



UNIVERZITET U NIŠU
GRAĐEVINSKO-ARHITEKTONSKI FAKULTET



Nebojša M. Davidović

**PRIMENA PROBABILISTIČKOG KONCEPTA
U GEOTEHNIČKIM RAČUNSKIM ANALIZAMA
STABILNOSTI**

doktorska disertacija

Niš, 2013



UNIVERZITET U NIŠU
GRAĐEVINSKO-ARHITEKTONSKI FAKULTET



Nebojša M. Davidović

**PRIMENA PROBABILISTIČKOG KONCEPTA
U GEOTEHNIČKIM RAČUNSKIM ANALIZAMA
STABILNOSTI**

doktorska disertacija

Mentor:
Prof.dr Verka Prolović

Niš, 2013

Doktorska disertacija
UNIVERZITET U NIŠU
GRAĐEVINSKO-ARHITEKTONSKI FAKULTET
Niš, 2013

Mentor:

dr Verka Prolović, red.prof.
Univerzitet u Nišu, Građevinsko-arhitektonski fakultet

Članovi Komisije:

dr Verka Prolović, red.prof.
Univerzitet u Nišu, Građevinsko-arhitektonski fakultet

dr Dragan Lukić, red.prof.
Univerzitet u Novom Sadu, Građevinski fakultet u Subotici

dr Dragoslav Stojić, red.prof.
Univerzitet u Nišu, Građevinsko-arhitektonski fakultet

dr Zoran Bonić, docent
Univerzitet u Nišu, Građevinsko-arhitektonski fakultet

Doctoral Dissertation
UNIVERSITY OF NIŠ
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING AND ARCHITECTURE
Niš, 2013

Supervisor:

Ph.D Verka Prolović, full prof.
University of Niš, Faculty of Civil Engineering and Architecture

Evaluation board:

Ph.D Verka Prolović, full prof.
University of Niš, Faculty of Civil Engineering and Architecture

Ph.D Dragan Lukić, full prof.
University of Novi Sad, Faculty of Civil Engineering in Subotica

Ph.D Dragoslav Stojić, full prof.
University of Niš, Faculty of Civil Engineering and Architecture

Ph.D Zoran Bonić, assistant prof.
University of Niš, Faculty of Civil Engineering and Architecture

PRIMENA PROBABILISTIČKOG KONCEPTA U GEOTEHNIČKIM RAČUNSKIM ANALIZAMA STABILNOSTI

Rezime

Predmet naučnog istraživanja sprovedenog u okviru ove teze su geotehničke računске analize stabilnosti, u kojima je definisanje odgovarajućeg modela tla otežano zbog kompleksnosti materijala (tla) i neodređenosti uticajnih faktora (parametara tla i opterećenja). Metode istraživanja uslovljene su prirodom problematike koja je predmet istraživanja. Modeliranje tla za potrebe geotehničke računске analize stabilnosti vrši se na osnovu identifikacije ulaznih parametara (karakteristika tla i opterećenja), unošenja njihovih numeričkih vrednosti (konstantnih - za potrebe determinističke analize, odnosno funkcije raspodele verovatnoće za opis raspona mogućih vrednosti svakog parametra – za potrebe primene probabilističkog koncepta u računskoj analizi stabilnosti). Uporedna računска analiza stabilnosti svakog iz niza izabranih karakterističnih geotehničkih problema izvodi se primenom prvo determinističkog, a zatim i probabilističkog koncepta. Ograničenja tradicionalnog determinističkog pristupa su u tome što ne uzima u obzir neodređenost ulaznih parametara i ne pruža informaciju o verovatnoći pojave loma. Zadatak istraživanja je da omogući detaljan uvid u strukturu postupaka geotehničke računске analize stabilnosti zasnovanih na probabilističkom konceptu, gde se svaki ulazni parametar opisuje rasponom mogućih vrednosti i predstavlja funkcijom raspodele verovatnoće. Dobijeni rezultati jasno ukazuju na prednosti probabilističkog pristupa u računskoj analizi stabilnosti i na potrebu njegove šire primene u našim uslovima.

Ključne reči

Probabilistički koncept, geotehničke analize, parametri tla, neodređenost, promenljivost, stabilnost kosina, nosivost temeljnog tla.

PROBABILISTIC CONCEPT AND ITS APPLICATION IN GEOTECHNICAL STABILITY ANALYSES

Summary

Subject of scientific research conducted within this thesis are geotechnical stability analyses, in which the definition of an appropriate soil model due to the complexity of the material (soil) and uncertainties inherent in the influencing factors (soil parameters and load) is difficult. Research methods are dictated by the nature of the problem which is the subject of research. Modeling of soil for geotechnical stability analysis is based on the identification of input parameters (soil characteristics and load), entering their numerical values (constant - for deterministic analysis, and probability distribution functions to describe the range of possible values of each parameter - for purposes of applying the probabilistic concept of stability analysis). Comparative stability analysis of each of a series of selected typical geotechnical problems is performed using the first deterministic, then probabilistic concept. The limitations of traditional deterministic approach are that it does not consider the uncertainty of input parameters and does not provide information on the probability of failure. The task of research is to provide a detailed insight into the structure of stability analysis procedures based on a probabilistic concept, where each input parameter is defined by the range of possible values and a probability distribution function. The results clearly show the advantages of probabilistic approaches in stability analysis and the need for its wider application in our community.

Key words

Probabilistic concept, geotechnical analyses, soil parameters, uncertainty, variability, slope stability, bearing capacity.

S A D R Ź A J

LISTA TABELA.....	vi
LISTA SLIKA.....	viii
LISTA SIMBOLA I SKRAĆENICA.....	xii
1. UVOD.....	1
1.1 Specifičnosti geotehničke problematike.....	4
1.2 Metode rešavanja geotehničkih problema.....	6
1.3 Izvori i vrste neodređenosti.....	11
1.4 Osnove probabilističkog koncepta.....	14
1.5 Predmet, ciljevi i zadaci istraživanja.....	22
2. PREGLED PODRUČJA ISTRAŽIVANJA.....	25
2.1 Promenljivost i neodređenost parametara tla.....	28
2.1.1 Svojstva tla određena laboratorijskim ispitivanjima.....	30
2.1.2 Svojstva tla određena terenskim ispitivanjima.....	35
2.2 Probabilističke metode u geotehnici.....	37
2.3 Probabilističke metode i EUROCODE 7.....	44
3. PRIMENA PROBABILISTIČKOG KONCEPTA U GEOTEHNIČKIM ANALIZAMA STABILNOSTI.....	49
3.1 Analiza stabilnosti kosina.....	52
3.1.1 Deterministički pristup u analizi stabilnosti kosina.....	54
3.1.2 Probabilistički pristup u analizi stabilnosti kosina.....	65
3.2 Analiza nosivosti tla.....	70
3.2.1 Deterministički pristup u analizi nosivosti tla.....	72
3.2.2 Probabilistički pristup u analizi nosivosti tla.....	77
4. REZULTATI ISTRAŽIVANJA.....	82
4.1 Rezultati uporedne analize stabilnosti kosina (pri izgradnji Regionalne sanitarne deponije „Gigoš“ kod Jagodine).....	85
4.1.1 Deterministička analiza stabilnosti kosine.....	89
4.1.2 Probabilistička analiza stabilnosti kosine.....	91

4.2	Rezultati uporedne analize nosivosti temeljnog tla (pri izgradnji fabričkog kompleksa „Fiat Automobili Srbija d.o.o. Kragujevac“, Grošnica, Kragujevac).....	100
4.2.1	Deterministička analiza nosivosti temeljnog tla.....	102
4.2.2	Probabilistička analiza nosivosti temeljnog tla.....	105
4.3	Analiza rezultata istraživanja.....	112
5.	ZAKLJUČAK.....	118
	LITERATURA.....	124
	PRILOZI.....	133
	Prilog 1: Ulazni parametri za probabilističku analizu stabilnosti kosina.....	134
	Prilog 2: Rezultati probabilističke analize stabilnosti kosina.....	138
	Prilog 3: Ulazni parametri za probabilističku analizu nosivosti temeljnog tla.....	158
	Prilog 4: Rezultati probabilističke analize nosivosti temeljnog tla.....	167

LISTA TABELA

Tabela 2.1	Uobičajene vrednosti nekih parametara nekoherentnog tla.....	28
Tabela 2.2	Uobičajene vrednosti nekih parametara koherentnog tla.....	29
Tabela 2.3	<i>COV</i> laboratorijski izmerenih vrednosti pokazatelja vlažnosti i gustine tla.....	30
Tabela 2.4	<i>COV</i> laboratorijski izmerenih vrednosti pokazatelja plastičnosti tla.....	31
Tabela 2.5	<i>COV</i> laboratorijski izmerenih vrednosti parametara čvrstoće tla.....	32
Tabela 2.6	<i>COV</i> laboratorijski određenih vrednosti φ' za različite vrste tla.....	33
Tabela 2.7	<i>COV</i> laboratorijski izmerenih vrednosti parametara konsolidacije tla.....	33
Tabela 2.8	Pregled merne varijabilnosti za neke laboratorijski određene parametre tla.....	34
Tabela 2.9	<i>COV</i> rezultata terenskih SPT, CPT i VST opita.....	35
Tabela 2.10	Pregled merne varijabilnosti za neka terenska ispitivanja.....	36
Tabela 2.11	Karakteristični <i>COV</i> i odgovarajuće <i>PDF</i> funkcije raspodele za neke parametre tla.....	36
Tabela 2.12	Preporučene vrednosti parcijalnih faktora sigurnosti opterećenja i parametara tla.....	45
Tabela 3.1	Broj uslovnih jednačina za klizno telo podeljeno na n lamela.....	56
Tabela 3.2	Nepoznate veličine za klizno telo podeljeno na n lamela.....	56
Tabela 3.3	Osnovne karakteristike najpoznatijih rešenja za analizu stabilnosti kosina.....	59
Tabela 4.1	Rezultati ispitivanja ugla prirodnog nagiba rečnog šljunka frakcije 16/32 mm..	86
Tabela 4.2	Rezultati proračuna faktora sigurnosti za različite nagibe kosine.....	89
Tabela 4.3	Ulazni parametri za probabilističku analizu stabilnosti kosine.....	94
Tabela 4.4	Rezultati probabilističke analize stabilnosti kosina.....	95

Tabela 4.5	Odnos između verovatnoće loma, indeksa pouzdanosti i nivoa performansi.....	976
Tabela 4.6	Izmerene i usvojene vrednosti parametara tla za geomehaničke proračune.....	103
Tabela 4.7	Rezultati proračuna dozvoljenog opterećenja temeljnog tla.....	104
Tabela 4.8	Ulazni parametri za probabilističku analizu nosivosti temeljnog tla.....	105
Tabela 4.9	Rezultati probabilističke analize nosivosti temeljnog tla.....	109
Tabela 4.10	Rezultati determinističke i probabilističke analize nosivosti temeljnog tla.....	117

LISTA SLIKA

Slika 1.1	Oblast i mesto geotehnike	3
Slika 1.2	Geotehnička problematika	5
Slika 1.3	Uslovi za rešavanje problema deformacija i problema stabilnosti.....	6
Slika 1.4	Predstavljanje realnog tla u području radnih napona idealno elastičnim modelom	7
Slika 1.5	Krutoplastičan model tla (1), rastresito tlo (2) i zbijeno tlo (3)	8
Slika 1.6	Glavni izvori neodređenosti u procesu rešavanja geotehničkih problema	12
Slika 1.7	Izvori neodređenosti u geotehničkim parametrima tla	13
Slika 1.8	Funkcije verovatnoće slučajne promenljive X : PDF (gore) i CDF (dole).....	15
Slika 1.9	PDF funkcije za slučajne promenljive sa istim μ_x i različitim σ_x	16
Slika 1.10	Primer: (a) pozitivno; (b) negativno iskošene funkcije raspodele verovatnoća...	18
Slika 1.11	Primeri: (a) savršeno pozitivne korelacije između promenljivih X i Y ; (b) savršeno negativne korelacije između promenljivih X i Y ; (c) linearno nezavisnih promenljivih X i Y	18
Slika 1.12	Normalna funkcija raspodele verovatnoće: (a) PDF , (b) CDF	19
Slika 1.13	LogNormalna funkcija raspodele verovatnoće: (a) PDF promenljive $\ln(X)$, (b) PDF promenljive X	20
Slika 1.14	Uniformna funkcija raspodele verovatnoće: (a) PDF , (b) CDF	20
Slika 1.15	Eksponecijalna funkcija raspodele verovatnoće: (a) PDF , (b) CDF	21
Slika 2.1	Karakteristične PDF funkcije za otpore (R) i opterećenja (Q).....	38

Slika 2.2	<i>PDF</i> funkcija (a) i <i>CDF</i> funkcija (b) za marginu sigurnosti (M).....	39
Slika 2.3	Promenljivost X po dubini (z).....	40
Slika 2.4	Funkcija gustine verovatnoće X	40
Slika 2.5	Rezultati probabilističke analize stabilnosti u obliku funkcija raspodele verovatnoća: <i>PDF</i> (levo) i <i>CDF</i> (desno).....	40
Slika 2.6	Šematski prikaz usvajanja projektne vrednosti X_d parametra tla X	46
Slika 2.7	Šematski prikaz različitih metoda za kalibraciju parcijalnih faktora sigurnosti..	47
Slika 3.1	Sile na karakterističnoj lameli kliznog tela proizvoljnog oblika	55
Slika 3.2	Zavisnost faktora sigurnosti F_x i F_m od pretpostavljenog nagiba međulamelnih sila (λ).....	59
Slika 3.3	Strujanje vode u kosini beskonačne dužine (levo) i sile koje deluju na lamelu (desno).....	60
Slika 3.4	Neke od najčešće korišćenih funkcija $f(x)$ nagiba međulamelnih sila	64
Slika 3.5	Kosina na proslojku slabijeg tla - Postupak određivanja F_{min}	65
Slika 3.6	Šematski prikaz probabilističke analize stabilnosti kosine	66
Slika 3.7	Šematski prikaz Monte Carlo Simulacije	68
Slika 3.8	Rezultat Monte Carlo Simulacije: (a) <i>PDF</i> i (b) <i>CDF</i> faktora sigurnosti (F)....	68
Slika 3.9	Veza između verovatnoće loma (P_f) i indeksa pouzdanosti (β), za normalnu raspodelu vrednosti F	69
Slika 3.10	Vidovi i mehanizmi loma tla	71
Slika 3.11	Mehanizam loma ispod trakastog temelja po Prandtlu	72
Slika 3.12	Faktor nosivosti N_c prema Skemptonu	74

Slika 3.13	Efektivna površina temelja pri ekscentričnom opterećenju	75
Slika 3.14	(a) Temelj na homogenom tlu; Funkcije raspodele slučajnih promenljivih: (b) φ' ; (c) $\tan\varphi'$; (d) c' ; (e) $\ln c'$	79
Slika 3.15	Rezultat Monte Carlo Simulacije - funkcija raspodele verovatnoće (<i>CDF</i>) sračunatih vrednosti nosivosti tla	80
Slika 4.1	Deponija „Gigoš“ u fazi izgradnje (levo); Primena geomreže „Fortrac 3D“ (desno)	85
Slika 4.2	Direktno određivanje kritičnog ugla prirodnog nagiba zrnastog materijala	85
Slika 4.3	Određivanje ugla prirodnog nagiba (α) na osnovu izmerenih veličina R i H	86
Slika 4.4	Šematski prikaz uticaja geomreže „Fortrac 3D“ na stabilnost kosine	88
Slika 4.5	Zavisnost „Nagib kosine – Faktor sigurnosti“ (bez geomreže)	90
Slika 4.6	Zavisnost „Nagib kosine – Faktor sigurnosti“ (sa geomrežom „Fortrac 3D“)	90
Slika 4.7	Probabilistički model ulaznog parametra φ' (stepeni) na bazi 20 izmerenih vrednosti	92
Slika 4.8	<i>PDF</i> i <i>CDF</i> ulaznog parametra φ' (rad) na bazi 10 000 iteracija <i>MCS</i>	92
Slika 4.9	<i>PDF</i> i <i>CDF</i> ulaznih parametara: γ (gore), γ_z (u sredini) i γ' (dole)	93
Slika 4.10	Rezultat (Output) <i>MCS</i> : Faktor sigurnosti (F) za situaciju 2A1 i nagib kosine 1:1	96
Slika 4.11	Rezultat (Output) <i>MCS</i> : Faktor sigurnosti (F) za situaciju 2A1 i nagib kosine 1:1,25	96
Slika 4.12	Rezultat (Output) <i>MCS</i> : Faktor sigurnosti (F) za situaciju 2A1 i nagib kosine 1:1,5	97
Slika 4.13	Rezultat (Output) <i>MCS</i> : Faktor sigurnosti (F) za situaciju 2A1 i nagib kosine 1:1,75	98
Slika 4.14	Rezultat (Output) <i>MCS</i> : Faktor sigurnosti (F) za situaciju 2A1 i nagib kosine 1:2	98
Slika 4.15	Lokacija „Grošnica“ u Kragujevcu (ortofoto Google Earth prikaz)	100

Slika 4.16	Situacioni plan lokacije „Grošnica“ sa položajem istražnih bušotina PZ1 – PZ35.....	101
Slika 4.17	Karakterističan stratigrafski profil terena na lokaciji „Grošnica – LOT 3“.....	102
Slika 4.18	Uticaj dubine fundiranja i dimenzija stope temelja na dozvoljeno opterećenje tla	104
Slika 4.19	Probabilistički model (<i>PDF</i>) ulaznog parametra γ na bazi 10000 iteracija <i>MCS</i>	106
Slika 4.20	Probabilistički model (<i>PDF</i>) ulaznog parametra c_m na bazi 10000 iteracija <i>MCS</i>	106
Slika 4.21	Probabilistički model (<i>PDF</i>) ulaznog parametra φ_m na bazi 10000 iteracija <i>MCS</i>	107
Slika 4.22	Probabilistički model (<i>PDF</i>) ulaznog parametra $\tan\varphi_m$ na bazi 10000 iteracija <i>MCS</i>	107
Slika 4.23	Probabilistički model (<i>PDF</i>) ulaznog parametra N_q na bazi 10000 iteracija <i>MCS</i>	108
Slika 4.24	Probabilistički model (<i>PDF</i>) ulaznog parametra N_c na bazi 10000 iteracija <i>MCS</i>	108
Slika 4.25	Probabilistički model (<i>PDF</i>) ulaznog parametra N_γ na bazi 10000 iteracija <i>MCS</i>	109
Slika 4.26	Rezultat (Output) <i>MCS</i> : q_a za kombinaciju 1 ($D_f=1.50\text{m}$, $B=L=2.00\text{m}$).....	110
Slika 4.27	Rezultat (Output) <i>MCS</i> : q_a za kombinaciju 2 ($D_f=1.50\text{m}$, $B=L=3.00\text{m}$).....	110
Slika 4.28	Rezultat (Output) <i>MCS</i> : q_a za kombinaciju 3 ($D_f=2.00\text{m}$, $B=L=2.00\text{m}$).....	111
Slika 4.29	Rezultat (Output) <i>MCS</i> : q_a za kombinaciju 4 ($D_f=2.00\text{m}$, $B=L=3.00\text{m}$).....	111
Slika 4.30	Šematski prikaz determinističke analize sa 3 ulazna parametra (x , y i z).....	112
Slika 4.31	Šematski prikaz probabilističke analize sa 3 ulazna parametra (x , y i z).....	113
Slika 4.32	Uticaj neodređenosti ulaznih parametara na oblik funkcije gustine verovatnoća (<i>PDF</i>), vrednosti faktora sigurnosti (F) i verovatnoću loma (P_f).....	115

LISTA SIMBOLA I SKRAĆENICA

Simbol	Značenje	Jedinica
Latinična slova		
A	Događaj (u Teoriji verovatnoće)	(-)
A	Površina osnove temelja	(m ²)
A'	Efektivna površina osnove temelja	(m ²)
a	Geometrijski podaci (u Eurokodu 7)	(-)
B	Širina stope temelja	(m)
B'	Efektivna širina stope temelja	(m)
C	Kapacitet geotehničkog sistema	(-)
C	Dozvoljene deformacije (u Eurokodu 7)	(-)
C_c	Indeks kompresije	(-)
CDF	Funkcija raspodele verovatnoće (<i>Cumulative Distribution Function</i>)	(-)
COV	Koeficijent varijacije (<i>Coefficient of Variation</i>)	(%)
CPT	Opit statičke penetracije (<i>Cone Penetration Test</i>)	(-)
CU	Konsolidovani nedrenirani (<i>Consolidated Undrained</i>) triaksijalni opit	(-)
c	Kohezija	(kN/m ²)
c'	Kohezija za efektivne napone	(kN/m ²)
c_m	Mobilizovana kohezija	(kN/m ²)
c_u	Kohezija u nedreniranim uslovima	(kN/m ²)
c_v	Koeficijent konsolidacije	(m ² /s)

Simbol	Značenje	Jedinica
D	Prečnik zrna	(m, mm)
D	Zahtev koji se postavlja pred geotehnički sistem	(-)
D_f	Dubina fundiranja	(m)
D_r	Relativna gustina	(%)
d_c, d_q, d_y	Faktori dubine temelja	(-)
E	Efekti akcija (u Eurokodu 7)	(-)
E	Modul elastičnosti	(kN/m ²)
E_{ta}	Modul deformacije tla	(kN/m ²)
$EC7$	Eurokod 7 (Evropski standard)	(-)
E_d	Projektna vrednost opterećenja	(kN)
$E_{(X)}$	Matematičko očekivanje (u Teoriji verovatnoće)	(-)
e	Ekscentricitet sile	(m)
e	Koeficijent poroznosti	(-)
F	Faktor sigurnosti	(-)
F	Funkcija performansi	(-)
F	Akcije (u Eurokodu 7)	(-)
$FORM$	Probabilistička metoda <i>First Order Reliability Method</i>	(-)
$FOSM$	Probabilistička metoda <i>First Order Second Moment</i>	(-)
F_{max}	Maksimalna vrednost faktora sigurnosti	(-)
F_{min}	Minimalna vrednost faktora sigurnosti	(-)
F_c	Parcijalni faktor sigurnosti za koheziju	(-)

Simbol	Značenje	Jedinica
F_φ	Parcijalni faktor sigurnosti za ugao unutrašnjeg trenja	(-)
F_m	Faktor sigurnosti, dobijen iz uslova ravnoteže momenata	(-)
F_x	Faktor sigurnosti, dobijen iz uslova ravnoteže u horizontalnom pravcu	(-)
$F_X(x)$	Funkcija raspodele verovatnoće (<i>CDF</i>) slučajne promenljive X	(-)
$f_X(x)$	Funkcija gustine verovatnoće (<i>PDF</i>) slučajne promenljive X	(-)
G_s	Specifična težina zrna	(-)
g	Ubrzanje Zemljine teže	(m/s ²)
$g(\cdot)$	Funkcija performansi	(-)
H	Debljina sloja	(m)
H	Horizontalna komponenta rezultante ukupnog opterećenja temelja	(kN)
i_c, i_q, i_γ	Faktori nagiba sile	(-)
k	Koeficijent vodopropusnosti	(m/s)
L	Dužina temeljne stope	(m)
LI	Indeks tečenja (<i>Liquid Index</i>)	(%)
LL	Granica tečenja (<i>Liquid Limit</i>)	(%)
LN	LogNormalna funkcija raspodele verovatnoća	(-)
L'	Efektivna dužina temeljne stope	(m)
M	Margina sigurnosti	(-)
M	Momenat	(kNm)
MCS	Monte Carlo Simulacija	(-)
m	Koeficijent zavistan od pravca delovanja rezultante H	(-)

Simbol	Značenje	Jedinica
m	Nagib kosine (1: m)	(-)
$\max q_a$	Maksimalna vrednost dozvoljenog opterećenja temeljnog tla	(kN/m ²)
$\min q_a$	Minimalna vrednost dozvoljenog opterećenja temeljnog tla	(kN/m ²)
N	Broj udaraca (u opitu standardne penetracije)	(-)
N	Normalna funkcija raspodele verovatnoća	(-)
N	Normalna sila u osnovi lamele	(kN)
NC	Normalno konsolidovan	(-)
N_c	Faktor nosivosti za koheziju	(-)
N_q	Faktor nosivosti za vertikalno opterećenje od sopstvene težine tla na nivou D_f	(-)
N_γ	Faktor nosivosti za sopstvenu težinu tla ispod nivoa temeljne spojnice	(-)
n	Broj lamela	(-)
n	Broj svih ishoda	(-)
n	Poroznost	(%)
n_A	Broj ishoda koji dovode do realizacije događaja A	(-)
OC	Prekonsolidovan	(-)
OCR	Stepen prekonsolidacije	(-)
$P[A]$	Verovatnoća događaja A	(-)
PDF	Funkcija gustine verovatnoće (<i>Probability Density Function</i>)	(-)
PEM	Probabilistička metoda <i>Point Estimate Method</i>	(-)
PI	Indeks plastičnosti (<i>Plasticity Index</i>)	(%)
PL	Granica plastičnosti (<i>Plasticity Limit</i>)	(%)

Simbol	Značenje	Jedinica
P_f	Verovatnoća loma (<i>Probability of Failure</i>)	(%)
p_c'	Pritisak prekonsolidacije	(kN/m ²)
Q	Opterećenje koje deluje na sistem	(kN)
q_a	Dozvoljeno opterećenje	(kN/m ²)
$q_{a(95\%)}$	Dozvoljeno opterećenje za nivo pouzdanosti 95%	(kN/m ²)
q_c	Otpor pri utiskivanju konusa (u opitu statičke penetracije)	(kN/m ²)
q_f	Granično opterećenje	(kN/m ²)
q_0	Geostatički napon na koti fundiranja	(kN/m ²)
R	Otpori (u Eurokodu 7)	(-)
R	Raspoloživi otpor sistema	(-)
R	Poluprečnik kružno cilindrične klizne površine	(m)
R_d	Projektna vrednost nosivosti tla	(kN/m ²)
R_k	Karakteristična vrednost nosivosti tla (u Eurokodu 7)	(kN/m ²)
S	Smičuća sila u osnovi lamele	(kN)
SLS	Granična stanja upotrebljivosti (<i>Serviceability Limit States</i>)	(-)
$SOSM$	Probabilistička metoda <i>Second Order Second Moment</i>	(-)
SPT	Opit standardne (dinamičke) penetracije	(-)
S_R	Stepen zasićenja	(%)
S_u	Smičuća čvrstoća u nedreniranim uslovima	(kN/m ²)
s_c, s_q, s_γ	Faktori oblika stope temelja	(-)
T	Tangencijalna sila	(kN)

Simbol	Značenje	Jedinica
t	Vreme	(s)
$\tan\phi'$	Koeficijent unutrašnjeg trenja	(-)
ULS	Granična stanja nosivosti (<i>Ultimate Limit States</i>)	(-)
UU	Nekonsolidovani nedrenirani (<i>Unconsolidated Undrained</i>)	(-)
u	Pritisak vode u porama tla	(kN/m ²)
V	Vertikalna komponenta rezultante opterećenja temelja	(kN)
V_a	Dozvoljena vertikalna komponenta rezultante opterećenja temelja	(kN)
VST	Opit terenskom krilnom sondom	(-)
$V(X)$	Varijansa (disperzija)	(-)
W	Težina lamele	(kN)
w	Vlažnost (sadržina vode)	(%)
X	Slučajna promenljiva (u Teoriji verovatnoće)	(-)
\bar{x}	Srednja vrednost	(-)
X_L, X_D	Normalne komponente međulamelnih sila	(kN)
Y_L, Y_D	Smičuće komponente međulamelnih sila	(kN)
x, y, z	Koordinate	(m)
z	Dubina na kojoj se nalazi pretpostavljena klizna površina	(m)

Simbol	Značenje	Jedinica
--------	----------	----------

Grčka slova

α	Ugao prirodnog nagiba krupnozrnog materijala	($^{\circ}$)
α	Ugao nagiba osnove lamele	($^{\circ}$)
α	Faktor redukcije (u Eurokodu 7)	(-)
β	Indeks pouzdanosti (u Teoriji verovatnoće)	(-)
β	Ugao nagiba strujnica	($^{\circ}$)
δ	Pomeranje	(m, mm)
ε	Deformacija	(-)
γ	Klizanje, deformacija smicanja	(-)
γ	Zapreminska težina prirodno vlažnog tla	(kN/m ³)
γ	Parcijalni faktor sigurnosti (u Eurokodu 7)	(-)
γ_d	Zapreminska težina suvog tla	(kN/m ³)
γ_w	Zapreminska težina vode	(kN/m ³)
γ_z	Zapreminska težina zasićenog tla	(kN/m ³)
γ'	Zapreminska težina potopljenog tla	(kN/m ³)
θ	Korak fluktuacije	(m)
λ	Broj pojava u jedinici vremena (u teoriji verovatnoće)	(-)
λ	Faktor nagiba rezultante međulamelnih sila	(-)
μ	Srednja (očekivana) vrednost	(-)
ν	Poisson-ov koeficijent	(-)
ν_x	Iskošenost (asimetrija)	(-)

Simbol	Značenje	Jedinica
ρ	Gustina	(t/m ³)
ρ_{XY}	Koeficijent korelacije između promenljivih X i Y	(-)
Σ	Zbir, suma	(-)
σ	Normalan napon	(kN/m ²)
σ'	Efektivan normalan napon	(kN/m ²)
σ_n	Totalan normalan napon	(kN/m ²)
σ_f	Normalan napon pri lomu	(kN/m ²)
σ_x	Standardna devijacija	(-)
σ_x^2	Varijansa (disperzija)	(-)
τ	Smičući napon	(kN/m ²)
τ_f	Smičuća čvrstoća	(kN/m ²)
τ_m	Mobilisana smičuća čvrstoća	(kN/m ²)
φ	Ugao unutrašnjeg trenja	(°)
φ'	Efektivni ugao unutrašnjeg trenja	(°)
φ_m	Mobilizovani ugao unutrašnjeg trenja	(°)
φ_u	Ugao unutrašnjeg trenja u nedreniranim uslovima	(°)

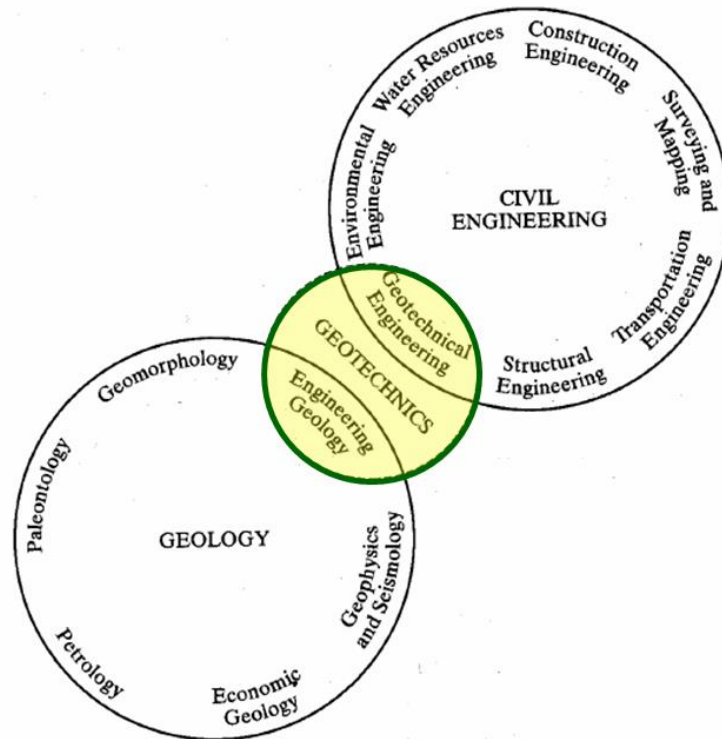
1.

UVOD

1 UVOD

Tlo je najstariji, ali i najsloženiji inženjerski materijal. Građevinski objekti se grade na tlu (zgrade, putevi, mostovi, brane), u tlu (podzemni objekti, useci, kosine), a često i od tla (nasipi, nasute brane). Ljudi su gradili puteve, kanale, brane, utvrđenja, tunele i druge geotehničke konstrukcije i hiljadama godina pre nego što je geotehnika formalno ustanovljena kao disciplina. Pošto nije bilo teorijskih osnova za projektovanje, taj posao se poveravao iskusnim graditeljima, koji su svoje umeće zasnivali na intuiciji i iskustvu. Veština projektovanja se prenosila usmeno, sa kolena na koleno. Ovakvi postupci su davali zadovoljavajuće rezultate ako su objekti bili uobičajenih dimenzija, slični prethodno izgrađenim (pa je moglo da se koristi to iskustvo) i građeni na terenu povoljnih karakteristika. Brojni su primeri zadivljujućeg umeća tih drevnih graditelja, a neki od tih objekata i dan danas postoje (neke brane u Indiji su u funkciji više od dve hiljade godina). Nažalost, bilo je i primera dramatičnih rušenja sa katastrofalnim posledicama. Naučnici su počeli ozbiljnije da se bave inženjerskim osobinama tla tokom 17. i 18. veka, a prvi koji je primenom principa mehanike rešavao probleme u vezi sa tlom je francuski naučnik Coulomb. U radu iz 1776. godine, koji se smatra prvim primerom racionalne mehanike tla, on je definisao uslov loma u tlu, koji se i danas primenjuje u inženjerskoj praksi. Brza industrijalizacija i intenzivan razvoj gradova krajem 19. i početkom 20. veka zahtevali su i nove pristupe u projektovanju i izgradnji brojnih, po funkciji i dimenzijama vrlo različitih tipova objekata. Sve te objekte trebalo je sigurno, ali i ekonomično fundirati, pa su se nametala i brojna nova pitanja u vezi stabilnosti objekata, očekivanih sleganja, naponskih stanja u tlu, načina fundiranja, itd. Karl Terzaghi je 1925. godine, objavljivanjem knjige „Erdbaumechanik“, postavio temelje modernoj mehanici tla. Definirao je metode teorijske analize problema, kao i procedure za laboratorijska i terenska ispitivanja, čime je omogućen racionalni pristup rešavanju geotehničkih problema, potpuno različit od dotadašnjeg.

Geotehničko inženjerstvo je disciplina u okviru građevinarstva koja se bavi tлом, stenama i podzemnom vodom, kao i njihovim uticajima na projektovanje, izgradnju i ponašanje objekata. Usko je povezano sa inženjerskom geologijom, koja je grana geologije. Stručnjaci iz ovih oblasti često timski rešavaju praktične probleme, a oblast zajedničkog delovanja se naziva geotehnika (Slika 1.1) (Coduto, 1999).



Slika 1.1 Oblast i mesto geotehnike

U novije vreme inženjeri geotehničari su proširili oblast svog delovanja i na nova područja, posebno na ekološki geoinženjering, gde se bave podzemnim ekološkim problemima. Visoke cene nekretnina, posebno u urbanim sredinama, često diktiraju izgradnju i na slabo nosivim i nestabilnim terenima, što predstavlja poseban problem. Angažovanje stručnjaka iz oblasti geotehnike u rešavanju ovog problema dovelo je do razvoja novih metoda i tehnika, kao što su poboljšanje tla i mehanički stabilizovani zemljani zidovi (Chowdhury i Flentje, 2007). U proceni problema i iznalaženju rešenja geotehničari treba da posmatraju dalje od svojih uskih specijalnosti, a multidisciplinarni pristup, koji je vrlo poželjan u svim aktivnostima oko rešavanja problema, vremenom će postati još važniji.

1.1 Specifičnosti geotehničke problematike

Razvoj metoda koje su početkom 20. veka omogućile izdvajanje mehanike tla kao nove naučne discipline, usledio je skoro vek nakon uvođenja racionalnih metoda u konstrukterstvu i mašingradnji. Ovo zaostajanje ne iznenađuje, jer je analiza ponašanja materijala koje je priroda definisala mnogo kompleksnija od analiza karakterističnih za veštačke materijale, pa čak i tako složene kao što je armirani beton. Geotehničko inženjerstvo se značajno razlikuje od ostalih građevinskih disciplina. Te razlike se ogledaju u sledećem:

Inženjerska svojstva tla i stena, kojima se bave geotehničari, su složenija i teže ih je odrediti nego što je to slučaj sa veštačkim materijalima, kao što su čelik ili beton. Takođe, svojstva tla značajno variraju od jedne do druge tačke, pa čak i u okviru iste lokacije. Zato se značajan deo vremena, rada i raspoloživih finansijskih sredstava troši na karakterizaciju terena. Za razliku od konstruktivaca, koji će sva potrebna svojstva materijala jednostavno potražiti u knjizi, geotehničari moraju prvo pribaviti uzorke sa svih lokacija, a zatim ih ispitivati u laboratoriji. Pošto je broj istražnih bušotina i laboratorijskih ispitivanja iz ekonomskih razloga ograničen, raspolaže se podacima koji se odnose na vrlo mali deo terena. To je razlog što se geotehničari u velikoj meri oslanjaju na inženjersku procenu, koja je kombinacija sopstvenog i tuđeg iskustva, subjektivnosti i drugih faktora (Coduto, 1999).

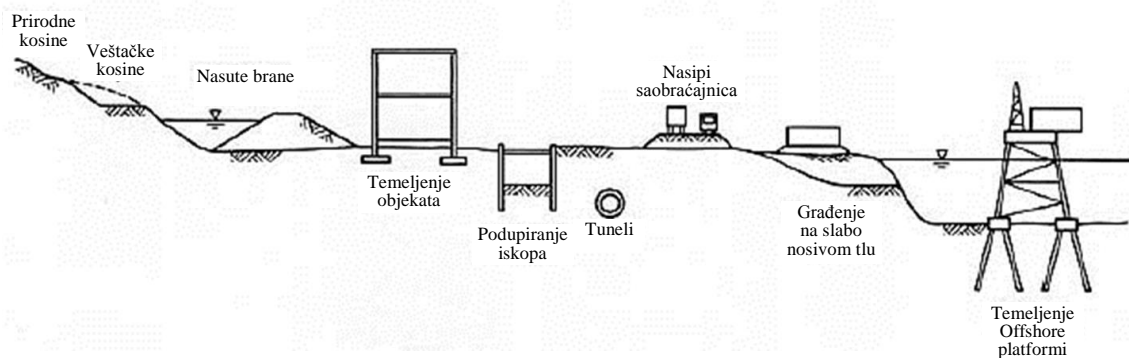
Problemi u vezi sa tlom su jedinstveni, pored ostalog, i zbog sledećih činjenica:

- Veza između napona i deformacija u tlu nije ni linearna ni jedinstvena,
- Realna svojstva materijala su promenljiva u prostoru koji zauzima masa tla i zavise od napona i istorije napona,
- Svojstva tla se u principu procenjuju na osnovu rezultata ispitivanja malih uzoraka dobijenih pri terenskom istraživanju,
- Uzorci tla su uvek u većoj ili manjoj meri poremećeni pri uzimanju iz sloja, pa njihovo ponašanje tokom laboratorijskog ispitivanja može značajno da se razlikuje od ponašanja tla *in situ*.

Najčešća pitanja koja se postavljaju pred geotehničare su:

- Može li tlo u podlozi bezbedno da primi opterećenje od projektovanog objekta?
- Kakav je režim podzemnih voda, kakve promene se mogu očekivati i koji je njihov efekat?
- Kakav će biti uticaj planiranih iskopavanja, formiranja kosina i nasipanja?
- Da li su prirodne ili projektovane zemljane kosine stabilne? Ako nisu, kako ih stabilizovati?
- Kakvi temelji su pogodni za planirani objekat i kako ih dimenzionisati?
- Ako su projektom predviđeni potporni zidovi, koji tip bi bio najpogodniji i kako ih dimenzionisati?
- Kako će se teren ponašati u slučaju eventualnog zemljotresa?
- Da li je tlo u području planiranog objekta kontaminirano hemijskim ili biološkim materijama? Ako te materije predstavljaju rizik po zdravlje ili bezbednost, kako rešiti problem?

Neki od tipičnih problema koje u praksi rešavaju stručnjaci iz oblasti geotehničkog inženjerstva prikazani su na Slici 1.2.



Slika 1.2 Geotehnička problematika

Među njima se kao najznačajniji mogu izdvojiti sledeći problemi:

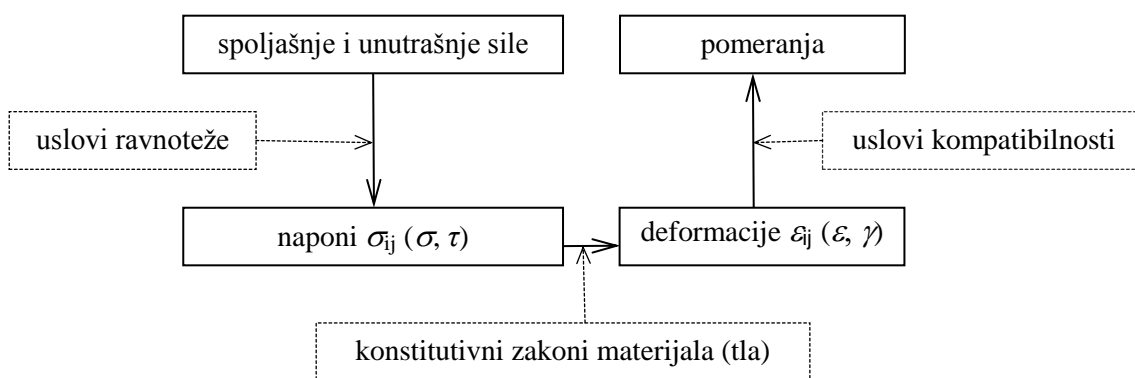
- Ocena sposobnosti tla da primi opterećenje temelja građevinskih objekata,
- Analiza stabilnosti zemljanih konstrukcija, nasipa i nasutih brana,
- Prognoziranje kretanja vode kroz tlo,
- Određivanje pritisaka tla na konstrukcije,
- Stabilnost padina i kosina,
- Poboljšanje mehaničkih osobina tla.

1.2 Metode rešavanja geotehničkih problema

Neki problemi graničnih stanja u mehanici tla rešavani su već u 18. i 19. veku, kada su analizirane teorije zemljanih pritisaka i nosivosti tla, stabilnosti kosina, proceđivanja vode i elastičnosti. Međutim, klasičan pristup u rešavanju geotehničkih graničnih stanja razvijen je tek u prvoj polovini 20. veka. **Karl Terzaghi (1943)** je u „Teorijskoj mehanici tla“ geotehničke probleme svrstao u dve osnovne grupe:

1. Problemi deformacija (sleganja)
2. Problemi stabilnosti (zemljani pritisci, nosivost tla, stabilnost kosina)

Uslovi za rešavanje tih problema iskazani su matematičkim relacijama prema šemi prikazanoj na Slici 1.3:



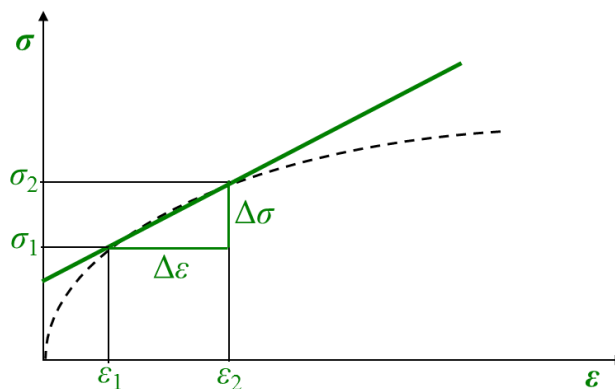
Slika 1.3 Uslovi za rešavanje problema deformacija i problema stabilnosti

Uslovi ravnoteže (veza sila i napona) i uslovi kompatibilnosti (veza deformacija i pomeranja) proizilaze iz opštih zakona mehanike kontinuuma, koji su izvedeni za materijale mnogo jednostavnije od tla, a konstitutivni zakoni (veza napona i deformacija) za tlo se određuju eksperimentalno i važe samo za primenjene uslove ispitivanja. Tako dobijen sistem parcijalnih diferencijalnih jednačina rešava se na osnovu poznatih graničnih (konturnih) uslova (po silama, pomeranjima ili mešovitim).

Očigledno je da bi se tačno rešenje (koje zadovoljava sve uslove ravnoteže i kompatibilnosti za svaki nivo opterećenja) moglo dobiti ako bi postojao takav konstitutivni model tla u kome je korektno matematički izražen odnos napona i deformacija u celom rasponu mogućih stanja napona, uključujući i lom. Kako zbog

kompleksnosti veza između napona i deformacija (nelinearne, nereverzibilne, zavise od vremena, putanje napona, temperature, itd) takav jedinstveni model tla (još uvek) nije definisan, rešenja u praksi se dobijaju tako što se osobine tla idealizuju i manje-više jednostavno analitički izraze preko različitih modela. Model kojim se predstavlja realno tlo treba da bude kompletan, tj. primenljiv za sve nivoe radnih napona, zasnovan na fizičkoj interpretaciji ponašanja tla pri promeni napona i da njegovi parametri mogu da se dobiju iz standardnih opita (Davidović, 2004).

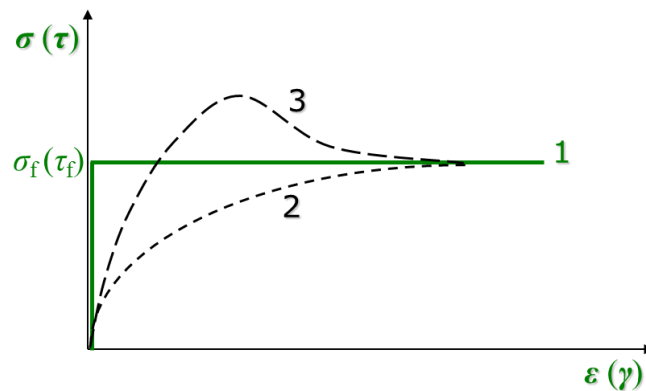
Pri rešavanju problema deformacija u konvencionalnoj Mehanici tla primenjuju se zakoni teorije elastičnosti (*Hook-ov zakon*), a realno tlo se u području radnih napona (od σ_1 do σ_2) predstavlja modelom idealno (linearno) elastičnog materijala (Slika 1.4). Deformacije se mogu odrediti iz datih uslova preko Hook-ovog zakona, na bazi ekvivalentnog modula elastičnosti (modula deformacije tla $E_{tla} = \Delta\sigma / \Delta\varepsilon$).



Slika 1.4 Predstavljanje realnog tla u području radnih napona idealno elastičnim modelom

Pri rešavanju problema stabilnosti realno tlo se predstavlja modelom idealno plastičnog (kruto plastičnog) materijala (Slika 1.5), koji podrazumeva da je tlo kruto nedeformabilno sve do loma, kada smičući naponi (τ) dostižu vrednost smičuće čvrstoće (τ_f), a deformacije postaju neograničeno velike.

Činjenica da se za isto tlo problemi deformacija i stabilnosti rešavaju pomoću dva različita matematička modela ukazuje na teorijsku nelogičnost, ali se u svakodnevnoj inženjerskoj praksi ti postupci i danas široko primenjuju i daju sasvim zadovoljavajuće rezultate (Nonveiller, 1990).



Slika 1.5 Krutoplastičan model tla (1), rastresito tlo (2) i zbijeno tlo (3)

Pri rešavanju problema gde je primarno odrediti odnos između radnih napona i napona pri lomu (npr. problem stabilnosti kosina), usvaja se kruto plastičan model tla. Za takav materijal konstitutivne veze predstavljene su uslovom plastičnosti (uslovom loma). Deformacija do loma nema, pa su uslovi kompatibilnosti zanemareni. Problem se rešava preko uslova ravnoteže i uslova loma tla, primenom metode linija klizanja ili metode granične ravnoteže.

U metodi linija klizanja, koja je matematički rigorozna, uslov loma kombinovan je sa uslovima ravnoteže tako da se dobija sistem diferencijalnih jednačina čije rešenje za svaku tačku područja loma daje intenzitet komponentalnih napona i orijentaciju linija klizanja. Sokolovski (1960, 1965) je dao rešenja koja se mogu primeniti na probleme stabilnosti kosina, nosivosti tla ili pritisaka tla na potporne konstrukcije. Međutim, ova rešenja se ređe koriste u praksi, jer je njihova primena u problemima sa kompleksnom geometrijom i opterećenjem dosta komplikovana.

Metoda granične ravnoteže, iako nije matematički rigorozna, može da se primeni za rešavanje problema sa složenim graničnim uslovima, svojstvima tla i uslovima opterećivanja. Tačnost rešenja dobijenih primenom ove metode često se dovodi u pitanje zbog pretpostavki koje je neophodno uvesti. Uprkos tome, ovaj pristup je često favorizovan u inženjerskoj praksi, zbog svoje jednostavnosti i opšteg karaktera (Carter i dr., 2000).

Metodologija rešavanja geotehničkih problema obično obuhvata sledeće faze:

- Prethodna geotehnička istraživanja, koja obuhvataju pregled terena i raspoložive dokumentacije, planiranje i izvođenje detaljnih istraživanja,
- Terenska istraživanja i ispitivanja, koja mogu biti površinska i dubinska,
- Laboratorijska ispitivanja uzoraka tla, kojima se određuju opšta fizička svojstva (gustina, vlažnost, poroznost, itd.), kao i mehanička svojstva (deformabilnost, čvrstoća, vodopropusnost),
- Geomehnički proračuni ponašanja tla, koji obuhvataju izbor računskog modela i sprovođenje geomehničkih proračuna stabilnosti i deformacija tla,
- Izrada geotehničkog izveštaja, koji sadrži rezultate, njihovu analizu i procenu ponašanja sistema „tlo – objekat“.
- Kontrola terenskih uslova u fazi realizacije projekta (tokom gradnje) i upoređivanje sa uslovima kakvi su predviđeni u projektu,
- Ponekad je i nakon završetka gradnje potrebno angažovanje geotehničara, npr. u slučaju terena gde je proces sleganja dugotrajan, pa se monitoring vrši mesecima ili godinama po izgradnji.

Centralni problem geotehničkog inženjerstva je izbor pokazatelja tla za potrebe analize, bilo determinističke ili probabilističke. Geotehnički proračuni treba da obezbede stabilnost i očekivane deformacije u granicama dozvoljenih, ne samo za projektovanu konstrukciju, već i za susedne objekte. U proteklim decenijama ovi proračuni bili su bazirani na konvencionalnom determinističkom pristupu, gde je uobičajeno da se heterogeno tlo podeli na statistički homogene slojeve, a da se onda pokazatelji tih slojeva uvode u jedinstvenu analizu, koja vodi do globalnog faktora sigurnosti. Pri tome se potpuno zanemaruje uticaj promenljivosti tih pokazatelja u heterogenoj sredini, a uticaj neobuhvaćenih faktora kompenzuje se uvođenjem konzervativnih pretpostavki (Davidović i dr., 2012).

U novije vreme raste svest o tome da prostornu promenljivost geotehničkih materijala treba na odgovarajući način uvesti u geotehničke proračune. Pristup koji uzima u obzir ove efekte priznat je i prisutan u svim novijim stručnim kodeksima. EUROKOD 7 je uveo koncept karakterističnih vrednosti u proces geotehničkog

projektovanja, što je značajna promena u odnosu na tradicionalne metode, koje se zasnivaju na globalnom faktoru sigurnosti (Hicks i dr., 2005).

1.3 Izvori i vrste neodređenosti

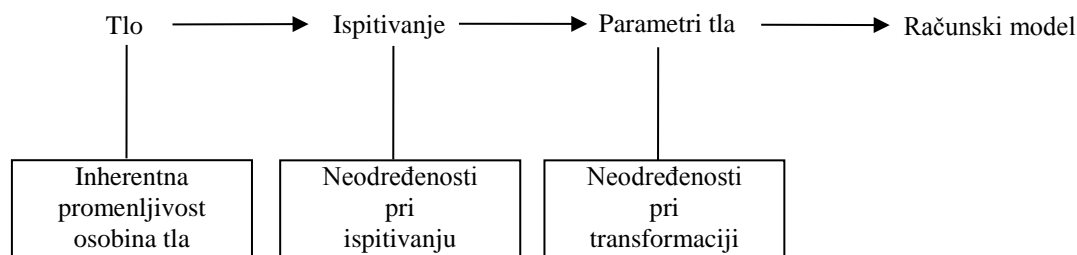
Sa neodređenostima se susrećemo na svakom koraku u svakodnevnom životu, a da toga često nismo ni svesni. Među brojnim značenjima reči „neodređenost“ su i nesigurnost, nepredvidljivost, slučajnost, nejasnoća, promenljivost.

Na šta mislimo kada kažemo da je nešto neodređeno? Da li znači da se to dešava slučajno na neki nepredvidiv način, kao što je to u slučaju bacanja kockica? Ovaj tip neodređenosti je poznat kao aleatorni, prema latinskoj reči *aleator*, što znači *kockar*. Međutim, nešto može da bude neodređeno i ako nemamo dovoljno informacija o tome. Na primer, nakon mešanja špila karata za igranje, raspored karata je određen, ali nama nepoznat. Ovaj tip neodređenosti je poznat kao epistemski, prema grčkoj reči *επιστημη*, što znači *znanje* (Hacking, 1975).

Blaise Pascal, francuski naučnik i pionir na polju teorije verovatnoće, je u 17. veku ovako definisao osnovni princip analize pouzdanosti: „Mi treba da se plašimo od nekog događaja ili da mu se nadamo, ne samo srazmerno lošim ili dobrim posledicama koje on može da ima po nas, već i uzimajući u obzir verovatnoću njegove pojave“. To znači da treba da se bavimo ne samo pojavama koje mogu da imaju velike posledice, već i onima za koje postoji velika verovatnoća da će se desiti (Christian, 2004). Oblast analize neodređenosti ima svoje korene u okviru matematičkih nauka. Inženjerski udžbenici, kao što su oni čiji su autori Benjamin i Cornell (1970) i Ang i Tang (1984) tretiraju problematiku analize neodređenosti veoma detaljno.

Geotehničko inženjerstvo je, više nego bilo koja druga oblast građevinarstva, „opterećeno“ neodređenostima, u značajnoj meri zbog ograničenog obima terenskih istražnih radova, ali ipak najviše zbog prirode samog materijala (tla), koga odlikuje izrazita heterogenost i anizotropija.

Neodređenosti koje su prisutne u procesu rešavanja geotehničkih problema mogu se svrstati u tri kategorije (Phoon i Kulhawy, 1999), prema Slici 1.6:



Slika 1.6 Glavni izvori neodređenosti u procesu rešavanja geotehničkih problema

Inherentna promenljivost osobina tla je posledica prirodnih geoloških procesa koji su stvorili i neprekidno menjaju masu tla *in situ*, a ogleda se u variranju osobina tla od jedne do druge tačke u masi tla. Ovo je najznačajniji izvor neodređenosti u geotehnici.

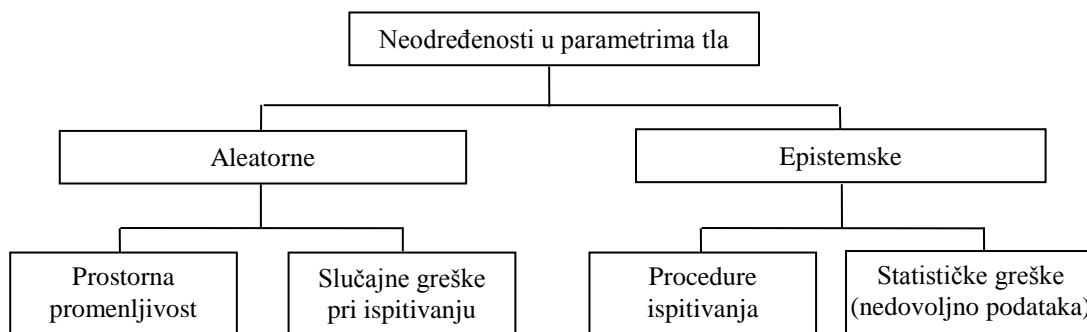
Neodređenosti pri ispitivanju su karakteristične za fazu terenskih i laboratorijskih ispitivanja. Potiču od nepreciznosti mernih instrumenata, ograničenja prisutnih u važećim standardima koji definišu procedure za izvođenje opita, kao i načina na koji se ti standardi primenjuju u praksi.

Neodređenosti pri transformaciji su u vezi sa nivoom do kog izabrani računski model precizno predstavlja stvarno ponašanje geotehničkog sistema. Javljaju se kada se rezultati terenskih ili laboratorijskih opita, zajedno sa uključenim uprošćenjima i idealizacijama, transformišu u parametre računskog modela.

Očigledno je da relativno učešće ovih kategorija neodređenosti u ukupnoj neodređenosti koja je prisutna u računskom modelu tla zavisi od uslova na terenu, nivoa kontrole u fazi ispitivanja uzoraka tla, kao i kvaliteta izabranog korelacionog modela. Zato se statistički pokazatelji parametra tla dobijeni ukupnom analizom varijabilnosti, mogu primeniti samo ako su uslovi *in situ*, način ispitivanja, kao i korelacioni modeli identični onima pod kojima je računska vrednost parametra tla određena (Davidović, 2007).

Neodređenosti koje su prisutne u geotehničkim parametrima tla mogu se svrstati u kategorije aleatornih i epistemskih (Lacasse i Nadim, 1996). Aleatorne neodređenosti su rezultat prostorne promenljivosti parametara tla i ne mogu se redukovati ili eliminisati. Epistemske neodređenosti nastaju usled nedovoljnog obima podataka i ograničenja prisutnih tokom ispitivanja i/ili proračuna. One se mogu redukovati

prikupljanjem dodatnih podataka ili unapređenjem metoda ispitivanja. Na Slici 1.7 prikazani su tipovi neodređenosti u geotehničkim karakteristikama tla. U treću kategoriju neodređenosti mogla bi da se svrsta ljudska greška, ali pošto ju je teško izolovati, njen uticaj je obično uključen u statističku grešku (Davidović i dr., 2010).



Slika 1.7 Izvori neodređenosti u geotehničkim parametrima tla

Ako se za primer uzme opit dinamičke penetracije (*SPT*), izvori neodređenosti aleatornog tipa su prirodna promenljivost slojeva tla i slučajne greške pri ispitivanju (npr. usled prisustva velikog kamena). Izvori neodređenosti epistemskog tipa mogu da budu nestandardna oprema za izvođenje opita, kao i nedovoljan obim podataka (npr. ako se na velikoj površini uradi samo jedan opit) (Fenton, 1997).

U suštini, problemi kojima se bave geotehničari su pre epistemski nego aleatorni, što znači da je u njima izraženije nedovoljno poznavanje svojstava materijala i geometrije slojeva, nego inherentna promenljivost svojstava tih materijala (Christian, 2004). Einstein i Baecher (1982) zaključuju: „S obzirom da su neodređenosti u geotehnici neizbežne, više se ne postavlja pitanje da li se baviti njima, već kako?“

1.4 Osnove probablističkog koncepta

Postupak kvantifikacije neodređenosti, koje su, kako je pokazano u prethodnom poglavlju, prisutne u praktično svim geotehničkim problemima, u praksi se sprovodi primenom probablističke teorije (teorije verovatnoće). Zato inženjeri geotehničari treba da poznaju osnovne pojmove i postavke teorije verovatnoće. Detaljan prikaz osnovnih koncepata i primene probablističke teorije u geotehnici dat je u knjigama i radovima čiji su autori **Harr (1987)**, **Whitman (1984)**, **Pine (1992)**, **Carter (1992)** i drugi. U ovom poglavlju će zato biti date definicije i sažeti prikaz osnovnih pojmova teorije verovatnoće, u cilju lakšeg praćenja materije u nastavku.

Probablistička teorija ili *teorija verovatnoće* je matematička disciplina koja se bavi analizom slučajnih pojava, čiji ishodi nisu uvek strogo definisani (neizvesni su).

Verovatnoća je kvantitativna mera kojom se procenjuje mogućnost/nemogućnost nastupanja određenog ishoda. *Verovatnoću događaja A* ($P[A]$) definiše količnik broja (povoljnih) ishoda (n_A) koji dovode do realizacije događaja A i broja svih ishoda (n):

$$P[A] = \frac{n_A}{n} \quad (1.1)$$

Slučajna promenljiva (X) je matematički model kojim se može predstaviti promenljivost neke veličine. U zavisnosti od toga da li im je skup mogućih vrednosti diskretan ili neprekidan, slučajne promenljive mogu biti *diskretne* ili *kontinualne* (*neprekidne*). Primeri za diskretne promenljive u geotehnici su broj udaraca (N) u opitu standardne penetracije (*SPT*) ili simbol iz AC klasifikacije, dobijen ispitivanjem uzorka tla, dok su primeri za kontinualne promenljive ugao unutrašnjeg trenja, koeficijent vodopropusnosti, intenzitet padavina, vreme do sledeće pojave klizišta, itd.

Ovaj model je neophodan za opis skupa izmerenih vrednosti slučajne promenljive zato što je taj skup ograničenog obima. Npr. određivanjem zapreminske težine na 50 uzoraka tla iz istražnih bušotina na određenoj lokaciji, dobijen je skup vrednosti sa odgovarajućim statističkim pokazateljima. Ako bi se na istoj lokaciji na novih 50 uzoraka odredila zapreminska težina, dobio bi se drugačiji skup vrednosti, sa statistikom različitom od prethodne. To znači da bi za utvrđivanje "prave" zapreminske težine trebalo izvršiti merenja u svakoj tački mase tla na datoj lokaciji, što je

neizvodljivo, a i nepotrebno, pošto je slučajna promenljiva teorijski model tih "pravih" vrednosti i odgovarajuće statistike. Modeli slučajnih promenljivih takođe omogućavaju da se različite promenljive veličine matematički analiziraju i kombinuju (Davidović, 2007).

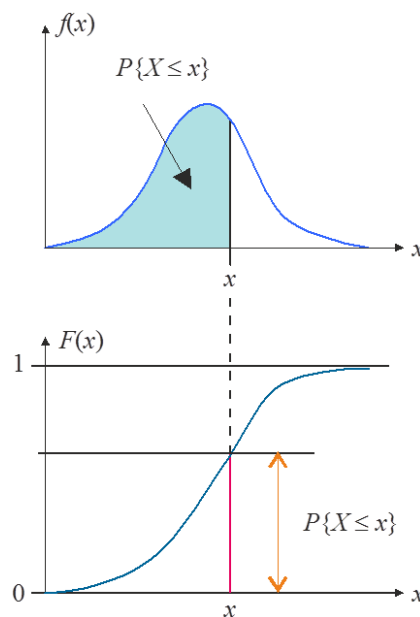
Funkcija gustine verovatnoće (eng. *Probability Density Function – PDF*) daje opis skupa mogućih vrednosti (x) koje ta veličina može da ima, kao i verovatnoću (P) pojave svake od tih vrednosti:

$$f_X(x) = P[X = x] \quad (1.2)$$

Funkcija raspodele verovatnoće (eng. *Cumulative Distribution Function – CDF*) definiše verovatnoću da će vrednosti slučajne promenljive (X) biti manje ili jednake izabranoj vrednosti x :

$$F_X(x) = P[X \leq x] \quad (1.3)$$

Vrednosti funkcije raspodele verovatnoće (*CDF*) se dobijaju integraljenjem funkcije gustine verovatnoće (*PDF*). Obe funkcije predstavljene su odgovarajućim dijagramima na Slici 1.8. Ordinata u tački x na *CDF* dijagramu (dole) predstavlja označenu površinu $P\{X \leq x\}$ ispod funkcije gustine verovatnoće (*PDF*) levo od tačke x na gornjem dijagramu.



Slika 1.8 Funkcije verovatnoće slučajne promenljive X :

Funkcija gustine verovatnoće - *PDF* (gore) i funkcija raspodele verovatnoće - *CDF* (dole)

Položaj i oblik svake funkcije gustine i raspodele verovatnoće definišu njene *centralni momenti*, koji se tako nazivaju zbog analogije sa momentima u mehanici krutih tela (Baecher i Christian, 2003):

Prvi centralni momenat: *Srednja (očekivana) vrednost*

$$\mu_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x) dx \quad (1.4)$$

Ova vrednost se u teoriji verovatnoće naziva *matematičko očekivanje* i označava sa $E_{(X)}$. Primer primene bi mogla da bude analiza niza rezultata x_1, x_2, \dots, x_n , dobijenih pri opitu jednoaksijalne čvrstoće u laboratoriji. Ako postoji n različitih vrednosti, srednja vrednost (\bar{x}) se može sračunati iz izraza:

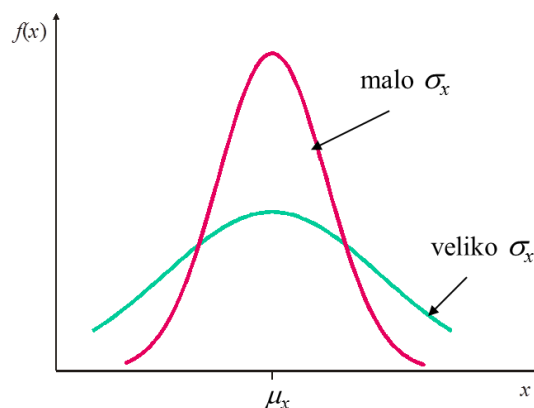
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.5)$$

Drugi centralni momenat: *Varijansa (disperzija)*

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x)^2 \cdot f_X(x) dx \quad (1.6)$$

Ovaj momenat se u literaturi označava i sa $V(X)$ i predstavlja meru odstupanja vrednosti slučajne promenljive od srednje vrednosti, tj. meru varijabilnosti slučajne promenljive.

Umesto *varijanse (disperzije)*, pogodnije je da se za opis rasejavanja vrednosti slučajne promenljive u odnosu na srednju vrednost koristi njen pozitivan kvadratni koren, tj. *standardna devijacija* (σ_x), jer se izražava u istim jedinicama kao srednja vrednost. Na Slici 1.9 prikazane su karakteristične *PDF* funkcije za dve slučajne promenljive koje imaju istu srednju vrednost (μ_x) i različitu standardnu devijaciju (σ_x).



Slika 1.9 *PDF* funkcije za slučajne promenljive sa istim μ_x i različitim σ_x

Međutim, često nije lako samo na osnovu standardne devijacije zaključiti da li je varijabilnost slučajne promenljive velika ili mala. Na primer, standardna devijacija $\sigma_x=1$ može ukazivati na značajnu varijabilnost slučajne promenljive (ako je srednja vrednost reda veličine jedinice), ali i na zanemarljivu varijabilnost, tj. praktično determinističku situaciju (ako je srednja vrednost reda veličine milion). Zato se u praksi češće koristi pokazatelj, koji je i bezdimenzionalan, ali i daje relativan osećaj mere varijabilnosti. To je *koeficijent varijacije (COV)*, koji predstavlja odnos standardne devijacije i srednje vrednosti:

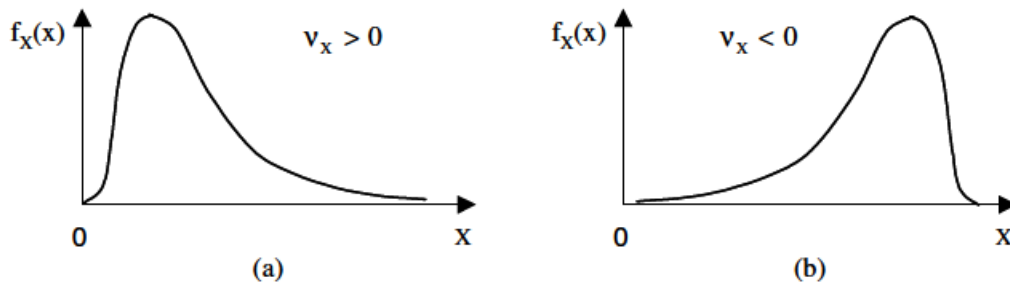
$$COV = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (1.7)$$

Iako je za $\mu_x=0$ neodređen, koeficijent varijacije je vrlo popularan kao način izražavanja varijabilnosti svojstava materijala i opterećenja, gde su srednje vrednosti generalno različite od nule. Pojedini autori su na osnovu *in situ* ispitivanja prikupili podatke o rasponu vrednosti koeficijenta varijacije različitih svojstava tla. U dobro poznatoj studiji **Phoon i Kulhawy (1999a)** daju podatak da u peskovito-glinovitom tlu *COV* vrednosti efektivnog ugla unutrašnjeg trenja iznosi $5 \div 15\%$, dok je *COV* vrednosti efektivne kohezije $30 \div 40\%$. Očigledno je rasejavanje dobijenih rezultata mnogo veće za koheziju nego za ugao unutrašnjeg trenja. Uobičajene vrednosti *COV* za smičuću čvrstoću tla su od 20 do 40%, a za gustinu tla svega 5%.

Treći centralni momenat: *Iskošenost (asimetrija)*

$$v_x = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x)^3 \cdot f_X(x) dx \quad (1.8)$$

Iskošenost (v_x) predstavlja meru simetričnosti skupa vrednosti u odnosu na srednju vrednost. Za $v_x = 0$ vrednosti slučajne promenljive su raspoređene simetrično u odnosu na srednju vrednost, što je odlika funkcije normalne raspodele. Na Slici 1.10 (a) prikazana je pozitivno iskošena funkcija raspodele ($v_x > 0$), koja je u području malih vrednosti strma, a ka velikim položena, a na Slici 1.10 (b) negativno iskošena funkcija raspodele ($v_x < 0$), koja je u području malih vrednosti položena, a ka velikim strma. Praksa ukazuje da negativno iskošene funkcije nisu pogodne za predstavljanje parametara tla.

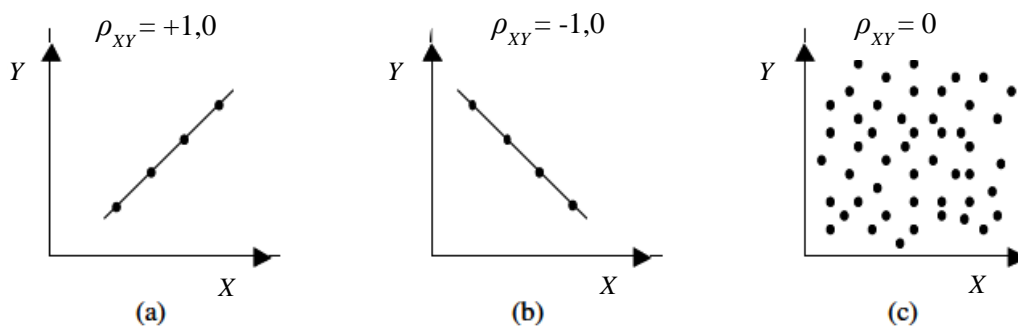


Slika 1.10 Primer pozitivno (a) i negativno (b) iskošene funkcije raspodele verovatnoća

Za potrebe kvantitativne analize promenljivosti, pored prethodno pomenutih pokazatelja, koristi se i *koeficijent korelacije* (ρ_{XY}), koji izražava stepen linearne zavisnosti između promenljivih X i Y :

$$\rho_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n [(x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_Y)^2}} \quad (1.9)$$

Vrednosti ρ_{XY} kreću se u rasponu od -1 do $+1$. Što je apsolutna vrednost ρ_{XY} bliža jedinici, jača je linearna zavisnost između promenljivih. Ako je $\rho_{XY} = 0$, promenljive X i Y su linearno nezavisne; $\rho_{XY} > 0$ je u slučaju kad rast jedne promenljive istovremeno prati rast druge, a $\rho_{XY} < 0$ kada rast jedne promenljive prati opadanje druge (Slika 1.11). Npr. korelacija između parametara smičuće čvrstoće tla c i φ je uglavnom negativna, pri čemu se $\rho_{c\varphi}$ kreće od $-0,72$ do $0,35$ (Lumb, 1970; Grivas, 1981; Wolff, 1985).



Slika 1.11 Primeri: (a) savršeno pozitivne korelacije između promenljivih X i Y ; (b) savršeno negativne korelacije između promenljivih X i Y ; (c) linearno nezavisnih promenljivih X i Y

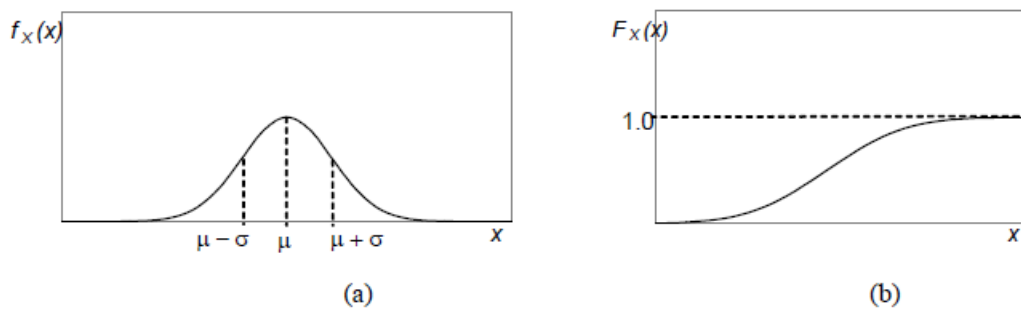
Postoji veliki broj različitih funkcija raspodele verovatnoće (*uniformna, trougaona, eksponencijalna, beta, gama, Student-ova t raspodela*, itd.), a najpoznatije su

one iz familije *normalnih* raspodela (*Normalna* i *logNormalna*), koje se najčešće koriste u praksi za opis parametara tla kao slučajnih promenljivih u probablističkim analizama.

Gauss-ova (*Normalna*) funkcija je verovatno najvažnija funkcija raspodele od svih koje se danas koriste. Karakteriše je simetrija i matematička jednostavnost, jer su potrebna samo dva parametra (srednja vrednost i standardna devijacija) da bi bila potpuno definisana:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} \quad -\infty < x < \infty \quad (1.10)$$

Pokazuje se da brojna laboratorijska ispitivanja pokazatelja tla daju raspodelu učestalosti koja je vrlo bliska normalnoj, pa se praktično svi pokazatelji mogu smatrati slučajnim promenljivim saglasnim sa funkcijom normalne raspodele. Ukupna površina ispod krive normalne raspodele jednaka je jedinici, pa površina ispod krive za određeni interval vrednosti x predstavlja verovatnoću da se dobije vrednost x unutar tog intervala. Na Slici 1.12 prikazane su funkcija gustine verovatnoće (*PDF*) i funkcija raspodele verovatnoće (*CDF*) normalne funkcije raspodele verovatnoće. Vrednosti ove funkcije su tabelirane, a mogu se dobiti i pomoću funkcije *NORMSDIST* u Microsoft Excel-u.



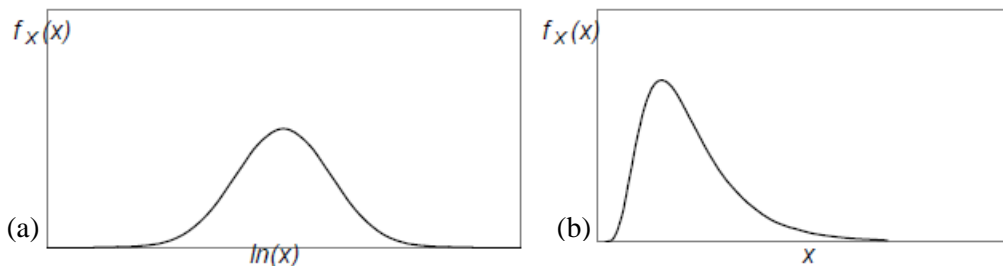
Slika 1.12 *Normalna* funkcija raspodele verovatnoće: (a) *PDF*, (b) *CDF*

Međutim, za modeliranje promenljivih koje su ne-negativne (čvrstoće tla, modul elastičnosti, itd.) normalna funkcija raspodele nije uvek najpogodnija jer „dozvoljava“ pojavu i negativnih vrednosti. Ovo je posebno izraženo ako slučajna promenljiva ima veliki koeficijent varijacije, pa je veći i „rizik“ od pojave negativnih vrednosti. U takvim situacijama može se koristiti neka ne-negativna funkcija raspodele, kao što je

npr. *logNormalna* funkcija raspodele:

$$f_X(x) = \frac{1}{x\sigma_{\ln x}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu_{\ln x})^2}{2\sigma_{\ln x}^2}} \quad x \geq 0 \quad (1.11)$$

Ako su vrednosti logaritma slučajne promenljive $X - \ln(X)$ "normalno raspoređene", onda su vrednosti te promenljive X raspoređene saglasno *funkciji logNormalne raspodele* (Slika 1.13). Ovom funkcijom se mogu predstaviti one promenljive čije su vrednosti isključivo pozitivne (parametri čvrstoće tla) i značajno variraju (npr. koeficijent vodopropusnosti).



Slika 1.13 *logNormalna* funkcija raspodele verovatnoće:

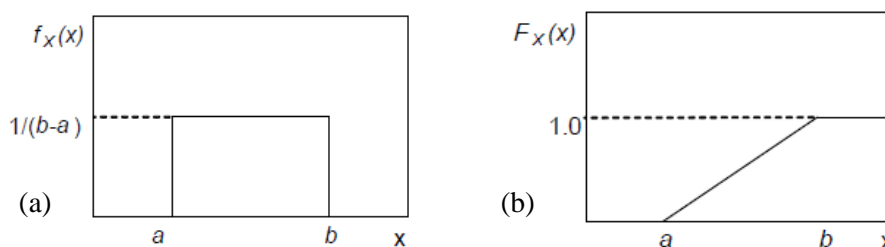
(a) *PDF* promenljive $\ln(X)$, (b) *PDF* promenljive X

Pored prethodno opisanih, postoji i čitav niz drugih funkcija raspodele koje mogu da se koriste u probabilističkim analizama. Među njima se mogu izdvojiti:

Uniformna funkcija raspodele:

$$f_X(x) = \frac{1}{b-a} \quad a \leq x \leq b \quad (1.12)$$

Ovo je najjednostavnija od svih funkcija raspodele, jer je konstantna unutar definisanog opsega $[a, b]$. Može se koristiti za predstavljanje promenljivih za koje su poznate samo granične vrednosti (Slika 1.14).

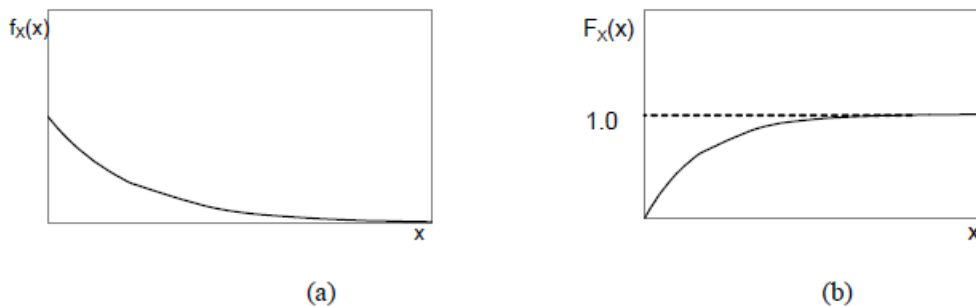


Slika 1.14 *Uniformna* funkcija raspodele verovatnoće: (a) *PDF*, (b) *CDF*

Eksponecijalna funkcija raspodele:

$$f_x(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x} \quad x \geq 0 \quad (1.13)$$

Ova funkcija se najčešće koristi za modeliranje vremenski zavisnih procesa, kao što su pojave zemljotresa, gde λ predstavlja broj pojava u jedinici vremena. Na Slici 1.15 prikazane su *PDF* i *CDF* eksponecijalne funkcije raspodele verovatnoće.



Slika 1.15 Eksponecijalna funkcija raspodele verovatnoće: (a) *PDF*, (b) *CDF*

Beta funkcija raspodele (Harr, 1987) je pogodna za modeliranje promenljivih koje su sa obe strane ograničene i za koje su poznate srednja vrednost i standardna devijacija, a s obzirom da ne „pati“ od problema ekstremnih vrednosti, može da se koristi kao zamena za skoro svaku od uobičajenih funkcija raspodele.

Danas su, zahvaljujući lako dostupnom softveru, mnogi proračuni iz ove oblasti automatizovani, pa više nije neophodno ekspertske poznavanje i razumevanje matematičkih postupaka uključenih u sve ove raspodele verovatnoće. Međutim, softver ne treba koristiti „slepo“, već uvek oprezno i uz razumevanje šta softver tačno radi.

Metode teorije verovatnoće ili matematičke statistike nikako ne protivreče, već predstavljaju dopunu klasičnim metodama, jer omogućavaju dublju analizu pojava uzimanjem u obzir i slučajnih elemenata. To je i prirodna posledica razvoja prirodnih i tehničkih nauka, jer sa produbljenijim izučavanjem bilo kakvih pojava nastupa etapa kada je potrebno sagledati ne samo osnovne zakonitosti nego i njihovu pozadinu, odnosno detaljnije manifestacije. Zbog specifičnosti izučavanih pojava, ali i istorijskih uslova, prodor ovih metoda u neke nauke se dešava ranije, a u neke kasnije (Babić, 2009). Danas, praktično ne postoji nijedna naučna oblast u kojoj se u većoj ili manjoj meri ne primenjuju metode teorije verovatnoće.

1.5 Predmet, ciljevi i zadaci istraživanja

Predmet naučnog istraživanja sprovedenog u okviru ove teze su geotehničke računске analize stabilnosti, u kojima je definisanje odgovarajućeg modela tla otežano zbog kompleksnosti materijala (tla) i neodređenosti uticajnih faktora (parametara tla i opterećenja). U tradicionalnoj, determinističkoj analizi ulazni parametri tretiraju se kao konstante. Stabilnost se ocenjuje preko sračunatog faktora sigurnosti, bez kvantifikacije nivoa rizika (verovatnoće loma). Jasno je da se rizik umanjuje korišćenjem faktora sigurnosti i konzervativnih vrednosti ulaznih parametara. Ako su ove vrednosti nedovoljno konzervativne (u slučaju kad je neodređenost ulaznih parametara veća od pretpostavljene), proračun vodi ka nestabilnosti. S druge strane, ako su usvojene vrednosti ulaznih parametara suviše konzervativne (kad je njihova neodređenost manja od pretpostavljene), proračun vodi ka predimenzionisanju. Ograničenja u primeni determinističke analize stabilnosti su u tome što se ne uzima u obzir neodređenost ulaznih parametara i (pošto ne postoji direktna veza između sračunatog faktora sigurnosti i verovatnoće loma) ne daje odgovor na pitanje „Kolika je verovatnoća pojave loma?“, koje (logično i opravdano) postavlja investitor, ali i zakonodavac. Ove činjenice ukazuju na to da je priroda problema u geotehničkim analizama stabilnosti preprobabilistička nego deterministička. Drugim rečima, stabilnost geotehničkog sistema je slučajan proces, koji zavisi od raspodele mogućih vrednosti uticajnih faktora. Probabilistička priroda problema stabilnosti geotehničkog sistema omogućuje da se u probabilističkoj analizi ulazni parametri opišu funkcijama raspodele verovatnoća, a nivo rizika kvantifikuje preko indeksa pouzdanosti.

Ciljevi naučnog istraživanja, koje će biti sprovedeno u okviru ove teze, su da se na osnovu detaljnog prikaza tradicionalnog determinističkog koncepta, s jedne, i probabilističkog koncepta u geotehničkim računskim analizama stabilnosti, s druge strane, i njihove primene pri rešavanju karakterističnih geotehničkih problema, omogući:

- uporedna analiza rezultata dobijenih primenom ovih postupaka,
- identifikacija ulaznih parametara i kvantifikacija stepena njihove neodređenosti,

- upoređivanje vrednosti ulaznih parametara pretpostavljenih funkcijom raspodele vrednosti i onih dobijenih eksperimentalnim putem,
- kvantifikacija nivoa rizika u problemima koji se rešavaju,
- analiza modela tla primenjenih u proračunima stabilnosti karakterističnih geotehničkih problema i definisanje postupaka za njihovo unapređenje.

U ovom istraživanju se primenjuju sledeće osnovne hipoteze (pretpostavke o ponašanju materijala (tla)):

- pri rešavanju problema stabilnosti (nosivost tla, zemljani pritisci, stabilnost kosina, itd.) realno tlo se predstavlja modelom idealno plastičnog (kruto plastičnog) materijala. Podrazumeva se da je tlo kruto nedeformabilno sve do loma, a da pri lomu deformacije postaju neograničeno velike,
- pri rešavanju problema deformacije (sleganja) primenjuju se zakoni teorije elastičnosti (Hook-ov zakon), a realno tlo se u području radnih napona predstavlja modelom idealno (linearno) elastičnog materijala,
- u računskoj analizi stabilnosti kosina primenjuje se metoda granične ravnoteže (metoda analize stabilnosti za potencijalne površine klizanja), kod koje se pretpostavlja površina klizanja (ravna, kružna, u obliku logaritamske spirale, poligonalno-cilindrična, itd.) duž koje je ispunjen uslov loma, a rešenje se dobija preko uslova ravnoteže.

Metode istraživanja uslovljene su prirodom problematike koja je predmet istraživanja. Modeliranje tla za potrebe geotehničke računске analize stabilnosti vrši se na osnovu identifikacije ulaznih parametara (karakteristika tla i opterećenja), unošenja njihovih numeričkih vrednosti (konstantnih - za potrebe determinističke analize, odnosno funkcije raspodele verovatnoće za opis raspona mogućih vrednosti svakog parametra – za potrebe primene probablističkog koncepta u računskoj analizi stabilnosti). Uporedna računska analiza stabilnosti svakog iz niza izabranih karakterističnih geotehničkih problema izvodi se primenom prvo determinističkog, a zatim i probablističkog koncepta. Eksperimentalnim putem, ispitivanjem u laboratoriji na seriji uzoraka, odredile bi se vrednosti ulaznih parametara, što bi omogućilo testiranje pretpostavljenih funkcija raspodele vrednosti za svaki ulazni parametar.

Zadatak istraživanja sprovedenog u okviru ove teze je da pruži detaljan uvid u strukturu postupaka geotehničke računске analize stabilnosti zasnovanih na probablističkom konceptu, gde se svaki ulazni parametar opisuje rasponom mogućih vrednosti i predstavlja funkcijom raspodele verovatnoće. Upoređivanje ovih postupaka sa determinističkim postupkom, uobičajenim u inženjerskoj praksi, gde se ulazni parametri tretiraju kao određene, konstantne veličine i koji nema mogućnosti da kvantifikuje nivo rizika tj. verovatnoću loma, treba da ukaže na prednosti probablističkog pristupa u računskoj analizi stabilnosti i na mogućnosti njegove primene u našim uslovima. U razvijenim zemljama zakonska regulativa već više decenija unazad obavezuje, kako ostale, tako i stručnjake iz oblasti geotehnike, da u svoja rešenja uključe i kategoriju pouzdanosti, tj. nivoa rizika. Ovi zahtevi su posebno izraženi u oblastima koje su po pitanju rizika vrlo osetljive i zato zakonski precizno regulisane, kao što su nuklearna energija, deponije, akumulacije, klizišta, površinski kopovi, zaštita životne sredine, itd. Kako je ovaj trend sve prisutniji i u drugim oblastima delovanja, očekuje se da će vrlo brzo ovi kriterijumi početi i kod nas da se primenjuju, što dodatno potvrđuje tezu da stručnjaci iz oblasti geotehnike treba da ovladaju znanjem potrebnim za primenu probablističkog koncepta u računskoj analizi stabilnosti i da ga kroz rešavanje problema u praksi usavršavaju. U disertaciji će se uporediti rezultati dobijeni primenom ovih postupaka i analizirati primenjeni računski modeli tla upoređivanjem vrednosti pretpostavljenih funkcijom sa onima dobijenim eksperimentalnim putem, što će unaprediti postupak usvajanja adekvatnog modela tla.

2.

PREGLED PODRUČJA ISTRAŽIVANJA

2 PREGLED PODRUČJA ISTRAŽIVANJA

Intenzivan razvoj metoda geotehničkih analiza usledio je nakon što je Terzaghi (1925) definisao teorijski koncept mehanike tla, a posebno u periodu posle II svetskog rata, zahvaljući obimnim teorijskim, eksperimentalnim i terenskim istraživanjima. Geotehnički proračun mora da obezbedi stabilnost projektovane konstrukcije zajedno sa podlogom, kao i da su deformacije u dozvoljenim granicama, kako za projektovanu konstrukciju, tako i za sve ostale u neposrednom okruženju.

U proteklim decenijama geotehnički proračuni bili su zasnovani na konvencionalnom determinističkom pristupu, gde je uobičajeno da se heterogena masa tla podeli u statistički homogene slojeve, a da se onda reprezentativni pokazatelji ovih slojeva (tj. njihove prosečne vrednosti) koriste u proračunima i analizama. Pri tome se potpuno zanemaruje efekat promenljivosti tih pokazatelja u odnosu na prosečnu vrednost (Davidović i dr., 2012). U tradicionalnim geotehničkim analizama koristi se pristup zasnovan na faktoru sigurnosti na dva načina: U analizi nosivosti tla ispod temelja prvo se iz Terzaghijeve jednačine dobija granično opterećenje, koje se zatim deli faktorom sigurnosti da bi se za potrebe projektovanja dobilo dozvoljeno opterećenje. S druge strane, u analizi stabilnosti kosina faktor sigurnosti uključen je kroz redukciju smičuće čvrstoće tla pre proračuna za stanje granične ravnoteže. U svakom slučaju, faktor sigurnosti predstavlja opšti faktor koji implicitno obuhvata sve izvore promenljivosti i neodređenosti prisutne u geotehničkoj analizi.

Iako je uticaj neodređenosti, promenljivosti i rizika prisutnih u geotehničkoj problematici na geotehničke proračune uočen i analiziran još pre skoro 50 godina (Casagrande, 1965), tek u poslednjih par decenija prepoznat je značaj probabilističkog koncepta, pa su urađene brojne studije koje doprinose razvoju probabilističkog metoda analize, u kome se neodređenosti i promenljivosti prisutne u svojstvima tla tretiraju na sistematski način (Vanmarcke, 1977; Li i Lumb, 1987; Duncan, 2000). Detaljne prikaze

ovih studija sa svojim komentarima dali su **Mostyn i Li (1993)**, **Elkateb i dr. (2002)**, kao i **Baecher i Christian (2003)**. U novije vreme brojni autori su posebnu pažnju posvetili analizi uticaja inherentne varijabilnosti svojstava tla na različite aspekte ponašanja geotehničkih konstrukcija. Tako su **Paice i dr. (1996)** proučavali sleganja temelja na elastičnoj podlozi. Analizom ovih uticaja na ponašanje plitkih temelja bavili su se, pored ostalih, **Griffiths i Fenton (2001, 2002)**, **Fenton i Griffiths (2003)**, **Popescu i dr. (2005)** i **Cho i Park (2009)**. Sličnom analizom **Haldar i Babu (2007)** su obuhvatili duboke temelje pod vertikalnim opterećenjem. **Griffiths i Fenton (2000)** svoje istraživanje sproveli su u analizi stabilnosti kosina, dok su se **Popescu i dr. (1997, 2005a)** i **Koutsourelakis i dr. (2002)** bavili problemom likvefakcije tla izazvane seizmičkim uticajima.

U poslednje vreme računari postaju sve moćniji, a geotehnički softver, koji se nudi na tržištu, sve raznovrsniji i dostupniji, što omogućava da se različiti geotehnički proračuni, čak i oni veoma složeni, nelinearni i vremenski zavisni, rešavaju mnogo lakše i brže nego ranije. Sve više determinističke metode za rešavanje geotehničkih problema se kombinuju sa statističkim metodama, kako bi se obuhvatio uticaj neodređenosti i promenljivosti ključnih parametara u problemu. Neosporna je činjenica da je mnogo veći napredak učinjen na polju razvoja metoda kompjuterskih proračuna, nego u karakterizaciji mehaničkog ponašanja geomaterijala. Zbog toga je neophodno da se ulazni parametri za računске modele usvajaju na osnovu što je moguće kvalitetnijih podataka dobijenih terenskim i laboratorijskim ispitivanjima. U suprotnom, upotrebnost vrednosti rezultata dobijenih primenom sofisticiranih kompjuterskih metoda, ako je uopšte ima, biće vrlo ograničena.

2.1 Promenljivost i neodređenost parametara tla

Mehanika tla, koja je kao naučna disciplina formirana početkom XX veka, suštinski se razlikuje od prakse koja se u oblasti geotehničkih radova primenjivala još od antičkog doba, pored ostalog, po sistematizovanim procedurama merenja, analize i kontinuiranog osmatranja svojstava tla. Rezultati tako sprovedenih merenja, skoro bez izuzetka, ukazuju na značajnu varijabilnost fizičkih svojstava prirodnog tla, čak i unutar prividno homogenih slojeva na istoj lokaciji (Baecher i Christian, 2003). Ova prirodna promenljivost svojstava tla i drugih *in situ* uslova predstavlja glavni izvor neodređenosti po kojima je geotehnička inženjerska praksa karakteristična.

U okviru ovog poglavlja biće dat statistički prikaz pokazatelja promenljivosti i neodređenosti svojstava prirodnog tla na bazi laboratorijskih i terenskih ispitivanja, koja su sproveli pojedini autori.

Na osnovu raspoloživih podataka iz literature, Baker i Calle (2006) su dali pregled uobičajenih vrednosti nekih parametara nekoherentnog tla u različitim stanjima zbijenosti (Tabela 2.1).

Tabela 2.1 Uobičajene vrednosti nekih parametara nekoherentnog tla

Nekoherentno tlo	Stanje zbijenosti	Zapreminska težina (suva)	Zapreminska težina (zasićena)	Koeficijent unutrašnjeg trenja	Modul elastičnosti
		γ_a (kN/m ³)	γ_z (kN/m ³)	$\tan\phi'$	E (MN/m ²)
Krupnozrni šljunak, drobina	rastresit srednje zbijen zbijen	15 - 17	19 - 20	0.65 - 0.73	150 - 300
		17 - 18	20 - 21	0.70 - 0.83	150 - 300
		18 - 20	21 - 23	0.78 - 0.90	250 - 350
Pesak, šljunak ujednačene veličine zrna	rastresit srednje zbijen zbijen	15 - 16	19 - 20	0.58 - 0.65	30 - 100
		17 - 18	20 - 21	0.65 - 0.73	50 - 150
		18 - 19	21 - 22	0.70 - 0.83	100 - 200
Pesak, šljunak dobro graduiran	rastresit srednje zbijen zbijen	17 - 19	20 - 22	0.57 - 0.70	30 - 100
		18 - 20	21 - 23	0.62 - 0.75	50 - 150
		20 - 21	22 - 24	0.70 - 0.85	150 - 250
Pesak	malo zamuljen zmuljen	18 - 20	20 - 21.5	0.50 - 0.65	25 - 50
		20 - 21	19.5 - 20.5	0.45 - 0.60	20 - 40

Isti autori su na sličan način obradili i prikazali podatke koji se odnose na koherentna tla u različitim stanjima konzistencije (Tabela 2.2).

Tabela 2.2 Uobičajene vrednosti nekih parametara koherentnog tla

Koherentno tlo	Stanje konzistencije	Zapreminska težina (zasićena)	Koeficijent unutrašnjeg trenja	Kohezija (drenirana)	Smičuća čvrstoća (nedrenirana)	Modul elastičnosti (NC tlo)
		γ_z (kN/m ³)	$\tan\phi'$	c' (kN/m ²)	S_u (kN/m ²)	E (MN/m ²)
Neorgansko, visoko plastično	meko	16 - 18	0.27 - 0.36	0 - 5	10 - 20	1 - 2
	tvrd	17 - 19	0.27 - 0.36	5 - 15	20 - 50	2 - 4
	vrlo tvrd	20 - 22	0.27 - 0.36	15 - 30	50 - 100	4 - 10
Neorgansko, srednje plastično	meko	17 - 19	0.35 - 0.42	0 - 5	0 - 10	1 - 2
	tvrd	18 - 20	0.35 - 0.42	5 - 10	15 - 30	2 - 4
	vrlo tvrd	19 - 21	0.35 - 0.42	10 - 20	40 - 100	4 - 10
Neorgansko, nisko plastično		18 - 20	0.40 - 0.60	0 - 5	0 - 10	2 - 5
Organska tla, mulj	meko	13 - 18	0.24 - 0.28	0 - 5	5 - 20	0.2 - 0.5
	tvrd	14 - 19	0.24 - 0.28	5 - 10	15 - 30	0.5 - 1

U poslednje vreme mogućnosti za merenje svojstava prirodnog tla značajno su povećane, zahvaljujući intenzivnom razvoju metoda i opreme za ispitivanje. Moderni laboratorijski aparati pružaju mnogo, ali u najvećem broju slučajeva “zahtevaju” neporemećene reprezentativne uzorke tla, koje je teško, a često i nemoguće dobiti. Inovativna rešenja na polju *in situ* ispitivanja omogućavaju da se zaobiđe problem “reprezentativnosti” i “neporemećenosti” uzoraka. Međutim, ovaj trend nije (još uvek) praćen adekvatnim povećanjem sposobnosti inženjera geotehničara da varijabilnost parametara tla, registrovanu u rezultatima ispitivanja, uključe u geotehničke analize.

U nastavku je dat sažeti tekstualni i tabelarni prikaz rezultata do kojih su došli istraživači koji su se bavili ovom problematikom. Jones i dr. (2002) su u cilju procene promenljivosti geotehničkih svojstava tla raspoložive publikovane podatke analizirali kroz 2 kategorije: (1) svojstva određena u laboratoriji, i (2) svojstva određena na terenu (opitima *in situ*). U okviru svake kategorije razmatrana je posebno inherentna (prirodna) varijabilnost i merna varijabilnost (posledica grešaka pri merenju).

2.1.1 Svojstva tla određena laboratorijskim ispitivanjima

Svojstva tla koja se određuju laboratorijskim ispitivanjima su od značaja za određivanje indeksnih pokazatelja tla, parametara čvrstoće i pokazatelja konsolidacije.

U Tabeli 2.3 dat je prikaz raspona laboratorijski izmerenih vrednosti i odgovarajućih koeficijenata varijacije za prirodnu vlažnost (w), zapreminsku težinu prirodno vlažnog tla (γ), suvog tla (γ_d), potopljenog tla (γ'), specifičnu težinu (G_S), relativnu gustinu (D_r) i stepen zasićenja (S_R).

Tabela 2.3 COV laboratorijski izmerenih vrednosti pokazatelja vlažnosti i gustine tla

Parametar tla Oznaka (jed)	Vrsta tla	Vrednost		COV (%)		Izvor podataka (Autor, godina)
		Raspon	Prosek	Raspon	Prosek	
w (%)	Sitnozrno	13 - 105	29	7 - 46	18	(Phoon i Kulhawy,1999)
w (%)	Glina	*	*	13 - 20	*	(Harr, 1987)
w (%)	*	*	*	*	17.7	(Kulhawy,1992)
γ (kN/m ³)	Sitnozrno	14 - 20	17.5	3 - 20	9	(Phoon i Kulhawy,1999)
γ_d (kN/m ³)	Sitnozrno	13 - 18	15.7	2 - 13	7	(Phoon i Kulhawy,1999)
γ' (kN/m ³)	Sva tla	5 - 11	*	0 - 10	*	(Lacasse i Nadim, 1996)
G_S (1)	*	*	*	2	*	(Harr, 1987)
$D_r^{(a)}$ (%)	Pesak	30 - 70	50	11 - 36	19	(Phoon i Kulhawy,1999)
$D_r^{(b)}$ (%)	Pesak	30 - 70	50	49 - 74	61	(Phoon i Kulhawy,1999)
S_R (%)	*	*	*	10	*	(Harr, 1987)
* nema podatka						
^(a) direktno određeno; ^(b) indirektno određeno, na osnovu SPT vrednosti						

Sadržina vode (w) i zapreminska težina (γ) su parametri tla koji se koriste u skoro svim geotehničkim proračunima. S obzirom da su postupci kojima se određuju vrlo jednostavni, u literaturi postoji veliki broj podataka o izmerenim vrednostima ovih parametara. Iz Tabele 2.3 se može videti da koeficijent varijacije za prirodnu vlažnost varira od zanemarljivih 7% do preko 46%. S druge strane, činjenica da zapreminska težina u poređenju sa drugim svojstvima tla znatno manje varira ne predstavlja iznenađenje, prvo, zbog toga što najveći broj minerala od kojih je tlo sastavljeno ima specifične težine koje su u uskom opsegu ($G_S = 2,65 \div 2,75$) i drugo, postupak laboratorijskog određivanja zapreminske težine je precizno definisan, pa su greške pri merenju male.

Pokazatelji plastičnosti su važni za klasifikaciju tla i za definisanje inženjerskog ponašanja tla. U Tabeli 2.4 prikazani su rasponi laboratorijski izmerenih vrednosti i odgovarajućih koeficijenata varijacije za granicu tečenja (*LL*), granicu plastičnosti (*PL*), indeks plastičnosti (*PI*) i indeks tečenja (*LI*).

Tabela 2.4 COV laboratorijski izmerenih vrednosti pokazatelja plastičnosti tla

Parametar tla Oznaka (jed)	Vrsta tla	Vrednost		COV (%)		Izvor podataka (Autor, godina)
		Raspon	Prosek	Raspon	Prosek	
<i>LL</i> (%)	Sitnozrno	27 - 89	51	7 - 39	18	(Phoon i Kulhawy,1999)
<i>LL</i> (%)	Glina	30 - 80	*	3 - 20	*	(Lacasse i Nadim, 1996)
<i>LL</i> (%)	*	*	*	*	11.3	(Kulhawy,1992)
<i>PL</i> (%)	Sitnozrno	14 - 27	22	6 - 34	16	(Phoon i Kulhawy,1999)
<i>PL</i> (%)	Glina	13 - 23	*	3 - 20	*	(Lacasse i Nadim, 1996)
<i>PL</i> (%)	*	*	*	*	11.3	(Kulhawy,1992)
<i>PI</i> (1)	Sitnozrno	12 - 44	25	9 - 57	29	(Phoon i Kulhawy,1999)
<i>LI</i> (1)	Glina, mulj	*	0.094	60 - 88	74	(Phoon i Kulhawy,1999)
* nema podatka						

Nije neuobičajeno to što koeficijenti varijacije za granicu tečenja (*LL*) i granicu plastičnosti (*PL*) iznose i više od 30% ako se zna da greška pri ispitivanju Atterbergovih granica može da bude i veća od 10%. Između granice tečenja i indeksa plastičnosti skoro uvek postoji jaka pozitivna korelacija, dok granica tečenja i granica plastičnosti imaju tendenciju da budu u pozitivnoj, ali ne tako jakoj korelaciji.

Parametri čvrstoće tla su verovatno najvažniji od svih parametara koji se koriste u geotehničkim proračunima. U Tabeli 2.5 dati su rasponi laboratorijski određenih vrednosti i odgovarajućih koeficijenata varijacije za koheziju (c), drenirani ugao unutrašnjeg trenja (φ'), koeficijent unutrašnjeg trenja ($\tan\varphi'$) i nedreniranu smičuću čvrstoću (S_u).

Tabela 2.5 COV laboratorijski izmerenih vrednosti parametara čvrstoće tla

Parametar tla Oznaka (jed)	Vrsta tla	Vrednost		COV (%)		Izvor podataka (Autor, godina)
		Raspon	Prosek	Raspon	Prosek	
c (kPa)	*	*	*	40	*	(Harr, 1987)
φ' (°)	Pesak	35 - 41	37.6	5 - 11	9	(Phoon i Kulhawy, 1999)
φ' (°)	Glina, mulj	9 - 33	15.3	10 - 56	21	(Phoon i Kulhawy, 1999)
φ' (°)	Glina, mulj	17 - 41	33.3	4 - 12	9	(Phoon i Kulhawy, 1999)
φ' (°)	*	*	*	*	12.6	(Kulhawy, 1992)
φ' (°)	Pesak	*	*	2 - 5	*	(Lacasse i Nadim, 1996)
φ' (°)	Šljunak	*	*	7	*	(Harr, 1987)
φ' (°)	Pesak	*	*	12	*	(Harr, 1987)
$\tan\varphi'$ (1)	Glina, mulj	0.24 – 0.69	0.51	6 - 46	20	(Phoon i Kulhawy, 1999)
$\tan\varphi'$ (1)	Glina, mulj	*	0.61	6 - 46	23	(Phoon i Kulhawy, 1999)
$\tan\varphi'$ (1)	Pesak	*	*	2 - 5	*	(Lacasse i Nadim, 1996)
$\tan\varphi'$ (1)	*	*	*	*	11.3	(Kulhawy, 1992)
$s_u^{(a)}$ (kPa)	Sitnozrno	6 - 412	100	6 - 56	33	(Phoon i Kulhawy, 1999)
$s_u^{(b)}$ (kPa)	Glina, mulj	15 - 363	276	11 - 49	22	(Phoon i Kulhawy, 1999)
$s_u^{(c)}$ (kPa)	Glina	130-713	405	18 - 42	32	(Phoon i Kulhawy, 1999)
$s_u^{(d)}$ (kPa)	Glina	8 - 638	112	6 - 80	32	(Phoon i Kulhawy, 1999)
$s_u^{(d)}$ (kPa)	*	*	*	*	33.8	(Harr, 1987)
$s_u^{(d)}$ (kPa)	Glinovit mulj	*	*	10 - 30	*	(Lacasse i Nadim, 1996)
$s_u^{(e)}$ (kPa)	Glina	*	*	5 - 20	*	(Lacasse i Nadim, 1996)
* nema podatka						
^(a) 1-ax kompresija; ^(b) 3-ax opit (UU); ^(c) 3-ax opit (CU); ^(d) nije naveden opit; ^(e) 3-ax opit						

Baecher i dr. (1983) daju detaljan pregled promenljivosti ugla unutrašnjeg trenja određenog laboratorijskim ispitivanjima, koja su pojedini autori sproveli za različite vrste tla (Tabela 2.6).

Tabela 2.6 COV laboratorijski određenih vrednosti φ' za različite vrste tla

Vrsta tla	COV (%)	Izvor podataka (autor, godina)
Različita tla	9	(Lumb, 1966)
Gline	40	(Kotzias i dr., 1993)
Aluvijalna tla	16	(Wolff, 1996)
Peskovi	2 - 5	(Lacasse i Nadim, 1996)
Jalovišta	5 - 20	(Baecher i dr., 1983)

Varijabilnost vrednosti efektivnog ugla unutrašnjeg trenja (φ') dobijenih laboratorijskim merenjima je značajno manja nego kod vrednosti φ' koje su dobijene opitima *in situ*. Ovo se može objasniti time što se laboratorijski opiti izvode sa više pažnje nego terenski i što su uzorci za laboratorijska ispitivanja po pravilu kvalitetniji od onih na kojima se vrše terenska ispitivanja.

Parametri konsolidacije i vodopropusnosti tla se koriste pri definisanju odnosa “napon-deformacija” i vremenski zavisnog ponašanja tla. Tabela 2.7 sadrži podatke o rasponu koeficijenata varijacije za indeks kompresije (C_c), pritisak prekonsolidacije (p_c'), stepen prekonsolidacije (OCR), koeficijent vodopropusnosti (k), koeficijent konsolidacije (c_v), koeficijent poroznosti (e) i poroznost (n).

Tabela 2.7 COV laboratorijski izmerenih vrednosti parametara konsolidacije tla

Parametar tla Oznaka (jed)	Vrsta tla	Vrednost		COV (%)		Izvor podataka (Autor, godina)
		Raspon	Prosek	Raspon	Prosek	
C_c (1)	Peskovita glina	*	*	26	*	(Harr, 1987)
C_c (1)	Glina	*	*	30	*	(Harr, 1987)
C_c (1)	*	*	*	37	*	(Kulhawy, 1992)
p_c' (kPa)	*	*	*	19	*	(Harr, 1987)
OCR (1)	*	*	*	10 - 35	*	(Lacasse i Nadim, 1996)
k (m/s)	*	*	*	*	240 ^(a)	(Harr, 1987)
k (m/s)	*	*	*	*	90 ^(b)	(Harr, 1987)
c_v (m ² /s)	*	*	*	33 - 68	*	(Phoon i Kulhawy, 1999)
e, n, e_0 (1)	Sva tla	*	*	7 - 30	*	(Lacasse i Nadim, 1996)
n (1)	*	*	*	10	*	(Harr, 1987)
* nema podatka						
^(a) određeno pri 80% zasićenja uzorka; ^(b) određeno pri 100% zasićenja uzorka.						

Vrednosti koeficijenta vodopropusnosti (k) za različite vrste tla variraju od zanemarljivo malih, reda veličine 10^{-12} cm/s za gline, sve do skoro 1 cm/s za šljunkove. Zato su i vrednosti koeficijenta varijacije za k ogromne (200 ÷ 300%). Kao rezultat toga, u praksi je uobičajeno da se vodopropusnost izražava u obliku logaritma, a njena varijabilnost modelira *LogNormalnom* funkcijom raspodele verovatnoća.

Procedura kvantifikacije varijabilnosti uključuje i komponentu tzv. merne varijabilnosti, koja može da bude posledica nesavršenosti laboratorijske opreme, grešaka od strane lica koje vrši merenja, kao i slučajnih grešaka, koje se ne mogu proceniti posebno. **Phoon i Kulhawy (1999)** su tabelarno prikazali koeficijente varijacije mernih grešaka za neke laboratorijski određene parametre tla (Tabela 2.8).

Tabela 2.8 Pregled merne varijabilnosti za neke laboratorijski određene parametre tla

Parametar tla Oznaka (jed)	Vrsta tla	Vrednost		COV (%)		Izvor podataka (Autor, godina)
		Raspon	Prosek	Raspon	Prosek	
$s_u^{(a)}$ (kPa)	Glina, mulj	7 - 407	125	8 - 38	19	(Phoon i Kulhawy, 1999)
$s_u^{(b)}$ (kPa)	Glina, mulj	108 - 130	119	19 - 20	20	
$s_u^{(c)}$ (kPa)	Glina	4 - 123	29	5 - 37	13	
$\varphi'^{(a)}$ (°)	Glina, mulj	2 - 27	19.1	7 - 56	24	
$\varphi'^{(b)}$ (°)	Glina, mulj	24 - 40	33.3	3 - 29	13	
$\varphi'^{(b)}$ (°)	Pesak	30 - 35	32.7	13 - 14	14	
$\tan\varphi'^{(a)}$ (1)	Glina, mulj	*	*	2 - 22	8	
$\tan\varphi'^{(b)}$ (1)	Pesak	*	*	6 - 22	14	
w (%)	Sitnozrno	16 - 21	18	6 - 12	8	
LL (%)	Sitnozrno	17 - 113	36	3 - 11	7	
PL (%)	Sitnozrno	12 - 35	21	7 - 18	10	
PL (%)	Sitnozrno	4 - 44	23	5 - 51	24	
γ (kN/m ³)	Sitnozrno	16 - 17	17.0	1 - 2	1	

* nema podatka
^(a) 3-ax opit; ^(b) opit direktnog smicanja; ^(c) laboratorijski opit krilnom sondom.

2.1.2 Svojstva tla određena terenskim ispitivanjima

U mnogim slučajevima, svojstva tla se određuju direktno ili indirektno na bazi rezultata terenskih ispitivanja. Ova ispitivanja su posebno značajna za tla iz kojih je teško ili nemoguće uzeti neporemećene uzorke za laboratorijska ispitivanja.

Opiti standardne (dinamičke) penetracije (SPT), statičke penetracije (CPT) i terenskom krilnom sondom (VST) su najčešće izvođeni terenski opiti, pa je zato literatura “bogata” statističkim podacima o rezultatima ovih ispitivanja. U Tabeli 2.9 dat je zbirni prikaz raspona izmerenih vrednosti i odgovarajućih koeficijenata varijacije za SPT opit (broj udaraca, N), CPT opit (otpor pri utiskivanju konusa, q_c) i VST opit (smičuća čvrstoća, s_u).

Tabela 2.9 COV rezultata terenskih SPT, CPT i VST opita

Parametar tla Oznaka (jed)	Vrsta tla	Vrednost		COV (%)		Izvor podataka (Autor, godina)
		Raspon	Prosek	Raspon	Prosek	
N (1)	Glina i pesak	10 - 70	*	25 - 50	*	(Phoon i Kulhawy,1996)
N (1)	Pesak	7 - 74	35	19 - 62	54	(Phoon i Kulhawy,1999)
N (1)	Glina (ilovača)	7 - 63	32	37 - 57	44	(Phoon i Kulhawy,1999)
N (1)	*	*	*	26	*	(Harr, 1987)
q_c (MN/m ²)	Glina	0.5 – 2.0	*	20 - 40	*	(Phoon i Kulhawy,1996)
q_c (MN/m ²)	Pesak	0.5 – 30.0	*	20 - 60	*	(Phoon i Kulhawy,1996)
q_c (MN/m ²)	Pesak	0.4 – 29.2	4.10	10 - 81	38	(Phoon i Kulhawy,1999)
q_c (MN/m ²)	Prašinasta glina	0.5 – 2.1	1.59	5 - 40	27	(Phoon i Kulhawy,1999)
s_u (kN/m ²)	Glina	5 - 400	*	10 - 40	*	(Phoon i Kulhawy,1996)
s_u (kN/m ²)	Glina	6 - 375	105	4 - 44	24	(Phoon i Kulhawy,1999)
* nema podatka						

Izvori merne varijabilnosti kod terenskih ispitivanja mogu da budu nesavršenost opreme, greške lica koje vrši ispitivanje, kao i slučajnih grešaka, koje se ne mogu proceniti posebno. **Kulhawy i Trautmann (1996)** su dali procenu procentualnog učešća ovih kategorija grešaka (COV_{oprema} , $COV_{procedura}$ i $COV_{slučajno}$) u ukupnoj mernoj varijabilnosti (COV_{ukupno}) za svaki od navedenih terenskih opita. COV_{ukupno} se računa prema sledećem izrazu:

$$COV_{ukupno} = [(COV_{oprema})^2 + (COV_{procedura})^2 + (COV_{slučajno})^2]^{1/2} \quad (2.1)$$

Raspon predstavlja granice očekivane veličine merne greške pri izvođenju terenskih opita, uzimajući u obzir ograničeni obim podataka i subjektivnost u proceni *COV*. U Tabeli 2.10 dat je prikaz ovih kategorija *COV* za navedene terenske opite.

Tabela 2.10 Pregled merne varijabilnosti za neka terenska ispitivanja

Terenski opit	<i>COV</i> (%)				
	<i>COV</i> _{oprema}	<i>COV</i> _{procedura}	<i>COV</i> _{slučajno}	<i>COV</i> _{ukupno}	<i>Raspon</i>
SPT	5 - 75	5 - 75	12 - 15	14 - 100	15 - 45
CPT _{mehanički}	5	10 - 15	10 - 15	15 - 22	15 - 25
CPT _{električni}	3	5	5 - 10	8 - 12	5 - 15
VST	5	8	10	14	10 - 20

Napred navedeni rezultati ispitivanja osobina prirodnog tla ukazuju na to da se praktično sva svojstva tla mogu tretirati kao slučajne promenljive i da se njihova promenljivost može uspešno predstaviti normalnom ili lognormalnom funkcijom raspodele verovatnoća (Lumb, 1966; Tan i dr., 1993; Wolff i dr., 1996). Koristeći vrlo obimnu bazu podataka iz arhive norveškog geotehničkog instituta, Lacasse i Nadim (1996) su dali tabelarni prikaz karakterističnih raspona vrednosti koeficijenta varijacije (*COV*) za različite parametre tla. Osim toga, za svaki od ovih parametara predložili su odgovarajuću *PDF* funkciju raspodele verovatnoće (*N* – Normalna, *LN* – LogNormalna) koja je najpogodnija za modeliranje njegove promenljivosti (Tabela 2.11).

Tabela 2.11 Karakteristični *COV* i odgovarajuće *PDF* funkcije raspodele za neke parametre tla

Parametar tla	Oznaka (jedinica)	Vrsta tla	<i>PDF</i>	<i>COV</i> (%)
Smičuća čvrstoća (nedrenirana)	S_u (kN/m ²)	Glina Glinovit mulj	<i>LN</i> <i>N</i>	5 - 20 10 - 30
Granica plastičnosti	<i>PL</i> (%)	Glina	<i>N</i>	3 - 20
Granica tečenja	<i>LL</i> (%)	Glina	<i>N</i>	3 - 20
Zapreminska težina (potopljena)	γ' (kN/m ³)	Sva tla	<i>N</i>	0 - 10
Ugao unutrašnjeg trenja	φ' (°)	Pesak	<i>N</i>	2 - 5
Koeficijent poroznosti	<i>e</i> (1)	Sva tla	<i>N</i>	7 - 30
Stepen prekonsolidacije	<i>OCR</i> (1)	Glina	<i>N</i> / <i>LN</i>	10 - 35
Sadržina vode	<i>w</i> (%)	Sva tla	<i>N</i>	13 - 20
Koeficijent vodopropusnosti	<i>k</i> (m/s)	Sva tla	<i>LN</i>	200 - 300

2.2 Probabilističke metode u geotecnici

Iako prvi primeri probabilističkog pristupa u rešavanju geotecnčkih problema datiraju iz 60-tih godina XX veka, sve do nedavno su istraživanja koja uključuju kombinaciju probabilističkog modeliranja i numeričkih analiza bila retka. Razlozi za to su brojni: nedovoljan obim podataka, visoki zahtevi u pogledu kompjuterske snage, nedostatak teorijskog znanja iz oblasti teorije verovatnoće, kao i skepticizam u pogledu primenljivosti probabilističkih metoda na geotecnčke probleme. U početku su korišćene relativno jednostavne metode. Tek u poslednje vreme, zahvaljujući sve bržim i moćnijim računarima, kao i intenzivnom razvoju softvera, omogućeno je korišćenje složenijih i zahtevnijih probabilističkih metoda.

Tradicionalni deterministički pristup u geotecnčkim računskim analizama stabilnosti zasnovan je na faktoru sigurnosti (F), koji se u najopštijem slučaju definiše kao odnos raspoloživog otpora (R) i opterećenja (Q):

$$F = R / Q \quad (2.2)$$

Tipične vrednosti faktora sigurnosti, najčešće primenjivane u oblasti geotecnike, su $F = 2$ za probleme nosivosti tla, odnosno $F = 1.5$ za probleme stabilnosti kosina. Slučajevi iz prakse, međutim, pokazuju da kosine sa visokim sračunatim F nisu uvek najsigurnije, kao i obrnuto. Odnos između faktora sigurnosti i verovatnoće loma zavisi od neodređenosti prisutnih u otporima i opterećenjima. [Duncan \(2000\)](#) je u svom pregledu metoda analize stabilnosti kosina istakao da nije logično da se kroz propise ili tradicionalni pristup, ista vrednost F primenjuje na uslove sa vrlo različitim stepenom neodređenosti. Pošto neodređenosti prisutne u parametrima tla i opterećenjima nisu uzete u obzir pri proračunu F , on nije u dovoljnoj meri pouzdan indikator stabilnosti.

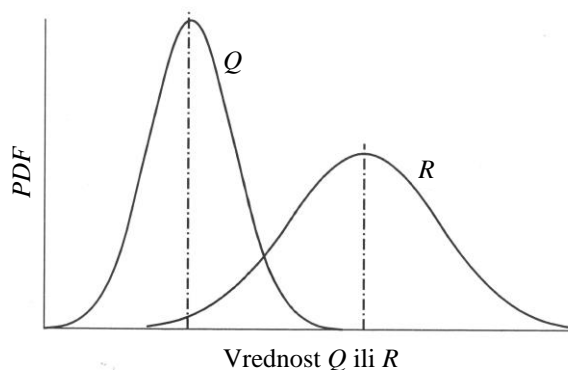
Probabilističke analize u geotecnici obezbeđuju racionalan okvir za tretiranje inherentne promenljivosti parametara i odlučivanje u uslovima izražene neodređenosti. U zavisnosti od nivoa sofisticiranosti, ove analize daju sledeće rezultate ([Nadim, 2007](#)):

- Verovatnoću loma (ili verovatnoću pojave nezadovoljavajućeg ishoda),
- Indeks pouzdanosti,
- Najverovatniju kombinaciju vrednosti parametara koja dovodi do loma,

- Osetljivost rezultata na promene vrednosti parametara.

Analiza pouzdanosti bavi se odnosom između opterećenja (Q) koja deluju na sistem i njegove sposobnosti da prihvati ta opterećenja, tj. raspoloživog otpora (R). Kako su u geotehničkim problemima i opterećenja i otpori neodređeni, rezultat njihove interakcije je takođe neodređen. U ovom kontekstu pojmovi „opterećenja“ i „otpori“ ne odnose se samo na čvrstoće i napone, već i na sve druge pojave koje su predmet analize. Uobičajeno je da se stabilnost sistema ocenjuje na osnovu *indeksa pouzdanosti* (β), a preko njega se može odrediti *verovatnoća loma* (P_f) (Baecher i Christian, 2003).

Promenljive R i Q se mogu predstaviti funkcijama gustine raspodele (*PDF*), kao što je prikazano na Slici 2.1, sa svim statističkim pokazateljima ($\mu_R, \mu_Q, \sigma_R, \sigma_Q, \dots$ itd).



Slika 2.1 Karakteristične *PDF* funkcije za otpore (R) i opterećenja (Q)

Umesto tradicionalnog faktora sigurnosti definiše se *marginu sigurnosti* (M), poznata i kao *funkcija performansi* (F), koja predstavlja razliku otpora i opterećenja:

$$M = R - Q \quad (2.3)$$

Srednja vrednost M ne zavisi od oblika funkcija raspodele verovatnoća za R i Q , i može se izraziti kao:

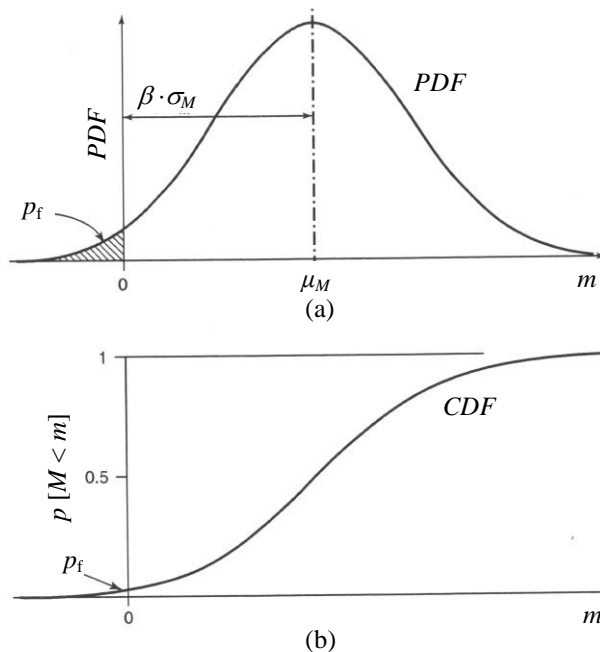
$$\mu_M = \mu_R - \mu_Q \quad (2.4)$$

Na Slici 2.2 (a) prikazana je rezultujuća *PDF* funkcija za M , a njoj odgovarajuća *CDF* funkcija za M na Slici 2.2 (b).

Indeks pouzdanosti (β) je po definiciji odnos srednje vrednosti i standardne devijacije, pa je u ovom slučaju:

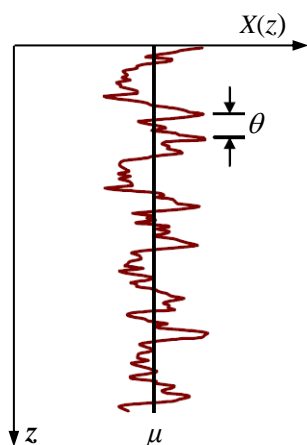
$$\beta = \mu_M / \sigma_M \quad (2.5)$$

Na Slici 2.2 (a) indeks pouzdanosti predstavlja rastojanje srednje vrednosti M (μ_M) od njene kritične vrednosti ($M = 0$), izraženo brojem standardnih devijacija. Verovatnoća loma (P_f) po definiciji predstavlja verovatnoću da je $M < 0$. Na Slici 2.2 (a) verovatnoću loma označava šrafirana površina, a na Slici 2.2 (b) ordinata CDF funkcije u tački $M = 0$.

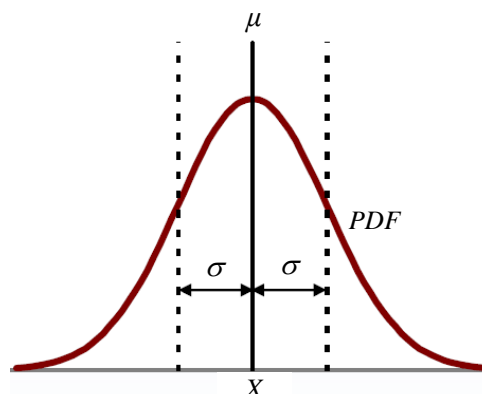


Slika 2.2 PDF funkcija (a) i njoj odgovarajuća CDF funkcija (b) za marginu sigurnosti (M)

Na Slici 2.3 prikazana je promenljivost parametra X po dubini (z) tzv. homogenog sloja. U tradicionalnoj determinističkoj analizi parametar X predstavlja se prosečnom ili nekom drugom karakterističnom vrednošću. Za razliku od toga, probabilistička analiza koristi sve podatke o parametru X i izražava ih u obliku funkcije gustine verovatnoće (PDF). Tako su na Slici 2.4 podaci o parametru X predstavljeni normalnom funkcijom raspodele, koju definišu dva statistička parametra - prosečna vrednost (μ) i standardna devijacija (σ). Treći statistički parametar – korak fluktuacije (θ), koji predstavlja meru heterogenosti parametra u okviru profila tla, prikazan je na Slici 2.3 (Samy, 2007). Što je ovaj korak kraći, to je prostorna promenljivost parametra izraženija. Nasuprot tome, duži korak ukazuje na manju varijabilnost parametra, tj. uniformniju raspodelu vrednosti.

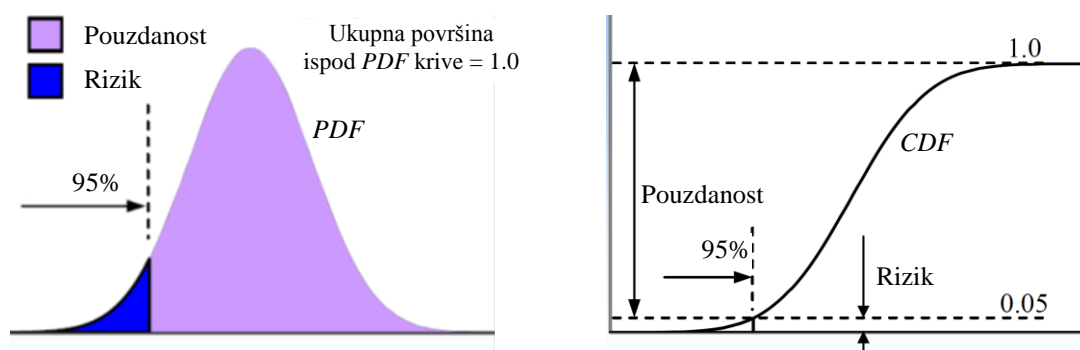


Slika 2.3 Promenljivost X po dubini (z)



Slika 2.4 Funkcija gustine verovatnoće X

Na osnovu ovih statističkih parametara moguće je generisati beskonačan broj numeričkih predviđanja (tzv. slučajnih polja) u vezi prostornog rasporeda vrednosti parametra X . Probabilistička analiza podrazumeva ponavljanje realizacija u procesu simulacije (npr. primenom *Monte Carlo Simulation*). Rezultati ovih realizacija prikazuju se u obliku PDF ili CDF funkcije raspodele verovatnoća. Ocena stabilnosti može se dati preko *pouzdanosti* (verovatnoće da neće doći do loma) ili preko *rizika* (verovatnoće loma). Očigledno je da za nivo pouzdanosti 95% postoji pridruženi rizik 5%. Ove veličine mogu se odrediti merenjem odgovarajućih površina ispod PDF krive ili direktnim očitavanjem sa CDF krive (Slika 2.5).



Slika 2.5 Rezultati probabilističke analize stabilnosti u obliku funkcija raspodele verovatnoća: PDF (levo) i CDF (desno)

U geotehnici su ovakav pristup pojedini autori primenjivali pri rešavanju problema iz sledećih kategorija:

- (1) Kretanje i dejstvo podzemne vode, gde je vodopropusnost modelirana kao slučajna promenljiva (Griffiths i Fenton, 1993, Fenton i Griffiths, 1996)

(2) Proračuni sleganja, gde je modul elastičnosti modeliran kao slučajna promenljiva (Paice i dr., 1996, Fenton i Griffiths, 2002)

(3) Analiza stabilnosti, gde je smičuća čvrstoća modelirana kao slučajna promenljiva (Paice i Griffiths, 1997, Griffiths i Fenton, 2000, Hicks i Samy, 2002).

Kao što je napred navedeno, glavni cilj probablističke analize u geotehnici je određivanje verovatnoće loma (P_f), gde je pojmom „lom“ obuhvaćen i svaki nezadovoljavajući ishod. Uobičajeni postupak, koji se pri tome primenjuje, može se razložiti na sledeće korake (Russelli, 2008):

- (1) Izbor parametara (npr. c , φ), koji se u analizi tretiraju kao slučajne promenljive, sa poznatim funkcijama raspodele verovatnoće (*PDF*),
- (2) Primena probablističkih metoda za dobijanje *PDF* funkcija i statističkih parametara funkcije graničnog stanja (npr. nosivosti), koja zavisi od ulaznih promenljivih,
- (3) Procena indeksa pouzdanosti (β) i verovatnoće loma (P_f) na osnovu rezultata prethodne faze.

Među brojnim probablističkim metodama koje se u tu svrhu primenjuju, kao najznačajnije i najčešće korišćene, mogu se izdvojiti sledeće:

- *MCS (Monte Carlo Simulation)* je postupak kojim se prvo usvajaju ulazni parametri (npr. c , φ) kao slučajne promenljive opisane statističkim parametrima (μ , σ , itd.) i odgovarajućim *PDF* funkcijama raspodele verovatnoća. Zatim se za svaku generisanu realizaciju vrednosti ovih parametara (zasnovanu na principu izbora slučajnog broja) računa margina sigurnosti (funkcija performansi). Ovaj proces se ponavlja veliki broj puta, obično hiljadama, tako da se dobijaju statistički parametri i *PDF* funkcija za marginu sigurnosti. Odatle se direktno mogu sračunati indeks pouzdanosti (β) i verovatnoća loma (P_f). Što je veći broj proba (iteracija), to je rešenje tačnije. Potreban broj proba raste geometrijskom progresijom sa povećanjem broja ulaznih parametara i zahtevanog nivoa poverenja u rešenje, što bitno utiče na vreme potrebno da računar izvrši sve proračune. Praktičan način da se proces optimizuje je da se simulacija ponavlja sa istim brojem ulaznih parametara, uz povećanje broja iteracija. Sa dijagrama “broj iteracija – verovatnoća loma” može se očitati minimalni broj iteracija za koji se rezultat dovoljno stabilizuje. U praksi, u

skoro svim slučajevima, pa čak i onim sa više ulaznih parametara i visokim zahtevanim nivoom poverenja, pokazuje se da rešenje postaje “stabilno” već posle prvih par hiljada iteracija (Davidović, 2005). Ovaj postupak simulacije se, zbog realnosti i tačnosti rezultata koji se postižu njegovom primenom, koristi kao referentan za druge metode.

- *FOSM (First Order Second Moment) metoda* je najjednostavnija i najčešće korišćena. Funkcija performansi (F) je definisana Taylor-ovim nizom, pri čemu se za određivanje njene srednje vrednosti (μ_F) i varijanse (σ_F^2) koriste samo članovi prvog reda (*first order*), a članovi viših redova se zanemaruju. Za opis ulaznih parametara (slučajnih promenljivih) koriste se samo njihove srednje vrednosti i standardne devijacije, a oblik *PDF* funkcije se ne uzima u obzir. Zbog toga se ne dobijaju podaci o obliku *PDF* funkcije za rezultat analize (indeks pouzdanosti), već ona mora da se pretpostavi, što unosi dodatnu netačnost. S obzirom da se ovakvim postupkom dobija samo indeks pouzdanosti, a ne i verovatnoća loma, primena *FOSM metode* ograničena je na neke jednostavnije probleme.
- *SOSM (Second Order Second Moment) metoda* za razliku od prethodne, uključuje u analizu i članove drugog reda (*second order*) Taylor-ovog niza u proračun srednje vrednosti funkcije performansi. Postupak je zato komplikovaniji, ali efekat u smislu povećanja tačnosti često ne opravdava te dodatne komplikacije u proračunima. Metoda nema široku primenu u geotehničkoj praksi.
- *FORM (First Order Reliability Method)* predstavlja unapređenje *FOSM metode*, koje su predložili Hasofer i Lind (1974), a koje se zasniva na geometrijskoj interpretaciji indeksa pouzdanosti. Ova metoda obično zahteva iteraciju uz proračun u $2N$ tačaka. Kao i kod *FOSM* i *SOSM* metoda i ovde se ne dobija oblik *PDF* funkcije za funkciju performansi. Osim toga, da bi se primenila ova metoda potreban je poseban softver ili visok nivo veštine programiranja.
- *PEM (Point Estimate Method)* predstavlja jednostavan ne-iterativan postupak za određivanje momenata nižeg reda funkcije performansi, određivanjem vrednosti te funkcije na skupu posebno odabranih tačaka. Pošto za njegovu primenu nije neophodno detaljno poznavanje teorije verovatnoće, a daje tačnije rezultate nego *FOSM*, *SOSM* i *FORM metode*, često se primenjuje u praksi. Jedan od nedostataka

ovog postupka je to što za N neodređenih parametara (slučajnih promenljivih), funkciju performansi treba računati 2^N puta, što u slučaju značajnog broja parametara postaje veoma veliki broj. Naknadnim modifikacijama metode taj broj je smanjen na $2N$, ali po cenu komplikovanijeg proračuna. Istraživanja su pokazala da sa povećanjem vrednosti koeficijenta varijacije ulaznih parametara raste greška u proračunima (Christian i Baecher, 1999).

2.3 Probabilističke metode i EUROCODE 7

Skup od 10 Eurokodova (sa oznakama od EN 1990 do EN 1999) predstavlja jedinstvene evropske standarde (norme) za proračun različitih vrsta građevinskih konstrukcija. Deo koji se odnosi na geotehničko projektovanje nosi oznaku EN 1997 ili Eurokod 7 (skraćeno: EC7) i sastoji se iz dva dela:

- EN 1997-1: 2004, Geotehničko projektovanje – Deo 1. Opšta pravila;
- EN 1997-2: 2007, Geotehničko projektovanje – Deo 2. Terenska i laboratorijska ispitivanja.

Princip projektovanja u svim Eurokodovima zasniva se na konceptu graničnih stanja, definisanih kao stanja iza kojih konstrukcija više ne ispunjava odgovarajuće zahteve iz projekta. U EC7 se definišu dve vrste graničnih stanja:

- Granična stanja nosivosti – ULS (Ultimate Limit States), tj. projektne situacije koje uključuju rušenje konstrukcije ili neku drugu vrstu loma, opasnost po ljude ili veliku ekonomsku štetu. Za dobro projektovane konstrukcije verovatnoća pojave graničnih stanja nosivosti je mala. Proračuni za ovo granično stanje obično podrazumevaju analizu mehanizma loma i korišćenje parametara čvrstoće tla.
- Granična stanja upotrebljivosti – SLS (Serviceability Limit States), tj. projektne situacije koje su povezane sa nezadovoljavajućim vršenjem projektovane funkcije (npr. prevelike deformacije, sleganja, vibracije i lokalna oštećenja konstrukcije pri normalnom korišćenju). Verovatnoća pojave graničnih stanja upotrebljivosti je veća od verovatnoće pojave graničnih stanja nosivosti. Proračuni za granično stanje upotrebljivosti obično podrazumevaju analizu deformacija i korišćenje parametara deformabilnosti tla.

Geotehničkim projektnim proračunima, koji se izvode prema EC7, obuhvaćene su sledeće komponente:

- Opterećenja ili pomeranja - akcije (F);
- Svojstva tla i drugih materijala (X) ili otpori (R);
- Geometrijski podaci (a);
- Parcijalni faktori sigurnosti (γ);

- Efekti akcija (E), npr. rezultante opterećenja ili sračunata sleganja;
- Granične ili dovoljene vrednosti (C) deformacija, širine pukotina, vibracija, itd.;

ULS projektni proračun pretpostavlja ispunjavanje uslova da efekti akcija (E) ne premašuju otpore (R). Indeks d označava projektnu vrednost:

$$E_d \leq R_d \quad (2.6)$$

SLS proračun uključuje pretpostavku da su projektovani efekti akcija (E_d) (npr. sleganja) manji od dovoljene vrednosti deformacije konstrukcije (C_d):

$$E_d \leq C_d \quad (2.7)$$

Projektna vrednost parametra tla (X_d) određuje se prema izrazu:

$$X_d = X_k / \gamma_m \quad (2.8)$$

gde je: X_k – karakteristična vrednost parametra tla X
 γ_m – parcijalni faktor sigurnosti

Vrednosti parcijalnih faktora sigurnosti opterećenja i parametara tla za granično stanje nosivosti (ULS) definisane su u EC7, prema sledećoj tabeli:

Tabela 2.12 Preporučene vrednosti parcijalnih faktora sigurnosti opterećenja i parametara tla

Opterećenje / Parametar tla	Oznaka	Parcijalni faktor sigurnosti
Stalno opterećenje	G	$\gamma_G = 1.35 (1.0)$
Promenljivo opterećenje	Q	$\gamma_Q = 1.50 (0.0)$
Kohezija	c'	$\gamma_{c'} = 1.25$
Tangens ugla unutrašnjeg trenja	$\tan\phi'$	$\gamma_{\phi'} = 1.25$
Nedrenirana smičuća čvrstoća	s_u	$\gamma_{s_u} = 1.40$

Karakteristična vrednost se može izraziti na sledeći način:

$$X_k = \alpha_X \cdot \mu_X \quad (2.9)$$

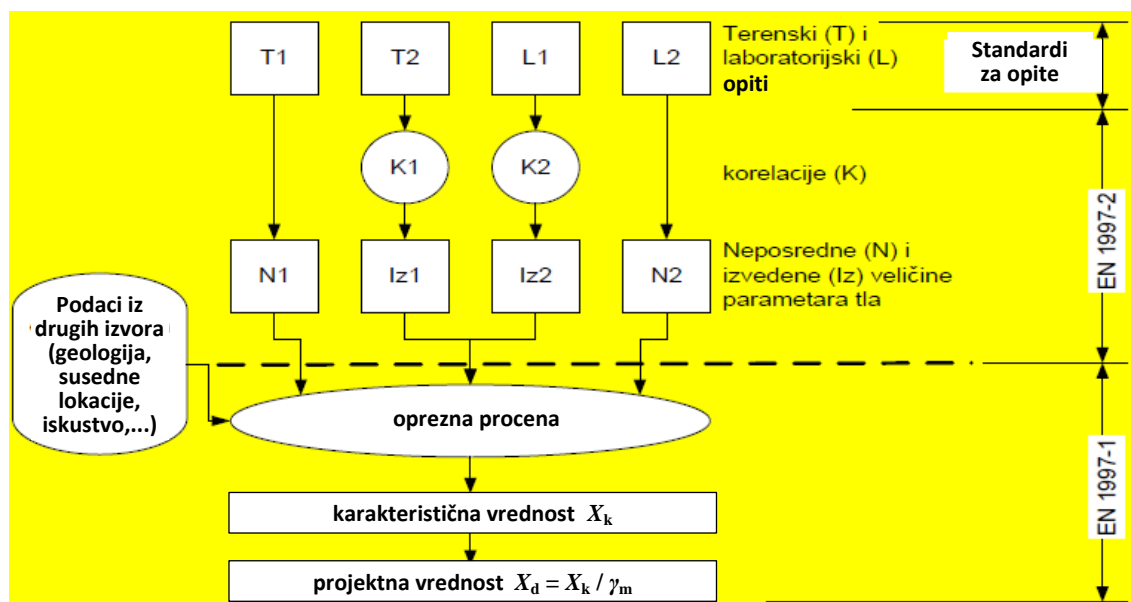
gde je: α_X - faktor redukcije, čije vrednosti su u opsegu 0 – 1
 μ_X - srednja vrednost parametra X

U EC7 date su sledeće preporuke u vezi izbora karakterističnih vrednosti:

- Pri izboru karakterističnih vrednosti parametara tla treba uzeti u obzir promenljivost i neodređenost vrednosti tih parametara,

- Karakteristična vrednost geotehničkog parametra treba da bude izabrana kao „oprezna procena“ vrednosti parametra koja izaziva granično stanje,
- Ako se koriste statističke metode, karakteristična vrednost treba da bude određena tako da sračunata verovatnoća pojave vrednosti slabijih od one koja izaziva granično stanje, ne bude veća od 5%.

Na Slici 2.6 šematski je prikazan postupak usvajanja karakteristične vrednosti (X_k) i projektne vrednosti (X_d) parametra tla X .



Slika 2.6 Šematski prikaz usvajanja projektne vrednosti X_d parametra tla X

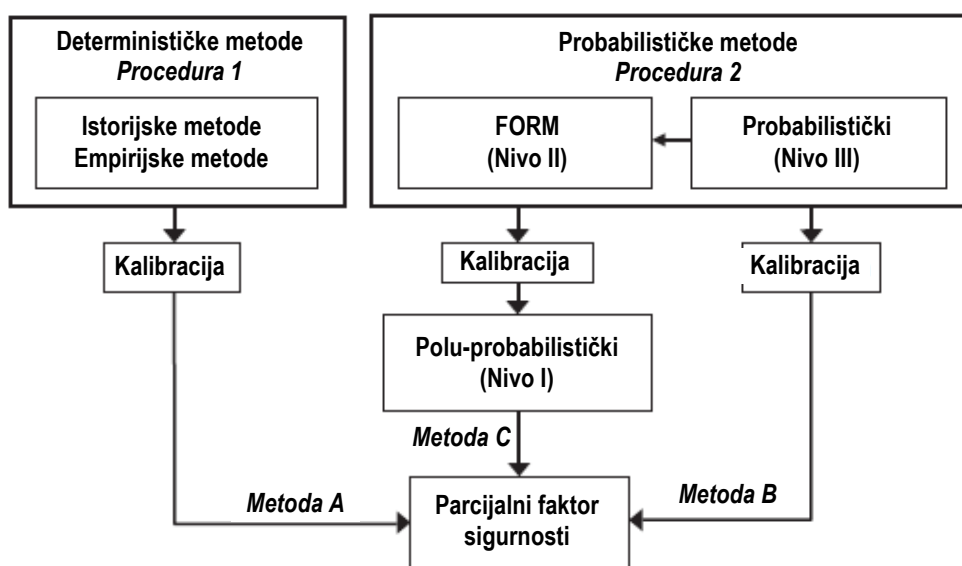
EC7 očigledno uzima u obzir prostornu varijabilnost i neodređenost parametara tla i sugeriše da se njihov uticaj kvantifikuje i uvede u projektne proračune primenom probabilističkih metoda.

Kako je navedeno, za definisanje „oprezne procene“ (ili karakteristične vrednosti) parametra tla, EC7 zahteva nivo pouzdanosti od 95%, što u situacijama kada je obim raspoloživih podataka vrlo ograničen (čest slučaj u geotehničkoj praksi), daje konzervativne rezultate (Orr i Breyse, 2008). Za takve slučajeve, Schneider (1997) predlaže da se karakteristična vrednost (X_k) usvoji kao prosečna vrednost (μ_X) umanjena za polovinu standardne devijacije (σ_X):

$$X_k = \mu_X - 0.5\sigma_X \quad (2.10)$$

Cardoso i Fernandes (2001) su predstavili metodologiju za procenu verovatnoće loma preko indeksa pouzdanosti, kroz primenu parcijalnih faktora sigurnosti definisanih u EC7. Postupak je primenjen na probleme nasipa na mekoj glini i plitkih temelja na koherentnom i nekoherentnom tlu. Dobijeni rezultati su upoređeni sa generalizovanim vrednostima, koje je usvojio Meyerhof (1993, 1995) na osnovu dostupnih podataka iz prethodnih istraživanja i rezultatima dobijenim primenom Schneider-ovog izraza (2.10). Ova uporedna analiza je pokazala da postupak Schneider-a u poređenju sa postupkom Cardoso-a i Fernandes-a daje znatno konzervativnije rezultate kada su vrednosti koeficijenta varijacije (*COV*) niske, nego kada su visoke. Takođe je pokazano da su širi temelji osetljiviji na promene *COV*, dok uticaj korišćenja različitih raspodela verovatnoće postaje značajan tek za visoke vrednosti *COV* (Samy, 2003).

Treba napomenuti da, kao što su u opterećenjima, svojstvima tla i drugih materijala i otporima uzete u obzir pripadajuće neodređenosti, takođe su i vrednostima parcijalnih faktora sigurnosti $\gamma_F = \gamma_E, \gamma_M$ i γ_R obuhvaćene neodređenosti u računskim modelima za akcije i otpore. Na Slici 2.7, koja je adaptacija šeme iz Eurokoda EN 1990, predstavljene su metode koje se mogu koristiti za kalibraciju parcijalnih faktora sigurnosti u EC7. Prema ovoj šemi, faktori mogu biti kalibrisani primenom bilo koje od dve navedene procedure.



Slika 2.7 Šematski prikaz različitih metoda za kalibraciju parcijalnih faktora sigurnosti

- *Procedura 1* predstavlja deterministički postupak, koji uključuje istorijske i empirijske metode. Na šematskom prikazu je označen kao *Metoda A*.
- *Procedura 2* se zasniva na statističkoj proceni eksperimentalnih podataka i terenskih opažanja. Ova procedura podrazumeva primenu probabilističkih metoda, koje su na Slici 2.7 označene kao *Metoda B* i *Metoda C*.

Najkompletniji i najtačniji postupak je kompletno probabilistički (Metoda nivoa III), na Slici 2.7 označen kao *Metoda B*, koji uključuje primenu npr. Monte Carlo simulacija (*MCS*) (Davidović i dr., 2012).

U postupku po Metodi nivoa II (*Metoda C*) primenjuje se *FORM* postupak, a mehanizam loma se ne predstavlja kontinualnom funkcijom (kao u Metodi nivoa III), već se indeks pouzdanosti (β) ili verovatnoća loma (P_f) određuju samo u određenim tačkama na površi loma.

Pojam „Polu-probabilističke metode (Nivo I)“ nije posebno definisan u EN 1990, pa pošto može da unese zabunu, danas nije opšteprihvaćen u praksi.

3.

**PRIMENA PROBABILISTIČKOG KONCEPTA U
GEOTEHNIČKIM ANALIZAMA STABILNOSTI**

3 PRIMENA PROBABILISTIČKOG KONCEPTA U GEOTEHNIČKIM ANALIZAMA STABILNOSTI

Geotehničku problematiku karakteriše, pre svega, vrlo izražena raznovrsnost, kao i promenljivost i neodređenost ulaznih parametara, za razliku od drugih oblasti, čija je problematika relativno uska, precizno omeđena, a karakteristike materijala potpuno određene. Zato je apsurdno je da su te oblasti, u kojima su nivoi neodređenosti osobina materijala neuporedivo niži, brzo uključile probabilističke metode u svoje proračune, dok je geotehnička struka to vrlo sporo činila. Iako je u poslednje vreme značajno poraslo interesovanje za primenu probabilističkih metoda u geotehničkom inženjerstvu, primetno je da kod većine inženjera geotehničara još uvek postoji otpor ka primeni ovih metoda u analizama stabilnosti (Christian, 2001). Razlozi za ovakav odnos su brojni. Prvo, znanje inženjera iz oblasti statistike i teorije verovatnoće najčešće je na nivou osnovnih informacija, dobijenih na prvim godinama studija, pa su sigurniji kad rade sa determinističkim faktorima sigurnosti, nego sa verovatnoćama. Drugo, prisutno je pogrešno shvatanje da probabilistički pristup u geotehničkim analizama stabilnosti zahteva mnogo više podataka, vremena i napora nego tradicionalni, deterministički. Konačno, broj i dostupnost publikacija u kojima se, na čitaocu prihvatljiv način, objašnjavaju mogućnosti, načini primene i prednosti probabilističke analize, još uvek nije dovoljan (Davidović, 2005). Prihvatljivi nivoi verovatnoća loma, kao i odnos između probabilističke i konvencionalne, determinističke procene stabilnosti, nisu definisani sa potrebnom preciznošću, što bitno otežava razumevanje rezultata probabilističke analize. Da bi se probabilističke metode lakše i brže integrisale u geotehničku inženjersku praksu, neophodno je da njihove procedure za rešavanje realnih problema stabilnosti budu dovoljno jednostavne, kao i da njihov format bude blizak inženjerima geotehničarima.

U razvijenom svetu zakonska regulativa zahteva da inženjeri geotehničari dokažu pouzdanost svojih rešenja, pre nego što se ona sprovedu u praksi. Ovo je posebno izraženo u vrlo osetljivim i zbog toga zakonski precizno regulisanim oblastima projektovanja, kao što su nuklearna energija, deponije, akumulacije, offshore platforme za eksploataciju nafte, površinski kopovi, itd. To je trend koji će u bliskoj budućnosti zahvatiti i druge oblasti. Dugačak je niz primera, gde su pomoću probabilističkih analiza uspešno rešeni problemi projektovanja, rekonstrukcije ili sanacije brana (najviše u SAD: Wappapello, 1988; Shelbyville, 1991; Hodges Village, 1995; Walter F. George, 1997), površinskih kopova (rudnik bakra Chuquicamata u Čileu, 1999), obalskih nasipa (u dolini reke Mississippi), deponija, offshore platformi za eksploataciju nafte iz mora (u Meksičkom zalivu, uz obalu Norveške, u Severnom moru), itd. Sve ovo pokazuje da probabilistički koncept ima potreban potencijal za kompleksnu analizu i rešavanje širokog spektra geotehničkih problema (Baecher i Christian, 2003).

3.1 Analiza stabilnosti kosina

Kosinom se može smatrati svaka slobodna površina tla koja je pod nekim nagibom u odnosu na horizontalu. Prema načinu nastanka kosine se mogu podeliti na prirodne i veštačke. Prirodne kosine (padine) su nastale pri pokretima Zemljine kore i tokom procesa degradacije, erozije, transporta i sedimentacije. Veštačke kosine nastaju ljudskom aktivnošću pri iskopu ili nasipanju tla.

Sa problemom stabilnosti kosina suočavamo se na mnogim poljima ljudske delatnosti, a posebno u građevinarstvu pri izgradnji puteva, železnica, kanala, tunela, nasutih brana, iskopu za temelje objekata različite namene, itd. Pokretanje manjih ili većih količina zemljanih ili stenskih masa usled poremećaja ravnotežnih uslova unutar prirodnih i veštačkih kosina je pojava s kojom se čovečanstvo kroz istoriju često susretalo. Ovi pokreti ponekad su izazivali prave katastrofe koje su ostavljale za sobom pustoš i odnosile mnoge ljudske živote, pa su takve pojave oduvek privlačile pažnju na isti način kao i drugi nekontrolisani prirodni fenomeni (zemljotresi, erupcije vulkana, poplave...). Kod nas, na sreću, dosad nije bilo ovakvih pojava sa katastrofalnim posledicama, ali se procenjuje da je i do 20% teritorije Srbije obuhvaćeno procesima kliženja i drugih oblika nestabilnosti kosina. Evidentirano je nekoliko stotina velikih (aktivnih i teških za sanaciju) klizišta i više desetina hiljada manjih, aktivnih i umirenih (često sklonih ponovnom aktiviranju), tako da je materijalna šteta izazvana njihovim delovanjem ogromna. Ove pojave su neravnomerno raspoređene, tako da su u pojedinim područjima dosta retke (npr. Vojvodina - do 5%), a u drugim ih ima u izobilju (npr. Šumadija - do 50%). Samo na teritoriji Beograda registrovano je više od 750 klizišta, a u širem području Grdeličke klisure nekoliko hiljada, što manjih, što većih, aktivnih ili umirenih (Vujanić i dr., 1995). Različitost oblika pojava nestabilnosti uslovljena je raznovrсноšću uzroka (kompleksna priroda tj. geološka građa terena, nepovoljni hidrološki, hidrogeološki, klimatski ili seizmički uslovi, ljudska delatnost, itd). Prema nekim procenama, čak 70-90% svih poremećaja stabilnosti u poslednjih tridesetak godina prouzrokovano je potpuno ili delimično ljudskom delatnošću pri izgradnji raznih

objekata saobraćajne infrastrukture, energetskih objekata, objekata na urbanim prostorima, eksploataciji mineralnih sirovina, itd. (Šutić, 1995).

Strukture koje mogu biti ugrožene usled pojava nestabilnosti kosina, mogu se, radi lakše analize, razvrstati u određene grupe (Zaruba i Mencl, 1969):

- pojedinačni objekti, naselja ili čitavi gradovi;
- putevi, železničke pruge i tuneli (tokom izgradnje ili kasnije, u eksploataciji);
- hidrotehnički objekti (brane, ustave, kanali, itd.);
- jezera i akumulacije;
- vodovodna ili kanalizaciona mreža, cevovodi, električni ili telefonski vodovi, podvodni kablovi;
- rudnici, kamenolomi, pozajmišta gline;
- poljoprivredno i šumsko zemljište.

Glavni ciljevi analize stabilnosti kosina su:

- procena stabilnosti različitih tipova kosina u datim uslovima. Često je za jednu kosinu potrebno proceniti kako privremenu (do završetka radova), tako i trajnu stabilnost;
- procena mogućnosti da kliženje zahvati prirodne ili veštačke kosine;
- analiza kliženja do kojih je već došlo i utvrđivanje mehanizama loma;
- reprojekovanje kosina koje su zahvaćene kliženjem i projektovanje preventivnih mera i mera sanacije tamo gde su neophodne;
- analiza posebnih uticaja (npr. seizmičkih);
- shvatanje procesa formiranja prirodnih kosina (padina).

Primarni zadaci analize stabilnosti kosina u inženjerskim proračunima su da omogući sigurno i ekonomično projektovanje useka, zaseka, nasipa, nasutih brana, odlagališta (deponija), itd., kod prirodnih kosina (padina) predviđanje mogućih pokreta i uočavanje potencijala opasnosti od kliženja, a kod aktivnih klizišta projektovanje mera sanacije.

3.1.1 Deterministički pristup u analizi stabilnosti kosina

U inženjerskoj praksi se za analizu stabilnosti kosina najčešće primenjuje deterministički pristup, zasnovan na metodi granične ravnoteže. Pretpostavke ove metode su da je materijal u kosini kruto-plastičan, da važi *Mohr-Coulomb*-ov uslov loma i da će se klizno telo kao celina pomerati duž pretpostavljene klizne površine. Stabilnost kosine se ocenjuje na osnovu veličine faktora sigurnosti (F) u pogledu klizenja po pretpostavljenoj kliznoj površini. Faktor sigurnosti se prema izrazu (3.1) definiše kao odnos prosečne smičuće čvrstoće (τ_f) i prosečnog smičućeg napona potrebnog da održi klizno telo u ravnoteži (ili mobilisane smičuće čvrstoće) (τ_m) duž pretpostavljene klizne površine:

$$F = \frac{\tau_f}{\tau_m} \quad (3.1)$$

Vrednosti parametara tla, opterećenja i geometrije kosine unose se u analizu kao poznate, konstantne veličine. Podrazumeva se da je F konstantna veličina duž klizne površi. Teoretski, ako je $F > 1$ kosina se može smatrati stabilnom; $F < 1$ označava lom (kosina se smatra nestabilnom), dok $F = 1$ označava granično stanje stabilnosti kosine. Otpornost tla na smicanje (τ_f) je fundamentalna inženjerska osobina tla i definisana je Mohr-Coulomb-ovim uslovom loma, izrazom (3.2), za efektivne napone:

$$\tau_f = c' + (\sigma_n - u) \cdot \tan \varphi' \quad (3.2)$$

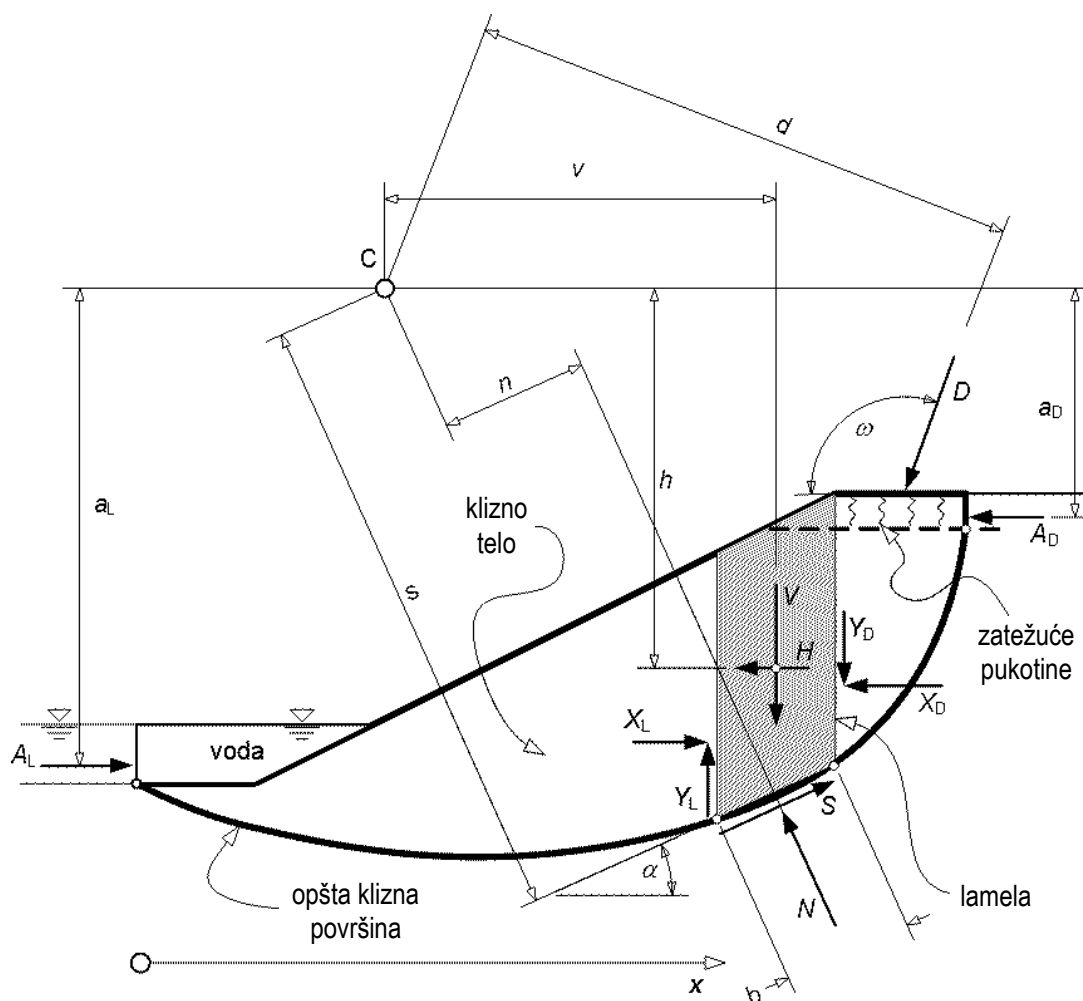
gde je: c' - efektivna kohezija
 φ' - efektivni ugao unutrašnjeg trenja
 σ_n - totalni normalni napon
 u - pritisak u porama tla

Ako se računa sa totalnim naponima, pritisci u porama tla se ne uzimaju u obzir, a u izrazu (3.2) figurišu parametri čvrstoće (c i φ), koji su dobijeni za totalne napone.

Da bi se sračunala smičuća čvrstoća tla neophodno je prethodno odrediti normalne napone koji deluju duž klizne površine. U najjednostavnijem slučaju, kada se (homogeno) klizno telo može predstaviti modelom *bloka na kosoj ravni*, normalni napon, a samim tim i faktor sigurnosti može se sračunati jednostavno iz uslova

ravnoteže i bez uvođenja dopunskih pretpostavki. Iz ovakve aproksimacije slede rešenja u kojima se klizno telo analizira u celini (tzv. *rezultantne metode*). Međutim, ako je tlo u kosini nehomogeno, a klizna površina proizvoljnog oblika (što je najčešće slučaj u praksi), takav jednostavan postupak nije moguć, pa se, u uslovima kada se primena računara u analizi stabilnosti kosine podrazumeva, najviše primenjuju *metode lamela* u kojima se masa tla iznad klizne površine deli na lamele, koje su obično (ali ne i obavezno) vertikalne i iste širine.

Na Sl. 3.1 su prikazane i označene sile koje deluju na pojedinačnu lamelu kliznog tela, kao i druge veličine koje figurišu u uslovima granične ravnoteže. Indeksi L i D, koji se pojavljuju uz neke od napred navedenih veličina, odnose se na levu, odnosno desnu stranu posmatrane lamele.



Slika 3.1 Sile na karakterističnoj lameli kliznog tela proizvoljnog oblika

Ukupan broj uslovnih jednačina i nepoznatih veličina za klizno telo koje je podeljeno na n lamela sumiran je u Tabelama 3.1 i 3.2.

Tabela 3.1 Broj uslovnih jednačina za klizno telo podeljeno na n lamela

Broj jednačina	Uslov	
n	Ravnoteža horizontalnih sila za svaku lamelu	$(\sum X = 0)$
n	Ravnoteža vertikalnih sila za svaku lamelu	$(\sum Y = 0)$
n	Ravnoteža momenata za svaku lamelu	$(\sum M = 0)$
n	Mohr-Coulomb-ov uslov loma za svaku lamelu	$(\tau_f = c' + \sigma' \cdot \tan \varphi')$
$4n$	Ukupan broj uslovnih jednačina	

Tabela 3.2 Nepoznate veličine za klizno telo podeljeno na n lamela

Broj nepoznatih	Naziv nepoznate veličine
n	Normalna sila u osnovi svake lamele
n	Položaj normalne sile u osnovi svake lamele
n	Smičuća sila u osnovi svake lamele
$n - 1$	Normalna komponenta međulamelnih sila
$n - 1$	Smičuća komponenta međulamelnih sila
$n - 1$	Položaj normalne komponente međulamelnih sila
1	Faktor sigurnosti
$6n - 2$	Ukupan broj nepoznatih veličina

Na osnovu podataka iz ovih tabela jasno je da je problem analize stabilnosti kosina za $n \geq 1$ statički neodređen, jer je broj nepoznatih veličina veći od broja uslovnih jednačina, tj. $6n - 2 - 4n = 2n - 2$. Da bi problem mogao da se reši, treba uvesti $2n - 2$ dopunskih pretpostavki u pogledu pravca, intenziteta i/ili položaja napadne tačke nekih sila. U najvećem broju poznatih rešenja prva pretpostavka je da normalna sila deluje u sredini osnove lamele, što je logično i opravdano ako su širine lamela dovoljno male. Na taj način se broj nepoznatih (tj. potrebnih dopunskih pretpostavki) svodi na $n - 2$. Obično se uvode pretpostavke u pogledu intenziteta, pravca ili položaja napadne tačke međulamelnih sila, što dodatno smanjuje broj nepoznatih za $n - 1$, pa konačno ostaje 1 nepoznata (F). Rešenja koja se koriste za analizu stabilnosti kosina uglavnom se razlikuju po tome koje dopunske pretpostavke uvode i mogu se podeliti na *tačna* (*rigorozna*) i *približna*.

Tačna (rigorozna) rešenja zadovoljavaju sve uslove ravnoteže uvođenjem različitih pretpostavki, bez zanemarivanja pojedinih komponenti spoljašnjih i unutrašnjih sila. Približna rešenja zanemaruju pojedine komponente spoljašnjih i unutrašnjih sila i/ili neke uslove ravnoteže.

U stručnoj literaturi su evidentirana brojna rešenja za analizu stabilnosti kosina, među kojima su najpoznatija ona čiji su autori Fellenius (1927, 1936), Taylor (1937), Bishop (1955), Janbu (1956), Lowe i Karafiath (1960), Morgenstern i Price (1965), Spencer (1967), Carter (1971), Sarma (1973, 1979), itd.

Prikaz jednačina i metoda granične ravnoteže koji sledi zasnovan je na metodologiji primenjenoj u priručniku "Stability Modeling with SLOPE/W – An Engineering Methodology". Ovaj priručnik je sastavni deo svetski afirmisanog softverskog paketa SLOPE/W za analizu stabilnosti kosina (GeoSlope/W, 2007).

Polazna tačka u prikazu metoda je *Generalno (opšte) rešenje metode granične ravnoteže (Generalized Limit Equilibrium Method – GLE)* (Fredlund i Krahn, 1977), čiji koncept omogućava da se sve poznate metode lamela prikažu kao specijalna rešenja izvedena uvođenjem različitih pretpostavki iz ovog opšteg (GLE) rešenja.

Mobilisana čvrstoća na smicanje može se dobiti iz izraza (3.1) kao:

$$\tau_m = \frac{\tau_f}{F} = \frac{c' + (\sigma_n - u) \cdot \tan \varphi'}{F} \quad (3.3)$$

Mobilisana smičuća sila S u osnovi lamele (prema Sl. 3.1) je:

$$S = \tau_m \cdot b = \frac{c' \cdot b + (\sigma_n \cdot b - u \cdot b) \cdot \tan \varphi'}{F} = \frac{C + (N - U) \cdot \tan \varphi'}{F} \quad (3.4)$$

Za svaku lamelu mogu se postaviti 3 uslova ravnoteže (ravnoteža horizontalnih sila, vertikalnih sila i momenata u odnosu na neku proizvoljnu tačku, npr. tačku C):

$\sum X = 0$ (gde je $\Delta X = X_D - X_L$):

$$\Delta X - N \cdot \sin \alpha + S \cdot \cos \alpha - H + D \cdot \cos \omega = 0 \quad (3.5)$$

$\sum Y = 0$ (gde je $\Delta Y = Y_D - Y_L$):

$$N \cdot \cos \alpha + S \cdot \sin \alpha - \Delta Y - V - D \cdot \sin \omega = 0 \quad (3.6)$$

$\sum M_C = 0$:

$$V \cdot v - S \cdot s - N \cdot n + H \cdot h + D \cdot d - X_L \cdot x_L + X_D \cdot x_D - Y_L \cdot y_L + Y_D \cdot y_D = 0 \quad (3.7)$$

Unošenjem vrednosti S iz izraza (3.4) u izraz (3.6) i sređivanjem dobija se normalna sila u osnovi svake lamele (N) u obliku:

$$N = \frac{V + \Delta Y - \frac{\sin \alpha}{F} (C - U \cdot \tan \varphi) + D \cdot \sin \omega}{m_\alpha} \quad (3.8)$$

gde je: $m_\alpha = \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \frac{\tan \varphi'}{F}$ (3.9)

Ako se uslov $\sum X = 0$ iz izraza (3.5) primeni na sve lamele, posle sumiranja dobija se uslov globalne ravnoteže kliznog tela u horizontalnom (x) pravcu:

$$\sum \Delta X - \sum N \cdot \sin \alpha + \sum S \cdot \cos \alpha - \sum H + \sum D \cdot \cos \omega = 0 \quad (3.10)$$

Unošenjem izraza (3.4) za mobilisanu smičuću silu S u osnovi lamele u izraz (3.10) i sređivanjem dobija se izraz za faktor sigurnosti F_x u obliku:

$$F_x = \frac{\sum (C \cdot \cos \alpha + (N - U) \cdot \tan \varphi \cdot \cos \alpha)}{\sum N \cdot \sin \alpha + \sum H - \sum D \cdot \cos \omega + A_L - A_D} \quad (3.11)$$

Indeks " x " označava da je faktor sigurnosti dobijen iz uslova globalne ravnoteže kliznog tela u horizontalnom (x) pravcu.

Na sličan način, primenom izraza (3.7) na sve lamele i sumiranjem dobija se uslov globalne ravnoteže momenata:

$$\sum V \cdot v - \sum S \cdot s - \sum N \cdot n + \sum H \cdot h + \sum D \cdot d + A_L \cdot a_L - A_D \cdot a_D = 0 \quad (3.12)$$

Unošenjem izraza (3.4) za mobilisanu smičuću silu S u osnovi lamele u izraz (3.12) i sređivanjem dobija se faktor sigurnosti F_m u obliku:

$$F_m = \frac{\sum (C \cdot s + (N - U) \cdot s \cdot \tan \varphi)}{\sum V \cdot v - \sum N \cdot n + \sum H \cdot h + \sum D \cdot d + A_L \cdot a_L - A_D \cdot a_D} \quad (3.13)$$

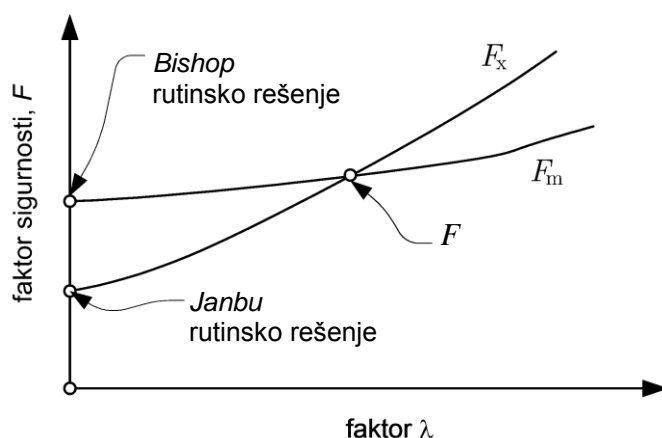
gde indeks " m " označava da je faktor sigurnosti dobijen iz uslova globalne ravnoteže momenata.

Opšte rešenje metode granične ravnoteže (GLE) uvodi pretpostavku o nagibu rezultante međulamelnih sila u obliku:

$$Y/X = \lambda \cdot f(x) \quad (3.14)$$

gde je λ nova nepoznata, a $f(x)$ poznata (izabrana) funkcija nagiba međulamelnih sila.

Pošto je u opštem slučaju $F_x \neq F_m$, merodavni (jedinstveni) faktor sigurnosti (F), koji zadovoljava uslove ravnoteže i sila i momenata, dobija se iterativnim postupkom, u kome se, za pretpostavljeno $f(x)$, varira vrednost λ sve dok se ne postigne $F_x \approx F_m (=F)$. Na Sl. 3.2 ta vrednost F se nalazi u preseku dveju krivih koje predstavljaju funkcije promene faktora sigurnosti F_x , odnosno F_m u zavisnosti od pretpostavljene vrednosti λ . Položaj krivih jasno ukazuje da je vrednost F_m mnogo manje osetljiva na promenu nagiba međulamelnih sila, nego što je to slučaj sa F_x .



Slika 3.2 Zavisnost faktora sigurnosti F_x i F_m od pretpostavljenog nagiba međulamelnih sila (λ)

Iz opisanog *GLE* rešenja mogu se izvesti praktično sva poznata rešenja metode granične ravnoteže. U Tabeli 3.3 dat je sažeti prikaz karakteristika najpoznatijih rešenja.

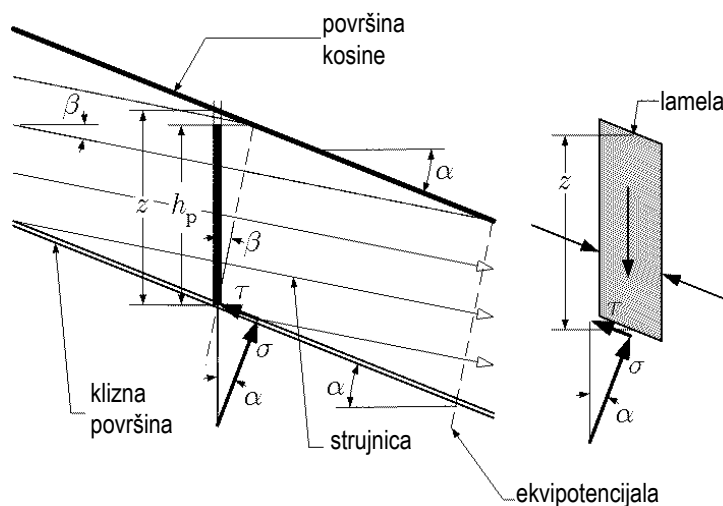
Tabela 3.3 Osnovne karakteristike najpoznatijih rešenja za analizu stabilnosti kosina

Rešenje	Klizna površina	Uslovi ravnoteže			Međulamelne sile (pretpostavka)
		$\sum X=0$	$\sum Y=0$	$\sum M=0$	
<i>Fellenius</i> (Švedska metoda)	kružna	ne	ne	da	$\Delta X=0, \Delta Y=0$
<i>Bishop</i> rutinsko rešenje	kružna	ne	da	da	$\Delta X \neq 0, \Delta Y=0$
<i>Janbu</i> rutinsko rešenje	proizvoljna	da	da	ne	$\Delta X \neq 0, \Delta Y=0$
<i>Morgenstern i Price</i>	proizvoljna	da	da	da	$\Delta X \neq 0, \Delta Y \neq 0$
<i>Spencer</i>	proizvoljna	da	da	da	$\Delta X \neq 0, \Delta Y \neq 0$
<i>Sarma</i>	proizvoljna	da	da	da	$\Delta X \neq 0, \Delta Y \neq 0$
<i>GLE</i>	proizvoljna	da	da	da	$\Delta X \neq 0, \Delta Y \neq 0$

Rešenja metode granične ravnoteže mogu se razvrstati i prema mehanizmu loma, odnosno prema tome da li do kliženja dolazi translacijom po ravnoj površini, rotacijom po kružnoj ili pomeranjem po složenoj kliznoj površini.

- **Ravna klizna površina**

Klizno telo ograničeno ravnom kliznom površinom, paralelnom površini terena, čija je debljina relativno mala u odnosu na dužinu, može se tretirati kao kosina beskonačne dužine, pa se uticaji na krajevima kliznog tela mogu zanemariti (Sl. 3.3).



Slika 3.3 Strujanje vode u kosini beskonačne dužine (levo) i sile koje deluju na lamelu (desno)

Obe komponente međulamelnih sila su u vertikalnim presecima duž kliznog tela konstantne, pa je za svaku lamelu razlika odgovarajućih komponenti jednaka nuli, zbog čega se ne pojavljuju u uslovima ravnoteže.

Normalni napon (σ) koji deluje na kliznu površinu dobija se iz uslova ravnoteže u vertikalnom pravcu i iznosi:

$$\sigma = \gamma \cdot z \cdot \cos^2 \alpha \quad (3.15)$$

gde je $\gamma = \rho \cdot g$ zapreminska (jedinična) težina tla u kosini.

Analogno tome, smičući napon (τ) duž klizne površine iznosi:

$$\tau = \gamma \cdot z \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha = \gamma \cdot z \cdot \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad (3.16)$$

Mreža strujanja prikazana na Sl. 3.3 predstavlja opšti slučaj, gde voda pod uglom ($\alpha - \beta$), izlazi na površinu kosine. Pomi pritisak (u) može se sračunati iz izraza:

$$u = \gamma_w \cdot h_p = \gamma_w \cdot z \cdot \frac{1}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta} \quad (3.17)$$

Kad je strujanje paralelno s površinom kosine (tj. $\alpha = \beta$), izraz za porni pritisak glasi: $u = \gamma_w \cdot z \cdot \cos^2 \alpha$, pa ako se unese u izraz (3.2) za Mohr-Coulomb-ov uslov loma, a ovaj u izraz (3.1) za faktor sigurnosti, dobija se:

$$F = \frac{c' + (\sigma - u) \cdot \tan \varphi'}{\tau} = \frac{c'}{\gamma \cdot z} \cdot \frac{1 + \tan^2 \alpha}{\tan \alpha} + \frac{\gamma'}{\gamma} \cdot \frac{\tan \varphi'}{\tan \alpha} \quad (3.18)$$

gde je $\gamma' = \gamma_z - \gamma_w$ zapreminska (jedinična) težina potopljenog tla.

Za kosinu u kojoj nema strujanja podzemne vode ($u = 0$) faktor sigurnosti je:

$$F = \frac{c'}{\gamma \cdot z} \cdot \frac{1 + \tan^2 \alpha}{\tan \alpha} + \frac{\tan \varphi'}{\tan \alpha} \quad (3.19)$$

Očigledno je da strujanje podzemne vode niz kosinu bitno smanjuje faktor sigurnosti u odnosu na "suvu" kosinu. Takođe, iz prethodnih izraza sledi da kod kosina beskonačne dužine od nekoherentnog tla ($c' = 0$), faktor sigurnosti ne zavisi od dubine (z) na kojoj se nalazi pretpostavljena klizna površina.

- **Kružno-cilindrična klizna površina**

Rešenje *Fellenius*-a (1936), poznato i kao švedska metoda, je razvijeno za kružno-cilindričnu kliznu površinu, uz zanemarivanje obe komponente međulamelnih sila ($\Delta X=0, \Delta Y=0$). Primenom uslova globalne ravnoteže momenata, iz izraza (3.13) se direktno, bez potrebe za iterativnim postupkom, dobija faktor sigurnosti za drenirane uslove:

$$F = F_m = \frac{\Sigma c' \cdot b + \Sigma (V \cdot \cos \alpha - u \cdot b) \cdot \tan \varphi'}{\Sigma V \cdot \sin \alpha} \quad (3.20)$$

pri čemu je uzeto u obzir da je $s = R$; $v/R = \sin \alpha$; $n = 0$.

S obzirom da se međulamelne sile zanemaruju, nema uticaja koji bi se suprotstavili horizontalnoj komponenti mobilisane smičuće sile u osnovi lamele, pa je faktor sigurnosti dobijen primenom ovog rešenja znatno manji od onog koji bi se dobio tačnijim postupkom. Razlika je oko 10%, a za klizno telo sa većim centralnim uglom i većim pritiscima u porama tla, greška može dostići i 50%. Rešenje daje rezultate zadovoljavajuće tačnosti samo u slučajevima kada čvrstoća tla na smicanje ne zavisi od

normalnih napona na kliznoj površini, npr. u analizi stabilnosti kosine od koherentnog tla u nedreniranim uslovima, gde se usvaja c_u (umesto c') i $\varphi_u = 0$ (umesto φ'), pa se izraz (3.20) pojednostavljuje i svodi na:

$$F = \frac{\Sigma c_u \cdot b}{\Sigma V \cdot \sin \alpha} \quad (3.21)$$

Glavni razlozi što je ovo rešenje više decenija (sve do šezdesetih godina XX veka) vrlo često primenjivano u praksi su to što je proračun jednostavan, faktor sigurnosti je dat eksplicitno, a rezultat je na strani sigurnosti (konzervativan). Danas je potpuno potisnuto rigoroznim rešenjima koja su prilagođena za računarski proračun i može se koristiti samo kao prvi korak u iterativnom postupku kod tačnijih rešenja.

Bishop (1955) je izveo rešenje za kružno-cilindričnu kliznu površinu ($s=R, n=0$), iz dva uslova ravnoteže ($\Sigma X=0$ i $\Sigma M=0$), zanemarujući uslov $\Sigma X=0$. Upoređujući rezultate dobijene primenom rigoroznog (ali i komplikovanog) postupka (gde je $\Delta Y \neq 0$) i približnog postupka (gde je usvojeno $\Delta Y=0$), utvrdio je da su razlike minimalne (do 5%). Zato je predložio da se u praksi primenjuje *približno (rutinsko) rešenje*, koje podrazumeva $\Delta Y=0$. Tako se iz izraza (3.13), nakon sređivanja dobija Bishop-ov rutinski izraz za faktor sigurnosti:

$$F = Fm = \frac{\Sigma [(c' \cdot b_x + (V - u \cdot b_x) \cdot \tan \varphi') / m_\alpha]}{\Sigma V \cdot \sin \alpha + (\Sigma H \cdot h + \Sigma D \cdot d + A_L \cdot a_L - A_D \cdot a_D) / R} \quad (3.22)$$

gde je: $m_\alpha = \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \frac{\tan \varphi'}{F}$ (3.23)

Nepoznata veličina (faktor sigurnosti) se pojavljuje sa obe strane znaka jednakosti, pa se određuje iterativnim postupkom. Ako se u prvom koraku pretpostavi $F=1$ na desnoj strani izraza (3.22) i sračuna F_1 (različito od F), onda se u svakom sledećem koraku pretpostavlja F_i koje je dobijeno u prethodnom koraku. Rešenje je dobijeno kad razlika između faktora sigurnosti dobijenih u dva uzastopna koraka postane manja od unapred zadate tolerancije (0.01 do 0.001 za proračune kalkulatorom, odnosno 0.00000001 za proračune računaram). U praksi se potvrđuje da postupak iteracije konvergira dovoljno brzo. Ranije se postupak iteracije radio “pešice”, pa je za određivanje m_α za svaku lamelu korišćen dijagram, a proračun faktora sigurnosti izvođen tabelarno. Danas se primenom odgovarajućeg softvera za vrlo kratko vreme ispita veliki broj potencijalnih

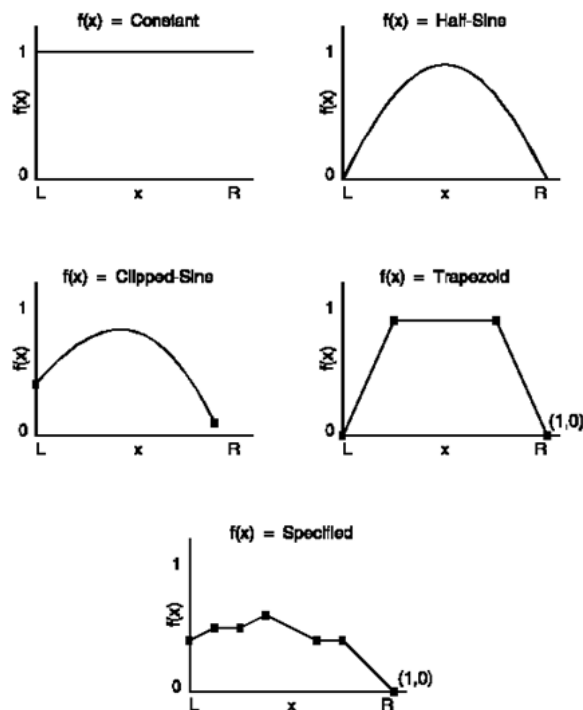
kliznih površina, za svaku sračuna odgovarajući faktor sigurnosti i među njima odredi kritični (najmanji - F_{min}). Ovo rešenje može se primeniti i na klizne površi proizvoljnog (opšteg) oblika, ali onda faktor sigurnosti zavisi od izbora tačke u odnosu na koju se primenjuje uslov $\sum M=0$ što, zbog zanemarivanja uslova ravnoteže horizontalnih sila, može rezultirati greškom u situacijama kada treba uzeti u obzir uticaj seizmičkih sila. Rutinsko rešenje Bishop-a je široko prihvaćeno, a njegova tačnost je proveravana na brojnim primerima u praksi tokom niza godina. Greške u rezultatu mogu se javiti kod dubokih kliznih tela, ali se mogu smanjiti usvajanjem većeg broja lamela. Čak i danas, u poređenju sa savremenijim (i tačnijim), ovo rešenje u najvećem broju slučajeva daje rezultate prihvatljive tačnosti (Davidović, 2004).

- **Proizvoljna klizna površina**

Rutinsko rešenje Janbu-a (1956) izvedeno je za kliznu površ proizvoljnog oblika, uz zadovoljenje oba uslova ravnoteže sila ($\sum X=0$ i $\sum Y=0$) i zanemarivanje uslova $\sum M=0$. Sličnost sa rutinskim rešenjem Bishop-a je u tome što se zanemaruje vertikalna komponenta međulamelnih sila ($\Delta Y=0$) i što se faktor sigurnosti određuje iterativnim postupkom. Metoda daje rezultate prihvatljive tačnosti samo u slučaju homogenih, plitkih i izduženih kliznih tela, ali ne i kod dubokih i nehomogenih (Maksimović, 2008). S obzirom da se koriste samo dva uslova ravnoteže i zanemaruju smičuće komponente međulamelnih sila, rešenje je “samo” približno. Zbog relativne jednostavnosti i mogućnosti da se proračuni obave korišćenjem kalkulatora (bez računara), još uvek se ponekad primenjuje u slučajevima gde je to opravdano (plitka, izdužena, homogena klizna tela).

Danas, kad su računari i odgovarajući stručni softver široko dostupni, napred opisana približna rešenja gube na značaju. Umesto njih, preporučuje se korišćenje rigoroznih rešenja navedenih u Tabeli 3.3 (Morgenstern i Price, Spencer, Sarma, GLE), koja zadovoljavaju sva tri uslova ravnoteže i ne zanemaruju nijednu komponentu međulamelnih sila. Izbor rigoroznog rešenja se praktično svodi na izbor funkcije $f(x)$, koja definiše nagib međulamelnih sila duž kliznog tela. S obzirom da je problem stabilnosti kosina statički neodređen, ne postoji teorijski postupak za određivanje $f(x)$, pa se obično pretpostavlja na osnovu iskustva i intuicije. Prilikom definisanja $f(x)$ treba

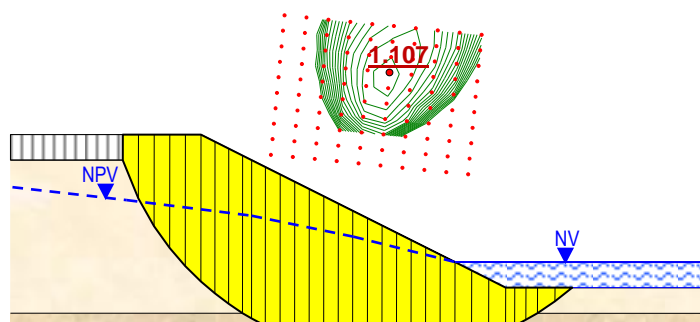
voditi računa o tome da se u kliznom telu ne javljaju naponi zatezanja, kao i da smičuće sile ne premašuju smičuću čvrstoću tla (Ćorić, 2006). Brojna istraživanja su pokazala da veličina faktora sigurnosti nije mnogo osetljiva na izbor funkcije $f(x)$. Na Sl. 3.4 prikazane su neke od najčešće korišćenih funkcija $f(x)$.



Slika 3.4 Neke od najčešće korišćenih funkcija $f(x)$ nagiba međulamelnih sila

Računska analiza stabilnosti kosine podrazumeva utvrđivanje minimalne vrednosti među svim sračunatim vrednostima faktora sigurnosti, a time i definisanje njoj odgovarajuće kritične klizne površine. Ako je pretpostavljeni oblik kliznih površina koje se analiziraju kružno-cilindrični, problem se svodi na određivanje minimuma funkcije sa 3 promenljive (poluprečnik i koordinate centra kružnog luka). Određivanje geometrijskog mesta centara koji za analiziranu kosinu mogu dati kritičnu kliznu površinu “klasičnim” postupcima Fellenius-a, Fadejev-a, Taylor-a i drugih, pripada vremenu kada su proračuni morali da se izvršavaju “pešice”. Zbog smanjenog obima analize (faktor sigurnosti se računa za samo nekoliko pretpostavljenih kliznih površina), takvi postupci nose u sebi rizik da se apsolutni minimum “promaši”, pa se u savremenoj praksi praktično i ne koriste. Danas se ovaj postupak izvršava primenom računara i odgovarajućeg softvera, pri čemu se probni centri postavljaju u čvorovima unapred zadate mreže. Nakon provedenog proračuna konstruišu se izolije jednakih faktora

sigurnosti, koje u depresiji ukazuju na minimalnu vrednost faktora sigurnosti (Sl. 3.5). Alternativno, za automatsko nalaženje centra kritične klizne površine može se primeniti neki od brojnih poznatih numeričkih postupaka koji služe za određivanje minimuma funkcije sa dve ili tri promenljive.



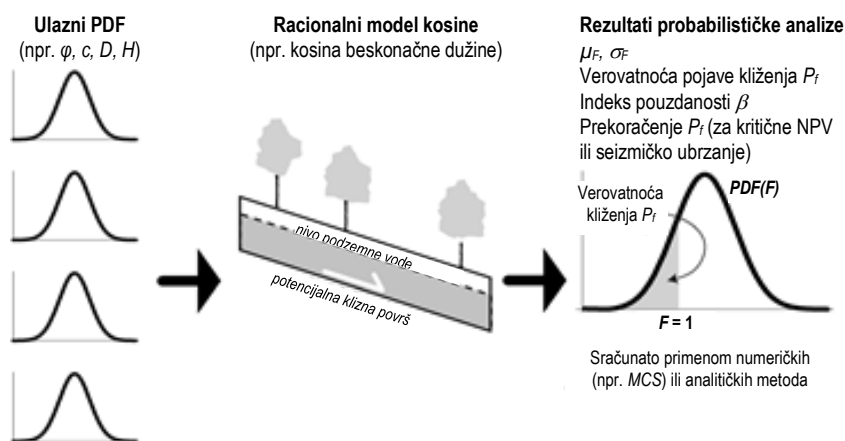
Slika 3.5 Kosina na proslojku slabijeg tla - Postupak određivanja F_{min}

3.1.2 Probabilistički pristup u analizi stabilnosti kosina

Ograničenja determinističke analize su u tome što ne uzima u obzir neodređenost ulaznih parametara i (pošto ne postoji direktna veza između faktora sigurnosti i verovatnoće loma) ne daje odgovor na pitanje “Kolika je verovatnoća pojave loma u kosini?” Sve ovo ukazuje da je stabilnost kosine pre probabilistička, nego deterministička situacija. Drugim rečima, stabilnost kosine je slučajan proces koji zavisi od raspodele vrednosti uticajnih faktora, što navodi na zaključak da se računaska analiza stabilnosti kosina može tačnije izvršiti primenom probabilističkih metoda modeliranja, nego tradicionalnih determinističkih.

Probabilistički koncept u analizi stabilnosti kosina omogućuje da se uzme u obzir neodređenost ulaznih parametara i da se kvantifikuje verovatnoća pojave loma u kosini (nivo rizika). Ovde se umesto jedne (determinističke) vrednosti za svaki parametar, koristi raspodela verovatnoće za opis raspona mogućih vrednosti svakog parametra i verovatnoće njihove pojave. Broj promenljivih nije ograničen samo ovim elementima za svaku tačku, već to mogu biti funkcije u prostoru (parametri čvrstoće, porni pritisci), u vremenu (varijacije nivoa podzemnih voda, seizmički uticaji, slučajna opterećenja, itd). Na osnovu probabilističke analize, stabilnost kosina se može proceniti preko *indeksa pouzdanosti* (β) ili *verovatnoće loma* (P_f), tj. verovatnoće da faktor

sigurnosti (F) bude manji od 1, (tj. $P_f = P[F < 1]$). Ako se npr. definišu granice unutar kojih se nalaze vrednosti parametara čvrstoće tla u kosini, kao i nivo podzemne vode u pijezometrima, može se primenom neke statističke metode, višestrukim ponavljanjem postupka uz pomoć kompjutera, dobiti statistička raspodela vrednosti faktora sigurnosti preko PDF funkcije, njegova srednja vrednost, kao i verovatnoća da bude manji od 1, tj. verovatnoća pojave loma u kosini. Na Sl. 3.6 dat je šematski prikaz ovakve analize (Haneberg, 2004):



Slika 3.6 Šematski prikaz probabilističke analize stabilnosti kosine

Prvi primeri primene probabilističkog pristupa u analizi stabilnosti kosina potiču iz 70-tih godina XX veka (Alonso, 1976; Tang, 1976; Harr, 1977). Za protekle četiri decenije ovaj koncept je doživeo značajan razvoj i dobio brojne pozitivne ocene u stručnim krugovima (Chowdhury, 1984; Whitman, 1984; Wolff, 1996; Christian, 1996).

Probabilističke metode za analizu stabilnosti kosina, prema pretpostavkama koje uvode, mogućnostima rešavanja složenih problema i matematičkoj kompleksnosti, mogu se svrstati u 2 kategorije (El-Ramly i dr., 2002):

- **Približne metode**

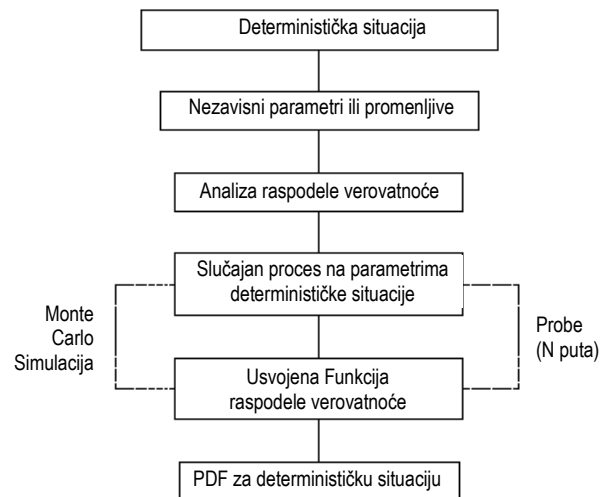
Ovoj kategoriji pripadaju metode koje su detaljno opisane u Poglavlju 2.2 (*First Order Second Moment (FOSM)*, *Second Order Second Moment (SOSM)*, *First Order Reliability Method (FORM)*, *Point Estimate Method (PEM)*). Kako bi se problem koji se rešava (dovoljno) pojednostavio, nužno je uvesti određene pretpostavke, pa je primena metoda iz ove grupe uglavnom ograničena na neke posebne (jednostavnije) klase problema stabilnosti kosina. Tako su u nekim analizama korišćeni vrlo jednostavni

modeli kosina, kao što je ordinarna metoda lamela (Tang i dr., 1976; Vanmarcke, 1980; Honjo i Kuroda, 1991). Pojedini autori su analizirali isključivo tlo bez unutrašnjeg trenja (Matsuo i Kuroda, 1974). U brojnim studijama razmatraju se samo kružno-cilindrične klizne površine (Alonso 1976; Vanmarcke, 1977), a prostorna promenljivost parametara tla i pornih pritisaka se zanemaruje (Nguyen i Chowdhury, 1984; Wolff i Harr, 1987; Duncan, 2000). Približne metode omogućavaju procenu srednje vrednosti i standardne devijacije faktora sigurnosti, ali pošto ne daju nikakvu informaciju o obliku njegove funkcije gustine verovatnoće, verovatnoća loma se može dobiti ako se ova funkcija pretpostavi (obično normalna ili lognormalna). Takođe, *FORM* i *SOSM* metode se ne mogu primeniti na probleme gde je ponašanje tla nelinearno.

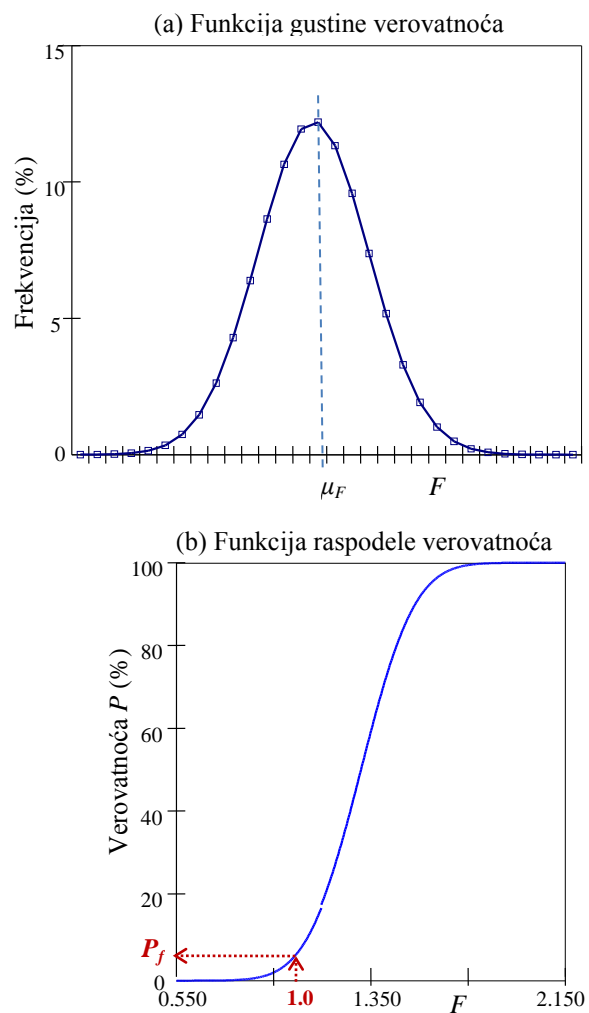
- **Monte Carlo Simulacija (MCS)**

Pristup zasnovan na Monte Carlo Simulaciji omogućava da se prevaziđu napred navedeni problemi, karakteristični za približne metode. Pored srednje vrednosti, standardne devijacije, dobijaju se i funkcije gustine i raspodele verovatnoća faktora sigurnosti, pa se ovakav postupak može primeniti i na složene modele sa više promenljivih. Prema Sl. 3.7 (Hutchinson i Bandalos, 1997), procedura Monte Carlo Simulacije može se raščlaniti na sledeće korake (faze):

- Izbor determinističkog modela, tj. postupka proračuna (npr. neko od rešenja metode granične ravnoteže ili MKE),
- Identifikacija svih nezavisnih promenljivih i izbor ulaznih parametara koji će biti modelirani probabilistički,
- Predstavljanje svakog ulaznog parametra probabilističkim modelom, tj. odgovarajućom funkcijom raspodele verovatnoće (npr. normalnom, lognormalnom, itd.), na osnovu njegove srednje vrednosti i standardne devijacije,
- Sukcesivno izvršenje Monte Carlo (MC) proba zasnovanih na principu izbora slučajnog broja, u cilju dobijanja F za svaku probu, a zatim i funkcije gustine verovatnoća (*PDF*)(Sl. 3.8(a)) i raspodele verovatnoća (*CDF*)(Sl. 3.8(b)) izlaznog parametra (F). Na osnovu poznate *CDF* funkcije moguće je odrediti verovatnoću da sračunati faktor sigurnosti bude manji od bilo koje zadate vrednosti, a samim tim i verovatnoću loma (kad je $F < 1$). Postupak određivanja P_f prikazan je na Sl. 3.8(b).



Slika 3.7 Šematski prikaz Monte Carlo Simulacije

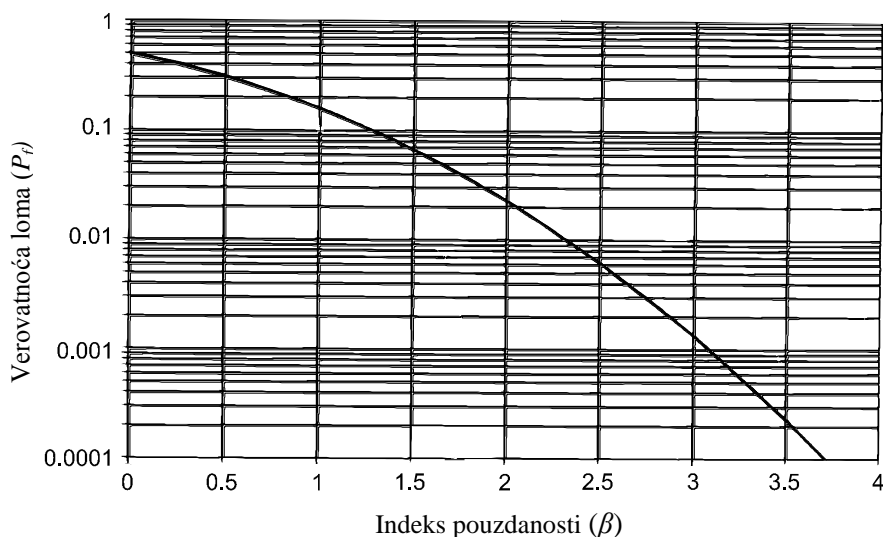


Slika 3.8 Rezultat Monte Carlo Simulacije: (a) PDF i (b) CDF faktora sigurnosti (F)

Indeks pouzdanosti (β) opisuje stabilnost kosine na osnovu standardne devijacije srednje vrednosti F u odnosu na vrednost $F = 1$ (pri lomu):

$$\beta = \frac{\mu_F - 1}{\sigma_F} \quad (3.24)$$

Za pretpostavljenu normalnu raspodelu vrednosti F , indeks pouzdanosti (β) je u relaciji sa verovatnoćom loma (P_f), kao što je prikazano na Sl. 3.9:



Slika 3.9 Veza između verovatnoće loma (P_f) i indeksa pouzdanosti (β), za normalnu raspodelu vrednosti F

Uobičajeno je da se u geotehničkim projektovanju zahteva $\beta > 2$ (tj. $P_f < 0.023$).

U Poglavlju 2.2 je navedeno da je rešenje Monte Carlo Simulacije u principu “osetljivo” na broj proba (iteracija). Roberts i Casella (1999) navode da broj proba treba da bude bar 10 puta veći od recipročne vrednosti verovatnoće loma, kako bi se obezbedio zahtevani nivo poverenja u rešenje. Na osnovu toga proizilazi da za verovatnoću loma $P_f = 0.001$ broj MC proba treba da bude veći od 10 000. Da bi se dobila minimalna vrednost faktora sigurnosti, u determinističkoj analizi stabilnosti potrebno je sračunati faktor sigurnosti za veliki broj potencijalnih kliznih površina, pa se za kompjuterske proračune trošilo dosta vremena. Zato se donedavno smatralo da je analiza koja je zasnovana na Monte Carlo Simulaciji neekonomična. Na sreću, brz razvoj hardvera i softvera u poslednje vreme omogućio je da se ovi problemi prevaziđu, pa se danas ovakve analize obavljaju neuporedivo brže i lakše.

3.2 Analiza nosivosti tla

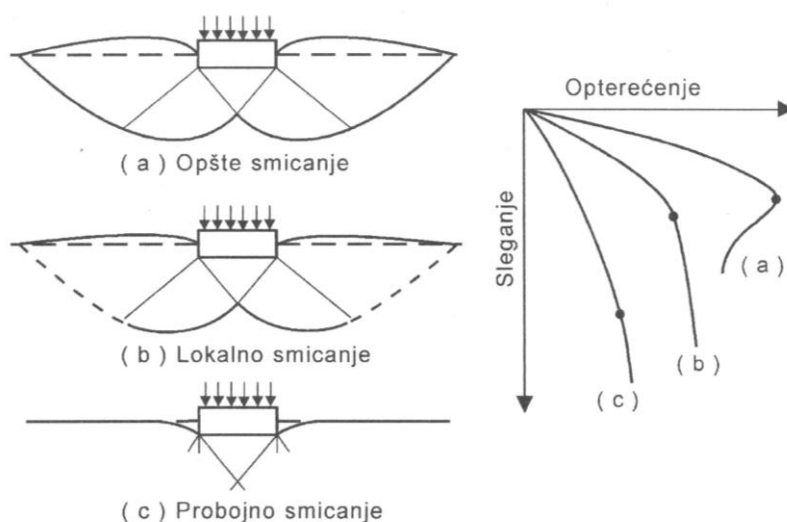
Za potrebe projektovanja različitih građevinskih objekata, kao što su zgrade, mostovi, brane, putevi, tuneli, itd., neophodni su precizni i detaljni podaci o uslovima koji vladaju u tlu na lokaciji planiranog objekta. Zadatak inženjera geotehničara je da što detaljnije istraže ove uslove i na osnovu toga utvrde da li je tlo sposobno da primi projektovano opterećenje, a da ne dođe do loma ili prevelikih deformacija. Ako su uslovi u tlu u površinskoj zoni, tj. neposredno ispod projektovane konstrukcije, takvi da ono može na adekvatan način da primi predviđeno opterećenje, onda se može primeniti tzv. plitko temeljenje. U tom slučaju se opterećenje na tlo prenosi preko (najčešće) horizontalne temeljne spojnice, dok se smičući naponi na kontaktu tla i temelja iznad nivoa temeljne spojnice u proračunima zanemaruju. Prema Terzaghi-u, plitkim temeljima se mogu smatrati oni kod kojih dubina fundiranja (D_f) nije veća od širine temelja (B), ali se u praksi često i temelji kod kojih je $D_f \leq 4B$ tretiraju kao plitki. U zavisnosti od vrste konstrukcije iznad temelja, veličine opterećenja, kao i svojstava tla ispod temelja, primenjuju se različite vrste plitkih temelja: „samci“, trake, ploče, kontragrede, roštilji, itd. S druge strane, ako tlo ne može na adekvatan način da primi opterećenje od konstrukcije, onda se primenjuje tzv. duboko fundiranje na šipovima, dijafragmama, bunarima, kesonima ili se primenjuju mere poboljšanja tla.

Za analizu nosivosti tla potrebna je interpretacija uslova u tlu, koja se zasniva na podacima iz ograničenog (iz ekonomskih razloga) obima istražnih radova. Oslanjajući se na iskustvo i poznavanje teorije, geotehničar tumači te podatke u cilju što tačnijeg predviđanja ponašanja sistema „konstrukcija – podloga“. Ako tlo nema potrebnu nosivost doći će do loma, koji se može definisati na osnovu sledećih kriterijuma:

- Nagli porast deformacija, praćen rušenjem tla ispod objekta. Ovaj kriterijum se odnosi na sposobnost temeljnog tla da bezbedno prihvati primenjeno opterećenje;
- Prevelike deformacije, koje objekat ne može da podnese bez posledica. Ovaj kriterijum se odnosi na potencijal temeljnog tla u pogledu sleganja pod primenjenim opterećenjem.

Lom u temeljnom tlu ispod plitkih temelja može se, u zavisnosti od zbijenosti ili stanja konzistencije (vlažnosti) tla, javiti u tri osnovna oblika (Maksimović, 2008):

- *Opšti smičući lom*, koji je karakterističan za dobro zbijeno krupnozrno tlo i prekonsolidovanu glinu. Dešava se relativno naglo, uz formiranje kontinualnih kliznih površi koje polaze od ivica temelja i prostiru se do površine terena. Tlo ispod stope temelja tone, a u neposrednoj okolini se izdiže. Sleganje se povećava skoro linearno do relativno velikog opterećenja. Nakon dostizanja maksimuma, sila počinje da opada, uz dalji porast sleganja (Sl. 3.10(a)).
- *Lokalni smičući lom*, karakterističan za slabije zbijeno krupnozrno tlo i glinu meke konzistencije. Na krivoj „Opterećenje – Sleganje“ se uočava prelomna tačka kojoj odgovara formiranje ograničene klizne površi. Deformacije pre loma su relativno velike, klizne površine se formiraju samo neposredno ispod temelja i ne dopiru do površine terena, a izdizanje tla uz temelj je malo. Tačka loma nije jasno definisana (Sl. 3.10(b)).
- *Probojni smičući lom*, karakterističan za rastresiti pesak i nekonsolidovanu meku glinu. Pri porastu opterećenja temelj kontinualno tone, uz vertikalno smicanje po ivicama temelja. Tlo izvan opterećene površine ostaje relativno neporemećeno, osim utiskivanja uz ivice temelja. Do loma, koga nije lako uočiti, dolazi bez pojave vidljivih kliznih površina, sa izuzetkom formiranja trougaone prizme ispod temelja (Sl. 3.10(c)).



Slika 3.10 Vidovi i mehanizmi loma tla

Na osnovu napred izloženog vidi se da je lom tla ispod plitkih temelja jasno definisan samo u slučaju opšteg loma tla, pa su i računski rešenja izvedena uz pretpostavku opšteg loma kruto-plastičnog materijala (tla), čija čvrstoća je definisana Mohr - Coulomb-ovim uslovom loma ($\tau_f = c + \sigma \cdot \tan\phi$) (Ćorić, 2006).

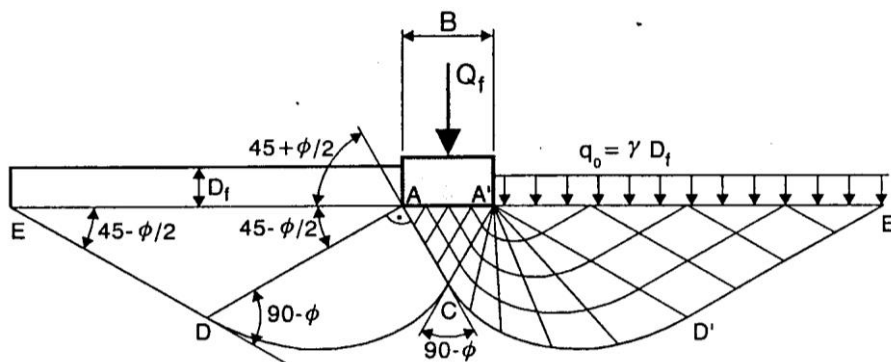
3.2.1 Deterministički pristup u analizi nosivosti tla

U klasičnoj mehanici tla *granično opterećenje* u pogledu loma (*nosivost tla - q_f*) predstavlja najveći intenzitet rastućeg opterećenja kome se tlo ispod plitkog temelja u datim uslovima može suprotstaviti, a da ne dođe do loma. Takvo granično opterećenje se ne sme dozvoliti u praksi, pa se za potrebe projektovanja građevinskih objekata koristi *dozvoljeno opterećenje* (q_a), koje se dobija kada se granično opterećenje podeli sa usvojenim faktorom sigurnosti (F):

$$q_a = \frac{q_f}{F} \quad (3.25)$$

Veličina F usvaja se na osnovu znanja i iskustva, pouzdanosti metode za određivanje parametara smičuće čvrstoće tla (ϕ, c), vrste tla, vrste i veličine objekta, kao i značaja problema koji se rešava. U praksi se vrednost usvojenog F kreće između 2 i 3.

Teorijsku osnovu za sva poznata računski rešenja predstavlja rešenje *Prandtl-a* (1920), koje je izvedeno uz pretpostavke da je temeljno tlo homogeno, izotropno i bez težine ($\gamma = 0$), a temelj trakast, krut i idealno gladak (nema trenja na kontaktu temelja i tla). Iz ovih pretpostavki proizilazi mehanizam loma prikazan na Sl. 3.11.



Slika 3.11 Mehanizam loma ispod trakastog temelja po Prandtlu

Prandtl je za ovakve uslove dobio granično opterećenje trakastog temelja u obliku:

$$q_f = c \cdot N_c + q_0 \cdot N_q \quad (3.26)$$

gde su N_q i N_c faktori nosivosti, koji zavise od ugla unutrašnjeg trenja (φ) i definišu se sledećim izrazima:

$$N_q = \tan^2(45^\circ + \varphi/2) \cdot e^{\pi \cdot \tan \varphi} \quad (3.27)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cdot \cot \varphi \quad (3.28)$$

Iz izraza (3.26) se za temelj na površini terena od nevezanog peska ($c = 0$), ako ne postoji opterećenje q_0 , dobija da je nosivost jednaka nuli, što je nelogično.

Terzaghi (1943) za isti mehanizam loma kao kod Prandtl-a, uvodi trenje na kontaktu temelja i tla, a ne zanemaruje sopstvenu težinu tla ispod temelja ($\gamma \neq 0$), pa za pretpostavku opšteg loma dobija sledeći izraz (opštu jednačinu) za q_f :

$$q_f = c \cdot N_c + q_0 \cdot N_q + 0,5 \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \quad (3.29)$$

gde su N_c , N_q i N_γ faktori nosivosti, koji zavise od ugla unutrašnjeg trenja (φ). U izrazu (3.29) prvi član predstavlja doprinos kohezije graničnom opterećenju, drugi član učešće nadopterećenja q_0 na nivou temeljne spojnice, a treći član doprinos zapreminske težine tla ispod nivoa temeljne spojnice.

Za pretpostavku lokalnog loma *Terzaghi* predlaže da se koriste redukovane (mobilizovane) vrednosti parametara čvrstoće na smicanje, jer se, zbog drugačijeg mehanizma loma, mobiliše približno 2/3 od ukupnog otpora pri smicanju:

$$c_m = (2/3) \cdot c \quad (3.30)$$

$$\tan \varphi_m = (2/3) \cdot \tan \varphi \quad (3.31)$$

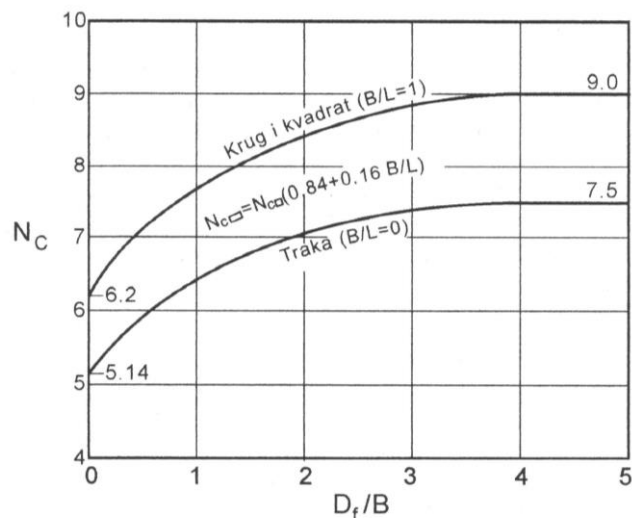
Faktori nosivosti sa oznakama N_c' , N_q' i N_γ' se onda računaju za redukovane vrednosti ugla unutrašnjeg trenja (φ_m). Rešenje *Terzaghi*-a je primenjivano više decenija u praksi, ali se danas smatra prevaziđenim, jer se ne zasniva na korektnom mehanizmu loma, a osim toga ne može da se primeni u slučaju kada je opterećenje koso i ekscentrično.

Skempton (1951) je dao vrlo jednostavno i korisno rešenje za graničnu nosivost temelja na zasićenoj glini u nedreniranim uslovima ($\varphi_u = 0$):

$$q_f = c_u \cdot N_c + \gamma_z \cdot D_f \quad (3.32)$$

gde je N_c faktor nosivosti, koji zavisi od oblika temeljne stope (B/L), kao i odnosa dubine fundiranja (D_f) i širine temelja (B). Vrednost N_c može se odrediti pomoću odgovarajućeg dijagrama (Sl. 3.12), koji je zasnovan delom na teorijskim rešenjima, a

delom na modelskim ispitivanjima. Kada treba odrediti N_c za temelj pravougaone osnove, primenjuje se interpolacioni izraz, koji je dat na dijagramu (Maksimović, 2008).



Slika 3.12 Faktor nosivosti N_c prema Skemptonu

Može se uočiti da faktori nosivosti N_c za veće relativne dubine ($D_f / B \geq 4$) postaju konstantni ($N_c = 7.5$ za dubok trakasti temelj, odnosno $N_c = 9$ za kvadratni ili kružni temelj), pa se ovo rešenje može primeniti i za određivanje nosivosti poludubokih i dubokih temelja – šipova i dijafragmi fundiranih u zasićenoj glini.

Prošireno rešenje *Brinch-Hansen-a* (1970) je dato kao proširena formula Terzaghi-a, uvođenjem empirijski dobijenih faktora dubine, oblika stope i nagiba rezultante, tako da rešenje važi i za ekscentričnu i nagnutu rezultantu opterećenja:

$$q_f = c \cdot N_c \cdot s_c \cdot d_c \cdot i_c + q_0 \cdot N_q \cdot s_q \cdot d_q \cdot i_q + 0,5 \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \cdot s_\gamma \cdot d_\gamma \cdot i_\gamma \quad (3.33)$$

gde su: s_c , s_q i s_γ - faktori oblika stope (zavise od odnosa B/L); d_c , d_q i d_γ - faktori dubine (zavise od odnosa D/B); i_c , i_q i i_γ - faktori nagiba rezultante (zavise od ugla φ i odnosa H/V). Ovo rešenje ima znatno opštiji karakter nego rešenje Terzaghi-a.

Rešenje prema *Pravilniku za temeljenje građevinskih objekata* (1990) zasniva se na proširenom rešenju rešenju *Brinch-Hansen-a* za ekscentrično i koso opterećenje temelja, odakle se, za uvedene parcijalne faktore sigurnosti F_c i F_φ , direktno dobija dozvoljeno opterećenje (q_a):

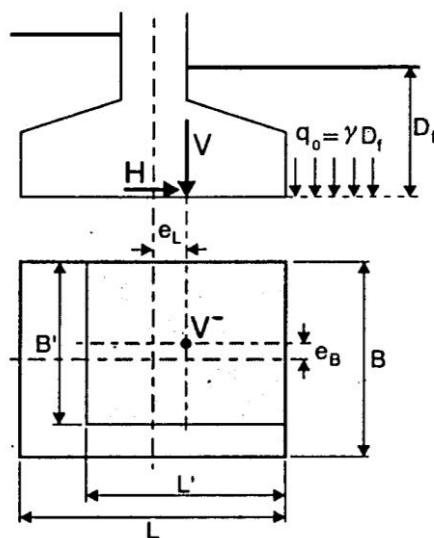
$$q_a = \frac{V_a}{A'} = 0,5 \cdot \gamma \cdot B' \cdot N_\gamma \cdot s_\gamma \cdot d_\gamma \cdot i_\gamma + (c_m + q_0 \cdot \tan \varphi_m) \cdot N_c \cdot s_c \cdot d_c \cdot i_c + q_0 \quad (3.34)$$

Za razliku od prethodnih rešenja, kod kojih se uvodi jedinstven faktor sigurnosti, ovde se uvode parcijalni faktori sigurnosti za koheziju i ugao unutrašnjeg trenja:

$$c_m = c/F_c \quad (F_c = 2 \div 3) \quad (3.35)$$

$$\tan \varphi_m = \tan \varphi/F_\varphi \quad (F_\varphi = 1.2 \div 1.8) \quad (3.36)$$

Faktori nosivosti N_γ i N_c dobijaju se iz tabela za umanjenu vrednost φ_m . U zavisnosti od ekscentriciteta (e_B , e_L) određuju se dimenzije efektivne površine stope temelja ($B'=B - 2 \cdot e_B$ i $L'=L - 2 \cdot e_L$), tako da se q_a dobija za efektivnu površinu ($A'=B' \cdot L'$), tj. onaj deo ukupne površine osnove temelja ($A=B \cdot L$), koji je centrično opterećen vertikalnom komponentom (V) ukupnog opterećenja temelja (Sl. 3.13). Dozvoljena vertikalna komponenta rezultante (V_a) u tom slučaju mora da zadovolji uslov: $V_a \leq V$.



Slika 3.13 Efektivna površina temelja pri ekscentričnom opterećenju

U opšte rešenje, predstavljeno izrazom (3.34), mogu se uvesti i dodatni koeficijenti, koji obuhvataju uticaj nagnute osnove temelja ili nagnute površine terena. U zavisnosti od uslova, u proračunu q_a treba primenjivati odgovarajuće parametre čvrstoće. Ako je npr. temelj na zasićenoj glini, početnu (*short-term*) vrednost q_a treba računati za nedrenirane parametre čvrstoće c_u i $\varphi_u \approx 0$. Tokom konsolidacije, ukupne totalne napone preuzima na sebe skelet tla preko efektivnih napona, pa konačnu (*long-term*) vrednost q_a treba računati za efektivne parametre čvrstoće c' i φ' određene opitima smicanja u dreniranim uslovima.

Eurokod 7 (EC7) predviđa da se proračun granične nosivosti vrši analitičkom metodom, gde se razlikuju nedrenirani i drenirani uslovi, uvodi se faktor nagiba osnove temelja u odnosu na horizontalu, dok se faktor dubine ne pominje.

U nedreniranim uslovima, kada je smičuća čvrstoća definisana nedreniranom kohezijom (c_u), granična nosivost se računa po formuli:

$$R/A' = (2 + \pi) \cdot c_u \cdot s_c \cdot i_c + q \quad (3.37)$$

gde su faktori oblika stope i nagiba rezultante definisani izrazima:

$$s_c = 1 + 0.2 \cdot (B'/L') \quad (3.38)$$

$$i_c = 0.5 \cdot \left(1 + \sqrt{1 - H/A' \cdot c_u}\right) \quad H \leq A' \cdot c_u \quad (3.39)$$

U dreniranim uslovima, kada je smičuća čvrstoća definisana efektivnim parametrima (c' i φ'), granična nosivost se računa po formuli:

$$R/A' = 0.5 \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \cdot s_\gamma \cdot i_\gamma + c' \cdot N_c \cdot s_c \cdot i_c + q' \cdot N_q \cdot s_q \cdot i_q \quad (3.40)$$

Faktori nosivosti N_q i N_c računaju se prema ranije definisanim izrazima (3.27) i (3.28), a faktor N_γ prema izrazu:

$$N_\gamma = 2 \cdot (N_q - 1) \cdot \tan \varphi \quad (3.41)$$

Faktori oblika stope temelja se računaju iz izraza:

$$s_\gamma = 1 - 0.3 \cdot (B'/L') \quad (3.42)$$

$$s_c = (s_q \cdot N_q - 1) / (N_q - 1) \quad (3.43)$$

$$s_q = 1 + (B'/L') \cdot \sin \varphi' \quad (3.44)$$

Faktori nagiba rezultante definisani su izrazima:

$$i_\gamma = [1 - H / (V + A' \cdot c' \cdot \cot \varphi')]^{m+1} \quad (3.45)$$

$$i_c = i_q - (1 - i_q) / N_c \cdot \tan \varphi' \quad (3.46)$$

$$i_q = [1 - H / (V + A' \cdot c' \cdot \cot \varphi')]^m \quad (3.47)$$

Koeficijent m se određuje na sledeći način:

$$m = m_B = (2 + B'/L') / (1 + B'/L') \quad (\text{kad je } H \text{ paralelno sa } B') \quad (3.48)$$

$$m = m_L = (2 + L'/B') / (1 + L'/B') \quad (\text{kad } H \text{ deluje u pravcu } L') \quad (3.49)$$

$$m = m_\theta = m_L \cdot \cos^2 \theta + m_B \cdot \sin^2 \theta \quad (\text{kad } H \text{ deluje pod uglom } \theta) \quad (3.50)$$

Da bi se odredilo dozvoljeno opterećenje temelja, parametre čvrstoće u izrazima (3.37) i (3.40) treba redukovati parcijalnim faktorima sigurnosti. Za objekte uobičajenih dimenzija i drenirane uslove parcijalni faktor sigurnosti za ugao φ' iznosi $F_{\varphi'} = 1.25$, za koheziju $F_{c'} = 1.6$, a za nedreniranu koheziju $F_{cu} = 1.4$.

3.2.2 Probabilistički pristup u analizi nosivosti tla

Determinističke metode proračuna nosivosti plitkih temelja ne uzimaju eksplicitno u obzir inherentnu neodređenost prisutnu u faktorima koji utiču na nosivost. Efekat inherentne promenljivosti i neodređenosti svojstava tla ne može se adekvatno modelirati u determinističkoj analizi, što može dovesti do pogrešne procene nosivosti.

Drugačiji pristup u analizi nosivosti tla podrazumeva primenu probabilističkih metoda analize, koje uzimaju u obzir promenljivost i neodređenost prisutnu u vrednostima ulaznih parametara. Neodređenosti, koje su prisutne u analizi nosivosti mogu se svrstati u tri kategorije: (i) prirodna prostorna promenljivost; (ii) modelska neodređenost; i (iii) parametarska neodređenost. Prirodna prostorna promenljivost je posledica razlika u mineralnom sastavu i karakteristikama slojeva u dugotrajnom procesu formiranja terena. Modelska neodređenost nastaje usled nemogućnosti izabranog matematičkog modela da potpuno tačno predstavi interakciju “temelj – tlo”. Izvor tzv. parametarske neodređenosti leži u ograničenom broju uzoraka tla i rezultata ispitivanja, kao i mogućim mernim greškama, što može rezultirati nepreciznom procenom svojstava tla (Baecher i Christian, 2003).

Pouzdanost se definiše kao verovatnoća da će sistem biti siguran u datim uslovima i ocenjuje se na osnovu vrednosti indeksa pouzdanosti (β). Obično su vrednosti indeksa pouzdanosti u rasponu od 3.0 do 4.0 prihvatljive za tzv. dobre performanse sistema. Za procenu indeksa pouzdanosti mogu se koristiti različite metode (detaljno opisane u Poglavlju 2), kao što su *FORM* (*First Order Reliability Method*), *SOSM* (*Second Order Second Moment*), *PEM* (*Point Estimate Method*), *MCS* (*Monte Carlo Simulation*), itd.

Za linearnu funkciju performansi, definisanu izrazom:

$$g(\cdot) = C - D \tag{3.51}$$

gde je C kapacitet sistema (ili nosivost ili dozvoljeno sleganje), a D zahtev (ili primenjeni pritisak ili sračunato sleganje), ako je zadovoljen uslov $g(\cdot) > 0$, sistem je stabilan, dok $g(\cdot) < 0$ ukazuje na nestabilnost. Za linearno nezavisne C i D , koje su predstavljene normalnom funkcijom raspodele verovatnoća, indeks pouzdanosti (β) predstavlja najkraće rastojanje funkcije performansi od koordinatnog početka redukovano koordinatnog sistema promenljivih i može se sračunati iz sledećeg izraza (Baecher i Christian, 2003):

$$\beta = \frac{C - D}{\sqrt{(\sigma_C^2 + \sigma_D^2)}} \quad (3.52)$$

gde su σ_C i σ_D standardne devijacije kapaciteta sistema (C) i zahteva (D).

U slučaju nelinearne funkcije performansi, za procenu indeksa pouzdanosti primenjuje se iterativni postupak.

Analiza pouzdanosti primenom tzv. metoda prvog i drugog reda (*FOSM* i *SOSM*), gde se polazi od konvencionalnih (napred pomenutih) jednačina za nosivost tla, je komplikovana, jer je postupak proračuna izvoda za varijanse glomazan.

Za probabilističku analizu nosivosti tla najpogodniji je postupak zasnovan na Monte Carlo Simulaciji (*MCS*), zato što je procedura direktna i uglavnom ne zahteva detaljno poznavanje teorije verovatnoće. Detaljan opis opšteg postupka Monte Carlo Simulacije dat je u Poglavlju 2. U analizi nosivosti tla se u odnosu na ostale ulazne promenljive izdvajaju kohezija (c') i ugao unutrašnjeg trenja (φ') po tome što je neodređenost prisutna u njihovim vrednostima najviše izražena. Zato se c' i φ' usvajaju kao slučajne promenljive, za koje su poznati statistički parametri (μ , σ , itd.) i odgovarajuće *PDF* funkcije gustine verovatnoće. Zapreminska težina (γ) se obično usvaja kao konstantna, s obzirom da je neodređenost i promenljivost njenih vrednosti znatno niža. Širina temelja (B) i dubina fundiranja (D_f) marginalno učestvuju u ukupnoj neodređenosti, pa se za potrebe analize usvajaju kao determinističke veličine.

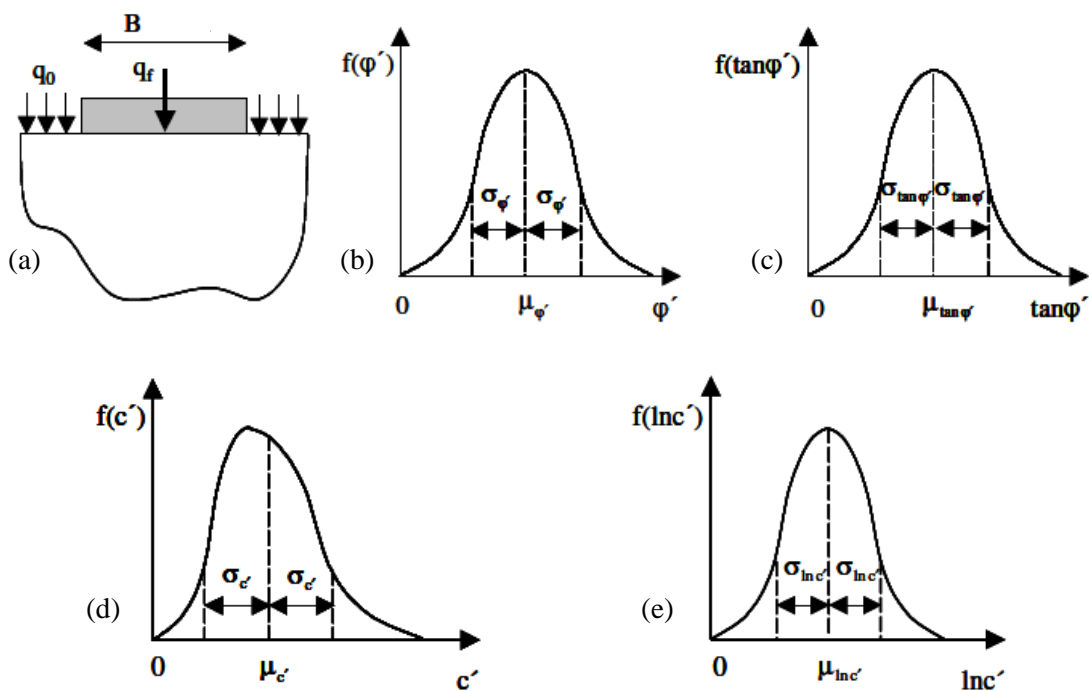
Uobičajena procedura probabilističke analize nosivosti tla, koja je zasnovana na Monte Carlo Simulaciji, može se razložiti na sledeće korake:

- (1) Za svaki ulazni parametar (c' , φ' , γ , B , D_f) generiše se slučajna vrednost, uzimajući u obzir neodređenost karakterističnu za ulaznu srednju vrednost parametra, koeficijent

varijacije (*COV*), tj. *PDF* funkciju, kao i eventualnu korelaciju između te i ostalih ulaznih promenljivih;

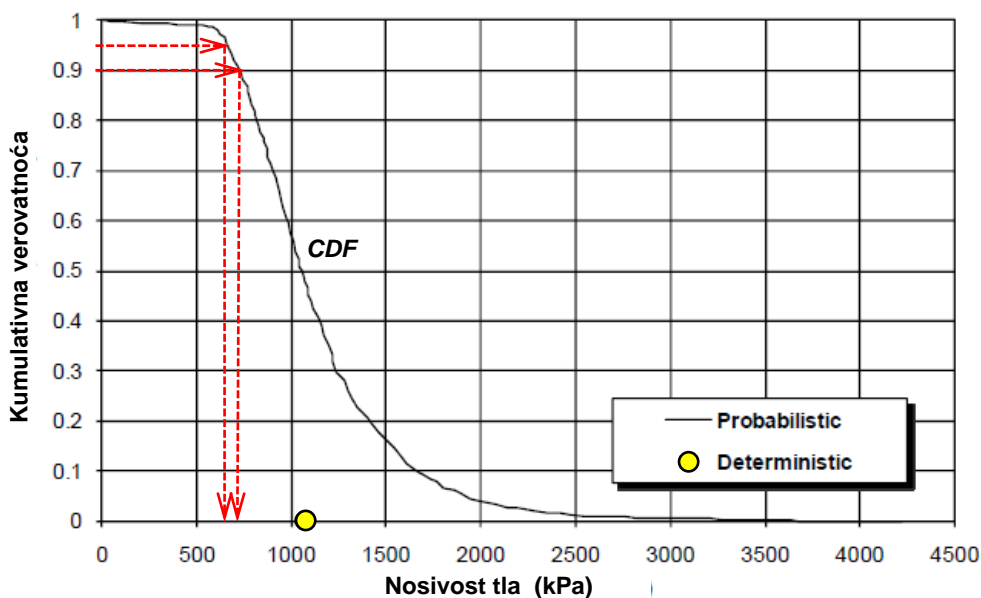
- (2) Generisane ulazne vrednosti iz koraka (1) se unose u usvojenu jednačinu za proračun nosivosti (Terzaghi, Brinch-Hansen, Pravilnik za temeljenje građevinskih objekata (1990) ili neka druga) i sračunava se deterministička vrednost nosivosti tla;
- (3) Koraci (1) i (2) ponavljaju se veliki broj puta (stotinama ili hiljadama), kao deo Monte Carlo Simulacije, dok se ne postigne zadovoljavajući nivo konvergencije rezultata. Smatra se da je konvergencija zadovoljavajuća ako je razlika u statistici, koja opisuje raspodelu vrednosti nosivosti, manja od 1,5%;
- (4) Svi rezultati simulacije (sračunate vrednosti nosivosti tla) se koriste da bi se odredila kriva funkcije raspodele verovatnoće (*CDF*), sa koje se onda mogu očitati vrednosti nosivosti tla za zahtevane nivoe pouzdanosti u rešenje (obično 90% i 95%).

Na Sl. 3.14(a) prikazan je temelj za koji je opisanim probabilističkim postupkom određena nosivost tla. Za prikaz vrednosti slučajne promenljive φ' obično se usvaja normalna raspodela (Sl. 3.14(b)), a u cilju pojednostavljenja proračuna, kao slučajna promenljiva može se usvojiti $\tan\varphi'$ sa normalnom raspodelom vrednosti (Sl. 3.14(c)).



Slika 3.14 (a) Temelj na homogenom tlu; Funkcije raspodele slučajnih promenljivih: (b) φ' ; (c) $\tan\varphi'$; (d) c' ; (e) $\ln c'$

Za prikaz vrednosti druge slučajne promenljive - efektivne kohezije (c') obično se usvaja lognormalna raspodela (Sl. 3.14(d)). Imajući u vidu svojstva lognormalne raspodele, može se za slučajnu promenljivu umesto c' usvojiti $\ln c'$ sa normalnom funkcijom raspodele vrednosti, kako je prikazano na Sl. 3.14(e). Srednja vrednost ($\mu_{\ln c'}$) i standardna devijacija ($\sigma_{\ln c'}$) slučajne promenljive $\ln c'$, koje su označene na istoj slici, ako se koriste u probabilističkoj analizi, mogu značajno da pojednostave postupak proračuna (Russelli, 2008). Na Sl. 3.15 prikazan je rezultat probabilističke analize nosivosti tla ispod trakastog temelja, zasnovane na Monte Carlo Simulaciji – funkcija raspodele verovatnoće (CDF) sračunatih vrednosti nosivosti tla. Prikazana je takođe i deterministički sračunata vrednost nosivosti tla (1067kPa). Za zahtevane nivoe pouzdanosti 90% i 95% sa CDF krive očitane su odgovarajuće nosivosti tla 730kPa, odnosno 658kPa.



Slika 3.15 Rezultat Monte Carlo Simulacije - funkcija raspodele verovatnoće (CDF) sračunatih vrednosti nosivosti tla

Na osnovu ovih vrednosti sračunati su ekvivalentni faktori sigurnosti $1067/730 = 1,5$ odnosno $1067/658 = 1,6$. Ove vrednosti ukazuju na konzervativni karakter uobičajeno zahtevanog faktora sigurnosti $F = 3$ u determinističkoj analizi nosivosti tla. Rezultati takođe pokazuju da neodređenosti prisutne u vrednostima c' i ϕ' mogu značajno da utiču na nosivost tla, pa ih zato ne treba zanemariti (Shahin i Cheung, 2011).

Eurokod 7 (EC7) tretira prostornu promenljivost i neodređenost svojstava tla kao značajne za geotehničke analize stabilnosti i preporučuje da se ti uticaji uvedu u proračune primenom statističkih i probabilističkih metoda (Onisiphorou, 2011). Jedan od načina da se to uradi je primena karakterističnih vrednosti parametara tla, koje proističu iz statistike na osnovu velikog obima *in situ* i laboratorijskih ispitivanja. Ove analize se tretiraju kao polu-probabilističke (Orr i Breysse, 2008), mada *EC7* ne sadrži dovoljno detalja u smislu uputstva za njihovu primenu. Definicija i način određivanja karakteristične vrednosti detaljno su predstavljani u Poglavlju 2.

Probabilistička analiza nosivosti tla u okviru *EC7* se izvodi tako što se za proračun nosivosti koristi izraz preporučen u Eurokodu 7 (Aneks D):

$$\frac{R_k}{A} = c \cdot N_c \cdot s_c + \gamma_d \cdot D \cdot N_q \cdot s_q + \frac{1}{2} \cdot B \cdot \gamma_d \cdot N_\gamma \cdot s_\gamma \quad (3.53)$$

gde je: R_k - karakteristična vrednost nosivosti tla; A - površina osnove temelja; c - kohezija; N_c, N_q, N_γ - faktori nosivosti; s_c, s_q, s_γ - faktori oblika stope; B - širina stope; D - dubina fundiranja; γ_d - projektna vrednost zapremine težine tla.

Kao što je napred navedeno, c' i φ' se usvajaju kao slučajne promenljive, sa poznatim statističkim parametrima (μ, σ). U postupku Monte Carlo Simulacije (*MCS*), u svakom koraku (realizaciji) koriste se različite karakteristične vrednosti slučajnih promenljivih za proračun nosivosti prema izrazu (3.53).

Funkcija performansi za temelj može se definisati na sledeći način:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_i) = R_d - E_d \quad (3.54)$$

gde je: x - set slučajnih promenljivih; R_d - projektna vrednost nosivosti tla; E_d - projektna vrednost opterećenja.

Nakon realizacije predviđenog (dovoljno velikog) broja realizacija Monte Carlo Simulacije, indeks pouzdanosti (β) se može sračunati iz izraza:

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} \quad (3.55)$$

gde je: μ_g - prosečna vrednost funkcije performansi; σ_g - standardna devijacija vrednosti funkcije performansi.

4.

REZULTATI ISTRAŽIVANJA

4 REZULTATI ISTRAŽIVANJA

U prethodnim poglavljima detaljno su opisane specifičnosti problema u oblasti geotehnike, metodologija koja se primenjuje pri njihovom rešavanju, izvori i vrste neodređenosti uticajnih faktora, a posebno promenljivost i neodređenost parametara tla. U Poglavlju 2.1 dat je detaljan statistički prikaz pokazatelja promenljivosti i neodređenosti svojstava tla, dobijenih na osnovu brojnih laboratorijskih i terenskih ispitivanja. Prikaz osnovnih principa probabilističkog koncepta, koji omogućava kvantifikaciju neodređenosti, pa stoga predstavlja alternativu tradicionalnom, determinističkom pristupu u rešavanju problema, gde se sve vrednosti uticajnih faktora unose u analizu kao poznate, konstantne veličine, dat je u Poglavlju 1.4. Mogućnosti i načini primene probabilističkih metoda u geotehnici opisane su u Poglavlju 2.2, dok je uporedan prikaz determinističkog i probabilističkog pristupa u geotehničkim analizama stabilnosti dat u Poglavlju 3.

U ovom poglavlju biće prikazani rezultati sprovedenog istraživanja u geotehničkim računskim analizama stabilnosti. Ciljevi istraživanja su da se pri rešavanju karakterističnih geotehničkih problema iz prakse, primenom determinističkih i probabilističkih postupaka izvrši identifikacija ulaznih parametara, kvantifikacija njihove neodređenosti, upoređivanje njihovih vrednosti određenih eksperimentalnim putem i pretpostavljenih funkcijom raspodele vrednosti, kao i uporedna analiza rezultata dobijenih primenom ovih postupaka.

Kao karakteristični, analizirani su realni problemi na čijem rešavanju su bili angažovani članovi Laboratorije za geotehniku Građevinsko-arhitektonskog fakulteta u Nišu:

- problem stabilnosti kosina (pri izgradnji Regionalne sanitarne deponije „Gigoš“ kod Jagodine, 2010. godine),

- problem nosivosti temeljnog tla (pri izgradnji fabričkog kompleksa „Fiat Automobili Srbija d.o.o. Kragujevac“, na lokaciji „Grošnica“ u Kragujevcu, 2011. godine).

Računska analiza stabilnosti za svaki od navedenih problema je izvršena prvo primenom determinističkih, pa onda probabilističkih metoda. Nakon toga izvršena je uporedna analiza dobijenih rezultata.

4.1 Rezultati uporedne analize stabilnosti kosina (pri izgradnji Regionalne sanitarne deponije „Gigoš“ kod Jagodine)

U Laboratoriji za geotehniku Instituta GAF u Nišu je za potrebe izgradnje Regionalne sanitarne deponije „Gigoš“ kod Jagodine, a na zahtev izvođača radova – firme „Porr Werner & Weber – Deponija“, septembra 2010. godine urađena analiza mogućnosti ugradnje separisanog rečnog šljunka frakcije 16/32mm u sloj debljine 10cm, na kosini nagiba 1:1,5 preko geomreže „Fortrac 3D“ (proizvođač Huesker Synthetic GmbH) (Davidović i dr., 2010b) (Slika 4.1).

Deponija zauzima prostor od 15,5 ha i ima kapacitet oko 2,000.000 m³ otpada, što je prema procenama dovoljno za narednih 25 godina. Projektovana je u skladu sa standardima EU i domaćim propisima i poseduje sistem za sprečavanje prodiranja ocednih voda u zemljište.



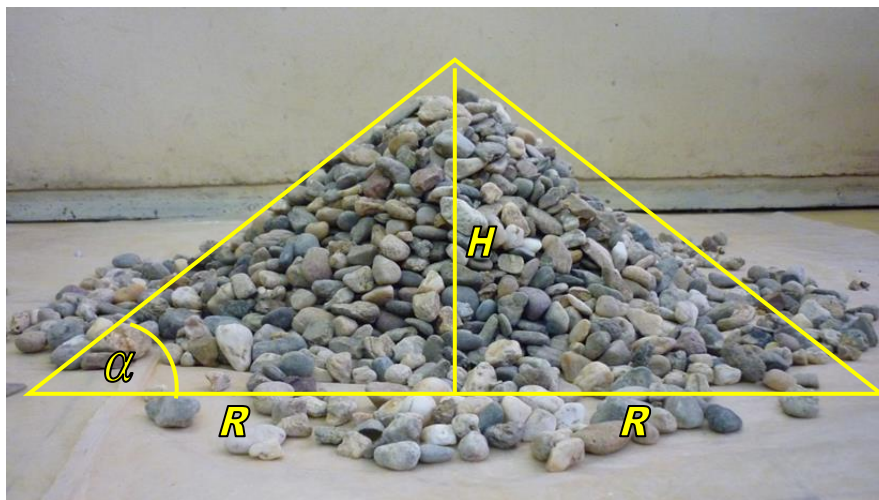
Slika 4.1 Deponija „Gigoš“ u fazi izgradnje (levo); Primena geomreže „Fortrac 3D“ (desno)

Analiza je zasnovana na rezultatima ispitivanja ugla prirodnog nagiba šljunka frakcije 16/32mm, koje je sprovedeno prema proceduri prikazanoj na Slici 4.2.



Slika 4.2 Direktno određivanje kritičnog ugla prirodnog nagiba zrnastog materijala

Na osnovu merenih veličina R i H (Slika 4.3) na seriji od 20 proba dobijene su vrednosti ugla prirodnog nagiba (α) u rasponu od $32,5^\circ$ do $36,8^\circ$, a kao merodavna usvojena je srednja vrednost ($34,9^\circ$). Prikaz dobijenih rezultata dat je u Tabeli 4.1.



Slika 4.3 Određivanje ugla prirodnog nagiba (α) na osnovu izmerenih veličina R i H

Tabela 4.1 Rezultati ispitivanja ugla prirodnog nagiba (α) rečnog šljunka frakcije 16/32 mm

R.br. merenja	R (cm)	H (cm)	α ($^\circ$)
1	32.0	23.5	36.3
2	30.6	21.4	35.0
3	35.1	23.9	34.3
4	33.8	21.5	32.5
5	34.6	24.6	35.4
6	32.3	21.6	33.8
7	34.0	24.0	35.2
8	36.6	25.5	34.9
9	35.2	24.9	35.3
10	33.6	22.3	33.6
11	36.8	26.8	36.1
12	35.4	26.1	36.4
13	32.4	21.4	33.5
14	36.0	25.1	34.9
15	34.4	24.4	35.4
16	33.9	23.4	34.6
17	36.0	24.0	33.7
18	34.7	26.0	36.8
19	32.7	22.7	34.8
20	33.4	23.9	35.6
Srednje:			34.9

Prema preporukama iz savremene svetske stručne literature (Whipple, 2004) može se usvojiti da je ugao unutrašnjeg trenja (φ') ovakvog šljunka jednak kritičnom uglu prirodnog nagiba (α_{\max}).

Ulazni podaci za pomenutu analizu dobijeni su na osnovu izvršenih laboratorijskih ispitivanja, a ovde će biti iskorišćeni za potrebe uporedne analize stabilnosti kosina.

Primenjena je metodologija za analizu stabilnosti „beskonačne“ kosine sa ravnom kliznom površinom, koja je paralelna površini kosine (prikazana u Poglavlju 3). Tako se za kosinu od nekoherentnog materijala u kojoj nema strujanja podzemne vode ($u = 0$) faktor sigurnosti dobija iz jednačine (3.19) u obliku:

$$F = \frac{\tan \varphi'}{\tan \alpha} \quad (4.1)$$

Za kosinu u kojoj je strujanje podzemne vode paralelno kosini, analizom lamele jedinične širine dobija se izraz za faktor sigurnosti u pogledu kliženja sloja šljunka debljine 10cm, u sledećem obliku:

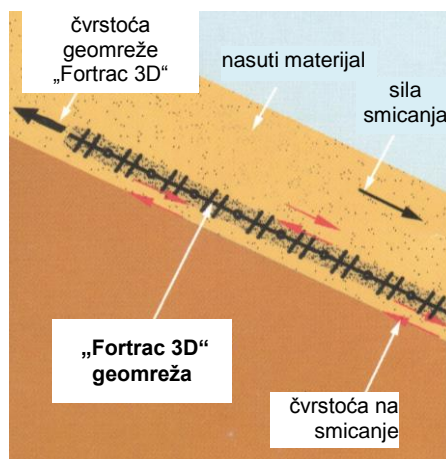
$$F = \frac{0,1 \cdot \gamma' \cdot \cos^2 \alpha \cdot \tan \varphi'}{0,1 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot (\gamma' + \gamma_w)} = \frac{\gamma' \cdot \tan \varphi'}{\gamma_z \cdot \tan \alpha} \quad (4.2)$$

Očigledno je da strujanje podzemne vode niz kosinu bitno smanjuje faktor sigurnosti u odnosu na “suvu” kosinu. Takođe, iz prethodnih izraza sledi da kod kosina beskonačne dužine od nekoherentnog tla faktor sigurnosti ne zavisi od dubine (z) na kojoj se nalazi pretpostavljena klizna površina.

Često se zbog ekonomskih razloga kosine izvode što je moguće strmije, kako bi se dobilo na korisnom prostoru ili zapremini deponije. Geomreža „Fortrac 3D“ može se postaviti kao ojačanje za postizanje stabilnosti, čak i u situacijama kada su kosine strmije nego što bi to dopuštala čvrstoća na smicanje duž kritične klizne površine. Geomreža „Fortrac 3D“ povećava otpornost tla na kliženje paralelno površini kosine. Ova kliženja su česta kod tankih slojeva materijala koji pokriva kosine deponija. Proces može biti ubrzan ulaskom vode i generisanjem pornih pritisaka.

Na Slici 4.4 šematski je prikazan segment kosine po kojoj je postavljena geomreža „Fortrac 3D“, a preko nje nasut sloj predviđenog materijala (krupnozrnog ili

sitnozrnog). Označene su sile smicanja, koje teže da izazovu kliženje, kao i sile otpora smicanju (čvrstoća geomreže „Fortrac 3D“).



Slika 4.4 Šematski prikaz uticaja geomreže „Fortrac 3D“ na stabilnost kosine

Ako se sloj šljunka debljine 10 cm razastire preko geomreže „Fortrac 3D-30“ po kosini u situaciji kad nema strujanja podzemne vode, analizom lamele jedinične širine (prema Slici 4.4) dobija se izraz za faktor sigurnosti u obliku:

$$F = \frac{W \cdot \cos \alpha \cdot \tan \varphi' + R \cdot A}{W \cdot \sin \alpha} \quad (4.3)$$

gde je:

W - težina lamele jedinične širine

$$W = A \cdot \gamma = 0,10 \cdot 1 \cdot \cos \alpha \cdot \gamma = 0,1 \cdot \gamma \cdot \cos \alpha \quad (4.4)$$

$R \cdot A$ – otpor klizanju po osnovi lamele (čvrstoća geomreže „Fortrac 3D-30“)

$$R \cdot A = 30 \cdot 0,10 \cdot 1 \cdot \cos \alpha = 3 \cdot \cos \alpha \quad (4.5)$$

Unošenjem prethodnih izraza u izraz (4.3) dobija se:

$$F = \frac{0,1 \cdot \gamma \cdot \cos^2 \alpha \cdot \tan \varphi' + 3 \cdot \cos \alpha}{0,1 \cdot \gamma \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha} \quad (4.6)$$

Ako je uz prethodne uslove prisutno i proceđivanje vode kroz sloj šljunka niz kosinu, dobija se sledeći izraz za faktor sigurnosti:

$$F = \frac{0,1 \cdot \gamma' \cdot \cos^2 \alpha \cdot \tan \varphi' + 3 \cdot \cos \alpha}{0,1 \cdot \gamma' \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha + 0,1 \cdot \gamma_w \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{0,1 \cdot \gamma' \cdot \cos^2 \alpha \cdot \tan \varphi' + 3 \cdot \cos \alpha}{0,1 \cdot \gamma_z \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha} \quad (4.7)$$

4.1.1 Deterministička analiza stabilnosti kosine

Prvo je sprovedena deterministička analiza stabilnosti u pogledu kliženja separisanog rečnog šljunka frakcije 16/32 mm razastrtog u sloj debljine 10 cm na kosini. Analizirane su sledeće situacije:

- Bez proceđivanja vode kroz sloj šljunka,
- Sa proceđivanjem vode kroz sloj šljunka niz kosinu,
- Bez geomreže „Fortrac 3D“ (šljunak razastiran direktno po kosini),
- Sa korišćenjem geomreže „Fortrac 3D-30“ (šljunak nasipan preko prethodno postavljene geomreže po kosini).

Za svaku kombinaciju ovih uslova i za 5 različitih pretpostavljenih nagiba kosine (u rasponu od 1:1 do 1:2) sračunat je faktor sigurnosti, na osnovu odgovarajućeg izraza ((4.1), (4.2), (4.6) ili (4.7)). Za ulazne parametre za ovu analizu (φ' , γ , γ_z , γ') usvojene su njihove prosečne vrednosti, dobijene na osnovu ispitivanja serije od 20 proba uzorka separisanog rečnog šljunka 16/32 mm:

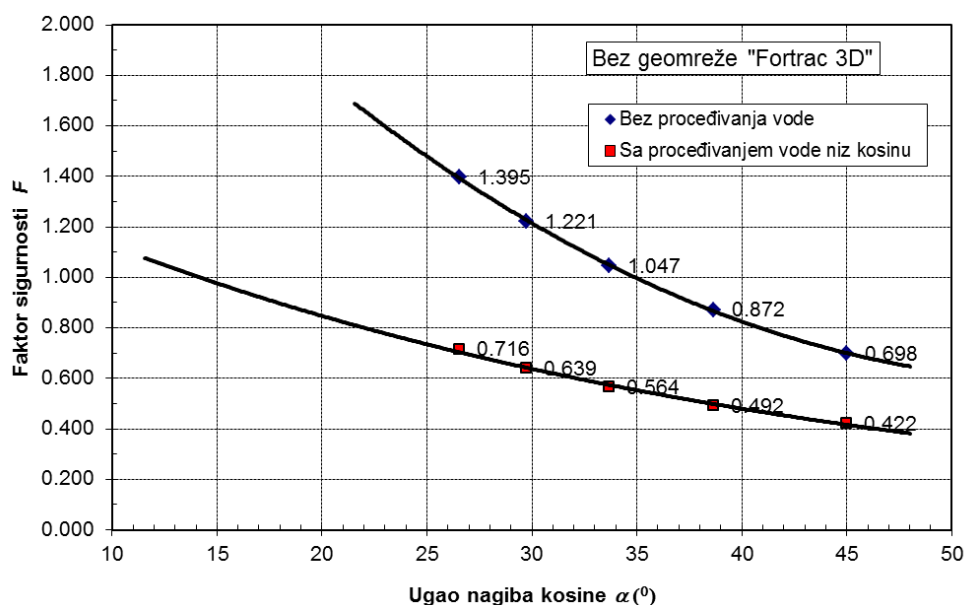
- Ugao unutrašnjeg trenja šljunka $\varphi' = 34.9^\circ$
- Zapreminska težina šljunka (prirodno vlažnog) $\gamma = 17.659 \text{ kN/m}^3$
- Zapreminska težina šljunka u zasićenom stanju $\gamma_z = 19.429 \text{ kN/m}^3$
- Zapreminska težina šljunka u potopljenom stanju $\gamma' = 9.618 \text{ kN/m}^3$

U Tabeli 4.2 dat je sažet prikaz rezultata ovako sprovedene analize stabilnosti. Tabela sadrži svih 20 sračunatih vrednosti faktora sigurnosti. Može se uočiti da se pomoću geomreže „Fortrac 3D-30“ postiže to da kosina ostane stabilna, čak i u najnepovoljnijim uslovima (proceđivanje vode kroz sloj šljunka niz kosinu pod nagibom 1:1).

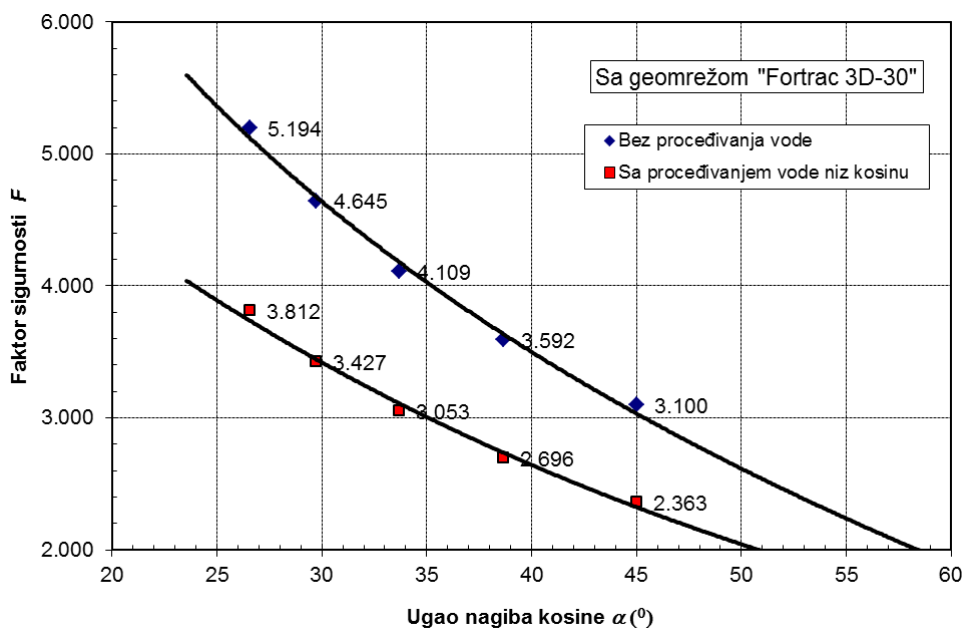
Tabela 4.2 Rezultati proračuna faktora sigurnosti za različite nagibe kosine

R.br.	Nagib kosine		Faktor sigurnosti (F)			
			Bez proceđivanja vode		Sa proceđivanjem vode	
	1 : n	α (°)	Bez geomreže	Sa geomrežom Fortrac 3D-30	Bez geomreže	Sa geomrežom Fortrac 3D-30
1	1 : 1,00	45,0	0,698	3,100	0,422	2,363
2	1 : 1,25	38,7	0,872	3,592	0,492	2,696
3	1 : 1,50	33,7	1,047	4,109	0,564	3,053
4	1 : 1,75	29,7	1,221	4,645	0,639	3,427
5	1 : 2,00	26,6	1,395	5,194	0,716	3,812

Rezultati analize su predstavljeni i grafički, na dijagramima “Ugao nagiba kosine – Faktor sigurnosti” za sve analizirane situacije (Slike 4.5 i 4.6). Sa ovih dijagrama može se sagledati efekat korišćenja geomreže „Fortrac 3D-30“, koji se ogleda u povećanju stabilnosti kosine, tj. povećanju faktora sigurnosti kosine u datim uslovima. Sa dijagrama se mogu odrediti maksimalni dozvoljeni uglovi nagiba kosine (za koje će kosina u datim uslovima ostati stabilna).



Slika 4.5 Zavisnost „Nagib kosine – Faktor sigurnosti“ (bez geomreže)



Slika 4.6 Zavisnost „Nagib kosine – Faktor sigurnosti“ (sa geomrežom „Fortrac 3D-30“)

Tako se sa dijagrama na Slici 4.5 može videti da će kosina u uslovima kada se ne koristi geomreža i kad nema proceđivanja vode biti stabilna (teorijski, za $F \geq 1$) ako je njen ugao nagiba manji od 35° . Međutim, ako se umesto teorijskog kriterijuma stabilnosti kosine ($F \geq 1$) primeni neki strožiji kriterijum, uobičajen u praksi (npr. $F \geq 1.3$), onda će kosina u istim uslovima biti stabilna „samo“ do nagiba pod uglom 28° . Sa istog dijagrama se može videti da će za uslove „sa proceđivanjem vode, bez geomreže“ kosina moći da bude „samo“ teorijski stabilna i to do nagiba pod uglom 14° .

Sa dijagrama na Slici 4.6 vidi se da su, zahvaljujući geomreži „Fortrac 3D-30“, svi faktori sigurnosti (za sve uslove i sve analizirane nagibe kosine) bitno veći od odgovarajućih sa prethodnog dijagrama, tako da stabilnost kosine ni za jednu analiziranu situaciju nije dovedena u pitanje (čak i kada je ugao nagiba veći od 50° faktor sigurnosti je veći od 2).

Ovde je neophodno napomenuti da faktor sigurnosti, koji je sračunat opisanim determinističkim postupkom, ni na koji način ne reflektuje stepen promenljivosti i neodređenosti ulaznih parametara.

4.1.2 Probabilistička analiza stabilnosti kosine

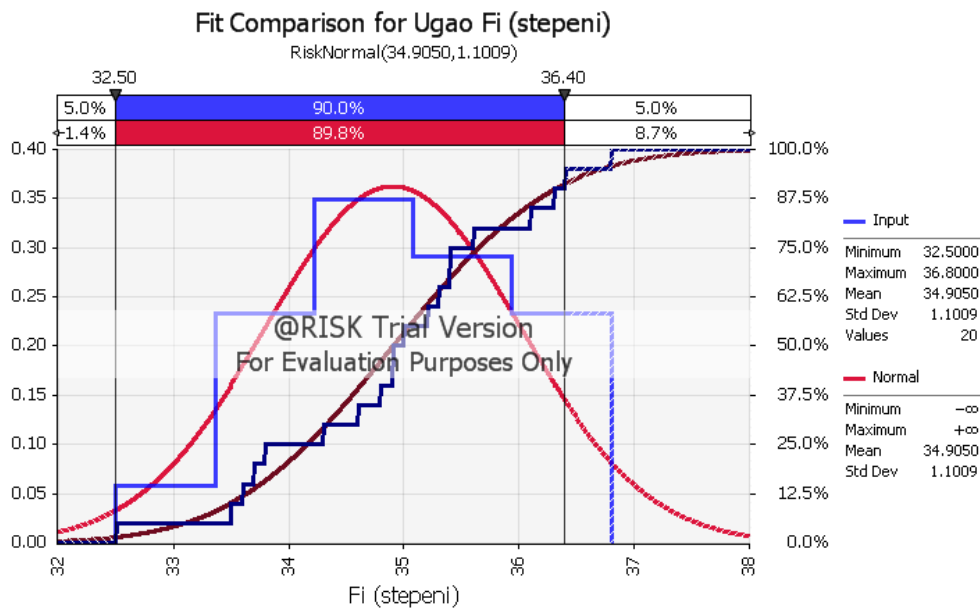
Za probabilističku analizu stabilnosti kosine iz ovog primera primenjena je Monte Carlo Simulacija (MCS), čija je metodologija detaljno opisana u Poglavlju 3. Monte Carlo Simulacija je izvršena u okviru Microsoft Excel worksheet-a „Analiza stabilnosti kosine“, pri čemu je korišćen softver za statističku analizu @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 (© Palisade Corporation).

Analizirane su iste situacije i nagibi kosine kao u slučaju determinističke analize stabilnosti, tako da je korišćen isti model za proračun faktora sigurnosti, tj izrazi (4.1), (4.2), (4.6) ili (4.7).

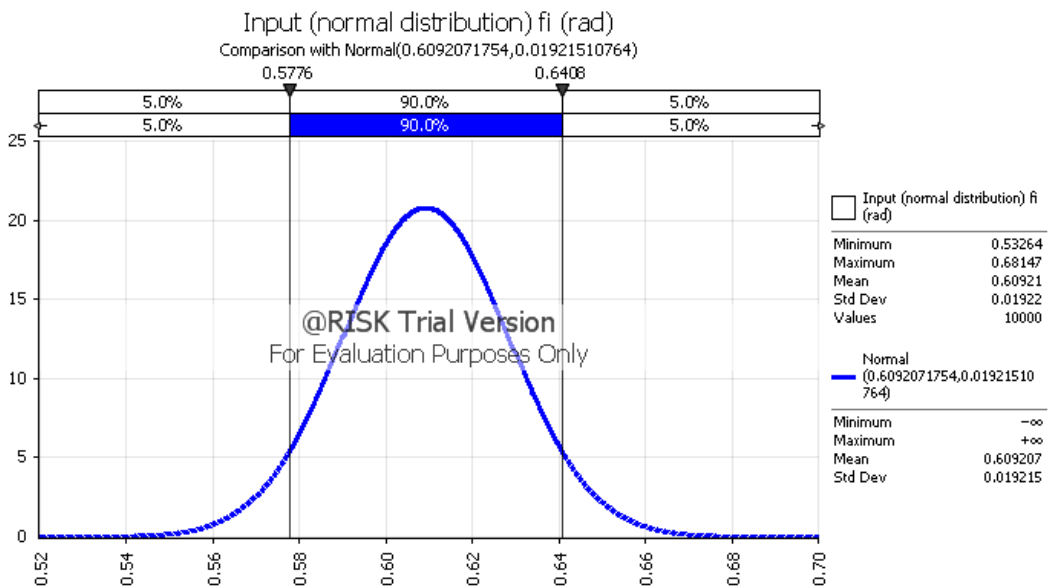
Kao promenljivi ulazni parametri, koji će biti modelirani probabilistički, usvojeni su: ugao unutrašnjeg trenja šljunka (φ'), zapreminska težina šljunka (γ), zapreminska težina šljunka u zasićenom stanju (γ_z) i zapreminska težina šljunka u potopljenom stanju (γ').

Svaki ulazni parametar je za potrebe MCS predstavljen probabilističkim modelom (normalnom funkcijom raspodele verovatnoće), na osnovu njegove srednje

vrednosti (μ) i standardne devijacije (σ), koje su sračunate na bazi rezultata ispitivanja serije od 20 proba uzorka ovog šljunka. Na Slici 4.7 predstavljeno je probabilističko modeliranje ulaznog parametra φ' (stepeni) na bazi 20 izmerenih vrednosti: histogram izmerenih vrednosti (plavo), kao i fitovane funkcije verovatnoća ovih vrednosti (*PDF* - crveno i *CDF* - braon). Na Slici 4.8 prikazan je probabilistički model (*PDF* i *CDF*) ulaznog parametra φ' (rad) dobijen Monte Carlo Simulacijom na bazi 10 000 iteracija.

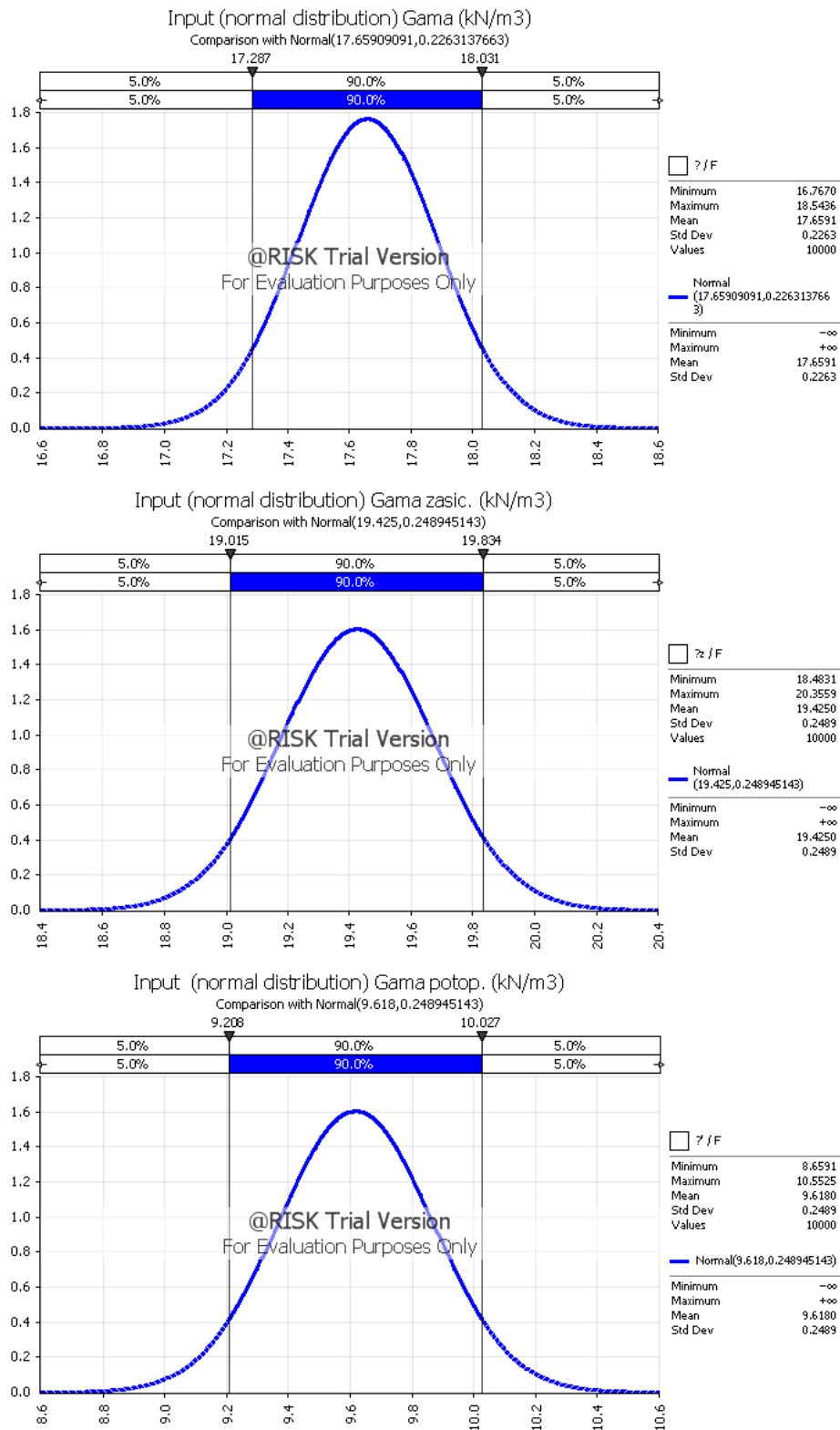


Slika 4.7 Probabilistički model ulaznog parametra φ' (stepeni) na bazi 20 izmerenih vrednosti



Slika 4.8 *PDF* i *CDF* ulaznog parametra φ' (rad) na bazi 10 000 iteracija *MCS*

Na Slici 4.9 prikazani su probabilistički modeli ulaznih parametara γ , γ_z i γ' .



Slika 4.9 PDF i CDF ulaznih parametara: γ (gore), γ_z (u sredini) i γ' (dole)

U Tabeli 4.3 dat je zbirni prikaz svih ulaznih parametara i karakterističnih vrednosti njihovih probabilističkih modela (srednja vrednost, standardna devijacija i tip funkcije raspodele vrednosti).

Tabela 4.3 Ulazni parametri za probabilističku analizu stabilnosti kosine

Ulazni parametar	Srednja vrednost	Standardna devijacija	Funkcija raspodele vrednosti
φ' (°)	34,9	1,1009	Normalna
φ' (rad)	0,6092	0,0192	Normalna
γ (kN/m ³)	17,6591	0,2263	Normalna
γ_z (kN/m ³)	19,4250	0,2489	Normalna
γ' (kN/m ³)	9,6180	0,2489	Normalna

Monte Carlo Simulacija je izvršena na bazi 10000 iteracija, za 5 pretpostavljenih nagiba kosine. U cilju lakše identifikacije pretpostavljenih uslova u kosini i dobijenih rezultata, analizirane situacije su označene na sledeći način:

2A1: Bez proceđivanja vode kroz sloj šljunka; Bez geomreže

2A2: Bez proceđivanja vode kroz sloj šljunka; Sa geomrežom „Fortrac 3D-30“

2B1: Sa proceđivanjem vode kroz sloj šljunka; Bez geomreže

2B2: Sa proceđivanjem vode kroz sloj šljunka; Sa geomrežom „Fortrac 3D-30“

U Tabeli 4.4 dat je prikaz rezultata probabilističke analize stabilnosti kosina sukcesivnim izvršenjem 10000 Monte Carlo iteracija, za sve analizirane situacije i nagibe kosine. Od velikog broja statističkih parametara koje daje @RISK kao izlazni rezultat (output), u tabeli su prikazani:

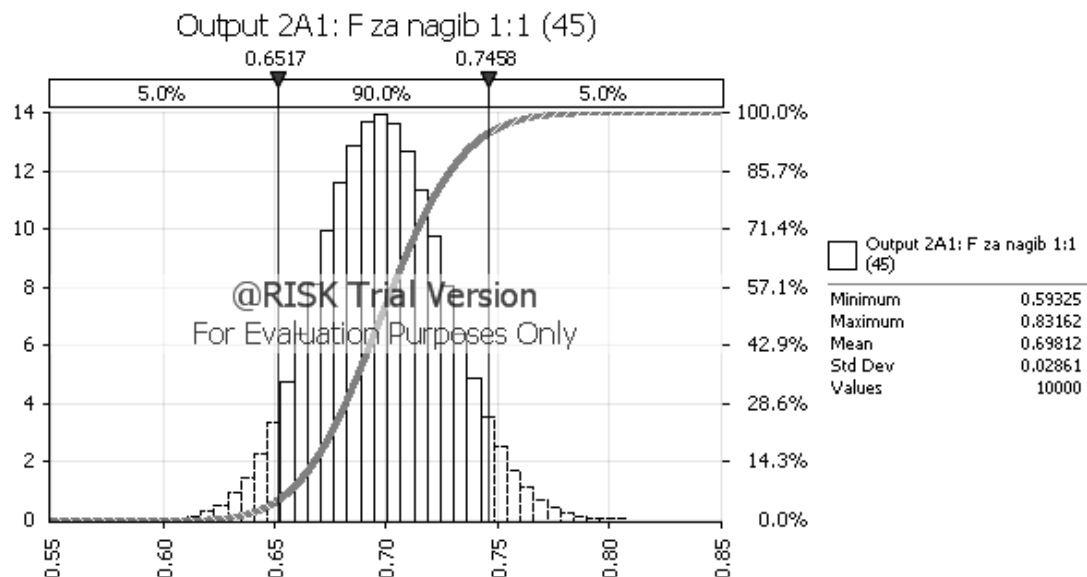
- F_{\min} - minimalna vrednost faktora sigurnosti,
- F_{\max} - maksimalna vrednost faktora sigurnosti,
- μ_F - srednja vrednost faktora sigurnosti,
- σ_F - standardna devijacija vrednosti F ,
- P_f - verovatnoća loma,
- β - indeks pouzdanosti.

Tabela 4.4 Rezultati probabilističke analize stabilnosti kosina

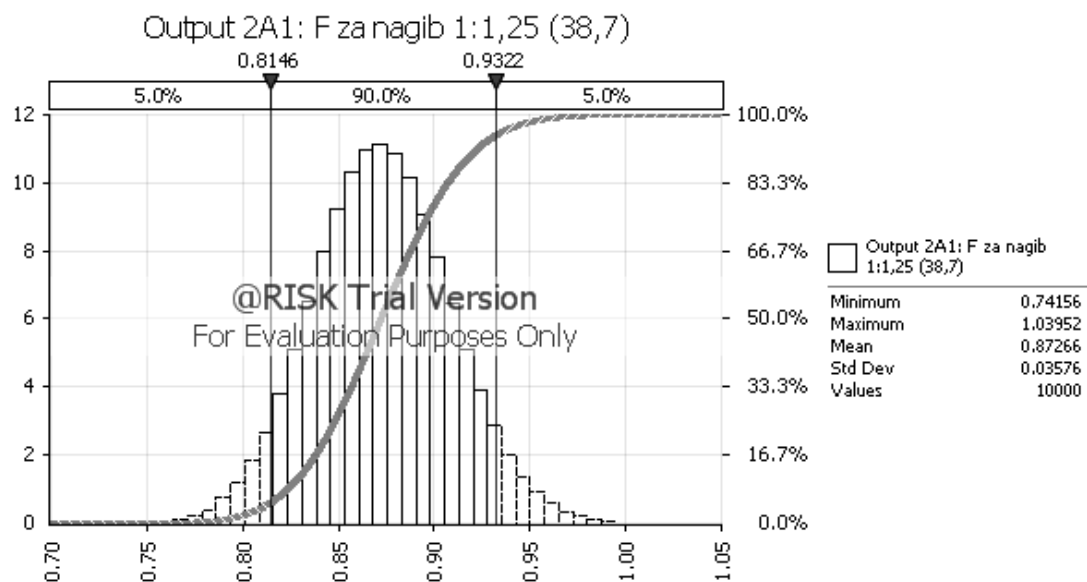
Nagib kosine		Statistički parametar	Faktor sigurnosti (F) za uslove u kosini:			
			Bez proceđivanja vode		Sa proceđivanjem vode	
1 : n	α (°)		Bez geomreže	Sa geomrežom Fortrac 3D-30	Bez geomreže	Sa geomrežom Fortrac 3D-30
			(2A1)	(2A2)	(2B1)	(2B2)
1 : 1,00	45,0	F_{\min}	0.58332	2.95283	0.31741	2.38574
		F_{\max}	0.81799	3.27211	0.46618	2.67239
		μ_F	0.69812	3.10104	0.38029	2.53019
		σ_F	0.02860	0.04176	0.01894	0.03640
		P_f	1	0	1	0
		β	-2.326	50.312	-32.720	42.038
1 : 1,25	38,7	F_{\min}	0.72914	3.41858	0.39676	2.73678
		F_{\max}	1.02248	3.79489	0.58273	3.07062
		μ_F	0.87265	3.59257	0.47536	2.90480
		σ_F	0.03576	0.04961	0.02367	0.04258
		P_f	0.999	0	1	0
		β	-2.054	52.259	-22.165	44.735
1 : 1,50	33,7	F_{\min}	0.87497	3.90630	0.47611	3.11050
		F_{\max}	1.22698	4.34494	0.69927	3.49413
		μ_F	1.04718	4.11032	0.57043	3.30324
		σ_F	0.04291	0.05778	0.02841	0.04907
		P_f	0.125	0	1	0
		β	1.150	53.830	-15.120	46.938
1 : 1,75	29,7	F_{\min}	1.02080	4.41166	0.55547	3.50008
		F_{\max}	1.43148	4.91408	0.81582	3.93505
		μ_F	1.22171	4.64640	0.66550	3.71835
		σ_F	0.05006	0.06614	0.03314	0.05576
		P_f	4.73607E-06	0	1	0
		β	4.429	55.132	-10.094	48.751
1 : 2,00	26,6	F_{\min}	1.16663	4.92985	0.63482	3.90099
		F_{\max}	1.63598	5.49686	0.93237	4.38841
		μ_F	1.39624	5.19559	0.76058	4.14538
		σ_F	0.05721	0.07464	0.03788	0.06259
		P_f	2.16359E-12	0	1	0
		β	6.926	56.211	-6.320	50.254

Svaki rezultat ove analize praćen je odgovarajućim dijagramom, a kao ilustracija priloženi su dijagrami rezultata (histogram 10000 vrednosti F dobijenih Monte Carlo Simulacijom) za situaciju označenu sa 2A1 i pretpostavljene nagibe kosine:

1:1 ($\alpha=33,7^\circ$) (Slika 4.10); 1:1,25 ($\alpha=38,7^\circ$) (Slika 4.11); 1:1,5 ($\alpha=33,7^\circ$) (Slika 4.12); 1:1,75 ($\alpha=29,7^\circ$) (Slika 4.13) i 1:2 ($\alpha=26,6^\circ$) (Slika 4.14).

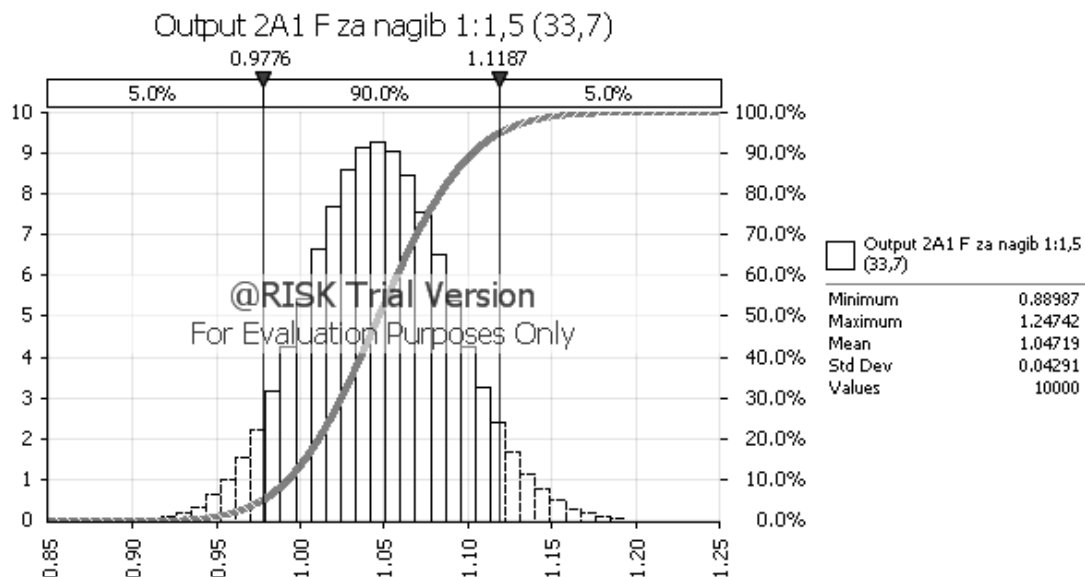


Slika 4.10 Rezultat (Output) MCS: Faktor sigurnosti (F) za situaciju 2A1 i nagib kosine 1:1



Slika 4.11 Rezultat (Output) MCS: Faktor sigurnosti (F) za situaciju 2A1 i nagib kosine 1:1,25

Na primeru probabilističke analize stabilnosti kosine čiji je nagib 1:1,5 ($\alpha=33,7^\circ$) detaljnije je objašnjen postupak određivanja verovatnoće loma (tj. verovatnoće da sračunati faktor sigurnosti bude manji od 1), kao i odgovarajućeg indeksa pouzdanosti kosine. Za ove potrebe korišćen je dijagram na Slici 4.12.



Slika 4.12 Rezultat (Output) MCS: Faktor sigurnosti (F) za situaciju 2A1 i nagib kosine 1:1,5

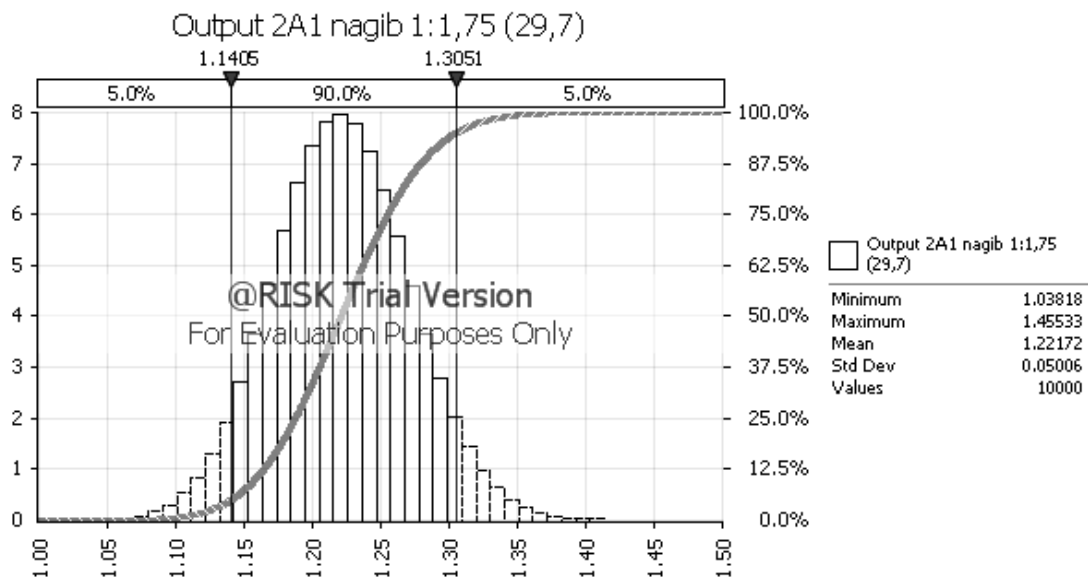
Sa ovog dijagrama se na osnovu poznate funkcije raspodele verovatnoća (CDF) može direktno odrediti verovatnoća loma (P_f) (kad je $F < 1$). Postupkom, koji je detaljno opisan u Poglavlju 3, dobija se $P_f = 12,5 \%$ (0,125). Odgovarajući indeks pouzdanosti (β), sračunat prema izrazu (3.24), iznosi $\beta = 1,100$. Indeks pouzdanosti se može takođe odrediti i korišćenjem Excel funkcije: $\beta = \text{NORM.S.INV}(1 - P_f)$. Na ovaj način se dobija $\beta = 1,150$.

U Tabeli 4.5 data je klasifikacija US Army Corps of Engineers (1997), koja za poznate vrednosti P_f i β daje ocenu u pogledu očekivanog nivoa performansi.

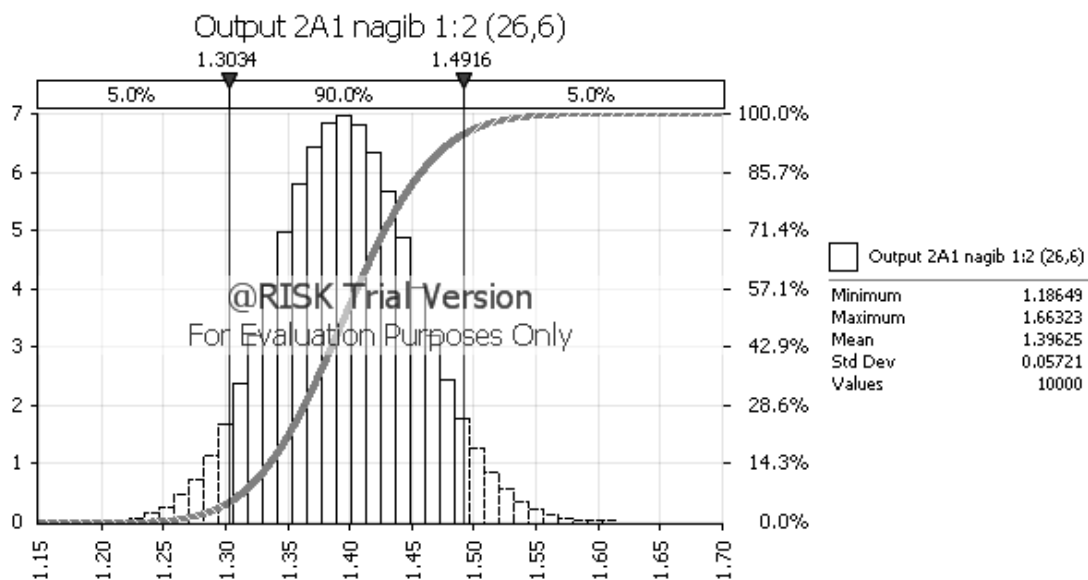
Tabela 4.5 Odnos između verovatnoće loma (P_f), indeksa pouzdanosti (β) i nivoa performansi

Indeks pouzdanosti, β	Verovatnoća loma, P_f	Očekivani nivo performansi
1.0	0.16	Rizična
1.5	0.07	Nedovoljna
2.0	0.023	Slaba
2.5	0.006	Ispod proseka
3.0	0.001	Iznad proseka
4.0	0.00003	Dobra
5.0	0.000003	Visoka

Prema ovom kriterijumu analizirana kosina spada u kategoriju nedovoljne do rizične pouzdanosti. U Poglavlju 3 je navedeno da se u geotecnici uobičajeno zahteva $\beta > 2$, pa se i na osnovu toga može zaključiti da ova kosina u analiziranim uslovima nije stabilna.



Slika 4.13 Rezultat (Output) *MCS*: Faktor sigurnosti (F) za situaciju 2A1 i nagib kosine 1:1,75



Slika 4.14 Rezultat (Output) *MCS*: Faktor sigurnosti (F) za situaciju 2A1 i nagib kosine 1:2

Na osnovu rezultata analize (zbirno prikazanih u Tabeli 4.4 i na dijagramima na Slikama 4.7 – 4.14) može se uočiti da je varijabilnost svih ulaznih parametara relativno mala, što se vidi po maloj razlici između minimalne i maksimalne vrednosti i maloj standardnoj devijaciji. Drugim rečima, uslovi u kosini su relativno dobro poznati. Zahvaljujući tome, vrednosti dobijenih faktora sigurnosti (za svaku analiziranu situaciju

ponaosob) ne variraju mnogo, pa se i za faktor sigurnosti ne mnogo veći od jedinice dobija zanemarljivo mala verovatnoća loma. Tipičan primer za ovo je Slučaj 2A1 i nagib kosine 1:1,75. U Tabeli 4.4 se vidi da se za faktor sigurnosti čija je srednja vrednost $\mu_F = 1.22171$ i standardna devijacija $\sigma_F = 0.05006$ dobija zanemarljivo mala verovatnoća loma $P_f = 4.73607E-06$ i visok indeks pouzdanosti kosine $\beta = 4.429$.

4.2 Rezultati uporedne analize nosivosti temeljnog tla (pri izgradnji fabričkog kompleksa „Fiat Automobili Srbija d.o.o. Kragujevac“, Grošnica, Kragujevac)

U ovom poglavlju biće prikazan postupak i rezultati uporedne analize nosivosti temeljnog tla. Ulazni podaci za ovu uporednu analizu potiču iz elaborata „Geotehnički uslovi temeljenja objekata fabričkog kompleksa „Fiat Automobili Srbija d.o.o. Kragujevac“ na lokaciji „Grošnica“ u Kragujevcu“, koji je urađen u Odeljenju za geotehniku Instituta GAF – Niš, 2011. godine (Prolović i dr., 2011).

Zadatak elaborata je bio da se primenom metoda geotehničkih istraživanja, ispitivanja i geomehaničkih proračuna odrede i prikažu geotehnički uslovi temeljenja planiranih objekata, kao geotehnička podloga za izradu Glavnog projekta ovih objekata.

Za izvršenje zadatka korišćena je dokumentacija koju je firma „SGS Italia S.p.A.“ izradila na osnovu obimnih terenskih istraživanja i ispitivanja na širem području lokacije „Grošnica“, kao i laboratorijskih ispitivanja reprezentativnih uzoraka tla, tokom 2011. godine. Osim toga, korišćena je i dokumentacija koju je firma „Geoinženjering d.o.o. – Niš“ izradila na osnovu 7 naknadno izvedenih kontrolnih istražnih bušotina, dubine 10 m, na području ove lokacije.

Predmetna lokacija se nalazi u Kragujevcu, u krugu bivše kasarne „Grošnica“, oko 1,5 km zapadno od fabričkog kompleksa FIAT (bivša ZASTAVA), na nadmorskoj visini 190 m. Površina lokacije je oko 300.000 m². Na Slici 4.15 dat je ortofoto (Google Earth) prikaz lokacije „Grošnica“ u Kragujevcu.

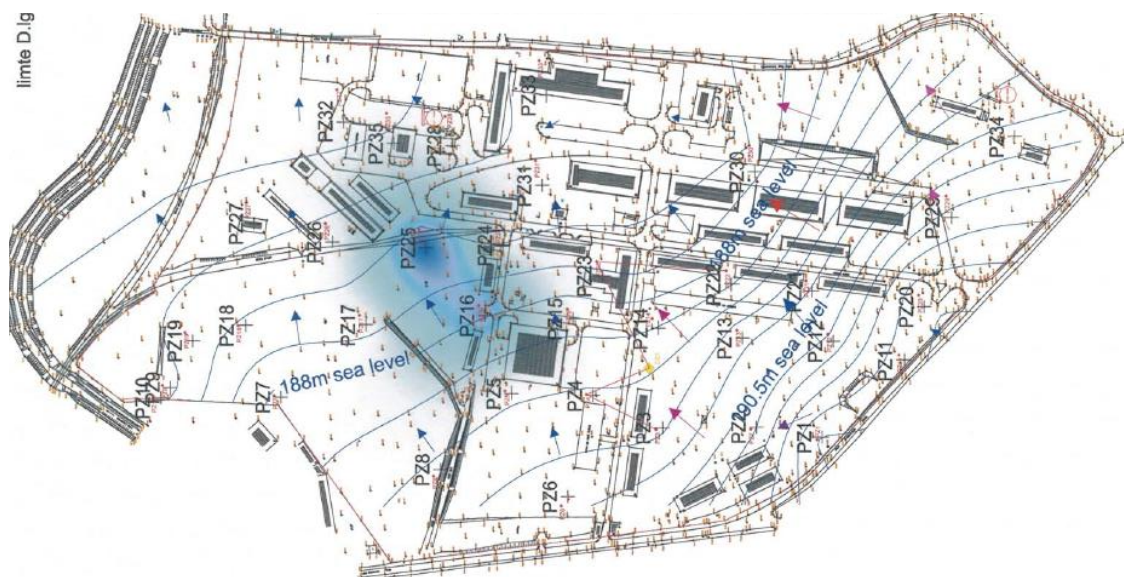


Slika 4.15 Lokacija „Grošnica“ u Kragujevcu (ortofoto Google Earth prikaz)

U cilju dobijanja geoloških, hidrogeoloških i geotehničkih podataka za potrebe geotehničke karakterizacije terena na lokaciji „Grošnica“, izvršena su vrlo obimna istraživanja i ispitivanja, između ostalih:

- 35 istražnih bušotina, dubine 10 m, sa piezometrima (izvođač „SGS Italia S.p.A.“),
- 7 kontrolnih istražnih bušotina, dubine 10m, koje su naknadno izvedene (izvođač „Geoinženjering d.o.o. – Niš“),
- Uzimanje 35 neporemećenih uzoraka tla za laboratorijska geotehnička ispitivanja,
- Izvođenje 105 opita standardne penetracije (SPT),
- Izvođenje 60 opita statičke penetracije (CPT),
- Izvođenje 35 opita permeabilnosti tla (tipa Lefranc),
- Laboratorijska geotehnička ispitivanja i granulometrijska analiza uzoraka tla.

Na Slici 4.16 dat je situacioni plan lokacije „Grošnica“ sa položajem istražnih bušotina.

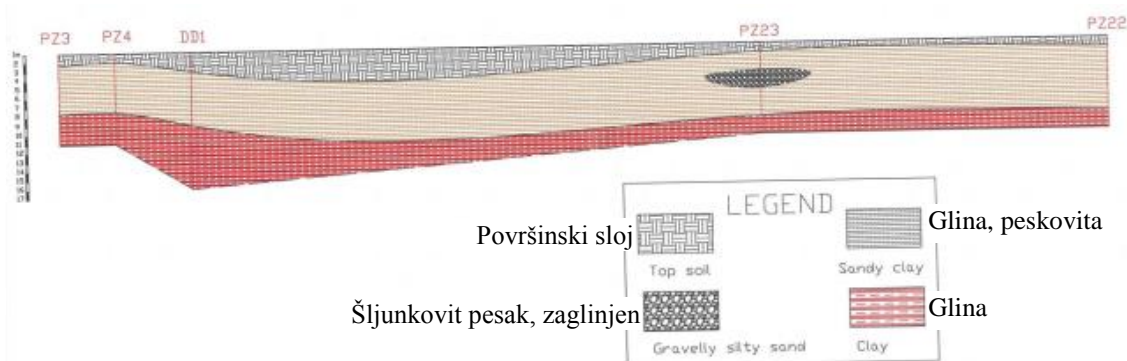


Slika 4.16 Situacioni plan lokacije „Grošnica“ sa položajem istražnih bušotina PZ1 – PZ35

Na osnovu sprovedenih terenskih istraživanja i ispitivanja rekonstruisana je stratigrafija terena na lokaciji „Grošnica“. Na Slici 4.17 predstavljen je stratigrafski profil terena na lokaciji „Grošnica - LOT 3“.

Vrednosti geomehaničkih pokazatelja svojstava tla, neophodnih za izradu geomehaničkih proračuna (dozvoljenog opterećenja u pogledu loma tla i konsolidacionog sleganja), usvojene su na bazi rezultata sprovedenih istraživanja i ispitivanja prikazanih u dokumentu „FAS Kragujevac: Geotechnical Report – Grošnica

Site“ (izvođač „SGS Italia S.p.A.“), kao i dodatnih podataka o sastavu i sklopu terena, dobijenih pri izvođenju 7 kontrolnih istražnih bušotina na ovoj lokaciji (izvođač „Geoinženjering d.o.o. – Niš“).



Slika 4.17 Karakterističan stratigrafski profil terena na lokaciji „Grošnica – LOT 3“

U nastavku će biti prikazana računaska analiza nosivosti temeljnog tla za deo lokacije „Grošnica“ sa oznakom LOT 1. Prvo je izvršena deterministička analiza, pri čemu su vrednosti svih ulaznih parametara usvojene na osnovu izvršenih ispitivanja kao konstantne veličine, a zatim i probabilistička, gde je promenljivost glavnih uticajnih faktora, koja je uočljiva u rezultatima ispitivanja, modelirana odgovarajućim funkcijama raspodele verovatnoće.

4.2.1 Deterministička analiza nosivosti temeljnog tla

Dozvoljeno opterećenje u pogledu loma temeljnog tla (q_a) određeno je metodologijom, koja je detaljno opisana u Poglavlju 3, prema važećem „Pravilniku o tehničkim normativima za temeljenje građevinskih objekata“ (1990), na osnovu izraza:

$$q_a = \frac{\sum V}{A'} = 0,5 \cdot \gamma \cdot B' \cdot N_\gamma \cdot s_\gamma \cdot d_\gamma \cdot i_\gamma + (c_m + q_0 \cdot \tan \varphi_m) \cdot N_c \cdot s_c \cdot d_c \cdot i_c + q_0 \quad (4.8)$$

gde je:

- $\sum V$ - ukupno vertikalno opterećenje temelja
- $A' = B' \cdot L'$ - efektivna površina temelja centrično opterećena vertikalnom komponentom ukupnog opterećenja temelja
- $B' = B - 2 \cdot e_B$ - redukovana širina temelja
- $L' = L - 2 \cdot e_L$ - redukovana dužina temelja
- γ - efektivna zapreminska težina tla ispod temeljnog dna

$q_0 = \gamma \cdot D_f$	- najmanje vertikalno opterećenje u nivou temeljne spojnice
φ_m	- mobilizovani ugao unutrašnjeg trenja ($\tan \varphi_m = \tan \varphi / F_\varphi$)
F_φ	- parcijalni faktor sigurnosti za ugao unutrašnjeg trenja ($F_\varphi = 1.2 \div 1.8$, prosečno $F_\varphi = 1.5$)
c_m	- mobilizovana kohezija ($c_m = c / F_c$)
F_c	- parcijalni faktor sigurnosti za koheziju ($F_c = 2 \div 3$, prosečno $F_c = 2.5$)
N_γ, N_c	- faktori nosivosti, zavisni od φ_m
s_γ, s_c	- faktori oblika stope (zavise od odnosa B/L)
d_γ, d_c	- faktori dubine (zavise od odnosa D/B)
i_γ, i_c	- faktori nagiba rezultante (zavise od ugla φ i odnosa H/V)

Pri usvajanju vrednosti parametara tla za geomehničke proračune za lokaciju LOT 1 uzeti su u obzir rezultati dobijeni u zoni istražnih bušotina, koje su izvedene na prostoru ove lokacije (PZ7, 9, 10, 17, 18, 19, 26 i 27). U Tabeli 4.6 prikazane su izmerene (od strane „SGS Italia S.p.A.“) i na osnovu njih usvojene vrednosti parametara tla za geomehničke proračune.

Tabela 4.6 Izmerene i usvojene vrednosti parametara tla za geomehničke proračune

Istražna bušotina PZ	Zapreminska težina γ (kN/m ³)	Kohezija c' (kN/m ²)	Ugao unutrašnjeg trenja φ' (°)
7	19.1	16	26
9	20.1	15	27
10	18.8	20	25
17	21.1	27	25
18	18.9	16	26
19	21.2	21	27
26	21.0	22	28
27	20.7	26	27
Usvojeno:	18.8	15	25

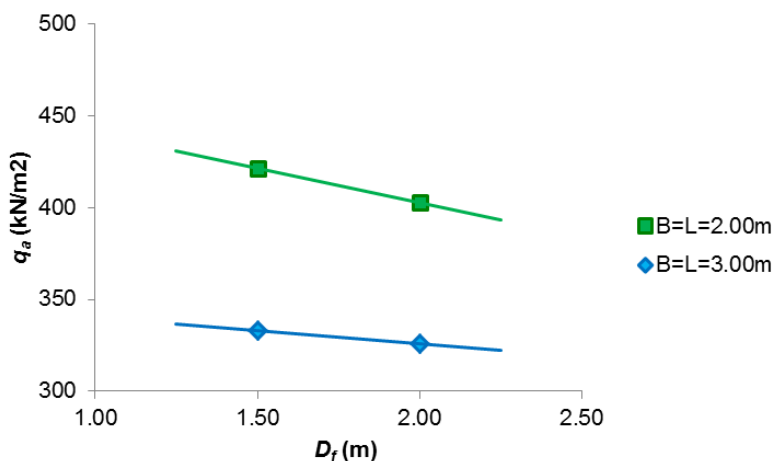
Dozvoljeno opterećenje temeljnog tla određeno je za projektom pretpostavljene dubine fundiranja 1.50 m i 2.00 m, za temeljne stope oblika kvadrata, pretpostavljenih dimenzija 2.00 x 2.00 m i 3.00 x 3.00 m. Proračun q_a izvršen je primenom izraza (4.8).

U Tabeli 4.7 dat je prikaz usvojenih vrednosti parametara temelja (D_f , B , L), parametara tla (γ , c' , φ'), kao i rezultati proračuna (q_a) za sve 4 analizirane kombinacije „dubina fundiranja – dimenzije temelja“.

Tabela 4.7 Rezultati proračuna dozvoljenog opterećenja temeljnog tla

Parametri temelja:			1	2	3	4
Dubina fundiranja	D_f	(m)	1.50	1.50	2.00	2.00
Širina temelja	B	(m)	2.00	3.00	2.00	3.00
Dužina temelja	L	(m)	2.00	3.00	2.00	3.00
Parametri temeljnog tla:						
Zapreminska težina tla	γ	(kN/m ³)	18.8	18.8	18.8	18.8
Kohezija	c'	(kN/m ²)	15	15	15	15
Ugao unutrašnjeg trenja	φ'	(°)	25	25	25	25
Rezultat proračuna:						
Dozvoljeno opterećenje tla	q_a	(kN/m ²)	333.297	326.158	421.492	402.743

Dijagram „ $D_f - q_a$ ” na Slici 4.18 predstavlja grafičku interpretaciju rezultata ove analize. Može se uočiti da je promena dozvoljenog opterećenja tla sa promenom dubine fundiranja izraženija kod kvadratne temeljne stope manjih dimenzija. Takođe se vidi da je razlika između sračunatih q_a za 2 analizirane kvadratne temeljne stope manja na većoj dubini fundiranja.



Slika 4.18 Uticaj dubine fundiranja i dimenzija stope temelja na dozvoljeno opterećenje tla

Kao ni kod determinističke analize stabilnosti kosina, ni u ovoj analizi nije uzeta u obzir promenljivost i neodređenost parametara temeljnog tla.

4.2.2 Probabilistička analiza nosivosti temeljnog tla

Za probabilističku analizu nosivosti temeljnog tla iz ovog primera primenjena je Monte Carlo Simulacija (*MCS*), čija je metodologija detaljno opisana u Poglavlju 3. Monte Carlo Simulacija je izvršena u okviru Microsoft Excel worksheet-a „Analiza nosivosti temeljnog tla“, pri čemu je korišćen softver za statističku analizu @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 (© Palisade Corporation).

Analizirane su iste situacije kao kod determinističke analize nosivosti temeljnog tla, tako da je za proračun q_a korišćen isti model, definisan jednačinom (4.8).

Ovde su parametri temeljnog tla - zapreminska težina (γ), kohezija (c') i ugao unutrašnjeg trenja (φ'), usvojeni kao promenljivi ulazni parametri, tj. slučajne promenljive, koje će biti modelirane probabilistički.

Svaki ulazni parametar je za potrebe *MCS* predstavljen probabilističkim modelom (odgovarajućom funkcijom raspodele verovatnoća), na osnovu njegove srednje vrednosti (μ) i standardne devijacije (σ), koje su sračunate na bazi rezultata ispitivanja (datih u Tabeli 4.6). U Tabeli 4.8 dat je prikaz svih ulaznih parametara i karakterističnih vrednosti njihovih probabilističkih modela (srednja vrednost, standardna devijacija i tip funkcije raspodele vrednosti).

Tabela 4.8 Ulazni parametri za probabilističku analizu nosivosti temeljnog tla

Ulazni parametar	Srednja vrednost	Standardna devijacija	Funkcija raspodele vrednosti
γ (kN/m ³)	20.113	1.036	Normalna
c' (kN/m ²)	20.375	4.565	Lognormalna
c_m (kN/m ²)	8.150	1.826	Lognormalna
φ' (rad)	0.460	0.019	Normalna
φ_m (rad)	0.319	0.014	Normalna
$\tan \varphi_m$ (1)	0.331	0.015	Normalna
N_q (1)	5.412	0.305	Normalna
N_c (1)	13.343	0.507	Normalna
N_γ (1)	2.627	0.294	Normalna

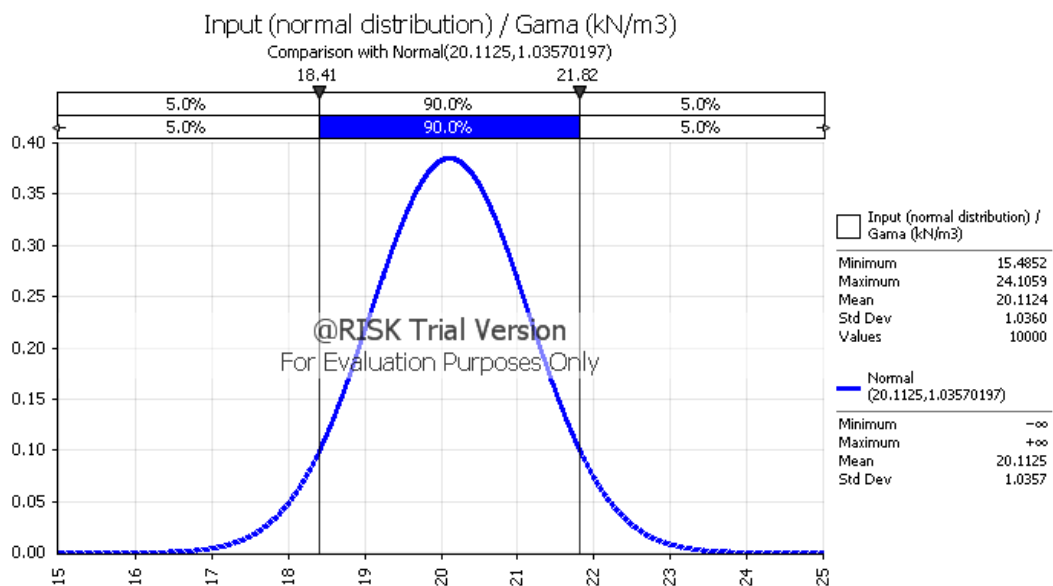
Faktori nosivosti N_q , N_c i N_γ su takođe tretirani kao slučajne promenljive, jer direktno zavise od slučajne promenljive φ_m :

$$N_q = e^{\pi \tan \varphi_m} \cdot \tan^2 (45 + \varphi_m / 2) \quad (4.9)$$

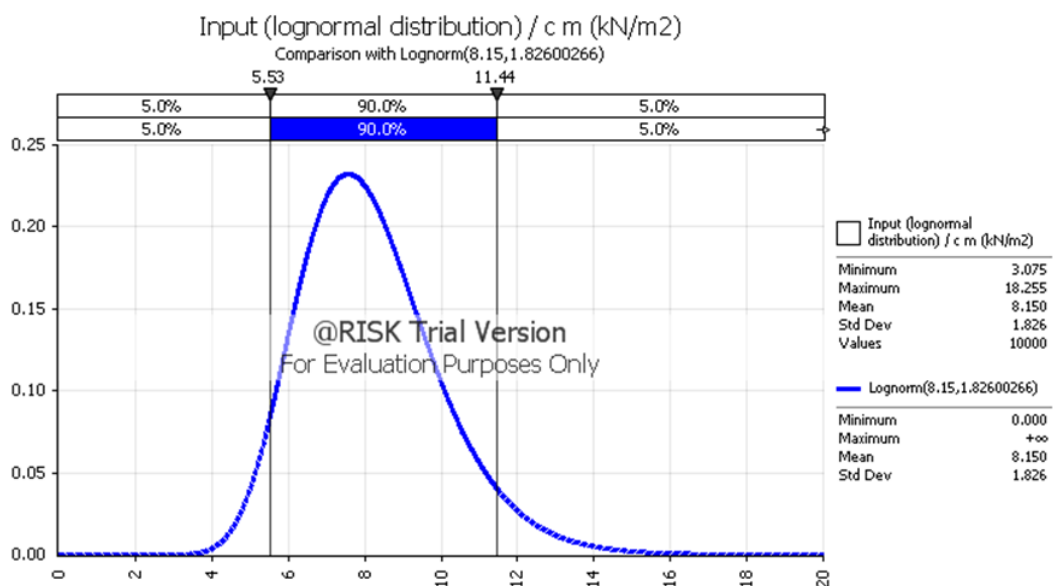
$$N_c = (N_q - 1) / \tan \varphi_m \quad (4.10)$$

$$N_\gamma = 1.8 \cdot (N_q - 1) \cdot \tan \varphi_m \quad (4.11)$$

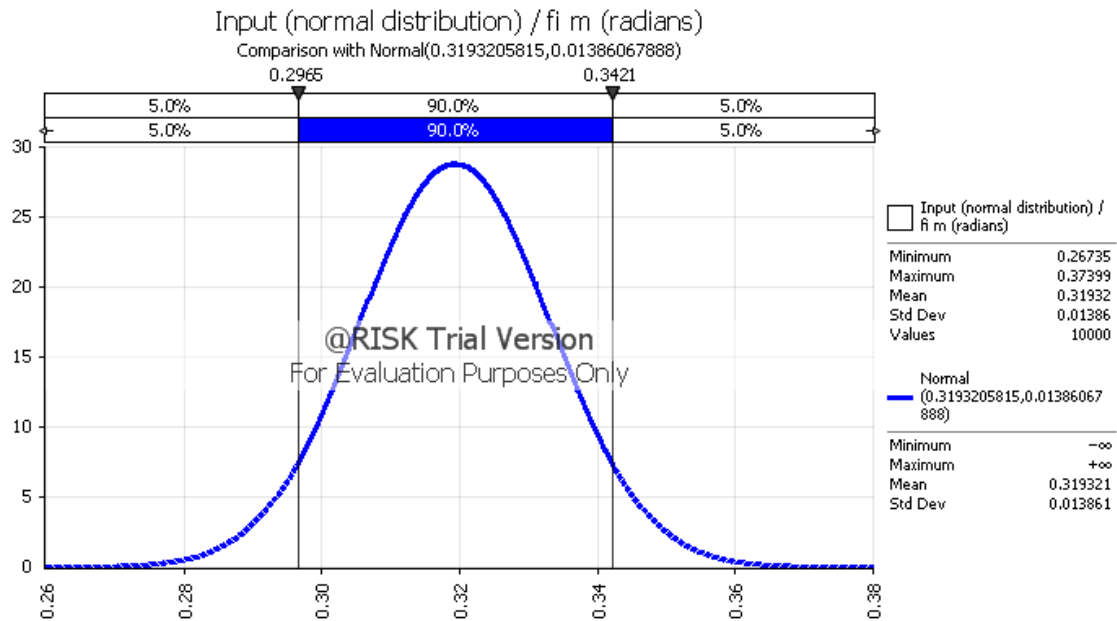
Na Slikama 4.19 – 4.25 prikazani su probabilistički modeli ulaznih parametara iz Tabele 4.8 (γ , c_m , φ_m , $\tan \varphi_m$, N_q , N_c i N_γ), dobijeni Monte Carlo Simulacijom na bazi 10000 iteracija.



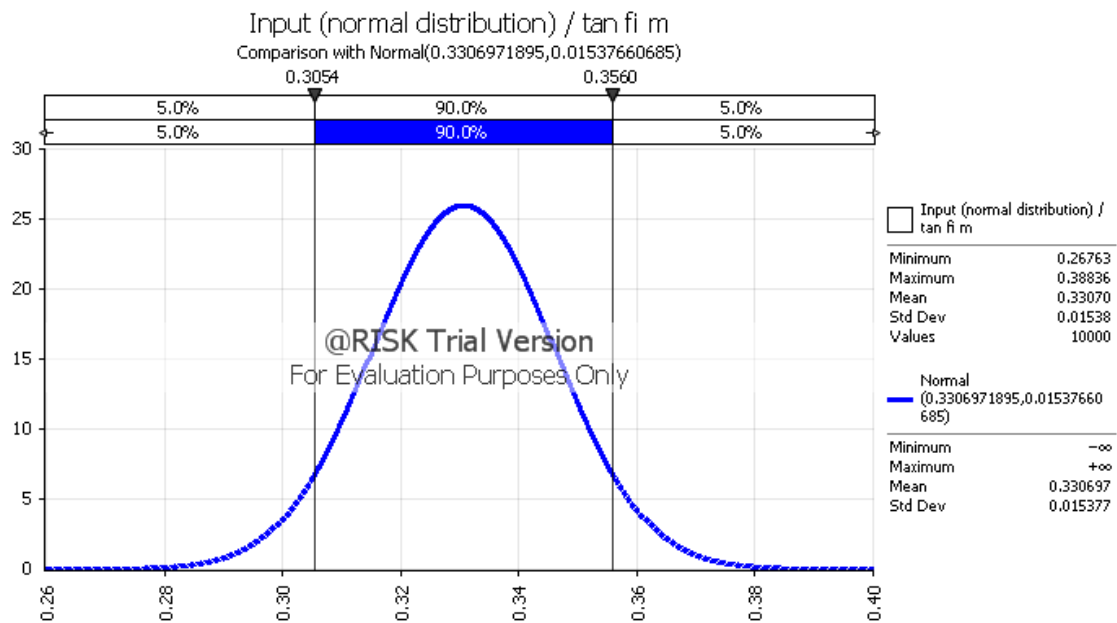
Slika 4.19 Probabilistički model (PDF) ulaznog parametra γ na bazi 10000 iteracija MCS



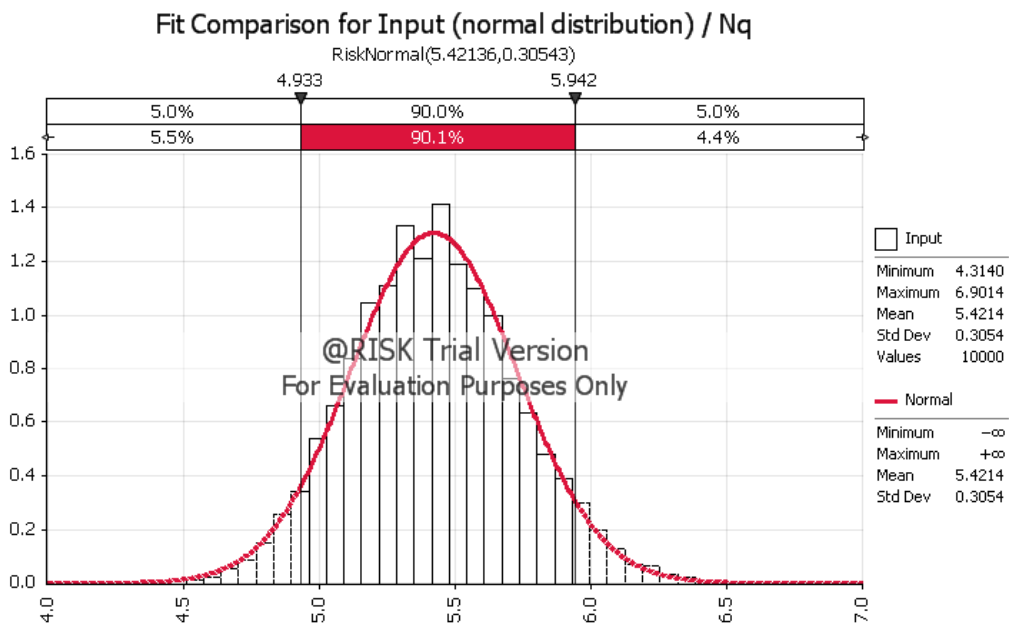
Slika 4.20 Probabilistički model (PDF) ulaznog parametra c_m na bazi 10000 iteracija MCS



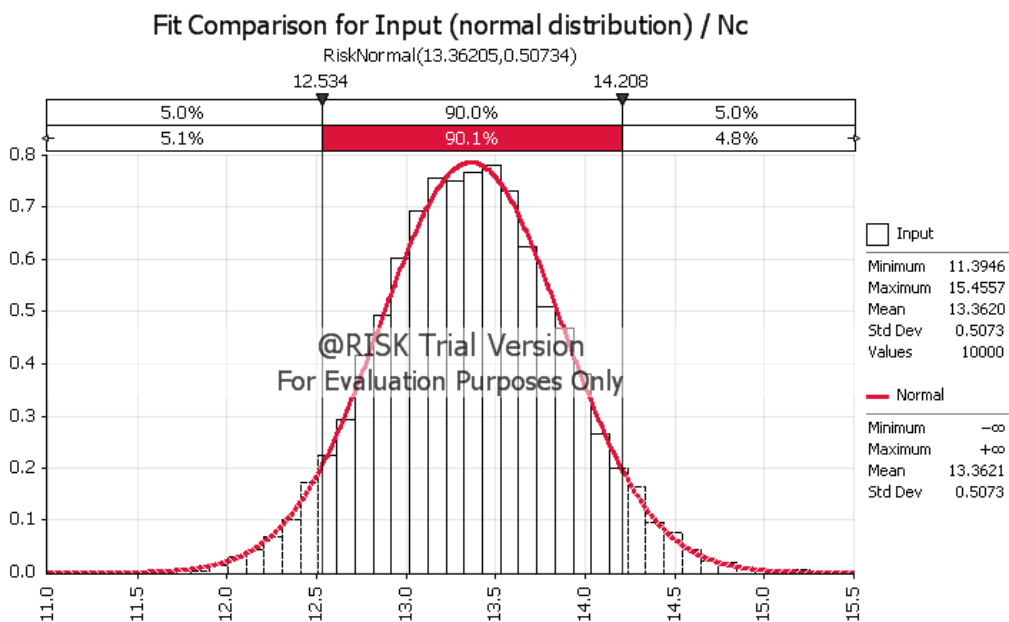
Slika 4.21 Probabilistički model (*PDF*) ulaznog parametra φ_m na bazi 10000 iteracija *MCS*



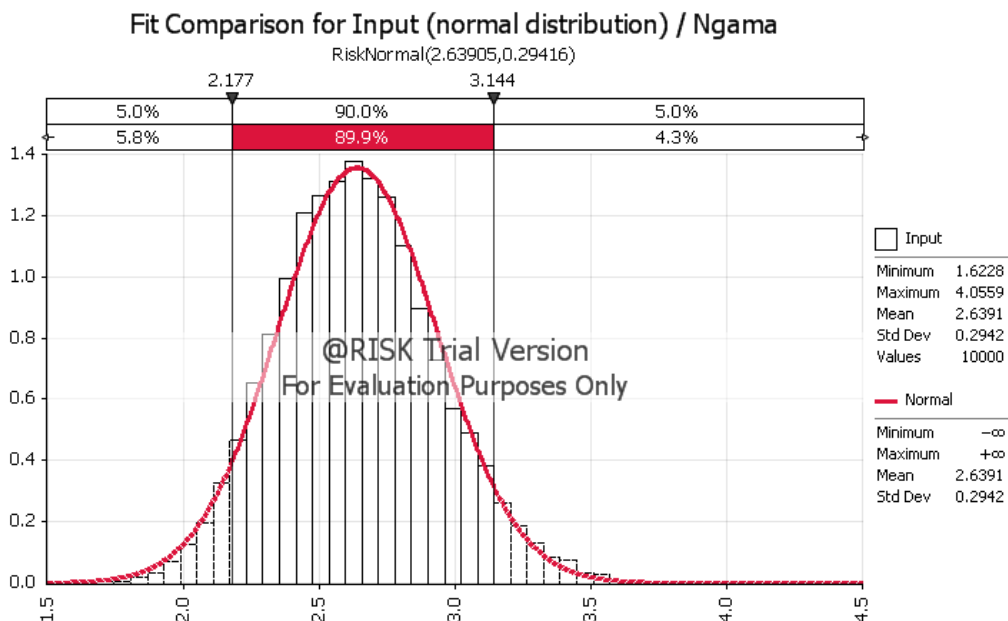
Slika 4.22 Probabilistički model (*PDF*) ulaznog parametra $\tan \varphi_m$ na bazi 10000 iteracija *MCS*



Slika 4.23 Probabilistički model (*PDF*) ulaznog parametra N_q na bazi 10000 iteracija *MCS*



Slika 4.24 Probabilistički model (*PDF*) ulaznog parametra N_c na bazi 10000 iteracija *MCS*



Slika 4.25 Probabilistički model (PDF) ulaznog parametra N_f na bazi 10000 iteracija MCS

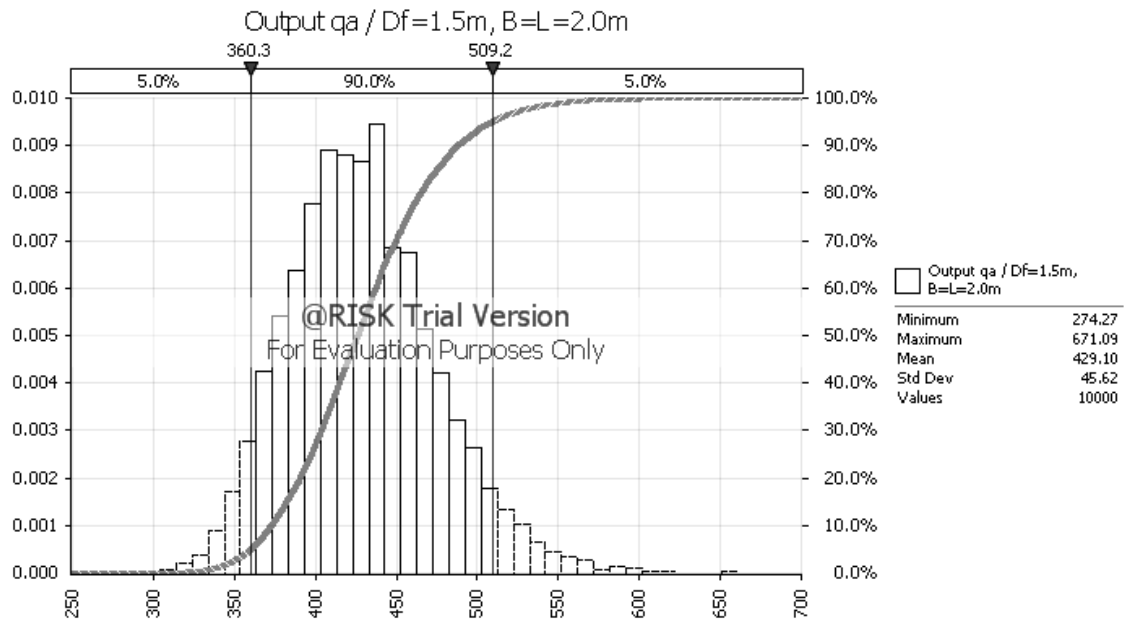
U Tabeli 4.9 dat je prikaz rezultata probabilističke analize nosivosti temeljnog tla, koja je realizovana sukcesivnim izvršenjem 10000 Monte Carlo iteracija, za sve 4 analizirane situacije. Od velikog broja statističkih parametara koje daje @RISK kao izlazni rezultat (output), u tabeli su prikazani:

- $\min q_a$ - minimalna vrednost dozvoljenog opterećenja temeljnog tla,
- $\max q_a$ - maksimalna vrednost dozvoljenog opterećenja temeljnog tla,
- μ_{q_a} - srednja vrednost dozvoljenog opterećenja temeljnog tla,
- σ_{q_a} - standardna devijacija vrednosti q_a ,
- $q_a(95\%)$ - dozvoljeno opterećenje temeljnog tla za nivo pouzdanosti 95%.

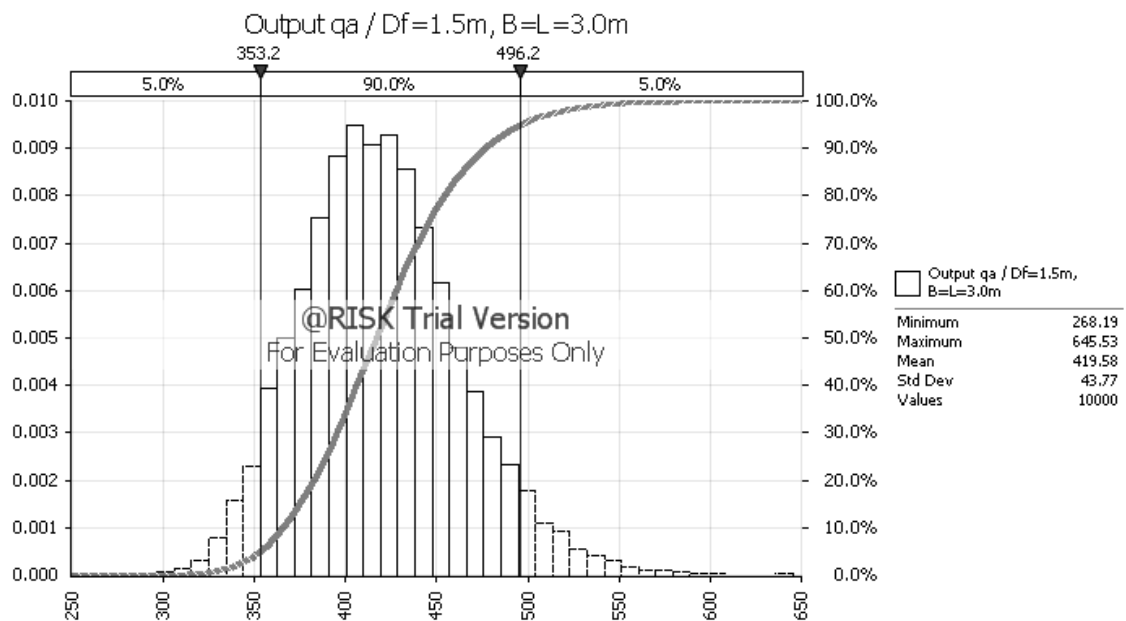
Tabela 4.9 Rezultati probabilističke analize nosivosti temeljnog tla

Parametri temelja:		1	2	3	4
D_f	(m)	1.50	1.50	2.00	2.00
B	(m)	2.00	3.00	2.00	3.00
L	(m)	2.00	3.00	2.00	3.00
Rezultati analize:					
$\min q_a$	(kN/m ²)	274.27	268.19	349.10	333.94
$\max q_a$	(kN/m ²)	671.09	645.53	798.00	754.82
μ_{q_a}	(kN/m ²)	429.10	419.58	536.63	512.40
σ_{q_a}	(kN/m ²)	45.62	43.77	52.60	49.59
$q_a(95\%)$	(kN/m ²)	360.33	353.24	456.35	436.68

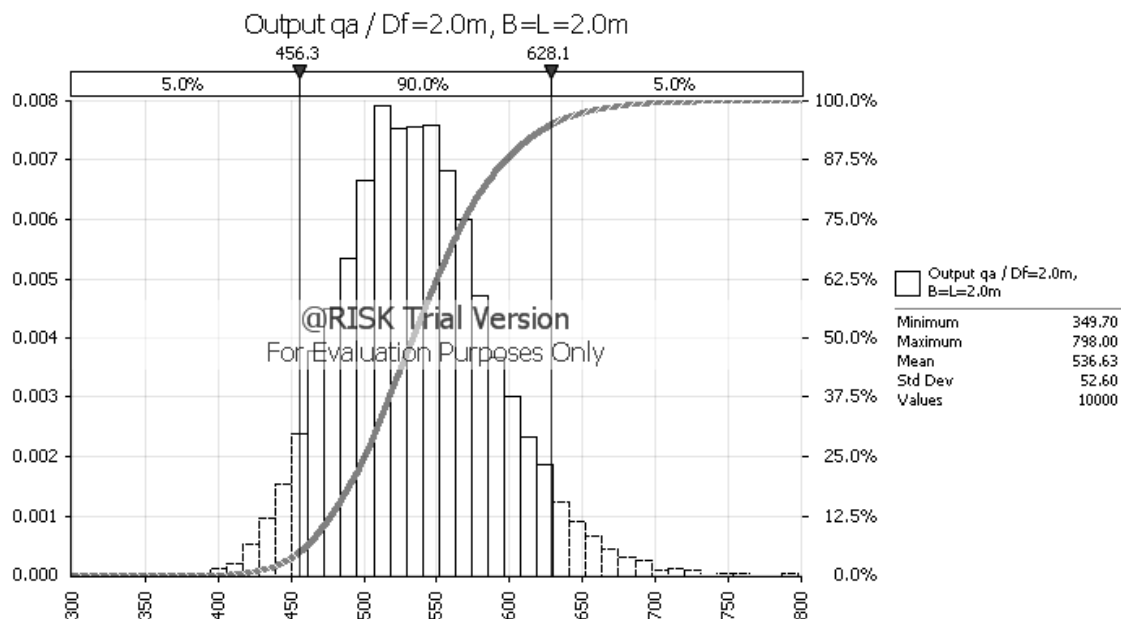
Rezultati ove analize za svaku od 4 analizirane kombinacije „dubina fundiranja – dimenzije temelja“ predstavljeni su na dijagramima na Slikama 4.26, 4.27, 4.28 i 4.29 odgovarajućim histogramom 10000 vrednosti q_a dobijenih Monte Carlo Simulacijom i funkcijom raspodele tih vrednosti (CDF).



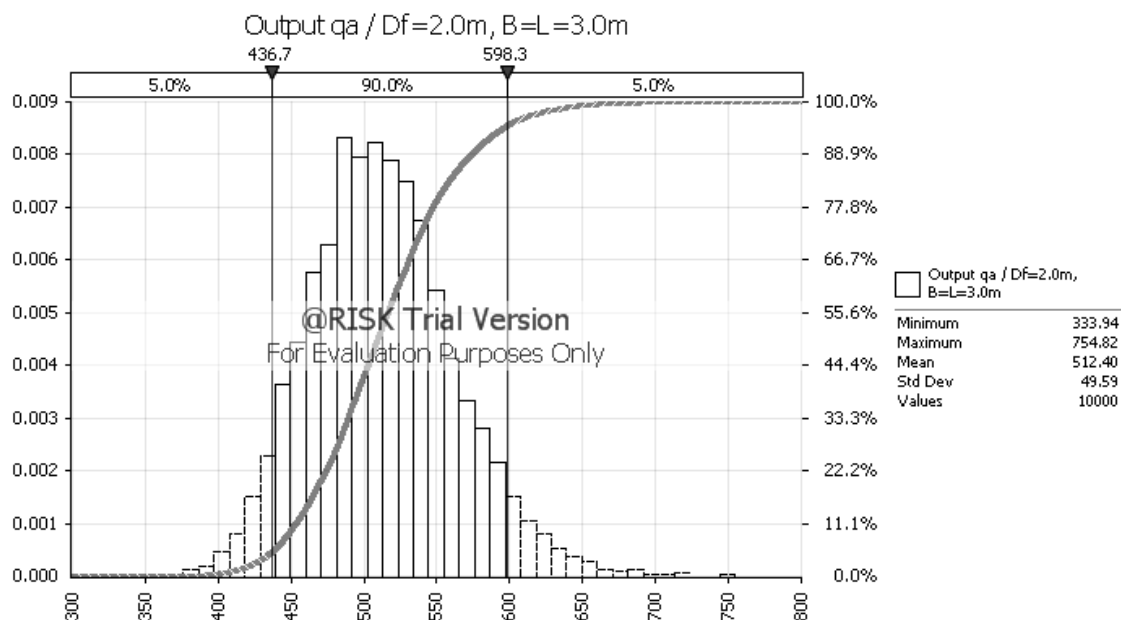
Slika 4.26 Rezultat (Output) MCS: q_a za kombinaciju 1 ($D_f = 1.50\text{ m}$, $B = L = 2.00\text{ m}$)



Slika 4.27 Rezultat (Output) MCS: q_a za kombinaciju 2 ($D_f = 1.50\text{ m}$, $B = L = 3.00\text{ m}$)



Slika 4.28 Rezultat (Output) MCS: q_a za kombinaciju 3 ($D_f = 2.00$ m, $B = L = 2.00$ m)

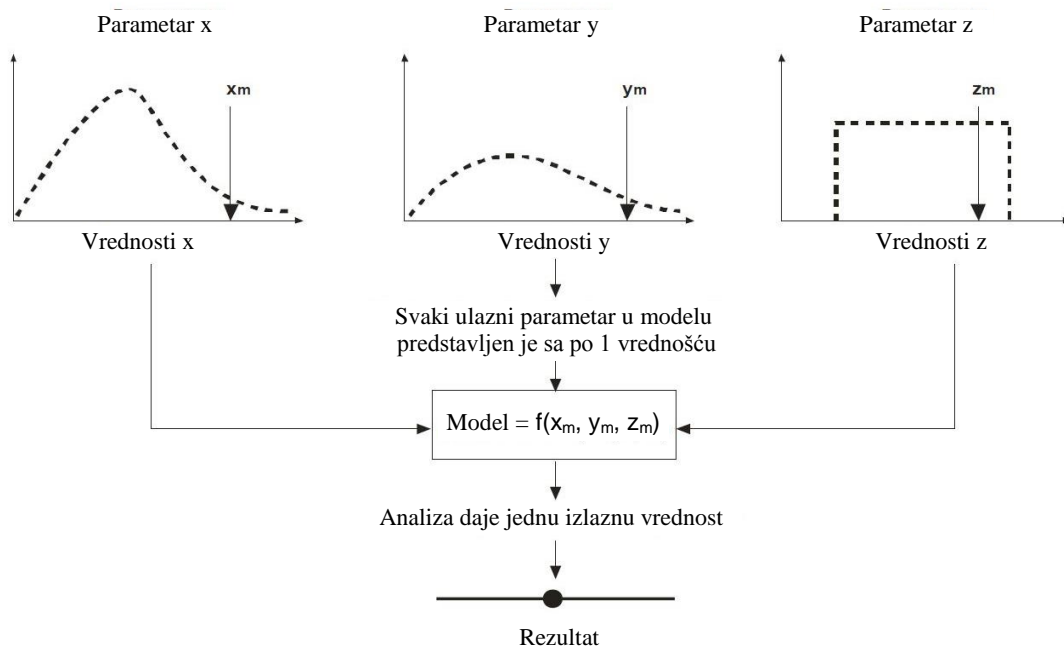


Slika 4.29 Rezultat (Output) MCS: q_a za kombinaciju 4 ($D_f = 2.00$ m, $B = L = 3.00$ m)

Opisana uporedna analiza nosivosti tla pokazala je da je prosečno dozvoljeno opterećenje temeljnog tla (μ_{q_a}), dobijeno probablističkim postupkom, znatno veće od odgovarajućeg q_a dobijenog determinističkim postupkom, što ukazuje na konzervativan karakter determinističkog rešenja.

4.3 Analiza rezultata istraživanja

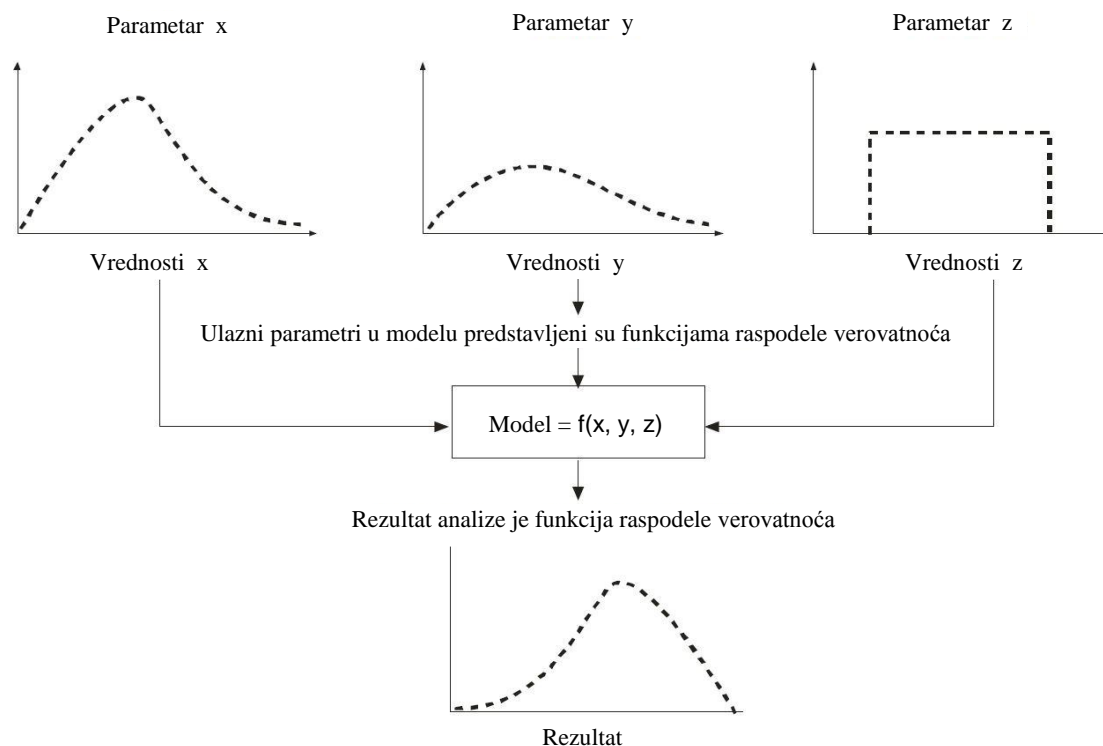
Uporedna analiza stabilnosti kosina (opisana u Poglavlju 4.1) i uporedna analiza nosivosti temeljnog tla (opisana u Poglavlju 4.2) pokazale su na vrlo plastičan način kakav je i koliki uticaj promenljivosti i neodređenosti parametara tla na rezultate analize. Ovaj uticaj se u determinističkim analizama ne može „osetiti“, jer su postupci proračuna zasnovani na pretpostavci da su svi ulazni parametri poznate, konstantne veličine. Na Slici 4.30 dat je šematski prikaz determinističke analize, koja je sprovedena u primerima opisanim u prethodnim poglavljima. Vidi se da je u modelu, koji je formiran za potrebe determinističke analize, svaki ulazni parametar (x , y , z) predstavljen sa po 1 vrednošću (x_m , y_m , z_m). Rezultat ovakve analize je takođe jedinstven.



Slika 4.30 Šematski prikaz determinističke analize sa 3 ulazna parametra (x , y i z)

Za razliku od toga, u probabilističkim analizama ulazni parametri mogu se tretirati kao slučajne promenljive i predstaviti probabilističkim modelom (odgovarajućom funkcijom raspodele verovatnoće). Ovaj model je definisan srednjom vrednošću, standardnom devijacijom i tipom funkcije raspodele vrednosti slučajne promenljive. Na taj način se uzima u obzir promenljivost i neodređenost parametara tla, pa je ona prisutna i u rezultatima proračuna. Na Slici 4.31 šematski je prikazan postupak

probabilističke analize, kakva je sprovedena u primerima iz Poglavlja 4.1 i 4.2. Rezultat ovakve analize nije jedinstven, već je predstavljen funkcijom raspodele verovatnoća.



Slika 4.31 Šematski prikaz probabilističke analize sa 3 ulazna parametra (x, y i z)

Za rešavanje problema koji je razmatran u uporednoj analizi stabilnosti kosina primenjena je metodologija za analizu stabilnosti „beskonačne“ kosine sa ravnom kliznom površinom, koja je paralelna površini kosine. Ulazni parametri za ovu analizu su ugao unutrašnjeg trenja šljunka (φ') i zapreminske težine šljunka u različitim stanjima vlažnosti (γ , γ_z , γ'). U analizi je svaki parametar predstavljen svojom prosečnom vrednošću, koja je dobijena na osnovu rezultata ispitivanja 20 uzoraka šljunka. Za svaki od 5 različitih pretpostavljenih nagiba kosine (od 1:1 do 1:2) analizirane su 4 moguće kombinacije uslova u kosini (sa i bez proceđivanja vode kroz sloj šljunka, sa i bez geomreže „Fortrac 3D“).

Determinističkom analizom je za svaku od 20 analiziranih situacija sračunat po jedan faktor sigurnosti, čije su vrednosti jedinstvene i prikazane u Tabeli 4.2. Činjenica je da je tako sračunati faktor sigurnosti jedini rezultat determinističke analize stabilnosti

kosine i da se upoređenjem tih 20 vrednosti može samo proceniti u kojim uslovima je analizirana kosina više, a u kojim manje stabilna.

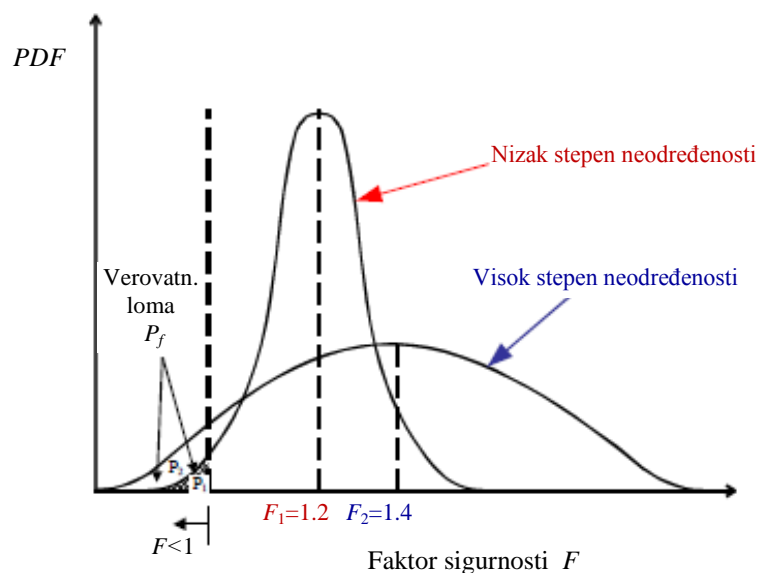
Za probabilističku analizu stabilnosti iste kosine usvojeni su isti ulazni parametri kao kod determinističke analize (φ' , γ , γ_z , γ'), s tim što su u analizi predstavljeni svojim probabilističkim modelom (normalnom funkcijom raspodele verovatnoće), koja je definisana srednjom vrednošću (μ) i standardnom devijacijom (σ) svakog ulaznog parametra ponaosob. Prikaz ovih karakterističnih vrednosti probabilističkih modela svih ulaznih parametara dat je u Tabeli 4.3. Treba napomenuti da su sve ove vrednosti realne i nalaze se u granicama koje su date u literaturi, što je detaljno obrađeno u Poglavlju 2. Probabilistička analiza stabilnosti kosine izvršena je primenom Monte Carlo Simulacije (MCS) sukcesivnim izvršenjem 10000 iteracija. Ovaj postupak je izabran, jer je tačniji od ostalih (FOSM, SOSM, FORM, PEM), kako je navedeno u Poglavlju 2. Rezultati analize (statistički parametri funkcije raspodele verovatnoća vrednosti F) prikazani su zbirno u Tabeli 4.4, a za situaciju označenu sa 2A1 i 5 različitih pretpostavljenih nagiba kosine, na Slikama 4.10 – 4.14.

Uslovi u kosini čija je stabilnost analizirana su relativno dobro poznati, pa je zato razlika između minimalne i maksimalne vrednosti svakog ulaznog parametra mala, kao i njihova standardna devijacija. Ovo se odražava i na rezultate analize, pa ako se posmatra svaka analizirana situacija posebno, vrednosti faktora sigurnosti dobijene Monte Carlo Simulacijom su u relativno uskim granicama, a njihova standardna devijacija je mala. Zato se za analiziranu situaciju (npr. 2A1 i ugao nagiba kosine 29,7°), čiji je prosečan faktor sigurnosti ne mnogo veći od jedinice ($\mu_F = 1.22$), dobija zanemarljivo mala verovatnoća loma ($P_f = 4.73607E-06$) i posledično visok indeks pouzdanosti kosine ($\beta = 4.429$).

Kako se vidi, deterministička analiza stabilnosti kosine daje samo jedan rezultat - faktor sigurnosti, dok je rezultat probabilističke analize stabilnosti kosine potpuno definisana funkcija raspodele verovatnoće svih sračunatih vrednosti faktora sigurnosti. Deterministička analiza ne daje nikakav direktan brojčani pokazatelj verovatnoće pojave loma duž pretpostavljene klizne površine. Zaključivanje po analogiji „Što je faktor sigurnosti manji, to je verovatnoća loma veća“, kao i obrnuto „Veći faktor sigurnosti – manji rizik od pojave loma u kosini“ praksa ponekad surovo demantuje.

Poznati su slučajevi kosina kod kojih je došlo do loma iako je deterministički sračunat faktor sigurnosti veći i od 1.5, ali i onih koje su stabilne iako je njihov deterministički faktor sigurnosti neznatno veći od 1. Veći faktor sigurnosti nije obavezno „praćen“ manjom verovatnoćom loma, jer ona takođe zavisi od stepena neodređenosti ulaznih parametara.

Vrlo ilustrativan primer za ovo prikazan je na Slici 4.32 (Ho i dr., 2000). Na dijagramu su prikazane funkcije raspodele verovatnoće 2 faktora sigurnosti: $F_1 = 1.2$ (uslovi u kosini su takvi da je stepen neodređenosti ulaznih parametara nizak) i $F_2 = 1.4$ (stepen neodređenosti ulaznih parametara je visok). Iako je $F_2 > F_1$, verovatnoća loma P_{f2} nije manja od P_{f1} (kako bi se na osnovu determinističke analize zaključilo), nego je (zbog višeg stepena neodređenosti ulaznih parametara) obrnuto: $P_{f2} > P_{f1}$.



Slika 4.32 Uticaj neodređenosti ulaznih parametara na oblik funkcije gustine verovatnoća (PDF), vrednosti faktora sigurnosti (F) i verovatnoću loma (P_f)

U uporednoj analizi nosivosti temeljnog tla, koja je opisana u Poglavlju 4.2.1, za proračun dozvoljenog opterećenja u pogledu loma temeljnog tla (q_a) primenjena je metodologija prema važećem „Pravilniku o tehničkim normativima za temeljenje građevinskih objekata“ (1990). Dozvoljeno opterećenje temeljnog tla sračunato je za 2 pretpostavljene dubine fundiranja (1.50 m i 2.00 m) i za temeljne stope oblika kvadrata, pretpostavljenih dimenzija 2.00×2.00 m i 3.00×3.00 m. Kao ulazni parametri za ovu

analizu usvojeni su zapreminska težina tla (γ), efektivna kohezija (c') i efektivni ugao unutrašnjeg trenja (φ').

Deterministička analiza izvršena je tako što su vrednosti svih ulaznih parametara potrebne za proračun usvojene na osnovu izvršenih ispitivanja kao konstantne veličine. Rezultati ovako sprovedenog postupka proračuna dozvoljenog opterećenja temeljnog tla (q_a) za sve 4 analizirane situacije prikazane su u Tabeli 4.7. Dobijeni rezultati su u rasponu od 326.158 kPa (za temelj sa stranicama $B=L=3.0$ m, na dubini fundiranja $D_f=1.5$ m) do 421.492 kPa (za temelj sa stranicama $B=L=2.0$ m, na dubini fundiranja $D_f=2.0$ m).

Za probabilističku analizu su isti ulazni parametri (γ , c' , φ') usvojeni kao slučajne promenljive i predstavljeni odgovarajućim probabilističkim modelom. U Tabeli 4.8 je dat prikaz svih ulaznih parametara i karakterističnih vrednosti njihovih probabilističkih modela, odakle se vidi da su ulazni parametri γ i φ' predstavljeni normalnom funkcijom raspodele verovatnoće, a ulazni parametar c' lognormalnom, što je u skladu sa preporukama iz literature (detaljno obrađeno u Poglavlju 2). Probabilistička analiza nosivosti temeljnog tla je realizovana sukcesivnim izvršenjem 10000 Monte Carlo iteracija, za sve 4 analizirane situacije. Rezultati analize su prikazani zbirno u Tabeli 4.9 i posebno za svaku analiziranu situaciju na odgovarajućem dijagramu (Slike 4.26 - 4.29).

Očigledno je da je standardna devijacija (rasipanje vrednosti) rezultata (q_a) u svim analiziranim situacijama značajno veća od standardne devijacije vrednosti bilo kog ulaznog parametra (slučajne promenljive). To je posledica prisustva više slučajnih promenljivih, jer svaka od njih unosi dodatnu neodređenost i promenljivost u rezultate proračuna. Za potrebe detaljnije analize i poređenja formirana je Tabela 4.10, u kojoj je prikazan jedini rezultat determinističke analize – dozvoljeno opterećenje temeljnog tla (q_a) i neki od brojnih rezultata probabilističke analize – najmanja, najveća i srednja vrednost q_a , standardna devijacija vrednosti q_a , kao i dozvoljeno opterećenje temeljnog tla za nivo pouzdanosti 95%.

Tabela 4.10 Rezultati determinističke i probabilističke analize nosivosti temeljnog tla

Parametri temelja:		1	2	3	4
D_f	(m)	1.50	1.50	2.00	2.00
$B \times L$	(m)	2.00 × 2.00	3.00 × 3.00	2.00 × 2.00	3.00 × 3.00
Rezultati determinističke analize:					
q_a	(kN/m ²)	333.297	326.158	421.492	402.743
Rezultati probabilističke analize:					
min q_a	(kN/m ²)	274.27	268.19	349.10	333.94
max q_a	(kN/m ²)	671.09	645.53	798.00	754.82
μ_{q_a}	(kN/m ²)	429.10	419.58	536.63	512.40
σ_{q_a}	(kN/m ²)	45.62	43.77	52.60	49.59
q_a (95%)	(kN/m ²)	360.33	353.24	456.35	436.68

Iz tabele se vidi da je u svim analiziranim situacijama prosečno dozvoljeno opterećenje temeljnog tla dobijeno probabilističkim postupkom (μ_{q_a}), znatno veće od odgovarajućeg q_a dobijenog determinističkim postupkom. Ova razlika iznosi 28.7% (za analiziranu situaciju 1), 28.6% (za situaciju 2), 27.3% (za situaciju 3), odnosno 27.2% (za situaciju 4). Može se zaključiti da je ova razlika u proseku 28%, kao i da je uočljiv trend njenog smanjenja sa povećanjem dubine fundiranja.

Interesantno je i poređenje deterministički određenog q_a sa rezultatom probabilističke analize $q_{a(95\%)}$. Veličina $q_{a(95\%)}$ je definisana kao dozvoljeno opterećenje temeljnog tla za nivo pouzdanosti 95%, a može se definisati i kao vrednost q_a koja je veća od 95% svih sračunatih vrednosti q_a . S obzirom da je nivo pouzdanosti 95% (nivo rizika 5%) uobičajeni kriterijum u praksi (Eurocode 7, detaljno obrađeno u Poglavlju 2), ovaj rezultat dobija na značaju. Upoređivanjem ovih vrednosti za sve 4 analizirane situacije dobija se da je $q_{a(95\%)}$ veće od q_a za 8.1% (za situaciju 1), 8.3% (za situacije 2 i 3), odnosno 8.4% (za situaciju 4).

Sve navedene analize i poređenja rezultata jasno ukazuju na konzervativan karakter determinističkog rešenja.

5.

ZAKLJUČAK

5 ZAKLJUČAK

Cilj istraživanja, koje je planirano i sprovedeno u okviru ove teze, bio je da pruži dodatni doprinos široj primeni probabilističkih metoda u geotehničkim računskim analizama stabilnosti. Jedan od zadataka istraživanja, kako je navedeno u Poglavlju 1, bio je da se pokaže da probabilistička analiza nije bitno zahtevnija (u pogledu potrebnog nivoa predznanja, vremena potrebnog za izvršenje analize, obima istraživanja, ulaznih podataka, troškova, itd.) od tradicionalne determinističke analize, a da zauzvrat pruža velike mogućnosti za modeliranje neodređenosti i promenljivosti parametara, koji su uključeni u proračune.

U Poglavlju 1. detaljno su opisane specifičnosti problema u oblasti geotehnike, metodologija koja se primenjuje pri njihovom rešavanju, izvori i vrste neodređenosti uticajnih faktora, a posebno promenljivost i neodređenost parametara tla. U Poglavlju 1.4. dat je prikaz osnovnih principa probabilističkog koncepta, koji omogućava kvantifikaciju neodređenosti, pa stoga predstavlja alternativu tradicionalnom, determinističkom pristupu u rešavanju problema, gde se sve vrednosti uticajnih faktora unose u analizu kao poznate, konstantne veličine. Predmet, ciljevi i zadaci istraživanja, koje je planirano u okviru izrade ove teze, predstavljeni su u Poglavlju 1.5.

U Poglavlju 2.1 dat je detaljan opis i statistički prikaz pokazatelja promenljivosti i neodređenosti svojstava tla, dobijenih na osnovu brojnih laboratorijskih i terenskih ispitivanja. Mogućnosti i načini primene probabilističkih metoda u geotehnici opisane su u Poglavlju 2.2, a mogućnosti i ograničenja primene probabilističkih metoda u okvirima EUROCODE 7 u Poglavlju 2.3.

U Poglavlju 3. detaljno su obrađeni postupci koji se primenjuju u geotehničkim analizama stabilnosti – analizi stabilnosti kosina i analizi nosivosti temeljnog tla. Na početku je opisana problematika koja je karakteristična za svaku od navedenih analiza, a zatim je prikazan prvo deterministički, pa onda probabilistički pristup u ovim analizama.

U Poglavlju 4. prikazani su postupci koji su primenjeni, kao i rezultati koji su dobijeni pri sprovedenom istraživanju u geotehničkim računskim analizama stabilnosti. U okviru ovog istraživanja karakteristični geotehnički problemi rešavani su primenom prvo determinističkih, a zatim probabilističkih postupaka. Pri realizaciji istraživanja analizirani su realni problemi, u čijem rešavanju su učestvovali članovi Laboratorije za geotehniku Instituta GAF u Nišu. Za potrebe uporedne analize stabilnosti kosina korišćen je problem stabilnosti kosine nagiba 1:1,5 preko geomreže „Fortrac 3D“, za potrebe izgradnje Regionalne sanitarne deponije „Gigoš“ kod Jagodine. Laboratorija za geotehniku je 2010. godine uradila stručnu analizu ovog problema. Podaci za uporednu analizu nosivosti temeljnog tla preuzeti su iz elaborata „Geotehnički uslovi temeljenja objekata fabričkog kompleksa „Fiat Automobili Srbija d.o.o. Kragujevac“ na lokaciji „Grošnica“ u Kragujevcu“, koji je urađen u Odeljenju za geotehniku Instituta GAF – Niš, 2011. godine. Za svaku od ovih analiza bilo je potrebno izvršiti identifikaciju ulaznih parametara, kao i kvantifikaciju njihove neodređenosti. Na osnovu toga izvršena je uporedna analiza rezultata dobijenih primenom ovih postupaka.

Na osnovu sveobuhvatnog poređenja postupaka determinističke i probabilističke analize stabilnosti, koji su opisani i primenjeni u prethodnim poglavljima, mogu se izvesti sledeći zaključci:

U determinističkoj analizi, analitičar, iako implicitno može prepoznati neodređenost koja je prisutna u različitim ulaznim parametrima, bira jednu vrednost za svaki parametar kojom je on predstavljen u računskoj analizi. Obično je to srednja vrednost, „najbolja procena“ ili ponekad „najnepovoljnija procena“. Rezultat determinističke analize je takođe jedna, jedinstvena vrednost.

U probabilističkoj analizi analitičar eksplicitno predstavlja ulazne parametre odgovarajućim funkcijama raspodele verovatnoća i na taj način kvantifikuje uticaj neodređenosti prisutne u parametrima, tako da je i sam rezultat (dobijen npr. primenom Monte Carlo Simulacije) predstavljen funkcijom raspodele verovatnoća.

Brojni su nedostaci determinističkih analiza, od kojih se mogu izdvojiti sledeći:

- Rezultat analize u kojoj su ulazni parametri usvojeni po principu „najnepovoljnije procene“ može biti krajnje pogrešan. Ovakav pristup u izboru vrednosti ulaznih parametara po pravilu je izrazito konzervativan, pa je zato i rezultat potpuno

nerealan. Deterministička analiza ne omogućava da se kvantifikuje nivo ove konzervativnosti, pa je vrlo verovatno da će dovesti do pogrešnih odluka.

- Pristup „najbolja procena“ pri izboru vrednosti ulaznih parametara često je teško odbraniti, zbog inherentne neodređenosti, koja je prisutna u većini parametara. Zato se u praksi ovaj pristup obično transformiše u pristup „najnepovoljnija procena“.
- Determinističke analize ne pružaju mogućnost za detaljne analize neodređenosti pojedinačnih parametara, kao i osetljivosti rešenja na promenu svakog od njih.

Probabilističke analize ne pate od ovih nedostataka. Umesto suočavanja sa teškoćama karakterističnim za pristupe „najbolja procena“ ili „najnepovoljnija procena“, ovde se eksplicitno predstavlja pun opseg mogućih vrednosti svakog ulaznog parametra. Neodređenost i promenljivost ulaznih parametara u probabilističkim analizama može se izraziti kvantitativno. Pošto se rezultati probabilističkih analiza sastoje od više skupova ulaznih parametara i odgovarajućih rezultata, osetljivost rezultata na različite ulazne parametre može se direktno odrediti.

Postoje i neki potencijalni nedostaci probabilističkih analiza, koje treba pomenuti:

- Probabilističke analize na prvi pogled mogu izgledati nepotrebno komplikovane i nerealistične. Iako ovo mišljenje postaje sve manje zastupljeno što se probabilističke analize češće primenjuju, ono se ne može ignorisati. Zato je važno da procedure probabilističkih analiza budu jasne i transparentne.
- Proces formiranja ulaznog modela za probabilističku analizu može ponekad da se izrodi u jalovu raspravu o „pravim“ raspodelama verovatnoće ulaznih parametara. Ovaj problem se najčešće može rešiti jednostavno ponavljanjem probabilističke analize sa alternativnim raspodelama verovatnoća. Ukoliko se dobijaju slični rezultati, onda ne postoji potreba za nastavljanjem traženja „prave“ raspodele.
- Javnost (čak i ona stručna) najčešće ne razume u potpunosti proces probabilističke analize i zato može biti sumnjičava prema njoj. Ova situacija će se popravljati sa porastom primene ovakvih analiza u praksi i nivoa obrazovanja stručne javnosti u ovoj oblasti, ali će problem, iako u manjoj meri, i dalje biti prisutan. Zato će komplementarne determinističke analize i dalje biti potrebne za ilustraciju ponašanja sistema pod određenim uslovima.

Važno je shvatiti da primena probabilističke analize ne isključuje upotrebu determinističke analize. U suštini, deterministička analiza različitih komponenti sistema je često neophodna kako bi se obezbedili ulazni podaci za probabilističku analizu.

Međutim, još uvek postoji oklevanje da se probabilističke analize više koriste u različitim oblastima geotehničkog inženjerstva. Nekoliko je razloga za to: nedovoljno poznavanje teorije verovatnoće, ubeđenje (pogrešno) da ovakve analize zahtevaju velike dodatne troškove, neosnovan strah da će one zameniti postojeće metode, utisak da postupci probabilističkih analiza zahtevaju dodatni trud kako bi se prikupili potrebni podaci za modeliranje problema. Deo krivice za spori prodor ovog koncepta u inženjerskoj praksi je i na samoj probabilističkoj zajednici, jer na početku koncept nije bio objašnjen tako da ga inženjeri mogu lako razumeti i prihvatiti. Stvari se ovde kreću na bolje, jer je u međuvremenu, tokom godina, postupak primene ovih metoda znatno pojednostavljen.

U cilju pobijanja nekih mitova u vezi probabilističkih metoda treba istaći da nije neophodno biti matematičar da bi se razumele i koristile ove metode. Probabilističke analize nikada neće ukinuti potrebu za tradicionalnim (determinističkim) analizama. One su sastavni deo, zapravo osnova za probabilističke analize. Tvrdnja da je za procenu neodređenosti i promenljivosti parametara tla i opterećenja potrebno dodatno vreme ne stoji, jer i u tradicionalnoj determinističkoj analizi projektant treba da zna posledice pretpostavki koje je uveo i da li su te pretpostavke dobre. Inženjerski postupak koji zanemaruje procenu neodređenosti u parametrima je neodgovoran, jer nestabilnost (lom) sistema može dovesti do oštećenja ili još ozbiljnijih posledica (Lacasse and Nadim, 1998).

U geotehničkom inženjerstvu neodređenosti će uvek biti prisutne, kako zbog prirode materijala kojim se geotehničari bave, tako i zbog činjenice da nikada neće biti dovoljno podataka da bi se potpuno uklonile sve neodređenosti.

Poznato je i uobičajeno iz dosadašnje prakse da se geotehnički sistemi mogu učiniti sigurnijim ako se potroši više novca. Pravi izazov vremena u kome živimo je da se unapredi pouzdanost sistema, a da se pritom ne potroši više novca. Da bi se ovaj cilj postigao, važno je prilagoditi nivo složenosti analize problemu koji treba rešiti i uštedi u novcu koja bi mogla da se ostvari. Moćan alat za rešavanje ovih zadataka predstavlja

opisani probabilistički koncept, koji ima potencijal za širu primenu u geotehničkom inženjerstvu. Ovaj koncept se vrlo dobro uklapa u ono što je **R. B. Peck** vizionarski najavio još 1962. godine: „Konvencionalni postupci, koji se koriste za proračun dozvoljenog opterećenja temeljnog tla, sleganja ili faktora sigurnosti kosine, važe i opravdani su samo u meri u kojoj su bili verifikovani od strane iskustva. Mehanika tla tu uglavnom predstavlja aparat za interpolaciju brojnih prethodnih iskustava u cilju rešavanja aktuelnih problema koji su unutar granica prethodnih iskustava. Međutim, mehanika tla pored toga pruža i mogućnost da se izađe izvan granica sopstvenog iskustva. Ona pokazuje put ka novim rešenjima starih problema ili ka rešenjima problema koje ranije nije bilo moguće rešiti. U tom smislu mehanika tla predstavlja aparat za ekstrapolaciju sopstvenog iskustva. Naravno, takva ekstrapolacija podrazumevaće dozu neodređenosti sve dotle dok relevantno iskustvo ne postane dostupno“.

LITERATURA

LITERATURA

- Ang, A. H. S., Tang, W. H. (1984): *Probability concepts in engineering, planning and design, Volume II, Decision, risk and reliability*, John Wiley and Sons, New York.
- Babić, R. (2009): *Zašto je slučajno slučajno? Verovatnoća: koliko je slučajno slučajno*, www.cet.rs/CETcitaliste/CitalisteTekstovi/469.pdf.
- Baecher, G. B., Marr, W. A., Lin, J. S., Consla, J. (1983): *Critical Parameters for Mine Tailings Embankments*, U.S. Bureau of Mines, Denver, CO.
- Baecher, G. B., Christian, J. T. (2003): *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*, John Wiley & Sons. Chichester, West Sussex, England; Hoboken, N.J.
- Baker, J., Calle, E. (2006): *JCSS Probabilistic Model Code, Section 3.7: Soil Properties*, JCSS-CI, Soil properties, Revised Version, August 2006.
- Benjamin, J. R., Cornell, C. A. (1970): *Probability, statistics and decision making for civil engineers*, McGraw-Hill, London, New York.
- Cardoso, A. S., Fernandes, M. M. (2001): *Characteristic values of ground parameters and probability of failure in design according to Eurocode 7*, Géotechnique, 51, pp. 519-531.
- Carter, T. G. (1992): *Prediction and uncertainties in geological engineering and rock mass characterization assessments*, Proc. 4th. int. rock mechanics and rock engineering conf., Torino. Paper 1.
- Carter, J. P., Desai, C. S., Potts, D. M., Schweiger, H. F., Sloan, S. W. (2000): *Computing and computer modelling in geotechnical engineering*, GEOENG, Conference proceedings, Melbourne, Australia, 96 p.

- Casagrande, A. (1965): *Role of Calculated Risk in Earthwork and Foundation Engineering*, Journal of Soil Mechanics & Foundations Division (ASCE), 91(SM4), pp. 1-40.
- Cho, S. E., Park, H. C. (2009): *Effect of spatial variability of cross-correlated soil properties on bearing capacity of strip footing*, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., Published online in Wiley InterScience (www.interscience.wiley.com), 26 p.
- Chowdhury, R. N. (1978): *Slope Analysis*, Elsevier, Amsterdam.
- Chowdhury, R. N., Flentje, P. (2007): *Perspectives for the future of Geotechnical Engineering*. Proceedings of the International Conference on Civil Engineering for the New Millennium: Opportunities and Challenges, Bengal Engineering College, Shibpur, India, 21 p.
- Christian, J. T., Baecher, G. B. (1999): *Point Estimate Method as Numerical Quadrature*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering: pp. 779-786.
- Christian, J. T. (2001): *How Reliable is Geotechnical Engineering?*, The 9th Jack W. Hilf Memorial Lecture in Geotechnical Engineering, University of Colorado at Boulder.
- Christian, J. T. (2004): *Terzaghi Lecture "Geotechnical Engineering Reliability: How Well Do We Know What We Are Doing?"*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 130(10): pp. 985-1003.
- Coduto, D. P. (1999): *Geotechnical Engineering – Principles and Practices*, Prentice-Hall, N.J.
- Ćorić, S. (2006): *Geostatički proračuni*, drugo izdanje, Hektor print, Novi Beograd.
- Davidović, N. (2004): *Analiza glavnih uticaja na računsku stabilnost kosina i izbor pogodnog postupka proračuna metodom granične ravnoteže*, Magistarski rad, Univerzitet u Nišu, Građevinsko-arhitektonski fakultet.
- Davidović, N. (2005): *Primena probabilističkog koncepta u računskoj analizi stabilnosti kosina*, Zbornik radova sa Naučno–stručnog savetovanja "Geotehnički aspekti građevinarstva", Kopaonik, 24-27.10.2005, str. 223-229.
- Davidović, N. (2007): *Kvantifikacija neodređenosti i promenljivosti glavnih uticajnih faktora u geotehničkim računskim analizama stabilnosti*, Zbornik radova sa drugog naučno-stručnog savetovanja "Geotehnički aspekti građevinarstva", Soko Banja, str. 67-72.

- Davidović, N., Prolović, V., Stojić, D. (2010a): *Modeling of Soil Parameters Spatial Uncertainty by Geostatistics*, Facta Universitatis, Series: Architecture and Civil Engineering, Vol. 8, N° 1, pp. 111 – 118.
- Davidović, N., Bonić, Z., Prolović, V., Šulović, G. (2010b): *Određivanje kritičnog ugla prirodnog nagiba separisanog rečnog šljunka frakcije 16/32mm i ocena mogućnosti ugradnje u sloj debljine 10cm, preko geomreže "Fortrac 3D", na kosini nagiba 1:1,5 za potrebe izgradnje Regionalne sanitarne deponije "Gigoš" u Jagodini*, Institut za građevinarstvo i arhitekturu GAF – Niš, 25/17, 2010, str.1-12.
- Davidović, N., Prolović, V., Lukić, D. (2012): *Consideration of Variability of Soil Parameters in Probabilistic Soil Modeling*, 12th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2012, Albena, Bulgaria, pp. 39-46.
- Duncan, J. M. (2000): *Factors of safety and reliability in geotechnical engineering*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering; 126: pp. 307–316.
- Einstein, H. H., Baecher, G. B. (1982): *Probabilistic and statistical methods in engineering geology. I. Problem statement and introduction to solution*, Rock Mechanics, Supp. 12, pp. 47-61.
- Elkateb, T., Chalaturnyk, R., Robertson, P. K. (2002): *An overview of soil heterogeneity: quantification and implications on geotechnical field problems*, Canadian Geotechnical Journal; 40: pp. 1–15.
- El-Ramly, H., Morgenstern, N. R., Cruden, D. M. (2002): *Probabilistic slope stability analysis for practice*, Canadian Geotechnical Journal, 39: pp. 665-683.
- Fenton, G. A. (1997): *Data analysis / Geostatistics*, Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering, ASCE GeoLogan '97 Conference, Logan, Utah, pp. 51-73.
- Fenton, G. A., Griffiths, D. V. (2003): *Bearing capacity prediction of spatially random $c-\phi$ soils*, Canadian Geotechnical Journal; 40: pp. 54–65.
- GeoSlope/W (2007): *Stability Modeling with SLOPE/W 2007 – An Engineering Methodology. Second Edition*. Geo-Slope International, Calgary, Alberta, Canada.

- Griffiths, D. V., Fenton, G. A. (2000): *Influence of soil strength spatial variability on the stability of an undrained clay slope by finite elements*, Slope Stability 2000. Geotechnical Special Publications No. 101. ASCE: New York; pp. 184–193.
- Griffiths, D. V., Fenton, G. A. (2001): *Bearing capacity of spatially random soil: the undrained clay Prandtl problem revisited*, Geotechnique; 51: pp. 351–359.
- Griffiths, D. V., Fenton, G. A., Manoharan, N. (2002): *Bearing capacity of rough rigid strip footing on cohesive soil: probabilistic study*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering; 128: pp. 743–755.
- Grivas, D. A. (1981): *How Reliable are the Present Slope Failure Prediction Methods?*, Proceedings of the Tenth International Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, Sweden, Vol. 3, pp. 427-430.
- Hacking, I. (1975): *The emergence of probability*, Cambridge University Press, U.K.
- Haldar, S., Babu, G. L. S. (2007): *Effect of soil variability on the response of laterally loaded pile in undrained clay*, Computers and Geotechnics; 35: pp. 537–547.
- Haneberg, W. C. (2004): *A Rational Probabilistic Method for Spatially Distributed Landslide Hazard Assessment*, Environmental & Engineering Geoscience, Vol. X, No. 1: pp. 27–43.
- Harr, M. E. (1987): *Reliability-based design in civil engineering*, McGraw-Hill, New York.
- Hicks, M. A., Onisiphorou, C., Samy, K., Spencer, W. A. (2005): *Implications of soil variability for geo-computations*, 13th ACME Conference, University of Sheffield.
- Ho, K., Leroi, E., Roberds, B. (2000): *Quantitative risk assessment: application, myths and future direction*. In Proceedings of the International Conference on Geotechnical Engineering (GeoEng 2000), Melbourne, pp. 269-312.
- Jones, A. L., Kramer, S. L., Arduino, P. (2002): *Estimation of Uncertainty in Geotechnical Properties for Performance-Based Earthquake Engineering*, PEER Report 2002/16, Pacific Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering University of California, Berkeley.

- Koutsourelakis, S., Prevost, J. H., Deodatis, G. (2002): *Risk assessment of an interacting structure–soil system due to liquefaction*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics; 31: pp. 851-879.
- Kulhawy, F., Trautmann, C. H. (1996): *Estimation of in situ test uncertainty*, in Uncertainty in the Geologic Environment: From Theory to Practice, Proceeding of Uncertainty '96, Madison, WI, ASCE Geotechnical Special Publication No. 58, pp. 269-286.
- Lacasse, S., Nadim, F. (1996): *Uncertainties in characterizing soil properties*, Uncertainty in the Geologic Environment: From Theory to Practice, Proceeding of Uncertainty '96, ASCE Geotechnical Special Publication No. 58, pp. 49-75.
- Lacasse, S., Nadim, F. (1998): *Risk and reliability in geotechnical engineering*, Proceeding of Fourth International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, St. Louis, Missouri, March 9-12, 1998, pp. 1172-1192.
- Lee, I. K., White, W., Ingles, O. G. (1983): *Geotechnical Engineering*, Boston, Pitman.
- Li, K. S., Lumb, P. (1987): *Probabilistic design of slopes*, Canadian Geotechnical Journal; 24: pp. 520–535.
- Lumb, P. (1966): *The Variability of Natural Soils*, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 3, No. 2, pp. 74-97.
- Lumb, P. (1970): *Safety factors and the probability distribution of soil strength*, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 7, No. 3, pp. 225-242.
- Lumb, P. (1974): *Application of statistics in soil mechanics*, *Soil Mechanics: New Horizons*. Lee, I. K., ed., London, Newnes-Butterworth, pp. 44-112, 221-239.
- Maksimović, M. (2008): *Mehanika tla*, četvrto izdanje, AGM knjiga, Beograd.
- Meyerhof, G. G. (1994): *Evolution of Safety Factors and Geotechnical Limit State Design*, The Second Spencer J. Buchanan Lecture, Texas A&M University, USA, 32 p.
- Mostyn, G. R., Li, K. S. (1993): *Probabilistic slope stability—state of play*, In Conference on Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering, Li, K. S., Lo, S - C. R. (eds). Balkema: Rotterdam, The Netherlands; pp. 89–110.

- Nadim, F. (2007): *Tools and Strategies for Dealing with Uncertainty in Geotechnics*, in Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering, Springer Wien, New York, pp. 71-97.
- Nonveiller, E. (1990): *Mehanika tla i temeljenje građevina*, Školska knjiga, Zagreb.
- Onisiphorou, C. (2011): *Reliability analysis of bearing capacity for shallow foundations based on Eurocode 7*, ISGSR 2011 – Vogt, Schuppener, Straub & Bräu (eds), Bundesanstalt für Wasserbau, pp. 463-469.
- Orr, T. L. L., Breyse, D. (2008): *Eurocode 7 and reliability-based design*, in Reliability-based design in geotechnical engineering: computations and applications (Chapter 8), edited by Kok-Kwang Phoon, Taylor & Francis, New York, NY 10016, USA, pp. 298-343.
- Peck, R. B. (1962): *Art and science of subsurface engineering*, Geotechnique, Vol. 12. No. 1.
- Paice, G. M., Griffiths, G. V., Fenton, G. A. (1996): *Finite element modeling of settlement on spatially random soil*, Journal of Geotechnical Engineering (ASCE); 122: pp. 777–779.
- Pine, R. J. (1992): *Risk analysis design applications in mining geomechanics*, Trans. Instn Min. Metall. (Sect.A) 101, pp. 149-158.
- Phoon, K. K., Kulhawy, F. H. (1999): *Characterization of geotechnical variability*, Canadian Geotechnical Journal 36(4): pp. 612-624.
- Phoon, K. K., Kulhawy, F. H. (1999a): *Evaluation of geotechnical property variability*, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 36: pp. 625-639.
- Popescu, R., Prevost, J. H., Deodatis, G. (1997): *Effects of spatial variability on soil liquefaction: some design recommendations*, Geotechnique; 47: pp. 1019–1036.
- Popescu, R., Deodatis, G., Nobahar, A. (2005): *Effects of random heterogeneity of soil properties on bearing capacity*, Probabilistic Engineering Mechanics; 20: pp. 324–341.
- Popescu, R., Prevost, J. H., Deodatis, G. (2005a): *3D effects in seismic liquefaction of stochastically variable soil deposits*, Geotechnique; 55: pp. 21–31.
- Prolović, V., Bonić, Z., Davidović, N. (2011): *Geotehnički uslovi temeljenja objekata fabričkog kompleksa "Fiat Automobili Srbija d.o.o. Kragujevac" na lokaciji "Grošnica" u Kragujevcu*, Institut za građevinarstvo i arhitekturu GAF – Niš, 25/11, 2011, str.1-70.

- Russelli, C. (2008): *Probabilistic Methods applied to the Bearing Capacity Problem*, PhD Thesis, Institut für Geotechnik der Universität Stuttgart.
- Samy, K. (2003): *Stochastic analysis with finite elements in geotechnical engineering*, PhD Thesis, University of Manchester.
- Schneider, H. R. (1997): *Definition and determination of characteristic soil properties*, In Proceedings XII International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Hamburg, pp. 2271–2274.
- Shahin, M. A., Cheung, E. M. (2011): *Probabilistic Analysis of Bearing Capacity of Strip Footings*, ISGSR 2011 – Vogt, Schuppener, Straub & Bräu (eds), Bundesanstalt für Wasserbau, pp. 225-230.
- Šutić, J. (1995): *Katastar nestabilnih terena i karte rizika pojava klizanja* (uvodni referat), Zbornik radova II simpozijuma “Istraživanje i sanacija klizišta”, Donji Milanovac, str. 531-536.
- Tan, C. P., Donald, I. B., Melchers, R. E. (1993): *Probabilistic Slope Stability Analysis – State-of-play*, Proceedings of the Conference on Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering, Canberra, Australia, pp. 89-110.
- Terzaghi, K. (1925): *Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlagen*, F. Deuticke, Wien.
- Terzaghi, K. (1943): *Teorijska mehanika tla*, Naučna knjiga, Beograd.
- Vanmarcke E. H. (1977): *Probabilistic modeling of soil profiles*, Journal of Geotechnical Engineering (ASCE); 103: pp. 1227–1246.
- Vujančić, V., Cmiljanić, S., Vladiković, V. (1995): *Klizišta i životna sredina*, Zbornik radova II simpozijuma “Istraživanje i sanacija klizišta”, Donji Milanovac, str. 537-542.
- Whitman, R. V. (1984): *Evaluating calculated risk in geotechnical engineering*, J. Geotech. Engineering, ASCE 110(2), pp. 145-186.
- Whipple, K. (2004): *Surface Processes and Landscape Evolution: Implications for cohesionless soil*, 12.163/12.463, Wiley Online Library.

Wolff, T. F., Demsky, E. C., Schauer, J., Perry, E. (1996): *Reliability assessment of dike and levee embankments*, Uncertainty in the Geologic Environment, From Theory to Practice, Proceeding of Uncertainty '96, Geotechnical Special Publication No. 58.

Zaruba, Q., Mencl, V. (1969): *Landslides and Their Control*, Elsevier, Amsterdam and Academia, Prague.

PRILOZI

PRILOG 1**Ulazni parametri za probabilističku analizu stabilnosti kosina**

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft

Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation

i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Ulazni (input) parametar: φ (rad)

φ (rad)	Input (normal distribution) φ (rad)	Normal(0.609207,0.019215)
Cell	Ugao nagiba!D99	Ugao nagiba!D99
Minimum	0.53544	$-\infty$
Maximum	0.69372	$+\infty$
Mean	0.60921	0.609207
Mode	0.60993	0.609207
Median	0.60921	0.609207
Std Dev	0.01922	0.019215
Skewness	0.0027	0
Kurtosis	3.0059	3
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	0.5776	0.5776
Left P	5.00%	5.00%
Right X	0.6408	0.6408
Right P	95.00%	95.00%
Dif. X	0.06322	0.063218
Dif. P	90.00%	90.00%
1%	0.56443	0.56451
5%	0.57758	0.57760
10%	0.58457	0.58458
15%	0.58929	0.58929
20%	0.59303	0.59304
25%	0.59624	0.59625
30%	0.59913	0.59913
35%	0.60180	0.60180
40%	0.60434	0.60434
45%	0.60679	0.60679
50%	0.60921	0.60921
55%	0.61162	0.61162
60%	0.61407	0.61408
65%	0.61661	0.61661
70%	0.61928	0.61928
75%	0.62216	0.62217
80%	0.62537	0.62538
85%	0.62911	0.62912
90%	0.63382	0.63383
95%	0.64080	0.64081
99%	0.65385	0.65391

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Ulazni (input) parametar: γ (kN/m³)

γ (kN/m ³)	Input (normal distribution) γ (kN/m ³)	Normal(17.65909091,0.2263137663)
Cell	Ugao nagiba!G100	Ugao nagiba!G100
Minimum	16.5537	−∞
Maximum	18.5124	+∞
Mean	17.6591	17.6591
Mode	17.6619	17.6591
Median	17.6591	17.6591
Std Dev	0.2264	0.2263
Skewness	-0.0063	0
Kurtosis	3.0231	3
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	17.287	17.287
Left P	5.00%	5.00%
Right X	18.031	18.031
Right P	95.00%	95.00%
Dif. X	0.7446	0.7446
Dif. P	90.00%	90.00%
	1%	17.1318
	5%	17.2867
	10%	17.3690
	15%	17.4245
	20%	17.4686
	25%	17.5064
	30%	17.5404
	35%	17.5719
	40%	17.6017
	45%	17.6306
	50%	17.6591
	55%	17.6875
	60%	17.7164
	65%	17.7462
	70%	17.7778
	75%	17.8117
	80%	17.8495
	85%	17.8936
	90%	17.9490
	95%	18.0313
	99%	18.1848

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation
i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Ulazni (input) parametar: γ' (kN/m³)

γ' (kN/m ³)	Input (normal distribution) γ' (kN/m ³)	Normal(9.618,0.248945143)
Cell	Ugao nagiba!J101	Ugao nagiba!J101
Minimum	8.6698	−∞
Maximum	10.6108	+∞
Mean	9.618	9.618
Mode	9.6211	9.618
Median	9.618	9.618
Std Dev	0.249	0.2489
Skewness	0.0009	0
Kurtosis	2.9992	3
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	9.208	9.208
Left P	5.00%	5.00%
Right X	10.027	10.027
Right P	95.00%	95.00%
Dif. X	0.8189	0.8189
Dif. P	90.00%	90.00%
	1%	9.0381
	5%	9.2084
	10%	9.2989
	15%	9.3600
	20%	9.4084
	25%	9.4500
	30%	9.4874
	35%	9.5220
	40%	9.5549
	45%	9.5867
	50%	9.6180
	55%	9.6493
	60%	9.6811
	65%	9.7139
	70%	9.7485
	75%	9.7859
	80%	9.8275
	85%	9.8759
	90%	9.9369
	95%	10.0273
	99%	10.1969

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation
i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Ulazni (input) parametar: γ_z (kN/m³)

γ_z (kN/m ³)	Input (normal distribution) γ_z (kN/m ³)	Normal(19.425,0.248945143)
Cell	Ugao nagiba!M100	Ugao nagiba!M100
Minimum	18.3628	−∞
Maximum	20.3627	+∞
Mean	19.425	19.425
Mode	19.4219	19.425
Median	19.425	19.425
Std Dev	0.249	0.2489
Skewness	-0.0022	0
Kurtosis	3.002	3
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	19.015	19.015
Left P	5.00%	5.00%
Right X	19.834	19.834
Right P	95.00%	95.00%
Dif. X	0.8189	0.8189
Dif. P	90.00%	90.00%
	1%	18.8454
	5%	19.0154
	10%	19.1059
	15%	19.1670
	20%	19.2154
	25%	19.2571
	30%	19.2944
	35%	19.3290
	40%	19.3619
	45%	19.3937
	50%	19.4250
	55%	19.4563
	60%	19.4880
	65%	19.5209
	70%	19.5555
	75%	19.5929
	80%	19.6345
	85%	19.6829
	90%	19.7440
	95%	19.8343
	99%	20.0041

PRILOG 2**Rezultati probabilističke analize stabilnosti kosina**

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2A1 i nagib 1:1 ($\alpha=45^\circ$)

F	Output 2A1: F za nagib 1:1	
Cell	Ugao nagiba!D100	
Minimum	0.59325	
Maximum	0.83162	
Mean	0.69812	
Mode	0.69595	
Median	0.69774	
Std Dev	0.02861	
Skewness	0.0838	
Kurtosis	3.0262	
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	0.6517	
Left P	5.00%	
Right X	0.7458	
Right P	95.00%	
Dif. X	0.09407	
Dif. P	90.00%	
	1%	0.63314
	5%	0.65172
	10%	0.66173
	15%	0.66853
	20%	0.67396
	25%	0.67863
	30%	0.68286
	35%	0.68678
	40%	0.69052
	45%	0.69415
	50%	0.69774
	55%	0.70134
	60%	0.70500
	65%	0.70880
	70%	0.71283
	75%	0.71718
	80%	0.72205
	85%	0.72776
	90%	0.73499
	95%	0.74579
	99%	0.76630

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2A1 i nagib 1:1,25 ($\alpha=38,7^\circ$)

F	Output 2A1: F za nagib 1:1.25
Cell	Ugao nagiba!D101
Minimum	0.74156
Maximum	1.03952
Mean	0.87266
Mode	0.86994
Median	0.87217
Std Dev	0.03576
Skewness	0.0838
Kurtosis	3.0262
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	0.8146
Left P	5.00%
Right X	0.9322
Right P	95.00%
Dif. X	0.11759
Dif. P	90.00%
1%	0.79143
5%	0.81465
10%	0.82716
15%	0.83566
20%	0.84244
25%	0.84829
30%	0.85357
35%	0.85848
40%	0.86315
45%	0.86769
50%	0.87217
55%	0.87667
60%	0.88125
65%	0.88600
70%	0.89103
75%	0.89647
80%	0.90257
85%	0.90970
90%	0.91873
95%	0.93224
99%	0.95787

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2A1 i nagib 1:1,5 ($\alpha=33,7^\circ$)

F	Output 2A1: F za nagib 1:1.5
Cell	Ugao nagiba!D102
Minimum	0.88987
Maximum	1.24742
Mean	1.04719
Mode	1.04392
Median	1.0466
Std Dev	0.04291
Skewness	0.0838
Kurtosis	3.0262
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	0.9776
Left P	5.00%
Right X	1.1187
Right P	95.00%
Dif. X	0.1411
Dif. P	90.00%
1%	0.94972
5%	0.97758
10%	0.99259
15%	1.00279
20%	1.01093
25%	1.01795
30%	1.02429
35%	1.03017
40%	1.03578
45%	1.04122
50%	1.04660
55%	1.05200
60%	1.05750
65%	1.06321
70%	1.06924
75%	1.07577
80%	1.08308
85%	1.09164
90%	1.10248
95%	1.11868
99%	1.14945

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2A1 i nagib 1:1,75 ($\alpha=29,7^\circ$)

F	Output 2A1: F za nagib 1:1.75
Cell	Ugao nagiba!D103
Minimum	1.03818
Maximum	1.45533
Mean	1.22172
Mode	1.21791
Median	1.22104
Std Dev	0.05006
Skewness	0.0838
Kurtosis	3.0262
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	1.1405
Left P	5.00%
Right X	1.3051
Right P	95.00%
Dif. X	0.16462
Dif. P	90.00%
1%	1.10800
5%	1.14051
10%	1.15802
15%	1.16992
20%	1.17942
25%	1.18761
30%	1.19500
35%	1.20187
40%	1.20841
45%	1.21476
50%	1.22104
55%	1.22734
60%	1.23375
65%	1.24041
70%	1.24745
75%	1.25506
80%	1.26360
85%	1.27358
90%	1.28622
95%	1.30513
99%	1.34102

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2A1 i nagib 1:2 ($\alpha=26,6^\circ$)

F	Output 2A1: F za nagib 1:2
Cell	Ugao nagiba!D104
Minimum	1.18649
Maximum	1.66323
Mean	1.39625
Mode	1.3919
Median	1.39547
Std Dev	0.05721
Skewness	0.0838
Kurtosis	3.0262
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	1.3034
Left P	5.00%
Right X	1.4916
Right P	95.00%
Dif. X	0.18814
Dif. P	90.00%
1%	1.26629
5%	1.30344
10%	1.32345
15%	1.33706
20%	1.34791
25%	1.35727
30%	1.36572
35%	1.37356
40%	1.38105
45%	1.38830
50%	1.39547
55%	1.40267
60%	1.41000
65%	1.41761
70%	1.42565
75%	1.43436
80%	1.44411
85%	1.45552
90%	1.46997
95%	1.49158
99%	1.53260

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2A2 i nagib 1:1 ($\alpha=45^\circ$)

F	Output 2A2: F za nagib 1:1
Cell	Ugao nagiba!G101
Minimum	2.95408
Maximum	3.25776
Mean	3.10105
Mode	3.1007
Median	3.10024
Std Dev	0.04211
Skewness	0.0715
Kurtosis	2.9636
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	3.0321
Left P	5.00%
Right X	3.1717
Right P	95.00%
Dif. X	0.13956
Dif. P	90.00%
1%	3.00476
5%	3.03212
10%	3.04745
15%	3.05765
20%	3.06543
25%	3.07234
30%	3.07874
35%	3.08436
40%	3.08987
45%	3.09495
50%	3.10024
55%	3.10535
60%	3.11106
65%	3.11683
70%	3.12280
75%	3.12948
80%	3.13664
85%	3.14508
90%	3.15552
95%	3.17168
99%	3.19995

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2A2 i nagib 1:1,25 ($\alpha=38,7^\circ$)

F	Output 2A2: F za nagib 1:1.25
Cell	Ugao nagiba!G102
Minimum	3.41796
Maximum	3.77972
Mean	3.59258
Mode	3.59732
Median	3.59175
Std Dev	0.05003
Skewness	0.069
Kurtosis	2.9658
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	3.5105
Left P	5.00%
Right X	3.6762
Right P	95.00%
Dif. X	0.16576
Dif. P	90.00%
1%	3.47846
5%	3.51046
10%	3.52893
15%	3.54107
20%	3.55034
25%	3.55856
30%	3.56618
35%	3.57293
40%	3.57929
45%	3.58577
50%	3.59175
55%	3.59776
60%	3.60425
65%	3.61101
70%	3.61825
75%	3.62584
80%	3.63494
85%	3.64522
90%	3.65723
95%	3.67622
99%	3.71016

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2A2 i nagib 1:1,5 ($\alpha=33,7^\circ$)

F	Output 2A2: F za nagib 1:1.5
Cell	Ugao nagiba!G103
Minimum	3.90721
Maximum	4.3287
Mean	4.11032
Mode	4.12018
Median	4.10958
Std Dev	0.05826
Skewness	0.0676
Kurtosis	2.9676
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	4.0148
Left P	5.00%
Right X	4.2075
Right P	95.00%
Dif. X	0.19269
Dif. P	90.00%
1%	3.97810
5%	4.01481
10%	4.03631
15%	4.05041
20%	4.06107
25%	4.07095
30%	4.07952
35%	4.08755
40%	4.09488
45%	4.10236
50%	4.10958
55%	4.11662
60%	4.12343
65%	4.13154
70%	4.14019
75%	4.14927
80%	4.15976
85%	4.17196
90%	4.18553
95%	4.20750
99%	4.24860

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2A2 i nagib 1:1,75 ($\alpha=29,7^\circ$)

F	Output 2A2: F za nagib 1:1.75
Cell	Ugao nagiba!G104
Minimum	4.41422
Maximum	4.89659
Mean	4.64641
Mode	4.65908
Median	4.64567
Std Dev	0.06669
Skewness	0.0667
Kurtosis	2.969
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	4.5373
Left P	5.00%
Right X	4.7576
Right P	95.00%
Dif. X	0.22029
Dif. P	90.00%
1%	4.49434
5%	4.53727
10%	4.56173
15%	4.57767
20%	4.59000
25%	4.60134
30%	4.61115
35%	4.62029
40%	4.62862
45%	4.63728
50%	4.64567
55%	4.65379
60%	4.66151
65%	4.67061
70%	4.68064
75%	4.69092
80%	4.70299
85%	4.71700
90%	4.73239
95%	4.75756
99%	4.80370

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2A2 i nagib 1:2 ($\alpha=26,6^\circ$)

F	Output 2A2: F za nagib 1:2
Cell	Ugao nagiba!G105
Minimum	4.93391
Maximum	5.47799
Mean	5.1956
Mode	5.20324
Median	5.19477
Std Dev	0.07526
Skewness	0.0661
Kurtosis	2.9701
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	5.073
Left P	5.00%
Right X	5.321
Right P	95.00%
Dif. X	0.24845
Dif. P	90.00%
1%	5.02350
5%	5.07266
10%	5.10004
15%	5.11787
20%	5.13187
25%	5.14487
30%	5.15582
35%	5.16621
40%	5.17547
45%	5.18521
50%	5.19477
55%	5.20398
60%	5.21247
65%	5.22277
70%	5.23443
75%	5.24588
80%	5.25923
85%	5.27562
90%	5.29271
95%	5.32111
99%	5.37340

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2B1 i nagib 1:1 ($\alpha=45^\circ$)

F	Output 2B1: F za nagib 1:1
Cell	Ugao nagiba!J102
Minimum	0.31782
Maximum	0.45925
Mean	0.3803
Mode	0.37962
Median	0.37981
Std Dev	0.01919
Skewness	0.1259
Kurtosis	3.0611
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	0.3495
Left P	5.00%
Right X	0.4125
Right P	95.00%
Dif. X	0.06306
Dif. P	90.00%
	1%
	5%
	10%
	15%
	20%
	25%
	30%
	35%
	40%
	45%
	50%
	55%
	60%
	65%
	70%
	75%
	80%
	85%
	90%
	95%
	99%

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2B1 i nagib 1:1,25 ($\alpha=38,7^\circ$)

F	Output 2B1: F za nagib 1:1.25
Cell	Ugao nagiba!J103
Minimum	0.39727
Maximum	0.57406
Mean	0.47538
Mode	0.47452
Median	0.47477
Std Dev	0.02399
Skewness	0.1259
Kurtosis	3.0611
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	0.4369
Left P	5.00%
Right X	0.5157
Right P	95.00%
Dif. X	0.07883
Dif. P	90.00%
1%	0.42134
5%	0.43686
10%	0.44485
15%	0.45042
20%	0.45514
25%	0.45897
30%	0.46244
35%	0.46589
40%	0.46897
45%	0.47201
50%	0.47477
55%	0.47785
60%	0.48106
65%	0.48432
70%	0.48756
75%	0.49118
80%	0.49520
85%	0.50021
90%	0.50639
95%	0.51568
99%	0.53329

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2B1 i nagib 1:1,5 ($\alpha=33,7^\circ$)

F	Output 2B1: F za nagib 1:1.5
Cell	Ugao nagiba!J104
Minimum	0.47672
Maximum	0.68888
Mean	0.57045
Mode	0.56943
Median	0.56972
Std Dev	0.02879
Skewness	0.1259
Kurtosis	3.0611
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	0.5242
Left P	5.00%
Right X	0.6188
Right P	95.00%
Dif. X	0.09459
Dif. P	90.00%
1%	0.50561
5%	0.52423
10%	0.53382
15%	0.54050
20%	0.54616
25%	0.55077
30%	0.55493
35%	0.55907
40%	0.56277
45%	0.56641
50%	0.56972
55%	0.57342
60%	0.57728
65%	0.58118
70%	0.58507
75%	0.58942
80%	0.59424
85%	0.60026
90%	0.60767
95%	0.61882
99%	0.63995

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2B1 i nagib 1:1,75 ($\alpha=29,7^\circ$)

F	Output 2B1: F za nagib 1:1.75
Cell	Ugao nagiba!J105
Minimum	0.55618
Maximum	0.80369
Mean	0.66553
Mode	0.66433
Median	0.66467
Std Dev	0.03359
Skewness	0.1259
Kurtosis	3.0611
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	0.6116
Left P	5.00%
Right X	0.722
Right P	95.00%
Dif. X	0.11036
Dif. P	90.00%
1%	0.58988
5%	0.61160
10%	0.62279
15%	0.63058
20%	0.63719
25%	0.64256
30%	0.64742
35%	0.65225
40%	0.65656
45%	0.66081
50%	0.66467
55%	0.66899
60%	0.67349
65%	0.67805
70%	0.68259
75%	0.68766
80%	0.69328
85%	0.70030
90%	0.70894
95%	0.72196
99%	0.74660

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2B1 i nagib 1:2 ($\alpha=26,6^\circ$)

F	Output 2B1: F za nagib 1:2	
Cell	Ugao nagiba!J106	
Minimum	0.63563	
Maximum	0.9185	
Mean	0.7606	
Mode	0.75924	
Median	0.75963	
Std Dev	0.03839	
Skewness	0.1259	
Kurtosis	3.0611	
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	0.699	
Left P	5.00%	
Right X	0.8251	
Right P	95.00%	
Dif. X	0.12612	
Dif. P	90.00%	
	1%	0.67415
	5%	0.69897
	10%	0.71176
	15%	0.72067
	20%	0.72822
	25%	0.73436
	30%	0.73991
	35%	0.74543
	40%	0.75036
	45%	0.75521
	50%	0.75963
	55%	0.76456
	60%	0.76970
	65%	0.77491
	70%	0.78010
	75%	0.78590
	80%	0.79231
	85%	0.80034
	90%	0.81022
	95%	0.82509
	99%	0.85326

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2B2 i nagib 1:1 ($\alpha=45^\circ$)

F	Output 2B2: F za nagib 1:1
Cell	Ugao nagiba!M102
Minimum	2.39981
Maximum	2.66127
Mean	2.5302
Mode	2.53123
Median	2.52983
Std Dev	0.03666
Skewness	0.0572
Kurtosis	2.9962
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	2.4706
Left P	5.00%
Right X	2.5917
Right P	95.00%
Dif. X	0.12111
Dif. P	90.00%
1%	2.44618
5%	2.47057
10%	2.48363
15%	2.49198
20%	2.49890
25%	2.50505
30%	2.51070
35%	2.51589
40%	2.52058
45%	2.52523
50%	2.52983
55%	2.53447
60%	2.53980
65%	2.54444
70%	2.54898
75%	2.55480
80%	2.56071
85%	2.56761
90%	2.57760
95%	2.59168
99%	2.61827

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2B2 i nagib 1:1,25 ($\alpha=38,7^\circ$)

F	Output 2B2: F za nagib 1:1.25
Cell	Ugao nagiba!M103
Minimum	2.75163
Maximum	3.05802
Mean	2.90482
Mode	2.89733
Median	2.90441
Std Dev	0.04292
Skewness	0.058
Kurtosis	2.9947
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	2.8349
Left P	5.00%
Right X	2.9773
Right P	95.00%
Dif. X	0.14241
Dif. P	90.00%
1%	2.80678
5%	2.83491
10%	2.85028
15%	2.85987
20%	2.86834
25%	2.87536
30%	2.88171
35%	2.88812
40%	2.89368
45%	2.89900
50%	2.90441
55%	2.90972
60%	2.91589
65%	2.92127
70%	2.92672
75%	2.93374
80%	2.94038
85%	2.94880
90%	2.95993
95%	2.97732
99%	3.00759

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2B2 i nagib 1:1,5 ($\alpha=33,7^\circ$)

F	Output 2B2: F za nagib 1:1.5
Cell	Ugao nagiba!M104
Minimum	3.12638
Maximum	3.48049
Mean	3.30326
Mode	3.32149
Median	3.30282
Std Dev	0.04948
Skewness	0.0588
Kurtosis	2.9939
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	3.2227
Left P	5.00%
Right X	3.3868
Right P	95.00%
Dif. X	0.16407
Dif. P	90.00%
1%	3.19057
5%	3.22273
10%	3.24054
15%	3.25156
20%	3.26133
25%	3.26932
30%	3.27696
35%	3.28388
40%	3.29035
45%	3.29651
50%	3.30282
55%	3.30898
60%	3.31598
65%	3.32196
70%	3.32845
75%	3.33647
80%	3.34432
85%	3.35391
90%	3.36684
95%	3.38680
99%	3.42172

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2B2 i nagib 1:1,75 ($\alpha=29,7^\circ$)

F	Output 2B2: F za nagib 1:1.75
Cell	Ugao nagiba!M105
Minimum	3.51679
Maximum	3.92024
Mean	3.71838
Mode	3.71847
Median	3.71782
Std Dev	0.05624
Skewness	0.0594
Kurtosis	2.9933
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	3.627
Left P	5.00%
Right X	3.8134
Right P	95.00%
Dif. X	0.18637
Dif. P	90.00%
1%	3.59078
5%	3.62704
10%	3.64698
15%	3.65956
20%	3.67092
25%	3.67970
30%	3.68839
35%	3.69624
40%	3.70372
45%	3.71082
50%	3.71782
55%	3.72506
60%	3.73262
65%	3.73963
70%	3.74693
75%	3.75615
80%	3.76500
85%	3.77595
90%	3.79079
95%	3.81340
99%	3.85310

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): F za situaciju 2B2 i nagib 1:2 ($\alpha=26,6^\circ$)

F	Output 2B2: F za nagib 1:2
Cell	Ugao nagiba!M106
Minimum	3.91834
Maximum	4.37234
Mean	4.14542
Mode	4.16844
Median	4.14471
Std Dev	0.06314
Skewness	0.0598
Kurtosis	2.9929
Values	10000
Errors	0
Filtered	0
Left X	4.0426
Left P	5.00%
Right X	4.252
Right P	95.00%
Dif. X	0.20943
Dif. P	90.00%
1%	4.00218
5%	4.04258
10%	4.06508
15%	4.07962
20%	4.09220
25%	4.10208
30%	4.11169
35%	4.12063
40%	4.12897
45%	4.13690
50%	4.14471
55%	4.15282
60%	4.16123
65%	4.16909
70%	4.17753
75%	4.18786
80%	4.19790
85%	4.21005
90%	4.22642
95%	4.25201
99%	4.29642

PRILOG 3**Ulazni parametri za probabilističku analizu nosivosti temeljnog tla**

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft

Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation

i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Ulazni (input) parametar: γ (kN/m³)

γ (kN/m ³)	Input (normal distribution) γ (kN/m ³)	Normal(20.1125,1.03570197)
Cell	Nosivost qa!B52	Nosivost qa!B52
Minimum	16.0723	$-\infty$
Maximum	24.007	$+\infty$
Mean	20.1125	20.1125
Mode	20.0995	20.1125
Median	20.1122	20.1125
Std Dev	1.0356	1.0357
Skewness	-0.0006	0
Kurtosis	2.994	3
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	18.41	18.41
Left P	5.00%	5.00%
Right X	21.82	21.82
Right P	95.00%	95.00%
Dif. X	3.4068	3.4068
Dif. P	90.00%	90.00%
1%	17.70060	17.70310
5%	18.40860	18.40890
10%	18.78460	18.78520
15%	19.03870	19.03910
20%	19.24060	19.24080
25%	19.41390	19.41390
30%	19.56920	19.56940
35%	19.71340	19.71340
40%	19.84990	19.85010
45%	19.98230	19.98240
50%	20.11220	20.11250
55%	20.24240	20.24260
60%	20.37470	20.37490
65%	20.51140	20.51160
70%	20.65550	20.65560
75%	20.81090	20.81110
80%	20.98410	20.98420
85%	21.18560	21.18590
90%	21.43970	21.43980
95%	21.81540	21.81610
99%	22.51970	22.52190

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation
i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Ulazni (input) parametar: c (kN/m²)

c (kN/m ²)	Input (normal distribution) c (kN/m ²)	Normal(20.375,4.56500665)
Cell	Nosivost qa!C52	Nosivost qa!C52
Minimum	2.807	$-\infty$
Maximum	38.265	$+\infty$
Mean	20.375	20.375
Mode	20.318	20.375
Median	20.374	20.375
Std Dev	4.565	4.565
Skewness	0	0
Kurtosis	2.9948	3
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	12.86	12.86
Left P	5.00%	5.00%
Right X	27.88	27.88
Right P	95.00%	95.00%
Dif. X	15.019	15.019
Dif. P	90.00%	90.00%
	1%	9.74600
	5%	12.86400
	10%	14.52300
	15%	15.64200
	20%	16.53200
	25%	17.29500
	30%	17.98000
	35%	18.61600
	40%	19.21800
	45%	19.80100
	50%	20.37400
	55%	20.94800
	60%	21.53100
	65%	22.13300
	70%	22.76800
	75%	23.45300
	80%	24.21600
	85%	25.10500
	90%	26.22300
	95%	27.88300
	99%	30.99500

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation
i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Ulazni (input) parametar: c_m (kN/m²)

c_m (kN/m ²)	Input (normal distribution) c_m (kN/m ²)	Normal(8.15,1.82600266)
Cell	Nosivost qa!D52	Nosivost qa!D52
Minimum	1.05	-∞
Maximum	15.031	+∞
Mean	8.15	8.15
Mode	8.127	8.15
Median	8.15	8.15
Std Dev	1.826	1.826
Skewness	-0.0006	0
Kurtosis	2.9936	3
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	5.15	5.15
Left P	5.00%	5.00%
Right X	11.15	11.15
Right P	95.00%	95.00%
Dif. X	6.007	6.0066
Dif. P	90.00%	90.00%
	1%	3.90210
	5%	5.14650
	10%	5.80990
	15%	6.25750
	20%	6.61320
	25%	6.91840
	30%	7.19240
	35%	7.44640
	40%	7.68740
	45%	7.92050
	50%	8.15000
	55%	8.37950
	60%	8.61260
	65%	8.85360
	70%	9.10760
	75%	9.38160
	80%	9.68680
	85%	10.04250
	90%	10.49010
	95%	11.15350
	99%	12.39790

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation
i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Ulazni (input) parametar: φ (°)

φ (°)	Input (normal distribution) φ (°)	Normal(26.375,1.060660172)
Cell	Nosivost qa!E52	Nosivost qa!E52
Minimum	22.162	$-\infty$
Maximum	31.0656	$+\infty$
Mean	26.375	26.375
Mode	26.3351	26.375
Median	26.3749	26.375
Std Dev	1.0609	1.0607
Skewness	0.0019	0
Kurtosis	3.011	3
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	24.63	24.63
Left P	5.00%	5.00%
Right X	28.12	28.12
Right P	95.00%	95.00%
Dif. X	3.4897	3.4897
Dif. P	90.00%	90.00%
	1%	23.90360
	5%	24.62980
	10%	25.01520
	15%	25.27540
	20%	25.48230
	25%	25.65930
	30%	25.81860
	35%	25.96610
	40%	26.10600
	45%	26.24160
	50%	26.37490
	55%	26.50820
	60%	26.64360
	65%	26.78350
	70%	26.93110
	75%	27.09030
	80%	27.26750
	85%	27.47390
	90%	27.73390
	95%	28.11940
	99%	28.83870

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation
i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Ulazni (input) parametar: φ_m (°)

φ_m (°)	Input (normal distribution) φ_m (°)	Normal(18.29572163,0.7941584011)
Cell	Nosivost qa!J52	Nosivost qa!J52
Minimum	15.2683	$-\infty$
Maximum	21.5145	$+\infty$
Mean	18.2957	18.2957
Mode	18.2459	18.2957
Median	18.2957	18.2957
Std Dev	0.7942	0.7942
Skewness	0.0013	0
Kurtosis	2.9979	3
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	16.99	16.99
Left P	5.00%	5.00%
Right X	19.6	19.6
Right P	95.00%	95.00%
Dif. X	2.6122	2.6122
Dif. P	90.00%	90.00%
	1%	16.44780
	5%	16.98920
	10%	17.27760
	15%	17.47240
	20%	17.62710
	25%	17.76000
	30%	17.87910
	35%	17.98960
	40%	18.09450
	45%	18.19590
	50%	18.29570
	55%	18.39550
	60%	18.49680
	65%	18.60150
	70%	18.71200
	75%	18.83110
	80%	18.96400
	85%	19.11870
	90%	19.31340
	95%	19.60200
	99%	20.14230

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Ulazni (input) parametar: φ (rad)

φ (rad)	Input (normal distribution) φ (rad)	Normal(0.4603305902,0.01851201224)
Cell	Nosivost qa!F52	Nosivost qa!F52
Minimum	0.38509	$-\infty$
Maximum	0.53006	$+\infty$
Mean	0.46033	0.460331
Mode	0.46149	0.460331
Median	0.46033	0.460331
Std Dev	0.01851	0.018512
Skewness	-0.0006	0
Kurtosis	2.9982	3
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	0.4299	0.4299
Left P	5.00%	5.00%
Right X	0.4908	0.4908
Right P	95.00%	95.00%
Dif. X	0.06089	0.060889
Dif. P	90.00%	90.00%
	1%	0.41722
	5%	0.42988
	10%	0.43660
	15%	0.44114
	20%	0.44475
	25%	0.44784
	30%	0.45062
	35%	0.45319
	40%	0.45564
	45%	0.45800
	50%	0.46033
	55%	0.46265
	60%	0.46502
	65%	0.46746
	70%	0.47004
	75%	0.47281
	80%	0.47591
	85%	0.47951
	90%	0.48405
	95%	0.49077
	99%	0.50337

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation
i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Ulazni (input) parametar: φ_m (rad)

φ_m (rad)	Input (normal distribution) φ_m (rad)	Normal(0.3193205815,0.01386067888)
Cell	Nosivost qa!I52	Nosivost qa!I52
Minimum	0.26137	$-\infty$
Maximum	0.37156	$+\infty$
Mean	0.31932	0.319321
Mode	0.31915	0.319321
Median	0.31932	0.319321
Std Dev	0.01386	0.013861
Skewness	-0.0015	0
Kurtosis	3.0019	3
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	0.2965	0.2965
Left P	5.00%	5.00%
Right X	0.3421	0.3421
Right P	95.00%	95.00%
Dif. X	0.0456	0.045601
Dif. P	90.00%	90.00%
	1%	0.28705
	5%	0.29651
	10%	0.30155
	15%	0.30495
	20%	0.30765
	25%	0.30997
	30%	0.31205
	35%	0.31398
	40%	0.31581
	45%	0.31758
	50%	0.31932
	55%	0.32106
	60%	0.32283
	65%	0.32466
	70%	0.32659
	75%	0.32867
	80%	0.33098
	85%	0.33368
	90%	0.33708
	95%	0.34211
	99%	0.35152

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation
i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Ulazni (input) parametar: tanφ (1)

tanφ (1)	Input (normal distribution) tanφ (1)	Normal(0.4960457842,0.02306491028)
Cell	Nosivost qa!G52	Nosivost qa!G52
Minimum	0.40832	-∞
Maximum	0.5919	+∞
Mean	0.49605	0.49605
Mode	0.49518	0.49605
Median	0.49604	0.49605
Std Dev	0.02307	0.02306
Skewness	0.0016	0
Kurtosis	3.0011	3
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	0.4581	0.4581
Left P	5.00%	5.00%
Right X	0.534	0.534
Right P	95.00%	95.00%
Dif. X	0.07588	0.07588
Dif. P	90.00%	90.00%
	1%	0.44236
	5%	0.45809
	10%	0.46648
	15%	0.47214
	20%	0.47663
	25%	0.48049
	30%	0.48395
	35%	0.48715
	40%	0.49020
	45%	0.49314
	50%	0.49604
	55%	0.49894
	60%	0.50189
	65%	0.50493
	70%	0.50814
	75%	0.51160
	80%	0.51546
	85%	0.51994
	90%	0.52559
	95%	0.53397
	99%	0.54966

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation
i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Ulazni (input) parametar: $\tan\phi_m(1)$

$\tan\phi_m(1)$	Input (normal distribution) $\tan\phi_m(1)$	Normal(0.3306971895,0.01537660685)
Cell	Nosivost qa!H52	Nosivost qa!H52
Minimum	0.27204	$-\infty$
Maximum	0.38952	$+\infty$
Mean	0.3307	0.330697
Mode	0.33166	0.330697
Median	0.3307	0.330697
Std Dev	0.01538	0.015377
Skewness	-0.0003	0
Kurtosis	2.9938	3
Values	10000	
Errors	0	
Filtered	0	
Left X	0.3054	0.3054
Left P	5.00%	5.00%
Right X	0.356	0.356
Right P	95.00%	95.00%
Dif. X	0.05059	0.050592
Dif. P	90.00%	90.00%
	1%	0.29489
	5%	0.30539
	10%	0.31099
	15%	0.31476
	20%	0.31775
	25%	0.32032
	30%	0.32263
	35%	0.32477
	40%	0.32680
	45%	0.32876
	50%	0.33070
	55%	0.33263
	60%	0.33459
	65%	0.33662
	70%	0.33876
	75%	0.34107
	80%	0.34364
	85%	0.34663
	90%	0.35040
	95%	0.35598
	99%	0.36646

PRILOG 4**Rezultati probabilističke analize nosivosti temeljnog tla**

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft

Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation

i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): N_q , N_γ , N_c

Output	N_q	N_γ	N_c
Cell	Nosivost qa!K52	Nosivost qa!L52	Nosivost qa!M52
Minimum	4.314	1.6228	11.3946
Maximum	6.9014	4.0559	15.4557
Mean	5.4214	2.6391	13.362
Mode	5.433	2.6082	13.3749
Median	5.4169	2.626	13.3557
Std Dev	0.3054	0.2942	0.5073
Skewness	0.1602	0.2554	0.0889
Kurtosis	3.0527	3.1085	3.0514
Values	10000	10000	10000
Errors	0	0	0
Filtered	0	0	0
Left X	4.933	2.177	12.534
Left P	5.00%	5.00%	5.00%
Right X	5.942	3.144	14.208
Right P	95.00%	95.00%	95.00%
Dif. X	1.0084	0.9665	1.6736
Dif. P	90.00%	90.00%	90.00%
1%	4.7382	2.0054	12.2020
5%	4.9332	2.1773	12.5340
10%	5.0323	2.2715	12.7205
15%	5.1030	2.3358	12.8373
20%	5.1623	2.3894	12.9362
25%	5.2089	2.4353	13.0179
30%	5.2576	2.4752	13.0901
35%	5.2998	2.5151	13.1588
40%	5.3365	2.5549	13.2259
45%	5.3764	2.5923	13.2927
50%	5.4169	2.6260	13.3557
55%	5.4505	2.6646	13.4219
60%	5.4885	2.7036	13.4848
65%	5.5305	2.7396	13.5501
70%	5.5733	2.7818	13.6196
75%	5.6217	2.8249	13.6975
80%	5.6726	2.8800	13.7862
85%	5.7380	2.9433	13.8875
90%	5.8211	3.0281	14.0139
95%	5.9415	3.1438	14.2076
99%	6.1707	3.3857	14.5624

Probabilistički model dobijen primenom softvera @RISK for The Microsoft Excel DecisionTools Suite, Version 6.1.1 © Palisade Corporation
i Monte Carlo Simulacije (MCS) na bazi 10000 iteracija

Rezultat (output): q_a ($D_f=1.5/2.0$ m; $B=L=2.0/3.0$ m)

Output: q_a	$D_f=1.5$ m; $B=L=2.0$ m	$D_f=1.5$ m; $B=L=3.0$ m	$D_f=2.0$ m; $B=L=2.0$ m	$D_f=2.0$ m; $B=L=3.0$ m
Cell	Nosivost $q_a!C57$	Nosivost $q_a!D57$	Nosivost $q_a!E57$	Nosivost $q_a!F57$
Minimum	274.27	268.19	349.7	333.94
Maximum	671.09	645.53	798	754.82
Mean	429.1	419.58	536.63	512.4
Mode	433.6	413.08	542.19	504.14
Median	426.4	417.03	533.66	509.71
Std Dev	45.62	43.77	52.6	49.59
Skewness	0.4811	0.4559	0.42	0.3995
Kurtosis	3.554	3.5047	3.4496	3.4095
Values	10000	10000	10000	10000
Errors	0	0	0	0
Filtered	0	0	0	0
Left X	360.3	353.2	456.3	436.7
Left P	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%
Right X	509.2	496.2	628.1	598.3
Right P	95.00%	95.00%	95.00%	95.00%
Dif. X	148.85	142.95	171.7	161.61
Dif. P	90.00%	90.00%	90.00%	90.00%
1%	337.37	330.71	428.43	409.49
5%	360.33	353.24	456.35	436.68
10%	372.94	365.37	471.24	450.76
15%	382.31	374.67	482.82	461.56
20%	390.62	382.72	492.12	470.16
25%	397.64	389.31	500.40	478.55
30%	403.68	395.28	507.67	485.14
35%	409.29	400.80	514.11	490.99
40%	414.82	405.92	520.35	497.21
45%	420.44	411.57	527.08	503.59
50%	426.40	417.03	533.66	509.71
55%	432.01	422.46	540.29	515.97
60%	437.30	427.62	546.77	521.90
65%	442.70	432.99	553.94	528.98
70%	449.89	439.69	560.96	535.42
75%	456.95	446.30	568.78	542.82
80%	465.21	454.19	578.00	551.45
85%	475.40	464.02	589.68	562.82
90%	488.25	476.59	605.54	577.42
95%	509.18	496.19	628.05	598.29
99%	552.41	536.90	676.13	642.85



Прилог 1.

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Изјављујем да је докторска дисертација, под насловом
Пробабилитички концепт у геотехничким рачунским анализама стабилности

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација, ни у целини, ни у деловима, није била предложена за добијање било које дипломе, према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права, нити злоупотребио/ла интелектуалну својину других лица.

У Нишу, 01.09.2014.

Аутор дисертације:
др Небојша Давидовић

Потпис докторанда:



Прилог 2.

ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ ДОКТОРСКЕ
ДИСЕРТАЦИЈЕ

Име и презиме аутора:
др Небојша Давидовић

Студијски програм:
Грађевинска геотехника

Наслов рада:

Пробабалистички концепт у геотехничким рачунским анализама стабилности

Ментор:
Проф. Др Верка Проловић

Изјављујем да је штампана верзија моје докторске дисертације истоветна електронској верзији, коју сам предао/ла за уношење у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци, који су у вези са добијањем академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада, и то у каталогу Библиотеке, Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Нишу, као и у публикацијама Универзитета у Нишу.

У Нишу, 01.09.2014.

Аутор дисертације:
др Небојша Давидовић

Потпис докторанда:



Прилог 3.

ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Никола Тесла“ да, у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу, унесе моју докторску дисертацију, под насловом: **Пробабистички концепт у геотехничким рачунским анализама стабилности**

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату, погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију, унету у Дигитални репозиторијум Универзитета у Нишу, могу користити сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons), за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство – некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да подвучете само једну од шест понуђених лиценци; кратак опис лиценци је у наставку текста).

У Нишу, 01.09.2014.

Аутор дисертације:
др Небојша Давидовић

Потпис докторанда: