1} & \frac{\partial z_{01}}{\partial z_2} \\ \frac{\partial z_{02}}{\partial z_1} & \frac{\partial z_{02}}{\partial z_2} \end{vmatrix} = 1$  .

Zamenom i integracijom se dobija

$$\begin{aligned}
p_{z_1 z_2}(z_1 z_2) &= \int dz_{11} \int dz_{12} p_{z_{01} z_{02}}(z_1 - z_{11}, z_2 - z_{12}) p_{z_{11}}(z_{11}) p_{z_{12}}(z_{12}) = \\
&= \sum_{k_{01}=0}^{\infty} \sum_{k_{02}=0}^{\infty} \int dx_{01} \int dx_{02} \int dA_{01} \int dA_{02} \frac{1}{2\pi\sigma_2^2 \sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_{01}^2 - 2r_2 x_{01} x_{02} + x_{02}^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}} \cdot \\
&\cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{(z_{01}-ck_{01})^2 - 2r(z_{01}-ck_{01})(z_{02}-ck_{02}) + (z_{02}-ck_{02})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \frac{\lambda_{01}^{k_{01}}}{k_{01}!} e^{-\lambda_{01}} \frac{\lambda_{02}^{k_{02}}}{k_{02}!} e^{-\lambda_{02}} \cdot \\
&\cdot \frac{A_1 A_2}{\sigma_3^2 \sqrt{1-\rho_3^2}} e^{-\frac{A_1^2 + A_2^2}{2\sigma_3^2 \sqrt{1-r_3^2}}} I_0 \left( \frac{r_3 A_1 A_2}{\sigma_3^2 (1-\rho_3^2)} \right) \sum_{k_{11}=0}^{\infty} \sum_{k_{12}=0}^{\infty} \int dx_{01} \int dx_{02} \frac{\lambda_{11}^{k_{11}}}{k_{11}!} e^{-\lambda_{11}} \frac{\lambda_{12}^{k_{12}}}{k_{12}!} e^{-\lambda_{12}} \cdot \\
&\cdot \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{(z_{11}-ck_{11})^2 - 2r(z_{11}-ck_{11})(z_{12}-ck_{12}) + (z_{12}-ck_{12})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \frac{1}{2\pi\sigma_2^2 \sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_{11}^2 - 2r_2 x_{11} x_{12} + x_{12}^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}}
\end{aligned} \tag{4.1.29}$$

Verovatnoća događaja  $P(D_{00}/H_{00})$  je

$$\begin{aligned}
p(D_{00}/H_{00}) &= p\{z_{01} > z_{11}, z_{02} > z_{12}\} = \\
&= \int_0^{\infty} dz_{01} \int_0^{z_{01}} dz_{11} p_{z_{01}}(z_{01}) p_{z_{11}}(z_{11}) \cdot \\
&\cdot \int_0^{\infty} dz_{02} \int_0^{z_{02}} dz_{12} p_{z_{02}}(z_{02}) p_{z_{12}}(z_{12})
\end{aligned} \tag{4.1.30}$$

Verovatnoća događaja  $P(D_{01}/H_{00})$  je

$$\begin{aligned}
p(D_{01}/H_{00}) &= p\{z_{01} > z_{11}, z_{02} < z_{12}\} = \\
&= \int_0^{\infty} dz_{01} \int_0^{z_{01}} dz_{11} p_{z_{01}}(z_{01}) p_{z_{11}}(z_{11}) \cdot \\
&\cdot \int_0^{\infty} dz_{02} \int_{z_{02}}^{\infty} dz_{12} p_{z_{02}}(z_{02}) p_{z_{12}}(z_{12})
\end{aligned} \tag{4.1.31}$$

Verovatnoća događaja  $P(D_{10}/H_{00})$  je

$$\begin{aligned} p(D_{10}/H_{00}) &= p\{z_{01} < z_{11}, z_{02} > z_{12}\} = \\ &= \int_0^\infty dz_{01} \int_{z_{01}}^\infty dz_{11} p_{z_{01}}(z_{01}) p_{z_{11}}(z_{11}) + \\ &+ \int_0^\infty dz_{02} \int_0^{z_{02}} dz_{12} p_{z_{02}}(z_{02}) p_{z_{12}}(z_{12}) \end{aligned} \quad (4.1.32)$$

Verovatnoća događaja  $P(D_{11}/H_{00})$  je

$$\begin{aligned} p(D_{11}/H_{00}) &= p\{z_{01} < z_{11}, z_{02} < z_{12}\} = \\ &= \int_0^\infty dz_{01} \int_{z_{01}}^\infty dz_{11} p_{z_{01}}(z_{01}) p_{z_{11}}(z_{11}) \cdot \\ &\cdot \int_0^\infty dz_{02} \int_{z_{02}}^\infty dz_{12} p_{z_{02}}(z_{02}) p_{z_{12}}(z_{12}) \end{aligned} \quad (4.1.33)$$

Kumulativna verovatnoća signala  $z_1$  i  $z_2$  je

$$F_{z_1 z_2}(z_1 z_2) = \int_{-\infty}^{z_1} dt_1 \int_{-\infty}^{z_2} dt_2 p_{z_1}(t_1 t_2)$$

Karakteristična funkcija od  $z_1$  i  $z_2$  je

$$M_{z_1 z_2}(s_1 s_2) = \overline{e^{s_1 z_1 + s_2 z_2}} = \int_{-\infty}^\infty dz_1 \int_{-\infty}^\infty dz_2 e^{s_1 z_1 + s_2 z_2} p_{z_1 z_2}(z_1 z_2)$$

Produktni moment od  $z_1^{p_1}$  i  $z_2^{p_2}$  su jednaki

$$m_{pq} = \overline{z_1^{p_1} z_2^{p_2}} = \int_{-\infty}^\infty dz_1 \int_{-\infty}^\infty dz_2 z_1^{p_1} z_2^{p_2} p_{z_1 z_2}(z_1 z_2)$$

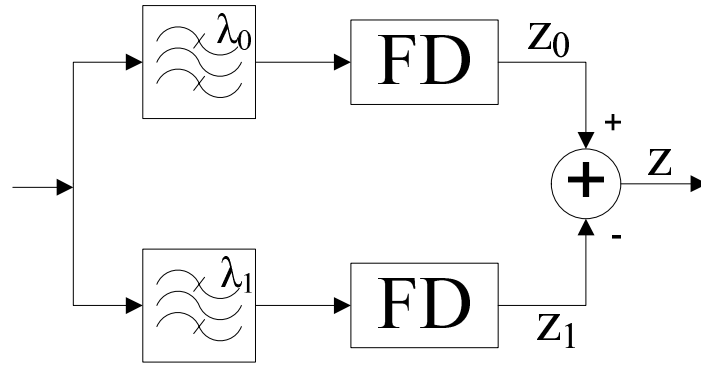
Za  $p_1 = 1$  i  $p_2 = 1$  dobija se

$$m_{11} = \overline{z_1 z_2} = \int_{-\infty}^\infty dz_1 \int_{-\infty}^\infty dz_2 z_1 z_2 p_{z_1 z_2}(z_1 z_2)$$

Za  $p_1 = 2$  i  $p_2 = 2$  dobija se

$$m_{22} = \overline{z_1^2 z_2^2} = \int_{-\infty}^\infty dz_1 \int_{-\infty}^\infty dz_2 z_1^2 z_2^2 p_{z_1 z_2}(z_1 z_2)$$

Za slučaj kada se prenos signala vrši pomoću dva optička signala; pod pretpostavkom da je prisutan Gausov šum na ulazu u prijemnik, kao i u samom prijemniku.



Slika 4.3. Gausov šum na ulazu prijemnika i u prijemniku

Statistička transformacija signala  $z_0$  je

$$\begin{aligned} z_0 &= y_0 + n_0 \\ n_0 &= z_0 - y_0 \end{aligned} \quad (4.1.34)$$

Gustina verovatnoće od  $n_0$  je

$$p_{n_0}(n_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{n_0^2}{2\sigma^2}} \quad (4.1.35)$$

Gustina verovatnoće od  $y_0$  je

$$p_{y_0}(y_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{-\frac{y_0^2}{2\sigma_y^2}} \quad (4.1.36)$$

Varijansa od  $y_0$  je  $\sigma_y^2 = (x_0 + A)^2$ .

Srednja vrednost od  $z_0$  je  $\overline{z_0} = \overline{y_0 + n_0} = \overline{y_0} + \overline{n_0} = 0$ .

Varijansa od  $z_0$  je  $\sigma_{z_0}^2 = \sigma_{y_0}^2 = \sigma_{n_0}^2 = (x_0 + A)^2 + \sigma^2$ .

Gustina verovatnoće od  $z_0$  je

$$p_{z_0}(z_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(x_0 + A)^2 + \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{z_0^2}{2[(x_0 + A)^2 + \sigma^2]}} \quad (4.1.37)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_0}(z_0) = \int dx_0 p_{z_0}(z_0/x_0) p_{x_0}(x_0) = \int dx_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(x_0 + A)^2 + \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{z_0^2}{2[(x_0 + A)^2 + \sigma^2]}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} e^{-\frac{x_0^2}{2\sigma_z^2}}$$

Signal  $z_1$  je jednak

$$\begin{aligned} z_1 &= y_1 + n_1 \\ n_1 &= z_1 - y_1 \end{aligned} \quad (4.1.38)$$

Gustina verovatnoće od  $n_1$  je

$$p_{n_1}(n_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{n_1^2}{2\sigma^2}} \quad (4.1.39)$$

Gustina verovatnoće od  $y_1$  je

$$p_{y_1}(y_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{-\frac{y_1^2}{2\sigma_y^2}} \quad (4.1.40)$$

Gustina verovatnoće od  $x_1$  je

$$p_{x_1}(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma_x^2}} \quad (4.1.41)$$

Srednja vrednost od  $z_1$  je  $\bar{z}_1 = \overline{y_1 + n_1} = \bar{y}_1 + \bar{n}_1 = 0$ .

Varijansa od  $z_1$  je  $\sigma_{z_1}^2 = \sigma_1^2 + \sigma^2$ .

Gustina verovatnoće od  $z_1$  je

$$p_{z_1}(z_1/x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{x_1^2 + \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{z_1^2}{2(x_1^2 + \sigma^2)}} \quad (4.1.42)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_1}(z_1) = \int dx_1 p_{z_1}(z_1/x_1) p_{x_1}(x_1) = \int dx_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{x_1^2 + \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{z_1^2}{2(x_1^2 + \sigma^2)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma_x^2}} \quad (4.1.43)$$

Signal  $z$  je jednak

$$\begin{aligned} z &= z_0 - z_1 \\ z_0 &= z + z_1 \end{aligned} \quad (4.1.44)$$

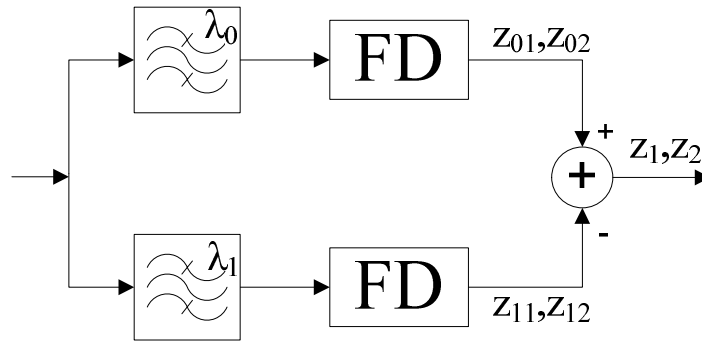
Gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z) = \int dz_1 \cdot p_{z_0}(z + z_1) \cdot p_{z_1}(z_1) \quad (4.1.45)$$

Verovatnoća greške je

$$\begin{aligned}
p_{e_1} = p(z_1 > z_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{\infty} dz_0 p_{z_1}(z_1) p_{z_0}(z_0) = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{\infty} dz_0 \int dx_0 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(A+x_1)^2 + \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{z_0^2}{2((A+x_0)^2 + \sigma^2)}} \\
&\quad \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{x_1^2 + \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{z_1^2}{2(x_1^2 + \sigma^2)}}
\end{aligned} \tag{4.1.46}$$

Ako isti optički sistem posmatramo u dva trenutka vremena (dva vremenska koraka)



Slika 4.4. Binarni optički  $\lambda$ SK sistem

Signal  $z_{01}$  je jednak

$$z_{01} = y_{01} + n_{01} \tag{4.1.47}$$

Srednja vrednost od  $z_{01}$  je  $\overline{z_{01}} = \overline{y_{01}} + \overline{n_{01}} = 0$ .

Varijansa od  $z_{01}$  je  $\sigma_{z_{01}}^2 = (A_1 + x_{01})^2 + \sigma^2$ .

Signal  $z_{02}$  je jednak

$$z_{02} = y_{02} + n_{02} \tag{4.1.48}$$

Srednja vrednost od  $z_{02}$  je  $\overline{z_{02}} = \overline{y_{02}} + \overline{n_{02}} = 0$ .

Varijansa od  $z_{02}$  je  $\sigma_{z_{02}}^2 = (A_2 + x_{02})^2 + \sigma^2$ .

Združena gustina verovatnoće od  $n_{01}$  i  $n_{02}$  je

$$p_{n_{01}n_{02}}(n_{01}n_{02}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{n_{01}^2 - 2\rho n_{01}n_{02} + n_{02}^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \tag{4.1.49}$$

Združena gustina verovatnoće od  $x_{01}$  i  $x_{02}$

$$p_{x_{01}x_{02}}(x_{01}x_{02}) = \frac{1}{2\pi\sigma\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{x_{01}^2 - 2\rho x_{01}x_{02} + x_{02}^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \quad (4.1.50)$$

Uslovno združena gustina verovatnoće od  $z_{01}$  i  $z_{02}$

$$\begin{aligned} p_{z_{01}z_{02}}(z_{01}z_{02}) &= \frac{1}{2\pi\sigma_{z_{01}}^2\sigma_{z_{02}}^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{z_{01}^2 - 2\rho z_{01}z_{02} + z_{02}^2}{\sigma_{z_{01}}^2\sigma_{z_{02}}^2(1-\rho^2)}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{(A_1 + x_{01})^2 + \sigma^2}\sqrt{(A_2 + x_{02})^2 + \sigma^2}} \cdot \\ &\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho)}\left(\frac{z_{01}^2}{(A_1+x_{01})^2+\sigma^2} - \frac{2\rho z_{01}z_{02}}{\sqrt{(A_1+x_{01})^2+\sigma^2}\sqrt{(A_2+x_{02})^2+\sigma^2}} + \frac{z_{02}^2}{(A_2+x_{02})^2+\sigma^2}\right)} \end{aligned} \quad (4.1.51)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned} p_{z_{01}z_{02}}(z_{01}z_{02}) &= \int dx_{01} \int dx_{02} \frac{1}{2\pi\sqrt{(A_1 + x_{01})^2 + \sigma^2}\sqrt{(A_2 + x_{02})^2 + \sigma^2}} \cdot \\ &\cdot e^{-\frac{1}{2(1-\rho)}\left(\frac{z_{01}^2}{(A_1+x_{01})^2+\sigma^2} - \frac{2\rho z_{01}z_{02}}{\sqrt{(A_1+x_{01})^2+\sigma^2}\sqrt{(A_2+x_{02})^2+\sigma^2}} + \frac{z_{02}^2}{(A_2+x_{02})^2+\sigma^2}\right)} \frac{1}{2\pi\sigma_z^2\sqrt{1-\rho^2}} \cdot e^{-\frac{x_{01}^2 - 2\rho x_{01}x_{02} + x_{02}^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \end{aligned} \quad (4.1.55)$$

Signal  $z_{11}$  je jednak

$$z_{11} = y_{11} + n_{11} \quad (4.1.56)$$

Srednja vrednost od  $z_{11}$  je  $\overline{z_{11}} = \overline{y_{11}} + \overline{n_{11}} = 0$ .

Varijansa od  $z_{11}$  je  $\sigma_{z_{11}}^2 = (A_1 + x_{11})^2 + \sigma^2$ .

Signal  $z_{12}$  je jednak

$$z_{12} = y_{12} + n_{12} \quad (4.1.57)$$

Srednja vrednost od  $z_{12}$  je  $\overline{z_{12}} = \overline{y_{12}} + \overline{n_{12}} = 0$ .

Varijansa od  $z_{12}$  je  $\sigma_{z_{12}}^2 = \overline{z_{12}^2} - \overline{z_{12}}^2 = \sigma^2 + x_{11}^2$ .

Združena gustina verovatnoće od  $n_{11}$  i  $n_{12}$  je

$$p_{n_{11}n_{12}}(n_{11}n_{12}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{n_{11}^2 - 2\rho n_{11}n_{12} + n_{12}^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \quad (4.1.58)$$

Združena gustina verovatnoće od  $x_{11}$  i  $x_{12}$  je

$$p_{x_{11}x_{12}}(x_{11}x_{12}) = \frac{1}{2\pi\sigma_2^2\sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_{11}^2 - 2\rho_2 x_{11}x_{12} + x_{12}^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}} \quad (4.1.59)$$

Korelacioni koeficijent između  $z_{11}$  i  $z_{12}$  je  $\rho_2 = \overline{z_{11}z_{12}} - \overline{z_{11}}\overline{z_{12}} = \rho$ .

Uslovno združena gustina verovatnoće od  $z_{11}$  i  $z_{12}$  je

$$p_{z_{11}z_{12}}(z_{11}z_{12} / x_{11}x_{12}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{z_{11}}^2\sigma_{z_{12}}^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{z_{11}^2}{\sigma_{z_{11}}^2} - \frac{2\rho z_{11}z_{12}}{\sigma_{z_{11}}\sigma_{z_{12}}} + \frac{z_{12}^2}{\sigma_{z_{12}}^2}\right)} \quad (4.1.60)$$

Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_{11}z_{12}}(z_{11}z_{12}) = \int dx_{11} \int dx_{12} \frac{1}{2\pi\sqrt{x_{11}^2 + \sigma^2}\sqrt{x_{12}^2 + \sigma^2}\sqrt{1-\rho_2^2}} \cdot e^{-\frac{z_{11}^2}{x_{11}^2 + \sigma^2} - \frac{2z_{11}z_{12}}{\sqrt{x_{11}^2 + \sigma^2}\sqrt{x_{12}^2 + \sigma^2}} + \frac{z_{12}^2}{x_{12}^2 + \sigma^2}} \cdot \left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\right) \cdot \frac{1}{2\pi\sigma_z^2\sqrt{1-\rho^2}} \cdot e^{-\frac{x_{11}^2 - 2\rho x_{11}x_{12} + x_{12}^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \quad (4.1.61)$$

Signali  $z_{11}$  i  $z_{12}$  su jednaki

$$\begin{aligned} z_1 &= z_{01} + z_{11} \\ z_2 &= z_{02} + z_{12} \\ z_{01} &= z_1 - z_{11} \\ z_{02} &= z_2 - z_{12} \end{aligned} \quad (4.1.62)$$

Uslovna združena gustina verovatnoće od  $z_{11}$  i  $z_{12}$  je

$$p_{z_{11}z_{12}}(z_1z_2 / z_{11}z_{12}) = |J| \cdot p_{z_{01}z_{02}}(z_1 - z_{11}, z_2 - z_{12})$$

$$\text{gde je } J = \begin{vmatrix} \frac{\partial z_{01}}{\partial z_1} & \frac{\partial z_{01}}{\partial z_2} \\ \frac{\partial z_{02}}{\partial z_1} & \frac{\partial z_{02}}{\partial z_2} \end{vmatrix} = 1.$$

Zamenom usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_1z_2}(z_1z_2) = \int dz_{11} \int dz_{12} \cdot p_{z_{01}z_{02}}(z_1 - z_{11}, z_2 - z_{12}) \cdot p_{z_{11}z_{12}}(z_{11}z_{12})$$

Združena gustina verovatnoće od  $z_{01}$ ,  $z_{02}$ ,  $\dot{z}_{01}$  i  $\dot{z}_{02}$

$$p_{z_{01}z_{02}\dot{z}_{01}\dot{z}_{02}}(z_{01}z_{02}\dot{z}_{01}\dot{z}_{02}) = p_{z_{01}z_{02}}(z_{01}z_{02}) \cdot \frac{1}{2\pi\sigma_3^2\sqrt{1-\rho_3^2}} e^{-\frac{\dot{z}_{01}^2 - 2\rho_3\dot{z}_{01}\dot{z}_{02} + \dot{z}_{02}^2}{2\sigma_3^2(1-\rho_3^2)}} \quad (4.1.63)$$

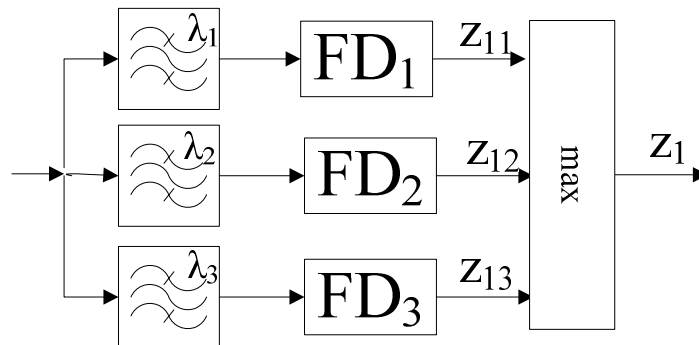
Združena gustina verovatnoće od  $z_{11}$ ,  $z_{12}$ ,  $\dot{z}_{11}$  i  $\dot{z}_{12}$  je



$$p_{z_{11}z_{12}z_{13}}(z_{11}z_{12}z_{13}) = \frac{1}{2\pi\sigma_3\sqrt{1-\rho_3^2}} \cdot e^{-\frac{z_{11}^2-2\rho_3z_{11}z_{12}+z_{12}^2}{2\sigma_3^2(1-\rho_3^2)}} \quad (4.1.64)$$

## 4.2 Ternarni $\lambda$ SK sistemi

Prenos signala kroz optički sistem se može vršiti i pomoću tri optička talasa na različitim talasnim dužinama. Pretpostavimo da je na krajevima optičkog vlakna prisutan Gausov šum i interferenca, a u prijemniku je prisutan termički šum i interferenca.



Slika 4.2.1. Ternarni optički  $\lambda$ SK sistem

Pretpostavimo da važi hipoteza  $H_1$ . U ovom slučaju su signali na izlazima iz foto detektora jednaki  $z_{11}$ ,  $z_{12}$  i  $z_{13}$ .

Signal  $z_1$  jednak je maksimalnoj vrednosti ova tri signala

$$z_1 = \max(z_{11}, z_{12}, z_{13}) \quad (4.2.1)$$

Stetističke transformacije signala  $z_{11}$ ,  $z_{12}$ ,  $z_{13}$  su

$$\begin{aligned} z_{11} &= ck_1 + n_1 + c_1 \cos \theta_1 \\ z_{12} &= ck_2 + n_2 + c_2 \cos \theta_2 \\ z_{13} &= ck_3 + n_3 + c_3 \cos \theta_3 \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

Verovatnoće brojeva  $k_1$ ,  $k_2$  i  $k_3$  su

$$\begin{aligned}
p_{k_1}(k_1) &= \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1}, \lambda_1 = (x_1 + \cos \varphi_1)^2 \\
p_{k_2}(k_2) &= \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2}, \lambda_2 = (x_2 + \cos \varphi_2)^2 \\
p_{k_3}(k_3) &= \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3}, \lambda_3 = (x_3 + \cos \varphi_3)^2
\end{aligned} \tag{4.2.3}$$

Gustina verovatnoća od  $z_{11}$ ,

$$\begin{aligned}
p_{z_{11}}(z_{11}) &= \sum_{k_1=0}^{\infty} \int dx_1 \int d\phi_1 \int d\theta_1 \frac{(A + x_1 + c_1 \cos \phi_1)^{2k_1}}{k_1!} e^{-(A+x_1+c_1 \cos \phi)} \cdot \\
&\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z_{11}-ck_1-c_1 \cos \theta_1)}{2\sigma^2}} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \cdot e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma_z^2}}
\end{aligned} \tag{4.2.4}$$

Gustina verovatnoće od  $z_{12}$  je

$$\begin{aligned}
p_{z_{12}}(z_{12}) &= \sum_{k_2=0}^{\infty} \int dx_2 \int d\phi_2 \int d\theta_2 \frac{(A + x_2 + c_2 \cos \phi_2)^{2k_2}}{k_2!} e^{-(A+x_2+c_2 \cos \phi)} \cdot \\
&\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z_{12}-ck_2-c_2 \cos \theta_2)}{2\sigma^2}} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \cdot e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma_z^2}}
\end{aligned} \tag{4.2.4}$$

Gustina verovatnoće od  $z_{13}$  je

$$\begin{aligned}
p_{z_{13}}(z_{13}) &= \sum_{k_3=0}^{\infty} \int dx_3 \int d\phi_3 \int d\theta_3 \frac{(A + x_3 + c_3 \cos \phi_3)^{2k_3}}{k_3!} e^{-(A+x_3+c_3 \cos \phi)} \cdot \\
&\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z_{13}-ck_3-c_3 \cos \theta_3)}{2\sigma^2}} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \cdot e^{-\frac{x_3^2}{2\sigma_z^2}}
\end{aligned} \tag{4.2.5}$$

Gustina verovatnoće signala  $z_1$  je

$$\begin{aligned}
p_{z_1}(z_1) &= \int_{-\infty}^{\bar{z}_1} dz_{12} \int_{-\infty}^{\bar{z}_1} dz_{13} p_{z_{11}z_{12}z_{13}}(z_1 z_{12} z_{13}) + \int_{-\infty}^{\bar{z}_1} dz_{11} \int_{-\infty}^{\bar{z}_1} dz_{13} p_{z_{11}z_{12}z_{13}}(z_{11} z_1 z_{13}) + \\
&+ \int_{-\infty}^{\bar{z}_1} dz_{12} \int_{-\infty}^{\bar{z}_1} dz_{13} p_{z_{11}z_{12}z_{13}}(z_{11} z_{12} z_1)
\end{aligned} \tag{4.2.6}$$

U ovom slučaju je

$$p_{z_{11}z_{12}z_{13}}(z_1 z_{12} z_{13}) = p_{z_{11}}(z_{11}) p_{z_{12}}(z_{12}) p_{z_{13}}(z_{13}) \tag{4.2.7}$$

Kada važi hipoteza  $H_1$ , nema greške ako je  $z_{11} > z_{12}$  i  $z_{11} > z_{13}$ . Verovatnoća ovog događaja je

$$\begin{aligned}
p_{e_i} &= \int_{-\infty}^{\infty} dz_{11} \int_{-\infty}^{z_{11}} dz_{12} \int_{-\infty}^{z_{11}} dz_{13} p_{z_{11}}(z_{11}) p_{z_{12}}(z_{12}) p_{z_{13}}(z_{13}) (z_1 z_{12} z_{13}) = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} dz_{11} \int_{-\infty}^{z_{11}} dz_{12} \int_{-\infty}^{z_{11}} dz_{13} p_{z_{11}}(z_{11}) \sum_{k_1=0}^{\infty} \int dx_1 \int d\phi_1 \int d\theta_1 \frac{(A+x_1+c_1 \cos \phi_1)^{2k_1}}{k_1!} \cdot \\
&\cdot e^{-(A+x_1+c_1 \cos \phi)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{11}-ck_1-c_1 \cos \theta_1)}{2\sigma^2}} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z}} \cdot e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma_z^2}} \cdot p_{z_{12}}(z_{12}) = \\
&= \sum_{k_2=0}^{\infty} \int dx_2 \int d\phi_2 \int d\theta_2 \frac{(A+x_2+c_2 \cos \phi_2)^{2k_2}}{k_2!} e^{-(A+x_2+c_2 \cos \phi)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{12}-ck_2-c_2 \cos \theta_2)}{2\sigma^2}} \\
&\cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z}} \cdot e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma_z^2}} \cdot p_{z_{13}}(z_{13}) = \sum_{k_3=0}^{\infty} \int dx_3 \int d\phi_3 \int d\theta_3 \frac{(A+x_3+c_3 \cos \phi_3)^{2k_3}}{k_3!} \cdot \\
&\cdot e^{-(A+x_3+c_3 \cos \phi)} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{13}-ck_3-c_3 \cos \theta_3)}{2\sigma^2}} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z}} \cdot e^{-\frac{x_3^2}{2\sigma_z^2}}
\end{aligned} \tag{4.2.8}$$

### 4.3 Diverziti optički $\lambda$ SK sistemi sa selektivnim kombinovanjem

Razmotrićemo primenu diverziti tehnike sa selektivnim kombinovanjem za smanjivanje uticaja kvantnog šuma, Gausovog šuma u prijemniku, Gausovog šuma formiranog na liniji, interference u prijemniku i interference na liniji na performanse optičkog  $\lambda$ SK sistema. Diverziti SC sistem je sa posle-detekcijskim  $\lambda$ SK kombinovanjem i dve ulazne grane.

Prvo je analiziran slučaj kada je u prijemniku prisutan kvantni šum, a Gausov šum je prisutan na liniji i u prijemniku. Kvantni šum je aproksimiran Puasonovom aproksimacijom, što znači da verovatnoća broja kvantata kvantnog šuma ima Puasonovu raspodelu. Razmatran je  $\lambda$ SK sistema sa dve grane, a optički sistem koji se razmatra ima četiri grane. Svaka grana sadrži uskopojasni filter i fotodiodu. Pretpostavlja se da je posmatrani signal na talasnoj dužini  $\lambda_1$ . U tezi je određena gustina verovatnoće signala na svakoj od četiri grane. Kombiner diverziti sistema ima četiri ulaza na koji su povezani krajevi grana oba prijemnika. Signal na izlazu iz selektivnog kombinera jednak je signalu sa onog ulaza u kombiner gde je signal najveći. Signal na izlazu može da bude sa bilo kog od četiri ulazna signala. Potrebno je da budu svi ostali signali manji od aktuelnog signala. Na osnovu ovoga određuje se gustina verovatnoće signala na izlazu iz selektivnog kombinera.

Verovatnoća greške sistema može da se izračuna integracijom gustine verovatnoće sistema na izlazu za negativne vrednosti signala. Verovatnoća greške sistema može da se izračuna i na osnovu upoređivanja signala na izlazu iz četiri grane prijemnika.

Zatim je izračunata združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz grana prijemnika u dva trenutka vremena. Prvo su određene združene gustine verovatnoća Gausovih šumova i broja interferenci u dva trenutka vremena kao i združena gustina verovatnoće brojeva kvanata u dva trenutka vremena. Zatim je određena združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz selektivnog kombinera u dva trenutka vremena. Određena je i združena gustina verovatnoće signala i izvoda signala na izlazu iz grana prijemnika i združena gustina verovatnoće signala i izvoda signala na izlazu iz selektivnog kombinera.

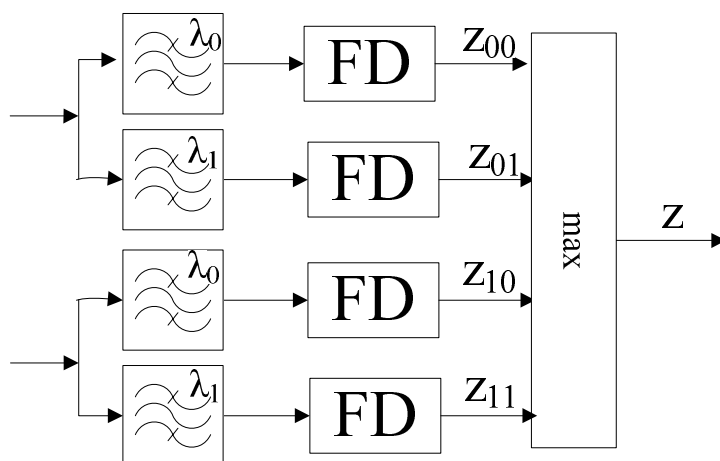
Potom je razmatran diverziti sistem selektivnim kombinovanjem i dve grane. Signali sa grane prvog prijemnika se oduzimaju i prikazuju na ulazu selektivnog kombinera. Takođe i signali sa grane drugog prijemnika se oduzimaju i prikazuju na drugi ulaz selektivnog kombinera. Selektivni kombiner izračunava apsolutne vrednosti signala na njegovom ulazu. Signal na izlazu iz selektivnog kombinera jednak je signalu sa onog ulaza u selektivni kombiner koji ima veću apsolutnu vrednost signala. Za ovako određen diverziti sistem u radu je izračunata gustina verovatnoće signala na njegovom izlazu.

Posmatran je slučaj kada je kvantni šum opisan Puasonovom statistikom i kada je kvantni šum opisan Gausovom statistikom. Kao i u prethodnom slučaju u prijemniku je prisutan kvantni šum, Gausov šum i interferenca; a na liniji je prisutan Gausov šum i interferenca. Takođe je određena i združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz kombinera u dva trenutka vremena i združena gustina verovatnoće signala i izvoda signala na izlazu iz selektivnog kombinera.

Zatim je razmatran diverziti sistem sa selektivnim kombinerom i sa tri ulazne grane, koji je formiran sa tri diverziti prijemnika. Svaki od prijemnika ima po dve grane, a sve grane sadrže po jedan kvantni šum i Gausov šum u prijemniku, a Gausov šum na liniji; interferencu u prijemniku i na liniji; kao i korisni signal na ulazu u prijemnik. Ovako formiran diverziti sistem ima šest grana. Signali sa izlaznih grana, priključeni su na ulaze selektivnog kombinera. Signal na izlazu iz selektivnog kombinera jednak je signalu sa ulaza u kombiner koji je najveći. Kvantni šum je opisan Puasonovom statistikom ili Gausovom statistikom. Pomoću gustine verovatnoće signala na izlazu iz selektivnog kombinera dobija se kumulativna verovatnoća signala na izlazu, karakteristična funkcija signala na izlazu i moment signala na izlazu iz kombinera. Zatim je izračunata verovatnoća otkaza sistema,

srednje vreme trajanja otkaza i kapacitet kanala. Zatim je izračunata verovatnoća greške diverziti sistema. Izračunata je i združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz selektivnog kombinera u dva trenutka vremena.

Prvi model sistema sa selektivnim kombinovanjem je prikazan na slici ispod.



Slika 4.3.1. SC kombiner

Razmatra se slučaj kada važi hipoteza  $H_0$ . Signal u gornjoj grani prvog diverziti prijemnika označen je sa  $z_{00}$ , a u donjoj grani sa  $z_{01}$ . Signal u gornjoj grani drugog prijemnika označen je sa  $z_{10}$ , a u donjoj grani sa  $z_{11}$ . Signal na ulazu je  $z$  i jednak je

$$z = \max(z_{00}, z_{01}, z_{10}, z_{11}) \quad (4.3.1)$$

Signal  $z_{00}$  je jednak

$$z_{00} = ck_1 + n_1 \quad (4.3.2)$$

Verovatnoća broja  $k_1$  je

$$p_{k_1} = \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \quad (4.3.3)$$

gde je intenzitet jednak  $\lambda_1 = (A + x_1)^2$ ,  $A$  je signal, a  $x_1$  je Gausov šum formiran u prijemniku. Gustina verovatnoće od  $z_{00}$  je

$$p_{z_{00}}(z_{00}) = \sum_{k_1=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(A + x_1)^{2k_1}}{k_1!} e^{-(A+x_1)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z_{00}-ck_1)^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma^2}} dx_1 \quad (4.3.4)$$

Signal  $z_{01}$  je jednak

$$z_{01} = ck_2 + n_2 \quad (4.3.5)$$

Verovatnoća broja  $k_2$  je

$$p_k = \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \quad (4.3.6)$$

gde je intenzitet svetlosti  $\lambda_2 = x_2^2$ .

Gustina verovatnoće od  $z_{01}$  je

$$p_{z_{01}}(z_{01}) = \sum_{k_2=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \frac{x_2^{2k_2}}{k_2!} e^{-x_2^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{01}-ck_2)}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma^2}} \quad (4.3.7)$$

Signal  $z_{10}$  je jednak

$$z_{10} = ck_3 + n_3 \quad (4.3.8)$$

Verovatnoća broja  $k_3$  je

$$p_{k_3} = \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} \quad (4.3.9)$$

gde je intenzitet jednak  $\lambda_3 = (A + x_3)^2$ .

Gustina verovatnoće od  $z_{10}$  je

$$p_{z_{10}}(z_{10}) = \sum_{k_3=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_3 \frac{(A + x_3)^{2k_3}}{k_3!} e^{-(A+x_3)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{10}-ck_3)}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x_3^2}{2\sigma^2}} \quad (4.3.10)$$

Signal  $z_{11}$  je jednak

$$z_{11} = ck_4 + n_4 \quad (4.3.11)$$

Verovatnoća broja  $k_4$  je

$$p_{k_4} = \frac{\lambda_4^{k_4}}{k_4!} e^{-\lambda_4} \quad (4.3.12)$$

gde je intenzitet  $\lambda_4$  jednak  $\lambda_4 = x_4^2$ .

Gustina verovatnoće od  $z_{11}$  je

$$p_{z_{11}}(z_{11}) = \sum_{k_4=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_4 \frac{x_4^{2k_4}}{k_4!} e^{-x_4^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{11}-ck_4)}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x_4^2}{2\sigma^2}} \quad (4.3.13)$$

Gustina verovatnoće od  $z$  je

$$\begin{aligned}
p_z(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} dz_{00} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{01} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{10} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{11} p_{z_{00}z_{01}z_{10}z_{11}}(z, z_{01}, z_{10}, z_{11}) + \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} dz_{01} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{00} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{10} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{11} p_{z_{00}z_{01}z_{10}z_{11}}(z_{00}, z, z_{10}, z_{11}) + \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} dz_{10} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{00} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{01} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{11} p_{z_{00}z_{01}z_{10}z_{11}}(z_{00}, z_{01}, z, z_{11}) + \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} dz_{11} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{00} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{01} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{10} p_{z_{00}z_{01}z_{10}z_{11}}(z_{00}, z_{01}, z_{10}, z)
\end{aligned} \tag{4.3.14}$$

Verovatnoća da nema greške je

$$\begin{aligned}
p_e &= p(z_{00} > z_{01}, z_{00} > z_{11}, z_{10} > z_{01}, z_{10} > z_{11}) = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} dz_{00} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{01} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{11} \cdot p_{z_{00}}(z_{00}) p_{z_{01}}(z_{01}) p_{z_{11}}(z_{11}) + \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} dz_{00} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{01} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{11} \cdot p_{z_{10}}(z_{10}) p_{z_{01}}(z_{01}) p_{z_{11}}(z_{11})
\end{aligned} \tag{4.3.15}$$

Verovatnoća greške kada važi hipoteza  $H_1$ , je

$$\begin{aligned}
p_{e_1} &= 1 - p = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} dz_{00} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{01} \int_{-\infty}^{\bar{z}} dz_{11} \sum_{k_1=0}^{\infty} \int dx_1 \frac{(A+x_1)^{2k_1}}{k_1!} e^{-(A+x_1)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{00}-ck_1)}{2\sigma^2}} \cdot \\
&\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma_1^2}} \sum_{k_2=0}^{\infty} \int dx_2 \frac{x_2^{2k_2}}{k_2!} e^{-x_2^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{01}-ck_2)}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma_2^2}} \cdot \sum_{k_4=0}^{\infty} \int dx_4 \frac{x_4^{2k_4}}{k_4!} e^{-x_4^2} \cdot \\
&\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{11}-ck_4)}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_4}} e^{-\frac{x_4^2}{2\sigma_4^2}} - \sum_{k_3=0}^{\infty} \int dx_3 \frac{(A+x_3)^{2k_3}}{k_3!} e^{-(A+x_3)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{10}-ck_3)}{2\sigma^2}} \cdot \\
&\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3}} e^{-\frac{x_3^2}{2\sigma_3^2}} \sum_{k_2=0}^{\infty} \int dx_2 \frac{x_2^{2k_2}}{k_2!} e^{-x_2^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{01}-ck_2)}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma_2^2}} \cdot \sum_{k_4=0}^{\infty} \int dx_4 \frac{x_4^{2k_4}}{k_4!} e^{-x_4^2} \\
&\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-x_4^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_4}} e^{-\frac{(z_{11}-ck_4)}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_4}} e^{-\frac{x_4^2}{2\sigma_4^2}}
\end{aligned} \tag{4.3.16}$$

Na sličan način se dobija i verovatnoća greške kada važi hipoteza  $H_2$ . Verovatnoća greške se određuje pomoću obrazaca

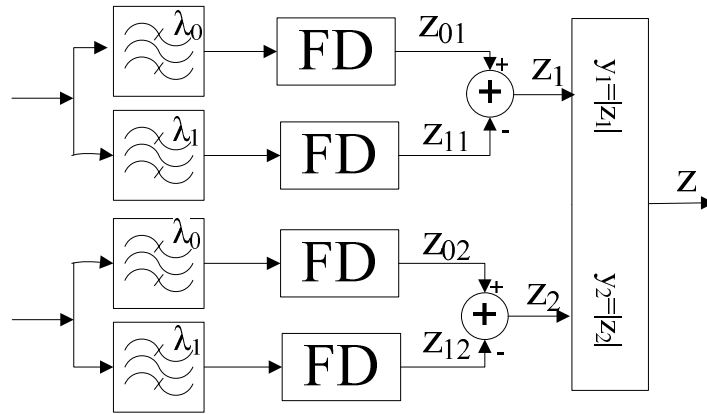
$$p_e = p_{e_1} + p_{e_2} \tag{4.3.17}$$

Kumulativna verovatnoća od  $z$  je

$$F_z(z) = F_{z_{00}}(z) F_{z_{01}}(z) F_{z_{10}}(z) F_{z_{11}}(z)$$

$$M_z(s) = \overline{e^{zs}} = \int e^{zs} p_z(z) dz$$

U slučaju kada se prenos signala vrši pomoću dva optička talasa sa različitim talasnim dužinama, pretpostavimo da je na ulazima u optički prijemnik sa IM-DD Gausov šum, a u optičkom prijemniku je prisutan Gausov šum i interferenca. Diverziti tehnikom se smanjuje uticaj šumova i interferencije na verovatnoću greške sistema.



Slika 4.3.2. Diverziti sistem za prijem signala

Signal  $z_{01}$  je jednak

$$z_{01} = ck_1 + ck_2 + n_1 = s + i_1 + n_1 \quad (4.3.18)$$

gde je  $s$  korisni signal,  $i_1$  je interferenca u prijemniku, a  $n_1$  Gausov šum u prijemniku.

Verovatnoća broja kvanata  $k_1$  je

$$p_{k_1} = \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \quad (4.3.19)$$

gde je  $\lambda_1 = (A + x_1)^2$  pri čemu se pretpostavlja da važi hipoteza  $H_0$ .

Verovatnoća broja kvanata  $k_2$  je

$$p_{k_2} = \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \quad (4.3.20)$$

gde je  $\lambda_2 = B^2$ , gde je  $B$  signal interferencije.

Gustina verovatnoće signala  $z_{01}$  je

$$p_{z_{01}}(z_{01}) = \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} \int dx_1 \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{(z_{01}-ck_1-ck_2)^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{2\pi\sigma_2} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma_2^2}} \quad (4.3.21)$$



Signal  $z_{11}$  je jednak

$$z_{11} = ck_3 + ck_4 + n_2 = s + i_2 + n_2 \quad (4.3.22)$$

gde je  $i_2$  interferenca, a  $n_2$  Gausov šum u prijemniku.

Verovatnoća broja kvanata  $k_3$  je

$$p_{k_3} = \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} \quad (4.3.23)$$

gde je  $\lambda_3 = B^2$ , gde je  $B$  signal interference.

Verovatnoća broja kvanata  $k_4$  je

$$p_{k_4} = \frac{\lambda_4^{k_4}}{k_4!} e^{-\lambda_4} \quad (4.3.24)$$

gde je  $\lambda_4 = x_2^2$ .

Gustina verovatnoće Gausovog šuma  $x_4$  je

$$p_{x_4}(x_4) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x_4^2}{2\sigma_2^2}} \quad (4.3.25)$$

Gustina verovatnoće signala  $z_{11}$  je

$$p_{z_{11}}(z_{11}) = \sum_{k_3=0}^{\infty} \sum_{k_4=0}^{\infty} \int dx_4 \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} \frac{\lambda_4^{k_4}}{k_4!} e^{-\lambda_4} \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{(z_{11}-ck_3-ck_4)^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{2\pi\sigma_2} e^{-\frac{x_4^2}{2\sigma_2^2}} \quad (4.3.26)$$

Signal  $z_{02}$  je jednak

$$z_{02} = ck_5 + ck_6 + n_3 = s_2 + i_3 + n_3 \quad (4.3.27)$$

gde je  $s_2$  signal,  $i_3$  je interferenca, a  $n_3$  je Gausov šum u prijemniku.

Verovatnoća broja kvanata  $k_5$  je

$$p_{k_5} = \frac{\lambda_5^{k_5}}{k_5!} e^{-\lambda_5} \quad (4.3.28)$$

gde je  $\lambda_5 = (A + x_5)^2$ .

Verovatnoća broja kvanata  $k_6$  je

$$p_{k_6} = \frac{\lambda_6^{k_6}}{k_6!} e^{-\lambda_6} \quad (4.3.29)$$

gde je  $\lambda_6 = B^2$ , a  $B$  je signal interference.

Gustina verovatnoće od  $x_5$  je

$$p_{x_5}(x_5) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{x_5^2}{2\sigma_2^2}} \quad (4.3.30)$$

Gustina verovatnoće signala  $z_{02}$  je

$$p_{z_{02}}(z_{02}) = \sum_{k_5=0}^{\infty} \sum_{k_6=0}^{\infty} \int dx_5 \frac{\lambda_5^{k_5}}{k_5!} e^{-\lambda_5} \frac{\lambda_6^{k_6}}{k_6!} e^{-\lambda_6} \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{(z_{02}-ck_5-ck_6)^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{2\pi\sigma_2} e^{-\frac{x_5^2}{2\sigma_2^2}} \quad (4.3.31)$$

Signal  $z_{12}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{12} &= ck_7 + ck_8 + n_4 = ck_4 + i_2 + n_2 \\ z_{12} - n_2 &= ck_4 + i_2 \end{aligned} \quad (4.3.32)$$

gde je  $i_2$  interferenca, a  $n_2$  je Gausov šum u prijemniku.

Verovatnoća broja kvanata  $k_7$  je

$$p_{k_7} = \frac{\lambda_7^{k_7}}{k_7!} e^{-\lambda_7} \quad (4.3.33)$$

gde je  $\lambda_7 = B^2$ .

Verovatnoća broja kvanata  $k_8$  je

$$p_{k_8} = \frac{\lambda_8^{k_8}}{k_8!} e^{-\lambda_8} \quad (4.3.34)$$

gde je  $\lambda_8 = x_8^2$ , a  $x_8$  je Gausov šum formiran u prijemniku.

Gustina verovatnoće signala  $z_{12}$  je

$$p_{z_{12}}(z_{12}) = \sum_{k_7=0}^{\infty} \sum_{k_8=0}^{\infty} \int dx_8 \frac{\lambda_7^{k_7}}{k_7!} e^{-\lambda_7} \frac{\lambda_8^{k_8}}{k_8!} e^{-\lambda_8} \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{(z_{12}-ck_7-ck_8)^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{2\pi\sigma_2} e^{-\frac{x_8^2}{2\sigma_2^2}} \quad (4.3.35)$$

Signali  $z_1$  je jednak

$$\begin{aligned} z_1 &= z_{01} - z_{11} \\ z_{01} &= z_1 + z_{11} \end{aligned} \quad (4.3.36)$$

Gustina verovatnoće signala  $z_1$  je

$$p_{z_1}(z_1) = \int p_{z_{01}}(z_1 - z_{11}) \cdot p_{z_{11}}(z_{11}) \cdot dz_{11} \quad (4.3.37)$$

Signal  $z_2$  je jednak

$$\begin{aligned} z_2 &= z_{02} - z_{12} \\ z_{02} &= z_2 + z_{12} \end{aligned} \quad (4.3.38)$$

Gustina verovatnoće signala  $z_2$  je

$$p_{z_2}(z_2) = \int p_{z_{02}}(z_2 + z_{12}) \cdot p_{z_{11}}(z_{12}) \cdot dz_{12} \quad (4.3.39)$$

Signal  $y_1$  je jednak

$$y_1 = |z_1| \quad (4.3.40)$$

Gustina verovatnoće od  $y_1$  je

$$\begin{aligned} p_{y_1}(y_1) &= p_{z_1}(-y_1), \quad z_1 < 0 \\ p_{y_1}(y_1) &= p_{z_1}(y_1), \quad z_1 > 0 \end{aligned} \quad (4.3.41)$$

Signal  $y_2$  je jednak

$$y_2 = |z_2| \quad (4.3.42)$$

Gustina verovatnoće od  $y_2$  je

$$\begin{aligned} p_{y_2}(y_2) &= p_{z_2}(-y_2), \quad z_2 < 0 \\ p_{y_2}(y_2) &= p_{z_2}(y_2), \quad z_2 > 0 \end{aligned} \quad (4.3.43)$$

Selektivni kombiner radi na sledeći način

$$z = z_1, \text{ ako je } y_1 > y_2$$

$$z = z_2, \text{ ako je } y_1 < y_2$$

Gustina verovatnoće signala  $z$  je

$$p_z(z) = p_{z_1}(z)F_{y_2}(|z|) + p_{z_2}(z)F_{y_1}(|z|) \quad (4.3.44)$$

gde je

$$F_{y_1}(y_1) = \int_0^{y_1} p_{y_1}(x) dx \quad (4.3.45)$$

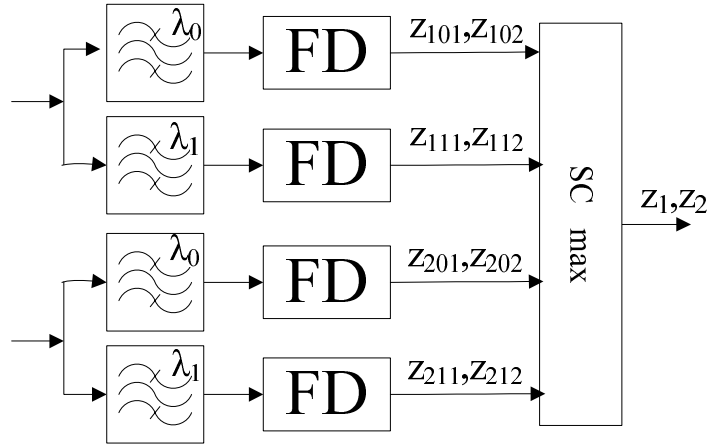
$$F_{y_2}(y_2) = \int_0^{y_2} p_{y_2}(x) dx$$

Na ovaj se način dobija funkcija verodostojnosti  $p_0(z)$  i  $p_1(z)$ . Verovatnoća greške se izračunava po formuli

$$\begin{aligned} P_e &= p(H_0 D_1) + p(H_1 D_0) = p(H_0) p(D_1/H_0) + p(H_1) p(D_0/H_1) = \\ &= p(H_0) \int_{-\infty}^0 p_1(z) dz + p(H_1) \int_0^{\infty} p_0(z) dz \end{aligned} \quad (4.3.46)$$

gde su  $p(H_0)$  i  $p(H_1)$  verovatnoće hipoteza  $H_0$  i  $H_1$ .

Za slučaj kada diverziti tehniku sa selektivnim kombinovanjem koristimo da se smanjimo uticaj šumova i smetnji na perifernim sistemima. Prisutan je Gausov šum u prijemniku, a interferenca je prisutna na liniji i u prijemniku.



Slika 5.8. SC kombiner

Signal  $z_{101}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{101} &= ck_{101} + n_{101} + c_{101} \cos \theta_{101} \\ n_{101} &= z_{101} - ck_{101} - c_{101} \cos \theta_{101} \end{aligned} \quad (4.3.47)$$

Verovatnoća broja  $k_{101}$  je

$$p_{k_{101}} = \frac{\lambda_{101}^{k_{101}}}{k_{101}!} e^{-\lambda_{101}} \quad (4.3.48)$$

gde je  $\lambda_{101} = (A_{11} + x_{101})^2$ .

Signal  $z_{102}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{102} &= ck_{102} + n_{102} + c_{102} \cos \theta_{102} \\ n_{102} &= z_{102} - ck_{102} - c_{102} \cos \theta_{102} \end{aligned} \quad (4.3.49)$$

Verovatnoća broja  $k_{102}$  je

$$p_{k_{102}} = \frac{\lambda_{102}^{k_{102}}}{k_{102}!} e^{-\lambda_{102}} \quad (4.3.50)$$

gde je  $\lambda_{102} = (A_{12} + x_{102})^2$ .

Signal  $z_{111}$  je jednak

$$z_{111} = ck_{111} + x_{111} + c_{111} \cos \theta_{111} \quad (4.3.51)$$

Verovatnoća broja  $k_{111}$  je

$$p_{k_{111}} = \frac{\lambda_{111}^{k_{111}}}{k_{111}!} e^{-\lambda_{111}} \quad (4.3.52)$$

gde je  $\lambda_{111} = x_{111}^2$ .

Signal  $z_{112}$  je jednak

$$z_{112} = ck_{112} + x_{112} + c_{112} \cos \theta_{112} \quad (4.3.53)$$

Verovatnoća broja  $k_{112}$  je

$$p_{k_{112}} = \frac{\lambda_{112}^{k_{112}}}{k_{112}!} e^{-\lambda_{112}} \quad (4.3.54)$$

gde je  $\lambda_{112} = x_{112}^2$ .

Verovatnoća od  $\theta_{112}$  je  $p_{\theta_{112}}(\theta_{112}) = \frac{1}{2\pi}$ , za  $|\theta_{112}| < \pi$ .

Signal  $z_{201}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{201} &= ck_{201} + n_{201} + c_{201} \cos \theta_{201} \\ n_{201} &= z_{201} - ck_{201} - c_{201} \cos \theta_{201} \end{aligned} \quad (4.3.55)$$

Verovatnoća broja  $k_{201}$  je

$$p_{k_{201}} = \frac{\lambda_{201}^{k_{201}}}{k_{201}!} e^{-\lambda_{201}} \quad (4.3.56)$$

gde je  $\lambda_{201} = (A_{21} + x_{201})^2$ .

Verovatnoća od  $\theta_{201}$  je  $p_{\theta_{201}}(\theta_{201}) = \frac{1}{2\pi}$ , za  $|\theta_{201}| < \pi$ .

Signal  $z_{202}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{202} &= ck_{202} + n_{202} + c_{202} \cos \theta_{202} \\ n_{202} &= z_{202} - ck_{202} - c_{202} \cos \theta_{202} \end{aligned} \quad (4.3.57)$$

Verovatnoća broja  $k_{202}$  je

$$p_{k_{202}} = \frac{\lambda_{202}^{k_{202}}}{k_{202}!} e^{-\lambda_{202}} \quad (4.3.58)$$

gde je  $\lambda_{202} = (A_{22} + x_{202})^2$ .

Gustina verovatnoće od  $\theta_{202}$  je  $p_{\theta_{202}}(\theta_{202}) = \frac{1}{2\pi}$ , za  $|\theta_{202}| \leq \pi$ .

Signal  $z_{211}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{211} &= ck_{211} + x_{211} + c_{211} \cos \theta_{211} \\ n_{211} &= z_{211} - ck_{211} - c_{211} \cos \theta_{211} \end{aligned} \quad (4.3.59)$$

Verovatnoća broja  $k_{211}$  je

$$p_{k_{211}} = \frac{\lambda_{211}^{k_{211}}}{k_{211}!} e^{-\lambda_{211}} \quad (4.3.60)$$

gde je  $\lambda_{211} = x_{211}^2$ .

Gustina verovatnoće od  $\theta_{211}$  je  $p_{\theta_{211}}(\theta_{211}) = \frac{1}{2\pi}$ , za  $|\theta_{211}| \leq \pi$ .

Signal  $z_{212}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{212} &= ck_{212} + x_{212} + c_{212} \cos \theta_{212} \\ n_{212} &= z_{212} - ck_{212} - c_{212} \cos \theta_{212} \end{aligned} \quad (4.3.61)$$

Verovatnoća broja  $k_{212}$  je

$$p_{k_{212}} = \frac{\lambda_{212}^{k_{212}}}{k_{212}!} e^{-\lambda_{212}} \quad (4.3.62)$$

gde je  $\lambda_{212} = x_{212}^2$ .

Verovatnoća od  $\theta_{212}$  je  $p_{\theta_{212}}(\theta_{212}) = \frac{1}{2\pi}$ , za  $|\theta_{212}| \leq \pi$ .

Združena gustina verovatnoće od  $x_{101}$  i  $x_{102}$  je

$$p_{x_{101}x_{102}}(x_{101}x_{102}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_{101}^2 - 2\rho_2 x_{101}x_{102} + x_{102}^2}{2\sigma^2(1-\rho_2^2)}} \quad (4.3.63)$$

Združena gustina verovatnoće od  $n_{101}$  i  $n_{102}$  je

$$p_{n_{101}n_{102}}(n_{101}n_{102}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{n_{101}^2 - 2rn_{101}n_{102} + n_{102}^2}{2\sigma^2(1-r^2)}} \quad (4.3.64)$$

Srednja vrednost  $z_{101}$  je  $\overline{z_{101}} = \overline{ck_{101} + n_{101} + c_{101} \cos \theta_{101}} = ck_{101} + c_{101} \cos \theta_{101}$ .

Srednja vrednost  $z_{102}$  je  $\overline{z_{102}} = \overline{ck_{102} + n_{102} + c_{102} \cos \theta_{102}} = ck_{102} + c_{102} \cos \theta_{102}$ .

Varijansa od  $z_{101}$  je  $\sigma_{z_{101}}^2 = \overline{z_{101}^2} - \overline{z_{101}}^2 = \sigma^2$ .

Varijansa od  $z_{102}$  je  $\sigma_{z_{102}}^2 = \overline{z_{102}^2} - \overline{z_{102}}^2 = \sigma^2$ .

Korelacioni koeficijent između  $z_{101}$  i  $z_{102}$  je  $\rho_2 = \overline{z_{101}z_{102}} - \overline{z_{101}} \overline{z_{102}}$ .

Združena gustina verovatnoće od  $z_{101}$  i  $z_{102}$  je

$$\begin{aligned}
p_{z_{101}z_{102}}(z_{101}z_{102}) &= \sum_{k_{101}=0}^{\infty} \sum_{k_{102}=0}^{\infty} \int dx_{101} \int dx_{102} \int d\theta_{101} \int d\theta_{102} \frac{\lambda_{101}^{k_{101}}}{k_{101}!} e^{-\lambda_{101}} \frac{\lambda_{102}^{k_{102}}}{k_{102}!} e^{-\lambda_{102}} \cdot \\
&\quad \frac{(z_{101}-ck_{101}-c_{101}\cos\theta_{101})^2 - 2\rho(z_{101}-ck_{101}-c_{101}\cos\theta_{101})(z_{102}-ck_{102}-c_{102}\cos\theta_{102}) + (z_{102}-ck_{102}-c_{102}\cos\theta_{102})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)} \\
&\quad \cdot e \\
&\quad \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{x_{101}^2 - 2\rho x_{101}x_{102} + x_{102}^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}}
\end{aligned} \tag{4.3.65}$$

Združena gustina verovatnoće od  $x_{111}$  i  $x_{112}$  je

$$p_{x_{111}x_{112}}(x_{111}x_{112}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{x_{111}^2 - 2\rho x_{111}x_{112} + x_{112}^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \tag{4.3.66}$$

Združena gustina verovatnoće od  $n_{111}$  i  $n_{112}$  je

$$p_{n_{111}n_{112}}(n_{111}n_{112}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{n_{111}^2 - 2\rho n_{111}n_{112} + n_{112}^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \tag{4.3.67}$$

Srednja vrednost  $z_{111}$  je  $\overline{z_{111}} = \overline{ck_{111} + n_{111} + c_{111}\cos\theta_{111}} = ck_{111} + c_{111}\cos\theta_{111}$ .

Srednja vrednost  $z_{112}$  je  $\overline{z_{112}} = \overline{ck_{112} + n_{112} + c_{112}\cos\theta_{112}} = ck_{112} + c_{112}\cos\theta_{112}$ .

Varijansa od  $z_{111}$  je  $\sigma_{z_{111}}^2 = \overline{z_{111}^2} - \overline{z_{111}}^2 = \sigma^2$ .

Varijansa od  $z_{112}$  je  $\sigma_{z_{112}}^2 = \overline{z_{112}^2} - \overline{z_{112}}^2 = \sigma^2$ .

Korelacioni koeficijent između  $z_{111}$  i  $z_{112}$  je  $\rho_2 = \overline{z_{111}z_{112}} - \overline{z_{111}}\overline{z_{112}}$ .

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_{111}$  i  $z_{112}$  je

$$\begin{aligned}
p_{z_{111}z_{112}}(z_{111}z_{112}/x_{111}x_{112}\theta_{111}\theta_{112}k_{111}k_{112}) &= \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} \cdot \\
&\quad \frac{(z_{111}-ck_{111}-c_{111}\cos\theta_{111})^2 - 2\rho(z_{111}-ck_{111}-c_{111}\cos\theta_{111})(z_{112}-ck_{112}-c_{112}\cos\theta_{112}) + (z_{112}-ck_{112}-c_{112}\cos\theta_{112})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)} \\
&\quad \cdot e
\end{aligned} \tag{4.3.68}$$

Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned}
p_{z_{111}z_{112}}(z_{111}z_{112}) &= \sum_{k_{111}=0}^{\infty} \sum_{k_{112}=0}^{\infty} \int dx_{111} \int dx_{112} \int d\theta_{111} \int d\theta_{112} \frac{\lambda_{111}^{k_{111}}}{k_{111}!} e^{-\lambda_{111}} \frac{\lambda_{112}^{k_{112}}}{k_{112}!} e^{-\lambda_{112}} \cdot \\
&\quad \frac{(z_{111}-ck_{111}-c_{111} \cos \theta_{111})^2 - 2r(z_{111}-ck_{111}-c_{111} \cos \theta_{111})(z_{112}-ck_{112}-c_{112} \cos \theta_{112}) + (z_{112}-ck_{112}-c_{112} \cos \theta_{112})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)} \\
&\quad \cdot e \\
&\quad \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{x_{111}^2 - 2r_2 x_{111} x_{112} + x_{112}^2}{2\sigma_2^2(1-r_2^2)}} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\pi\sigma_2^2 \sqrt{1-\rho_2^2}}
\end{aligned} \tag{4.3.69}$$

Združena gustina verovatnoće od  $x_{201}$  i  $x_{202}$  je

$$p_{x_{201}x_{202}}(x_{201}x_{202}) = \frac{1}{2\pi\sigma_2^2 \sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_{201}^2 - 2\rho_2 x_{201}x_{202} + x_{202}^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}} \tag{4.3.70}$$

Združena gustina verovatnoće od  $n_{201}$  i  $n_{202}$  je

$$p_{n_{201}n_{202}}(n_{201}n_{202}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{n_{201}^2 - 2\rho n_{201}n_{202} + n_{202}^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \tag{4.3.71}$$

Srednja vrednost  $z_{201}$  je  $\overline{z_{201}} = \overline{ck_{201} + n_{201} + c_{201} \cos \theta_{201}} = ck_{201} + c_{201} \cos \theta_{201}$ .

Srednja vrednost  $z_{202}$  je  $\overline{z_{202}} = \overline{ck_{202} + n_{202} + c_{202} \cos \theta_{202}} = ck_{202} + c_{202} \cos \theta_{202}$ .

Varijansa od  $z_{201}$  je  $\sigma_{z_{201}}^2 = \overline{z_{201}^2} - \overline{z_{201}}^2 = \sigma^2$ .

Varijansa od  $z_{202}$  je  $\sigma_{z_{202}}^2 = \overline{z_{202}^2} - \overline{z_{202}}^2 = \sigma^2$ .

Korelacioni koeficijent između  $z_{201}$  i  $z_{202}$  je  $r_2 = \overline{z_{201}z_{202}} - \overline{z_{201}} \overline{z_{202}}$ .

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_{201}$  i  $z_{202}$  je

$$\begin{aligned}
p_{z_{201}z_{202}}(z_{201}z_{202}/x_{201}x_{202}\theta_{201}\theta_{202}k_{201}k_{202}) &= \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{1-\rho^2}} \cdot \\
&\quad \frac{(z_{201}-ck_{201}-c_{201} \cos \theta_{201})^2 - 2r(z_{201}-ck_{201}-c_{201} \cos \theta_{201})(z_{202}-ck_{202}-c_{202} \cos \theta_{202}) + (z_{202}-ck_{202}-c_{202} \cos \theta_{202})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)} \\
&\quad \cdot e
\end{aligned} \tag{4.3.73}$$

Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned}
p_{z_{201}z_{202}}(z_{201}z_{202}) &= \sum_{k_{201}=0}^{\infty} \sum_{k_{202}=0}^{\infty} \int dx_{201} \int dx_{202} \int d\theta_{201} \int d\theta_{202} \frac{\lambda_{201}^{k_{201}}}{k_{201}!} e^{-\lambda_{201}} \frac{\lambda_{202}^{k_{202}}}{k_{202}!} e^{-\lambda_{202}} \cdot \\
&\quad \frac{(z_{201}-ck_{201}-c_{201} \cos \theta_{201})^2 - 2r(z_{201}-ck_{201}-c_{201} \cos \theta_{201})(z_{202}-ck_{202}-c_{202} \cos \theta_{202}) + (z_{202}-ck_{202}-c_{202} \cos \theta_{202})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)} \\
&\quad \cdot e \\
&\quad \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{x_{201}^2 - 2r_2 x_{201}x_{202} + x_{202}^2}{2\sigma_2^2(1-r_2^2)}} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\pi\sigma_2^2 \sqrt{1-\rho_2^2}}
\end{aligned} \tag{4.3.74}$$



Združena gustina verovatnoće od  $x_{211}$  i  $x_{212}$  je

$$p_{x_{211}x_{212}}(x_{211}x_{212}) = \frac{1}{2\pi\sigma_2^2\sqrt{1-\rho_2^2}} e^{-\frac{x_{211}^2-2\rho_2x_{211}x_{212}+x_{212}^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}} \quad (4.3.75)$$

Združena gustina verovatnoće od  $n_{211}$  i  $n_{212}$  je

$$p_{n_{211}n_{212}}(n_{211}n_{212}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{n_{211}^2-2\rho n_{211}n_{212}+n_{212}^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \quad (4.3.76)$$

Srednja vrednost  $z_{211}$  je  $\overline{z_{211}} = \overline{ck_{211} + n_{211} + c_{211} \cos \theta_{211}} = ck_{211} + c_{211} \cos \theta_{211}$  .

Srednja vrednost  $z_{212}$  je  $\overline{z_{212}} = \overline{ck_{212} + n_{212} + c_{212} \cos \theta_{212}} = ck_{212} + c_{212} \cos \theta_{212}$  .

Varijansa od  $z_{211}$  je  $\sigma_{z_{211}}^2 = \overline{z_{211}^2} - \overline{z_{211}}^2 = \sigma^2$  .

Varijansa od  $z_{212}$  je  $\sigma_{z_{212}}^2 = \overline{z_{212}^2} - \overline{z_{212}}^2 = \sigma^2$  .

Korelacija između  $z_{211}$  i  $z_{212}$  je  $r_2 = \overline{z_{211}z_{212}} - \overline{z_{211}} \overline{z_{212}}$  .

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_{211}$  i  $z_{212}$  je

$$p_{z_{211}z_{212}}(z_{211}z_{212}/x_{211}x_{212}\theta_{211}\theta_{212}k_{211}k_{212}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} \cdot \frac{(\overline{z_{211}-ck_{211}-c_{211}\cos\theta_{211}})^2 - 2\rho(\overline{z_{211}-ck_{211}-c_{211}\cos\theta_{211}})(\overline{z_{212}-ck_{212}-c_{212}\cos\theta_{212}}) + (\overline{z_{212}-ck_{212}-c_{212}\cos\theta_{212}})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)} \cdot e \quad (4.3.77)$$

Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_{211}z_{212}}(z_{211}z_{212}) = \sum_{k_{211}=0}^{\infty} \sum_{k_{212}=0}^{\infty} \int dx_{211} \int dx_{212} \int d\theta_{211} \int d\theta_{212} \frac{\lambda_{211}^{k_{211}}}{k_{211}!} e^{-\lambda_{211}} \frac{\lambda_{212}^{k_{212}}}{k_{212}!} e^{-\lambda_{212}} \cdot \frac{(\overline{z_{211}-ck_{211}-c_{211}\cos\theta_{211}})^2 - 2\rho(\overline{z_{211}-ck_{211}-c_{211}\cos\theta_{211}})(\overline{z_{212}-ck_{212}-c_{212}\cos\theta_{212}}) + (\overline{z_{212}-ck_{212}-c_{212}\cos\theta_{212}})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)} \cdot e \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{x_{211}^2-2\rho_2x_{211}x_{212}+x_{212}^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\pi\sigma_2^2\sqrt{1-\rho_2^2}} \quad (4.3.78)$$

Signali  $z_1$  i  $z_2$  su jednaki

$$\begin{aligned} z_1 &= \max(z_{101}, z_{111}, z_{201}, z_{211}) \\ z_2 &= \max(z_{102}, z_{112}, z_{202}, z_{212}) \end{aligned} \quad (4.3.79)$$

Združena gustina verovatnoće od  $z_1$  i  $z_2$  je



$$\begin{aligned}
P(D_{01}/H_{00}) &= p(z_{101} > z_{111}, z_{101} > z_{211}) + p(z_{201} > z_{111}, z_{201} > z_{211}) + \\
&+ p(z_{112} > z_{102}, z_{112} > z_{202}) + p(z_{212} > z_{102}, z_{212} > z_{202}) = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} dz_{101} \int_{-\infty}^{z_{101}} dz_{111} \int_{-\infty}^{z_{101}} dz_{211} p_{z_{101}}(z_{101}) p_{z_{111}}(z_{111}) p_{z_{211}}(z_{211}) + \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} dz_{201} \int_0^{z_{201}} dz_{111} \int_0^{z_{201}} dz_{211} p_{z_{201}}(z_{201}) p_{z_{111}}(z_{111}) p_{z_{211}}(z_{211}) + \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} dz_{112} \int_0^{z_{112}} dz_{102} \int_0^{z_{112}} dz_{202} p_{z_{112}}(z_{112}) p_{z_{102}}(z_{102}) p_{z_{202}}(z_{202}) + \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} dz_{212} \int_0^{z_{212}} dz_{102} \int_0^{z_{212}} dz_{202} p_{z_{212}}(z_{212}) p_{z_{102}}(z_{102}) p_{z_{202}}(z_{202})
\end{aligned} \tag{4.3.81}$$

Verovatnoća događaja  $P(D_{10}/H_{00})$  je

$$\begin{aligned}
P(D_{10}/H_{00}) &= p(z_{111} > z_{101}, z_{111} > z_{201}) + p(z_{211} > z_{101}, z_{211} > z_{201}) + \\
&+ p(z_{102} > z_{112}, z_{102} > z_{212}) + p(z_{202} > z_{112}, z_{202} > z_{212}) = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} dz_{111} \int_{-\infty}^{z_{111}} dz_{101} \int_{-\infty}^{z_{111}} dz_{201} p_{z_{111}}(z_{111}) p_{z_{101}}(z_{101}) p_{z_{201}}(z_{201}) + \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} dz_{211} \int_0^{z_{211}} dz_{101} \int_0^{z_{211}} dz_{201} p_{z_{211}}(z_{211}) p_{z_{101}}(z_{101}) p_{z_{201}}(z_{201}) + \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} dz_{102} \int_0^{z_{102}} dz_{112} \int_0^{z_{102}} dz_{212} p_{z_{102}}(z_{102}) p_{z_{112}}(z_{112}) p_{z_{212}}(z_{212}) + \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} dz_{202} \int_0^{z_{202}} dz_{112} \int_0^{z_{202}} dz_{212} p_{z_{202}}(z_{202}) p_{z_{112}}(z_{112}) p_{z_{212}}(z_{212})
\end{aligned} \tag{4.3.82}$$

Verovatnoća događaja  $P(D_{11}/H_{00})$  je

$$\begin{aligned}
P(D_{11}/H_{00}) &= p(z_{111} > z_{101}, z_{111} > z_{201}) + p(z_{211} > z_{101}, z_{211} > z_{201}) + \\
&+ p(z_{112} > z_{102}, z_{112} > z_{202}) + p(z_{212} > z_{102}, z_{212} > z_{202}) = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} dz_{111} \int_{-\infty}^{z_{111}} dz_{101} \int_{-\infty}^{z_{111}} dz_{201} p_{z_{111}}(z_{111}) p_{z_{101}}(z_{101}) p_{z_{201}}(z_{201}) + \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} dz_{211} \int_0^{z_{211}} dz_{101} \int_0^{z_{211}} dz_{201} p_{z_{211}}(z_{211}) p_{z_{101}}(z_{101}) p_{z_{201}}(z_{201}) + \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} dz_{112} \int_0^{z_{112}} dz_{102} \int_0^{z_{112}} dz_{202} p_{z_{112}}(z_{112}) p_{z_{102}}(z_{102}) p_{z_{202}}(z_{202}) + \\
&+ \int_{-\infty}^{\infty} dz_{212} \int_0^{z_{212}} dz_{102} \int_0^{z_{212}} dz_{202} p_{z_{212}}(z_{212}) p_{z_{102}}(z_{102}) p_{z_{202}}(z_{202})
\end{aligned} \tag{4.3.83}$$

#### 4.4 Diverziti $\lambda$ SK sistemi sa EG kombinovanjem

Ako koristimo diverziti tehniku sa EG kombinovanjem za smanjivanje uticaja šumova i smetnji na performanse  $\lambda$ SK sistema, pri čemu je diverziti sistem sa posle-detekcijskim kombinovanjem, a formiran je se dva  $\lambda$ SK prijemnika sa po dve grane. Svaka grana oba prijemnika, sadrži uskopojasni filter i foto diodu. Posebno se sabiraju signali sa gornjih grana, a posebno se sabiraju signali sa donjih grana. Zatim se signali sa gornjih grana i sa donje

grane oduzimaju, te se na ovaj način dobija signal na izlazu iz diverziti sistema. Na prijemniku je prisutan kvantni šum, Gausov šum i interferenca. Na liniji je prisutan koristan signal, Gausov šum i interferenca. Interference su modelirane sinusnim talasima sa konstantnom amplitudom, sa Gausovom ili uniformnom fazom. Izračunata je gustina verovatnoće signala na granama. Zatim su određene gustine verovatnoća zbira signala sa gornjih grana i donjih grana i na kraju je određena gustina verovatnoće signala na izlazu iz diverziti sistema.

U daljem radu je određena združena gustina verovatnoća signala na izlazu iz svake grane u dva trenutka vremena. Određena je združena gustina verovatnoće korelisanog Gausovog šuma na liniji u dva trenutka vremena. Korelacioni koeficijent ovog šuma zavisi od linearnih kola kroz koja je ovaj šum prošao. Isto tako korelacioni koeficijent Gausovog šuma u prijemniku zavisi od nekih funkcija optičkog sistema kroz koje je ovaj šum prošao. Zatim je određena združena gustina verovatnoće zbirova signala sa gornjih grana prijemnika i zbira signala sa donjih grana prijemnika.

Posle ovoga određena je združena gustina verovatnoće sistema na izlazu iz diverziti sistema u dva trenutka vremena. Pomoću ove združene gustine verovatnoće određena je verovatnoća da su dva signala pravilno registrovana, da su dva signala pogrešno registrovana, da je prvi signal pravilno registrovan a drugi signal pogrešno registrovan i verovatnoća da je prvi signal pogrešno registrovan a da je drugi signal pravilno registrovan. U tezi je zatim određena združena gustina verovatnoće Gausovog šuma na liniji i njegovog izvoda i združena gustina verovatnoće Gausovog šuma u prijemniku i njegovog prvog izvoda. Kvantni šum je opisan Gausovom statistikom. Određena je združena gustina verovatnoće kvantnog šuma i njegovog prvog izvoda. Na osnovu ovih združenih gustina verovatnoća određena je združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz EG kombinera i njegovog prvog izvoda. Pomoću ove združene gustine verovatnoće određen je srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz kombinera i srednje vreme trajanje otkaza sistema. Srednje vreme trajanja otkaza sistema jednako je količniku od verovatnoće otkaza i srednjeg broja osnih preseka signala.

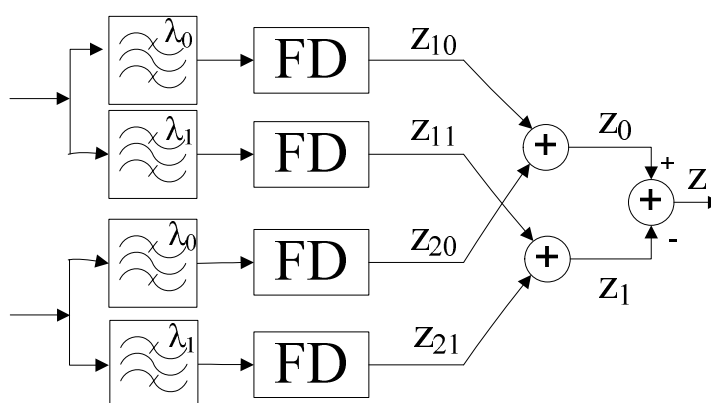
Potom je obrađen EG diverziti sistem sa tri grane, formiran od tri prijemnika. Signal na izlazu iz diverziti sistema je formiran na sledeći način: sabrani su signali sa gornjih grana sva tri prijemnika; sabrani su signali sa donjih grana sva tri prijemnika; a zatim su ovi zbirovi oduzeti. Kao i u prethodnom slučaju posebno su razmatrani slučajevi kada je kvantni šum opisan Puasonovom statistikom, a posebno slučajevi kada je kvantni šum opisan Gausovom

statistikom. Određena je gustina verovatnoće signala na izlazu, kumulativna verovatnoća signala na izlazu, karakteristična funkcija signala na izlazu i moment signala na izlazu.

Ako je prisutan je Gausov šum, kvantni šum i interferencija u prijemniku, a korisan signal, Gausov šum i interferencija na liniji. Određena je verovatnoća otkaza sistema, verovatnoća greške sistema i kapacitet kanala.

Zatim je određena združena gustina verovatnoće signala na izlazu u dva trenutka vremena, združena kumulativna verovatnoća signala u dva trenutka vremena, združena karakteristična funkcija u dva trenutka vremena i produktni moment sistema na izlazu.

Da bi smo odredili srednji broj preseka i srednje vreme trajanja otkaza sistema, prvo se mora izračunati združena gustina verovatnoće signala na izlazu i njegovog prvog izvoda.



Slika 4.4.1. Diverziti sistem sa EG kombinovanjem

Signal  $z_{10}$  je jednak

$$z_{10} = ck_{10} + n_{10} + c_{10} \cos \theta_{10} \quad (4.4.1)$$

Verovatnoća broja kvanata  $k_{10}$  je

$$p_{k_{10}} = \frac{\lambda_{10}^{k_{10}}}{k_{10}!} e^{-\lambda_{10}} \quad (4.4.2)$$

gde je  $\lambda_{10} = (A_1 + x_{10} + B_{10} \cos \varphi_{10})^2$ .

Gustina verovatnoća od  $\theta_{10}$  i  $\varphi_{10}$  su

$$p_{\theta_{10}}(\theta_{10}) = \frac{1}{2\pi}, |\theta_{10}| < \pi$$

$$p_{\varphi_{10}}(\varphi_{10}) = \frac{1}{2\pi}, |\varphi_{10}| < \pi$$

Gustina verovatnoće od  $n_{10}$  je

$$p_{n_{10}}(n_{10}) = \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{n_{10}^2}{2\sigma^2}} \quad (4.4.3)$$

Združena gustina verovatnoće od  $x_{10}$  je

$$p_{x_{10}}(x_{10}) = \frac{1}{2\pi\sigma_2} e^{-\frac{x_{10}^2}{2\sigma_2^2}} \quad (4.4.4)$$

Srednja vrednost  $z_{10}$  je  $\overline{z_{10}} = \overline{ck_{10} + n_{10} + c_{10} \cos \theta_{10}} = ck_{10} + c_{10} \cos \theta_{10}$ .

Varijansa od  $z_{10}$  je  $\sigma_{z_{10}}^2 = \overline{z_{10}^2} - \overline{z_{10}}^2 = \sigma^2$ .

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_{10}$  je

$$p_{z_{10}}(z_{10}/x_{10}, \theta_{10}, k_{10}, \varphi_{10}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z_{10} - ck_{10} - c_{10} \cos \theta_{10})^2}{2\sigma^2}} \quad (4.4.5)$$

Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_{10}}(z_{10}) = \sum_{k_{10}=0}^{\infty} \int dx_{10} \int d\theta_{10} \int d\varphi_{10} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z_{10} - ck_{10} - c_{10} \cos \theta_{10})^2}{2\sigma^2}} \frac{\lambda_{10}^{k_{10}}}{k_{10}!} e^{-\lambda_{10}} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x_{10}^2}{2\sigma_2^2}}$$

Signal  $z_{11}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{11} &= ck_{11} + n_{11} + c_{11} \cos \theta_{11} \\ n_{11} &= z_{11} - ck_{11} - c_{11} \cos \theta_{11} \end{aligned} \quad (4.4.6)$$

Verovatnoća broja kvanata  $k_{11}$  je

$$p_{k_{11}} = \frac{\lambda_{11}^{k_{11}}}{k_{11}!} e^{-\lambda_{11}} \quad (4.4.7)$$

gde je  $\lambda_{11} = (x_{11} + B_{11} \cos \varphi_{11})^2$ .

Gustina verovatnoća od  $\theta_{11}$  i  $\varphi_{11}$  su

$$\begin{aligned} p_{\theta_{11}}(\theta_{11}) &= \frac{1}{2\pi}, |\theta_{11}| < \pi \\ p_{\varphi_{11}}(\varphi_{11}) &= \frac{1}{2\pi}, |\varphi_{11}| < \pi \end{aligned} \quad (4.4.8)$$

Gustina verovatnoće od  $n_{11}$  je

$$p_{n_{11}}(n_{11}) = \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{n_{11}^2}{2\sigma^2}} \quad (4.4.9)$$

Združena gustina verovatnoće od  $x_{11}$  je

$$p_{x_{11}}(x_{11}) = \frac{1}{2\pi\sigma_2} e^{-\frac{x_{11}^2}{2\sigma_2^2}} \quad (4.4.10)$$

Srednja vrednost  $z_{11}$  je  $\overline{z_{11}} = \overline{ck_{11} + n_{11} + c_{11} \cos \theta_{11}} = ck_{11} + c_{11} \cos \theta_{11}$ .

Varijansa od  $z_{11}$  je  $\sigma_{z_{11}}^2 = \overline{z_{11}^2} - \overline{z_{11}}^2 = \sigma^2$ .

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_{11}$  je

$$p_{z_{11}}(z_{11}/x_{11}, \theta_{11}, k_{11}, \varphi_{11}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z_{11} - ck_{11} - c_{11} \cos \theta_{11})^2}{2\sigma^2}} \quad (4.4.11)$$

Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_{11}}(z_{11}) = \sum_{k_{11}=0}^{\infty} \int dx_{11} \int d\theta_{11} \int d\varphi_{11} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z_{11} - ck_{11} - c_{11} \cos \theta_{11})^2}{2\sigma^2}} \frac{\lambda_{11}^{k_{11}}}{k_{11}!} e^{-\lambda_{11}} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x_{11}^2}{2\sigma_2^2}} \quad (4.4.12)$$

Signal  $z_{20}$  je jednak

$$z_{20} = ck_{20} + n_{20} + c_{20} \cos \theta_{20} \quad (4.4.13)$$

Verovatnoća broja kvanata  $k_{20}$  je

$$p_{k_{20}} = \frac{\lambda_{20}^{k_{20}}}{k_{20}!} e^{-\lambda_{20}} \quad (4.4.14)$$

gde je  $\lambda_{20} = (A_2 + x_{20} + B_{20} \cos \varphi_{20})^2$ .

Gustina verovatnoća od  $\theta_{20}$  i  $\varphi_{20}$  su

$$p_{\theta_{20}}(\theta_{20}) = \frac{1}{2\pi}, |\theta_{20}| < \pi$$

$$p_{\varphi_{20}}(\varphi_{20}) = \frac{1}{2\pi}, |\varphi_{20}| < \pi$$

Gustina verovatnoće od  $n_{20}$  je

$$p_{n_{20}}(n_{20}) = \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{n_{20}^2}{2\sigma^2}} \quad (4.4.15)$$

Združena gustina verovatnoće od  $x_{20}$  je

$$p_{x_{20}}(x_{20}) = \frac{1}{2\pi\sigma_2} e^{-\frac{x_{20}^2}{2\sigma_2^2}} \quad (4.4.16)$$

Srednja vrednost  $z_{20}$  je  $\overline{z_{20}} = \overline{ck_{20} + n_{20} + c_{20} \cos \theta_{20}} = ck_{20} + c_{20} \cos \theta_{20}$ .

Varijansa od  $z_{20}$  je  $\sigma_{z_{20}}^2 = \overline{z_{20}^2} - \overline{z_{20}}^2 = \sigma^2$ .

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_{10}$  je

$$p_{z_{20}}(z_{20}/x_{20} \theta_{20} k_{20} \varphi_{20}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z_{20}-ck_{20}-c_{20}\cos\theta_{20})^2}{2\sigma^2}} \quad (4.4.17)$$

Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_{20}}(z_{20}) = \sum_{k_{20}=0}^{\infty} \int dx_{20} \int d\theta_{20} \int d\varphi_{20} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z_{20}-ck_{20}-c_{20}\cos\theta_{20})^2}{2\sigma^2}} \frac{\lambda_{20}^{k_{20}}}{k_{20}!} e^{-\lambda_{20}} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x_{20}^2}{2\sigma_2^2}}$$

Signal  $z_{21}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{21} &= ck_{21} + n_{21} + c_{21} \cos \theta_{21} \\ n_{21} &= z_{21} - ck_{21} - c_{21} \cos \theta_{21} \end{aligned} \quad (4.4.18)$$

Verovatnoća broja kvanata  $k_{21}$  je

$$p_{k_{21}} = \frac{\lambda_{21}^{k_{21}}}{k_{21}!} e^{-\lambda_{21}} \quad (4.4.19)$$

gde je  $\lambda_{21} = (x_{21} + B_{21} \cos \varphi_{21})^2$ .

Gustina verovatnoća od  $\theta_{21}$  i  $\varphi_{21}$  su

$$\begin{aligned} p_{\theta_{21}}(\theta_{21}) &= \frac{1}{2\pi}, |\theta_{21}| < \pi \\ p_{\varphi_{21}}(\varphi_{21}) &= \frac{1}{2\pi}, |\varphi_{21}| < \pi \end{aligned} \quad (4.4.20)$$

Gustina verovatnoće od  $n_{21}$  je

$$p_{n_{21}}(n_{21}) = \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{n_{21}^2}{2\sigma^2}} \quad (4.4.21)$$

Združena gustina verovatnoće od  $x_{21}$  je

$$p_{x_{21}}(x_{21}) = \frac{1}{2\pi\sigma_2} e^{-\frac{x_{21}^2}{2\sigma_2^2}} \quad (4.4.22)$$

Srednja vrednost  $z_{21}$  je  $\overline{z_{21}} = \overline{ck_{21} + n_{21} + c_{21} \cos \theta_{21}} = ck_{21} + c_{21} \cos \theta_{21}$ .

Varijansa od  $z_{21}$  je  $\sigma_{z_{21}}^2 = \overline{z_{21}^2} - \overline{z_{21}}^2 = \sigma^2$ .

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_{21}$  je

$$p_{z_{21}}(z_{21}/x_{21} \theta_{21} k_{21} \varphi_{21}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z_{21}-ck_{21}-c_{21}\cos\theta_{21})^2}{2\sigma^2}} \quad (4.4.23)$$

Zamenom i usrednjavanjem se dobija



$$p_{z_{21}}(z_{21}) = \sum_{k_{21}=0}^{\infty} \int dx_{21} \int d\theta_{21} \int d\varphi_{21} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(z_{21}-ck_{21}-c_{21}\cos\theta_{21})^2}{2\sigma^2}} \frac{\lambda_{21}^{k_{21}}}{k_{21}!} e^{-\lambda_{21}} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{x_{21}^2}{2\sigma_2^2}}$$

Signal  $z_0$  je jednak

$$\begin{aligned} z_0 &= z_{10} + z_{20} \\ z_{10} &= z_0 + z_{20} \end{aligned} \quad (4.4.24)$$

Gustina verovatnoće od  $z_0$  je

$$p_{z_0}(z_0) = \int p_{z_{10}}(z_0 - z_{20}) \cdot p_{z_{20}}(z_{20}) \cdot dz_{20} \quad (4.4.25)$$

Signal  $z_1$  je jednak

$$\begin{aligned} z_1 &= z_{11} + z_{21} \\ z_{11} &= z_1 + z_{21} \end{aligned} \quad (4.4.26)$$

Gustina verovatnoće od  $z_1$  je

$$p_{z_1}(z_1) = \int p_{z_{11}}(z_1 - z_{21}) \cdot p_{z_{21}}(z_{21}) \cdot dz_{21} \quad (4.4.27)$$

Karakteristična funkcija od  $z$  je

$$F_z(z) = \int_{-\infty}^z f_z(t) dt$$

Momenti od  $z$  su jednaki

$$m = \overline{z^n} = \int_{-\infty}^{\infty} z^n p_z(z) dz$$

Verovatnoća signala je

$$p_0 = \int_0^{z_t} p_z(z) dz$$

Verovatnoća greške sistema je

$$p_e = \int (\operatorname{erfc}(z^2)) \cdot p_z(z) \cdot dz$$

Kapacitet kanala je

$$C = \int (\ln(1+z^2)) \cdot p_z(z) \cdot dz \quad (4.4.28)$$

Da bi smo izračunali srednje vreme trajanja otkaza sistema, potrebno nam je da znamo statističke karakteristike signala i njegovog prvog izvoda. Signal  $z_0$  i njegov prvi izvod su

$$\begin{aligned} z_0 &= z_{10} + z_{20} \\ \dot{z}_0 &= \dot{z}_{10} + \dot{z}_{20} \\ z_{10} &= z_0 + z_{20} \\ \dot{z}_{10} &= \dot{z}_0 + \dot{z}_{20} \end{aligned} \quad (4.4.29)$$

Združena gustina verovatnoće od  $z_0$  i  $\dot{z}_0$  je

$$p_{z_0\dot{z}_0}(z_0\dot{z}_0) = \int dz_{20} \int d\dot{z}_{20} \cdot p_{z_{10}}(z_0 - z_{20}) \cdot p_{\dot{z}_{10}}(\dot{z}_0 - \dot{z}_{20}) \cdot p_{z_{20}}(z_{20}) \cdot p_{\dot{z}_{20}}(\dot{z}_{20}) \quad (4.4.30)$$

Signali  $z_1$  i  $\dot{z}_1$  su jednaki

$$\begin{aligned} z_1 &= z_{11} + z_{21} \\ \dot{z}_1 &= \dot{z}_{11} + \dot{z}_{21} \\ z_{11} &= z_1 + z_{21} \\ \dot{z}_{11} &= \dot{z}_1 + \dot{z}_{21} \end{aligned} \quad (4.4.31)$$

Združena gustina verovatnoće od  $z_1$  i  $\dot{z}_1$  je

$$p_{z_1\dot{z}_1}(z_1\dot{z}_1) = \int dz_{21} \int d\dot{z}_{21} p_{z_{11}}(z_1 - z_{21}) p_{\dot{z}_{11}}(\dot{z}_1 - \dot{z}_{21}) p_{z_{21}}(z_{21}) p_{\dot{z}_{21}}(\dot{z}_{21}) \quad (4.4.32)$$

Signali  $z$  i  $\dot{z}$  su jednaki

$$\begin{aligned} z &= z_0 - z_1 \\ \dot{z} &= \dot{z}_0 - \dot{z}_1 \\ z_0 &= z + z_1 \\ \dot{z}_0 &= \dot{z} + \dot{z}_1 \end{aligned} \quad (4.4.33)$$

Združena gustina verovatnoće od  $z$  i  $\dot{z}$  je

$$p_{z\dot{z}}(z\dot{z}) = \int dz_1 \int d\dot{z}_1 p_{z_0}(z + z_1) p_{\dot{z}_0}(\dot{z} + \dot{z}_1) p_{z_1}(z_1) p_{\dot{z}_1}(\dot{z}_1) \quad (4.4.34)$$

Srednji broj osnih preseka je

$$N = \int \dot{z} \cdot p_{z\dot{z}}(z\dot{z}) \cdot d\dot{z} \quad (4.4.35)$$

Srednje vreme trajanja signala je

$$AFD = \frac{P_0}{N} \quad (4.4.36)$$

Greška se čini ako je

$$p_{e_1} = p(z_1 > z_0) = p(z_{11} + z_{21} > z_{10} + z_{20}) = \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{z_1} dz_0 \cdot p_{z_1}(z_1) \cdot p_{z_0}(z_0) \quad (4.4.37)$$

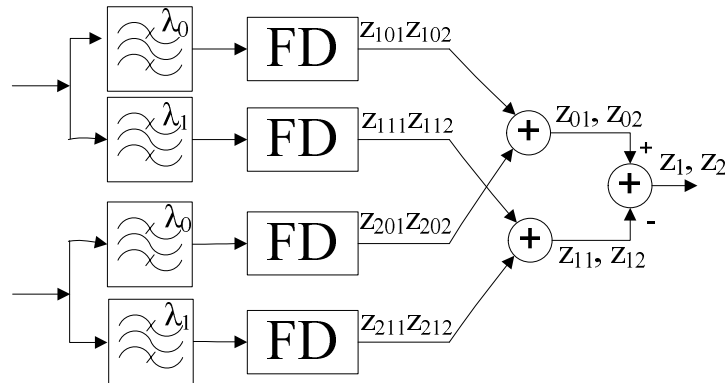
Verovatnoća da nema greške je

$$\begin{aligned} P &= 1 - P_{e_1} = 1 - P(z_1 > z_0) = 1 - p(z_{11} + z_{21} > z_{10} + z_{20}) = \\ &= 1 - \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{z_1} dz_0 p_{z_1}(z_1) p_{z_0}(z_0) \end{aligned} \quad (4.4.38)$$

Ova verovatnoća je jednaka

$$P = P(z_0 > z_1) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} dz_0 \int_{-\infty}^{z_0} dz_1 p_{z_0}(z_0) p_{z_1}(z_1)$$

Za slučaj kada je prisutan Gausov šum na liniji i u prijemniku, pri prenosu signala sa dva optička talasa, diverziti tehnikom smanjujemo uticaj šumova i smetnji na performanse sistema.



Slika 4.4.3. Diverziti sistem sa EG kominovanjem

Signal  $z_{101}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{101} &= ck_{101} + n_{101} \\ n_{101} &= z_{101} - ck_{101} \end{aligned} \quad (4.4.39)$$

Verovatnoća broja kvanata  $k_{101}$  je

$$p_{k_{101}} = \frac{\lambda_{101}^{k_{101}}}{k_{101}!} e^{-\lambda_{101}} \quad (4.4.40)$$

gde je  $\lambda_{101} = (A_1 + x_{101})^2$ .

Signal  $z_{102}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{102} &= ck_{102} + n_{102} \\ n_{102} &= z_{102} - ck_{102} \end{aligned} \quad (4.4.41)$$

Verovatnoća broja  $k_{102}$  je

$$p_{k_{102}} = \frac{\lambda_{102}^{k_{102}}}{k_{102}!} e^{-\lambda_{102}} \quad (4.4.42)$$

gde je  $\lambda_{102} = (A_2 + x_{102})^2$ .

Združena gustina verovatnoće od  $n_{101}$  i  $n_{102}$  je

$$p_{n_{101}n_{102}}(n_{101}n_{102}) = \frac{1}{2\pi\sigma\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{n_{101}^2 - 2\rho n_{101}n_{102} + n_{102}^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \quad (4.4.43)$$

Združena gustina od  $x_{101}$  i  $x_{102}$  je

$$p_{x_{101}x_{102}}(x_{101}x_{102}) = \frac{1}{2\pi\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{x_{101}^2 - 2\rho x_{101}x_{102} + x_{102}^2}{2\sigma_2^2(1-\rho^2)}} \quad (4.4.44)$$

Srednja vrednost od  $z_{101}$  je  $\overline{z_{101}} = c \cdot k_{101}$ .

Srednja vrednost od  $z_{102}$  je  $\overline{z_{102}} = c \cdot k_{102}$ .

Varijansa od  $z_{101}$  je  $\sigma_{z_{101}}^2 = \overline{z_{101}^2} - \overline{z_{101}}^2 = \sigma^2$ .

Varijansa od  $z_{102}$  je  $\sigma_{z_{102}}^2 = \overline{z_{102}^2} - \overline{z_{102}}^2 = \sigma^2$ .

Korelacioni koeficijent između  $z_{101}$  i  $z_{102}$  je  $\rho_2 = \overline{z_{101}z_{102}} - \overline{z_{101}}\overline{z_{102}}$ .

Združena gustina verovatnoće od  $z_{101}$  i  $z_{102}$  je

$$p_{z_{101}z_{102}}(z_{101}z_{102}) = \int dx_{101} \int dx_{102} \sum_{k_{101}=0}^{\infty} \sum_{k_{102}=0}^{\infty} \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{(z_{101}-ck_{101})^2 - 2\rho(z_{101}-ck_{101})(z_{102}-ck_{102}) + (z_{102}-ck_{102})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \cdot \frac{\lambda_{101}^{k_{101}}}{k_{101}!} e^{-\lambda_{101}} \cdot \frac{\lambda_{102}^{k_{102}}}{k_{102}!} e^{-\lambda_{102}} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{x_{101}^2 - 2\rho x_{101}x_{102} + x_{102}^2}{2\sigma_2^2(1-\rho^2)}}$$

Signal  $z_{111}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{111} &= ck_{111} + n_{111} \\ n_{111} &= z_{111} - ck_{111} \end{aligned} \quad (4.4.45)$$

Verovatnoća od  $k_{111}$  je

$$p_{k_{111}} = \frac{\lambda_{111}^{k_{111}}}{k_{111}!} e^{-\lambda_{111}} \quad (4.4.46)$$

gde je  $\lambda_{111} = x_{111}^2$ .

Signal  $z_{112}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{112} &= ck_{112} + n_{112} \\ n_{112} &= z_{112} - ck_{112} \end{aligned} \quad (4.4.47)$$

Verovatnoća broja  $k_{112}$  je

$$p_{k_{112}} = \frac{\lambda_{112}^{k_{112}}}{k_{112}!} e^{-\lambda_{112}} \quad (4.4.48)$$

gde je  $\lambda_{112} = x_{112}^2$ .

Srednja vrednost od  $z_{111}$  je  $\overline{z_{111}} = ck_{111}$ .

Srednja vrednost od  $z_{112}$  je  $\overline{z_{112}} = ck_{112}$ .

Varijansa od  $z_{111}$  je  $\sigma_{z_{111}}^2 = \overline{z_{111}^2} - \overline{z_{111}}^2 = \sigma^2$ .

Varijansa od  $z_{112}$  je  $\sigma_{z_{112}}^2 = \overline{z_{112}^2} - \overline{z_{112}}^2 = \sigma^2$ .

Korelacioni koeficijent između  $z_{111}$  i  $z_{112}$  je  $\rho_2 = \overline{z_{111}z_{112}} - \overline{z_{111}}\overline{z_{112}} = \rho$ .

Združena gustina verovatnoće od  $z_{111}$  i  $z_{112}$  je

$$p_{z_{111}z_{112}}(z_{111}z_{112}) = \sum_{k_{111}=0}^{\infty} \sum_{k_{112}=0}^{\infty} \int dx_{111} \int dx_{112} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{(z_{111}-ck_{111})^2 - 2\rho(z_{111}-ck_{111})(z_{112}-ck_{112}) + (z_{112}-ck_{112})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \cdot \frac{\lambda_{111}^{k_{111}}}{k_{111}!} e^{-\lambda_{111}} \cdot \frac{\lambda_{112}^{k_{112}}}{k_{112}!} e^{-\lambda_{112}} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{x_{111}^2 - 2\rho_2 x_{111}x_{112} + x_{112}^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}} \quad (4.4.49)$$

Signal  $z_{201}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{201} &= ck_{201} + n_{201} \\ n_{201} &= z_{201} - ck_{201} \end{aligned} \quad (4.4.50)$$

Verovatnoća broja  $k_{201}$  je

$$p_{k_{201}} = \frac{\lambda_{201}^{k_{201}}}{k_{201}!} e^{-\lambda_{201}} \quad (4.4.51)$$

gde je  $\lambda_{201} = (A_3 + x_{201}^2)$  i  $z_{201} = ck_{201} + n_{201}$ .

Signal  $z_{202}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{202} &= ck_{202} - n_{202} \\ n_{202} &= z_{202} - ck_{202} \end{aligned} \quad (4.4.52)$$

Verovatnoća broja  $k_{202}$  je

$$p_{k_{202}} = \frac{\lambda_{202}^{k_{202}}}{k_{202}!} e^{-\lambda_{202}} \quad (4.4.53)$$

gde je  $\lambda_{202} = (A_4 + x_{202}^2)$ .

Srednja vrednost od  $z_{201}$  je  $\overline{z_{201}} = c \cdot k_{201}$ .

Srednja vrednost od  $z_{202}$  je  $\overline{z_{202}} = c \cdot k_{202}$ .

Varijansa od  $z_{201}$  je  $\sigma_{201}^2 = \overline{z_{201}^2} - \overline{z_{201}}^2$ .

Varijansa od  $z_{202}$  je  $\sigma_{202}^2 = \overline{z_{202}^2} - \overline{z_{202}}^2$ .

Korelacioni koeficijent između  $z_{201}$  i  $z_{202}$  je  $\rho_2 = \overline{z_{201}z_{202}} - \overline{z_{201}}\overline{z_{202}} = \rho$ .

Združena gustina verovatnoće od  $z_{201}$  i  $z_{202}$  je

$$p_{z_{201}z_{202}}(z_{201}z_{202}) = \sum_{k_{201}=0}^{\infty} \sum_{k_{202}=0}^{\infty} \int dx_{201} \int dx_{202} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{(z_{201}-ck_{201})^2 - 2r(z_{201}-ck_{201})(z_{202}-ck_{202}) + (z_{202}-ck_{202})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \cdot \frac{\lambda_{201}^{k_{201}}}{k_{201}!} e^{-\lambda_{201}} \cdot \frac{\lambda_{202}^{k_{202}}}{k_{202}!} e^{-\lambda_{202}} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{x_{201}^2 - 2r_2x_{201}x_{202} + x_{202}^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}} \quad (4.4.54)$$

Signal  $z_{211}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{211} &= ck_{211} - n_{211} \\ n_{211} &= ck_{211} - z_{211} \end{aligned} \quad (4.4.55)$$

Verovatnoća od  $k_{211}$  je

$$p_{k_{211}} = \frac{\lambda_{211}^{k_{211}}}{k_{211}!} e^{-\lambda_{211}} \quad (4.4.56)$$

gde je  $\lambda_{211} = x_{211}^2$ .

Signal  $z_{212}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{212} &= ck_{212} + n_{212} \\ n_{212} &= ck_{212} - z_{212} \end{aligned} \quad (4.4.57)$$

Verovatnoća broja kvanata  $k_{212}$  je

$$p_{k_{212}} = \frac{\lambda_{212}^{k_{212}}}{k_{212}!} e^{-\lambda_{212}} \quad (4.4.57)$$

gde je  $\lambda_{212} = x_{212}^2$ .

Srednja vrednost od  $z_{211}$  je  $\overline{z_{211}} = ck_{211}$ .

Srednja vrednost od  $z_{212}$  je  $\overline{z_{212}} = ck_{212}$ .

Varijansa od  $z_{211}$  i  $z_{212}$  je

$$\begin{aligned}\sigma_{z_{211}}^2 &= \overline{z_{211}^2} - \overline{z_{211}}^2 = \sigma^2 \\ \sigma_{z_{212}}^2 &= \overline{z_{212}^2} - \overline{z_{212}}^2 = \sigma^2\end{aligned}\quad (4.4.58)$$

Korelacioni koeficijent između  $z_{211}$  i  $z_{212}$  je  $\rho_2 = \overline{z_{211}z_{212}} - \overline{z_{211}}\overline{z_{212}} = \rho$ .

Združena gustina verovatnoće od  $z_{211}$  i  $z_{212}$  je

$$\begin{aligned}p_{z_{211}z_{212}}(z_{211}z_{212}) &= \sum_{k_{211}=0}^{\infty} \sum_{k_{212}=0}^{\infty} \int dx_{211} \int dx_{212} \cdot \\ &\cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{(z_{211}-ck_{211})^2 - 2r(z_{211}-ck_{211})(z_{212}-ck_{212}) + (z_{212}-ck_{212})^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \cdot \\ &\cdot \frac{\lambda_{211}^{k_{211}}}{k_{211}!} e^{-\lambda_{211}} \cdot \frac{\lambda_{212}^{k_{212}}}{k_{212}!} e^{-\lambda_{212}} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{x_{211}^2 - 2\rho_2 x_{211}x_{212} + x_{212}^2}{2\sigma_2^2(1-\rho_2^2)}}\end{aligned}\quad (4.4.58)$$

Signali  $z_{01}$  i  $z_{02}$  su jednaki

$$\begin{aligned}z_{01} &= z_{101} + z_{201} \\ z_{02} &= z_{102} + z_{202} \\ z_{101} &= z_{01} - z_{201} \\ z_{102} &= z_{02} - z_{202}\end{aligned}\quad (4.4.59)$$

Združena gustina verovatnoće od  $z_{01}$  i  $z_{02}$  je

$$p_{z_{01}z_{02}}(z_{01}z_{02}) = \int dz_{201} \int dz_{202} \cdot p_{z_{101}z_{102}}(z_{01} - z_{201}, z_{02} - z_{202}) \cdot p_{z_{201}}(z_{201}) \cdot p_{z_{202}}(z_{202})$$

Signali  $z_{11}$  i  $z_{12}$  su jednaki

$$\begin{aligned}z_{11} &= z_{111} + z_{211} \\ z_{12} &= z_{112} + z_{212} \\ z_{111} &= z_{11} - z_{211} \\ z_{112} &= z_{12} - z_{212}\end{aligned}\quad (4.4.60)$$

Združena gustina verovatnoće od  $z_{11}$  i  $z_{12}$  je

$$p_{z_{11}z_{12}}(z_{11}z_{12}) = \int dz_{211} \int dz_{212} \cdot p_{z_{111}z_{112}}(z_{11} - z_{211}, z_{12} - z_{212}) \cdot p_{z_{201}}(z_{211}) \cdot p_{z_{212}}(z_{212}) \quad (4.4.61)$$

Signali  $z_1$  i  $z_2$  su jednaki

$$\begin{aligned}z_1 &= z_{01} - z_{11} \\ z_2 &= z_{02} - z_{12} \\ z_{01} &= z_1 + z_{11} \\ z_{02} &= z_2 + z_{12}\end{aligned}\quad (4.4.62)$$

Združena gustina verovatnoće od  $z_1$  i  $z_2$  je

$$p_{z_1z_2}(z_1z_2) = \int dz_{11} \int dz_{12} \cdot p_{z_{01}z_{02}}(z_1 + z_{11}, z_2 + z_{12}) \cdot p_{z_{11}}(z_{11}) \cdot p_{z_{12}}(z_{12}) \quad (4.4.63)$$

## 5 OPTIMIZACIJA RELEJNIH OPTIČKIH IM-DD SISTEMA

U skladu sa zahtevima savremenih arhitektura telekomunikacionih mreža, bavićemo se relejnim optičkim IM-DD sistemima. Istokanalni rad optičkog-relejnog sistema (co-channel system) podrazumeva prenos dve različite poruke po istom kanalu (istoj talasnoj dužini) zahvaljujući korišćenju ortogonalnih polarizacija. Ovo će, slično kao kod radio-relejnih telekomunikacionih sistema, udvostručiti kapacitet sistema. Istokanalni sistem, dakle, omogućava postojanje dva odvojena saobraćajna kanala na istoj talasnoj dužini.

Da bi smo ilustrovali prenos signala u optičkim sistemima koji koriste multimodna optička vlakna pozvaćemo se na preporuke definisane ITU standardom G.651.1.

- Ovaj standard preporučuje korišćenje optičkih vlakana 50/125 $\mu$ m sa graded index
- Optičko vlakno obezbeđuje protok od 1 Gb/s za ethernet na rastojanju do 550m
- Preporučuje se za korišćenje unutar objekata za protoke od 10 Mb/s do 10 Gb/s
- Koristi se na talasnim dužinama 850 nm i 1310 nm.

Dva ili više optičkih sistema sa IM-DD mogu služiti za relejni prenos signala. Mogu biti povezani redno ili paralelno. Trasa prenosa signala će biti definisana strukturom optičke mreže. Kao i u prethodnim razmatranjima za nas je od značaja prisustvo šumova od tačke do tačke u optičkom sistemu. Kvantni šum ćemo aproksimirati Puasonovim ili Gausovim šumom.

Razmatraćemo relejnu vezu dva optička IM-DD sistema u prisustvu šumova i smetnji. Prisutan je kvantni šum u prijemniku i Gausov šum u prijemniku. Na liniji je prisutan Gausov šum i korisni signal. Određen je signal na izlazu iz prvog i drugog optičkog sistema. Intenzitet svetlosti na izlazu iz prvog optičkog sistema jednak je kvadratu zbira korisnog signala i Gausovog šuma. Intenzitet svetlosti na ulazu u fotodiodu drugog optičkog sistema jednak je kvadratu zbira Gausovog šuma i signala na izlazu iz prvog optičkog sistema. Pomoću ovih intenziteta svetlosti određene su verovatnoće broja kvanta kod fotodiode u prvom i drugom optičkom sistemu a zatim je određena uslovna gustina verovatnoće signala na izlazu iz drugog optičkog sistema. Usrednjavanjem je dobijena gustina verovatnoće signala na izlazu iz ekvivalentnog optičkog sistema. Pomoću ovih gustina verovatnoće može se odrediti kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija i momenti signala na izlazu iz drugog optičkog IM-DD sistema.



U ovom delu će zatim razmatrati signali na izlazima iz oba optička sistema u dva trenutka vremena. Razmatrani su slučajevi kada su Gausov šum na liniji i Gausov šum na prijemniku korelisani u dva trenutka vremena. Zbog ovog su i signali na izlazu ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena korelisani. U daljem radu je određena združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena. Pomoću ove združene gustine verovatnoće se određuju združena kumulativna verovatnoća signala na izlazu iz ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena, združena karakteristična funkcija signala na izlazu iz ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena i združeni moment signala na izlazu iz ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena.

Potom će biti razmatrana paralelna veza dva optička IM-DD sistema. Kao i u prethodnom slučaju Gausov šum na liniji i Gausov šum u prijemniku su korelisani u dva trenutka vremena. Na osnovu ovoga određena je združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz ovih optičkih sistema. U ovom slučaju je bitno da bar jedan optički sistem radi. Zbog toga se u ovoj glavi razmatra funkcija koja je jednaka količniku signala na izlazu iz optičkog sistema. Zatim je određena gustina verovatnoće maksimalnog signala na izlazu iz optičkog sistema.

Takođe će biti razmatrana tri optička sistema sa IM-DD vezana paralelno i određene su statičke karakteristike signala na njihovim izlazima i gustina verovatnoće maksimuma ovih signala. U ovim slučajevima je kvantni šum opisan Puasonovom statistikom.

Razmatrana je jedna veza dva optička sistema sa IM-DD kada je kvantni šum opisan Gausovom statistikom. Za ovaj slučaj određena je gustina verovatnoće signala na izlazu, združena gustina verovatnoće signala na izlazu u dva trenutka vremena i združena gustina verovatnoće signala na izlazu i njegovog prvog izvoda. Pomoću združene gustine verovatnoće signala na izlazu i njegovog prvog izvoda u radu je određena srednji broj osnih preseka signala. Pomoću gustine verovatnoće minimuma signala na izlazu iz oba optička sistema određena je verovatnoća otkaza. Zatim je određeno srednje vreme trajanja otkaza kao količnik verovatnoće signala i srednjeg broja osnih preseka.

Kada je kvantni šum opisan Gausovom statistikom onda je verovatnoća signala kvantnog šuma jednaka zbiru kvadrata korisnog signala i Gausovog šuma na liniji. U radu je takođe određena gustina verovatnoće signala na izlazu iz dva redno vezana optička IM-DD sistema u dva trenutka vremena.

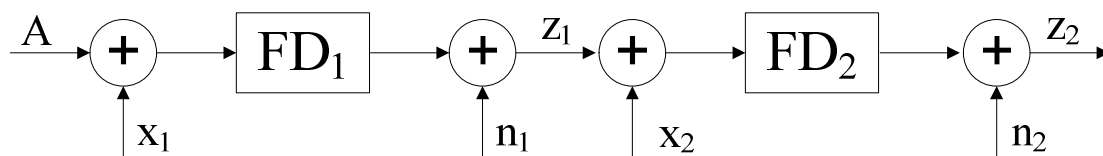
Na sličan način mogu se rešavati i problemi kada je prisutna interferenca u prijemniku u na liniji a razmatra se jedna ili paralelna veza dva optička IM-DD sistema. U

ovom slučaju je intenzitet svetlosti jednak zbiru korisnog signala, Gausovog šuma na liniji i intenziteta svetlosti. Kod drugog optičkog sistema intenzitet svetlosti jednak je zbiru kvadrata Gausovog šuma na liniji, interferenci i signala na izlazu iz prvog optičkog IM-DD sistema. Posmatran je slučaj kada je kvantni šum opisan Gausovom statistikom i kada je kvantni šum opisan Puasonovom statistikom.

### 5.1 Redna veza dva optička IM-DD sistema sa Puasonovim kvantnim šumom

Prvo ćemo posmatrati relejnju vezu dva optička IM-DD sistema u prisustvu šumova i smetnji. Prisutan je kvantni šum u prijemniku i Gausov šum u prijemniku. Na liniji je prisutan Gausov šum i korisni signal. Određujemo signal na izlazu iz prvog i drugog optičkog sistema.

Intenzitet svetlosti na izlazu iz prvog optičkog sistema jednak je kvadratu zbira korisnog signala i Gausovog šuma. Intenzitet svetlosti na ulazu u fotodiodu drugog optičkog sistema jednak je kvadratu zbira Gausovog šuma i signala na izlazu iz prvog optičkog sistema. Pomoću ovih intenziteta svetlosti određene su verovatnoće broja kvanta kod fotodiode u prvom i drugom optičkom sistemu, a zatim je određena uslovna gustina verovatnoće signala na izlazu iz drugog optičkog sistema. Usrednjavanjem je dobijamo gustinu verovatnoće signala na izlazu iz ekvivalentnog optičkog sistema. Pomoću ovih gustina verovatnoće može se odrediti kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija i momenti signala na izlazu iz drugog optičkog IM-DD sistema.



Slika 5.1.1. Model relejne veze dva optička sistema sa IM-DD.

Signal  $z_1$  je jednak

$$z_1 = ck_1 + n_1 \quad (5.1.1)$$

Verovatnoća broja kvanta signala  $k_1$  je

$$p_{k_1}(k_1) = \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \quad (5.1.2)$$

Gustina verovatnoće od  $n_1$  je Gausova

$$p_{n_1}(n_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{n_1^2}{2\sigma_1^2}} \quad (5.1.3)$$

Gustina verovatnoće od  $x_1$  je Gausova

$$p_{x_1}(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma_2^2}} \quad (5.1.4)$$

Intenzitet svetlosti na izlazu iz prvog optičkog sistema  $\lambda_1$  jednak je kvadratu zbira korisnog signala i Gausovog šuma, tj.  $\lambda_1 = (A + x_1)^2$ .

Signal  $z_2$  je jednak

$$z_2 = ck_2 + n_2 \quad (5.1.5)$$

Verovatnoća broja kvanata signala  $k_2$  je

$$p_{k_2}(k_2) = \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \quad (5.1.6)$$

Gustina verovatnoće od  $n_2$  je

$$p_{n_2}(n_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} e^{-\frac{n_2^2}{2\sigma_3^2}} \quad (5.1.7)$$

Gustina verovatnoće od  $x_2$  je

$$p_{x_2}(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_4} e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma_4^2}} \quad (5.1.8)$$

Intenzitet svetlosti na ulazu u fotodiodu drugog optičkog sistema  $\lambda_2$ , jednak je kvadratu zbira Gausovog šuma i signala na izlazu iz prvog optičkog sistema, a to je

$$\lambda_2 = (ck_1 + n_1 + x_2)^2$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_2$  je

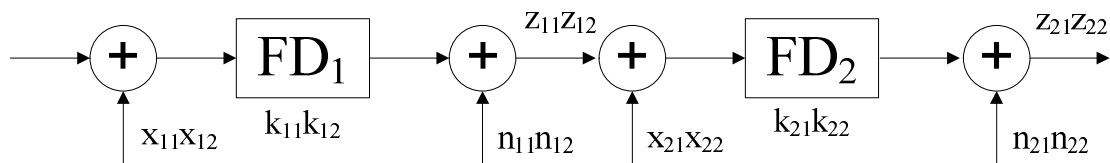
$$p_{z_2}(z_2/k_1, k_2, x_1, x_2, n_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} e^{-\frac{(z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_3^2}} \quad (5.1.9)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned}
p_{z_2}(z_2) &= \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \int_{-\infty}^{\infty} dn_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3}} e^{-\frac{(z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_3^2}} \cdot \\
&\cdot \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma_2^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_4}} e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma_4^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-\frac{n_1^2}{2\sigma_1^2}} = \\
&= \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \int_{-\infty}^{\infty} dn_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3}} e^{-\frac{(z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_3^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma_2^2}} \cdot \\
&\cdot \frac{(A + x_1)^{k_1}}{k_1!} e^{-(A+x_1)^2} \frac{(ck_1 + n_1 + x_2)^{k_2}}{k_2!} e^{-(ck_1+n_1+x_2)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_4}} e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma_4^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-\frac{n_1^2}{2\sigma_1^2}}
\end{aligned} \tag{5.1.10}$$

Ako ovakav relejni sistem (iz praktičnih razloga) posmatramo u dva trenutka vremena, koji zbog prirode prenosa signala bliski, doći će do izvesnih modifikacija .

Zatim ćemo razmatrati signale na izlazima iz oba optička sistema u dva trenutka vremena. Razmatrani su slučajevi kada su Gausov šum na liniji i Gausov šum na prijemniku korelisani u dva trenutka vremena. Zbog ovog su i signali na izlazu ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena korelisani. U daljem radu biće određena združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena. Pomoću ove združene gustine verovatnoće se određuju združena kumulativna verovatnoća signala na izlazu iz ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena, združena karakteristična funkcija signala na izlazu iz ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena i združeni moment signala na izlazu iz ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena.



Slika 5.1.2. Optički relejni sistem

Združena gustina verovatnoće šumova  $x_{11}$  i  $x_{12}$  je

$$p_{x_{11}x_{12}}(x_{12}, x_{11}) = \frac{1}{2\pi\sigma_2^2 \sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{x_{11}^2 - 2r_2 x_{11} x_{12} + x_{12}^2}{2\sigma_2^2(1-r^2)}} \tag{5.1.11}$$

Združena gustina verovatnoće šumova  $n_{11}$  i  $n_{12}$  je

$$p_{n_{11}n_{12}}(n_{12}n_{12}) = \frac{1}{2\pi\sigma_1^2\sqrt{1-r_1^2}} e^{-\frac{n_{11}^2-2r_1n_{11}n_{12}+n_{12}^2}{2\sigma_1^2(1-r_1^2)}} \quad (5.1.12)$$

Združena gustina verovatnoće šumova  $x_{21}$  i  $x_{22}$  je

$$p_{x_{21}x_{22}}(x_{21}x_{22}) = \frac{1}{2\pi\sigma_4^2\sqrt{1-r_4^2}} e^{-\frac{x_{21}^2-2r_4x_{21}x_{22}+x_{22}^2}{2\sigma_4^2(1-r_4^2)}} \quad (5.1.13)$$

Združena gustina verovatnoće šumova  $n_{21}$  i  $n_{22}$  je

$$p_{n_{21}n_{22}}(n_{21}n_{22}) = \frac{1}{2\pi\sigma_5^2\sqrt{1-r_5^2}} e^{-\frac{n_{21}^2-2r_5n_{21}n_{22}+n_{22}^2}{2\sigma_5^2(1-r_5^2)}} \quad (5.1.14)$$

Združena gustina verovatnoće od  $k_{11}$  i  $k_{12}$  je

$$p_{k_{11}k_{12}} = \frac{\lambda_{11}^{k_{11}}}{k_{11}!} e^{-\lambda_{11}} \frac{\lambda_{12}^{k_{12}}}{k_{12}!} e^{-\lambda_{12}} \quad (5.1.15)$$

Intenziteti svetlosti  $\lambda_{11}$  i  $\lambda_{12}$  su jednake

$$\begin{aligned} \lambda_{11} &= (A + x_{11})^2 \\ \lambda_{12} &= (A + x_{12})^2 \end{aligned} \quad (5.1.16)$$

Združena gustina verovatnoće od  $k_{21}$  i  $k_{22}$  je

$$p_{k_{21}k_{22}} = \frac{\lambda_{21}^{k_{21}}}{k_{21}!} e^{-\lambda_{21}} \frac{\lambda_{22}^{k_{22}}}{k_{22}!} e^{-\lambda_{22}} \quad (5.1.17)$$

Intenziteti svetlosti  $\lambda_{21}$  i  $\lambda_{22}$  su jednake

$$\begin{aligned} \lambda_{21} &= (z_{11} + A + x_{21})^2 \\ \lambda_{22} &= (z_{22} + A + x_{12})^2 \end{aligned} \quad (5.1.18)$$

Signal  $z_{11}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{11} &= ck_{11} + n_{11} \\ n_{11} &= z_{11} - ck_{11} \end{aligned} \quad (5.1.19)$$

Signal  $z_{12}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{12} &= ck_{12} + n_{12} \\ n_{12} &= z_{12} - ck_{12} \end{aligned} \quad (5.1.20)$$

Signal  $z_{21}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{21} &= ck_{21} + n_{21} \\ n_{21} &= z_{21} - ck_{21} \end{aligned} \quad (5.1.21)$$

Signal  $z_{22}$  je jednak

$$\begin{aligned} z_{22} &= ck_{22} + n_{22} \\ n_{22} &= z_{22} - ck_{22} \end{aligned} \quad (5.1.22)$$

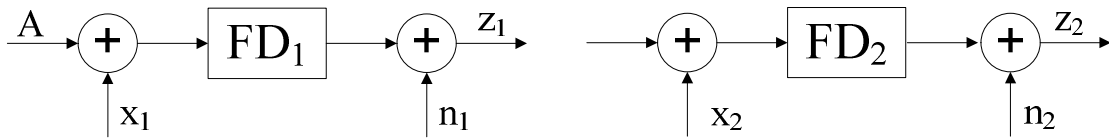
Uslovna združena gustina verovatnoće od  $z_{21}$  i  $z_{22}$  je

$$\begin{aligned} p_{z_{21}z_{22}}(z_{21}z_{22}/k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}, x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}, n_{11}, n_{12}) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3^2}\sqrt{1-r_3^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_3^2(1-r_3^2)}((ck_{21}+n_{21})^2-2r_3(ck_{21}+n_{21})(ck_{22}+n_{22})+(ck_{22}+n_{22})^2)} \end{aligned} \quad (5.1.23)$$

Zamenom i usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned} p_{z_{21}z_{22}}(z_{21}z_{22}) &= \sum_{k_{11}=0}^{\infty} \sum_{k_{12}=0}^{\infty} \sum_{k_{21}=0}^{\infty} \sum_{k_{22}=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{11} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{12} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{21} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{22} \int_{-\infty}^{\infty} dn_{11} \int_{-\infty}^{\infty} dn_{12} \frac{\lambda_{11}^{k_{11}}}{k_{11}!} e^{-\lambda_{11}} \\ &\cdot \frac{\lambda_{12}^{k_{12}}}{k_{12}!} e^{-\lambda_{12}} \frac{\lambda_{21}^{k_{21}}}{k_{21}!} e^{-\lambda_{21}} \frac{\lambda_{22}^{k_{22}}}{k_{22}!} e^{-\lambda_{22}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3^2}\sqrt{1-r_3^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_3^2(1-r_3^2)}((ck_{21}+n_{21})^2-2r_3(ck_{21}+n_{21})(ck_{22}+n_{22})+(ck_{22}+n_{22})^2)} \\ &\cdot \frac{1}{2\pi\sigma_1^2\sqrt{1-r_1^2}} e^{-\frac{n_{11}^2-2r_1n_{11}n_{12}+n_{12}^2}{2\sigma_1^2(1-r_1^2)}} \frac{1}{2\pi\sigma_2^2\sqrt{1-r_2^2}} e^{-\frac{x_{11}^2-2r_2x_{11}x_{12}+x_{12}^2}{2\sigma_2^2(1-r_2^2)}} \frac{1}{2\pi\sigma_4^2\sqrt{1-r_4^2}} e^{-\frac{x_{21}^2-2r_4x_{21}x_{22}+x_{22}^2}{2\sigma_4^2(1-r_4^2)}} = \\ &= \sum_{k_{11}=0}^{\infty} \sum_{k_{12}=0}^{\infty} \sum_{k_{21}=0}^{\infty} \sum_{k_{22}=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{11} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{12} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{21} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{22} \int_{-\infty}^{\infty} dn_{11} \int_{-\infty}^{\infty} dn_{12} \frac{(A+x_{11})^{k_{11}}}{k_{11}!} e^{-(A+x_{11})^2} \\ &\cdot \frac{(A+x_{12})^{k_{12}}}{k_{12}!} e^{-(A+x_{12})^2} \frac{(ck_{11}+A+x_{21})^{k_{21}}}{k_{21}!} e^{-(ck_{11}+A+x_{21})^2} \frac{(ck_{22}+A+x_{12})^{k_{22}}}{k_{22}!} e^{-(ck_{22}+A+x_{12})^2} \\ &\cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3^2}\sqrt{1-r_3^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_3^2(1-r_3^2)}((ck_{21}+n_{21})^2-2r_3(ck_{21}+n_{21})(ck_{22}+n_{22})+(ck_{22}+n_{22})^2)} \\ &\cdot \frac{1}{2\pi\sigma_1^2\sqrt{1-r_1^2}} e^{-\frac{n_{11}^2-2r_1n_{11}n_{12}+n_{12}^2}{2\sigma_1^2(1-r_1^2)}} \frac{1}{2\pi\sigma_2^2\sqrt{1-r_2^2}} e^{-\frac{x_{11}^2-2r_2x_{11}x_{12}+x_{12}^2}{2\sigma_2^2(1-r_2^2)}} \frac{1}{2\pi\sigma_4^2\sqrt{1-r_4^2}} e^{-\frac{x_{21}^2-2r_4x_{21}x_{22}+x_{22}^2}{2\sigma_4^2(1-r_4^2)}} \end{aligned}$$

Razmatra se relejni optički IM-DD sistem sa dve deonice, gde je kvantni šum opisan Puasonovom statistikom.



Slika 1.21. Relejni optički IM-DD sistem sa dve deonice

Signal  $z_1$  je jednak

$$\begin{aligned} z_1 &= ck_1 + n_1 \\ n_1 &= z_1 - ck_1 \end{aligned} \quad (5.1.25)$$

Verovatnoća broja  $k_1$  je

$$p_{k_1}(k_1) = \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \quad (5.1.26)$$

gde je  $\lambda_1 = (A + x_1)^2$ .

Gustina verovatnoće od  $z_1$  je

$$p_{z_1}(z_1) = \int dx_1 \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{(A + x_1)^{2k_1}}{k_1!} e^{-(A+x_1)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{(z_1 - ck_1)^2}{2\sigma_2^2}} \quad (5.1.27)$$

Signal  $z_2$  je jednak

$$\begin{aligned} z_2 &= ck_2 + n_2 \\ n_2 &= z_2 - ck_2 \end{aligned} \quad (5.1.28)$$

Verovatnoća broja  $k_2$  je

$$p_{k_2}(k_2) = \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \quad (5.1.29)$$

gde je  $\lambda_2 = (A + x_2)^2$ .

Gustina verovatnoće od  $z_2$  je

$$p_{z_2}(z_2) = \int dx_2 \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{(A + x_2)^{2k_2}}{k_2!} e^{-(A+x_2)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_4}} e^{-\frac{(z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_4^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_3}} e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma_3^2}} \quad (5.1.30)$$

Neka je

$$z = \min(z_1, z_2) \quad (5.1.31)$$

Gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z) = p_{z_1}(z_1)(1 - F_1(z)) + p_{z_2}(z_2)(1 - F_2(z)) \quad (5.1.32)$$

gde je

$$\begin{aligned} F_1(z) &= \int_{-\infty}^z p_{z_1}(t) dt \\ F_2(z) &= \int_{-\infty}^z p_{z_2}(t) dt \end{aligned} \quad (5.1.33)$$

Združena gustina verovatnoće od  $z$  i  $\dot{z}$  je

$$p_{zz}(z\dot{z}) = p_{z_1\dot{z}_1}(z\dot{z})(1 - F_2(z)) + p_{z_2\dot{z}_2}(z\dot{z})(1 - F_1(z)) \quad (5.1.34)$$

Verovatnoća signala se određuje pomoću formule

$$p_0 = \int_{-z_0}^{z_0} p_z(z) dz \quad (5.1.35)$$

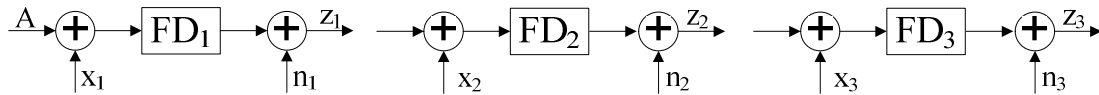
Srednji broj osnih preseka od  $z$  je

$$N_z = \int \dot{z} p_{zz}(z\dot{z}) d\dot{z} \quad (5.1.36)$$

Srednje vreme trajanja signala je

$$AFD = \frac{p_0}{N_z} = \frac{\int_{-z_0}^{z_0} p_z(z) dz}{\int \dot{z} p_{zz}(z\dot{z}) d\dot{z}} \quad (5.1.37)$$

Razmatra se redna veza sa optičkim IM-DD sistemima, kada je kvantni šum opisan Puasonovom statistikom.



Slika 1.22. Model optičkog sistema sa IM-DD u rednoj vezi

Gustina verovatnoće od  $z_1$  je

$$p_{z_1}(z_1) = \int dx_1 \sum_{k_1=0}^{\infty} \frac{(A+x_1)^{2k_1}}{k_1!} e^{-(A+x_1)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{(z_1-ck_1)^2}{2\sigma_2^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma_1^2}} \quad (5.1.38)$$

Gustina verovatnoće od  $z_2$  je

$$p_{z_2}(z_2) = \int dx_2 \sum_{k_2=0}^{\infty} \frac{(A+x_2)^{2k_2}}{k_2!} e^{-(A+x_2)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_4} e^{-\frac{(z_2-ck_2)^2}{2\sigma_4^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma_3^2}} \quad (5.1.39)$$

Gustina verovatnoće od  $z_3$  je

$$p_{z_3}(z_3) = \int dx_3 \sum_{k_3=0}^{\infty} \frac{(A+x_3)^{2k_3}}{k_3!} e^{-(A+x_3)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_6} e^{-\frac{(z_3-ck_3)^2}{2\sigma_6^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_5} e^{-\frac{x_3^2}{2\sigma_5^2}} \quad (5.1.40)$$

Neka je

$$z = \min(z_1, z_2, z_3) \quad (5.1.41)$$

Gustina verovatnoće od  $z$  je



$$\begin{aligned}
p_z(z) &= p_{z_1}(z_1)(1-F_{z_2}(z))(1-F_{z_3}(z)) + \\
&+ p_{z_2}(z_2)(1-F_{z_1}(z))(1-F_{z_3}(z)) + \\
&+ p_{z_3}(z_3)(1-F_{z_1}(z))(1-F_{z_2}(z))
\end{aligned} \tag{5.1.42}$$

Združena gustina verovatnoće od  $z$  i  $\dot{z}$  je

$$\begin{aligned}
p_{z\dot{z}}(z\dot{z}) &= p_{z_1\dot{z}_1}(z\dot{z})(1-F_{z_2}(z))(1-F_{z_3}(z)) + \\
&+ p_{z_2\dot{z}_2}(z\dot{z})(1-F_{z_1}(z))(1-F_{z_3}(z)) + \\
&+ p_{z_3\dot{z}_3}(z\dot{z})(1-F_{z_1}(z))(1-F_{z_2}(z))
\end{aligned} \tag{5.1.43}$$

Verovatnoća signala se određuje pomoću formule

$$\begin{aligned}
p_0 &= \int_{-z_0}^{z_0} p_z(z) dz = \\
&= \int_{-z_0}^{z_0} dz [p_{z_1}(z_1)(1-F_{z_2}(z))(1-F_{z_3}(z)) + \\
&+ p_{z_2}(z_2)(1-F_{z_1}(z))(1-F_{z_3}(z)) + \\
&+ p_{z_3}(z_3)(1-F_{z_1}(z))(1-F_{z_2}(z))]
\end{aligned} \tag{5.1.44}$$

Srednji broj osnih preseka od  $z$  je

$$\begin{aligned}
N_z &= \int d\dot{z} p_{z\dot{z}}(z\dot{z}) \dot{z} = \\
&= \int \dot{z} d\dot{z} [p_{z_1\dot{z}_1}(z\dot{z})(1-F_{z_2}(z))(1-F_{z_3}(z)) + \\
&+ p_{z_2\dot{z}_2}(z\dot{z})(1-F_{z_1}(z))(1-F_{z_3}(z)) + \\
&+ p_{z_3\dot{z}_3}(z\dot{z})(1-F_{z_1}(z))(1-F_{z_2}(z))]
\end{aligned} \tag{5.1.45}$$

Srednje vreme trajanja signala je

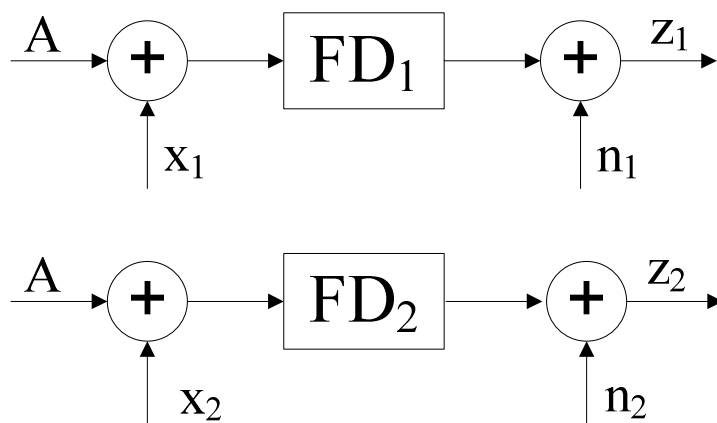
$$AFD = \frac{p_0}{N_z} = \frac{\int_{-z_0}^{z_0} p_z(z) dz}{\int d\dot{z} p_{z\dot{z}}(z\dot{z}) \dot{z}} \tag{5.1.46}$$

## 5.2 Paralelna veza optičkih IM-DD sistema sa Pusonovim kvantnim šumom

Iz razloga pouzdanosti prenosa informacija, razmatrićemo paralelnu vezu dva optička IM-DD sistema. Kao i u prethodnom slučaju Gausov šum na liniji i Gausov šum u prijemniku su korelisani u dva trenutka vremena. Na osnovu ovoga određena je združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz ovih optičkih sistema. U ovom slučaju je bitno da bar jedan

optički sistem radi. Zbog toga se u ovoj glavi razmatra funkcija koja je jednaka količniku signala na izlazu iz optičkog sistema. Zatim je određena gustina verovatnoće maksimalnog signala na izlazu iz optičkog sistema.

Razmatra se paralelna veza dva optička sistema sa intenzitetskom modulacijom i direktnom detekcijom. Model sistema koji se razmatra prikazan je na slici



Slika 5.2.1. Model optičkog sistema koji ima dve paralelne veze optičkih sistema sa IM-DD

Signal  $z_1$  je jednak

$$\begin{aligned} z_1 &= ck_1 + n_1 \\ n_1 &= z_1 - ck_1 \end{aligned} \quad (5.2.1)$$

Verovatnoća broja  $k_1$  je

$$p_{k_1}(k_1) = \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \quad (5.2.2)$$

gde je intenzitet  $\lambda_1$  jednak  $\lambda_1 = (A + x_1)^2$ .

Signal  $z_2$  je jednak

$$\begin{aligned} z_2 &= ck_2 + n_2 \\ n_2 &= z_2 - ck_2 \end{aligned} \quad (5.2.3)$$

Verovatnoća broja  $k_2$  je

$$p_{k_2}(k_2) = \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \quad (5.2.4)$$

gde je intenzitet  $\lambda_2$  jednak  $\lambda_2 = (A + x_2)^2$ .

Brojevi kvanata  $k_1$  i  $k_2$  su međusobno nezavisni. Združena verovatnoća od  $k_1$  i  $k_2$  je

$$p_{k_1 k_2 / x_1 x_2} = \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \quad (5.2.5)$$

Združena gustina verovatnoće od  $x_1$  i  $x_2$  je

$$p_{x_1 x_2}(x_1 x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1^2 \sqrt{1-r_1^2}} e^{-\frac{x_1^2 - 2r_1 x_1 x_2 + x_2^2}{2\sigma_1^2(1-r_1^2)}} \quad (5.2.6)$$

Združena gustina verovatnoće od  $n_1$  i  $n_2$  je

$$p_{n_1 n_2}(n_1 n_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_2^2 \sqrt{1-r_2^2}} e^{-\frac{n_1^2 - 2r_2 n_1 n_2 + n_2^2}{2\sigma_2^2(1-r_2^2)}} \quad (5.2.7)$$

Uslovna združena verovatnoća od  $z_1$  i  $z_2$  je

$$p_{z_1 z_2}(z_1 z_2 / k_1, k_2, x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2^2 \sqrt{1-r_2^2}} e^{-\frac{(z_1 - ck_1)^2 - 2r_2(z_1 - ck_1)(z_2 - ck_2) + (z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_2^2(1-r_2^2)}} \quad (5.2.8)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_1 z_2}(z_1 z_2) = \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \frac{1}{2\pi\sigma_1^2 \sqrt{1-r_1^2}} e^{-\frac{x_1^2 - 2r_1 x_1 x_2 + x_2^2}{2\sigma_1^2(1-r_1^2)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2^2 \sqrt{1-r_2^2}} e^{-\frac{(z_1 - ck_1)^2 - 2r_2(z_1 - ck_1)(z_2 - ck_2) + (z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_2^2(1-r_2^2)}} \quad (5.2.9)$$

Pod uslovom da je traženi signal jednak minimumu

$$z = \min(z_1, z_2) \quad (5.2.10)$$

Gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z) = \int_z^{\infty} p_{z_1 z_2}(z_1, z) dz_1 + \int_z^{\infty} p_{z_1 z_2}(z, z_2) dz_2 \quad (5.2.11)$$

Verovatnoća je jednaka

$$p_0 = \int_{-z_0}^{z_0} p_z(z) dz = \int_{-z_0}^{z_0} dz \left[ \int_z^{\infty} p_{z_1 z_2}(z, z_2) dz_2 + \int_z^{\infty} p_{z_1 z_2}(z_1, z) dz_1 \right] \quad (5.2.12)$$

Združena gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_{zz}(z\dot{z}) = \int_z^{\infty} dz_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\dot{z}_1 p_{z_1 \dot{z}_1 z_2 \dot{z}_2}(z_1, \dot{z}_1, z, \dot{z}) + \int_z^{\infty} dz_2 \int_{-\infty}^{\infty} d\dot{z}_2 p_{z_1 \dot{z}_1 z_2 \dot{z}_2}(z, \dot{z}, z_2, \dot{z}_2) \quad (5.2.13)$$

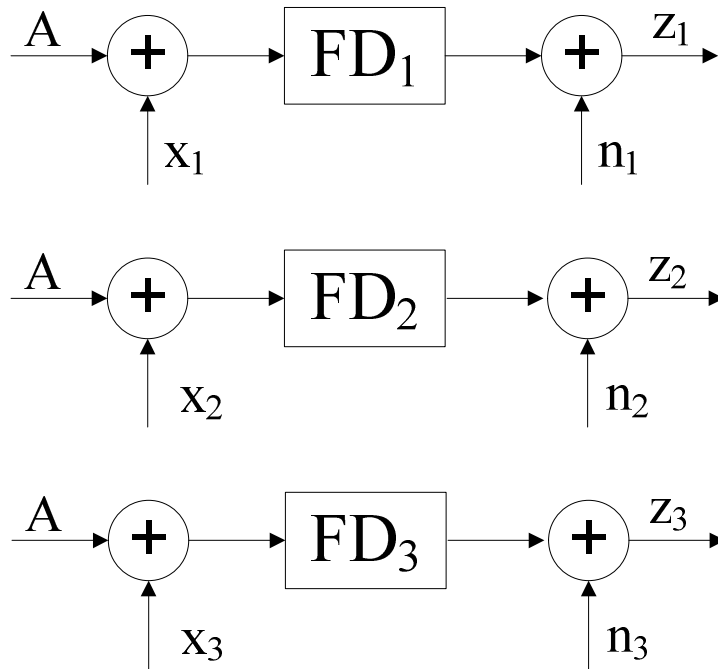
Srednji broj osnih preseka od  $z$  je

$$\begin{aligned}
N_z &= \int dz p_{zz}(zz) \dot{z} = \\
&= \int dz \dot{z} \left[ \int_z^\infty dz_1 \int_{-\infty}^\infty dz_2 p_{z_1 \dot{z}_1 z_2 \dot{z}_2}(z_1, \dot{z}_1, z_2, \dot{z}_2) + \int_z^\infty dz_2 \int_{-\infty}^\infty dz_1 p_{z_1 \dot{z}_1 z_2 \dot{z}_2}(z, \dot{z}, z_2, \dot{z}_2) \right] \quad (5.2.14)
\end{aligned}$$

Srednje vreme trajanja signala je

$$AFD = \frac{p_0}{N} = \frac{\int_{z_0}^{z_0} P_z(z) dz}{\int dz \dot{z} p_{zz}(zz)} \quad (5.2.15)$$

Posmatrajmo tri paralelne veze optičkih IM-DD sistema i slično kao u prethodnom razmatranju



Slika 5.2.2. Tri paralelne veze optičkih sistema sa IM-DD

Gustina verovatnoće za  $x_i$ ,  $i = 1,2,3$  je

$$p_{x_i}(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1i}} e^{-\frac{x_i^2}{2\sigma_{1i}^2}} \quad (5.2.16)$$

Gustina verovatnoće za  $n_k$ ,  $k = 1,2,3$  je

$$p_{n_k}(n_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{2k}} e^{-\frac{n_k^2}{2\sigma_{2k}^2}} \quad (5.2.17)$$

Signal  $z_1$  je jednak

$$\begin{aligned} z_1 &= ck_1 + n_1 \\ n_1 &= z_1 - ck_1 \end{aligned} \quad (5.2.18)$$

Verovatnoća broja  $k_1$  je

$$p_{k_1}(k_1) = \frac{\lambda_1^{k_1}}{k_1!} e^{-\lambda_1} \quad (5.2.19)$$

gde je  $\lambda_1 = (A + x_1)^2$ .

Signal  $z_2$  je jednak

$$\begin{aligned} z_2 &= ck_2 + n_2 \\ n_2 &= z_2 - ck_2 \end{aligned} \quad (5.2.20)$$

Verovatnoća broja  $k_2$  je

$$p_{k_2}(k_2) = \frac{\lambda_2^{k_2}}{k_2!} e^{-\lambda_2} \quad (5.2.21)$$

gde je  $\lambda_2 = (A + x_2)^2$ .

Signal  $z_3$  je jednak

$$\begin{aligned} z_3 &= ck_3 + n_3 \\ n_3 &= z_3 - ck_3 \end{aligned} \quad (5.2.22)$$

Verovatnoća broja  $k_3$  je

$$p_{k_3}(k_3) = \frac{\lambda_3^{k_3}}{k_3!} e^{-\lambda_3} \quad (5.2.23)$$

gde je  $\lambda_3 = (A + x_3)^2$ .

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_1$  je

$$p_{z_1}(z_1/k_1, x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{21}} e^{-\frac{(z_1 - ck_1)^2}{2\sigma_{21}^2}} \quad (5.2.24)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_1}(z_1) = \sum_{k_1=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{21}} e^{-\frac{(z_1 - ck_1)^2}{2\sigma_{21}^2}} \frac{(A + x_1)^{2k_1}}{k_1!} e^{-(A+x_1)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{11}} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma_{11}^2}} \quad (5.2.25)$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_2$  je

$$p_{z_2}(z_2/k_2, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{22}} e^{-\frac{(z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_{22}^2}} \quad (5.2.26)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_2}(z_2) = \sum_{k_2=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{22}}} e^{-\frac{(z_2 - ck_2)^2}{2\sigma_{22}^2}} \frac{(A + x_2)^{2k_2}}{k_2!} e^{-(A+x_2)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{12}}} e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma_{12}^2}} \quad (5.2.27)$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_3$  je

$$p_{z_3}(z_3/k_3, x_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{23}}} e^{-\frac{(z_3 - ck_3)^2}{2\sigma_{23}^2}} \quad (5.2.28)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_3}(z_3) = \sum_{k_3=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_3 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{23}}} e^{-\frac{(z_3 - ck_3)^2}{2\sigma_{23}^2}} \frac{(A + x_3)^{2k_3}}{k_3!} e^{-(A+x_3)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{13}}} e^{-\frac{x_3^2}{2\sigma_{13}^2}} \quad (5.2.29)$$

Neka je

$$z = \min(z_1, z_2, z_3) \quad (5.2.30)$$

Gustina verovatnoće od  $z$  je

$$\begin{aligned} p_z(z) &= p_{z_1}(z_1)(1 - F_{z_2}(z))(1 - F_{z_3}(z)) + \\ &+ p_{z_2}(z_2)(1 - F_{z_1}(z))(1 - F_{z_3}(z)) + \\ &+ p_{z_3}(z_3)(1 - F_{z_1}(z))(1 - F_{z_2}(z)) \end{aligned} \quad (5.2.31)$$

gde je  $F_i(z)$  jednako

$$F_i(z) = \int_{-\infty}^z p_{2i}(t) \cdot dt \quad (5.2.32)$$

za vrednosti  $i = 1, 2, 3$ .

Verovatnoća signala se određuje pomoću formule

$$p_0 = \int_{-z_0}^{z_0} p_z(z) \cdot dz \quad (5.2.33)$$

Združena gustina verovatnoće od  $z$  i  $\dot{z}$  je

$$\begin{aligned} p_{z\dot{z}}(z\dot{z}) &= p_{z_1\dot{z}_1}(z\dot{z})(1 - F_{z_2}(z))(1 - F_{z_3}(z)) + \\ &+ p_{z_2\dot{z}_2}(z\dot{z})(1 - F_{z_1}(z))(1 - F_{z_3}(z)) + \\ &+ p_{z_3\dot{z}_3}(z\dot{z})(1 - F_{z_1}(z))(1 - F_{z_2}(z)) \end{aligned} \quad (5.2.34)$$

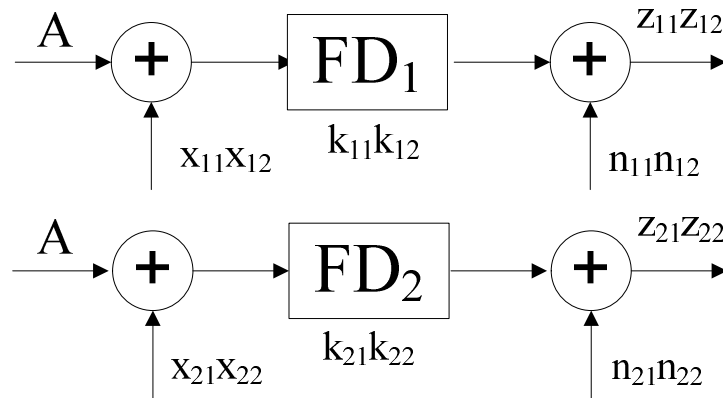
Srednji broj osnih preseka od  $z$  je

$$\begin{aligned}
N_z &= \int d\dot{z} p_{z\dot{z}}(z\dot{z}) \dot{z} = \\
&= \int d\dot{z} [p_{z_1\dot{z}_1}(z\dot{z})(1-F_{z_2}(z))(1-F_{z_3}(z)) + \\
&+ p_{z_2\dot{z}_2}(z\dot{z})(1-F_{z_1}(z))(1-F_{z_3}(z)) + \\
&+ p_{z_3\dot{z}_3}(z\dot{z})(1-F_{z_1}(z))(1-F_{z_2}(z))]
\end{aligned} \tag{5.2.35}$$

Srednje vreme trajanja signala je

$$AFD = \frac{P_0}{N_z} \tag{5.2.36}$$

Možemo imati i slučaj kada paralelna veza dva IM-DD sistema dolazi do izražaja. Model sistema koji se analizira prikazan je na slici.



Slika 5.2.3. Paralelna veza dva optička sistema sa IM-DD.

Združena gustina verovatnoće od  $x_{11}$ ,  $x_{12}$ ,  $x_{21}$  i  $x_{22}$  je

$$p_{x_{11}x_{12}x_{21}x_{22}}(x_{11}x_{12}x_{21}x_{22}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{11}^2\sqrt{1-r_{11}^2}} e^{-\frac{x_{11}^2-2r_{11}x_{11}x_{12}+x_{12}^2}{2\sigma_{11}^2(1-r_{11}^2)}} \frac{1}{2\pi\sigma_{12}^2\sqrt{1-r_{12}^2}} e^{-\frac{x_{21}^2-2r_{12}x_{21}x_{22}+x_{22}^2}{2\sigma_{12}^2(1-r_{12}^2)}} \tag{5.2.37}$$

Združena gustina verovatnoće od  $n_{11}$ ,  $n_{12}$ ,  $n_{21}$  i  $n_{22}$  je

$$p_{n_{11}n_{12}n_{21}n_{22}}(n_{11}n_{12}n_{21}n_{22}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{21}^2\sqrt{1-r_{21}^2}} e^{-\frac{n_{11}^2-2r_{21}n_{11}n_{12}+n_{12}^2}{2\sigma_{21}^2(1-r_{21}^2)}} \frac{1}{2\pi\sigma_{22}^2\sqrt{1-r_{22}^2}} e^{-\frac{n_{21}^2-2r_{22}n_{21}n_{22}+n_{22}^2}{2\sigma_{22}^2(1-r_{22}^2)}} \tag{5.2.38}$$

Združena verovatnoća od  $k_{11}$ ,  $k_{12}$ ,  $k_{21}$  i  $k_{22}$  je

$$p_{k_{11}k_{12}k_{21}k_{22}} = \frac{\lambda_{11}^{k_{11}}}{k_{11}!} e^{-\lambda_{11}} \frac{\lambda_{12}^{k_{12}}}{k_{12}!} e^{-\lambda_{12}} \frac{\lambda_{21}^{k_{21}}}{k_{21}!} e^{-\lambda_{21}} \frac{\lambda_{22}^{k_{22}}}{k_{22}!} e^{-\lambda_{22}} \tag{5.2.39}$$

gde je

$$\begin{aligned}\lambda_{11} &= (A + x_{11})^2 \\ \lambda_{12} &= (A + x_{12})^2 \\ \lambda_{21} &= (A + x_{21})^2 \\ \lambda_{22} &= (A + x_{22})^2\end{aligned}$$

Signal  $z_{11}$  je jednak

$$\begin{aligned}z_{11} &= ck_{11} + n_{11} \\ n_{11} &= z_{11} - ck_{11}\end{aligned}\quad (5.2.40)$$

Signal  $z_{12}$  je jednak

$$\begin{aligned}z_{12} &= ck_{12} + n_{12} \\ n_{12} &= z_{12} - ck_{12}\end{aligned}\quad (5.2.41)$$

Signal  $z_{21}$  je jednak

$$\begin{aligned}z_{21} &= ck_{21} + n_{21} \\ n_{21} &= z_{21} - ck_{21}\end{aligned}\quad (5.2.42)$$

Signal  $z_{22}$  je jednak

$$\begin{aligned}z_{22} &= ck_{22} + n_{22} \\ n_{22} &= z_{22} - ck_{22}\end{aligned}\quad (5.2.43)$$

Uslovna združena gustina verovatnoće od  $z_{11}$ ,  $z_{12}$ ,  $z_{21}$  i  $z_{22}$  je

$$\begin{aligned}P_{z_{11}z_{12}z_{21}z_{22}}(z_{11}z_{12}z_{21}z_{22}/k_{11}k_{12}k_{21}k_{22}x_{11}x_{12}x_{21}x_{22}) &= \frac{1}{2\pi\sigma_{21}^2\sqrt{1-r_{21}^2}} \frac{1}{2\pi\sigma_{22}^2\sqrt{1-r_{22}^2}} \cdot \\ &\cdot e^{-\frac{(z_{11}-ck_{11})^2-2r_{21}(z_{11}-ck_{11})(z_{12}-ck_{12})+(z_{12}-ck_{12})^2}{2\sigma_{21}^2(1-r_{21}^2)}} \cdot e^{-\frac{(z_{21}-ck_{21})^2-2r_{22}(z_{21}-ck_{21})(z_{22}-ck_{22})+(z_{22}-ck_{22})^2}{2\sigma_{22}^2(1-r_{22}^2)}}\end{aligned}\quad (5.2.44)$$

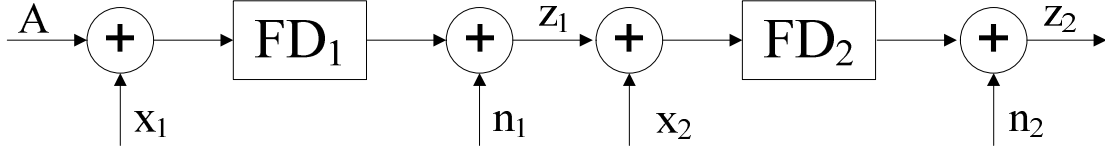
Usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned}P_{z_{11}z_{12}z_{21}z_{22}}(z_{11}z_{12}z_{21}z_{22}) &= \sum_{k_{11}=0}^{\infty} \sum_{k_{12}=0}^{\infty} \sum_{k_{21}=0}^{\infty} \sum_{k_{22}=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{11} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{12} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{21} \int_{-\infty}^{\infty} dx_{22} \cdot \\ &\cdot e^{-\frac{(z_{11}-ck_{11})^2-2r_{21}(z_{11}-ck_{11})(z_{12}-ck_{12})+(z_{12}-ck_{12})^2}{2\sigma_{21}^2(1-r_{21}^2)}} \cdot e^{-\frac{(z_{21}-ck_{21})^2-2r_{22}(z_{21}-ck_{21})(z_{22}-ck_{22})+(z_{22}-ck_{22})^2}{2\sigma_{22}^2(1-r_{22}^2)}} \cdot \\ &\cdot \frac{1}{2\pi\sigma_{21}^2\sqrt{1-r_{21}^2}} \frac{1}{2\pi\sigma_{22}^2\sqrt{1-r_{22}^2}} \frac{1}{2\pi\sigma_{11}^2\sqrt{1-r_{11}^2}} e^{-\frac{x_{11}^2-2r_{11}x_{11}x_{12}+x_{12}^2}{2\sigma_{11}^2(1-r_{11}^2)}} \frac{1}{2\pi\sigma_{12}^2\sqrt{1-r_{12}^2}} \cdot \\ &\cdot e^{-\frac{x_{21}^2-2r_{12}x_{21}x_{22}+x_{22}^2}{2\sigma_{12}^2(1-r_{12}^2)}} \frac{\lambda_{11}^{k_{11}}}{k_{11}!} e^{-\lambda_{11}} \frac{\lambda_{12}^{k_{12}}}{k_{12}!} e^{-\lambda_{12}} \frac{\lambda_{21}^{k_{21}}}{k_{21}!} e^{-\lambda_{21}} \frac{\lambda_{22}^{k_{22}}}{k_{22}!} e^{-\lambda_{22}}\end{aligned}\quad (5.2.45)$$



### 5.3 Redna veza optičkih IM-DD sistema sa Gausovim kvantnim šumom

Model sistema koji se razmatra prikazan je na slici



Slika 5.3.1. Redna veza optičkih sistema sa IM-DD

Signal  $z_1$  je jednak

$$z_1 = m_1 + n_1 \quad (5.3.1)$$

Srednja vrednost od  $z_1$  je  $\bar{z}_1 = \bar{m}_1 + \bar{n}_1 = 0$ .

Gustina verovatnoće od  $n_1$  je

$$p_{n_1}(n_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{n_1^2}{2\sigma_1^2}} \quad (5.3.2)$$

Gustina verovatnoće od  $m_1$  je

$$p_{m_1}(m_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1k}} e^{-\frac{m_1^2}{2\sigma_{1k}^2}} \quad (5.3.3)$$

gde je  $\sigma_{1k}^2 = \lambda_1 = (A + x_1)^2$ .

Zamenom se dobija

$$p_{m_1}(m_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(A + x_1)} e^{-\frac{m_1^2}{2(A+x_1)^2}} \quad (5.3.4)$$

Gustina verovatnoće od  $x_1$  je

$$p_{x_1}(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma_2^2}} \quad (5.3.5)$$

Varijansa od  $z_1$  je

$$\sigma_{z_1}^2 = \overline{z_1^2} - \bar{z}_1^2 = \overline{(m_1 + n_1)^2} = \overline{m_1^2} + \overline{n_1^2} = \sigma_{1k}^2 + \sigma_1^2 = (x_1 + A)^2 + \sigma_1^2 \quad (5.3.6)$$

jer je  $\overline{m_1 n_1} = \bar{m}_1 \bar{n}_1 = 0$ .

Gustina verovatnoće od  $z_1$  je

$$p_{z_1}(z_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(x_1 + A)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z_1^2}{2((x_1 + A)^2 + \sigma_1^2)}} \quad (5.3.7)$$

Signal  $z_2$  je jednak

$$z_2 = m_2 + n_2 + n_1 \quad (5.3.8)$$

Gustina verovatnoće od  $n_2$  je

$$p_{n_2}(n_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} e^{-\frac{n_2^2}{2\sigma_3^2}} \quad (5.3.9)$$

Gustina verovatnoće od  $m_2$  je

$$p_{m_2}(m_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{k2}} e^{-\frac{m_2^2}{2\sigma_{k2}^2}} \quad (5.3.10)$$

gde je  $\sigma_{k2}^2 = (z_1 + x_2)^2 = (m_1 + x_1 + x_2)^2$ .

Gustina verovatnoće od  $x_2$  je

$$p_{x_2}(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_4} e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma_4^2}} \quad (5.3.11)$$

Srednja vrednost od  $z_2$  je  $\overline{z_2} = \overline{m_2 + n_2 + n_1} = \overline{m_2} + \overline{n_2} + \overline{n_1} = 0$ .

Varijansa od  $z_2$  je

$$\begin{aligned} \sigma_{z_2}^2 &= \overline{z_2^2} - \overline{z_2}^2 = \overline{z_2^2} = \overline{(m_2 + n_2 + n_1)^2} = \overline{m_2^2} + \overline{n_2^2} + \overline{n_1^2} = \sigma_{k2}^2 + \sigma_3^2 + \sigma_1^2 = \\ &= \overline{(m_1 + x_2 + x_1)^2} + \sigma_3^2 + \sigma_1^2 = \overline{m_1^2} + \overline{x_2^2} + \overline{x_1^2} + \sigma_3^2 = (x_1 + A)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2 \end{aligned}$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_2$  je

$$p_{z_2}(z_2/x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(x_1 + A)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2}} e^{-\frac{z_2^2}{2((x_1 + A)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2)}} \quad (5.3.12)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned} p_{z_2}(z_2) &= \int p_{z_2}(z_2/x_1) p_{x_1}(x_1) dx_1 = \\ &= \int \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(x_1 + A)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2}} \cdot e^{-\frac{z_2^2}{2((x_1 + A)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma_2^2}} dx_1 \end{aligned} \quad (5.3.13)$$

Verovatnoća signala se određuje pomoću formule

$$p_0 = \int_{-z_0}^{z_0} p_z(z) dz \quad (5.3.14)$$

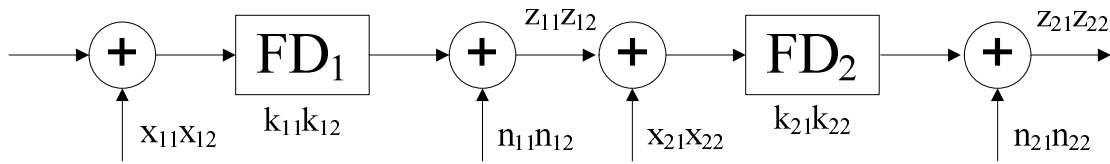
Srednje vreme trajanja signala je

$$AFD = \frac{p_0}{N_z} \quad (5.3.15)$$

gde je srednji broj osnih preseka

$$N_z = \int dz_2 \dot{z}_2 p_{z_2 \dot{z}_2}(z_2 \dot{z}_2) \quad (5.3.16)$$

Razmatramo relejnu vezu dva optička sistema sa IM-DD, kod koje je kvantni šum opisan Gausovim šumom.



Slika 5.3.2. Relejna veza dva optička sistema sa IM-DD

Združena gustina verovatnoće od  $x_{11}$  i  $x_{12}$  je

$$p_{x_{11}x_{12}}(x_{12}x_{12}) = \frac{1}{2\pi\sigma_1^2\sqrt{1-r_1^2}} e^{-\frac{x_{11}^2 - 2r_1x_{11}x_{12} + x_{12}^2}{2\sigma_1^2(1-r_1^2)}} \quad (5.3.17)$$

Združena gustina verovatnoće od  $n_{11}$  i  $n_{12}$  je

$$p_{n_{11}n_{12}}(n_{11}n_{12}) = \frac{1}{2\pi\sigma_2^2\sqrt{1-r_2^2}} e^{-\frac{n_{11}^2 - 2r_2n_{11}n_{12} + n_{12}^2}{2\sigma_2^2(1-r_2^2)}} \quad (5.3.18)$$

Združena gustina verovatnoće od  $x_{21}$  i  $x_{22}$  je

$$p_{x_{21}x_{22}}(x_{21}x_{22}) = \frac{1}{2\pi\sigma_3^2\sqrt{1-r_3^2}} e^{-\frac{x_{21}^2 - 2r_3x_{21}x_{22} + x_{22}^2}{2\sigma_3^2(1-r_3^2)}} \quad (5.3.19)$$

Združena gustina verovatnoće šumova  $n_{21}$  i  $n_{22}$  je

$$p_{n_{21}n_{22}}(n_{21}n_{22}) = \frac{1}{2\pi\sigma_4^2\sqrt{1-r_4^2}} e^{-\frac{n_{21}^2 - 2r_4n_{21}n_{22} + n_{22}^2}{2\sigma_4^2(1-r_4^2)}} \quad (5.3.20)$$

Signal  $z_{11}$  i  $z_{12}$  su jednaki

$$\begin{aligned} z_{11} &= m_{11} + n_{11} \\ z_{12} &= m_{12} + n_{12} \end{aligned} \quad (5.3.21)$$

Srednja vrednost od  $z_{11}$  je  $\overline{z_{11}} = \overline{m_{11} + n_{11}} = \overline{m_{11}} + \overline{n_{11}} = 0$  .

Srednja vrednost od  $z_{12}$  je  $\overline{z_{12}} = \overline{m_{12} + n_{12}} = \overline{m_{12}} + \overline{n_{12}} = 0$  .

Varijansa od  $z_{11}$  je

$$\sigma_{z_{11}}^2 = \overline{z_{11}^2} - \overline{z_{11}}^2 = \overline{z_{11}^2} = \overline{(m_{11} + n_{11})^2} = \overline{m_{11}^2 + m_{11}n_{11} + n_{11}^2} = \overline{m_{11}^2} + \overline{n_{11}^2} = (A + x_{11})^2 + \sigma_2^2$$

Varijansa od  $z_{12}$  je

$$\sigma_{z_{12}}^2 = \overline{z_{12}^2} - \overline{z_{12}}^2 = \overline{z_{12}^2} = \overline{(m_{12} + n_{12})^2} = \overline{m_{12}^2 + m_{12}n_{12} + n_{12}^2} = \overline{m_{12}^2} + \overline{n_{12}^2} = (A + x_{12})^2 + \sigma_2^2$$
 .

Korelacija između  $z_{11}$  i  $z_{12}$  je  $\rho = \overline{z_{11}z_{12}} - \overline{z_{11}}\overline{z_{12}} = \overline{z_{11}z_{12}} = \rho_2$  .

Uslovna združena gustina verovatnoće od  $z_{11}$  i  $z_{12}$  je

$$p_{z_{11}z_{12}}(z_{11}z_{12}/x_{11}x_{12}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{z_{11}}\sigma_{z_{12}}\sqrt{1-r_2^2}} e^{-\frac{1}{2\sqrt{1-r_2^2}}\left(\frac{z_{11}^2}{\sigma_{z_{11}}^2} - \frac{2r_2z_{11}z_{12}}{\sigma_{z_{11}}\sigma_{z_{12}}} + \frac{z_{12}^2}{\sigma_{z_{12}}^2}\right)} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-r_2^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(A+x_{11})^2 + \sigma_2^2}\sqrt{(A+x_{12})^2 + \sigma_2^2}} \cdot e^{-\frac{1}{2\sqrt{1-r_2^2}}\left(\frac{z_{11}^2}{(A+x_{11})^2 + \sigma_2^2} - \frac{2r_2z_{11}z_{12}}{\sqrt{(A+x_{11})^2 + \sigma_2^2}\sqrt{(A+x_{12})^2 + \sigma_2^2}} + \frac{z_{12}^2}{(A+x_{12})^2 + \sigma_2^2}\right)}$$
 (5.3.22)

Usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_{11}z_{12}}(z_{11}z_{12}) = \int dx_{11} \int dx_{12} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-r_2^2}} \frac{1}{\sqrt{(A+x_{11})^2 + \sigma_2^2}\sqrt{(A+x_{12})^2 + \sigma_2^2}} \cdot e^{-\frac{1}{2\sqrt{1-r_2^2}}\left(\frac{z_{11}^2}{(A+x_{11})^2 + \sigma_2^2} - \frac{2r_2z_{11}z_{12}}{\sqrt{(A+x_{11})^2 + \sigma_2^2}\sqrt{(A+x_{12})^2 + \sigma_2^2}} + \frac{z_{12}^2}{(A+x_{12})^2 + \sigma_2^2}\right)} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma_1^2\sqrt{1-r_1^2}} e^{-\frac{x_{11}^2 - 2r_1x_{11}x_{12} + x_{12}^2}{2\sigma_1^2(1-r_1^2)}}$$
 (5.3.23)

Signal  $z_{21}$  i  $z_{22}$  su jednaki

$$\begin{aligned} z_{21} &= m_{21} + n_{21} \\ z_{22} &= m_{22} + n_{22} \end{aligned}$$
 (5.3.24)

Srednja vrednost od  $z_{21}$  je  $\overline{z_{21}} = \overline{m_{21} + n_{21}} = \overline{m_{21}} + \overline{n_{21}} = 0$  .

Varijansa od  $z_{21}$  je

$$\begin{aligned} \sigma_{z_{21}}^2 &= \overline{z_{21}^2} - \overline{z_{21}}^2 = \overline{z_{21}^2} = \overline{m_{21}^2 + n_{21}^2} = \overline{(x_{21} + z_{11})^2} + \sigma_2^2 = \overline{(x_{21} + m_{11} + n_{11})^2} + \sigma_2^2 = \\ &= x_{21}^2 + n_{11}^2 + \overline{m_{11}^2} + \sigma_2^2 = x_{21}^2 + n_{11}^2 + (A + x_{11})^2 + \sigma_2^2 \end{aligned}$$
 .

Srednja vrednost od  $z_{22}$  je

$$\overline{z_{21}} = \overline{m_{21} + n_{21}} = \overline{m_{21}} + \overline{n_{21}} = 0$$

Varijansa od  $z_{22}$  je

$$\begin{aligned} \sigma_{z_{22}}^2 &= \overline{z_{22}^2} - \overline{z_{22}}^2 = \overline{z_{22}^2} = \overline{m_{22}^2 + n_{22}^2} = \overline{(x_{22} + z_{12})^2} + \sigma_2^2 = \overline{(x_{22} + m_{12} + n_{12})^2} + \sigma_2^2 = \\ &= \overline{x_{22}^2 + n_{12}^2 + m_{12}^2} + \sigma_2^2 = \overline{x_{22}^2 + n_{12}^2} + (A + x_{12})^2 + \sigma_2^2 \end{aligned}$$

Korelacija od  $z_{21}$  i  $z_{22}$  je

$$\begin{aligned} \rho &= \overline{z_{11}z_{12}} - \overline{z_{11}}\overline{z_{12}} = \overline{z_{11}z_{12}} = \overline{(m_{21} + n_{21})(m_{22} + n_{22})} = \\ &= \overline{m_{21}m_{22} + m_{21}n_{22} + n_{21}m_{22} + n_{21}n_{22}} = \rho_2 \end{aligned} \quad (5.3.25)$$

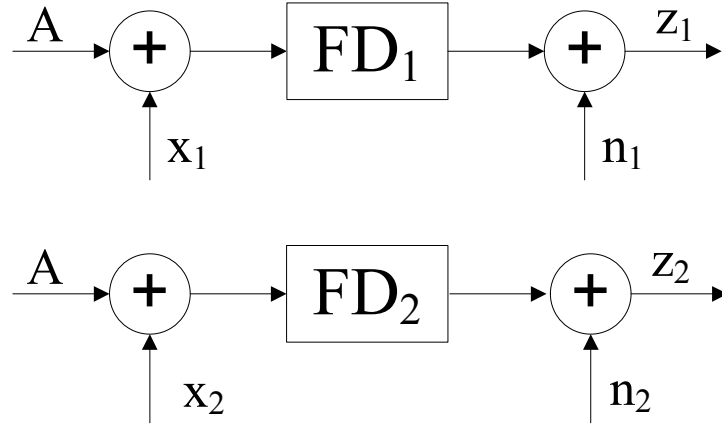
Uslovna gustina verovatnoće od  $z_{21}$  i  $z_{22}$  je

$$p_{z_{21}z_{22}}(z_{21}z_{22}/x_{11}x_{12}x_{21}x_{22}n_{11}n_{12}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{z_{21}}\sigma_{z_{22}}\sqrt{1-r_2^2}} e^{-\frac{1}{2\sqrt{1-r_2^2}}\left(\frac{z_{21}^2}{\sigma_{z_{21}}^2} - \frac{2r_2z_{21}z_{22}}{\sigma_{z_{21}}\sigma_{z_{22}}} + \frac{z_{22}^2}{\sigma_{z_{22}}^2}\right)} \quad (5.3.26)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned} p_{z_{11}z_{21}}(z_{11}z_{21}) &= \int dx_{11} \int dx_{12} \int dx_{21} \int dx_{22} \int dn_{11} \int dn_{12} \cdot \\ &\cdot \frac{1}{2\pi\sqrt{1-r_2^2}} \frac{1}{\sqrt{x_{21}^2 + n_{11}^2 + (A+x_{11})^2 + \sigma_2^2} \sqrt{x_{22}^2 + n_{12}^2 + (A+x_{12})^2 + \sigma_2^2}} \cdot \\ &\cdot e^{-\frac{1}{2\sqrt{1-r_2^2}}\left(\frac{z_{21}^2}{x_{21}^2 + n_{11}^2 + (A+x_{11})^2 + \sigma_2^2} - \frac{2r_2z_{21}z_{22}}{\sqrt{x_{21}^2 + n_{11}^2 + (A+x_{11})^2 + \sigma_2^2} \sqrt{x_{22}^2 + n_{12}^2 + (A+x_{12})^2 + \sigma_2^2}} + \frac{z_{22}^2}{x_{22}^2 + n_{12}^2 + (A+x_{12})^2 + \sigma_2^2}\right)} \cdot \\ &\cdot \frac{1}{2\pi\sigma_1^2\sqrt{1-r_1^2}} e^{-\frac{x_{11}^2 - 2r_1x_{11}x_{12} + x_{12}^2}{2\sigma_1^2(1-r_1^2)}} \frac{1}{2\pi\sigma_2^2\sqrt{1-r_2^2}} e^{-\frac{n_{11}^2 - 2r_2n_{11}n_{12} + n_{12}^2}{2\sigma_2^2(1-r_2^2)}} \cdot \\ &\cdot \frac{1}{2\pi\sigma_3^2\sqrt{1-r_3^2}} e^{-\frac{x_{21}^2 - 2r_3x_{21}x_{22} + x_{22}^2}{2\sigma_3^2(1-r_3^2)}} \end{aligned} \quad (5.3.27)$$

## 5.4 Paralelna veza optičkih IM-DD sistema sa Gausovim kvantnim šumom



Slika 5.4.1. Paralelna veza optičkih IM-DD sistema

Združena gustina verovatnoće od  $x_1$  i  $x_2$  je

$$p_{x_1 x_2}(x_1 x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_2^2 \sqrt{1-r_2^2}} e^{-\frac{x_1^2 - 2r_2 x_1 x_2 + x_2^2}{2\sigma_2^2(1-r_2^2)}} \quad (5.4.1)$$

Združena gustina verovatnoće od  $n_1$  i  $n_2$  je

$$p_{n_1 n_2}(n_1 n_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1^2 \sqrt{1-r_1^2}} e^{-\frac{n_1^2 - 2r_1 n_1 n_2 + n_2^2}{2\sigma_1^2(1-r_1^2)}} \quad (5.4.2)$$

Signal  $z_1$  je jednak

$$z_1 = m_1 + n_1 \quad (5.4.3)$$

Srednja vrednost od  $z_1$  je  $\bar{z}_1 = \overline{m_1 + n_1} = \overline{m_1} + \overline{n_1} = 0$ .

Varijansa od  $z_1$  je  $\sigma_{z_1}^2 = \overline{z_1^2} - \bar{z}_1^2 = \overline{z_1^2} = \overline{(m_1 + n_1)^2} = \overline{m_1^2 + n_1^2} = (A + x_1)^2 + \sigma_1^2$ .

Signal  $z_2$  je jednak

$$z_2 = m_2 + n_2 \quad (5.4.4)$$

Srednja vrednost od  $z_2$  je  $\bar{z}_2 = \overline{m_2 + n_2} = \overline{m_2} + \overline{n_2} = 0$ .

Varijansa od  $z_2$  je

$$\sigma_{z_2}^2 = \overline{z_2^2} - \bar{z}_2^2 = \overline{z_2^2} = \overline{(m_2 + n_2)^2} = \overline{m_2^2 + m_2 n_2 + n_2^2} = \overline{m_2^2} + \overline{n_2^2} = (A + x_2)^2 + \sigma_2^2$$

Korelacioni koeficijent između  $z_1$  i  $z_2$  je

$$\rho = \overline{z_1 z_2} - \overline{z_1} \overline{z_2} = \overline{z_1 z_2} = \overline{(m_1 + n_1)(m_2 + n_2)} = \overline{m_1 m_2} + \overline{m_1 n_2} + \overline{n_1 m_2} + \overline{n_1 n_2} = \overline{n_1 n_2} = r_1 \quad .$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_1$  i  $z_2$  je

$$\begin{aligned} p_{z_1 z_2}(z_1 z_2 / x_1 x_2) &= \frac{1}{2\pi \sigma_{z_1} \sigma_{z_2} \sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2\sqrt{1-\rho^2}} \left( \frac{z_1^2}{\sigma_{z_1}^2} - \frac{2\eta_1 z_1 z_2}{\sigma_{z_1} \sigma_{z_2}} + \frac{z_2^2}{\sigma_{z_2}^2} \right)} = \\ &\cdot \frac{1}{2\pi \sqrt{1-\rho^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(A+x_1)^2 + \sigma_1^2} \sqrt{(A+x_2)^2 + \sigma_2^2}} \cdot \\ &\cdot e^{-\frac{1}{2\sqrt{1-\rho^2}} \left( \frac{z_1^2}{(A+x_1)^2 + \sigma_1^2} - \frac{2\eta_1 z_1 z_2}{\sqrt{(A+x_1)^2 + \sigma_1^2} \sqrt{(A+x_2)^2 + \sigma_2^2}} + \frac{z_2^2}{(A+x_2)^2 + \sigma_2^2} \right)} \end{aligned} \quad (5.4.5)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$\begin{aligned} p_{z_1 z_2}(z_1 z_2) &= \int dx_1 \int dx_2 p_{z_1 z_2}(z_1 z_2 / x_1 x_2) p_{x_1 x_2}(x_1 x_2) = \\ &= \int dx_1 \int dx_2 \frac{1}{2\pi \sqrt{1-\rho^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(A+x_1)^2 + \sigma_1^2} \sqrt{(A+x_2)^2 + \sigma_2^2}} \cdot \\ &\cdot e^{-\frac{1}{2\sqrt{1-\rho^2}} \left( \frac{z_1^2}{(A+x_1)^2 + \sigma_1^2} - \frac{2\eta_1 z_1 z_2}{\sqrt{(A+x_1)^2 + \sigma_1^2} \sqrt{(A+x_2)^2 + \sigma_2^2}} + \frac{z_2^2}{(A+x_2)^2 + \sigma_2^2} \right)} \cdot \frac{1}{2\pi \sigma_2^2 \sqrt{1-r_2^2}} e^{-\frac{x_1^2 - 2r_2 x_1 x_2 + x_2^2}{2\sigma_2^2(1-r_2^2)}} \end{aligned} \quad (5.4.6)$$

Potrebn nam je minimalni signal na izlazu

$$z = \min(z_1, z_2) \quad (5.4.7)$$

Gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z) = \int_z^\infty p_{z_1 z_2}(z_1, z) dz_1 + \int_z^\infty p_{z_1 z_2}(z, z_2) dz_2 \quad (5.4.8)$$

Verovatnoća signala je

$$p_0 = \int_{-z_0}^{z_0} p_z(z) dz = \int_{-z_0}^{z_0} dz \left[ \int_z^\infty p_{z_1 z_2}(z, z_2) dz_2 + \int_z^\infty p_{z_1 z_2}(z_1, z) dz_1 \right] \quad (5.4.9)$$

Združena gustina verovatnoće od  $z$  i  $\dot{z}$  je

$$p_{z\dot{z}}(z\dot{z}) = \int_z^\infty dz_1 \int_{-\infty}^\infty d\dot{z}_1 p_{z_1 \dot{z}_1 z_2 \dot{z}_2}(z_1, \dot{z}_1, z, \dot{z}) + \int_z^\infty dz_2 \int_{-\infty}^\infty d\dot{z}_2 p_{z_1 \dot{z}_1 z_2 \dot{z}_2}(z, \dot{z}, z_2, \dot{z}_2) \quad (5.4.10)$$

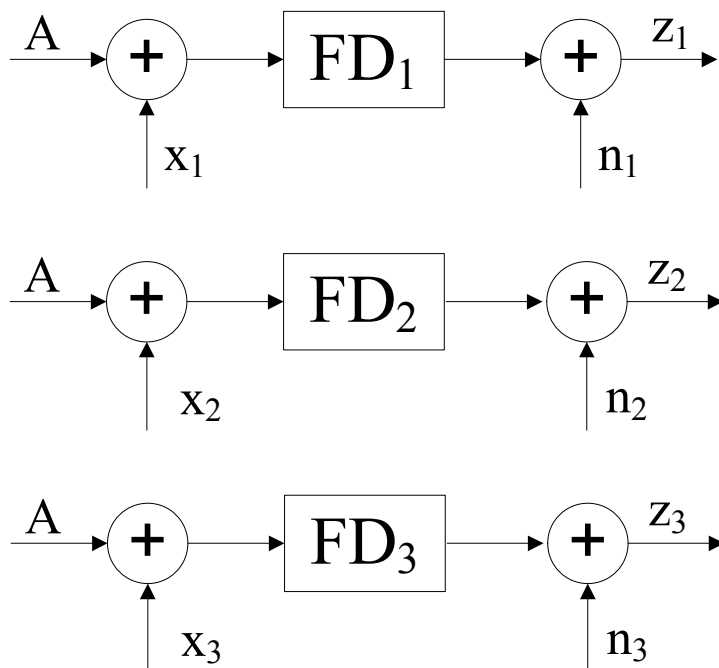
Srednji broj osnih preseka od  $z$  i  $\dot{z}$  je

$$N_z = \int d\dot{z} p_{z\dot{z}}(z\dot{z}) \dot{z} \quad (5.4.11)$$

Srednje vreme trajanja signala će biti

$$AFD = \frac{P_{out}}{N_z} \quad (5.4.12)$$

Posmatra se paralelna veza tri optička IM-DD sistema, gde je kvantni šum opisan Gausovom statistikom. Model sistema koji se razmatra prikazan je na slici.



Slika 5.4.2. Paralelna veza tri optička sistema sa IM-DD

Signal  $z_1$  je jednak

$$z_1 = m_1 + n_1 \quad (5.4.13)$$

Srednja vrednost od  $z_1$  je  $\bar{z}_1 = \overline{m_1 + n_1} = \bar{m}_1 + \bar{n}_1 = 0$ .

Varijansa od  $z_1$  je

$$\sigma_{z_1}^2 = \overline{z_1^2} - \bar{z}_1^2 = \overline{z_1^2} = \overline{(m_1 + n_1)^2} = \overline{m_1^2 + 2m_1n_1 + n_1^2} = \overline{m_1^2} + \overline{n_1^2} = (A + x_1)^2 + \sigma_1^2.$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_1$  je

$$p_{z_1}(z_1/x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{z_1}} e^{-\frac{z_1^2}{2\sigma_{z_1}^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(x_1 + A)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z_1^2}{2((x_1 + A)^2 + \sigma_1^2)}} \quad (5.4.14)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_1}(z_1) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(x_1 + A)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z_1^2}{2((x_1 + A)^2 + \sigma_1^2)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma_2^2}} \quad (5.4.15)$$

Signal  $z_2$  je jednak

$$z_2 = m_2 + n_2 \quad (5.4.16)$$



Srednja vrednost od  $z_2$  je  $\bar{z}_2 = \overline{m_2 + n_2} = \bar{m}_2 + \bar{n}_2 = 0$ .

Varijansa od  $z_2$  je

$$\sigma_{z_2}^2 = \overline{z_2^2} - \bar{z}_2^2 = \overline{z_2^2} = \overline{(m_2 + n_2)^2} = \overline{m_2^2 + 2m_2n_2 + n_2^2} = \overline{m_2^2} + \overline{n_2^2} = (A + x_2)^2 + \sigma_1^2.$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_2$  je

$$p_{z_2}(z_2/x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{z_2}} e^{-\frac{z_2^2}{2\sigma_{z_2}^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(x_2 + A)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z_2^2}{2((x_2 + A)^2 + \sigma_1^2)}} \quad (5.4.17)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_2}(z_2) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(x_2 + A)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z_2^2}{2((x_2 + A)^2 + \sigma_1^2)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma_2^2}} \quad (5.4.18)$$

Signal  $z_3$  je jednak

$$z_3 = m_3 + n_3 \quad (5.4.19)$$

Srednja vrednost od  $z_3$  je  $\bar{z}_3 = \overline{m_3 + n_3} = \bar{m}_3 + \bar{n}_3 = 0$ .

Varijansa od  $z_3$  je

$$\sigma_{z_3}^2 = \overline{z_3^2} - \bar{z}_3^2 = \overline{z_3^2} = \overline{(m_3 + n_3)^2} = \overline{m_3^2 + 2m_3n_3 + n_3^2} = \overline{m_3^2} + \overline{n_3^2} = (A + x_3)^2 + \sigma_1^2.$$

Uslovna gustina verovatnoće od  $z_3$  je

$$p_{z_3}(z_3/x_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{z_3}} e^{-\frac{z_3^2}{2\sigma_{z_3}^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(x_3 + A)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z_3^2}{2((x_3 + A)^2 + \sigma_1^2)}} \quad (5.4.20)$$

Usrednjavanjem se dobija

$$p_{z_3}(z_3) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_3 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{(x_3 + A)^2 + \sigma_1^2}} e^{-\frac{z_3^2}{2((x_3 + A)^2 + \sigma_1^2)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{x_3^2}{2\sigma_2^2}} \quad (5.4.21)$$

Neka je

$$z = \min(z_1, z_2, z_3) \quad (5.4.22)$$

Gustina verovatnoće od  $z$  je

$$p_z(z) = p_{z_1}(z_1)F_{z_2}(z)F_{z_3}(z) + p_{z_2}(z_2)F_{z_1}(z)F_{z_3}(z) + p_{z_3}(z_3)F_{z_1}(z)F_{z_2}(z) \quad (5.4.23)$$

Združena gustina verovatnoće od  $z$  i  $\dot{z}$  je

$$p_{z\dot{z}}(z\dot{z}) = p_{z_1\dot{z}_1}(z\dot{z}) \cdot F_{z_2}(z) \cdot F_{z_3}(z) + p_{z_2\dot{z}_2}(z\dot{z}) \cdot F_{z_1}(z) \cdot F_{z_3}(z) + p_{z_3\dot{z}_3}(z\dot{z}) \cdot F_{z_1}(z) \cdot F_{z_2}(z)$$

Verovatnoća signala je

$$P_0 = \int_{-z_0}^{z_0} p_z(z) \cdot dz \quad (5.4.24)$$

Srednji broj osnih preseka od  $z$  je

$$N_z = \int \dot{z} \cdot p_{zz}(zz) \cdot d\dot{z} \quad (5.4.25)$$

Srednje vreme trajanja signala je

$$AFD = \frac{P_0}{N_z} \quad (5.4.26)$$

## 6 ZAKLJUČAK

Analizirane su metode za smanjivanje uticaja šumova i smetnji, na performanse digitalnih optičkih IM-DD sistema.

Performanse digitalnih optičkih telekomunikacionih sistema, kao i njihovo poboljšavanje, analizirane su pomoću standardnih kriterijuma za ocenu: verovatnoće otkaza, srednje verovatnoće, kapaciteta kanala, srednjeg vremena trajanja otkaza sistema ... Ove mere performansi se određuju na osnovu statističkih karakteristika prvog i drugog reda signala na prijemu i predstavljaju deo prateće tehničke dokumentacije svakog realizovanog digitalnog optičkog komunikacionog sistema. Stoga, izrazi u zatvorenom obliku, izvedeni u ovoj disertaciji, koji se mogu koristiti za izračunavanje statističkih karakteristika signala na prijemu, predstavljaju značajan doprinos, sa aspekta projektovanja digitalnih optičkih sistema prenosa.

Akcent je stavljen na razmatranju do sada teorijski neobrađenih slučajeva, pa stoga teorijske osnove fizičkih pojava koje utiču na prenos kroz digitalne optičke sisteme, dobro poznate iz literature, nisu dodatno razrađivane.

Predstavljeni su postupci za određivanje izraza za višedimenzione združene gustine verovatnoća raspodela sa korelisanim i nekorelisanim slučajnim promenljivima. Izvedeni izrazi imaju širok opseg primenljivosti i predstavljaju odličnu osnovu za dalju analizu performansi optičkih sistema digitalnog prenosa, u uslovima korelisanih kanala, kao i karakteristika prijema signala pomoću više-ulaznih prijemnika.

Njihova praktična upotreba je demonstrirana posebno u delu koji obrađuje  $\lambda$ SK optičke sisteme, kao i u delu koji obrađuje relejne optičke sisteme. Unapređenje pouzdanosti prenosa i smanjenje uticaja šumova i smetnji na performanse digitalnih optičkih telekomunikacionih sistema, sa smanjivanjem snage predajnika i povećanjem razdaljine između prijemnika i predajnika, je analizirano kroz upotrebu tehnika prijema pomoću prostornih diverzitija.

U disertaciji su razmatrane različite tehnike prostornog kombinivanja signala sa prijemnih grana optičkih sistema prijema, sa aspekta smanjenja uticaja šuma i interference. Formirani su količnici signala i interference na ulaznim granama kombinera, i na osnovu izraza iz prethodnog poglavlja određene su združene gustine verovatnoće ovih odnosa za sve ulazne grane, kao i odgovarajuća združena kumulativna verovatnoća. Pomoću ovih

statističkih karakteristika odnosa ulaznih signala i interferencije su određene i statističke karakteristike odnosa signala i interferencije na izlazu datih kombinera, što predstavlja sledeći značajan doprinos disertacije.

Doprinos ovih izvedenih izraza se ogleda i sa aspekta korišćenja dobijenih rezultata za slučaj modelovanja kanala predloženim statističkim modelom pri razmatranju smanjenja uticaja raznih tipova šumova i interferencija, kao i razmatranju poboljšanja performansi digitalnih telekomunikacionih optičkih sistema upotrebom diverziteti tehnika prijema. Naime, dodeljivanjem odgovarajućih vrednosti odgovarajućim parametarima u izrazima, koji opisuju statističke karakteristike prvog reda na prijemu, izvršena je analiza vrednosti standardnih mera performansi optičkih telekomunikacionih sistema, kao i njihovog poboljšanja upotrebom tehnika prostornog diverzitija, za slučajeve kada je komunikacioni kanal izložen raznim tipovima smetnji i šuma.

Upotrebom izvedenih izraza može se pokazati poboljšanje svih standardnih mera performansi optičkih telekomunikacionih sistema. Takođe da se, pri nepromenjenim prenesenim snagama korisnog signala i smetnje, kao i pri istom dometu veze, dobijaju bolje performanse sistema (manje vrednosti verovatnoće otkaza, manje vrednosti srednje verovatnoće greške po bitu, manje srednje trajanje otkaza...). Na osnovu ove činjenice se može zaključiti, da se zahtevane vrednosti verovatnoće otkaza (srednje verovatnoće greške po bitu) na prijemu, za slučaj primene opisanih tehnika prijema, pri istom dometu veze i istoj snazi smetnje, mogu ostvariti smanjenjem potrebne snage korisnog signala pri prenosu, odnosno da se pri istoj snazi korisnog signala, istom nivou smetnji u kanalu, zahtevane vrednosti verovatnoća otkaza (srednja verovatnoća greške po simbolu) na prijemu, za slučaj primene opisanih tehnika prijema, mogu ostvariti na većim rastojanjima od predajnog terminala (može se povećati domet veze).

## LITERATURA

- [1] M. K. Simon, S. M. Hinedi, and W. C. Lindsey, *Digital Communication Techniques: Signal Design and Detection*, Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1995.
- [2] R. M. Gagliardi and S. Karp, *Optical Communications*, New York: Wiley, 1976.
- [3] Agrawal G.P., *Application of Nonlinear fibre optics*, Academic Press, 2001.
- [4] Agrawal G. P., *Fiber-Optic Communications Systems*, John Willey, 1992.
- [5] Agrawal G. P., *Nonlinear Fibre Optics*, Academic Press Inc., 1995.
- [6] Annabel Dodd, *The Essential Guide to Telecommunications*, Prentice Hall, 1999.
- [7] J. R. Pierce, "Optical Channels: Practical Limits with Photon Counting", *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-26, no. 12, pp. 1819–1821, December 1978.
- [8] Barrett J. F. and Lampart D. G., "An Expression for Some Second-order Probability Distributions and Its Application to Noise Problem", *IEEE Tren. on Information Theory*, Vol. 1, 10-15, 1995.
- [9] Bartlett M. S., *An Introduction to Stochastic Processes*, Cambridge, NY, 1995.
- [10] Basch E. E., Brown T. G., "Introduction to Coherent Optical Fiber Transmission", *IEEE Communications Magazine*, Vol. 24, no. 5, pp. 23-30, May 1985.
- [11] Berglind E., Gillner L., "Optical quantum noise treated with classical electrical network theory", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 30, Issue 3, pp. 846-853, 1994.
- [12] Blahut E. R., *Digital Transmission of Information*, Addison-Wesley, NY, 1996.
- [13] M. K. Simon and V. A. Vilnrotter, "Multi-Pulse Pulse-Position-Modulation Signaling for Optical Communication with Direct Detection", *IPN Progress Report 42-155*, Nov 2003.
- [14] Couch W. Leon II, *Modern Communication systems – Principles and Applications*, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1995.
- [15] Cvijetić M., *Optical Transmission System Engineering*, Artech House, 2004.
- [16] Cvijetić M., *Digitalne svijetovodne telekomunikacije*, Naucna knjiga, Beograd, 1989.
- [17] Desurvire B. E., "Capacity Demand and technology Chalanges for Lightwave Systems in the Next Two Decades", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 24, Issue 12, 2006.
- [18] Drajić Dušan, *Uvod u statističku teoriju telekomunikacija*, Akademska misao, Beograd 2003.
- [19] H. Sugiyama and K. Nosu, "MPPM: A Method of Improving the Band-Utili-zation Efficiency in Optical PPM," *Journal of Lightwave Tech.*, vol. 7, no. 3, pp. 465–472, March 1989.
- [20] V. A. Vilnrotter and M. Srinivasan, "Adaptive Detector Arrays for Optical Communications Receivers," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 7, pp. 1091–1097, July 2002.
- [21] C. Georghiadis, "Modulation and Coding for Throughput-Efficient Optical Systems," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 40, no. 5, pp. 1313–1326, September 1994.
- [22] C. H. Henry, "Phase Noise in Semiconductor Lasers", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. LT-4, no 3, pp. 298-311, Mar. 1986.

- [23] A. Cartaxo, B. Wedding, W. Idler “Influence of Fiber Nonlinearity on the Phase Noise to Intensity Noise Conversion in Fiber Transmission - Theoretical and Experimental Analysis”, IEEE J. Lightwave Technol., vol. 16, no. 7, pp. 1187-1194, July 1998.
- [24] J. Morgado, A. Cartaxo, “Assessment of Laser Noise Influence on Direct-Detection Transmission System Performance”, IEEE J. Lightwave Technol., vol. 9, no. 10, pp. 759-768, Mar. 2003.
- [25] G.L. Lamb Jr.: Elements of Soliton Theory, John Wiley and Sons, New York, 1980.
- [26] E.G. Sauter: Nonlinear Optics, John Wiley & Sons, NY, 1996.
- [27] D.H. Sattinger: Solitons and Nonlinear Dispersive Waves, XXIII Ravello Math. Phys. Summer School Lect. Notes, 2005, pp. 1-73.
- [28] A. Hasegawa: Soliton-based Optical Communications: An Overview, IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, Vol. 6, No. 6, pp. 1161 – 1172, Nov/Dec. 2000.
- [29] V.I. Arnold: Mathematical Methods of Classical Mechanics, Springer, NY, 1989.
- [30] C. H. Henry, “Phase Noise in Semiconductor Lasers”, IEEE J. Lightwave Technol., vol. LT-4, no 3, pp. 298-311, Mar. 1986.
- [31] J. Saltz, “Modulation and Detection for Coherent Lightwave Communications”, IEEE Communications Magazine, vol. 24, no. 6, pp. 38-49, June 1986.
- [32] R. A. Linke, “Optical Heterodyne Communication Systems”, IEEE Communications Magazine., vol. 27, no. 10, pp. 36-41, Oct. 1989.
- [33] G. Jacobsen, *Noise in digital optical transmission systems*, The Artech House Library, London, 1994.
- [34] R. Vodhanel, A. Elrefaie, M. Iqbal, R. Wagner, J. Gimlet, S. Tsui, “Performance of Directly Modulated DFB Lasers in 10-Gb/s ASK, FSK and DPSK Lightwave Systems”, IEEE J. Lightwave Technol., vol. 8, no 9, pp. 1379-1386, Sep. 1990.
- [35] O. K. Tonguz, R. E. Wagner, “Equivalence Between Preamplified Direct Detection and Heterodyne Receivers”, IEEE Photonics Technol. Letters, vol. 3, no. 9, pp. 835-837, Sep. 1991.
- [36] A. Cartaxo, B. Wedding, W. Idler “Influence of Fiber Nonlinearity on the Phase Noise to Intensity Noise Conversion in Fiber Transmission - Theoretical and Experimental Analysis”, IEEE J. Lightwave Technol., vol. 16, no. 7, pp. 1187-1194, July 1998.
- [37] J. Morgado, A. Cartaxo, “Assessment of Laser Noise Influence on Direct-Detection Transmission System Performance”, IEEE J. Lightwave Technol., vol. 9, no. 10, pp. 759-768, Mar. 2003.
- [38] G. J. Foschini and G. Vannucci, “Characterizing Filtered Light Waves Corrupted by Phase Noise”, IEEE Trans. Inf. Theory., vol. 34, pp. 1437-1448, Nov. 1988.
- [39] R. F. Pawula; “Generalizations and extensions of the Fokker-Planck-Kolmogorov equations”, IEEE Trans. Inf. Theory., vol. 13, no 1, pp. 33-41, Jan. 1967.

- [40] I. Garret, D. J. Bond, J. B. Waite, D. S. L. Lettis and G. Jacobsen, "Impact of Phase Noise in Weakly Coherent Optical Systems: A New and Accurate Approach", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 8, pp. 329-337, Mar. 1990.
- [41] G. L. Pierobon, L. Tomba, "Moment characterization of Phase Noise in Coherent Optical Systems", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 9, pp 996-1005, Aug. 1991.
- [42] I. T. Monroy and G. Hooghiemstra, "On a Recursive Formula for the Moments of Phase Noise", *IEEE Trans. Communications.*, vol. 48, no. 6, pp. 917-920, June 2000.
- [43] M.-J. Hao, S. B. Wicker, "Performance evaluation of FSK and CPFSK Optical Communication Systems: A Stable and Accurate Method", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 13, pp. 1613-1622, Aug. 1995.
- [44] M. Stefanović, D. Milić, "Comparison of Certain Methods for Performance Evaluation of Coherent Optical FSK Systems ", *Journal of Optical Communications*, vol. 20, no. 5, pp 183-187, Oct. 1999.
- [45] G. J. Foschini, L. J. Greenstein, G. Vannucci, "Noncoherent Detection of Coherent Lightwave Signals Corrupted by Phase Noise", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 36, no. 3, pp. 306-314, Mar. 1988.
- [46] M. Stefanović, D. Milić, N. Stojanović, "Evaluation of Optimal Bandwidth in Optical FSK System Influenced by Laser Phase Noise", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 16, pp 772-777, May 1998.
- [47] M. Azizoglu, P. A. Humblet, "Envelope Detection of Orthogonal Signals with Phase Noise", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 9, pp. 1398-1410, Oct. 1991.
- [48] M. Stefanović, D. Milić, "An Approximation of Filtered Signal Envelope with Phase Noise in Coherent Optical Systems", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 19, pp. 1685-1690, Nov. 2001.
- [49] D. Milić, S. Jovković, D. Milović , "A New Asymptotic Model for Description of Filtered Brownian Phase Noise", *TELSIKS 2003, Proceedings*, pp 641-644, Niš, Srbija i Crna Gora, Oct 2003.
- [50] D. Milić, "Performanse koherentnih optičkih sistema u prisustvu faznog šuma lasera", *Magistarska teza*, Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet, 2002.
- [51] G. Jacobsen, "Heterodyne and Optically Implemented Dual-Filter FSK Systems: Comparison Based on a Rigorous Theory", *IEEE Photonics Technol. Letters*, vol. 4, no. 7, pp. 771-774, July 1992.
- [52] M. M. Banat, "A Novel Closed Form Moment Expression for Filtered Semiconductor Laser Phase Noise", *Journal of Optical Communications*, vol. 25, pp. 944-950, Oct. 2004.
- [53] A. Marinčić, *Optičke telekomunikacije*, Univerzitet u Beogradu, Beograd, 1997.
- [54] G. Agrawal, *Fiber-Optic Communications Systems*, John Wiley & Sons, 2002.
- [55] M. Ilić, A. Vidović, D. Petrović and M. Stefanović, "Noncoherent Detection of FSK Signal in the Presence of Gaussian Noise and Cochannel Interference", *Proceedings of Symposium of Elec. and Telecomm*, Temišvar, Rumunija, Vol. I, pp. 128-131, 1998.
- [56] Jacobsen G., *Noise in digital optical transmission systems*, The Artech House, London, 1994.

- [57] Jopson B., Gnauck A., *"Dispersion Compensation for Optical Fiber Systems"*, IEEE Communications Magazine, Vol. 33, No. 6, pp. 96-102, June 1995.
- [58] Kahn J. M. and Ho K. P., "Ultimate Spectral Efficiency Limits in DWDM Systems", Proc. of Optoelec. and Communications Conference, Yocohama, Japan, July 2002.
- [59] Kimura T., "Optical fiber telecommunications", Hyperfine Interactions, Springer, Vol. 37, No. 1-4, Dec 1987.
- [60] Ko Y. C., Alouini M.-S. and Simon M. K., "Analysis and optimization of switched diversity systems", IEEE Trans. on Vehicular Technology
- [61] Kostić M. I., *Digitalni telekomunikacioni sistemi 1*, Naučna knjiga, Beograd, 1994.
- [62] D. Krstić, M. Stefanović, "The Distribution of Quantum Noise in Presence of Gaussian Noise in the Fiber", Electronics and Electrical Engineering, No. 1 (57), pp. 11-13, 2005.
- [63] N. H. Suong, P. Q. Hop, "Simulation of the gain characteristics of EDFA", Posts and Telecommunications Institute of Technology, Ho Chi Minh City, Vietnam, 2003.
- [64] G. J. Foschini, L. J. Greenstein, G. Vannucci, "Noncoherent Detection of Coherent Lightwave Signals Corrupted by Phase Noise", IEEE Trans. On Communications, vol. 36, no. 3, pp. 306-314, March 1988.
- [65] A. Marinić, *Optičke telekomunikacije*, Univerzitet u Beogradu, Beograd, 1997.
- [66] Lukatela G., Drajić D., Petrović G., Petrović R., *Digitalne telekomunikacije*, Građevinska knjiga, Beograd, 1981.
- [67] Dejan Gvozdić, *Optičke telekomunikacije*, Elektrotehnički fakultet u Beogradu, 2008.
- [68] Senior J., *Optical Fiber Communications*, Prentice Hall, 1992.
- [69] Mihajlo Stefanović et al., "Performance of IM-DD Optical System in the Presence of Interference at Input of the Fiber", *Nonlinear Phenomenon in Complex Systems*, Vol. 6, No. 4, pp. 870-877, 2003.
- [70] Mihajlo Stefanović et al., "The Influence of Crosstalk Signal Interference to Signal Propagation Along the Nonlinear and Dispersive Fiber", *Journal of Optical Communications*, Vol. 26, No. 1, pp. 9-12, 2005.
- [71] Mihajlo Stefanović, Dragan Drača, Aleksandra Panajotović, "The Common Influence of Time Shift and Appearing Place of Interference on Signal Propagation along Optical fiber", *Electronics and Electrical Engineering*, No. 1 (57), pp. 14-19, 2005.
- [72] Mihajlo Stefanović, Dragan Drača, Daniela Milović, Aleksandra Panajotović, "Analytic Solution of Pulse Shape along the Fiber in the Presence of Interference and Third Order Dispersion", *Journal of Optical Communications*, vol. 29, no. 1, pp. 56-59, 2008.
- [73] D. Milić, D. Petrović and M. Stefanović, "Numerical Solution of Fokker-Planck Equation in Coherent Optical Systems", TELFOR'98, Beograd, p.p. 448-451, 1998.
- [74] M. Stefanović, D. Milić, N. Stojanović, "Evaluation of Optimal Bandwidth in Optical FSK System Influenced by Laser Phase Noise", IEEE Journal of Lightwave Technology, vol. 16, pp 772-777, May 1998.



- [75] M. Stefanović, D. Milić, "An Approximation of Filtered Signal Envelope with Phase Noise", *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol. 19, pp. 1685-1690, Nov 2001.
- [76] M. Stefanović, D. Milić, "Comparison of Certain Methods for Performance Evaluation of Coherent Optical FSK Systems ", *Journal of Optical Communications*, vol. 20, no. 5, pp 183-187, Oct 1999.
- [77] M. Stefanović, D. Milić, D. Milović, "Performanse optičkih CPFSK sistema", *Zbornik radova VIII telekomunikacionog foruma TELFOR 2000*, str. 396-398, Beograd, 21-22 novembar, 2000.
- [78] D. Pavlović, "Level Crossing Rate of Phase Noise in IM-DD Optical Systems in Presence of Interference", *Facta Universitatis*
- [79] Senior J., *Optical Fiber Communications*, Prentice Hall, 1992.
- [80] Stefanović M., "Detekcija signala u belom i obojenom Gausovom šumu", *Elektronski fakultet, Niš*, 1999.
- [81] Stefanovic M., Draca D., Vidovic A., Milovic D., "Coherent detection of FSK Signal in Presence of Cochannel Interference and Noisy Carrier Reference Signal", *Int. J. of Electronics and Communications (AEU)*, Vol. 53, No. 2, pp. 77-82, 1999.
- [82] Stefanovic M., Đorđević G., Đorđević I., "Performance of Binary CPCK Satellite Communication System in Presence of Noise and Noisy Carrier Reference Signal", *Int. J. of Electronics and Communications (AEU)*, Vol. 53, No. 2, pp. 70-76, 1999.
- [83] Stefanovic M., Krstic D., Bogoslovic S., "The Performance of the IM-DD Systems in Presence of Quantum Noise and Gaussian Noise in the Fiber", *Information Technology and Control*, Vol. 32, No. 3, pp. 66-68, 2004.
- [84] M. Stefanović, D. Milić and D. Pavlović, "The Moments Approach for Performace Analysis of Optical FSK Systems Influenced by Phase Noise and Interchannel Interference, *Journal of Optical Communication*", Volume 27 (2006) 3, 188-192.
- [85] M. Stefanović, M. Milošević and D. Pavlović, "Performance of QPSK System in the Presence of Pulse Interference and Noisy Carrier Reference Signal", *Serbian Journal of Electrical Engineering, Serbia and Montenegro*, 2003, Vol.1, No.1, 123-130.
- [86] M. Stefanović, D. Petrović and D. Milić, "Influence of Infrequent Clipping Imputse Noise and Fadding on Bit-Error Rate in AM-VSB/M-QAM Hybrid Lightwave Systems", *Buka i vibracije, Niš*, 1998.
- [87] M. Stefanović, N. Stojanović, D. Milić, D. Petrović, "Optimal Bandwidth in Optical FSK System Influenced by Laser Phase Noise", *IEEE MELECON '98 Proceedings*, vol. II, pp 1423-1426, Tel-Aviv, Israel, May 1998..
- [88] M. Stefanović, A. Vidović, D. Petrović and D. Milović, "Detection of Satellite Signal in the Presence of White Gaussian Noise and Interference", *TELSIKS'97, Niš*, Vol. 2, p.p. 752-755, 1997.
- [89] M. Stefanović, A. Vidović, D. Petrović i D. Milović, "Performanse optičkog sistema sa direktnom detekcijom u prisustvu kvantnog šuma fotodetektora i modnog šuma vlakna", *TELFOR'97, Beograd*, 1997, 455-458.

- [90] G. Tomović, S. Bogoslavov i D. Pavlović, "Raspodela verovatnoće anvelope i faze zbira signala i uskopojasnog šuma", TELFOR 2003, Beograd, 2003.
- [91] Gradshteyn S. I., Ryzhyk M. I., Table of integrals, Series, and Products, 5<sup>th</sup> ed., Academic Press Inc., 1994.
- [92] Abramovitz and I.A. Stegun, Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables, 9<sup>th</sup> ed., Dover Publications, New York, 1972
- [93] Proakis J. G., *Digital Communications*, McGraw Hill, New York, 1994.
- [94] V. Bhaskar: Capacity Evaluation for Equal Gain Diversity Schemes over Rayleigh Fading Channels, AEÜ - International Journal of Electronics and Communications, Vol. 63, No. 4, April 2009, pp. 235 – 240.
- [95] D. Brennan: Linear Diversity Combining Techniques, Proceedings of the IEEE, Vol. 91, No.2, Feb. 2003, pp. 331 – 356.
- [96] C. Gunther: Comment on Estimate of Channel Capacity in Rayleigh Fading Environment, IEEE Transaction on Vehicle Technology, Vol. 45, No. 2, May 1996, pp. 401 – 403.
- [97] R.K. Mallik, M.Z. Win: Channel Capacity in Evenly Correlated Rayleigh Fading with Different Adaptive Transmission Schemes and Maximal Ratio Combining, IEEE International Symposium on Information Theory, Sorrento, Italy, June 2000, pp. 412 – 416.
- [98] M. Stefanovic, D. Krstic, B. Milosevic, J. Anastasov, S. Panic: Channel Capacity of Maximal Ratio Combining over Correlated Nakagami-m Fading Channels, International Conference on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services, Nis, Serbia, Oct. 2009, pp. 214 – 217.
- [99] Landau L. D. and Lifshitz, Electrodynamics of Continuous Media, Pergamon Press, 2<sup>nd</sup> ediditon, London 1984.
- [100] D. Blagojević, H. Popović, Z. Popović, D. Stefanović, I. Stefanović, "Some Laws of System With a Constant Amount of Energy", Science of Sintering, (International Institute for the Science of Sintering), vol. 40, no. 2, pp. 123-129, 2008.
- [101] Z. Popović, S. R. Panić, J. Anastasov, P. Spalević, M. Stefanović, "Performance Analysis of Selection Diversity over Exponentially Correlated  $\alpha$ - $\mu$  Fading Environment", published online in International Journal of Communication Systems, Jan 2011, DOI: 10.1002/dac.1200
- [102] A. D. Cvetković, M. Č. Stefanović, N. M. Sekulović, D. N. Milić, D. M. Stefanović, Z. J. Popović, "Second-order statistics of dual SC macrodiversity system over channels affected by Nakagami-m fading and correlated gamma shadowing" PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY (Electrical Review), ISSN 0033-2097, R. 87 NR 6/2011, pp. 284-288, June 2011.
- [103] P. Nikolić, D. Krstić, Z. Popović, D. Stefanović, M. Stefanović, "The Performance Analysis of MRC Combiner Output Signal in the Presence of Weibull Fading and Shadowing", WSEAS TRANS. on COMM., Issue 1, Volume 9, pp. 22-32, Jan 2010.
- [104] D. Krstić, M. Stefanović, P. Nikolić, Č. Stefanović, Z. Popović, "The First and Second Order Statistical Characteristics of the SSC Combiner Output Signal in the Presence of Rice fading", Int. J.

- on Advances in Telecommunications, Vol. 2, No. 4, as the best in the session on AICT 2009. Conference, ISSN: 1942-2601, pp. 111-120.
- [105] M. Stefanović, Z. Popović, F. Destović, N. Tanasković, „Statistical Properties for Multipath-Relayed Communications Over Fading Channels“, Serbian J. of Electrical Engineering, Vol. 5, No. 2, p.p. 341-352, Nov 2008. ISSN 1451-4869
- [106] D. Aleksić, M. Stefanović, Jelena Anastasov, Aleksandra Cvetković, Z. Popović, „Capacity Evaluation for Maximal Ratio Combining over  $k$ - $\mu$  Fading Channels“, Serbian J. of Electrical Engineering, Vol. 8, No. 2, pp. 221-228, May 2011.
- [107] M. Stefanović, S. Panić, Z. Popović, D. Radenković, J. Ristić, „On the  $K$  and  $K_G$  Fading Channels“, Serbian J. of Electrical Engineering, Vol. 6, No. 1, pp. 187-201, May 2009. ISSN 1451-4869
- [108] I. Stefanović, D. Blagojević, D. Stefanović, Z. Popović, “A some laws of the system with constant amount of energy”, VI Scientific Meeting Physics and Technology of Materials Fitem 05, Knjiga izvoda str. 52, Čačak 2005.
- [109] I. Stefanović, D. Blagojević, D. Stefanović, Z. Popović, “The cohesive energy and grain size distribution”, VI Scientific Meeting Physics and Technology of Materials, Fitem 05, Knjiga izvoda str. 51, Čačak 2005.
- [110] A. Mitić, D. Blagojević, D. Stefanović, Z. Popović, “Some specific properties of Rician PDF and possibility of its application in modeling of ITS infrastructures”, Telsiks 2007, Proceeding of papers, Vol. 2, pp 513-516, Niš, 2007.
- [111] D. Stefanović, D. Blagojević, R. Simeunović, Z. Popović, “A some aspects of electrical properties prognosis from micro structural viewpoint”, VII Scientific Meeting Physics and Technology of Materials, Fitem 07, Knjiga izvoda str. 28., Čačak 2007.
- [112] Z. Popović, H. Stefanović, A. Cvetković, D. Blagojević, J. Anastasov, “Neke integralne karakteristike hi-kvadrat raspodele sa stanovišta njene primene u telekomunikacijama”, INFOTEH-Jahorina, Vol. 7, Ref. B-I-9, pp. 89-92, March 2008. ISBN: 99938-624-2-8
- [113] H. Stefanović, M. Stefanović, V. Stefanović, Z. Popović, “Statističke karakteristike Rajsovog signala u prisustvu Nakagami smetnji“, INFOTEH-Jahorina, Vol. 7, Ref. B-I-10, pp. 93-96, March 2008.
- [114] G. Tomović, S. Suljović, M. Stefanović, Z. Popović, “Performance of Mobile Macro Diversity system with Ricean Fading and Shadow Effect”, 7<sup>th</sup> International Symposium on Electronics and Telecommunications - ISETC '08, Timisoara, Romania, 11-12 November 2010, pp. 247-251, ISBN 978-1-4244-8458-4.
- [115] B. Milošević, V. Todosijević, R. Bogdanović, Z. Popović, “The Statistical Characteristics on Output Signals of MRC or EGC Diversity Systems in presence of the fading“, UNITECH-Gabrovo '08, Bulgaria, pp. 255-259
- [116] D. Krstić, D. Rančić, J. Aleksić, G. Stamenović, Z. Popović, “Karakteristike signala na izlazu iz složenog SC-EGC kombinera u prisustvu log-normalnog fedinga“, INFOTEH- JAHORINA, Vol.8, Ref. B-I-11, pp.126-130, 17-20. Mart 2009.

- [117] H. Stefanović, D. Stefanović, Z. Popović, V. Stefanović, "Analiza integralnih karakteristika Nakagami-m raspodele", *INFOTEH-Jahorina*, Vol. 8, Ref. B-I-6, pp. 104-107, Mart 2009.
- [118] M. Stefanović, D. Krstić, S. Panić, Z. Popović, "Level Crossing Rate and Average Fade Duration of SC Macrodiversity System over Independent Hoyt Fading Channels", 17-th International Conference on Software Telecommunications and Computer Networks - SoftCOM 2009, Split – Hvar-Korcula, September 24 – 26, 2009, pp. 239-243.
- [119] Z. J. Popović, Č. M. Stefanović, D. S. Krstić, S. Z. Milosavljević, M. Stefanović, "Triple-channel macro- and micro-diversity over shadowed fading channels using compound model", *9th International Conference on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services – TELSIS 2009*, Niš, Serbia, Oktober 7-9, 2009.
- [120] D. Krstić, D. Rančić, P. Nikolić, Z. Popović, G. Stamenović, J. Aleksić, "Probability Density Function of the Satellite Signal in the Presence of Rayleigh Fading on Satellite and Earth Station", *INFOTEH- JAHORINA*, Vol. 9, Ref. B-I-4, pp. 140-144, March 2010.
- [121] A. D. Cvetković, N. M. Sekulović, D. S. Krstić, E. S. Mekić, Z. J. Popović, M. Č. Stefanović, "Performance analysis of multi-hop system in Nakagami-m environment", *International Conference on Circuits, Systems, Signals (CSS)*, Malta, 15-17 September 2010, pp. 276-279, ISBN 978-960-474-226-4
- [122] Z. J. Popović, D. S. Krstić, N. M. Sekulović, M. Č. Stefanović, "Performance of SIR-based Triple Selection Combining over Correlated Weibull Channel", *9th International Symposium on Electronics and Telecommunications - ISETC '10*, Timisoara, Romania, 11-12 November 2010, pp. 295-299, ISBN 978-1-4244-8458-4.
- [123] H. Popović, Z. Popović, D. Blagojević, V. Stefanović, D. Stefanović, "Analiza integralnih karakteristika Rejljeve raspodele", *Telfor 2007*, Beograd Novembar 2007.
- [124] Z. Popović, H. Stefanović, D. Blagojević, D. Stefanović, "Hi kvadrat distribucija - drugostepena ograničenja", *XVI Telekomunikacioni forum-TELFOR 2008, Zbornik radova na CD-u*, str. 315-317, Beograd, 25-27. Nov 2008.
- [125] M. Stefanović, N. Sekulović, S. Milosavljević, Z. Popović, "Analiza makrodiverziti sistema sa dve grane u prisustvu Rajsovog fedinga i gama senke", *ETRAN 2009*, Vrnjačka banja, Srbija, 15-18 jun 2009, Zbornik radova, pp. TE2.7-1-4, ISBN 978-86-80509-64-8
- [126] H. Stefanović, D. Stefanović, Z. Popović, V. Stefanović, "Analiza integralnih karakteristika Rejljeve i Nakagami-m raspodele", *YUINFO 2009, CD zbornik*, Kopaonik, 2009.
- [127] Z. Popović, Č. Stefanović, D. Krstić, M. Stefanović, "Diverziti doprinos u višestrukim kanalima sa združenim gama-gama fedingom", *TELFOR'09, CD zbornik*, pp. 374-377, Beograd, 24-26. Novembar 2009.
- [128] H. Z. Stefanović, Z. J. Popović, D. Č. Stefanović, D. R. Blagojević, "Analiza integralnih karakteristika Vejbulove raspodele", *TELFOR'09, CD zbornik*, pp. 500-503, Beograd, 24-26. Novembar 2009.

- [129] M. K. Simon and M. S. Alouini, *Digital Communications Over Fading Channels*, New York: Wiley, 2nd edn. 2005
- [130] G. Lukatela, *Statistička teorija telekomunikacije i teorija informacija*, Gradjevinska knjiga, Beograd, 1981.
- [131] J. Proakis, *Digital Communications*, 4<sup>th</sup> ed. New York: McGraw-Hill, 2001.
- [132] W. C. Y. Lee, *Mobile communications engineering* New York: McGraw-Hill, 2001.
- [133] A. Goldsmith, *Wireless communications*, Cambridge University press, 2005.
- [134] M. D. Yacoub, "The  $\alpha$ - $\mu$  distribution: A general fading distribution", *IEEE international symposium on personal, indoor and mobile radio communications, PIMRC2002*, Lisbon, Portugal, September 2002 pp. 629-633.
- [135] M. D. Yacoub, "The  $\alpha$ - $\mu$  distribution: A physical fading model for the Stacy distribution" , *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 2007, 56, (1), pp. 27-34
- [136] M. Alouini, A. Goldsmith: Capacity of Rayleigh Fading Channels under Different Adaptive Transmission and Diversity-combining Techniques, *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, Vol. 48, No. 4, July 1999, pp. 1165 – 1181.
- [137] J. Filho, M. Yacoub: Highly Accurate  $\kappa$ - $\mu$  Approximation to Sum of M Independent Non-identical Ricean Variates, *Electronics Letters*, Vol. 41, No. 6, March 2005, pp. 338 – 339.
- [138] E. W. Stacy, „A generalization of the Gamma distribution", *Annal. Math. Stat.*, 1962, 33,(3), pp. 1187-1192
- [139] G.K. Karagiannidis, D.A. Zogas, S.A Kostopoulos, "On the multivariate Nakagami-m distribution with exponential correlation", *IEEE Trans. Commun.*, 2003, 51,(8), pp. 1240-1244
- [140] J. Reig, "Multivariate Nakagami-m distribution with constant correlation model," *Int. J. Electron. Commun. (AEUE)*, DOI: 10.1016/j.aeue.2007.10.009, 2007
- [141] P. Stavroulakis, *Interference analysis and reduction for wireless systems*. Artech House, INC, London, 2003.
- [142] W. Jakes, *Microwave mobile communications*, Piscataway, New York: IEEE Press 2nd ed. 1994.
- [143] D. Brennan, „Linear diversity combining techniques", *Proc. IEEE*, 1959; 47(6), pp. 1075–1102.
- [144] M. Schwartz, WR. Bennett, S. Stein, *Communication Systems and Techniques*, McGraw-Hill: New York, 1966.
- [145] A.M.D. Turkmani, "Performance evaluation of composite microscopic plus macroscopic diversity system", *IEE Proceedings, Part I: Communications, Speech and Vision*, (1991, vol. 138, pp. 15 – 20
- [146] P. M. Shankar, "Analysis of microdiversity and dual channel macrodiversity in shadowed fading channels using a compound fading model", *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, 2008, vol. 62, No. 6, pp. 445-449
- [147] P. M. Shankar, "Performance analysis of diversity combining algorithms in shadowed fading channels", *Wireless Personal Communications*, 2006, vol. 37, pp. 61 – 72
- [148] M. Pätzold, *Mobile Fading Channels Modelling, Analysis & Simulation*, New York: John Wiley & Sons, 2nd edn. 2005

- [149] X. Dong, N. C. Beaulieu, "Average Level Crossing Rate and Average Fade Duration of Selection Diversity", *IEEE Communication Letters*, 2001, vol. 10, No 5, pp.396-399
- [150] A. Magableh, M. Matalgah, "Moment Generating Function of the Generalized  $\alpha$ - $\mu$  Distribution with Applications", *IEEE Communication Letters*, 2009, vol 13, no.6 pp. 411-413
- [151] M. Milisic, M. Hamza, M. Hadzialic: BEP/SEP and Outage Performance Analysis of L-Branch Maximal Ratio Combiner for  $\kappa$ - $\mu$  Fading, *International Journal of Digital Multimedia Broadcasting*, Vol. 2009, Article ID 573404, Jan. 2009, pp. 1 – 8.
- [152] D. Costa, J. Filho M.Yacoub G. Fraidenraich, "Crossing Rates and Fade Durations for Diversity-Combining Schemes over  $\alpha$ - $\mu$  Fading Channels", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2007, Vol. 6, No. 11, pp 1-5
- [153] V. Aalo, "Performance of maximal-ratio diversity systems in a correlated Nakagami-fading environment", *IEEE Trans. Commun.*, 1995; 43, pp. 2360-2369
- [154] G. K. Karagiannidis, D. A. Zogas, S.A. Kotsopoulos, "On the multivariate Nakagami- $m$  distribution with exponential correlation", *IEEE Trans. Commun* 2003, COM-51, pp. 1240–1244.
- [155] D. Drajić, Uvod u statističku teorija telekomunikacija, Akademska misao, Beograd 2003.
- [156] G. K. Karagiannidis, D. A. Zogas, S.A. Kotsopoulos, "An Efficient Approach to Multivariate Nakagami- $m$  Distribution Using Green's Matrix Approximation", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2003, Vol. 2, No. 5, pp 883-889
- [157] A. A. De Souza Rausley, G. Fraidenraich, M. D Yacoub, "On the multivariate  $\alpha$ - $\mu$  distribution with arbitrary correlation", *VI International Telecommunications Symposium, ITS2006*, Fortaleza-CE, Brasil, September 2006, pp. 38-41
- [158] A. S. Krishnamorthy, M. Parthasarathy, "A multivariate Gamma-Type Distribution", 1951, *Annals of Americal Mathematics*
- [159] G. Karagiannidis, D. Zogas, N. Sagias, S. Kotsopoulos, and G. Tombras, "Equal-gain and Maximal Ratio Combining over nonidentical Weibull fading channels" *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol.4, No. 3, pp. 841-846, May 2005.
- [160] E. Neasmith, N. Beaulieu, "New results on selection diversity", *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 46, No 5, pp. 695-704, May 1998.
- [161] S. Okui, "Effects of SIR selection diversity with two correlated branches in the  $m$ -fading channel", *IEEE Trans. Commun.*, 2000, 48,(10), pp. 1631-1633
- [162] M.D. Austin, G.L. Stuber, „In-service signal quality estimation for TDMA cellular systems". *IEEE international symposium on personal, indoor and mobile radio communications, PIMRC '95* Toronto, ON, Canada, September 1995, pp. 836-840
- [163] A.L. Brandao, L.B Lopez, D.C. McLernon, "Co-channel interference estimation for M-ary PSK modulated signals", *IEEE Wireless Pers. Commun.*, 1994, 1,(1), pp. 23-32
- [164] R. Lyons, "A Statistical Analysis of Transmit Power Control to Compensate Up- and Down-Link Fading in an FDMA Satellite Communications System", 1976, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 24, no. 6, pp. 622-636

- [165] O. Andrisano, V. Tralli, "Analytical Outage Evaluation of TDMA Local Radio Systems with Coding and Diversity", 1992, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 40. no. 11, pp. 1725- 1736
- [166] Marvin K. Simon and Mohamed-Slim Alouini, "A unified analysis of digital communication over generalized fading channels", *Proc. of the IEEE*, 1998, vol.86, No.9, pp. 1860-1877.
- [167] A. Annamalai, C. Tellambura and Vijay K. Bhargava, "Exact evaluation of maximal-ratio and equal gain diversity receivers for M-ary QAM on Nakagami fading channels", *IEEE Trans. Commun.*, 1999, Vol. 47, No. 9, pp. 38-41
- [168] T. A. Tsiftsis, George K. Karagiannidis, Nikos C. Sagias and Stavros A. Kotsopoulos, "Performance of MRC diversity receivers over correlated Nakagami- $m$  fading channels," in *Proc. Communication Systems, Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP'06)*, 19-21 July 2006, Patras Univ. Conference Centre, Greece
- [169] P. Lombardo, G. Fedele, M. Rao, "MRC Performance for Binary Signals in Nakagami Fading with General Branch Correlation", *IEEE Transactions on Communications*, 1998, vol. 47, No. 1, pp. 44-52.
- [170] Valentine A. Aalo, Terawat Piboongunon, and George P. Efthymoglou, "Another Look at the Performance of MRC Schemes in Nakagami- $m$  Fading Channels with Arbitrary Parameters", *IEEE Trans. Commun.*, 2005, vol.53, No. 12, pp. 2002-2005.
- [171] D. da Costa, M. Yacoub, J.Filho, "Highly accurate closed-form approximations to the sum of  $\alpha$ - $\mu$  variates and applications", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, Vol. 7, no. 9, pp. 3301-3306
- [172] G. K. Karagiannidis, D. A. Zogas and S. A. Kotsopoulos, "Statistical Properties of the EGC Output SNR over Correlated Nakagami- $m$  Fading Channels", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2004, Vol. 3, No. 5, pp. 1764-1769.
- [173] D. Zogas, G. K. Karagiannidis, and S. A. Kotsopoulos, "Equal gain combining over Nakagami- $n$  (Rice) and Nakagami- $q$  (Hoyt) generalized fading channels", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2005, vol.4, No. 2, pp. 374-379
- [174] George K. Karagiannidis, Dimitris A. Zogas, Nikos C. Sagias, Stavros A. Kotsopoulos, and George S. Tombras, "Equal-gain and Maximal Ratio Combining over nonidentical Weibull fading channels" *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2005, vol.4, No. 3, pp. 841-846.
- [175] D. Zogas, G. K. Karagiannidis, and S. A. Kotsopoulos, "On the average output SNR in Selection Combining with three correlated branches over Nakagami- $m$  fading channels", *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 2004, vol.3, pp. 25-28
- [176] Y Chen, C Tellambura, "Performance analysis of three-branch selection combining over arbitrarily correlated Rayleigh-fading channels", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2005, Vol. 4, No. 3, pp. 861-865
- [177] E. Neasmith, N. Beaulieu, "New results on selection diversity", *IEEE Trans. on Commun.*, 1998, vol. 46, No 5, pp. 695-704.

- [178] S. Okui, "Effects of SIR selection diversity with two correlated branches in the m-fading channel", *IEEE Trans. Commun.*, 2000, 48, (10), pp. 1631-1633.
- [179] M.D. Austin, G.L. Stuber, "In-service signal quality estimation for TDMA cellular systems". *IEEE international symposium on personal, indoor and mobile radio communications, PIMRC '95* Toronto, ON, Canada, September 1995, pp. 836-840.
- [180] A.L. Brandao, L.B Lopez, D.C. McLernon, "Co-channel interference estimation for M-ary PSK modulated signals", *IEEE Wireless Pers. Commun.*, 1994, 1,(1), pp. 23-32
- [181] P.S. Bithas and P.T. Mathiopoulos, "Performance Analysis of SSC Diversity Receivers over Correlated Ricean Fading satellite Channels", *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2007, vol. 1, pp. 53-62
- [182] Y. C. Ko, M. S. Alouni and M. K. Simon, "Analysis and Optimization of Switched Diversity Systems", *IEEE Transactions on Communications*, 2000, vol. 49, pp. 1813-1831
- [183] A.A. Abu-Dayya and N.C. Beaulieu, "Analysis of switched diversity systems on generalized fading channels", *IEEE Trans. Commun.*, 1994, vol. 42, pp. 2959-2966,
- [184] A. A. Abu-Dayya and N. C. Beaulieu, "Diversity MPSK receivers in co-channel interference," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 1999, vol. 48, pp. 959-1965
- [185] G.K.Karagiannidis, "Performance analysis of SIR-based dual selection diversity over correlated Nakagami-m fading channels", *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 2003, 52, (5), pp. 1207-1216
- [186] M. Stefanović, D. Milović, A. Mitić, M. Jakovljević, "Performance analysis of system with selection combining over correlated Weibull fading channels in the presence of cochannel interference", *Int. J. Electron. Commun.*, 2007,62,(9), pp. 695-700
- [187] C. Tellambura, A. Annamalai and V. K. Bhargava, "Unified analysis of switched diversity systems in independent and correlated fading channels", *IEEE Trans. Commun.*, 2001, vol. 49, pp. 1955-1965
- [188] C. W. Helstrom, *Probability and Stochastic Processes for Engineers*, 2nd ed ed. New York: MacMillian, 1991.
- [189] M. Stefanović, D. Krstić, J. Anastasov, S. Panić, A. Matović, "Analysis of SIR-based Triple SC System over Correlated  $\alpha$ - $\mu$  Fading Channels", *The Fifth Advanced International Conference on Telecommunications, AICT 2009*, Venice/Mestre, Italy, Proceedings of papers, pp. 299-303
- [190] M. Stefanović, D. Krstić, S. Panić, I. Temelkovski, "On the selection combining over correlated  $\alpha$ - $\mu$  fading channels" *International Symposium on Electronics and Telecommunications, ETC 08*, Timișoara, Romania, 2008, Proceedings of papers, vol 53 (67), no 2, pp. 230-233
- [191] S. R. Panić, M. Č. Stefanović, A. V. Mosić, "Performance analysis of selection combining diversity receiver over  $\alpha$ - $\mu$  fading channels in the presence of CCI", *IET Communications*, 2009, Vol. 3, Iss. 11, pp. 1769-1777
- [192] N.C. Sagias, G. K. Karagiannidis, P.T. Mathiopoulos, T. A. Tsiftsis, "On the performance analysis of equal-gain diversity receivers over generalized gamma fading channels", *IEEE Trans. Wirel. Commun.*, 2006, 5, (10), pp. 2967-2975



- [193] T. Piboongunon, V.A. Aalo, C. D. Iskander, "Average error rate of linear diversity reception schemes over generalized gamma fading channels", *Southeast Con, 2005. Proc. IEEE Southeastcon*, Lauderdale, FL, USA, April 2005, pp. 265 – 270
- [194] V. A. Aalo, et al, "Performance of diversity receivers in generalised Gamma fading channels", *IET Commun.*, 2007, 1, (3), pp. 341-347
- [195] P.S. Bithas, N.C. Sagias, T.A. Tsiftsis, "Performance of dual-diversity receivers over correlated generalised Gamma fading channels", *IET Commun.*, 2008, 2, (1), pp. 174-178
- [196] N.C. Sagias and P.T. Mathiopoulos, "Switched diversity receivers over generalized Gamma fading channels", *IEEE Commun Lett* 9 (10) (2005), pp. 871–873
- [197] J. Cheng, T. Berger, "Performance analysis for MRC and postdetection EGC over generalized gamma fading channels", in: *Proceedings IEEE wireless communications and networking conference (WCNC'03)*, New Orleans, LA, USA, 2003, pp. 120–5.
- [198] N. C. Sagias, G. K. Karagiannidis, D. A. Zogas, P. T. Mathiopoulos, and G. S. Tombras, "Performance Analysis of Dual Selection Diversity in Correlated Weibull Fading Channels," *IEEE Transactions on Communications*, 2004, Vol. 52, No. 8, pp. 1063-1067
- [199] A. A. Abu-Dayya and N. Beaulieu, "Switched Diversity on Microcellular Ricean Channels", 1994, *IEEE Trans. on Veh. Tech.*, 43, (4), pp. 970-976
- [200] P. S. Bithas, P. T. Mathiopoulos, and G. K. Karagiannidis, 'Switched Diversity Receivers over Correlated Weibull Fading Channels'. *Proceedings International Workshop on Satellite and Space Communications (IWSSC)*, Leganes, Spain, 14-15. Sep. 2006, 147-152
- [201] D. da Costa, M. Yacoub, and J. Filho, "Simple Accurate Closed-Form Approximations for Outage Probability of Equal-Gain and Maximal-Ratio Receivers over  $\alpha$ - $\mu$  (Generalized Gamma) Fading Channels", *Proceedings of 13th European Wireless Conference, Paris, France, Apr. 2007*, 1-4
- [202] G. Fraidenraich, J. Filho, M. Yacoub, "Second-order statistics of maximal-ratio and equal-gain combining in Hoyt fading", 2005, *IEEE Communications Letters*, vol. 9, no. 1, pp. 19-21
- [203] B. Sklar, "*Digital communications—fundamentals and applications*", Englewood Cliffs, NJ: PTR Prentice Hall; 1988.
- [204] M. Alouini, A. Goldsmith, "Capacity of Nakagami multipath fading channels." In: *Proceedings of the IEEE Vehicular Technology Conference VTC'97*, Phoenix, AZ, May 1997, pp. 358–362,
- [205] B. Vidhyacharan "Capacity evaluation for equal gain diversity schemes over Rayleigh fading channels", *AEÜ - International Journal of Electronics and Communications*, 2008 vol. 63, pp. 235-240
- [206] P.M. Shankar, "Outage analysis in wireless channels with multiple interferers subject to shadowing and fading using a compound pdf model", *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, vol. 61, 2007, No 4, pp. 255 - 261
- [207] A. Abdi, M. Kaveh, "On the utility of gamma pdf in modeling shadow fading (slow fading)", In: *Proceedings of IEEE vehicular technology conference*. Houston, TX, 1999. pp. 2308–12

- [208] T. T. Tjhung and C. Chai, "Fade statistics in microcellular mobile radio channels with shadowing," *IEEE International Conference on Communications*, 1999, *IEEE Trans. Comm.*, Vol. 47, No. 12, pp. 1769-1772
- [209] A. Adinoyi, H. Yanikomeroglu S. Loyka, "Hybrid macro- and generalized selection combining microdiversity in lognormal shadowed rayleigh fading channels". in *Proc. IEEE International Conference on Communications*, 2004, vol. 1, pp. 244 – 248
- [210] E.K. Al-Hussaini, A.M. Al-Bassiouni, H.M. Mourad and H. Al-Shennawy, Composite macroscopic and microscopic diversity of sectorized macrocellular and microcellular mobile radio systems employing RAKE receiver over Nakagami fading plus lognormal shadowing channel, *Wireless Personal Comm* , 2002, vol.21, pp. 309–328
- [211] W.-C. Jeong and J.-M. Chung, Analysis of macroscopic diversity combining of MIMO signals in mobile communications, *Int J Electron Comm (AEÜ)* 2005, vol. 59, pp. 454–462.
- [212] S. Mukherjee, D. Avidor, "Effect of Microdiversity and Correlated Macrodiversity on Outages in a Cellular System" *IEEE Transactions on Wireless Technology*, 2003, vol.2, No 1, pp. 50 – 59
- [213] M. D. Yacoub, D. da Silva, J. Vargas Bautista, "Second-order statistics for diversity-combining techniques in Nakagami- $m$  fading channels", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2001 vol. 50, pp.1464-1470
- [214] L. Yang, M. S Alouini, "An exact analysis of the impact of fading correlation on the level crossing rate and average outage duration of selection combining", *IEEE Transactions on Communication*, 2003, vol.51(12), pp. 1997-2000
- [215] D. Krstić, M. Stefanović, S. Panić, G. Stamenović, I.a Petrović, "Second order statistics of selection macrodiversity system in the presence of Nakagami- $m$  fading", *XV International Symposium on Theoretical Electrical Engineering, ISTET'09*, 2009, Lübeck, Germany, Proceedings of papers, pp. 186-189
- [216] C. D. Iskander, P.T. Mathiopoulos, "Analytical Level Crossing Rate and Average Fade Duration in Nakagami fading channels", *IEEE Transactions on Communications*, 2002, vol. 50 No.8, pp 1301-1309
- [217] M.D. Yacoub, J. Bautista, R. L. Guedes, "On the higher order statistic of the Nakagami distribution, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 1999, vol. 48, No 1, pp. 790-794
- [218] T. Tjhung, C. Chai, "Fade Statistics in Nakagami-Lognormal Channels", *IEEE Transactions on Communications*, 1999, Vol. 47, no. 12, pp. 1769-1772
- [219] F. Ramos, V. Kontorovitch and M. Lara, "On the Generalized and Modified Suzuki Model (GMSM): Approximations and Level Crossing Statistics", in *Proc. 2nd International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ICEEE)*, 2005, pp.110-113
- [220] I. Trigui, et al., "On the Level Crossing Rate and Average Fade Duration of Composite Multipath/Shadowing Channels", in *Proc Global Telecommunications Conference, IEEE GLOBECOM 2008*, pp. 1 - 5

## PRIMENA DIVERZITI TEHNIKA ZA REŠAVANJE PROBLEMA UTICAJA NEČISTOĆA U OPTIČKIM VLAKNIMA NA PERFORMANSE OPTIČKIH SISTEMA

Razmatrane su performanse optičkih digitalnih telekomunikacionih sistema sa IM-DD u prisustvu šumova i smetnji. Digitalni optički sistemi imaju veliku primenu i zbog toga su dobijeni rezultati su značajni. Primenjuje se diverziti tehnika prijema signala da smanji uticaj šumova i smetnji na performanse optičkih IM-DD sistema. Optički signali sa IM-DD sa nelinearnom kompenzacijom disperzije svetlosti, koriste se za velika rastojanja i velikog su kapaciteta. Kod predloženih sistema su izračunate statističke karakteristike signala na izlazu iz optičkog prijemnika, odnosno signala na osnovu koga se vrši odlučivanje.

Uobičajenim matematičkim postupcima razmatrane su značajne statističke karakteristike koje nam omogućavaju ocenu performansi sistema. Na osnovu izračunate gustine verovatnoće signala na izlazu, određuje se: kumulativna verovatnoća signala, verovatnoća otkaza sistema, karakteristična funkcija signala na izlazu iz optičkog IM-DD sistema. Karakteristična funkcija zbira nezavisnih slučajnih promenljivih jednaka je proizvodu karakterističnih funkcija sabiraka, što je važno za određivanje performansi optičkog IM-DD sistema kada se koristi EGC diverziti tehnika za smanjenje uticaja šumova i smetnji na performanse sistema. Pomoću karakterističnih funkcija signala može se odrediti verovatnoća greške sistema. Određeni su momenti i centralni moment signala; srednja vrednost signala; srednja kvadratna vrednost signala i varijanse signala na izlazu iz optičkog sistema sa IM-DD. Pomoću ovih momenata se vrši optimizacija sistema. Takođe pomoću momenata je izračunata funkcija gustina verovatnoće signala, karakterističnih funkcija signala, verovatnoća signala sistema i verovatnoća greške optičkog sistema.

Prvo je razmatran optički sistem sa IM-DD u prisustvu Gausovog šuma u optičkom prijemniku i kvantnog šuma formiranog na krajevima foto-detektora. Broj kvanata kod kvantnog šuma ima Puasonovu raspodelu. Verovatnoća broja kvanata zavisi od intenziteta svetlosti na ulazu u fotodiodu odnosno na krajevima linearnog ili nelinearnog vlakna na ulazu u optički prijemnik. Intenzitet svetlosti je srazmeran kvadratu optičkog signala. Struja kvanta šuma srazmerna je broju kvanata. Optički signal jednak je zbiru struje kvantnog šuma i struje termičkog šuma. Struja termičkog šuma ima Gausovu gustinu verovatnoće. Zbog toga je uslovna gustina verovatnoće optičkog signala Gausova. Usrednjavanjem po broju kvanata dobije se gustina verovatnoće optičkog signala na izlazu iz optičkog IM-DD sistema. Pomoću ove gustine verovatnoće određena je kumulativna verovatnoća optičkog signala,

karakteristična funkcija optičkog signala i momenti optičkog signala. Takođe određena je srednja vrednost optičkog signala, srednja kvadratna vrednost optičkog signala i varijansa optičkog signala, red verovatnoće greške sistema i verovatnoća optičkog sistema.

U disertaciji se zatim razmatrana dva optička signala u dva trenutka vremena. Za oba signala su određene srednje vrednosti, varijanse i korelacije između sistema. Zatim je u radu formirana uslovna združena gustina verovatnoće osnovnog signala u dva trenutka vremena. Usrednjavanjem se dobija združena gustina verovatnoće optičkog signala u dva trenutka vremena ili u dve tačke u prostoru. Pomoću ove združene gustine verovatnoće u radu je određena združena kumulativna verovatnoća optičkog signala u dva trenutka vremena, karakteristična funkcija signala u dva trenutka vremena i momenti u dva trenutka vremena. Zatim su određeni verovatnoća događaja koji se odnose na istraživanje i optički prenos.

Posebno je razmatran slučaj kada je prisutan Gausov šum na liniji, kada je intenzitet svetlosti jednak kvadratu zbira korisnog signala i Gausovog šuma. Za ovaj slučaj je određena združena gustina verovatnoće signala u dva trenutka vremena, kumulativna verovatnoća signala u dva trenutka vremena i produženi momenti signala u dva trenutka vremena.

U disertaciji je zatim razmatran optički sistem sa IM-DD kada je prisutan Gausov kvantni šum u prijemniku i Gausov šum, a kvantni šum je aproksimiran Gausovim šumom. Varijansa Gausovog kvantnog šuma srazmerna je intenzitetu svetlosti koja pada na fotodiodu. U ovom slučaju intenzitet svetlosti srazmeran je kvadratu zbira intenziteta Gausovog šuma i korisnog signala. Srednja vrednost optičkog signala u ovom slučaju je nula. Na ovaj način se formira uslovna Gausova gustina optičkog signala. Usrednjavanjem po linijskom Gausovom šumu dobija se gustina verovatnoće. Za signal na izlazu iz optičkog sistema, za slučaj kada se kvantni šum aproksimira Gausovim šumom, je određena združena gustina verovatnoće ovog signala i njegovog prvog izvoda. Prvi izvod od Gausovog slučajnog procesa je Gausov slučajni proces i oni su međusobno nezavisni. Srednja vrednost izvoda Gausovog slučajnog procesa je jednaka nuli. Pomoću ove združene gustine verovatnoće je određena srednja vrednost prvog izvoda signala. Srednja vrednost prvog izvoda signala jednaka je srednjem broju osnih preseka signala. Pomoću srednjeg broja osnih preseka signala, određeno je srednje vreme trajanja otkaza signala. Srednje vreme trajanja otkaza sistema jednako je količniku vremena otkaza i srednjeg broja osnih preseka signala. I za ovaj slučaj je određena združena gustina verovatnoće signala u dva trenutka vremena, kada je kvantni šum aproksimiran sa Gausovim šumom.

Analiziran je slučaj kada je sinusna smetnja prisutna u prijemniku, a interferenca se modelira kao aktivna smetnja u obliku sinusnog talasa. Takođe se interferenca može predstaviti i kao aditivna smetnja određena Puasonovom raspodelom. Pored interference prisutan je Gausov šum u prijemniku i na liniji. Interferenca može da bude prisutna i na liniji na ulazu u optički prijemnik. U ovom slučaju je intenzitet svetlosti jednak kvadratu zbira korisnog signala, Gausovog šuma i slučajnog signala sa konstantnom amplitudom i uniformno raspodeljenim fazama.

U disertaciji je razmatran opšti slučaj kada se Gausov šum pojavljuje u prijemniku. U prijemniku se pojavljuju dve interference, jedna na otpornicima i pojačavačima, a druga na krajevima fotodiode. Na ulazu u prijemnik se nalazi jedna ili više interferenci. Gustina verovatnoće faze interferenci može da bude uniformna ili Gausova. Kada se pojavljuje fazni šum lasera, onda faze interferenci imaju Gausovu gustinu verovatnoće. Fazni šum lasera je posledica lokalnog šuma frekventnog opsega laserskog zraka. Kada laserski znak ima konačnu širinu frekventnog opsega onda je on uskopojasni slučajni proces koji ima slučajnu amplitudu, slučajnu učestanost i slučajnu fazu. Pokazano je da slučajna faza u ovom slučaju ima Gausovu gustinu verovatnoće. Trenutna učestanost je prvi izvod od trenutne faze. Zbog ovoga i trenutna učestanost laserskog zraka ima Gausovu gustinu verovatnoće. Srednja vrednost faze laserskog zraka je nula i varijansa faze laserskog zraka zavisi od snage zračenja lasera. U ovom slučaju je intenzitet svetlosti jednak kvadratu zbira korisnog signala, Gausovog šuma na liniji i jednog ili više sinusnih talasa sa konstantnim amplitudama i fazama sa Gausovom gustinom verovatnoće. Uslovna gustina verovatnoće optičkog signala u ovom slučaju je Gausova. Srednja vrednost optičkog signala je jednaka zbiru kvantnog šuma korisnog signala i kvantnog šuma interference i sinusnog talasa interference u prijemniku. Varijansa optičkog signala jednaka je intenzitetu svetlosti. Gustina verovatnoće optičkog signala dobija se u ovom slučaju usrednjavanjem po Gausovom šumu na liniji, kvantnim šumovima korisnog signala i interference, uniformnoj fazi interference u prijemniku i Gausovim fazama interferenci na linijama. I za ovaj slučaj u radu je određena kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija i momenti optičkog signala, na izlazu su optičkog telekomunikacijskog šuma sa IM-DD.

U disertaciji su zatim razmatrani razni slučajevi primene diverziti tehnika za smanjenje uticaja šumova i smetnji na performanse optičkih digitalnih telekomunikacionih sistema sa IM-DD.

Analiziran je prenos korisnog signala pomoću dva optička zraka na raznim talasnim dužinama, pomoću prijemnika za demodulaciju ovako modulisanog signala. Statističke karakteristike optičkih signala su određene kada su u granama prijemnika prisutni Gausovi šumovi formirani u prijemniku i na liniji, kao i interference formirane na liniji i u prijemniku. Određena je gustina verovatnoće, kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija i momenti signala na izlazu iz optičkog prijemnika za demodulaciju optičkog sistema modulisanog po talasnim dužinama. Takođe su određene verovatnoća otkaza, kapacitet kanala i verovatnoća greške za ovakav prijemnik.

Analizirani su signali u optičkom prijemniku u dva trenutka vremena i određene združene gustine verovatnoće u granama prijemnika u dva trenutka vremena. U granama prijemnika prisutan je Gausov šum, kvantni šum signala i interferenca. U ovom slučaju, na ulazu u prijemnik prisutan je Gausov šum i interferenca. Za svaku granu se određuju intenziteti svetlosti. Određena je združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz optičkog prijemnika u dva trenutka vremena. Pomoću ove združene gustine verovatnoće određena je kumulativna verovatnoća signala u dva trenutka vremena, karakteristična funkcija signala u dva trenutka vremena i produktni momenti signala u dva trenutka vremena. U daljem radu su ocenjene performanse sistema. Određene su verovatnoće kada su oba signala pravilno detektovana; oba signala pogrešno detektovana; prvi signal pravilno detektovan, a drugi signal pogrešno detektovan; prvi signal pogrešno detektovan a drugi signal pravilno detektovan. U radu je zatim određena združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz optičkog prijemnika i njegovog prvog izvoda a kao i združene gustine verovatnoća signala i izvoda signala na granama. Određen je združeni osni presek smetnji na izlazu iz optičkog prijemnika i srednje vreme trajanja signala sistema.

Razmatran je i prenos korisnog signala pomoću tri optička zraka na raznim talasnim dužinama. Prijemnik za demodulaciju ovog signala ima tri grane, a svaka grana sadrži optimalni uskopojasni filter i fotodiodu. Grane su priključene na ulaz sistema sa selektivnim kombinovanjem. Signal na izlazu iz sistema jednak je onom signalu sa njegovog ulaza gde je najveći, a Gausov šum se pojavljuje na svakoj grani optičkog prijemnika. Kvantni šum se takođe pojavljuje u ovoj grani prijemnika. Kao i u prethodnom slučaju interference se mogu pojaviti u svakoj grani prijemnika na optičkoj liniji. Za svaki predloženi prijemnik određene su gustine verovatnoća signala u svakoj grani i na izlazu optičkog prijemnika.

Razmatran je optički sistem u tri trenutka vremena i određena je verovatnoća da su sva tri signala pravilno detektovana, verovatnoća da su sva tri signala pogrešno detektovana.

Zatim je određena verovatnoća da je prvi signal pravilno detektovan, a druga dva signala da su pogrešno detektovana i verovatnoća da je prvi signal pogrešno detektovan, a druga dva signala pravilno detektovana. Određena je verovatnoća da su prva dva signala pravilno detektovana, a treći signal pogrešno detektovan; verovatnoća da su prva dva signala pogrešno detektovana, a treći signal je pravilno detektovan. Ove verovatnoće su određene pomoću gustina verovatnoća signala na izlazu iz optičkog sistema, a mogu se odrediti i pomoću gustine verovatnoća signala na granama prijemnika. Može se razmatrati i optički sistem sa  $N$  grana gde se korisni signal prenosi pomoću  $N$  optičkih talasa sa poznatim talasnim dužinama. Kao i u prethodnom slučaju svaka grana sadrži uskopojasni filter i detektor anvelopa i priključena je na sistem sa SC.

Detaljno je razmatran jedan optički sistem, koji koristi diverziti tehniku za smanjivanje uticaja šumova i smetnji na performanse sistema. Ugrađeno je posle-detekcijsko EG kombinovanje, koje daje iste rezultate kao i pre-detekcijsko MRC kombinovanje. Posledetekciono EGC kombinovanje je urađeno sa dve grane. Formirana su dva binarna  $\lambda SK$  sistema, sa četiri talasne dužine. Jedan  $\lambda SK$  system koristi dva zraka sa dve talasne dužine, a drugi  $\lambda SK$  system takođe koristi dva zraka sa dve talasne dužine. Na taj način diverziti sistem ima četiri grane, a u stvari postoje dva sistema sa po dve grane. Svaka grana sadrži uskopojasni filter i fotodiodu. Gausov šum se pojavljuje u optičkom prijemniku, a formira se na otpornicima i pojačavačima u prijemniku. Srednja vrednost ovog šuma je nula, a varijansa je jednaka snazi Gausovog šuma. Kada se ovaj šum razmatra u dva trenutka vremena onda treba odrediti koeficijent korelacije ovog šuma, koji zavisi od prenosnih funkcija linearnih sistema kroz koje je prošao. Na osnovu ovih podataka može se formirati gustina verovatnoće Gausovog šuma u jednom trenutku vremena i združena gustina verovatnoće u Gausovog šuma u dva trenutka vremena. Na krajevima foto-detektora formira se Puasonov kvantni šum, a verovatnoća broja kvanata na foto-detektoru zavisi od intenziteta svetlosti. Brojevi kvanata u dva trenutka vremena su međusobno nezavisni. Na ovaj način se može formirati združena verovatnoća brojeva kvanata u dva trenutka vremena.

Interference formirane u prijemniku mogu se modelovati na dva načina. Prema prvom načinu smetnja se modeluje kao aditivni signal sa konstantnom amplitudom i uniformnom ili Gausovom fazom. Prema drugom načinu smetnja utiče na formiranje kvantnog šuma nastalog zbog promenljivog intenziteta svetlosti usled interference. U dva trenutka vremena interference mogu da budu korelisane, a mogu da budu nezavisne. Gausov šum pojavljuje se i na linijama. Srednja vrednost ovog šuma je nula, a varijansa je jednaka snazi šuma. Na

osnovu ovoga može se formirati Gausova gustina verovatnoće ovog šuma. Koeficijent korelacije ovog šuma zavisi od spektralne gustine izvornog šuma i zavisi od prenosnih funkcija linearnih i nelinearnih sistema kroz koje je ovaj šum prošao. Koeficijent korelacije može da se odredi pomoću spektralne gustine snage šuma primenom Vinerove teoreme. Na ovaj način može da se odredi združena gustina verovatnoće Gausovog šuma u dva trenutka vremena. Interferenca na liniji se modeluje sa sinusnom talasnom sa konstantnom amplitudom i slučajnom Gausovom fazom. Koeficijent korelacije ove faze zavisi od specijalne gustine snage faznog šuma lasera. Na taj način može da se formira združena gustina verovatnoće faze interference. Takođe se može odrediti združena gustina verovatnoće intenziteta svetlosti u dva trenutka vremena. Može da se odredi i združena gustina verovatnoće intenziteta svetlosti u dva trenutka vremena, za slučaj kada su intenziteti jednaki zbiru korisnog signala, Gausovog šuma i interference.

Za slučaj kada su prvo formirani gustina verovatnoće na krajevima svake grane selektivnog diverziti sistema, određena je gustina verovatnoće signala na izlazu. Signal na izlazu iz SC jednak je signalu sa onog ulaza na kome je signal najveći. Pomoću ove gustine verovatnoće je izračunata kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija i momenti signala na izlazu iz diverziti sistema. Zatim je određena združena gustina verovatnoće signala na izlazima iz grana u dva trenutka vremena. Na osnovu ovih združenih gustina verovatnoće u radu je određena združena verovatnoća signala na izlazu iz selektivnog kombinera u dva trenutka vremena. Takođe su određene združene gustine verovatnoće signala i izvoda signala na izlazu iz selektivnog kombinera. Određen je srednji broj preseka signala na izlazu iz selektivnog kombinera, verovatnoća otkaza i srednje vreme trajanja otkaza. Takođe određena je verovatnoća greške sistema i kapacitet kanala. Određeni su verovatnoće događaja pravilnog i pogrešnog prenosa simbola.

U disertaciji su zatim razmotreni slučajevi primene EG diverziti tehnika. Sabiraju se signali sa prve i treće grane i sistemi sa druge i četvrte grane. Signal na izlazu jednak je onom od ova dva signala koji je veći. Prvo su određene gustine verovatnoće signala na izlazu i iz grana. Zatim je formiran signal koji je jednak zbiru signala sa dve i tri grane i određena je gustina verovatnoće signala. Zatim je formiran signal koji je jednak zbiru signala sa druge i četvrte grane i određena je njegova gustina verovatnoće. Zatim je formiran signal koji je jednak nosiocu ovako formirana dva signala i određena je njegova gustina verovatnoće. Kao i u prethodnim slučajevima određena je kumulativna verovatnoća signala na izlazu, karakteristična funkcija signala na izlazu i momenat signala na izlazu. Pored ovog određena



je srednja vrednost signala na izlazu, srednja kvadratna vrednost signala na izlazu i varijansa signala na izlazu. Određena je verovatnoća otkaza sistema, kapacitet kanala i verovatnoća greške sistema.

Potom je određena združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz grana diverziti sistema u dva trenutka vremena, a onda je određena združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz sabirača u dva trenutka vremena i združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz selektivnog kombinera u dva trenutka vremena. Pomoću ove združene gustine verovatnoće u radu je određena verovatnoća događaja da su oba simbola pravilno detektovana, da su oba simbola pogrešno detektovana i verovatnoća događaja da je da je jedan simbol pravilno detektovan a drugi simbol pogrešno detektovan. Zatim su određene združene gustine verovatnoće signala i njihovih izvoda na izlazu iz grana. Zatim su određene združene gustine verovatnoće signala na izlazu iz sabiraka i njihovih prvih izvoda i združena gustina verovatnoće signala i njegovog izvoda na izlazu iz selektivnog kombinera.

Primena diverziti sistema sa selektivnim kombinerom, kod koga se signali sa krajeva grana u oba prijemnika oduzimaju, razmatra se u nastavku. Ovi signali priključuju se na ulazima selektivnog kombinera. Selektivni kombiner radi na sledeći način: prvo se određuju apsolutne vrednosti signala na izlazu iz oba prijemnika, a potom kombiner upoređuje ove signale. Signal na izlazu iz selektivnog kombinera jednak signalu sa izlaza iz ovog prijemnika, čija je apsolutna vrednost veća. Određena je gustina verovatnoće signala na izlazu iz svake grane oba prijemnika, gustina verovatnoće, razlika signala na granama u oba prijemnika, gustina verovatnoće apsolutnih vrednosti ovih signala, kumulativna verovatnoća ovih signala i gustina verovatnoće signala na izlazu iz selektivnog kombinera.

Na sličan način može da se razmatra diverziti sistem sa selektivnim kombinerom sa tri i više grana. Sa povećanjem broja grana povećava se doprinos primene diverziti tehnike za smanjenje uticaja šumova i smetnji na verovatnoću greške sistema. Povećanje doprinosa primene diverziti tehnike je najveća sa povećanjem broja grana sa jedne na dve grane. Za isti kvalitet prenosa i istu predajnu snagu signala, primenom diverziti tehnike povećava se rastojanje predajnika i prijemnika odnosno povećava se domet veze. Za isti kvalitet prenosa i za isti domet veze smanjuje se snaga predajnika. Primenom diverziti tehnike povećava se kvalitet prenosa signala.

Gausov šum je prisutan u prijemniku optičkog sistema. Ovaj šum je nastao u otpornicima i pojačavačima prijemnika. Srednja vrednost ovog Gausovog izraza je nula. Varijansa ovog Gausovog procesa jednaka je snazi šuma. Spektralna gustina snage ovog

Gausovog šuma zavisi od prenosnih funkcija linearnog sistema kroz koje je Gausov šum prošao. Primenom Viner-Hinčinove teoreme određuje se pomoću spektralne gustine snage autokorelaciona funkcija šuma pomoću koje se određuje korelacioni koeficijent. Prema Viner-Hinčinovoj teoremi spektralna gustina snage šuma i autokorelaciona funkcija su Furijeov transformacioni par. Autokorelaciona funkcija je inverzna transformacija od spektralne gustine snage.

Na ovaj način se može formirati funkcija gustine verovatnoće Gausovog šuma, a takođe se može formirati i združena gustina verovatnoće Gausovog šuma u dva trenutka vremena. Primenom Vinerove teoreme dobija se autokorelaciona funkcija Gausovog šuma u zavisnosti od vremena. Kada se određuje statistički u dve tačke Gausovog slučajnog procesa, onda je poznat vremenski razmak između te dve tačke, na osnovu koga se pomoću autokorelacione funkcije određuje korelacioni koeficijent.

Kada se određuje statistika slučajnog Gausovog procesa u tri tačke, onda su poznata dva vremenska razmaka pomoću kojih se određuju dva korelaciona koeficijenta. Pomoću ovih koeficijenata može da se formira korelaciona matrica. Pomoću korelacione matrice formira se združena gustina verovatnoće Gausovih signala u tri tačke. Pomoću ove združene gustine verovatnoće može se odrediti združena kumulativna verovatnoća za tri Gausove slučajne promenljive, karakteristična funkcija za tri Gausove slučajne promenljive i produženi momenat za tri Gausove slučajne promenljive.

Na sličan način može da se analizira Gausov šum u četiri tačke, pet tačaka i više tačaka. Za ove slučajeve formiraju se korelacione matrice četvrtog, petog ili višeg reda. Korelacioni koeficijenti se određuju pomoću autokorelacione funkcije Gausovog šuma u prijemniku. Gausov šum se pojavljuje na liniji i na ulazu u optički prijemnik. Ovaj šum je posledica pojave više interferenci, a one nastaju zbog pojave raznih refleksija signala. Refleksije se mogu predstaviti u obliku slučajnih talasa sa određenom amplitudom i slučajnom fazom. Amplitude ovih tačaka su približno iste. Faze ovih tačaka su slučajne i mogu imati Gausovu gustinu verovatnoće, a mogu biti i uniformno raspodeljene. Takođe, ovi sinusni talasi su međusobno nezavisni. Kada postoji veći broj ovih optičkih talasa, onda njihov zbir ima Gausovu gustinu verovatnoće. Optički talasi nastali interferencijom su aditivni. Ovo je prema centralnoj graničnoj teoremi. Da bi ova teorema važila potrebno je sabrati desetak aditivnih sinusnih talasa, približno konstantne amplitude, slučajne faze i međusobno nezavisnih. Srednja vrednost ovako nastalog Gausovog šuma je nula. Varijansa ove smetnje jednaka je snazi šuma, odnosno srazmerna je polovini zbira kvadrata slučajnih

optičkih talasa koji se sabiraju i formiraju Gausov šum. Spektralna gustina snage ovako nastalog Gausovog šuma zavisi od spektralnih gustina snaga pojedinih optičkih sinusnih talasa. Ovaj Gausov šum je uskopojasni Gausov šum. Njegova spektralna gustina snage može se pretpostaviti da je Gausova, takođe prema centralnoj graničnoj teoremi. U ovom slučaju je autokorelaciona funkcija Gausovog šuma Gausovog oblika. Na osnovu ove funkcije se određuju korelacioni koeficijenti i formira se korelaciona matrica. Pomoću korelacione matrice formira se združena gustina verovatnoće Gausovog šuma u dve tačke, u tri tačke, u četiri tačke i u više tačaka. Ovaj Gausov šum može imati i pravougaonu spektralnu gustinu snage. U ovom slučaju se autokorelaciona funkcija određuje pomoću Viner-Hinčinove teoreme i oblika je  $\sin x/x$ . Na ovaj način se formiraju statističke karakteristike Gausovog šuma formiranog na optičkom vlaknu na ulazu u optički prijemnik. Na osnovu ovoga se određuje združena gustina verovatnoće ovog šuma u dva i više talasa.

Kumulativna verovatnoća Gausovog šuma na liniji u dve ili više tačaka, karakteristična funkcija ovog šuma u dve ili više tačaka i produžen moment Gausovog šuma na liniji u dve ili više tačaka. Interferenca sistema, refleksijom, formira se u optičkom prijemniku. Ako je usko frekventnog opsega ova interferenca se može aproksimirati sinusnim talasom sa konstantnom ili promenljivom amplitudom, a slučajnom fazom. Amplituda dve sinusne komponente je najčešće konstanta. Faza ove slučajne komponente je uniformna raspodela ili ima Gausovu gustinu verovatnoće. Spektralna gustina snage faze kada ima uniformnu gustinu verovatnoće je pravougaonog oblika. Na osnovu ovog i primenom Viner-Hinčinove teoreme određuje se autokorelaciona funkcija faze interference. Poznavanjem autokorelacione funkcije faze može se odrediti autokorelaciona funkcija interference, a zatim i spektralna gustina snage interference. Spektralna gustina snage faze kada faza ima Gausovu gustinu verovatnoće je Gausova. Primenom Viner-Hinčinove teoreme dobija se da je autokorelaciona funkcija faze Gausova, takođe. Pomoću ovako određene autokorelacione funkcije faze mogu se odrediti korelacioni koeficijenti faze i formirati korelaciona matrica. Pomoću korelacione matrice određuje se združena gustina verovatnoće slučajnog procesa faze u dve, tri i više tačaka. Poznavanjem združene gustine verovatnoće faze može se odgovarajućom transformacijom odrediti združena gustina verovatnoće interference u dve, tri i više tačaka. U optičkom prijemniku interferenca se sabira sa kvantnim šumom i Gausovim šumom koji se formiraju u prijemniku i koji predstavlja optički signal na osnovu koga se vrši odlučivanje. Poznavanjem združenih gustina verovatnoće faze može se odgovarajućom transformacijom odrediti združena gustina verovatnoće interference u dve, tri i više tačaka. U

optičkom prijemniku interferenca se sabira sa kvantnim šumom i Gausovim šumom koji se formiraju u prijemniku i koji predstavlja optički signal na osnovu koga se vrši odlučivanje. Poznavanjem združenih gustina verovatnoće kvantnog šuma formiranog u prijemniku, Gausovih šumova formiranih u prijemniku i združene gustine verovatnoće interference formirane u prijemniku dobija se združena gustina verovatnoće optičkog signala u dve, tri i više tačaka. Interferenca se može pojaviti i na liniji na ulazu u optički prijemnik. Najčešće se interferenca modeluje sinusnim talasom konstantne amplitude i slučajne Gausove faze. Spektralna gustina snage faze interference koja se formira u optičkom vlaknu je Gausovog oblika. Autokorelaciona funkcija je Furijeva transformacija od spektralne gustine snage. Furijeva transformacija od Gausove funkcije je Gausova funkcija. Na ovaj način se dobija autokorelaciona funkcija faze signala interference i pomoću nje mogu da se odrede korelacioni koeficijenti sinusnog procesa faze i može da se formira korelaciona matrica. Na ovaj način može da se odredi združena gustina verovatnoće faze, interference od dve, tri, četiri i više tačaka. Srednja vrednost faze signala interference je nula. Varijansa faze signala interference može se dobiti integracijom spektralne gustine snage faze signala interference. Pomoću ove združene gustine verovatnoće faze može se odrediti združena gustina verovatnoće amplitudnih vrednosti interference u dva, tri i više trenutaka vremena.

U nekim slučajevima na ulazu u prijemnik mogu se pojaviti dve, tri i više interferenci. Statistička analiza signala interference se rešava za slučaj kada se interferenca modeluje pomoću dva sinusna talasa sa konstantnim, najčešće nejednakim amplitudama i slučajnim Gausovim fazama. Za svaku od faza ove dve interference se određuje autokorelaciona funkcija, spektralna gustina signala korelacioni koeficijenti i združene gustine verovatnoća. Pomoću združenih gustina verovatnoća faze dve interference može se odrediti združena gustina verovatnoće zbira dva sinusna talasa.

Opet, u nekim slučajevima interferenca formirana u optičkom vlaknu može da bude određene pomoću spektralne gustine snage. U ovom slučaju se smetnja aproksimira sa dva, tri ili četiri sinusna talasa sa konstantnim amplitudama i Gausovim fazama. Amplitude sinusnih talasa zavise od oblika spektralne gustine snage interference. Za svaku sinusnu komponentu se odredi združena gustina verovatnoće faze i transformacionom metodom se odredi združena gustina verovatnoće zbira dva, tri ili četiri sinusna talasa. Na krajevima fotodiode prijemnika pojavljuje se kvantni šum. Korisni signal, interference i Gausov šum se pojavljuju na ulazu u foto-detektor. Broj kvanata u foto-detektoru zavisi od intenziteta svetlosti na ulazu u foto-detektor i funkcije verovatnoće broja kvanata. Verovatnoća broja

kvanata je najčešće Puasonova. Prema ovoj raspodeli verovatnoća broja kvanata zavisi od broja kvanata i od intenziteta svetlosti. Intenzitet svetlosti na ulazu u foto-detektor jednak je kvadratu zbira korisnog signala interference i Gausovog šuma. Pomoću gustina verovatnoće korisnog signala, Gausovog šuma i interference može se odrediti gustina verovatnoće intenziteta svetlosti. Pomoću korelacionog koeficijenta korisnog signala, korelacionog koeficijenta interference može se odrediti korelacioni koeficijent intenziteta svetlosti.

Pomoću združene gustine verovatnoće korisnog signala, pomoću združene gustine verovatnoće interferencije i pomoću združene gustine Gausovog šuma može se odrediti združena gustina verovatnoće intenziteta svetlosti. Kvantni šum je nezavisan od smetnji i zavisi samo od intenziteta svetlosti. Kada je intenzitet svetlosti konstantan onda su brojevi kvanata u dva trenutka vremena međusobno nezavisni. Zbog toga je združena verovatnoća brojeva kvanata u dva trenutka vremena jednaka proizvodu verovatnoća brojeva kvanata za svaki trenutak vremena uslovno po intenzitetu svetlosti. Združena verovatnoća brzih kvanata u dva trenutka vremena dobija se usrednjavanjem uslovno združene verovatnoće brojeva kvanata u dva vremenska trenutka po promenljivom intenzitetu svetlosti. Uticaj interference na fotodiodu može da bude takav da ona izaziva kvantni šum. Broj kvanata kod ovako nastalog kvantnog šuma ima takođe, Puasonovu raspodelu. U ovom slučaju intenzitet svetlosti zavisi od kvadrata interference. Ovako nastala smetnja u prijemniku je aditivna. Združena verovatnoća brojeva kvanata kod ovako dobijenog kvantnog šuma dobija se na isti način kao i sa združenom verovatnoćom za brojeve kvanata kod optičkog šuma dobijenog zbog prisustva korisnog signala.

Fazni šum se može aproksimirati Gausovim šumom, čija je srednja vrednost nula i varijansa jednaka intenzitetu svetlosti koja pada na fotodiodu. Na osnovu ovoga se formiraju uslovna Gausova gustina verovatnoće kvantnog šuma. Usrednjavanjem po slučajnom intenzitetu svetlosti dobija se gustina verovatnoće kvantnog šuma. Ovaj šum može da se posmatra u dva trenutka vremena. Ako se uslovno pretpostavi da je intenzitet svetlosti konstantan onda su izrazi Gausovog kvantnog šuma međusobno nezavisni. Uslovna združena gustina verovatnoće ovako transformisanog kvantnog šuma dobija se iz dve Gausove gustine verovatnoće. Srednja vrednost ovih Gausovih gustina verovatnoća su nule. Varijanse ovih Gausovih gustina verovatnoće su jednake intenzitetima svetlosti koje padaju na fotodiodu u tim vremenskim trenucima. Združena gustina verovatnoće aproksimiranog kvantnog šuma u dva trenutka vremena dobija se usrednjavanjem uslovne združene gustine verovatnoće po promenljivom intenzitetu svetlosti. Pomoću ove združene gustine verovatnoće kvantnog

šuma fotodiode može da se izračuna kumulativna verovatnoća kvantnog šuma fotodiode, karakteristična funkcija kvantnog šuma fotodiode i produženi momenti kvantnog šuma fotodiode. Gausova aproksimacija kvantnog šuma omogućava određivanje združene gustine verovatnoće amplitudne vrednosti kvantnog šuma i njegovog izvoda. Prvi izvod Gausovog slučajnog procesa je Gausov slučajni proces. Gausov slučajni proces i njihov prvi izvod su međusobno nezavisni. Ako se uslovno pretpostavi da je intenzitet svetlosti korisnog signala konstantan onda je uslovna združena gustina verovatnoće uzorka kvantnog šuma njegovog prvog izvoda jednaka proizvodu dve Gausove gustine verovatnoća, združene gustine verovatnoća uzorka kvantnog šuma i njegovog prvog izvoda dobija se usrednjavanjem uslovne združene gustine verovatnoće po promenljivoj, intenzitetu svetlosti. Pomoću ove združene gustine verovatnoće može da se odredi srednji broj osnih preseka kvantnog šuma fotodiode.

Kod optičkih IM-DD sistema amplituda korisnog signala na ulazu u prijemnik može da bude promenljiva. Optički zrak od predajnika do prijemnika prostire se po više puteva. Optički zrak i odbija, prelama i savija na različita mesta u optičkom vlaknu. Na ulazu u optički prijemnik može da se pojavi više optičkih talasa sa približno istim amplitudama i sa uniformno raspodeljenim fazama. Na ulazu u prijemnik se pojavljuju dva korisnička signala koji su u kvadraturi. Svaka od ovih komponenata sastoji se od zbira sinusnih talasa sa približno istim amplitudama i slučajnim fazama. Prema centralnoj graničnoj teoremi ove komponente imaju Gausovu gustinu verovatnoće, međusobno su nezavisni i imaju iste varijanse. Kvadrat ekvivalentne anvelope optičkog talasa jednak je zbiru kvadrata Gausovih komponenti koji su u kvadraturi. Pomoću ove transformacije dobija se gustina verovatnoće ekvivalentne anvelope signala. Gustina verovatnoće ekvivalentne anvelope signala je Relijeva. Na sličan način dobija se združena gustina verovatnoće anvelope u dva trenutka vremena.

Takođe može da se izračuna i združena gustina verovatnoće ekvivalentne svetlosti signala i njegovog prvog izvoda. Na ulazu u optički prijemnik kod optičkih talasa nastalih preslušavanjem može da se pojavi dominantna komponenta optičkog talasa koja ima znatno veću amplitudu od nekih optičkih komponenata. Ovaj talas je uslovno direktni talas. Na sličan način kao u prethodnom slučaju može da se i odredi ekvivalentna amplituda talasa. Gustina verovatnoće ove ekvivalentne amplitude je Rajsova. U dodatku je određena združena gustina verovatnoće anvelope signala kada postoji dominantna komponenta u dva trenutka vremena. Takođe je određena združena gustina verovatnoće anvelope signala i njegovog

prvog izvoda. Mogu se formirati još neki modeli formirani statistički anvelopom korisnog signala na ulazu u optički prijemnik. Optički signal jednak je zbiru kvantnog šuma formiranog na krajevima fotodiode optičkog prijemnika sa intenzitetskom modulacijom i direktnom detekcijom i Gausovog šuma formiranog u optičkom prijemniku. Kada postoji interferenca u prijemniku onda je optički signal jednak zbiru kvantnog šuma, Gausovog šuma i interference. Intenzitet svetlosti jednak je zbiru kvadrata korisnog signala i Gausovog šuma formiranog na liniji. Kada postoji interferenca na liniji onda je intenzitet svetlosti koja pada na fotodiodu jednak zbiru kvadrata signala, Gausovog šuma i interference. Srednja vrednost optičkog signala jednaka je zbiru kvantnog šuma i interference. Ako se pretpostavi da je intenzitet svetlosti konstantan onda optički signal ima Gausovu gustinu verovatnoće. Varijansa signala jednaka je varijansi Gausovog šuma formiranog u prijemniku. Na ovaj način može da se odredi gustina verovatnoće optičkog signala. Pomoću ove gustine verovatnoće može da se odredi verovatnoća greške, verovatnoća otkaza i kapacitet kanala optičkog sistema sa IM-DD. Takođe može da se odredi kumulativna verovatnoća optičkog signala, karakteristična funkcija optičkog signala i momenat optičkog signala.

Posmatraju se formirana dva optička talasa u dva vremenska trenutka. Ako su intenziteti svetlosti uslovno konstantni i faze interferenci u prijemnicima uslovno konstantne onda je združena gustina verovatnoće optičkog signala u dva trenutka vremena združena Gausova. Korelacioni koeficijent ove dve slučajne promenljive jednak je korelacionom koeficijentu Gausovog šuma formiran u prijemniku. Varijansa optičkog signala u prvom trenutku vremena jednaka je intenzitetu svetlosti u tom trenutku vremena. Varijansa optičkog signala u drugom trenutku vremena jednaka je intenzitetu svetlosti u drugom trenutku vremena. Srednja vrednost optičkog sistema u prvom trenutku vremena jednaka je zbiru kvantnog šuma i interference u prvom trenutku vremena. Srednja vrednost optičkog signala u drugom trenutku vremena jednak je zbiru kvantnog šuma i interference u drugom trenutku vremena. Na osnovu ovog se formira uslovna združena gustina verovatnoće optičkog signala u dva trenutka vremena. Usrednjavanjem se dobija združena gustina verovatnoće optičkog signala u dva trenutka vremena.

U disertaciji je posmatran optički signal pomoću koga se prenose korisni signali pomoću dva optička talasa na dve talasne dužine. Demodulator prijemnika ovog optičkog sistema sastoji se od dve grane. Svaka grana sadrži foto diodu i uskopojasni filter. Na svakoj od grana se pojavljuje kvantni šum, termički Gausov šum i interferenca. Na ulazu u prijemnik se pojavljuje korisni signal, Gausov šum i interferenca. U radu je određena gustina

verovatnoće signala u obe grane optičkih prijemnika. Signal na izlazu iz ovog demodulatora jednak je signalu sa one grane na kojoj je signal veći. Na ovaj način se određuje gustina verovatnoće signala na izlazu iz prijemnika. Pomoću ove združene gustine verovatnoće u radu je određena kumulativna verovatnoća signala na izlazu, karakteristična funkcija signala na izlazu i moment signala na izlazu. Takođe je izračunata srednja vrednost na izlazu, srednja kvadratna vrednost signala na izlazu i varijansa signala na izlazu. Zatim je izračunata verovatnoća optičkog sistema, verovatnoća greške sistema i kapacitet kanala.

U disertaciji je zatim izračunata združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz  $\lambda SK$  prijemnika i njegovog prvog izvoda. Pomoću ove združene gustine verovatnoće je određen srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz optičkog prijemnika, a pomoću srednjeg broja osnih preseka signala je određeno srednje vreme trajanja otkaza sistema. Srednje vreme trajanja otkaza sistema jednako je količniku verovatnoće otkaza i srednjeg broja osnih preseka signala.

Određena je i združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz  $\lambda SK$  optičkog sistema u dva trenutka vremena. Pomoću ove združene gustine verovatnoće određena je verovatnoća da su i prvi i drugi signal pravilno demodulisani; verovatnoća da je prvi signal pravilno demodulisan a drugi signal pogrešno demodulisan; verovatnoća da je prvi impuls pogrešno demodulisan a drugi signal pravilno demodulisan, kao i verovatnoća da su i prvi i drugi signali pogrešno demodulisani.

Posebno razmatran slučaj kada je kvantni šum aproksimiran Gausovim šumom.

Na sličan način može da se razmatra statistika signala na izlazu iz prijemnika u tri trenutka vremena.

U disertaciji su zatim razmatrani diverziti sistemi pomoću kojih se smanjuje uticaj šumova i smetnji na perifernom optičkom  $\lambda SK$  sistemu. Diverziti sistem je SC sa posledetelekijskim kombinovanjem i sa dve grane. Formiraju se dva  $\lambda SK$  prijemnika sa po dve grane koji rade na različitim talasnim dužinama. Na ovaj način diverziti sistem ima četiri grane koje su priključene na SC. Signal na izlazu iz kombinera jednak je signalu sa one grane koji je najveći. Određena je gustina verovatnoće signala na ovim granama, onda gustina verovatnoće signala na izlazu iz diverziti sistema. Kao i u prethodnom slučaju određena je kumulativna verovatnoća signala na izlazu karakteristične funkcije signala na izlazu i moment signala na izlazu. Zatim je određena verovatnoća optičkog sistema, verovatnoća greške sistema i kapacitet kanala.



Potom je izračunata združena gustina verovatnoće signala i izvoda signala na izlazu iz optičkog  $\lambda SK$  diverziti sistema. Pomoću ove združene gustine verovatnoće je određen srednji broj osnih preseka signala na izlazu iz diverziti sistema. Dalje, određena je združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz diverziti sistema u dva trenutka vremena. Pomoću ove združene gustine verovatnoće određene su verovatnoće da su oba impulsa pravilno detektovana i da su pogrešno detektovani.

U disertaciji smo se bavili relejnim optičkim IM-DD sistemima, kao sistemima koji prenose dve različite poruke po istom kanalu (istoj talasnoj dužini) zahvaljujući korišćenju ortogonalnih polarizacija. Dva ili više optičkih sistema sa IM-DD mogu služiti za relejni prenos signala. Mogu biti povezani redno ili paralelno. Trasa prenosa signala će biti definisana strukturom optičke mreže. Kao i u prethodnim razmatranjima za nas je od značaja prisustvo šumova od tačke do tačke u optičkom sistemu. Kvantni šum smo aproksimirali Puasonovim ili Gausovim šumom.

Razmatrana je relejna veza dva optička IM-DD sistema u prisustvu šumova i smetnji. Prisutan je kvantni šum u prijemniku i Gausov šum u prijemniku, a na liniji je prisutan Gausov šum i korisni signal. Određen je signal na izlazu iz prvog i drugog optičkog sistema. Intenzitet svetlosti na izlazu iz prvog optičkog sistema jednak je kvadratu zbira korisnog signala i Gausovog šuma. Intenzitet svetlosti na ulazu u fotodiodu drugog optičkog sistema jednak je kvadratu zbira Gausovog šuma i signala na izlazu iz prvog optičkog sistema. Pomoću ovih intenziteta svetlosti određene su verovatnoće broja kvanta kod fotodiode u prvom i drugom optičkom sistemu a zatim je određena uslovna gustina verovatnoće signala na izlazu iz drugog optičkog sistema. Usrednjavanjem je dobijena gustina verovatnoće signala na izlazu iz ekvivalentnog optičkog sistema. Pomoću ovih gustina verovatnoće može se odrediti kumulativna verovatnoća, karakteristična funkcija i momenti signala na izlazu iz drugog optičkog IM-DD sistema.

Zatim su razmatrani signali na izlazima iz oba optička sistema u dva trenutka vremena, a posebno slučajevi kada su Gausov šum na liniji i Gausov šum na prijemniku korelisani u dva trenutka vremena. Zbog ovog su i signali na izlazu ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena korelisani. U daljem radu je određena združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena. Pomoću ove združene gustine verovatnoće se određuju združena kumulativna verovatnoća signala na izlazu iz ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena, združena karakteristična funkcija signala na

izlazu iz ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena i združeni moment signala na izlazu iz ekvivalentnog sistema u dva trenutka vremena.

Potom je razmotrena paralelna veza dva optička IM-DD sistema. Kao i u prethodnom slučaju Gausov šum na liniji i Gausov šum u prijemniku su korelisani u dva trenutka vremena. Na osnovu ovoga, određena je združena gustina verovatnoće signala na izlazu iz ovih optičkih sistema. U ovom slučaju je bitno da bar jedan optički sistem radi. Zbog toga se u ovoj glavi razmatra funkcija koja je jednaka količniku signala na izlazu iz optičkog sistema. Zatim je određena gustina verovatnoće maksimalnog signala na izlazu iz optičkog sistema.

Takođe će biti razmatrana tri optička sistema sa IM-DD vezana paralelno i određene su statičke karakteristike signala na njihovim izlazima i gustina verovatnoće maksimuma ovih signala. U ovim slučajevima je kvantni šum opisan Puasonovom statistikom.

Analizirana je i jedna veza dva optička sistema sa IM-DD kada je kvantni šum opisan Gausovom statistikom. Za ovaj slučaj određena je gustina verovatnoće signala na izlazu, združena gustina verovatnoće signala na izlazu u dva trenutka vremena i združena gustina verovatnoće signala na izlazu i njegovog prvog izvoda. Pomoću združene gustine verovatnoće signala na izlazu i njegovog prvog izvoda u radu je određena srednji broj osnih preseka signala. Pomoću gustine verovatnoće minimuma signala na izlazu iz oba optička sistema određena je verovatnoća otkaza. Zatim je određeno srednje vreme trajanja otkaza kao količnik verovatnoće signala i srednjeg broja osnih preseka.

Kada je kvantni šum opisan Gausovom statistikom onda je verovatnoća signala kvantnog šuma jednaka zbiru kvadrata korisnog signala i Gausovog šuma na liniji. U radu je takođe određena gustina verovatnoće signala na izlazu iz dva redno vezana optička IM-DD sistema u dva trenutka vremena.

Na sličan način mogu se rešavati i problemi kada je prisutna interferenca u prijemniku u na liniji a razmatra se jedna ili paralelna veza dva optička IM-DD sistema. U ovom slučaju je intenzitet svetlosti jednak zbiru korisnog signala, Gausovog šuma na liniji i intenziteta svetlosti. Kod drugog optičkog sistema intenzitet svetlosti jednak je zbiru kvadrata Gausovog šuma na liniji, interferenci i signala na izlazu iz prvog optičkog IM-DD sistema. Posmatran je slučaj kada je kvantni šum opisan Gausovom statistikom i kada je kvantni šum opisan Puasonovom statistikom.

## APPLICATION OF DIVERSITY TECHNIQUES FOR SOLVING THE PROBLEMS OF THE EFFECTS IMPURITIES IN OPTICAL FIBERS ON THE PERFORMANCE OF OPTICAL SYSTEMS

We analyzed the methods for reducing the impact of noise and interference, the performance of digital optical IM-DD system.

Performances of digital optical telecommunication systems, as well as their improvement, were analyzed using standard criteria for evaluation: outage probability, average probability, channel capacity, and average fading duration. These performance measures are determined on the basis of statistical characteristics of the first and second rows of signal reception and are part of the technical documentation accompanying each of the realized digital optical communication system. Therefore, the closed form of expressions, derived in this dissertation, which can be used to calculate the statistical characteristics of signal reception, represent a significant contribution, in terms of design of digital optical transmission systems.

Our analysis is placed on theoretical consideration on so far untreated cases, and therefore the theoretical basis of physical phenomena that affect the transmission through the digital optical systems, well known from the literature, are not further elaborated. We included a procedure for determining the expression for the multidimensional joint probability density distribution with correlated and uncorrelated random variables.

The derived expressions have a wide range of applicability and are an excellent basis for further performance analysis of optical digital transmission systems, in terms of correlated channels, as well as the characteristics of the connection by using multiple-input receiver.

Their practical use is demonstrated especially in the section that deals  $\lambda$ SK optical systems, as well as the part of that processes - the relay optical systems. Improving the transmission reliability and reducing the impact of noise and interference on the performance of digital optical telecommunication systems, with a reduction in power transmission and increasing the distance between the transmitter and receiver, is analyzed through the applying of techniques using spatial diversity reception.

The dissertation discussed the various techniques of spatial combining receiving signals from the receiving branches of optical systems, in terms of reducing impact noise and interference. Ratios were formed and interference signals at the entrance combiner branches and under the terms of the previous chapter are determined by the joint probability density of these relationships for all incoming branches and the corresponding joint cumulative probability. Using this statistical feature of the incoming signal and interference are determined and statistical characteristics of signal-to-interference at the output of given combiner, which represents the next significant contribution to the dissertation.

The contribution of these derived expressions can be seen from the aspect of using the results obtained for the case of the proposed statistical modeling of the channel model when considering the reduction of the impact of various types of noise and interference, and examination performance enhancements of digital optical telecommunication systems using diversity reception techniques. Specifically, by assigning appropriate values of parameters in the corresponding expressions, which describe the statistical characteristics of the first order of receipt, an analysis of the value of standard measures of performance of optical telecommunication systems, as well as improve their use of spatial diversity techniques, for cases when the communication channel is exposed to various types of interference and noises. Using the derived expressions can be shown to improve all the standard measure of performance of optical telecommunication systems.

Also, when transferred unchanged forces the useful signal and interference, and at the same range of connections, get better system performance (lower values of the probability of cancellation, less the value of average bet error probability, lower average fading duration...). Based on these facts can be concluded that the required the outage probability values (ABEP) for the reception, when we apply the described techniques of receipt, in the same range of connections and the same noise power, can achieve the necessary reduction of the useful signal power in transmission, that is, at the same useful signal power, the same level of interference in the channel, the required the outage probability (ASEP) at the reception, when we apply the described techniques of receipt, can be achieved at larger distances from the transmitting terminal.

## Biografija

Zoran (Josifa) Popović je rođen u Čačku 28. maja 1968. godine.

Završio je osnovnu školu sa odličnim uspehom.

Gimnaziju u Čačku je završio sa odličnim uspehom, a za posebne rezultate dobio je diplome “*Mihailo Petrović Alas*”, “*Nikola Tesla*” i “*Vuk Karadžić*”.

Za vreme školovanja u osnovnoj i srednjoj školi, učestvovao je na republičkim i saveznim takmičenjima iz matematike i fizike, gde je pokazao izuzetne rezultate.

Elektronski fakultet u Nišu završio je 2003. godine, odbranom diplomskog rada sa temom “*Detekcija ASK signala u Gausovom šumu*”.

Na Tehničkom fakultetu u Čačku je radio kao saradnik u nastavi na katedri za Računarsku tehniku i telekomunikacije. U tom periodu je bio angažovan na izvođenju računskih i laboratorijskih vežbi iz “*Telekomunikacija*” i “*Računarskih telekomunikacija i mreža*”.

U proteklom periodu je bio autor i koautor na trideset naučnih radova. Od toga su tri rada publikovana u časopisima sa SCI liste, dva su publikovana u časopisima od međunarodnog značaja, tri u časopisima od nacionalnog značaja, a ostali radovi su prezentovani na konferencijama od međunarodnog i nacionalnog značaja.

# I DODATAK

U dosadašnjoj naučnoj literaturi je u mnogim slučajevima izvođena analiza zbira dva, pa i više sinusoidalnih talasa. Ovo je od interesa u mnogim naučnim oblastima koje razmatraju i tumače prirodu pojava koje su usko povezane sa propagacijom elektromagnetnih talasa.

Ograničićemo se na optički signal koji nastaje kao zbir dva optička signala, sa stanovišta primene kod prenosa optičkih signala. Poseban značaj će biti ukazan na statističke transformacije ovakva dva signala.

Ako formirani optički signal predstavlja zbir dva optička signala. Pritom, prvi signal je sinusni određene amplitude, a drugi signal je sinusni određene amplitude i slučajne faze. Zbir ova dva signala je uskopojasni signal sa ekvivalentno amplitudom i fazom. Određeni su izrazi za ekvivalentnu amplitudu i fazu, a određena je i gustina verovatnoće ekvivalentne amplitude i kumulativna verovatnoća ekvivalentne amplitude. Takođe je određena i gustina verovatnoće anvelope signala koda je amplituda signala promenljiva.

Zatim je razmatrana gustina verovatnoće anvelope i njegovog prvog izvoda. Formirana je združena gustina verovatnoće faze optičkog talasa i njegovog prvog izvoda. Gustina verovatnoće faze je Gausova. Gustina verovatnoće prvog izvoda faze je takođe Gausova. Faza i njen prvi izvod su međusobno nezavisni. Pomoću združene gustine verovatnoće anvelope signala i njegov prvi izvod određuje i srednji broj osnih preseka signala i srednje vreme trajanja signala sistema. Takođe može da se odredi verovatnoća otkaza.

Potom je posmatran optički signal u dva trenutka vremena. Određena je anvelopa i faza signala u jednom trenutku vremena i anvelopa i faza u drugom trenutku vremena. Na osnovu ovih relacija izračunata je združena gustina anvelopa u dva trenutka vremena. Pomoću ove združene gustine verovatnoća, određena je združena kumulativna verovatnoća anvelope u dva trenutka vremena, združena karakteristična funkcija anvelopa u dva trenutka vremena i momenti signala u dva trenutka vremena. Zatim je izračunata anvelopa signala, prvi izvod anvelope signala i drugi izvod anvelope signala. Izračunata je i faza signala, prvi izvod faze signala i drugi izvod faze signala. Faza, njen prvi izvod i njen drugi izvod su međusobno nezavisni. Transformacionom metodom u radu je određena združena gustina verovatnoće anvelope signala, prvog izvoda anvelope signala i drugog izvoda anvelope

signala. Pomoću ove združene gustine verovatnoće signala može se odrediti srednji broj osnih preseka signala i srednji broj ekstremnih vrednosti signala.

Zatim je razmatrana slučajna promenljiva koja se dobija stepenovanjem anvelope. Određena je združena gustina verovatnoće ovako dobijene slučajne promenljive. Takođe određena je združena gustina verovatnoće slučajne promenljive dobijene stepenovanjem anvelope i njenog prvog izvoda. Zatim su razmatrane anvelope u dva trenutka vremena. Formirane su dve slučajne promenljive koje se dobijaju stepenovanjem anvelope. Određena je združena gustina verovatnoće ovih slučajnih promenljiva i združena gustina verovatnoće ovih slučajnih promenljiva i njihovih prvih izvoda.

Za tri signala u tri trenutka vremena su određene su anvelope u tri trenutka vremena. Formirane su tri slučajne promenljive dobijene stepenovanjem anvelopa u tri trenutka vremena. Zatim je izračunata združena gustina verovatnoće za ove tri slučajne promenljive; određeni su prvi izvodi za ove tri slučajne promenljive; određena je njihova združena gustina verovatnoće, združena gustina kumulativnih verovatnoća i karakteristične funkcije.

U dodatku su zatim razmatrana tri optička signala, koji su fazno pomereni i imaju uniformnu raspodelu faze i konstantne amplitude. Za ovakav ekvivalentni signal određene su anvelope i faze. Za dobijenu anvelopu i fazu može se odrediti njihova gustina verovatnoće, kumulativne verovatnoće i karakteristične funkcije.

Zatim je razmatran sistem signala koji je jednak zbiru tri slučajna signala u dva trenutka vremena. Za ovaj sinusni signal su određene tri anvelope i tri faze. Faze između talasa su uniformne raspodele. Može se odrediti združena gustina verovatnoće za tri anvelope i združena gustina verovatnoće za tri anvelope i njihove prve izvode.

Kada postoje više slučajnih signala sa približno istom amplitudom i slučajnim fazama može se aproksimirati Gausovim slučajnim procesom. Zbog toga je važno razmatrati zbir optičkog signala i uskopojasnog Gausovog signala. Za ovakav signal u radu je određena ekvivalentna anvelopa i ekvivalentna faza.

#### **DIREKTNI I REFLEKTOVANI OPTIČKI SIGNAL**

Korisni signali  $A$  i  $A_1$  mogu biti promenljivi, gde se uslovno može reći da je jedan talas na ulazu u optički prijemnik direktni, drugi reflektovani signal. Zbog toga je signal na ulazu u prijemnik u ovom slučaju

$$z = A \cos(\omega \cdot t) + A_1 \cos(\omega \cdot t + \theta) = r \cos(\omega \cdot t - \phi) \quad (1)$$

Amplituda ekvivalentnog uskopojasnog signala  $r$  i faza  $\phi$  su jednaki

$$r = \sqrt{(A + A_1 \cos \theta)^2 + A_1^2 \sin^2 \theta} = \sqrt{A^2 + A_1^2 + 2AA_1 \cos \theta}$$

$$\phi = \operatorname{arctg} \left( \frac{A_1 \sin \theta}{A + A_1 \cos \theta} \right) \quad (2)$$

Faza  $\theta$  je uniformno raspodeljena sa verovatnoćom  $p_\theta(\phi) = 1/(2\pi)$ , za  $|\phi| \leq \pi$ .

Gustina verovatnoće od  $r$  je

$$p_r(r) = \left| \frac{d\theta}{dr} \right| \cdot p_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \left| \frac{d\theta}{dr} \right| \quad (3)$$

gde je

$$\theta = \arccos \left( \frac{r^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1} \right) \quad (4)$$

i

$$\frac{d\theta}{dr} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1}}} \cdot \frac{r}{AA_1} = \frac{2r}{\sqrt{4A^2A_1^2 - r^2 + A^2 + A_1^2}} \quad (5)$$

Zamenom se dobija

$$p_r(r) = \frac{r}{\pi \sqrt{4A^2A_1^2 - r^2 + A^2 + A_1^2}} \quad (6)$$

Kumulativna verovatnoća i karakteristična funkcija od amplitude  $r$  se računa pomoću formula

$$F_r(r) = \int_0^r p_r(t) dt = \int_0^r \frac{t}{\pi \sqrt{4A^2A_1^2 - r^2 + A^2 + A_1^2}} dt \quad (7)$$

$$M_r(s) = \int_0^\infty e^{sr} p_r(r) dr = \int_0^\infty e^{sr} \frac{r}{\pi \sqrt{4A^2A_1^2 - r^2 + A^2 + A_1^2}} dr \quad (8)$$

Moment  $n$ -tog reda od  $r$  je

$$m_r = \bar{r}^n = \int_0^\infty r^n p_r(r) dr = \int_0^\infty \frac{r^{n+1}}{\pi \sqrt{4A^2A_1^2 - r^2 + A^2 + A_1^2}} dr \quad (9)$$

Neka je  $A_1$  slučajna promenljiva i neka ima združenu gustinu verovatnoće šuma

$$p_{A_1}(A_1) = \frac{2}{\Gamma(m_1)} \left( \frac{m_1}{\Omega_1} \right)^{m_1} e^{-\frac{m_1}{\Omega_1} A_1^2} A_1^{2m_1-1} \quad (10)$$

Gustina verovatnoće amplitude  $r$  u ovom slučaju je



$$\begin{aligned}
p_r(r) &= \int_0^\infty p_r(r/A_1) p_{A_1}(A_1) dA_1 = \\
&= \int_0^\infty \frac{2}{\Gamma(m_1)} \left( \frac{m_1}{\Omega_1} \right)^{m_1} e^{-\frac{m_1}{\Omega_1} A_1^2} A_1^{2m_1-1} \frac{r}{\pi \sqrt{4A^2 A_1^2 - r^2 + A^2 + A_1^2}} dA_1
\end{aligned} \tag{11}$$

Ako je gustina verovatnoće amplitude  $A_1$  jednaka

$$p_{A_1}(A_1) = \frac{\alpha}{\beta} A_1^{\alpha-1} e^{-\frac{1}{\beta} A_1^\alpha} \tag{12}$$

Onda je gustina verovatnoće od  $r$  jednaka

$$p_r(r) = \int_0^\infty \frac{\alpha}{\beta} A_1^{\alpha-1} e^{-\frac{1}{\beta} A_1^\alpha} \frac{r}{\pi \sqrt{4A^2 A_1^2 - r^2 + A^2 + A_1^2}} dA_1 \tag{13}$$

Neka su signali  $z_1$  i  $z_2$  jednaki

$$\begin{aligned}
z_1 &= A \cos(\omega t) + A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) = r_1 \cos(\omega t + \phi_1) \\
z_2 &= B \cos(\omega t) + B_1 \cos(\omega t + \alpha_2) = r_2 \cos(\omega t + \phi_2)
\end{aligned} \tag{14}$$

Slučajne faze  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  imaju združenu Gausovu gustinu verovatnoće. Srednje vrednosti od ovih Gausovih slučajnih promenljiviv su nula. Varijanse od  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  su  $\sigma^2$ . Na osnovu ovoga je

$$p_{\alpha_1 \alpha_2}(\alpha_1 \alpha_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{\alpha_1^2 - 2\rho\alpha_1\alpha_2 + \alpha_2^2}{2\sigma^2(1-\rho^2)}} \tag{15}$$

Signali  $r_1$  i  $r_2$  mogu se pojaviti u dva trenutka vremena u jednoj tački u prostoru, u jednom trenutku vremena u dve tačke u prostoru ili dva trenutka u dve tačke u prostoru. Anvelope  $r_1$  i  $r_2$  su jednake

$$\begin{aligned}
r_1 &= \sqrt{(A + A_1 \cos \alpha_1)^2 + A_1^2 \sin^2 \alpha_1} = \sqrt{A^2 + A_1^2 + 2AA_1 \cos \alpha_1} \\
r_2 &= \sqrt{(B + B_1 \cos \alpha_2)^2 + B_1^2 \sin^2 \alpha_2} = \sqrt{B^2 + B_1^2 + 2BB_1 \cos \alpha_2}
\end{aligned} \tag{16}$$

Faze  $\phi_1$  i  $\phi_2$  su jednake

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= \text{erctg} \left( \frac{A_1 \sin \alpha_1}{A + A_1 \cos \alpha_1} \right) \\
\phi_2 &= \text{erctg} \left( \frac{B_1 \sin \alpha_2}{B + B_1 \cos \alpha_2} \right)
\end{aligned} \tag{17}$$

Uglovi  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  su jednaki

$$\alpha_1 = \arccos\left(\frac{r_1^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1}\right)$$

$$\alpha_2 = \arccos\left(\frac{r_2^2 - B^2 - B_1^2}{2BB_1}\right)$$
(18)

Združena gustina verovatnoće od  $r_1$  i  $r_2$  je

$$p_{r_1 r_2}(r_1 r_2) = |J| \cdot p_{\alpha_1 \alpha_2}\left(\arccos\frac{r_1^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1}, \arccos\frac{r_2^2 - B^2 - B_1^2}{2BB_1}\right)$$
(19)

gde je  $|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial \alpha_1}{\partial r_1} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial r_2} \\ \frac{\partial \alpha_2}{\partial r_1} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial r_2} \end{vmatrix} = \frac{4r_1}{\sqrt{4A^2 A_1^2 - (r_1^2 - A^2 + A_1^2)^2}} \frac{4r_2}{\sqrt{4B^2 B_1^2 - (r_2^2 - B^2 + B_1^2)^2}}$ .

Zamenom se dobija združena gustina verovatnoće anvelope  $r_1$  i  $r_2$  u obliku

$$p_{r_1 r_2}(r_1 r_2) = \frac{4r_1}{\sqrt{4A^2 A_1^2 - (r_1^2 - A^2 + A_1^2)^2}} \frac{4r_2}{\sqrt{4B^2 B_1^2 - (r_2^2 - B^2 + B_1^2)^2}} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2(1-\rho^2)} \left( \left( \arccos\frac{r_1^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1} \right)^2 - 2\rho \arccos\left(\frac{r_1^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1}\right) \arccos\left(\frac{r_2^2 - B^2 - B_1^2}{2BB_1}\right) + \left( \arccos\frac{r_2^2 - B^2 - B_1^2}{2BB_1} \right)^2 \right)}$$

Kumulativna verovatnoća od signala  $r_1$  i  $r_2$  je

$$F_{r_1 r_2}(r_1 r_2) = \int_0^{r_1} dt_1 \int_0^{r_2} dt_2 \cdot p_{r_1 r_2}(t_1 t_2)$$
(21)

Karakteristična funkcija od  $r_1$  i  $r_2$  je

$$M_{r_1 r_2}(s_1 s_2) = e^{\overline{r_1 s_1 + r_2 s_2}} = \int_0^\infty dr_1 \int_0^\infty dr_2 e^{r_1 s_1 + r_2 s_2} \cdot p_{r_1 r_2}(r_1 r_2)$$
(22)

Produktni momenti od  $r_1$  i  $r_2$  su jednaki

$$m_{pq} = \overline{r_1^p r_2^q} = \int_0^\infty dr_1 \int_0^\infty dr_2 \cdot r_1^p r_2^q \cdot p_{r_1 r_2}(r_1 r_2)$$
(23)

Za  $p = 1$ ,  $q = 1$  dobija se relacija od  $r_1$  i  $r_2$

$$\overline{r_1 r_2} = \int_0^\infty dr_1 \int_0^\infty dr_2 \cdot r_1 r_2 \cdot p_{r_1 r_2}(r_1 r_2)$$
(24)

Ako je  $r = r_1 + r_2$ , odnosno  $r_1 = r - r_2$ , onda je gustina verovatnoće od  $r$

$$p_r(r) = \int_0^r p_{r_1 r_2}(r - r_2, r_2) dr_2$$
(25)

Ako je  $r = r_1 / r_2$ , odnosno  $r_1 = r r_2$ , onda gustina verovatnoće od  $r$  je

$$p_r(r) = \int_0^r r_2 p_{r_1 r_2}(r r_2, r_2) dr_2$$
(26)

## STATISTIČKA TRANSFORMACIJA PROIZVODA

Ako je  $r = r_1 r_2$ ,  $r_1 = r/r_2$ .

Gustina verovatnoće od  $r$  je

$$p_r(r) = \int_0^r \frac{1}{r_2} p_{r_1 r_2}(r/r_2, r_2) dr_2 \quad (27)$$

Neka su gustine verovatnoće amplituda  $A_1$  i  $A_2$  jednake

$$p_{A_1}(A_1) = \frac{2}{\Gamma(m_1)} \left( \frac{m_1}{\Omega_1} \right)^{m_1} A_1^{2m_1-1} e^{-\frac{m_1 A_1^2}{\Omega_1}}, \quad A_1 \geq 0$$

$$p_A(A) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left( \frac{m}{\Omega} \right)^m A^{2m-1} e^{-\frac{m A^2}{\Omega}}, \quad A \geq 0 \quad (28)$$

Gustina verovatnoće od anvelope  $r$  je

$$p_r(r) = \int_0^\infty dA \int_0^\infty dA_1 p_r(r/A A_1) p_A(A) p_{A_1}(A_1) =$$

$$= \int_0^\infty dA \int_0^\infty dA_1 \frac{r}{\pi \sqrt{4A^2 A_1^2 - r^2 + A^2 + A_1^2}} \cdot$$

$$\cdot \frac{2}{\Gamma(m_1)} \left( \frac{m_1}{\Omega_1} \right)^{m_1} A_1^{2m_1-1} e^{-\frac{m_1 A_1^2}{\Omega_1}} \frac{2}{\Gamma(m)} \left( \frac{m}{\Omega} \right)^m A^{2m-1} e^{-\frac{m A^2}{\Omega}} \quad (29)$$

Anvelope  $r$  i njen prvi izvod  $\dot{r}$  su jednaki

$$r = \sqrt{A^2 + A_1^2 + 2A_1 A \cos \alpha}$$

$$\dot{r} = \frac{-A A_1 \sin \alpha}{\sqrt{A^2 + A_1^2 + 2A_1 A \cos \alpha}} \quad (30)$$

Faza  $\alpha$  i njen prvi izvod  $\dot{\alpha}$  su jednaki

$$\alpha = \arccos \left( \frac{r^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1} \right)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{r^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1} \right)^2}} \frac{r}{AA_1} = \frac{4r\dot{r}}{\sqrt{4A^2 A_1^2 - (r^2 - A^2 - A_1^2)^2}} \quad (31)$$

Faza  $\alpha$  ima Gausovu gustinu verovatnoće. Izvod faze  $\dot{\alpha}$  ima takođe Gausovu gustinu verovatnoće. Faza  $\alpha$  i njen prvi izvod  $\dot{\alpha}$  su međusobno nezavisni. Zdužena gustina verovatnoće od faze  $\alpha$  i njenog prvog izvoda  $\dot{\alpha}$  je

$$p_{\alpha \dot{\alpha}}(\alpha \dot{\alpha}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{\dot{\alpha}^2}{2\beta^2}} \quad (32)$$

Zdužena gustina verovatnoće od anvelope  $r$  i prvog izvoda anvelope  $\dot{r}$  je

$$p_{r\dot{r}}(r\dot{r}) = |J| \cdot p_{\alpha\dot{\alpha}} \left( \arccos \frac{r^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1}, \frac{4r\dot{r}}{\sqrt{4A^2A_1^2 - (r^2 - A^2 - A_1^2)^2}} \right) \quad (33)$$

gde je  $|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial r} & \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{r}} \\ \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \dot{r}} \end{vmatrix} = \frac{16r^2}{4A^2A_1^2 - (r^2 - A^2 - A_1^2)^2}$ .

Zamenom se dobija združena gustina verovatnoće od  $r$  i  $\dot{r}$  u obliku

$$p_{r\dot{r}}(r\dot{r}) = \frac{16r^2}{4A^2A_1^2 - (r^2 - A^2 - A_1^2)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\left(\arccos \frac{r^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1}\right)^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta} e^{-\frac{\left(\frac{4r\dot{r}}{\sqrt{4A^2A_1^2 - (r^2 - A^2 - A_1^2)^2}}\right)^2}{2\beta^2}}$$

Srednji broj osnih preseka od  $r$  je

$$N = \int_0^\infty \dot{r} p_{r\dot{r}}(r\dot{r}) d\dot{r} = \frac{16r^2}{4A^2A_1^2 - (r^2 - A^2 - A_1^2)^2} \frac{1}{2\pi\sigma\beta} \cdot \frac{\beta}{\sqrt{2\pi}} \frac{4A^2A_1^2 - (r^2 - A^2 - A_1^2)^2}{4r} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \left(\arccos \frac{r^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1}\right)^2} \quad (34)$$

Srednje vreme trajanja signala se računa po obrascu

$$AFD > \frac{P_0}{N} \quad (35)$$

gde je  $P_0 = \int_0^{V_T} p_r(r) dr = F_r(V_T)$ .

Anvelopa  $r$ , njen prvi izvod  $\dot{r}$  i njen drugi izvod  $\ddot{r}$  su jednaki

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{A^2 + A_1^2 + 2A_1A \cos \alpha} \\ \dot{r} &= \frac{-A A_1 \sin \alpha}{\sqrt{A^2 + A_1^2 + 2A_1A \cos \alpha}} \\ \ddot{r} &= \frac{\partial \dot{r}}{\partial \alpha} \dot{\alpha} + \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{\alpha}} \ddot{\alpha} \end{aligned} \quad (36)$$

Faza  $\alpha$  i prvi izvod od  $\dot{\alpha}$  i drugi izvod  $\ddot{\alpha}$  su jednaki

$$\alpha = \arccos\left(\frac{r^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1}\right)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{4r\dot{r}}{\sqrt{4A^2A_1^2 - (r^2 - A^2 - A_1^2)^2}} \quad (37)$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial r} \dot{r} + \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \dot{r}} \ddot{r}$$

Združena gustina verovatnoće od  $r$ ,  $\dot{r}$  i  $\ddot{r}$  je

$$p_{r\dot{r}\ddot{r}}(r\dot{r}\ddot{r}) = |J| \cdot p_{\alpha\dot{\alpha}\ddot{\alpha}}\left(\arccos\frac{r^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1}, \frac{4r\dot{r}}{\sqrt{4A^2A_1^2 - (r^2 - A^2 - A_1^2)^2}}, \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial r} \dot{r} + \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \dot{r}} \ddot{r}\right) \quad (38)$$

gde je  $|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial r} & \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{r}} & \frac{\partial \alpha}{\partial \ddot{r}} \\ \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \dot{r}} & \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \ddot{r}} \\ \frac{\partial \ddot{\alpha}}{\partial r} & \frac{\partial \ddot{\alpha}}{\partial \dot{r}} & \frac{\partial \ddot{\alpha}}{\partial \ddot{r}} \end{vmatrix} = \left(\frac{4r}{\sqrt{4A^2A_1^2 - (r^2 - A^2 - A_1^2)^2}}\right)^3$ .

Združena gustina verovatnoće od faze  $\alpha$ ,  $\dot{\alpha}$  i  $\ddot{\alpha}$  je

$$p_{\alpha\dot{\alpha}\ddot{\alpha}}(\alpha\dot{\alpha}\ddot{\alpha}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{\dot{\alpha}^2}{2\beta^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\gamma}} e^{-\frac{\ddot{\alpha}^2}{2\gamma^2}} \quad (39)$$

Zamenom se dobija združena gustina verovatnoće  $r$ ,  $\dot{r}$  i  $\ddot{r}$  u obliku

$$p_{r\dot{r}\ddot{r}}(r\dot{r}\ddot{r}) = \left(\frac{4r}{\sqrt{4A^2A_1^2 - (r^2 - A^2 - A_1^2)^2}}\right)^3 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\left(\arccos\frac{r^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1}\right)^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{\left(\frac{4r\dot{r}}{\sqrt{4A^2A_1^2 - (r^2 - A^2 - A_1^2)^2}}\right)^2}{2\beta^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\gamma}} e^{-\frac{\left(\frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial r} \dot{r} + \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \dot{r}} \ddot{r}\right)^2}{2\gamma^2}} \quad (40)$$

Pomoću združene gustine verovatnoće od  $r$ ,  $\dot{r}$  i  $\ddot{r}$  može da se odredi srednja vrednost od  $r$  za date vrednosti  $\dot{r}$  i  $\ddot{r}$

$$\bar{r} = \int_0^\infty r p_{r\dot{r}\ddot{r}}(r\dot{r}\ddot{r}) dr \quad (41)$$

Može se odrediti srednja vrednost od  $\dot{r}$  za date vrednosti  $r$  i  $\ddot{r}$

$$\bar{\dot{r}} = \int_0^\infty \dot{r} p_{r\dot{r}\ddot{r}}(r\dot{r}\ddot{r}) d\dot{r} \quad (42)$$

Srednja vrednost od  $\ddot{r}$  za date vrednosti  $r$  i  $\dot{r}$

$$\bar{\ddot{r}} = \int_0^{\infty} \ddot{r} p_{r\dot{r}\ddot{r}}(r\dot{r}\ddot{r}) d\ddot{r} \quad (43)$$

Srednja vrednost od proizvoda  $\overline{r\dot{r}}$  za datu vrednost  $\ddot{r}$  je  $\overline{r\dot{r}} = \int dr \int d\dot{r} r\dot{r} p_{r\dot{r}\ddot{r}}(r\dot{r}\ddot{r})$ .

Srednja vrednost od proizvoda  $\overline{r\ddot{r}}$  za datu vrednost  $\dot{r}$  je  $\overline{r\ddot{r}} = \int dr \int d\ddot{r} r\ddot{r} p_{r\dot{r}\ddot{r}}(r\dot{r}\ddot{r})$ .

Srednja vrednost od proizvoda  $\overline{r\dot{r}\ddot{r}}$  je  $\overline{r\dot{r}\ddot{r}} = \int dr \int d\dot{r} \int d\ddot{r} r\dot{r}\ddot{r} p_{r\dot{r}\ddot{r}}(r\dot{r}\ddot{r})$ .

Gustina verovatnoće od  $r$  je

$$p_r(r) = \frac{r}{\pi \sqrt{4A^2 A_1^2 - r^2 + A^2 + A_1^2}} \quad (46)$$

Slučajna promenljiva  $R$  je jednaka

$$R = r^{\frac{2}{\alpha}} \quad (47)$$

ili

$$r = R^{\frac{\alpha}{2}} \quad (48)$$

Gustina verovatnoće od  $R$  je

$$p_R(R) = \left| \frac{dr}{dR} \right| \cdot p_r \left( R^{\frac{\alpha}{2}} \right) \quad (49)$$

gde je  $\left| \frac{dr}{dR} \right| = \frac{\alpha}{2} R^{\frac{\alpha}{2}-1}$ .

Zamenom se dobija

$$p_R(R) = \frac{\alpha}{2} R^{\frac{\alpha}{2}-1} \frac{R^{\frac{\alpha}{2}}}{\pi \sqrt{4A^2 A_1^2 - R^\alpha + A^2 + A_1^2}} = \frac{\alpha R^{\alpha-1}}{2\pi \sqrt{4A^2 A_1^2 - R^\alpha + A^2 + A_1^2}} \quad (50)$$

Signal  $R$  i njegov prvi izvod  $\dot{R}$  su:

$$\begin{aligned} R &= r^{\frac{2}{\alpha}} \\ \dot{R} &= \frac{2}{\alpha} r^{\frac{2}{\alpha}-1} \dot{r} \end{aligned} \quad (51)$$

ili

$$\begin{aligned} r &= R^{\frac{\alpha}{2}} \\ \dot{r} &= \frac{\alpha}{2} R^{\frac{\alpha}{2}-1} \dot{R} \end{aligned} \quad (52)$$

Združena gustina verovatnoće od  $R_1$  i  $R_2$

$$p_{R_1 R_2}(R_1 R_2) = |J| p_{r_1 r_2} \left( R_1^{\frac{\alpha}{2}}, R_2^{\frac{\alpha}{2}} \right) \quad (53)$$

gde je

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial R_1} & \frac{\partial r_1}{\partial R_2} \\ \frac{\partial r_2}{\partial R_1} & \frac{\partial r_2}{\partial R_2} \end{vmatrix} = \frac{4}{\alpha^2} r_1^{\frac{2}{\alpha}-1} r_2^{\frac{2}{\alpha}-1}$$

Zamenom se dobija

$$p_{R_1 R_2}(R_1 R_2) = \frac{4}{\alpha^2} r_1^{\frac{2}{\alpha}-1} r_2^{\frac{2}{\alpha}-1} p_{r_1 r_2} \left( R_1^{\frac{\alpha}{2}}, R_2^{\frac{\alpha}{2}} \right) \quad (54)$$

Slučajne promenljive  $R_1$ ,  $R_2$  i  $R_3$  su:

$$R_1 = r_1^{\frac{\alpha}{2}}, \quad R_2 = r_2^{\frac{\alpha}{2}}, \quad R_3 = r_3^{\frac{\alpha}{2}} \quad (55)$$

ili

$$r_1 = R_1^{\frac{2}{\alpha}}, \quad r_2 = R_2^{\frac{2}{\alpha}}, \quad r_3 = R_3^{\frac{2}{\alpha}} \quad (56)$$

Združena gustina verovatnoće od  $R_1$ ,  $R_2$  i  $R_3$  je

$$p_{R_1 R_2 R_3}(R_1 R_2 R_3) = |J| p_{r_1 r_2 r_3} \left( R_1^{\frac{\alpha}{2}}, R_2^{\frac{\alpha}{2}}, R_3^{\frac{\alpha}{2}} \right) \quad (57)$$

gde je  $|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial R_1} & \frac{\partial r_1}{\partial R_2} & \frac{\partial r_1}{\partial R_3} \\ \frac{\partial r_2}{\partial R_1} & \frac{\partial r_2}{\partial R_2} & \frac{\partial r_2}{\partial R_3} \\ \frac{\partial r_3}{\partial R_1} & \frac{\partial r_3}{\partial R_2} & \frac{\partial r_3}{\partial R_3} \end{vmatrix} = \left( \frac{\alpha}{2} \right)^3 R_1^{\frac{\alpha}{2}-1} R_2^{\frac{\alpha}{2}-1} R_3^{\frac{\alpha}{2}-1}$

Zamenom se dobija

$$p_{R_1 R_2 R_3}(R_1 R_2 R_3) = \left( \frac{\alpha}{2} \right)^3 R_1^{\frac{\alpha}{2}-1} R_2^{\frac{\alpha}{2}-1} R_3^{\frac{\alpha}{2}-1} p_{r_1 r_2 r_3} \left( R_1^{\frac{\alpha}{2}}, R_2^{\frac{\alpha}{2}}, R_3^{\frac{\alpha}{2}} \right) \quad (58)$$

Slučajna promenljiva  $R$ , njegov prvi izvod  $\dot{R}$  i njegov drugi izvod  $\ddot{R}$  su:

$$\begin{aligned}
R &= r^{\frac{2}{\alpha}} \\
\dot{R} &= \frac{2}{\alpha} r^{\frac{2}{\alpha}-1} \dot{r} \\
\ddot{R} &= \frac{2}{\alpha} \left( \frac{2}{\alpha} - 1 \right) r^{\frac{2}{\alpha}-2} \dot{r}^2 + \frac{2}{\alpha} r^{\frac{2}{\alpha}-1} \ddot{r}
\end{aligned} \tag{59}$$

ili

$$\begin{aligned}
r &= R^{\frac{\alpha}{2}} \\
\dot{r} &= \frac{\alpha}{2} R^{\frac{\alpha}{2}-1} \dot{R} \\
\ddot{r} &= \frac{\alpha}{2} \left( \frac{\alpha}{2} - 1 \right) R^{\frac{\alpha}{2}-2} \dot{R}^2 + \frac{\alpha}{2} R^{\frac{\alpha}{2}-1} \ddot{R}
\end{aligned} \tag{60}$$

Združena gustina verovatnoće od  $R$ ,  $\dot{R}$  i  $\ddot{R}$

$$p_{R\dot{R}\ddot{R}}(R\dot{R}\ddot{R}) = |J| \cdot p_{r\dot{r}\ddot{r}} \left( R^{\frac{\alpha}{2}}, \frac{\alpha}{2} R^{\frac{\alpha}{2}-1} \dot{R}, \frac{\alpha}{2} \left( \frac{\alpha}{2} - 1 \right) R^{\frac{\alpha}{2}-2} \dot{R}^2 + \frac{\alpha}{2} R^{\frac{\alpha}{2}-1} \ddot{R} \right) \tag{61}$$

gde je  $|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial r}{\partial R} & \frac{\partial r}{\partial \dot{R}} & \frac{\partial r}{\partial \ddot{R}} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial R} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{R}} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \ddot{R}} \\ \frac{\partial \ddot{r}}{\partial R} & \frac{\partial \ddot{r}}{\partial \dot{R}} & \frac{\partial \ddot{r}}{\partial \ddot{R}} \end{vmatrix} = \left( \frac{\alpha}{2} \right)^3 \left( R^{\frac{\alpha}{2}-1} \right)^3$ .

Zamenom se dobija gustina verovatnoće od  $R$ ,  $\dot{R}$  i  $\ddot{R}$

$$p_{R\dot{R}\ddot{R}}(R\dot{R}\ddot{R}) = \left( \frac{\alpha}{2} \right)^3 \left( R^{\frac{\alpha}{2}-1} \right)^3 p_{r\dot{r}\ddot{r}} \left( R^{\frac{\alpha}{2}}, \frac{\alpha}{2} R^{\frac{\alpha}{2}-1} \dot{R}, \frac{\alpha}{2} \left( \frac{\alpha}{2} - 1 \right) R^{\frac{\alpha}{2}-2} \dot{R}^2 + \frac{\alpha}{2} R^{\frac{\alpha}{2}-1} \ddot{R} \right) \tag{62}$$

Slučajna promenljiva  $R_1$  i  $R_2$  i njihovi prvi izvodi  $\dot{R}_1$  i  $\dot{R}_2$

$$\begin{aligned}
R_1 &= r_1^{\frac{2}{\alpha}} \\
R_2 &= r_2^{\frac{2}{\alpha}} \\
\dot{R}_1 &= \frac{2}{\alpha} r_1^{\frac{2}{\alpha}-1} \dot{r}_1 \\
\dot{R}_2 &= \frac{2}{\alpha} r_2^{\frac{2}{\alpha}-1} \dot{r}_2
\end{aligned} \tag{63}$$

Ili



$$\begin{aligned}
r_1 &= R_1^{\frac{\alpha}{2}} \\
r_2 &= R_2^{\frac{\alpha}{2}} \\
\dot{r}_1 &= \frac{\alpha}{2} R_1^{\frac{\alpha}{2}-1} \dot{R}_1 \\
\dot{r}_2 &= \frac{\alpha}{2} R_2^{\frac{\alpha}{2}-1} \dot{R}_2
\end{aligned} \tag{64}$$

Združena gustina verovatnoće od  $R_1, R_2, \dot{R}_1$  i  $\dot{R}_2$

$$p_{R_1 R_2 \dot{R}_1 \dot{R}_2}(R_1 R_2 \dot{R}_1 \dot{R}_2) = |J| \cdot p_{r_1 r_2 \dot{r}_1 \dot{r}_2}\left(R_1^{\frac{\alpha}{2}}, R_2^{\frac{\alpha}{2}}, \frac{\alpha}{2} R_1^{\frac{\alpha}{2}-1} \dot{R}_1, \frac{\alpha}{2} R_2^{\frac{\alpha}{2}-1} \dot{R}_2\right) \tag{65}$$

gde je  $|J| = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^4 R_1^{\alpha-2} R_2^{\alpha-2}$ .

Pretpostavimo da su  $z_1, z_2$  i  $z_3$  tri optička signala u tri tačke u prostoru ili u tri trenutka vremena

$$\begin{aligned}
z_1 &= A \cos(\omega t) + A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) = r_1 \cos(\omega t + \phi_1) \\
z_2 &= B \cos(\omega t) + B_1 \cos(\omega t + \alpha_2) = r_2 \cos(\omega t + \phi_2) \\
z_3 &= C \cos(\omega t) + C_1 \cos(\omega t + \alpha_3) = r_3 \cos(\omega t + \phi_3)
\end{aligned} \tag{66}$$

Anvelope  $r_1, r_2$  i  $r_3$  su jednake

$$\begin{aligned}
r_1 &= \sqrt{A^2 + A_1^2 + 2AA_1 \cos \alpha_1} \\
r_2 &= \sqrt{B^2 + B_1^2 + 2BB_1 \cos \alpha_2} \\
r_3 &= \sqrt{C^2 + C_1^2 + 2CC_1 \cos \alpha_3}
\end{aligned} \tag{67}$$

Faze  $\alpha_1, \alpha_2$  i  $\alpha_3$  su jednake

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \arccos\left(\frac{r_1^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1}\right) \\
\alpha_2 &= \arccos\left(\frac{r_2^2 - B^2 - B_1^2}{2BB_1}\right) \\
\alpha_3 &= \arccos\left(\frac{r_3^2 - C^2 - C_1^2}{2CC_1}\right)
\end{aligned} \tag{68}$$

Združena gustina verovatnoće od  $r_1, r_2$  i  $r_3$  je

$$p_{r_1 r_2 r_3}(r_1 r_2 r_3) = |J| p_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}\left(\arccos\frac{r_1^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1}, \arccos\frac{r_2^2 - B^2 - B_1^2}{2BB_1}, \arccos\frac{r_3^2 - C^2 - C_1^2}{2CC_1}\right) \tag{69}$$

gde je

$$|J| = \frac{\begin{vmatrix} \frac{\partial \alpha_1}{\partial r_1} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial r_2} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial r_3} \\ \frac{\partial \alpha_2}{\partial r_1} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial r_2} & \frac{\partial \alpha_2}{\partial r_3} \\ \frac{\partial \alpha_3}{\partial r_1} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial r_2} & \frac{\partial \alpha_3}{\partial r_3} \end{vmatrix}}{\pi \sqrt{4A^2 A_1^2 - (r_1^2 - A^2 + A_1^2)^2}} \cdot \frac{4r_1}{\pi \sqrt{4B^2 B_1^2 - (r_2^2 - B^2 + B_1^2)^2}} \cdot \frac{4r_3}{\pi \sqrt{4C^2 C_1^2 - (r_3^2 - C^2 + C_1^2)^2}}$$

Zamenom se dobija združena gustina verovatnoće anvelope  $r_1$  i  $r_2$  u obliku

$$p_{r_1 r_2 r_3}(r_1 r_2 r_3) = \frac{4r_1}{\pi^3 \sqrt{4A^2 A_1^2 - (r_1^2 - A^2 + A_1^2)^2}} \frac{4r_2}{\sqrt{4B^2 B_1^2 - (r_2^2 - B^2 + B_1^2)^2}} \frac{4r_3}{\sqrt{4C^2 C_1^2 - (r_3^2 - C^2 + C_1^2)^2}} \cdot p_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} \left( \arccos \frac{r_1^2 - A^2 - A_1^2}{2AA_1}, \arccos \frac{r_2^2 - B^2 - B_1^2}{2BB_1}, \arccos \frac{r_3^2 - C^2 - C_1^2}{2CC_1} \right)$$

Združena gustina verovatnoće od  $\alpha_1, \alpha_2$  i  $\alpha_3$  je

$$p_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^3 \sqrt{D}} e^{-\frac{1}{D}(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 - 2r_{12}\alpha_1\alpha_2 - 2r_{13}\alpha_1\alpha_3 - 2r_{23}\alpha_2\alpha_3)} \quad (71)$$

Signal  $z$  u nekoj tački u prostoru je jednak

$$z = A \cos(\omega t) + A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + A_2 \cos(\omega t + \alpha_2) = r \cos(\omega t - \phi) \quad (72)$$

Anvelopa  $r$  je jednaka

$$r = \sqrt{(A + A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2)^2 + (A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin \alpha_2)^2} = \sqrt{A^2 + A_1^2 + A_2^2 + 2AA_1 \cos \alpha_1 + 2AA_2 \cos \alpha_2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)} \quad (73)$$

Faza  $\phi$  je jednaka

$$\phi = \arccos \left( \frac{A + A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2}{r} \right) \quad (74)$$

Signal  $z_1$  i  $z_2$  u dve tačke u trenutku su jednaki

$$\begin{aligned} z_1 &= A \cos \omega t + A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + A_2 \cos(\omega t + \alpha_2) = r_1 \cos(\omega t - \phi_1) \\ z_2 &= B \cos \omega t + B_1 \cos(\omega t + \beta_1) + B_2 \cos(\omega t + \beta_2) = r_2 \cos(\omega t - \phi_2) \end{aligned} \quad (75)$$

Anvelope  $r_1$  i  $r_2$  su jednake

$$\begin{aligned}
r_1 &= \sqrt{A^2 + A_1^2 + A_2^2 + 2AA_1 \cos \alpha_1 + 2AA_2 \cos \alpha_2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)} \\
r_2 &= \sqrt{B^2 + B_1^2 + B_2^2 + 2BB_1 \cos \beta_1 + 2BB_2 \cos \beta_2 + 2B_1B_2 \cos(\beta_1 - \beta_2)}
\end{aligned} \tag{76}$$

Faza  $\phi_1$  i  $\phi_2$  su jednake

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= \arccos\left(\frac{A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin \alpha_2}{A + A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2}\right) \\
\phi_2 &= \arccos\left(\frac{B_1 \sin \beta_1 + B_2 \sin \beta_2}{B + B_1 \cos \beta_1 + B_2 \cos \beta_2}\right)
\end{aligned} \tag{77}$$

Signali  $z_1$  i  $z_2$  u dve tačke u trenutku su jednaki

$$\begin{aligned}
z_1 &= A \cos \omega t + A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + A_2 \cos(\omega t + \alpha_2) = r_1 \cos(\omega t - \phi_1) \\
z_2 &= B \cos \omega t + B_1 \cos(\omega t + \beta_1) + B_2 \cos(\omega t + \beta_2) = r_2 \cos(\omega t - \phi_2) \\
z_3 &= C \cos \omega t + C_1 \cos(\omega t + \gamma_1) + C_2 \cos(\omega t + \gamma_2) = r_3 \cos(\omega t - \phi_3)
\end{aligned} \tag{78}$$

Anvelope  $r_1$ ,  $r_2$  i  $r_3$  su jednake

$$\begin{aligned}
r_1 &= \sqrt{A^2 + A_1^2 + A_2^2 + 2AA_1 \cos \alpha_1 + 2AA_2 \cos \alpha_2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)} \\
r_2 &= \sqrt{B^2 + B_1^2 + B_2^2 + 2BB_1 \cos \beta_1 + 2BB_2 \cos \beta_2 + 2B_1B_2 \cos(\beta_1 - \beta_2)} \\
r_3 &= \sqrt{C^2 + C_1^2 + C_2^2 + 2CC_1 \cos \gamma_1 + 2CC_2 \cos \gamma_2 + 2C_1C_2 \cos(\gamma_1 - \gamma_2)}
\end{aligned} \tag{79}$$

Faza  $\phi_1$  i  $\phi_2$  su jednake

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= \arccos\left(\frac{A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin \alpha_2}{A + A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2}\right) \\
\phi_2 &= \arccos\left(\frac{B_1 \sin \beta_1 + B_2 \sin \beta_2}{B + B_1 \cos \beta_1 + B_2 \cos \beta_2}\right) \\
\phi_3 &= \arccos\left(\frac{C_1 \sin \gamma_1 + C_2 \sin \gamma_2}{C + C_1 \cos \gamma_1 + C_2 \cos \gamma_2}\right)
\end{aligned} \tag{80}$$

Ako na signal imamo uticaj Gausovog šuma, onda je signal  $z$  jednak zbiru korisnog signala i uskopojasnog Gausovog šuma

$$z = A \cos(\omega t) + x \cos(\omega t) + y \sin(\omega t) = r \cos(\omega t - \phi) \tag{81}$$

gde je

$$\begin{aligned}
r &= \sqrt{(A+x)^2 + y^2} \\
\phi &= \arccos\left(\frac{y}{A+x}\right)
\end{aligned}$$

Signali  $z_1$  i  $z_2$  su jednaki

$$\begin{aligned} z_1 &= A_1 \cos \omega t + x_1 \cos \omega t + y_1 \sin \omega t = r_1 \cos(\omega t - \phi_1) \\ z_2 &= A_2 \cos \omega t + x_2 \cos \omega t + y_2 \sin \omega t = r_2 \cos(\omega t - \phi_2) \end{aligned} \quad (82)$$

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{(A_1 + x_1)^2 + y_1^2} \\ r_2 &= \sqrt{(A_2 + x_2)^2 + y_2^2} \end{aligned} \quad (83)$$

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \arccos\left(\frac{y_1}{A_1 + x_1}\right) \\ \phi_2 &= \arccos\left(\frac{y_2}{A_2 + x_2}\right) \end{aligned} \quad (84)$$

Gustina verovatnoće od  $x_1, x_2, y_1$  i  $y_2$  je

$$\begin{aligned} p_{x_1}(x_1) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x_1^2}{2\sigma^2}} \\ p_{x_2}(x_2) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x_2^2}{2\sigma^2}} \\ p_{y_1}(y_1) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{y_1^2}{2\sigma^2}} \\ p_{y_2}(y_2) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{y_2^2}{2\sigma^2}} \end{aligned} \quad (85)$$

## II DODATAK

U vezi sa funkcijama raspodela, koje u nekim slučajevima imaju vrlo složeni karakter, izvršili smo Windows proširenje programa za analizu diskretnih i kontinualnih funkcija raspodela. Program je tako koncipiran da može da se kombinuje sa postojećim programskim rutinama (Matlab) što u perspektivi omogućava, kroz korišćenje novodobijenih matematičkih rezultata u ovoj disertaciji, implementaciju u postojeće telekomunikacione sisteme.

U dodatku su dati neki od programskih kodova koje smo koristili u radu na izradi odgovarajućih grafika i tabela potrebnih za njihovo crtanje.

Naravno, i grafici i tabele služe samo kao polazna osnova za izradu daljih programskih kodova, ali oni izlaze iz okvira ove doktorske disertacije.

### A Klasa za izračunavanje vrednosti tabela (Izracunavanja.cs)

```
*****
*
* Program.....Kanonska raspodela v1.0
* Klasa.....Izracunavanja.cs
* Autor.....Popović J. Zoran
* Organizacija.....Elektronski fakultet – Niš
* Datum.....28.5.2011.
*
*
* Copyright © 2011.
*
*****
```

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Text;

namespace Kanonska_raspodela
{
```

```

public class Izracunavnja
{
    public int N, p, E0, U, MR;

    public Izracunavnja(int N_, int p_, int E0_, int U_, int MR_)
    {
        N=N_;
        p=p_;
        E0 = E0_;
        U = U_;
        MR = MR_;
    }

    public Tabela_MR1 Izracunaj_MR1()
    {
        Tabela_MR1 res;
        int limit = (int)Math.Pow((double)(N + 1), (double)(p - 2));
        int[] G=new int[p];
        int[,] temp_nivoi=new int[limit,p];
        double[] temp1 = new double[limit];
        double[] temp2 = new double[limit];
        int k = 0;
        double zbir = 0;
        int x, A1, B1, c;

        for (int i = 0; i < limit; i++)
        {
            A1 = B1 = 0;
            x =1;
            for (int j = 0; j <p-2; j++)
            {
                c = ((int)(i / x)) % (N + 1);
                A1 += (p-j-1) * c;
                B1 += (p-j-2) * c;
            }
        }
    }
}

```

```

    G[j] = c;
    x *= N+1;
}
bool uslov;
if (p != 3)
{
    G[p - 2] = D1(p) - A1;
    G[p - 1] = B1 - D2(p);
    uslov = !((A1 > D1(p)) || (B1 < D2(p)));
}
else
{
    G[1] = D2(3) - 2*G[0];
    G[2] = G[0] - D1(3);
    uslov = !((G[0] < D1(3)) || ((double)G[0] > (double)D2(3)/2));
}
if (uslov)
{
    for (int j = 0; j < p; j++)
        temp_nivoi[k, j] = G[j];
    temp1[k] = Omega(G);
    temp2[k] = Sigma(G);
    k += 1;
}
}

res = new Tabela_MR1(k, p);
res.dim = k;
for (int i = 0; i < k; i++)
{
    for (int j = 0; j < p; j++)
        res.redovi[i].nivoi[j] = temp_nivoi[i,j];
    res.redovi[i].omega = temp1[i];
    res.redovi[i].sigma = temp2[i];
}

```

```

        zbir += res.redovi[i].omega;
    }
    for (int i = 0; i < k; i++)
    {
        res.redovi[i].P = res.redovi[i].omega / zbir;
        res.redovi[i].sigma_ = res.redovi[i].P * res.redovi[i].sigma;
    }
    res.Uredi();
    return res;
}

public Tabela_MR2 Izracunaj_MR2()
{
    int Umin = N * E0;
    int Umax = p * Umin;
    int ku=Umax-Umin+1;
    Tabela_MR1 tmp_MR1;
    Tabela_MR2 res = new Tabela_MR2(ku, p);
    int[] tmp_U=new int[ku];
    double[] tmp_sigma=new double[ku];
    U=Umin;
    for (int i = 0; i < ku; i++)
    {
        tmp_MR1 = Izracunaj_MR1();
        if (tmp_MR1.dim > 0)
        {
            res.redovi[i].U = U;
            res.redovi[i].BSG = tmp_MR1.dim;
            int max_index_omega = 0;
            for (int j = 1; j < tmp_MR1.dim; j++)
                if (tmp_MR1.redovi[j].omega >=
tmp_MR1.redovi[max_index_omega].omega)
                    max_index_omega = j;
            for (int j = 0; j < p; j++)

```



```

        res.redovi[i].nivoi[j] =
tmp_MR1.redovi[max_index_omega].nivoi[j];
        res.redovi[i].omega = tmp_MR1.redovi[max_index_omega].omega;
        res.redovi[i].sigma = tmp_MR1.redovi[max_index_omega].sigma;
        tmp_sigma[i] = res.redovi[i].sigma;
    }
    tmp_U[i] = U;
    U += 1;
}

```

```
double[] tmp_izvod = Izvod(ku, tmp_U, tmp_sigma);
```

```

for (int i = 0; i < ku; i++)
{
    res.redovi[i].d_sigma_po_d_u = tmp_izvod[i];
    if (tmp_izvod[i] != 0)
        res.redovi[i].tau = 1 / tmp_izvod[i];
    else
        res.redovi[i].tau = 10000000000;
}
return res;
}

```

```

public Tabela_MR3 Izracunaj_MR3()
{
    int Nmin = floor((double)U / ((double)p * (double)E0));
    int Nmax = (int)(U/E0);
    int ku = Nmax - Nmin + 1;
    Tabela_MR1 tmp_MR1;
    Tabela_MR2 tmp_MR2;
    Tabela_MR3 res = new Tabela_MR3(ku, p);
    int[] tmp_N = new int[ku];
    double[] tmp_sigma = new double[ku];
    N = Nmin;
}

```

```

for (int i = 0; i < ku; i++)
{
    tmp_MR1 = Izracunaj_MR1();
    int Ustaro = U;
    tmp_MR2 = Izracunaj_MR2();
    U = Ustaro;
    if (tmp_MR1.dim > 0)
    {
        res.redovi[i].N = N;
        res.redovi[i].BSG = tmp_MR1.dim;
        int max_index_omega = 0;
        for (int j = 1; j < tmp_MR1.dim; j++)
            if (tmp_MR1.redovi[j].omega >=
tmp_MR1.redovi[max_index_omega].omega)
                max_index_omega = j;
        for (int j = 0; j < p; j++)
            res.redovi[i].nivoi[j] =
tmp_MR1.redovi[max_index_omega].nivoi[j];
        res.redovi[i].omega = tmp_MR1.redovi[max_index_omega].omega;
        res.redovi[i].sigma = tmp_MR1.redovi[max_index_omega].sigma;
        res.redovi[i].tau=tmp_MR2.redovi[U-N].tau;
        tmp_sigma[i] = res.redovi[i].sigma;
    }
    tmp_N[i] = N;
    N += 1;
}
double[] tmp_izvod = Izvod(ku, tmp_N, tmp_sigma);
for (int i = 0; i < ku; i++)
{
    res.redovi[i].d_sigma_po_d_N = tmp_izvod[i];
    if (res.redovi[i].tau != 1000000000)
        res.redovi[i].mi = -res.redovi[i].tau*res.redovi[i].d_sigma_po_d_N;
    else

```

```

        res.redovi[i].mi = -10000000000;
    }
    return res;
}

public Tabela_MR4 Izracunaj_MR4()
{
    int Umin = N * E0;
    int Umax = p * Umin;
    int ku = Umax - Umin + 1;
    Tabela_MR1 tmp_MR1;
    Tabela_MR4 res = new Tabela_MR4(ku, p);
    double omega_ukupno=0;
    U = Umin;

    for (int i = 0; i < ku; i++)
    {
        tmp_MR1 = Izracunaj_MR1();
        if (tmp_MR1.dim > 0)
        {
            res.redovi[i].U = U;
            res.redovi[i].BSG = tmp_MR1.dim;
            int max_index_omega = 0;
            for (int j = 1; j < tmp_MR1.dim; j++)
                if (tmp_MR1.redovi[j].omega >=
tmp_MR1.redovi[max_index_omega].omega)
                    max_index_omega = j;
            for (int j = 0; j < p; j++)
                res.redovi[i].nivoi[j] =
tmp_MR1.redovi[max_index_omega].nivoi[j];
            res.redovi[i].omega = tmp_MR1.redovi[max_index_omega].omega;
            res.redovi[i].sigma = tmp_MR1.redovi[max_index_omega].sigma;
            for (int j = 0; j < tmp_MR1.dim; j++)
                omega_ukupno += tmp_MR1.redovi[j].omega;

```

```

    }
    U += 1;
}
for (int i = 0; i < ku; i++)
{
    res.redovi[i].Pk = res.redovi[i].omega / omega_ukupno;
    res.redovi[i].GS = res.redovi[i].Pk * res.redovi[i].sigma;
}
return res;
}

```

```

public Tabela_MR5 Izracunaj_MR5()
{
    int Nmin = floor((double)U / ((double)p * (double)E0));
    int Nmax = (int)(U / E0);
    int ku = Nmax - Nmin + 1;
    Tabela_MR1 tmp_MR1;
    Tabela_MR5 res = new Tabela_MR5(ku, p);
    double omega_ukupno = 0;
    N = Nmin;

    for (int i = 0; i < ku; i++)
    {
        tmp_MR1 = Izracunaj_MR1();
        if (tmp_MR1.dim > 0)
        {
            res.redovi[i].N = N;
            res.redovi[i].BSG = tmp_MR1.dim;
            int max_index_omega = 0;
            for (int j = 1; j < tmp_MR1.dim; j++)
                if (tmp_MR1.redovi[j].omega >=
tmp_MR1.redovi[max_index_omega].omega)
                    max_index_omega = j;
            for (int j = 0; j < p; j++)

```

```

        res.redovi[i].nivoi[j] =
tmp_MR1.redovi[max_index_omega].nivoi[j];
        res.redovi[i].omega = tmp_MR1.redovi[max_index_omega].omega;
        res.redovi[i].sigma = tmp_MR1.redovi[max_index_omega].sigma;
        for (int j = 0; j < tmp_MR1.dim; j++)
            omega_ukupno += tmp_MR1.redovi[j].omega;
    }
    N += 1;
}
for (int i = 0; i < ku; i++)
{
    res.redovi[i].Pk = res.redovi[i].omega / omega_ukupno;
    res.redovi[i].GS = res.redovi[i].Pk * res.redovi[i].sigma;
}
return res;
}
}
}

```

## **B Klasa za crtanje grafika funkcije (Graf.cs)**

```

*****
*                                                                 *
* Program.....Kanonska raspodela v1.0                          *
* Klasa.....Graf.cs                                            *
* Autor.....Popović J. Zoran                                   *
* Organizacija.....Elektronski fakultet u Nišu                 *
* Datum.....04.06.2011.                                        *
*                                                                 *
*                                                                 *
*                                                                 *
*                                                                 *
*                                                                 *
*                                                                 *
*                                                                 *
*                                                                 *
*                                                                 *
*                                                                 *
*****

```

Copyright © 2011.

```

using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Drawing;
using System.Text;
using System.Windows.Forms;

namespace Kanonska_raspodela
{
    public class Graf
    {
        public int brojPodeoka=10;
        public Rectangle oblastCrtanja;

        public Graf(int brPodeoka, Rectangle oblast)
        {
            brojPodeoka = brPodeoka;
            oblastCrtanja = oblast;
        }

        public void NacrtajGraf(Graphics g, Ltacka[] tackeL)
        {
            Pen olovka = new Pen(Color.Blue, 2);
            SolidBrush cetka = new SolidBrush(Color.Red);
            Point[] tackeF = new Point[tackeL.Length];

            g.Clear(Color.White);
            NacrtajOkvir(g);
            NacrtajBazdarenje(g);
            NacrtajMrezu(g);
            NacrtajTekst(g, tackeL);

            tackeF = L_to_F(tackeL);
        }
    }
}

```

```

SortirajTacke(tackeF);

g.DrawLines(olovka, tackeF);

for(int i = 0; i < tackeL.Length; i++)
{
    g.FillEllipse(cetka, tackeF[i].X-3, tackeF[i].Y-3, 6, 6);
}

olovka.Dispose();
cetka.Dispose();
}

public Point KoordinatniPocetak()
{
    Point res = new Point();

    res.X = oblastCrtanja.Left + Round(0.1*oblastCrtanja.Width);
    res.Y = oblastCrtanja.Bottom - Round(0.1* oblastCrtanja.Height);

    return res;
}

public void NacrtajOkvir(Graphics g)
{
    Pen olovka=new Pen(Color.Black,1);
    Point O = KoordinatniPocetak();

    int x = O.X;
    int y = O.Y - Round(0.8 * oblastCrtanja.Height);
    int sirina=Round((0.8*oblastCrtanja.Width));
    int visina=Round((0.8*oblastCrtanja.Height));

    g.DrawRectangle(olovka, x, y, sirina, visina);
}

```

```

    }

    public void NacrtajBazdarenje(Graphics g)
    {
        Pen olovka=new Pen(Color.Black,1);
        Point O=KoordinatniPocetak();

        for (int i = 0; i < brojPodeoka+2; i++)
        {
            Point p1 = new Point(O.X + Round((i * 1.0 / (double)(brojPodeoka + 2) *
0.8
            * oblastCrtanja.Width)), O.Y);
            Point p2=new Point(p1.X,p1.Y+5);
            Point p3 = new Point(O.X, O.Y - Round((i * 1.0 / (double)(brojPodeoka +
2) *
0.8 * oblastCrtanja.Height));
            Point p4 = new Point(p3.X-5, p3.Y);

            g.DrawLine(olovka, p1, p2);
            g.DrawLine(olovka, p3, p4);
        }
    }

    public void NacrtajMrezu(Graphics g)
    {
        Pen olovka = new Pen(Color.Black, 1);
        olovka.DashPattern=new float[]{5,5};
        Point O = KoordinatniPocetak();
        for (int i = 0; i < brojPodeoka+2; i++)
        {
            Point p1 = new Point(O.X + Round((i * 1.0 / (double)(brojPodeoka + 2) *
0.8
            * oblastCrtanja.Width)), O.Y);
            Point p2 = new Point(p1.X, p1.Y -Round(0.8*oblastCrtanja.Height));

```



```

        Point p3 = new Point(O.X, O.Y - Round((i * 1.0 / (double)(brojPodeoka +
2) *
0.8 * oblastCrtanja.Height)));
        Point p4 = new Point(p3.X +Round(0.8*oblastCrtanja.Width), p3.Y);

        g.DrawLine(olovka, p1, p2);
        g.DrawLine(olovka, p3, p4);
    }
}

public void NacrtajTekst(Graphics g, Ltacka[] tackeL)
{
    double Lxmin=tackeL[0].X, Lxmax=tackeL[0].X, Lymin=tackeL[0].Y,
Lymax=tackeL[0].Y;
    Point O = KoordinatniPocetak();
    Font font = new Font(FontFamily.GenericMonospace, 9,FontStyle.Regular);
    Normalizacija N = new Normalizacija();
    for (int i = 1; i < tackeL.Length; i++)
    {
        if (tackeL[i].X < Lxmin)
            Lxmin = tackeL[i].X;
        if (tackeL[i].X > Lxmax)
            Lxmax = tackeL[i].X;
        if (tackeL[i].Y < Lymin)
            Lymin = tackeL[i].Y;
        if (tackeL[i].Y > Lymax)
            Lymax = tackeL[i].Y;
    }

    double pomerajx = (Lxmax - Lxmin) / (double)brojPodeoka;
    double pomerajy = (Lymax - Lymin) / (double)brojPodeoka;

    for (int i = 1; i < brojPodeoka+2; i++)
    {

```

```

String tekstx = N.Normalizuj(Lxmin + (i - 1) * pomerajx);
String teksty = N.Normalizuj(Lymin + (i - 1) * pomerajy);

Point p1 = new Point(O.X - tekstx.Length * 5 + 1 + Round((i * 1.0 /
(double)(brojPodeoka + 2) * 0.8 * oblastCrtanja.Width)), O.Y + 9);
Point p2 = new Point(O.X - teksty.Length * 6 - 15, O.Y - 7 - Round((i * 1.0
/ (double)(brojPodeoka + 2) * 0.8 * oblastCrtanja.Height)));

g.DrawString(tekstx,font,Brushes.Black,p1);
g.DrawString(teksty, font, Brushes.Black, p2);
}
}
}
}

```

## C Klasa za štampanje tabela (Stampanje.cs)

```

*****
*
* Program.....Kanonska raspodela v1.0
* Klasa.....Stampanje.cs
* Autor.....Popović J. Zoran
* Organizacija.....Elektronski fakultet u Nišu
* Datum.....04.6.2011.
*
*
* Copyright © 2011.
*
*****

```

```

using System;
using System.Data;
using System.Drawing;

```

```

using System.Collections.Generic;
using System.Text;
using System.Windows.Forms;
using System.Drawing.Printing;

namespace Kanonska_raspodela
{
    public class Stampanje
    {
        private int stampanoLinija = 0;
        private int brojTekuceStranice = 0;
        private bool novaStranica = true;

        DataGridView tabela;
        public PrintPageEventArgs e;

        public Stampanje(DataGridView tabela_, PrintPageEventArgs e_)
        {
            tabela = tabela_;
            e = e_;
        }

        public int Round(double x)
        {
            return (int)(x + 0.5);
        }

        public void Stampaj(string naslov)
        {
            int x = Round(0.1 * e.PageBounds.Width);
            int y = Round(0.1 * e.PageBounds.Height);
            Pen olovka = new Pen(Color.Black, 1);
            Pen olovkaHeader = new Pen(Color.Black, 2);
            Font font = new Font("Arial", 10);

```

```

Font fontHeader = new Font("Arial", 10, FontStyle.Bold);

if (brojTekuceStranice == 0)
{
    StampajNaslov(naslov);
    StampajZaglavlje("Elektronski fakultet u Nišu", "Katedra za
mikroelektroniku");
    y = Round(0.25 * e.PageBounds.Height);
}

while (stampanoLinija < tabela.Rows.Count)
{
    if (novaStranica)
    {
        for (int i = 0; i < tabela.Columns.Count; i++)
        {
            if (tabela.Columns[i].Visible)
            {
                string tekst = tabela.Columns[i].HeaderText;
                int pwidth = ProporcionalnaSirina(tabela.Columns[i].Width);
                RectangleF okvir = new RectangleF(x, y, pwidth, 17);
                StringFormat format = new StringFormat();

                if (tabela.ColumnHeadersDefaultCellStyle.Alignment ==
DataGridViewContentAlignment.NotSet)
                    switch (tabela.Columns[i].DefaultCellStyle.Alignment)
                    {
                        case DataGridViewContentAlignment.MiddleLeft:
                            format.Alignment = StringAlignment.Near;
                            break;
                        case DataGridViewContentAlignment.MiddleCenter:
                            format.Alignment = StringAlignment.Center;
                            break;
                        case DataGridViewContentAlignment.MiddleRight:

```

```

        format.Alignment = StringAlignment.Far;
        break;
    }
else
    switch (tabela.ColumnHeadersDefaultCellStyle.Alignment)
    {
        case DataGridViewContentAlignment.MiddleLeft:
            format.Alignment = StringAlignment.Near;
            break;
        case DataGridViewContentAlignment.MiddleCenter:
            format.Alignment = StringAlignment.Center;
            break;
        case DataGridViewContentAlignment.MiddleRight:
            format.Alignment = StringAlignment.Far;
            break;
    }

    e.Graphics.DrawString(tekst, fontHeader, Brushes.Black, okvir,
format);

    e.Graphics.DrawRectangle(olovkaHeader, x, y, pwidth, 17);
    x += pwidth;
    }
}
novaStranica = false;
x = Round(0.1 * e.PageBounds.Width);
y += 17;
}

for (int i = 0; i < tabela.Columns.Count; i++)
{
    if (tabela.Columns[i].Visible)
    {
        string tekst = "";
        tekst += tabela.Rows[stampanoLinija].Cells[i].Value;

```

```

int pwidth = ProporcionalnaSirina(tabela.Columns[i].Width);
RectangleF okvir = new RectangleF(x, y, pwidth, 15);
StringFormat format = new StringFormat();

if (tabela.ColumnHeadersDefaultCellStyle.Alignment ==
DataGridViewContentAlignment.NotSet)
    switch (tabela.Columns[i].DefaultCellStyle.Alignment)
    {
        case DataGridViewContentAlignment.MiddleLeft:
            format.Alignment = StringAlignment.Near;
            break;
        case DataGridViewContentAlignment.MiddleCenter:
            format.Alignment = StringAlignment.Center;
            break;
        case DataGridViewContentAlignment.MiddleRight:
            format.Alignment = StringAlignment.Far;
            break;
    }
else
    switch (tabela.ColumnHeadersDefaultCellStyle.Alignment)
    {
        case DataGridViewContentAlignment.MiddleLeft:
            format.Alignment = StringAlignment.Near;
            break;
        case DataGridViewContentAlignment.MiddleCenter:
            format.Alignment = StringAlignment.Center;
            break;
        case DataGridViewContentAlignment.MiddleRight:
            format.Alignment = StringAlignment.Far;
            break;
    }

e.Graphics.DrawString(tekst, font, Brushes.Black, okvir, format);
e.Graphics.DrawRectangle(olovka, x, y, pwidth, 15);

```

```

        x += pwidth;
    }
}
stampanoLinija++;
x = Round(0.1 * e.PageBounds.Width);
y += 15;
if (y >= Round(0.9 * e.PageBounds.Height))
{
    novaStranica = true;
    brojTekuceStranice++;
    StampajBrojStranice();
    e.HasMorePages = true;
    return;
}
}
    brojTekuceStranice++;
    StampajBrojStranice();
    Restart();
}

public void Restart()
{
    stampanoLinija = 0;
    brojTekuceStranice = 0;
    novaStranica = false;
    e.HasMorePages = false;
}

private void StampajBrojStranice()
{
    int x = Round(0.90 * e.PageBounds.Width);
    int y = Round(0.93 * e.PageBounds.Height);
    e.Graphics.DrawString(brojTekuceStranice.ToString(), new Font("Arial", 10),
Brushes.Black, x, y);
}

```

```

    }

private void StampajNaslov(string tekst)
{
    Font font = new Font("Arial", 20);
    PointF mera = e.Graphics.MeasureString(tekst, font).ToPointF();

    in_x = Round(e.PageBounds.Width / 2) - Round(mera.X / 2);
    int y = Round(0.15 * e.PageBounds.Height);

    e.Graphics.DrawString(tekst, font, Brushes.Black, x, y);
}

private string NapraviDatum()
{
    return DateTime.Today.Day.ToString() + " " +
DateTime.Today.Month.ToString() +
    " " + DateTime.Today.Year.ToString() + "!";
}

private string NapraviVreme()
{
    return DateTime.Today.Hour.ToString() + " " +
DateTime.Today.Minute.ToString() +
    " " + DateTime.Today.Second.ToString() + "!";
}

private void StampajZaglavlje(string zaglavlje1, string zaglavlje2)
{
    Font font = new Font("Arial", 10);
    int x = Round(0.05 * e.PageBounds.Width);
    int y = Round(0.05 * e.PageBounds.Height);

    e.Graphics.DrawString(zaglavlje1, font, Brushes.Black, x, y);
}

```



```
e.Graphics.DrawString(zaglavlje2, font, Brushes.Black, x, y + 15);
string datum = NapraviDatum();
string vreme = DateTime.Now.TimeOfDay.ToString().Substring(0,8);
int mera = Round(e.Graphics.MeasureString(datum, font).ToPointF().X);

x = Round(0.95 * e.PageBounds.Width);

e.Graphics.DrawString(datum, font, Brushes.Black, x - mera, y);
e.Graphics.DrawString(vreme, font, Brushes.Black, x - mera, y + 15);
}
}
}
```