

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
АРХИТЕКТОНСКИ ФАКУЛТЕТ

Слободан Ж. Мишић

**Конструктивно – геометријско
генерисање купола са конкавним
полиедарским површима**

докторска дисертација

Београд, 2012

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF ARCHITECTURE

Slobodan Ž. Mišić

**Constructive – geometric generating of
cupolae with concave polyhedral
surfaces**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2012.

МЕНТОР:

Др Миодраг Несторовић

редовни професор Архитектонског факултета Универзитета у Београду

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ:

Др Миодраг Несторовић

редовни професор Универзитета у Београду - Архитектонски факултет

Др Марија Обрадовић

доцент Универзитета у Београду - Грађевински факултет

Др Александар Чучаковић

ванредни професор Универзитета у Београду - Грађевински факултет

Др Бранислав Попконстантиновић

ванредни професор Универзитета у Београду - Машински факултет

Датум одбране докторске дисертације: _____

ИЗЈАВА ЗАХВАЛНОСТИ

Захваљујем се свом ментору и члановима комисије на несебичној помоћи и подршци при изради дисертације.

Посебно се захваљујем др Марији Обрадовић, чији је досадашњи рад на тему Конкавних купола био полазиште ове дисертације.

КОНСТРУКТИВНО-ГЕОМЕТРИЈСКО ГЕНЕРИСАЊЕ КУПОЛА СА КОНКАВНИМ ПОЛИЕДАРСКИМ ПОВРШИМА

Резиме

Куполе са конкавним полиедарским површима изучавају се као геометријске форме и као структуре занимљиве за примену у архитектури и грађевинарству. Полиедри који следе начин генерисања купола (Донсонових тела), с тим што изостаје критеријум конвексности и што се у омотачу ових тела појављују два или више низова једнакостраничних троуглова, називају се Конкавне куполе (уз одредницу врсте). Врста куполе диктирана је бројем редова једнакостраничних троуглова у мрежи. Једнакостранични троуглови груписани су у просторне шестостранике, који поларним распоредом око централне осе полиедра, чине делтаедарски омотач. Над истом полигоналном основом постоји више различитих Конкавних купола једне врсте.

У раду су дате геометријске конструкције и други графички поступци (3D моделовање) помоћу којих се могу приказати куполе из посматране групе, а који су омогућили проналажење међусобних релација параметара, димензија и елемената самог тела. Моделовање Конкавних купола четврте врсте омогућено је и израдом програма у софтверском пакету *MATLAB*. Систематизацијом особина Конкавних купола, одређен је максимални број представника сваке врсте и основни параметри Конкавних купола више врсте. На основу графичких конструкција, параметри тела могу бити одређени и аналитичким методама, применом итеративних нумеричких поступака. Приказане су и нове полиедарске структуре које настају варијацијама Конкавних бикупола поступцима жироротацијом, елонгацијом, жироелонгацијом и аугментацијом. Куполе су елонгиране и Конкавним антипризмама друге врсте, чији је поступак конструктивно геометријског генерисања детаљно елабориран.

Успостављањем односа између теоријских поставки и њихових решења са конкретном архитектонском струком показано је да истраживање на посматраним полиедарским представницима има практичну примену.

Кључне речи: полиедар, делтаедар, купола, полигон, омотач, конкаван, сфера

CONSTRUCTIVE – GEOMETRIC GENERATING OF CUPOLAE WITH CONCAVE POLYHEDRAL SURFACES

Summary

Cupolae with concave polyhedral surfaces are studied as geometrical forms, and also as interesting structures for use in architecture and construction. Polyhedra which follow the method of generating geometric cupolae (Johnson's solids), except for the convexity criterion and the fact that in the lateral surface of the solids two or more series of equilateral triangles appear, are named Concave Cupolae (with determined sort). The sort of the Cupola is dictated by the number of the rows of equilateral triangles in the plane net of the lateral surface. Equilateral triangles are grouped into spatial hexahedral elements which are polar arrayed around the central axis of polyhedron, making a deltahedral lateral surface of the polyhedron. Over the same polygonal base, there are more different Concave Cupolae of the same sort.

In the thesis, the geometric constructions and other graphic procedures (such as 3D modeling) have been applied, by which we can present any Cupola from the observed group, and which have enabled finding the correlation of the parameters, dimensions and elements of the solids. Modeling of the Concave Cupolae of the fourth sort is enabled by programming in *MATLAB* software. By the systematization of Concave Cupolae properties, the maximum number of each sort's representatives has been determined, as well as the basic parameters of the Concave Cupolae of the higher sorts. Based on these constructions, the parameters of the solids can be determined also by the analytical methods, using iterative numerical procedures. The new polyhedral structures have been presented, obtained by variations of concave bicupolae, using the procedures of gyrations, elongations, gyroelongations, and augmentations. The Concave Cupolae can be elongated also by Concave Antiprisms of second sort, which constructive geometric generating has been elaborated.

We have established the relationship between theoretical assumptions and their practical solutions in architectural métier, thus the research shows that the observed polyhedral representatives have practical applications.

Key words: polyhedron, cupola, deltahedron, polygon, lateral surface, concave, sphere

Кључна документациона информација

Тип документа:	Монографска публикација
Тип записа:	Текстуални штампани материјал
Врста рада (ВР):	Докторска дисертација
Аутор (АУ):	Мр. Слободан Ж. Мишић, дипл.инж.арх.
Ментор (МН):	Др Миодраг Несторовић, ред.проф.
Налов рада (НС):	Конструктивно - геометријско генерисање купола са конкавним полиедарским површима
Језик публикације (ЈП):	Српски
Земља публикавања (ЗП):	Република Србија
Година издавања (ГИ):	2012.
Издавач (ИЗ):	Ауторски репринт
Место и адреса (МС):	11000 Београд, Булевар Краља Александра 73/II
Физички опис рада (бр. погл./страна/ лит. навода/табела/слика/прилога):	15 / 217 / 70/ 2/ 108/ 12
Научна област (НО):	Архитектура и урбанизам
Научна дисциплина (ДИС):	Геометрија архитектонске форме
Предмет одредница/кључна реч (ПО):	полиедар, делтаедар, купола, полигон, омотач, конкаван, сфера
УДК:	515.1(043.3)
Чува се (ЧУ):	Библиотека Архитектонског факултета, 11000 Београд, Булевар Краља Александра 73/II
Извод (ИЗ):	Конкавне куполе су полиедри који следе начин генерисања купола (Донсонових тела), с тим што изостаје критеријум конвексности и што се у омотачу ових тела појављују два или више низа једнакостраничних троуглова.
Датум прихватања теме (ДП):	30. септембар 2008.

Key word documentation

Document type (DT):	Monographics publication
Type of record (TR):	Textual printed article
Contains code (CC):	Ph D Thesis
Autor (AU):	Mr Slobodan Ž. Mišić, M.Sc.Arch.
Mentor (MN):	Dr Miodrag Nestorović, Ph D.
Title (TI):	Constructive – geometric generating of cupolae with concave polyhedral surfaces
Language of text (LT):	Serbian
Cantry of Publication (CP):	Serbia
Publication Year (PY):	2012.
Publisher (PB):	Autor's reprint
Publication Place (PL):	11000 Belgrade, Bulevar Kralja Aleksandra 73/II
Phisical description (PD):	15 / 217 / 70/ 2/ 108/ 12
Scientific fields (SF):	Architecture and Urbanism
Scientific discipline (SD):	Geometry of Architectural Form
Subject/Key words (CX):	polyhedron, cupola, deltahedron, polygon, lateral surface, concave, sphere
UDC:	515.1(043.3)
Holding data (HD):	Library Faculty of Architecture , 11000 Belgrade, Bulevar Kralja Aleksandra 73/II
Abstract (AB):	Concave Cupolae are polyhedra which follow the method of generating geometric cupolae (Johnson's solids), except for the convexity criterion which is omitted, and the fact that in the lateral surface of the solids appear two or more series of equilateral triangles.
Accepted by Scientific Board on (ASB):	30th september 2008.

ПОПИС КОРИШЋЕНИХ ОЗНАКА

- J3** – Триангуларна купола, Џонсонова тело **J3**
- J4** – Квадратна купола, Џонсонова тело **J4**
- J5** – Пентагонална купола, Џонсонова тело **J5**
- n – број страница правилног полигона
- n_{max} – број страница полигона основе највеће Конкавне куполе у оквиру једне врсте
- Ω_1 – основа Конкавне куполе, n -то страни правилни полигон;
- Ω_2 – основа Конкавне куполе, $2n$ -то страни правилни полигон;
- a – страница једнакостраничног троугла у саставу мреже омотача Конкавне куполе
- r – полупречник описаног круга око n -то страничног правилног полигона основе Ω_1
- q – ортогонално растојање од центра до странице n -то страничног правилног полигона основе Ω_1
- $A, B, C \dots$ – темена Конкавне куполе
- $h_1, h_2, h_3 \dots$ – висине темена Конкавне куполе, ортогонално одстојање од основе Ω_2
- k – оса Конкавне куполе, ортогонална на равни основе Ω_1 и Ω_2
- $\alpha, \beta, \gamma, \delta \dots$ – вертикалне равни које пролазе теменима Конкавне куполе
- $\alpha, \beta, \gamma, \delta \dots$ – угловни параметри унутар Конкавне куполе
- $\alpha^a, \beta^b \dots$ – равни трансформације
- $M_1(G; a)$ – лопта M_1 са центром у тачки G и полупречником једнаким ивици a једнакостраничног троугла
- $k_1, k_2, k_3 \dots$ – кругови пресека лопте и равни
- $c_1, c_2, c_3 \dots$ – кругови пресека лопте и равни
- $\alpha \cap M_1(G; a) = k_1$ – пресек равни α и лопте M_1 је круг k_1
- КК II – 8M** – Конкавна купола друге врсте над осмоугаоном основом са већом висином (удубљено средишње теме просторног шестостраника)

-
- КК II – 8m** – Конкавна купола друге врсте над осмоугаоном основом са мањом висином (испупчено средишње теме просторног шестоугаоника)
- КК IV-15Mm** – Конкавна купола четврте врсте са петнаестоугаоном основом, удубљено теме O_2 а испупчено теме O_1 .
- КК IV-15mm** – Конкавна купола четврте врсте са петнаестоугаоном основом, испупчено теме O_2 и испупчено теме O_1 .
- КК IV-15mM** – Конкавна купола четврте врсте са петнаестоугаоном основом, испупчено теме O_2 а удубљено теме O_1 .
- КК IV-15MM** – Конкавна купола четврте врсте са петнаестоугаоном основом, удубљено теме O_2 и удубљено теме O_1 .
- КА II-32m** – Конкавна антипризма друге врсте над тридесетдвоугаоном основом, мања висина омотача
- АР-32** – Антипризма над тридесетдвоугаоном основом
- КР-8** – Конкавна пирамида над осмоугаоном основом;
- O_1CQO_2 – варијанта конструкције Конкавне куполе четврте врсте, усвојена мања висина темена CQO_2
- $O_1CQO_2^*$ – варијанта конструкције Конкавне куполе четврте врсте, усвојена већа висина темена O_2
- $O_1CQ^*O_2$ – варијанта конструкције Конкавне куполе четврте врсте, усвојена већа висина темена Q
- $O_1CQ^*O_2^*$ – варијанта конструкције Конкавне куполе четврте врсте, усвојена већа висина темена Q и O_2
- $O_1C^*QO_2$ – варијанта конструкције Конкавне куполе четврте врсте, усвојена већа висина темена C
- $O_1C^*QO_2^*$ – варијанта конструкције Конкавне куполе четврте врсте, усвојена већа висина темена C и O_2
- $O_1C^*Q^*O_2$ – варијанта конструкције Конкавне куполе четврте врсте, усвојена већа висина темена C и Q
- $O_1C^*Q^*O_2^*$ – варијанта конструкције Конкавне куполе четврте врсте, усвојена већа висина темена C , Q и O_2
-

ПОПИС СЛИКА

Сл. 1 – Коса пројекција Тороидног делтаедара друге врсте над осмоугаоном основом: а) цело тело б) језгро, [46], сл. 166, стр.287	17
Сл. 2 – Кружне трансформације антипризматичних структура [22], сл. 13, стр.18	19
Сл. 3 – Лобелови рамови, карактеристични представници групе C3 [35]	21
Сл. 4 – Лобелови рамови, карактеристични представници групе C6 [35]	22
Сл. 5 – Основни типови мреже генерисани пирамидом над квадратном основом [42], сл.13, стр.125	23
Сл. 6 – Ортогоналне пројекције и 3D модел Триангуларне куполе (J3)	25
Сл. 7 – Ортогоналне пројекције и 3D модел Квадратне куполе (J4)	25
Сл. 8 – Ортогоналне пројекције и 3D модел Пентагоналне куполе (J5)	25
Сл. 9 – Елонгирана квадратна купола (J19) и жироелонгирана квадратна купола (J23)	26
Сл. 10 – Квадратна ортобикупола (J28) и квадратна жиробикупола (J29)	26
Сл. 11 – Елонгирана квадратна жиробикупола (J37) и жироелонгирана квадратна бикупола (J45)	27
Сл. 12 – Изглед мреже омотача Конкавне куполе друге врсте	30
Сл. 13 – Конкавна купола друге врсте са осмоугаоном основом: а) КК II-8m б) КК II-8M	32
Сл. 14 – Конструкција 2n -тоугла, концентричног и са паровима паралелних страна n -тоуглу странице a	36
Сл. 15 – Просторни модел конструкције положаја и висине темена D просторног шестостраника ABCDEF_O Конкавне куполе четврте врсте	38
Сл. 16 – Ортогоналне пројекције омотача Конкавне куполе друге врсте: а) КК II-8m б) КК II-8M	39
Сл. 17 – Јединична хелија, просторни шестостраник ABCDEFG , која учествује у генерисању омотача Конкавне куполе друге врсте	40

Сл. 18 – Конструкција положаја тачке E_n на равни δ , у зависности од претпостављеног почетног положаја централног темена G_n	42
Сл. 19 – Апроксимација трајекторије темена E кругом [46], сл. 97, стр. 181	43
Сл. 20 – Изглед мреже омотача Конкавне куполе треће врсте	45
Сл. 21 – Прва и друга ортогонална пројекција полиедарске површи омотача Конкавне куполе треће врсте	46
Сл. 22 – Јединична ћелија, просторни седмоугаоник $ABCDEFGO$ Конкавне куполе треће врсте	47
Сл. 23 – Конструкција висина темена седмоугаоника $ABCDEFGO$ за усвојени положај темена O	48
Сл. 24 – Одређивање трајекторије темена E_n променом положаја темена O_n	50
Сл. 25 – Конструкција положаја и висина свих темена јединичне ћелије Конкавне куполе треће врсте	51
Сл. 26 – Конкавна купола треће врсте	52
Сл. 27 – Мрежа омотача КК IV-15	54
Сл. 28 – Јединична ћелија КК IV – ортогонална пројекција и 3D модел просторних шестоугаоника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$	55
Сл. 29 – Конструкција висина темена шестоугаоника $ABCDEF O_1$ за усвојени положај темена O_1	57
Сл. 30 – Конструкција висина и положаја темена шестоугаоника $EDGHKLO_2$ и темена Q	59
Сл. 31 – Одређивање трајекторије темена D , добијене променом положаја темена O_1 , средишта шестоугаоника $ABCDEF O_1$	61
Сл. 32 – Одређивање трајекторије темена H , добијене променом положаја темена O_1 , средишта шестоугаоника $ABCDEF O_1$	62
Сл. 33 – Конструкција положаја и висина свих темена јединичне ћелије Конкавне куполе четврте врсте са петнаестоугаоном основом	63
Сл. 34 – КК IV-15Мм , а) ортогоналне пројекције омотача куполе, б) 3D модел куполе	64
Сл. 35 – Одређивање трајекторије темена H , добијене променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена O_2	66

Сл. 36 – Конструкција положаја и висина свих темена Конкавне куполе четврте врсте са већом висином темена O_2	67
Сл. 37 – КК IV-15mm а) ортогоналне пројекције омотача куполе, б) 3D модел куполе	68
Сл. 38 – Конструкција положаја и висине темена H , условљених променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена Q	70
Сл. 39 – Трећа пројекција шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ за четири унапред усвојена положаја темена O_1 , варијанта конструкције $O_1CQ^*O_2$	71
Сл. 40 – Конструкција положаја и висине темена H , условљених променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена Q и O_2	72
Сл. 41 – Трећа пројекција шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ за три унапред усвојена положаја темена O_1 , варијанта конструкције $O_1CQ^*O_2^*$	73
Сл. 42 – Конструкција трајекторије темена D , добијене променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена C	74
Сл. 43 – Конструкција положаја и висине темена H , условљених променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена C	75
Сл. 44 – Трећа пројекција шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ за три унапред усвојена положаја темена O_1 , варијанта конструкције $O_1C^*QO_2$	76
Сл. 45 – Одређивање трајекторије темена D , добијене променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена C	78
Сл. 46 – Одређивање трајекторије темена H , добијене променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена C и O_2	79
Сл. 47 – Конструкција положаја и висина свих темена Конкавне куполе четврте врсте са већом висином темена C и O_2	80
Сл. 48 – КК IV-15mM а) ортогоналне пројекције омотача куполе, б) 3D модел куполе	81
Сл. 49 – Одређивање трајекторије темена H , добијене променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена C и Q	83

Сл. 50 – Конструкција положаја и висина свих темена Конкавне куполе четврте врсте са већом висином темена C и Q	84
Сл. 51 – КК IV-15ММ а) ортогоналне пројекције омотача куполе, б) 3D модел куполе	85
Сл. 52 – Конструкција положаја и висине темена H , условљених променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена C и Q и O_2	86
Сл. 53 – Трећа пројекција шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ за три унапред усвојена положаја темена O_1 , варијанта конструкције $O_1 C^* Q^* O_2^*$	87
Сл. 54 – Параметри за изналажење положаја и висине тачака просторног шестостраника $ABCDEF O_1$ за КК IV-Mm	90
Сл. 55 – Параметри за изналажење положаја и висине тачака просторног шестостраника $EDGHKLO_2$ за КК IV-Mm	91
Сл. 56 – Параметри за изналажење положаја и висине темена јединичне ћелије за КК IV-Mm	92
Сл. 57 – Параметри за изналажење положаја и висине темена C за КК IV-Mm	93
Сл. 58 – Параметри за изналажење положаја и висине темена D за КК IV-Mm	94
Сл. 59 – Параметри за изналажење положаја и висине темена Q и G за КК IV-Mm	96
Сл. 60 – Параметри за изналажење положаја и висине темена O_2 за КК IV-Mm	98
Сл. 61 – Параметри за изналажење положаја и висине темена H за КК IV-Mm	99
Сл. 62 – Параметри за изналажење положаја и висине темена O_2 за КК IV-mm	103
Сл. 63 – Параметри за изналажење положаја и висине темена H за КК IV-mm	104
Сл. 64 – Параметри за изналажење положаја и висине темена просторног шестостраника $ABCDEF O_1$ за КК IV-mM	106
Сл. 65 – Параметри за изналажење положаја и висине темена просторног шестостраника $EDGHKLO_2$ за КК IV-mM	107
Сл. 66 – Параметри за изналажење положаја и висине темена јединичне ћелије КК IV-mM	108

Сл. 67 – Параметри за изналагање положаја и висине темена C за КК IV-mM	109
Сл. 68 – Параметри за изналагање положаја и висине темена D за КК IV-mM	110
Сл. 69 – Параметри за изналагање положаја и висине темена O_2 за КК IV-mM	111
Сл. 70 – Параметри за изналагање положаја и висине темена H за КК IV-mM	112
Сл. 71 – Параметри за изналагање положаја и висине темена Q и G за КК IV-MM	114
Сл. 72 – Параметри за изналагање положаја и висине темена O_2 за КК IV-MM	116
Сл. 73 – Параметри за изналагање положаја и висине темена H за КК IV-MM	117
Сл. 74 – Конкавне антипризме друге врсте: а) КА II-10M , б) КА II-10m	122
Сл. 75 – Ортогоналне пројекције Конкавне антипризме друге врсте: а) КА II-10M , б) КА II-10m	123
Сл. 76 – Јединична хелија Конкавне антипризме друге врсте: а) КА II-10M , б) КА II-10m	124
Сл. 77 – Генеза трајекторије темена C и конструкција висине Конкавне антипризме друге врсте	125
Сл. 78 – Прва пројекција трајекторије темена C	126
Сл. 79 – а) Боемска купола (<i>Bohemian Dome</i>), б) Пресек сфере и Боемске Куполе	127
Сл. 80 – Просторни модел трајекторије темена C	127
Сл. 81 – Параметри и метрички односи унутар шестостраника $ABCDEFGG$ са удубљеним теменом G	128
Сл. 82 – Параметри и метрички односи унутар шестостраника $ABCDEFGG$ са испушченим теменом G	128
Сл. 83 – Формирање бикуполе: а) ортобикупола, б) жиробикупола (урађено по угледу на слику број 4 из рада [53])	131

-
- Сл. 84** – Елонгирана бикупола: **а)** елонгирана ортобикупола, **б)** елонгирана жиробикупола, **в)** жироелонгирана бикупола А, **г)** жироелонгирана бикупола Б, (урађено по угледу на слику број 5 из рада [53]) 132
- Сл. 85** – Елонгирана бикупола: **а)** конкаелонгирана ортобикупола тип А, **б)** конкаелонгирана жиробикупола тип А, **в)** конкаелонгирана ортобикупола тип Б, **г)** конкаелонгирана жиробикупола тип Б (урађено по угледу на сл. бр. 6 [53]) 133
- Сл.86** – Варијације **КК IV-15Mm**: **а)** ортобикупола, **б)** жиробикупола, **в)** елонгирана ортобикупола, **г)** елонгирана жиробикупола, **д)** жироелонгирана бикупола тип А, **ђ)** жироелонгирана бикупола тип Б, **е)** конкаелонгирана ортобикупола тип А, **ж)** конкаелонгирана жиробикупола тип А, **з)** конкаелонгирана ортобикупола тип Б, **и)** конкаелонгирана жиробикупола тип Б 134
- Сл.87** – Варијације **КК IV-15mm**: **а)** ортобикупола, **б)** жиробикупола, **в)** елонгирана ортобикупола, **г)** елонгирана жиробикупола, **д)** жироелонгирана бикупола тип А, **ђ)** жироелонгирана бикупола тип Б, **е)** конкаелонгирана ортобикупола тип А, **ж)** конкаелонгирана жиробикупола тип А, **з)** конкаелонгирана ортобикупола тип Б, **и)** конкаелонгирана жиробикупола тип Б 135
- Сл.88** – Варијације **КК IV-15mM**: **а)** ортобикупола, **б)** жиробикупола, **в)** елонгирана ортобикупола, **г)** елонгирана жиробикупола, **д)** жироелонгирана бикупола тип А, **ђ)** жироелонгирана бикупола тип Б, **е)** конкаелонгирана ортобикупола тип А, **ж)** конкаелонгирана жиробикупола тип А, **з)** конкаелонгирана ортобикупола тип Б, **и)** конкаелонгирана жиробикупола тип Б 136
- Сл.89** – Варијације **КК IV-15MM**: **а)** ортобикупола, **б)** жиробикупола, **в)** елонгирана ортобикупола, **г)** елонгирана жиробикупола, **д)** жироелонгирана бикупола тип А, **ђ)** жироелонгирана бикупола тип Б, **е)** конкаелонгирана ортобикупола тип А, **ж)** конкаелонгирана жиробикупола тип А, **з)** конкаелонгирана ортобикупола тип Б, **и)** конкаелонгирана жиробикупола тип Б 137
-

Сл. 90 – Атлетски центар Универзитета у Синсинатију, 2001-2006 http://www.tschumi.com/projects/7/ncinnati	139
Сл. 91 – Кућа опере у Гуангџоу у Кини, <i>Zaha Hadid Architects</i>	140
http://ineedaguide.blogspot.com/2011/02/guangzhou-opera-house-by-zaha-hadid.html	
Сл. 92 – Примена просторних шестостраника на примеру „Акустичних облака“ извор: http://www.bouroullec.com/ и [68]	141
Сл. 93 – Идејни пројекат Комплекса Универзијаде 2011 у Шенжену	142
http://arquigrafia.arquitecturacritica.com.ar/2011/09/universiade-sports-center-gmp.html	
Сл. 94 – Комплекс спортских објеката Универзијаде 2011, Шенжен, Кина	143
http://www.gmp-architekten.com/projects/universiade-sports-center.html	
Сл. 95 – Вишенаменски стадион Универзијаде 2011, Шенжен, Кина	143
http://www.skyscrapercity.com/showthread.php?t=983902&page=6	
Сл. 96 – Изглед конструкције фасадног платна стадиона Универзијаде 2011....	144
http://www.gmp-architekten.com/projects/universiade-sports-center.html	
Сл. 97 – Кристална хала (<i>Crystal Hall</i>), Баку, Азербејџан	144
http://cache.artpeople.az/photos/large/h/q/k/hqkapbqz.jpg	
Сл. 98 – Детаљ фасаде зграде Кристалне хале, Баку, Азербејџан	145
http://www.skyscrapercity.com/showthread.php?t=1460994&page=11	
Сл. 99 – Ортогоналне пројекције композитног полиедра насталог спајањем: КК IV-16mm, КК II-8m и КР-8	150
Сл. 100 – 3D модел композитног полиедра насталог спајањем: КК IV-16mm, КК II-8m и КР-8	151
Сл. 101 – Ортогоналне пројекције композитног полиедра насталог спајањем: КА II -32m, КК IV-16mM, КА-16m, КК II-8m и КР-8	152
Сл. 102 – 3D модел композитног полиедра насталог спајањем: КА II -32m, КК IV-16mM, КА-16m, КК II-8m и КР-8	153
Сл. 103 – 3D модел композитног полиедра насталог спајањем: АР-32, КК IV-16mM, АР-16, КК II-8m и КР8	153
Сл. 104 – Ортогоналне пројекције композитног полиедра насталог спајањем: АР-32, КК IV-16mM, АР-16, КК II-8m и КР-8	154
Сл. 105 – а) Спајање подударних страна Зарубљене коцке и КК II-4M б) Параби- конкааугментована зарубљена коцка, извор [52], сл. 4	159

Сл. 106 – а) Хекса- конкааугментована зарубљена коцка б) Хекса- конкааугментована зарубљена коцка са додатим четвоространим пирамидама, извор [52], сл. 5	162
Сл. 107 – Пример кластер полиедра, настао спајањем 8 сложених полиедара: а) ортогонална пројекција, б) аксонометријски приказ, извор [52], сл. 6 и сл. 7	162
Сл. 108 – Изглед објекта заснованог на геометрији Хекса- конкааугментоване зарубљене коцке	163

ПОПИС ТАБЕЛА

Таб. 1 - Висине темена просторног седмостраника <i>ABCDEFGH</i> Конкавне куполе треће врсте за усвојену величину странице $a = 100$	51
Таб. 2 - Параметри Конкавне антипризме друге врсте за три изабране полигоналне основе и усвојену величину странице $a=1$	130

ПОПИС ПРИЛОГА

Прилог. 1 – Нумерички параметри КК IV–11	172
Прилог. 2 – Нумерички параметри КК IV–12	175
Прилог. 3 – Нумерички параметри КК IV–13	178
Прилог. 4 – Нумерички параметри КК IV–14	181
Прилог. 5 – Нумерички параметри КК IV–15	184
Прилог. 6 – Нумерички параметри КК IV–16	187
Прилог. 7 – Нумерички параметри КК IV–17	190
Прилог. 8 – Нумерички параметри КК IV–18	193
Прилог. 9 – Нумерички параметри КК IV–19	196
Прилог. 10 – Нумерички параметри КК IV–20	199
Прилог. 11 – Нумерички параметри КК IV–21	202
Прилог. 12 – Листинг програма за генерисање омотача КК IV-Mm креираног у софтверском пакету <i>MATLAB</i> на основу алгоритма из поглавља број 9.1	205

САДРЖАЈ

Попис ознака	I
Попис слика	III
Попис табела	X
Попис прилога	XI
1.0 Увод	1
1.1 Проблем и предмет истраживања	1
1.2 Циљ истраживања	2
1.3 Задаци истраживања	2
1.4 Полазне хипотезе	3
1.5 Научне методе истраживања	4
1.6 Приказ резултата по поглављима	5
2.0 Полиедарске структуре – преглед досадашњих истраживања	16
2.1 Примарни извори	16
2.2 Секундарни извори – конкавне полиедарске структуре, композитни и кластер полиедри, делтаедарске структуре	17
2.3 Терцијарни извори – конструктивни системи и примена полиедарских структура у архитектури	23
3.0 Геометријско тело – купола	24
4.0 Куполе са конкавним полиедарским површима	29
5.0 Конструктивни поступци за графичко приказивање Конкавних купола	33
5.1 Конструкција основе	33
5.2 Конструкција $2n$ -тоугла, концентричног и са паровима паралелних страна n -тоуглу странице a	36
5.3 Општи принцип конструкције положаја темена Конкавних купола	37
6.0 Конкавне куполе друге врсте	39
7.0 Конкавне куполе треће врсте	45
8.0 Конкавне куполе четврте врсте	54

8.1	Конструктивно – геометријско генерисање Конкавне куполе четврте врсте са петнаестоугаоном основом	57
8.2	Генерисање КК IV применом варијанте конструктивног поступка $O_1CQO_2^*$ – већа висина темена O_2	65
8.3	Испитивање могућности генерисања КК IV применом варијанте конструктивног поступка $O_1CQ^*O_2$ – већа висина темена Q	69
8.4	Испитивање могућности генерисања КК IV применом варијанте конструктивног поступка $O_1CQ^*O_2^*$ – већа висина темена Q и O_2	71
8.5	Испитивање могућности генерисања КК IV применом варијанте конструктивног поступка $O_1C^*QO_2$ – већа висина темена C	74
8.6	Генерисање КК IV применом варијанте конструктивног поступка $O_1C^*QO_2^*$ – већа висина темена C и O_2	77
8.7	Генерисање КК IV применом варијанте конструктивног поступка $O_1C^*Q^*O_2$ – већа висина темена C и Q	82
8.8	Испитивање могућности генерисања КК IV применом варијанте конструктивног поступка $O_1C^*Q^*O_2^*$ – већа висина темена C , Q и O_2	85
9.0	Метрички односи и параметри унутар Конкавних купола четврте врсте	89
9.1	Метрички односи и параметри унутар КК IV генерисане варијантом конструктивног поступка O_1CQO_2	89
9.2	Метрички односи и параметри унутар КК IV генерисане варијантом конструктивног поступка $O_1CQO_2^*$	102
9.3	Метрички односи и параметри унутар КК IV генерисане варијантом конструктивног поступка $O_1C^*QO_2^*$	106
9.4	Метрички односи и параметри унутар КК IV генерисане варијантом конструктивног поступка $O_1C^*Q^*O_2$	114
10.0	Општи принцип настанка Конкавних купола виших врста	119
10.1	Одређивање броја страница највећег полигона основе у оквиру једне врсте Конкавних купола	119
10.2	Одређивање броја темена, ивица и страна Конкавне куполе више врсте	121

11.0 Конкавне антипризме друге врсте над правилном полигоналном основом	122
12.0 Групе полиедара које настају варијацијама Конкавних купола четврте врсте	131
13.0 Могућности примене Купола са конкавним полиедарским површима у архитектури	138
13.1 Примена просторних шестостраника у архитектури	138
13.2 Повезивање геометријског и архитектонског тумачења појма куполе	146
13.2.1 Анализа геометријских елемената у генерисању куполе као архитектонске форме	146
13.2.2 Формирање просторних структура комбиновањем Конкавних купола, Конкавних антипризми и Конкавних пирамида	150
13.3 Анализа погодности форме Купола са конкавним полиедарским површима за примену у архитектури	155
13.4 Могућности и погодности извођења Купола са конкавним полиедарским површима применом различитих конструктивних система	157
14.0 Архитектонски облици настали аугментацијом униформних полиедара Конкавним куполама	159
15.0 Закључак	164
Литература	166
Прилози	172
Биографија	214

1.0 УВОД

1.1 Проблем и предмет истраживања

Предмет истраживања је конструктивно геометријска обрада полиедарске форме – Конкавне куполе. Појам геометријске куполе дат је у класификацији конвексних полиедара од стране Нормана Џонсона (N.W. Johnson) [32]. *Купола је полиедар који се састоји од два правилна полигона: n -тоугаоника и $2n$ -тоугаоника у паралелним равнима, повезаних наизменичним низом правилних полигона.* Појам Куполе је проширен и на конкавне полиедре и уведен је појам Конкавне куполе [48]. Истраживане су Конкавне куполе које би за полазни n -тоугаоник имале полигон код којег је $n \geq 4$, а чији би омотач чинили низови једнакостраничних троуглова формирајући при томе конкавни полиедар. Начин формирања ових купола заснива се на набирању мреже која образује траку, а пресавијањем исте добија се делтаедарски омотач.

Набирањем омотача који се састоји од два низа једнакостраничних троуглова настају Конкавне куполе друге врсте, које могу имати полазне полигоне од $n=4$ до $n=10$. *У случају Конкавне куполе друге врсте са троугаоном основом долази до дегенерације и услед компланарности страна, ово би тело заправо постало познати Архимедов труктовани тетраедар* [46]. Конкавне куполе друге врсте имају два низа једнакостраничних троуглова у мрежи омотача, тако да је, за куполе код којих број ивица основе премашује 10, неопходно увести и трећи низ. То је неопходно јер растојање између ивица n -тоугаоника, за $n \geq 11$, премашује двоструку величину висине једнакостраничног троугла који учествује у формирању омотача куполе. На тај начин, уместо Конкавних купола друге врсте, настају куполе више врсте. Врста купола диктирана је бројем редова једнакостраничних троуглова у мрежи, тј. ширином траке омотача у функцији од висине једнакостраничног троугла омотача и дистанце између n -тоугаоника и $2n$ -тоугаоника полигона. Предмет истраживања је постојање Конкавних купола врсте веће од два, законитости њиховог настанка, као и број представника у њима.

Такође, предмет истраживања су основни параметри ових тела и њихово геометријско тумачење, као и повезивање геометријског и архитектонског тумачења појма куполе.

1.2 Циљ истраживања

Научни циљеви истраживања у дисертацији, били су следећи:

1. Да се укаже на могућност формирања фамилије нових геометријских тела – Конкавних купола.

2. Да се дају геометријске конструкције и други графички поступци (**3D** моделовање) помоћу којих би било могуће графички приказати било коју куполу из посматране групе, кроз проналажење међусобних релација параметара, димензија и елемената самог тела.

3. Да се истраже инваријанте у оквиру појединих врста купола и на тај начин изврши систематизација особина и синтеза метода у описивању Конкавних купола.

4. Да се презентују нове геометријске форме и надограде досадашња сазнања из сфере конструктивно геометријске обраде структура са конкавним полиедарским површима.

5. Да се омогући визуелно сагледавање нових просторних структура применом принципа и поступака Нацртне и Рачунарске геометрије и **3D** графичког дизајна.

6. Да се успостави однос између теоријских поставки и њихових решења са конкретном архитектонском струком и покаже да истраживање на посматраним полиедарским представницима има практичну примену.

1.3 Задаци истраживања

На основу дефинисаних циљева научног истраживања, у докторској дисертацији остварени су следећи задаци истраживања:

1. Синтезом досадашњих знања из области теорије полиедарских структура дошло се до формирања фамилије нових геометријских тела –

Конкавних купола, које коришћењем правилних n -тоугаоника у својој мрежи, образују затворене просторне целине, са самосвојном геометријом и метричким односима.

2. Одређене су законитости које владају унутар сваке врсте Конкавних купола као геометријске форме.

3. Научним методама које користи Нацртна геометрија, дати су графички поступци и конструкције помоћу којих је могуће нацртати сваку од обрађених купола – традиционалним прибором за цртање или применом неког од графичких софтвера.

4. Успостављена је веза између појма куполе у геометрији и у архитектури.

5. Показано је да правилности које владају међу обрађеним куполама могу бити искоришћене не само у теорији већ и у архитектонској пракси.

6. Применом одговарајућег алгорита креиран је програм за моделовање Конкавних купола четврте врсте у софтверском пакету MATLAB чиме је омогућено сагледавање и даље истраживање нових полиедарских структура.

1.4 Полазне хипотезе

У току истраживања постављене су следеће радне хипотезе, које су у раду затим и доказане:

Особина сваке куполе као геометријске форме је премошћавање основа габарита ослоњених на концикличним тачкама. Те основе се могу свести на правилне полигоне. Над странама тих полигона могу се развити различите форме затворених геометријских структура, од сегмената кривих површи до полиедарских.

Посматрајући већину до сада систематизованих полиедарских група, полазећи од Платонових тела, преко Архимедових до Џонсонових тела и Стјуартових тороида, примећујемо поштовање одређених критеријума који се тичу геометријских правилности уочљивих на датим полиедрима. Осим конвексности (у случају Стјуартових полиедара – квазиконвексности), јављају се

и следеће карактеристике: једнакоивичност, правилностраност (све стране су правилни полигони), раванска симетрија, недегенерисаност тј. да се по једној ивици секу само две стране, да не постоји компланарност суседних страна, да не постоје два коинцидентна темена, сагледљивост свих страна из спољашњег простора.

Класичним геометријским прибором (шестаром и лењиром) неконструктивни полигони, такође могу учествовати као основе будућих купола, које последично морају бити куполе са конкавним полиедарским површима.

Полигон или полиедар је конвексан уколико свака дуж која спаја две тачке дате фигуре лежи у потпуности унутар ње. Полигон или полиедар је конкаван уколико постоје две суседне стране између којих је (диедрални) угао већи од 180° .

Постоји група полиедара, који поштују начин генерисања куполе (Донсонових тела) с тим што изостаје критеријум конвексности и што се у омотачу ових тела појављују два или више низова једнакостраничних троуглова. Због ових особина, куполе о којима је реч, назване су Конкавне куполе оне врсте, колико ће се низова једнакостраничних троуглова појавити у омотачу.

Конструктивним поступцима Нацртне геометрије, као што су, ортогоналне пројекције, коса пројекција, трансформација, геометрија сфере, уз примену компјутерског графичког дизајна и **3D** моделовања, као и неких елемената теорије кривих и површи, могуће је доћи до откривања нових, до сада неописиваних купола са полиедарском формом, а такође и до изналажења њихових димензија, метричких релација и параметара.

1.5 Научне методе истраживања

За истраживање у оквиру докторске дисертације, које се односи на конструктивно геометријску обраду купола са конкавним полиедарским површима, коришћене су следеће методе истраживања:

Опште методе заснивају се на поступцима елементарне геометрије, где се коришћењем познатих ставова из Еуклидске геометрије изводе закључци који

се тичу саме геометрије обрађиваних купола, метричких релација и међусобних односа параметара унутар сваке групе купола, а такође и за извођење општих закључака.

Основне посебне научне методе заснивају се на поступцима Нацртне и Рачунарске геометрије, којима се врши транспоновање и интерпретација тродимензионалног простора кроз две димензије равни цртежа. Међу овим поступцима нарочито су коришћени: ортогонално паралелно пројектовање, коса пројекција, раванска трансформација, раванска симетрија, осна ротација, као и интерсекција кривих и површи, пре свега примењено на геометрију сферне површи.

Презентација појмова извршена је коришћењем геометријских конструкција и **3D** моделовања, а такође и применом аналитичких и итеративних метода, исказаних путем алгоритама.

Специфичне научне методе коришћене у овом раду су методе комјутерске графике, као и неки елементи проблематике конструктивних система, кроз сугестије примене истих на предложене просторне полиедарске структуре.

1.6 Приказ резултата по поглављима

Поглавље 2.0: Полиедарске структуре – преглед досадашњих истраживања

У уводном поглављу дат је преглед досадашњих истраживања која су битно утицала на садржај, структуру или саму полазну идеју за генерисање Купола са конкавним полиедарским површима. Коришћени извори разврстани су у примарне, секундарне и терцијарне.

Примарни извори су радови др Марије Обрадовић, а пре свега њена докторска дисертација [46]. Наглашено је да се проучавање Конкавних купола виших врста надовезује на истраживање Тороидних делтаедара прве и друге врсте. Тороидни делтаедри су тела самосвојне геометрије, аналогна торусној самопресечној површи, јако блиској самододирном торусу, нису настала дискретизацијом торуса, већ настају затварањем простора унутар полиедарске

површи добијене савијањем и склапањем равне мреже једнакостраничних троуглова око правилних полигоналних базиса.

Као секундарни извори наведени су радови више аутора који се се баве геометријским генерисањем нових полиедарских структура, визуелизацијом полиедарских површи применом новопроекттованих софтвера, манипулацијом призматичних и антипризматичних облика у циљу генерисања полиедарских структура, пре свега за употребу у архитектури и грађевинарству. Дати су и извори који се баве формирањем композитних полиедарских структура умножавањем, мењањем и комбиновањем основних полиедарских облика и њиховом могућом применом. Наведени су и радови који су истраживали конвексне полиедре и полиедарске структуре, неконвексне композитне полиедре настале аугментацијом униформних полиедара Џонсоновим куполама или ротондама, аугментације униформних полиедара, затим кластер-полиедре односно полиедарске аранжмане, и дали класификацију структура које за омотач имају површ састављену искључиво од једнакостраничних троуглова.

У терцијарне изворе разврстани су радови из области конструктивних система и примене полиедарских структура у архитектури.

Поглавље 3.0: Куполе као геометријска тела

Цитирана је дефиниција геометријског тела – куполе, полиедра који се састоји од два правилна полигона: n -тоугаоника и $2n$ -тоугаоника у паралелним равнима, повезаних наизменичним низом правилних полигона. Дефиниција обухвата свега три позната полиедра, Џонсонова (Johnson N.W.) тела **J3**, **J4** и **J5**. У Џонсоновој класификацији конвексних полиедара појављује се још 19 тела са називом *купола* у свом имену. Та тела су настала од купола J3, J4 и J5 поступцима: жироротацијом, елонгацијом, жироелонгацијом, аугментацијом. Дат је опис поменутих купола и начин њиховог генерисања.

Џонсонове куполе су конвексни полиедри. Ако би смо говорили о куполама које би биле неконвексне, долазимо до једног недовољно обрађеног простора чије откривање је започето проучавањем Тороидних делтаедара. Конструктивни поступци за изналажење свих параметара мреже Тороидних

делтаедара друге врсте представљали су основу за истраживање Купола са конкавним полиедарским површима.

Поглавље 4.0: Куполе са конкавним полиедарским површима

Полазна идеја је генерисање полиедра који би за основу укључивао све правилне полигоне, а који би испуњавао услове раванске симетрије, недегенерисаности и егзактне уклопљивости страна у конвергентну структуру - која затвара целовити простор, ограничавајући тело. Трагајући за оваквим решењем, појављује се читав низ сродних полиедара, који унеколико поштују начин генерисања куполе (Џонсонових тела), с тим што изостаје критеријум конвексности и што се у омотачу ових тела појављују два или више низова једнакостраничних троуглова (уместо наизменичних квадрата и једнакостраничних троуглова као код Џонсонових купола). Због ових особина, куполе о којима ће бити реч, назване су **Куполе са конкавним полиедарским површима**, односно **Конкавне куполе**.

Извршена је систематизација особина Конкавних купола. Приказан је основни начин генерисања Конкавних купола савијањем раванске мреже која се састоји од n -тостраног и $2n$ -тостраног полигона (основа Куполе) и траке састављене од низова једнакостраничних троуглова (омотач Куполе). Троуглови у овој мрежи распоређени су у таквом поретку да образују шестоугаонике, међусобно спојене везним троугловима. Број ових јединичних шестоугаоника одредиће и број n основе Ω_1 , која ће бити један од базиса будућег полиедра. Са супротне стране мреже број ивица је двоструко већи, укључујући и додате ивице везних троуглова, тако да оне дају број $2n$, који ће одредити полигон основе Ω_2 , другог базиса полиедра.

Врста куполе диктирана је бројем низова једнакостраничних троуглова у мрежи, тј. ширином траке омотача у функцији од умношка вредности висине једнакостраничног троугла. На тај начин добијамо Конкавне куполе друге врсте (два низа једнакостраничних троуглова у мрежи омотача куполе), Конкавне куполе треће врсте (три низа једнакостраничних троуглова у мрежи омотача куполе), Конкавне куполе четврте врсте (четри низа) итд.

Поглавље 5.0: Конструктивни поступци за графичко приказивање Конкавних купола

Конструктивни поступци за графичко приказивање Конкавних купола употребом ортогоналних пројекција уз коришћење посредних пројекцијских равни приказани су у петом поглављу. Да би се стекао јаснији увид у тродимензионални изглед тела, користи се **3D** модел конструисан у *AutoCAD*-у, којим се даје пластичнији приказ саме посматране полиедарске површи. Користе се методе и конструктивни поступци Нацртне геометрије јер је циљ показати геометријско порекло Конкавних купола, а не само њихов изглед.

У конструкцији Конкавних купола полази се од основе, правилног полигона око којег се формира делтаедарски омотач Конкавне куполе. Анализира се могућност конструкције правилних полигона коришћењем класичног прибора, односно за које вредности n је проблем конструкције n -тостраног полигона решив. Основа Конкавних купола налази се у хоризонталној равни, тако да се види у правој величини у првој ортогоналној пројекцији. Делтаедарски омотач Куполе пружа се од основе Ω_1 до следеће хоризонталне равни у којој лежи основа Ω_2 , полигон који има двоструко више страна од основе Ω_1 . Полигони основа виђени у првој ортогоналној пројекцији су концентрични. Центри описаних (и уписаних) кругова око ових полигона су стопљени јер се налазе на вертикалној прави, оси Куполе.

Јединична ћелија омотача Конкавних купола је просторни шестостраник којег чине шест једнакостраничних троуглова груписаних око заједничког темена. Положај и висине темена Конкавних купола конструисани су пресеком вертикалних равни у којима се налазе темена тела, и сфера чији је полупречник једнак страници градивног једнакостраничног троугла. Центар сфера је у суседним теменима просторног шестостраника. Поступцима трансформације, уз познавање основних параметара правилних полигона, добијамо растојања темена Куполе од одабраних равни основа, као и висине, дијаметре и разне друге метричке односе унутар самог тела.

Поглавље 6.0: Конкавне куполе друге врсте

Конкавне куполе друге врсте за полазни n -тоугаоник имају полигон код којег је $4 \leq n \leq 10$, а омотач чине низови једнакостраничних троуглова, формирајући при томе неконвексни полиедар. Начин формирања овакве куполе заснива се на набирању мреже од два низа једнакостраничних троуглова који образују траку, чијим се пресавијањем добија делтаедарски омотач. За основе чији број темена премашује $n=10$, мора се потражити ново решење, јер ортогонално растојање од ивица основа (n -тоугаоника и $2n$ -тоугаоника) премашује двоструку вредност висине једнакостраничног троугла.

Јединичну ћелију Куполе чини просторни шестостраник $ABCDEFGG$ сачињен од шест једнакостраничних троуглова формираних око заједничког темена, означеног као G . Постављени су полазни услови које овакав просторни хексаедар мора да испуњава, како би радијалним низањем њему идентичних ћелија око осе k (која пролази центрима основа Ω_1 и Ω_2 и ортогонална је на њих), могла бити затворена геометријска целина која би одговарала омотачу Конкавне куполе друге врсте.

За различите полигоналне основе ($4 \leq n \leq 10$) просторни хексаедар $ABCDEFGG$ понаша се као механизам, чије ће тачке приликом свог кретања описивати криве. Дефинише се кретање овог механизма, уз поштовање полазних услова, односно одређује трајакторија коју описује теме E (одн. D , због раванске симетрије) по равни δ која пролази теменом основе Ω_1 и ортогонална је на ивицу AB . Конструкција положаја тачке E_n на равни δ , у зависности од претпостављеног почетног положаја централног темена G_n извршена је коришћењем пресека прамена лопти са центром у теменима просторног шестостраника $ABCDEFGG$ и вертикалних равни у којима се темена морају налазити по постављеним почетним условима. Трајакторија темена E добија се спајањем свих итеративно добијених тачака ($E_1 - E_n$) у зависности од претпостављених почетних положаја централног темена ($G_1 - G_n$). Графички добијено решење сведочи да се ради о затвореној кривој, која ће у пресеку са зрочно виђеном равни ϕ у којој се теме E налази (вертикална раван основе Ω_1), дати четири решења, по два са сваке стране усвојене равни основе Ω_2 (дакле, за положај основе Ω_1 са горње или доње стране дате

основе Ω_2), и то: два за случај удубљеног и два за случај испупченог централног темена G .

Знајући висину куполе, проблем налажења осталих метричких односа и параметара постаје тривијалан, и решава се неким од класичних нацртно-геометријских поступака. Приказане су ортогоналне пројекције омотача, раванска мрежа и **3D** модел Конкавне куполе друге врсте над осмоугаоном основом за случај удубљеног и испупченог централног темена G .

Поглавље 7.0: Конкавне куполе треће врсте

Испитивање Конкавних купола треће врсте започето је конструкцијом мреже омотача Куполе над једанаестоугаоном основом, која се састоји од троредне траке једнакостраничних троуглова, као и основних полигона: једанаестоугаоника и њему паралелног двадесетдвоугаоника. Приказана је јединична ћелија $ABCDEFGO$ која учествује у грађи тела, а која је сачињена од седам једнакостраничних троуглова формираних око заједничког темена, означеног као теме O . Постављени су полазни услови како би радијалним низањем идентичних ћелија око осе k и њиховим спајањем додатним једнакостраничним троугловима у горњој и доњој зони добили затворену геометријску целину која одговара омотачу Конкавне куполе над једанаестоугаоном основом.

Извршена је конструкција висина темена седмостраника $ABCDEFGO$ за усвојени положај темена O коришћењем пресека лопти (са центром у теменима седмостраника $ABCDEFGO$ полупречника једнаког страници a гравивног једнакостраничног троугла) и вертикалних равни у којима се темена морају налазити по постављеним почетним условима. Поступак је више пута поновљен, да би се добила апроксимација трајекторије темена E у зависности од положаја првобитно усвојеног темена O . Постављен је гранични услов – интервал у коме се мора налазити теме O да би конструкција довела до решења, односно да би јединична ћелија $ABCDEFGO$ затворила простор омеђен основама Куполе. Пресеком трајекторије темена E и вертикалне равни v , на којој се очекује тражени положај темена E , добијамо коначни положај и висину темена E . Ретроградним конструктивним корацима, налазимо преостала темена O, C, D, E, F и G .

Конкавне куполе треће врсте за премошћавање основа $n > 10$, постоје само за један случај, $n = 11$. Могу се генерисати и са мањим базисима, али за $n \leq 10$ већ постоје Конкавне куполе друге врсте. Закључено је, самим тим, као и због чињенице да у структури Конкавних купола треће врсте учествују просторни седмостраници, а не шестостраници, да Конкавне куполе треће врсте не чине фамилију полиедара, већ су издвојен случај.

Приказане су конструкције генерисања трајекторије темена E , ортогоналне пројекције омотача, раванска мрежа и **3D** модел Конкавне куполе треће врсте.

Поглавље 8.0: Конкавне куполе четврте врсте

Конкавне куполе четврте врсте настају набирањем четвороструке траке једнакостраничних троуглова. Јединична ћелија која радијалним низањем око осе тела формира делатедарски омотач Куполе, састављена је од два просторна шестостраника $ABCDEF O_1$ и $DGHKLE O_2$. Просторни шестостраник $ABCDEF O_1$ учествује у грађи доњег појаса куполе, ближе ободном $2n$ -тоугаонику. Сачињен је од шест једнакостраничних троуглова формираних око заједничког темена, означеног као теме O_1 . На јединичну ћелију доњег појаса, просторни шестостраник $ABCDEF O_1$, наставља се шестостраник $EDGHKLO_2$, а чине га такође шест једнакостраничних троуглова формираних око заједничког темена, означеног као теме O_2 . Постављени су почетни услови како би се радијалним низањем идентичних ћелија око осе k и њиховим спајањем додатним једнакостраничним троугловима у доњој зони, добила затворена геометријска целина. У зони горњег појаса идентичне ћелије делтаедарског омотача куполе спојене су просторним четворостраником, којег чине четири једнакостранична троугла груписана око заједничког темена Q .

Конструктивно геометријско генерисање Куполе четврте врсте извршено је на примеру куполе над петнаестоугаоном основом. За усвојени почетни положај темена O_1 , пресеком лопти (са центром у теменима шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$, полупречника једнаког страници a градивног једнакостраничног троугла) и вертикалних равни у којима се темена морају налазити по постављеним почетним условима, одређен је положај свих

темена. Понављањем конструктивног поступка добија се апроксимација трајекторије темена H у зависности од положаја првобитно усвојеног темена O_1 . Пресеком трајекторије темена H и вертикалне равни ν , добија се жељени положај и читава висина темена H . Вертикална раван ν је условљена диктираним положајем тачке H као темена усвојеног полигона основе Куполе. Са познатим положајем темена H , ретроградним конструктивним корацима, налазимо преостала темена посматраних просторних јединичних склопова.

У датом поступку за графичко одређивање темена просторних шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ добијамо по два решења за положај темена C , Q и O_2 . За унапред одабрану висину темена O_1 можемо изабрати једну од укупно осам могућих конструкција. Приказане су све конструкције и доказано је да четири као резултат формирају Конкавну куполу четврте врсте. Закључак је да се над истом полигоналном основом могу формирати четири Конкавне куполе четврте врсте: 1) са испупченим теменом O_1 а удубљеним O_2 (варијанта конструктивног поступка са изабраним мањим висинама за темена C , Q и O_2); 2) са испупченим теменима O_1 и O_2 (варијанта конструктивног поступка са изабраном већом висином темена O_2); 3) са удубљеним теменом O_1 а испупченим O_2 (варијанта конструктивног поступка са изабраним већим висинама за темена C и O_2); 4) са удубљеним теменима O_1 и O_2 (варијанта конструктивног поступка са изабраним већим висинама за темена C и Q). Приказане су конструкције генерисања трајекторије темена H , ортогоналне пројекције омотача, раванска мрежа и 3D модел за све четири могуће Конкавне куполе четврте врсте над петнаестугаоном основом.

Поглавље 9.0: Метрички односи и параметри унутар Конкавних купола четврте врсте

Приликом генерисања Купола са конкавним полиедарским површима суочавамо се са геометријским и математичким неодређеностима које у многоме чине недоступним постављање употребљиве једначине која би својим решењима дала егзактне одговоре за изналагање метричких односа и параметара унутар Купола. Зато се приступило итеративним поступцима, који су, уз примену одговарајућег софтвера, дали резултате са високим степеном прецизности.

Да би била могућа примена оваквих итеративних поступака у раду је дат одговарајући алгоритам за изналажење параметара Конкавних купола четврте врсте, а добијене нумеричке вредности параметара на основу алгоритма презентоване су у прилогу рада. Постављени алгоритам представља основу за креирање програма у софтверском пакету *MATLAB* за генерисање омотача Конкавних купола четврте врсте за све четири варијанте конструктивног поступка.

Поглавље 10.0: Општи принципи настанка Конкавних купола виших врста

Врста Конкавних купола диктирана је бројем редова једнакоугаоничних троуглова у мрежи, тј. ширином траке омотача у функцији од висине једнакоугаоничног троугла омотача и дистанце између n -тоугаоничног и $2n$ -тоугаоничног полигона. У раду је дата формула за израчунавање броја страница највећег могућег полигона основе за сваку врсту купола, а самим тим и одређивање броја представника сваке врсте. Применом дате формуле изведен је закључак да за сваку врсту можемо формирати Конкавне куполе (са парним бројем низова једнакоугаоничних троуглова у омотачу) над **11** различитих полигоналних основа а да се притом не преклапају са Куполама ниже врсте. Једини изузетак су Конкавне куполе друге врсте јер оне за полазни n -тоугаоник имају полигон код којег је $4 \leq n \leq 10$. Дате су и формуле за директно изналажење броја темена, ивица и страна произвољне Конкавне куполе више врсте над n -тоугаоничном полигоналном основом.

Поглавље 11.0: Конкавне антипризме друге врсте над правилном полигоналном основом

Конкавна антипризма друге врсте је полиедар чија се мрежа састоји од дворедне траке једнакоугаоничних троуглова а основа је било који правилни полигон. Савијањем и спајањем одговарајућих ивица добија се затворени, прстенасти фрагмент полиедарске површи, која се састоји од просторних шестостраних ћелија. Број јединичних ћелија, просторних шестостраника, одређен је бројем ивица основе. Просторни шестостраник чине шест

једнакостраничних троуглова груписаних око заједничког темена G . Основа око које се формира конкавна антипризма друге врсте може бити било који правилни полигон. Над истом полигоналном основом формирају се две конкавне антипризме друге врсте, са унутрашњим или са спољашњим теменом G просторног шестостраника $ABCDEF G$. Постављени су полазни услови које овакав просторни хексаедар мора да испуњава.

Конструкција положаја и висине темена просторног шестостраника $ABCDEF G$ своди се на одређивање висине и положаја темена C (странице AB и DE налазе се у истој вертикалној равни, а CG и FG у истој хоризонталној равни). Трајакторија темена C за унапред изабран положај централног темена G добија се као пресек сфере и површи IV реда – Боемске куполе (Bohemian Dome). Пресек трајакторије темена C и вертикалне равни β у којој се теме C мора налазити по постављеним почетним условима добија се тражени положај темена C и G а самим тим и висина Конкавне антипризме друге врсте. Вертикална раван β два пута сече трајакторију што значи да за исту полигоналну основу добијамо две Конкавне антипризме: са унутрашњим и спољашњим теменом G . Приказане су ортогоналне пројекције и $3D$ модел Конкавне антипризме над десетоугаоном основом као и $3D$ модел генерисања трајакторије темена C .

Осим Конструктивно-геометријског метода у решавању проблема налажења положаја и висине темена, приступило се и аналитичким методама. Постављањем одговарајућег алгоритма и применом итеративних нумеричких поступака добиле су се вредности тражених параметара Конкавне антипризме друге врсте.

Поглавље 12.0: Групе полиедара које настају варијацијама Конкавних купола четврте врсте.

Поштујући принципе објављених класификација конвексних полиедара приступило се анализи начина груписања полиедара који настају варијацијама Конкавних купола четврте врсте. Објашњен је поступак генерисања отобикуполе, жиробикуполе, елонгиране ортобикуполе, елонгиране жиробикуполе, жироелонгиране бикуполе типа А, жироелонгиране бикуполе типа Б, конкаелонгиране ортобикуполе типа А, конкаелонгиране жиробикуполе типа А,

конкаелонгиране ортобикуполе типа Б, конкаелонгиране жиробикуполе типа Б. За наведене бикуполе приказани су 3D модели за све четири варијанте конструктивног поступка генерисања Конкавне куполе четврте врсте над истом полигоналном основом.

Поглавље 13.0: Могућности примене Купола са конкавним полиедарским површима у архитектури

Извршена је анализа примене просторних конкавних шестостраника, основне јединичне ћелије Конкавних купола, у досадашњој архитектонској пракси. Затим су разматране конкавне куполе као просторне структуре, при чему је указано на неке специфичности које их чине погодним за примену у архитектури. Посебна пажња је усмерена на формирање Купола са конкавним полиедарским површима комбиновањем више различитих врста Конкавних купола, Конкавних антипризми и Конкавних пирамида са циљем повезивања геометријског и архитектонског тумачења појма куполе. Предложене структуре приказане су ортогоналним пројекцијама и 3D моделима. Након извршене анализе погодности форме Конкавних купола за примену у архитектури дат је и предлог извођења Купола са конкавним полиедарским површима применом различитих конструктивних система.

Поглавље 14.0: Архитектонски облици настали аугментацијом униформних полиедара Конкавним куполама

Приказано је генерисање композитног полиедра насталог аугментацијом Архимедовог тела – Зарубљене коцке Конкавним куполама друге врсте над квадратном основом. На тај начин је добијена површ композитног полиедра која је састављена искључиво од једнакостраничних троуглова (са изузетком квадратних базиса куполе). Аугментацијом свих шест страна Зарубљене коцке настаје сложени композитни полиедар Хекса–конкаугментована зарубљена коцка, која је даље искоришћена за формирање кластера и полиедарских конгломерата. Додавањем, одузимањем или сечењем одређених делова ове структуре могу се добити најразличитији облици, интересантни за могућа разматрања примене у архитектонској пракси.

2.0 ПОЛИЕДАРСКЕ СТРУКТУРЕ – ПРЕГЛЕД ДОСАДАШЊИХ ИСТРАЖИВАЊА

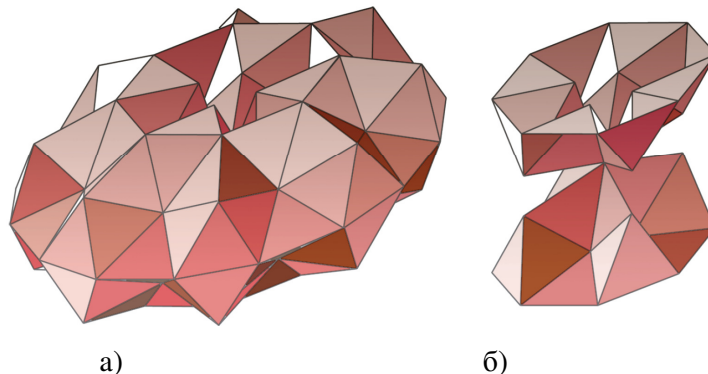
Примена полиедарских структура присутна је у многим научним дисциплинама, али њихова употреба у архитектури и грађевинарству, у последње време, представља прави изазов како за математичаре тако и за инжењере – истраживаче. У овом уводном поглављу дат је преглед досадашњих истраживања која су битно утицала на садржај, структуру или саму полазну идеју за генерисање Купола са конкавним полиедарским површима.

2.1 Примарни извори

Др Марија Обрадовић у својим радовима [47], [48], [49], [50], [51], [52], [53] и у докторској дисертацији “*Konstruktivno geometrijska obrada toroidnih deltaedara sa pravilnom poligonalnom osnovom*” [46] проучава Тороидне делтаедре са правилном полигоналном основом и Конкавне куполе друге врсте. Тороидни делтаедри чине полиедарску групу чији је омотач састављен од правилних полигона – једнакостраничних троуглова. Свако од ових тела има три карактеристична полигона у паралелним равнима, а то су две идентичне n -тостране основе и ободни полигон са бројем темена двоструко већим од броја темена основе. Сва посматрана тела затварају прстенаст тороидни простор, али са генусом једнаким нули, слично самододирном торусу.

Тороидни делтаедри прве врсте настају аугментацијом омотача, а инкавацијом базиса Џонсонових купола. Тако настају тела тороидне форме, са двоструком централном тачком на оси тела. Она су аналогна самопресечном торусу, при чему нису настала дискретизацијом торуса. Тороидни делтаедри друге врсте су тела самосвојне геометрије. Ови полиедри не могу настати аугментацијом нити једног од познатих конвексних полиедара из наведених

полиедарских група, самим тим што укључују и полигоне као што су хептагон и нонагон.



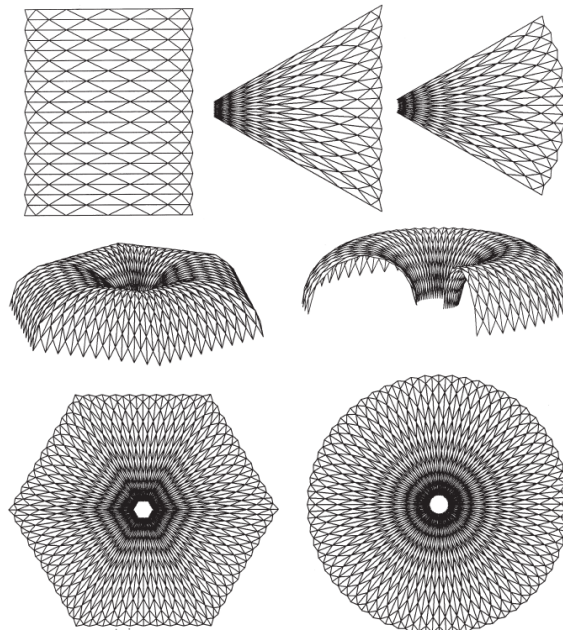
Сл. 1 – Коса пројекција Тороидног делтаедара друге врсте над осмоугаоном основом: а) цело тело б) језгро, [46], сл. 166, стр.287

Омотач Конкавних купола друге врсте је половина спољашњег омотача Тороидних делтаедара, без унутрашњег језгра. Ове Конкавне куполе настају затварањем простора унутар полиедарске површи добијене савијањем и склапањем равне мреже једнакостраничних троуглова, формираних у два реда, око правилних полигоналних базиса. Настављају низ започет Конкавним куполама прве врсте, дајући решења и за полигоналне базисе $n=6$, $n=7$, $n=8$, $n=9$ и $n=10$. Настављање овог низа Конкавним куполама виших врста јесте тема овог рада.

2.2 Секундарни извори – конкавне полиедарске структуре, композитни и кластер полиедри, делтаедарске структуре

У својим радовима [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31], др Питер Хуиберс (*Pieter Huubers*) бавио се геометријским генерисањем нових полиедарских структура, њиховом могућом применом у инжењерској пракси, као и визуелизацијом полиедарских површи применом новопројектованих софтвера. Издваја се његов допринос на проучавању геометрије и софтверског формирања

регуларних и полурегуларних полиедара и њихових дуала. Он проучава и полиедарске структуре чија се геометрија заснива на призми и антипризми. Заједничка особина ових полиедарских структура је да имају по два идентична паралелна, правилна полигона повезана затвореним прстеном квадрата или троуглова. Показао је да ове групе формирају бескрајне редове, пошто међусобно паралелни полигони могу имати било који број страна.



Сл. 2 – Кружне трансформације антипризматичних структура
[22] сл.13, стр.18

Најједноставнији структурни облици су призматични облици. Од свих полиедарских група, најједноставније се међусобно уклапају, због паралелности ивица и ортогоналности истих на базис. Омогућавају формирање структура у много варијанти. Структуре могу бити са правилним или деформисаним призмама, делови могу бити повезани у групе или послужити као елементи просторних оквира. Антипризматичне полиедарске структуре геометрија користи као основу за структурне апликације, у више или мање прилагођеном облику, чији спољашњи омотач поприма облик испресавијане (набране) цилиндричне површи. Посебан акценат је дат на манипулацији призматичних и антипризматичних облика у циљу генерисања структура пре свега за употребу у архитектури и

грађевинарству. Тонон (*Tonon O.L.*) у свом раду [66] описује методе за измену општег облика антипризматичних површи а у раду [22] Питер Хуиберс акценат даје на кружне трансформације антипризматичних површи и пројекције антипризматичних површи на сферу (Сл. 2).

Друга област интересовања др Питера Хуиберса је формирање композитних полиедарских струкура умножавањем, мењањем и комбиновањем основних полиедарских облика (регуларних и полурегуларних полиедара, њихових дуала, призми и антипризми). Свој рад Хуиберс базира на примени софтвера без детаљније геометријске анализе елемената структуре. Примењени алати за измену елемената структуре су: ротација око x, y, z -осе; translација дуж x, y, z -осе; додатна ротација целине око x, y, z -осе; translација целине дуж x, y, z -осе; увећање или компресија.

Један од примењених образаца за формирање сложених полиедарских структура је и принцип „густог паковања“ (*close pack*). Полиедри се пакују у различитим комбинацијама како би попунили простор у потпуности. Пример „густог паковања“ октаедара, кубоктаедара и зарубљених тетраедара, публикован је у раду [36]. За испитивање структурних перформанси предложене структуре аутори Марков и Габријел (*Markov I.J., Gabriel J.F.*) користили су тродимензионални компјутерски модел.

Формирање композитних полиедарских струкура умножавањем, мењањем и комбиновањем основних полиедарских облика и њиховом могућом применом у пројектовању архитектонских облика публиковано је и у радовима [3], [7], [8], [9], [10], [34], [36], [59].

Конвексни полиедри и полиедарске структуре (Платонова и Архимедова тела, фамилија призми и антипризми, Џонсонова тела и варијације Џонсонових тела) су већ испитани [2], [4], [11], [12], [13], [14], [32], [57], [63], [67], [69].

У раду који следи разматрани су, уз остало, и сложени полиедри, настали комбинацијом Конкавних купола и других правилностраних конвексних тела, пре свега Архимедових уноформних полиедара. Да би се разјаснио појам сложеног полиедра, треба поменути да се неке дефиниције разликују у зависности од тога да ли је наведена проблематика била посматрана са математичке или са

инжењерске стране. Математичари, као што је и Алексеј Викторович Тимофенко (*Timofeenko A. V.*) [62], [64], [65], строжи су у дефиницијама, између осталог и због усаглашавања теорија група, дискретне геометрије и топологије, док инжењери теорију прилагођавају практичним потребама, па самим тим и терминологију.

Тимофенко у раду [63] објављује коначну листу свих конвексних правилних полиедара, и даје дефиницију композитних полиедара:

Ако конвексни полиедар са правилним странама може бити подељен неком равни на два правилнострана полиедра, онда се за њега каже да је композитан.

Из претходне дефиниције јасно је да се она односи само на конвексне полиедре, а Хуиберс [23], [24], и Емерих (*David Georges Emmerich*) [6] композитним полиедром називају и неконвексне полиедре који настају аугментацијом униформних полиедара Џонсоновим куполама или ротондама [32]. У даљем току овог рада следиће се дефиниција Хуиберса и Емериха.

У радовима [32], [67], [69], обрађена је аугментација униформних полиедара са једним или више облика. Надоградња полиедра извршена је додавањем пирамида (**P1, J1, J2**), купола (**J3, J4, J5**) или пентагоналне ротонде (**J6**).

Полиедарске структуре које настају на аналоган начин као и композитни полиедри, спајањем конгруентних страна, Харт (*Hart G.W.*) назива: кластер-полиедрима, густим паковањима (*close-packs*) или полиедарским аранжманима [15], [17], [18], [19].

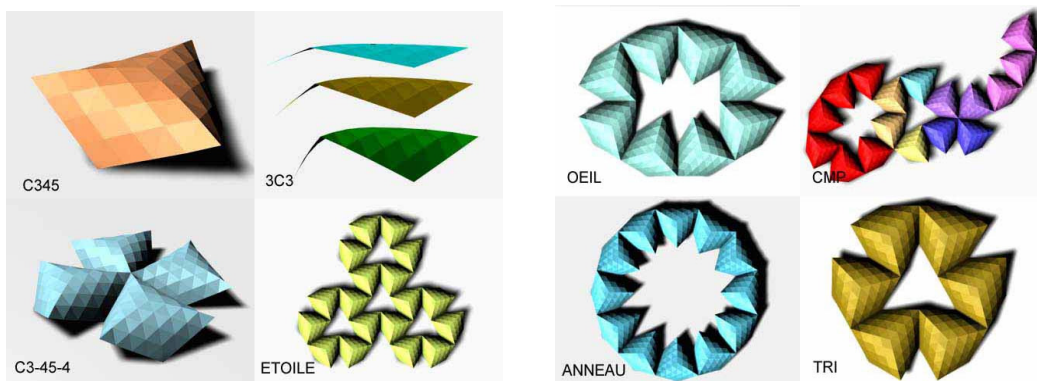
Основна идеја је да се узме било који полиедар као база и његовим реплицирањем на теменима замишљеног већег полиедра формира се кластер, затим се може направити кластер кластера итд. Програм за генерисање фракталних форми кластера полиедара Харт је објавио у раду [16].

Класификацију структура које за омотач имају површ састављену искључиво од једнакостраничних троуглова урадио је Ален Лобел (*Alain Lobel*) у свом раду [35]. Обрађене структуре, Лобелови рамови (*Lobel Frames*) како их је сам назвао, разврстане су у девет група **C3, C6, CSM, CUB, TRA, 3P, PNT, POT** и **HGR**.

Заједничко за све обрађене структуре је да представљају двоструко закривљене површи састављене од јединственог модула – једнакостраничног троугла. Диједрални угао површи усмерен је ка унутра или споља, структуре су конвексне (већи број приказаних) или конкавне. Не постоје два суседна штапа (ивице површи тј. странице једнакостраничног троугла) који представљају међусобну екстензију. Моделовање површи је извршено уз помоћ софтвера.

Групе **C3**, **C6** су отворене форме, цела структура се ослања на тачкасте (независне) носаче – карактеристична темена саме структуре. Преосталих седам група чине искључиво конвексне структуре које у потпуности затварају простор.

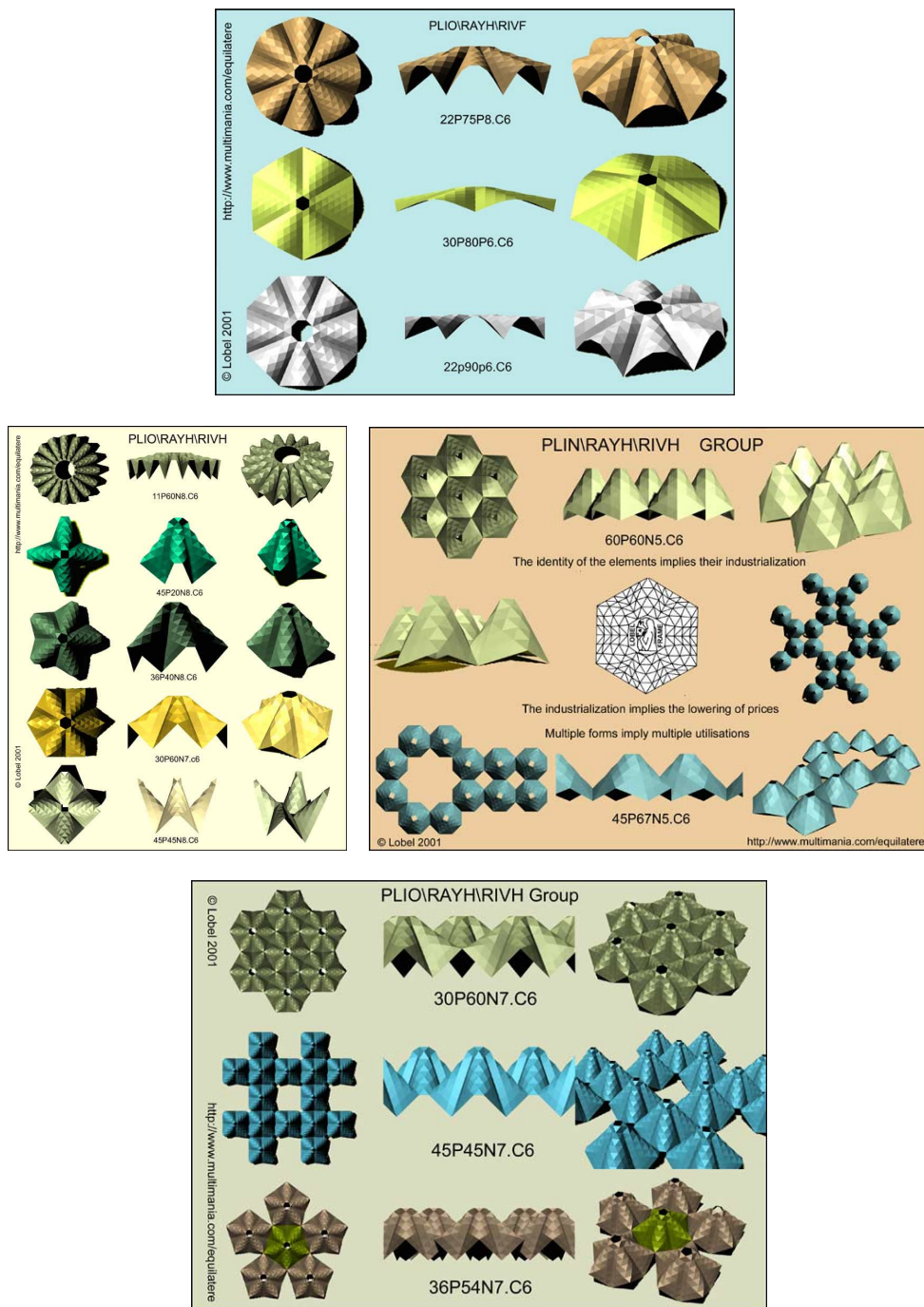
Група **C3** се даље дели на подгрупе **RIVH** и **RIVF**, а критеријум разврставања је да ли се штапови структуре пројектују на истом правцу у првој (**RIVH**) или другој ортогоналној пројекцији (**RIVF**). У оба случају стварни углови пројектованих штапова (ивица) варирају, те се тиме добијају различите форме (илустоване на **Сл. 3**)



Сл. 3 – Лобелови рамови - карактеристични представници групе **C3** [35]

Група **C6** се дели на подгрупе **PLIO** (конкавне структуре) и **PLIN** (конвексне), на **RAYH** и **RAYF** (критеријум поделе је да ли се радијус угла површи читава у првој (**RAYH**) или другој ортогоналној пројекцији (**RAYF**), и као код групе **C3** на подгрупе **RIVH** и **RIVF**. Карактеристични представници групе приказани су на **Сл. 4**. Лобелови рамови су структуре са делтаедарским омотачем, могу се развијати над полигоналним основама и могу се искористити

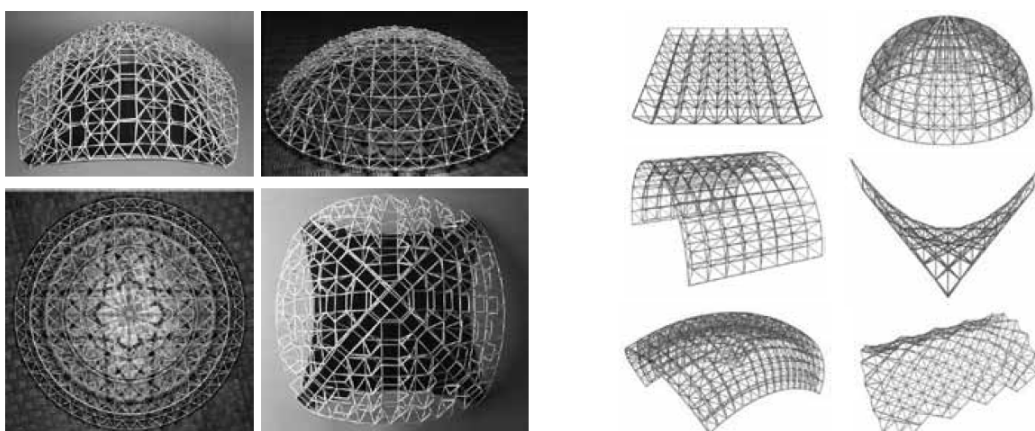
као архитектонске куполе, што су заједничке особине са Куполама са конкавним полиедарским површима које су тема овог рада.



Сл. 4 – Лобелови рамови - карактеристични представници групе C6 [35]

2.3 Терцијарни извори - конструктивни системи и примена полиедарских структура у архитектури

Др Миодраг Несторовић је у својим радовима [43], [45], а посебно у [42] приказао широки распон конструктивних система који још нису довољно заступљени у Србији и окружењу, упркос њиховој привлачности у савременој архитектури, у облику просторних трансформација, материјализације и технологије.



Сл. 5 – Основни типови мреже генерисани пирамидом над квадратном основом [42] сл.13, стр.125

Основне особине свих анализираних просторних структура леже у њиховом геометријском облику (Архимедовим и Платоновим полиедрима, полиедарским структурама), који примењују правилност, симетрију, брзину монтаже и модуларност оригиналних матрица. Приказана решења и анализе баве се мултифункционалним просторним матрицама, које свој потенцијал чине веома важним и у архитектонском пројекту и у теорији конструкција.

Разматра се развој полиедарских структура у контексту архитектонских облика и наглашава значај геометрије конструкција и њене могуће примене што је један од циљева истраживања и овог рада.

3.0 ГЕОМЕТРИЈСКО ТЕЛО - КУПОЛА

Када говоримо о куполама као геометријским телима треба знати да:

- **купола** представља тело које за основу има правилан полигон, а које појасом троуглова и квадрата бива спојен са другом основом која је полигон са дупло већим бројем темена.
- **ротунда** је тело које за основу такође има правилан полигон, који је појасом петоугаоника и троуглова спојен са другом основом - полигоном са дупло већим бројем темена.

Под појмом куполе подразумева се полиедар који се састоји од два правилна полигона: n -тоугаоника и $2n$ -тоугаоника у паралелним равнима, повезаних наизменичним низом правилних полигона [32].

Ако би се односила искључиво на конвексна тела, дефиниција обухвата свега три позната полиедра, Џонсонова (*N.W. Johnson*) тела **J3**, **J4** и **J5**, приказана на **Сл. 6-8**, код којих су правилни полигони у паралелним равнима (n -тоугаоник и $2n$ -тоугаоник) повезани наизменичним низом квадрата и једнакостраничних троуглова. Код **Триангуларне куполе**, (Џонсонова тело **J3**), у паралелним равнима су троугао и шестоугао, код **Квадратне куполе (J4)** квадрат и осмоугао, а код **Пентагоналне куполе (J5)** петоугао и десетоугао. У овом случају n -тоугаоници су од $n=3$ до $n=5$, при чему се дакле не одмиче од Декартовог принципа о дефициту угла за конвексна тела и геометрије Архимедових тела чији су ово фрагменти: **J3** је половина Кубоктаедра (U7), **J4** део Малог ромбикубоктаедра (U10), а **J5** део Малог ромбикосидодекаедра (U27).

У Џонсоновој класификацији конвексних полиедара [32] појављује се још 19 тела са називом *купола* у свом имену. Та тела су настала варијацијама купола **J3**, **J4** и **J5**, поступцима: жироротацијом, елонгацијом, жироелонгацијом и аугментацијом.



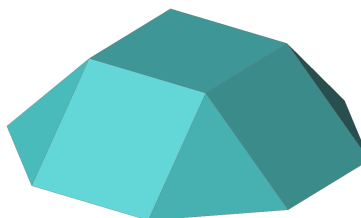
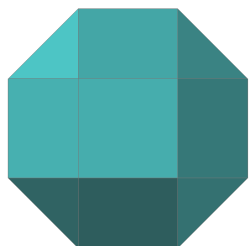
Мрежа: 4 троугла Ивица : 15
3 квадрата Темена: 9
1 шестоугао



Сл. 6 – Ортогоналне пројекције и 3D модел Триангуларне куполе (J3)



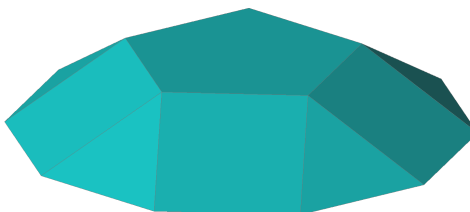
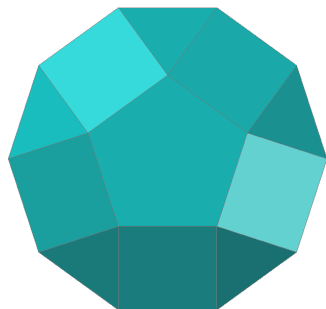
Мрежа: 4 троугла Ивица : 20
5 квадрата Темена: 12
1 осмоугао



Сл. 7 – Ортогоналне пројекције и 3D модел Квадратне куполе (J4)

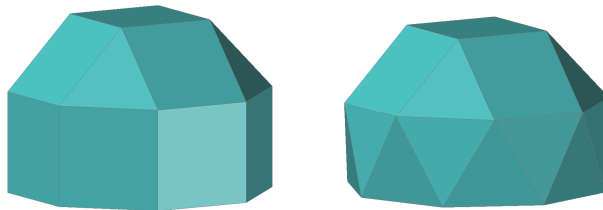


Мрежа: 5 троугла Ивица : 20
5 квадрата Темена: 15
1 десетоугао
1 петоугао



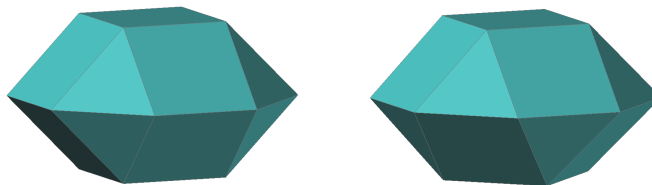
Сл. 8 – Ортогоналне пројекције и 3D модел Пентагоналне куполе (J5)

Елонгирана триангуларна купола (**J18**), елонгирана квадратна купола (**J19**) и елонгирана пентагонална купола (**J20**) настале су издуживањем купола **J3**, **J4** и **J5** појасом квадрата. Жироелонгирана триангуларна купола (**J22**), жироелонгирана квадратна купола (**J23**) и жироелонгирана пентагонална купола (**J24**) настале су издуживањем купола **J3**, **J4** и **J5** појасом једнакостраничних троуглова.



Сл. 9 – Елонгирана квадратна купола (**J19**) и жироелонгирана квадратна купола (**J23**)

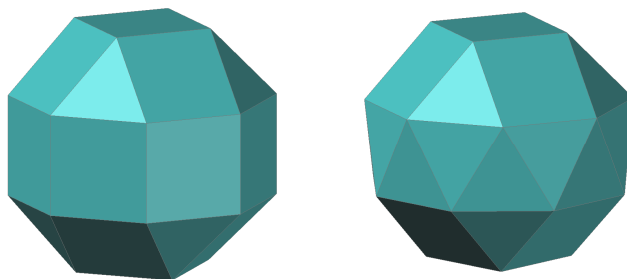
Триангуларна ортобикупола (**J27**), квадратна ортобикупола (**J28**) и пентагонална ортобикупола (**J30**) настале су спајањем две куполе по заједничком шестоугаоном, осмоугаоном односно десетоугаоном базису. Квадратна жиробикупола (**J29**) настаје ротацијом једне од купола за угао $\alpha = \frac{\pi}{8}$, пентагонална жиробикупола (**J31**) настаје ротацијом једне од купола за угао $\alpha = \frac{\pi}{10}$. Оса ротације је ортогонална на раван основе и заједничког полигона.¹



Сл. 10 – Квадратна ортобикупола (**J28**) и квадратна жиробикупола (**J29**)

¹ Триангуларна жиробикупола је Архимедово тело – Кубоктаедар (U7).

Елонгирана триангуларна ортобикупола (**J35**) и елонгирана пентагонална ортобикупола (**J38**) настају додавањем појаса квадрата између две куполе, тј. издуживањем триангуларне ортобикуполе (**J27**) односно пентагоналне ортобикуполе (**J30**).² Елонгирана триангуларна жиробикупола (**J36**), елонгирана квадратна жиробикупола (**J37**) и елонгирана пентагонална жиробикупола (**J39**) настају додавањем појаса квадрата између две куполе у саставу одговарајућих жиробикупола.



Сл. 11 – Елонгирана квадратна жиробикупола (**J37**) и жироелонгирана квадратна бикупола (**J45**)

Жироелонгирана триангуларна бикупола (**J44**), жироелонгирана квадратна бикупола (**J45**) и жироелонгирана пентагонална бикупола (**J46**) настају додавањем појаса једнакостраничних троуглова између две куполе, тј. издуживањем триангуларне ортобикуполе (**J27**), квадратне ортобикуполе (**J28**) односно пентагоналне ортобикуполе (**J30**). При том једна од купола мора бити заротирана за угао $\alpha = \frac{\pi}{2n}$.

Џонсонове куполе су конвексни полиедри. Конвексни полиедри су они чије стране припадају равнима које не секу унутрашњост самог тела, тако да истовремено формирају тело којем је свако теме испупчено ка спољашњем простору.

У радовима [48], [49], [50], дошло се до захтева за увођењем нових термина који би обухватили и неконвексне куполе. При том, под појмом неконвексне убрајамо конкавне и квазиконкавне структуре. Конкавне структуре

² Елонгирана квадратна ортобикупола је Архимедово тело – Ромбикубоктаедар (U10).

недвосмислено поштују дефиницију: полигон или полиедар је конкаван уколико постоје две суседне стране између којих је (диедрални) угао већи од 180° , гледано из унутрашњег простора. Квазиконкавне структуре у своју геометрију укључују звездасте полигоне, чије ивице заправо заклапају угао мањи од π , гледано из унутрашњег простора.

У до сада познатим систематизацијама, као полиедар са геометријском структуром и законитостима најсроднијим куполи, појављује се куплоид, који за полигоне основа има управо звездасте, неконвексне полигоне (пентаграм, хексаграм...), тако да привидна конкавност његових страна настаје као последица њихове интерсекције. Међутим, у конкретном случају којим се овај рад бави, не ради се о таквој врсти тела, већ о конкавним телима код којих не постоји интерсекција страна мимо ивица посматраног тела, а чији су елементарни полигони, који учествују у грађи самог тела, правилни и конвексни.

У докторској дисертацији [46] и раду [48] уводи се појам Конкавне куполе друге врсте, разматрајући могућност генерисања полиедра коришћењем половине мреже Тороидног делтаедра друге врсте. „...*Спајањем две овакве куполе, могли би смо добити ортобикуполу или жиробикуполу. Ове бикуполе, поново, без база које не би биле једнакостранични троуглови, представљале би спољашњи омотач тороидног делтаедра друге врсте.*“ [46]. Приказан је и конструктивни поступак за изналажење свих параметара мреже Тороидних делтаедара друге врсте што је представљало основу за истраживање Купола са конкавним полиедарским површима.

4.0 КУПОЛЕ СА КОНКАВНИМ ПОЛИЕДАРСКИМ ПОВРШИМА

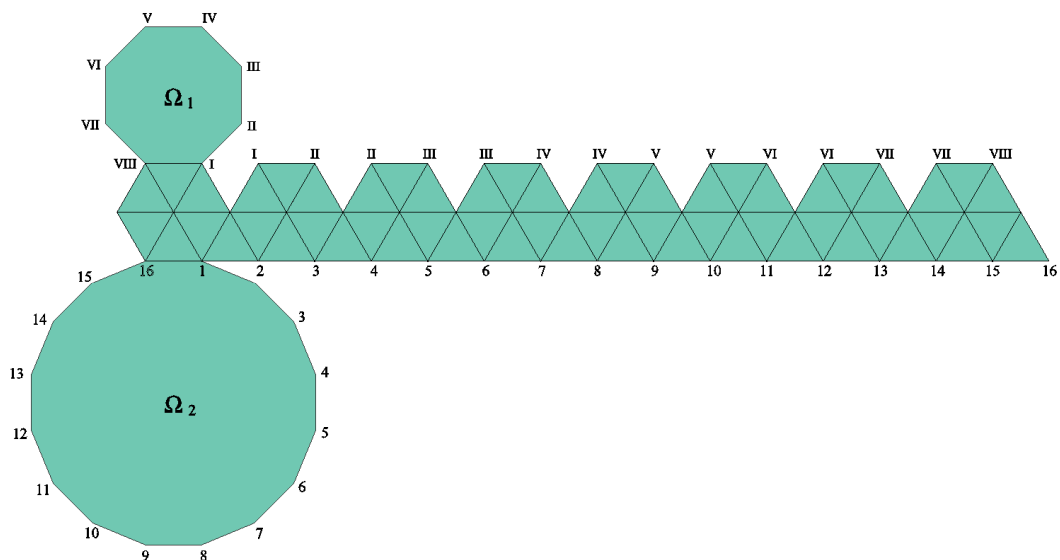
У до сада публикованој класификацији конвексних полиедара запажамо доследност у поштовању одређених геометријских правилности уочљивих на датим полиедрима. Заједничке геометријске карактеристике су: стране су правилни полигони, ивице међусобно једнаке, присутна је раванска симетрија, по једној ивици секу се само две стране тела, не постоји компланарност суседних страна, не постоје два коинцидентна темена, и све стране су сагледљиве из спољашњег простора. Анализирајући полиедре из до сада систематизованих полиедарских група (Платонова, Архимедова и Џонсонова тела) у радовима [46] и [48], уочава се чињеница да у њиховој геометрији не учествују полигони као што су седмоугао (хептагон) или деветоугао (нонагон). Разлог њихове ексклузивности је у томе што се дати полигони не могу конструисати класичним прибором, с обзиром на нерешивост проблема трисекције угла. Употребом савремених графичких софтвера проблем конструкције седмоугла и деветоугла постаје занемарљив, па се поставља питање генерисања фамилије полиедара који би укључивали све правине полигоне без изузетака. Полиедри из новоформиране фамилије морали би да поштују све горе наведене заједничке геометријске карактеристике полиедара.

*„Трагајући за оваквим решењем, појављује се читав низ сродних полиедара, који унеколико поштују начин генерисања купола (Џонсонових тела), с тим што изостаје критеријум конвексности и што се у омотачу ових тела појављују два или више низа једнакостраничних троуглова (уместо наизменичних квадрата и једнакостраничних троуглова). Због ових особина, куполе о којима ће бити реч, назване су **Конкавне куполе**“ [48].*

Пре свега извршимо систематизацију особина Конкавних купола:

1. Конкавна купола је полиедар;
2. Омотач куполе је делтаедарска површ;

3. По свакој ивици Куполе секу се (састају) две стране;
4. Стране Куполе не могу се међусобно продирати нити сећи, осим по ивицама;
5. Ивице се не секу међусобно, осим у теменима;
6. Равни којима припадају стране Куполе могу пролазити и унутрашњим простором – Купола је конкавна полиедарска површ;
7. Купола је формирана над правилним полигоналним основама Ω_1 и Ω_2 ;
8. Основа Ω_1 је полазни n -тострани правилни полигон око којег се формира делтаедарски омотач Конкавне куполе;
9. Основа Ω_2 је $2n$ -тострани правилни полигон, има два пута више темена од основе Ω_1 ;
10. Основа Ω_1 и основа Ω_2 леже у паралелним равнинама;
11. Купола има осу која је ортогонална на равни основа Ω_1 и Ω_2 ;
12. Свака страна је сагледљива из спољашњег простора – не постоје унутрашње стране;
13. Купола не може имати две суседне компланарне стране.



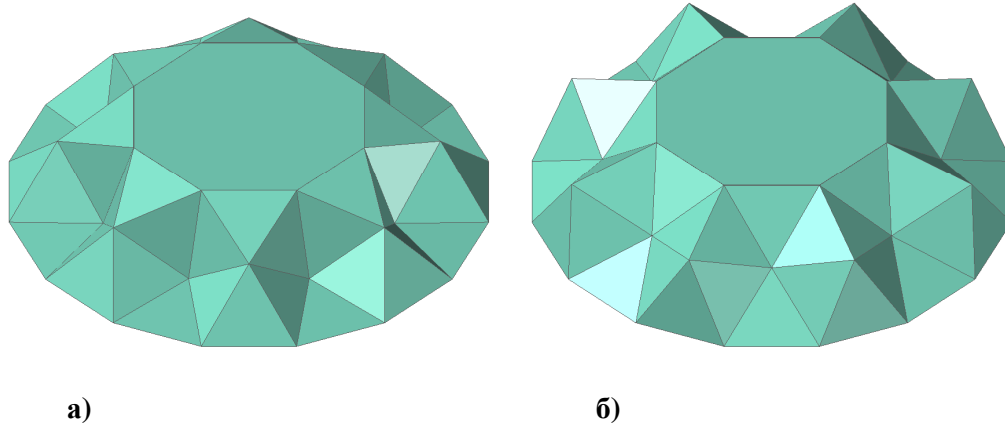
Сл. 12 – Изглед мреже омотача Конкавне куполе друге врсте

На Сл. 12 дат је изглед мреже омотача Конкавне куполе друге врсте, која се састоји од дворедне траке једнакостраничних троуглова, образоване тако да се савијањем и лепљењем одговарајућих ивица мреже може добити затворени, прстенасти фрагмент полиедарске површи (Сл. 13). Троуглови у овој мрежи распоређени у таквом поретку да образују просторне шестостранике, међусобно спојене везним троугловима. Број ових јединичних ћелија биће одређен бројем n страна полигона основе Ω_1 , која ће бити један од базиса будућег полиедра. Са супротне стране мреже број ивица је двоструко већи, укључујући и додате ивице везних троуглова, тако да оне дају број $2n$, број страна полигона основе Ω_2 , другог базиса полиедра.

Да би смо могли да савијемо и склопимо овакву мрежу, а знајући да је шест једнакостраничних троуглова образованих око заједничког темена немогуће склопити у конвексну полиедарску темену фигуру (јер је дефицит угла у оваквом склопу једнак нули), долазимо до закључка да ће формирани фрагмент полиедарске површи из дате мреже – обавезно бити конкаван, тј. да ће овакав омотач имати темена која су удубљена унутар самог будућег тела. Једнакоивичност овакве структуре омогућава да се дати фрагмент може допунити правилним полигонима Ω_1 и Ω_2 , чиме се затвара унутрашњи простор овакве полиедарске површи, а сама на овај начин формирана структура (која се може схватити и као површ која ограничава тело) поприма геометрију која следи морфолошку логику Џонсонових купола **J3**, **J4** и **J5**, па је из овог разлога названа: **Конкавна купола друге врсте** [48]. Конкавне куполе друге врсте за полазни n -тоугаоник имају полигон код којег је $4 \leq n \leq 10$, а омотач чине низови једнакостраничних троуглова, формирајући при томе конкавни полиедар. За основе чији број темена премашује $n=10$, мора се потражити ново решење, јер ортогонално растојање од ивица основа (n -тоугаоника и $2n$ -тоугаоника) премашује вредност двоструке висине једнакостраничног троугла.

За формирање мреже омотача куполе над једанаестоугаоном основом, морамо увести још један низ једнакостраничних троуглова у мрежу омотача, за разлику од омотача Конкавних купола друге врсте. Тако добијамо мрежу омотача који се састоји од три реда једнакостраничних троуглова, па уводимо појам: **Конкавне куполе треће врсте**. Врста куполе диктирана је бројем редова

једнакостраничних троуглова у мрежи, тј. ширином траке омотача у функцији од умношка вредности висине једнакостраничног троугла.



Сл. 13 – Конкавна купола друге врсте са осмоугаоном основом:
а) КК II-8m б) КК II-8M

Ако изоловано посматрамо просторни шестостраник, јединичну ћелију у саству мреже било које Конкавне куполе (друге, четврте или виших врста) уочавамо да средишње, заједничко теме једнакостраничних троуглова у саставу просторног шестостраника може бити испупчено или удубљено (гледано из спољашњег простора). На тај начин и цео посматрани појас, дворедни низ једнакостраничних троуглова (код Конкавних купола друге врсте то је и цео омотач, а код Конкавних купола виших врста само фрагмент омотача) може имати мању висину (испупчено средишње теме просторног шестостраника), или већу висину (удубљено теме просторног шестостраника). На примеру Конкавних купола друге врсте (Сл. 13), куполу са осмоугаоном основом и мањом висином обележићемо са **КК II-8m**, а куполу са истом полигоналном основом и већом висином обележићемо са **КК II-8M**.

Дати принцип обележавања усвајамо за све Конкавне куполе чији је поступак генерисања објашњен у поглављима која следе као и за Куполе са конкавним полиедарским површима које настају од њих.

5.0 КОНСТРУКТИВНИ ПОСТУПЦИ ЗА ГРАФИЧКО ПРИКАЗИВАЊЕ КОНКАВНИХ КУПОЛА

Конкавне куполе биће приказане коришћењем ортогоналних пројекција, познатих у Нацртној геометрији као „пар Монжових пројекција“, уз коришћење посредних пројекцијских равни. Такође, да би се стекао јаснији увид у тродимензионални изглед тела, користе се **3D** модели тела конструисани у *AutoCAD*-у, којим ће се дати пластичнији приказ саме посматране полиедарске површи. Користе се методе и конструктивни поступци Нацртне геометрије јер је циљ показати геометријско порекло Конкавних купола, а не само њихов изглед. Сви параметри, односи величина, растојања, дијаметри и др. биће дати кроз одговарајуће конструкције, изводљиве класичним прибором или коришћењем графичких софтвера. Креирањем одговарајућих алгоритама и програма у софтверском пакету *MATLAB* извршиће се додатна контрола вредности добијених параметра и графичка презентација Конкавних купола четврте врсте.

5.1 Конструкција основе

Да би се конструисала Конкавна купола најпре се мора поћи од одабране основе. Основа или база је израз којим се у геометрији обично означава страна тј. плоча која представља ослонац, полазну, фундаменталну фигуру од које се даље креће у конструисање, генерисање или проучавање тела. Наравно, и у контексту Конкавних купола смисао се неће променити. Дакле, основа је правилни полигон који служи као полазна база око које се даље формира делтаедарски омотач. Странице полигона основе су ивице Куполе, али сама основа може бити било који правилни полигон, за разлику од троуглова који се појављују у омотачу и формирају делтаедарску површ.

Основа је полазни правилни полигон око којег се формира делтаедарски омотач Конкавне куполе.

Анализирајмо могућности конструкције правилних полигона коришћењем класичног прибора, односно за које вредности n је проблем конструкције n -гостраног полигона решив. Опште су познате конструкције за 3, 4 и 5, као и за n који би био производ ових бројева са позитивном вредношћу ма ког броја који је потенција броја 2, односно, за било које 2^x , ако је x природан број. Вредности n од 3 до 20 које нису обухваћене овим правилом су 7, 9, 11, 13 и 19. Поставља се питање да ли су полигони за ове вредности n конструктивни или нису.

Гаусова теорема:³

Правилан полигон са n страница може да се конструише лењиром и шестаром ако и само ако је

$$n=2^k, k > 1, \text{ или } n=2^k p_1 \dots p_s, k \geq 0, s \geq 1,$$

при чему су p_i различити Фермаови прости бројеви. [54]

Фермаов⁴ прост број је такав број за који важи: $F_n = 2^{2^n} + 1$ [5]. Ајнштајн (*Albert Einstein*) је доказао да постоји коначан број Фермаових бројева. Једини познати Фермаови прости бројеви су [46]:

$$F_0=3, F_1=5, F_2=17, F_3=257, F_4=65537$$

Дакле, шестаром и лењиром могуће је за $3 \leq n \leq 20$ конструисати: троугао, квадрат, петоугао, шестоугао, осмоугао, десетоугао, дванаестоугао, петнаестоугао, седамнаестоугао и двадесетоугао.

Испитајмо сада за које n је могуће конструисати правилне полигоне помоћу лењира, шестара и конусних пресека. У овом случају улогу Фермаових простих бројева преузимају тзв. Пјерпонтви⁵ прости бројеви. То су прости бројеви већи од 3 облика: $2^u 3^v - 1$

³ Carl Friedrich Gauss, 1777 - 1855

⁴ Pierre de Fermat, 1601 – 1665

⁵ James Pierpont, 1866 – 1938

Првих двадесет је: 5, 7, 13, 17, 19, 37, 73, 97, 109, 163, 193, 257, 433, 487, 577, 769, 1153, 1297, 1459, 2593.

Правилан полигон са n страница може да се конструише помоћу лењира, шестара и коника ако и само ако је $n > 2$ и облика

$$n=2^u 3^v, u, v \geq 0, \text{ или } n=2^u 3^v p_1 \dots p_s, u, v \geq 0, s \geq 1,$$

при чему су p_i различити Пјерпонтлови прости бројеви. [54]

Конкавне куполе над правилном полигоналном основом која није на списку „конструктивних“ нећемо одбацити. Чињеница да не постоји егзактна конструкција нпр. седмоугла, не потиरे чињеницу да седмоугао као правилан полигон постоји, па самим тим и сви остали елементи који би припадали Конкавној куполи над овом основом. Да би смо конструисали Конкавне куполе над основама које нису решиве класичним прибором, послужићемо се, у нацртногеометријској варијанти, приближним конструкцијама, док у варијанти коришћења цртачког софтера (у овом раду је коришћен *AutoCAD*) овај проблем не постоји.

Кад говоримо о приближним конструкцијама неконструктивних правилних полигона у току истраживања упознали смо се (а неке и користили) са читавим низом доступних и до сада публикованих конструкција [54]. За седмоугао: Архимедова конструкција седмоугла, Абул-Џудова⁶ конструкција, Ал-Алаива⁷ конструкција правилног седмоугла коришћењем хиперболе и параболе, Племељева⁸ конструкција, Хофманова⁹ конструкција седмоугла уметањем, Џонсонова¹⁰ конструкција, конструкција правилног деветоугла уметањем¹¹, Абул-Џудова конструкција деветоугла. Приближна конструкција једанаестоугла као и било којег правилног n -тостраног полигона [58].

⁶ Abul-Džud Muhamed ibn al-Leis, X-XI vek

⁷ Abu Sad al-Ala ibn Sahl, X-XI vek

⁸ Josip Plemelj, 1873-1967

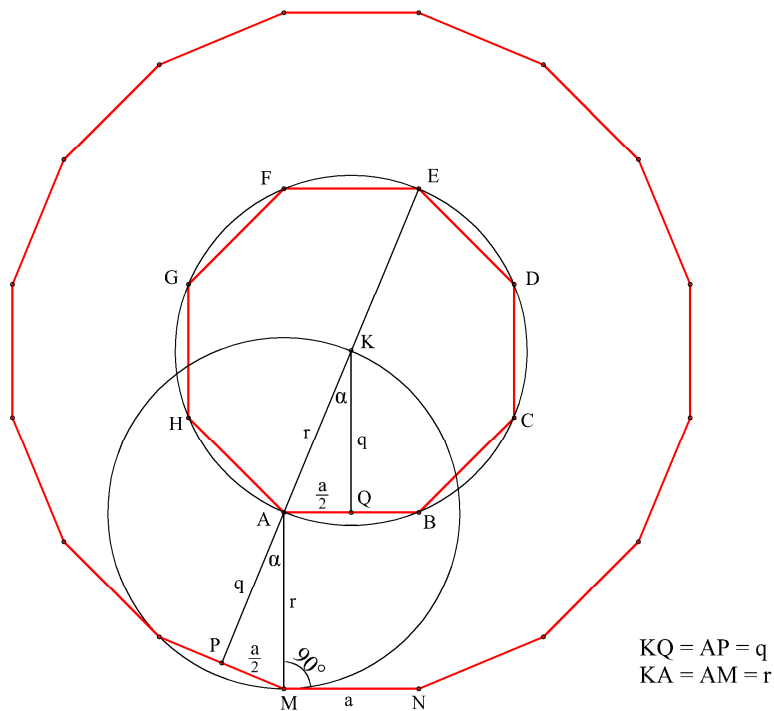
⁹ Joseph Ehrenfried Hofmann, 1900-1973

¹⁰ David Johnson Leisk, 1906-1975

¹¹ У арапским рукописима описана је конструкција трисекције угла и на њој заснована конструкција правилног деветоугла директним коришћењем уметања која се приписује синовима Мусе ибн Шакира (мухамеду, Ахмеди и ал-Хасану). Ова конструкција једноставна је модификација Архимедове конструкције трисекције угла.

5.2 Конструкција $2n$ -тоугла, концентричног и са паровима паралелних страна n -тоуглу странице a

Основа Конкавне куполе је правилан полигон, који служи као полазна база око које се даље формира делтаедар. Усвајамо да се основа (Ω_1) налази у хоризонталној равни, тако да се види у правој величини у првој ортогоналној пројекцији. Претпоставимо да је дата основа горња од две, колико их има у свакој Куполи. Тада ће се бочне стране пружати од основе Ω_1 до следеће хоризонталне равни у којој лежи полигон основе Ω_2 , који има двоструко више страна од основе Ω_1 . Полигони основа, виђени у првој ортогоналној пројекцији, су концентрични. Центри описаних (и уписаних) кругова око ових полигона су стопљени јер се налазе на вертикалној прави, оси Куполе.



Сл. 14 – Конструкција $2n$ -тоугла, концентричног и са паровима паралелних страна n -тоуглу странице a

Конструкција полигона од $2n$, ако познајемо полигон од n страна позната је и приказана је на **Сл. 14**. Довољно је полупречник описаног круга око

n -тостраног полигона пребацити на нормалу ивице из једног њеног темена. Добијена тачка M је теме новонасталог $2n$ -тостраног полигона, ако му је центар описаног круга заједнички са полазним, n -тостраним полигоном¹².

5.3 Општи принцип конструкције положаја темена Конкавних купола

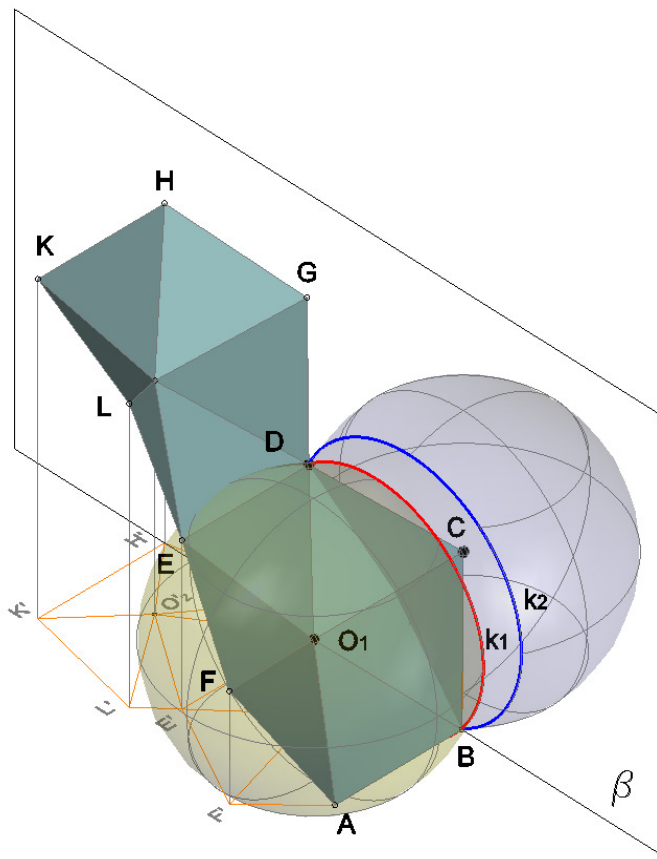
Јединична ћелија омотача Конкавних купола је просторни шестостраник којег чини шест једнакостраничних троуглова груписаних око заједничког темена. Положај и висине темена Конкавних купола конструишемо пресеком вертикалних равни у којима се налазе темена, и сфера полупречника једнаког страници градивног једнакостраничног троугла. Центри сфера су у суседним теменима просторног шестостраника.

На **Сл. 15** приказана је ћелија Конкавне куполе четврте врсте која се састоји од два просторна шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$. Једнакостранични троуглови у шестостранику $ABCDEF O_1$ груписани су око заједничког темена O_1 .

У темену O_1 постављамо лопту M_1 полупречника једнаког страници a једнакостраничног троугла. Сва преостала темена A, B, C, D, E и F налазе се на лопти M_1 . Ако нам је познат положај темена C и O_1 , а желимо да одредимо положај темена D , конструишемо нову лопту M_2 са центром у темену C .

Раван β сече лопте M_1 и M_2 по круговима κ_1 и κ_2 . Раван β је вертикална раван у којој се налази теме D . На пресеку кругова κ_1 и κ_2 налази се теме D . Пошто је у приказаном примеру на **Сл. 15** раван β заједничка раван темена B и D , други пресек кругова κ_1 и κ_2 је теме B . Висина центра круга κ_1 једнака је висини центра лопте M_1 . Висина центра круга κ_2 једнака је висини центра лопте M_2 .

¹² Доказ конструкције $2n$ -тоугла, концентричног и са паровима паралелних страна n -тоуглу странице a погледати у [46] страна 127.

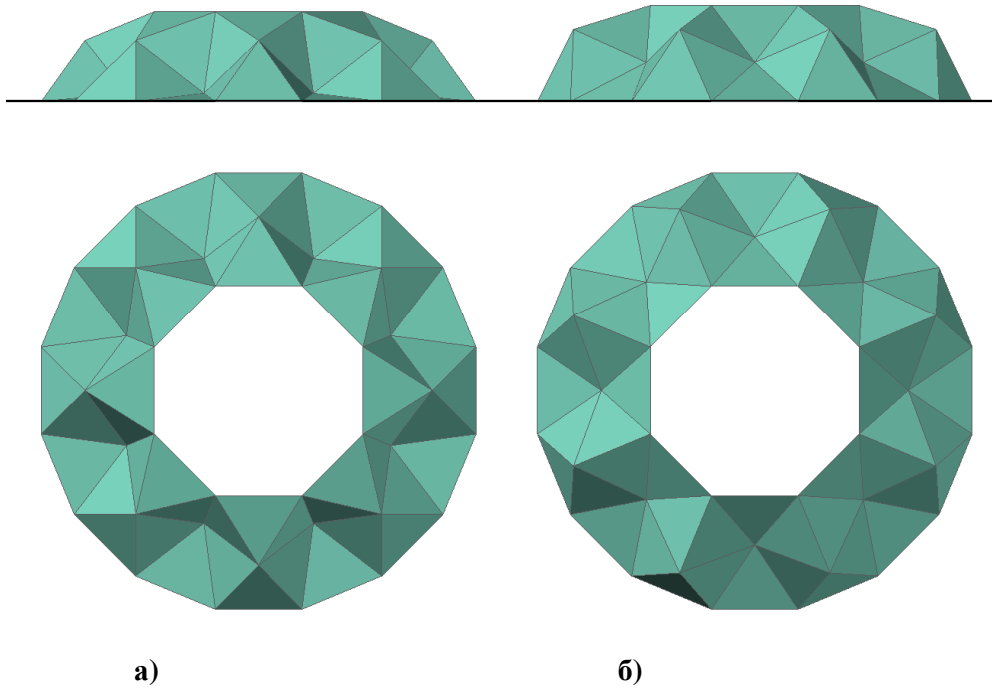


Сл. 15 – Просторни модел конструкције положаја и висине темена D просторног шестостраника $ABCDEF O_1$ Конкавне куполе четврте врсте

Поступцима трансформације, уз познавање основних параметара правилних полигона, налазимо растојања темена Конкавне куполе од одабраних равни основа и тако добијамо жељене висине, дијаметре и разне друге метричке односе унутар самог тела. Ове величине ће, затим, бити употребљене за конструкцију друге ортогоналне пројекције, **3D** модела или било којег другог жељеног изгледа Конкавне куполе.

6.0 КОНКАВНЕ КУПОЛЕ ДРУГЕ ВРСТЕ

Конкавне куполе друге врсте (**КК II**) за полазни n -тоугаоник имају полигон код којег је $4 \leq n \leq 10$, а омотач чине низови једнакостраничних троуглова, формирајући при томе конкавни полиедар.¹³ Већ је описан (у поглављу број **4.0**) начин формирања овакве куполе, а заснива се на набирању мреже од два низа једнакостраничних троуглова који образују траку (**Сл. 12**), чијим се пресавијањем добија делтаедарски омотач (**Сл. 16**).

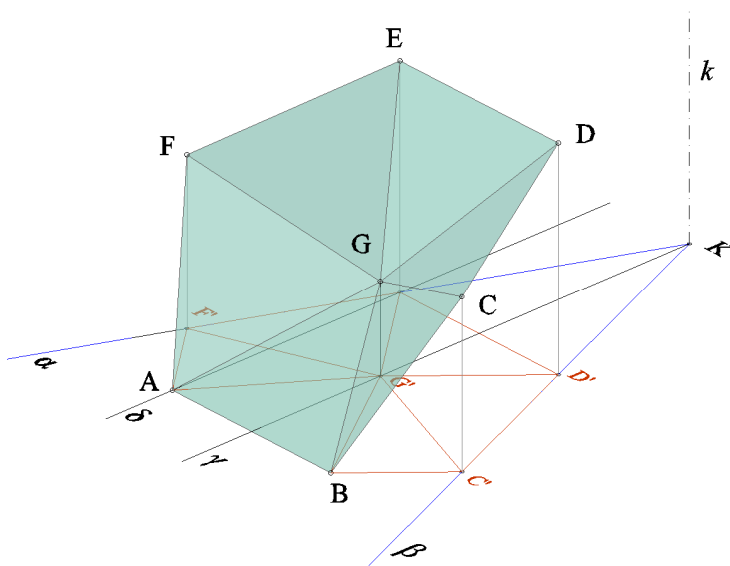


Сл. 16 – Ортогоналне пројекције омотача Конкавне куполе друге врсте:
а) КК II-8m б) КК II-8M

Да би се јасније сагледала геометрија оваког полиедра анализиран је један сегмент омотача тела који приказује јединичну ћелију *ABCDEFGF* која

¹³ У случају Конкавне куполе друге врсте са троугаоном основом долази до дегенерације и услед компланарности страна, ово би тело заправо постало познати Архимедов трунковани тетраедар [46].

учествује у његовој грађи (Сл. 17), а која је сачињена од шест једнакостраничних троуглова формираних око заједничког темена, означеног као теме G . Радијалним низањем њему идентичних ћелија око осе k , добија се омотач Конкавне куполе друге врсте. Са циљем да се одреде параметри куполе у раду [48] су постављени претходни полазни услови које овакав просторни шестостраник мора да испуњава:



Сл. 17 – Јединична ћелија, просторни шестостраник $ABCDEFG$, која учествује у генерисању омотача Конкавне куполе друге врсте

- 1) Равни α и β одређене су осом k која спаја центроиде основе Ω_1 и Ω_2 и суседним теменима основе Ω_1 (E и D), тако да је угао између њих једнак $2\pi/n$ (при чему је n број темена основе Ω_1).
- 2) Просторни шестостраник $ABCDEFG$ је равански симетричан у односу на раван γ симетралну раван ивица AB и ED .
- 3) Теме F припада равни α , а теме C равни β .
- 4) Темена A и B припадају основи Ω_2 .
- 5) Просторни шестостраник $ABCDEFG$ се креће око ивице AB која би била фиксирана оса.
- 6) Теме E се креће по равни δ , паралелној равни симетрије γ .
- 7) Централно теме G просторног шестостраника је удубљено или испупчено, гледано из спољашњег простора.

Као што је већ речено у поглављу број **4.0** у зависности од услова да је централно теме G просторног хексаедра удубљено или испупчено, гледано из спољашњег простора, добијамо и различите коначне висине куполе, што је на примеру Конкавне куполе друге врсте над осмоугаоном основом приказано на **Сл. 16.**

Кретањем око фиксиране ивице AB просторни шестостраник $ABCDEFG$ се понаша као механизам, а сва његова темена описују криве познате као клизне криве [61], криве вишег реда. Ако желимо да одредимо трајекторију коју описује теме E (одн. D , због раванске симетрије) по равни δ која пролази теменом основе Ω_1 и ортогонална је на ивицу $AB = a$, треба да дефинишемо кретање овог механизма, уз поштовање горе наведених услова.

Полазећи од ових претпоставки, можемо итеративним путем потражити положаје тачке E_n на равни δ , у зависности од претпостављеног почетног положаја централног темена G_n коришћењем пресечних кругова лопти полупречника $r=a$ са центрима у теменима просторног шестостраника A, E, F и G , и равни α и γ .

Теме G_n , које припада равни γ , усвајамо за центар лопте M_1 полупречника $r=a$ (**Сл. 18**). Ова лопта пролази теменима A, B, C, D и E . У равни γ' трансформацијом добијамо висину h_g тачке G . Пресек лопте $M_1(G_n, a)$ са равни α је круг k_1 који ће се видети у правој величини у равни α . Центар тог круга је тачка G_n^α , а полупречник читавамо у првој пројекцији, у пресеку контурног, екваторског круга m_1 лопте M_1 и равни α , зрачно виђене као права. Пресек новодобијеног круга k_1 и круга k_2 даје нам положај тачке F . Круг k_2 је пресек лопте $M_2(A, a)$ и равни α , на којој се налази тачка F . У равни α тако добијамо положај тачке F_n^α и одмах читавамо и њену висину – одстојање од равни основе Ω_2 .

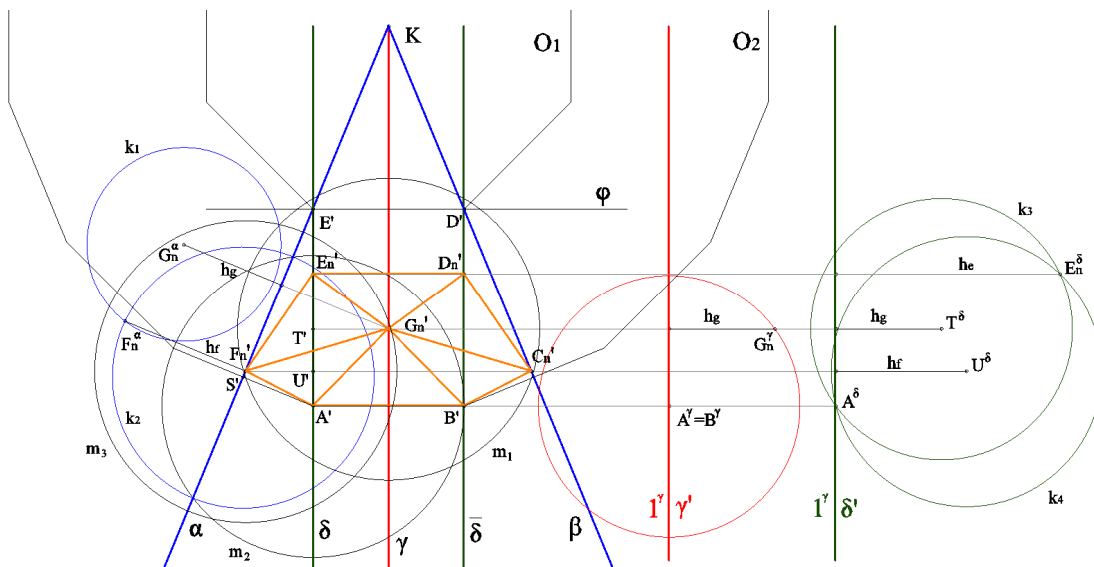
$$1. \alpha \cap M_1(G_n; a) = k_1$$

Пресек равни α и лопте M_1 (центар лопте је тачка G_n а полупречник је једнак ивици a једнакостраничног троугла), је круг k_1 .

$$2. \alpha \cap M_2(A; a) = k_2$$

$$3. k_1 \cap k_2 = F_n^\alpha$$

У описаном конструктивном поступку добијамо по два решења за положај темена F , од чега једно од решења одговара варијанти за испупчено, а друго за удубљено теме G .



Сл. 18 – Конструкција положаја тачке E_n на равни δ , у зависности од претпостављеног почетног положаја централног темена G_n

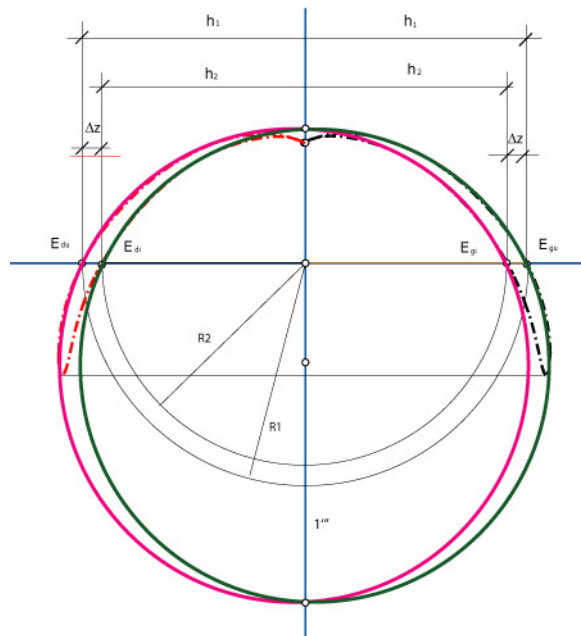
Теме E добијамо на пресеку лопте чији су центри тачке F и G и равни δ .

1. $\delta \cap M_1(G_n; a) = k_3$
2. $\delta \cap M_3(F_n; a) = k_4$
3. $k_3 \cap k_4 = E_n$

Један од пресека кругова k_3 и k_4 је тачка E_n , а други пресек ће увек бити исти – поклапаће се са теменом A , јер теме A такође лежи на кругу k_4 , пресеку равни δ и лопте M_3 .

Трајекторија темена E добија се спајањем свих итеративно добијених тачака ($E_1 - E_n$) у зависности од претпостављених почетних положаја централног темена ($G_1 - G_n$). На основу графички добијеног решења у раду [48] се изводи закључак да се ради о затвореној кривој, која ће у пресеку са зрочно виђеном равни ϕ у којој се теме E налази, дати четири решења, по два са сваке стране усвојене равни основе Ω_2 (дакле, за положај основе Ω_1 са горње или доње стране

дате основе Ω_2), и то: два за случај удубљеног и два за случај испупченог централног темена G .



Сл. 19 – Апроксимација трајекторије темена E кругом, [46] сл. 97, стр. 181

Као што се може видети са слике **Сл. 19**, добијена крива наликује равној пројекцији Вивијанијеве криве, што би у општем случају била кватрика, с тим да се у самопресечној (двострукој) тачки посматране трајекторије јавља двоструки шиљак (куспидална тачка), што ће свакако подићи ред ове криве. Др Марија Обрадовић у [46] даје потврде тезе да се ради о кривој осмог реда – октици и изводи закључак да: „за саму конструктивно - геометријску примену, можемо прибећи апроксимацији ове криве једноставнијом и оперативнијом кривом - кругом, која би дала графичко решење у границама прихватљиве грешке. Потребно је да се, уместо бројних итерација, изаберу три карактеристичне тачке, које би дале круг са најмањим одступањем од добијене фактичке криве трајекторије.

На **Сл. 19** дата је апроксимација добијене криве кругом, на којој се јасно може сагледати да круг у великој мери суперпонира криву у околини очекиваног решења, и да је стога овакав метод оправдан за графичку примену, поготову ако се користи класични цртачки прибор.“

Приказани конструктивни поступак даје решења за оба случаја, за испупчено и за удубљено централно теме **G** просторног шестостраника **ABCDEFG**, већ на основу само три одабране полазне тачке, при чему се, све три морају односити на исту варијанту централног темена **G**. Знајући висину куполе, проблем налажења осталих метричких односа и параметара постаје тривијалан, и решава се неким од класичних нацртно-геометријских поступака – трансформацијом и ротацијом.

За сваку Конкавну куполу друге врсте над n -тостраном полигоналном основом важи да:

- број темена израчунавамо формулом:

$$V = 5n$$

- број ивица израчунавамо формулом:

$$E = 12n$$

- број страна израчунавамо формулом:

$$F = 7n+2$$

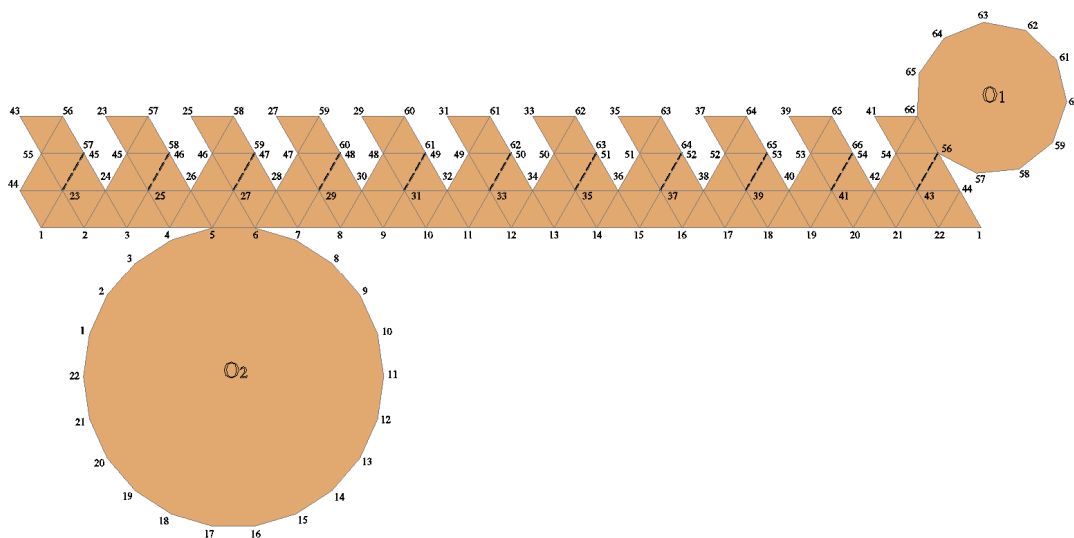
Ако добијене вредности унесемо у Ојлерову формулу:

$$V - E + F = 5n - 12n + 7n + 2 = 2 \tag{1}$$

видимо да је Ојлеров број једнак броју 2, што је карактеристика свих полиедара.

7.0 КОНКАВНЕ КУПОЛЕ ТРЕЋЕ ВРСТЕ

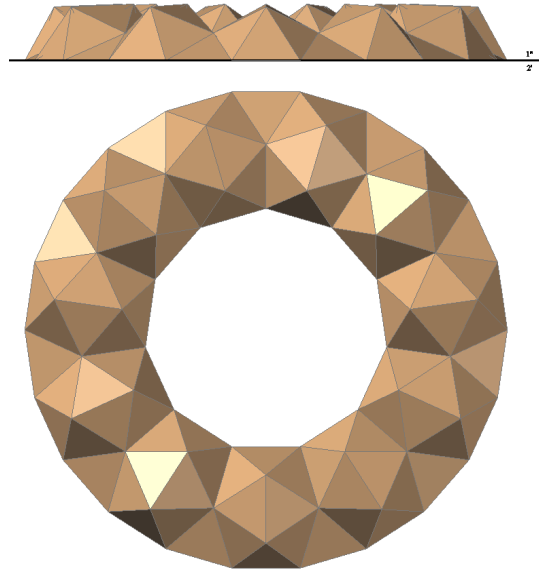
Омотач Конкавне куполе треће врсте [37] састоји се од три реда једнакостраничних троуглова. Већ је описано да Конкавне куполе друге врсте имају полазне полигоне од $n=4$, до $n=10$ и да се за основе чији број темена премашује $n=10$, мора потражити ново решење, јер ортогонално растојање од ивица основа (n -тоугаоника и $2n$ -тоугаоника) премашује вредност $a\sqrt{3}$, двоструку висину једнакостраничног троугла.



Сл. 20 – Изглед мреже омотача Конкавне куполе треће врсте

Мрежа омотача Конкавне куполе треће врсте приказана је на Сл.20. Састоји се од троредне траке једнакостраничних троуглова, као и основних полигона: једанаестоугаоника и њему паралелног двадесетдвоугаоника. Из другог реда једнакостраничних троуглова избачен је сваки четврти троугао, а у трећем реду сукцесивно се смењују по два избачена и два троугла која су део мреже. У другом реду мора се извршити исецање мреже по једној ивици сваког трећег троугла који учествује у мрежи (на Сл. 20 означено испрекиданом линијом). У дати прорез умеће се по један троугао из трећег реда приликом формирања

мреже.¹⁴ Савијањем и спајањем одговарајућих ивица добијамо затворени, прстенасти фрагмент полиедарске површи (Сл. 21).



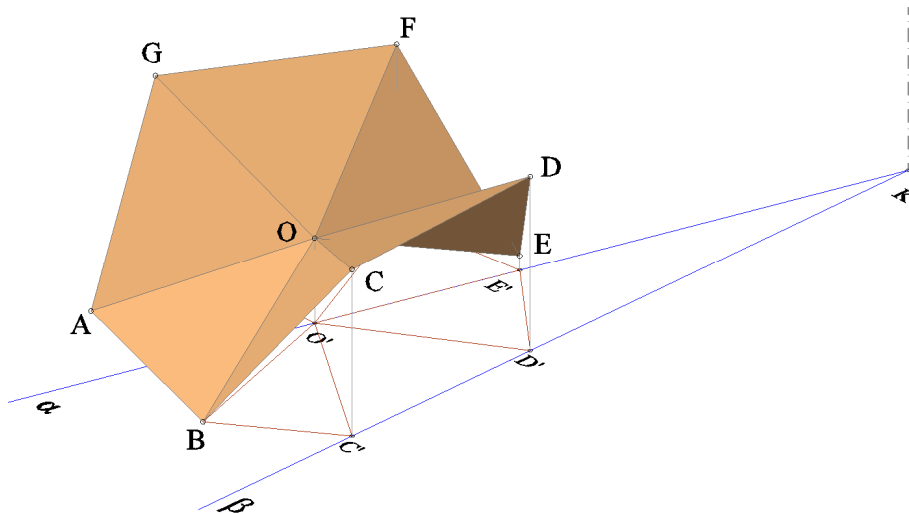
Сл. 21 – Прва и друга ортогонална пројекција полиедарске површи омотача Конкавне куполе треће врсте

Основу Ω_1 , једанаестоугаоник, узимамо као базу за даљу конструкцију. Усвојимо да се она налази у хоризонталној равни, тако да се види у правој величини у првој ортогоналној пројекцији. Претпоставимо да је основа Ω_1 изнад паралелне равни основе Ω_2 , полигона који има двоструко више страна – двадесетдвоугаоника. Основе виђене у првој ортогоналној пројекцији су концентричне, односно центри описаних (и уписаних) кругова око ових полигона биће виђени стопљено јер ће се налазити на вертикалној правој k која је у овом случају и оса тела.

Да би се јасније сагледала геометрија Конкавне куполе треће врсте, погледајмо један сегмент омотача тела. На Сл. 22 приказана је јединична ћелија $ABCDEFGO$ која учествује у грађи тела, а која је сачињена од седам једнакостраничних троуглова формираних око заједничког темена, означеног као

¹⁴ Примера ради: у прорез (57,45) умеће се троугао (45,57,23)

теме O . Радијалним низањем идентичних ћелија око осе k и њиховим спајањем додатним једнакостраничним троугловима у горњој и доњој зони добијамо затворену геометријску целину - омотач Конкавне куполе треће врсте.

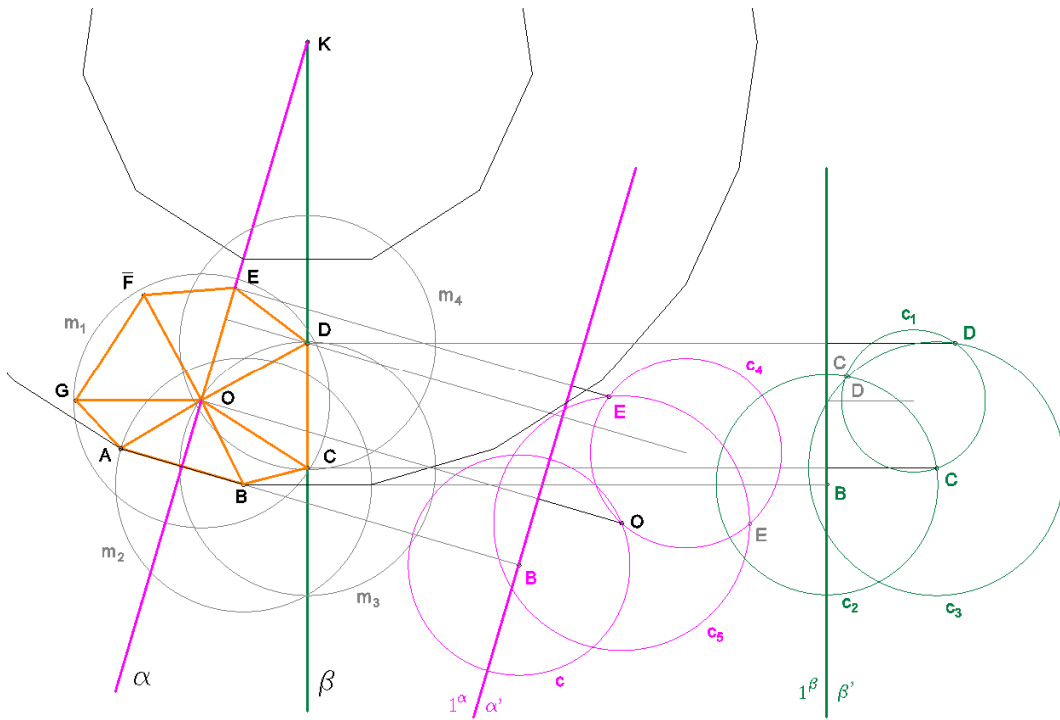


Сл. 22 – Јединична ћелија, просторни седмоестраник $ABCDEFGO$
Конкавне куполе треће врсте

Да би смо дефинисали жељене параметре тела неопходно је поставити полазне услове које овакав просторни седмоестраник мора да испуњава:

1. Ивица AB припада хоризонталној равни двадесетдвоугла и ту равн усвајамо за основну хоризонталну равн.
2. Тачка E припада једанаестоуглу и равни α .
3. Равн α је симетрална равн ивице AB и пролази осом k , која спаја центроиде основа – једанаестоугла и двадесетдвоугла.
4. Равн β је симетрална равн суседне ивице BX полигона основе Ω_2 , двадесетдвоугла, и такође пролази осом k .
5. Просторни седмоестраник $ABCDEFG$ је равански симетричан у односу на равн α .
6. Приликом одређивања висине тела просторни седмоестраник $ABCDEFG$ се креће око ивице AB која би била фиксирана оса ротације.
7. Равн трансформације α^a паралелна је равни α , равн трансформације β^b паралелна је равни β .

Усвајамо (Сл. 23) почетни положај темена O , централног темена просторног седмостраника $ABCDEFGO$. Теме O лежи у равни α . У темену O налазиће се центар лопте M_1 полупречника једнаког страници AB , односно страници α једнакостраничног троугла. На лопти M_1 лежаће сва преостала темена овог просторног склопа – тачке A, B, C, D, E, F и G .



Сл. 23– Конструкција висина темена седмостраника $ABCDEFGO$ за усвојени положај темена O

Теме O има висину h_1 , удаљење темена од основне равни полазног двадесетдвоугла. Висина темена O одређена је његовим положајем на равни α . Троугао ABO ротира око ивице AB по кругу c чији је полупречник једнак висини једнакостраничног троугла. Овај круг кретања тачке O у трансформацијској равни α^a видимо у правој величини. Круг c можемо посматрати и као пресек лопте $M_2(B; a)$ и равни α .

Раван β сече лопту M_1 по кругу c_1 . Висина центра круга c_1 једнака је висини усвојеног темена O – центра лопте. У трансформацијској равни β^b видимо

праву величину и положај овог круга c_1 . На кругу c_1 леже темена C и D , која се налазе истовремено и на лопти M_1 и у равни β .

У равни β^B цртамо круг c_2 , пресек лопте $M_2(B; a)$ и равни β . У пресеку овог круга c_2 и круга c_1 добијамо два решења могућег положаја темена C . Усвајамо једно од решења, према унапред постављеним условима. У темену C постављамо центар нове лопте M_3 полупречника $r=a$. Пресек лопте $M_3(C; a)$ и равни β је круг c_3 . У пресеку круга c_1 и c_3 добијамо два могућа положаја темена D . Бирамо једно од решења које ће у даљем поступку дати реално решење за тражени проблем. То ће бити решење са висинском координатом која ће дозволити да је растојање $a\sqrt{3}/2$ повеже са очекиваним положајем горње ивице једанаестоугла.

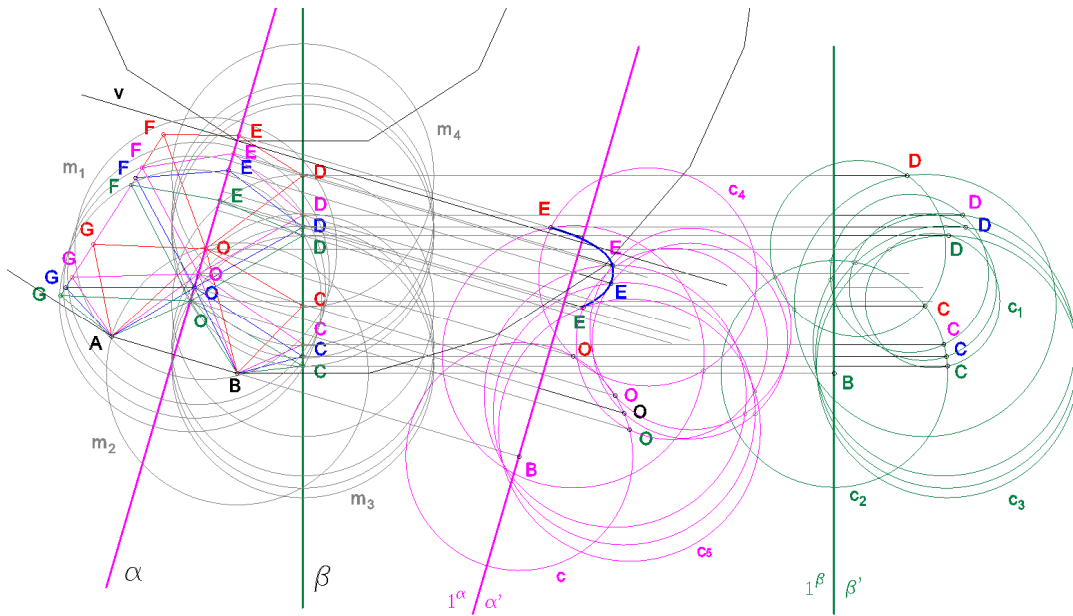
Сада, са центром у темену D , постављамо нову лопту M_4 , која ће сећи раван α по кругу c_4 , на којем се мора налазити преостало теме E , чији положај истражујемо. У трансформацијској равни α^a видимо праву величину круга c_4 . Висина центра круга c_4 , једнака је висини центра лопте M_4 тј. тачке D коју смо одредили у трансформацијској равни β^B . Знамо да се теме E мора налазити и на лопти M_1 и на лопти M_4 . Пресек кругова c_4 и c_5 , у трансформацијској равни α^a , даће нам решење положаја тачке E . Круг c_5 је пресек лопте $M_1(O; a)$ и равни α . Поново се појављују два решења могућег положаја темена E , од којих усвајамо једно, према унапред постављеним условима.

Приказане кораке у конструкцији можемо, ради боље прегледности и лакше даље конструкције, записати у облику:

1. $\alpha \cap M_2(B; a) = c$
2. $\beta \cap M_1(O; a) = c_1$ $\beta \cap M_2(B; a) = c_2$, $c_1 \cap c_2 = C$ (два решења)
3. $\beta \cap M_3(C; a) = c_3$ $c_3 \cap c_1 = D$ (два решења)
4. $\alpha \cap M_4(D; a) = c_4$, $\alpha \cap M_1(O; a) = c_5$, $c_4 \cap c_5 = E$ (два решења)

На Сл. 24 више пута понављамо поступак да би смо добили апроксимацију трајекторије темена E у зависности од положаја првобитно усвојеног темена O . Поштујући полазне претпоставке теме O увек бирамо да припада равни α и да је изнад основне хоризонталне равни полазног двадесетдвоугла. Теме O мора бити на интервалу од O_1 до O_5 да би смо имали

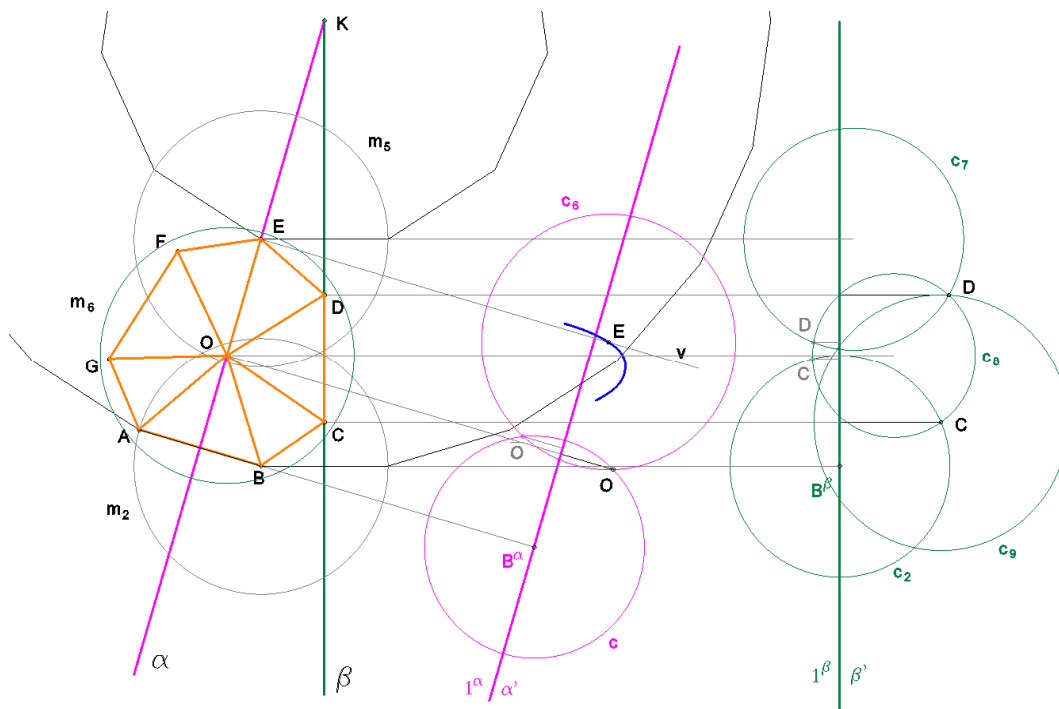
реално одређене тачке C и D које нас доводе до решења за тачку E . Теме O_1 је одређено из услова да пречник круга c_1 буде једнак полупречнику лопте односно страници (a) градивног једнакостраничног троугла, да би смо успели да добијемо тачку D као пресек кругова c_3 и c_1 . Теме O_5 је одређено из услова да је максимално удаљење пројекције тачке O од стране AB заправо $a\sqrt{3}/2$, односно то је гранични случај кад се троугао ABO налази у основној хоризонталној равни двадесетдвоугла.



Сл. 24 - Одређивање трајекторије темена E_n променом положаја темена O_n

Пресеком трајекторије темена E и вертикалне равни (v), на којој се очекује тражени положај темена E , добијамо коначни положај темена E . На Сл. 25 овај пресек видимо у трансформацијској равни α^u . Вертикална равна (v) је условљена диктираним положајем тачке E као темена усвојене основе - једанаестоугла. Са познатим положајем темена E , ретроградним конструктивним корацима, налазимо преостала темена O , C и D .

1. $\alpha \cap M_5(E; a) = c_6, \quad \alpha \cap M_2(B; a) = c, \quad c \cap c_6 = O$ (два решења)
2. $\beta \cap M_5(E; a) = c_7, \quad \beta \cap M_6(O; a) = c_8, \quad c_7 \cap c_8 = D$ (два решења)
3. $\beta \cap M_2(B; a) = c_2, \quad c_2 \cap c_8 = C$ (два решења)



Сл. 25 - Конструкција положаја и висина свих темена јединичне ћелије Конкавне куполе треће врсте

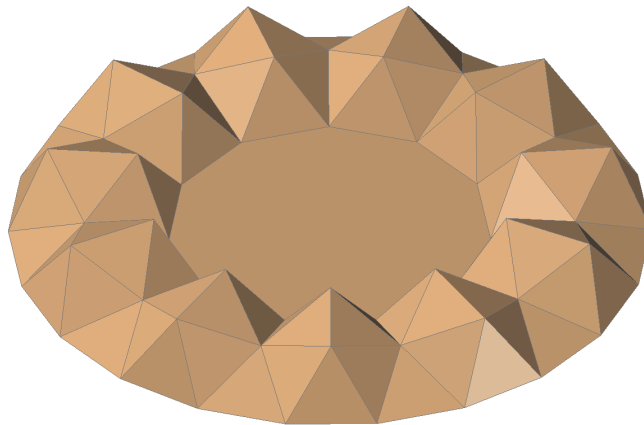
Као резултат конструкције за могући положај темена O , D и C појављују се по два решења. Усваја се оно решење које даје положај темена изнад основне хоризонталне равни двадесетдвоугла и које задовољава услов да теме седмостраника увек мора бити на лопти (полупречника $r=a$) из било ког суседног темена.

Просторни седмостраник $ABCDEFGO$ је равански симетричан у односу на раван α (тачке F и G симетричне су тачкама D и C). На овај начин пронашли смо сва темена чије су висине приказане у Таб.1, за усвојену величину странице $a=100$.

Таб. 1 - Висине темена просторног седмостраника $ABCDEFGO$ Конкавне куполе треће врсте за усвојену величину странице $a = 100$

$AB = a$	O	C, G	D, F	E
100	40.431	78.715	82.616	6.947

Поларним распоредом 11 оваквих хелија за угао 2π , затварамо омотач и тиме потпуно дефинишемо Конкавну куполу треће врсте са једанаестостуғаоном основом (Сл. 26).



Сл. 26 - Конкавна купола треће врсте

Конкавна купола треће врсте има релативно малу висинску разлику између нивоа n -тоугаоника и $2n$ -тоугаоника али се она може издужити елонгацијом или жироелонгацијом, као и конкаелонгацијом – додавањем Конкавних антипризми, као у раду [53]. Поступак генерисања Конкавних антипризми објашњен је у даљем раду, у поглављу број 11.0 .

Анализом резултата истраживања Конкавних купола треће врсте долазимо до питања да ли се оне могу развити и над основама већим од једанаестостуғаоника. Односно да ли постоје куполе чије је ортогонално растојање од ивица основа (n -тоугаоника и $2n$ -тоугаоника) у оквиру вредности $a + \frac{a\sqrt{3}}{2}$ тј. да је испоштовано:

$$a + \frac{a\sqrt{3}}{2} \geq \frac{a}{\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)} \dots\dots\dots (2)$$

Већ код дванаестостугла (2) није задовољено, па изводимо закључак да Конкавне куполе треће врсте за премешћавање основа $n > 10$, постоје само за један

случај¹⁵, $n=11$. Будући да то не задовољава нашу потребу да решимо проблем Конкавних купола виших врста и не даје образац за генерисање нове фамилије полиедара, морамо да потражимо нова решења. Тражићемо решења која дају основу за формирање других, виших врста, са предвидљивим распоредом ћелија и бројем низова једнакоугаоничних троуглова, за одговарајући полазни базис.

У описаном поступку генерисања трајекторије темена E_n променом положаја темена O_n за положај темена C , D и E појављују се по два решења. Након детаљно извршене графичке анализе утврђено је да само за положај темена C , D и E која су презентована у овом поглављу рада, трајекторија темена E_n пресеца вертикалну раван (v), на којој се очекује тражени положај темена E , као темена основе Ω_I .

Јединична ћелија омотача Конкавне куполе треће врсте са једанаестоугаоном основом је просторни седмоугаоник и по том критеријуму искаче из фамилије Конкавних купола које су тема овог рада.

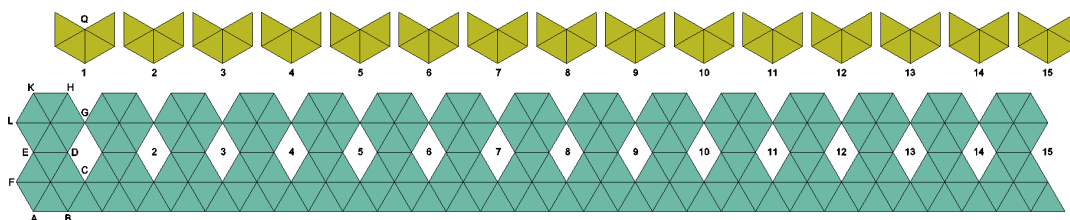
Из свега наведеног, могу се извући следећи закључци:

- постоји само један тип Конкавне куполе треће врсте за $n>10$, са удубљеним средишњим теменом O просторног седмоугаоника;
- конкавна купола са једанаестоугаоном основом је једини представник Конкавних купола треће врсте за $n>10$, па је из тог разлога сингуларитет, не даје правило за формирање своје сопствене фамилије Конкавних купола треће врсте;
- омотач Конкавних купола виших врста мора бити генерисан умножавањем просторних шестостраника, састављених од шест једнакоугаоничних троуглова груписаних око заједничког темена.
- Конкавне куполе виших врста су, дакле, увек парне врсте, будући да у саставу своје мреже имају просторни шестостраник којег чине два реда једнакоугаоничних троуглова.

¹⁵ Конкавне куполе треће врсте могу се генерисати и са мањим базисима од једанаестоугаоника, али за $n \leq 10$ већ постоје Конкавне куполе друге врсте.

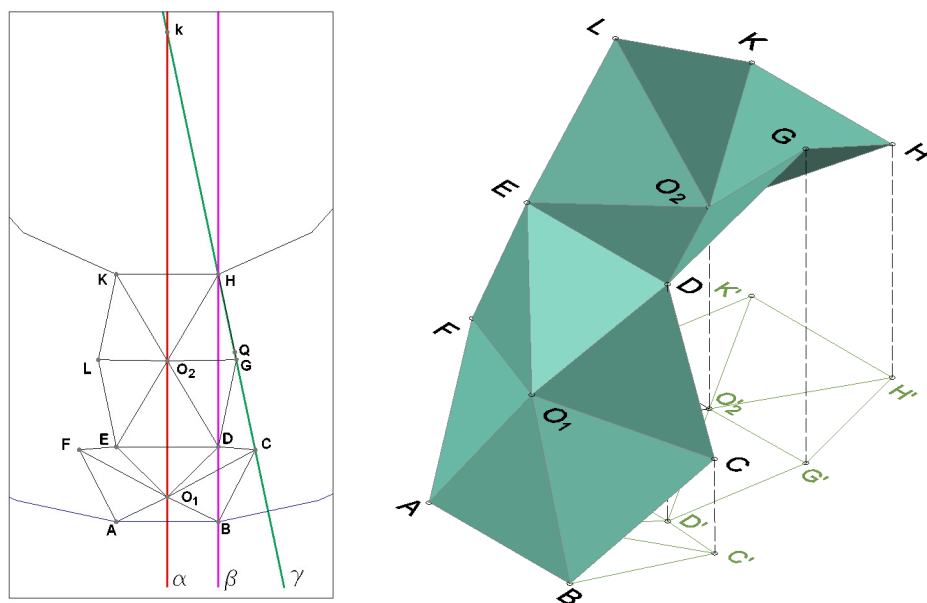
8.0 КОНКАВНЕ КУПОЛЕ ЧЕТВРТЕ ВРСТЕ

Конкавне куполе четврте врсте (**КК IV**) настају набрањем четвороструке траке једнакостраничних троуглова [38]. Истраживање ових купола започето је израдом модела од папира који је био својеврсни експеримент, а у исто време и доказ да је Конкавну куполу овакве геометрије могуће конструисати. На **Сл. 27** дата је мрежа омотача Конкавне куполе четврте врсте са петнаестоугаоном основом.



Сл. 27 – Мрежа омотача **КК IV-15**

Мрежа **КК IV-15** састоји се од омотача, четвороструке траке једнакостраничних троуглова и 15 засебних допунских ћелија, као и основних полигона: петнаестоугла и њему паралелног тридесетоугла. У мрежи куполе између поља просторних шестостраника неопходно је уметнути просторне четвоространике сачињене од четири једнакостранична троугла (обојени жутом бојом на **Сл. 27**). Други начин формирања раванске мреже омотача је да се она састоји од пуних низова једнакостраничних троуглова (уместо присутних празних поља означених бројевима од 1-16) а да се накнадно додају сегменти од два једнакостранична троугла. У даљем раду изабран је први начин формирања мреже да би се јасније уочио принцип генерисања омотача Конкавне куполе поларним распоредом јединичне ћелије. За разлику од **КК II** јединична ћелија Конкавних купола четврте врсте састоји се од два просторна шестостраника, а чине их (као и код **КК II**) по шест једнакостраничних троуглова груписаних око заједничког темена.



Сл. 28 - Јединична ћелија **КК IV** – ортогонална пројекција и **3D** модел просторних шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$

Основу Ω_1 , петнаестугаоник, узимамо као базу за даљу конструкцију. Усвојимо да се она налази у хоризонталној равни, тако да се види у правој величини у првој ортогоналној пројекцији. Претпоставимо да је основа Ω_1 изнад паралелне равни основе Ω_2 , полигона који има двоструко више страна – тридесет. Основе виђене у првој ортогоналној пројекцији су концентричне, односно центри описаних (и уписаних) кругова око ових полигона биће виђени стопљено јер ће се налазити на вертикалној правој која је у овом случају и оса тела.

На просторни шестостраник $ABCDEF O_1$ који учествује у грађи доњег појаса омотача куполе (Сл. 28), ближе $2n$ -тоугаонику, наставља се шестостраник $EDGHKLO_2$. Једнакостранични троуглови, који чине просторне шестостранике, груписани су око заједничког темена O_1 у доњем појасу и око темена O_2 у горњем појасу. Радијалним низањем идентичних ћелија око осе k и њиховим спајањем додатним једнакостраничним троугловима у доњој зони и просторним четвоространицима у горњој зони, добијамо затворену геометријску целину.

Да би смо дефинисали жељене параметре тела, неопходно је поставити полазне услове које овакав просторни склоп мора да испуњава:

1. Ивица AB припада хоризонталној равни тридесетоугла и ту раван усвајамо за основну хоризонталну раван.
2. Ивица ED паралелна је ивици AB и припада јединичним ћелијама и доњег и горњег појаса Конкавне куполе.
3. Ивица HK припада хоризонталној равни петнаестоугла која се налази изнад основне равни.
4. Раван α је симетрална раван ивице AB и пролази осом k , која спаја центроиде основа – петнаестоугла и тридесетоугла.
5. Раван β паралелна је равни α и пролази теменима B, D и H .
6. Раван γ је симетрална раван суседне ивице BX основе Ω_2 , тридесетоугла, и такође пролази осом k .
7. У равани γ налазе се темена C, G, H и Q . Теме Q је заједничко теме једнакостраничних троуглова у саставу додатог просторног четвоространика и не припада просторним шестостраницима $ABCDEF\mathcal{O}_1$ и $EDGHKLO_2$,
8. Просторни шестостраници $ABCDEF\mathcal{O}_1$ и $EDGHKLO_2$ су равански симетрични у односу на раван α .
9. Приликом одређивања висине тела просторни шестостраници $ABCDEF\mathcal{O}_1$ и $EDGHKLO_2$ крећу се око ивице AB која је фиксирана оса ротације.

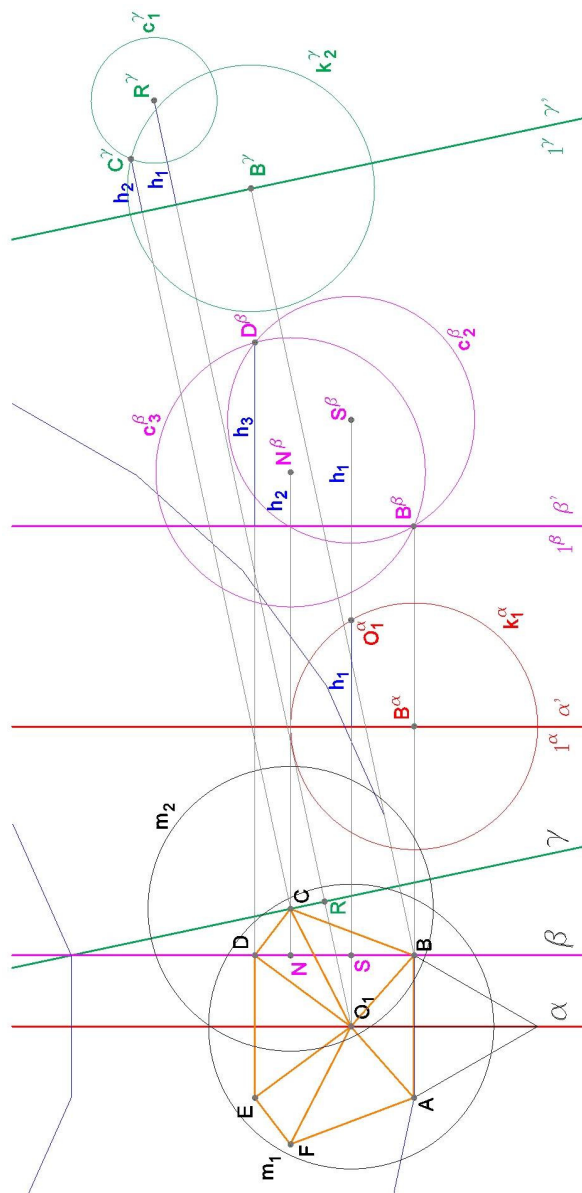
8.1 Конструктивно - геометријско генерисање Конкавне куполе четврте врсте са петнаестоугаоном основом

Усвојићемо величину ивице AB и почетни положај прве пројекције темена \mathcal{O}_1 као што је приказано на Сл. 29. Теме \mathcal{O}_1 лежи у равни α . У темену \mathcal{O}_1 налазиће се центар лопте M_1 полупречника једнаког страници AB , односно страници α једнакостраничног троугла. На лопти M_1 лежаће сва темена просторног шестостраника $ABCDEF\mathcal{O}_1$.

Теме \mathcal{O}_1 има висину h_1 , удаљење темена од равни основе Ω_2 , полазног тридесетоугла. Висина темена \mathcal{O}_1 одређена је његовим положајем на равни α . Троугао $AB\mathcal{O}_1$ ротира око ивице AB по кругу чији је полупречник једнак висини

једнакостраничног троугла. Овај круг кретања тачке O_I обележен је са k_I и у трансформацијској равни α^a видимо га у правој величини.

Раван γ сече лопту M_I по кругу c_I . Висина центра круга c_I једнака је висини усвојеног темена O_I – центра лопте. У трансформацијској равни γ^γ видимо праву величину и положај овог круга c_I . На кругу c_I лежи теме C која се налази истовремено и на лопти M_I и у равни γ .



Сл. 29 - Конструкција висина темена шестостраника $ABCDEF O_I$ за усвојени положај темена O_I

У равни γ^7 цртамо круг κ_2 , полупречника једнаког висини једнакостраничног троугла странице a , који ће бити кружна трајакторија темена C које ротира око ивице BX . У пресеку овог круга κ_2 и круга c_1 добијамо два решења могућег положаја темена C . Величину полупречника круга c_1 узимамо из прве пројекције где се круг c_1 види зрочно. Усвајамо решење које нам даје положај темена C са мањом висином.¹⁶

У темену C постављамо центар нове лопте M_2 полупречника $r=a$. Раван β сече лопту M_2 по кругу c_3 , а лопту M_1 по кругу c_2 . У трансформацијској равни β^B видимо праве величине кругова c_3 и c_2 . Висина центра круга c_2 , тачка S , једнака је висини темена O_1 . Висина центра круга c_3 , тачка N , једнака је висини темена C . У једној тачки пресека кругова c_3 и c_2 добијамо положај темена D . У другој тачки пресека кругова c_3 и c_2 налази се пројекција темена B , што је и контрола целог поступка одређивања темена C и D .

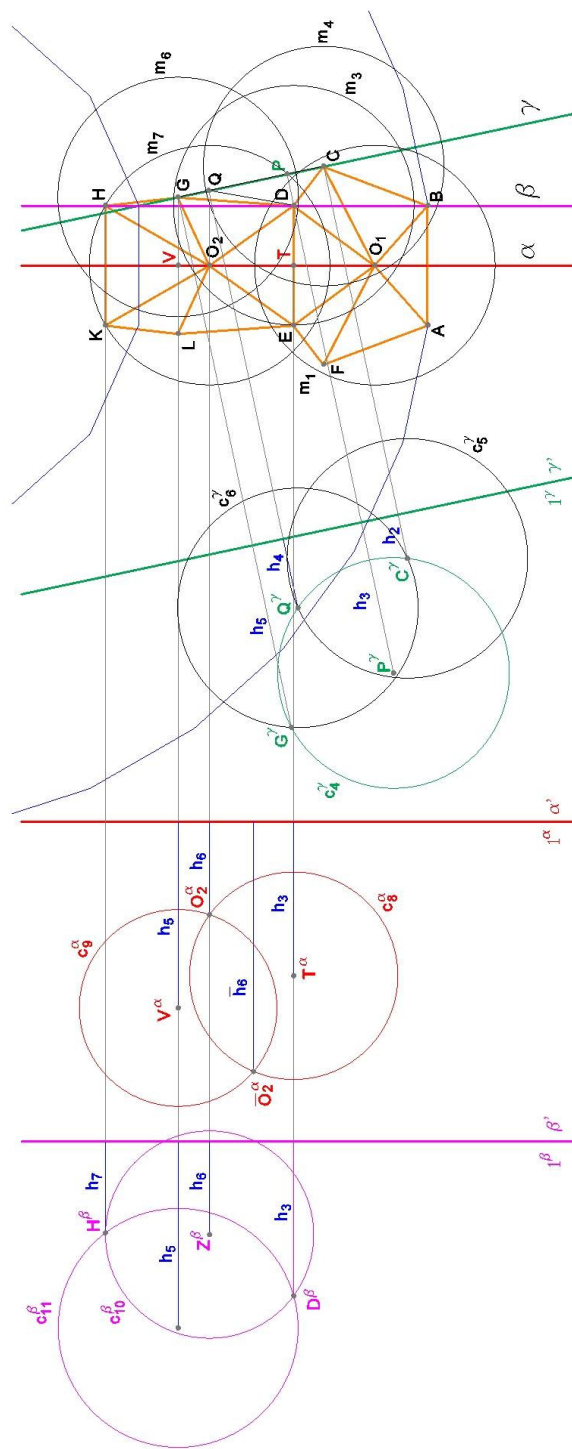
Да би смо одредили положај темена шестостраника $EDGHKLO_2$, у темену D постављамо центар лопте M_3 полупречника $r=a$ (Сл. 30). На лопти M_3 налазе се темена G , O_2 , E , O_1 , C и теме Q . Раван γ сече лопу M_3 по кругу c_4 са центром у тачки P . У трансформацијској равни γ^7 видимо праву величину круга c_4 . Висина центра P једнака је висини темена D .

Раван γ сече лопу M_2 по кругу c_5 . Центар круга c_5 је тачка C чију смо висину одредили. Пресек кругова c_4 и c_5 , у трансформацијској равни γ^7 , даће нам решење положаја темена Q . Поново се појављују два решења, а усвајамо решење које нам даје положај темена Q са мањом висином. У темену Q постављамо центар лопте M_5 , коју раван γ сече по кругу c_6 . На лопти M_5 налазе се темена G , D , C . Темена G и C припадају и лопти M_3 и лопти M_5 . У трансформацијској равни γ^7 у пресеку кругова c_4 и c_6 добијамо положај темена G . Други пресек кругова c_4 и c_6 је тачка C , што је и контрола целог поступка одређивања темена Q и G .

Теме O_2 налази се и на лопти M_3 (центар у темену D) и на лопти M_6 (центар у темену G). Раван α сече лопту M_3 по кругу c_8 , а лопту M_6 по кругу c_9 . Центар круга c_9 је тачка V . Висина тачке V једнака је висини темена G . Центар круга c_8 је тачка T која се налази и на страници DE , па је њена висина једнака висини темена D . У трансформацијској равни α^u виде се праве величине кругова

¹⁶ Генерисање Конкавне куполе четврте врсте са усвојеном варијантом конструкције за положај темена C , Q и O_2 са већом висином обрађено је у поглављима 8.2 – 8.8.

c_8 и c_9 у чијем пресеку се налази теме O_2 . Од два могућа решења усвајамо положај темена O_2 са мањом висином.



Сл. 30 - Конструкција висина темена шестостраника $EDGHKLO_2$ и темена Q

Теме H добијамо у пресеку лопте M_7 (центар у темену O_2) и лопте M_6 (центар у темену G), односно у пресеку кругова c_{10} и c_{11} . Други пресек кругова c_{10} и c_{11} је тачка D . На овај начин пронашли смо сва темена просторног склопа, али без задовољења услова да темена H и K припадају петнаестоуглу чији је центар описаног круга заједнички са центром описаног круга полазног тридесетоугла коме припада страница AB .

Приказане кораке у конструкцији можемо, ради боље прегледности и лакше даље конструкције, записати у облику:

1. $\gamma \cap M_1(O_1; a) = c_1$, $\gamma \cap M(B; a) = k_2$, $c_1 \cap k_2 = C$ (два решења)
2. $\beta \cap M_2(C; a) = c_3$, $\beta \cap M_1(O_1; a) = c_2$, $c_3 \cap c_2 = D$ и теме B
3. $\gamma \cap M_3(D; a) = c_4$, $\gamma \cap M_2(C; a) = c_5$, $c_4 \cap c_5 = Q$ (два решења)
4. $\gamma \cap M_5(Q; a) = c_6$, $c_4 \cap c_6 = G$ и теме C
5. $\alpha \cap M_6(G; a) = c_9$, $\alpha \cap M_3(D; a) = c_8$, $c_8 \cap c_9 = O_2$ (два решења)
6. $\beta \cap M_7(O_2; a) = c_{10}$, $\beta \cap M_6(G; a) = c_{11}$, $c_{10} \cap c_{11} = H$ и теме D

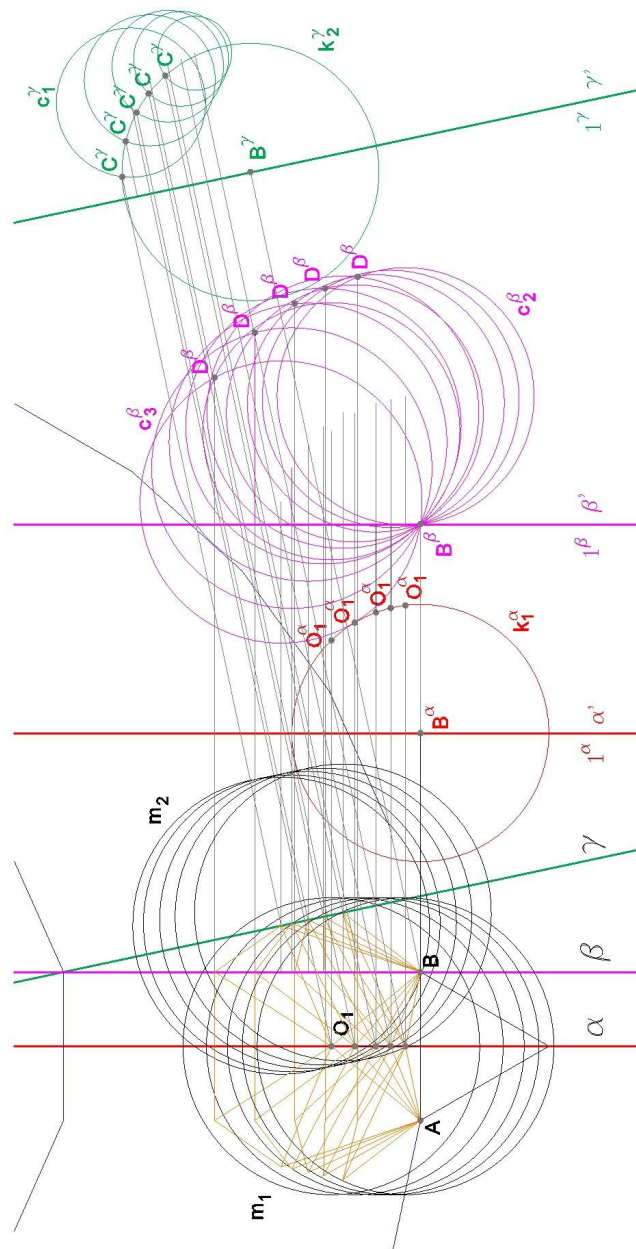
Више пута понављамо поступак да би смо добили апроксимацију трајекторије темена H у зависности од положаја првобитно усвојеног темена O_1 (Сл. 31 и Сл. 32). Поштујући полазне претпоставке, теме O_1 увек бирамо да припада равни α и да је изнад основне хоризонталне равни полазног тридесетоугла.

Пресеком трајекторије темена H и вертикалне равни (ν), Сл.33, на којој се очекује тражени положај темена H , добијамо коначни положај темена H . Вертикална раван (ν) је условљена диктираним положајем тачке H као темена усвојеног полигона основе Ω_1 - петнаестоугла.

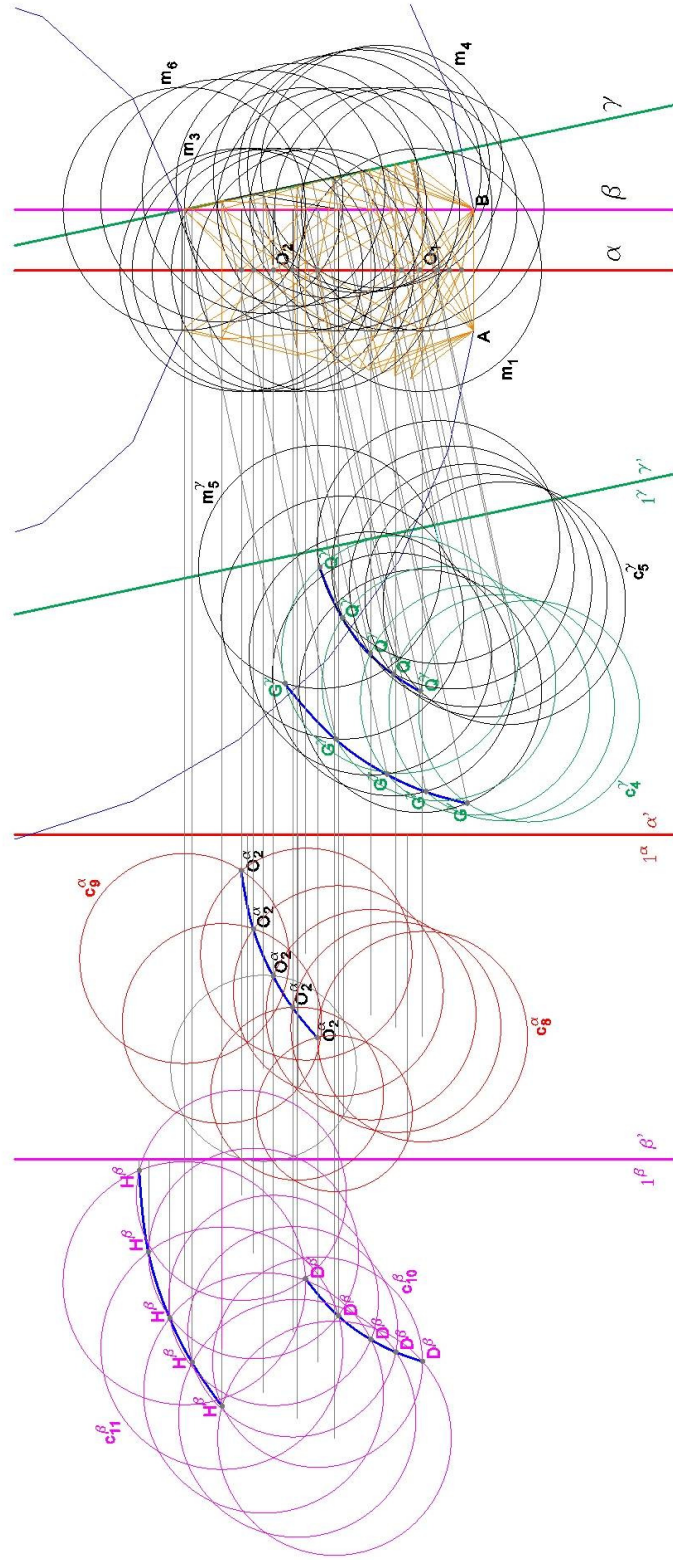
Са познатим положајем темена H , ретроградним конструктивним корацима, налазимо преостала темена посматраних просторних јединичних склопова.

1. $\alpha \cap M_8(H; a) = c_{12}$

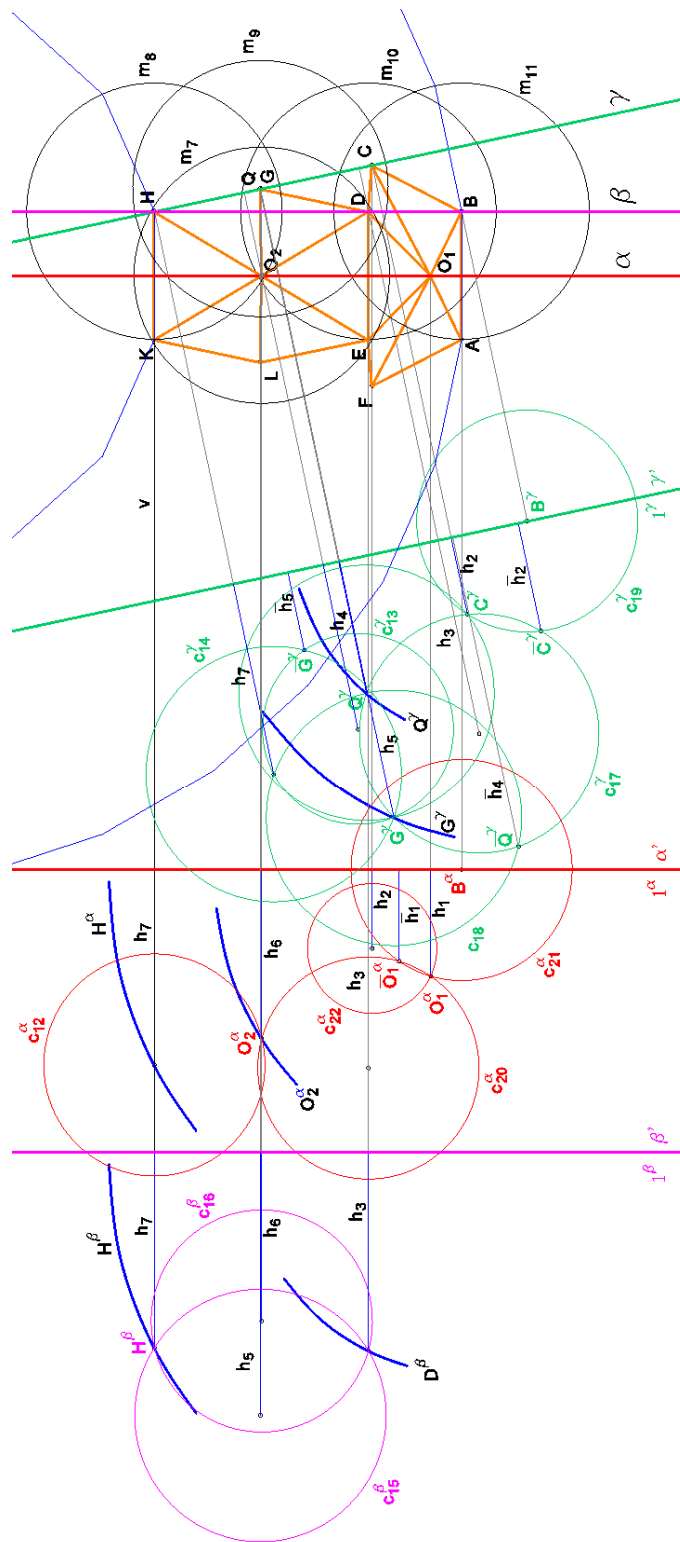
Пресек равни α и лопте M_8 , (центар лопте је тачка H а полупречник је једнак ивици a једнакостраничног троугла), је круг c_{12} . У пресеку круга c_{12} и трајекторије темена O_2 добијамо положај и висину темена O_2 .



Сл. 31 - Одређивање трајекторије темена D , добијене променом положаја темена O_1 , средишта шестостраника $ABCDEF O_1$



Сл. 32 - Одређивање трајекторије темена H , добијене променом положаја темена O_1 , средишта шестостраника $ABCDEF O_1$



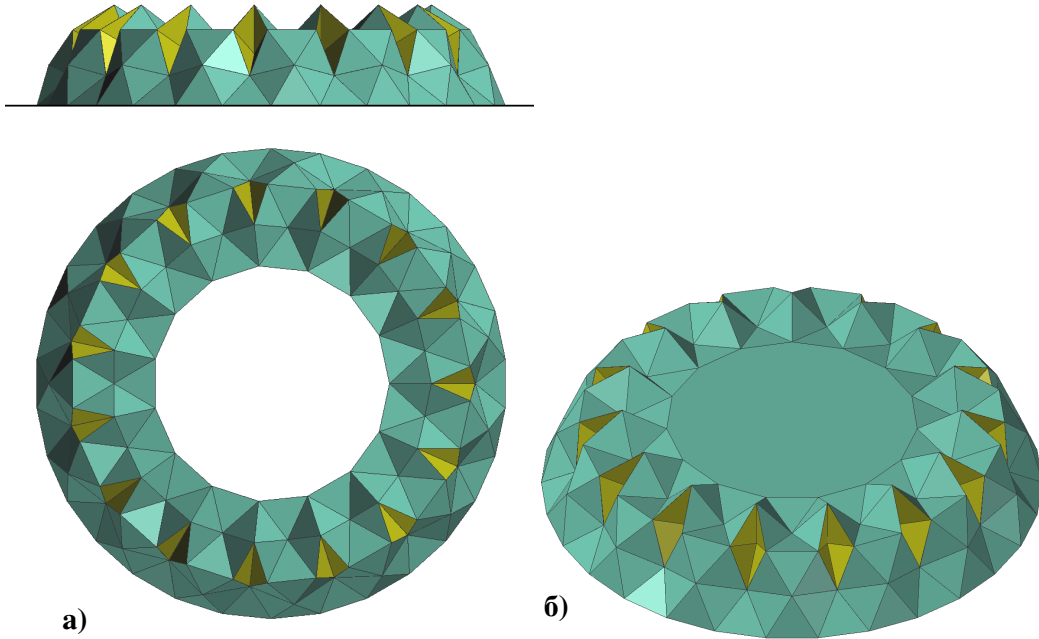
Сл. 33 - Конструкција положаја и висина свих темена јединичне хелије
Конкавне куполе четврте врсте са петнаестугаоном основом

2. $\gamma \cap M_7(O_2; a) = c_{13}$, $\gamma \cap M_8(H; a) = c_{14}$, $c_{13} \cap c_{14} = G$
3. $\beta \cap M_9(G; a) = c_{15}$, $\beta \cap M_7(O_2; a) = c_{16}$, $c_{15} \cap c_{16} = D$ и теме H
4. $\gamma \cap M_{10}(D; a) = c_{17}$, $\gamma \cap M_9(G; a) = c_{18}$, $c_{17} \cap c_{18} = Q$

Пресеком кругова c_{17} и c_{18} добијамо два решења за могући положај тачке Q . Бирамо оно које задовољава услов да се на лопти са центром у темену Q ($r=a$) морају налазити и темена C и G .

5. $\gamma \cap M_{11}(B; a) = c_{19}$, $c_{19} \cap c_{17} = C$
6. $\alpha \cap M_{10}(D; a) = c_{20}$ $\alpha \cap M_{11}(B; a) = c_{21}$, $c_{20} \cap c_{21} = O_1$

Пресеком кругова c_{20} и c_{21} добијамо два решења за могући положај тачке O_1 . Усвајамо оно решење које задовољава услов да се теме O_1 мора налазити и на пресеку лопте из темена C ($r=a$), односно и на кружница c_{22} .



Сл. 34 - КК IV-15Мм,

а) ортогоналне пројекције омотача куполе, б) 3D модел куполе

Просторни склоп два шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$, са заједничком ивицом DE , равански је симетричан у односу на раван α . На овај начин пронашли смо положај и висину свих темена јединичне ћелије КК IV. Применом описане варијанте конструктивног поступка O_1CQO_2 , мања висина темена C , Q и O_2 , генерише се купола са удубљеним теменом O_2 , а испупченим

теменом O_1 , и обележићемо је са **КК IV-15Mm**. Применом програма *AutoCAD*, нацртан је **3D** модел куполе (Сл. 34). У датом поступку за графичко одређивање темена просторних шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ добијамо по два решења за положај темена C , Q и O_2 . Имајући то у виду морамо испитати шта се дешава кад у приказаном конструктивном поступку применимо сваку од могућих опција. За унапред одабрану висину темена O_1 можемо изабрати једну од укупно 8 могућих варијанти конструктивног поступка:

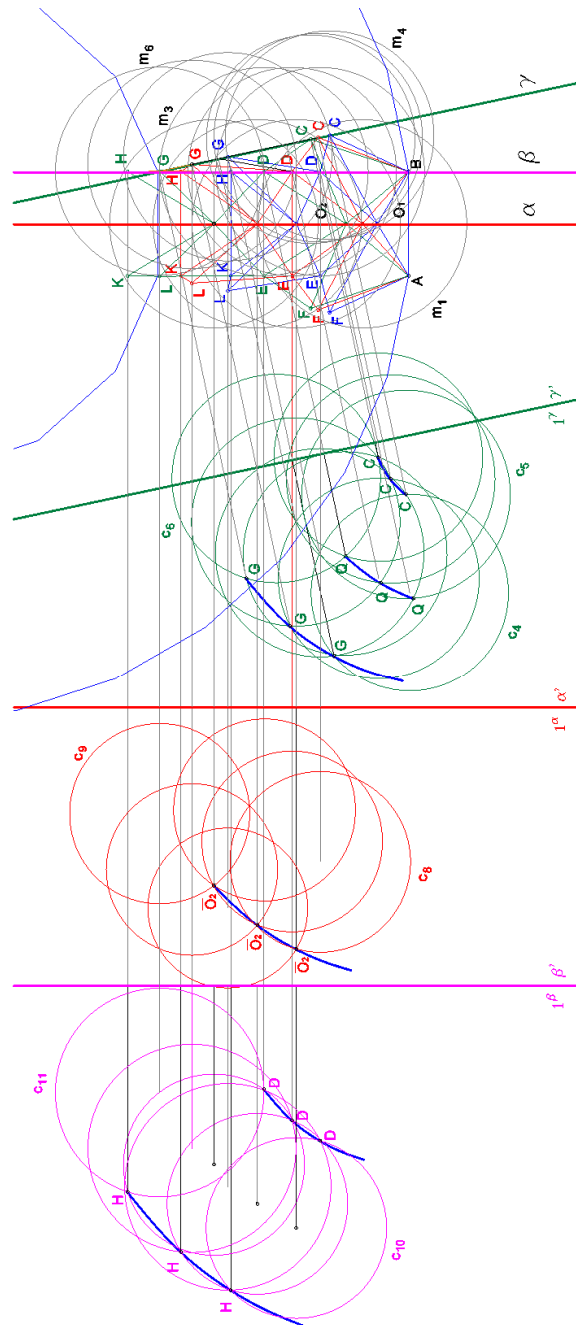
- 1) O_1CQO_2
- 2) $O_1CQO_2^*$ (усвојена већа висина темена O_2)
- 3) $O_1CQ^*O_2$ (усвојена већа висина темена Q)
- 4) $O_1CQ^*O_2^*$ (усвојена већа висина темена Q и O_2)
- 5) $O_1C^*QO_2$ (усвојена већа висина темена C)
- 6) $O_1C^*QO_2^*$ (усвојена већа висина темена C и O_2)
- 7) $O_1C^*Q^*O_2$ (усвојена већа висина темена C и Q)
- 8) $O_1C^*Q^*O_2^*$ (усвојена већа висина темена C , Q и O_2).

Прва варијанта конструктивног поступка O_1CQO_2 , са усвојеним мањим висинама за темена C , Q и O_2 приказана је у овом поглављу. У поглављима који следе анализираћемо за све преостале варијанте конструктивног поступка кретање просторних шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ и могућност формирања Конкавних купола четврте врсте.

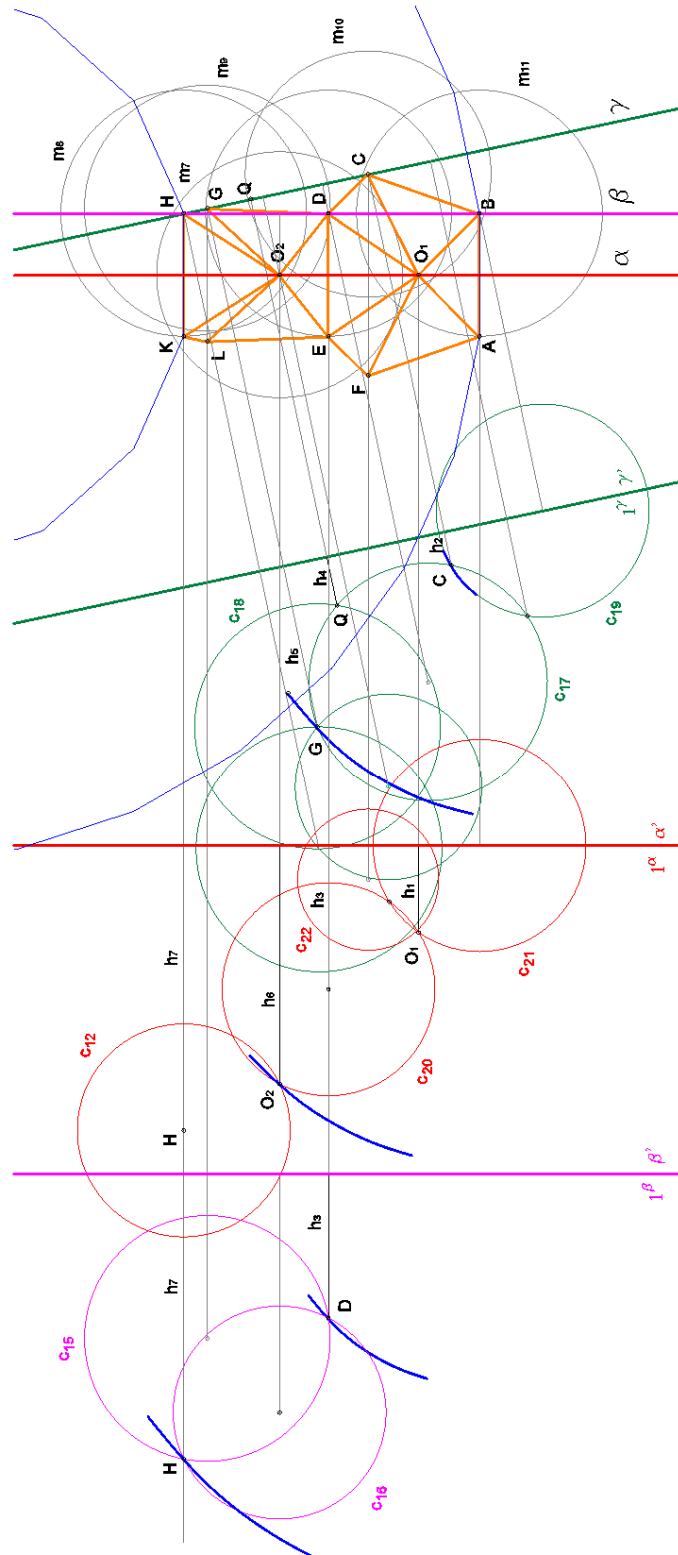
8.2 Генерисање КК IV применом варијанте конструктивног поступка $O_1CQO_2^*$ – већа висина темена O_2

У претходном поглављу детаљно је објашњена конструкција **КК IV** и назначено да се приликом конструкције темена O_2 могу изабрати два положаја, са већом и мањом висином. Треба нагласити да изабрана висина темена O_2 не утиче на трајекторију темена D , па се конструктивни поступак приказан на Сл. 31 из претходног поглавља, може усвојити као почетак конструкције. На Сл. 35 приказано је одређивање трајекторије темена H променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена O_2 .

1. $\gamma \cap M_3(D; a) = c_4$, $\gamma \cap M_4(C; a) = c_5$, $c_4 \cap c_5 = Q$ (усвајамо мању висину за Q)
2. $\gamma \cap M_5(Q; a) = c_6$, $c_4 \cap c_6 = G$ и теме C
3. $\alpha \cap M_6(G; a) = c_9$, $\alpha \cap M_3(D; a) = c_8$, $c_8 \cap c_9 = O_2$ (усвајамо већу висину за O_2)
4. $\beta \cap M_7(O_2; a) = c_{10}$, $\beta \cap M_6(G; a) = c_{11}$, $c_{10} \cap c_{11} = H$ и теме D



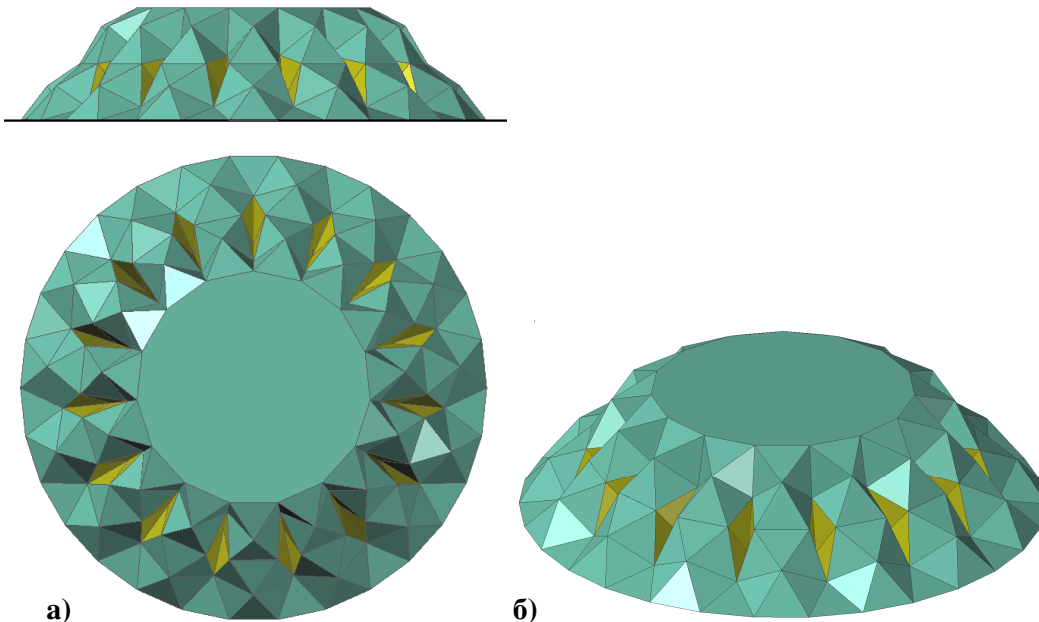
Сл. 35 - Одређивање трајекторије темена H , добијене променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена O_2



Сл. 36 - Конструкција положаја и висина свих темена Конкавне куполе четврте врсте са већом висином темена O_2

Просторни шестотраници $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ својим кретањем око фиксираних страница AB прелазе преко вертикалне равни очекиваног положаја странице HK , Сл. 35, што значи да је формирање Конкавне куполе четврте врсте могуће, те да пресеком трајекторије темена H и вертикалне равни (ν), Сл. 36, добијамо коначни положај темена H . Применом описане варијанте конструктивног поступка $O_1 C Q O_2^*$, већа висина темена O_2 , генерише се Конкавна купола четврте врсте са испупченим теменима O_1 и O_2 , и обележићемо је са **КК IV-15mm**. На Сл. 37 приказане су ортогоналне пројекције омотача и **3D** модел куполе, урађени применом програма *AutoCAD*.

1. $\alpha \cap M_8(H; a) = c_{12}$,
2. $\gamma \cap M_7(O_2; a) = c_{13}$, $\gamma \cap M_8(H; a) = c_{14}$, $c_{13} \cap c_{14} = G$
3. $\beta \cap M_9(G; a) = c_{15}$, $\beta \cap M_7(O_2; a) = c_{16}$, $c_{15} \cap c_{16} = D$
4. $\gamma \cap M_{10}(D; a) = c_{17}$, $\gamma \cap M_9(G; a) = c_{18}$, $c_{17} \cap c_{18} = Q$
5. $\gamma \cap M_{11}(B; a) = c_{19}$, $c_{19} \cap c_{17} = C$
6. $\alpha \cap M_{10}(D; a) = c_{20}$ $\alpha \cap M_{11}(B; a) = c_{21}$, $c_{20} \cap c_{21} = O_1$



Сл. 37 - **КК IV-15mm**
 а) ортогоналне пројекције омотача куполе, б) **3D** модел куполе

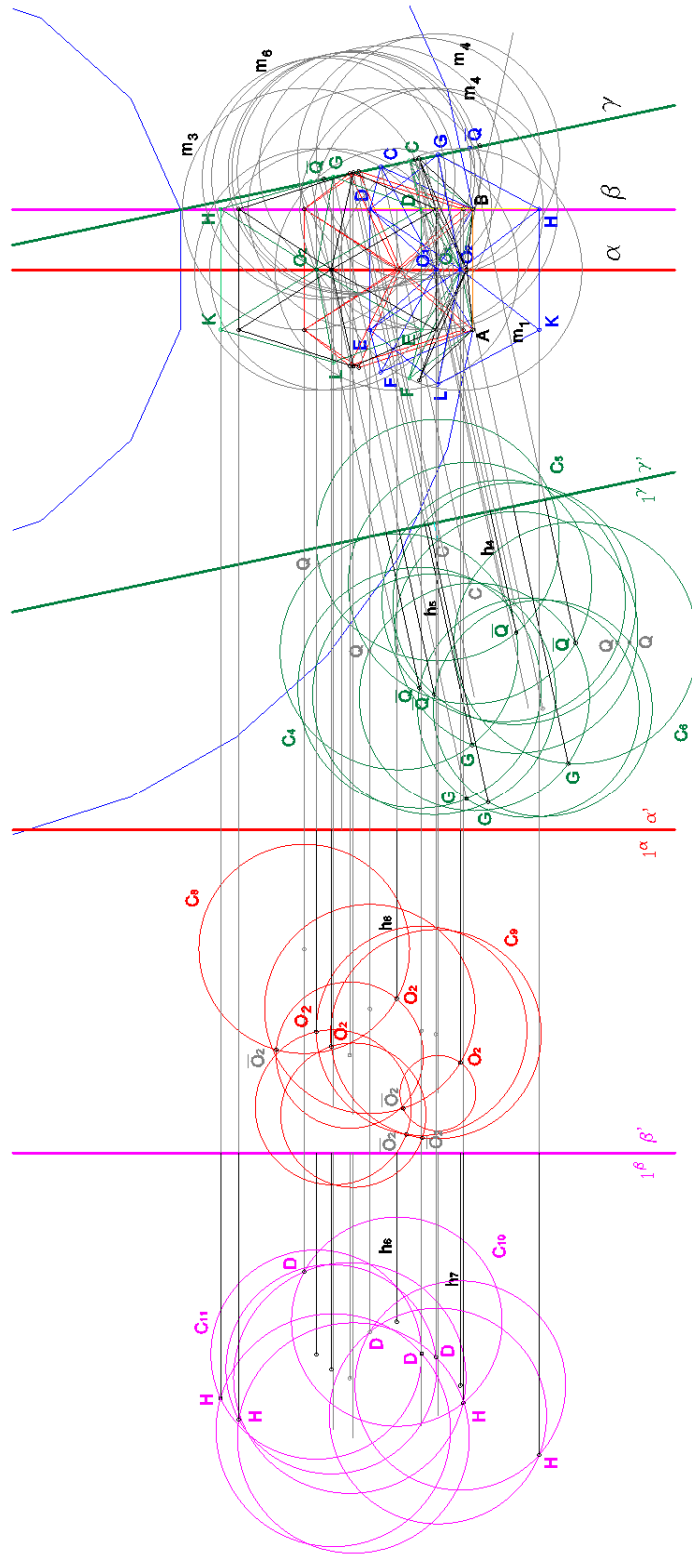
8.3 Испитивање могућности генерисања КК IV применом варијанте конструктивног поступка $O_1CQ^*O_2$

Променом положаја средишњег темена O_1 просторног шестостраника $ABCDEF O_1$ мења се и положај горњег појаса јединичне ћелије, односно шестостраника $EDGHKLO_2$. Приликом конструкције положаја и висине тачака јединичне ћелије можемо изабрати конструкцију са мањом висином темена Q (конструкција је дата у поглављу број 8.1) или са већом висином темена Q (Сл. 38).

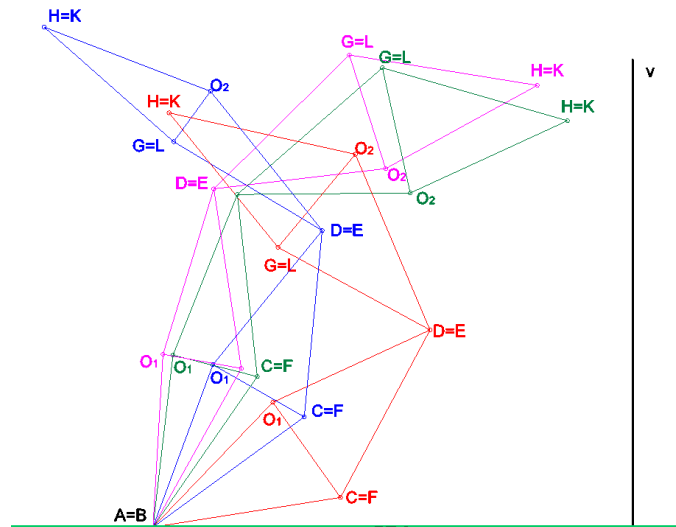
Треба нагласити да изабрано решење за висину темена Q не утиче на трајекторију темена D , те се конструктивни поступак приказан на Сл. 31 из поглавља број 8.1 може усвојити као почетак конструкције. На Сл. 38 приказана је конструкција положаја и висине темена H променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена Q .

Из приказане конструкције (Сл. 38) закључујемо, да се приликом кретања шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ (за унапред усвојен положаја темена O_1) темена H и K не досежу вертикалну раван (v) која је условљена диктираним положајем тачке H као темена усвојеног полигона основе (петнаестоугла).

Ради бољег сагледавања кретања просторних шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$, на Сл. 39 је дата трећа пројекција јединичне ћелије за четири унапред изабрана положаја темена O_1 . Приликом кретања темена O_1 од почетно усвојеног положаја (на Сл. 39 приказано црвеном бојом) шестостраник $EDGHKLO_2$ се подиже и креће улево (супротно од вертикалне равни v), да би за последња два положаја темена O_1 шестостраник $EDGHKLO_2$ кренуо удесно (ка вертикалној равни v) али и почео да спушта ка основној хоризонталној равни. Такво „спуштање“ шестостраника $EDGHKLO_2$ диктирано је померањем заједничке ивице DE у правцу супротном од вертикалне равни (v).



Сл. 38 - Конструкција положаја и висине темена H , условљених променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена Q



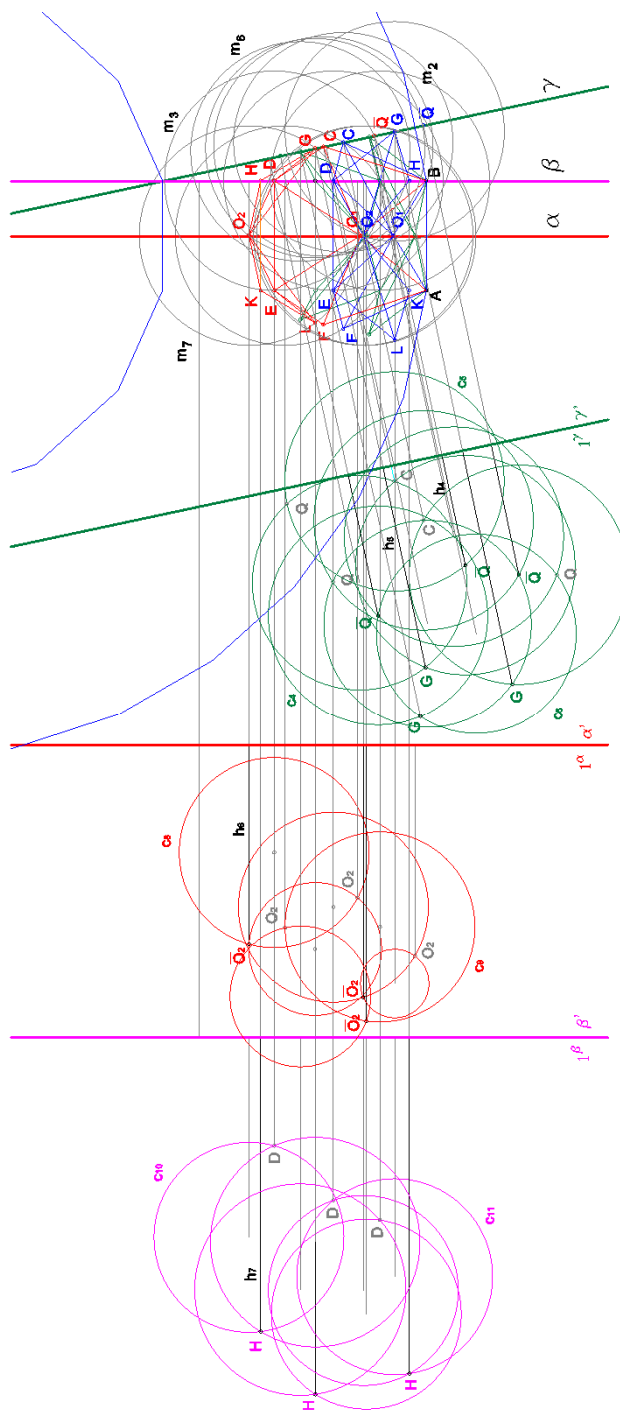
Сл. 39 – Трећа пројекција шестостраника $ABCDEFO_1$ и $EDGHKLO_2$ за четири унапред усвојена положаја темена O_1 , варијанта конструкције $O_1CQ^*O_2$

Закључак је да јединична ћелија састављена од просторних шестостраника $ABCDEFO_1$ и $EDGHKLO_2$ неће формирати Куполу четврте врсте ако применимо варијанту конструктивног поступка $O_1CQ^*O_2$ јер трајекторија темена H не пресеца вертикалну раван (v) која је условљена диктираним положајем тачке H као темена усвојеног полигона основе.

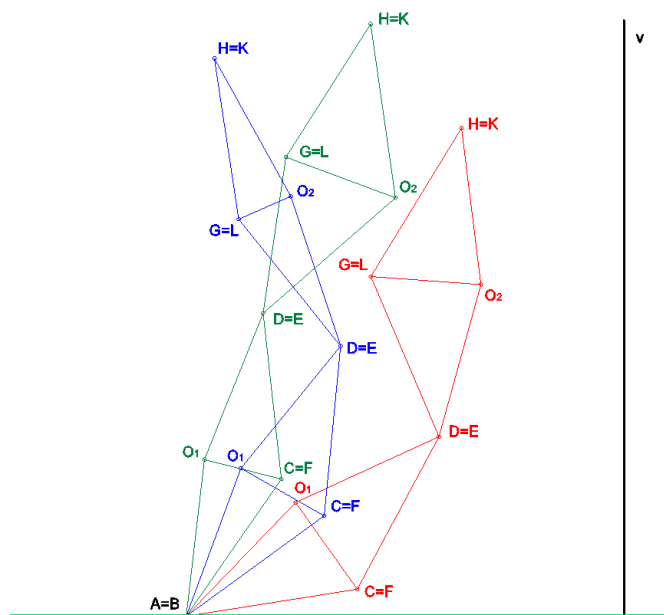
8.4 Испитивање могућности генерисања КК IV применом варијанте конструктивног поступка $O_1CQ^*O_2$

У претходном поглављу закључили смо да није могуће формирати Куполу четврте врсте применом варијанте конструкције $O_1CQ^*O_2$. Да ли ће формирање Куполе бити могуће усвајањем и веће висине темена O_2 предмет је конструктивног поступка који следи. И овом приликом као почетак усвајамо конструктивни поступак изложен у поглављу број 8.1, Сл. 31, јер промена висина темена Q и O_2 не утиче на положај и висину темена C и D . Конструкција положаја

и висине темена H променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена Q и O_2 приказана је на Сл. 40.



Сл. 40 - Конструкција положаја и висине темена H , условљених променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена Q и O_2



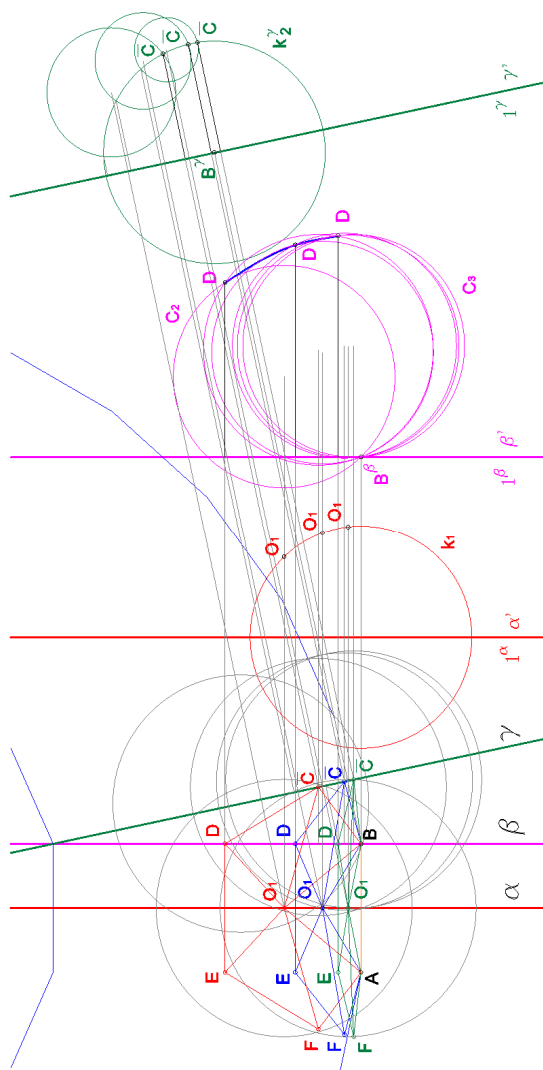
Сл. 41 – Трећа пројекција шестостраника $ABCDEFO_1$ и $EDGHKLO_2$ за три унапред усвојена положаја темена O_1 , варијанта конструкције $O_1CQ^*O_2^*$

Из приказане конструкције на Сл. 40 закључујемо, да се приликом кретања шестостраника $ABCDEFO_1$ и $EDGHKLO_2$ (за унапред усвојен положаја темана O_1) темена H и K не достижу вертикалну раван (v) која је условљена диктираним положајем тачке H као темена усвојеног полигона основе (петнаесту угла). Ради бољег сагледавања кретања просторних шестостраника $ABCDEFO_1$ и $EDGHKLO_2$ на Сл. 41 је дата трећа пројекција јединичне ћелије за три унапред изабрана положаја темена O_1 . Приликом кретања темена O_1 од почетног положаја (на Сл. 41 приказано црвеном бојом) шестостраник $EDGHKLO_2$ се подиже и креће супротно од вертикалне равни (v).

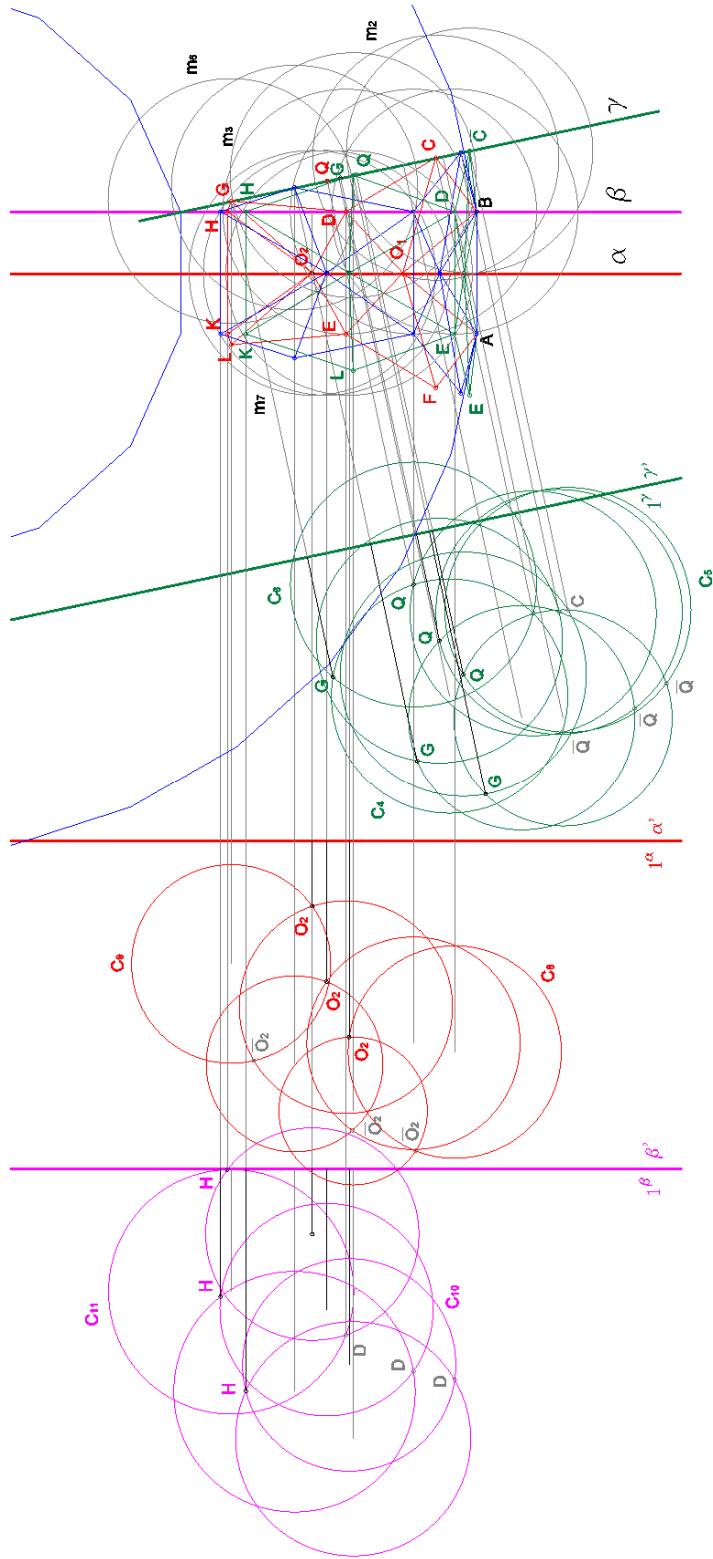
Закључак је да јединична ћелија састављена од просторних шестостраника $ABCDEFO_1$ и $EDGHKLO_2$ неће формирати Конкавну куполу четврте врсте ако применимо варијанту конструктивног поступка $O_1CQ^*O_2^*$, већа висина темена Q и O_2 , јер трајекторија темена H не пресеца вертикалну раван (v) која је условљена диктираним положајем тачке H као темена полигона основе.

8.5 Испитивање могућности генерисања КК IV применом варијанте конструктивног поступка $O_1C^*QO_2$

Применом варијанте конструктивног поступка $O_1C^*QO_2$, већа висина темена C , мења се и положај и висина тачака шестостраника $ABCDEF O_1$. Конструкција трајекторије темена D , добијене променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена C , приказана је на Сл. 42 (објашњење конструкције изложено је у поглављу број 8.1).



Сл. 42 - Конструкција трајекторије темена D , добијене променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена C

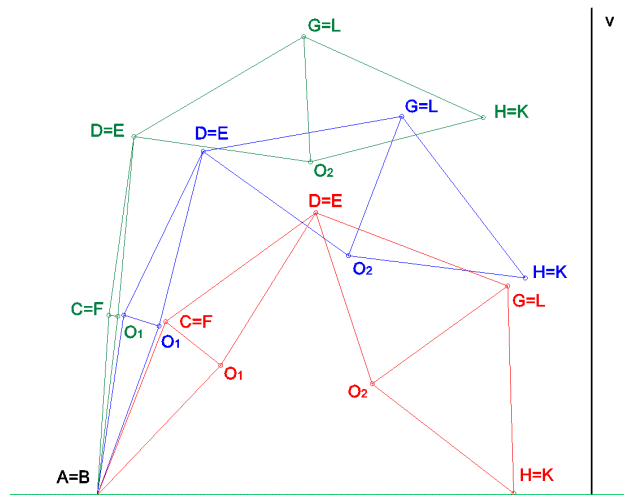


Сл. 43 - Конструкција положаја и висине темена H , условљених променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена C

1. $\gamma \cap M_I(O_I; a) = c_1$, $\gamma \cap M(B; a) = k_2$, $c_1 \cap k_2 = C$ (усвајамо већу висину)
2. $\beta \cap M_2(C; a) = c_3$, $\beta \cap M_I(O_I; a) = c_2$, $c_3 \cap c_2 = D$ и теме B

Са познатим положајем и вишином темена D приступамо конструкцији положаја и висине свих преосталих темена шестостраника $EDGHKLO_2$ (Сл. 43).

1. $\gamma \cap M_3(D; a) = c_4$, $\gamma \cap M_4(C; a) = c_5$, $c_4 \cap c_5 = Q$ (усвајамо мању висину за Q)
2. $\gamma \cap M_5(Q; a) = c_6$, $c_4 \cap c_6 = G$ и теме C
3. $\alpha \cap M_6(G; a) = c_9$, $\alpha \cap M_3(D; a) = c_8$, $c_8 \cap c_9 = O_2$ (усвајамо мању висину за O_2)
4. $\beta \cap M_7(O_2; a) = c_{10}$, $\beta \cap M_6(G; a) = c_{11}$, $c_{10} \cap c_{11} = H$ и теме D



Сл. 44 – Трећа пројекција шестостраника $ABCDEFO_1$ и $EDGHKLO_2$ за три унапред усвојена положаја темена O_1 , варијанта конструкције $O_1C^*QO_2$

Из приказане конструкције на Сл. 43 закључујемо, да се приликом кретања шестостраника $ABCDEFO_1$ и $EDGHKLO_2$ (за унапред усвојен положаја темана O_1) темена H и K не досежу вертикалну раван (v) која је условљена диктираним положајем тачке H као темена полигона основе (петнаестоугла). Ради бољег сагледавања кретања просторних шестостраника $ABCDEFO_1$ и $EDGHKLO_2$

дата је на Сл. 44 трећа пројекција јединичне ћелије за три унапред изабрана положаја темена O_1 . Приликом кретања темена O_1 од почетног положаја (на Сл. 44 приказано црвеном бојом) шестостраник $EDGHKLO_2$ се подиже и креће супротно од вертикалне равни (ν).

Закључак је да јединична ћелија састављена од просторних шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ неће формирати Куполу четврте врсте ако применимо варијанту конструктивног поступка $O_1 C^* Q O_2$ јер трајекторија темена H не пресеца вертикалну раван (ν) која је условљена диктираним положајем тачке H као темена усвојеног полигона основе.

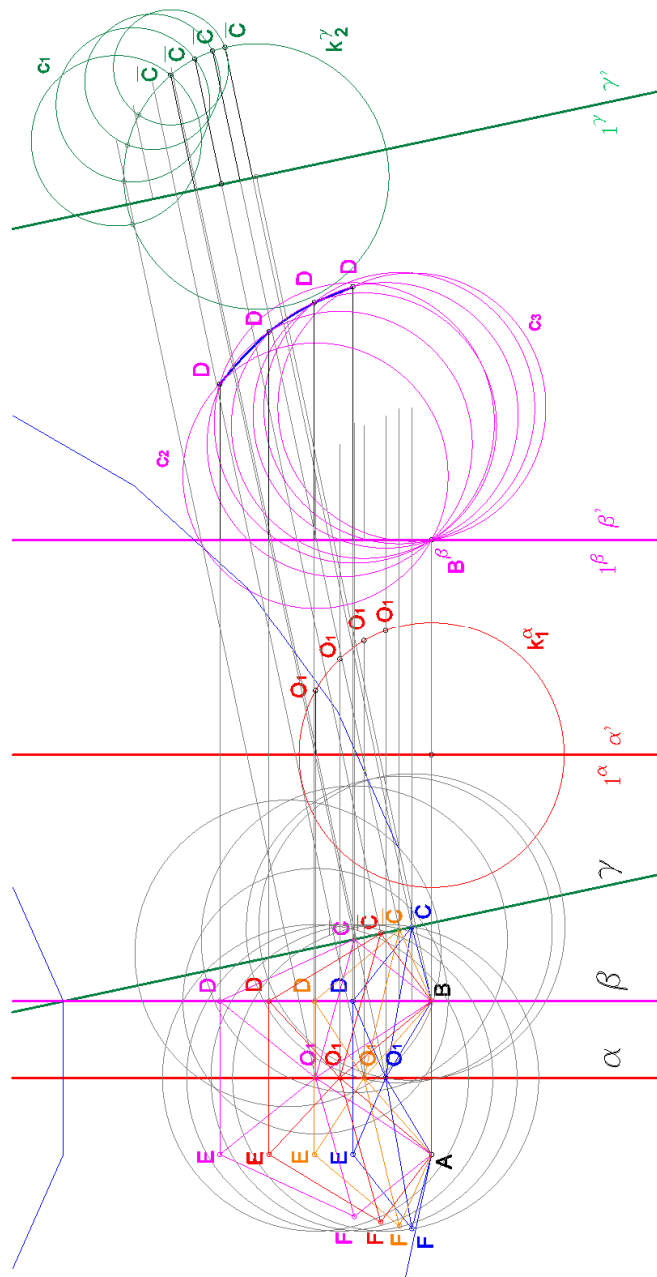
8.6 Генерисање КК IV применом варијанте конструктивног поступка $O_1 C^* Q O_2$ - већа висина темена C и O_2

Генерисање Конкавних купола четврте врсте применом варијанте конструктивног поступка $O_1 C^* Q O_2$ започето је одређивањем положаја и висине темена просторног шестостраника $ABCDEF O_1$ за четири унапред усвојена положаја средишњег темена O_1 . Конструкција трајекторије темена D , добијене променом положаја темена O_1 , (објашњење конструктивног поступка изложено је у поглављу број 8.1) приказана је на Сл. 45.

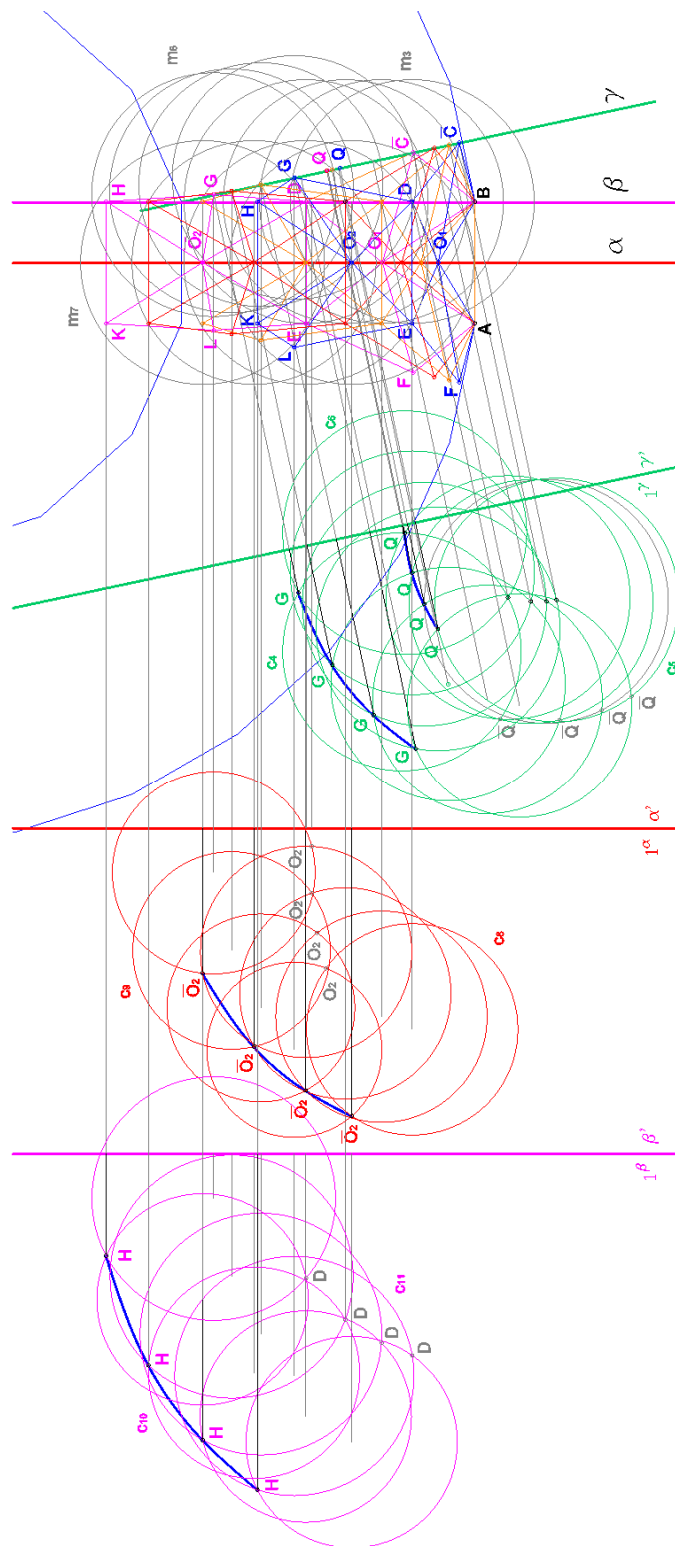
1. $\gamma \cap M_1(O_1; a) = c_1$, $\gamma \cap M(B; a) = k_2$, $c_1 \cap k_2 = C$ (усвајамо већу висину за C)
2. $\beta \cap M_2(C; a) = c_3$, $\beta \cap M_1(O_1; a) = c_2$, $c_3 \cap c_2 = D$ и теме B

Одређивање трајекторије темена H за усвојену већу висину темена C и O_2 , приказано је на Сл. 46.

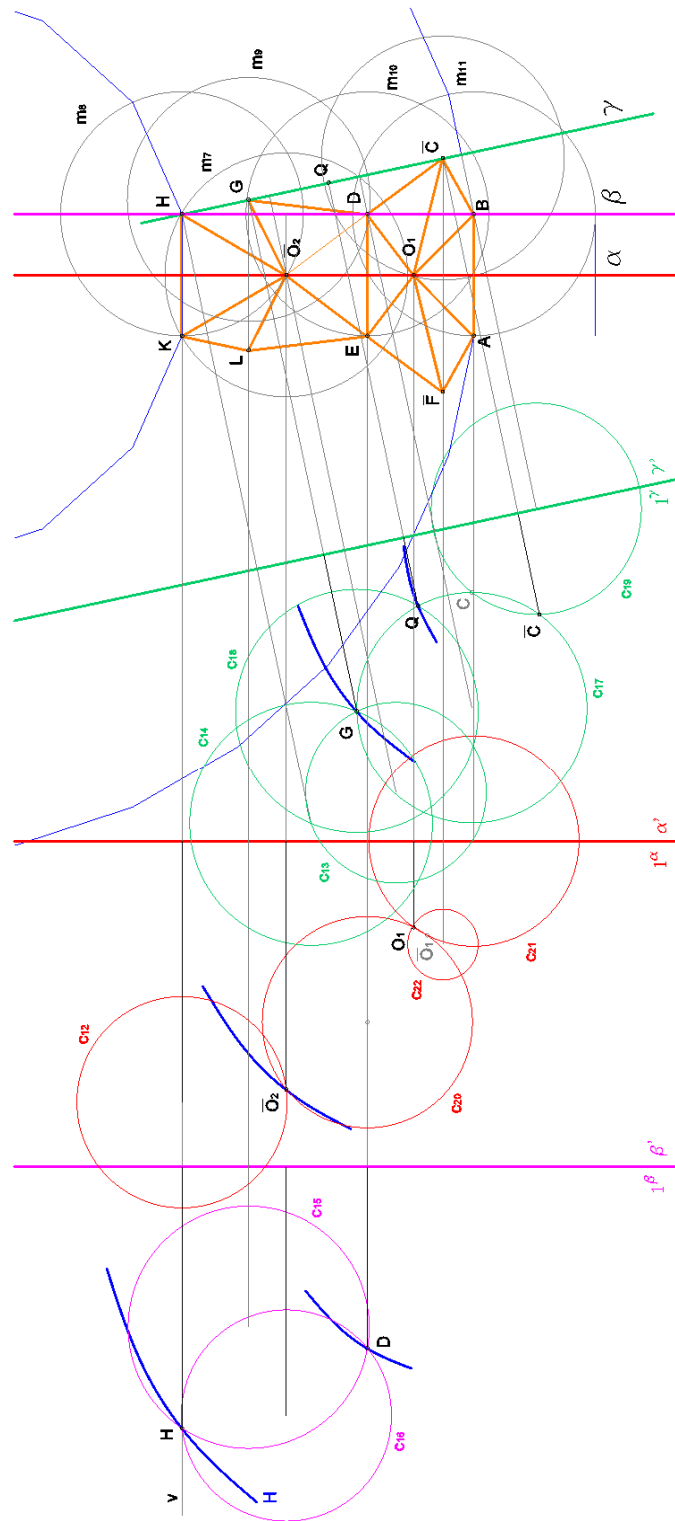
1. $\gamma \cap M_3(D; a) = c_4$, $\gamma \cap M_4(C; a) = c_5$, $c_4 \cap c_5 = Q$ (усвајамо мању висину за Q)
2. $\gamma \cap M_5(Q; a) = c_6$, $c_4 \cap c_6 = G$ и теме C
3. $\alpha \cap M_6(G; a) = c_9$, $\alpha \cap M_3(D; a) = c_8$, $c_8 \cap c_9 = O_2$ (усвајамо већу висину за O_2)
4. $\beta \cap M_7(O_2; a) = c_{10}$, $\beta \cap M_6(G; a) = c_{11}$, $c_{10} \cap c_{11} = H$ и теме D



Сл. 45 - Одређивање трајекторије темена D , добијене променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена C



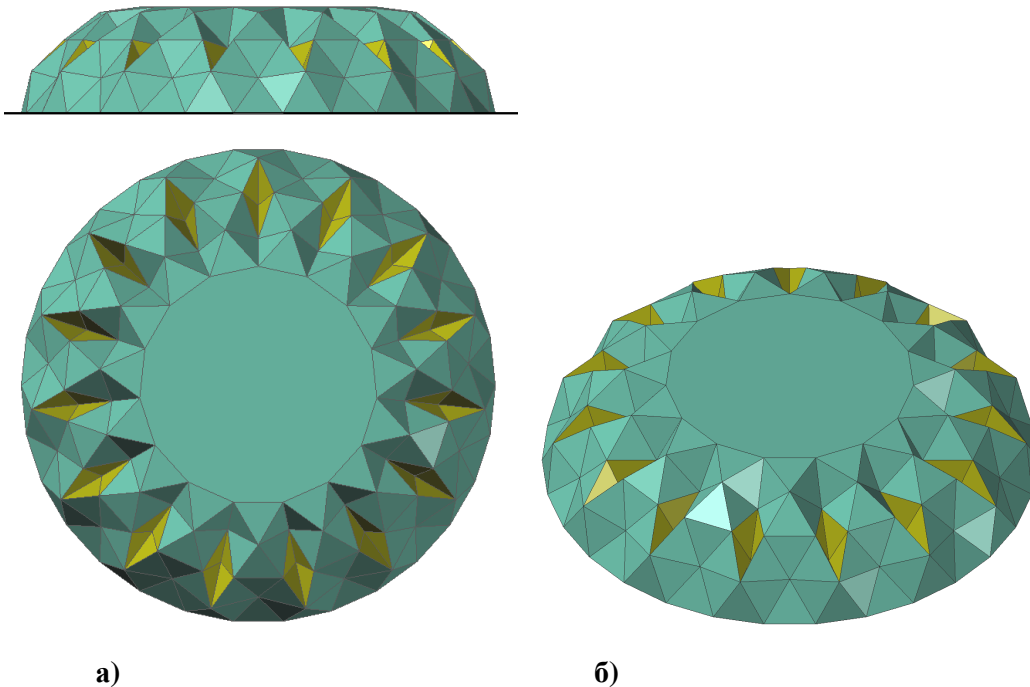
Сл. 46 - Одређивање трајекторије темена H , добијене променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена C и O_2



Сл. 47 - Конструкција положаја и висина свих темена Конкавне куполе четврте врсте са већом висином темена C и O_2

Уочавамо да просторни шестотраници $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ својим кретањем око фиксираних страница AB прелазе преко вертикалне равни очекиваног положаја странице HK (Сл. 46). Формирање Куполе четврте врсте је могуће, те се пресеком трајекторије темена H и вертикалне равни (ν), Сл. 47, добија коначни положај темена H . Применом описане варијанте конструктивног поступка $O_1 C^* Q O_2^*$, већа висина темена C и O_2 , генерише се Конкавна купола четврте врсте са испупченим теменом O_2 а удубљеним теменом O_1 , и обележићемо је са **KK IV-15mM**. На Сл. 48 приказане су ортогоналне пројекције омотача Куполе и **3D** модел куполе урађен применом програма *AutoCAD*.

1. $\alpha \cap M_8(H; a) = c_{12}$
2. $\gamma \cap M_7(O_2; a) = c_{13}$, $\gamma \cap M_8(H; a) = c_{14}$, $c_{13} \cap c_{14} = G$
3. $\beta \cap M_9(G; a) = c_{15}$, $\beta \cap M_7(O_2; a) = c_{16}$, $c_{15} \cap c_{16} = D$
4. $\gamma \cap M_{10}(D; a) = c_{17}$, $\gamma \cap M_9(G; a) = c_{18}$, $c_{17} \cap c_{18} = Q$
5. $\gamma \cap M_{11}(B; a) = c_{19}$, $c_{19} \cap c_{17} = C$
6. $\alpha \cap M_{10}(D; a) = c_{20}$, $\alpha \cap M_{11}(B; a) = c_{21}$, $c_{20} \cap c_{21} = O_1$



Сл. 48 - **KK IV-15mM**

а) ортогоналне пројекције омотача куполе, б) **3D** модел куполе

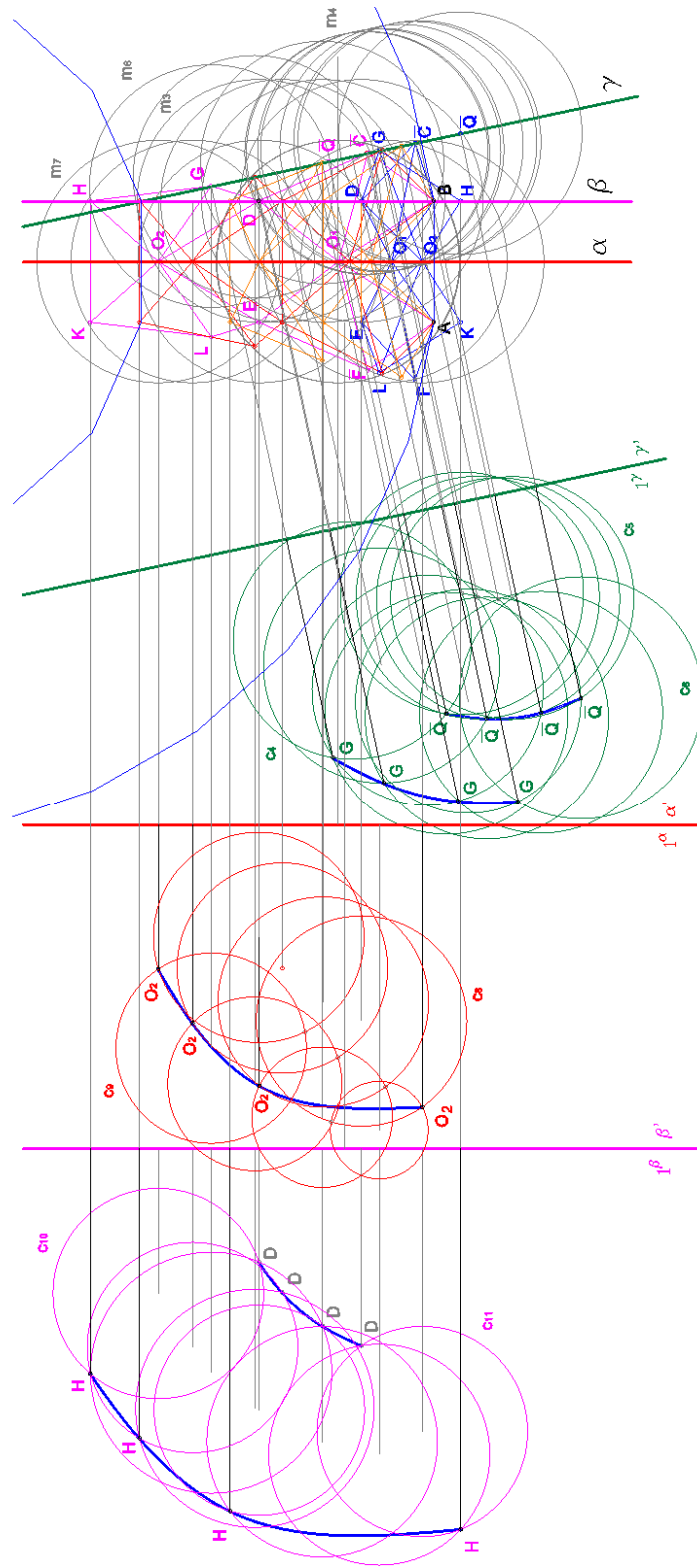
8.7 Генерисање КК IV применом варијанте конструктивног поступка $O_1C^*Q^*O_2$ - већа висина темена C и Q

У претходном поглављу приказана је конструкција Конкавне куполе четврте врсте са већом висином темена C и O_2 , а на Сл. 45 дата је конструкција трајекторије темена D . Конструктивни поступак приказан на Сл. 45 усвајамо као почетак конструкције јер изабрана висина темена Q не утиче на трајекторију темена D (добијену променом положаја темена O_1). Следи конструкција трајекторије темена H , за усвојену већу висину темена Q (Сл. 49).

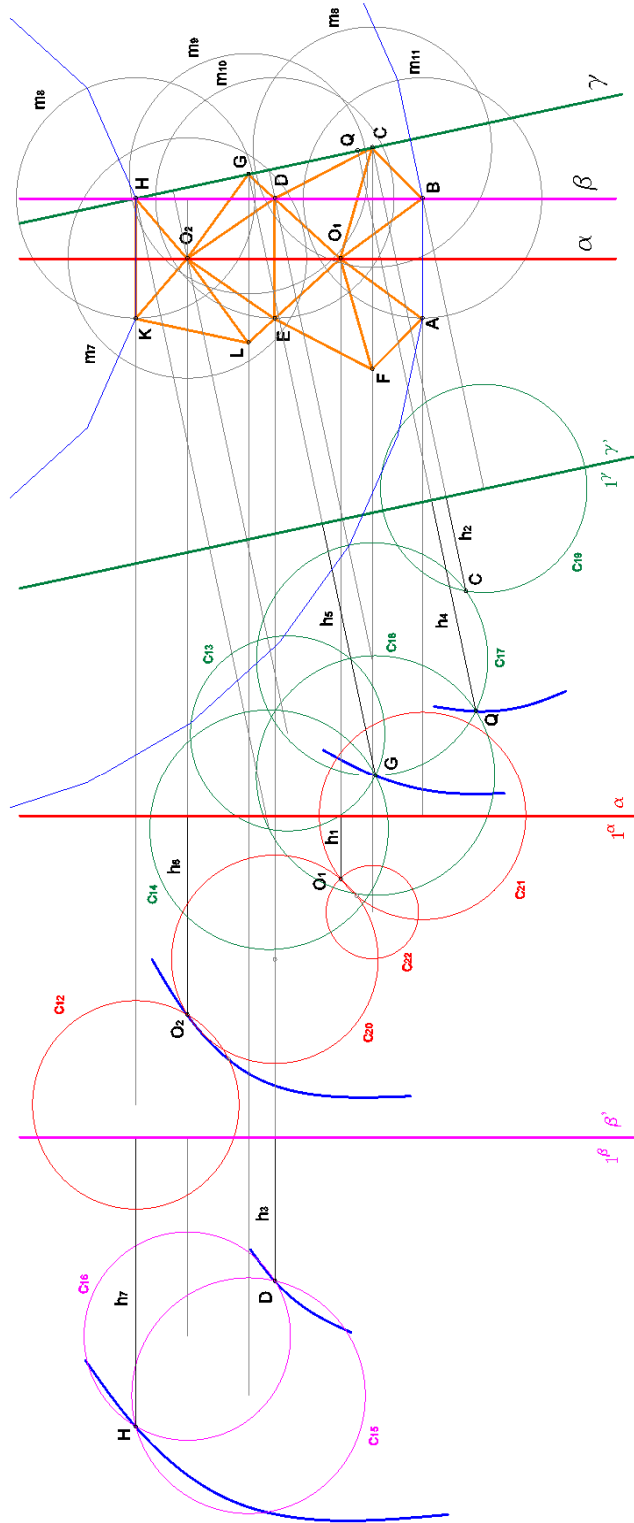
1. $\gamma \cap M_3(D; a) = c_4$, $\gamma \cap M_4(C; a) = c_5$, $c_4 \cap c_5 = Q$ (усвајамо већу висину за Q)
2. $\gamma \cap M_5(Q; a) = c_6$, $c_4 \cap c_6 = G$ и теме C
3. $\alpha \cap M_6(G; a) = c_9$, $\alpha \cap M_3(D; a) = c_8$, $c_8 \cap c_9 = O_2$ (усвајамо мању висину за O_2)
4. $\beta \cap M_7(O_2; a) = c_{10}$, $\beta \cap M_6(G; a) = c_{11}$, $c_{10} \cap c_{11} = H$ и теме D

Уочавамо да просторни шестотраници $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ својим кретањем око фиксираних страница AB прелазе преко вертикалне равни очекиваног положаја странице HK (Сл. 49). Формирање Конкавне куполе четврте врсте је могуће, а пресеком трајекторије темена H и вертикалне равни (ν) (Сл. 50), добијамо коначни положај темена H . Применом описане варијанте конструктивног поступка $O_1C^*Q^*O_2$, већа висина темена C и Q , генерише се Конкавна купола четврте врсте са удубљеним теменима O_2 и O_1 , и обележићемо је са КК IV-15MM. Ортогоналне пројекције омотача и 3D модел куполе, урађени применом програма *AutoCAD*, приказани су на Сл. 51.

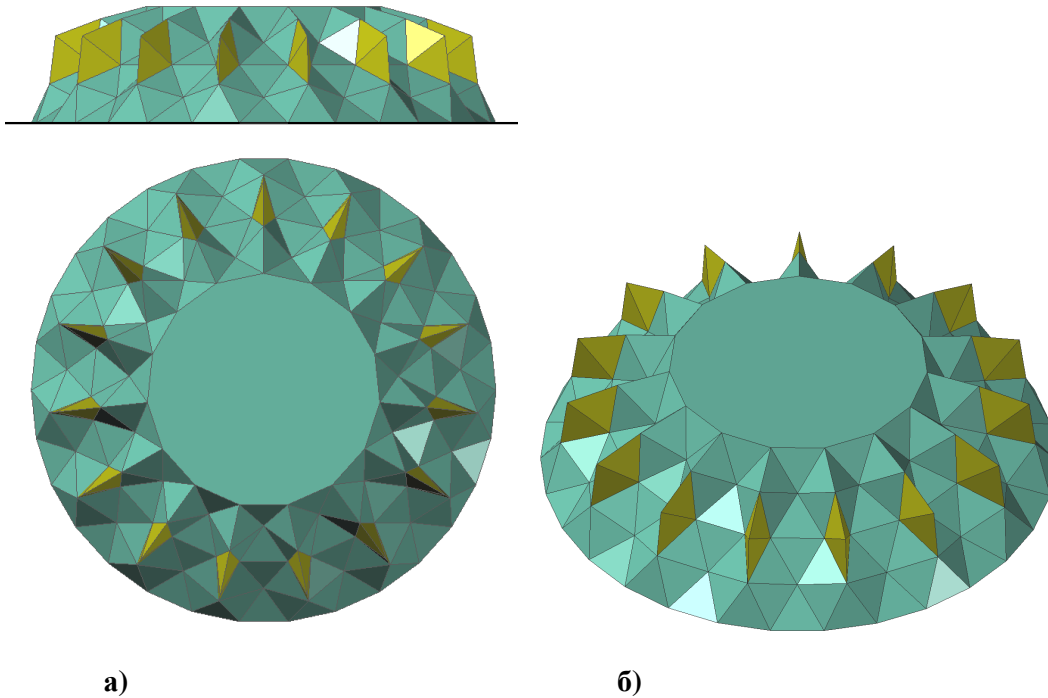
1. $\alpha \cap M_8(H; a) = c_{12}$
2. $\gamma \cap M_7(O_2; a) = c_{13}$, $\gamma \cap M_8(H; a) = c_{14}$, $c_{13} \cap c_{14} = G$
3. $\beta \cap M_9(G; a) = c_{15}$, $\beta \cap M_7(O_2; a) = c_{16}$, $c_{15} \cap c_{16} = D$
4. $\gamma \cap M_{10}(D; a) = c_{17}$, $\gamma \cap M_9(G; a) = c_{18}$, $c_{17} \cap c_{18} = Q$
5. $\gamma \cap M_{11}(B; a) = c_{19}$, $c_{19} \cap c_{17} = C$
6. $\alpha \cap M_{10}(D; a) = c_{20}$, $\alpha \cap M_{11}(B; a) = c_{21}$, $c_{20} \cap c_{21} = O$



Сл. 49 - Одређивање трајекторије темена H , добијене променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена C и Q



Сл. 50 - Конструкција положаја и висина свих темена Конкавне куполе четврте врсте са већом висином темена C и Q

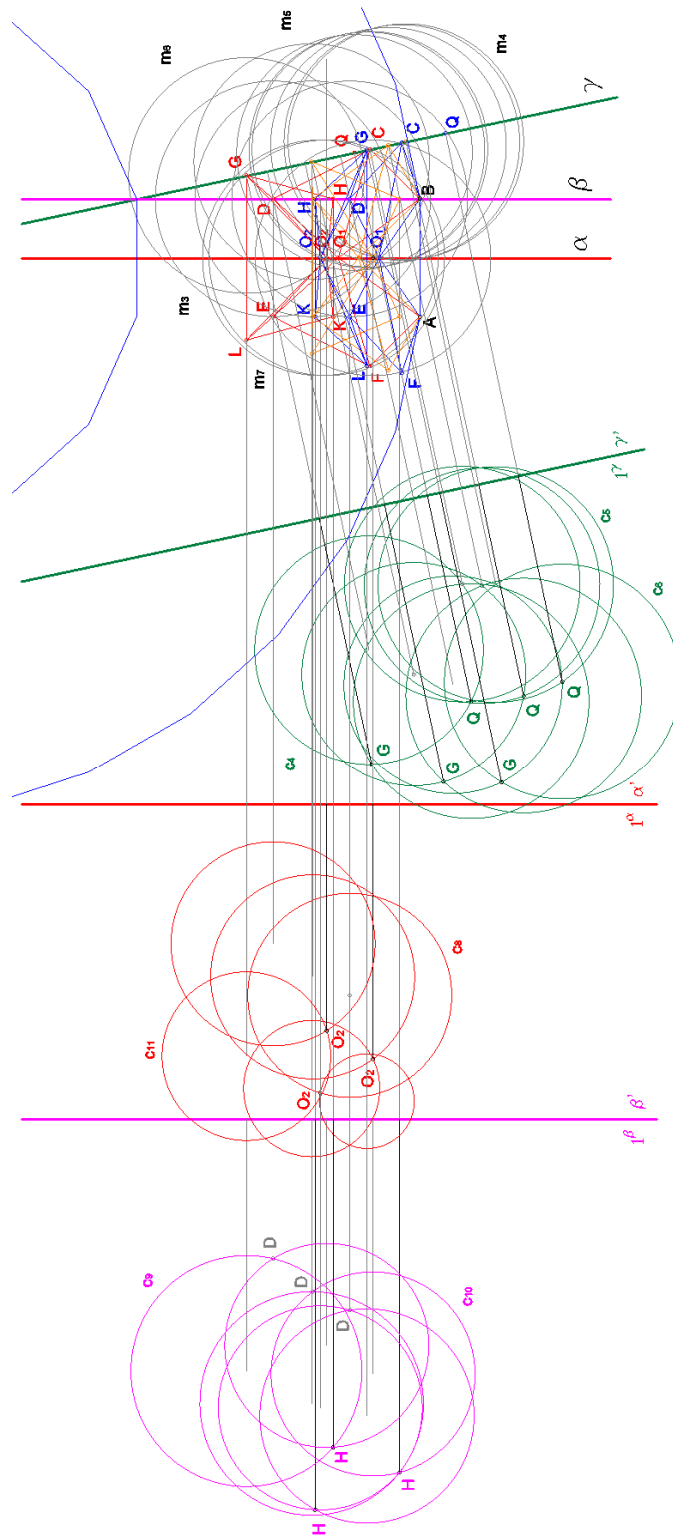


Сл. 51 - КК IV-15ММ
 а) ортогоналне пројекције омотача куполе, б) 3D модел куполе

8.8 Испитивање могућности генерисања КК IV применом варијанте конструктивног поступка $O_1C^*Q^*O_2^*$

Конструкција **КК IV** са већом висином темена C , Q и O_2 започиње проналажењем трајекторије темена D (добијене променом положаја темена O_1). Изабрана висина темена O_2 не утиче на трајекторију темена D те се конструктивни поступак изложен на **Сл. 45**, поглавље број **8.6**, може усвојити као почетак конструкције. На **Сл. 52** приказано је одређивање трајекторије темена H променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена C , Q и O_2 .

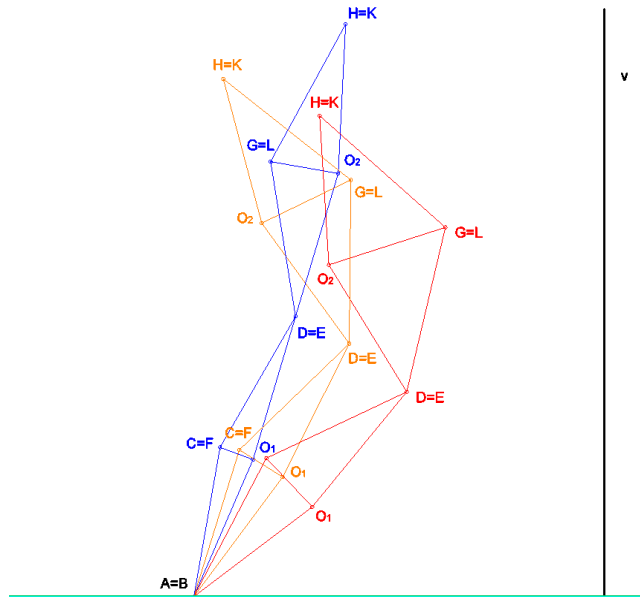
Из приказане конструкције, **Сл. 52**, закључујемо да се приликом кретања шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ (за унапред усвојен положај темена O_1) темена H и K не досежу вертикалну раван (v) која је условљена диктираним положајем тачке H као темена полигона основе.



Сл. 52 - Конструкција положаја и висине темена H , условљених променом положаја темена O_1 , за усвојену већу висину темена C и Q и O_2

1. $\gamma \cap M_3(D; a) = c_4$, $\gamma \cap M_4(C; a) = c_5$, $c_4 \cap c_5 = Q$ (усвајамо већу висину за Q)
2. $\gamma \cap M_5(Q; a) = c_6$, $c_4 \cap c_6 = G$ и теме C
3. $\alpha \cap M_6(G; a) = c_9$, $\alpha \cap M_3(D; a) = c_8$, $c_8 \cap c_9 = O_2$ (усвајамо већу висину за O_2)
4. $\beta \cap M_7(O_2; a) = c_{10}$, $\beta \cap M_6(G; a) = c_{11}$, $c_{10} \cap c_{11} = H$ и теме D

Ради бољег сагледавања кретања просторних шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ дата је на Сл. 53 трећа пројекција јединичне ћелије за три унапред изабрана положаја темена O_1 . Приликом кретања темена O_1 од почетног положаја (на Сл. 53 приказано црвеном бојом), шестостраник $EDGHKLO_2$ се подиже и креће супротно од вертикалне равни (v).



Сл. 53 – Трећа пројекција шестостраника $ABCDEFO_1$ и $EDGHKLO_2$ за три унапред усвојена положаја темена O_1 , варијанта конструкције $O_1 C^* Q^* O_2^*$

Закључак је да јединична ћелија састављена од просторних шестостраника $ABCDEFO_1$ и $EDGHKLO_2$ неће формирати Конкавну куполу четврте врсте ако применимо варијанту конструктивног поступка $O_1 C^* Q^* O_2^*$ (већа висина темена C , Q и O_2) јер трајекторија темена H не пресеца вертикалну раван (v) која је условљена диктираним положајем тачке H као темена усвојеног полигона основе.

У претходним поглављима извршено је истраживање кретања просторних шестостраника $ABCDEF O_1$ и $EDGHKLO_2$ за све могуће варијанте конструктивног поступка и изведен је закључак да постоје четири типа Конкавне куполе четврте врсте над истом полигоналном основом: **KKIV-Mm**, **KK IV-mm**, **KK IV-mM**, **KK IV-MM**. Број страна највећег могућег полигона основе Ω_1 (за који је могуће формирати **KK IV**) је $n_{max} = 21$ (за доказ видети поглавље број **10.1**). Применом креираног програма за моделовање омотача **KK IV** у софтверском пакету *MATLAB*¹⁷ истражен је најмањи могући број страна основе Ω_1 који омогућава генерисање **KK IV**, а да тако формиран полиедар задржи све особине Конкавне куполе дефинисане у поглављу број **4.0**. Закључак је да најмањи могући полигон зависи од типа куполе (односно од варијанте конструктивног поступка).

1. За **KK IV-Mm** (генерисана варијантом конструкције O_1CQO_2) код полигона основе Ω_1 чији је број страна $n \leq 10$ стране омотача куполе се међусобно продиру, а за $n=18$, $n=19$, $n=20$ и $n=21$ стране омотача куполе продиру основу Ω_2 .

2. За **KK IV-mm** (генерисана варијантом конструкције $O_1CQO_2^*$) код полигона основе Ω_1 чији је број страна $n \leq 7$ стране куполе се међусобно продиру, а за $n=20$ и $n=21$ очекивана грешка након извршеног поступка итерације је већа од унапред постављене вредности $\Delta=1^{-10}$, за величину странице $a=1$.

3. За **KK IV-mM** (генерисана варијантом конструкције $O_1C^*QO_2^*$) код полигона основе Ω_1 чији је број страна $n \leq 9$ као и за $n=21$ очекивана грешка након извршеног поступка итерације је већа од унапред постављене вредности $\Delta=1^{-10}$, за величину странице $a=1$.

4. За **KK IV-MM** (генерисана варијантом конструкције $O_1C^*Q^*O_2$) код полигона основе Ω_1 чији је број страна $n \leq 11$, као и за $n=20$, $n=21$ очекивана грешка након извршеног поступка итерације је већа од унапред постављене вредности $\Delta=1^{-10}$, за величину странице $a=1$.

У прилогу овог рада презентоване су вредности за све параметре Конкавних купола четврте врсте на основу постављеног алгоритма из поглавља број **9.0**.

¹⁷ Поступак креирања програма за моделовање омотача Конкавних купола четврте врсте објашњен је у поглављу број **9.1**, а листинг програма за **KKIV-15Mm** дат је у Прилогу број **12**.

9.0 МЕТРИЧКИ ОДНОСИ И ПАРАМЕТРИ УНУТАР КОНКАВНИХ КУПОЛА ЧЕТВРТЕ ВРСТЕ

9.1 Метрички односи и параметри унутар КК IV генерисане варијантом конструктивног поступка O_1CQO_2

Већ је речено (у поглављу број 3.0) да је полазна тачка за проучавање Конкавних купола друге врсте била половина мреже Тороидног делтаедра друге врсте над хексагоналном основом [46]. У поменутој дисертацији је дат алгоритам (стр. 331–334) чијим решавањем (применом итерација у *Microsoft Excel*-у) је омогућено израчунавање свих метричких односа и параметара за директно изналажење величина унутар Конкавних купола друге врсте.

У описаном конструктивном поступку положај и висину темена Куполе четврте врсте добили смо на основу пресека равни и кривих вишег реда - трајакторија темена, добијених променом положаја средишњег темена O_1 шестостраника $ABCDEF O_1$. Постављање аналитичке једначине, која би својим решењима дала егзактне одговоре за изналажење метричких односа и параметара унутар Купола, захтева сложен алгебарски запис. Зато се и код Конкавних купола четврте врсте, као и на примеру Купола друге врсте, мора приступити итеративним поступцима, који се, уз примену компјутерских програма могу извести са високим степеном прецизности.

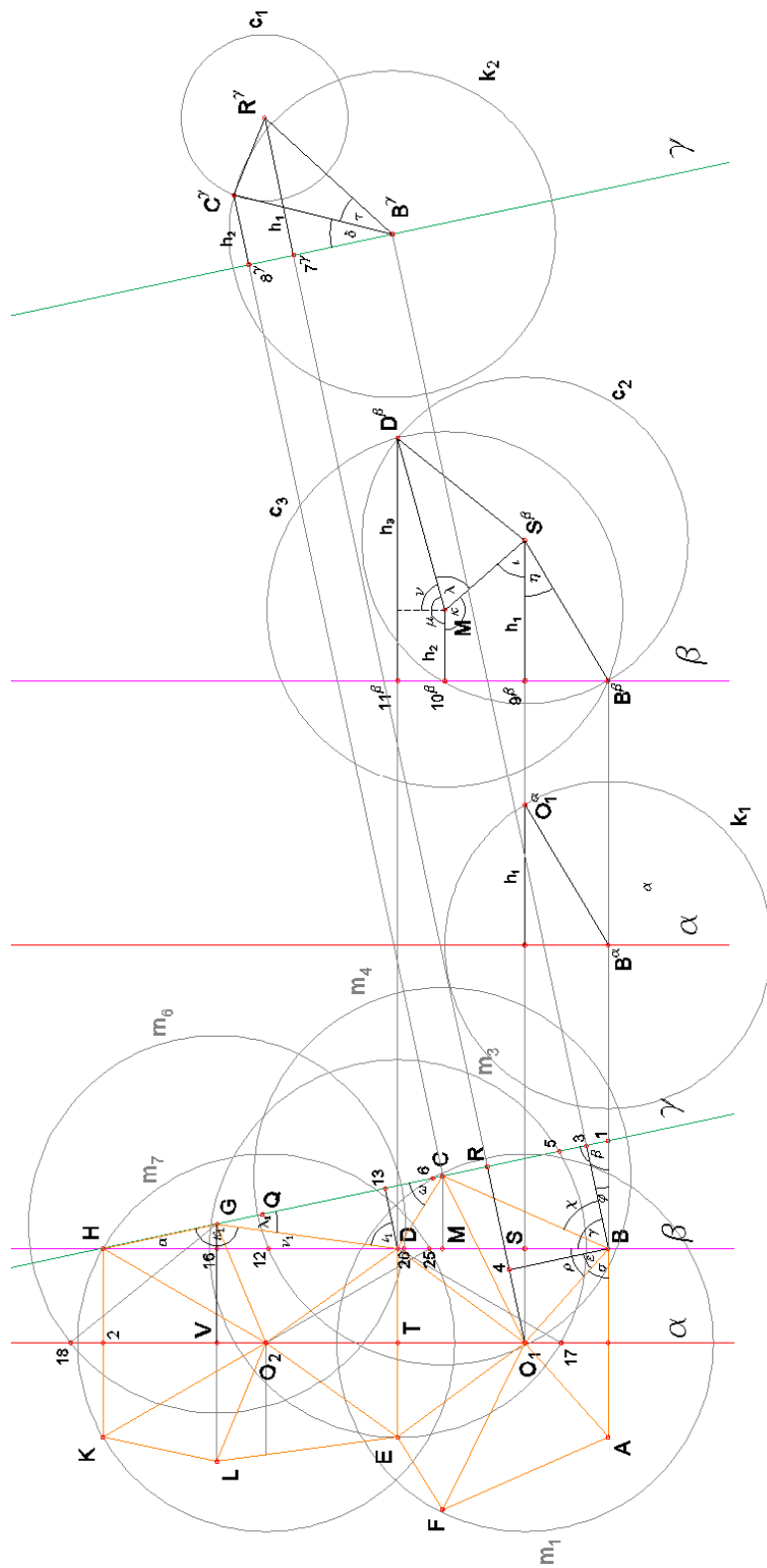
Да би се овакви итеративни поступци применили потребно је поставити одговарајући алгоритам, чијим ће се решавањем омогућити налажење жељених параметара. Улазни параметри су:

n - број темена основе

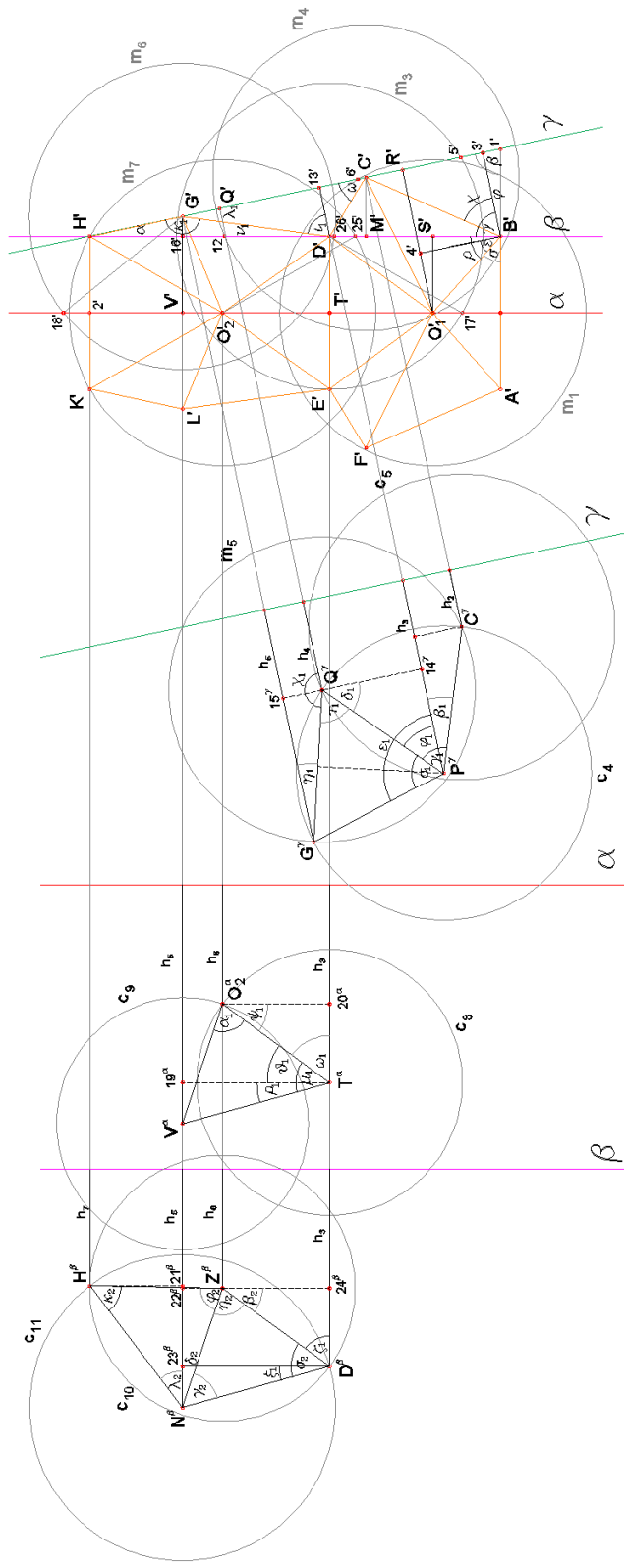
a - дужина странице полигона основе

Δ - очекивана грешка након извршеног поступка итерације.

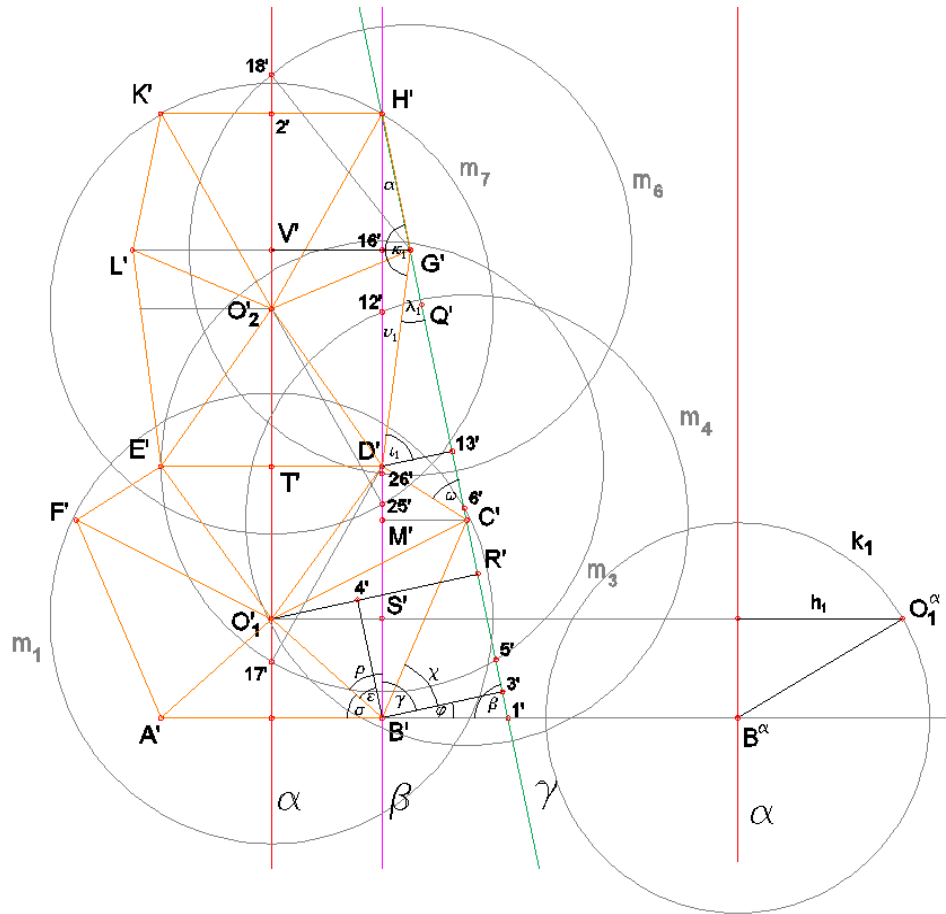
Висина h_1 (висина тачке O_1) поступком итерације се нивелише (а самим тим и сви остали параметри) до очекиване грешке након извршеног поступка итерације.



Сл. 54 – Параметри за изналажење положаја и висине тачака просторног шестостраника $ABCDEF O_1$ за **КК IV-Mm**



Сл. 55 – Параметри за изналагање положаја и висине тачака просторног шестострана $EDGKLO_2$ за $KK\ IV-Mm$



Сл. 56 – Параметри за изналажење положаја и висине темена јединичне ћелије за **KK IV-Mm**

$$\alpha = \frac{\pi}{n} \dots\dots\dots (3)$$

$$B'H' = r = \frac{a}{2 \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)} \dots\dots (4)$$

$$3'H' = q = r \cdot \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) \dots\dots (5)$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{q}{r}\right) \dots\dots\dots(6)$$

$$B'S' = \sqrt{\frac{3}{4}a^2 - h_1^2} \dots\dots(7)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \beta \dots\dots\dots(8)$$

$$O_1B' = \sqrt{(B'S')^2 + \frac{a^2}{4}} \dots\dots\dots (9)$$

- из троугла B'1'3' следи:

$$B'1' = \frac{a}{2 \sin \beta} \dots\dots\dots (10)$$

$$1'3' = \sqrt{(B'1')^2 - \frac{a^2}{4}} \dots\dots\dots(11)$$

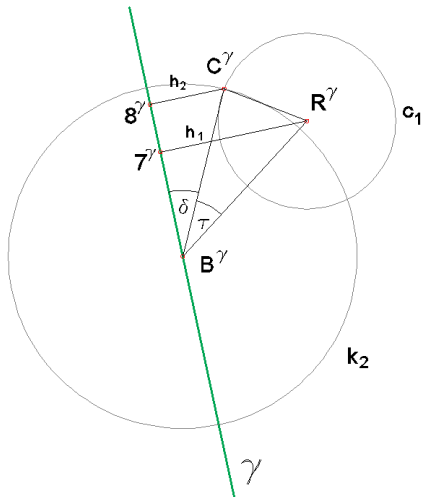
- из троугла B'S'O1' следи:

$$\sigma = \arcsin \frac{B'S'}{O_1B'} \dots\dots\dots(12)$$

$$\varepsilon = \frac{\pi}{2} - \sigma - \varphi \dots\dots\dots (13)$$

- из троугла B'4'O1' следи:

$$B'4' = 3'R' = O_1B' \cdot \cos \varepsilon \dots\dots\dots(14)$$



Сл. 57 – Параметри за
изналажење положаја и висине
темена C за **KK IV-Mm**

$$B^{\gamma}C^{\gamma} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \dots\dots\dots(15)$$

$$B^{\gamma}R^{\gamma} = \sqrt{h_1^2 + (3'R')^2} \dots\dots\dots(16)$$

$$S'O' = r + q - B'S' \dots\dots\dots(17)$$

$$R'O' = r + q - 3'R' \dots\dots\dots(18)$$

$$O_1'4' = \sqrt{(O_1'B')^2 - (3'R')^2} \dots\dots\dots(19)$$

$$O_1'R' = \frac{a}{2} + O_1'4' \dots\dots\dots(20)$$

$$R'6' = \sqrt{a^2 - (O_1'R')^2} \dots\dots\dots(21)$$

- применом косинусне теореме у троуглу $B^{\gamma}R^{\gamma}C^{\gamma}$:

$$\tau = \arccos \frac{3a^2 + 4(B^{\gamma}R^{\gamma})^2 - 4(R'6')^2}{4a\sqrt{3} \cdot B^{\gamma}R^{\gamma}} \dots\dots\dots(22)$$

- применом косинусне теореме у троуглу $B^{\gamma}R^{\gamma}7^{\gamma}$:

$$\delta + \tau = \arccos \frac{(3'R')^2 + (B^{\gamma}R^{\gamma})^2 - h_1^2}{2 \cdot 3'R' \cdot B^{\gamma}R^{\gamma}} \dots\dots\dots(23)$$

$$R'C' = 7^{\gamma}8^{\gamma} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cos \delta - 3'R' \dots\dots\dots(24)$$

$$h_2 = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - (3'R' + R'C')^2} \dots\dots\dots(25)$$

- из троугла $B'3'C'$ следи:

$$B'C' = \sqrt{\frac{a^2}{4} + (3'R' + R'C')^2} \dots\dots\dots(26)$$

$$\chi = \arccos \frac{a}{2 \cdot B'C'} \dots\dots\dots(27)$$

- из троугла $B^{\beta}S^{\beta}9^{\beta}$ следи:

$$\eta = \arccos \frac{2h_1}{a\sqrt{3}} \dots\dots\dots(28)$$

- из троугла $B'C'O_1'$ следи:

$$O_1'C' = \sqrt{(O_1'B')^2 + (B'C')^2 - 2 \cdot O_1'B' \cdot B'C' \cdot \cos(\pi - \sigma - \varphi - \chi)} \quad \dots\dots\dots (29)$$

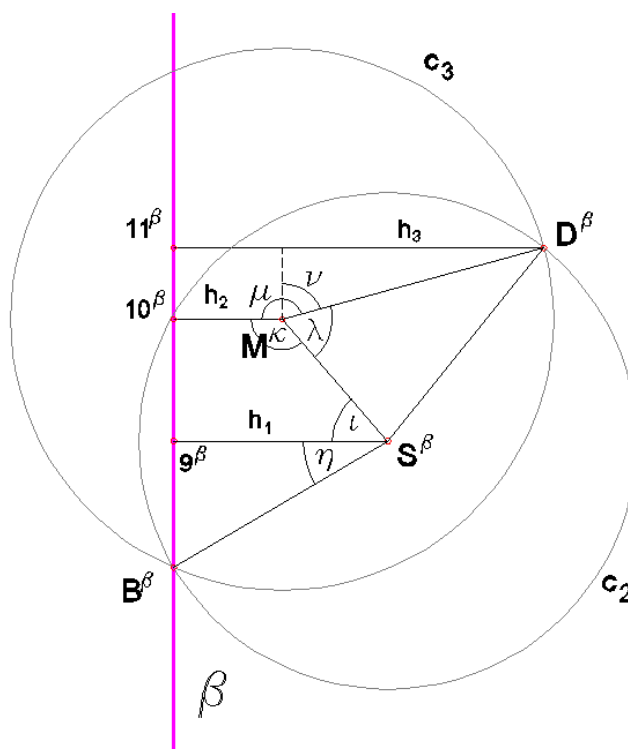
$$C'H' = q - 3'R - R'C' \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$H'M' = H'C' \cdot \sin \beta \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$S'M' = 9^\beta 10^\beta = r - H'M' - B'S' \quad \dots\dots\dots (32)$$

- из троугла $C'H'M'$ следи:

$$C'M' = C'H' \cdot \cos \beta \quad \dots\dots\dots (33)$$



Сл. 58– Параметри за изналагање положаја и висине темена D за **КК IV-Mm**

$$S^\beta M^\beta = \sqrt{(S'M')^2 + (h_1 - h_2)^2} \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$M^\beta D^\beta = M'12' = \sqrt{a^2 + (C'M')^2} \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$\lambda = \arccos \frac{(S^\beta M^\beta)^2 + (M^\beta D^\beta)^2 - 3a^2}{2 \cdot S^\beta M^\beta \cdot M^\beta D^\beta} \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$l = \arcsin \frac{9^\beta 10^\beta}{S^\beta M^\beta} \dots\dots\dots (37)$$

$$\kappa = \pi - l \dots\dots\dots (38)$$

$$v = \frac{\pi}{2} + l - \lambda \dots\dots\dots (39)$$

$$\mu = 2\pi - \kappa - \lambda \dots\dots\dots (40)$$

$$h_3 = M^\beta D^\beta \cdot \sin v + h_2 \dots\dots\dots (41)$$

$$M'D' = 10^\beta 11^\beta = \sqrt{(M^\beta D^\beta)^2 - (h_3 - h_2)^2} \dots\dots\dots (42)$$

$$D'H' = H'M' - M'D' \dots\dots\dots (43)$$

$$C'D' = \sqrt{(C'H')^2 + (D'H')^2 - 2 \cdot C'H' \cdot D'H' \cdot \cos \alpha} \dots\dots\dots (44)$$

$$\rho = \frac{\pi}{2} - \sigma \dots\dots\dots (45)$$

$$B'D' = B'S' + S'M' + M'D' \dots\dots\dots (46)$$

$$O_1D' = \sqrt{(O_1B')^2 + (B'D')^2 - 2 \cdot O_1B' \cdot B'D' \cdot \cos \rho} \dots\dots\dots (47)$$

- из треугола D'C'H' следи:

$$\omega = \arccos \frac{(C'D')^2 + (C'H')^2 - (D'H')^2}{2 \cdot C'D' \cdot C'H'} \dots\dots\dots (48)$$

$$C'13' = C'D' \cdot \cos \omega \dots\dots\dots (49)$$

- из треугола C'13'D' следи:

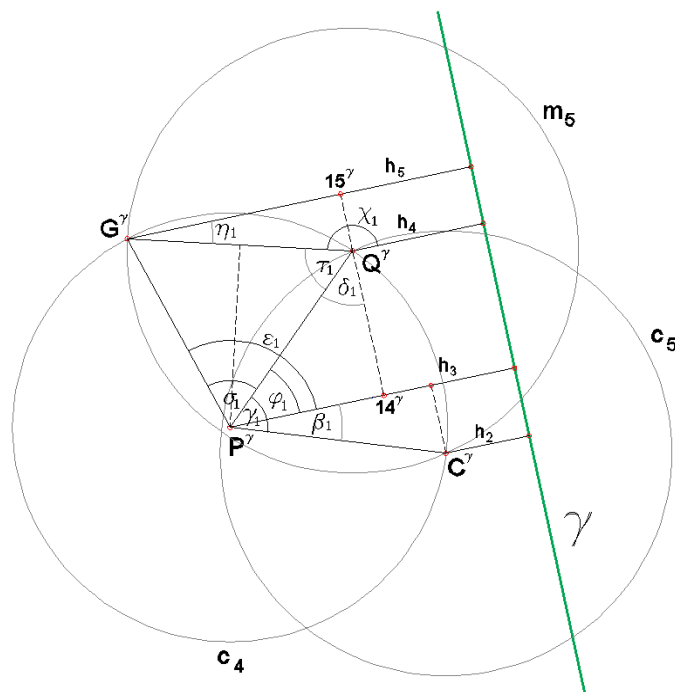
$$D'13' = \sqrt{(C'D')^2 - (C'13')^2} \dots\dots\dots (50)$$

$$13'5' = P^\gamma Q^\gamma = \sqrt{a^2 - (D'13')^2} \dots\dots\dots (51)$$

$$P^\gamma Q^\gamma = P^\gamma C^\gamma = P^\gamma G^\gamma$$

$$\beta_1 = \arcsin \frac{C'13'}{P^\gamma Q^\gamma} \dots\dots\dots (52)$$

$$\gamma_1 = \arccos \frac{2 \cdot (P^\gamma Q^\gamma)^2 - a^2}{2 \cdot (P^\gamma Q^\gamma)^2} \dots\dots\dots (53)$$



Сл. 59 – Параметри за изналагање положаја и висине темена Q и G за $KK IV-Mm$

$$\varphi_1 = \gamma_1 - \beta_1 \quad \dots\dots\dots (54)$$

$$Q^\gamma 14^\gamma = P^\gamma Q^\gamma \cdot \sin \varphi_1 \quad \dots\dots\dots (55)$$

$$P^\gamma 14^\gamma = \sqrt{(P^\gamma Q^\gamma)^2 - (Q^\gamma 14^\gamma)^2} \quad \dots\dots\dots (56)$$

$$h_4 = h_3 - P^\gamma 14^\gamma \quad \dots\dots\dots (57)$$

$$\sigma_1 = 2 \arcsin \frac{a}{2 \cdot P^\gamma Q^\gamma} \quad \dots\dots\dots (58)$$

$$\varepsilon_1 = \sigma_1 + \varphi_1 \quad \dots\dots\dots (59)$$

$$\tau_1 = \frac{\pi - \sigma_1}{2} \quad \dots\dots\dots (60)$$

$$\delta_1 = \arcsin \frac{P^\gamma 14^\gamma}{P^\gamma Q^\gamma} \quad \dots\dots\dots (61)$$

$$\chi_1 = \frac{3}{2} \pi - \tau_1 - \delta_1 \quad \dots\dots\dots (62)$$

$$\eta_1 = \pi - \chi_1 \quad \dots\dots\dots (63)$$

$$Q^\gamma 15^\gamma = a \cdot \sin \eta_1 \quad \dots\dots\dots (64)$$

$$G'15' = a \cdot \cos \eta_1 \quad \dots\dots\dots (65)$$

$$h_5 = h_4 + G'15' \quad \dots\dots\dots (66)$$

$$13'G' = Q'14' + Q'15' \quad \dots\dots\dots (67)$$

$$H'1' = \frac{B'1'}{\sin \alpha} \quad \dots\dots\dots (68)$$

$$G'H' = H'1' - 13' - 3'R' - R'C' - C'13' - 13'G' \quad \dots\dots\dots (69)$$

$$D'G' = \sqrt{(13'G')^2 + (D'13')^2} \quad \dots\dots\dots (70)$$

- из треугола D'13'G' следи:

$$\lambda_1 = \arcsin \frac{D'13'}{D'G'} \quad \dots\dots\dots (71)$$

$$\iota_1 = \arccos \frac{D'13'}{D'G'} \quad \dots\dots\dots (72)$$

- из треугола D'G'H' следи:

$$\kappa_1 = \arccos \frac{(D'G')^2 + (G'H')^2 - (D'H')^2}{2 \cdot D'G' \cdot G'H'} \quad \dots\dots\dots (73)$$

$$\nu_1 = \pi - \alpha - \kappa_1 \quad \dots\dots\dots (74)$$

$$D'16' = D'G' \cdot \cos \nu_1 \quad \dots\dots\dots (75)$$

$$H'16' = D'H' - D'16' \quad \dots\dots\dots (76)$$

$$G'16' = D'G' \cdot \sin \nu_1 \quad \dots\dots\dots (77)$$

$$17'T' = a \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \dots\dots\dots (78)$$

$$G'V' = \frac{a}{2} + G'16' \quad \dots\dots\dots (79)$$

$$V'18' = \sqrt{a^2 - (G'V')^2} \quad \dots\dots\dots (80)$$

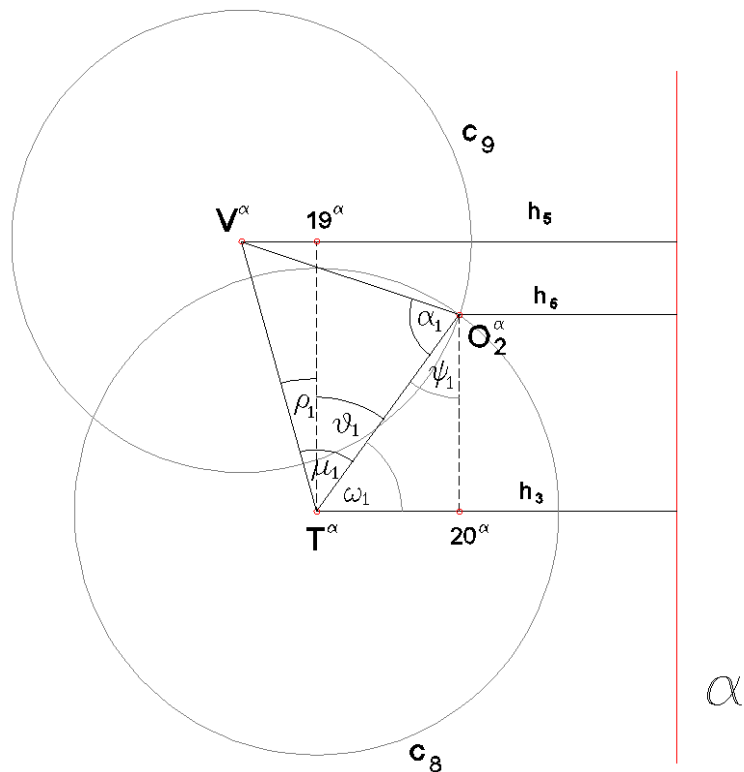
- из треугола T^α19^αV^α следи:

$$V^{\alpha}T^{\alpha} = \sqrt{(D'16')^2 + (h_5 - h_3)^2} \quad \dots\dots\dots (81)$$

- из треугола T^αO₂^αV^α следи:

$$\mu_1 = \arccos \frac{(V^{\alpha}T^{\alpha})^2 + (17'T')^2 - (V'18')^2}{2 \cdot V^{\alpha}T^{\alpha} \cdot 17'T'} \quad \dots\dots\dots (82)$$

$$\alpha_1 = \arccos \frac{(17'T')^2 + (V'18')^2 - (V^\alpha T^\alpha)^2}{2 \cdot 17'T' \cdot V'18'} \dots\dots\dots (83)$$



Сл. 60 – Параметри за изналагање положаја и висине темена O_2 за **КК IV-Mm**

- из троугла $T^\alpha 19^\alpha V^\alpha$ следи:

$$\rho_1 = \arccos \frac{D'16'}{V^\alpha T^\alpha} \dots\dots\dots (84)$$

$$\vartheta_1 = \mu_1 - \rho_1 \dots\dots\dots (85)$$

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2} - \vartheta_1 \dots\dots\dots (86)$$

$$\psi_1 = \frac{\pi}{2} - \omega_1 \dots\dots\dots (87)$$

- из троугла $T^\alpha 20^\alpha O_2^\alpha$ следи:

$$20^\alpha O_2^\alpha = T^\alpha O_2^\alpha = 17'T' \cdot \sin \omega_1 \dots\dots\dots (88)$$

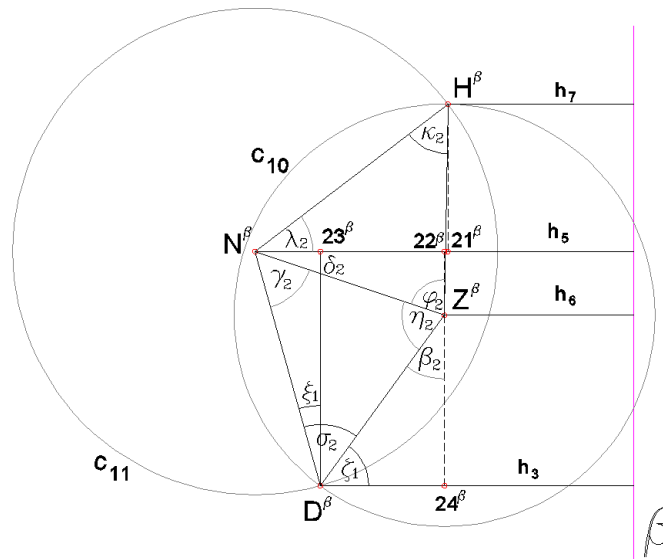
$$T^\alpha 20^\alpha = 17'T' \cdot \sin \psi_1 \dots\dots\dots (89)$$

$$h_6 = h_3 - T^\alpha 20^\alpha \dots\dots\dots (90)$$

$$O_2'V' = D'16' - T'O_2' \quad \dots\dots\dots (91)$$

$$25'27' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad \dots\dots\dots (92)$$

$$26'16' = \sqrt{a^2 - (G'16')^2} \quad \dots\dots\dots (93)$$



Сл. 61 – Параметри за изналажење положаја и висине темена H за **КК IV-Mm**

- из троугла $D^\beta 24^\beta Z^\beta$ следи:

$$\zeta_1 = \arcsin \frac{T'O_2'}{25'27'} \quad \dots\dots\dots (94)$$

$$\xi_1 = \arcsin \frac{h_5 - h_3}{26'16'} \quad \dots\dots\dots (95)$$

$$\beta_2 = \frac{\pi}{2} - \zeta_1 \quad \dots\dots\dots (96)$$

$$\sigma_2 = \frac{\pi}{2} + \xi_1 - \zeta_1 \quad \dots\dots\dots (97)$$

$$Z^\beta N^{\beta'} = \sqrt{(26'16')^2 + (25'27')^2 - 2 \cdot 25'27' \cdot 26'16' \cdot \cos \sigma_2} \quad \dots\dots\dots (98)$$

$$\delta_2 = \arccos \frac{h_5 - h_6}{Z^\beta N^{\beta'}} \quad \dots\dots\dots (99)$$

$$\varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \delta_2 \quad \dots\dots\dots (100)$$

$$\eta_2 = \pi - \varphi_2 - \beta_2 \quad \dots\dots\dots (101)$$

$$\gamma_2 = \pi - \sigma_2 - \eta_2 \quad \dots\dots\dots (102)$$

$$\lambda_2 = \gamma_2 - \delta_2 \quad \dots\dots\dots (103)$$

$$\kappa_2 = \frac{\pi}{2} - \lambda_2 \quad \dots\dots\dots (104)$$

$$N^\beta 21^\beta = 26'16' \cdot \sin \kappa_2 \quad \dots\dots\dots (105)$$

$$h_7 = h_5 - N^\beta 21^\beta \quad \dots\dots\dots (106)$$

$$V'2' = 16'H' = \sqrt{(26'16')^2 - (h_5 - h_7)^2} \quad \dots\dots\dots (107)$$

$$O_2'D' = \sqrt{(T'O_2')^2 + \frac{a^2}{4}} \quad \dots\dots\dots (108)$$

$$O_2'2' = O_2'V' + V'2' \quad \dots\dots\dots (109)$$

$$O_2'H' = \sqrt{(O_2'2')^2 + \frac{a^2}{4}} \quad \dots\dots\dots (110)$$

$$O_2'G' = \sqrt{(O_2'V')^2 + \left(\frac{a}{2} + G'16'\right)^2} \quad \dots\dots\dots (111)$$

$$H'Q' = H'G' + G'Q' \quad \dots\dots\dots (112)$$

$$C'Q' = H'C' - H'Q' \quad \dots\dots\dots (113)$$

$$D'Q' = \sqrt{(Q'13')^2 + (D'13')^2} \quad \dots\dots\dots (114)$$

$$a_1 = \sqrt{h_1^2 + (O_1'B')^2} \quad \dots\dots\dots (115)$$

$$a_2 = \sqrt{h_2^2 + (B'C')^2} \quad \dots\dots\dots (116)$$

$$a_3 = \sqrt{(O_1'C')^2 + (h_2 - h_1)^2} \quad \dots\dots\dots (117)$$

$$a_4 = \sqrt{(O_1'D')^2 + (h_3 - h_1)^2} \quad \dots\dots\dots (118)$$

$$a_5 = \sqrt{(D'C')^2 + (h_3 - h_2)^2} \quad \dots\dots\dots (119)$$

$$a_6 = \sqrt{(O_2'D')^2 + (h_6 - h_3)^2} \quad \dots\dots\dots (120)$$

$$a_7 = \sqrt{(D'G')^2 + (h_5 - h_3)^2} \quad \dots\dots\dots (121)$$

$$a_8 = \sqrt{(O_2'G')^2 + (h_6 - h_5)^2} \dots\dots\dots (122)$$

$$a_9 = \sqrt{(G'H')^2 + (h_7 - h_5)^2} \dots\dots\dots (123)$$

$$a_{10} = \sqrt{(O_2'H')^2 + (h_7 - h_6)^2} \dots\dots\dots (124)$$

$$a_{11} = \sqrt{(C'Q')^2 + (h_4 - h_2)^2} \dots\dots\dots (125)$$

$$a_{12} = \sqrt{(D'Q')^2 + (h_4 - h_3)^2} \dots\dots\dots (126)$$

$$a_{13} = \sqrt{(Q'G')^2 + (h_5 - h_4)^2} \dots\dots\dots (127)$$

$$\Delta_1 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13} - 13 \cdot a \quad (128)$$

На основу итерацијом добијених параметара у софтверском пакету *MATLAB*, креиран је програм за моделовање омотача **КК IV**.¹⁸ За свако теме одређене су цилиндричне координате, а вредности радијуса, угла и висине темена су:

$$\text{Теме F: } O'F' = r + C'H' \quad \beta_F = 0^\circ \quad h_2 = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - (3'R' + R'C')^2}$$

$$\text{Теме L: } O'L' = r + H'G' \quad \beta_L = 0^\circ \quad h_5 = h_4 - G'^\gamma 15^\gamma$$

$$\text{Теме K: } O'K' = r \quad \beta_K = 0^\circ \quad h_7 = h_5 - N^\beta 21^\beta$$

$$\text{Теме E: } O'E' = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (q + D'H')^2} \quad \beta_E = \frac{\pi}{n} - \arcsin \frac{\frac{a}{2}}{O'E'} \quad h_3 = M^\beta D'^\beta \cdot \sin \nu + h_2$$

$$\text{Теме A: } O'A' = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (r + q)^2} \quad \beta_A = \frac{\pi}{2n} \quad h_A = 0$$

$$\text{Теме O}_1: O'O_1' = r + q - B'S' \quad \beta_{O_1} = \frac{\pi}{n} \quad h_1$$

$$\text{Теме B: } O'B' = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (r + q)^2} \quad \beta_B = \frac{3\pi}{2n} \quad h_B = 0$$

¹⁸ Програм за моделовање омотача КК IV у софтверском пакету *MATLAB* креиран је у сарадњи са др Гораном Лазовићем.

Теме С: $O'C' = r + C'H'$	$\beta_c = \frac{2\pi}{n}$	$h_2 = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - (3'R' + R'C')^2}$
Теме D: $O'D' = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (q + D'H')^2}$	$\beta_D = \frac{\pi}{n} + \arcsin \frac{\frac{a}{2}}{O'D'}$	$h_3 = M^\beta D^\beta \cdot \sin \nu + h_2$
Теме O₂: $O'O_2' = q + O_2'2'$	$\beta_{O_2} = \frac{\pi}{n}$	$h_6 = h_3 - T^\alpha 20^\alpha$
Теме G: $O'G' = r + G'H'$	$\beta_G = \frac{2\pi}{n}$	$h_5 = h_4 - G^\gamma 15^\gamma$
Теме Q: $O'Q' = r + H'Q'$	$\beta_Q = \frac{2\pi}{n}$	$h_4 = h_3 - P^\gamma 14^\gamma$
Теме H: $O'H' = r$	$\beta_H = \frac{2\pi}{n}$	$h_7 = h_5 - N^\beta 21^\beta$

Свака наредна тачка са истом ознаком, удаљена је од претходне (нпр. D и D¹) за угао $\beta = \frac{2\pi}{n}$ односно, колико износи прираштај угла у цилиндричној координати сваког темена.¹⁹

9.2 Метрички односи и параметри унутар КК IV генерисане варијантом конструктивног поступка $O_1CQO_2^*$

Варијантом конструктивног поступка $O_1CQO_2^*$ користи се решење са већом висином за теме O_2 . Из тог разлога сви параметри куполе из поглавља 9.1 остају исти до формуле (80). Следи одређивање параметара висине темена O_2 .

- из троугла $T^\alpha 19^\alpha V^\alpha$ следи:

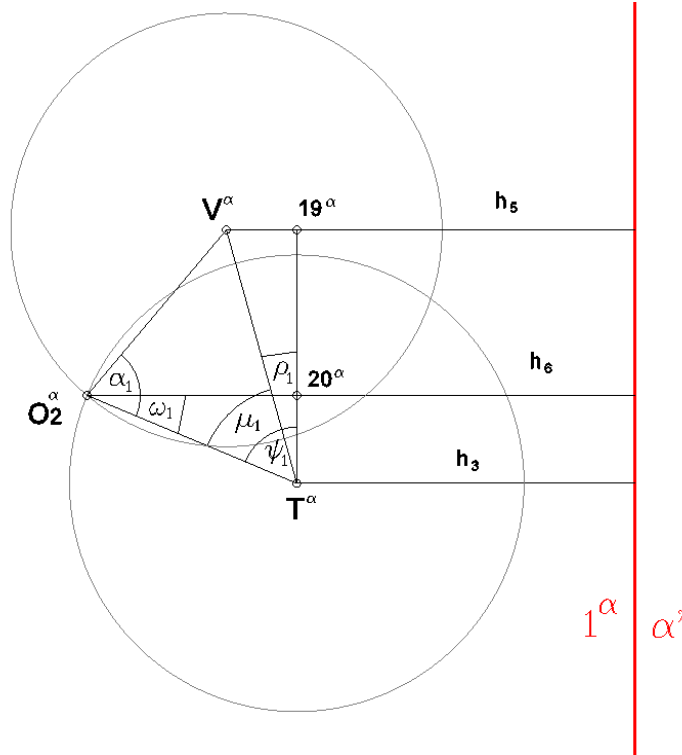
$$V^\alpha T^\alpha = \sqrt{(D'16')^2 + (h_5 - h_3)^2} \dots\dots\dots (129)$$

- из троугла $T^\alpha O_2^\alpha V^\alpha$ следи:

¹⁹ Листинг програма за генерисање омотача **КК IV-Mm** креираног у софтверском пакету *MATLAB* на основу алгоритма из Поглавља број 9.1 дат је као Прилог број 12

$$\mu_1 = \arccos \frac{(V^\alpha T^\alpha)^2 + (17'T')^2 - (V'18')^2}{2 \cdot V^\alpha T^\alpha \cdot 17'T'} \dots\dots\dots (130)$$

$$\alpha_1 = \arccos \frac{(17'T')^2 + (V'18')^2 - (V^\alpha T^\alpha)^2}{2 \cdot 17'T' \cdot V'18'} \dots\dots\dots (131)$$



Сл. 62 – Параметри за изналагање положаја и висине темена O_2 за **КК IV-mm**

- из троугла $T^\alpha 19^\alpha V^\alpha$ следи:

$$\rho_1 = \arccos \frac{D'16'}{V^\alpha T^\alpha} \dots\dots\dots (132)$$

$$\psi_1 = \rho_1 + \mu_1 \dots\dots\dots (133)$$

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2} - \psi_1 \dots\dots\dots (134)$$

- из троугла $T^\alpha 20^\alpha O_2^\alpha$ следи:

$$20^\alpha O_2^\alpha = 17'T' \cdot \cos \omega_1 \dots\dots\dots (135)$$

$$T^\alpha 20^\alpha = T'O_2' = 17'T' \cdot \sin \omega_1 \dots\dots\dots (136)$$

$$h_6 = h_3 + 20^\alpha O_2^\alpha \dots\dots\dots (137)$$

$$O_2'V' = D'16' - T'O_2' \quad \dots\dots\dots (138)$$

$$25'27' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad \dots\dots\dots (139)$$

$$26'16' = \sqrt{a^2 - (G'16')^2} \quad \dots\dots\dots (140)$$

- из троугла $D^\beta 24^\beta Z^\beta$ следи:

$$N^\beta D^\beta = N^\beta H^\beta = 26'16' \quad \quad \quad D^\beta Z^\beta = Z^\beta H^\beta = 25'27'$$

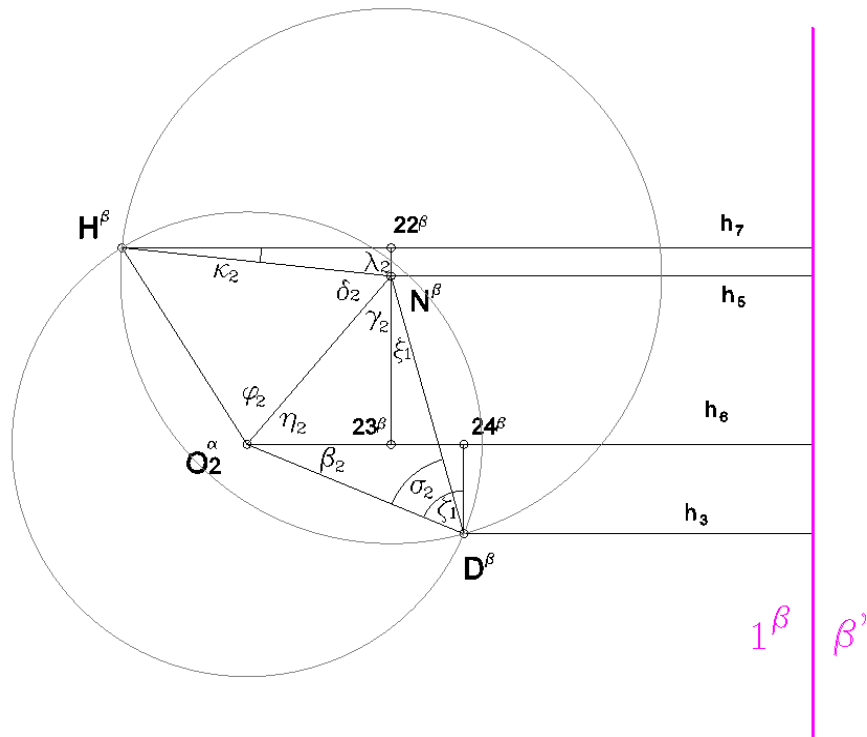
$$\zeta_1 = \arcsin \frac{h_6 - h_3}{25'27'} \quad \dots\dots\dots (141)$$

$$\xi_1 = \arcsin \frac{h_5 - h_3}{26'16'} \quad \dots\dots\dots (142)$$

$$\beta_2 = \frac{\pi}{2} - \zeta_1 \quad \dots\dots\dots (143)$$

$$\sigma_2 = \zeta_1 - \xi_1 \quad \dots\dots\dots (144)$$

$$Z^\beta N^\beta = \sqrt{(26'16')^2 + (25'27')^2 - 2 \cdot 25'27' \cdot 26'16' \cdot \cos \sigma_2} \quad \dots\dots\dots (145)$$



Сл. 63 – Параметри за изналагање положаја и висине темена H за **KK IV-mm**

$$\varphi_2 = \arccos \frac{(Z^\beta N^\beta)^2 + (25'27')^2 - (26'16')^2}{2 \cdot (Z^\beta N^\beta) \cdot (25'27')} \dots (146)$$

$$\eta_2 = \varphi_2 - \beta_2 \dots (147)$$

$$\gamma_2 = \frac{\pi}{2} - \eta_2 \dots (148)$$

$$\delta_2 = \gamma_2 + \xi_1 \dots (149)$$

$$\lambda_2 = \pi - \gamma_2 - \delta_2 \dots (150)$$

$$\kappa_2 = \frac{\pi}{2} - \lambda_2 \dots (151)$$

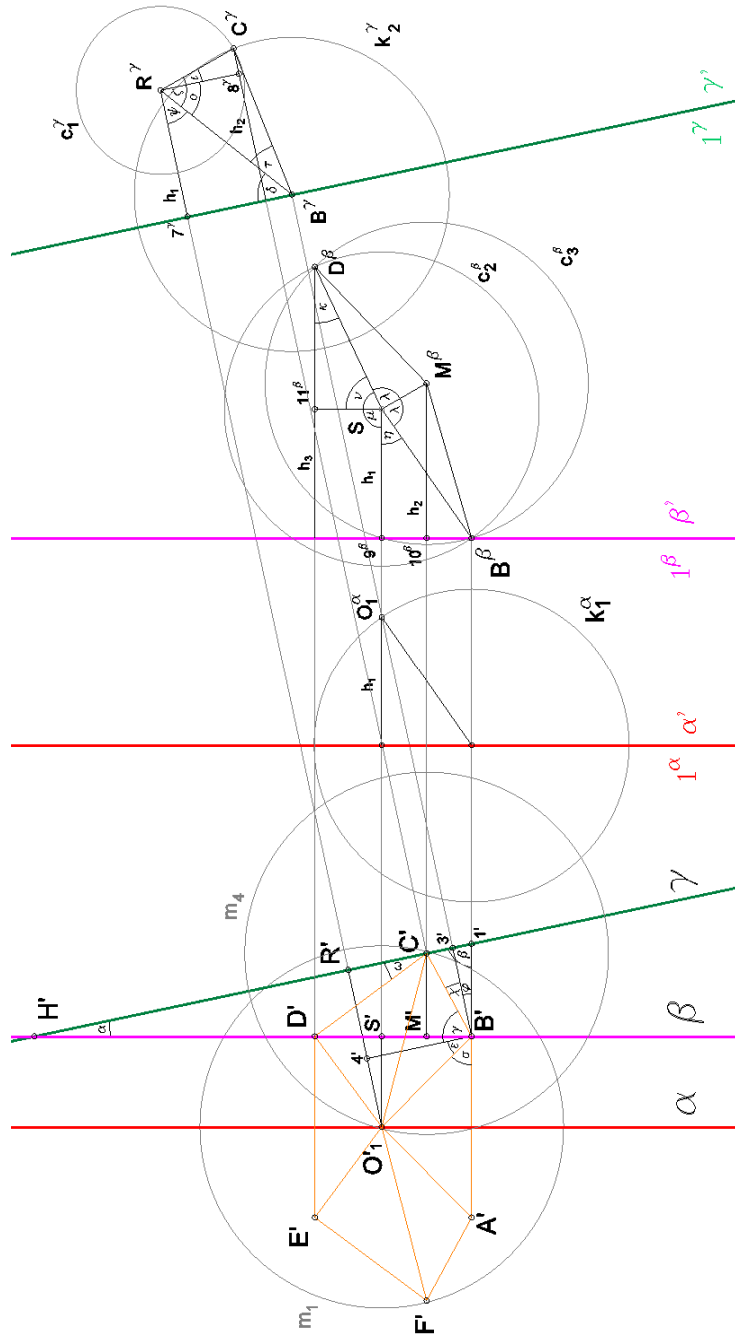
$$N^\beta 22^\beta = 26'16' \cdot \sin \kappa_2 \dots (152)$$

$$H^\beta 22^\beta = 26'16' \cdot \cos \kappa_2 \dots (153)$$

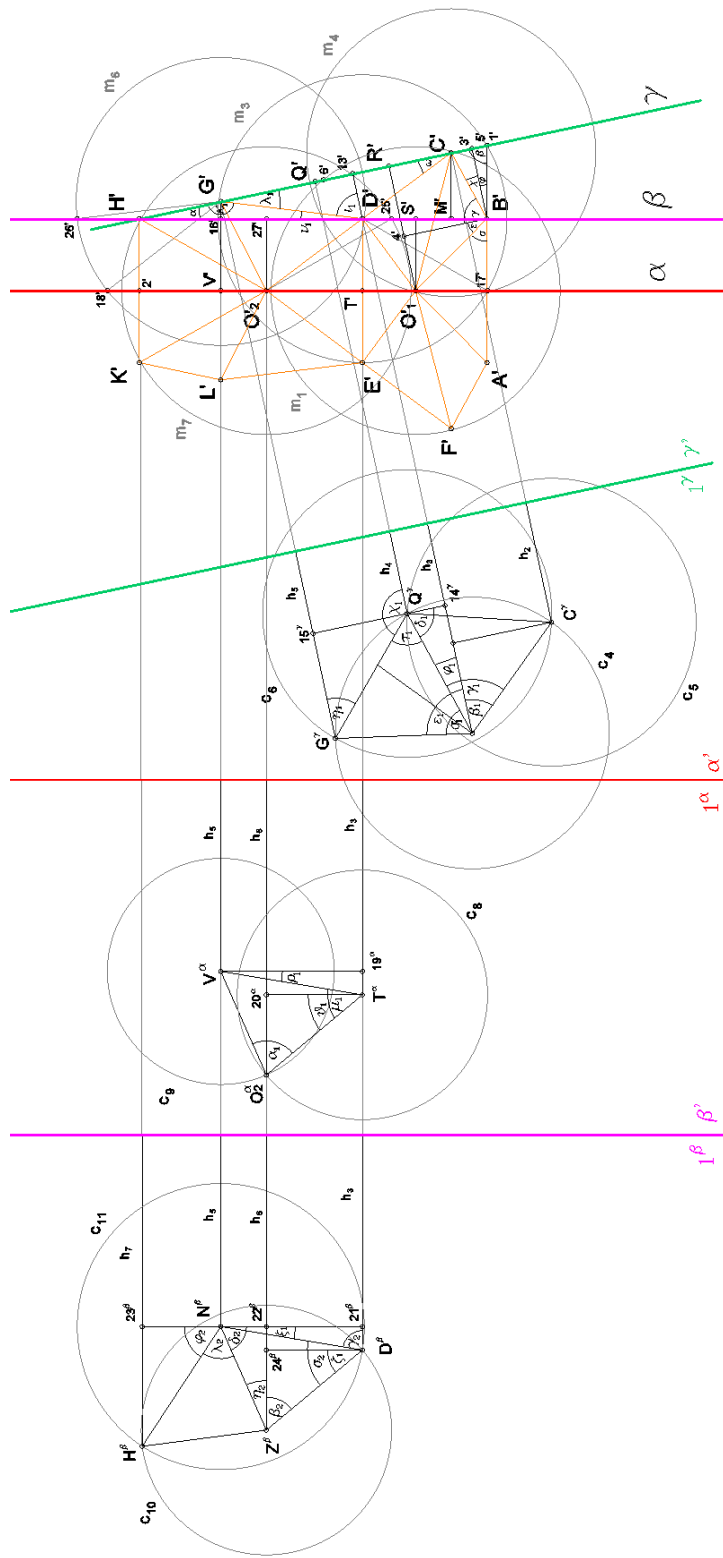
$$h_7 = h_5 + H^\beta 22^\beta \dots (154)$$

Даље следе формуле од броја 107 до броја 128 из поглавља број **9.1**.

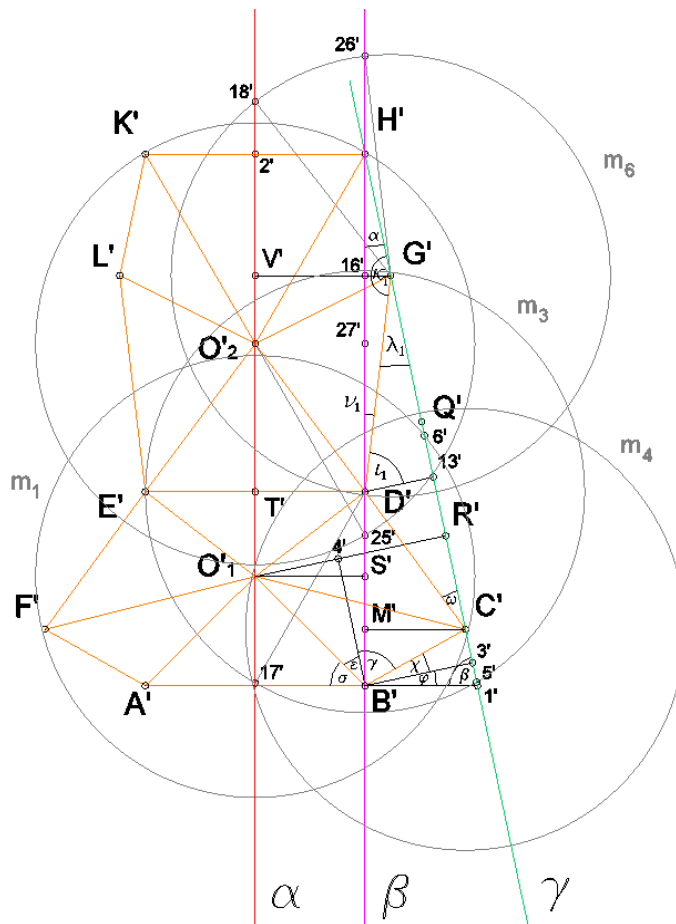
9.3 Метрички односи и параметри унутар КК IV генерисане
варијантом конструктивног поступка $O_1C^*QO_2^*$



Сл. 64 – Параметри за изналажење положаја и висине темена просторног шестостраника $ABCDEF O_1$ за КК IV-mM



Сл. 65 – Параметри за изналагање положаја и висине темена просторног шестострана $EDGKLO_2$ за КК IV-мМ



Сл. 66 – Параметри за изналагање положаја и висине темена јединичне хелије **KK IV-mM**

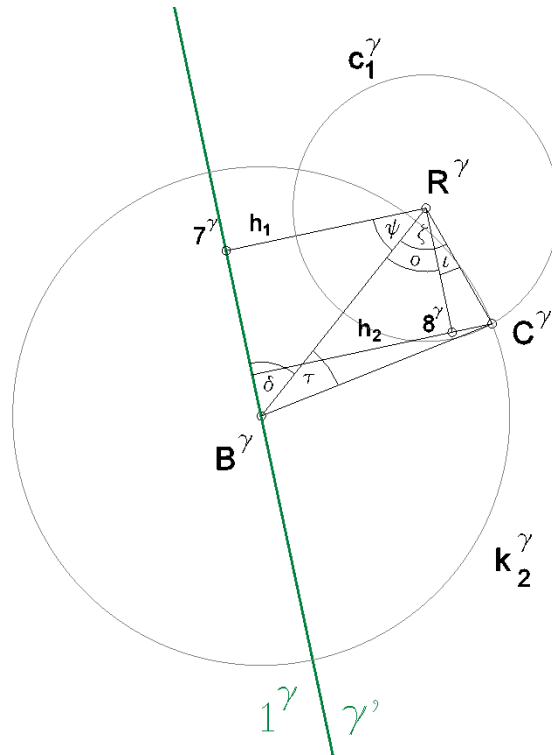
Приликом генерисања Конкавне куполе четврте врсте настале варијантом конструктивног поступка $O_1C^*QO^*_2$ формуле од редног броја 3 до 21 из поглавља број **9.1** су почетне формуле у одређивању параметара.

$$\delta = \arcsin \frac{h_1}{B^{\gamma}R^{\gamma}} \dots\dots\dots (155)$$

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \delta \dots\dots\dots (156)$$

$$o = \frac{\pi}{2} - \psi \dots\dots\dots (157)$$

$$\zeta = \arccos \frac{(R^{\gamma}C^{\gamma})^2 + (B^{\gamma}R^{\gamma})^2 - (B^{\gamma}C^{\gamma})^2}{2 \cdot (R^{\gamma}C^{\gamma}) \cdot (R^{\gamma}B^{\gamma})} \dots\dots\dots (158)$$



Сл. 67 – Параметри за изналагање положаја и висине темена **C** за **КК IV-mM**

$$l = \zeta - o \quad \dots\dots\dots (159)$$

$$8^{\gamma} C^{\gamma} = R^{\gamma} C^{\gamma} \cdot \sin l \quad \dots\dots\dots (160)$$

$$h_2 = h_1 + 8^{\gamma} C^{\gamma} \quad \dots\dots\dots (161)$$

$$3' C' = \sqrt{(B^{\gamma} C^{\gamma})^2 - h_2^2} \quad \dots\dots\dots (162)$$

- из троугла $B'3'C'$ следи:

$$B' C' = \sqrt{\frac{a^2}{4} + (3' C')^2} \quad \dots\dots\dots (163)$$

$$\chi = \arcsin \frac{3' C'}{B' C'} \quad \dots\dots\dots (164)$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \chi \quad \dots\dots\dots (165)$$

- из троугла $B' C' O_1'$ следи:

$$O_1' C' = \sqrt{(O_1' B')^2 + (B' C')^2 - 2 \cdot O_1' B' \cdot B' C' \cdot \cos(\varepsilon + \gamma)} \quad \dots\dots\dots (166)$$

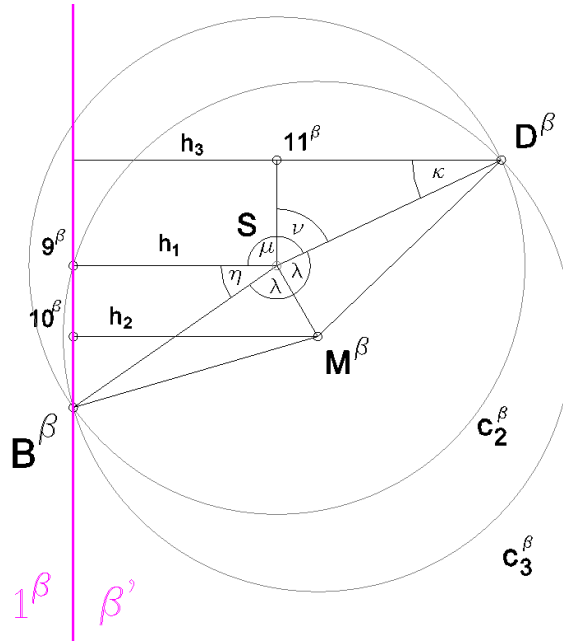
$$C' H' = q - 3' C' \quad \dots\dots\dots (167)$$

$$H'M' = H'C' \cdot \sin \beta \quad \dots\dots\dots (168)$$

$$C'M' = C'H' \cdot \cos \beta \quad \dots\dots\dots (169)$$

$$B'M' = \sqrt{(B'C')^2 - (C'M')^2} \quad \dots\dots\dots (170)$$

$$S'M' = B'S' - B'M' \quad \dots\dots\dots (171)$$



Сл. 68– Параметри за изналажење положаја и висине темена D за **KK IV-mM**

- из троугла $B^{\beta}S^{\beta}9^{\beta}$ следи:

$$\eta = \arccos \frac{2h_1}{a\sqrt{3}} \quad \dots\dots\dots (172)$$

$$M^{\beta}D^{\beta} = M'12' = \sqrt{a^2 - (C'M')^2} \quad \dots\dots\dots (173)$$

$$S^{\beta}M^{\beta} = \sqrt{(S'M')^2 + (h_2 - h_1)^2} \quad \dots\dots\dots (174)$$

$$\lambda = \arccos \frac{(S^{\beta}D^{\beta})^2 + (M^{\beta}S^{\beta})^2 - (M^{\beta}D^{\beta})^2}{2 \cdot S^{\beta}D^{\beta} \cdot S^{\beta}M^{\beta}} \quad \dots\dots\dots (175)$$

$$\mu = 2\pi - 2\lambda - \eta \quad \dots\dots\dots (176)$$

$$\nu = \mu - \frac{\pi}{2} \quad \dots\dots\dots (177)$$

$$\kappa = \frac{\pi}{2} - \nu \quad \dots\dots\dots (178)$$

$$S^\beta 11^\beta = S'D' = S^\beta D^\beta \cdot \sin \kappa \quad \dots\dots\dots (179)$$

$$11^\beta D^\beta = \sqrt{(S^\beta D^\beta)^2 - (S^\beta 11^\beta)^2} \quad \dots\dots\dots (180)$$

$$h_3 = h_1 + 11^\beta D^\beta \quad \dots\dots\dots (181)$$

$$M'D' = S^\beta 11^\beta + S'M' \quad \dots\dots\dots (182)$$

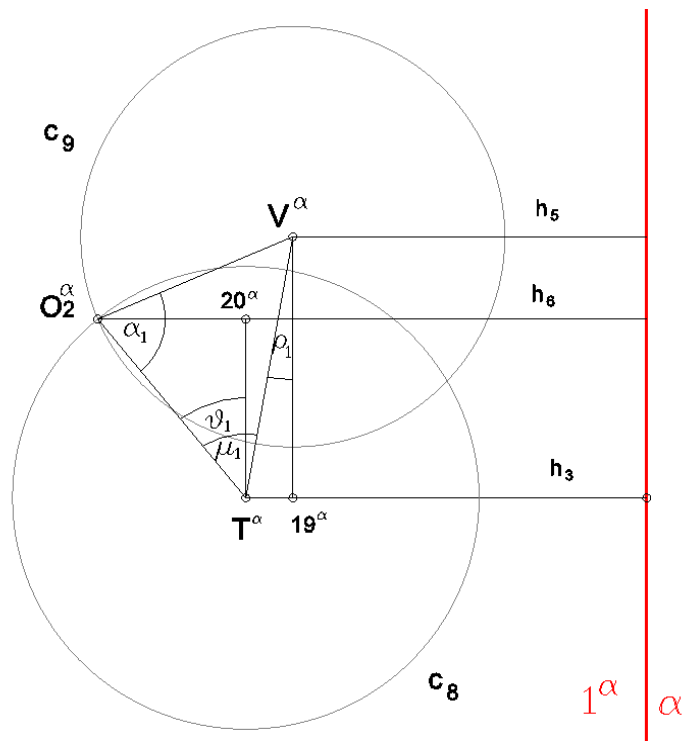
$$D'H' = H'M' - M'D' \quad \dots\dots\dots (183)$$

$$C'D' = \sqrt{(C'M')^2 + (M'D')^2} \quad \dots\dots\dots (184)$$

$$B'D' = r - D'H' \quad \dots\dots\dots (185)$$

$$O_1 D' = \sqrt{\frac{a^2}{4} + (S'D')^2} \quad \dots\dots\dots (186)$$

Даље следе формуле од броја 48 до броја 83 из поглавља број 9.1. Промена настаје када желимо да одредимо параметре за изналажење положаја и висине темена O_2 .



Сл. 69 – Параметри за изналажење положаја и висине темена O_2 за КК IV-mM

- из троугла $T^{\alpha}19^{\alpha}V^{\alpha}$ следи:

$$\rho_1 = \arccos \frac{D'16'}{V^{\alpha}T^{\alpha}} \dots\dots\dots (187)$$

$$\vartheta_1 = \mu_1 - \rho_1 \dots\dots\dots (188)$$

- из троугла $T^{\alpha}20^{\alpha}O_2^{\alpha}$ следи:

$$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 17'T' \cdot \sin \vartheta_1 \dots\dots\dots (189)$$

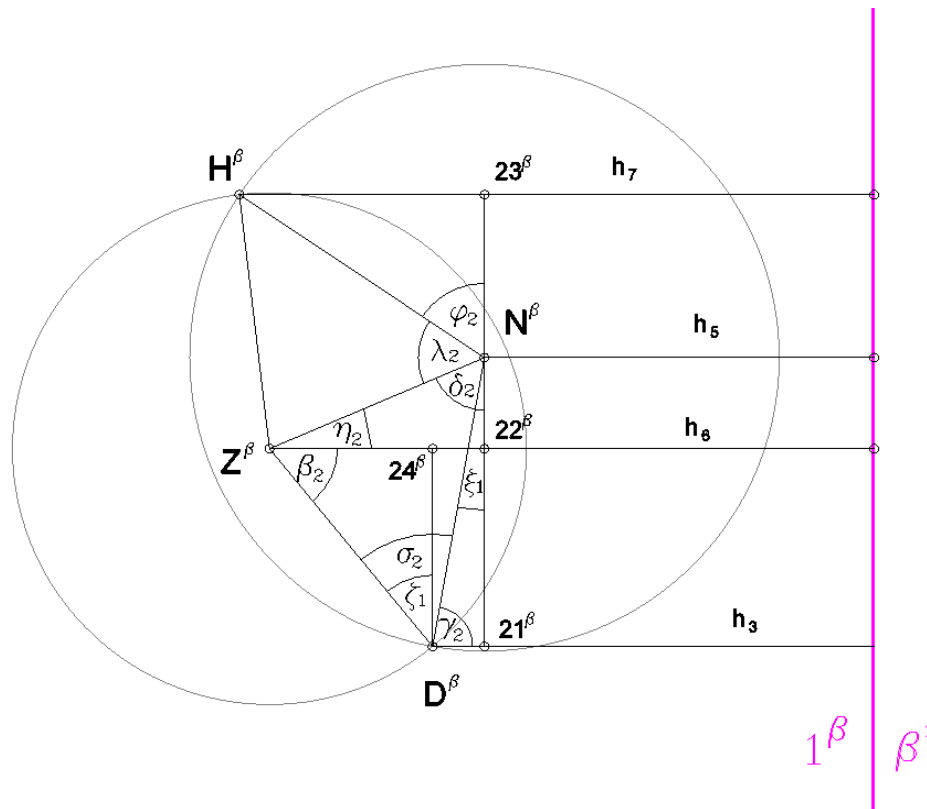
$$T^{\alpha}20^{\alpha} = 17'T' \cdot \cos \vartheta_1 \dots\dots\dots (190)$$

$$h_6 = h_3 + O_2^{\alpha}20^{\alpha} \dots\dots\dots (191)$$

$$O_2^{\alpha}V' = D'16' - T'O_2' \dots\dots\dots (192)$$

$$25'27' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \dots\dots\dots (193)$$

$$16'26' = \sqrt{a^2 - (G'16')^2} \dots\dots\dots (194)$$



Сл. 70 – Параметри за изналагање положаја и висине темена H за $KK IV-mM$

- из троугла $D^{\beta}24^{\beta}Z^{\beta}$ следи:

$$\zeta_1 = \arccos \frac{T'O_2'}{25'27'} \dots\dots\dots (195)$$

$$\beta_2 = \frac{\pi}{2} - \zeta_1 \dots\dots\dots (196)$$

$$D^{\beta}N^{\beta} = N^{\beta}H^{\beta} = 16'26'$$

$$\xi_1 = \arcsin \frac{h_3 - h_5}{16'26'} \dots\dots\dots (197)$$

$$\gamma_2 = \frac{\pi}{2} - \xi_1 \dots\dots\dots (198)$$

$$\sigma_2 = \xi_1 + \zeta_1 \dots\dots\dots (199)$$

$$Z^{\beta}N^{\beta} = \sqrt{(26'16')^2 + (25'27')^2 - 2 \cdot 25'27' \cdot 26'16' \cdot \cos \sigma_2} \dots\dots\dots (200)$$

$$\eta_2 = \arcsin \frac{O_2'V'}{Z^{\beta}N^{\beta}} \dots\dots\dots (201)$$

$$\delta_2 = \frac{\pi}{2} - \eta_2 \dots\dots\dots (202)$$

$$\lambda_2 = \delta_2 - \xi_1 \dots\dots\dots (203)$$

$$\varphi_2 = \pi - \lambda_2 - \delta_2 \dots\dots\dots (204)$$

$$N^{\beta}23^{\beta} = 16'H' = 16'26' \cdot \cos \varphi_2 \dots\dots\dots (205)$$

$$23^{\beta}H^{\beta} = 16'26' \cdot \sin \varphi_2 \dots\dots\dots (206)$$

$$h_7 = h_5 + 23^{\beta}H^{\beta} \dots\dots\dots (207)$$

Даље следе формуле од броја 107 до броја 128 из поглавља 9.1.

9.4 Метрички односи и параметри унутар КК IV генерисане варијантом конструктивног поступка $O_1C^*Q^*O_2$

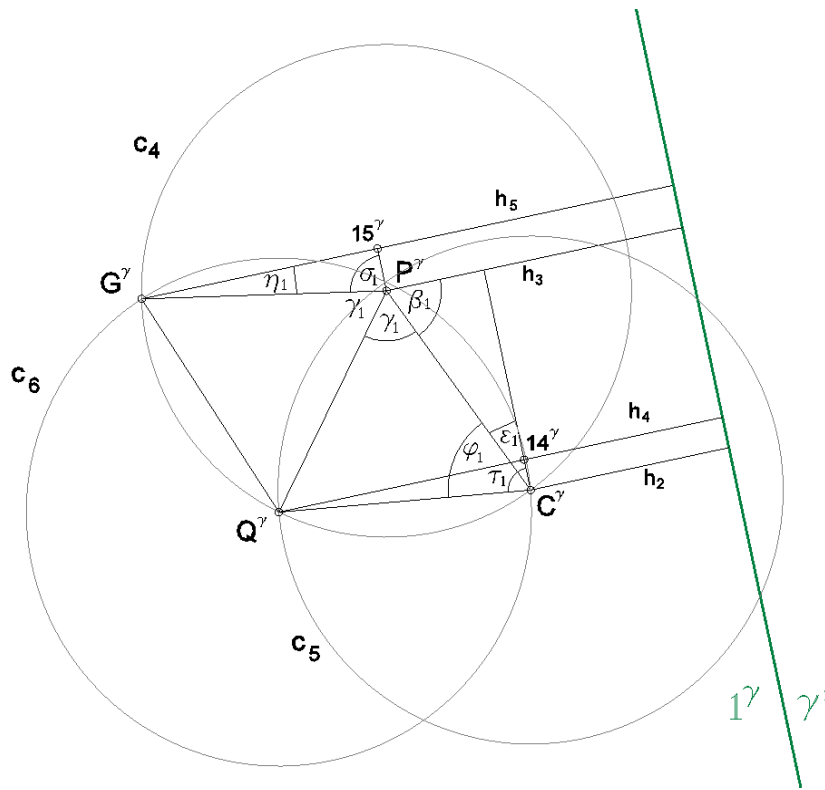
Варијантом конструктивног поступка $O_1C^*Q^*O_2$ користи се решење са већом висином за темена C и Q . Из тог разлога сви параметри куполе из поглавља 9.3 остају исти до формуле 186. Следи одређивање параметара висине темена Q .

$$13'5 = P^y Q^y = \sqrt{a^2 - (D'13')^2} \quad \dots\dots\dots (208)$$

$$P^y Q^y = P^y C^y = P^y G^y \quad Q^y G^y = Q^y C^y = a$$

$$\beta_1 = \arcsin \frac{C'13'}{P^y Q^y} \quad \dots\dots\dots (209)$$

$$\gamma_1 = \arccos \frac{2 \cdot (P^y Q^y)^2 - a^2}{2 \cdot (P^y Q^y)^2} \quad \dots\dots\dots (210)$$



Сл. 71 – Параметри за изналагање положаја и висине темена Q и G
за КК IV-MM

$$\sigma_1 = \frac{3\pi}{2} - 2\gamma_1 - \beta_1 \quad \dots\dots\dots (211)$$

$$\eta_1 = \frac{\pi}{2} - \sigma_1 \quad \dots\dots\dots (212)$$

$$G^\gamma 15^\gamma = P^\gamma G^\gamma \cdot \sin \sigma_1 \quad \dots\dots\dots (213)$$

$$P^\gamma 15^\gamma = 13' G' = P^\gamma G^\gamma \cdot \cos \sigma_1 \quad \dots\dots\dots (214)$$

$$h_5 = h_3 + G^\gamma 15^\gamma \quad \dots\dots\dots (215)$$

$$\varphi_1 = \arccos \frac{a}{2 \cdot (13'5')} \quad \dots\dots\dots (216)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\pi}{2} - \beta_1 \quad \dots\dots\dots (217)$$

$$\tau_1 = \varphi_1 + \varepsilon_1 \quad \dots\dots\dots (218)$$

$$Q^\gamma 14^\gamma = a \cdot \sin \tau_1 \quad \dots\dots\dots (219)$$

$$C^\gamma 14^\gamma = C' Q' = a \cdot \cos \tau_1 \quad \dots\dots\dots (220)$$

$$C^\gamma 16^\gamma = 13'5' \cdot \cos \varepsilon_1 \quad \dots\dots\dots (221)$$

$$h_4 = h_2 + Q^\gamma 14^\gamma \quad \dots\dots\dots (222)$$

$$G' Q' = P^\gamma 15^\gamma + C^\gamma 16^\gamma - C^\gamma 14^\gamma \quad \dots\dots\dots (223)$$

$$H'1' = \frac{B'1'}{\sin \alpha} \quad \dots\dots\dots (224)$$

$$G'H' = H'1' - 13' - 3'C' - C'13' - 13'G' \quad \dots\dots\dots (225)$$

$$D'G' = \sqrt{(13'G')^2 + (D'13')^2} \quad \dots\dots\dots (226)$$

- из треугола D'13'G' следи:

$$\lambda_1 = \arcsin \frac{D'13'}{D'G'} \quad \dots\dots\dots (227)$$

$$\iota_1 = \arccos \frac{D'13'}{D'G'} \quad \dots\dots\dots (228)$$

- из треугола D'G'H' следи:

$$\kappa_1 = \pi - \lambda_1 \quad \dots\dots\dots (229)$$

$$\nu_1 = \pi - \alpha - \kappa_1 \quad \dots\dots\dots (230)$$

$$D'16' = D'G' \cdot \cos \nu_1 \quad \dots\dots\dots (231)$$

$$H'16' = D'H' - D'16' \quad \dots\dots\dots (232)$$

$$G'16' = D'G' \cdot \sin \nu_1 \quad \dots\dots\dots (233)$$

$$17'T' = a \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \dots\dots\dots (234)$$

$$G'V' = \frac{a}{2} + G'16' \quad \dots\dots\dots (235)$$

$$V'18' = \sqrt{a^2 - (G'V')^2} \quad \dots\dots\dots (236)$$

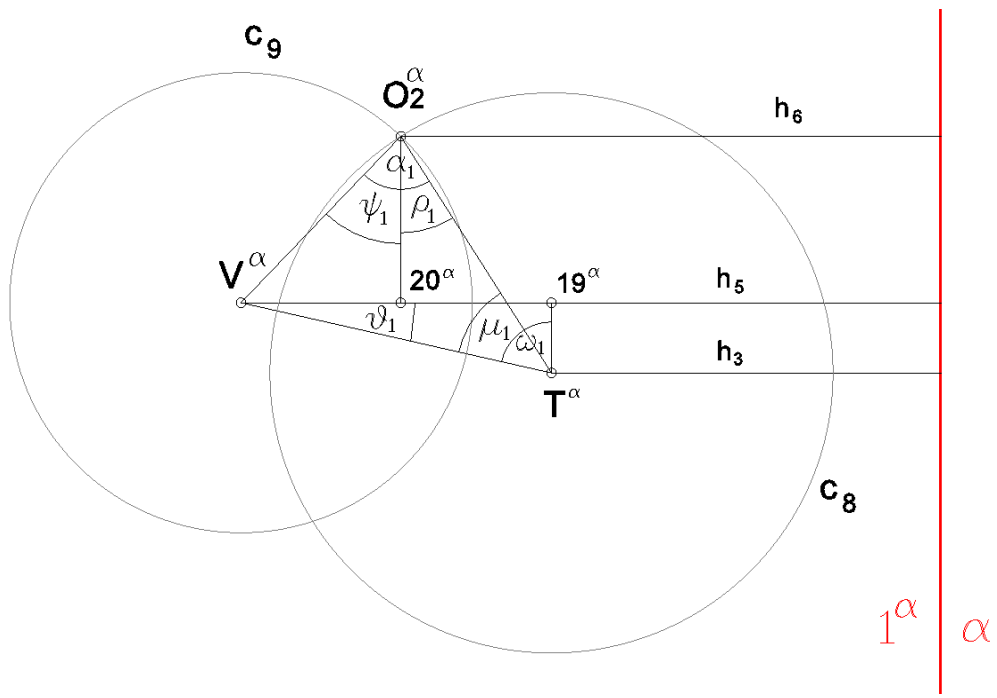
- из троугла $T^\alpha 19^\alpha V^\alpha$ следи:

$$V^\alpha T^\alpha = \sqrt{(D'16')^2 + (h_5 - h_3)^2} \quad \dots\dots\dots (237)$$

- из троугла $T^\alpha O_2^\alpha V^\alpha$ следи:

$$\mu_1 = \arccos \frac{(V^\alpha T^\alpha)^2 + (17'T')^2 - (V'18')^2}{2 \cdot V^\alpha T^\alpha \cdot 17'T'} \quad \dots\dots\dots (238)$$

$$\alpha_1 = \arccos \frac{(17'T')^2 + (V'18')^2 - (V^\alpha T^\alpha)^2}{2 \cdot 17'T' \cdot V'18'} \quad \dots\dots\dots (239)$$



Сл. 72 – Параметри за изналагање положаја и висине темена O_2 за **КК IV-MM**

- из троугла $T^{\alpha}19^{\alpha}V^{\alpha}$ следи:

$$\vartheta_1 = \arcsin \frac{D'16'}{V^{\alpha}T^{\alpha}} \dots\dots\dots (240)$$

$$\omega_1 = \frac{\pi}{2} - \vartheta_1 \dots\dots\dots (241)$$

$$\rho_1 = \omega_1 - \mu_1 \dots\dots\dots (242)$$

$$\psi_1 = \alpha_1 - \rho_1 \dots\dots\dots (243)$$

- из троугла $V^{\alpha}20^{\alpha}O_2^{\alpha}$ следи:

$$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = V'O_2' = 18'V' \cdot \cos \psi_1 \dots\dots\dots (244)$$

$$V^{\alpha}20^{\alpha} = 18'V' \cdot \sin \psi_1 \dots\dots\dots (245)$$

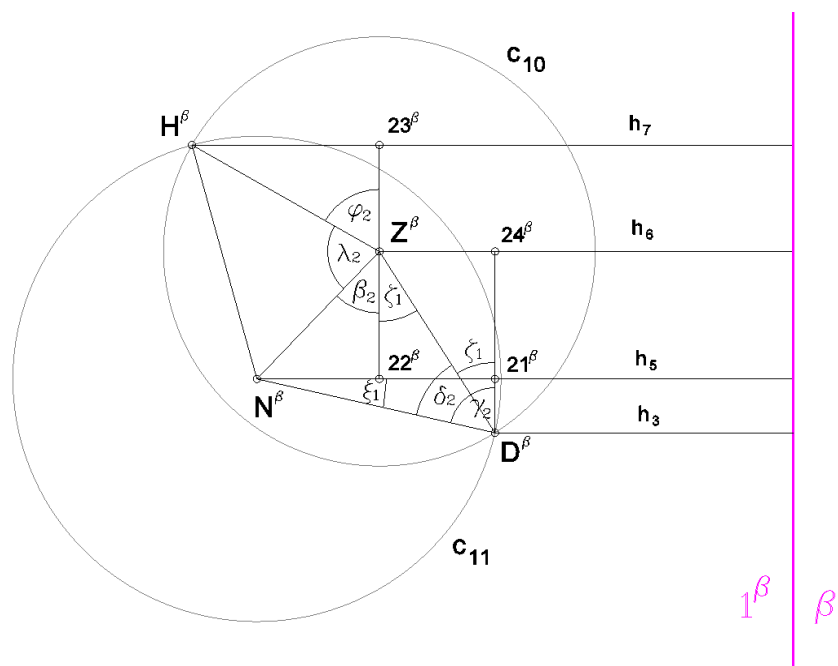
$$h_6 = h_5 - V^{\alpha}20^{\alpha} \dots\dots\dots (246)$$

$$T'V' = T^{\alpha}19^{\alpha} = T^{\alpha}V^{\alpha} \cdot \cos \omega_1 \dots\dots\dots (247)$$

$$25'27' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \dots\dots\dots (248)$$

$$26'16' = \sqrt{a^2 - (G'16')^2} \dots\dots\dots (249)$$

$$T'O_2' = T'V' + V'O_2' \dots\dots\dots (250)$$



Сл. 73 – Параметри за изналажење положаја и висине темена H за **КК IV-MM**

- из троугла $D^{\beta}24^{\beta}Z^{\beta}$ следи:

$$\zeta_1 = \arccos \frac{T'O_2'}{25'27'} \dots\dots\dots (251)$$

- из троугла $21^{\beta}N^{\beta}D^{\beta}$ следи:

$$\xi_1 = \arccos \frac{h_5 - h_3}{26'16'} \dots\dots\dots (252)$$

$$\gamma_2 = \frac{\pi}{2} - \xi_1 \dots\dots\dots (253)$$

$$\delta_2 = \gamma_2 - \zeta_1 \dots\dots\dots (254)$$

- из троугла $N^{\beta}D^{\beta}Z^{\beta}$ следи:

$$Z^{\beta}N^{\beta'} = \sqrt{(26'16')^2 + (25'27')^2 - 2 \cdot 25'27' \cdot 26'16' \cdot \cos \delta_2} \dots\dots\dots (255)$$

- из троугла $22^{\beta}Z^{\beta}N^{\beta}$ следи:

$$\beta_2 = \arcsin \frac{h_5 - h_6}{Z^{\beta}N^{\beta}} \dots\dots\dots (256)$$

$$\lambda_2 = \beta_2 - \varsigma_1 \dots\dots\dots (257)$$

$$\varphi_2 = \pi - \beta_2 - \lambda_2 \dots\dots\dots (258)$$

$$Z^{\beta}23^{\beta} = O_2'2' = 25'27' \cdot \cos \varphi_2 \dots\dots\dots (259)$$

$$H^{\beta}23^{\beta} = 25'27' \cdot \sin \varphi_2 \dots\dots\dots (260)$$

$$h_7 = h_6 + H^{\beta}23^{\beta} \dots\dots\dots (261)$$

$$G'H' = \sqrt{(H'16')^2 - (G'16')^2} \dots\dots\dots (262)$$

Даље следе формуле од броја 108 до броја 128 из поглавља број **9.1**.

10.0 ОПШТИ ПРИНЦИП НАСТАНКА КОНКАВНИХ КУПОЛА ВИШИХ ВРСТА

10.1 Одређивање броја страница највећег полигона основе у оквиру једне врсте Конкавних купола

Набирањем омотача који се састоји од четири низа једнакостраничних троуглова, настају Конкавне куполе четврте врсте, описане у претходним поглављима. Куполе четврте врсте могу имати полазне полигоне до $n=21$. Конкавне куполе четврте врсте имају четири низа једнакостраничних троуглова у мрежи омотача, тако да је, за куполе код којих број ивица основе премашује 21, неопходно повећати број низова једнакостраничних троуглова у мрежи омотача. То је неопходно јер ортогонално растојање од ивица основа (n -тоугаоника и $2n$ -тоугаоника) премашује вредност $2a\sqrt{3}$, четвороструку висину једнакостраничног троугла.

На тај начин, уместо Конкавних купола четврте врсте, настају куполе: шесте, осме, десете и виших врста. Врста купола диктирана је бројем редова једнакостраничних троуглова у мрежи, тј. ширином траке омотача у функцији од висине једнакостраничног троугла омотача и дистанце између n -тоугаоник и $2n$ -тоугаоник полигона.

Предмет истраживања је постојање опште формуле за израчунавање броја страница највећег могућег полигона основе за сваку врсту купола, а самим тим и одређивање броја представника сваке врсте. На **Сл. 14** у поглављу број **5.2**, ортогонално растојање од ивица основе (n -тоугаоника и $2n$ -тоугаоника) означили смо са r . У поглављу **9.1** формула број (4) даје нам вредност за r у функцији странице a једнакостраничног троугла и броја n ивица полигона основе.

Са друге стране, ако желимо да одредимо највећег могућег представника у оквиру једне врсте купола, ортогонално растојање од ивица основе n -тоугаоника и $2n$ -тоугаоника мора бити једнака умношку висине

једнакостраничног троугла странице a и броја низова троуглова у мрежи (броја који представља врсту куполе). Зато постављамо једнакост:

$$\frac{\frac{a}{2}}{\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)} = x \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad (263)$$

где x означава врсту куполе. Из наведене једнакости израчунавамо вредност за n_{max} , број страница полигона највеће куполе у оквиру једне врсте.

$$n_{max} = \frac{\pi}{\arcsin \frac{1}{x\sqrt{3}}} \quad (264)$$

Ако за n_{max} усвојимо први мањи целобројни број који смо добили применом формуле, добијамо да је за:

- Конкавне куполе друге врсте $n_{max} = 10$
- Конкавне куполе четврте врсте $n_{max} = 21$
- Конкавне куполе шесте врсте..... $n_{max} = 32$
- Конкавне куполе осме врсте $n_{max} = 43$
- Конкавне куполе десете врсте $n_{max} = 54$ итд.

Анализом добијених вредности изводимо закључак, да за сваку врсту Конкавних купола можемо формирати омотач (са парним бројем низова једнакостраничних троуглова) над **11** додатних полигоналних основа у односу на Конкавне куполе ниже врсте. Једини изузетак су Конкавне куполе друге врсте јер, као што је то описано у поглављу број **6.0**, Конкавне куполе друге врсте се могу генерисати над седам различитих полигоналних основа ($4 \leq n \leq 10$). Конкавне куполе друге врсте су изузетак и по томе што једино код њих не треба додавати троуглове у већ постојећу равну мрежу тела.

10.2 Одређивање броја темена, ивица и страна Конкавне куполе више врсте

У поглављу број **6.0** је дато да за сваку Конкавну куполу друге врсте над n -тостраном полигоналном основом важи да је:

- број темена: $V = 5n$
- број ивица: $E = 12n$
- број страна: $F = 7n+2$

За Конкавне куполе четврте врсте, над n -тостраном полигоналном основом важи да је:

- број темена: $V = 15n$
- број ивица: $E = 42n$
- број страна: $F = 27n+2$

Предмет истраживања у овом поглављу рада је постојање опште формуле за израчунавање броја темена, ивица и страна произвољне Конкавне куполе више врсте. Имајући у виду описани поступак генерисања Конкавних купола можемо изнети да за било коју Конкавну куполу више врсте, над n -тостраном полигоналном основом, важи:

- број темена израчунавамо формулом:

$$V = \frac{5x}{2} \cdot n \quad (265)$$

- број ивица израчунавамо формулом:

$$E = \left(\frac{15x}{2} - 3 \right) \cdot n \quad (266)$$

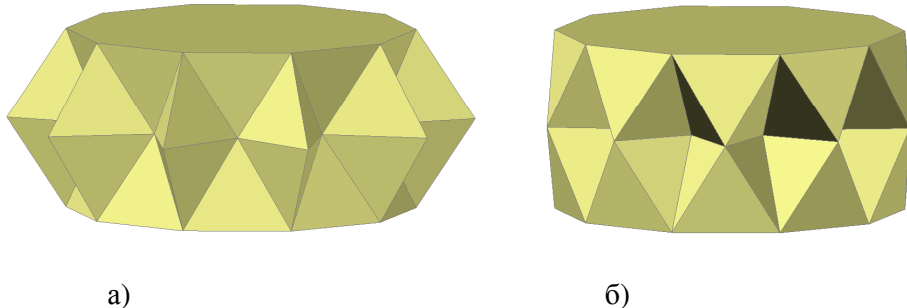
- број страна израчунавамо формулом:

$$F = (5x - 3) \cdot n + 2 \quad (267)$$

где x означава врсту куполе. Ако добијене вредности унесемо у Ојлерову формулу добијамо да је Ојлеров број једнак броју 2, што је карактеристика свих полиедара.

11.0 КОНКАВНЕ АНТИПРИЗМЕ ДРУГЕ ВРСТЕ НАД ПРАВИЛНОМ ПОЛИГОНАЛНОМ ОСНОВОМ

Конкавна антипризма друге врсте (**КА II**) је полиедар чија се мрежа састоји од дворедне траке једнакостраничних троуглова, а основа је правилни полигон (**Сл. 74**). Троуглови су распоређени у таквом поретку да образују просторне шестостранике, слично као код Конкавних купола друге врсте [46], [48], [50], и полиграматик антипризме [31]. Савијањем и спајањем одговарајућих ивица добија се затворени, прстенасти фрагмент полиедарске површи - омотач Конкавне антипризме друге врсте који се састоји од просторних шестостраних ћелија. Број јединичних ћелија, просторних шестостраника, одређен је бројем страна основе. Основа око које се формира конкавна антипризма друге врсте може бити било који правилни полигон.

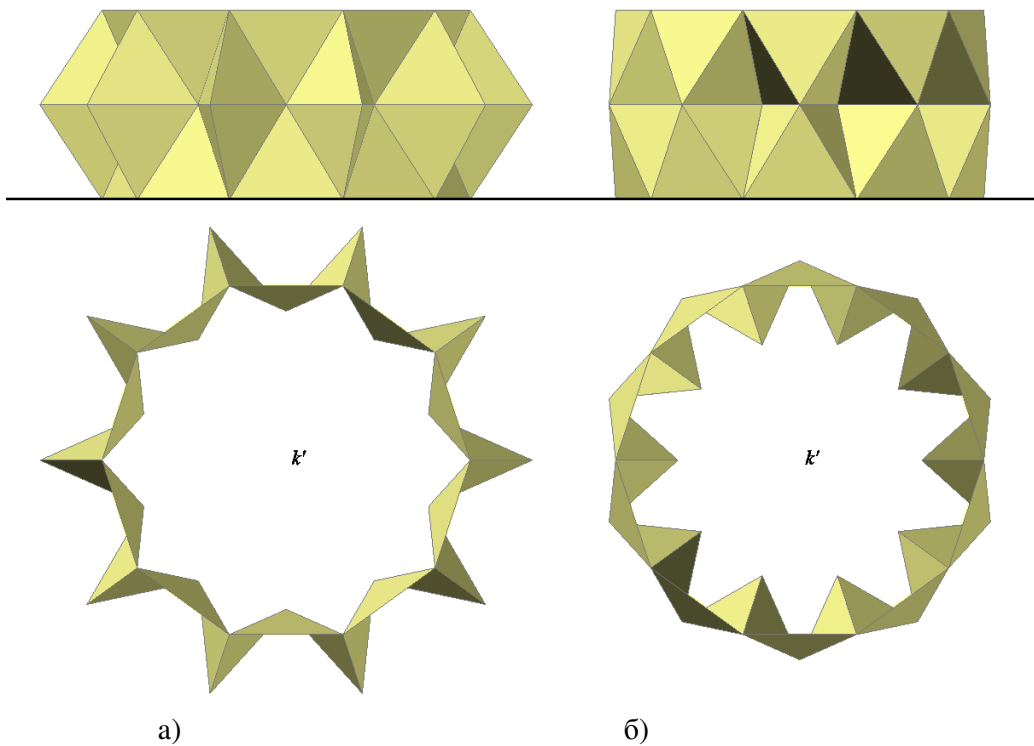


Сл. 74 - Конкавна антипризма друге врсте:
а) **КА II-10M**, б) **КА II-10m**

Знајући да је шест једнакостраничних троуглова образованих око заједничког темена немогуће склопити у конвексну полиедарску темену фигуру, долазимо до закључка да ће формирани фрагмент полиедарске површи, као и код омотача Конкавних купола, обавезно бити конкаван. Над истом полигоналном основом увек ће се појавити две конкавне антипризме друге врсте:

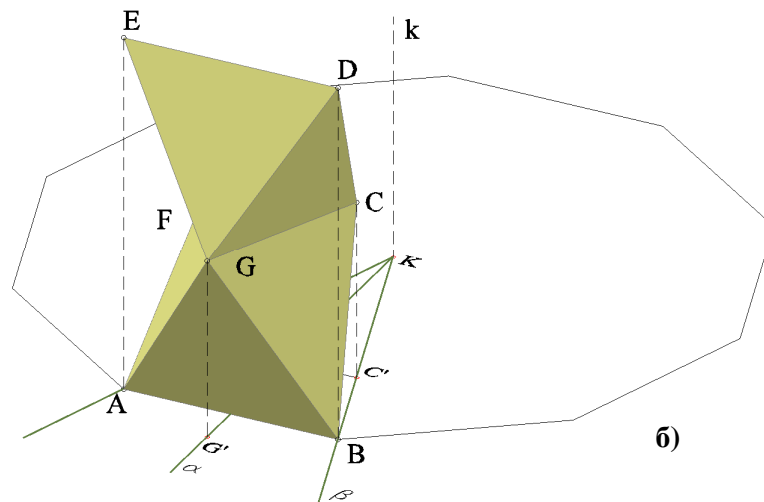
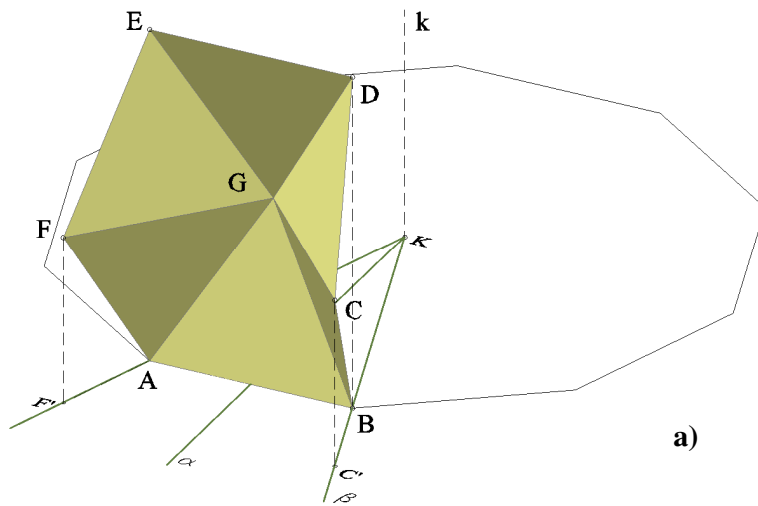
а) **КА II-M**, са већом висином (удубљено централно теме G просторног шестостраника $ABCDEF G$);

б) **КК II-m**, са мањом висином (испупчено централно теме G просторног шестостраника $ABCDEF G$).



Сл. 75 - Ортогоналне пројекције Конкавне антипризме друге врсте:
а) **КА II-10M**, б) **КА II-10m**

Један сегмент мреже Конкавне антипризме друге врсте, просторни шестостраник $ABCDEF G$ приказан је на Сл. 76. Чини га шест једнакостраничних троуглова формираних око заједничког темена G . Да би смо могли да дефинишемо параметре овог тела, неопходно је да поставимо претходне полазне услове које овакав просторни шестостраник мора да испуњава, како би радијалним низањем њему идентичних ћелија око осе k , могла бити затворена геометријска целина – мрежа Конкавне антипризме друге врсте:

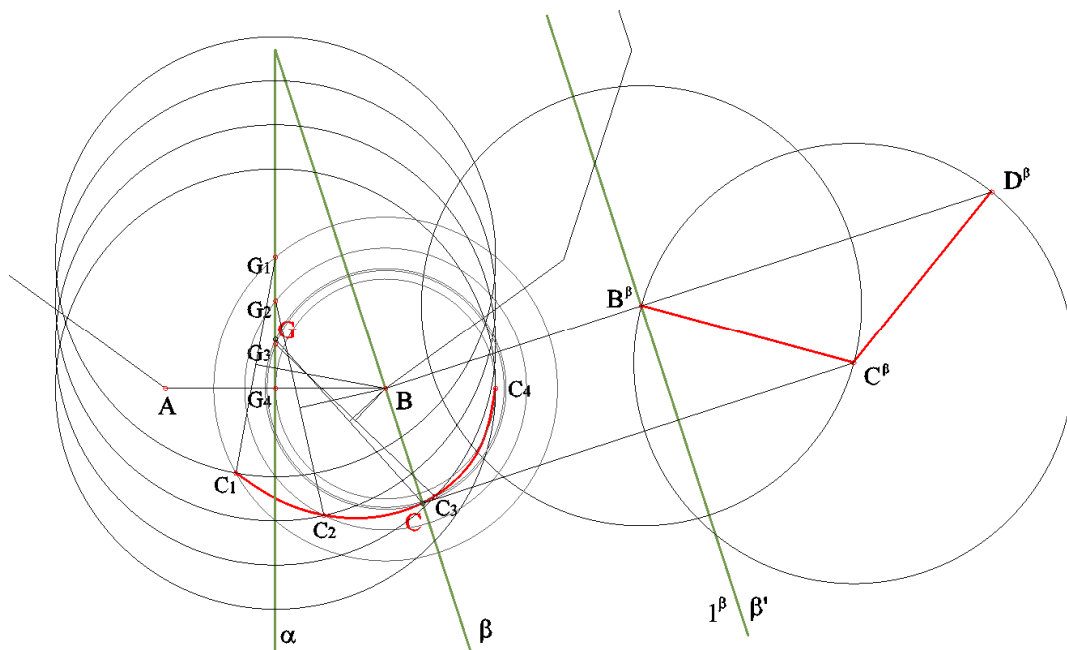


Сл. 76 – Јединична хелија Конкавне антипризме друге врсте:
а) КА II-10М, б) КА II-10m

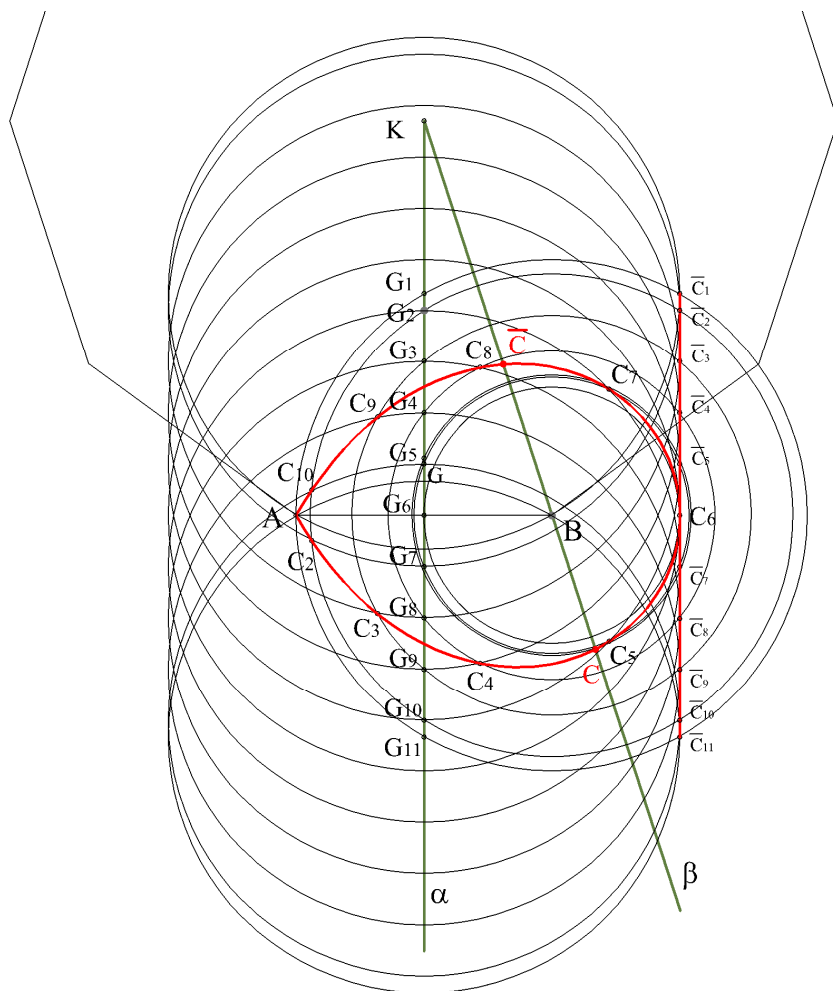
- раван α је вертикална симетрална раван ивица AB и DE , теме G припада равни α ;
- вертикална раван β одређена је осом k и теменима B, C и D ;
- ивице AB и DE су хоризонталне и налазе се у истој вертикалној равни;
- ивице CG и FG припадају истој хоризонталној равни која се налази на половини висине просторног шестостраника $ABCDEF$.

Да би смо одговорили на питање – како пронаћи висину антипризме, треба увидети да је проблем који се јавља вишег степена. Разлог лежи у томе што се просторни хексаедар $ABCDEF G$ понаша као механизам, чије ћемо карактеристике испитати у даљем раду. Треба да дефинишемо кретање овог механизма, уз поштовање горе наведених услова.

Тачка C просторног шестостраника $ABCDEF G$ налази се на сфери полупречника $r=a$ (ивици једнакостраничног троугла), са центром у темену G . Тачка C налази се и на сфери полупречника $r=a$, са центром у тачки B . Хоризонтална раван, чија висина је једнака висини тачке G , сече дате сфере по кружницама у чијем пресеку добијамо положај тачке C . Полазећи од ових претпоставки, можемо итеративним путем потражити положаје тачке C_n у зависности од претпостављеног почетног положаја централног темена G_n . На Сл.77 приказан је фрагмент тако генерисане трајекторије темена C . Из услова да теме C мора припадати и равни β добијамо тражени положај темена C и G , а самим тим и висину антипризме у трансформацијској равни β^β .



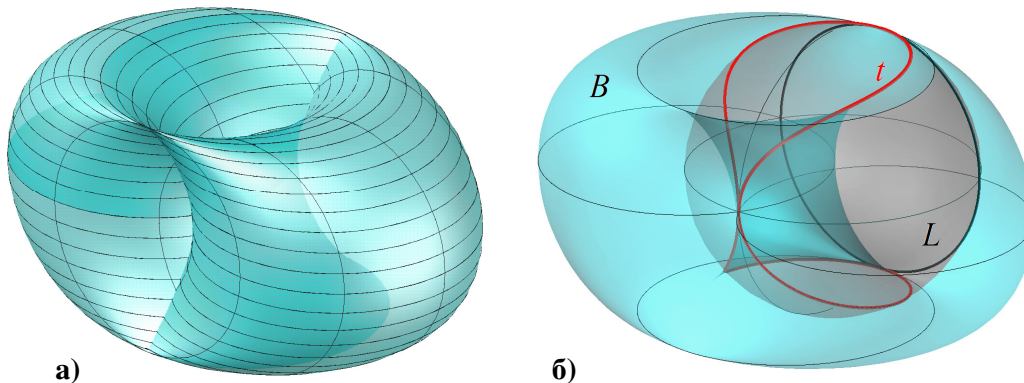
Сл. 77 – Генеза трајекторије темена C и конструкција висине Конкавне антипризме друге врсте



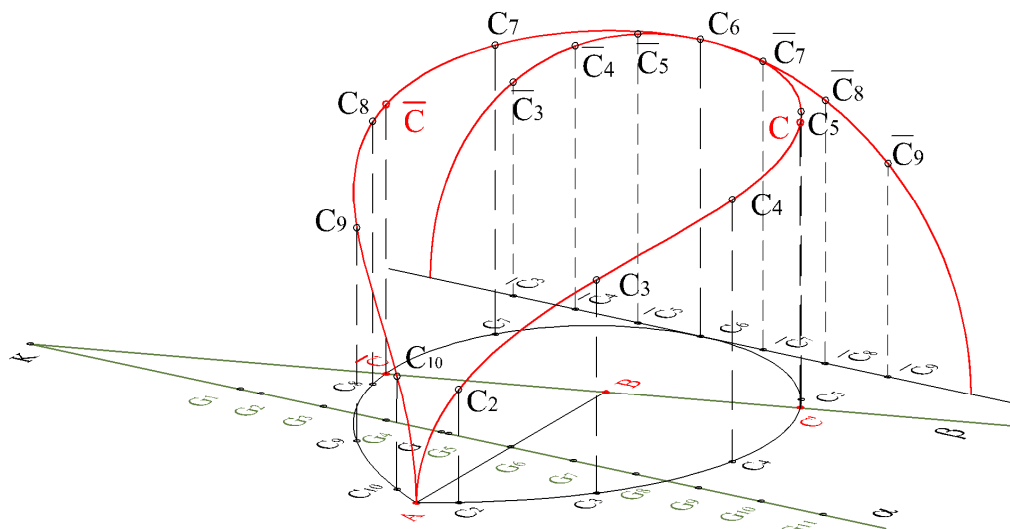
Сл. 78 - Прва пројекција трајекторије темена C

Трајекторија темена C , од почетне висине $x=0$ ($C_1=A$) до максималне висине (G_6C_6) приказана је на Сл. 78. Видимо да раван β два пута сече трајекторију што и одговара нашој претпоставци да за исту основу добијамо две антипризме: са удубљеним и испупченим теменом G . Када је теме G унутар простора антипризме, теме C је са спољашње стране и обрнуто. На Сл. 78 дата је прва пројекција трајекторије коју у простору добијамо као пресек сфере и површи IV реда – Боемске куполе (*Bohemian Dome*) што је приказано на Сл. 79. Сфера је полупречника $r=a$, са центром у тачки B . Боемску куполу генеришу хоризонталне кружнице полупречника $r=a$, које се крећу по директриси – кружници, пресеку дате сфере и вертикалне равни α . Са просторног модела (Сл. 80) трајекторије

темена C можемо директно прочитати висину темена C , а самим тим знамо и висину целе антипризме.

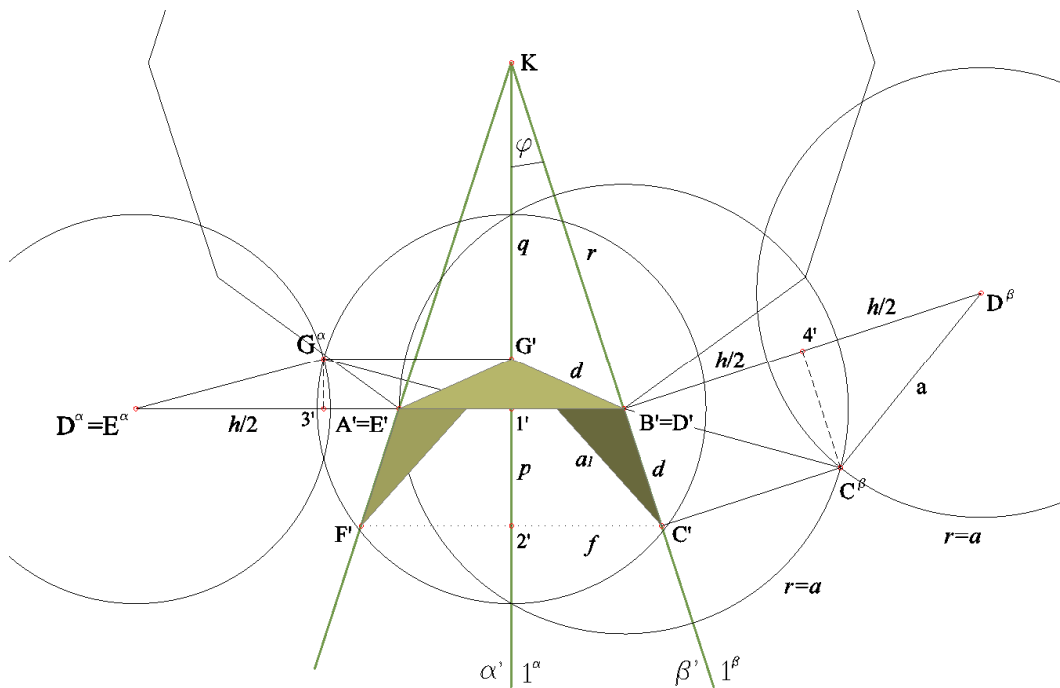


Сл. 79 – а) Боемска купола (*Bohemian Dome*), б) Пресек сфере и Боемске куполе

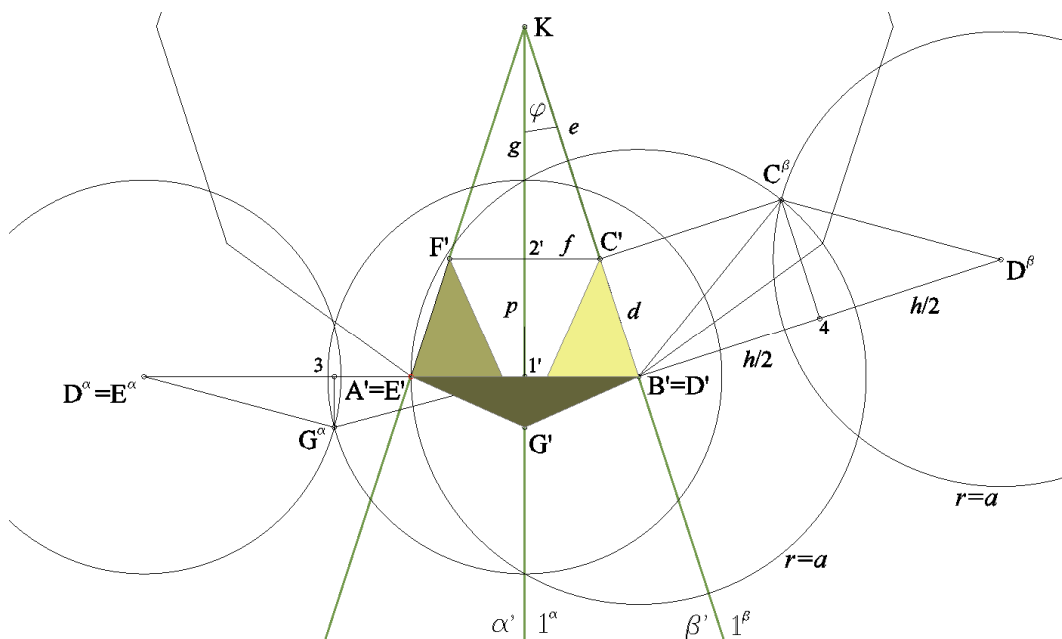


Сл. 80 – Просторни модел трајекторије темена C

Осим Конструктивно-геометријског метода у решавању проблема налажења висине Конкавне антипризме друге врсте, може се прибећи и аналитичким методама. Постављањем одговарајућег алгоритма и применом итеративних нумеричких поступака добијају се вредности тражених параметара са задовољавајуће малом грешком.



Сл. 81 - Параметри и метрички односи унутар шестостраника $ABCDEFG$ са удубљеним теменом G



Сл. 82 - Параметри и метрички односи унутар шестостраника $ABCDEFG$ са испупченим теменом G

Уочена грешка је 0,0000004 за постављену величину странице $a=1$, што свакако представља занемарљиво малу грешку са становишта практичне употребе овог алгоритма у димензионисању архитектонско грађевинске структуре засноване на геометрији Конкавних антипризми друге врсте.

Алгоритам, постављен према **Сл. 81**, за налажење параметара Конкавне антипризме са удубљеним теменом G , разликује се од алгоритма за антипризму са испупченим теменом G (**Сл. 82**) само у формулама број (273) и (275). Овај алгоритам важи за сваку основу, правилни полигон са бројем страница n . Дакле, на основу слика **81** и **82**, можемо применити следећи алгоритам:

$$\varphi = \frac{\pi}{n} \dots\dots\dots (268)$$

$$K'A' = K'B' = r = \frac{a}{2 \sin \varphi} \dots\dots\dots (269)$$

$$K'I' = q = r \cdot \cos \varphi \dots\dots\dots (270)$$

$$D^\alpha G^\alpha = \frac{a}{2} \sqrt{3} \dots\dots\dots (271)$$

$$G'I' = b = \frac{1}{2} \sqrt{3a^2 - h^2} \dots\dots\dots (272)$$

$$C^\beta D^\beta = a \dots\dots\dots (273)$$

$$C'B' = d = \frac{1}{2} \sqrt{4a^2 - h^2} \dots\dots\dots (274)$$

$$K'C' = e = r + d \dots\dots\dots (275)$$

$$K'C' = e = r - d \quad \text{- код шестостраника } ABCDEFG \text{ са испупченим теменом } G$$

$$2'C' = f = e \cdot \sin \varphi \dots\dots\dots (276)$$

$$1'2' = p = \sqrt{e^2 - f^2} - q \dots\dots\dots (277)$$

$$1'2' = p = q - \sqrt{e^2 - f^2} \quad \text{- код шестостраника } ABCDEFG \text{ са испупченим теменом } G$$

$$G'C' = a_1 = \sqrt{(p+b)^2 + f^2} \dots\dots\dots (278)$$

$$\Delta = a - a_1 \dots\dots\dots (279)$$

У датом алгоритму улазне вредности су:

n - број темена основе

a - страница полигона основе

Δ - очекивана грешка након извршеног поступка итерације.

У Таб. 2 дате су вредности параметара **КА II** за три изабране полигоналне основе добијене применом итерације на основу горе презентованог алгоритма.

Таб. 2 - Параметри Конкавне антипризме друге врсте за три изабране полигоналне основе и усвојену величину странице $a = 1$

	КА -10M	КА -10m	КА -100M	КА -100m	КА -1000M	КА -1000m
N	10	10	100	100	1000	1000
h	1.67384928	1.572303	1.637834	1.627958	1.633486	1.6324988
r	1.618033989	1.618033989	15.9181126	15.9181126	159.1552049	159.1552049
q	1.538841769	1.538841769	15.91025798	15.91025798	159.1544195	159.1544195
b	0.222614346	0.363270999	0.281735598	0.295699489	0.287977207	0.289373318
m	3.34769856	3.144606	3.275668	3.255916	3.266972	3.2649976
d	0.547318141	0.618033833	0.573911968	0.5808943	0.577001622	0.577699677
e	2.165352129	1.000000155	16.49202457	15.3372183	159.7322065	158.5775052
f	0.669130607	0.309017042	0.518027011	0.481753669	0.501812701	0.498185106
p	0.520530484	0.587785104	0.573628777	0.580607664	0.576998775	0.577696826
Δ	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

На основу приложене табеле видимо да са порастом броја страна полигона основе висина **КА II-M** опада, супротно од **КА II-m** где са порастом броја страна полигона основе висина антипризме расте.

За сваку Конкавну антипризму друге врсте над n -тостраном полигоналном основом важи да:

- број темена израчунавамо формулом: $V = 4n$

- број ивица израчунавамо формулом: $E = 10n$

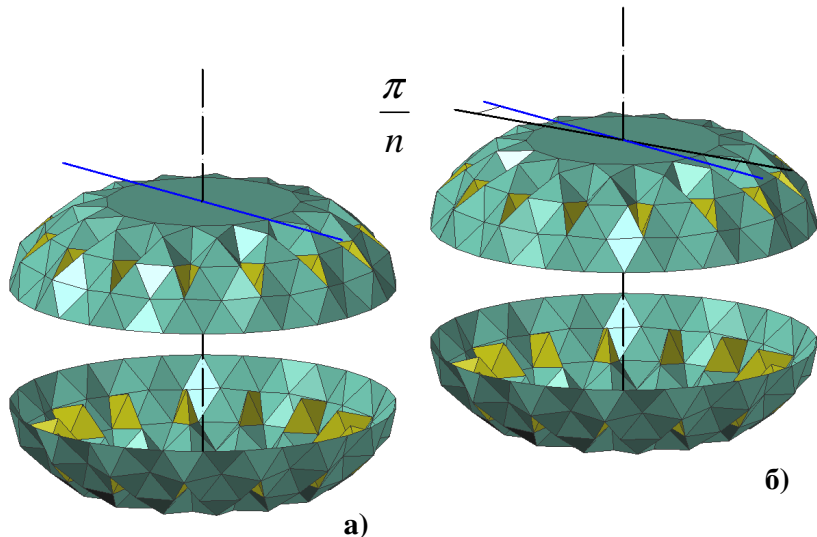
- број страна израчунавамо формулом: $F = 6n+2$

Ако добијене вредности унесемо у Ојлерову формулу (1) видимо да је Ојлеров број једнак броју 2, што је карактеристика свих полиедара.

12.0 ГРУПЕ ПОЛИЕДАРА КОЈЕ НАСТАЈУ ВАРИЈАЦИЈАМА КОНКАВНИХ КУПОЛА ЧЕТВРТЕ ВРСТЕ

Конкавне куполе четврте врсте за полазни n -тоугаоник имају полигон код којег је $n \leq 21$, а омотач чине низови једнакокрајних троуглова, формирајући при томе конкавни полиедар. Над истом полигоналном основом развијају се четири типа Конкавне куполе четврте врсте, које можемо добити варијантама конструктивног поступка: O_1CQO_2 , $O_1CQO_2^*$, $O_1C^*QO_2^*$ и $O_1C^*Q^*O_2$ што је детаљно описано у поглављу број 8.0.

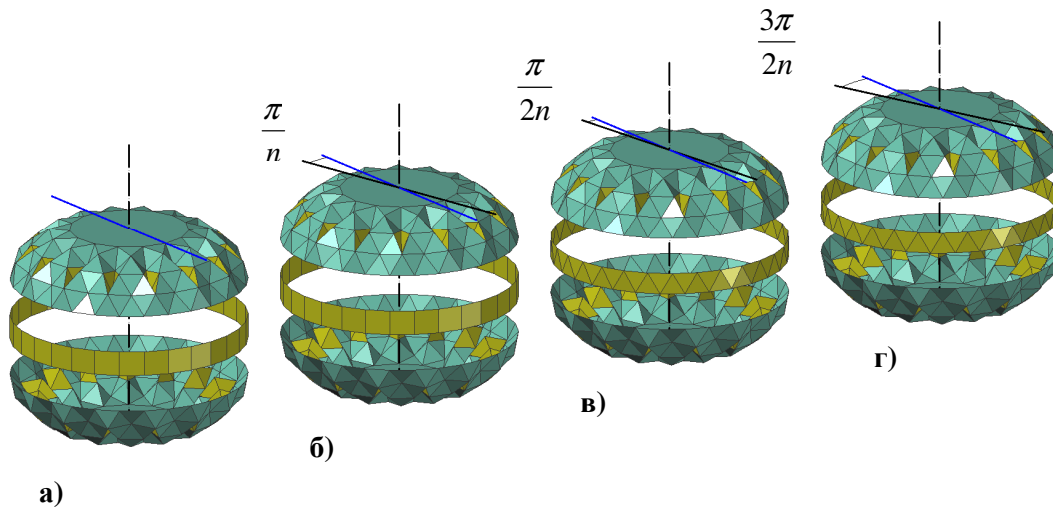
У Џонсоновој класификацији конвексних полиедара [32] појављује се 19 тела насталих од купола J3, J4 и J5 поступцима: жироротацијом, елонгацијом (издуживањем), жироелонгацијом, аугментацијом (увећањем). Испитајмо начин генерисања полиедара који настају варијацијама Конкавних купола четврте врсте. У раду су коришћени исти принципи као и код [53], [62], [67], [69], [70], где је био циљ проширење списка правилних конвексних полиедара.



Сл. 83 - Формирање бикуполе: а) ортобикупола, б) жиробикупола,
(урађено по угледу на слику број 4 из рада [53])

Ако придружимо две **КК IV** са истом полигоналном основом добијамо бикуполу (Сл. 83). Код ортобикупола раван заједничког $2n$ -тостраног полигона основе је и раван симетрије. Укупно, такав полиедар има $n+1$ равни симетрије (заједнички $2n$ -тострани полигон и по једна раван за сваку његову страну). Жиробикупола настаје ротацијом једне од купола за угао $\alpha = \frac{\pi}{n}$. У овом раду увек ће се ротирати горња купола, односно купола изнад заједничког $2n$ -тостраног полигона. Оса ротације је ортогонална на раван основе и заједничког $2n$ – тостраног полигона.

Елонгирана бикупола настаје додавањем прстена који повезује две половине основне бикуполе. Омотач прстена чине правилни полигони над одговарајућом базом ($2n$ – тострани полигон заједничке основе Конкавних купола у саставу бикуполе). За овај прстен можемо користити $2n$ – тострани призме и $2n$ – тострани антипризме.



Сл. 84 – Елонгирана бикупола: **а)** елонгирана ортобикупола, **б)** елонгирана жиробикупола, **в)** жироелонгирана бикупола А, **г)** жироелонгирана бикупола Б, (урађено по угледу на слику број 5 из рада [53])

У првом случају, бикупола је елонгирана за дужину ивице – стране полигона основе и добијамо елонгирану ортобикуполу (Сл. 84-а). Применом $2n$ – тострани антипризме добијамо жироелонгирану бикуполу и разликујемо две могуће конструкције:

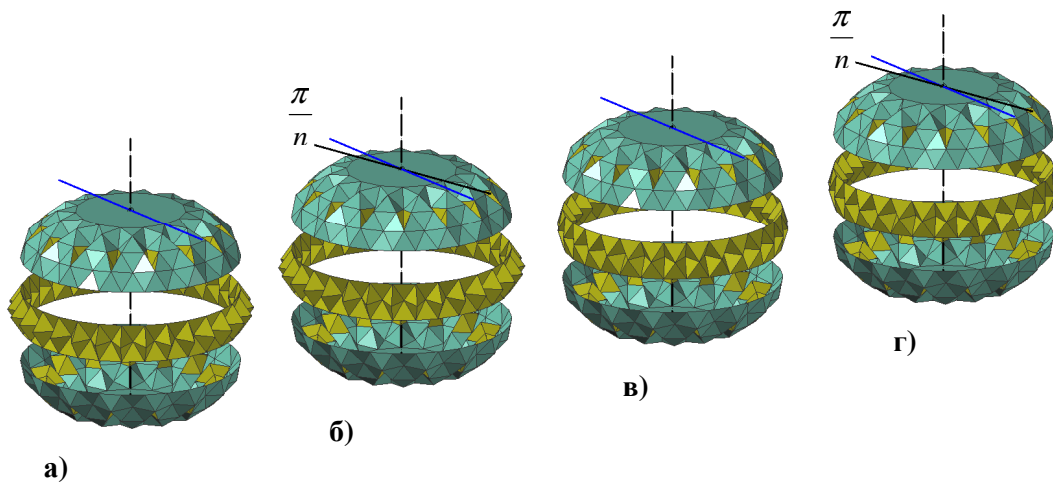
- горња купола у саставу бикуполе се ротира за угао $\frac{\pi}{2n}$ (Сл. 84-в) и

- горња купола у саставу бикуполе се ротира за угао $\frac{3\pi}{2n}$ (Сл. 84-г).

За обе конструкције оса ротације је ортогонална на раван основе и заједничког $2n$ –тостраног полигона.

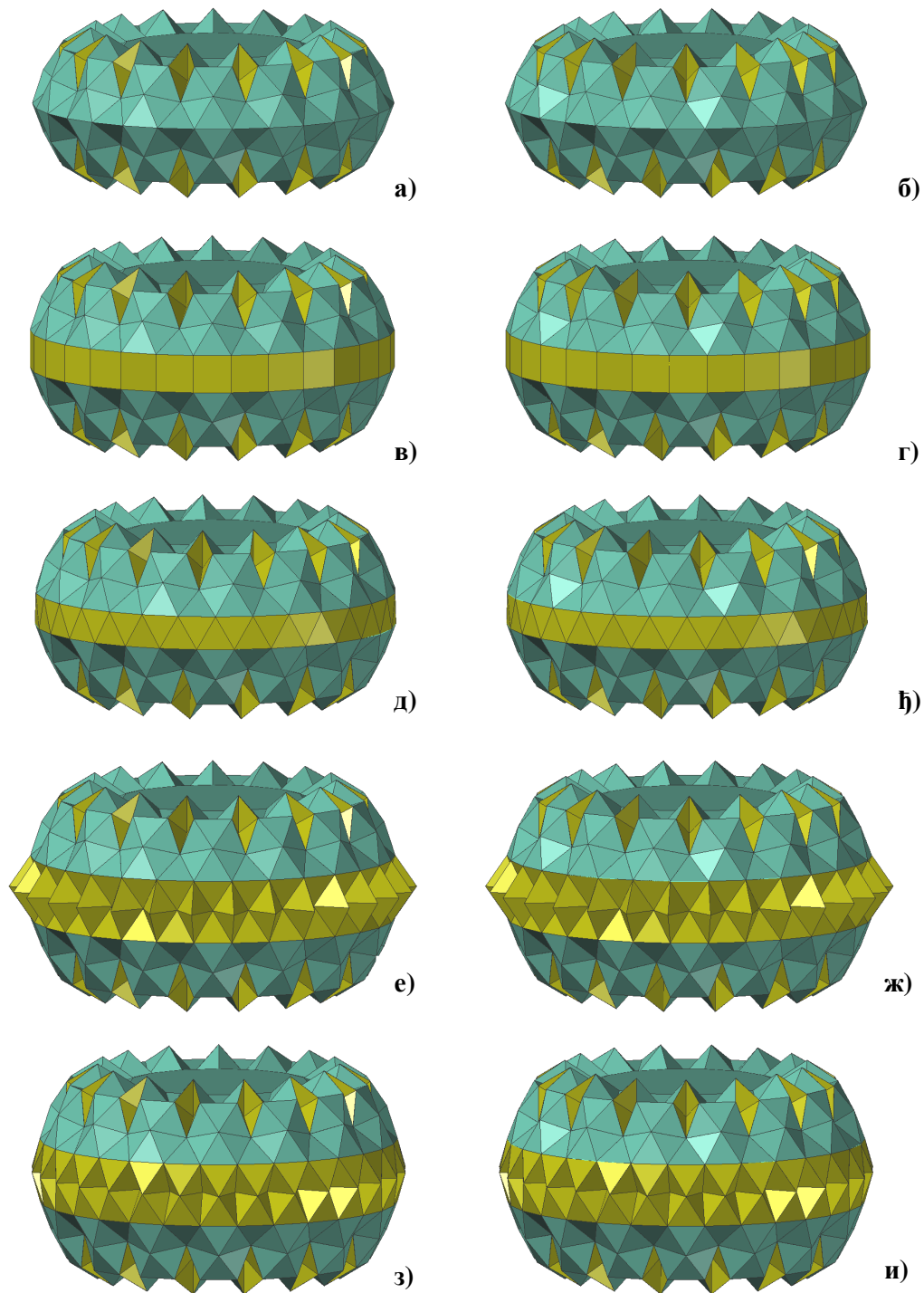
Елонгиране бикуполе могу настати и додавањем прстена Конкавних антипризми друге врсте чији омотач чини конкавна делтаедарска површ [53]. Генерисање Конкавних антипризми друге врсте описано је у поглављу број **11.0**. Над истом полигоналном основом увек можемо конструисати две Конкавне антипризме друге врсте, **КА II-M** и **КА II-m**. Обе Конкавне антипризме можемо користити за елонгацију бикуполе те тако настаје:

- конкаелонгирана ортобикупола тип А (Сл. 85-а)
- конкаелонгирана жиробикупола тип А (Сл. 85-б)
- конкаелонгирана ортобикупола тип Б (Сл. 85-в)
- конкаелонгирана жиробикупола тип Б (Сл. 85-г)

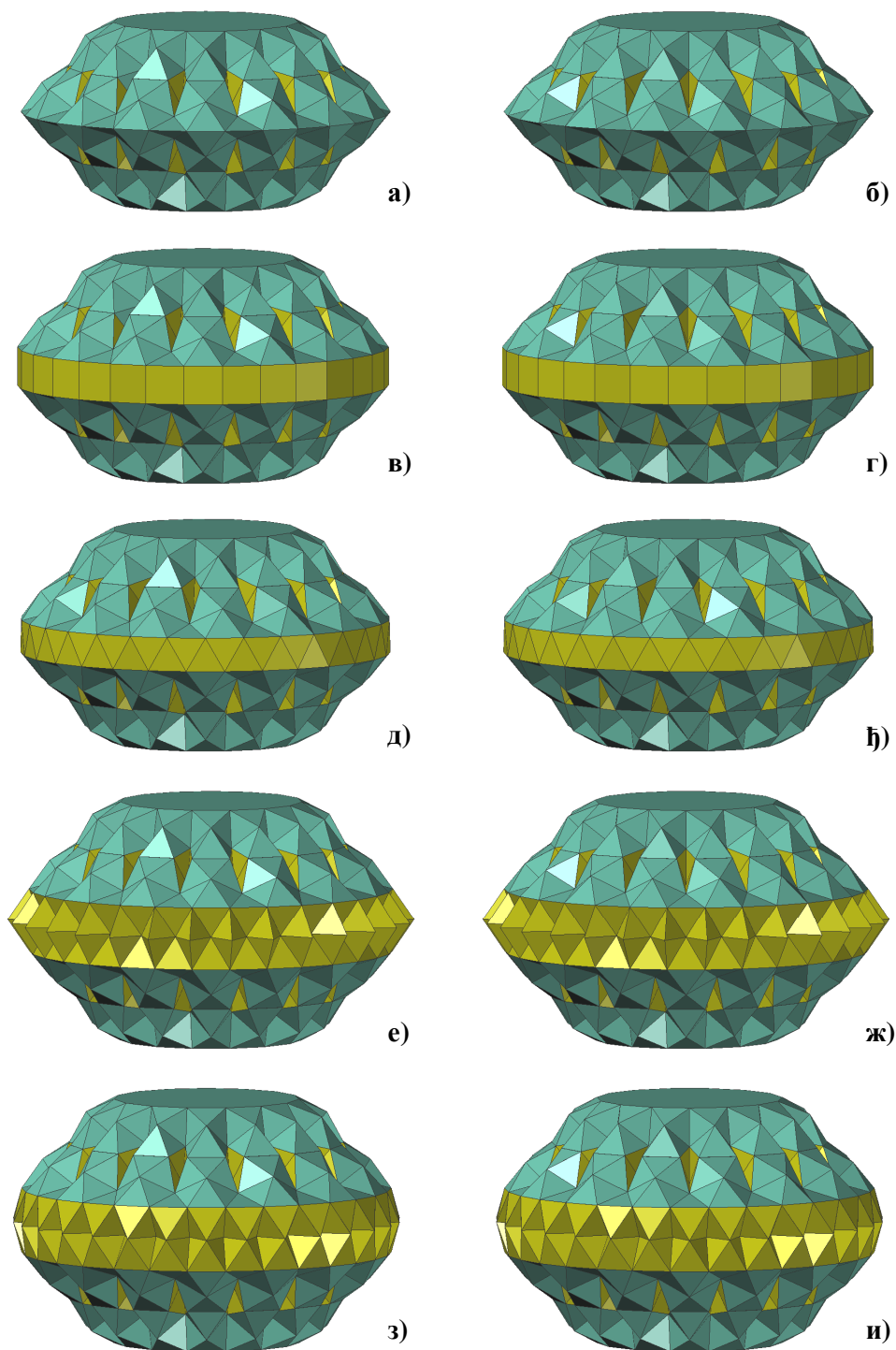


Сл. 85 - Елонгирана бикупола: а) конкаелонгирана ортобикупола тип А, б) конкаелонгирана жиробикупола тип А, в) конкаелонгирана ортобикупола тип Б, г) конкаелонгирана жиробикупола тип Б, (урађено по угледу на сл. бр. 6 [53])

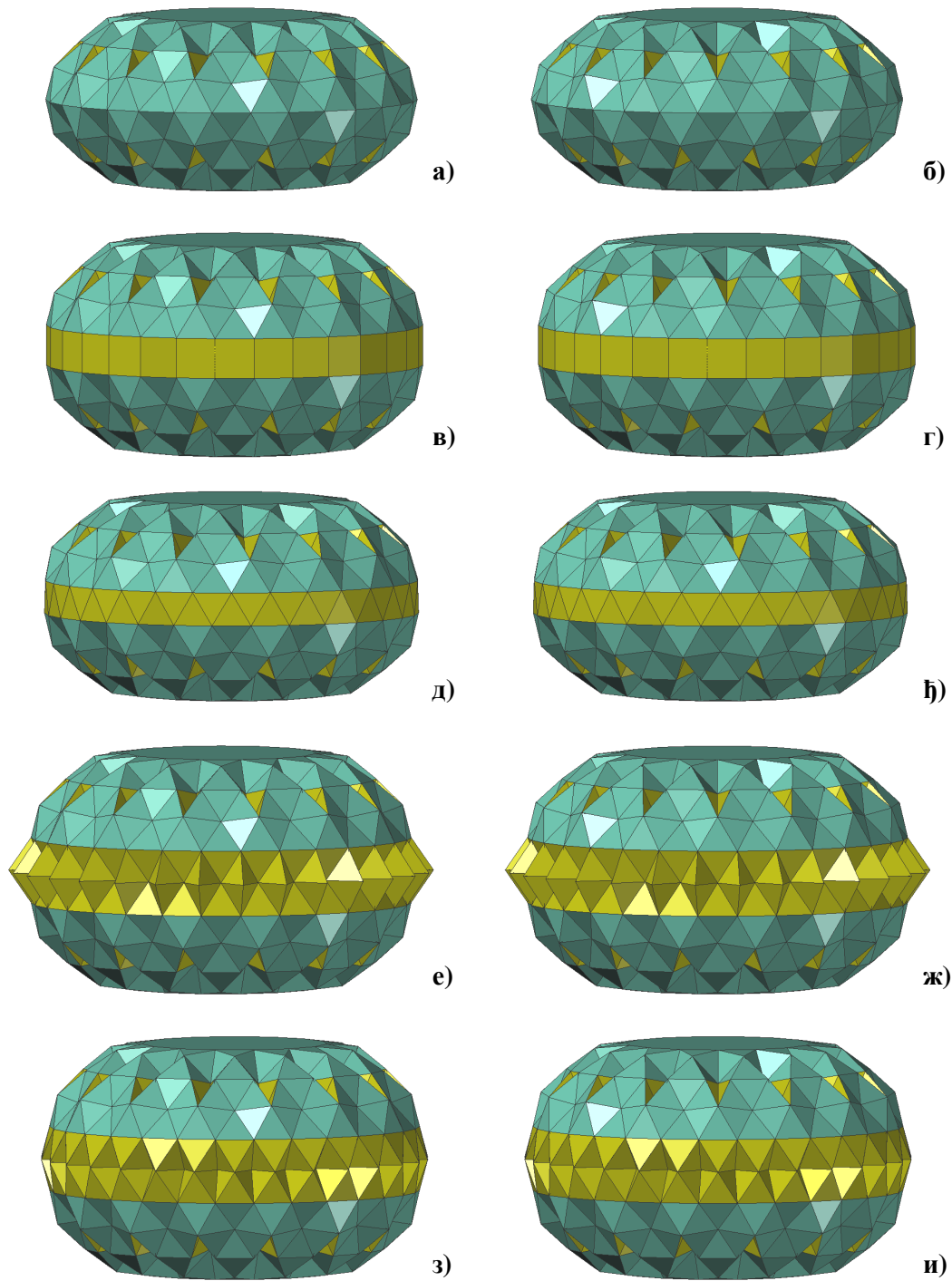
Полиедари који настају варијацијама (описаним у претходном излагању) Конкавних купола четврте врсте за све четири варијанте конструктивног поступка (O_1CQO_2 , $O_1CQO_2^*$, $O_1C^*QO_2^*$ и $O_1C^*Q^*O_2^*$) приказани су на сликама Сл. 86 - Сл. 89.



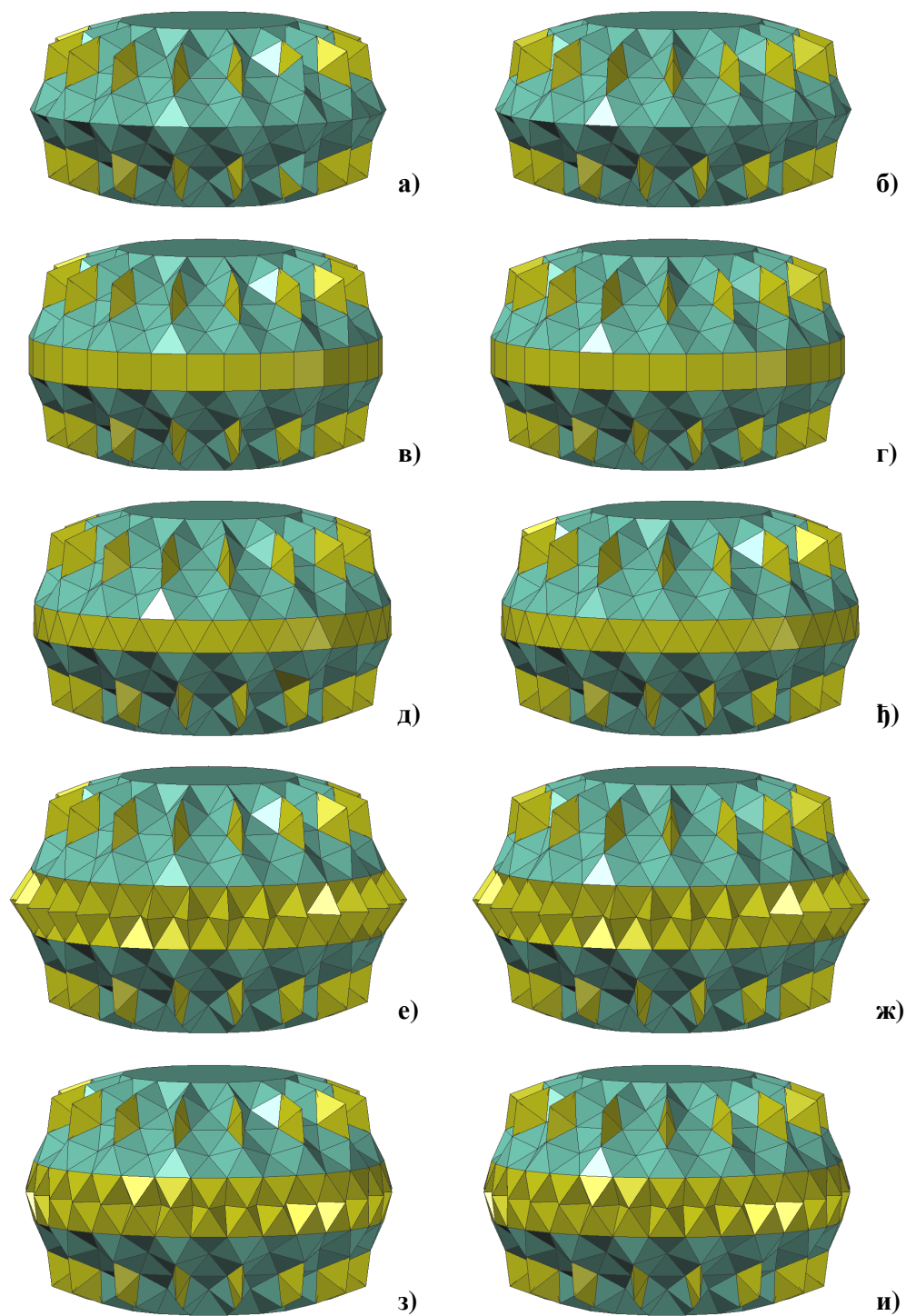
Сл. 86 – Варијације **KK IV-15Mm**: а) ортобикупола, б) жиробикупола, в) елонгирана ортобикупола, г) елонгирана жиробикупола, д) жироелонгирана бикупола тип А, њ) жироелонгирана бикупола тип Б, е) конкаелонгирана ортобикупола тип А, ж) конкаелонгирана жиробикупола тип А, з) конкаелонгирана ортобикупола тип Б, и) конкаелонгирана жиробикупола тип Б



Сл. 87 – Варијације **КК IV-15mm**: а) ортобикупола, б) жиробикупола, в) елонгирана ортобикупола, г) елонгирана жиробикупола, д) жироелонгирана бикупола тип А, њ) жироелонгирана бикупола тип Б, е) конкаелонгирана ортобикупола тип А, ж) конкаелонгирана жиробикупола тип А, з) конкаелонгирана ортобикупола тип Б, и) конкаелонгирана жиробикупола тип Б



Сл. 88 – Варијације **КК IV-15mM**: **а)** ортобикупола, **б)** жиробикупола, **в)** елонгирана ортобикупола, **г)** елонгирана жиробикупола, **д)** жироелонгирана бикупола тип А, **ђ)** жироелонгирана бикупола тип Б, **е)** конкаелонгирана ортобикупола тип А, **ж)** конкаелонгирана жиробикупола тип А, **з)** конкаелонгирана ортобикупола тип Б, **и)** конкаелонгирана жиробикупола тип Б



Сл. 89 – Варијације **КК IV-15MM**: а) ортобикупола, б) жиробикупола, в) елонгирана ортобикупола, г) елонгирана жиробикупола, д) жироелонгирана бикупола тип А, е) жироелонгирана бикупола тип Б, ж) жироелонгирана бикупола тип А, з) жироелонгирана бикупола тип Б, и) жиробикупола тип А, и) жиробикупола тип Б

13.0 МОГУЋНОСТИ ПРИМЕНЕ КУПОЛА СА КОНКАВНИМ ПОЛИЕДАРСКИМ ПОВРШИМА У АРХИТЕКТУРИ

У досадашњој анализи, овај рад се првенствено бавио природом форме Конкавних купола – конструктивно геометријским генерисањем Конкавних купола, начинима груписања њихових елемената и метричким односима и параметрима унутар склопа. Кад говоримо о функционалној анализи, утврдићемо формалне карактеристике Конкавне куполе као архитектонског објекта, са предлогом функција и садржајем унутрашњег простора.

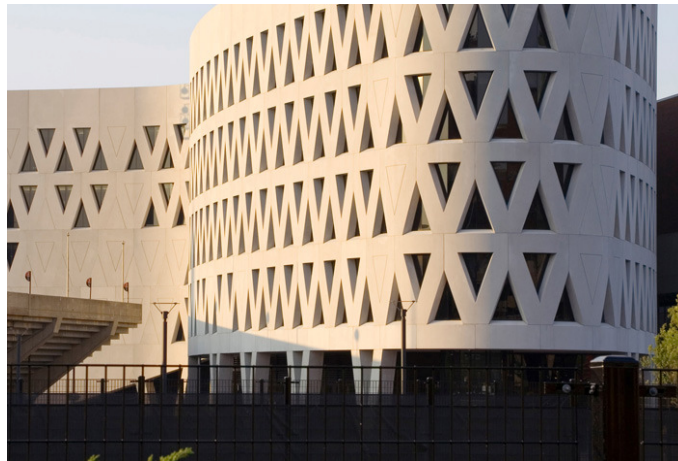
13.1 Примена просторних шестостраника у архитектури

Структурална ефикасност и архитектонски изглед грађевинских форми постаје све значајнија област инжењерства, посебно због све шире доступности рачунарских алатки. Реализација и веома сложених облика постаје доступна, што није било могуће постићи традиционалним средствима. Већина грађевинских објеката које данас срећемо, садрже у себи нешто од геометрије полиедарских структура, било да се ради о једноставним (призма, коцка) облицима или сложеним облицима просторних решетки, које користе геометрију Платонових тела [42]. Архитектонска употреба ових образаца и њихов утицај на наше окружење је од општег значаја. Они могу да дефинишу општи облик зграде, као и њену унутрашњу конфигурацију.

Дизајн полиедарских структура који можемо уочити у различитим природним формама, нпр. молекула и кристала, извор је надахнућа за истраживање форми у дизајнирању различитих инжењерских структура. Ово је навело савремене инжењере да потраже облике изван уобичајених правоуглих образаца на које смо навикли и окрену се свету облика који укључује троугао, шестоугао и друге правилне (па и неправилне) полигоне. Архитекта Норман Фостер (*Norman Foster*) је на челу листе инжењера и архитеката који су у

последњих двадесет година популаризовали овакав приступ архитектонској форми. Године 2001. Фостер и његов биро започели су рад на два значајна пројекта, у Лондону и Њујорку, где су оба промовисала јединствену дијамантску структуру која се простире стакленим фасадама. У Лондону то је небодер *Swiss Re*, а у Њујорку *Hearst Tower*, четворострани торањ који се сажима сваких седам спратова, а чију конструкцију карактеришу троугласти спољни подупирачи, уводећи на велика врата употребу дијагоналног конструктивног система.

Од 2003. године, примена полиедарских површи приметна је у низу великих пројеката широм света. Пројекти архитектонског бироа *OMA*, Јавна библиотека у Сијетлу, САД; Прада продавница архитеката Херцога и Морона (*Hercog & de Meuron*) у Токију, Јапан; Сарагоса мост-павиљон (*Zaragosa Bridge*) у Шпанији и Кућа опере у Гуангџоу у Кини (Сл. 91), пројекти бироа Захе Хадид (*Zaha Hadid Architects*); зграда Кинеске националне телевизије *CCTV* у Пекингу; Кула у Калгарију (*The Bow Tower*), Канада; Либескиндова кула у Њујорку (*Libeskind Freedom Tower*), САД; Атлетски центар (Сл. 90) Универзитета у Синсинатију (*Athletics Center, University of Cincinnati*).



Сл. 90 - Атлетски центар Универзитета у Синсинатију, 2001-2006

<http://www.tschumi.com/projects/7/ncinnati>

Заједничка црта за све наведене објекте је примењени конструктивни систем - „диагрид“ (*diagonal grid*) структура. Укрштени елементи стварају интегралну мрежу преко површине објекта која се одупире сили ветра и тежини

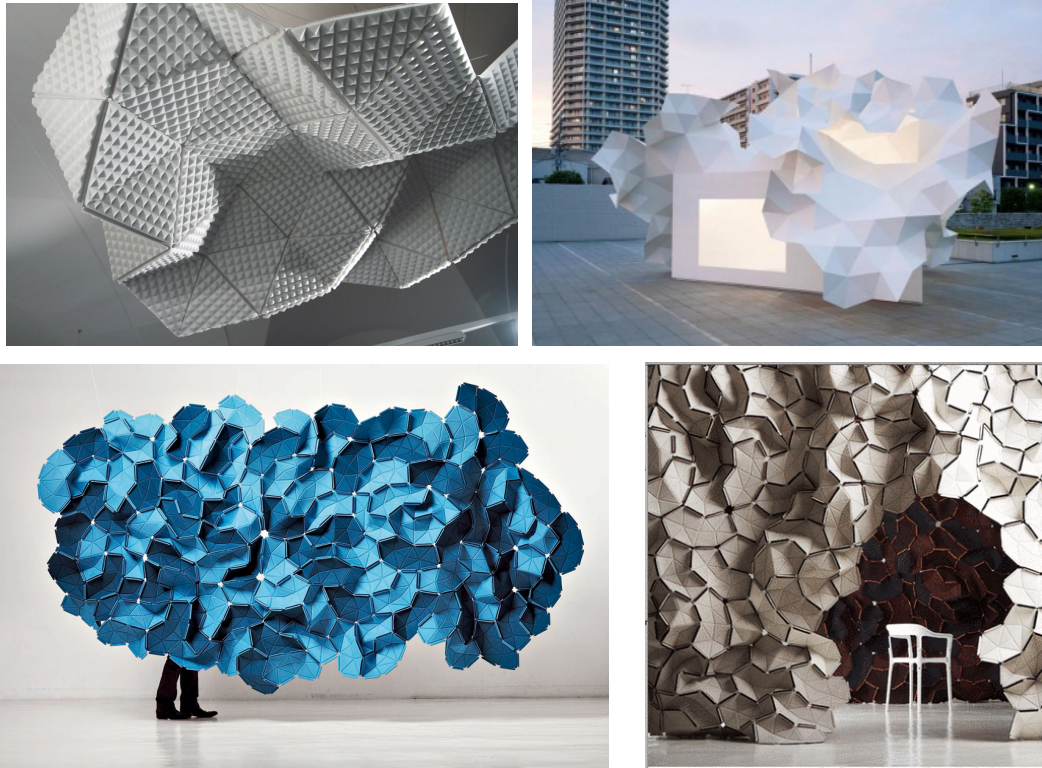
објекта. Присуство овог егзоскелета као последицу има смањење унутрашњих конструктивних елемената, присуство широких простора са великом флексибилношћу у организацији.



Сл. 91 - Кућа опере у Гуангџоу у Кини, *Zaha Hadid Architects*
<http://inedaguide.blogspot.com/2011/02/guangzhou-opera-house-by-zaha-hadid.html>

У неким ранијим истраживањима употребе полиедарских форми у градитељству, поменимо Фулера (*Richard Buckminster Fuller*) и Хуиберса (*Pieter Huubers*), углавном је првенство давано конвексним полиедарским формама, које су из више разлога природан избор за градитељске структуре: због своје стабилности, искористивости и рационалности (мањи однос површина-

запремина). Уз све наведено, можемо се уверити да и конкавне полиедарске форме у новије време добијају све већи простор и примену у примерима употребе ових форми као архитектонски детаљ или као носиоц форме читаве структуре [20], [55], [56].



Сл. 92 - Примена просторних шестостраника на примеру „Акустичних облака“
извор: <http://www.bouroullec.com/> и [68]

На **Сл. 92** видимо примену конкавних, просторних шестостраника као архитектонског детаља у екстеријеру и ентеријеру [68]. Просторни шестостраник је и основна ћелија у саставу већине Купола са конкавним полиедарским површима. Присутан је и у мрежи досад изведених дијагрид система (*Hearst Tower* у Њујорку, небодер *Swiss Re* у Лондону, Кућа опере у Гуангџоу у Кини, Атлетски центар Универзитета у Синсинатију). Гледано чисто геометријски, шестоугао је природан редослед у мрежи сачињеној од троуглова. Притом, то је конструкција коју карактерише (ако изоставимо услов компланарности и једнакообразности

составних троуглова) могућност великог броја комбинација. Дobar пример је и употреба просторних шестостраника у дизајну акустичних облака [68].

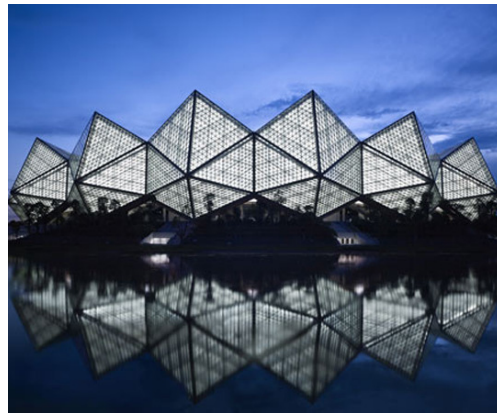
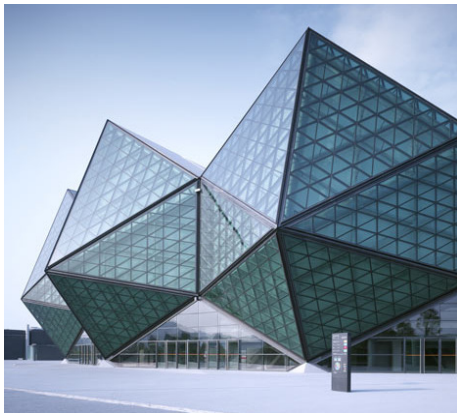
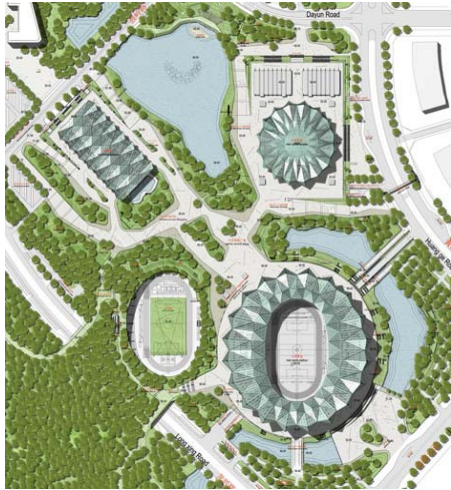
Поступак изграђивања простора на принципима и законима еколошког уважавања, заснива се на идеји да објекат није постављен на тле, већ из њега израста, а функција објекта се осигурава поштовањем и искоришћењем природних услова средине у којој се објекат налази.

Пример синтезе објекта и непосредног окружења је и Комплекс спортских објеката Универзијаде 2011, Шенжен (*Shenzhen*), Кина. То су објекти који својом формом и структуром наглашавају употребу просторних шестостраника. Са друге стране, чињеница да су пројектовани у истом временском периоду (2006.г.) кад је и независно у Београду настала идеја о делтаедарском омотачу Конкавних купола [46], а у међувремену успешно реализовани, потврђује оправданост и актуелност проучавања Купола са конкавним полиедарским површима. Оригинална скица првобитне идеје аутора комплекса у Шенжену, да структура објекта прати линију побрђа у непосредном окружењу приказана је на Сл. 93.

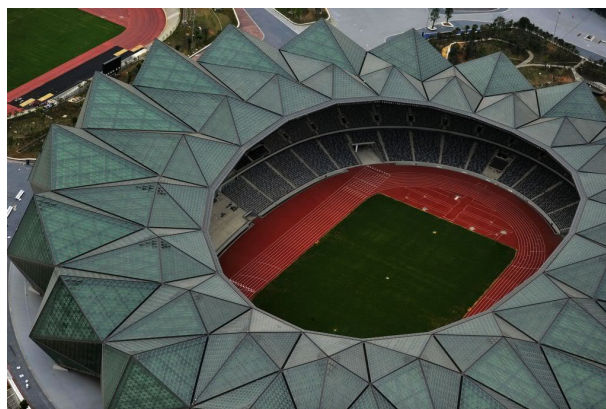


Сл. 93 – Идејни пројекат Комплекса Универзијаде 2011 у Шенжену
<http://arquigrafia.arquitecturacritica.com.ar/2011/09/universiade-sports-center-gmp.html>

Комплекс спортских објеката Универзијаде 2011 у Шенжену је пројекат *Gerkan, Marg and Partner Architects (GMP Architekten)*, након освајања првог места на међународном конкурс у 2006.г. Све објекте комплекса карактерише „кристални“ облик, који је додатно наглашен ноћним осветљењем транспарентног фасадног платна. Вештачко језеро повезује стадион (капацитет 60.000 посетилаца) са кружном мултифункционалном халом (18.000) на северу и правоугаоном халом за пливачке спортове (3.000) на западу.

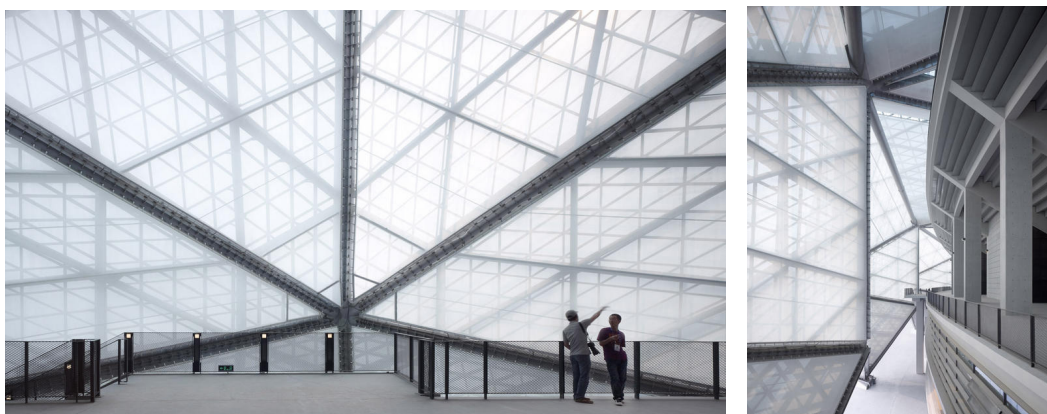


Сл. 94 – Комплекс спортских објеката Универзијаде 2011, Шенжен, Кина, извор:
<http://www.gmp-architekten.com/projects/universiade-sports-center.html>



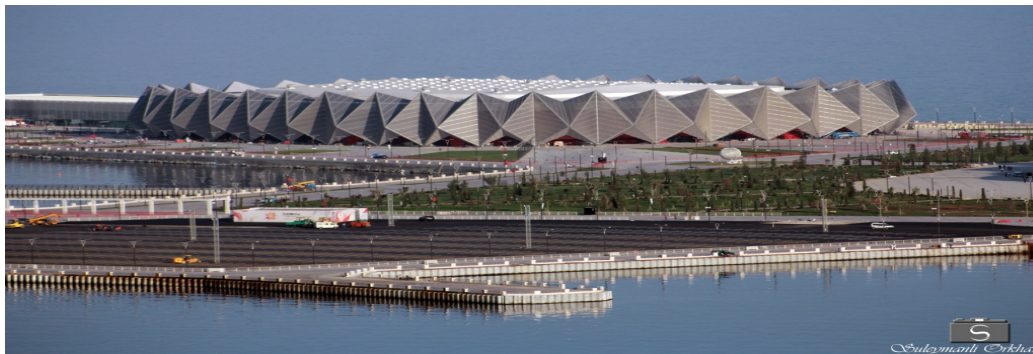
Сл. 95 – Вишенаменски стадион Универзијаде 2011, Shenzhen, Кина, извор:
<http://www.skyscrapercity.com/showthread.php?t=983902&page=6>

Вишенаменски централни стадион је пројектован да задовољи све критеријуме међународних спортских догађаја. Укупан пречник крова је 310 метара по дужини и 290 метра по ширини. (Сл. 95). На структури фасадног платна уочавају се троугаона поља неједнаких страница на челичним носачима, конструктивно независним од самог објекта зграде (Сл. 96).



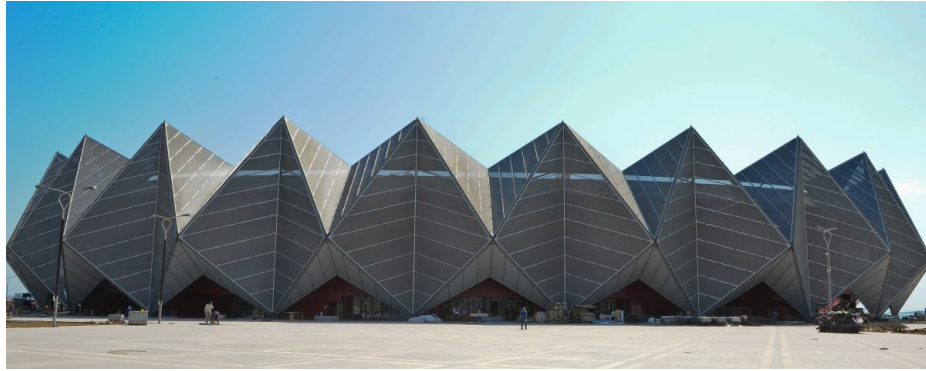
Сл. 96 – Изглед конструкције фасадног платна стадиона Универзијаде 2011 извор: <http://www.gmp-architekten.com/projects/universiade-sports-center.html>

Исти ауторски тим (*GMP Architekten*) реализовао је и Кристалну халу у Бакуу (*Baku Crystal Hall*) у Азербејџану.



Сл. 97 – Кристална хала (*Crystal Hall*), Баку, Азербејџан
<http://cache.artpeople.az/photos/large/h/q/k/hqkpbqz.jpg>

Хала капацитета 25.000 гледалаца, је завршена за рекордних 8 месеци захваљујући чињеници да су три компоненте хале (модуларни стадион, кров и спољна фасада) дизајниране, конструисане и монтиране на лицу места паралелно.



Сл. 98 – Детаљ фасаде Кристалне хале, Баку, Азербејџан
<http://www.skyscrapercity.com/showthread.php?t=1460994&page=11>

Хала је препознатљива по својој фасади (Сл. 98) која се заснива на структури конкавне површи, а чини је прозирна мембрана на челичној структури. У склопу мембране је и 45000 светлосних тела која доприносе вечерњем „кристалном“ сјају хале.

Наведени примери су потврда да су форме блиске Конкавним куполама, не само изводљиве у грађевинском и архитектонском смислу, већ су и веома атрактивне. С обзиром на то да су описани објекти изграђени у претходне две године, за облике овакве геометрије се може са сигурношћу рећи и да су веома актуелни и ефектни.

13.2 Повезивање геометријског и архитектонског тумачења појма куполе

13.2.1 Анализа геометријских елемената у генерисању куполе као архитектонске форме

Куполе могу бити различитих форми. Веома често се формирају над кружним основама, али основе могу бити и елиптичне, полигоналне или сложене основе настале комбинацијом полигоналних и кривих линија. Куполе се изводе различитим материјалима, али се пре свега оне међусобно разликују по конструктивном систему. Конструктивни систем своје полазиште налази у геоетрији елемената који ротацијом око централне осе генеришу куполу.

Куполе линеарног принципа конструисања

У свом развоју армирани бетон се заснивао на принципу линеарног конструисања. Често се користе лучни радијални носачи за формирање куполастих система у својству примарних носача. Овакви облици радијалних носача могу пратити геометрију лука било које познате криве, или пак коленасто угаоно изведени. Најчешће су лукови параболе, елипсе или геометрије кружног лука.

Куполе ламелних система

Класичан начин грађења засведених конструкција лучним радијалним носачима био је праћен великим трошковима. Резултат у истраживању економичнијих форми грађења засведених конструкција су ламелни конструктивни системи. Први објекти били су полуобличасти сводови, а грађени су од дрвених ламела. Ламеле су, у ствари, штапови одређених димензија који се могу погодно везивати у једну лучну целину. Ова врста монтажне градње брзо је нашла примену и у изградњи купола. Поред дрвета коришћен је и бетон, челик и алуминијум. Обликовање купола од префабрикованих ламелних система указује на стремљење ка изузетним просторним формама и све лакшим структурама.

Закривљене површи – љуске

Конструктивно обликовање које је довело до просторног преношења утицаја у конструкцији, допринело је великој редукацији сопствене тежине конструкције и правој револуцији у пресвођењу објеката великих распона [60]. Двоструко закривљене површи са позитивном Гаусовом кривином формираће конвексне куполе, као и ротационе површине са вертикалном или хоризонталном осом ротације, са меридијаном у облику кружног лука (сферна површина и површина облика ротационог параболоида и елипсоида). Префабрикација је узела маха код плитких сферних љуски или сферних калота а остали облици изводе се по правилу у монолитном бетону.

Код објеката са основама које одступају од кружног или полигоналног облика (неправилни полигони или основе састављене од кружних лукова и полигона) појављују се куполе као део ротационе љуске, при чему се најрадије користи сферни облик. Елиптичне љускасте куполе – ротационе елипсоидне калоте већином веома плитког облика, користе се чешће од високих елипсоида или параболоида, који се употребљавају код зграда велике висине просторија при релативно малој кружној површини основе.

Сферне калоте сечене вертикалним равнима, као и пресеци параболоида и елипсоида су најчешће извођени као армирано бетонске куполе великих површина.

Куполе од просторних решетки

Просторне решетке представљају природну допуну масивних конструкција, плоча и љуски. Њихова улога у савременим конструкцијама је слична улози равних решетки у традиционалним, где ове допуњују, или у датим случајевима замењују пуне носаче и пуне везаче. Облици просто и двојно закривљених просторних решетки погодних за објекте су:

- а) бачвасте конструкције од мреже штапова,
- б) куполе од мреже штапова,
- ц) конусне конструкције од мреже штапова и
- д) трансляционе конструкције од мреже штапова.

Геодезијске куполе састављене су од мреже кратких штапова међусобно повезаних у чворове, што формира основну просторну мрежу

геометријских облика (троугао и шестоугао). Штапови геодезијске куполе леже на главним круговима (геодезијским линијама) лопте и формирају троуглове који се могу добити и тако што се крајње тачке ивица било ког правилног Платоновог полиедра пројектују из центра полиедра на сферу, описану око усвојеног полиедра [44].

Тенсегрити куполе

Бакминстер Фулер је увео појам *интегрално затегнута (тенсегрити) целина*, који је дефинисао речима: „*Систем интегрално затегнутих (тенсегрити) целина се успоставља узајамним дејством између дисконтинуалних компоненти изложених притиску и континуалних затегнутих компоненти, које заједно образују стабилан облик у простору*“ [45]. Купола се може развити над сферном и полигоналном основом, а основни геометријски градивни елемент је низ притиснутих штапова у нагибу и више концентричних прстена од ужади.

Пнеуматичне куполе и куполе од висећих конструкција

Пнеуматичним се називају оне конструкције код којих разлике у притиску утичу на облик и стабилизацију. Пнеуматичне конструкције су напрегнуте на затезање, а њихов прототип је балон чији се меки омотач стабилизује притиском гаса и тиме оспособљава да прими не само притисак гаса већ и друга оптерећења. Геометријски корени пнеуматичних купола су надуване сферне структуре, полусфере и сферни одсечци. Плитке пнеуматичне куполе користе се за покривање великих површина, а полулоптасте куполе за грађевине са великом висином и за пројекте неземаљских објекта, јер су погодне за пријем великих разлика у притисцима. Трочетвртинске куполе су примењиване код радарских одашиљача. Као и код висећих конструкција, савремена архитектура све више посеже за слободним формама код обликовања пнеуматичних купола.

Све горе наведени начини извођења купола као резултат нам дају један јединствени конвексан простор. Имајући у виду дефиницију конкавног полиедра поставља се питање: да ли се и у архитектонској пракси могу срести куполе са конкавним површима? Односно геометријски речено, да ли постоје куполе код којих можемо повући дуж која спаја две тачке дате куполе, а да она не лежи у потпуности унутар затвореног простора?

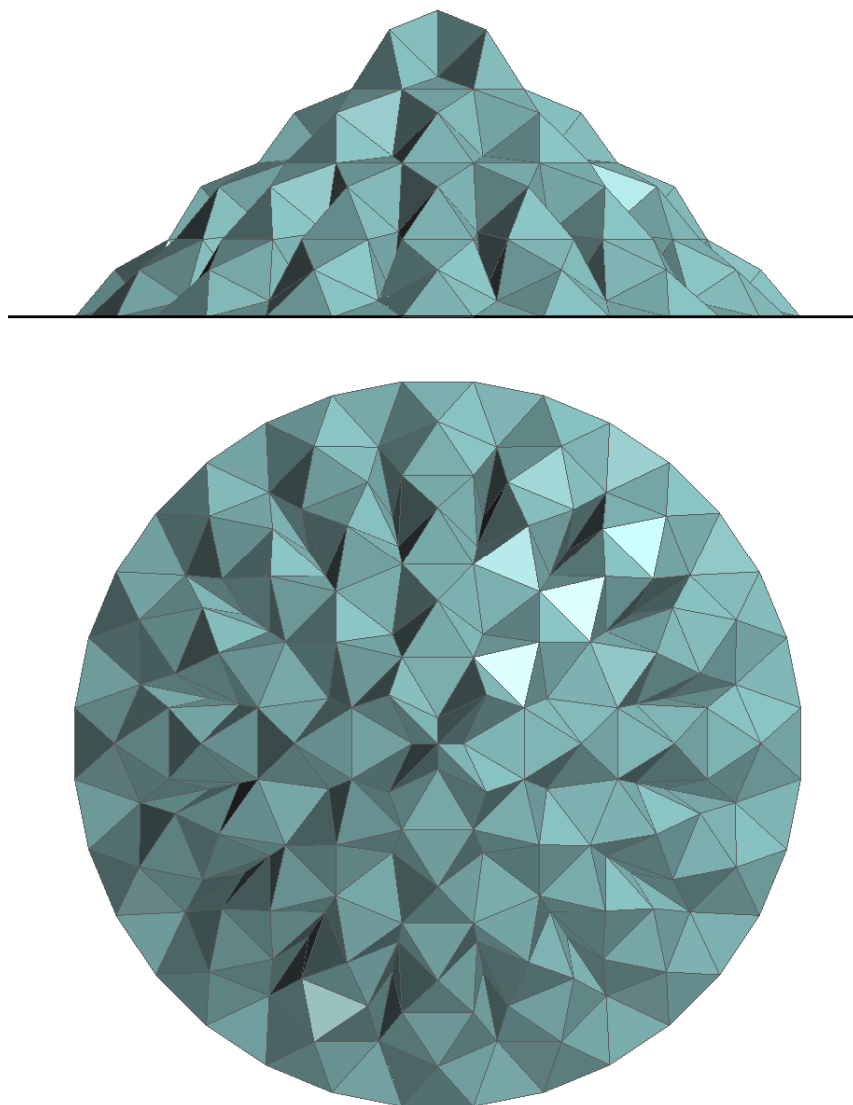
Одговор на напред постављено питање је свакако позитиван. Конкавне куполе настају поларним распоредом делова (исечака) двоструко закривљених површи са негативном Гаусовом кривином (хиперболичког параболоида), трансляторних површи једноструке кривине (цилиндричних површи), ротационих површи (ротационог хиперболоида) и коноидних површи. Најчешће се комбиновањем делова датих површи и њиховим поларним распоредом око централне осе добијају разноврсне могућности за формирање конкавних купола. Примена ових купола је подстицана богатством облика, јер су њихове конструктивне и обликовне могућности многостране, те се објекти истичу лепотом, елеганцијом и смелашћу конструкције, а основа може да поприми врло различите облике. Конкавне куполе конструктивног система равних површина – набора, као и куполе од висећих конструкција саставни су део изведених архитектонских објеката.

У духу напред реченог, можемо и Куполе генерисане од конкавних полиедарских површи које су тема овог рада, слободно разматрати и предложити за примену у архитектури и грађевинарству. Да би структуре које се ослањају на геометрију Конкавних купола затварале целовити простор, односно да би смо избегли постојање великих равних површина (које су заправо полигоналне основе сваке Конкавне куполе) приступамо спајању Конкавних купола, Конкавних антипризми и Конкавних пирамида²⁰ у јединствену структуру.

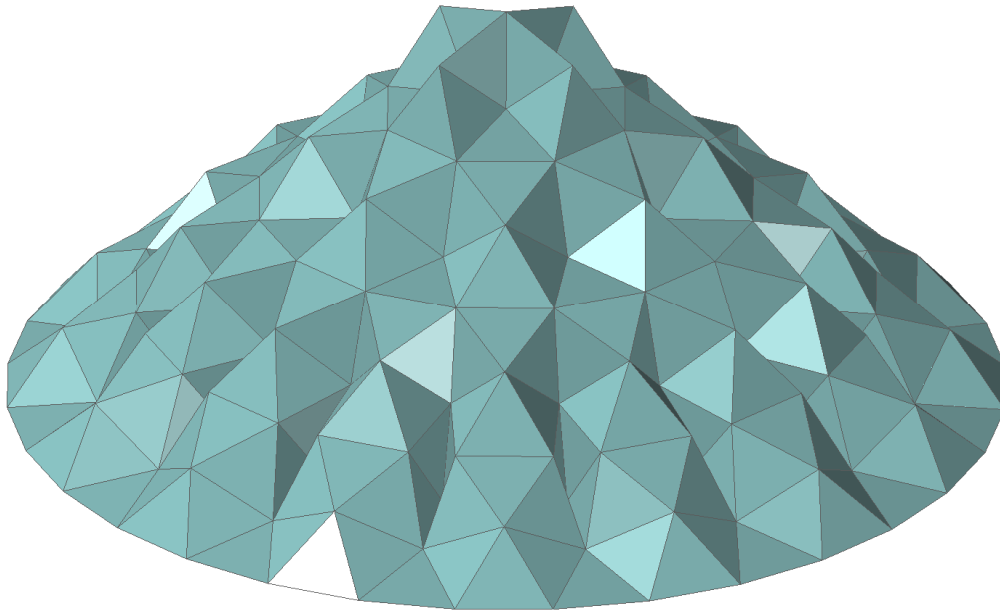
²⁰ Конкавне пирамиде, коришћене у овом раду, су половине језгра Тороидних делтаедара друге врсте [46].

13.2.2 Формирање просторних структура комбиновањем Конкавних купола, Конкавних антипризми и Конкавних пирамида

Композитни полиедар настао спајањем Конкавне куполе четврте врсте над шеснаестоугаоном основом (генерисане варијантом конструктивног поступка: $O_1CQO^*_2$), Конкавне куполе друге врсте над осмоугаоном основом типа (**m**) и Конкавне пирамиде над осмоугаоном основом приказан је на **Сл. 99** и **Сл. 100**.



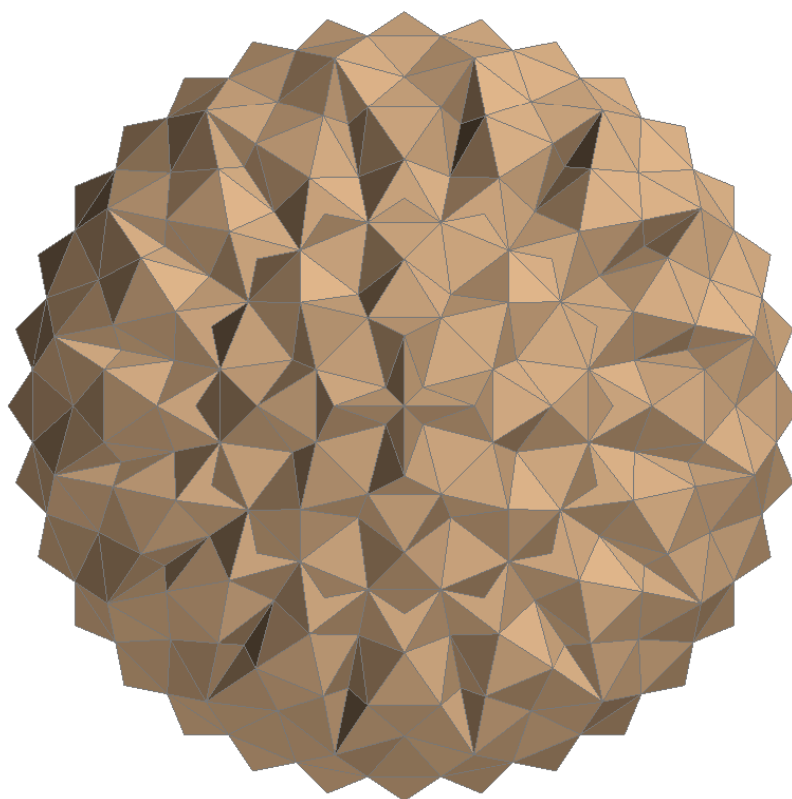
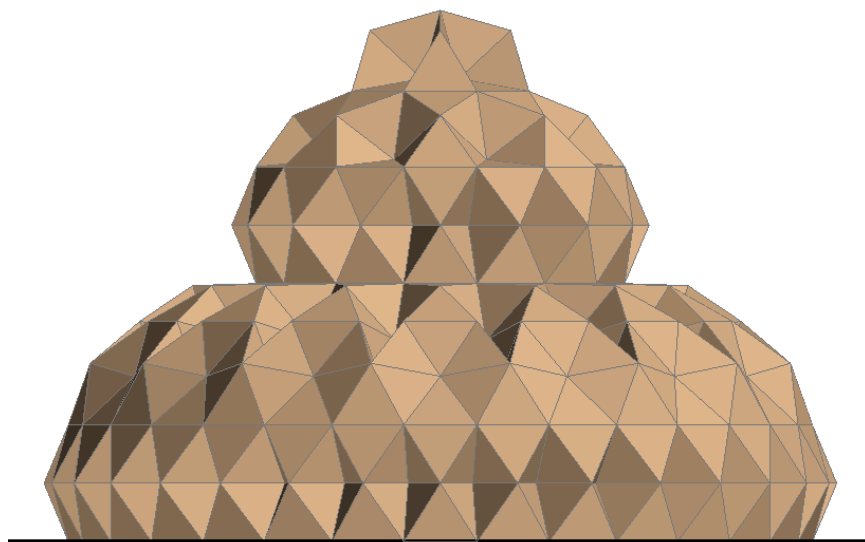
Сл. 99 – Ортогоналне пројекције композитног полиедра насталог спајањем:
КК IV-16mm, КК II-8m и **КР-8**



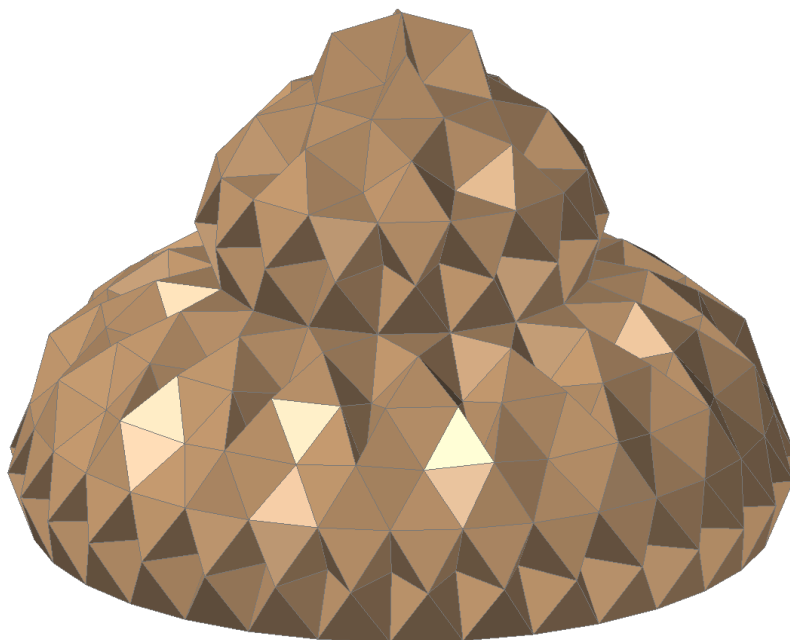
Сл. 100 – 3D модел композитног полиедра насталог спајањем:
КК IV-16mm, КК II-8m и КР-8

Композитни полиедар настао спајањем Конкавне антипризме над тридесетдвоугаоном основом типа (**m**), Конкавне куполе четврте врсте над шеснаестоугаоном основом (генерисане варијантом конструктивног поступка: $O_1C^*QO^*_2$), Конкавне антипризме над шеснаестоугаоном основом типа (**m**), Конкавне куполе друге врсте над осмоугаоном основом типа (**m**) и Конкавне пирамиде над осмоугаоном основом приказан је на **Сл. 101** и **Сл. 102**.

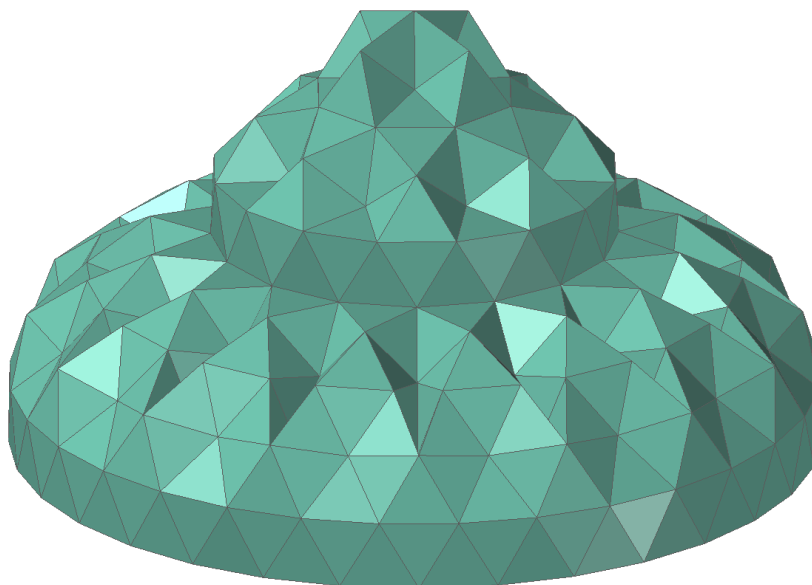
Композитни полиедар настао спајањем Антипризме над тридесетдвоугаоном основом, Конкавне куполе четврте врсте над шеснаестоугаоном основом (генерисане конструкцијом: $O_1C^*QO^*_2$), Антипризме над шеснаестоугаоном основом, Конкавне куполе друге врсте над осмоугаоном основом типа (**m**) и Конкавне пирамиде над осмоугаоном основом приказан је на **Сл. 103** и **Сл. 104**.



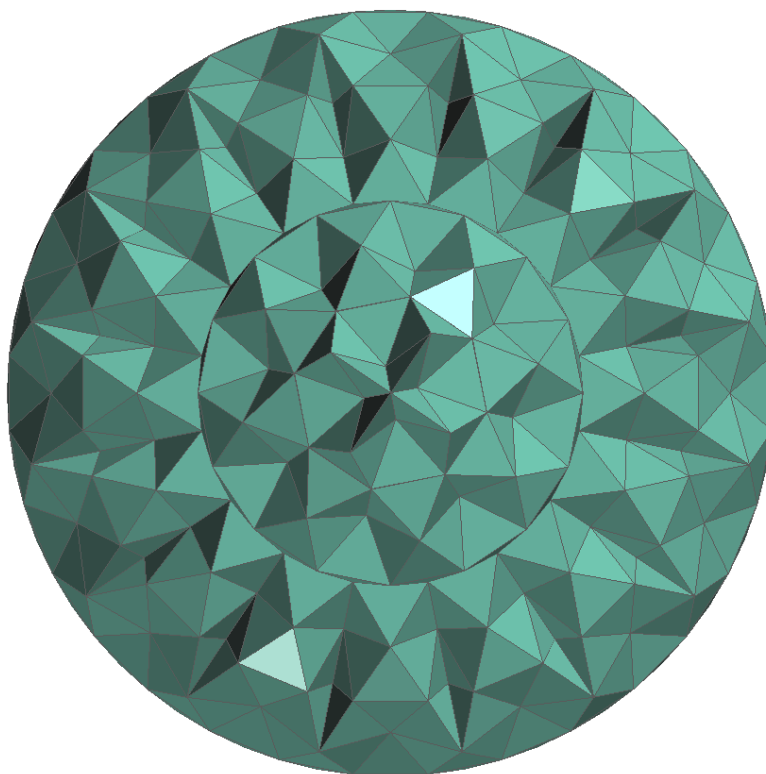
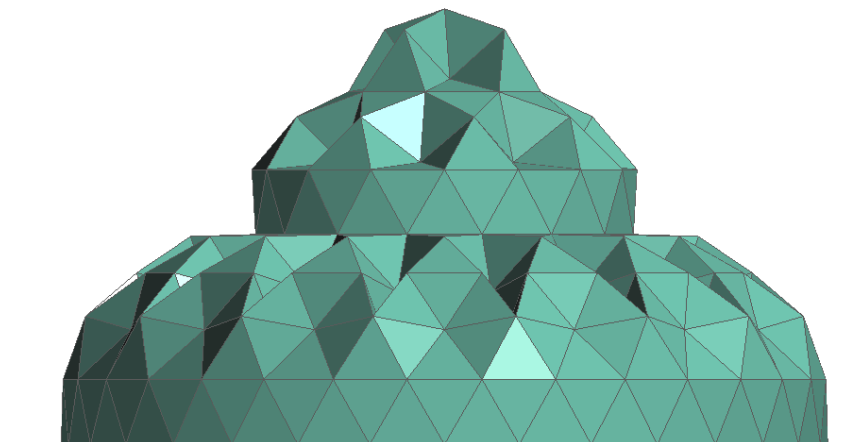
Сл. 101 – Ортогоналне пројекције композитног полиедра насталог спајањем:
КА II -32m, КК IV-16mM, КА-16m, КК II-8m и КР-8



Сл. 102 – 3D модел композитног полиедра насталог спајањем:
КА II -32m, КК IV-16mM, КА-16m, КК II-8m и КР-8



Сл. 103 – 3D модел композитног полиедра насталог спајањем:
АР-32, КК IV-16mM, АР-16, КК II-8m и КР-8



Сл. 104 – Ортогоналне пројекције композитног полиедра насталог спајањем:
AP-32, KK IV-16mM, AP-16, KK II-8m и KP-8

13.3 Анализа погодности форме Купола са конкавним полиедарским површима за примену у архитектури

Конкавне куполе својим обликом могу да прате не само правилне полигоналне основе, већ и кружне (у зависности од n страна основе). Полиедарске структуре настале елонгацијом и аугментацијом Конкавних купола могу се применити и као кровне конструкције или кровне површи. Међутим, у зависности од геометрије сваке појединачне куполе можемо разматрати форму Купола и као структуру целокупног објекта.

Куполе са конкавним полиедарским површима су посебно погодне за грађевине које захтевају специфичне врсте природног осветљења унутрашњег простора, као што су изложбене хале, музеји, спортске дворане, акваријуми и сл. Површи куполе омогућавају различити смер продора светлости у унутрашњи простор и на тај начин поједини делови простора могу бити боље осветљени. Једноличну дифузну светлост можемо остварити помоћу рефлектујућих ламела на површима куполе или постављањем стаклених цеви у завршној равни, које ломе светлост у свим правцима.

Ако тежимо еколошкој градњи, битна је и природна промена ваздуха у простору. Она зависи од односа простора према спољашњем свету као и од спољашњих услова. Али пре свега зависи од положаја отвора на фасадном платну и положаја унутрашњих преграда – зидова. Разматране куполе пружају пуну слободу пројектанту да осмисли простор без конструктивних препрека и тиме омогући природно проветравање преко отвора на више различитих страна куполе.

За климатологију је важан интензитет сунчеве топлотне енергије на површину Земље, а за потребе пројектовања важна је и енергија на површинама прочеља објекта. Јужна вертикална фасада објекта прима зими више топлотне енергије него лети јер количина енергије зависи од угла упада сунчевих зрака. На Конкавним куполама нема вертикалних фасадних зидова. Равни су под различитим углом у односу на основну раван подлоге те је инсолација равномерније распоређена. Ако посматрамо куполе као засебне, самостојеће објекте, концентричност њихове структуре и постојање више равни симетрије омогућава равномернију осунчаност свих фасадних равни током дана и године. За

ефекат инсолације у простору није меродаван само директни утицај сунчевог зрачења, јер сунце делује осим на сам простор и грађевину, такође и на околину зграде. Под утицајем Сунца загрева се подлога око објекта, земља, зеленило и атмосфера, па као топлота улази у унутрашњи простор. Различити углови фасадних равни Купола вештом пројектанту могу помоћи да ту индиректну инсолацију искористи за планско загревање или хлађење унутрашњег простора.

Количина топлоте потребна за загревање објекта зависи од четри битна услова:

1. климатски услови дате локације,
2. величина објекта,
3. употребљени материјали за градњу и
4. облик и оријентација зграде.

Величина објекта представља битан услов јер губитак топлоте по јединици запремине простора је мањи што је објекат већи. Губици топлоте су већи код објеката са већом, разуђеном, површином фасадног платна. Облик објекта утиче на енергетску самоодрживост у тој мери да можемо рећи да је најидеалнији облик заправо сфера, највећа запремина са најмањом површином фасадног платна. Имајући то у виду код Конкавних купола, пропорција површина-запремина је већа, што је број n (број страна полгона основе) већи [50]. Да би се ови утицаји смањили, потребно је користити квалитетније изолационе материјале и избегавати климатске зоне са изузетно високим варијацијама спољне температуре у односу на унутрашњу.

Куполе са конкавним полиедарским површима које се базирају на Конкавним куполама виших врста дају више слободе у архитектонској организацији простора, јер су у стању да премосте веће распоне и да формирају простор који више наликује конвексном, иако се ради о конкавној површи.

13.4 Могућности и погодности извођења Купола са конкавним полиедарским површима применом различитих конструктивних система

Захваљујући подударности страна омотача Купола, могуће је серијском производњом префабрикованих елемената са лакоћом формирати структуре које следе геометрију ових полиедара. Сам делтаедарски омотач је могуће оформити монтирањем троугаоних панела, рамова, ојачаних плоча, коруба, у-профилних носача, или просторних тетраедарских решетака, које омогућавају премошћавање знатно већих распона.

Имајући у виду све предности диагрид конструктивног система [1], [33], [39], [40], [41] он се намеће као природно решење за конструкцију објеката заснованих на геометрији Купола са конкавним полиедарским површима. Ефикасна расподела терета међу свим члановима структуре као последицу има да ова релативно нова структурна иновација дозвољава изградњу објекта (великих и малих) у форми која раније није била ни замислива. Понављање јединичних чланова мреже, уз максимизирање конструкцијске ефикасности, омогућава велики број структурних решења. Употреба диагрид конструктивног система за последицу има смањење конструкцијског материјала, чиме се смањује тежина и цена зграде, уз једнаку могућност преноса значајних вертикалних оптерећења. Међутим, сама мрежа није довољна да издржи хоризонтална оптерећења, те се могуће извијање спречава додавањем хоризонталних прстенова.

Основна јединична ћелија Купола је просторни шестостраник сачињен од једнакостраничних троуглова. Ако рашчланимо све дијагоналне мреже постојећих објеката добићемо троугао и то не случајно. Троугао у конструкцији чини обекат крутим, ефикасним и у себи комбинује гравитацију и бочну носивост. У троуглу се налази структурална јачина дијагоналне мреже и њено порекло. Под условом да су његови спојеви довољно јаки троугао се не руши под притиском који се примењује у било којој тачки, пошто је свака страна подупрта суседним странама.

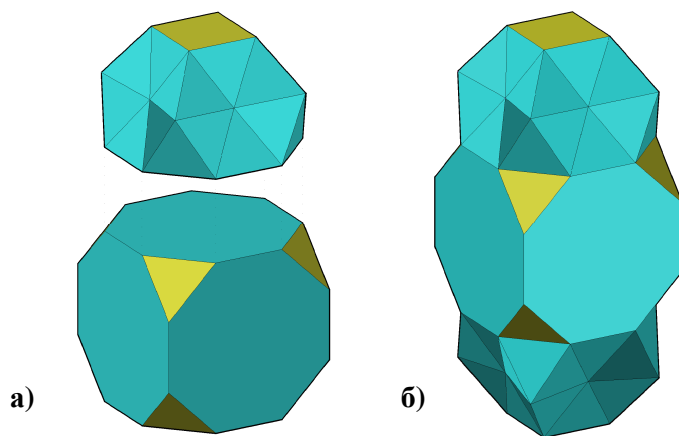
Диагрид егзоскелет омогућава велике отворене области унутар објекта те тиме пружа већу флексибилност у организацији простора, а то је и основна

карактеристика Конкавних купола. Купола је самоносива што су и показале извршене анализе на статичке и динамичке утицаје [50].

Досадшњи примери диагрид егзоскелета остварених у челику показали су могућност промене углова мреже при чему је омогућена већа променљивост форме објекта. Конкавне куполе су полиедарске структуре, те је самим тим број веза унутар конструкције тачно одређен а углови су у директној вези са бројем страница полигона основе. Унапред су познате све величине, па је и пројектовање чворова конструктивног система олакшано. Овим долазимо до питања комплексности дизајна и израде објеката у диагрид систему. Досадашња искуства су потврдила да је то један од недостатака система (обимна техничка документација, неопходност велике прецизности у изради елемената система, неопходно је време за конструкцију великог броја различитих елемената). Предност Купола са конкавним полиедарским површима је управо у томе да у себи садрже све добре особине диагрид структуре а захваљујући својој полиедарској форми (сви троуглови су једнакостранични, сви углови, висине и међусобне везе унапред познати) олакшано је пројектовање и конструкција.

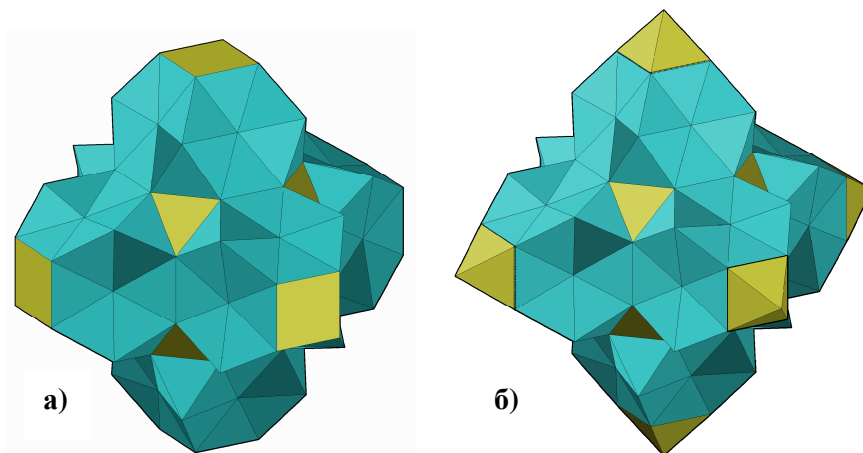
14.0 АРХИТЕКТОНСКИ ОБЛИЦИ НАСТАЛИ АУГМЕНТАЦИЈОМ УНИФОРМНИХ ПОЛИЕДАРА КОНКАВНИМ КУПОЛАМА

Да би се нека од полиедарских структура искористила у архитектури, тежи се за формама које имају јединствен унутрашњи простор, односно за полиедрима без самопресечних страна. Као централни простор погоднији су, из овог разлога, конвексни полиедри. Такође, пожељно је у некој мери поштовати ортогоналну матрицу, као познату и ергономичну. Из тог разлога, у раду [52] полази се од Архимедовог тела – Зарубљене коцке (**U9**), као основе која ће се аугментацијама превести у сложени полиедар. За аугментације користи се Конкавна купола друге врсте над квадратном основом (**КК II-4M**), не само због заједничке осмоугаоне стране, већ и због уклапања триангуларног омотача ове куполе са троугаоним странама Зарубљене коцке. Тако се добија композитни полиедар састављен готово искључиво од једнакостраничних троуглова (са изузетком квадратних базиса куполе).



Сл. 105 - а) Спајање подударних страна Зарубљене коцке и **КК II-4M**,
б) Параби-конкааугментована зарубљена коцка, извор [52], сл. 4

Спајањем подударних осмоугаоних страна **U9** и **КК П-4М**, настаје композитни полиедар, Конка-аугментована зарубљена коцка [52], што је и приказано на **Сл. 105-а**. Ако се дода још једна **КК П-4М** на супротну (паралелну) страну истог Архимедовог тела, добија се Параби-конкааугментована зарубљена коцка (**Сл. 105-б**). По угледу на [62], [67] [69], [70] жиро-конкааугментована зарубљена коцка настаје ротацијом једног од два присутна полиедра за угао $\alpha = \frac{\pi}{4}$. Оса ротације је ортогонална на раван заједничке осмоугаоне основе.

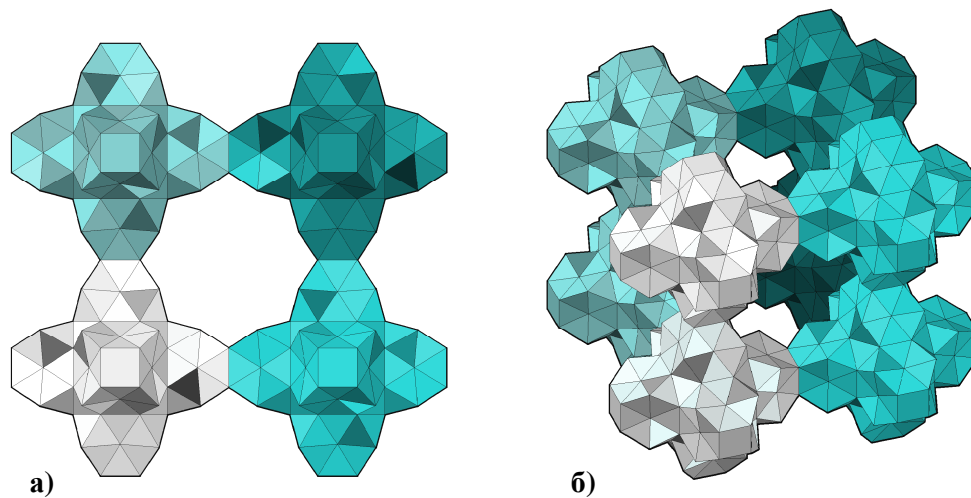


Сл. 106 – а) Хекса- конкааугментована зарубљена коцка, **б)** Хекса-конкааугментована зарубљена коцка са додатим четвоространим пирамидама, извор [52], сл. 5

Још једна варијанта моделовања полиедарске структуре од **U9** и **КК П-4М** дата је на **Сл. 106-а**. Приказан је композитни полиедар Хекса-конкааугментована зарубљена коцка, а од Параби-конкааугментоване зарубљене коцке разликује се по томе што су сада додате и четири нове **КК П-4М** на бочне стране Зарубљене коцке. Додавањем четвоространих пирамида на квадратне базисе **КК П-4М** у саставу Хекса-конкааугментоване зарубљене коцке добијамо сложени композитни полиедар чији је омотач састављен искључиво од једнакостраничних троуглова (**Сл. 106-б**). Овакви сложени полиедри, могу се даље спајати у кластере и формирати полиедарске конгломерате.

„Полиедарске структуре које настају умножавањем композитних полиедара, обично се називају: полиедарски кластери, полиедарски конгломерати,

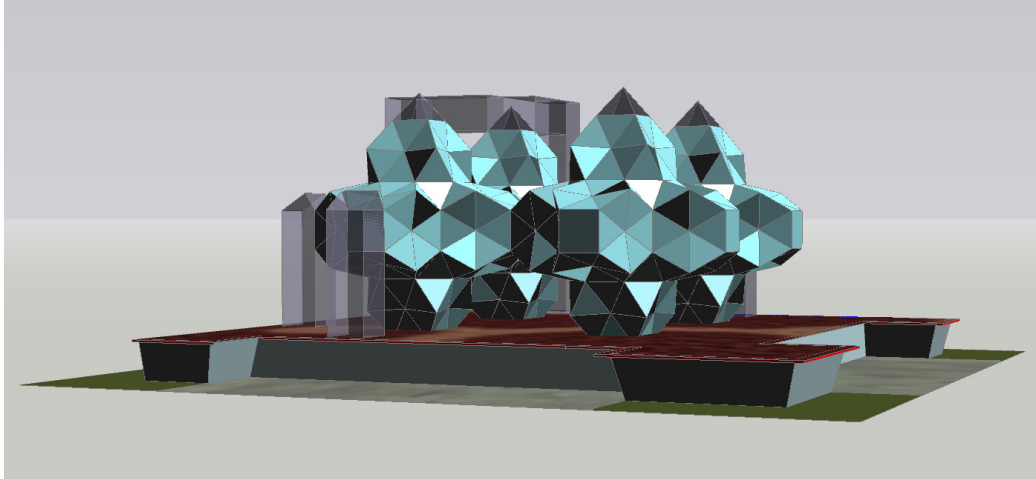
или полиедарски аранжман“ [15]. Пример таквог спајања дат је на Сл. 107. Осам сложених полиедара (Хекса–конкаугментоване зарубљене коцке) спојено је својим квадратним странама у ортогоналну диспозицију. Овакав састав је вишеструко симетричан. Поседује три равни симетрије, док је такође и централно симетричан.



Сл. 107 – Пример кластер полиедра, настао спајањем 8 сложених полиедара: а) ортогонална пројекција, б) аксонометријски приказ, извор [52], сл. 6 и сл. 7

У анализи архитектонских облика насталих аугментацијом Зарубљене коцке Конкавним куполама друге врсте размотрићемо пример кластера четири композитна полиедра Хекса–конкаугментоване зарубљене коцке (Сл. 108).

Композитни полиедар Хекса–конкаугментована зарубљена коцка, употребљена као основна градивна јединица предложеног комплекса, ослања се на квадратни базис Куполе друге врсте која може имати улогу приземног главног простора – фоајеа. Средишњи простор представља **U9**, који се грана у четири додатне дворане – положене **КК П-4М**. Горња Конкавна купола друге врсте има улогу куполе у архитектонском смислу речи. С обзиром на то да се ова купола наткрива хоризонталном страном – квадратним базисом, овај полигон је могуће аугментовати четвоространом пирамидом која би, уз остале косе равни Куполе, преузела улогу усмеравања атмосферске воде.



Сл. 108 – Изглед објекта заснованог на геометрији Хекса- конкаугментоване зарубљене коцке

Ако усвојимо дужину странице једнакостраничног троугла у мрежи полиедра $a=7.2\text{m}$, структуру можемо поделити на приземље, три главна спрата, куполни ниво и четири међуспрата. Сутерен, као подземни ниво комплекса, је свакако обавезан, али је и независан од геометрије остатка зграде. У зони приземља (простор доње **КК П-4М**) омогућен је приступ главним комуникацијама, лифтовима и ескалаторима. Први спрат и сви међуспратови служе као додатни простор за смештај канцеларија и помоћних просторија. Други спрат користи централни простор **U9** и налази се на нивоу њене осмоугаоне основе. Повезан је са положеним **КК П-4М**, које имају улогу бочних дворана, амфитеатра или гледалишта, а косе стране доњих површина користе се за нагнуте подне површи. Трећи спрат користи горњу половину **U9** и положених **КК П-4М**. Ово је отворени простор без геометријских и конструктивних ограничења, а погодан је за различите вишенаменске садржаје и изложбене просторије. Куполни простор је највиши ниво грађевине, њен репрезентативни део, и у складу са тим може имати функцију видиковца, ресторана, галерије, канцеларије управе, итд.

Квадратне стране Хекса–конкаугментоване зарубљене коцке могу бити остављене као прозорски панели, или, поново аугментовани четвоространим пирамидама. На тај начин, фасада зграде би била сачињена од једнакостраничних

троуглова, што игра значајну улогу у унификацији саставних елемената. Ово може бити веома битно, ако се ради о префабрикованим троугаоним елементима.

Анализирани кластер четири композитна полиедра Хекса–конкаутментоване зарубљене коцке не представља композицију блиског паковања, па се у међупростору појављује откривен, слободан простор. Из угла примене у архитектури и урбаном планирању, овај отворени тракт може имати важну улогу у организацији урбаног амбијента, јер је погодан за смештај зелених површина, тргова и фонтана.

Додавањем, одузимањем или сечењем одређених делова предложене структуре могу се добити најразличитији облици, интересантни за могућа разматрања примене у архитектури, пре свега за објекте чија би намена била довољно флексибилна и компатибилна са разуђеном и изломљеном формом полиедарског егзоскелета. При томе, пројектанти се морају водити идејом да форме које излазе из оквира ортогоналног система, на који смо искуствено навикли, одговарају садржајима чија функција дозвољава више слободе у организовању простора, а то су управо изложбени павиљони, галерије, музеји, као што се и можемо уверити кроз низ примера познатих изведених објеката у светској архитектонској пракси.

15.0 ЗАКЉУЧАК

По изношењу свих увида у претходним поглављима, постигнути циљеви истраживања су показали да су полазне хипотезе биле оправдане.

Доказано је постојање фамилије нових геометријских тела, Конкавних купола, са самосвојном геометријом и метричким односима. Конкавне куполе су полиедри чији омотач чине низови једнакостраничних троуглова а основе су правилни полигони. Једнакостранични троуглови груписани су у просторне шестостранике, који, спојени везним троугловима, ротацијом око централне осе полиедра управне на раван основа, чине делтаедарски омотач. Врста купола диктирана је бројем редова једнакостраничних троуглова у мрежи, тј. ширином траке омотача у функцији од висине једнакостраничног троугла омотача и дистанце између n -тостраног и $2n$ -тостраног полигона. Анализом Конкавних купола треће врсте указано је да омотач Конкавних купола више врсте чине парни број низова једнакостраничних троуглова. Одређен је максимални број представника сваке врсте, и основни параметри - број темена, ивица и страна Купола више врсте.

На примеру Конкавних купола друге, треће и четврте врсте дате су геометријске конструкције помоћу којих је графички приказан поступак генерисања Конкавних купола. Одређени су параметри тела посматрањем јединичне ћелије омотача, чијим задатим кретањем око почетно фиксиране ивице основе настаје трајекторија темена Конкавне куполе. Положај и висине темена одређене су пресеком вертикалних равни у којима се налазе темена и сфера полупречника једнаког страници градивног једнакостраничног троугла, са центром у суседним теменима. Доказано је да се за исту полигоналну основу могу генерисати четири различита типа Конкавне куполе четврте врсте. На основу графичких конструкција параметри тела су одређени и аналитичким методама применом итеративних нумеричких поступака.

Приказивање нових полиедарских структура и потврда тачности свих претходно израчунатих параметара омогућено је израдом $3D$ модела у

софтверском пакету *AutoCAD*, као и програма за генерисање Конкавних купола четврте врсте у софтверском пакету *MATLAB*. Применом поступака жироротације, елонгације, жироселонгације и аугментације је дат још један број варијација ових купола и настанак сложених полиедара заснованих на геометрији Конкавних купола. У поступку елонгације коришћене су и Конкавне антипризме друге врсте. Конкавне антипризме друге врсте чине бесконачну фамилију полиедара чија се мрежа састоји од дворедне траке једнакостраничних троуглова а основа је правилни полигон. У раду је приказана генеза трајакторије темена и конструкција висине Конкавне антипризме друге врсте. Као и код Конкавних купола, параметри тела су одређени конструктивно геометријским методама као и аналитичким методама применом итеративних нумеричких поступака.

Изработом *3D* модела Купола са конкавним полиедарским површима које су генерисане комбиновањем Конкавних купола, антипризми и конкавних пирамида дат је допринос у сагледавању нових, сложених тродимензионалних композиција заснованих на геометрији Конкавних купола. Показана је и могућност генерисања просторних структура насталих аугментацијом униформних полиедара конкавним куполама. Презентоване су нове геометријске форме и тиме надоградила досадашња сазнања из сфере конструктивно геометријске обраде полиедарских структура. Омогућено је њихово визуелно сагледавање применом принципа и поступака Нацртне и Рачунарске геометрије и *3D* графичког дизајна.

Успостављен је однос између теоријских поставки и њихових решења са конкретном архитектонском струком и показано да истраживање на посматраним полиедарским представницима има практичну примену. На конструктивно геометријски начин је обрађен део једне, за архитекте веома инспиративне области - геометрије полиедара.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ali M.M., Moon K.S.: *Structural developments in tall buildings: current trends and future prospects*, Architectural Science Review, Vol 50(3), pp 205-223, 2007
2. Coxeter H.S.M. / Longuet-Higgins M.S.: and J.C.P. Miller, *Uniform Polyhedra*, Philosophical Transactions of the Royal Society, Ser. A, 246, pp. 401-449, 1953.
3. Critchlow K.: *Order in Space: A design Source Book*, Thames & Hudson, 2000.
4. Cromwell P.: *Polyhedra*, Cambridge University Press, 1999
5. Edwards H. M.: *Fermat's Last Theorem*, Scientific American, October 1978.
6. Emmerich D.G. Composite polyhedra (Polyedres composites) – Topologie Strucutrale vol 13, 1986.
7. Gabriel J.F.: *Beyond the cube: the architecture of space frames and polyhedra*, New York: John Wiley and Sons, Inc., Publishers, 1997
8. Gabriel J.F.: Polyhedra in architecture. In: Topping BHV, editor. Proc. of the Int. Conf. on the Design and Construction of Non-Conventional Structures, vol. 1. Edinburgh: Civil-Comp Press, 1987:139–47.
9. Gabriel J.F.: Clusters of polyhedra in architecture. Int J Space Structures 1997;11(1/2):97–101.
10. Gabriel J.F.: Are space frames habitable? In: Gabriel JF, editor, *Beyond the cube, the architecture of space frames and polyhedra*, chapter 16. New York: John Wiley and Sons, Inc., Publishers, 1997:385–408
11. Gettys T.: *Notes on Spherical and Convex Polyhedral Geometry*, Combinatorial geometry page, <http://www.merrimack.edu/~thull/combgeom/combgeom.html>
12. Grunbaum B., Johnson N.W.: The faces of regular-faced polyhedron, J. London Math. Soc., 40 (1965), 577-586.
13. Grunbaum B.: *Are your polyhedra the same as my polyhedra?*, Discrete and Computational Geometry: The Goodman-Pollack Festschrift. B. Aronov, S. Basu, J. Pach, and Sharir, M., eds. Springer, New York 2003, pp. 461 – 488.

-
14. Gurin A. M., Zalgaller V. A.: *On the history of the study of convex polyhedra with regular faces and faces composed of regular ones*, American Mathematical Society, Translations, Series 2, Vol. 228, 2009, pg. 169-229.
 15. Hart G.: *Polyhedral Clusters*, <http://www.georgehart.com/rp/polyhedra-clusters/Polyhedra-Clusters.html>
 16. Hart G.: "Procedural Generation of Sculptural Forms," in Proceedings of [Bridges 2008](#), pp. 209-218.
 17. Hart G.: *Slide-Together' Geometric Paper Constructions*, in *Teachers for Bridges, 2004 Workshop Book*, Mara Alagic and Reza Sarhangi eds., pp. 31-42. Workshop activity presented at *Bridges 2004 Conference*.
 18. Hart G.: *Encyclopedia of polyhedra*, <http://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/vp.html> 1996-2000.
 19. Hart G.: *Polyhedral Clusters*, <http://www.georgehart.com/rp/polyhedra-clusters/Polyhedra-Clusters.html>
 20. Hirata A.: Bloomberg Pavilion Project Domes Magazine, Italy, 2011. <http://www.domusweb.it/en/architecture/bloomberg-pavilion-project>
 21. Holden A.: *Shapes, spaces and symmetry*, Columbia university Press, New York, USA, 1971
 22. Huybers P.: *Prism based structural forms*, Engineering Structures 23 (2001) 12–21
 23. Huybers P.: *Polyhedroids*, An Anthology of Structural Morphology, pp. 49-62.
 24. Huybers P.: *The Morphology of building Structures*, Engineering Structures 23, 2001, pp. 12-21.)
 25. Huybers P.: *The formation of polyhedra by the rotation of polygons*. 4th Int. Conference on Space Structures, Guildford, 6-10 September, 1993, p. 1097-1108
 26. Huybers, P., *Form generation of polyhedral building shapes*, Int. Journal of Space Structures, Special issue on Morphology and Architecture, Vol. 11, Nos 1&2, November, 1996, p.173-181.
 27. Huybers, P., Van der Ende G.: *Star-polyhedra*, International Symposium of IASS on 'Shell and Spatial Structures: Design, Construction, Performance & Economics', Singapore, 10-14 November, 1997, Vol. 1, p. 325-334.

-
28. Huybers P.: *The visualisation of spatial structures with computer techniques*, Fourth International Conference on Computational Structures Technology, 18-21 August 1998, Edinburgh, Scotland. p.B1-B14.
 29. Huybers P.: *The formation of the reciprocal polyhedra by rotation*, LSA'98 Conference on 'Lightweight Structures in Architecture, Engineering and Construction', 5-9 November, 1998, Sydney, Australië, p. 1019-1028.
 30. Huybers P.: *Nested polyhedra*, 14th SMG Newsletter of the IASS Working Group No 15, the Structural Morphology Group, 2007
 31. Huybers P. *Antiprism Based Structural forms*, Engineering structures 23 (2001) pg. 12-21.
 32. Johnson N.W. : *Convex Polyhedra with Regular Faces*, Canadian Journal of mathematics, 18, division of University of Toronto Press, Toronto, Canada, 1966.
 33. Kim Y.J., Kim M.H., Jung I.Y., Ju Y. K., Kim S.D.: *Experimental investigation of the cyclic behavior of nodes in diagrid structures*, Engineering Structures Vol. 33, pp 2134-2144 (2011)
 34. Lehane S.: *Model Modules*. Building, Toronto 1996;46(5):30-1.
 35. Lobel A.: *Forms and Structures generated by identical elements*, <http://www.equilatere.net/index.php>
 36. Markov I.J., Gabriel J.F.: *Spatial and Structural Aspects of Polyhedra*, Engineering Structures 23, 2001, pp. 4-11.
 37. Mišić S., Obradović M.: *Concave cupola with hendecagonal base*, Proceedings of 1st International Scientific Conference MoNGeometrija 2008, Vrnjačka Banja, ISBN 978-86-80295-83-1
 38. Mišić S., Obradović M.: *Forming the cupolae with concave polyhedral surfaces by corrugating a fourfold strip of equilateral triangles*, Proceedings of 2nd International Scientific Conference MoNGeometrija, 2010., Beograd.
 39. Moon K., Connor J. J., Fernandez J. E.: *Diagrid Structural Systems for Tall Buildings: Characteristics and Methodology for Preliminary Design*, The Structural Design of Tall and Special Buildings, Vol. 16.2, pp 205-230 (2007)

-
40. Moon K.: *Diagrid Structures for Complex-Shaped Tall Buildings*, The Twelfth East Asia-Pacific conference on Structural Engineering and Construction, Procedia Engineering Vol. 14, pp 1343-1350 (2011)
 41. Moon K.: *Optimal Grid Geometry of Diagrid Structures for Tall Buildings*, Architectural Science Review, Vol. 51.3, pp 239-251 (2008)
 42. Nestorović M., Mišković V.: *Napredni razvoj prostornih struktura u domenu 3D transformacije*. SAJ - Serbian Architectural Journal 2011;3(2):116-139
 43. Nestorović, M.: *Analysis of the properties of integrally tensioned tensegrity domes*, Fourth International Conference on Space Structures, University of Surrey, Guildford, U.K., 1993.
 44. Nestorović M., Čučaković A., Jović B.: *Geometry of Geodesic Structure*, Applied Geometry and Graphics, The Interdepartmental Collection of Proceedings 2009 Kiev, ISSUE No 82, 28.september – 2. October 2009., Crimea, Sudak, Ukraina, p.132-136
 45. Nestorović, M.: *Integralno zategnuti (tensegriti) konstruktivni sistemi sa bezmomentnim konturama*, doktorska disertacija, Arhitektonski fakultet Univerziteta u Beogradu, 1989.
 46. Obradovic M.: *“Konstruktivno geometrijska obrada toroidnih deltaedara sa pravilnom poligonalnom osnovom”* doktorska disertacija, Arhitektonski fakultet Univerziteta u Beogradu, 2006.
 47. Obradović M.: *Istraživanje geometrijskih pravilnosti šesdesetostranog toroidnog deltaedra*, XXII Jugoslovensko savetovanje za nacrtnu geometriju i inženjersku grafiku MonGEometrija 2004, Zbornik radova, Beograd, 2004, str. 133-145.
 48. Obradovic M., Mistic S.: *Concave Regular Faced Cupolae of Second Sort*, 1^{3th} ICGG, Proceedings of International Conference on Geometry and Graphic, on CD, July 2008, Dresden, Germany.
 49. Obradović M., Mišić S.: *Transposing the concave cupolae of secon sort into tridimensional spatial structures – space frames*, Proceedings of 1st International Scientific Conference MoNGeometrija 2008, Vrnjačka Banja, ISBN 978-86-80295-83-1
 50. Obradovic M., Mistic S., Popkonstantinovic B., Petrovic M.: *Possibilities of Deltahedral Concave Cupola Form Application in Architecture*, Buletinul

-
- Institutului Politehnic din Iași, Publicat de Universitatea Tehnică „Gheorghe Asachi” din Iași, Tomul LVII (LXI), Fasc. 3, 2011, Romania, pg. 123-140.
51. Obradovic M., Popkonstantinovic B., Misic S.: The Concave Antiprisms of Second Sort with Regular Polygonal Bases, 3-rd International Scientific Conference Mongeometrija, 2012., Proceedings pp 133-144, Novi Sad.
 52. Obradović M., Mišić S., Petrović M.: Investigating composite polyhedral forms obtained by combining concave cupolae of second sort with archimedean solids, 3-rd International Scientific Conference Mongeometrija 2012, Proceedings pp. 109-124 Novi Sad.
 53. Obradović M.: A group of polyhedra arised as variations of concave bicupolae of second sort, 3-rd International Scientific Conference Mongeometrija 2012, Proceedings pp. 95-108 Novi Sad.
 54. Paunić Đ.: *Pravilni poligoni*, Društvo matematičara Srbije, Sveska 46, Beograd,
 55. Pearce P.: *Structure in Nature as a Strategy for Design*, The MIT Press, 1980.,
 56. Pearce P.: *Curved space System*, 1980.
<http://www.wright20.com/auctions/view/F5AR/F9AW/216/LA/none/TOP/0>
 57. Pugh A.: Further Convex Polyhedra with Regular faces, Ch.3 in *Polyhedra: A Visual Approach*, Berkeley, CA: University of california Press, pp. 28-35, 1976.
 58. Robin Hu, *Constructing a Heptagon*, Nexus Network Journal / Architecture and Mathematics, Vol.3. Summer 2001.
 59. Rosson B.T., Maller A., Faller R.K.: *Structural performance of clustered rhombic dodecahedral buildings*. In: Parke GAR, Howard CM, editors. *Space structures*, vol. 2. London: Thomas Telford Services Ltd, 1993:1109–17.
 60. Rühle H.: *Räumliche dachtragwerke konstruktion und ausführung*, VEB Verlag für Bauwesen Berlin, 1969.
 61. Savelov A. A.: *Ravninske krivulje*, Moderna matematika, Skolska knjiga, Zagreb 1979., str. 214-240
 62. Timofeenko A. V.: *The non-Platonic and non-Archimedean noncomposite polyhedra*, Journal of Mathematical Sciences, Vol. 162, No 5. 2009.

-
63. Timofeenko A.V.: *Junction of noncomposite polyhedra*, St. Petersburg Math. J. Vol. 21 (2010), No. 3, pages: 483-512.
64. Timofeenko A.V.: *Convex Regular-Faced Polyhedra Indecomposable by any Plane to Regular-Faced Polyhedra*, Siberian Advances in Mathematics, 2009, Vol. 19, No. 4, pp. 287–300.
65. Timofeenko A.V.: *Convex Polyhedra with Parquet Faces*, Doklady Mathematics, 2009, Vol. 80, No. 2, pp. 720–723.
66. Tonon O.L.: *Geometry of the spatial folded forms*. 4th Conference on Space Structures, 5–10 September, 1993, Guildford, England, pp. 2042–2052.
67. Tupelo- Schneck R.: *Convex regular-faced polyhedra with conditional edges*, <http://tupelo-schneck.org/polyhedra/>
68. Wallner G., Gruber F.: *Interactive Modeling and Subdivision of Flexible Equilateral Triangular Mechanisms*, KoG. 15, 2011. pp. 50-56.
69. Waterman S.: *Convex hulls having regular diamonds*, 2006.
<http://watermanpolyhedron.com/dsolids.html>
70. Weisstein E. W. : "*Johnson Solid*." From MathWorld--A Wolfram Web Resource.
<http://mathworld.wolfram.com/JohnsonSolid.html>

Прилог. 1 – Нумерички параметри КК IV–11

KK IV-11Mm	KK IV-11mm	KK IV-11mM	KK IV-11MM
$n =$ 11	$n =$ 11	$n =$ 11	$n =$ 11
$a =$ 1	$a =$ 1	$a =$ 1	$a =$ 1
$h_1 =$ 0.489163	$h_1 =$ 0.488308	$h_1 =$ 0.865936	$h_1 =$ 0.649519
$\alpha =$ 0.28559933	$\alpha =$ 0.28559933	$\alpha =$ 0.28559933	$\alpha =$ 0.28559933
$B'H' = r$ 1.77473277	$B'H' = r$ 1.77473277	$B'H' = r$ 1.77473277	$B'H' = r$ 1.77473277
$3'H' = q$ 1.70284362	$3'H' = q$ 1.70284362	$3'H' = q$ 1.70284362	$3'H' = q$ 1.70284362
$\beta =$ 1.28519699	$\beta =$ 1.28519699	$\beta =$ 1.28519699	$\beta =$ 1.28519699
$B'S' =$ 0.7146464	$B'S' =$ 0.71523095	$B'S' =$ 0.01242642	$B'S' =$ 0.57282196
$\varphi =$ 0.28559933	$\varphi =$ 0.28559933	$\varphi =$ 0.28559933	$\varphi =$ 0.28559933
$O_1'B' =$ 0.87219234	$O_1'B' =$ 0.87267137	$O_1'B' =$ 0.50015439	$O_1'B' =$ 0.76034532
$B'I' =$ 0.52110856	$B'I' =$ 0.52110856	$B'I' =$ 0.52110856	$B'I' =$ 0.52110856
$I'3' =$ 0.14681325	$I'3' =$ 0.14681325	$I'3' =$ 0.14681325	$I'3' =$ 0.14681325
$\sigma =$ 0.96030751	$\sigma =$ 0.96069151	$\sigma =$ 0.02484773	$\sigma =$ 0.85317309
$\varepsilon =$ 0.32488949	$\varepsilon =$ 0.32450548	$\varepsilon =$ 1.26034927	$\varepsilon =$ 0.43202391
$B'4' =$ 0.82656447	$B'4' =$ 0.82712535	$B'4' =$ 0.15278934	$B'4' =$ 0.69048493
$B^3C' =$ 0.8660254	$B^3C' =$ 0.8660254	$B^3C' =$ 0.8660254	$B^3C' =$ 0.8660254
$B^2R' =$ 0.9604631	$B^2R' =$ 0.96051082	$B^2R' =$ 0.87931233	$B^2R' =$ 0.94796858
$O_1'O' =$ 2.76292999	$O_1'O' =$ 2.76234543	$O_1'O' =$ 3.46514996	$O_1'O' =$ 2.90475442
$R'O' =$ 2.65101191	$R'O' =$ 2.65045103	$R'O' =$ 3.32478704	$R'O' =$ 2.78709146
$O_1'4' =$ 0.27840733	$O_1'4' =$ 0.27824264	$O_1'4' =$ 0.47624556	$O_1'4' =$ 0.31836389
$O_1'R' =$ 0.77840733	$O_1'R' =$ 0.77824264	$O_1'R' =$ 0.97624556	$O_1'R' =$ 0.81836389
$R'6' =$ 0.62775953	$R'6' =$ 0.62796369	$R'6' =$ 0.21666704	$R'6' =$ 0.57470039
$\tau =$ 0.69434684	$\tau =$ 0.69456118	$\tau =$ 0.24845942	$\tau =$ 0.63859231
$\delta + \tau =$ 0.53437027	$\delta + \tau =$ 0.53330672	$\delta =$ 1.39614982	$\delta =$ 0.75483623
		$\psi =$ 0.17464651	$\psi =$ 0.8159601
		$o =$ 1.39614982	$o =$ 0.75483623
		$\phi =$ 1.38567745	$\phi =$ 1.11570573
		$i =$ -0.0104724	$i =$ 0.3608695
		$8^3C' =$ -0.002269	$8^3C' =$ 0.20291974
$R'C' =$ 0.02840267	$R'C' =$ 0.02766648	$h_2 =$ 0.863667	$h_2 =$ 0.852439
$h_2 =$ 0.137954	$h_2 =$ 0.139046	$3'C' =$ 0.06386582	$3'C' =$ 0.15280089
$B'C' =$ 0.9904387	$B'C' =$ 0.99028592	$B'C' =$ 0.50406234	$B'C' =$ 0.52282704
$\chi =$ 1.04161501	$\chi =$ 1.04152479	$\chi =$ 0.1270437	$\chi =$ 0.29658809
$\eta =$ 0.97056076	$\eta =$ 0.97175682	$\gamma =$ 1.44375263	$\gamma =$ 1.27420824
$O_1'C' =$ 0.77892534	$O_1'C' =$ 0.7787342	$O_1'C' =$ 0.98028709	$O_1'C' =$ 0.97919537
$C'H' =$ 0.84787648	$C'H' =$ 0.84805347	$C'H' =$ 1.6389778	$C'H' =$ 1.55004273
$H'M' =$ 0.81353152	$H'M' =$ 0.81370134	$H'M' =$ 1.57258768	$H'M' =$ 1.48725511
$S'M' =$ 0.24655485	$S'M' =$ 0.24580047	$C'M' =$ 0.46175341	$C'M' =$ 0.4366975
$C'M' =$ 0.23887441	$C'M' =$ 0.23892427	$B'M' =$ 0.20214508	$B'M' =$ 0.28747766
$S^{\beta}M^{\beta} =$ 0.42911235	$S^{\beta}M^{\beta} =$ 0.42708522	$S'M' =$ -0.1897187	$S'M' =$ 0.2853443
$M^{\beta}D^{\beta} =$ 0.97105047	$M^{\beta}D^{\beta} =$ 0.9710382	$M'I2' =$ 0.88700834	$M'I2' =$ 0.89960841
$\lambda =$ 1.10126695	$\lambda =$ 1.10123098	$S^{\beta}M^{\beta} =$ 0.18973223	$S^{\beta}M^{\beta} =$ 0.35013967
$i =$ 0.61207799	$i =$ 0.61325242	$\eta =$ 0.01434929	$\eta =$ 0.72273425
$\kappa =$ 2.52951466	$\kappa =$ 2.52834023	$\lambda =$ 1.5731865	$\lambda =$ 1.46622546
$v =$ 1.08160737	$v =$ 1.08281777	$\mu =$ 3.12246301	$\mu =$ 2.62800013
$\mu =$ 2.65240369	$\mu =$ 2.6536141	$v =$ 1.55166669	$v =$ 1.05720381
		$\kappa =$ 0.01912964	$\kappa =$ 0.51359252
		$S'D' =$ 0.01656574	$S'D' =$ 0.42548646
		$I1^{\beta}D^{\beta} =$ 0.86586695	$I1^{\beta}D^{\beta} =$ 0.75429522
$h_3 =$ 0.995114	$h_3 =$ 0.996747	$h_3 =$ 1.731803	$h_3 =$ 1.403814

KK IV-11Mm	KK IV-11mm	KK IV-11mM	KK IV-11MM
$M'D' = 0.45630645$	$M'D' = 0.45526285$	$M'D' = -0.1731529$	$M'D' = 0.71083076$
$D'H' = 0.35722508$	$D'H' = 0.35843849$	$D'H' = 1.7457406$	$D'H' = 0.77642435$
$C'D' = 0.51505005$	$C'D' = 0.51414888$	$C'D' = 0.49315124$	$C'D' = 0.8342572$
$\rho = 0.61048882$	$\rho = 0.61010482$		
$B'D' = 1.41750769$	$B'D' = 1.41629428$	$B'D' = 0.02899217$	$B'D' = 0.99830842$
$O_1'D' = 0.86256246$	$O_1'D' = 0.86109801$	$O_1'D' = 0.50027435$	$O_1'D' = 0.6565354$
$\omega = 0.19666758$	$\omega = 0.19769488$	$\omega = 1.64395891$	$\omega = 0.26530347$
$C'13' = 0.50512153$	$C'13' = 0.50413426$	$C'13' = -0.036048$	$C'13' = 0.80506902$
$D'13' = 0.10064193$	$D'13' = 0.10098379$	$D'13' = 0.49183196$	$D'13' = 0.21874402$
$13'5' = 0.99492271$	$13'5' = 0.99488807$	$13'5' = 0.87069014$	$13'5' = 0.97578228$
$\beta_1 = 0.53251217$	$\beta_1 = 0.53138123$	$\beta_1 = -0.0414135$	$\beta_1 = 0.97029042$
$\gamma_1 = 1.05309525$	$\gamma_1 = 1.05313573$	$\gamma_1 = 1.22339285$	$\gamma_1 = 1.07597634$
$\varphi_1 = 0.52058307$	$\varphi_1 = 0.52175449$	$\varphi_1 = 1.26480637$	$\sigma_1 = 1.59014588$
$Q^y 14^y = 0.49486068$	$Q^y 14^y = 0.49585416$	$Q^y 14^y = 0.83024589$	$\eta_1 = 1.55144677$
$P^y 14^y = 0.86312462$	$P^y 14^y = 0.8625143$	$P^y 14^y = 0.26228434$	$G^y 15^y = 0.97559962$
$h_4 = 0.131989$	$h_4 = 0.134233$	$h_4 = 1.469519$	$13'G' = -0.0188798$
$\sigma_1 = 1.05309525$	$\sigma_1 = 1.05313573$	$\sigma_1 = 1.22339285$	$h_5 = 2.379414$
$\varepsilon_1 = 1.57367832$	$\varepsilon_1 = 1.57489022$	$\varepsilon_1 = 2.48819922$	$\varphi_1 = 1.03280816$
$\tau_1 = 1.0442487$	$\tau_1 = 1.04422846$	$\tau_1 = 0.9590999$	$\varepsilon_1 = 0.60050591$
$\delta_1 = 1.05021325$	$\delta_1 = 1.04904183$	$\delta_1 = 0.30598995$	$\tau_1 = 1.63331407$
$\chi_1 = 2.61792702$	$\chi_1 = 2.61911868$	$\chi_1 = 3.44729912$	$Q^y 14^y = 0.9980464$
$\eta_1 = 0.52366563$	$\eta_1 = 0.52247397$	$\eta_1 = -0.3057065$	$C'Q' = -0.062477$
$Q'G' = 0.5000579$	$Q'G' = 0.49902557$	$Q'G' = -0.300967$	$C^y 16^y = 0.80506902$
$G^y 15^y = 0.86599197$	$G^y 15^y = 0.86658726$	$G^y 15^y = 0.95363457$	
$h_5 = 0.997981$	$h_5 = 1.00082$	$h_5 = 2.423153$	$h_4 = 1.850485$
$G'13' = 0.99491858$	$G'13' = 0.99487973$	$G'13' = 0.52927893$	$G'Q' = 0.84866627$
$H'1' = 1.84965687$	$H'1' = 1.84965687$	$H'1' = 1.84965687$	$H'1' = 1.84965687$
$G'H' = -0.6521636$	$G'H' = -0.6509605$		
$D'G' = 0.99999589$	$D'G' = 0.99999171$	$D'G' = 0.7225198$	$D'G' = 0.21955726$
$\lambda_1 = 0.10081303$	$\lambda_1 = 0.10115706$	$\lambda_1 = 0.74874182$	$\lambda_1 = 1.48469978$
$\iota_1 = 1.4699833$	$\iota_1 = 1.46963927$	$\iota_1 = 0.82205451$	$\iota_1 = 0.08609655$
$\kappa_1 = 3.04077963$	$\kappa_1 = 3.04043559$	$\kappa_1 = 2.39285083$	$\kappa_1 = 1.65689288$
$\nu_1 = -0.1847863$	$\nu_1 = -0.1844423$	$\nu_1 = 0.46314249$	$\nu_1 = 1.19910044$
$D'16' = 0.9829715$	$D'16' = 0.98303054$	$D'16' = 0.64640449$	$D'16' = 0.07974233$
$H'16' = -0.6257464$	$H'16' = -0.624592$		$H'16' = 0.69668202$
$G'16' = -0.1837357$	$G'16' = -0.1833968$	$G'16' = 0.32279421$	$G'16' = 0.2045643$
$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$
$G'V' = 0.31626427$	$G'V' = 0.31660323$	$G'V' = 0.82279421$	$G'V' = 0.7045643$
$V'18' = 0.94867113$	$V'18' = 0.94855806$	$V'18' = 0.56833942$	$V'18' = 0.70964015$
$V^\alpha T^\alpha = 0.98297568$	$V^\alpha T^\alpha = 0.98303897$	$V^\alpha T^\alpha = 0.94646918$	$V^\alpha T^\alpha = 0.97885313$
$\mu_1 = 1.0707885$	$\mu_1 = 1.07059682$	$\mu_1 = 0.63189411$	$\mu_1 = 0.78061633$
$\alpha_1 = 1.14162915$	$\alpha_1 = 1.14180148$	$\alpha_1 = 1.38979428$	$\alpha_1 = 1.3280585$
$\rho_1 = 0.00291702$	$\rho_1 = 0.00414324$	$\rho_1 = 0.81898342$	$\nu_1 = 0.08155543$
$v_1 = 1.06787147$		$v_1 = -0.1870893$	$\omega_1 = 1.48924089$
$\omega_1 = 0.50292485$	$\psi_1 = 1.07474006$		$\rho_1 = 0.70862456$
$\psi_1 = 1.06787147$	$\omega_1 = 0.49605627$		$\psi_1 = 0.61943393$
$20^\alpha O_2^\alpha = 0.41741583$	$20^\alpha O_2^\alpha = 0.7616403$	$20^\alpha O_2^\alpha = -0.1610805$	$V^\alpha 20^\alpha = 0.41199888$
$T'O2' = 0.75879116$	$T'O2' = 0.4121942$	$T'O2' = 0.85091307$	$V'O2' = 0.57779414$
$h_6 = 0.236323$	$h_6 = 1.758387$	$h_6 = 1.570723$	$h_6 = 1.967415$

KK IV-11Mm	KK IV-11mm	KK IV-11mM	KK IV-11MM
$O_2'V' = 0.56555567$	$O_2'V' = 0.57083633$	$O_2'V' = -0.2045086$	$T'V' = 0.07974233$
$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$
$26'16' = 0.98297568$	$26'16' = 0.98303897$	$26'16' = 0.94646918$	$26'16' = 0.97885313$
$\zeta_1 = 0.50292485$	$\zeta_1 = 1.07474006$	$\zeta_1 = 0.18708931$	$T'O_2' = 0.65753647$
$\xi_1 = 0.00291702$	$\xi_1 = 0.00414324$	$\xi_1 = -0.8189834$	$\zeta_1 = 0.70862456$
$\beta_2 = 1.06787147$	$\beta_2 = 0.49605627$	$\beta_2 = 1.38370701$	$\xi_1 = 0.08155543$
$\sigma_2 = 1.0707885$	$\sigma_2 = 1.07059682$	$\gamma_2 = 2.38977975$	$\gamma_2 = 1.48924089$
$Z^\beta N^\beta = 0.94867113$	$Z^\beta N^\beta = 0.94855806$	$\sigma_2 = -0.6318941$	$\delta_2 = 0.78061633$
$\delta_2 = 0.6387043$	$\varphi_2 = 1.14180148$	$Z^\beta N^\beta = 0.56833942$	$Z^\beta N^\beta = 0.70964015$
$\varphi_2 = 0.93209203$	$\eta_2 = 0.64574521$	$\eta_2 = -0.3680914$	$\beta_2 = 0.61943393$
$\eta_2 = 1.14162915$	$\gamma_2 = 0.92505111$	$\delta_2 = 1.93888769$	
$\gamma_2 = 0.92917501$	$\delta_2 = 0.92919435$	$\lambda_2 = 2.75787111$	$\lambda_2 = 1.3280585$
$\lambda_2 = 0.29047071$	$\lambda_2 = 1.28734719$	$\varphi_2 = -1.5551661$	$\varphi_2 = 1.19410022$
$\kappa_2 = 1.28032562$	$\kappa_2 = 0.28344914$	$16'H' = 0.01479289$	$O_2'2' = 0.31856765$
$N^\beta 2I^\beta = 0.94179801$	$H^\beta 22^\beta = 0.94381231$	$23^\beta H^\beta = -0.9463536$	$23^\beta H^\beta = 0.80530407$
$h_7 = 0.056183$	$h_7 = 1.944632$	$h_7 = 1.4768$	$h_7 = 2.772719$
$V'2' = 0.28152743$	$V'2' = 0.27492534$	$G'H' = 0.32313299$	$G'H' = 0.72609393$
$O_2'D' = 0.651334$	$O_2'D' = 0.64800005$	$O_2'D' = 0.52530652$	$O_2'D' = 0.82604734$
$O_2'2' = 0.84708309$	$O_2'2' = 0.84576167$	$O_2'2' = -0.1897157$	
$O_2'H' = 0.98364107$	$O_2'H' = 0.98250334$	$O_2'H' = 0.53478224$	$O_2'H' = 0.592862$
$O_2'G' = 0.64797863$	$O_2'G' = 0.65275702$	$O_2'G' = 0.84782903$	$O_2'G' = 0.91118435$
$H'Q' = -0.1521057$	$H'Q' = -0.1519349$	$H'Q' = 0.02216603$	$H'Q' = 1.5747602$
$C'Q' = 0.99998221$	$C'Q' = 0.99998842$	$C'Q' = 1.61681177$	$C'Q' = -0.0247175$
$D'Q' = 0.50499098$	$D'Q' = 0.50603268$	$D'Q' = 0.96499063$	$D'Q' = 0.89469832$
$A = 4.06E-10$	$A = -8.17E-11$	$A = 2.2E-08$	$A = -0.175874$
$O'O_1' = 2.76292999$	$O'O_1' = 2.76234543$	$O'O_1' = 3.46514996$	$O'O_1' = 2.90475442$
$O'B' = 3.51333709$	$O'B' = 3.51333709$	$O'B' = 3.51333709$	$O'B' = 3.51333709$
$O'C' = 2.62260925$	$O'C' = 2.62278623$	$O'C' = 3.41371057$	$O'C' = 3.3247755$
$O'D' = 2.11987807$	$O'D' = 2.12105727$	$O'D' = 3.48464247$	$O'D' = 2.52918359$
$O'O_2' = 2.54992671$	$O'O_2' = 2.54860529$	$O'O_2' = 1.51312793$	$O'O_2' = 2.02141127$
$O'G' = 1.12256914$	$O'G' = 1.12377225$	$O'G' = 2.09786576$	$O'G' = 2.50082669$
$O'Q' = 1.62262703$	$O'Q' = 1.62279782$	$O'Q' = 1.79689879$	$O'Q' = 3.34949296$
$O'H' = 1.77473277$	$O'H' = 1.77473277$	$O'H' = 1.77473277$	$O'H' = 1.77473277$

Прилог. 2 – Нумерички параметри КК IV–12

KK IV-12Mm	KK IV-12mm	KK IV-12mM	KK IV-12MM
$n = 12$	$n = 12$	$n = 12$	$n = 12$
$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$
$h_1 = 0.574525$	$h_1 = 0.479908$	$h_1 = 0.865804$	$h_1 = 0.776132$
$\alpha = 0.26179939$	$\alpha = 0.26179939$	$\alpha = 0.26179939$	$\alpha = 0.26179939$
$B'H' = 1.93185165$	$B'H' = 1.93185165$	$B'H' = 1.93185165$	$B'H' = 1.93185165$
$r = 1.8660254$	$r = 1.8660254$	$r = 1.8660254$	$r = 1.8660254$
$3'H' = 1.8660254$	$3'H' = 1.8660254$	$3'H' = 1.8660254$	$3'H' = 1.8660254$
$q = 1.30899694$	$q = 1.30899694$	$q = 1.30899694$	$q = 1.30899694$
$\beta = 1.30899694$	$\beta = 1.30899694$	$\beta = 1.30899694$	$\beta = 1.30899694$
$B'S' = 0.64801349$	$B'S' = 0.72089387$	$B'S' = 0.01960038$	$B'S' = 0.38421266$
$\varphi = 0.26179939$	$\varphi = 0.26179939$	$\varphi = 0.26179939$	$\varphi = 0.26179939$
$O_1'B' = 0.81848731$	$O_1'B' = 0.87731863$	$O_1'B' = 0.50038403$	$O_1'B' = 0.63057067$
$B'I' = 0.51763809$	$B'I' = 0.51763809$	$B'I' = 0.51763809$	$B'I' = 0.51763809$
$I'3' = 0.1339746$	$I'3' = 0.1339746$	$I'3' = 0.1339746$	$I'3' = 0.1339746$
$\sigma = 0.9136209$	$\sigma = 0.96438982$	$\sigma = 0.03918069$	$\sigma = 0.6551894$
$\varepsilon = 0.39537604$	$\varepsilon = 0.34460712$	$\varepsilon = 1.26981625$	$\varepsilon = 0.65380754$
$B'4' = 0.75534249$	$B'4' = 0.82573953$	$B'4' = 0.14834203$	$B'4' = 0.50053045$
$B^7C^7 = 0.8660254$	$B^7C^7 = 0.8660254$	$B^7C^7 = 0.8660254$	$B^7C^7 = 0.8660254$
$B^7R^7 = 0.94901043$	$B^7R^7 = 0.95506953$	$B^7R^7 = 0.87841971$	$B^7R^7 = 0.92353201$
$O_1'O' = 3.14986357$	$O_1'O' = 3.07698318$	$O_1'O' = 3.77827668$	$O_1'O' = 3.4136644$
$R'O' = 3.04253457$	$R'O' = 2.97213752$	$R'O' = 3.64953503$	$R'O' = 3.2973466$
$O_1'4 = 0.31524468$	$O_1'4 = 0.29638185$	$O_1'4 = 0.47788996$	$O_1'4 = 0.38352136$
$O_1'R' = 0.81524468$	$O_1'R' = 0.79638185$	$O_1'R' = 0.97788996$	$O_1'R' = 0.88352136$
$R'6' = 0.57911666$	$R'6' = 0.60479414$	$R'6' = 0.20912011$	$R'6' = 0.46839087$
$\tau = 0.64324022$	$\tau = 0.67023227$	$\tau = 0.23991499$	$\tau = 0.52581588$
$\delta + \tau = 0.65025998$	$\delta + \tau = 0.52647088$	$\delta = 1.40110943$	$\delta = 0.99801195$
		$\psi = 0.1696869$	$\psi = 0.57278438$
		$o = 1.40110943$	$o = 0.99801195$
		$\phi = 1.39196191$	$\phi = 1.18905282$
		$i = -0.0091475$	$i = 0.19104087$
		$8^7C^7 = -0.0019129$	$8^7C^7 = 0.0889385$
$R'C' = 0.11066158$	$R'C' = 0.03135205$	$h_2 = 0.863891$	$h_2 = 0.86507$
$h_2 = 0.006079$	$h_2 = 0.124073$	$3'C' = 0.06076933$	$3'C' = 0.04066096$
$B'C' = 0.99998152$	$B'C' = 0.99227314$	$B'C' = 0.50367937$	$B'C' = 0.50165059$
$\chi = 1.04718688$	$\chi = 1.04269584$	$\chi = 0.12094547$	$\chi = 0.08114336$
$\eta = 0.84543765$	$\eta = 0.98345432$	$\gamma = 1.44985086$	$\gamma = 1.48965297$
$O_1'C' = 0.82272102$	$O_1'C' = 0.79699875$	$O_1'C' = 0.98180332$	$O_1'C' = 0.99603712$
$C'H' = 1.00002134$	$C'H' = 1.00893382$	$C'H' = 1.80525607$	$C'H' = 1.82536444$
$H'M' = 0.96594644$	$H'M' = 0.97455523$	$H'M' = 1.74374346$	$H'M' = 1.76316666$
$S'M' = 0.31789173$	$S'M' = 0.23640255$	$C'M' = 0.46723465$	$C'M' = 0.47243908$
$C'M' = 0.25882457$	$C'M' = 0.26113129$	$B'M' = 0.18810819$	$B'M' = 0.16868499$
$S^{\beta}M^{\beta} = 0.65129508$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.42720631$	$S'M' = -0.1685078$	$S'M' = 0.21552767$
$M^{\beta}D^{\beta} = 0.96592435$	$M^{\beta}D^{\beta} = 0.96530329$	$M'12' = 0.88413335$	$M'12' = 0.88136333$
$\lambda = 1.06718808$	$\lambda = 1.11328211$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.16851867$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.23315709$
$i = 0.50990199$	$i = 0.58640304$	$\eta = 0.0226345$	$\eta = 0.45966797$
$\kappa = 2.63169066$	$\kappa = 2.55518961$	$\lambda = 1.5820793$	$\lambda = 1.5024961$
$v = 1.01351024$	$v = 1.04391726$	$\mu = 3.09639221$	$\mu = 2.81852513$
$\mu = 2.58430657$	$\mu = 2.61471359$	$v = 1.52559589$	$v = 1.2477288$
		$\kappa = 0.04520044$	$\kappa = 0.32306752$
		$S'D' = 0.0391314$	$S'D' = 0.27494304$
		$11^{\beta}D^{\beta} = 0.86514087$	$11^{\beta}D^{\beta} = 0.82122246$
$h_3 = 0.825853$	$h_3 = 0.958462$	$h_3 = 1.730944$	$h_3 = 1.597354$

KK IV-12Mm	KK IV-12mm	KK IV-12mM	KK IV-12MM
$M'D' = 0.51086277$	$M'D' = 0.48539129$	$M'D' = -0.1293764$	$M'D' = 0.49047071$
$D'H' = 0.45508367$	$D'H' = 0.48916394$	$D'H' = 1.87311988$	$D'H' = 1.27269595$
$C'D' = 0.57268746$	$C'D' = 0.55117534$	$C'D' = 0.48481592$	$C'D' = 0.68099941$
$\rho = 0.65717543$	$\rho = 0.6064065$		
$B'D' = 1.47676799$	$B'D' = 1.44268772$	$B'D' = 0.05873178$	$B'D' = 0.6591557$
$O_1'D' = 0.96790186$	$O_1'D' = 0.87805828$	$O_1'D' = 0.50152893$	$O_1'D' = 0.57060816$
$\omega = 0.20714774$	$\omega = 0.23176937$	$\omega = 1.57912699$	$\omega = 0.50487478$
$C'13' = 0.56044427$	$C'13' = 0.53643774$	$C'13' = -0.0040388$	$C'13' = 0.59603455$
$D'13' = 0.11778432$	$D'13' = 0.12660494$	$D'13' = 0.4847991$	$D'13' = 0.32939795$
$13'5' = 0.9930392$	$13'5' = 0.99195322$	$13'5' = 0.87462554$	$13'5' = 0.94419118$
$\beta_1 = 0.59967324$	$\beta_1 = 0.57137524$	$\beta_1 = -0.0046178$	$\beta_1 = 0.68318279$
$\gamma_1 = 1.05530103$	$\gamma_1 = 1.05657728$	$\gamma_1 = 1.21708745$	$\gamma_1 = 1.11614887$
$\varphi_1 = 0.45562779$	$\varphi_1 = 0.48520204$	$\varphi_1 = 1.22170521$	$\sigma_1 = 1.79690844$
$Q^y 14^y = 0.43696321$	$Q^y 14^y = 0.46263418$	$Q^y 14^y = 0.82187161$	$\eta_1 = 1.34468421$
$P^y 14^y = 0.89173427$	$P^y 14^y = 0.87746271$	$P^y 14^y = 0.29916032$	$G^y 15^y = 0.92015716$
$h_4 = -0.065881$	$h_4 = 0.080999$	$h_4 = 1.431784$	$13'G' = -0.2116785$
$\sigma_1 = 1.05530103$	$\sigma_1 = 1.05657728$	$\sigma_1 = 1.21708745$	$h_5 = 2.517511$
$\varepsilon_1 = 1.51092882$	$\varepsilon_1 = 1.54177933$	$\varepsilon_1 = 2.43879266$	$\varphi_1 = 1.01272189$
$\tau_1 = 1.04314581$	$\tau_1 = 1.04250769$	$\tau_1 = 0.9622526$	$\varepsilon_1 = 0.88761353$
$\delta_1 = 1.11516854$	$\delta_1 = 1.08559428$	$\delta_1 = 0.34909112$	$\tau_1 = 1.90033542$
$\chi_1 = 2.55407463$	$\chi_1 = 2.58428701$	$\chi_1 = 3.40104526$	$Q^y 14^y = 0.9461916$
$\eta_1 = 0.58751802$	$\eta_1 = 0.55730564$	$\eta_1 = -0.2594526$	$C'Q' = -0.323607$
$Q'G' = 0.55429693$	$Q'G' = 0.52890146$	$Q'G' = -0.2565515$	$C'16' = 0.59603455$
$G^y 15^y = 0.83231899$	$G^y 15^y = 0.84868324$	$G^y 15^y = 0.96653056$	
$h_5 = 0.766438$	$h_5 = 0.929683$	$h_5 = 2.398315$	$h_4 = 1.811262$
$G'13' = 0.99126015$	$G'13' = 0.99153564$	$G'13' = 0.56532009$	$G'Q' = 0.707963$
$H'1' = 2$	$H'1' = 2$	$H'1' = 2$	$H'1' = 2$
$G'H' = -0.5516831$	$G'H' = -0.5190396$		
$D'G' = 0.99823335$	$D'G' = 0.99958579$	$D'G' = 0.7447261$	$D'G' = 0.39154924$
$\lambda_1 = 0.11826829$	$\lambda_1 = 0.12699852$	$\lambda_1 = 0.70886996$	$\lambda_1 = 0.99962494$
$\iota_1 = 1.45252804$	$\iota_1 = 1.44379781$	$\iota_1 = 0.86192637$	$\iota_1 = 0.57117139$
$\kappa_1 = 3.02332436$	$\kappa_1 = 3.01459414$	$\kappa_1 = 2.4327227$	$\kappa_1 = 2.14196771$
$\nu_1 = -0.1435311$	$\nu_1 = -0.1348009$	$\nu_1 = 0.44707057$	$\nu_1 = 0.73782555$
$D'16' = 0.9879686$	$D'16' = 0.99051766$	$D'16' = 0.67153251$	$D'16' = 0.28972021$
$H'16' = -0.5328849$	$H'16' = -0.5013537$		$H'16' = 0.98297575$
$G'16' = -0.1427861$	$G'16' = -0.1343373$	$G'16' = 0.32196436$	$G'16' = 0.26338756$
$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$
$G'V' = 0.35721391$	$G'V' = 0.36566268$	$G'V' = 0.82196436$	$G'V' = 0.76338756$
$V'18' = 0.9340226$	$V'18' = 0.93074745$	$V'18' = 0.56953892$	$V'18' = 0.64594074$
$V^\alpha T^\alpha = 0.98975357$	$V^\alpha T^\alpha = 0.99093566$	$V^\alpha T^\alpha = 0.94675179$	$V^\alpha T^\alpha = 0.9646901$
$\mu_1 = 1.04715567$	$\mu_1 = 1.04215305$	$\mu_1 = 0.63315755$	$\mu_1 = 0.71343935$
$\alpha_1 = 1.16219374$	$\alpha_1 = 1.16637739$	$\alpha_1 = 1.38932449$	$\alpha_1 = 1.35769991$
$\rho_1 = 0.06006648$	$\rho_1 = 0.02904681$	$\rho_1 = 0.78228945$	$\nu_1 = 0.30503299$
$\nu_1 = 0.98708919$		$\nu_1 = -0.1491319$	$\omega_1 = 1.26576334$
$\omega_1 = 0.58370714$	$\psi_1 = 1.07119985$		$\rho_1 = 0.55232399$
$\psi_1 = 0.98708919$	$\omega_1 = 0.49959648$		$\psi_1 = 0.80537592$
$20^\alpha O_2^\alpha = 0.47728483$	$20^\alpha O_2^\alpha = 0.76017627$	$20^\alpha O_2^\alpha = -0.1286738$	$V^\alpha 20^\alpha = 0.46578215$
$T'O2' = 0.72263351$	$T'O2' = 0.41488798$	$T'O2' = 0.8564129$	$V'O2' = 0.44753372$
$h_6 = 0.10322$	$h_6 = 1.718638$	$h_6 = 1.602271$	$h_6 = 2.051729$

KK IV-12Mm	KK IV-12mm	KK IV-12mM	KK IV-12MM
$O_2'V' = 0.51068377$	$O_2'V' = 0.57562968$	$O_2'V' = -0.1848804$	$T'V' = 0.28972021$
$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$
$26'16' = 0.98975357$	$26'16' = 0.99093566$	$26'16' = 0.94675179$	$26'16' = 0.9646901$
$\zeta_1 = 0.58370714$	$\zeta_1 = 1.07119985$	$\zeta_1 = 0.1491319$	$T'O_2' = 0.73725392$
$\xi_1 = -0.0600665$	$\xi_1 = -0.0290468$	$\xi_1 = -0.7822895$	$\zeta_1 = 0.55232399$
$\beta_2 = 0.98708919$	$\beta_2 = 0.49959648$	$\beta_2 = 1.42166442$	$\xi_1 = 0.30503299$
$\sigma_2 = 0.9270227$	$\sigma_2 = 1.10024666$	$\gamma_2 = 2.35308578$	$\gamma_2 = 1.26576334$
$Z^\beta N^\beta = 0.83705218$	$Z^\beta N^\beta = 0.9766272$	$\sigma_2 = -0.6331575$	$\delta_2 = 0.71343935$
$\delta_2 = 0.65618414$	$\varphi_2 = 1.1299195$	$Z^\beta N^\beta = 0.56953892$	$Z^\beta N^\beta = 0.64594074$
$\varphi_2 = 0.91461218$	$\eta_2 = 0.63032302$	$\eta_2 = -0.3306037$	$\beta_2 = 0.80537592$
$\eta_2 = 1.23989128$	$\gamma_2 = 0.9404733$	$\delta_2 = 1.90140006$	$\lambda_2 = 1.35769991$
$\gamma_2 = 0.97467867$	$\delta_2 = 0.9114265$	$\lambda_2 = 2.68368951$	$\varphi_2 = 0.97851683$
$\lambda_2 = 0.31849453$	$\lambda_2 = 1.28969285$	$\varphi_2 = -1.4434969$	$O_2'2' = 0.48346189$
$\kappa_2 = 1.2523018$	$\kappa_2 = 0.28110347$	$16'H' = 0.12019569$	$O_2'2' = 0.48346189$
$N^\beta 21^\beta = 0.9399768$	$H^\beta 22^\beta = 0.95204134$	$23^\beta H^\beta = -0.939091$	$23^\beta H^\beta = 0.71851555$
$h_7 = -0.173539$	$h_7 = 1.881724$	$h_7 = 1.459224$	$h_7 = 2.770245$
$V'2' = 0.30992862$	$V'2' = 0.27490139$	$G'H' = 0.34366853$	$G'H' = 1.01765138$
$O_2'D' = 0.69123137$	$O_2'D' = 0.64971689$	$O_2'D' = 0.51629154$	$O_2'D' = 0.8908105$
$O_2'2' = 0.82061239$	$O_2'2' = 0.85053106$	$O_2'2' = -0.0646847$	$O_2'H' = 0.69551089$
$O_2'H' = 0.96093949$	$O_2'H' = 0.98661192$	$O_2'H' = 0.50416675$	$O_2'H' = 0.69551089$
$O_2'G' = 0.62321721$	$O_2'G' = 0.68195214$	$O_2'G' = 0.84249995$	$O_2'G' = 0.88489942$
$H'Q' = 0.00261385$	$H'Q' = 0.0098619$	$H'Q' = 0.08711701$	$H'Q' = 1.72561438$
$C'Q' = 0.99740748$	$C'Q' = 0.99907192$	$C'Q' = 1.71813906$	$C'Q' = 0.09975007$
$D'Q' = 0.45255938$	$D'Q' = 0.47964486$	$D'Q' = 0.95420286$	$D'Q' = 0.97685389$
$A = -8.65E-10$	$A = 3.83E-11$	$A = -3.96E-08$	$A = -6.67E-11$
$O'O_1' = 3.14986357$	$O'O_1' = 3.07698318$	$O'O_1' = 3.77827668$	$O'O_1' = 3.4136644$
$O'B' = 3.83064879$	$O'B' = 3.83064879$	$O'B' = 3.83064879$	$O'B' = 3.83064879$
$O'C' = 2.93187299$	$O'C' = 2.94078547$	$O'C' = 3.73710773$	$O'C' = 3.7572161$
$O'D' = 2.37435198$	$O'D' = 2.40767872$	$O'D' = 3.77242726$	$O'D' = 3.17829699$
$O'O_2' = 2.6866378$	$O'O_2' = 2.71655647$	$O'O_2' = 1.80134071$	$O'O_2' = 2.34948729$
$O'G' = 1.38016857$	$O'G' = 1.41281209$	$O'G' = 2.27552018$	$O'G' = 2.94950303$
$O'Q' = 1.93446551$	$O'Q' = 1.94171355$	$O'Q' = 2.01896866$	$O'Q' = 3.65746603$
$O'H' = 1.93185165$	$O'H' = 1.93185165$	$O'H' = 1.93185165$	$O'H' = 1.93185165$

Прилог. 3 – Нумерички параметри КК IV–13

KK IV-13Mm	KK IV-13mm	KK IV-13mM	KK IV-13MM
$n = 13$	$n = 13$	$n = 13$	$n = 13$
$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$
$h_1 = 0.864501$	$h_1 = 0.471573$	$h_1 = 0.836259$	$h_1 = 0.609572$
$\alpha = 0.24166097$	$\alpha = 0.24166097$	$\alpha = 0.24166097$	$\alpha = 0.24166097$
$B'H' = 2.08929073$	$B'H' = 2.08929073$	$B'H' = 2.08929073$	$B'H' = 2.08929073$
r	r	r	r
$3'H' = 2.02857974$	$3'H' = 2.02857974$	$3'H' = 2.02857974$	$3'H' = 2.02857974$
q	q	q	q
$\beta = 1.32913535$	$\beta = 1.32913535$	$\beta = 1.32913535$	$\beta = 1.32913535$
$B'S' = 0.05135584$	$B'S' = 0.72637386$	$B'S' = 0.22510278$	$B'S' = 0.61515987$
$\varphi = 0.24166097$	$\varphi = 0.24166097$	$\varphi = 0.24166097$	$\varphi = 0.24166097$
$O_1'B' = 0.5026305$	$O_1'B' = 0.88182707$	$O_1'B' = 0.54833499$	$O_1'B' = 0.79273052$
$B'I' = 0.51496392$	$B'I' = 0.51496392$	$B'I' = 0.51496392$	$B'I' = 0.51496392$
$l'3' = 0.12323893$	$l'3' = 0.12323893$	$l'3' = 0.12323893$	$l'3' = 0.12323893$
$\sigma = 0.10235277$	$\sigma = 0.96793151$	$\sigma = 0.42302486$	$\sigma = 0.888301$
$\varepsilon = 1.22678259$	$\varepsilon = 0.36120385$	$\varepsilon = 0.90611049$	$\varepsilon = 0.44083436$
$B'4' = 0.16952137$	$B'4' = 0.82492459$	$B'4' = 0.33821954$	$B'4' = 0.71694228$
$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yC^y = 0.8660254$
$B^yR^y = 0.88096542$	$B^yR^y = 0.95020082$	$B^yR^y = 0.90206496$	$B^yR^y = 0.94105502$
$O_1'O' = 4.06651463$	$O_1'O' = 3.39149661$	$O_1'O' = 3.89276769$	$O_1'O' = 3.5027106$
$R'O' = 3.94834911$	$R'O' = 3.29294589$	$R'O' = 3.77965094$	$R'O' = 3.4009282$
$O_1'4' = 0.47318065$	$O_1'4' = 0.31163826$	$O_1'4' = 0.43160029$	$O_1'4' = 0.33825351$
$O_1'R' = 0.97318065$	$O_1'R' = 0.81163826$	$O_1'R' = 0.93160029$	$O_1'R' = 0.83825351$
$R'6' = 0.23004222$	$R'6' = 0.58416036$	$R'6' = 0.3634844$	$R'6' = 0.5452807$
$\tau = 0.26357416$	$\tau = 0.64854616$	$\tau = 0.41212996$	$\tau = 0.6075711$
$\delta + \tau = 1.37716175$	$\delta + \tau = 0.51931738$	$\delta = 1.18646511$	$\delta = 0.70463277$
		$\psi = 0.38433122$	$\psi = 0.86616355$
		$o = 1.18646511$	$o = 0.70463277$
		$\phi = 1.26752578$	$\phi = 1.13533291$
		$i = 0.08106067$	$i = 0.43070014$
		$8^yC^y = 0.02943203$	$8^yC^y = 0.22765856$
$R'C' = 0.21278144$	$R'C' = 0.03387952$	$h_2 = 0.865691$	$h_2 = 0.837231$
$h_2 = 0.777074$	$h_2 = 0.111604$	$3'C' = 0.02407131$	$3'C' = 0.22146007$
$B'C' = 0.6294088$	$B'C' = 0.99375274$	$B'C' = 0.50057909$	$B'C' = 0.54684967$
$\chi = 0.65278337$	$\chi = 1.0435642$	$\chi = 0.04810549$	$\chi = 0.41695073$
$\eta = 0.05933543$	$\eta = 0.99497305$	$\gamma = 1.52269084$	$\gamma = 1.1538456$
$O_1'C' = 0.99617093$	$O_1'C' = 0.81234506$	$O_1'C' = 0.983142$	$O_1'C' = 0.97374102$
$C'H' = 1.64627693$	$C'H' = 1.16977563$	$C'H' = 2.00450843$	$C'H' = 1.80711968$
$H'M' = 1.59843911$	$H'M' = 1.13578407$	$H'M' = 1.94626106$	$H'M' = 1.75460806$
$S'M' = 0.43949578$	$S'M' = 0.2271328$	$C'M' = 0.47971027$	$C'M' = 0.43247205$
$C'M' = 0.39397986$	$C'M' = 0.27994563$	$B'M' = 0.14302968$	$B'M' = 0.33468267$
$S^{\beta}M^{\beta} = 0.44810715$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.42563694$	$S'M' = 0.08207311$	$S'M' = 0.2804772$
$M^{\beta}D^{\beta} = 0.91911907$	$M^{\beta}D^{\beta} = 0.96001586$	$M'12' = 0.87742695$	$M'12' = 0.90164734$
$\lambda = 1.20378001$	$\lambda = 1.12442477$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.08719082$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.36124214$
$i = 1.374434$	$i = 0.56288743$	$\eta = 0.26294588$	$\eta = 0.78996045$
$\kappa = 1.76715865$	$\kappa = 2.57870522$	$\lambda = 1.65217275$	$\lambda = 1.46266008$
$v = 1.74145032$	$v = 1.00925898$	$\mu = 2.71589393$	$\mu = 2.56790469$
$\mu = 3.31224664$	$\mu = 2.58005531$	$v = 1.1450976$	$v = 0.99710837$
		$\kappa = 0.42569873$	$\kappa = 0.57368796$
		$S'D' = 0.35763147$	$S'D' = 0.4700208$
		$11^{\beta}D^{\beta} = 0.78873299$	$11^{\beta}D^{\beta} = 0.72737916$
$h_3 = 1.682842$	$h_3 = 0.924198$	$h_3 = 1.624992$	$h_3 = 1.336951$

KK IV-13Mm	KK IV-13mm	KK IV-13mM	KK IV-13MM
$M'D' = 0.15609112$	$M'D' = 0.51119701$	$M'D' = 0.43970457$	$M'D' = 0.750498$
$D'H' = 1.44234799$	$D'H' = 0.62458706$	$D'H' = 1.50655648$	$D'H' = 1.00411006$
$C'D' = 0.42377419$	$C'D' = 0.58283097$	$C'D' = 0.65073962$	$C'D' = 0.86618666$
$\rho = 1.46844356$	$\rho = 0.60286482$		
$B'D' = 0.64694274$	$B'D' = 1.46470367$	$B'D' = 0.58273425$	$B'D' = 1.08518067$
$O_1'D' = 0.77763986$	$O_1'D' = 0.89170113$	$O_1'D' = 0.61473593$	$O_1'D' = 0.68623578$
$\omega = 0.95191724$	$\omega = 0.25935905$	$\omega = 0.58722188$	$\omega = 0.28110978$
$C'13' = 0.24584095$	$C'13' = 0.56333793$	$C'13' = 0.54172974$	$C'13' = 0.83218723$
$D'13' = 0.34517647$	$D'13' = 0.14947347$	$D'13' = 0.36054257$	$D'13' = 0.24029927$
$13'5' = 0.9385378$	$13'5' = 0.98876574$	$13'5' = 0.93274276$	$13'5' = 0.97069885$
$\beta_1 = 0.26503223$	$\beta_1 = 0.60618765$	$\beta_1 = 0.61970154$	$\beta_1 = 1.03001618$
$\gamma_1 = 1.12367845$	$\gamma_1 = 1.06034218$	$\gamma_1 = 1.13151035$	$\gamma_1 = 1.08223185$
$\varphi_1 = 0.85864622$	$\varphi_1 = 0.45415453$	$\varphi_1 = 0.51180882$	$\sigma_1 = 1.5179091$
$Q^y 14^y = 0.71043427$	$Q^y 14^y = 0.4337742$	$Q^y 14^y = 0.45681551$	$\eta_1 = 1.62368355$
$P^y 14^y = 0.61329956$	$P^y 14^y = 0.88853679$	$P^y 14^y = 0.81322116$	$G^y 15^y = 0.96934162$
$h_4 = 1.069543$	$h_4 = 0.0356661$	$h_4 = 0.811771$	$13'G' = 0.05131364$
$\sigma_1 = 1.12367845$	$\sigma_1 = 1.06034218$	$\sigma_1 = 1.13151035$	$h_5 = 2.306293$
$\varepsilon_1 = 1.98232467$	$\varepsilon_1 = 1.51449671$	$\varepsilon_1 = 1.64331917$	$\varphi_1 = 1.0296804$
$\tau_1 = 1.0089571$	$\tau_1 = 1.04062524$	$\tau_1 = 1.00504115$	$\varepsilon_1 = 0.54078015$
$\delta_1 = 0.71215011$	$\delta_1 = 1.1166418$	$\delta_1 = 1.05898751$	$\tau_1 = 1.57046055$
$\chi_1 = 2.99128177$	$\chi_1 = 2.55512195$	$\chi_1 = 2.64836032$	$Q^y 14^y = 0.99999994$
$\eta_1 = 0.15031088$	$\eta_1 = 0.5864707$	$\eta_1 = 0.49323233$	$C'Q' = 0.00033578$
$Q'G' = 0.14974552$	$Q'G' = 0.55342493$	$Q'G' = 0.47347542$	$C'16' = 0.83218723$
$G^y 15^y = 0.98872457$	$G^y 15^y = 0.83289906$	$G^y 15^y = 0.88080703$	
$h_5 = 2.058267$	$h_5 = 0.86856$	$h_5 = 1.692578$	$h_4 = 1.837231$
$G'13' = 0.86017979$	$G'13' = 0.98719913$	$G'13' = 0.93029093$	$G'Q' = 0.88316509$
$H'1' = 2.15181867$	$H'1' = 2.15181867$	$H'1' = 2.15181867$	$H'1' = 2.15181867$
$G'H' = 0.54025619$	$G'H' = -0.3807614$		
$D'G' = 0.92685277$	$D'G' = 0.99845102$	$D'G' = 0.99771346$	$D'G' = 0.24571697$
$\lambda_1 = 0.38161287$	$\lambda_1 = 0.15027027$	$\lambda_1 = 0.36973553$	$\lambda_1 = 1.36041554$
$\iota_1 = 1.18918346$	$\iota_1 = 1.42052606$	$\iota_1 = 1.20106079$	$\iota_1 = 0.21038079$
$\kappa_1 = 2.75997979$	$\kappa_1 = 2.99132239$	$\kappa_1 = 2.77185712$	$\kappa_1 = 1.78117711$
$\nu_1 = 0.13995189$	$\nu_1 = -0.0913907$	$\nu_1 = 0.12807456$	$\nu_1 = 1.11875457$
$D'16' = 0.91779066$	$D'16' = 0.99428426$	$D'16' = 0.98954185$	$D'16' = 0.10732994$
$H'16' = 0.52455733$	$H'16' = -0.3696972$		$H'16' = 0.89678012$
$G'16' = 0.12929177$	$G'16' = -0.0911222$	$G'16' = 0.12743266$	$G'16' = 0.22103645$
$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$
$G'V' = 0.62929177$	$G'V' = 0.40887782$	$G'V' = 0.62743266$	$G'V' = 0.72103645$
$V'18' = 0.77716914$	$V'18' = 0.91258913$	$V'18' = 0.77867083$	$V'18' = 0.69289714$
$V^\alpha T^\alpha = 0.99160659$	$V^\alpha T^\alpha = 0.99583972$	$V^\alpha T^\alpha = 0.99184722$	$V^\alpha T^\alpha = 0.97526555$
$\mu_1 = 0.8532796$	$\mu_1 = 1.01580839$	$\mu_1 = 0.85492645$	$\mu_1 = 0.76288582$
$\alpha_1 = 1.29179576$	$\alpha_1 = 1.18750614$	$\alpha_1 = 1.29091422$	$\alpha_1 = 1.33620672$
$\rho_1 = 0.38828623$	$\rho_1 = 0.05589927$	$\rho_1 = 0.06819426$	$\nu_1 = 0.11027538$
$\nu_1 = 0.46499337$		$\nu_1 = 0.78673219$	$\omega_1 = 1.46052094$
$\omega_1 = 1.10580296$	$\psi_1 = 1.07170766$		$\rho_1 = 0.69763513$
$\psi_1 = 0.46499337$	$\omega_1 = 0.49908867$		$\psi_1 = 0.63857159$
$20^\alpha O_2^\alpha = 0.77407476$	$20^\alpha O_2^\alpha = 0.76038686$	$20^\alpha O_2^\alpha = 0.61318881$	$V^\alpha 20^\alpha = 0.41300072$
$T'O2' = 0.3883404$	$T'O2' = 0.4145019$	$T'O2' = 0.61155497$	$V'O2' = 0.55636036$
$h_6 = 1.294502$	$h_6 = 1.684584$	$h_6 = 2.238181$	$h_6 = 1.893292$

KK IV-13Mm	KK IV-13mm	KK IV-13mM	KK IV-13MM
$O_2'V' = 0.1437159$	$O_2'V' = 0.57978236$	$O_2'V' = 0.37798688$	$T'V' = 0.10732994$
$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$
$26'16' = 0.99160659$	$26'16' = 0.99583972$	$26'16' = 0.99184722$	$26'16' = 0.97526555$
$\zeta_1 = 1.10580296$	$\zeta_1 = 1.07170766$	$\zeta_1 = 0.78673219$	$T'O_2' = 0.66369029$
$\xi_1 = 0.38828623$	$\xi_1 = -0.0558993$	$\xi_1 = -0.0681943$	$\zeta_1 = 0.69763513$
$\beta_2 = 0.46499337$	$\beta_2 = 0.49908867$	$\beta_2 = 0.78406414$	$\xi_1 = 0.11027538$
$\sigma_2 = 0.8532796$	$\sigma_2 = 1.12760693$	$\gamma_2 = 1.63899059$	$\gamma_2 = 1.46052094$
$Z^\beta N^\beta = 0.77716914$	$Z^\beta N^\beta = 1.00102133$	$\sigma_2 = 0.71853793$	$\delta_2 = 0.76288582$
$\delta_2 = 0.1859928$	$\varphi_2 = 1.11682438$	$Z^\beta N^\beta = 0.66374441$	$Z^\beta N^\beta = 0.69289714$
$\varphi_2 = 1.38480353$	$\eta_2 = 0.61773571$	$\eta_2 = 0.60586892$	$\beta_2 = 0.63857159$
$\eta_2 = 1.29179576$	$\gamma_2 = 0.95306062$	$\delta_2 = 0.96492741$	
$\gamma_2 = 0.9965173$	$\delta_2 = 0.89716135$	$\lambda_2 = 1.03312167$	$\lambda_2 = 1.33620672$
$\lambda_2 = 0.8105245$	$\lambda_2 = 1.29137068$	$\varphi_2 = 1.14354358$	$\varphi_2 = 1.16681435$
$\kappa_2 = 0.76027183$	$\kappa_2 = 0.27942564$	$16'H' = 0.41099379$	$O_2'2' = 0.34041977$
$N^\beta 21^\beta = 0.6833344$	$H^\beta 22^\beta = 0.95721509$	$23^\beta H^\beta = 0.90268766$	$23^\beta H^\beta = 0.79631299$
$h_7 = 1.374933$	$h_7 = 1.825775$	$h_7 = 2.595265$	$h_7 = 2.689605$
$V'2' = 0.71856645$	$V'2' = 0.27465619$	$G'H' = 0.43029639$	$G'H' = 0.92361881$
$O_2'D' = 0.921516$	$O_2'D' = 0.64947042$	$O_2'D' = 0.79120195$	$O_2'D' = 0.83095415$
$O_2'2' = 0.86228235$	$O_2'2' = 0.85443855$	$O_2'2' = 0.78898067$	
$O_2'H' = 0.99676018$	$O_2'H' = 0.98998244$	$O_2'H' = 0.934072$	$O_2'H' = 0.6048848$
$O_2'G' = 0.64549391$	$O_2'G' = 0.70945659$	$O_2'G' = 0.73249288$	$O_2'G' = 0.9107307$
$H'Q' = 0.69000171$	$H'Q' = 0.17266349$	$H'Q' = 0.90377181$	$H'Q' = 1.8067839$
$C'Q' = 0.95627522$	$C'Q' = 0.99711213$	$C'Q' = 1.10073662$	$C'Q' = 0.00033578$
$D'Q' = 0.78985039$	$D'Q' = 0.45880538$	$D'Q' = 0.58195477$	$D'Q' = 0.86586406$
$A = -3.41E-09$	$A = -6.53E-11$	$A = 8.69E-10$	$A = -1.44E-10$
$O'O_1' = 4.06651463$	$O'O_1' = 3.39149661$	$O'O_1' = 3.89276769$	$O'O_1' = 3.5027106$
$O'B' = 4.14811491$	$O'B' = 4.14811491$	$O'B' = 4.14811491$	$O'B' = 4.14811491$
$O'C' = 3.73556766$	$O'C' = 3.25906636$	$O'C' = 4.09379916$	$O'C' = 3.89641041$
$O'D' = 3.50675624$	$O'D' = 2.69986927$	$O'D' = 3.57032045$	$O'D' = 3.07363099$
$O'O_2' = 2.89086209$	$O'O_2' = 2.8830183$	$O'O_2' = 2.81756041$	$O'O_2' = 2.36899951$
$O'G' = 2.62954693$	$O'G' = 1.7085293$	$O'G' = 2.51958712$	$O'G' = 3.01290954$
$O'Q' = 2.77929245$	$O'Q' = 2.26195423$	$O'Q' = 2.99306254$	$O'Q' = 3.89607464$
$O'H' = 2.08929073$	$O'H' = 2.08929073$	$O'H' = 2.08929073$	$O'H' = 2.08929073$

Прилог. 4 – Нумерички параметри КК IV–14

KK IV-14Mm	KK IV-14mm	KK IV-14mM	KK IV-14MM
$n = 14$	$n = 14$	$n = 14$	$n = 14$
$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$
$h_1 = 0.855496$	$h_1 = 0.732597$	$h_1 = 0.742601$	$h_1 = 0.569353$
$\alpha = 0.22439948$	$\alpha = 0.22439948$	$\alpha = 0.22439948$	$\alpha = 0.22439948$
$B'H' = 2.2469796$	$B'H' = 2.2469796$	$B'H' = 2.2469796$	$B'H' = 2.2469796$
$r = 2.19064313$	$r = 2.19064313$	$r = 2.19064313$	$r = 2.19064313$
$3'H' = 2.19064313$	$3'H' = 2.19064313$	$3'H' = 2.19064313$	$3'H' = 2.19064313$
$q = 1.34639685$	$q = 1.34639685$	$q = 1.34639685$	$q = 1.34639685$
$\beta = 0.13463318$	$\beta = 0.46184636$	$\beta = 0.44558247$	$\beta = 0.65256204$
$B'S' = 0.22439948$	$B'S' = 0.22439948$	$B'S' = 0.22439948$	$B'S' = 0.22439948$
$\varphi = 0.51780894$	$\varphi = 0.68066296$	$\varphi = 0.66973408$	$\varphi = 0.82209319$
$O_1'B' = 0.51285843$	$O_1'B' = 0.51285843$	$O_1'B' = 0.51285843$	$O_1'B' = 0.51285843$
$B'I' = 0.11412174$	$B'I' = 0.11412174$	$B'I' = 0.11412174$	$B'I' = 0.11412174$
$I'3' = 0.26302793$	$I'3' = 0.74575187$	$I'3' = 0.72791235$	$I'3' = 0.91700085$
$\sigma = 1.08336893$	$\sigma = 0.60064498$	$\sigma = 0.6184845$	$\sigma = 0.429396$
$\varepsilon = 0.24251812$	$\varepsilon = 0.56152738$	$\varepsilon = 0.54567125$	$\varepsilon = 0.74746141$
$B'4' = 0.8660254$	$B'4' = 0.8660254$	$B'4' = 0.8660254$	$B'4' = 0.8660254$
$B^yC^y = 0.88920692$	$B^yC^y = 0.92304438$	$B^yC^y = 0.92152774$	$B^yC^y = 0.9396702$
$B^yR^y = 4.30298955$	$B^yR^y = 3.97577638$	$B^yR^y = 3.99204027$	$B^yR^y = 3.7850607$
$O_1'O' = 4.19510462$	$O_1'O' = 3.87609536$	$O_1'O' = 3.89195148$	$O_1'O' = 3.69016133$
$R'O' = 0.45750525$	$R'O' = 0.38469347$	$R'O' = 0.38831253$	$R'O' = 0.34225524$
$O_1'4' = 0.95750525$	$O_1'4' = 0.88469347$	$O_1'4' = 0.88831253$	$O_1'4' = 0.84225524$
$O_1'R' = 0.28841583$	$O_1'R' = 0.46617321$	$O_1'R' = 0.45923943$	$O_1'R' = 0.53907894$
$R'6' = 0.32908376$	$R'6' = 0.52344001$	$R'6' = 0.51600438$	$R'6' = 0.60101653$
$\tau = 1.29456135$	$\tau = 0.91682546$	$\tau = 0.93708738$	$\tau = 0.65095697$
$\delta + \tau = 0.2502713$	$\delta + \tau = 0.23834811$	$\delta = 0.63370895$	$\delta = 0.91983935$
$R'C' = 0.712151$	$R'C' = 0.331963$	$\psi = 0.93708738$	$\psi = 0.65095697$
$h_2 = 0.70202664$	$h_2 = 1.01212705$	$o = 1.19566962$	$o = 1.13953764$
$B'C' = 0.77813534$	$B'C' = 0.56249003$	$\phi = 0.25858224$	$\phi = 0.48858067$
$\chi = 0.15609412$	$\chi = 0.91623816$	$i = 0.1174322$	$i = 0.25302915$
$\eta = 0.98967269$	$\eta = 1.39076765$	$8^yC^y = 0.860033$	$8^yC^y = 0.822382$
$O_1'C' = 1.69785372$	$O_1'C' = 1.3558982$	$h_2 = 0.10169994$	$h_2 = 0.27145473$
$C'H' = 1.65528498$	$C'H' = 0.42923504$	$3'C' = 0.51023806$	$3'C' = 0.56893556$
$H'M' = 0.45706144$	$H'M' = 0.30947492$	$B'C' = 0.20066252$	$B'C' = 0.49738313$
$S'M' = 0.37780799$	$S'M' = 0.58715446$	$\chi = 1.37013381$	$\chi = 1.0734132$
$C'M' = 0.47901266$	$C'M' = 0.95090761$	$O_1'C' = 0.9930809$	$O_1'C' = 0.96745866$
$S^yM^y = 0.92588397$	$S^yM^y = 1.10755876$	$C'H' = 2.0889432$	$C'H' = 1.9191884$
$M^yD^y = 1.18143079$	$M^yD^y = 0.81984899$	$H'M' = 2.03656903$	$H'M' = 1.87107034$
$\lambda = 1.26688744$	$\lambda = 2.32174366$	$H'M' = 0.46483359$	$H'M' = 0.4270596$
$\iota = 1.87470522$	$\iota = 1.28308656$	$C'M' = 0.21041057$	$C'M' = 0.37590926$
$\kappa = 1.65625297$	$\kappa = 2.85388289$	$B'M' = 0.2351719$	$B'M' = 0.27665277$
$\mu = 3.2270493$		$S'M' = 0.88539806$	$S'M' = 0.90422348$
		$M'12' = 0.26286145$	$M'12' = 0.374914$
		$S^yM^y = 0.54044115$	$S^yM^y = 0.85339047$
		$\eta = 1.49347963$	$\eta = 1.45823392$
		$\lambda = 2.75578489$	$\lambda = 2.513327$
		$\mu = 1.18498857$	$\mu = 0.94253068$
		$\nu = 0.38580776$	$\nu = 0.62826565$
		$\kappa = 0.32589198$	$\kappa = 0.50899991$
		$S'D' = 0.80236801$	$S'D' = 0.70065619$
		$I1^yD^y = 1.544969$	$I1^yD^y = 1.270009$
$h_3 = 1.634656$	$h_3 = 1.243784$	$h_3 = 1.544969$	$h_3 = 1.270009$

KK IV-14Mm	KK IV-14mm	KK IV-14mM	KK IV-14MM
$M'D' = 0.07902667$	$M'D' = 0.26982657$	$M'D' = 0.56106387$	$M'D' = 0.78565268$
$D'H' = 1.57625831$	$D'H' = 1.08607163$	$D'H' = 1.47550516$	$D'H' = 1.08541766$
$C'D' = 0.38598458$	$C'D' = 0.41058629$	$C'D' = 0.72860342$	$C'D' = 0.89422035$
$\rho = 1.3077684$	$\rho = 0.82504446$		
$B'D' = 0.6707213$	$B'D' = 1.16090797$	$B'D' = 0.77147445$	$B'D' = 1.16156195$
$O_1'D' = 0.73306921$	$O_1'D' = 0.8594691$	$O_1'D' = 0.59682961$	$O_1'D' = 0.71349906$
$\omega = 1.14019828$	$\omega = 0.62933377$	$\omega = 0.46747128$	$\omega = 0.273496$
$C'13' = 0.1611155$	$C'13' = 0.3319261$	$C'13' = 0.65043204$	$C'13' = 0.86098443$
$D'13' = 0.35075047$	$D'13' = 0.24167367$	$D'13' = 0.32833079$	$D'13' = 0.24152815$
$13'5' = 0.93646896$	$13'5' = 0.97035758$	$13'5' = 0.94456281$	$13'5' = 0.97039381$
$\beta_1 = 0.172906$	$\beta_1 = 0.34911439$	$\beta_1 = 0.75956551$	$\beta_1 = 1.09135463$
$\gamma_1 = 1.12646112$	$\gamma_1 = 1.08265458$	$\gamma_1 = 1.11565769$	$\gamma_1 = 1.08260968$
$\varphi_1 = 0.95355511$	$\varphi_1 = 0.73354019$	$\varphi_1 = 0.35609218$	$\sigma_1 = 1.45581499$
$Q^y 14^y = 0.76367012$	$Q^y 14^y = 0.64965781$	$Q^y 14^y = 0.32928804$	$\eta_1 = 1.68577767$
$P^y 14^y = 0.54201665$	$P^y 14^y = 0.72079024$	$P^y 14^y = 0.88530689$	$G^y 15^y = 0.96398623$
$h_4 = 1.092639$	$h_4 = 0.522994$	$h_4 = 0.659662$	$13'G' = 0.11133149$
$\sigma_1 = 1.12646112$	$\sigma_1 = 1.08265458$	$\sigma_1 = 1.11565769$	$h_5 = 2.233995$
$\varepsilon_1 = 2.08001623$	$\varepsilon_1 = 1.81619477$	$\varepsilon_1 = 1.47174987$	$\varphi_1 = 1.02949149$
$\tau_1 = 1.00756577$	$\tau_1 = 1.02946904$	$\tau_1 = 1.01296748$	$\varepsilon_1 = 0.4794417$
$\delta_1 = 0.61724121$	$\delta_1 = 0.83725614$	$\delta_1 = 1.21470415$	$\tau_1 = 1.50893318$
$\chi_1 = 3.087582$	$\chi_1 = 2.84566381$	$\chi_1 = 2.48471735$	$Q^y 14^y = 0.99808709$
$\eta_1 = 0.05401065$	$\eta_1 = 0.29592885$	$\eta_1 = 0.6568753$	$C'Q' = 0.06182369$
$Q'G' = 0.0539844$	$Q'G' = 0.29162845$	$Q'G' = 0.61064538$	$C'16' = 0.86098443$
$G^y 15^y = 0.99854178$	$G^y 15^y = 0.95653168$	$G^y 15^y = 0.79190418$	
$h_5 = 2.091181$	$h_5 = 1.479526$	$h_5 = 1.451566$	$h_4 = 1.820469$
$G'13' = 0.81765452$	$G'13' = 0.94128625$	$G'13' = 0.93993342$	$G'Q' = 0.91049223$
$H'1' = 2.30476487$	$H'1' = 2.30476487$	$H'1' = 2.30476487$	$H'1' = 2.30476487$
$G'H' = 0.7190837$	$G'H' = 0.1175553$		
$D'G' = 0.88971052$	$D'G' = 0.97181581$	$D'G' = 0.99562841$	$D'G' = 0.26595215$
$\lambda_1 = 0.40522971$	$\lambda_1 = 0.25131988$	$\lambda_1 = 0.33606249$	$\lambda_1 = 1.13887689$
$\iota_1 = 1.16556661$	$\iota_1 = 1.31947645$	$\iota_1 = 1.23473383$	$\iota_1 = 0.43191943$
$\kappa_1 = 2.73636294$	$\kappa_1 = 2.89027277$	$\kappa_1 = 2.80553016$	$\kappa_1 = 2.00271576$
$\nu_1 = 0.18083024$	$\nu_1 = 0.0269204$	$\nu_1 = 0.11166302$	$\nu_1 = 0.91447742$
$D'16' = 0.87520354$	$D'16' = 0.97146369$	$D'16' = 0.9894278$	$D'16' = 0.16228525$
$H'16' = 0.70105477$	$H'16' = 0.11460794$		$H'16' = 0.92313241$
$G'16' = 0.16001118$	$G'16' = 0.02615851$	$G'16' = 0.11094398$	$G'16' = 0.21069895$
$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$
$G'V' = 0.66001118$	$G'V' = 0.52615851$	$G'V' = 0.61094398$	$G'V' = 0.71069895$
$V'18' = 0.75125578$	$V'18' = 0.85038651$	$V'18' = 0.79167383$	$V'18' = 0.70349627$
$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.9871152$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.99965781$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.99382666$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.977551$
$\mu_1 = 0.82511189$	$\mu_1 = 0.93644434$	$\mu_1 = 0.86926519$	$\mu_1 = 0.7741014$
$\alpha_1 = 1.30644205$	$\alpha_1 = 1.24326801$	$\alpha_1 = 1.28311461$	$\alpha_1 = 1.33108149$
$\rho_1 = 0.48079494$	$\rho_1 = 0.23806447$	$\rho_1 = 0.0941218$	$\nu_1 = 0.16678422$
$\nu_1 = 0.34431694$		$\nu_1 = 0.77514339$	$\omega_1 = 1.40401211$
$\omega_1 = 1.22647938$	$\psi_1 = 1.17450881$		$\rho_1 = 0.62991071$
$\psi_1 = 0.34431694$	$\omega_1 = 0.39628752$		$\psi_1 = 0.70117078$
$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.81519512$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.79890874$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.60606061$	$V^{\alpha}20^{\alpha} = 0.45383439$
$T'O2' = 0.29233016$	$T'O2' = 0.33428255$	$T'O2' = 0.61861987$	$V'O2' = 0.53753265$
$h_6 = 1.342326$	$h_6 = 2.042693$	$h_6 = 2.15103$	$h_6 = 1.780161$

KK IV-14Mm	KK IV-14mm	KK IV-14mM	KK IV-14MM
$O_2'V' = 0.06000842$	$O_2'V' = 0.63718114$	$O_2'V' = 0.37080793$	$T'V' = 0.16228525$
$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$
$26'16' = 0.9871152$	$26'16' = 0.99965781$	$26'16' = 0.99382666$	$26'16' = 0.977551$
$\zeta_1 = 1.22647938$	$\zeta_1 = 1.17450881$	$\zeta_1 = 0.77514339$	$T'O_2' = 0.6998179$
$\xi_1 = 0.48079494$	$\xi_1 = 0.23806447$	$\xi_1 = 0.0941218$	$\zeta_1 = 0.62991071$
$\beta_2 = 0.34431694$	$\beta_2 = 0.39628752$	$\beta_2 = 0.79565294$	$\xi_1 = 0.16678422$
$\sigma_2 = 0.82511189$	$\sigma_2 = 0.93644434$	$\gamma_2 = 1.47667452$	$\gamma_2 = 1.40401211$
$Z^\beta N^\beta = 0.75125578$	$Z^\beta N^\beta = 0.85038651$	$\sigma_2 = 0.86926519$	$\delta_2 = 0.7741014$
$\delta_2 = 0.07996267$	$\varphi_2 = 1.24326801$	$Z^\beta N^\beta = 0.79167383$	$Z^\beta N^\beta = 0.70349627$
$\varphi_2 = 1.49083366$	$\eta_2 = 0.84698049$	$\eta_2 = 0.48746167$	$\beta_2 = 0.70117078$
$\eta_2 = 1.30644205$	$\gamma_2 = 0.72381584$	$\delta_2 = 1.08333465$	
$\gamma_2 = 1.01003871$	$\delta_2 = 0.96188031$	$\lambda_2 = 0.98921285$	$\lambda_2 = 1.33108149$
$\lambda_2 = 0.93007605$	$\lambda_2 = 1.45589651$	$\varphi_2 = 1.06904515$	$\varphi_2 = 1.10934038$
$\kappa_2 = 0.64072028$	$\kappa_2 = 0.11489982$	$16'H' = 0.47799246$	$O_2'2' = 0.38559975$
$N^\beta 21^\beta = 0.59007084$	$H^\beta 22^\beta = 0.99306634$	$23^\beta H^\beta = 0.87132924$	$23^\beta H^\beta = 0.77544363$
$h_7 = 1.50111$	$h_7 = 2.472592$	$h_7 = 2.322896$	$h_7 = 2.555605$
$V'2' = 0.7913361$	$V'2' = 0.11460794$	$G'H' = 0.49069885$	$G'H' = 0.94687248$
$O_2'D' = 0.95631746$	$O_2'D' = 0.60145226$	$O_2'D' = 0.78569043$	$O_2'D' = 0.86008435$
$O_2'2' = 0.85134452$	$O_2'2' = 0.75178908$	$O_2'2' = 0.84880039$	
$O_2'H' = 0.98731327$	$O_2'H' = 0.90287697$	$O_2'H' = 0.98512035$	$O_2'H' = 0.6314168$
$O_2'G' = 0.66273355$	$O_2'G' = 0.8263429$	$O_2'G' = 0.71466851$	$O_2'G' = 0.89108605$
$H'Q' = 0.7730681$	$H'Q' = 0.40918374$	$H'Q' = 1.10134423$	$H'Q' = 1.85736471$
$C'Q' = 0.92478562$	$C'Q' = 0.98158391$	$C'Q' = 0.98759897$	$C'Q' = 0.06182369$
$D'Q' = 0.84036775$	$D'Q' = 0.69315325$	$D'Q' = 0.46500722$	$D'Q' = 0.83486151$
$A = -2.06E-09$	$A = -8.5E-11$	$A = -5.61E-11$	$A = 1.21E-11$
$O'O_1' = 4.30298955$	$O'O_1' = 3.97577638$	$O'O_1' = 3.99204027$	$O'O_1' = 3.7850607$
$O'B' = 4.46570214$	$O'B' = 4.46570214$	$O'B' = 4.46570214$	$O'B' = 4.46570214$
$O'C' = 3.94483332$	$O'C' = 3.63774725$	$O'C' = 4.3359228$	$O'C' = 4.166168$
$O'D' = 3.79994032$	$O'D' = 3.31464322$	$O'D' = 3.70008693$	$O'D' = 3.31399673$
$O'O_2' = 3.04198766$	$O'O_2' = 2.94243221$	$O'O_2' = 3.03944353$	$O'O_2' = 2.57624289$
$O'G' = 2.9660633$	$O'G' = 2.3645349$	$O'G' = 2.73767846$	$O'G' = 3.19385208$
$O'Q' = 3.0200477$	$O'Q' = 2.65616335$	$O'Q' = 3.34832383$	$O'Q' = 4.10434431$
$O'H' = 2.2469796$	$O'H' = 2.2469796$	$O'H' = 2.2469796$	$O'H' = 2.2469796$

Прилог. 5 – Нумерички параметри КК IV–15

KK IV-15Mm	KK IV-15mm	KK IV-15mM	KK IV-15MM
$n = 15$	$n = 15$	$n = 15$	$n = 15$
$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$
$h_1 = 0.831547$	$h_1 = 0.700008$	$h_1 = 0.719924$	$h_1 = 0.524497$
$\alpha = 0.20943951$	$\alpha = 0.20943951$	$\alpha = 0.20943951$	$\alpha = 0.20943951$
$B'H' = 2.40486717$	$B'H' = 2.40486717$	$B'H' = 2.40486717$	$B'H' = 2.40486717$
r	r	r	r
$3'H' = 2.35231505$	$3'H' = 2.35231505$	$3'H' = 2.35231505$	$3'H' = 2.35231505$
q	q	q	q
$\beta = 1.36135682$	$\beta = 1.36135682$	$\beta = 1.36135682$	$\beta = 1.36135682$
$B'S' = 0.24192778$	$B'S' = 0.50989086$	$B'S' = 0.48136218$	$B'S' = 0.68913168$
$\varphi = 0.20943951$	$\varphi = 0.20943951$	$\varphi = 0.20943951$	$\varphi = 0.20943951$
$O_1'B' = 0.55545391$	$O_1'B' = 0.71413492$	$O_1'B' = 0.69405299$	$O_1'B' = 0.85141204$
$B'I' = 0.5111703$	$B'I' = 0.5111703$	$B'I' = 0.5111703$	$B'I' = 0.5111703$
$l'3' = 0.10627828$	$l'3' = 0.10627828$	$l'3' = 0.10627828$	$l'3' = 0.10627828$
$\sigma = 0.45064884$	$\sigma = 0.79519184$	$\sigma = 0.76640866$	$\sigma = 0.94312723$
$\varepsilon = 0.91070797$	$\varepsilon = 0.56616498$	$\varepsilon = 0.59494816$	$\varepsilon = 0.41822958$
$B'4' = 0.34059692$	$B'4' = 0.60270437$	$B'4' = 0.57479911$	$B'4' = 0.77802834$
$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yC^y = 0.8660254$
$B^yR^y = 0.89859736$	$B^yR^y = 0.92372283$	$B^yR^y = 0.92124072$	$B^yR^y = 0.93830999$
$O_1'O' = 4.51525445$	$O_1'O' = 4.24729137$	$O_1'O' = 4.27582005$	$O_1'O' = 4.06805055$
$R'O' = 4.4165853$	$R'O' = 4.15447786$	$R'O' = 4.18238312$	$R'O' = 3.97915388$
$O_1'4 = 0.43877419$	$O_1'4 = 0.38306153$	$O_1'4 = 0.38899298$	$O_1'4 = 0.34579527$
$O_1'R' = 0.93877419$	$O_1'R' = 0.88306153$	$O_1'R' = 0.88899298$	$O_1'R' = 0.84579527$
$R'6' = 0.34453306$	$R'6' = 0.46925722$	$R'6' = 0.45792083$	$R'6' = 0.5335076$
$\tau = 0.39129809$	$\tau = 0.52674374$	$\tau = 0.5145891$	$\tau = 0.5951231$
$\delta + \tau = 1.18204658$	$\delta + \tau = 0.85995288$	$\delta = 0.89702171$	$\delta = 0.59315631$
		$\psi = 0.67377462$	$\psi = 0.97764002$
		$o = 0.89702171$	$o = 0.59315631$
		$\phi = 1.19662678$	$\phi = 1.14333462$
		$i = 0.29960507$	$i = 0.55017831$
		$8^yC^y = 0.13515208$	$8^yC^y = 0.27893871$
$R'C' = 0.26849037$	$R'C' = 0.21568754$	$h_2 = 0.855076$	$h_2 = 0.803436$
$h_2 = 0.61564$	$h_2 = 0.283257$	$3'C' = 0.13727722$	$3'C' = 0.32324976$
$B'C' = 0.78802749$	$B'C' = 0.95904396$	$B'C' = 0.51850268$	$B'C' = 0.59539097$
$\chi = 0.88344053$	$\chi = 1.02236115$	$\chi = 0.26795192$	$\chi = 0.57391049$
$\eta = 0.2831214$	$\eta = 0.62953783$	$\gamma = 1.3028444$	$\gamma = 0.99688584$
$O_1'C' = 0.97641387$	$O_1'C' = 0.90902078$	$O_1'C' = 0.99082487$	$O_1'C' = 0.96030891$
$C'H' = 1.74322776$	$C'H' = 1.53392315$	$C'H' = 2.21503784$	$C'H' = 2.0290653$
$H'M' = 1.70513405$	$H'M' = 1.50040325$	$H'M' = 2.16663395$	$H'M' = 1.98472535$
$S'M' = 0.45780534$	$S'M' = 0.39457306$	$C'M' = 0.46053226$	$C'M' = 0.4218664$
$C'M' = 0.36243743$	$C'M' = 0.31892056$	$B'M' = 0.23823322$	$B'M' = 0.42014182$
$S^{\beta}M^{\beta} = 0.50616369$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.57390689$	$S'M' = 0.24312895$	$S'M' = 0.26898986$
$M^{\beta}D^{\beta} = 0.93200811$	$M^{\beta}D^{\beta} = 0.94778145$	$M'12' = 0.88764297$	$M'12' = 0.90665801$
$\lambda = 1.16223589$	$\lambda = 1.1162281$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.27816861$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.38750787$
$i = 1.13011453$	$i = 0.75806973$	$\eta = 0.58936007$	$\eta = 0.92022964$
$\kappa = 2.01147813$	$\kappa = 2.38352292$	$\lambda = 1.48878754$	$\lambda = 1.45412006$
$v = 1.53867496$	$v = 1.21263796$	$\mu = 2.71625016$	$\mu = 2.45471554$
$\mu = 3.10947129$	$\mu = 2.78343429$	$v = 1.14545383$	$v = 0.88391922$
		$\kappa = 0.42534249$	$\kappa = 0.68687711$
		$S'D' = 0.35735047$	$S'D' = 0.54916885$
		$11^{\beta}D^{\beta} = 0.78886034$	$11^{\beta}D^{\beta} = 0.6696369$
$h_3 = 1.547167$	$h_3 = 1.170896$	$h_3 = 1.508784$	$h_3 = 1.194134$

KK IV-15Mm	KK IV-15mm	KK IV-15mM	KK IV-15MM
$M'D' = 0.02993223$	$M'D' = 0.33224484$	$M'D' = 0.60047943$	$M'D' = 0.81815871$
$D'H' = 1.67520183$	$D'H' = 1.16815841$	$D'H' = 1.56615452$	$D'H' = 1.16656665$
$C'D' = 0.36367132$	$C'D' = 0.46053985$	$C'D' = 0.75674666$	$C'D' = 0.92051883$
$\rho = 1.12014748$	$\rho = 0.77560449$		
$B'D' = 0.72966534$	$B'D' = 1.23670877$	$B'D' = 0.83871265$	$B'D' = 1.23830053$
$O_1'D' = 0.69848975$	$O_1'D' = 0.88219287$	$O_1'D' = 0.6145725$	$O_1'D' = 0.74268865$
$\omega = 1.2789579$	$\omega = 0.55549929$	$\omega = 0.44481594$	$\omega = 0.26663302$
$C'13' = 0.10463311$	$C'13' = 0.39129181$	$C'13' = 0.68310755$	$C'13' = 0.88799093$
$D'13' = 0.34829404$	$D'13' = 0.24287379$	$D'13' = 0.32562183$	$D'13' = 0.24254284$
$13'5' = 0.93738533$	$13'5' = 0.9700579$	$13'5' = 0.94550009$	$13'5' = 0.9701407$
$\beta_1 = 0.11185541$	$\beta_1 = 0.41519628$	$\beta_1 = 0.80738664$	$\beta_1 = 1.15630627$
$\gamma_1 = 1.12522675$	$\gamma_1 = 1.08302609$	$\gamma_1 = 1.11442091$	$\gamma_1 = 1.08292342$
$\varphi_1 = 1.01337134$	$\varphi_1 = 0.66782981$	$\varphi_1 = 0.30703427$	$\sigma_1 = 1.39023588$
$Q^y 14^y = 0.79548404$	$Q^y 14^y = 0.60074083$	$Q^y 14^y = 0.28576127$	$\eta_1 = 1.75135677$
$P^y 14^y = 0.49587942$	$P^y 14^y = 0.76165791$	$P^y 14^y = 0.90128293$	$G^y 15^y = 0.95436931$
$h_4 = 1.051288$	$h_4 = 0.409238$	$h_4 = 0.607501$	$13'G' = 0.17421877$
$\sigma_1 = 1.12522675$	$\sigma_1 = 1.08302609$	$\sigma_1 = 1.11442091$	$h_5 = 2.148504$
$\varepsilon_1 = 2.13859808$	$\varepsilon_1 = 1.75085589$	$\varepsilon_1 = 1.42145518$	$\varphi_1 = 1.02933462$
$\tau_1 = 1.00818295$	$\tau_1 = 1.02928328$	$\tau_1 = 1.01358587$	$\varepsilon_1 = 0.41449006$
$\delta_1 = 0.55742499$	$\delta_1 = 0.90296652$	$\delta_1 = 1.26376206$	$\tau_1 = 1.44382468$
$\chi_1 = 3.14678104$	$\chi_1 = 2.78013918$	$\chi_1 = 2.43504105$	$Q^y 14^y = 0.99194992$
$\eta_1 = -0.0051884$	$\eta_1 = 0.36145348$	$\eta_1 = 0.7065516$	$C'Q' = 0.12663075$
$Q'G' = -0.0051884$	$Q'G' = 0.35363417$	$Q'G' = 0.64921477$	$C'16' = 0.88799093$
$G^y 15^y = 0.99998654$	$G^y 15^y = 0.93538381$	$G^y 15^y = 0.76060515$	
$h_5 = 2.051275$	$h_5 = 1.344622$	$h_5 = 1.368106$	$h_4 = 1.795386$
$G'13' = 0.79029568$	$G'13' = 0.954375$	$G'13' = 0.93497603$	$G'Q' = 0.93557895$
$H'1' = 2.45859334$	$H'1' = 2.45859334$	$H'1' = 2.45859334$	$H'1' = 2.45859334$
$G'H' = 0.84829897$	$G'H' = 0.18825635$		
$D'G' = 0.86364113$	$D'G' = 0.98479405$	$D'G' = 0.99005543$	$D'G' = 0.29862889$
$\lambda_1 = 0.41510456$	$\lambda_1 = 0.24919504$	$\lambda_1 = 0.33513062$	$\lambda_1 = 0.9478931$
$\iota_1 = 1.15569177$	$\iota_1 = 1.32160129$	$\iota_1 = 1.2356657$	$\iota_1 = 0.62290323$
$\kappa_1 = 2.72648809$	$\kappa_1 = 2.89239762$	$\kappa_1 = 2.80646203$	$\kappa_1 = 2.19369956$
$\nu_1 = 0.20566505$	$\nu_1 = 0.03975553$	$\nu_1 = 0.12569111$	$\nu_1 = 0.73845359$
$D'16' = 0.84544023$	$D'16' = 0.98401591$	$D'16' = 0.98224515$	$D'16' = 0.22083917$
$H'16' = 0.8297616$	$H'16' = 0.18414249$		$H'16' = 0.94572748$
$G'16' = 0.17637127$	$G'16' = 0.0391407$	$G'16' = 0.12411377$	$G'16' = 0.20102058$
$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$
$G'V' = 0.67637127$	$G'V' = 0.5391407$	$G'V' = 0.62411377$	$G'V' = 0.70102058$
$V'18' = 0.73656086$	$V'18' = 0.84221572$	$V'18' = 0.78133348$	$V'18' = 0.71314104$
$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.98432371$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.99923371$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.99226799$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.97958702$
$\mu_1 = 0.80931442$	$\mu_1 = 0.92678481$	$\mu_1 = 0.85785093$	$\mu_1 = 0.7843337$
$\alpha_1 = 1.3143186$	$\alpha_1 = 1.24936459$	$\alpha_1 = 1.28934165$	$\alpha_1 = 1.32631812$
$\rho_1 = 0.53766927$	$\rho_1 = 0.17474713$	$\rho_1 = 0.14225327$	$\nu_1 = 0.22739576$
$\nu_1 = 0.27164516$		$\nu_1 = 0.71559766$	$\omega_1 = 1.34340057$
$\omega_1 = 1.29915117$	$\psi_1 = 1.10153194$		$\rho_1 = 0.55906687$
$\psi_1 = 0.27164516$	$\omega_1 = 0.46926438$		$\psi_1 = 0.76725125$
$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.83426893$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.77240909$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.56817206$	$V^{\alpha}20^{\alpha} = 0.49503345$
$T'O2' = 0.23236902$	$T'O2' = 0.39164294$	$T'O2' = 0.65359047$	$V'O2' = 0.51333422$
$h_6 = 1.314798$	$h_6 = 1.943305$	$h_6 = 2.076956$	$h_6 = 1.65347$

KK IV-15Mm	KK IV-15mm	KK IV-15mM	KK IV-15MM
$O_2'V' = 0.0111713$	$O_2'V' = 0.59237298$	$O_2'V' = 0.32865468$	$T'V' = 0.22083917$
$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$
$26'16' = 0.98432371$	$26'16' = 0.99923371$	$26'16' = 0.99226799$	$26'16' = 0.97958702$
$\zeta_1 = 1.29915117$	$\zeta_1 = 1.10153194$	$\zeta_1 = 0.71559766$	$T'O_2' = 0.73417339$
$\xi_1 = 0.53766927$	$\xi_1 = 0.17474713$	$\xi_1 = 0.14225327$	$\zeta_1 = 0.55906687$
$\beta_2 = 0.27164516$	$\beta_2 = 0.46926438$	$\beta_2 = 0.85519867$	$\xi_1 = 0.22739576$
$\sigma_2 = 0.80931442$	$\sigma_2 = 0.92678481$	$\gamma_2 = 1.42854306$	$\gamma_2 = 1.34340057$
$Z^\beta N^\beta = 0.73656086$	$Z^\beta N^\beta = 0.84221572$	$\sigma_2 = 0.85785093$	$\delta_2 = 0.7843337$
$\delta_2 = 0.01516743$	$\varphi_2 = 1.24936459$	$Z^\beta N^\beta = 0.78133348$	$Z^\beta N^\beta = 0.71314104$
$\varphi_2 = 1.5556289$	$\eta_2 = 0.78010021$	$\eta_2 = 0.43414298$	$\beta_2 = 0.76725125$
$\eta_2 = 1.3143186$	$\gamma_2 = 0.79069612$	$\delta_2 = 1.13665335$	
$\gamma_2 = 1.01795963$	$\delta_2 = 0.96544325$	$\lambda_2 = 0.99440008$	$\lambda_2 = 1.32631812$
$\lambda_2 = 1.00279221$	$\lambda_2 = 1.38545329$	$\varphi_2 = 1.01053923$	$\varphi_2 = 1.04802328$
$\kappa_2 = 0.56800412$	$\kappa_2 = 0.18534304$	$16'H' = 0.52729519$	$O_2'2' = 0.43239326$
$N^\beta 21^\beta = 0.52951757$	$H^\beta 22^\beta = 0.98211993$	$23^\beta H^\beta = 0.84056859$	$23^\beta H^\beta = 0.7503573$
$h_7 = 1.521757$	$h_7 = 2.326742$	$h_7 = 2.208675$	$h_7 = 2.403827$
$V'2' = 0.8297616$	$V'2' = 0.18414249$	$G'H' = 0.54170513$	$G'H' = 0.96685559$
$O_2'D' = 0.9726277$	$O_2'D' = 0.63512533$	$O_2'D' = 0.7568484$	$O_2'D' = 0.88826267$
$O_2'2' = 0.84093291$	$O_2'2' = 0.77651547$	$O_2'2' = 0.85594987$	
$O_2'H' = 0.97834971$	$O_2'H' = 0.92356715$	$O_2'H' = 0.99128713$	$O_2'H' = 0.66103247$
$O_2'G' = 0.67646352$	$O_2'G' = 0.80098591$	$O_2'G' = 0.70535941$	$O_2'G' = 0.86887391$
$H'Q' = 0.84311061$	$H'Q' = 0.54189051$	$H'Q' = 1.19091989$	$H'Q' = 1.90243454$
$C'Q' = 0.90011716$	$C'Q' = 0.99203264$	$C'Q' = 1.02411795$	$C'Q' = 0.12663075$
$D'Q' = 0.86839139$	$D'Q' = 0.64797934$	$D'Q' = 0.43323098$	$D'Q' = 0.79905967$
$A = -1.5E-09$	$A = 2.44E-11$	$A = 3.48E-11$	$A = 2.87E-12$
$O'O_1' = 4.51525445$	$O'O_1' = 4.24729137$	$O'O_1' = 4.27582005$	$O'O_1' = 4.06805055$
$O'B' = 4.78338612$	$O'B' = 4.78338612$	$O'B' = 4.78338612$	$O'B' = 4.78338612$
$O'C' = 4.14809494$	$O'C' = 3.93879032$	$O'C' = 4.61990501$	$O'C' = 4.43393247$
$O'D' = 4.0584347$	$O'D' = 3.55580278$	$O'D' = 3.95024098$	$O'D' = 3.55422684$
$O'O_2' = 3.19324796$	$O'O_2' = 3.12883052$	$O'O_2' = 3.20826492$	$O'O_2' = 2.78470831$
$O'G' = 3.25316614$	$O'G' = 2.59312352$	$O'G' = 2.9465723$	$O'G' = 3.37172276$
$O'Q' = 3.24797778$	$O'Q' = 2.94675768$	$O'Q' = 3.59578707$	$O'Q' = 4.30730172$
$O'H' = 2.40486717$	$O'H' = 2.40486717$	$O'H' = 2.40486717$	$O'H' = 2.40486717$

Прилог. 6 – Нумерички параметри КК IV–16

KK IV-16Mm	KK IV-16mm	KK IV-16mM	KK IV-16MM
$n = 16$	$n = 16$	$n = 16$	$n = 16$
$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$
$h_1 = 0.797515$	$h_1 = 0.661795$	$h_1 = 0.694847$	$h_1 = 0.474054$
$\alpha = 0.19634954$	$\alpha = 0.19634954$	$\alpha = 0.19634954$	$\alpha = 0.19634954$
$B'H' = 2.56291545$	$B'H' = 2.56291545$	$B'H' = 2.56291545$	$B'H' = 2.56291545$
$r = 2.51366975$	$r = 2.51366975$	$r = 2.51366975$	$r = 2.51366975$
$3'H' = 2.51366975$	$3'H' = 2.51366975$	$3'H' = 2.51366975$	$3'H' = 2.51366975$
$q = 1.37444679$	$q = 1.37444679$	$q = 1.37444679$	$q = 1.37444679$
$\beta = 0.33759483$	$\beta = 0.55859418$	$\beta = 0.51690196$	$\beta = 0.72475675$
$B'S' = 0.19634954$	$B'S' = 0.19634954$	$B'S' = 0.19634954$	$B'S' = 0.19634954$
$\varphi = 0.60329948$	$\varphi = 0.74968491$	$\varphi = 0.71915759$	$\varphi = 0.88049551$
$O_1'B' = 0.50979558$	$O_1'B' = 0.50979558$	$O_1'B' = 0.50979558$	$O_1'B' = 0.50979558$
$B'I' = 0.09945618$	$B'I' = 0.09945618$	$B'I' = 0.09945618$	$B'I' = 0.09945618$
$l'3' = 0.59387995$	$l'3' = 0.84069268$	$l'3' = 0.80201767$	$l'3' = 0.96689015$
$\sigma = 0.78056684$	$\sigma = 0.5337541$	$\sigma = 0.57242912$	$\sigma = 0.40755664$
$\varepsilon = 0.4286532$	$\varepsilon = 0.64540611$	$\varepsilon = 0.604515$	$\varepsilon = 0.80837591$
$B'4' = 0.8660254$	$B'4' = 0.8660254$	$B'4' = 0.8660254$	$B'4' = 0.8660254$
$B^yC^y = 0.90541333$	$B^yC^y = 0.92440337$	$B^yC^y = 0.92100529$	$B^yC^y = 0.93712287$
$B^yR^y = 4.73899037$	$B^yR^y = 4.51799101$	$B^yR^y = 4.55968323$	$B^yR^y = 4.35182845$
$O_1'O' = 4.64793199$	$O_1'O' = 4.43117908$	$O_1'O' = 4.4720702$	$O_1'O' = 4.26820928$
$R'O' = 0.42453116$	$R'O' = 0.38141632$	$R'O' = 0.38955007$	$R'O' = 0.34899961$
$O_1'4' = 0.92453116$	$O_1'4' = 0.88141632$	$O_1'4' = 0.88955007$	$O_1'4' = 0.84899961$
$O_1'R' = 0.38110647$	$O_1'R' = 0.47234021$	$O_1'R' = 0.45683769$	$O_1'R' = 0.52839347$
$R'6' = 0.43141859$	$R'6' = 0.53004425$	$R'6' = 0.51342624$	$R'6' = 0.58970883$
$\tau = 1.07761134$	$\tau = 0.79793484$	$\tau = 0.85480677$	$\tau = 0.53038052$
$\delta + \tau = 0.262766$	$\delta + \tau = 0.18972937$	$\delta = 0.71598956$	$\delta = 1.04041581$
$R'C' = 0.85326462$	$R'C' = 0.97337109$	$\psi = 0.85480677$	$\psi = 0.53038052$
$h_2 = 0.94470162$	$h_2 = 1.03132939$	$o = 1.19741373$	$o = 1.14683628$
$B'C' = 0.40043713$	$B'C' = 0.70103507$	$\phi = 0.34260696$	$\phi = 0.61645577$
$\chi = 0.96114714$	$\chi = 0.90160522$	$i = 0.15347174$	$i = 0.30548907$
$\eta = 1.82225055$	$\eta = 1.67853426$	$8^yC^y = 0.848319$	$8^yC^y = 0.779544$
$O_1'C' = 1.78723652$	$O_1'C' = 1.64628169$	$h_2 = 0.17422777$	$h_2 = 0.37724242$
$C'H' = 0.4380841$	$C'H' = 0.35803957$	$3'C' = 0.5294859$	$3'C' = 0.62634802$
$H'M' = 0.35550345$	$H'M' = 0.32746579$	$B'C' = 0.33529824$	$B'C' = 0.64636523$
$S'M' = 0.51779712$	$S'M' = 0.56151613$	$\chi = 1.23549808$	$\chi = 0.92443109$
$S^yM^y = 0.93467497$	$S^yM^y = 0.94486304$	$\gamma = 0.98815304$	$\gamma = 0.95219558$
$M^yD^y = 1.15414083$	$M^yD^y = 1.12443581$	$O_1'C' = 2.33944198$	$O_1'C' = 2.13642733$
$\lambda = 1.00853841$	$\lambda = 0.69141787$	$C'H' = 2.29449026$	$C'H' = 2.09537647$
$i = 2.13305424$	$i = 2.45017479$	$H'M' = 0.45640249$	$H'M' = 0.41679629$
$\kappa = 1.42519391$	$\kappa = 1.13777839$	$C'M' = 0.26842519$	$C'M' = 0.46753897$
$\mu = 2.99599024$	$\mu = 2.70857471$	$B'M' = 0.24847677$	$B'M' = 0.25721777$
		$S'M' = 0.88977344$	$S'M' = 0.90899992$
		$M'12' = 0.29205184$	$M'12' = 0.39935517$
		$S^yM^y = 0.63959055$	$S^yM^y = 0.99155285$
		$\eta = 1.48450239$	$\eta = 1.45021623$
		$\lambda = 2.67458996$	$\lambda = 2.3912$
		$\mu = 1.10379364$	$\mu = 0.82040367$
		$\nu = 0.46700269$	$\nu = 0.75039265$
		$\kappa = 0.38989498$	$\kappa = 0.59056525$
		$S'D' = 0.7732929$	$S'D' = 0.63342931$
		$11^yD^y = 1.46814$	$11^yD^y = 1.107484$
$h_3 = 1.446263$	$h_3 = 1.086891$	$h_3 = 1.46814$	$h_3 = 1.107484$

KK IV-16Mm	KK IV-16mm	KK IV-16mM	KK IV-16MM
$M'D' = 0.13561058$	$M'D' = 0.39647597$	$M'D' = 0.63837176$	$M'D' = 0.84778302$
$D'H' = 1.65162593$	$D'H' = 1.24980573$	$D'H' = 1.6561185$	$D'H' = 1.24759346$
$C'D' = 0.38049038$	$C'D' = 0.51422469$	$C'D' = 0.7847431$	$C'D' = 0.94469847$
$\rho = 0.97691638$	$\rho = 0.73010365$		
$B'D' = 0.91128952$	$B'D' = 1.31310972$	$B'D' = 0.90679695$	$B'D' = 1.31532199$
$O_1'D' = 0.76100302$	$O_1'D' = 0.90514844$	$O_1'D' = 0.63404897$	$O_1'D' = 0.77380056$
$\omega = 1.01002403$	$\omega = 0.4940102$	$\omega = 0.42433822$	$\omega = 0.26058037$
$C'13' = 0.20236015$	$C'13' = 0.4527432$	$C'13' = 0.71514533$	$C'13' = 0.91280603$
$D'13' = 0.32221623$	$D'13' = 0.243825$	$D'13' = 0.32309269$	$D'13' = 0.24339341$
$13'5' = 0.9466661$	$13'5' = 0.96981925$	$13'5' = 0.94636732$	$13'5' = 0.96992765$
$\beta_1 = 0.21542318$	$\beta_1 = 0.4857057$	$\beta_1 = 0.85668284$	$\beta_1 = 1.22589062$
$\gamma_1 = 1.11288641$	$\gamma_1 = 1.08332213$	$\gamma_1 = 1.11327918$	$\gamma_1 = 1.08318763$
$\varphi_1 = 0.89746323$	$\varphi_1 = 0.59761643$	$\varphi_1 = 0.25659634$	$\sigma_1 = 1.3201231$
$Q^y 14^y = 0.74005386$	$Q^y 14^y = 0.54569171$	$Q^y 14^y = 0.24017838$	$\eta_1 = 1.82146955$
$P^y 14^y = 0.59033633$	$P^y 14^y = 0.80172934$	$P^y 14^y = 0.91538268$	$G^y 15^y = 0.93961319$
$h_4 = 0.855927$	$h_4 = 0.285161$	$h_4 = 0.552757$	$13'G' = 0.24059656$
$\sigma_1 = 1.11288641$	$\sigma_1 = 1.08332213$	$\sigma_1 = 1.11327918$	$h_5 = 2.047097$
$\varepsilon_1 = 2.01034964$	$\varepsilon_1 = 1.68093855$	$\varepsilon_1 = 1.36987551$	$\varphi_1 = 1.02920251$
$\tau_1 = 1.01435312$	$\tau_1 = 1.02913526$	$\tau_1 = 1.01415674$	$\varepsilon_1 = 0.34490571$
$\delta_1 = 0.6733331$	$\delta_1 = 0.9731799$	$\delta_1 = 1.31419999$	$\tau_1 = 1.37410822$
$\chi_1 = 3.02470276$	$\chi_1 = 2.71007381$	$\chi_1 = 2.38403225$	$Q^y 14^y = 0.98071917$
$\eta_1 = 0.11688989$	$\eta_1 = 0.43151884$	$\eta_1 = 0.7575604$	$C'Q' = 0.19542237$
$Q'G' = 0.11662389$	$Q'G' = 0.41825089$	$Q'G' = 0.68715109$	$C'16' = 0.91280603$
$G^y 15^y = 0.99317615$	$G^y 15^y = 0.90833154$	$G^y 15^y = 0.72651454$	
$h_5 = 1.849103$	$h_5 = 1.193493$	$h_5 = 1.279272$	$h_4 = 1.760263$
$G'13' = 0.85667775$	$G'13' = 0.9639426$	$G'13' = 0.92732947$	$G'Q' = 0.95798022$
$H'1' = 2.61312593$	$H'1' = 2.61312593$	$H'1' = 2.61312593$	$H'1' = 2.61312593$
$G'H' = 0.76321265$	$G'H' = 0.26184846$		
$D'G' = 0.91527049$	$D'G' = 0.99430175$	$D'G' = 0.98200246$	$D'G' = 0.34223831$
$\lambda_1 = 0.35975488$	$\lambda_1 = 0.24774903$	$\lambda_1 = 0.3352594$	$\lambda_1 = 0.79117682$
$\iota_1 = 1.21104144$	$\iota_1 = 1.3230473$	$\iota_1 = 1.23553693$	$\iota_1 = 0.7796195$
$\kappa_1 = 2.78183777$	$\kappa_1 = 2.89384363$	$\kappa_1 = 2.80633325$	$\kappa_1 = 2.35041583$
$\nu_1 = 0.16340534$	$\nu_1 = 0.05139949$	$\nu_1 = 0.13890986$	$\nu_1 = 0.59482728$
$D'16' = 0.9030782$	$D'16' = 0.99298861$	$D'16' = 0.97254335$	$D'16' = 0.28345727$
$H'16' = 0.74854773$	$H'16' = 0.25681711$		$H'16' = 0.96413619$
$G'16' = 0.1488954$	$G'16' = 0.0510841$	$G'16' = 0.13597155$	$G'16' = 0.19177861$
$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$
$G'V' = 0.6488954$	$G'V' = 0.5510841$	$G'V' = 0.63597155$	$G'V' = 0.69177861$
$V'18' = 0.76087762$	$V'18' = 0.83444971$	$V'18' = 0.7717125$	$V'18' = 0.72210965$
$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.98885295$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.99869436$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.99071274$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.98143821$
$\mu_1 = 0.83551959$	$\mu_1 = 0.91771434$	$\mu_1 = 0.84731005$	$\mu_1 = 0.7938754$
$\alpha_1 = 1.30112311$	$\alpha_1 = 1.25497008$	$\alpha_1 = 1.29496717$	$\alpha_1 = 1.32179824$
$\rho_1 = 0.41958438$	$\rho_1 = 0.10694532$	$\rho_1 = 0.19181269$	$\nu_1 = 0.29299226$
$\nu_1 = 0.4159352$		$\nu_1 = 0.65549736$	$\omega_1 = 1.27780407$
$\omega_1 = 1.15486112$	$\psi_1 = 1.02465966$		$\rho_1 = 0.48392867$
$\psi_1 = 0.4159352$	$\omega_1 = 0.54613667$		$\psi_1 = 0.83786957$
$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.79218709$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.74005116$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.5278889$	$V^{\alpha}20^{\alpha} = 0.53668594$
$T'O2' = 0.34991373$	$T'O2' = 0.44980472$	$T'O2' = 0.68653719$	$V'O2' = 0.48312582$
$h_6 = 1.096349$	$h_6 = 1.826942$	$h_6 = 1.996029$	$h_6 = 1.510411$

KK IV-16Mm	KK IV-16mm	KK IV-16mM	KK IV-16MM
$O_2'V' = 0.11089111$	$O_2'V' = 0.54318389$	$O_2'V' = 0.28600616$	$T'V' = 0.28345727$
$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$
$26'16' = 0.98885295$	$26'16' = 0.99869436$	$26'16' = 0.99071274$	$26'16' = 0.98143821$
$\zeta_1 = 1.15486112$	$\zeta_1 = 1.02465966$	$\zeta_1 = 0.65549736$	$T'O_2' = 0.76658309$
$\xi_1 = 0.41958438$	$\xi_1 = 0.10694532$	$\xi_1 = 0.19181269$	$\zeta_1 = 0.48392867$
$\beta_2 = 0.4159352$	$\beta_2 = 0.54613667$	$\beta_2 = 0.91529896$	$\xi_1 = 0.29299226$
$\sigma_2 = 0.83551959$	$\sigma_2 = 0.91771434$	$\gamma_2 = 1.37898364$	$\gamma_2 = 1.27780407$
$Z^\beta N^\beta = 0.76087762$	$Z^\beta N^\beta = 0.83444971$	$\sigma_2 = 0.84731005$	$\delta_2 = 0.7938754$
$\delta_2 = 0.14626199$	$\varphi_2 = 1.25497008$	$Z^\beta N^\beta = 0.7717125$	$Z^\beta N^\beta = 0.72210965$
$\varphi_2 = 1.42453434$	$\eta_2 = 0.70883341$	$\eta_2 = 0.3796682$	$\beta_2 = 0.83786957$
$\eta_2 = 1.30112311$	$\gamma_2 = 0.86196292$	$\delta_2 = 1.19112812$	$\lambda_2 = 1.32179824$
$\gamma_2 = 1.00494995$	$\delta_2 = 0.96890824$	$\lambda_2 = 0.99931543$	$\varphi_2 = 0.98192485$
$\lambda_2 = 0.85868796$	$\lambda_2 = 1.3107215$	$\varphi_2 = 0.9511491$	$O_2'2' = 0.48101037$
$\kappa_2 = 0.71210836$	$\kappa_2 = 0.26007483$	$16'H' = 0.57535446$	$23^\beta H^\beta = 0.72015903$
$N^\beta 21^\beta = 0.64614739$	$H^\beta 22^\beta = 0.965109$	$23^\beta H^\beta = 0.80652278$	$h_7 = 2.23057$
$h_7 = 1.202955$	$h_7 = 2.158602$	$h_7 = 2.085795$	$G'H' = 0.98302473$
$V'2' = 0.74854773$	$V'2' = 0.25681711$	$G'H' = 0.59120302$	$O_2'D' = 0.91523201$
$O_2'D' = 0.93678193$	$O_2'D' = 0.67255058$	$O_2'D' = 0.72709469$	$O_2'H' = 0.69380903$
$O_2'2' = 0.85943884$	$O_2'2' = 0.80000101$	$O_2'2' = 0.86136062$	$O_2'G' = 0.84378208$
$O_2'H' = 0.99430133$	$O_2'H' = 0.94339897$	$O_2'H' = 0.99596291$	$H'Q' = 1.94100496$
$O_2'G' = 0.65830242$	$O_2'G' = 0.77378448$	$O_2'G' = 0.69732298$	$C'Q' = 0.19542237$
$H'Q' = 0.87983654$	$H'Q' = 0.68009935$	$H'Q' = 1.27835411$	$D'Q' = 0.75754846$
$C'Q' = 0.94241401$	$C'Q' = 0.99843491$	$C'Q' = 1.06108787$	
$D'Q' = 0.80715737$	$D'Q' = 0.59768727$	$D'Q' = 0.40258482$	
$A = 8.87E-10$	$A = -1.24E-10$	$A = -2.67E-10$	$A = 1.17E-10$
$O'O_1' = 4.73899037$	$O'O_1' = 4.51799101$	$O'O_1' = 4.55968323$	$O'O_1' = 4.35182845$
$O'B' = 5.10114862$	$O'B' = 5.10114862$	$O'B' = 5.10114862$	$O'B' = 5.10114862$
$O'C' = 4.385166$	$O'C' = 4.24144971$	$O'C' = 4.90235743$	$O'C' = 4.69934277$
$O'D' = 4.19519822$	$O'D' = 3.79654417$	$O'D' = 4.1996588$	$O'D' = 3.79435118$
$O'O_2' = 3.37310859$	$O'O_2' = 3.31367075$	$O'O_2' = 3.37503036$	$O'O_2' = 2.99468011$
$O'G' = 3.3261281$	$O'G' = 2.82476391$	$O'G' = 3.15411847$	$O'G' = 3.54594018$
$O'Q' = 3.44275199$	$O'Q' = 3.2430148$	$O'Q' = 3.84126956$	$O'Q' = 4.5039204$
$O'H' = 2.56291545$	$O'H' = 2.56291545$	$O'H' = 2.56291545$	$O'H' = 2.56291545$

Прилог. 7 – Нумерички параметри КК IV–17

KK IV-17Mm	KK IV-17mm	KK IV-17mM	KK IV-17MM
$n = 17$	$n = 17$	$n = 17$	$n = 17$
$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$
$h_1 = 0.726692$	$h_1 = 0.114194$	$h_1 = 0.667142$	$h_1 = 0.416584$
$\alpha = 0.18479957$	$\alpha = 0.18479957$	$\alpha = 0.18479957$	$\alpha = 0.18479957$
$B'H' = 2.72109558$	$B'H' = 2.72109558$	$B'H' = 2.72109558$	$B'H' = 2.72109558$
$r = 2.67476375$	$r = 2.67476375$	$r = 2.67476375$	$r = 2.67476375$
$3'H' = 2.67476375$	$3'H' = 2.67476375$	$3'H' = 2.67476375$	$3'H' = 2.67476375$
$q = 1.38599676$	$q = 1.38599676$	$q = 1.38599676$	$q = 1.38599676$
$\beta = 0.47108288$	$\beta = 0.85846353$	$\beta = 0.55219712$	$\beta = 0.7592482$
$B'S' = 0.47108288$	$B'S' = 0.18479957$	$B'S' = 0.18479957$	$B'S' = 0.18479957$
$\varphi = 0.68696367$	$\varphi = 0.99345842$	$\varphi = 0.74493064$	$\varphi = 0.90909726$
$O_1'B' = 0.68696367$	$O_1'B' = 0.50866092$	$O_1'B' = 0.50866092$	$O_1'B' = 0.50866092$
$B'I' = 0.50866092$	$B'I' = 0.0934662$	$B'I' = 0.0934662$	$B'I' = 0.0934662$
$l'3' = 0.0934662$	$l'3' = 1.04339171$	$l'3' = 0.83496527$	$l'3' = 0.98843669$
$\sigma = 0.75562874$	$\sigma = 0.34260505$	$\sigma = 0.55103149$	$\sigma = 0.39756007$
$\varepsilon = 0.63036802$	$\varepsilon = 0.93572131$	$\varepsilon = 0.63466968$	$\varepsilon = 0.83819531$
$B'4' = 0.55493656$	$B'4' = 0.8660254$	$B'4' = 0.8660254$	$B'4' = 0.8660254$
$B^7C^7 = 0.8660254$	$B^7R^7 = 0.94266365$	$B^7R^7 = 0.92080613$	$B^7R^7 = 0.93600938$
$B^7R^7 = 0.91434977$	$O_1'O' = 4.5373958$	$O_1'O' = 4.84366221$	$O_1'O' = 4.63661113$
$O_1'O' = 4.92477645$	$R'O' = 4.46013802$	$R'O' = 4.76118965$	$R'O' = 4.55766402$
$R'O' = 4.84092277$	$O_1'4' = 0.33374429$	$O_1'4' = 0.39002059$	$O_1'4' = 0.35197506$
$O_1'4' = 0.4049253$	$O_1'R' = 0.83374429$	$O_1'R' = 0.89002059$	$O_1'R' = 0.85197506$
$O_1'R' = 0.9049253$	$R'6' = 0.55215076$	$R'6' = 0.45592032$	$R'6' = 0.52358237$
$R'6' = 0.42557045$	$\tau = 0.61482532$	$\tau = 0.51244115$	$\tau = 0.58461132$
$\tau = 0.47973848$	$\delta + \tau = 0.12143846$	$\delta = 0.81033688$	$\delta = 0.46124556$
$\delta + \tau = 0.9186177$		$\psi = 0.76045945$	$\psi = 1.10955077$
		$o = 0.81033688$	$o = 0.46124556$
		$\phi = 1.19808073$	$\phi = 1.1501446$
		$l = 0.38774385$	$l = 0.68889904$
		$8^7C^7 = 0.1723838$	$8^7C^7 = 0.33283486$
		$h_2 = 0.839526$	$h_2 = 0.749419$
$R'C' = 0.2290143$	$R'C' = -0.1729834$	$3'C' = 0.21259484$	$3'C' = 0.43401781$
$h_2 = 0.367996$	$h_2 = 0.41016$	$B'C' = 0.54331995$	$B'C' = 0.66209626$
$B'C' = 0.92982737$	$\chi = 0.99054117$	$\chi = 0.4020313$	$\chi = 0.71487193$
$\chi = 1.00304892$	$\eta = 1.43855079$	$\gamma = 1.16876503$	$\gamma = 0.85592439$
$\eta = 0.5751488$	$O_1'C' = 0.85150033$	$O_1'C' = 0.98502986$	$O_1'C' = 0.94298513$
$O_1'C' = 0.93345452$	$C'H' = 1.91202586$	$C'H' = 2.46216891$	$C'H' = 2.24074594$
$C'H' = 1.8908129$	$H'M' = 1.87946999$	$H'M' = 2.42024581$	$H'M' = 2.20259298$
$H'M' = 1.85861821$	$S'M' = -0.0168379$	$C'M' = 0.45242235$	$C'M' = 0.41173599$
$S'M' = 0.39139448$	$C'M' = 0.35133383$	$B'M' = 0.30084977$	$B'M' = 0.51850259$
$C'M' = 0.34743596$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.29644373$	$S'M' = 0.25134735$	$S'M' = 0.2407456$
$S^{\beta}M^{\beta} = 0.53089763$	$M^{\beta}D^{\beta} = 0.93625025$	$M'12' = 0.8918038$	$M'12' = 0.91130318$
$M^{\beta}D^{\beta} = 0.93770371$	$\lambda = 1.17415655$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.30478134$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.41077669$
$\lambda = 1.14511973$	$i = -0.0568304$	$\eta = 0.6914078$	$\eta = 1.06896748$
$i = 0.82896362$	$\kappa = 3.19842301$	$\lambda = 1.48054706$	$\lambda = 1.44642005$
$\kappa = 2.31262903$	$v = 0.33980942$	$\mu = 2.63068339$	$\mu = 2.32137772$
$v = 1.25464022$	$\mu = 1.91060575$	$v = 1.05988706$	$v = 0.75058139$
$\mu = 2.82543654$		$\kappa = 0.51090927$	$\kappa = 0.82021493$
		$S'D' = 0.42346096$	$S'D' = 0.63331784$
		$11^{\beta}D^{\beta} = 0.75543419$	$11^{\beta}D^{\beta} = 0.59068479$
$h_3 = 1.259225$	$h_3 = 0.722219$	$h_3 = 1.422576$	$h_3 = 1.007269$

KK IV-17Mm	KK IV-17mm	KK IV-17mM	KK IV-17MM
$M'D' = 0.29154661$	$M'D' = 0.88271378$	$M'D' = 0.67480832$	$M'D' = 0.87406344$
$D'H' = 1.5670716$	$D'H' = 0.9967562$	$D'H' = 1.74543749$	$D'H' = 1.32852954$
$C'D' = 0.45355393$	$C'D' = 0.95006267$	$C'D' = 0.812436$	$C'D' = 0.96618498$
$\rho = 0.81516759$	$\rho = 0.52740462$		
$B'D' = 1.15402397$	$B'D' = 1.72433937$	$B'D' = 0.97565809$	$B'D' = 1.39256603$
$O_1'D' = 0.8464092$	$O_1'D' = 0.99987048$	$O_1'D' = 0.65522453$	$O_1'D' = 0.8069024$
$\omega = 0.68784272$	$\omega = 0.19399492$	$\omega = 0.40581474$	$\omega = 0.25542886$
$C'13' = 0.35042366$	$C'13' = 0.93224133$	$C'13' = 0.74645081$	$C'13' = 0.93483714$
$D'13' = 0.28794865$	$D'13' = 0.18315347$	$D'13' = 0.3207233$	$D'13' = 0.24411666$
$13'5' = 0.95764585$	$13'5' = 0.98308433$	$13'5' = 0.94717293$	$13'5' = 0.96974587$
$\beta_1 = 0.3746233$	$\beta_1 = 1.24777964$	$\beta_1 = 0.90768844$	$\beta_1 = 1.3016648$
$\gamma_1 = 1.09865475$	$\gamma_1 = 1.06712381$	$\gamma_1 = 1.1122208$	$\gamma_1 = 1.08341318$
$\varphi_1 = 0.72403145$	$\varphi_1 = -0.1806558$	$\varphi_1 = 0.20453237$	$\sigma_1 = 1.24389782$
$Q^y 14^y = 0.63435435$	$Q^y 14^y = -0.1766355$	$Q^y 14^y = 0.19237963$	$\eta_1 = 1.89769483$
$P^y 14^y = 0.7174121$	$P^y 14^y = 0.96708569$	$P^y 14^y = 0.92743013$	$G^y 15^y = 0.91839085$
$h_4 = 0.541813$	$h_4 = -0.244867$	$h_4 = 0.495146$	$13'G' = 0.31139251$
$\sigma_1 = 1.09865475$	$\sigma_1 = 1.06712381$	$\sigma_1 = 1.1122208$	$h_5 = 1.92566$
$\varepsilon_1 = 1.8226862$	$\varepsilon_1 = 0.88646798$	$\varepsilon_1 = 1.31675317$	$\varphi_1 = 1.02908974$
$\tau_1 = 1.02146895$	$\tau_1 = 1.03723442$	$\tau_1 = 1.01468593$	$\varepsilon_1 = 0.26913153$
$\delta_1 = 0.84676487$	$\delta_1 = 1.3901405$	$\delta_1 = 1.36626396$	$\tau_1 = 1.29822126$
$\chi_1 = 2.84415515$	$\chi_1 = 2.28501406$	$\chi_1 = 2.33143909$	$Q^y 14^y = 0.96308085$
$\eta_1 = 0.2974375$	$\eta_1 = 0.85657859$	$\eta_1 = 0.81015356$	$C'Q' = 0.26921232$
$Q'G' = 0.29307119$	$Q'G' = 0.75560588$	$Q'G' = 0.72439305$	$C'16' = 0.93483714$
$G^y 15^y = 0.95609062$	$G^y 15^y = 0.65502653$	$G^y 15^y = 0.6893872$	
$h_5 = 1.497903$	$h_5 = 0.41016$	$h_5 = 1.184533$	$h_4 = 1.7125$
$G'13' = 0.92742554$	$G'13' = 0.57897043$	$G'13' = 0.91677267$	$G'Q' = 0.97701732$
$H'1' = 2.76822995$	$H'1' = 2.76822995$	$H'1' = 2.76822995$	$H'1' = 2.76822995$
$G'H' = 0.61296369$	$G'H' = 0.40081411$		
$D'G' = 0.97109864$	$D'G' = 0.60724949$	$D'G' = 0.97125463$	$D'G' = 0.39567441$
$\lambda_1 = 0.30104507$	$\lambda_1 = 0.30638249$	$\lambda_1 = 0.33653183$	$\lambda_1 = 0.66487846$
$\iota_1 = 1.26975126$	$\iota_1 = 1.26441384$	$\iota_1 = 1.2342645$	$\iota_1 = 0.90591786$
$\kappa_1 = 2.84054758$	$\kappa_1 = 2.83521017$	$\kappa_1 = 2.80506082$	$\kappa_1 = 2.47671419$
$\nu_1 = 0.1162455$	$\nu_1 = 0.12158292$	$\nu_1 = 0.15173226$	$\nu_1 = 0.48007889$
$D'16' = 0.96454479$	$D'16' = 0.60276672$	$D'16' = 0.96009563$	$D'16' = 0.35094678$
$H'16' = 0.60252682$	$H'16' = 0.39398949$		$H'16' = 0.97758277$
$G'16' = 0.11263178$	$G'16' = 0.0736494$	$G'16' = 0.14680584$	$G'16' = 0.18274189$
$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$
$G'V' = 0.61263178$	$G'V' = 0.5736494$	$G'V' = 0.64680584$	$G'V' = 0.68274189$
$V'18' = 0.79036846$	$V'18' = 0.81910095$	$V'18' = 0.76265471$	$V'18' = 0.73065964$
$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.9936368$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.67875521$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.98916533$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.98316092$
$\mu_1 = 0.86781899$	$\mu_1 = 1.09376983$	$\mu_1 = 0.83744802$	$\mu_1 = 0.80299937$
$\alpha_1 = 1.28391157$	$\alpha_1 = 0.82736531$	$\alpha_1 = 1.30012587$	$\alpha_1 = 1.31740339$
$\rho_1 = 0.24257909$	$\rho_1 = 0.47771606$	$\rho_1 = 0.24303578$	$\nu_1 = 0.3650089$
$\psi_1 = 0.6252399$		$\psi_1 = 0.59441224$	$\omega_1 = 1.20578742$
$\omega_1 = 0.94555643$	$\psi_1 = 1.57148589$		$\rho_1 = 0.40278805$
$\psi_1 = 0.6252399$	$\omega_1 = -0.0006896$		$\psi_1 = 0.91461534$
$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.70219308$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.8660252$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.4849932$	$V^{\alpha}20^{\alpha} = 0.57892207$
$T'O2' = 0.50687757$	$T'O2' = -0.0005972$	$T'O2' = 0.71748282$	$V'O2' = 0.44577208$
$h_6 = 0.752347$	$h_6 = 1.588244$	$h_6 = 1.907569$	$h_6 = 1.346738$

KK IV-17Mm	KK IV-17mm	KK IV-17mM	KK IV-17MM
$O_2'V' = 0.2623517$	$O_2'V' = 0.60336389$	$O_2'V' = 0.2426128$	$T'V' = 0.35094678$
$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$
$26'16' = 0.9936368$	$26'16' = 0.9972842$	$26'16' = 0.98916533$	$26'16' = 0.98316092$
$\zeta_1 = 0.94555643$	$\zeta_1 = 1.57010677$	$\zeta_1 = 0.59441224$	$T'O_2' = 0.79671886$
$\xi_1 = 0.24257909$	$\xi_1 = -0.3182542$	$\xi_1 = 0.24303578$	$\zeta_1 = 0.40278805$
$\beta_2 = 0.6252399$	$\beta_2 = 0.00068956$	$\beta_2 = 0.97638409$	$\xi_1 = 0.3650089$
$\sigma_2 = 0.86781899$	$\sigma_2 = 1.88836101$	$\gamma_2 = 1.32776055$	$\gamma_2 = 1.20578742$
$Z^\beta N^\beta = 0.79036846$	$Z^\beta N^\beta = 1.51127319$	$\sigma_2 = 0.83744802$	$\delta_2 = 0.80299937$
$\delta_2 = 0.33835515$	$\varphi_2 = 0.67756913$	$Z^\beta N^\beta = 0.76265471$	$Z^\beta N^\beta = 0.73065964$
$\varphi_2 = 1.23244118$	$\eta_2 = 0.67687957$	$\eta_2 = 0.32374178$	$\beta_2 = 0.91461534$
$\eta_2 = 1.28391157$	$\gamma_2 = 0.89391676$	$\delta_2 = 1.24705455$	
$\gamma_2 = 0.98986209$	$\delta_2 = 0.57566251$	$\lambda_2 = 1.00401877$	$\lambda_2 = 1.31740339$
$\lambda_2 = 0.65150694$	$\lambda_2 = 1.67201339$	$\varphi_2 = 0.89051934$	$\varphi_2 = 0.90957392$
$\kappa_2 = 0.91928939$	$\kappa_2 = -0.1012171$	$16'H' = 0.62219328$	$O_2'2' = 0.53181068$
$N^\beta 21^\beta = 0.79011108$	$H^\beta 22^\beta = 0.99218002$	$23^\beta H^\beta = 0.76897566$	$23^\beta H^\beta = 0.68350376$
$h_7 = 0.707792$	$h_7 = 1.40234$	$h_7 = 1.953509$	$h_7 = 2.030241$
$V'2' = 0.60252682$	$V'2' = -0.1007699$	$G'H' = 0.63927805$	$G'H' = 0.99451163$
$O_2'D' = 0.86201805$	$O_2'D' = 0.50000036$	$O_2'D' = 0.6965762$	$O_2'D' = 0.94061732$
$O_2'2' = 0.86487852$	$O_2'2' = 0.50259398$	$O_2'2' = 0.86480608$	
$O_2'H' = 0.99900693$	$O_2'H' = 0.70894338$	$O_2'H' = 0.99894422$	$O_2'H' = 0.72994699$
$O_2'G' = 0.66644288$	$O_2'G' = 0.83253926$	$O_2'G' = 0.69081022$	$O_2'G' = 0.81538288$
$H'Q' = 0.90603488$	$H'Q' = 1.15641998$	$H'Q' = 1.3636711$	$H'Q' = 1.97153362$
$C'Q' = 0.98477802$	$C'Q' = 0.75560588$	$C'Q' = 1.09849781$	$C'Q' = 0.26921232$
$D'Q' = 0.69664903$	$D'Q' = 0.25445093$	$D'Q' = 0.37399646$	$D'Q' = 0.70897767$
$A = 7.72E-11$	$A = 1.41E-12$	$A = 2.17E-10$	$A = 6.77E-11$
$O'O_1' = 4.92477645$	$O'O_1' = 4.5373958$	$O'O_1' = 4.84366221$	$O'O_1' = 4.63661113$
$O'B' = 5.41897572$	$O'B' = 5.41897572$	$O'B' = 5.41897572$	$O'B' = 5.41897572$
$O'C' = 4.61190847$	$O'C' = 4.63312144$	$O'C' = 5.18326449$	$O'C' = 4.96184152$
$O'D' = 4.27120208$	$O'D' = 3.70540939$	$O'D' = 4.44839061$	$O'D' = 4.03439676$
$O'O_2' = 3.53964227$	$O'O_2' = 3.17735774$	$O'O_2' = 3.53956983$	$O'O_2' = 3.20657444$
$O'G' = 3.33405926$	$O'G' = 3.12190968$	$O'G' = 3.36037363$	$O'G' = 3.71561187$
$O'Q' = 3.62713045$	$O'Q' = 3.87751556$	$O'Q' = 4.08476667$	$O'Q' = 4.6926292$
$O'H' = 2.72109558$	$O'H' = 2.72109558$	$O'H' = 2.72109558$	$O'H' = 2.72109558$

Прилог. 8 – Нумерички параметри КК IV–18

KK IV-18Mm	KK IV-18mm	KK IV-18mM	KK IV-18MM
$n = 18$	$n = 18$	$n = 18$	$n = 18$
$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$
$h_1 = 0.581036$	$h_1 = 0.101154$	$h_1 = 0.636494$	$h_1 = 0.349711$
$\alpha = 0.17453293$	$\alpha = 0.17453293$	$\alpha = 0.17453293$	$\alpha = 0.17453293$
$B'H' = 2.87938524$	$B'H' = 2.87938524$	$B'H' = 2.87938524$	$B'H' = 2.87938524$
$r = 2.83564091$	$r = 2.83564091$	$r = 2.83564091$	$r = 2.83564091$
$3'H' = 2.83564091$	$3'H' = 2.83564091$	$3'H' = 2.83564091$	$3'H' = 2.83564091$
$q = 1.3962634$	$q = 1.3962634$	$q = 1.3962634$	$q = 1.3962634$
$\beta = 0.64218195$	$\beta = 0.86009757$	$\beta = 0.5872614$	$\beta = 0.79227642$
$B'S' = 0.64218195$	$B'S' = 0.17453293$	$B'S' = 0.17453293$	$B'S' = 0.17453293$
$\varphi = 0.17453293$	$\varphi = 0.99487076$	$\varphi = 0.77128202$	$\varphi = 0.93685747$
$O_1'B' = 0.81387816$	$B'I' = 0.50771331$	$O_1'B' = 0.50771331$	$O_1'B' = 0.50771331$
$B'I' = 0.50771331$	$I'3' = 0.08816349$	$I'3' = 0.08816349$	$I'3' = 0.08816349$
$I'3' = 0.08816349$	$\sigma = 1.04421835$	$\sigma = 0.86548448$	$\sigma = 1.00782761$
$\sigma = 0.90924383$	$\varepsilon = 0.35204506$	$\varepsilon = 0.53077892$	$\varepsilon = 0.38843579$
$\varepsilon = 0.48701957$	$B'4' = 0.93385484$	$B'4' = 0.66516367$	$B'4' = 0.86706405$
$B'4' = 0.71924985$	$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yC^y = 0.8660254$
$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yR^y = 0.93931733$	$B^yR^y = 0.92063389$	$B^yR^y = 0.93493216$
$B^yR^y = 0.9246203$	$O_1'O' = 4.85492859$	$O_1'O' = 5.12776475$	$O_1'O' = 4.92274973$
$O_1'O' = 5.0728442$	$R'O' = 4.78117131$	$R'O' = 5.04986249$	$R'O' = 4.8479621$
$R'O' = 4.9957763$	$O_1'4 = 0.3430495$	$O_1'4 = 0.390427$	$O_1'4 = 0.35482652$
$O_1'4 = 0.38089015$	$O_1'R' = 0.8430495$	$O_1'R' = 0.890427$	$O_1'R' = 0.85482652$
$O_1'R' = 0.88089015$	$R'6' = 0.53783598$	$R'6' = 0.45512608$	$R'6' = 0.51891389$
$R'6' = 0.47332076$	$\tau = 0.59970213$	$\tau = 0.51158811$	$\tau = 0.57966104$
$\tau = 0.53109355$	$\delta + \tau = 0.10789833$	$\delta = 0.76337587$	$\delta = 0.38337226$
$\delta + \tau = 0.67950047$		$\psi = 0.80742045$	$\psi = 1.18742407$
		$o = 0.76337587$	$o = 0.38337226$
		$\phi = 1.19865858$	$\phi = 1.15336788$
		$i = 0.43528271$	$i = 0.76999562$
		$8^yC^y = 0.19191154$	$8^yC^y = 0.36123261$
		$h_2 = 0.828405$	$h_2 = 0.710944$
$R'C' = 0.1372561$	$h_2 = 0.408952$	$3'C' = 0.2524777$	$3'C' = 0.49452865$
$h_2 = 0.128053$	$B'C' = 0.91255606$	$B'C' = 0.56012944$	$B'C' = 0.7032486$
$B'C' = 0.99176734$	$\chi = 0.99093069$	$\chi = 0.46760406$	$\chi = 0.77989677$
$\chi = 1.0423983$	$\eta = 1.45372625$	$\gamma = 1.10319226$	$\gamma = 0.79089956$
$\eta = 0.83534473$	$O_1'C' = 0.86011162$	$O_1'C' = 0.98141223$	$O_1'C' = 0.93247574$
$O_1'C' = 0.89151932$	$C'H' = 2.07225466$	$C'H' = 2.58316321$	$C'H' = 2.34111226$
$C'H' = 1.97913495$	$H'M' = 2.04077246$	$H'M' = 2.54391916$	$H'M' = 2.3055455$
$H'M' = 1.94906745$	$S'M' = -0.0214848$	$C'M' = 0.44856158$	$C'M' = 0.40652988$
$S'M' = 0.28813585$	$C'M' = 0.35984325$	$B'M' = 0.33546608$	$B'M' = 0.57383974$
$C'M' = 0.34367318$	$S^bM^b = 0.30854633$	$S'M' = 0.25179531$	$S'M' = 0.21843668$
$S^bM^b = 0.53685712$	$M^bD^b = 0.93301277$	$M'12' = 0.89375193$	$M'12' = 0.91363749$
$M^bD^b = 0.93908932$	$\lambda = 1.18676408$	$S^bM^b = 0.31659267$	$S^bM^b = 0.42214166$
$\lambda = 1.14104963$	$i = -0.0696887$	$\eta = 0.74518944$	$\eta = 1.15511649$
$i = 0.56653144$	$\kappa = 3.21128132$	$\lambda = 1.47685318$	$\lambda = 1.44260932$
$\kappa = 2.57506122$	$v = 0.31434358$	$\mu = 2.5842895$	$\mu = 2.24285017$
$v = 0.99627813$	$\mu = 1.88513991$	$v = 1.01349317$	$v = 0.67205385$
$\mu = 2.56707446$		$\kappa = 0.55730315$	$\kappa = 0.89874248$
		$S'D' = 0.45804028$	$S'D' = 0.67770351$
		$I1^bD^b = 0.73498238$	$I1^bD^b = 0.53918268$
$h_3 = 0.916375$	$h_3 = 0.697432$	$h_3 = 1.371476$	$h_3 = 0.888894$

KK IV-18Mm	KK IV-18mm	KK IV-18mM	KK IV-18MM
$M'D' = 0.51032969$	$M'D' = 0.88729472$	$M'D' = 0.70983559$	$M'D' = 0.89614019$
$D'H' = 1.43873776$	$D'H' = 1.15347774$	$D'H' = 1.83408357$	$D'H' = 1.40940532$
$C'D' = 0.61526225$	$C'D' = 0.95748582$	$C'D' = 0.83968688$	$C'D' = 0.98403952$
$\rho = 0.66155249$	$\rho = 0.52657798$		
$B'D' = 1.44064748$	$B'D' = 1.7259075$	$B'D' = 1.04530167$	$B'D' = 1.46997992$
$O_1'D' = 0.94209724$	$O_1'D' = 0.99981341$	$O_1'D' = 0.6780862$	$O_1'D' = 0.84218884$
$\omega = 0.41813989$	$\omega = 0.2107496$	$\omega = 0.38902939$	$\omega = 0.25134838$
$C'13' = 0.56225485$	$C'13' = 0.93630085$	$C'13' = 0.77694349$	$C'13' = 0.95311898$
$D'13' = 0.24983419$	$D'13' = 0.20029931$	$D'13' = 0.31848527$	$D'13' = 0.24474066$
$13'5' = 0.96828863$	$13'5' = 0.97973475$	$13'5' = 0.94792781$	$13'5' = 0.96958858$
$\beta_1 = 0.61954974$	$\beta_1 = 1.27191909$	$\beta_1 = 0.96075277$	$\beta_1 = 1.38621853$
$\gamma_1 = 1.0852249$	$\gamma_1 = 1.07116535$	$\gamma_1 = 1.11123103$	$\gamma_1 = 1.08360843$
$\varphi_1 = 0.46567516$	$\varphi_1 = -0.2007537$	$\varphi_1 = 0.15047826$	$\sigma_1 = 1.1589536$
$Q^y 14^y = 0.43478693$	$Q^y 14^y = -0.1953669$	$Q^y 14^y = 0.14210482$	$\eta_1 = 1.98263905$
$P^y 14^y = 0.86518391$	$P^y 14^y = 0.9600583$	$P^y 14^y = 0.93721575$	$G^y 15^y = 0.88851617$
$h_4 = 0.051191$	$h_4 = -0.262626$	$h_4 = 0.43426$	$13'G' = 0.388125$
$\sigma_1 = 1.0852249$	$\sigma_1 = 1.07116535$	$\sigma_1 = 1.11123103$	$h_5 = 1.77741$
$\varepsilon_1 = 1.55090006$	$\varepsilon_1 = 0.87041161$	$\varepsilon_1 = 1.26170929$	$\varphi_1 = 1.02899211$
$\tau_1 = 1.02818388$	$\tau_1 = 1.03521365$	$\tau_1 = 1.01518081$	$\varepsilon_1 = 0.1845778$
$\delta_1 = 1.10512117$	$\delta_1 = 1.37004259$	$\delta_1 = 1.42031806$	$\tau_1 = 1.21356991$
$\chi_1 = 2.57908393$	$\chi_1 = 2.30713274$	$\chi_1 = 2.27689011$	$Q^y 14^y = 0.93687029$
$\eta_1 = 0.56250872$	$\eta_1 = 0.83445991$	$\eta_1 = 0.86470255$	$C'Q' = 0.34967709$
$Q'G' = 0.53331005$	$Q'G' = 0.74093391$	$Q'G' = 0.76090229$	$C'16' = 0.95311898$
$G^y 15^y = 0.84591985$	$G^y 15^y = 0.67157795$	$G^y 15^y = 0.64886648$	
$h_5 = 0.897111$	$h_5 = 0.408952$	$h_5 = 1.083127$	$h_4 = 1.647814$
$G'13' = 0.96809699$	$G'13' = 0.54556697$	$G'13' = 0.90300711$	$G'Q' = 0.99156689$
$H'1' = 2.9238044$	$H'1' = 2.9238044$	$H'1' = 2.9238044$	$H'1' = 2.9238044$
$G'H' = 0.44878312$	$G'H' = 0.59038685$		
$D'G' = 0.99981443$	$D'G' = 0.58117392$	$D'G' = 0.9575253$	$D'G' = 0.4588453$
$\lambda_1 = 0.2525569$	$\lambda_1 = 0.35186173$	$\lambda_1 = 0.33907288$	$\lambda_1 = 0.56259594$
$\iota_1 = 1.31823943$	$\iota_1 = 1.2189346$	$\iota_1 = 1.23172345$	$\iota_1 = 1.00820038$
$\kappa_1 = 2.88903575$	$\kappa_1 = 2.78973093$	$\kappa_1 = 2.80251977$	$\kappa_1 = 2.57899671$
$\nu_1 = 0.07802398$	$\nu_1 = 0.1773288$	$\nu_1 = 0.16453996$	$\nu_1 = 0.38806302$
$D'16' = 0.99677267$	$D'16' = 0.57206019$	$D'16' = 0.94459278$	$D'16' = 0.42472728$
$H'16' = 0.44196509$	$H'16' = 0.58141755$		$H'16' = 0.98467804$
$G'16' = 0.07793037$	$G'16' = 0.1025196$	$G'16' = 0.15684122$	$G'16' = 0.1736253$
$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$
$G'V' = 0.57793037$	$G'V' = 0.6025196$	$G'V' = 0.65684122$	$G'V' = 0.6736253$
$V'18' = 0.81608608$	$V'18' = 0.79810409$	$V'18' = 0.75402892$	$V'18' = 0.73907303$
$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.9969588$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.64068227$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.98762383$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.98481179$
$\mu_1 = 0.89663565$	$\mu_1 = 1.07951637$	$\mu_1 = 0.82810592$	$\mu_1 = 0.81200751$
$\alpha_1 = 1.26757259$	$\alpha_1 = 0.78639772$	$\alpha_1 = 1.30492273$	$\alpha_1 = 1.31299215$
$\rho_1 = 0.01932403$	$\rho_1 = 0.46706831$	$\rho_1 = 0.29627825$	$\nu_1 = 0.44590838$
$\nu_1 = 0.87731162$		$\nu_1 = 0.53182766$	$\omega_1 = 1.12488794$
$\omega_1 = 0.69348471$	$\psi_1 = 1.54658468$		$\rho_1 = 0.31288043$
$\psi_1 = 0.87731162$	$\omega_1 = 0.02421165$		$\psi_1 = 1.00011172$
$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.55358152$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.86577158$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.43916964$	$V^{\alpha}20^{\alpha} = 0.62195312$
$T'O2' = 0.66599362$	$T'O2' = 0.02096585$	$T'O2' = 0.74641143$	$V'O2' = 0.39925338$
$h_6 = 0.250382$	$h_6 = 1.563204$	$h_6 = 1.810646$	$h_6 = 1.155457$

KK IV-18Mm	KK IV-18mm	KK IV-18mM	KK IV-18MM
$O_2'V' = 0.44319115$	$O_2'V' = 0.55109433$	$O_2'V' = 0.19818135$	$T'V' = 0.42472728$
$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$
$26'16' = 0.9969588$	$26'16' = 0.99473098$	$26'16' = 0.98762383$	$26'16' = 0.98481179$
$\zeta_1 = 0.69348471$	$\zeta_1 = 1.54658468$	$\zeta_1 = 0.53182766$	$T'O_2' = 0.82398067$
$\zeta_1 = -0.019324$	$\zeta_1 = -0.2942356$	$\zeta_1 = 0.29627825$	$\zeta_1 = 0.31288043$
$\beta_2 = 0.87731162$	$\beta_2 = 0.02421165$	$\beta_2 = 1.03896866$	$\zeta_1 = 0.44590838$
$\sigma_2 = 0.85798759$	$\sigma_2 = 1.8408203$	$\gamma_2 = 1.27451807$	$\gamma_2 = 1.12488794$
$Z^\beta N^\beta = 0.78401372$	$Z^\beta N^\beta = 1.48293213$	$\sigma_2 = 0.82810592$	$\delta_2 = 0.81200751$
$\delta_2 = 0.60077864$	$\varphi_2 = 0.70296198$	$Z^\beta N^\beta = 0.75402892$	$Z^\beta N^\beta = 0.73907303$
$\varphi_2 = 0.97001769$	$\eta_2 = 0.67875033$	$\eta_2 = 0.26595406$	$\beta_2 = 1.00011172$
$\eta_2 = 1.29426334$	$\gamma_2 = 0.892046$	$\delta_2 = 1.30484226$	
$\gamma_2 = 0.98934172$	$\delta_2 = 0.59781037$	$\lambda_2 = 1.00856401$	$\lambda_2 = 1.31299215$
$\lambda_2 = 0.38856308$	$\lambda_2 = 1.65173628$	$\varphi_2 = 0.82818638$	$\varphi_2 = 0.82848879$
$\kappa_2 = 1.18223325$	$\kappa_2 = -0.08094$	$16'H' = 0.66784405$	$O_2'2' = 0.58542465$
$N^\beta 21^\beta = 0.92263992$	$H^\beta 22^\beta = 0.99147438$	$23^\beta H^\beta = 0.72758859$	$23^\beta H^\beta = 0.63818334$
$h_7 = -0.025529$	$h_7 = 1.400426$	$h_7 = 1.810715$	$h_7 = 1.79364$
$V'2' = 0.37770682$	$V'2' = -0.0804256$	$G'H' = 0.68601374$	$G'H' = 0.99986828$
$O_2'D' = 0.74595744$	$O_2'D' = 0.50043937$	$O_2'D' = 0.66548476$	$O_2'D' = 0.96381748$
$O_2'2' = 0.82089797$	$O_2'2' = 0.47066874$	$O_2'2' = 0.8660254$	
$O_2'H' = 0.96118337$	$O_2'H' = 0.68667974$	$O_2'H' = 1$	$O_2'H' = 0.76988442$
$O_2'G' = 0.7283007$	$O_2'G' = 0.81653832$	$O_2'G' = 0.68608763$	$O_2'G' = 0.78305448$
$H'Q' = 0.98209317$	$H'Q' = 1.33132076$	$H'Q' = 1.44691603$	$H'Q' = 1.99143517$
$C'Q' = 0.99704179$	$C'Q' = 0.74093391$	$C'Q' = 1.13624719$	$C'Q' = 0.34967709$
$D'Q' = 0.50145468$	$D'Q' = 0.27980002$	$D'Q' = 0.34875012$	$D'Q' = 0.65118361$
$A = 1.73E-10$	$A = -2.56E-10$	$A = 2.11E-10$	$A = 6.63E-11$
$O'O_1' = 5.0728442$	$O'O_1' = 4.85492859$	$O'O_1' = 5.12776475$	$O'O_1' = 4.92274973$
$O'B' = 5.73685662$	$O'B' = 5.73685662$	$O'B' = 5.73685662$	$O'B' = 5.73685662$
$O'C' = 4.85852019$	$O'C' = 4.95163991$	$O'C' = 5.46254845$	$O'C' = 5.2204975$
$O'D' = 4.30352333$	$O'D' = 4.02033177$	$O'D' = 4.69641637$	$O'D' = 4.27439089$
$O'O_2' = 3.65653888$	$O'O_2' = 3.30630965$	$O'O_2' = 3.70166631$	$O'O_2' = 3.42106556$
$O'G' = 3.32816836$	$O'G' = 3.46977209$	$O'G' = 3.56539898$	$O'G' = 3.87925352$
$O'Q' = 3.86147841$	$O'Q' = 4.210706$	$O'Q' = 4.32630127$	$O'Q' = 4.87082041$
$O'H' = 2.87938524$	$O'H' = 2.87938524$	$O'H' = 2.87938524$	$O'H' = 2.87938524$

Прилог. 9 – Нумерички параметри КК IV–19

KK IV-19Mm	KK IV-19mm	KK IV-19mM	KK IV-19MM
$n = 19$	$n = 19$	$n = 19$	$n = 19$
$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$
$h_1 = 0.550844$	$h_1 = 0.074741$	$h_1 = 0.602441$	$h_1 = 0.268959$
$\alpha = 0.16534698$	$\alpha = 0.16534698$	$\alpha = 0.16534698$	$\alpha = 0.16534698$
$B'H' = 3.03776691$	$B'H' = 3.03776691$	$B'H' = 3.03776691$	$B'H' = 3.03776691$
$r = 2.99633573$	$r = 2.99633573$	$r = 2.99633573$	$r = 2.99633573$
$3'H' = 2.99633573$	$3'H' = 2.99633573$	$3'H' = 2.99633573$	$3'H' = 2.99633573$
$q = 1.40544935$	$q = 1.40544935$	$q = 1.40544935$	$q = 1.40544935$
$\beta = 0.66825937$	$\beta = 0.8627942$	$\beta = 0.62214544$	$\beta = 0.8232016$
$B'S' = 0.66825937$	$B'S' = 0.8627942$	$B'S' = 0.62214544$	$B'S' = 0.8232016$
$\varphi = 0.16534698$	$\varphi = 0.16534698$	$\varphi = 0.16534698$	$\varphi = 0.16534698$
$O_1'B' = 0.83460805$	$O_1'B' = 0.997203$	$O_1'B' = 0.79816349$	$O_1'B' = 0.96315154$
$B'I' = 0.50691364$	$B'I' = 0.50691364$	$B'I' = 0.50691364$	$B'I' = 0.50691364$
$I'3' = 0.08343524$	$I'3' = 0.08343524$	$I'3' = 0.08343524$	$I'3' = 0.08343524$
$\sigma = 0.92844022$	$\sigma = 1.04557742$	$\sigma = 0.89382122$	$\sigma = 1.02496464$
$\varepsilon = 0.47700913$	$\varepsilon = 0.35987193$	$\varepsilon = 0.51162813$	$\varepsilon = 0.38048471$
$B'4' = 0.74144248$	$B'4' = 0.9333241$	$B'4' = 0.69595748$	$B'4' = 0.8942715$
$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yC^y = 0.8660254$
$B^yR^y = 0.92367005$	$B^yR^y = 0.93631194$	$B^yR^y = 0.92048458$	$B^yR^y = 0.93384187$
$O_1'O' = 5.36584327$	$O_1'O' = 5.17130844$	$O_1'O' = 5.4119572$	$O_1'O' = 5.21090104$
$R'O' = 5.29266016$	$R'O' = 5.10077854$	$R'O' = 5.33814516$	$R'O' = 5.13983114$
$O_1'4 = 0.38318877$	$O_1'4 = 0.35116939$	$O_1'4 = 0.39077888$	$O_1'4 = 0.35768612$
$O_1'R' = 0.88318877$	$O_1'R' = 0.85116939$	$O_1'R' = 0.89077888$	$O_1'R' = 0.85768612$
$R'6' = 0.46901769$	$R'6' = 0.5248911$	$R'6' = 0.454437$	$R'6' = 0.51417363$
$\tau = 0.52648722$	$\tau = 0.58599836$	$\tau = 0.51084791$	$\tau = 0.57463062$
$\delta + \tau = 0.63896476$	$\delta + \tau = 0.0799096$	$\delta = 0.71349776$	$\delta = 0.29215208$
		$\psi = 0.85729857$	$\psi = 1.27864425$
		$o = 0.71349776$	$o = 0.29215208$
		$\phi = 1.1991602$	$\phi = 1.15665377$
		$i = 0.48566244$	$i = 0.86450169$
		$8^yC^y = 0.2121286$	$8^yC^y = 0.39116887$
$R'C' = 0.11911057$	$R'C' = -0.1758574$	$h_2 = 0.81457$	$h_2 = 0.660128$
$h_2 = 0.097203$	$h_2 = 0.419814$	$3'C' = 0.29406888$	$3'C' = 0.5605629$
$B'C' = 0.99526456$	$B'C' = 0.90760994$	$B'C' = 0.58006595$	$B'C' = 0.75115296$
$\chi = 1.04444835$	$\chi = 0.98735713$	$\chi = 0.53165161$	$\chi = 0.8424407$
$\eta = 0.88141466$	$\eta = 1.4843857$	$\gamma = 1.03914472$	$\gamma = 0.72835563$
$O_1'C' = 0.89118446$	$O_1'C' = 0.86914623$	$O_1'C' = 0.97724176$	$O_1'C' = 0.92031892$
$C'H' = 2.13578268$	$C'H' = 2.23886903$	$C'H' = 2.70226684$	$C'H' = 2.43577283$
$H'M' = 2.10665339$	$H'M' = 2.20833377$	$H'M' = 2.66541145$	$H'M' = 2.40255206$
$S'M' = 0.26285415$	$S'M' = -0.0333611$	$C'M' = 0.4447785$	$C'M' = 0.40091503$
$C'M' = 0.35153828$	$C'M' = 0.36850573$	$B'M' = 0.37235546$	$B'M' = 0.63521485$
$S^{\beta}M^{\beta} = 0.52429244$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.34668267$	$S'M' = 0.24978998$	$S'M' = 0.18798676$
$M^{\beta}D^{\beta} = 0.93617351$	$M^{\beta}D^{\beta} = 0.92962548$	$M'12' = 0.8956406$	$M'12' = 0.91611524$
$\lambda = 1.14965546$	$\lambda = 1.19862233$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.32770959$	$S^{\beta}M^{\beta} = 0.43399551$
$i = 0.52515861$	$i = -0.0963785$	$\eta = 0.80148754$	$\eta = 1.25500635$
$\kappa = 2.61643404$	$\kappa = 3.23797118$	$\lambda = 1.4733544$	$\lambda = 1.43859749$
$v = 0.94629948$	$v = 0.27579547$	$\mu = 2.53498897$	$\mu = 2.15098398$
$\mu = 2.51709581$	$\mu = 1.84659179$	$v = 0.96419264$	$v = 0.58018765$
		$\kappa = 0.60660369$	$\kappa = 0.99060867$
		$S'D' = 0.49370409$	$S'D' = 0.72430883$
		$I1^{\beta}D^{\beta} = 0.71151688$	$I1^{\beta}D^{\beta} = 0.47473858$
$h_3 = 0.856681$	$h_3 = 0.672963$	$h_3 = 1.313958$	$h_3 = 0.743698$

KK IV-19Mm	KK IV-19mm	KK IV-19mM	KK IV-19MM
$M'D' = 0.5473705$	$M'D' = 0.89449389$	$M'D' = 0.74349407$	$M'D' = 0.91229559$
$D'H' = 1.55928289$	$D'H' = 1.31383988$	$D'H' = 1.92191738$	$D'H' = 1.49025648$
$C'D' = 0.65053334$	$C'D' = 0.96742741$	$C'D' = 0.8663783$	$C'D' = 0.99650193$
$\rho = 0.64235611$	$\rho = 0.52521891$		
$B'D' = 1.47848402$	$B'D' = 1.72392703$	$B'D' = 1.11584953$	$B'D' = 1.54751043$
$O_1'D' = 0.95208402$	$O_1'D' = 0.99576591$	$O_1'D' = 0.702669$	$O_1'D' = 0.88012686$
$\omega = 0.40554729$	$\omega = 0.22543661$	$\omega = 0.3737681$	$\omega = 0.2487052$
$C'13' = 0.59776638$	$C'13' = 0.94294821$	$C'13' = 0.80656192$	$C'13' = 0.96584151$
$D'13' = 0.25664953$	$D'13' = 0.21625094$	$D'13' = 0.3163372$	$D'13' = 0.24528815$
$13'5' = 0.96650454$	$13'5' = 0.97633782$	$13'5' = 0.94864681$	$13'5' = 0.96945022$
$\beta_1 = 0.66681039$	$\beta_1 = 1.30851577$	$\beta_1 = 1.01640992$	$\beta_1 = 1.48448601$
$\gamma_1 = 1.08745178$	$\gamma_1 = 1.07529736$	$\gamma_1 = 1.11029004$	$\gamma_1 = 1.08378023$
$\varphi_1 = 0.42064139$	$\varphi_1 = -0.2332184$	$\varphi_1 = 0.09388012$	$\sigma_1 = 1.0603425$
$Q^y 14^y = 0.39466828$	$Q^y 14^y = -0.2256414$	$Q^y 14^y = 0.08892832$	$\eta_1 = 2.08125015$
$P^y 14^y = 0.88225165$	$P^y 14^y = 0.94990604$	$P^y 14^y = 0.94446944$	$G^y 15^y = 0.84586749$
$h_4 = -0.025571$	$h_4 = -0.276943$	$h_4 = 0.369488$	$13'G' = 0.47364746$
$\sigma_1 = 1.08745178$	$\sigma_1 = 1.07529736$	$\sigma_1 = 1.11029004$	$h_5 = 1.589565$
$\varepsilon_1 = 1.50809318$	$\varepsilon_1 = 0.84207896$	$\varepsilon_1 = 1.20417016$	$\varphi_1 = 1.02890621$
$\tau_1 = 1.02707043$	$\tau_1 = 1.03314765$	$\tau_1 = 1.01565131$	$\varepsilon_1 = 0.08631032$
$\delta_1 = 1.15015493$	$\delta_1 = 1.33757792$	$\delta_1 = 1.47691621$	$\tau_1 = 1.11521653$
$\chi_1 = 2.53516361$	$\chi_1 = 2.34166341$	$\chi_1 = 2.21982147$	$Q^y 14^y = 0.89800608$
$\eta_1 = 0.60642904$	$\eta_1 = 0.79992924$	$\eta_1 = 0.92177118$	$C'Q' = 0.43998305$
$Q'G' = 0.56993688$	$Q'G' = 0.71730679$	$Q'G' = 0.79667339$	$C'16' = 0.96584151$
$G^y 15^y = 0.82168847$	$G^y 15^y = 0.69675747$	$G^y 15^y = 0.60441005$	
$h_5 = 0.796118$	$h_5 = 0.419814$	$h_5 = 0.973898$	$h_4 = 1.558134$
$G'13' = 0.96460516$	$G'13' = 0.49166537$	$G'13' = 0.88560171$	$G'Q' = 0.99950592$
$H'1' = 3.07977097$	$H'1' = 3.07977097$	$H'1' = 3.07977097$	$H'1' = 3.07977097$
$G'H' = 0.57341114$	$G'H' = 0.80425545$		
$D'G' = 0.99816437$	$D'G' = 0.53712131$	$D'G' = 0.94040396$	$D'G' = 0.5333931$
$\lambda_1 = 0.26004238$	$\lambda_1 = 0.41436744$	$\lambda_1 = 0.34307489$	$\lambda_1 = 0.47784177$
$\iota_1 = 1.31075395$	$\iota_1 = 1.15642889$	$\iota_1 = 1.22772143$	$\iota_1 = 1.09295456$
$\kappa_1 = 2.88155027$	$\kappa_1 = 2.72722522$	$\kappa_1 = 2.79851776$	$\kappa_1 = 2.66375089$
$\nu_1 = 0.0946954$	$\nu_1 = 0.24902045$	$\nu_1 = 0.17772791$	$\nu_1 = 0.31249478$
$D'16' = 0.99369233$	$D'16' = 0.52055343$	$D'16' = 0.92559065$	$D'16' = 0.50756063$
$H'16' = 0.56559056$	$H'16' = 0.79328645$		$H'16' = 0.98269585$
$G'16' = 0.09438037$	$G'16' = 0.1323761$	$G'16' = 0.16625753$	$G'16' = 0.16398293$
$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$
$G'V' = 0.59438037$	$G'V' = 0.6323761$	$G'V' = 0.66625753$	$G'V' = 0.66398293$
$V'18' = 0.80418404$	$V'18' = 0.77466152$	$V'18' = 0.74572174$	$V'18' = 0.74774773$
$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.99553621$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.57884373$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.98608237$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.98646318$
$\mu_1 = 0.88320992$	$\mu_1 = 1.06590954$	$\mu_1 = 0.81914971$	$\mu_1 = 0.82133053$
$\alpha_1 = 1.2753073$	$\alpha_1 = 0.71284688$	$\alpha_1 = 1.30944211$	$\alpha_1 = 1.30834866$
$\rho_1 = 0.06087231$	$\rho_1 = 0.45263301$	$\rho_1 = 0.35208858$	$\nu_1 = 0.54045439$
$\nu_1 = 0.82233761$		$\nu_1 = 0.46706112$	$\omega_1 = 1.03034194$
$\omega_1 = 0.74845872$	$\psi_1 = 1.51854254$		$\rho_1 = 0.20901141$
$\psi_1 = 0.82233761$	$\omega_1 = 0.05225378$		$\psi_1 = 1.09933725$
$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.58933913$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.86484335$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.38994017$	$V^{\alpha}20^{\alpha} = 0.66617334$
$T'O2' = 0.63457024$	$T'O2' = 0.04523251$	$T'O2' = 0.77327011$	$V'O2' = 0.33961705$
$h_6 = 0.222111$	$h_6 = 1.537806$	$h_6 = 1.703898$	$h_6 = 0.923392$

KK IV-19Mm	KK IV-19mm	KK IV-19mM	KK IV-19MM
$O_2'V' = 0.4043532$	$O_2'V' = 0.47532091$	$O_2'V' = 0.15232054$	$T'V' = 0.50756063$
$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$
$26'16' = 0.99553621$	$26'16' = 0.99119956$	$26'16' = 0.98608237$	$26'16' = 0.98646318$
$\zeta_1 = 0.74845872$	$\zeta_1 = 1.51854254$	$\zeta_1 = 0.46706112$	$T'O_2' = 0.84717768$
$\xi_1 = -0.0608723$	$\xi_1 = -0.2582574$	$\xi_1 = 0.35208858$	$\zeta_1 = 0.20901141$
$\beta_2 = 0.82233761$	$\beta_2 = 0.05225378$	$\beta_2 = 1.1037352$	$\xi_1 = 0.54045439$
$\sigma_2 = 0.7614653$	$\sigma_2 = 1.77679998$	$\gamma_2 = 1.21870775$	$\gamma_2 = 1.03034194$
$Z^\beta N^\beta = 0.70212935$	$Z^\beta N^\beta = 1.44348506$	$\sigma_2 = 0.81914971$	$\delta_2 = 0.82133053$
$\delta_2 = 0.61369923$	$\varphi_2 = 0.73711187$	$Z^\beta N^\beta = 0.74572174$	$Z^\beta N^\beta = 0.74774773$
$\varphi_2 = 0.9570971$	$\eta_2 = 0.68485808$	$\eta_2 = 0.20570691$	$\beta_2 = 1.09933725$
$\eta_2 = 1.36215794$	$\gamma_2 = 0.88593824$	$\delta_2 = 1.36508942$	$\lambda_2 = 1.30834866$
$\gamma_2 = 1.01796941$	$\delta_2 = 0.6276808$	$\lambda_2 = 1.01300084$	$\varphi_2 = 0.73390674$
$\lambda_2 = 0.40427019$	$\lambda_2 = 1.62797361$	$\varphi_2 = 0.7635024$	$O_2'2' = 0.6430788$
$\kappa_2 = 1.16652614$	$\kappa_2 = -0.0571773$	$16'H' = 0.71236434$	$O_2'2' = 0.58004281$
$N^\beta 21^\beta = 0.91528575$	$H^\beta 22^\beta = 0.98957977$	$23^\beta H^\beta = 0.68183245$	$23^\beta H^\beta = 0.58004281$
$h_7 = -0.119168$	$h_7 = 1.409394$	$h_7 = 1.655731$	$h_7 = 1.503435$
$V'2' = 0.39159206$	$V'2' = -0.0566432$	$G'H' = 0.73150838$	$G'H' = 0.99628386$
$O_2'D' = 0.7728652$	$O_2'D' = 0.50204181$	$O_2'D' = 0.63407676$	$O_2'D' = 0.98372253$
$O_2'2' = 0.79594526$	$O_2'2' = 0.41867769$	$O_2'2' = 0.86468487$	$O_2'H' = 0.81458599$
$O_2'H' = 0.93996216$	$O_2'H' = 0.6521434$	$O_2'H' = 0.99883929$	$O_2'G' = 0.74579694$
$O_2'G' = 0.71888075$	$O_2'G' = 0.79109386$	$O_2'G' = 0.68344761$	$O_2'G' = 0.74579694$
$H'Q' = 1.14334802$	$H'Q' = 1.52156224$	$H'Q' = 1.52818177$	$H'Q' = 1.99578978$
$C'Q' = 0.99243466$	$C'Q' = 0.71730679$	$C'Q' = 1.17408507$	$C'Q' = 0.43998305$
$D'Q' = 0.47077811$	$D'Q' = 0.31253563$	$D'Q' = 0.32859926$	$D'Q' = 0.58025288$
$A = -3.81E-10$	$A = 5.51E-11$	$A = -1.28E-10$	$A = 1.74E-11$
$O'O_1' = 5.36584327$	$O'O_1' = 5.17130844$	$O'O_1' = 5.4119572$	$O'O_1' = 5.21090104$
$O'B' = 6.05478279$	$O'B' = 6.05478279$	$O'B' = 6.05478279$	$O'B' = 6.05478279$
$O'C' = 5.17354959$	$O'C' = 5.27663594$	$O'C' = 5.74003375$	$O'C' = 5.47353974$
$O'D' = 4.58297512$	$O'D' = 4.33907983$	$O'D' = 4.9436033$	$O'D' = 4.51436702$
$O'O_2' = 3.79228099$	$O'O_2' = 3.41501342$	$O'O_2' = 3.8610206$	$O'O_2' = 3.63941453$
$O'G' = 3.61117805$	$O'G' = 3.84202236$	$O'G' = 3.76927529$	$O'G' = 4.03405077$
$O'Q' = 4.18111493$	$O'Q' = 4.55932915$	$O'Q' = 4.56594868$	$O'Q' = 5.03355669$
$O'H' = 3.03776691$	$O'H' = 3.03776691$	$O'H' = 3.03776691$	$O'H' = 3.03776691$

Прилог. 10 – Нумерички параметри КК IV–20

KK IV-20Mm	KK IV-20mm	KK IV-20mM	KK IV-20MM
$n = 20$	$n = 20$	$n = 20$	$n = 20$
$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$
$h_1 = 0.510574$	$h_1 = 0.054127$	$h_1 = 0.564262$	$h_1 = 0.216506$
$\alpha = 0.15707963$	$\alpha = 0.15707963$	$\alpha = 0.15707963$	$\alpha = 0.15707963$
$B'H' = 3.19622661$	$B'H' = 3.19622661$	$B'H' = 3.19622661$	$B'H' = 3.19622661$
$r = 3.15687576$	$r = 3.15687576$	$r = 3.15687576$	$r = 3.15687576$
$3'H' = 3.15687576$	$3'H' = 3.15687576$	$3'H' = 3.15687576$	$3'H' = 3.15687576$
$q = 1.41371669$	$q = 1.41371669$	$q = 1.41371669$	$q = 1.41371669$
$\beta = 0.69950973$	$\beta = 0.86433229$	$\beta = 0.65696932$	$\beta = 0.83852549$
$B'S' = 0.69950973$	$B'S' = 0.15707963$	$B'S' = 0.15707963$	$B'S' = 0.15707963$
$\varphi = 0.15707963$	$\varphi = 0.15707963$	$\varphi = 0.15707963$	$\varphi = 0.15707963$
$O_1'B' = 0.85983362$	$O_1'B' = 0.99853408$	$O_1'B' = 0.82559596$	$O_1'B' = 0.97628121$
$B'I' = 0.50623256$	$B'I' = 0.50623256$	$B'I' = 0.50623256$	$B'I' = 0.50623256$
$l'3' = 0.07919222$	$l'3' = 0.07919222$	$l'3' = 0.07919222$	$l'3' = 0.07919222$
$\sigma = 0.95021542$	$\sigma = 1.04634975$	$\sigma = 0.92024763$	$\sigma = 1.03311307$
$\varepsilon = 0.46350127$	$\varepsilon = 0.36736694$	$\varepsilon = 0.49346906$	$\varepsilon = 0.38060362$
$B'4' = 0.76911484$	$B'4' = 0.93190816$	$B'4' = 0.72709817$	$B'4' = 0.90641908$
$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yC^y = 0.8660254$	$B^yC^y = 0.8660254$
$B^yR^y = 0.92315967$	$B^yR^y = 0.93347871$	$B^yR^y = 0.92036029$	$B^yR^y = 0.93191768$
$O_1'O' = 5.65359264$	$O_1'O' = 5.48877008$	$O_1'O' = 5.69613305$	$O_1'O' = 5.51457688$
$R'O' = 5.58398753$	$R'O' = 5.42119421$	$R'O' = 5.6260042$	$R'O' = 5.44668328$
$O_1'4' = 0.38441674$	$O_1'4' = 0.35863281$	$O_1'4' = 0.39107153$	$O_1'4' = 0.36266988$
$O_1'R' = 0.88441674$	$O_1'R' = 0.85863281$	$O_1'R' = 0.89107153$	$O_1'R' = 0.86266988$
$R'6' = 0.46669801$	$R'6' = 0.51259116$	$R'6' = 0.4538629$	$R'6' = 0.50576741$
$\tau = 0.52400235$	$\tau = 0.57295036$	$\tau = 0.51023113$	$\tau = 0.56569951$
$\delta + \tau = 0.58604776$	$\delta + \tau = 0.05801628$	$\delta = 0.65996334$	$\delta = 0.23446584$
		$\psi = 0.91083299$	$\psi = 1.33633049$
		$o = 0.65996334$	$o = 0.23446584$
		$\phi = 1.19957831$	$\phi = 1.16251302$
		$i = 0.53961498$	$i = 0.92804718$
		$8^yC^y = 0.23319735$	$8^yC^y = 0.404842$
$R'C' = 0.09524416$	$R'C' = -0.1781844$	$h_2 = 0.797459$	$h_2 = 0.621348$
$h_2 = 0.053698$	$h_2 = 0.426498$	$3'C' = 0.3377262$	$3'C' = 0.60326298$
$B'C' = 0.9985572$	$B'C' = 0.9044885$	$B'C' = 0.60337301$	$B'C' = 0.78353444$
$\chi = 1.04636314$	$\chi = 0.98507739$	$\chi = 0.59406039$	$\chi = 0.87872406$
$\eta = 0.94028178$	$\eta = 1.50825557$	$\gamma = 0.97673593$	$\gamma = 0.69207227$
$O_1'C' = 0.88953045$	$O_1'C' = 0.87692645$	$O_1'C' = 0.97242943$	$O_1'C' = 0.91438665$
$C'H' = 2.29251676$	$C'H' = 2.40315204$	$C'H' = 2.81914956$	$C'H' = 2.55361278$
$H'M' = 2.26429207$	$H'M' = 2.37356525$	$H'M' = 2.78444115$	$H'M' = 2.52217357$
$S'M' = 0.23242481$	$S'M' = -0.0416709$	$C'M' = 0.44101215$	$C'M' = 0.39947305$
$C'M' = 0.35862863$	$C'M' = 0.3759358$	$B'M' = 0.41178546$	$B'M' = 0.67405304$
$S^bM^b = 0.51259816$	$S^bM^b = 0.3746958$	$S'M' = 0.24518385$	$S'M' = 0.16447245$
$M^bD^b = 0.93348032$	$M^bD^b = 0.92664571$	$M'12' = 0.89750113$	$M'12' = 0.91674494$
$\lambda = 1.15774877$	$\lambda = 1.20395145$	$S^bM^b = 0.33837276$	$S^bM^b = 0.43697624$
$i = 0.4706043$	$i = -0.1114432$	$\eta = 0.86116605$	$\eta = 1.31811607$
$\kappa = 2.67098835$	$\kappa = 3.25303588$	$\lambda = 1.4699773$	$\lambda = 1.4375825$
$v = 0.88365185$	$v = 0.25540165$	$\mu = 2.48206465$	$\mu = 2.08990424$
$\mu = 2.45444818$	$\mu = 1.82619798$	$v = 0.91126833$	$v = 0.51910791$
		$\kappa = 0.659528$	$\kappa = 1.05168841$
		$S'D' = 0.53065179$	$S'D' = 0.75193703$
		$11^bD^b = 0.68440389$	$11^bD^b = 0.4296402$
$h_3 = 0.775335$	$h_3 = 0.6606$	$h_3 = 1.248666$	$h_3 = 0.646147$

KK IV-20Mm	KK IV-20mm	KK IV-20mM	KK IV-20MM
$M'D' = 0.5921367$	$M'D' = 0.89658709$	$M'D' = 0.77583564$	$M'D' = 0.91640948$
$D'H' = 1.67215538$	$D'H' = 1.47697816$	$D'H' = 2.00860551$	$D'H' = 1.60576409$
$C'D' = 0.69227188$	$C'D' = 0.97221198$	$C'D' = 0.89241956$	$C'D' = 0.99969248$
$\rho = 0.6205809$	$\rho = 0.52444657$		
$B'D' = 1.52407123$	$B'D' = 1.71924845$	$B'D' = 1.1876211$	$B'D' = 1.59046252$
$O_1'D' = 0.96431409$	$O_1'D' = 0.99039469$	$O_1'D' = 0.72910309$	$O_1'D' = 0.90300016$
$\omega = 0.38748521$	$\omega = 0.23995017$	$\omega = 0.3598069$	$\omega = 0.25399638$
$C'13' = 0.64094839$	$C'13' = 0.94435793$	$C'13' = 0.83527332$	$C'13' = 0.96761831$
$D'13' = 0.26158273$	$D'13' = 0.23105029$	$D'13' = 0.31421513$	$D'13' = 0.25119685$
$13'5' = 0.96518106$	$13'5' = 0.97294181$	$13'5' = 0.94935181$	$13'5' = 0.96793602$
$\beta_1 = 0.7262501$	$\beta_1 = 1.32779917$	$\beta_1 = 1.07551575$	$\beta_1 = 1.54517386$
$\gamma_1 = 1.08911003$	$\gamma_1 = 1.07946223$	$\gamma_1 = 1.10936903$	$\gamma_1 = 1.08566425$
$\varphi_1 = 0.36285992$	$\varphi_1 = -0.2483369$	$\varphi_1 = 0.03385328$	$\sigma_1 = 0.99588661$
$Q^y 14^y = 0.34259042$	$Q^y 14^y = -0.2391416$	$Q^y 14^y = 0.03213254$	$\eta_1 = 2.14570604$
$P^y 14^y = 0.9023338$	$P^y 14^y = 0.94309442$	$P^y 14^y = 0.94880786$	$G^y 15^y = 0.81233198$
$h_4 = -0.126999$	$h_4 = -0.282494$	$h_4 = 0.299858$	$13'G' = 0.52632394$
$\sigma_1 = 1.08911003$	$\sigma_1 = 1.07946223$	$\sigma_1 = 1.10936903$	$h_5 = 1.458479$
$\varepsilon_1 = 1.45196995$	$\varepsilon_1 = 0.83112529$	$\varepsilon_1 = 1.14322232$	$\varphi_1 = 1.0279642$
$\tau_1 = 1.02624131$	$\tau_1 = 1.03106521$	$\tau_1 = 1.01611181$	$\varepsilon_1 = 0.02562247$
$\delta_1 = 1.2079364$	$\delta_1 = 1.32245939$	$\delta_1 = 1.53694304$	$\tau_1 = 1.05358667$
$\chi_1 = 2.47821126$	$\chi_1 = 2.35886438$	$\chi_1 = 2.15933413$	$Q^y 14^y = 0.86920226$
$\eta_1 = 0.66338139$	$\eta_1 = 0.78272827$	$\eta_1 = 0.98225853$	$C'Q' = 0.49445669$
$Q'G' = 0.61578461$	$Q'G' = 0.70521636$	$Q'G' = 0.8317533$	$C'16' = 0.96761831$
$G^y 15^y = 0.78791453$	$G^y 15^y = 0.70899216$	$G^y 15^y = 0.55514543$	
$h_5 = 0.660916$	$h_5 = 0.426498$	$h_5 = 0.855003$	$h_4 = 1.490551$
$G'13' = 0.95837503$	$G'13' = 0.4660748$	$G'13' = 0.86388584$	$G'Q' = 0.99948556$
$H'1' = 3.23606798$	$H'1' = 3.23606798$	$H'1' = 3.23606798$	$H'1' = 3.23606798$
$G'H' = 0.69319334$	$G'H' = 0.99271931$		
$D'G' = 0.99343255$	$D'G' = 0.52020184$	$D'G' = 0.91925507$	$D'G' = 0.58319529$
$\lambda_1 = 0.26645378$	$\lambda_1 = 0.46023099$	$\lambda_1 = 0.3488475$	$\lambda_1 = 0.44529607$
$\iota_1 = 1.30434255$	$\iota_1 = 1.11056533$	$\iota_1 = 1.22194883$	$\iota_1 = 1.12550026$
$\kappa_1 = 2.87513888$	$\kappa_1 = 2.68136166$	$\kappa_1 = 2.79274516$	$\kappa_1 = 2.69629659$
$\nu_1 = 0.10937414$	$\nu_1 = 0.30315136$	$\nu_1 = 0.19176787$	$\nu_1 = 0.28821643$
$D'16' = 0.9874964$	$D'16' = 0.49648087$	$D'16' = 0.90240405$	$D'16' = 0.55913987$
$H'16' = 0.68465898$	$H'16' = 0.98049729$		$H'16' = 1.04662422$
$G'16' = 0.10843933$	$G'16' = 0.15529551$	$G'16' = 0.1752051$	$G'16' = 0.16576899$
$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$
$G'V' = 0.60843933$	$G'V' = 0.65529551$	$G'V' = 0.6752051$	$G'V' = 0.66576899$
$V'18' = 0.79360039$	$V'18' = 0.75537262$	$V'18' = 0.73763004$	$V'18' = 0.74615793$
$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.99410307$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.54890539$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.98453196$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.98616461$
$\mu_1 = 0.87140253$	$\mu_1 = 1.04069563$	$\mu_1 = 0.81046024$	$\mu_1 = 0.81961905$
$\alpha_1 = 1.28193247$	$\alpha_1 = 0.67761614$	$\alpha_1 = 1.31375504$	$\alpha_1 = 1.30920716$
$\rho_1 = 0.11535364$	$\rho_1 = 0.44060777$	$\rho_1 = 0.41135023$	$\nu_1 = 0.6028402$
$\nu_1 = 0.75604889$		$\nu_1 = 0.39911001$	$\omega_1 = 0.96795612$
$\omega_1 = 0.81474744$	$\psi_1 = 1.4813034$		$\rho_1 = 0.14833708$
$\psi_1 = 0.75604889$	$\omega_1 = 0.08949293$		$\psi_1 = 1.16087009$
$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.63007882$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.86255973$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.33653613$	$V^{\alpha}20^{\alpha} = 0.68433891$
$T'O2' = 0.59413861$	$T'O2' = 0.07739974$	$T'O2' = 0.79796205$	$V'O2' = 0.29737503$
$h_6 = 0.181197$	$h_6 = 1.52316$	$h_6 = 1.585202$	$h_6 = 0.77414$

KK IV-20Mm	KK IV-20mm	KK IV-20mM	KK IV-20MM
$O_2'V' = 0.35741758$	$O_2'V' = 0.41908114$	$O_2'V' = 0.104442$	$T'V' = 0.55913987$
$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$
$26'16' = 0.99410307$	$26'16' = 0.98786806$	$26'16' = 0.98453196$	$26'16' = 0.98616461$
$\zeta_1 = 0.81474744$	$\zeta_1 = 1.4813034$	$\zeta_1 = 0.39911001$	$T'O_2' = 0.8565149$
$\xi_1 = -0.1153536$	$\xi_1 = -0.2392533$	$\xi_1 = 0.41135023$	$\zeta_1 = 0.14833708$
$\beta_2 = 0.75604889$	$\beta_2 = 0.08949293$	$\beta_2 = 1.17168632$	$\xi_1 = 0.6028402$
$\sigma_2 = 0.64069524$	$\sigma_2 = 1.72055669$	$\gamma_2 = 1.1594461$	$\gamma_2 = 0.96795612$
$Z^\beta N^\beta = 0.59822903$	$Z^\beta N^\beta = 1.40754117$	$\sigma_2 = 0.81046024$	$\delta_2 = 0.81961905$
$\delta_2 = 0.64032918$	$\varphi_2 = 0.76700748$	$Z^\beta N^\beta = 0.73763004$	$Z^\beta N^\beta = 0.74615793$
$\varphi_2 = 0.93046715$	$\eta_2 = 0.67751455$	$\eta_2 = 0.14206873$	$\beta_2 = 1.16087009$
$\eta_2 = 1.45507662$	$\gamma_2 = 0.89328178$	$\delta_2 = 1.4287276$	
$\lambda_2 = 1.04582079$	$\delta_2 = 0.65402849$	$\lambda_2 = 1.01737737$	$\lambda_2 = 1.30920716$
$\lambda_2 = 0.40549161$	$\lambda_2 = 1.59428239$	$\varphi_2 = 0.69548768$	$\varphi_2 = 0.6715154$
$\kappa_2 = 1.16530471$	$\kappa_2 = -0.0234861$	$16'H' = 0.75586585$	$O_2'2' = 0.67799373$
$N^\beta 21^\beta = 0.91348984$	$H^\beta 22^\beta = 0.98759562$	$23^\beta H^\beta = 0.63084863$	$23^\beta H^\beta = 0.53881769$
$h_7 = -0.252574$	$h_7 = 1.414094$	$h_7 = 1.485852$	$h_7 = 1.312957$
$V'2' = 0.39214439$	$V'2' = -0.023199$	$G'H' = 0.77590593$	$G'H' = 1.05967053$
$O_2'D' = 0.80436268$	$O_2'D' = 0.50595525$	$O_2'D' = 0.6027077$	$O_2'D' = 0.99177506$
$O_2'2' = 0.74956197$	$O_2'2' = 0.39588214$	$O_2'2' = 0.86030785$	
$O_2'H' = 0.90102339$	$O_2'H' = 0.63774812$	$O_2'H' = 0.99505256$	$O_2'H' = 0.8424224$
$O_2'G' = 0.70565271$	$O_2'G' = 0.77784395$	$O_2'G' = 0.68323499$	$O_2'G' = 0.72916408$
$H'Q' = 1.30897795$	$H'Q' = 1.69793567$	$H'Q' = 1.60765923$	$H'Q' = 2.05915608$
$C'Q' = 0.98353881$	$C'Q' = 0.70521636$	$C'Q' = 1.21149033$	$C'Q' = 0.49445669$
$D'Q' = 0.43103796$	$D'Q' = 0.33252507$	$D'Q' = 0.31585384$	$D'Q' = 0.53570679$
$A = -8.14E-10$	$A = 0.076311$	$A = -7.48E-11$	$A = 0.069616$
$O'O_1' = 5.65359264$	$O'O_1' = 5.48877008$	$O'O_1' = 5.69613305$	$O'O_1' = 5.51457688$
$O'B' = 6.37274742$	$O'B' = 6.37274742$	$O'B' = 6.37274742$	$O'B' = 6.37274742$
$O'C' = 5.48874337$	$O'C' = 5.59937865$	$O'C' = 6.01537617$	$O'C' = 5.74983939$
$O'D' = 4.85484724$	$O'D' = 4.66075124$	$O'D' = 5.18962394$	$O'D' = 4.78881387$
$O'O_2' = 3.90643773$	$O'O_2' = 3.5527579$	$O'O_2' = 4.0171836$	$O'O_2' = 3.83486948$
$O'G' = 3.88941995$	$O'G' = 4.18894592$	$O'G' = 3.97213254$	$O'G' = 4.25589714$
$O'Q' = 4.50520456$	$O'Q' = 4.89416228$	$O'Q' = 4.80388584$	$O'Q' = 5.25538269$
$O'H' = 3.19622661$	$O'H' = 3.19622661$	$O'H' = 3.19622661$	$O'H' = 3.19622661$

Прилог. 11 – Нумерички параметри КК IV–21

KK IV-21Mm	KK IV-21mm	KK IV-21mM	KK IV-21MM
$n = 21$	$n = 21$	$n = 21$	$n = 21$
$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$	$a = 1$
$h_1 = 0.44708$	$h_1 = 0.054127$	$h_1 = 0.433013$	$h_1 = 0.216506$
$\alpha = 0.14959965$	$\alpha = 0.14959965$	$\alpha = 0.14959965$	$\alpha = 0.14959965$
$B'H' = 3.35475307$	$B'H' = 3.35475307$	$B'H' = 3.35475307$	$B'H' = 3.35475307$
$r = 3.31728325$	$r = 3.31728325$	$r = 3.31728325$	$r = 3.31728325$
$3'H' = 3.31728325$	$3'H' = 3.31728325$	$3'H' = 3.31728325$	$3'H' = 3.31728325$
$q = 1.42119668$	$q = 1.42119668$	$q = 1.42119668$	$q = 1.42119668$
$\beta = 0.74170062$	$\beta = 0.86433229$	$\beta = 0.75$	$\beta = 0.83852549$
$B'S' = 0.14959965$	$B'S' = 0.14959965$	$B'S' = 0.14959965$	$B'S' = 0.14959965$
$\varphi = 0.89449416$	$\varphi = 0.99853408$	$\varphi = 0.90138782$	$\varphi = 0.97628121$
$O_1'B' = 0.50564767$	$O_1'B' = 0.50564767$	$O_1'B' = 0.50564767$	$O_1'B' = 0.50564767$
$B'I' = 0.07536287$	$B'I' = 0.07536287$	$B'I' = 0.07536287$	$B'I' = 0.07536287$
$l'3' = 0.97764703$	$l'3' = 1.04634975$	$l'3' = 0.98279372$	$l'3' = 1.03311307$
$\sigma = 0.44354965$	$\sigma = 0.37484692$	$\sigma = 0.43840295$	$\sigma = 0.3880836$
$\varepsilon = 0.80793757$	$\varepsilon = 0.92919955$	$\varepsilon = 0.81614425$	$\varepsilon = 0.90368099$
$B'4' = 0.8660254$	$B'4' = 0.8660254$	$B'4' = 0.8660254$	$B'4' = 0.8660254$
$B^yC^y = 0.92338687$	$B^yC^y = 0.93077467$	$B^yC^y = 0.92390013$	$B^yC^y = 0.92925472$
$B^yR^y = 5.9303357$	$B^yR^y = 5.80770403$	$B^yR^y = 5.92203632$	$B^yR^y = 5.83351083$
$O_1'O' = 5.86409875$	$O_1'O' = 5.74283677$	$O_1'O' = 5.85589207$	$O_1'O' = 5.76835533$
$R'O' = 0.38387067$	$R'O' = 0.36559337$	$R'O' = 0.38263371$	$R'O' = 0.36943967$
$O_1'4' = 0.88387067$	$O_1'4' = 0.86559337$	$O_1'4' = 0.88263371$	$O_1'4' = 0.86943967$
$O_1'R' = 0.46773137$	$O_1'R' = 0.50074756$	$O_1'R' = 0.47006141$	$O_1'R' = 0.49403912$
$R'6' = 0.52510945$	$R'6' = 0.56035971$	$R'6' = 0.52760487$	$R'6' = 0.55321586$
$\tau = 0.50541853$	$\tau = 0.05818502$	$\tau = 0.48779491$	$\tau = 0.23515039$
		$\delta = 1.08300141$	$\delta = 1.33564594$
		$\psi = 0.48779491$	$\psi = 0.23515039$
		$o = 1.18784993$	$o = 1.17075581$
		$\phi = 0.70005501$	$\phi = 0.93560542$
		$l = 0.30284165$	$l = 0.39768096$
		$8^yC^y = 0.735854$	$8^yC^y = 0.614187$
$R'C' = 0.05791995$	$R'C' = -0.1700955$	$h_2 = 0.45663812$	$h_2 = 0.61055216$
$h_2 = 0.017052$	$h_2 = 0.416846$	$3'C' = 0.67713985$	$3'C' = 0.78916028$
$B'C' = 1.0471136$	$B'C' = 0.9089769$	$B'C' = 0.74010181$	$B'C' = 0.88461831$
$\chi = 1.02833786$	$\chi = 0.98834948$	$\chi = 0.83069452$	$\chi = 0.68617802$
$\eta = 0.88576638$	$\eta = 1.50825557$	$\gamma = 0.95304089$	$\gamma = 0.91752376$
$O_1'C' = 2.45142573$	$O_1'C' = 0.88214758$	$O_1'C' = 2.86064513$	$O_1'C' = 2.70673109$
$C'H' = 2.42404533$	$C'H' = 2.55817918$	$C'H' = 2.82869409$	$C'H' = 2.67649914$
$H'M' = 0.18900712$	$H'M' = 2.52960643$	$H'M' = 0.42635703$	$H'M' = 0.40341733$
$S'M' = 0.36536605$	$S'M' = -0.0391857$	$C'M' = 0.52605898$	$C'M' = 0.67825393$
$C'M' = 0.4697315$	$C'M' = 0.38127682$	$B'M' = 0.22394102$	$B'M' = 0.16027156$
$S^bM^b = 0.93086393$	$S^bM^b = 0.36483044$	$S'M' = 0.90455496$	$S'M' = 0.91501609$
$M^bD^b = 1.17500842$	$M^bD^b = 0.92446092$	$M'12' = 0.37664658$	$M'12' = 0.42876231$
$\lambda = 0.41410711$	$\lambda = 1.21062979$	$S^bM^b = 1.04719755$	$S^bM^b = 1.31811607$
$i = 2.72748555$	$i = -0.1076154$	$\eta = 1.45767009$	$\eta = 1.44037342$
$\kappa = 0.80989501$	$\kappa = 3.24920809$	$\lambda = 2.32064757$	$\lambda = 2.0843224$
$\nu = 2.38069134$	$\nu = 0.25255109$	$\mu = 0.74985124$	$\mu = 0.51352608$
	$\mu = 1.82334742$	$\kappa = 0.82094508$	$\kappa = 1.05727025$
		$S'D' = 0.63374895$	$S'D' = 0.75432349$
		$11^bD^b = 0.59022222$	$11^bD^b = 0.42543634$
$h_3 = 0.691197$	$h_3 = 0.647846$	$h_3 = 1.023235$	$h_3 = 0.641943$

KK IV-21Mm	KK IV-21mm	KK IV-21mM	KK IV-21MM
$M'D' = 0.6419$	$M'D' = 0.89513528$	$M'D' = 0.85768997$	$M'D' = 0.91459504$
$D'H' = 1.78214533$	$D'H' = 1.63447115$	$D'H' = 1.97100412$	$D'H' = 1.76190409$
$C'D' = 0.73859864$	$C'D' = 0.97295384$	$C'D' = 0.95781648$	$C'D' = 0.99961475$
$\rho = 0.5931493$	$\rho = 0.52444657$		
$B'D' = 1.57260774$	$B'D' = 1.72028192$	$B'D' = 1.38374895$	$B'D' = 1.59284898$
$O_1'D' = 0.96974566$	$O_1'D' = 0.99128692$	$O_1'D' = 0.80724082$	$O_1'D' = 0.90498835$
$\omega = 0.36786081$	$\omega = 0.25306966$	$\omega = 0.31172466$	$\omega = 0.26581879$
$C'13' = 0.68918549$	$C'13' = 0.94196372$	$C'13' = 0.9116555$	$C'13' = 0.96450601$
$D'13' = 0.26561498$	$D'13' = 0.24360528$	$D'13' = 0.29376292$	$D'13' = 0.26259818$
$13'5' = 0.96407919$	$13'5' = 0.96987446$	$13'5' = 0.95587831$	$13'5' = 0.96490528$
$\beta_1 = 0.79642957$	$\beta_1 = 1.33031024$	$\beta_1 = 1.26542688$	$\beta_1 = 1.54202749$
$\gamma_1 = 1.09049471$	$\gamma_1 = 1.08325362$	$\gamma_1 = 1.10091953$	$\gamma_1 = 1.08945624$
$\varphi_1 = 0.29406514$	$\varphi_1 = -0.2470566$	$\varphi_1 = -0.1645073$	$\sigma_1 = 0.99144902$
$Q^y 14^y = 0.27943377$	$Q^y 14^y = -0.2371838$	$Q^y 14^y = -0.1565407$	$\eta_1 = 2.15014364$
$P^y 14^y = 0.92269467$	$P^y 14^y = 0.94042561$	$P^y 14^y = 0.94297315$	$G^y 15^y = 0.80745219$
$h_4 = -0.231498$	$h_4 = -0.292579$	$h_4 = 0.080262$	$13'G' = 0.52826428$
$\sigma_1 = 1.09049471$	$\sigma_1 = 1.08325362$	$\sigma_1 = 1.10091953$	$h_5 = 1.449395$
$\varepsilon_1 = 1.38455985$	$\varepsilon_1 = 0.836197$	$\varepsilon_1 = 0.93641218$	$\varphi_1 = 1.02606821$
$\tau_1 = 1.02554897$	$\tau_1 = 1.02916952$	$\tau_1 = 1.02033656$	$\varepsilon_1 = 0.02876884$
$\delta_1 = 1.27673119$	$\delta_1 = 1.32373971$	$\delta_1 = 1.40628898$	$\tau_1 = 1.05483705$
$\chi_1 = 2.41010882$	$\chi_1 = 2.35947975$	$\chi_1 = 2.28576344$	$Q^y 14^y = 0.86981984$
$\eta_1 = 0.73148383$	$\eta_1 = 0.7821129$	$\eta_1 = 0.85582921$	$C'Q' = 0.49336947$
$Q'G' = 0.66797461$	$Q'G' = 0.70477994$	$Q'G' = 0.7551148$	$C'16' = 0.96450601$
$G^y 15^y = 0.74418406$	$G^y 15^y = 0.70942599$	$G^y 15^y = 0.65559258$	
$h_5 = 0.512687$	$h_5 = 0.416846$	$h_5 = 0.735854$	$h_4 = 1.484007$
$G'13' = 0.94740838$	$G'13' = 0.46759616$	$G'13' = 0.5985741$	$G'Q' = 0.99940082$
$H'1' = 3.39264612$	$H'1' = 3.39264612$	$H'1' = 3.39264612$	$H'1' = 3.39264612$
$G'H' = 0.81483186$	$G'H' = 1.1486193$		
$D'G' = 0.98393799$	$D'G' = 0.52724729$	$D'G' = 0.66677403$	$D'G' = 0.58993301$
$\lambda_1 = 0.27334207$	$\lambda_1 = 0.48028541$	$\lambda_1 = 0.45623734$	$\lambda_1 = 0.46132189$
$\iota_1 = 1.29745425$	$\iota_1 = 1.09051092$	$\iota_1 = 1.11455899$	$\iota_1 = 1.10947444$
$\kappa_1 = 2.86825058$	$\kappa_1 = 2.66130724$	$\kappa_1 = 2.68535532$	$\kappa_1 = 2.68027077$
$\nu_1 = 0.12374242$	$\nu_1 = 0.33068576$	$\nu_1 = 0.30663769$	$\nu_1 = 0.31172224$
$D'16' = 0.97641447$	$D'16' = 0.49868098$	$D'16' = 0.63567161$	$D'16' = 0.56150224$
$H'16' = 0.80573086$	$H'16' = 1.13579017$		$H'16' = 1.20040186$
$G'16' = 0.12144439$	$G'16' = 0.17119282$	$G'16' = 0.20126899$	$G'16' = 0.18093147$
$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$	$17'T' = 0.8660254$
$G'V' = 0.62144439$	$G'V' = 0.67119282$	$G'V' = 0.70126899$	$G'V' = 0.68093147$
$V'18' = 0.78345828$	$V'18' = 0.7412828$	$V'18' = 0.71289677$	$V'18' = 0.73234714$
$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.99259824$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.54958488$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.6976145$	$V^{\alpha}T^{\alpha} = 0.98349571$
$\mu_1 = 0.86018884$	$\mu_1 = 1.0146324$	$\mu_1 = 0.92370899$	$\mu_1 = 0.80480366$
$\alpha_1 = 1.28807785$	$\alpha_1 = 0.68111359$	$\alpha_1 = 0.89584901$	$\alpha_1 = 1.31652566$
$\rho_1 = 0.18082558$	$\rho_1 = 0.43379414$	$\rho_1 = 0.42459033$	$\nu_1 = 0.60763202$
$\nu_1 = 0.67936326$		$\nu_1 = 0.49911866$	$\omega_1 = 0.9631643$
$\omega_1 = 0.89143307$	$\psi_1 = 1.44842654$		$\rho_1 = 0.15836064$
$\psi_1 = 0.67936326$	$\omega_1 = 0.12236979$		$\psi_1 = 1.15816502$
$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.67374433$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.8595494$	$20^{\alpha}O_2^{\alpha} = 0.41452471$	$V^{\alpha}20^{\alpha} = 0.67088036$
$T'O2' = 0.54412184$	$T'O2' = 0.10571106$	$T'O2' = 0.76037442$	$V'O2' = 0.29368671$
$h_6 = 0.147075$	$h_6 = 1.507396$	$h_6 = 1.43776$	$h_6 = 0.778515$

KK IV-21Mm	KK IV-21mm	KK IV-21mM	KK IV-21MM
$O_2'V' = 0.30267014$	$O_2'V' = 0.39296992$	$O_2'V' = -0.1247028$	$T'V' = 0.56150224$
$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$	$25'27' = 0.8660254$
$26'16' = 0.99259824$	$26'16' = 0.98523754$	$26'16' = 0.97953601$	$26'16' = 0.98349571$
$\zeta_1 = 0.89143307$	$\zeta_1 = 1.44842654$	$\zeta_1 = 0.49911866$	$T'O_2' = 0.85518895$
$\zeta_1 = -0.1808256$	$\zeta_1 = -0.2366639$	$\zeta_1 = 0.29776509$	$\zeta_1 = 0.15836064$
$\beta_2 = 0.67936326$	$\beta_2 = 0.12236979$	$\beta_2 = 1.07167767$	$\zeta_1 = 0.60763202$
$\sigma_2 = 0.49853768$	$\sigma_2 = 1.68509044$	$\gamma_2 = 1.27303124$	$\gamma_2 = 0.9631643$
$Z^\beta N^\beta = 0.47463753$	$Z^\beta N^\beta = 1.38394705$	$\sigma_2 = 0.79688375$	$\delta_2 = 0.80480366$
$\delta_2 = 0.69149166$	$\varphi_2 = 0.78561385$	$Z^\beta N^\beta = 0.72364837$	$Z^\beta N^\beta = 0.73234714$
$\varphi_2 = 0.87930467$	$\eta_2 = 0.66324406$	$\eta_2 = -0.1731896$	$\beta_2 = 1.15816502$
$\eta_2 = 1.58292473$	$\gamma_2 = 0.90755226$	$\delta_2 = 1.74398597$	
$\gamma_2 = 1.06013025$	$\delta_2 = 0.67088836$	$\lambda_2 = 1.44622088$	$\lambda_2 = 1.31652566$
$\lambda_2 = 0.36863858$	$\lambda_2 = 1.56315203$	$\varphi_2 = -0.0486142$	$\varphi_2 = 0.66690198$
$\kappa_2 = 1.20215774$	$\kappa_2 = 0.0076443$	$16'H' = 0.97837875$	$O_2'2' = 0.6804723$
$N^\beta 21^\beta = 0.92591429$	$H^\beta 22^\beta = 0.98520876$	$23^\beta H^\beta = -0.0476006$	$23^\beta H^\beta = 0.5356841$
$h_7 = -0.413228$	$h_7 = 1.402055$	$h_7 = 0.688254$	$h_7 = 1.314199$
$V'2' = 0.35767862$	$V'2' = 0.00753138$	$G'H' = 0.99886645$	$G'H' = 1.21396079$
$O_2'D' = 0.83900621$	$O_2'D' = 0.51105267$	$O_2'D' = 0.64948498$	$O_2'D' = 0.99063017$
$O_2'2' = 0.66034876$	$O_2'2' = 0.4005013$	$O_2'2' = 0.85367594$	
$O_2'H' = 0.82828768$	$O_2'H' = 0.6406257$	$O_2'H' = 0.98932432$	$O_2'H' = 0.84441847$
$O_2'G' = 0.69123248$	$O_2'G' = 0.77776935$	$O_2'G' = 0.71227031$	$O_2'G' = 0.74156561$
$H'Q' = 1.48280647$	$H'Q' = 1.85339924$	$H'Q' = 1.75398125$	$H'Q' = 2.21336161$
$C'Q' = 0.96861926$	$C'Q' = 0.70477994$	$C'Q' = 1.10666388$	$C'Q' = 0.49336947$
$D'Q' = 0.38553151$	$D'Q' = 0.33999953$	$D'Q' = 0.33286881$	$D'Q' = 0.53937689$
$A = -2.11E-11$	$A = 0.186904$	$A = 0.024016$	$A = 0.221466$
$O'O_1' = 5.9303357$	$O'O_1' = 5.80770403$	$O'O_1' = 5.92203632$	$O'O_1' = 5.83351083$
$O'B' = 6.690745$	$O'B' = 6.690745$	$O'B' = 6.690745$	$O'B' = 6.690745$
$O'C' = 5.8061788$	$O'C' = 5.91293225$	$O'C' = 6.2153982$	$O'C' = 6.06148416$
$O'D' = 5.1238825$	$O'D' = 4.97693396$	$O'D' = 5.31187192$	$O'D' = 5.10373824$
$O'O_2' = 3.97763201$	$O'O_2' = 3.71778455$	$O'O_2' = 4.17095919$	$O'O_2' = 3.99775555$
$O'G' = 4.16958493$	$O'G' = 4.50337237$	$O'G' = 4.35361952$	$O'G' = 4.56871386$
$O'Q' = 4.83755954$	$O'Q' = 5.20815231$	$O'Q' = 5.10873432$	$O'Q' = 5.56811468$
$O'H' = 3.35475307$	$O'H' = 3.35475307$	$O'H' = 3.35475307$	$O'H' = 3.35475307$

**Прилог. 12 – Листинг програма за генерисање омотача КК IV-Mm
креираног у софтверском пакету *MATLAB*
на основу алгоритма из Поглавља број 9.1**

```
function [ h1, delta, T, X, Y, Z, tri ] = kupola( a, n, eps )
```

```
C1=n;
```

```
C2=a;
```

```
d=0;
```

```
l=a*sqrt(3)/2;
```

```
while 1
```

```
    C3=(1+d)/2;
```

```
    C4=C2*sqrt(3)/2;
```

```
    C5=pi/C1;
```

```
    C6=(C2/2)*1/(sin(pi/C1));
```

```
    C7=C6*cos(C5);
```

```
    C8=asin(C7/C6);
```

```
    C9=sqrt((3/4*C2*C2)-(C3*C3));
```

```
    C10=pi/2-C5;
```

```
    C11=pi/2-C10;
```

```
    C12=sqrt(C6*C6-C2*C2/4);
```

```
    C13=sqrt(C9*C9+C2*C2/4);
```

```
    C14=C2/(2*sin(C8));
```

```
    C15=sqrt(C14*C14-C2*C2/4);
```

```
    C16=asin(C9/C13);
```

```
    C17=pi/2-C16-C11;
```

```
    C18=C13*cos(C17);
```

```

% C19=C2*sqrt(3)/2;

C20=sqrt(C3*C3+C18*C18);
C21=C6+C7-C9;
% C22=C6+C12-C18;
C23=sqrt(C13*C13-C18*C18);
C24=C2/2+C23;
C25=sqrt(C2*C2-C24*C24);
C26=acos(((C2*C2*3/4)+C20*C20-C25*C25)/(C2*sqrt(3)*C20));
C27=acos((C18*C18+C20*C20-C3*C3)/(2*C18*C20));
C28=C27-C26;
C29=C2*sqrt(3)/2*cos(C28)-C18;

C30=sqrt(C4*C4-(C18+C29)*(C18+C29));
C31=sqrt((C2*C2)/4+((C18+C29)*(C18+C29)));
C32=acos(C2/(2*C31));
% C33=acos((2*C3)/(C2*sqrt(3)));
C34=sqrt((C13*C13)+(C31*C31)-(2*C13*C31*cos(pi-C16-C11-C32)));
C35=C12-C18-C29;
C36=C35*sin(C8);
C37=C6-C36-C9;
C38=C35*cos(C8);
C39=sqrt((C37*C37)+(C3-C30)*(C3-C30));

C40=sqrt(C2*C2-C38*C38);
C41=acos((C39*C39+C40*C40-C4*C4)/(2*C39*C40));
C42=asin(C37/C39);
% C43=pi-C42;
C44=pi/2+C42-C41;
% C45=2*pi-C43-C41;
C46=C40*sin(C44)+C30;
C47=sqrt(C40*C40-(C46-C30)*(C46-C30));

```

```

C48=C36-C47;
C49=sqrt(C35*C35+C48*C48-2*C35*C48*cos(C5));

C50=pi/2-C16;
% C51=C9+C37+C47;
C52=sqrt(C13*C13+(C9+C37+C47)*(C9+C37+C47)-
2*C13*(C9+C37+C47)*cos(C50));
C53=acos((C49*C49+C35*C35-C48*C48)/(2*C49*C35));
C54=C49*cos(C53);
C55=sqrt(C49*C49-C54*C54);
C56=sqrt(C2*C2-C55*C55);
C57=asin(C54/C56);
C58=acos((2*C56*C56-C2*C2)/(2*C56*C56));
C59=C58-C57;

C60=C56*sin(C59);
C61=sqrt(C56*C56-C60*C60);
C62=C46-C61;
C63=C9+C37+C47;
C64=C6-C63;
C65=2*asin(C2/(2*C56));
% C66=C65+C59;
C67=(pi-C65)/2;
C68=asin(C61/C56);
C69=3*pi/2-C67-C68;

C70=pi-C69;
C71=C2*sin(C70);
C72=C2*cos(C70);
C73=C62+C72;
C74=C60+C71;
C75=C14/sin(C5);

```

```

C76=C75-C15-C18-C29-C54-C74;
C77=sqrt(C74*C74+C55*C55);
% C78=asin(C55/C77);
% C79=acos(C55/C77);

C80=acos((C77*C77+C76*C76-C64*C64)/(2*C77*C76));
C81=pi-C5-C80;
C82=C77*cos(C81);
% C83=C64-C82;
C84=C77*sin(C81);
C85=C4;
C86=C2/2+C84;
C87=sqrt(C2*C2-C86*C86);
C88=sqrt(C82*C82+(C73-C46)*(C73-C46));
C89=acos((C88*C88+C85*C85-C87*C87)/(2*C88*C85));

% C90=acos((C85*C85+C87*C87-C88*C88)/(2*C85*C87));
C91=acos(C82/C88);
C92=C89-C91;
C93=pi/2-C92;
C94=pi/2-C93;
C95=C85*sin(C93);
C96=C85*sin(C94);
C97=C46-C96;
C98=C82-C95;
C99=C4;

C100=sqrt(C2*C2-C84*C84);
C101=asin(C95/C99);
C102=asin((C73-C46)/C100);
C103=pi/2-C101;
C104=pi/2+C102-C101;

```

$$C105=\sqrt{C100*C100+C99*C99-2*C100*C99*\cos(C104)};$$

$$C106=\arccos((C73-C97)/C105);$$

$$C107=\pi/2-C106;$$

$$C108=\pi-C107-C103;$$

$$C109=\pi-C104-C108;$$

$$C110=C109-C106;$$

$$C111=\pi/2-C110;$$

$$C112=C100*\sin(C111);$$

$$C113=C73-C112;$$

$$C114=\sqrt{C100*C100-(C73-C113)*(C73-C113)};$$

$$C115=\sqrt{C95*C95+(C2/2)*(C2/2)};$$

$$C116=C114+C98;$$

$$C117=\sqrt{C116*C116+(C2/2)*(C2/2)};$$

$$C118=\sqrt{C98*C98+(C2/2+C84)*(C2/2+C84)};$$

$$C119=C76+C71;$$

$$C120=C35-C119;$$

$$C121=\sqrt{C60*C60+C55*C55};$$

$$C122=\sqrt{C3*C3+C13*C13};$$

$$C123=\sqrt{C30*C30+C31*C31};$$

$$C124=\sqrt{C34*C34+(C30-C3)*(C30-C3)};$$

$$C125=\sqrt{C52*C52+(C46-C3)*(C46-C3)};$$

$$C126=\sqrt{C49*C49+(C46-C30)*(C46-C30)};$$

$$C127=\sqrt{C115*C115+(C97-C46)*(C97-C46)};$$

$$C128=\sqrt{C77*C77+(C73-C46)*(C73-C46)};$$

$$C129=\sqrt{C118*C118+(C97-C73)*(C97-C73)};$$

$$C130=\sqrt{C76*C76+(C113-C73)*(C113-C73)};$$

$$C131=\sqrt{C117*C117+(C113-C97)*(C113-C97)};$$

$$C132=\sqrt{C120*C120+(C62-C30)*(C62-C30)};$$

$$C133=\sqrt{C121*C121+(C62-C46)*(C62-C46)};$$

```

C134=sqrt(C71*C71+(C73-C62)*(C73-C62));

C135=C122+C123+C124+C125+C126+C127+C128+C129+C130+C131+C132+C133
+C134-13*C2;

delta=abs(C135);
if delta <= eps
    break;
end

if C135>0
    l=C3;
else
    d=C3;
end


end
h1=C3;
fprintf('\nh1=%12.10f\ndelta=%e\n\n', h1, delta);
;

F(:, 1)=[C6+C35; 0; C30 ];
L(:, 1)=[C6+C76; 0; C73 ];
K(:, 1)=[C6; 0; C113];

C141=sqrt((C2/2)*(C2/2)+(C7+C48)*(C7+C48));
E(:, 1)=[C141; pi/C1-asin(C2/2/C141); C46];

C143=sqrt((C2/2)*(C2/2)+(C6+C7)*(C6+C7));
A(:, 1)=[C143; pi/2/C1; 0];

O1(:, 1)=[C21; pi/C1; C3];

```

```

B(:, 1)=[C143; 3*pi/2/C1; 0];
C(:, 1)=[C6+C35; 2*pi/C1; C30];
D(:, 1)=[C141; pi/C1+asin(C2/2/C141); C46];
O2(:, 1)=[C7+C116; pi/C1; C97];
G(:, 1)=[C6+C76; 2*pi/C1; C73];
Q(:, 1)=[C6+C119; 2*pi/C1; C62];
H(:, 1)=[C6; 2*pi/C1; C113];

```

```

Tcil=[A(:, 1), B(:, 1), C(:, 1), D(:, 1), E(:, 1), F(:, 1), O1(:, 1), G(:, 1), H(:, 1), K(:, 1),
L(:, 1), O2(:, 1), Q(:, 1)];
T=Tcil;

```

```

tri=[ 1 2 7;
      2 3 7;
      3 4 7;
      4 5 7;
      5 6 7;
      6 1 7;
      5 4 12;
      4 8 12;
      8 9 12;
      9 10 12;
      10 11 12;
      11 5 12;
      3 13 4;
      13 8 4];

```

```

for i=1:C1

```

```

    A(:, i+1)= A(:, i) + [0; 2*pi/C1; 0];
    B(:, i+1)= B(:, i) + [0; 2*pi/C1; 0];
    C(:, i+1)= C(:, i) + [0; 2*pi/C1; 0];
    D(:, i+1)= D(:, i) + [0; 2*pi/C1; 0];
    E(:, i+1)= E(:, i) + [0; 2*pi/C1; 0];

```

```

F(:, i+1)= F(:, i) + [0; 2*pi/C1; 0];
O1(:, i+1)=O1(:, i) + [0; 2*pi/C1; 0];
G(:, i+1)= G(:, i) + [0; 2*pi/C1; 0];
H(:, i+1)= H(:, i) + [0; 2*pi/C1; 0];
K(:, i+1)= K(:, i) + [0; 2*pi/C1; 0];
L(:, i+1)= L(:, i) + [0; 2*pi/C1; 0];
O2(:, i+1)=O2(:, i) + [0; 2*pi/C1; 0];
Q(:, i+1)= Q(:, i) + [0; 2*pi/C1; 0];

```

```

Tcil=[Tcil, A(:, i), B(:, i), C(:, i), D(:, i), E(:, i), F(:, i), O1(:, i), G(:, i), H(:, i), K(:, i),
L(:, i), O2(:, i), Q(:, i)];

```

```

tri=[tri;

```

```

13*(i-1)+13 13*(i-1)+ 3 13*i+5;
13*(i-1)+ 8 13*(i-1)+13 13*i+5;
13*(i-1)+ 3 13*(i-1)+ 2 13*i+1;

```

```

13*i+1 13*i+2 13*i+7;
13*i+2 13*i+3 13*i+7;
13*i+3 13*i+4 13*i+7;
13*i+4 13*i+5 13*i+7;
13*i+5 13*i+6 13*i+7;
13*i+6 13*i+1 13*i+7;
13*i+5 13*i+4 13*i+12;
13*i+4 13*i+8 13*i+12;
13*i+8 13*i+9 13*i+12;
13*i+9 13*i+10 13*i+12;
13*i+10 13*i+11 13*i+12;
13*i+11 13*i+5 13*i+12;
13*i+3 13*i+13 13*i+4;
13*i+13 13*i+8 13*i+4];

```

```

end

```

```
tri=[tri;
```

```
    13*i+13 13*i+ 3 5;
```

```
    13*i+ 8 13*i+13 5;
```

```
    13*i+ 3 13*i+ 2 1];
```

```
X=Tcil(1, :).*cos(Tcil(2, :));
```

```
Y=Tcil(1, :).*sin(Tcil(2, :));
```

```
Z=Tcil(3, :);
```

```
trisurf(tri, X, Y, Z, 'facecolor' , 'interp') ;
```

```
axis equal ;
```

```
end
```

БИОГРАФИЈА

Мр Слободан Ж. Мишић рођен је 19.01.1967. године у Пироту где је и завршио основну и средњу школу као носилац Вукове дипломе. Архитектонски факултет Универзитета у Београду уписао је 1985. године. Од августа 1985.г. до октобра 1986. г. налази се на одслужењу војног рока. Године 1993. дипломирао је на Архитектонском факултету Универзитета у Београду са просечном оценом током студија 8,55 и оценом 10 на дипломском раду. Последипломске студије из Нацртне геометрије уписао је 1995.г. на Архитектонском факултету Универзитета у Београду. Магистарску тезу под насловом „Синтеза поступака пресликавања два перспективно колинеарна простора за конструисање рељефне перспективе“ одбранио је 10.01.2005.г.

Од школске 1996.-1997.г. запослен је на Грађевинском факултету Универзитета у Београду као асистент приправник на предмету Нацртна геометрија. Школске 2001.-2002.г. ради као хонорарни сарадник на Војно-техничкој Академији у Београду на предметима Нацртна геометрија и Техничко цртање. По завршетку последипломских студија и одбрањене магистарске тезе, дана 21.04.2005.г. изабран је у звање асистента Грађевинског факултета Универзитета у Београду где и данас ради на предметима Нацртна геометрија и Рачунарска геометрија. Ангажован је у извођењу дела наставе на Архитектонском факултету Универзитета у Београду на предметима Геометрија облика I и Геометрија облика II школске 2007.-2008.г., 2008.-2009.г. и 2009.-2010.г.

Током 1993.г. и 1994.г. радио је као пројектант приправник у предузећу Мимисо у Београду. Године 1996. положио је стручни испит прописан за дипломираног инжењера архитектуре. До данас је учествовао или био самостални аутор већег броја пројеката из области архитектуре и ентеријера. Носилац је лиценце Инжењерске коморе Србије 300 J39310 и 400 Ф24810. Решењем Министарства правде Републике Србије уписан је у регистар судских вештака, област архитектура, од 06.07.2011.г. У оквиру стручних и наставних активности користи софтверске пакете AutoCAD, ArhiCAD, као и друге програме применљиве у Рачунарској геометрији. Члан је Инжењерске коморе Србије и Српског удружења за геометрију и графику.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а Слободан Ж. Мишић

број индекса _____

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом:

Конструктивно – геометријско генерисање купола

са конкавним полиедарским површима

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 05.12.2012.г.



Прилог 2.

**Изјава о истоветности штампане и електронске
верзије докторског рада**

Име и презиме аутора Слободан Ж. Мишић

Број индекса _____

Студијски програм _____

Наслов рада Конструктивно – геометријско генерисање купола са конкавним
полиедарским површима

Ментор др Миодраг Несторовић, редовни професор Универзитета у Београду –
Архитектонски факултет

Потписани Слободан Ж. Мишић

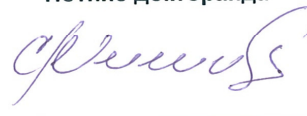
Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 05.12.2012.г.



Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Конструктивно – геометријско генерисање купола

са конкавним полиедарским површима

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

У Београду, 05.12.2012.г.

Потпис докторанда

