



UNIVERZITET U NOVOM SADU
FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA U
NOVOM SADU



Milan Milovanović

**METODA MERENJA MOŽDANIH ERP
POTENCIJALA ZASNOVANA NA MERENJU
HARMONIKA EPOHE**
DOKTORSKA DISERTACIJA

Novi Sad, 2015.



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ • ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА
21000 НОВИ САД, Трг Доситеја Обрадовића 6

КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА

Редни број, РБР:	
Идентификациони број, ИБР:	
Тип документације, ТД:	Монографска документација
Тип записа, ТЗ:	Текстуални штампани материјал
Врста рада, ВР:	Докторска дисертација
Аутор, АУ:	Мр Милан Миловановић, дипл.инж.
Ментор, МН:	Доц. др Платон Совиљ, дипл.инж.
Наслов рада, НР:	Метода мерења можданих ЕРП потенцијала заснована на мерењу хармоника епохе
Језик публикације, ЈП:	Српски
Језик извода, ЈИ:	Српски/Енглески
Земља публикавања, ЗП:	Република Србија
Уже географско подручје, УГП:	Аутономна Покрајина Војводина
Година, ГО:	2015.
Издавач, ИЗ:	Ауторски репринт
Место и адреса, МА:	Нови Сад, Трг Доситеја Обрадовића 6
Физички опис рада, ФО: (поглавља/страна/ цитата/табела/слика/графика/прилога)	6/230/48/34/77/44/21
Научна област, НО:	Електротехника и рачунарство
Научна дисциплина, НД:	Биомедицинска мерења и инструментација
Предметна одредница/Кључне речи, ПО:	Мождани потенцијали, ЕЕГ, ЕРП, дигитална мерења, стохастички процеси, Вилбрахам-Гибс-ов феномен
УДК	
Чува се, ЧУ:	Библиотека Факултета техничких наука, Нови Сад
Важна напомена, ВН:	
Извод, ИЗ:	У раду је предложена метода мерења можданих ЕРП потенцијала заснована на мерењу хармоника епохе. Предложена метода је заснована на приступу такозваног стохастичког дигиталног мерења на интервалу (СДМИ), а хардвер са којим се ова метода може имплементирати је заснован на брзим А/Д конверторима и ФПГА структури. Метода је испитана бројним симулацијама и експериментима и показано је да СДМИ мањег броја епоха, са задовољавајућом тачношћу, мери латенцију ЕРП-а, што је корисно код временски краћих мерења, када тачно мерење амплитуде ЕРП компоненте није од значаја.
Датум прихватања теме, ДП:	
Датум одбране, ДО:	
Чланови комисије, КО:	
Председник:	Др Зоран Митровић, ванредни професор
Члан:	Др Драган Денић, редовни професор
Члан:	Др Вања Ковић, доцент
Члан:	Др Оливера Клисурић, ванредни професор
Члан, ментор:	Др Платон Совиљ, доцент
	Потпис ментора



UNIVERSITY OF NOVI SAD • FACULTY OF TECHNICAL SCIENCES
21000 NOVI SAD, Trg Dositeja Obradovića 6

KEY WORDS DOCUMENTATION

Образац Q2.HA.06-05- Издање 1

Accession number, ANO :	
Identification number, INO :	
Document type, DT :	Monograph documentation
Type of record, TR :	Textual printed material
Contents code, CC :	Ph. D. Thesis
Author, AU :	Milan Milovanović, M. Sc.
Mentor, MN :	Dr Platon Sovilj, Assistant professor
Title, TI :	Method of brain ERP measurement based on measurement of epoch harmonics
Language of text, LT :	Serbian
Language of abstract, LA :	Serbian/English
Country of publication, CP :	Republic of Serbia
Locality of publication, LP :	Autonomous Province of Vojvodina
Publication year, PY :	2015.
Publisher, PB :	Author's reprint
Publication place, PP :	Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 6
Physical description, PD : (chapters/pages/ref./tables/pictures/graphs/appendixes)	6/230/48/34/77/44/21
Scientific field, SF :	Electrical engineering and computer engineering
Scientific discipline, SD :	Biomedical measurement and instrumentation
Subject/Key words, S/KW :	Brain potentials, EEG, ERP, digital measurement, stochastic processes, Wilbraham-Gibbs phenomenon
UC	
Holding data, HD :	Library of Technical science faculty, Novi Sad
Note, N :	
Abstract, AB :	Method of measurement of brain event-related potentials based on measurement of epoch harmonics is proposed. Proposed method is based on so called Digital Stochastic Measurement over an Interval (DSMI) approach and hardware for implementation of this method is based on high-speed A/D converters and the FPGA structure. The method has been extensively tested by numerous simulations and experiments and it has been shown that the DSMI of a small number of epoch measure the ERP latency with satisfying accuracy which is useful for short time measurement when the accurate measurement of the ERP amplitude is not important.
Accepted by the Scientific Board on, ASB :	
Defended on, DE :	
Defended Board, DB :	President: Dr. Zoran Mitrović, Associate professor
	Member: Dr. Dragan Denić, Full professor
	Member: Dr. Vanja Ković, Assistant professor
	Member: Dr. Olivera Klisurić, Associate professor
	Member, Mentor: Dr. Platon Sovilj, Assistant professor
	Mentor's sign

Образац Q2.HA.06-05- Izdanje 1

SADRŽAJ:

Uvod	4
1. POJAVA I KARAKTERISTIKE ELEKTRIČNE AKTIVNOSTI NEURONA	6
1.1. Centralni nervni sistem	6
1.1.1. Neuronska struktura	6
1.1.2. Mehanizmi nastanka neuro impulsa	8
1.1.3. Struktura centralnog nervnog sistema	11
1.1.4. Anatomija mozga	11
1.1.5. Uobličavanje i transmisija neuroimpulsa	13
1.2. Proračun bioelektričnih veličina	14
2. EEG I ERP SIGNALI	27
2.1. Elektroencefalografski (EEG) signal	27
2.2. Potencijal vezan za događaj (ERP)	32
3. MERENJE EEG I ERP SIGNALA	38
3.1. Merenje EEG signala i EEG instrumentacija	38
3.2. Merenje ERP signala i specifičnosti ERP instrumentacije	54
4. MATEMATIČKI ALATI ZA HARMONIJSKU ANALIZU SIGNALA	62
4.1. Furijeova transformacija kontinualnih signala	62
4.2. Furijeova transformacija diskretizovanih signala po vremenu (DTFT)	65
4.3. Diskretna Furijeova transformacija (DFT)	68
4.4. Brza Furijeova transformacija (FFT)	71
4.5. Kratkotrajna Furijeova transformacija (STFT)	74
4.6. Vejvlet transformacija u digitalnoj obradi signala	77
5. STOHAISTIČKO MERENJE EEG SIGNALA I UTICAJ VILBRAHAM-GIBS-ovog FENOMENA	81
5.1. Stohastičko digitalno merenje signala na intervalu	81
5.1.1. Fleš A/D konvertori	83
5.1.2. Stohastičko digitalno merenje stacionarnih signala na intervalu	86
5.1.3. Stohastičko digitalno merenje EEG signala na intervalu u frekvencijskom i vremenskom domenu	94
5.1.3.1. FPGA struktura za implementaciju metode SDMI	96
5.1.3.2. Mikroprocesor za implementaciju metode SDMI	101
5.1.4. Matlab simulacija merenja tipičnih signalnih formi primenom metode SDMI	103
5.2. Matlab simulacija efekta curenja spektra signala	130
5.3. Uticaj Vilbraham-Gibs-ovog efekta na merenje EEG signala primenom SDMI	133
6. MERENJE ERP POTENCIJALA ZASNOVANO NA STOHAISTIČKOM MERENJU HARMONIKA EPOHE	141
6.1. Primena EEGLAB softvera u merenju ERP potencijala	141
6.2. Analiza ERP P300 komponente primenom ERPLAB softvera	150
6.3. Merenje amplitude i latencije ERP-a primenom metode SDMI	158
Zaključak	169

PRILOZI	171
LITERATURA	231

Uvod

Poznato je da je mozak biološki sistem na najvišem stadijumu razvoja, a naše znanje o funkcijama centralnog nervnog sistema (CNS) je daleko od kompletnog, tako da ove funkcije predstavljaju predmet svakodnevnog istraživanja.

Na početku ovog rada, predstavlja se anatomija neurona kao gradivne morfološke i funkcionalne jedinice nervnog sistema. Prevažadno se pažnja usmerava ka pojašnjenju mehanizama nastanka neuro impulsa. Neuron, u centralnom nervnom sistemu čoveka, su generatori električnih impulsa, a transmisijom neuro impulsa kroz razgranatu mrežu nervnog sistema, vrši se prenos informacija u organizmu. Definisanjem osnovnih bioelektričnih veličina nervnog sistema čoveka, Matlab programima se modeluju funkcije napona membrane neurona, struje curenja, propagacije impulsa kroz akson, kao i brzine prostiranja neuro impulsa, sa prikazom izračunatih vrednosti osnovnih parametara dizajniranog modela. Formiranim funkcijama u Matlabu, simuliraju se procesi generisanja i transmisije neuro impulsa.

Elektroencefalografski (EEG) oscilatorni signali, specifičnih frekvencijskih spektara registrovanih na vlasištu, odslikavaju promene električnog neuro potencijala izazvane sveukupnom aktivnosti neurona mozga. Osim električnih potencijala spontane aktivnosti mozga, posebnu grupu signala čine potencijali vezani za događaj (ERP) koji predstavljaju neuronsku aktivnost vremenski sinhronizovanu sa događajem (najčešće stimulacijom) značajnim za centralni nervni sistem. Specifičnosti EEG i ERP komponenti signala, sa vrednostima karakterističnih električnih veličina (frekvencija, amplituda, latencija,...) i podelom frekvencijskih spektara, prezentuju se u nastavku rada. Ukazuje se na prednosti i nedostatke EEG metode, kao i važnost registrovanja vršnih vrednosti i latencije ERP komponenti. U kratkom istorijatu nastanka i primene EEG metode u elektrofiziološkim studijama, prikazuje se razvoj ove metode i potreba za analizom EEG/ERP signala primenom matematičkih alata baziranih na Furijeovoj transformaciji.

Moždani električni potencijali su slabog SNR faktora, pa je kod merenja takvih signala potrebno ispuniti niz preduslova i primeniti napredne sofisticirane metode digitalne obrade signala, kako bi se ekstrahovao "koristan" signal. U radu se opisuje standardna merna instrumentacija, ukazuje se na specifičnosti i električne karakteristike mernih elektroda i isiče se da savremena standardna merna instrumentacija počiva na digitalnim merenjima. Zbog toga se posvećuje posebna pažnja analgno-digitalnoj konverziji registrovanih signala moždane strukture u prisustvu velikog nivoa šuma. Takođe se ukazuje na potrebu višestepenih pojačanja korisnog signala, kao i primenu različitih izvedbi filtera u cilju smanjenja artifakata i distorzija EEG signala. Registrovanje ERP potencijala zahteva specifičnu izvedbu merne instrumentacije koja sadrži stimulatore namenjene audio (AEP), video (VEP) i somatosenzornoj (SEP) stimulaciji moždanih regija. Ukazuje se na specifičnosti hardverske realizacije merenja vršne vrednosti i latencije ERP-a koje su uslovljene "prirodom" spektralnog sadržaja komponenti ERP-a.

Digitalna obrada kontinualnih analognih neuro potencijala se realizuje primenom Furijeovih principa primenjenih kroz matematičke forme zapisa signala. Furijeovom transformacijom se kontinualni signal analizira u frekvencijskoj domeni. U cilju pripreme za digitalnu Matlab

simulaciju merenja signala moždane aktivnosti, izvode se izrazi pomoću kojih se definišu funkcije signala, proračunavaju Furijeovi koeficijenti, sinusni i kosinusni harmonici u trigonometrijskom zapisu složenog signala, kao i uslovi vezani za diskretizaciju kontinualnog signala u vremenu. Naglašava se značaj uvođenja diskretne Furijeove transformacije (DFT) i brze Furijeove transformacije (FFT), izvode se matematički izrazi za kratkotrajnu Furijeovu transformaciju (STFT), a napominje se i potreba uvođenja vejevlet transformacije (WT).

Neuro potencijali su biomedicinski nestacionarni signali izrazite stohastičnosti. Standardna digitalna aparatura, ulazni analogni signal sempluje A/D konvertorima Nikvistovom brzinom uzorkovanja, pri čemu se proces kvantizacije izvršava u pojedinačnim intervalima semplovanja. U radu se ukazuje na poboljšana rešenja A/D konverzije primenom metode višestrukog semplovanja. Implementacijom digitalnog hardvera podržanog softverskim algoritmima kao i većom rezolucijom A/D konvertora, postižu se preciznija merenja uz veće brzine semplovanja. U radu se predlaže realizacija jednostavnog i jeftinog mernog digitalnog stohastičkog sistema zasnovanog na primeni metode stohastičkog digitalnog merenja harmonika složenog signala na intervalu (SDMI). Metoda se bazira na dodavanju uniformnog slučajnog ditera u procesu A/D konverzije, s namerom raspresanja - minimiziranja greške merenja ulaznog originalnog signala. Merenja na intervalu, primenom brzih fleš ADC-a male rezolucije, predstavljaju dopunu metodi merenja u tački. Prikazom uopštene blok šeme merne instrumentacije zasnovane na primeni metode SDMI, izvode se izrazi za proračunavanje Furijeovih koeficijenata kojima se mere sinusni/kosinusni harmonici analognog signala. Predloženi hardver stohastičkog digitalnog mernog instrumenta se zasniva na memorijskim komponentama, ADC, mikroprocesoru i FPGA strukturi. Primenom metode SDMI meri se skup harmonika (frekvencijski spektar) EEG signala i kao rezultat merenja, rekonstruišu se serije vremenskih signala. Matlab digitalnom simulacijom, u eksperimentalnoj fazi, simulira se merenje karakterističnih signala (sinusni, pavougaoni, testerasti), kao i efekat curenja spektra signala. Uticaj Vilbraham-Gibs-ovog fenomena, na merenje EEG signala primenom stohastičke digitalne merne instrumentacije, prikazuje se u nastavku.

Vrh amplitude signala odgovora i latencija (kašnjenje) reakcije CNS-a na stimulaciju su pokazatelji stanja kognitivne funkcije subjekta (ispitanika). Namenski kreiranim EEGLAB softverom se analizira EEG signal koji je "u pozadini" vremenski sinhronizovanih odgovora moždane strukture na stimulaciju. Komponente ERP-a se analiziraju korištenjem specijalizovanog softverskog okruženja ERPLAB, a u radu se prezentuje merenje vršne vrednosti i latencije P300 komponente ERP-a. U digitalnoj Matlab simulaciji merenja, primenom metode SDMI, model stohastičke digitalne instrumentacije se bazira na FPGA mikroprocesorskoj strukturi. Razvijenim algoritmom digitalne simulacije merenja, programski se vrši komparacija rekonstruisanog i originalnog signala, sa analizom greške merenja vršne vrednosti i latencije P300 komponente ERP-a. Standardnim merenjem je potrebno procesirati relativno veliki broj EEG epoha. Digitalnom Matlab simulacijom se analiziraju različiti dizajni mernog sistema sa promenljivim brojem harmonika i merenih EEG epoha. U cilju smanjenja ukupnog vremena, razmatra se stohastičko digitalno merenje harmonika sa redukovanim brojem EEG epoha.

1. POJAVA I KARAKTERISTIKE ELEKTRIČNE AKTIVNOSTI NEURONA

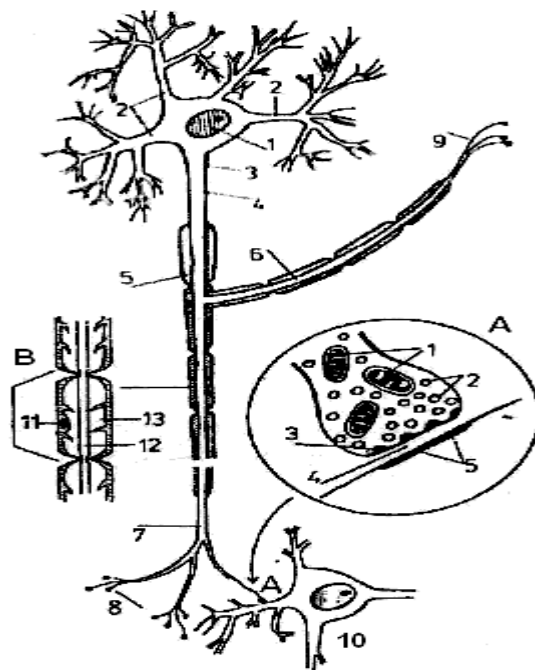
Jedino čovek u prirodi ima moć apstraktnog razmišljanja, opažanja događaja u okolini ili promena u organizmu, osećanja, intelektualnog stvaralaštva, volje. Nervni sistem omogućava reakcije ljudskog tela na stimulacije uspostavljajući sinhronizovan odnos sa spoljnim svetom ali i ravnotežu u unutrašnjosti organizma, regulišući rad unutrašnjih organa tela. Poznavanje anatomije, organizacije i funkcija nervnog sistema je bitno za razumevanje promena koje su posledica obolenja čoveka kako bi se potom omogućilo sprovođenje odgovarajuće terapije. Ipak, nisu potpuno definisane ni građa ni principi funkcionisanja nervnog sistema.

1.1. Centralni nervni sistem (CNS)

Centralni nervni sistem (CNS) čoveka obuhvata mozak i kičmenu moždinu. Nervna ćelija - neuron je osnovna funkcionalna i morfološka jedinica celog nervnog sistema.

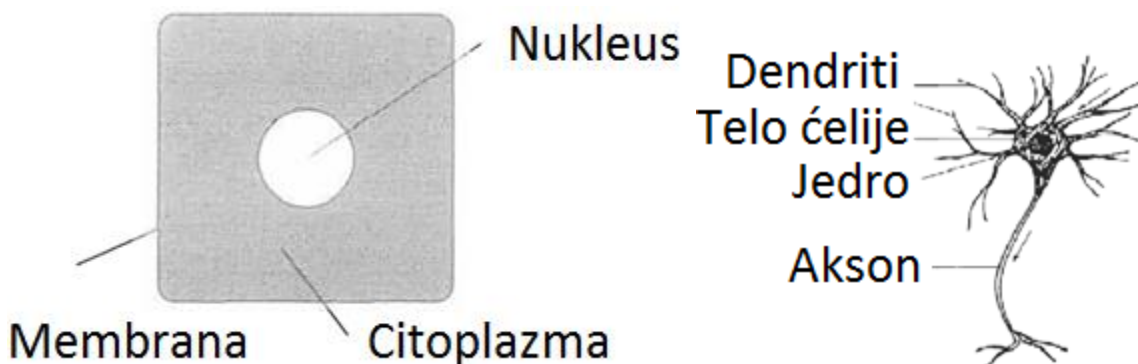
1.1.1. Neuronska struktura

Neuronsku građu čine telo neurona, jedro, dendriti i aksoni, a detaljniji prikaz neuronske strukture se prikazuje na Sl. 1.1.



Sl. 1.1. Struktura neuronske ćelije: 1-jedro; 2-dendriti; 3-aksonski brežuljak; 4-inicijalni segment aksona; 5-mijelinski omotač; 6-kolateralni produžetak; 7-terminalni deo aksona sa završnim grančicama (telodendron); 8-terminalna proširenja; 9-terminalni deo kolateralnog nastavka; 10-susedni neuron; A-sinapsa: 1-mitohondrije; 2-vezikula; 3-presinaptička membrana; 4-sinaptička pukotina; 5-postsinaptička membrana; B-deo aksona: 11-Šven-ova ćelija; 12-akson; 13-mijelinski omotač.

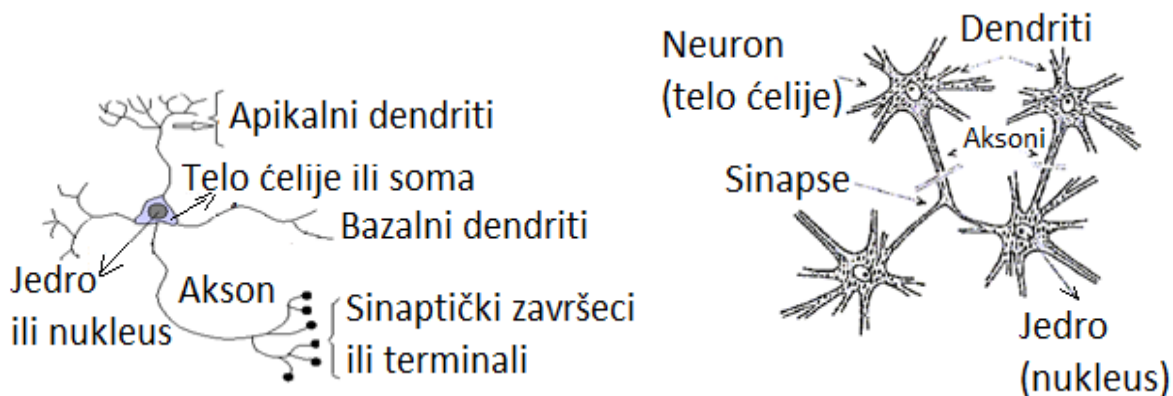
Nervni sistem čoveka sadrži preko sto milijardi neurona koji omogućavaju transmisiju neuro impulsa kroz telo preko CNS-a. Neuronska struktura, svojom eksitabilnošću i provodljivošću, omogućava prenos impulsa do organa. Telo (soma) neurona se sastoji od citoplazme u koju su uronjeni jedro (nucleus) i organele (šematski se prikazuje na Sl. 1.2.). Jedro je locirano u sredini tela, a citoplazmu neurona obavija membrana iz koje se nastavljaju kratki produžeci (dendriti) i dugi produžeci (aksoni ili neuriti). Telo ćelije neurona sa nukleusom simbolički ima funkciju procesora informacija ili strukture za obradu impulsa. Soma je umotana u mijelinski omotač koji je isprekidan neurovlaknastim čvorovima.



Sl. 1.2. Šematski prikaz tela neuronske ćelije

Dendritske niti su prijemnici informacija (impulsa) generisanih od drugih neurona i prosleđuju ih ka telu ćelije. Dendriti predstavljaju direktne produžetke citoplazme i prenose nadražaj centripetalno tj. ka telu neurona. Završavaju se u obliku grančica, a broj im je promenljiv (10-15), dok kod unipolarnih ćelija dendriti uopšte ne postoje. Prema broju dendritskih produžetaka neuroni se dele na unipolarne (nemaju dendrite), bipolarne (imaju dva nastavka) i multipolarne (imaju više produžetaka i njih ima najviše u CNS-u). Pseudounipolarni neuroni su podgrupa bipolarnih ćelija kod kojih se dva produžetka, tokom razvoja, spajaju u jedno stablo koje se potom račva u uobliku slova „T“ u periferni i centralni nastavak.

Akson je jednostruka dugačka vlaknasta struktura koja prenosi impulse iz jezgra soma ka ostalim ćelijama i zbog toga im se dodeljuje funkcija transmitera ili predajnika informacija. Aksoni nadražaj provode od tela neurona tj. centrifugalno. Aksoni imaju dužinu i do 1m, a imaju mijelinski omotač koji je približno iste debljine skoro celom dužinom aksona. Iz stabla aksona se odvajaju grančice pod pravim uglom. Krajnji (terminalni) deo aksona se deli na završne grančice (telodendrone) koje se završavaju terminalnim proširenjima. Ovi završeci ostvaruju kontakte sa susednim neuronima čime se uspostavljaju funkcionalni spojevi – veze tj. sinapse (prikazuju se na Sl. 1.3.). Dugački aksoni su obično eksitatorski i prenose pobudu (nadražaj) do udaljenih mesta (jedra, centri). Kraći aksoni su interneuroni koji prenose pobudu na kraće udaljenosti i obično su inhibitoriski. Transmisija impulsa duž aksona se realizuje preko čvorova pomoću neurotransmitera. Nemijelinska neuro vlakna se nalaze u perifernom nervnom sistemu i za razliku od mijelinskih vlakana, oni se karakterišu sporijim provođenjem impulsa.

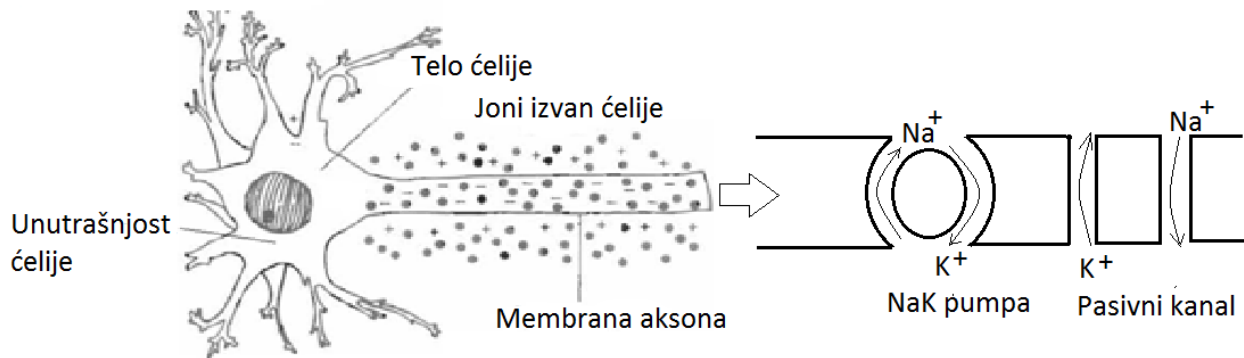


Sl. 1.3. Prikaz neuronske mreže

Sinapse su spojevi više neurona s tim da se na mestima konekcije dve ćelije uočavaju sićušni procepi - gepovi veličine oko 200nm koji se nazivaju sinaptičke pukotine. Kod sinaptičkih veza razlikuju se presinaptički i postsinaptički delovi, a deli ih sinaptička pukotina. Presinaptički deo se nalazi na kraju aksona koji je zadebljan, omotan presinaptičkom membranom i ispunjen neuroplazmom u kojoj su smešteni transmitteri. Usmeravanjem i prodorom transmittera kroz sinaptičku pukotinu, utiče se na postsinaptičku membranu drugog neurona u kojem se nadražaj ili prenosi na postsinaptičke delove tog neurona (eksitatorska sinapsa) ili se pobuda zaustavlja (inhibitorska sinapsa). Multifunkcionalni lančani višestruki nervni sistemi se grade spajanjem više neurona preko dendritskih i aksonskih produžetaka na kontaktima sinapsi. Takvom gradivnom strukturom se realizuju najkompleksnije funkcije nervnog sistema. Sinapse su funkcionalni spojevi – kontakti između neurona (neuroneuronske) ili spojevi neurona i mišićnih (neuromišićne) ili neurona i epitelnih ćelija (neuroepitelne). Druga podela sinapsi je bazirana prema mehanizmu prenosa impulsa i mogu biti hemijske (kod čoveka) i električne sinapse. Kod čoveka neurotransmiteri (supstance za prenos neuro impulsa), oslobođeni sa završetaka pobuđene ćelije, stimulišu membranu ćelije koja se eksituje, menjajući njenu propusnu moć za različite jone. Kod električnog prenosa impulsa, ne oslobađaju se transmitteri već se ćelije međusobno nadražuju direktnom komunikacijom jona kroz formirane kanale. Akson pobudne ćelije ostvaruje sinapsu (kontakt) sa telom, dendritom ili aksonom neurona koji se pobuđuje. Osim toga, uočavaju se i dendro-dendritske sinaptičke veze. Pored funkcionalnih neurona, u nervnom sistemu postoje i potporne neuro ćelije koje se nazivaju neuroglije ili skraćeno glije.

1.1.2. Mehanizmi nastanka neuro impulsa

Neuroni prenose informaciju transmisijom električnih impulsa. Kao i kod drugih ćelija u telu, transmisija neuro impulsa uslovljena je postojanjem razlike potencijala u okolini membrane ćelijskog zida. U skladu sa Sl. 1.4., za polarizovani mirujući neuron vredi da je unutrašnjost aksona, u odnosu na njegovu okolinu, negativno polarisana, sa uobičajenim stacionarnim membranskim potencijalom od oko -70mV . Ovo je posledica postojanja oko 10 puta veće koncentracije pozitivnih jona natrijuma Na^+ izvan nego unutar aksona ćelije.

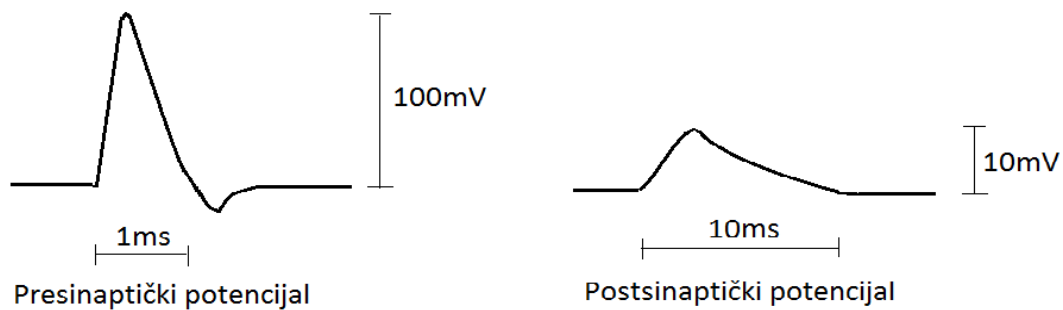


Sl. 1.4. Polarizacija membrane aksona neurona (\circ jon natrijuma Na^+ ; \bullet jon kalijuma K^+) i šematski prikaz generisanja jonskog kanala pomoću natrijum/kalijum pumpe

Aktiviranjem (stimulacijom) membrane ćelije neurona, raste potencijalna razlika nastala kao posledica promene koncentracije jona u ćeliji i izvan nje (sa jedne i druge strane membrane). Duž aksona se prenosi nastali akcioni potencijal presinaptičke ćelije i u jednom momentu stiže na sinaptičke terminale (završetke) te ćelije. Tada se molekuli predajnika informacija (transmitter molekuli) oslobađaju veza tog aksona, spuštaju se u sinaptički gep, a potom prelaze na receptore postsinaptičke ćelije. Ovakav tok molekula formira specifičan jonski kanal kroz membranu neurona. Otvaranjem (generisanjem) jonskog kanala kreće proces depolarizacije neurona. Pored jona natrijuma Na^+ glavni nosioci naelektrisanja su joni kalijuma K^+ kao i joni hlora Cl^- . Depolarizovana oblast aksona stimuliše susednu regiju, a generisani akcioni potencijal se prostire niz akson. Nakon završetka procesa depolarizacije, prvobitna ravnotežna koncentracija jona natrijuma izvan membrane aksona i jona kalijuma unutar ćelije, ponovo se uspostavlja delovanjem tzv. natrijum/kalijum pumpe. Po okončanju rada pumpe, membrana neurona je ponovo repolarizovana.

Dakle, jonskim tokom se menja potencijal membrane postsinaptičke ćelije (membranski potencijal). Ako je intracelularni (unutrašnji međućelijski) potencijal postao manje negativan, tada je membrana ćelije depolarizovana a postsinaptički potencijal eksitatorski (pobudni). U protivnom, ako je intracelularni potencijal postao negativniji, tada je membrana hiperpolarizovana a postsinaptički potencijal inhibitoriski (usporen). Pobudne sinapse se nalaze na dendritima dok su inhibitoriske najčešće „zakačene“ za telo ćelije. Akcioni potencijal nastaje u trenutku kada intracelularni potencijal dostigne i pređe vrednost od oko $-40mV$ koji predstavlja prag potencijal „paljenja“ (pobude) tela ćelije. Prekoračenjem vrednosti praga, dolazi do pojave akcionog potencijala. Zanimljivo je da snažniji eksitatorski ulaz nema za posledicu povećanje amplitude akcionog potencijala - pokazuje se da ona ostaje ista. Dakle, za iniciranje akcionog potencijala, potreban je minimum stimulacije, ali istovremeno, prema tzv. principu „sve ili ništa“, porast jačine (intenziteta) stimulacije ne dovodi do povećanja jačine impulsa. Jedino što se u tom slučaju menja je frekvencija ispaljivanja - učestanosti pojave akcionog potencijala koja u toj situaciji raste. Osim toga, postoji konačni krajnji period u kojem nije moguće stimulisati akson da

bi generisao akcioni potencijal. Taj period se naziva refraktivnim i može da traje od 0.5ms do 1ms. Generisanjem postsinaptičkog potencijala na membrani i formiranjem jonskog toka kroz gep, stvoreni su uslovi za pojavu električnog polja i struje duž postsinaptičke ćelije koja predstavlja strujni izvor. Jačina polja ovog strujnog izvora opada sa distancom (razmakom) od sinapse. Na većoj udaljenosti, ovaj izvor se aproksimira strujnim dipolom orijentisanim duž dendrita. Kako je aktivna izmena jona kroz membranu aksona, presinaptički akcioni potencijal predstavlja impuls neprigušene amplitude duž aksona. U tom slučaju, izvor se može aproksimirati sa dva suprotno orijentisana strujna dipola nalik četveropolu.



Sl. 1.5. Neuro impulsi

Tri su bitne razlike između postsinaptičkog i presinaptičkog akcionog potencijala (na Sl. 1.5. se, respektivno, prikazuju impulsni oblici akcionih potencijala). Amplituda presinaptičkog akcionog potencijala je oko 10 puta veća od amplitude postsinaptičkog potencijala. Vremensko trajanje amplitude presinaptičkog akcionog potencijala je oko 10 puta manje od trajanja postsinaptičkog potencijala. Ekvivalentni model strujnog izvora za presinaptički akcioni potencijal je četveropol (kvadripol) dok je za postsinaptički potencijal to strujni dipol. Za nemijelinske neuro vlaknaste strukture je potrebna jača stimulacija u odnosu na mijelinska vlakna. Prenos impulsa u mijelinskim vlaknima je ubrzan zbog toga što omotač aksonskog vlakna deluje kao izolator pa impulsi „skaču“ sa jednog na drugi neurovlaknasti čvor. Brzina provodljivosti nemijelinskih neuro vlakana je od $0,7 \frac{m}{s}$ do $2,3 \frac{m}{s}$, dok je kod mijelinskih daleko veća i iznosi $120 \frac{m}{s}$.

Dakle, neuron ne ispoljava električnu aktivnost u stacionarnom (ravnotežnom) stanju sve dok se ne prekorači prag pobude. Narušavanje ravnoteže potencijala oko membrane ćelije je posledica fizičko – hemijskih procesa tokom razmene materije (aktivnim i facilitarnim) kao i difuzionim prenosom jona kroz membranu [1]. Gustina struje jona J_s se sastoji od difuzione i driftne komponente i određena je izrazom:

$$J_s(x) = J_{diff}(x) + J_{drift}(x) \quad (1.1)$$

Difuziona komponenta je reprezent razlike koncentracije jona supstanci u i izvan ćelije neurona u zavisnosti o udaljenosti x . Driftna komponenta predstavlja razliku potencijala sa jedne i druge strane ćelijske membrane.

1.1.3. Struktura centralnog nervnog sistema

CNS sačinjavaju siva masa „substantia grisea“ i bela masa „substantia alba“. Siva masa sadrži tela neurona, dendrite, početne delove aksona i glijalne ćelije. U centrima sive mase vrši se obrada, sinhronizacija i integracija nadražaja. Siva masa je locirana na površini kore velikog „cortex cerebri“ i malog „cortex cerebelli“ mozga kao i u stubovima kičmene moždine. Belu masu čine aksonski produžeci, dendriti i ćelije glije „oligodendrociti“.

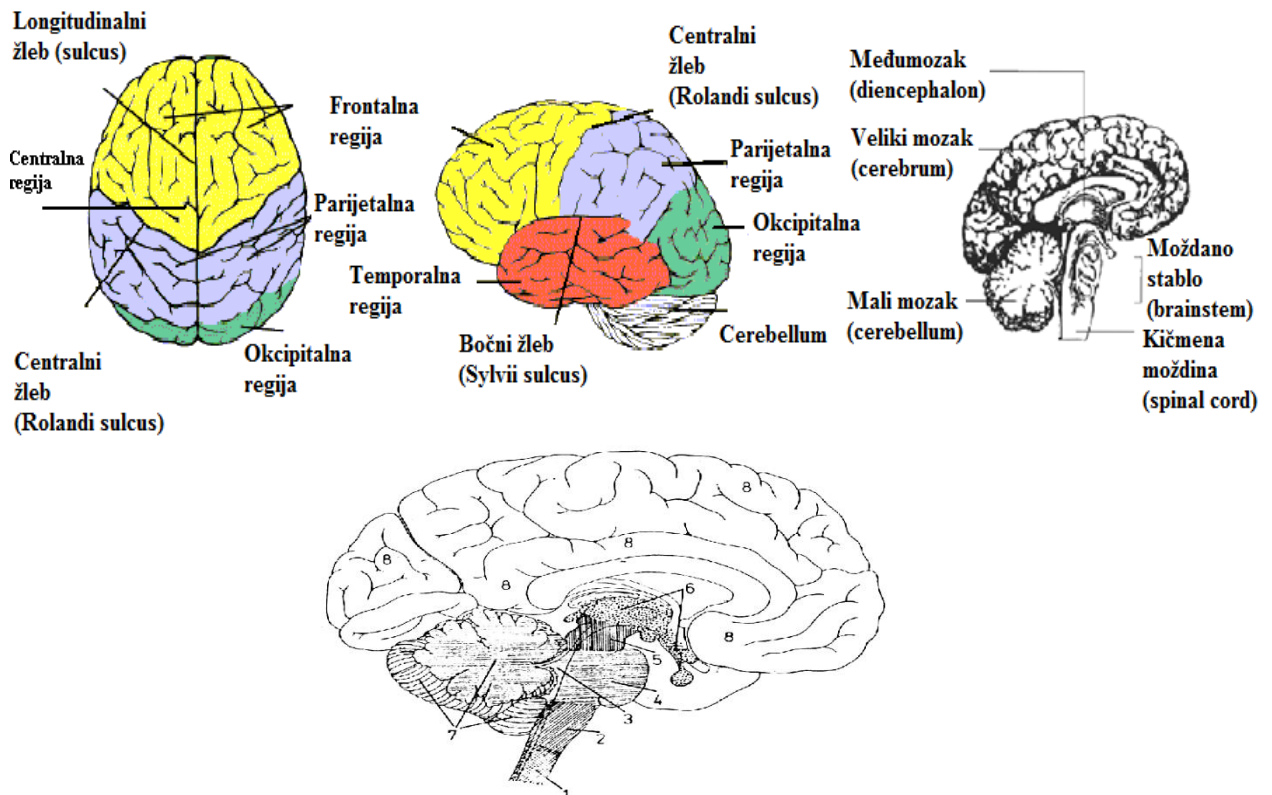
Aksonski produžeci u beloj masi su obavijeni mijelinskim omotačem. Za razliku od sive mase, u beloj masi je manje neurona ali je zato bela masa „izbrazdana“ neuronskim putevima CNS-a. Neuronske puteve grade snopovi aksonskih produžetaka koji su međusobno sinaptički spojeni i predstavljaju neuro funkcionalne lance. Sa biohemijskog aspekta, neuro putevi su skupovi aksona koji sadrže isti neurotransmiter. Sa morfološkog stanovišta, neuro putevi povezuju sive mase na ipsilateralnoj (istoj) strani CNS-a, kontralateralne (suprotne) polovine istog dela CNS-a kao i različite udaljene delove CNS-a. Prema pravcu tansmisije pobude, neuro putevi mogu da budu motorni (eferentni koji nadražaj prenose preko dva ili više neurona, od kore velikog mozga – motoričkog korteksa preko aksona motoneurona kičmene moždine i spinalnih - kičmenih živaca do mišićne strukture) i senzitivni (aferentni koji nadražaj prenose iz okoline ili unutrašnjosti organa prema CNS-u). Ovi neuro putevi omogućavaju voljne pokrete tela. Moždance obavijaju CNS, a neuroglije predstavljaju vezivno tkivo unutar CNS-a. Kod perifernog nervnog sistema vezivno tkivo gradi omotač oko živaca kojim se živac veže za susedne organe.

1.1.4. Anatomija mozga

Mozak (intrakranijalni deo CNS-a) predstavlja najsloženiji deo centralnog nervnog sistema. Pretpostavlja se da je oko $10^{10} - 10^{11}$ neurona prostorno raspoređenih u mozgu. Postoji više načina kojima se opisuje građa moždane strukture. Prema jednom, mozak čoveka se sastoji od dve longitudinalne odvojene hemisfere (leva i desna polovina mozga) kao što se prikazuje na Sl. 1.6. Uočava se pet celina, odnosno regija, i to: frontalna, centralna, okcipitalna, parietalna i temporalna. Prema drugoj podeli, mozak čini veliki mozak, mali mozak, međumozak i moždano stablo [2].

Svakoj oblasti je dodeljena tačno određena funkcija u kompleksnom radu mozga. Moždano stablo prenosi poruke između kičmene moždine i mozga. Čine ga produžena moždina (medulla oblongata), moždani most (pons), srednji mozak (mesencephalon) i suženje moždanog stabla (isthmus rhombencephali). Ono nadzire rad srčanog mišića, respiratornih organa, reguliše krvni pritisak, rad slušnih organa, a učestvuje u stvaranju osećaja ukusa i sl. Mali mozak vrši koordinaciju pokreta mišićne strukture skeleta. Veliki mozak primarno reguliše voljne pokrete i koordinaciju mentalne aktivnosti čoveka. Međumozak povezuje srednji mozak sa moždanim

(cerebralnim) hemisferama. Unutar ove oblasti nadziru se sve senzorne informacije - posebno osećaji mirisa koji se prenose velikom mozgu. Ostali delovi međumozga kontrolišu rad autonomnog (vegetativnog) nervnog sistema, regulišu toplotu tela, ravnotežu tečnosti, cikluse spavanja/budnosti, unosa hrane, emocija i sl. Skoro 75% ukupne površine mozga čini voda. Mozak je smešten u lobanji, uronjen u rastvor cerebrospinalne tečnosti „cerebral spinal fluid (CSF)“ i obavijen sa tri nivoa kranijalnih (lobanjskih) meninga (opni).



Sl. 1.6. Građa CNS-a, mediosagitalni presek: 1-kičmena moždina (medulla spinalis); 2-produžena moždina (medulla oblongata); 3-četvrta moždana kora (ventriculus IV); 4-moždani most (pons); 5-srednji mozak (mesencephalon); 6-međumozak (diencephalon); 7-mali mozak (cerebellum); 8-veliki mozak (telencephalon)

Leva i desna hemisfera mozga sadrže sivu i belu masu. Sivu masu hemisfera čine moždana kora „cortex cerebri“ i subkortikalna siva masa „nuclei basales“ ili bazalne ganglije. Kora velikog mozga predstavlja sloj sive mase koja, u vidu plašta, prekriva površinu hemisfere mozga (kod ostalih delova CNS-a npr. kod kičmene moždine siva masa se nalazi u unutrašnjosti). Debljina moždane kore je 1.5-4.5mm, sadrži oko $14 \cdot 10^9$ neurona, a težina je oko 47,5% ukupne težine mozga. Uočljivi su žlebovi „sulci cerebri“ i vijuge „gyri cerebri“ na moždanoj kori. Sa Sl. 1.6 mogu se uočiti dva duboka, dugačka, primarna žleba (procepa) i to centralni – srednji žleb „Rolandi sulcus centralis“ i bočni žleb „Sylvii sulcus lateralis cerebri“.

Neuroni u moždanoj kori su locirani slojevito (laminarno) i to paralelno sa površinom mozga. Pomoću aferentnih (dovodnih) i eferentnih (odvodnih) vlakana moždana kora je povezana sa ostalim delovima nervnog sistema. Jedna kortikalna oblast može biti povezana sa drugim kortikalnim područjem (asocijativnim vezama unutar iste hemisfere) ali se, takođe, može vezati sa istim područjem suprotne hemisfere (komisuralnim vezama). Aferentna vlakna sežu iz nižih delova CNS-a do moždane kore, a potiču najviše iz jedara talamusa (siva masa međumozga) i grade tzv. talamokortikalna vlakna. Ova vlakna završavaju u raznim delovima – laminama moždane kore (korteksa) gradeći sinaptičke veze sa stelatnim (zvezdastim) i piramidalnim neuronima. Osobenost talamokortikalnih vlakana su kortikalni neuroni od kojih su izgrađeni senzitivni i senzorni neuro putevi. Iz različitih lamina korteksa izlaze eferentna neuro vlakna koja su najčešće aksoni piramidalnih neurona. U korteksu, ovi aksoni ostvaruju složene intrakortikalne veze. Direktna eferentna vlakna završavaju se u skoro svim delovima CNS-a (osim u malom mozgu), a osobenost su projekciona vlakna čiji motoneuroni moždanog stabla i kičmene moždine polaze iz lamine piramidalnih neurona.

1.1.5. Uobličavanje i transmisija neuroimpulsa

Biohemijske supstance koje obrađuju neuroimpulse i služe kao medij za prenos informacija CNS-a nazivaju se neuromodulatori i neurotransmiteri. Njih generišu neuroni određenih područja (area) CNS-a kao što su jedra moždanog stabla i mediobazalnog velikog mozga (telencephalona). Podela među neuronima koji generišu neurotransmitere najčešće je prema dominantnoj supstanci u transmiteru.

Neuroni holinergičkog sistema, kao dominantni neurotransmiter, imaju acetilholin koji je rasprostranjen po celom CNS-u i neuromišićnoj ploči preko aksona motoneurona kičmene moždine. Neuroni holinergičkog sistema upadljive su veličine ($30-70\mu m$) multipolarnog izgleda, a pored velikog mozga, mogu se pronaći u srednjem mozgu (mesencephalon), dok holinergička vlakna sežu, preko talamusa i hipotalamusa međumozga, do limbičkog sistema. Motoneuroni moždanih motoričkih živaca i motoneuroni kičmene moždine su holinergičke prirode. Holinergički sistem utiče na generisanje teta frekvencijskih moždanih signala (registrovanih elektroencefalografom na koži lobanje) koje produkuje talamus. Takođe, ovaj neurotransmiter određuje kognitivne (spoznajne) i memoričke procese. Pojave demencije i drugih degenerativnih procesa, usko su povezane sa odumiranjem ovih neurona u kori velikog mozga.

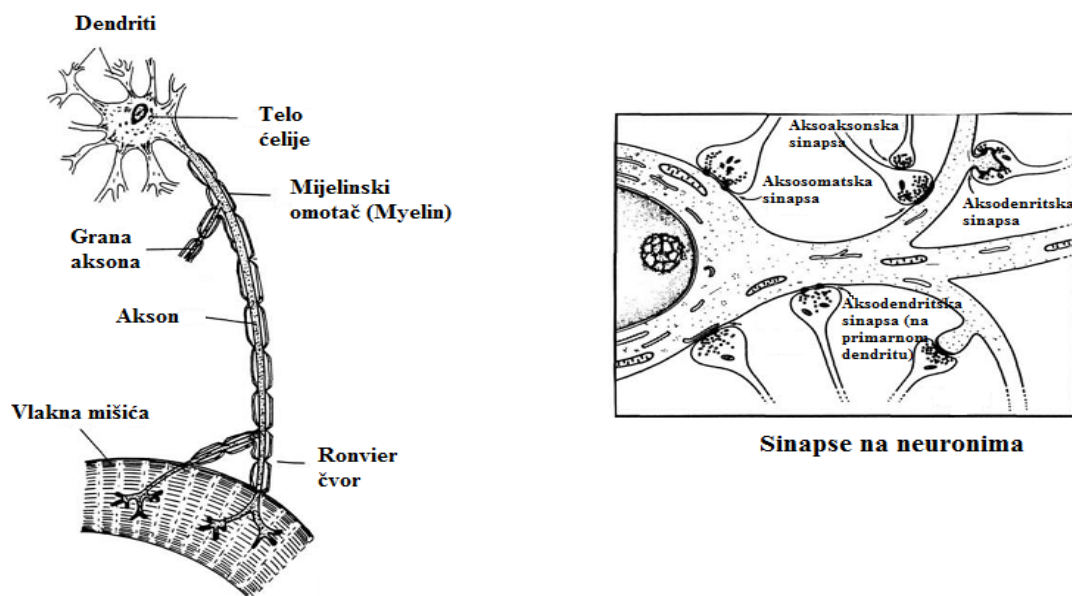
Drugi tip neurotransmitera sadrži neurone serotonergičkog sistema kod koga je dominantna supstanca serotonin. On se proteže od moždanog stabla (truncus cerebri) - sive mase srednjeg mozga, preko hipotalamusa međumozga, nishodnim putevima malog mozga, jedrima moždanih živaca do kičmene moždine. Mentalna obolenja, kao što je npr. depresija, povezuju se sa poremećajem u transmisiji serotonina.

Treća vrsta neurotransmitera je noradrenergički sistem sa dominantnim noradrenalinom. Obuhvata veliki deo moždane kore, prolazi kroz lateralni hipotalamus, povezan je sa talamusom i hipokampusom. Ovaj neurotransmiter kontroliše kortikalne aktivacije, simpatički sistem kičmene moždine, inhibiciju senzornih neurona.

1.2. Proračun bioelektričnih veličina

Neuron simbolički predstavlja minijaturnu elektrohemijsku centralu koja generiše, prenosi i prima električne impulse koji nose informacije. Broj neurona i kompleksnost interneuronskih konekcija predstavljaju osnovnu razliku između neuronskih mreža. Ako je nekoliko hiljada milijardi neurona u mozgu i ako je prosečno svaki od neurona povezan sa oko milion drugih neurona, zaključuje se da je ostvareno preko 10^{16} konekcija u jednoj moždanoj strukturi, što predstavlja veoma kompleksnu neuronsku mrežu.

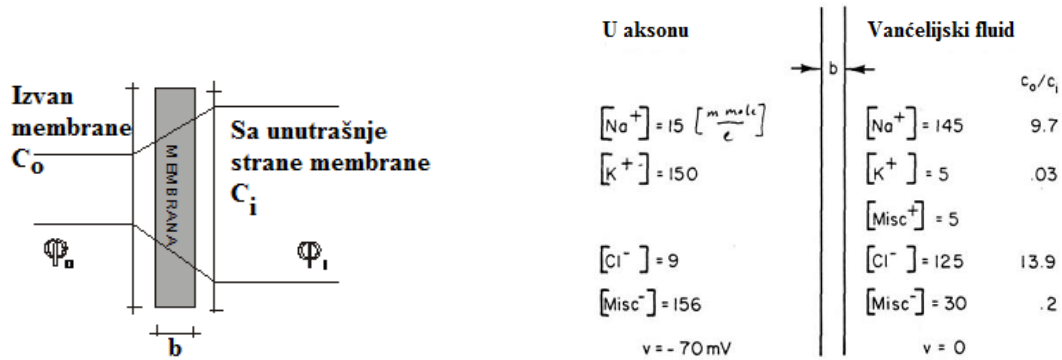
Neuron prima informacije na dendritskim priključcima bilo kroz direktni kontakt sa sensorima (receptorima) bilo putem sinaptičkih veza sa ostalim neuronima. Transmisija signala se obavlja po aksonskoj magistrali čija vlakna su povezana sa neuronima ili receptorima. Na Sl. 1.7. se prikazuje struktura motoričkog neurona direktno konektovanog na mišićnu strukturu [3].



Sl. 1.7. Građa motoričkog neurona sa prikazom sinaptičkih veza neurona

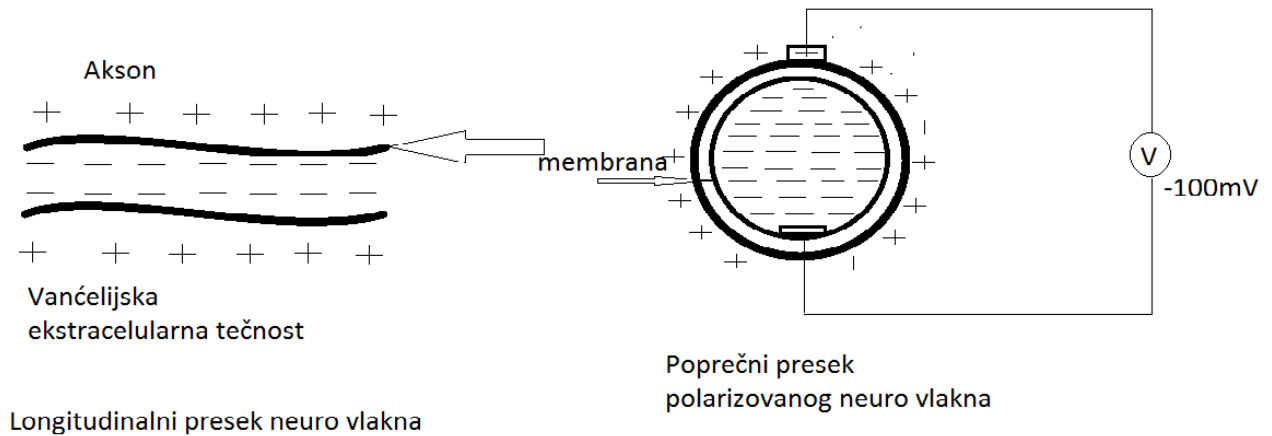
Dendriti poseduju, u fiziološkom smislu, “minimalni prag paljenja” kojim filtriraju dolazeće signale, odnosno “prihvataju” sve dolazeće električne signale čija amplituda prelazi vrednost minimalnog praga i potom ih prenosi duž aksonske ose. Vlakna aksona neurona čoveka su prečnika $5-20\mu m$ i dužine čak oko 1m, a protežu se od mozga preko kičmene moždine ili od kičmene moždine do prsta na ekstremitetima tela. Brzina prenosa električnih impulsa kroz aksona vlakna je $0,6-100\frac{m}{s}$. Električna provodljivost aksona, uglavnom je određena propusnošću membrane aksona jer se princip rada neurona zasniva na razlici bioelektričnog potencijala sa jedne i druge strane membrane (unutrašnje i vanjske strane membrane debljine b simbolički prikazano na Sl. 1.8.).

Potencijalna razlika nastaje usled postojanja različitih koncentracija pozitivnih i negativnih naelektrisanih jona sa vanjske i unutrašnje strane membrane (tj. kada se naruši balans – ravnoteža naelektrisanja u neuronu odnosno njegovo stacionarno stanje ili stanje mirovanja). Mirujuća razlika potencijala aksona kod koje nema pojave stimuliranog prijema električnih impulsa iznosi u rasponu $\Delta\varphi = 40-90mV$.



Sl. 1.8. Model gradijenta potencijala i koncentracije jona membrane neurona

Razlika potencijala se postiže selektivnom difuzijom (širenjem) pozitivnih jona kroz membranu čime se obogaćuje pozitivnim naelektrisanjem vanjska strana membrane (izvan ćelije). Na taj način postignuta razlika potencijala oko $\Delta\varphi \approx -70mV$ ima za posledicu generisanje električnog polja E neurona (simbolički se prikazuje na Sl. 1.9.).



Sl. 1.9. Polarizacija neuro vlakna

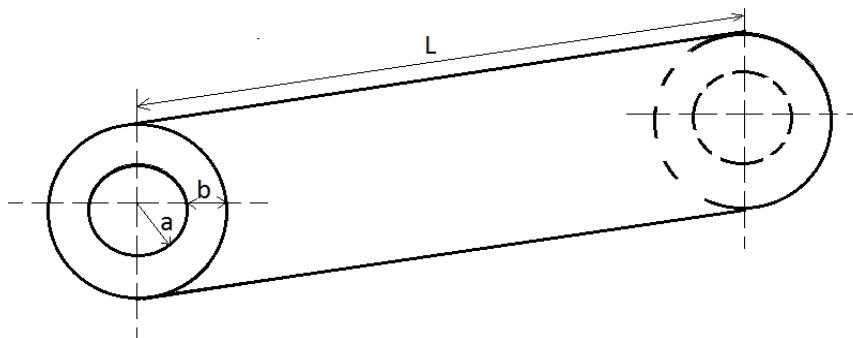
Intracelularna (unutarćelijska) i ekstracelularna (izvanćelijska) tečnost, predstavljaju dve različite provodne sredine koje su odvojene membranom koja se, u električnom smislu, ponaša kao izolator. Ravnoteža će biti uspostavljena ako je zadovoljen odnos unutrašnje (unutarćelijske) C_i i vanjske (izvanćelijske) C_o koncentracije jona opisan Nernstonovom jednačinom:

$$\frac{C_i}{C_o} = e^{\frac{z \cdot e \cdot (\varphi_i - \varphi_o)}{k \cdot T}} \quad (1.2)$$

gde je elementarno naelektrisanje elektrona $e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$, Bolcmanova konstanta $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{C}$, valencija jona (valentni broj daje broj slobodnih nosilaca naelektrisanja) z , apsolutna temperatura $T[K]$. Debljina membrane je $5 - 6 nm$, s tim da, ako je umotana u mijelin omotač, onda iznosi oko $2 \mu m$. Ako je njena debljina $x = 6 nm$, tada je vrednost električnog polja membrane $E = \frac{\Delta \varphi}{\Delta x} \approx \frac{-70 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-9}} \approx 1.17 \cdot 10^7 \frac{V}{m}$ na potencijalu ćelijskog praga. Uz dielektričku konstantu $\varepsilon = 7$ i električnu permeabilnost vakuma $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$, količina elektriciteta Q_m na površini membrane S je:

$$Q_m = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S \cdot E [C] \quad (1.3)$$

Membrana aksona, u električnom smislu, predstavlja cilindrični kondenzator (simbolički se prikazuje na Sl. 1.10.).



Sl. 1.10. Membrana aksona kao cilindrični kondenzator

Kapacitet kondenzatora koji modelira električni kapacitet membrane debljine b se izračunava kao:

$$C_m = \frac{Q_m}{U_m} = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S \cdot U_m}{U_m \cdot b} = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{b} [F] \quad (1.4)$$

i uz prethodno zadate vrednosti, određuje kapacitet po površini membranske oblasti $\frac{C_m}{S} = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}{b} \approx 0.01 \left[\frac{F}{m^2} \right]$, gde je $U_m = \varphi_i - \varphi_o [V]$ napon membrane koji je jednak razlici potencijala unutar i izvan ćelije respektivno. Gustina naelektrisanih jona po površini membrane je data kao:

$$\sigma = \frac{Q_m}{S} = \frac{C_m \cdot U_m}{S} \approx 7 \cdot 10^{-4} \left[\frac{C}{m^2} \right] \quad (1.5)$$

Za aksonska vlakna omotana mijelin omotačem, debljina membrane je daleko veća pa se proračun kapaciteta po površini oblasti redukuje sa faktorom 300 .

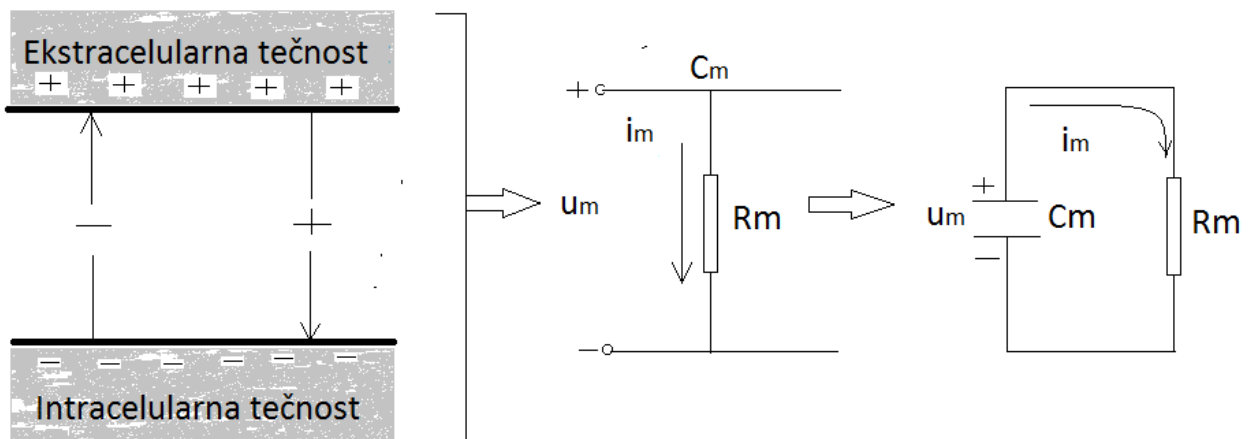
Uvažavajući izloženi model aksona dužine $L = 1m$, poluprečnika $a = 2.5\mu m$ i debljine membrane (bez mijelinskog omotača) $b = 10nm$, proračunata je vrednost kapaciteta nemijelinski aksona prema izrazu:

$$C_m = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{b} = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}{b} \cdot (2 \cdot \pi \cdot a \cdot L) \quad (1.6)$$

što u proračunu daje vrednost $C_m \approx 0.1\mu F$ pa je ukupna količina naelektrisanja kroz membranu aksona $Q_m = C_m \cdot U_m = 6.8nC$ pri naponu ćelijskog praga $U_m = 70mV$. Za sekciju aksona sa mijelin omotačem čija je dužina sekcije $D = 1.4mm$ i debljine sekcije $b = 2\mu m$, uz identične ostale vrednosti, proračunate su vrednosti $C_m = 6.8 \cdot 10^{-13} F$ i $Q_m = 4.8 \cdot 10^{-14} C$. Za akson dužine $L = 1m$, ukupni kapacitet i količina naelektrisanja aksona iznose $C_m = 0.49nF$ i $Q_m = 34pF$, iz čega se zaključuje da su dobijene vrednosti kapaciteta i količine naelektrisanja daleko manje u odnosu na proračunate vrednosti tih veličina kod aksona bez mijelin omotača.

Membrana neurona nije idealan izolator jer ne predstavlja idealnu barijeru pojavi “curenja” naelektrisanja kroz membransku opnu pa realno postoji tzv. efekat “odvodnih struja ili struja curenja”. Struja curenja i_m je određena postojanjem konačnog membranskog otpora R_m (simbolički prikazani na Sl. 1.11.) kojim se opisuju električna svojstva membrane:

$$R_m = \frac{\rho_m \cdot b}{S} [\Omega] \quad (1.7)$$



Sl. 1.11. Šematski prikaz struje curenja i otpora membrane neurona

Specifični otpor membrane $\rho_m \approx 1.6 \cdot 10^7 [\Omega m]$ predstavlja električnu karakteristiku membranskog tkiva. Kao što je šematski prikazano na Sl. 3.11, pražnjenje kondenzatora membrane kapaciteta C_m strujom curenja I_m nije trenutno i određeno je trajanjem vremenske konstante:

$$\tau = R_m \cdot C_m \quad (1.8)$$

Infinitezimalna promena količine naelektrisanja u okolini zidova membrane, predstavljena diferencijalom $\frac{dq}{dt}$, determiniše struju curenja - struju membrane i_m . Zbog promene naelektrisanja generiše se razlika potencijala tj. napon na membrani u_m :

$$u_m = -\frac{dq}{dt} * R_m = -i_m \cdot R_m [V] \quad (1.9)$$

čija je promena, u relaciji sa kapacitetom membrane, izražena:

$$\frac{du_m}{dt} = \frac{1}{C_m} \cdot \frac{dq}{dt} \quad (1.10)$$

Iz prethodnih relacija izvodi se diferencijalni iznos razlike potencijala na zidovima membrane:

$$\frac{du_m}{dt} = -\frac{u_m}{R_m \cdot C_m} \quad (1.11)$$

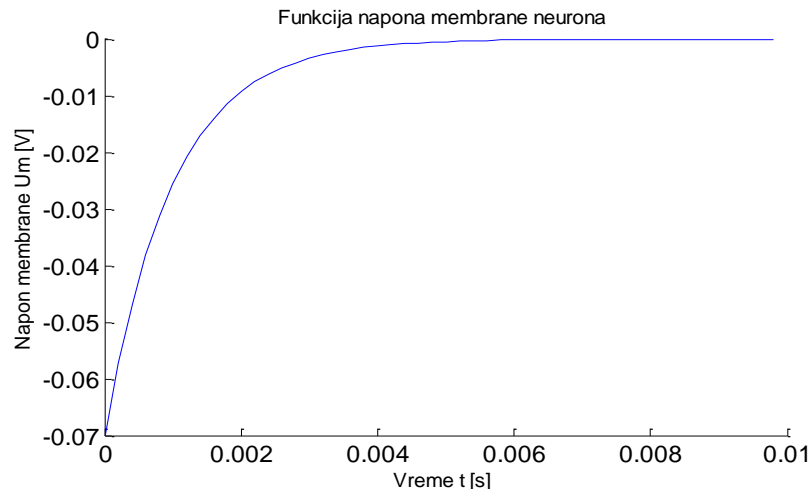
Rešenje diferencijalne jednačine je funkcija membranskog napona zavisna u vremenu:

$$u_m(t) = u_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1.12)$$

Vremenska konstanta membrane je:

$$\tau = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \rho_m [s] \quad (1.13)$$

i približno iznosi $\tau \approx 1[m.s]$. Graf funkcije membranskog napona neuronske ćelije simuliran u Matlab programskom fajlu "Napon_membrane.m" iz Priloga br. 1, prikazuje se na Sl. 1.12.



Sl. 1.12. Simulacija u Matlabu napona membrane neurona

Kapacitet dela membrane aksona, izražen u zavisnosti od debljine b , poluprečnika (radiusa) a i dužine L aksona, određen je izrazom (1.6), dok je njegov otpor definisan:

$$R_m = \frac{\rho_m \cdot b}{S} = \frac{\rho_m \cdot b}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot L} [\Omega] \quad (1.14)$$

Iz relacija (1.6) i (1.14) se može zaključiti da je kapacitet veći kada je akson duži ali je istovremeno njegov otpor tada manji. U cilju ilustracije ovih zaključaka, proračunate su vrednosti otpora membrane R_m za nemijelinski i mijelinski akson iz prethodnog primera. Za nemijelinski akson dužine $L = 1m$, vrednost otpora membrane je $R_m = 10^4 \Omega$, a za mijelinski akson čija je dužina sekcije $D = 1.4mm$, otpor membrane je $R_m = 1.5 \cdot 10^9 \Omega$. Uočava se daleko veća vrednost otpora membrane aksona sa mijelin omotačem. Istovremeno za oba slučaja nema promene vrednosti vremenske konstante $\tau \approx 10^{-3} s$ jer je, na osnovu relacije (1.13), ona nezavisna od geometrije aksona.

Zbog postojanja unutrašnje i vanjske provodljive tečnosti (šematski prikazano na Sl. 1.11), struja može da teče sa unutrašnje ili vanjske strane aksona. Unutrašnja provodljiva tečnost ima unutrašnji otpor R_i koji je određen unutrašnjim specifičnim otporom ρ_i fluida (tečnosti), poluprečnikom aksona a i njegovom dužinom L :

$$R_i = \frac{\rho_i \cdot L}{\pi \cdot a^2} [\Omega] \quad (1.15)$$

Vrednost specifičnog otpora unutrašnje tečnosti aksona (aksoplazme) je približno $\rho_i \approx 0.5 \Omega m$. Iz prethodnog izraza uočava se da sa porastom poluprečnika vlakana aksona, opada vrednost unutrašnjeg otpora, dok je vrednost unutrašnjeg otpora po jedinici dužine aksona:

$$r_i = \frac{R_i}{L} = \frac{\rho_i}{\pi \cdot a^2} \left[\frac{\Omega}{m} \right] \quad (1.16)$$

Prilikom eksitacije membrane neurona električnom strujom ili eksternom (vanjskom) stimulacijom, permeabilnost (propustljivost) membrane se menja zbog izmene položaja jona kroz membranu, prouzrokujući znatnu izmenu koncentracija naelektrisanja i električnog potencijala, u skladu sa Nernstonovom jednačinom iskazanom izrazom (1.2). Ovim se menja polaritet unutrašnjosti aksona koja, zbog prodiranja pozitivnih jona kroz membranu, postaje pozitivnija. Vremenska razmera (skala) polarizacije je uslovljena vremenskom konstantom $\tau = R_m \cdot C_m$. Zbog postojanja razlike potencijala (zbog neravnotežne koncentracije jona) duž spoljašne površine aksona, u unutrašnjoj provodljivoj tečnosti aksona se indukuje električna struja. Dakle, depolarizacija se prostire duž aksona (Sl. 1.13), a strujne odnose u aksonu opisuje prvi Kirhofov zakon. Struja kroz membranu je:

$$i_m = \frac{dq}{dt} = C_m \cdot \frac{du_m}{dt} [A] \quad (1.17)$$

Struja duž unutrašnjosti aksona (aksijalna komponenta) je:

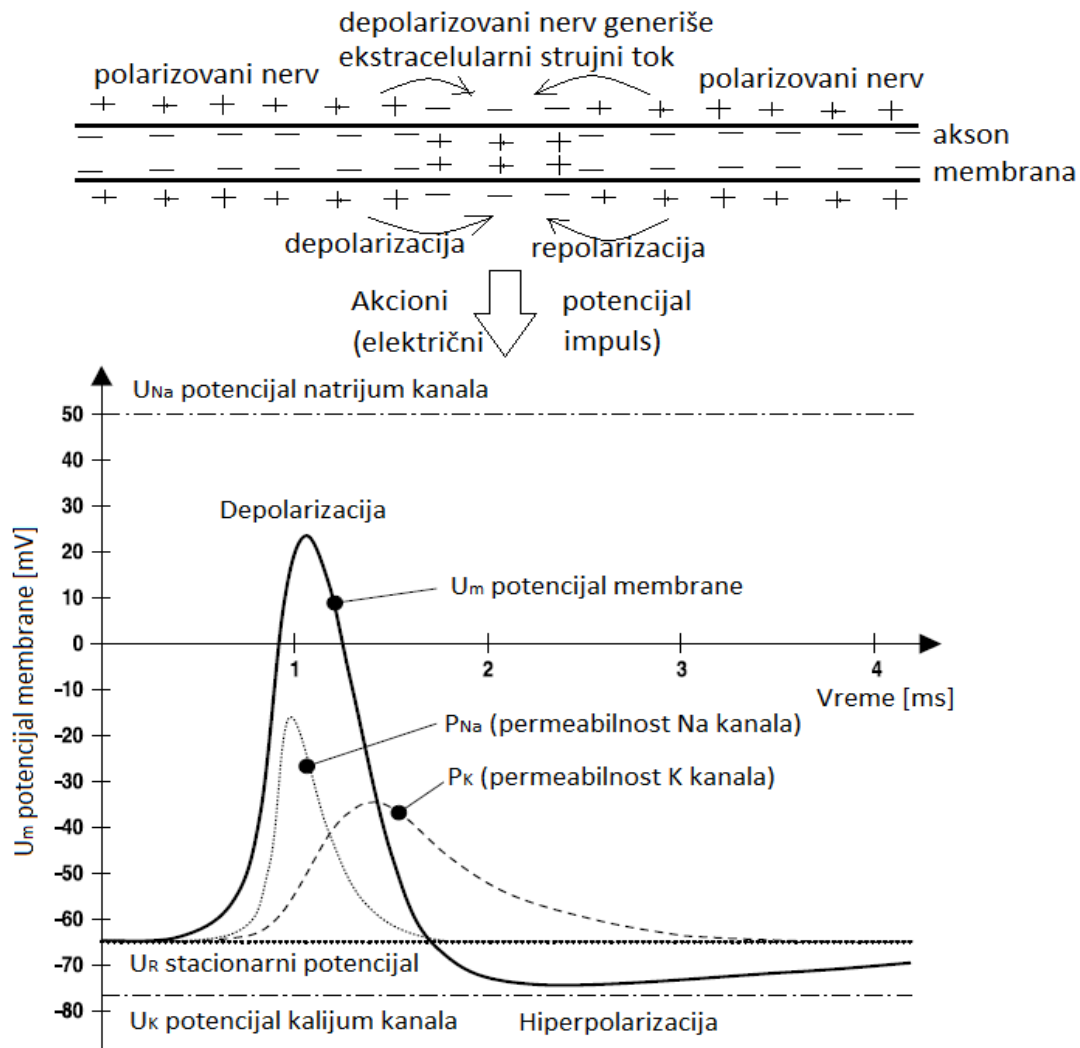
$$i_i = \frac{d\varphi}{R_i} \quad (1.18)$$

pri čemu je, u skladu sa Omovim zakonom, sa $d\varphi$ označena promena potencijala duž unutrašnjosti aksona izazvana procesom depolarizacije, pa je:

$$i_i = \frac{1}{r_i} \cdot \frac{d\varphi}{dx} \quad (1.19)$$

Na osnovu prvog Kirhofovog zakona, suma struja koje ulaze u jednu tačku (čvorište) jednaka je zbiru struja koje izlaze iz čvorišta:

$$i_i(x) + i_i(x + \delta x) - i_m = \Delta i - i_m = C_m \cdot \frac{d\varphi}{dt} \quad (1.20)$$

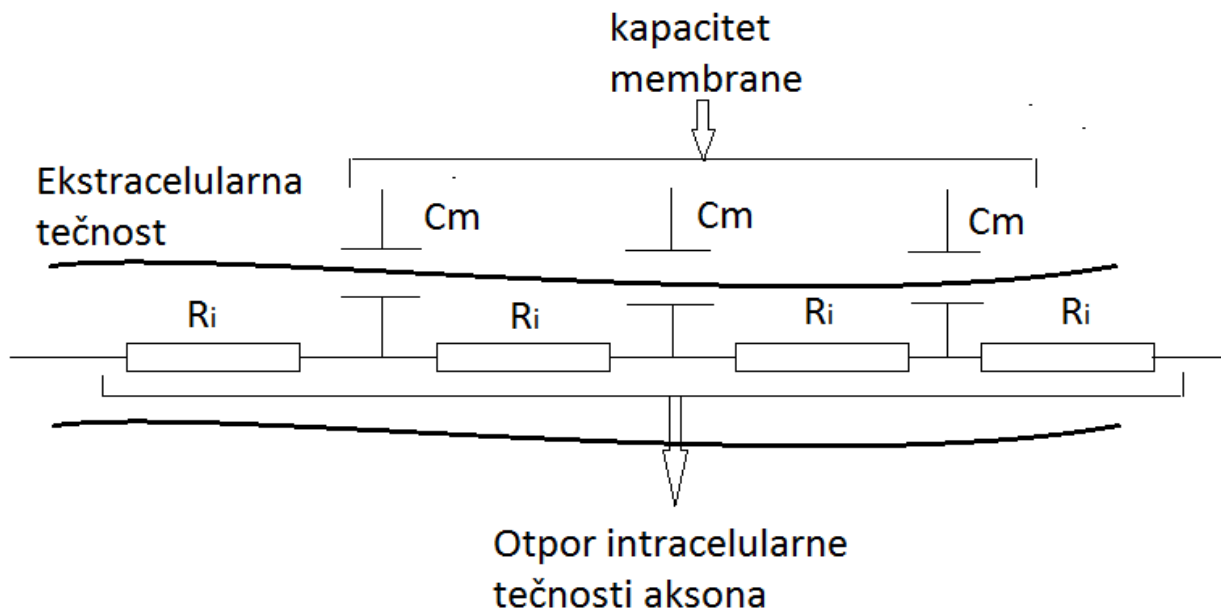


Sl. 1.13. Depolarizacija vlakna aksona

Deljenjem kompletne prethodne jednačine sa elementarnom površinom $\Delta S = (2 \cdot \pi \cdot a) \cdot dx$, dobija se jednačina kabla:

$$\frac{C_m}{\Delta S} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{i_m}{\Delta S} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot r_i} \cdot \frac{d^2\varphi}{dx^2} \quad (1.21)$$

Jednačinom kabla se opisuje propagacija (prostiranje) impulsa kroz provodnu sredinu (u ovom slučaju provodljivo tkivo aksonskih vlakana). Promena potencijala u vremenu je funkcija struje curenja kroz površinu membrane i promene napona duž centralne (središnje) ose aksona (šematski prikaz na Sl. 1.14 daje simbolički prikaz aksona kao električnog kabla). Brzina transmisije impulsa kroz kabal je određena kapacitetom C_m i unutrašnjim (intrinzičnim) otporom aksona R_i . Ako je veći kapacitet, potrebno je duže vreme pražnjenja membrane pa je samim tim i brzina propagacije impulsa manja. Međutim, kod većih vrednosti unutrašnjeg otpora aksona R_i , smanjena je vrednost aksijalne komponente unutrašnje struje aksona i_i .



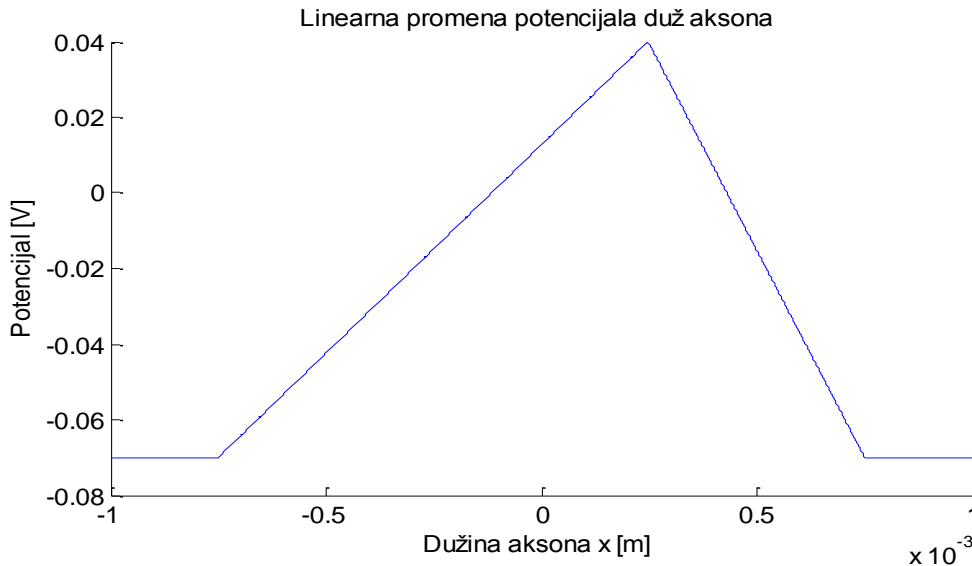
Sl. 1.14. Simbolički prikaz aksonskog vlakna kao električnog kabla

Unutrašnji otpor aksona je obrnuto proporcionalan veličini poluprečnika aksona a . Što je veći poluprečnik aksona, veća je brzina propagacije impulsa u aksonu. Promenu uzdužne komponente potencijala $\frac{d\varphi}{dx}$ kao funkcije dužine aksona, prikazuje se na Sl. 1.15 koja se generiše Matlab programom “Akson_potencijal.m“ iz Priloga br. 2.

Ako se pretpostavi da je poluprečnik aksona $a = 10 \mu m$, a vrednost specifičnog unutrašnjeg otpora plazme aksona (aksoplazma) $\rho_i = 0.5 \Omega m$, longitudinalna (uzdužna) komponenta intrinzične struje je funkcija dužine aksona kao i parcijalnih promena potencijala duž aksona koja se grafički prikazuje na Sl. 1.15, a proračunava se izrazom (1.19). Uvažavajući smer promene potencijala (pad ili porast funkcije potencijala), proračun parcijalne (diferencijalne) promene

potencijala, pri porastu funkcije potencijala (na levoj strani grafa) je

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{(70+40) \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}} = 110 \frac{V}{m}.$$



Sl. 1.15. Promena potencijala u zavisnosti od dužine aksona

Prilikom pada funkcije potencijala (što predstavlja negativnu promenu – na desnoj strani grafa), vrednost diferencijalne promene funkcije potencijala, u zavisnosti od dužine aksonskog vlakna je

$$\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{(70+40) \cdot 10^{-3}}{0.5 \cdot 10^{-3}} = -220 \frac{V}{m}.$$

Unutrašnji otpor po jedinici dužine aksonskog vlakna, na osnovu izraza (3.16), proračunava se kao $r_i(x) = \frac{0.5}{\pi \cdot (10 \cdot 10^{-6})^2} = 1.6 \cdot 10^9 \frac{\Omega}{m}$. Vrednost intrinzične

struje na levoj strani grafa sa Sl. 1.15 je, na osnovu izraza (1.19), $i_i = -\frac{1}{1.6 \cdot 10^9} \cdot 110 = -68.75 nA$.

Vrednost unutrašnje struje aksona prilikom pada funkcije potencijala (na desnoj strani grafa)

iznosi $i_i = \frac{1}{1.6 \cdot 10^9} \cdot 220 = 137.5 nA$. Preformulacijom kablovske jednačine dobija se:

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{i_m}{C_m} + \frac{\Delta S}{2 \cdot \pi \cdot a} \cdot \frac{1}{r_i \cdot C_m} \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (1.22)$$

Supstitucijom $\frac{C_m}{\Delta S} = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}{b}$ i $r_i = \frac{\rho_i}{\pi \cdot a^2}$ i aproksimacijom razlike potencijala

$\Delta\varphi = \varphi_{\max} - \varphi_{\text{mirovanja}} \approx 70 mV$, dobija se:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\Delta\varphi}{\tau} + \frac{b \cdot a}{2 \cdot \rho_i \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{d^2\varphi}{dx^2} \quad (1.23)$$

Multiplikacijom vremenske konstante membrane (1.13) sa $\tau = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \rho_m$ dobija se

$$\tau \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \Delta\varphi + \frac{\tau \cdot b \cdot a}{2 \cdot \rho_i \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{d^2\varphi}{dx^2} \text{ i uvođenjem prostorne konstante:}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\rho_m \cdot a \cdot b}{\rho_i \cdot 2}} \quad (1.24)$$

izvodi se konačna jednačina kretanja signala duž aksonskog vlakna u zavisnosti od vremena:

$$\Delta\varphi = \varphi_{\max} - \varphi_{\text{mirovanja}} = \lambda^2 \cdot \frac{d^2\varphi}{dx^2} - \tau \cdot \frac{d\varphi}{dt} \quad (1.25)$$

Za nemijelinski akson poluprečnika $a = 2.5 \mu\text{m}$ i debljine membrane (omotača) $b = 6 \text{nm}$, prostorna konstanta iznosi $\lambda = 0.49 \text{mm}$. Za mijelinski akson istog poluprečnika i debljine membrane $b = 2 \mu\text{m}$, prostorna konstanta iznosi $\lambda = 8.9 \text{mm}$ pri čemu, u oba slučaja, vremenska konstanta iznosi $\tau = 1 \text{ms}$.

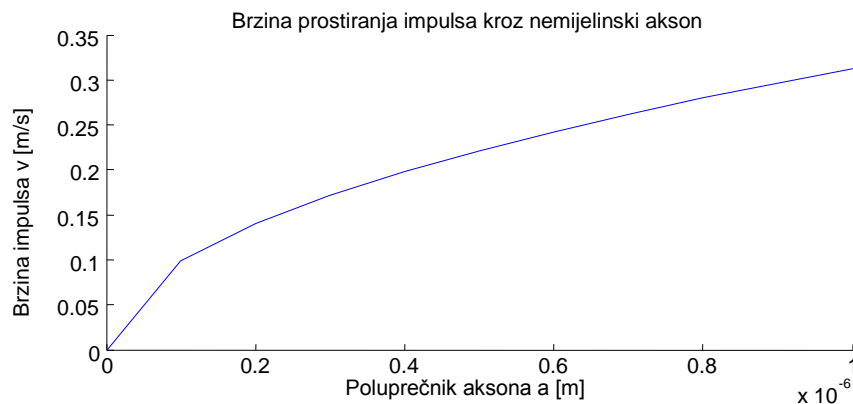
Odnosom prostorne konstante λ i vremenske konstante τ , određena je brzina prostiranja električnih impulsa kroz aksonsko vlakno:

$$v = \frac{\lambda}{\tau} = \sqrt{\frac{a \cdot b}{2 \cdot \varepsilon^2 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot \rho_i \cdot \rho_m}} \quad (1.26)$$

Brzina prostiranja signala kroz nemijelinsko aksonsko vlakno debljine membrane $b = 6 \text{nm}$,

iznosi $v = \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 49 \cdot (8.5 \cdot 10^{-12})^2 \cdot 0.5 \cdot 1.6 \cdot 10^7}} \cdot \sqrt{a} = 313 \cdot \sqrt{a} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$. Dakle, brzina prostiranja

impulsa kroz nemijelinski akson direktno proporcionalno zavisi od kvadratnog korena poluprečnika (geometrije) aksonskog vlakna \sqrt{a} , tj. brzina raste sa povećanjem poluprečnika aksona, što se može uočiti na Sl. 1.16 koja se generiše Matlab programskim fajlom "Brzina_impulsa.m" iz Priloga br. 3.



Sl. 1.16. Zavisnost brzine prostiranja impulsa o poluprečniku nemijelinskog aksona

U Tabeli 1.1 porede se karakteristične veličine aksonskog nemijelinskog i mijelinskog vlakna. Vrednosti tih veličina se proračunavaju pomoću Matlab programa “Akson_impuls.m” iz Priloga br. 4 i “Ulazne_konstante.m” iz Priloga br. 5 ($L = 1m$ i $\varepsilon = 7$).

Tabela 1.1: Karakteristične veličine nemijelinskog i mijelinskog aksonskog vlakna

Nemijelinski akson	1. primer	2. primer	3. primer	Mijelinski akson	1. primer	2. primer	3. primer
Debljina membrane	1,00E-08	6,00E-09	6,00E-09	Debljina omotača	2,00E-06	6,00E-06	8,00E-08
Poluprečnik aksona	2,50E-06	5,00E-07	1,00E-03	Poluprečnik aksona	2,50E-06	1,50E-05	2,00E-07
Električno polje membrane	-7,00E+06	-1,17E+07	-1,17E+07	Električno polje omotača	-3,50E+04	-1,17E+04	-8,75E+05
Kapacitet membrane	9,73E-08	3,24E-08	6,49E-05	Kapacitet omotača	4,87E-10	9,73E-10	9,73E-10
Nelektrisanje membrane	-6,81E-09	-2,27E-09	-4,54E-06	Nelektrisanje omotača	-3,41E-11	-6,81E-11	-6,81E-11
Otpor membrane	1,02E+04	3,06E+04	1,53E+01	Otpor omotača	2,04E+06	1,02E+06	1,02E+06
Otpor aksoplazme	2,55E+10	6,37E+11	1,59E+05	Otpor aksoplazme	2,55E+10	7,07E+08	3,98E+12
Prostorna con. model cilindar	6,32E-04	2,19E-04	9,80E-03	Prostorna con. model cilindar	8,94E-03	3,79E-02	5,06E-04
Brzina impulsa model cilindar	6,38E-01	2,21E-01	9,88E+00	Brzina impulsa model cilindar	9,02E+00	3,83E+01	5,10E-01
Vreme odziva model cilindar	1,57E+00	4,52E+00	1,01E-01	Vreme odziva model cilindar	1,11E-01	2,61E-02	1,96E+00
Prostorna con. model tanka membrana	6,32E-04	2,18E-04	9,80E-03	Prostorna con. model tanak omotač	7,67E-03	3,48E-02	4,64E-04
Brzina impulsa model tanka membrana	6,37E-01	2,20E-01	9,88E+00	Brzina impulsa model tanak omotač	7,73E+00	3,51E+01	4,68E-01
Vreme odziva model tanka membrana	1,57E+00	4,54E+00	1,01E-01	Vreme odziva model tanak omotač	1,29E-01	2,85E-02	2,14E+00

Uočava se, iz 1. primera Tabele 1.1, da za isti poluprečnik aksona $2.5\mu\text{m}$ i za 200 puta veću debljinu mijelinskog aksona, mijelinski akson ima za oko jedan red veličina veće vrednosti prostorne konstante i brzine provodljivosti impulsa, pa je i vreme odziva za isti iznos manje u odnosu na nemijelinski akson. Ipak, potrebno je razmotriti nekoliko bitnih ograničenja koja su u vezi sa veličinom poluprečnika nemijelinskih vlakana čoveka.

Uobičajena veličina poluprečnika čovekovog nemijelinskog aksona je manja od $a = 1\mu\text{m}$. Ako je $a \leq 1\mu\text{m}$, tada je brzina prostiranja impulsa duž vlakna $v \leq 0.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Time je, na dužinu vlakna $L = 1\text{m}$, vremenska konstanta odziva (odgovora) postavljena na vrednost $\tau_{resp} \geq 3.3\text{s}$, što predstavlja veliki vremenski period odziva čime se zaključuje da je to sporiji odziv. Čak šta više, kod dužih aksonskih nemijelinskih vlakana, brzine prenosa impulsa su sporije i vremenske konstante odziva su veće.

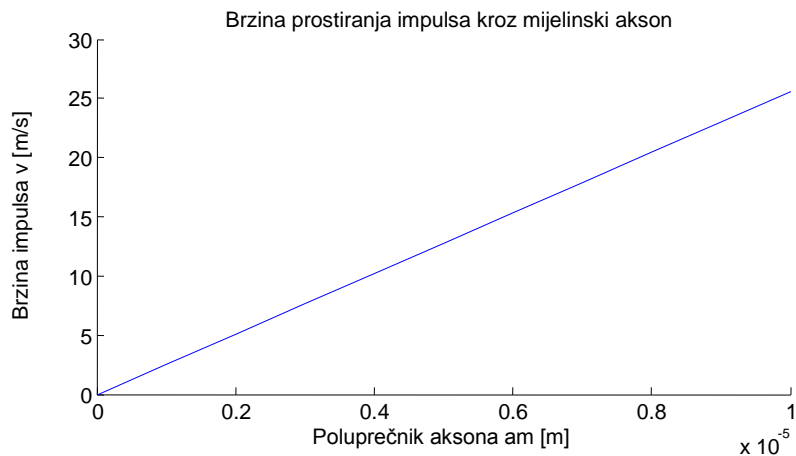
Ako je $a = 2.5\mu\text{m}$, brzina prenosa impulsa je $v = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, što takođe, pokazuje relativno spor odziv $\tau_{resp}(L = 1\text{m}) = 2\text{s}$. Ako je $a = 1\text{mm}$, brzina prenosa impulsa je $v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a vremenska konstanta odziva je $\tau_{resp}(L = 1\text{m}) = 0.1\text{s}$, što predstavlja brzi odziv (kratko vreme reagovanja).

Kod mijelinskog aksonskog vlakna, fiksni su odnosi između poluprečnika vlakna a i debljine mijelinskog omotača $b \approx 0.4 \cdot a$, pa se izračunava

$$\lambda = \sqrt{\frac{0.2 \cdot a^2 \cdot \rho_m}{\rho_i}} = \sqrt{0.2 \cdot \frac{\rho_m}{\rho_i}} \cdot a = \sqrt{0.2 \cdot \frac{1.6 \cdot 10^7}{0.5}} \cdot a \approx 2350 \cdot a.$$

U tom slučaju, brzina prenosa signala kroz mijelinski akson je $v = \frac{\lambda}{\tau} = \frac{2350 \cdot a}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \rho_m} = 2.6 \cdot 10^6 \cdot a \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$. Dakle, brzina prenosa

informacija kroz mijelinska vlakna aksona, linearno zavisi od veličine poluprečnika aksona, što se prikazuje na Sl. 1.17 generisanoj Matlab fajlom "Brzina_impulsa.m" iz Priloga br. 3.



Sl. 1.17. Zavisnost brzine impulsa o poluprečniku mijelisanog aksona

Ako je npr. poluprečnik aksonskog vlakna $a = 15\mu m$, tada je proračunata brzina $v = 39 \frac{m}{s}$.

Vreme odziva je značajnije manje, nego u slučaju nemijelinskog vlakna, a iznosi $\tau_{resp}(L=1m) = 26ms$, što znači da je brzina odziva daleko veća nego u slučaju nemijelinskog aksona. Čak i u slučaju tanjih mijelinskih vlakana, npr. $a = 0.2\mu m$, brzina prenosa je impulsa je velika i iznosi $v = 0.52 \frac{m}{s}$, a izračunato je vreme odgovora $\tau_{resp}(L=1m) = 2s$.

2. EEG I ERP SIGNALI

2.1. Elektroencefalografski (EEG) signal

Elektroencefalografski (EEG) signal predstavlja promene električnog potencijala, distribuiranog na koži glave koje su posledica moždane aktivnosti. Električni centralni nervni sistem generiše talase oscilatornog karaktera slabog intenziteta (malog amplitudnog nivoa). Registracija ovakvih izrazito stohastičkih nestacionarnih signala je dodatno otežana pojavom šuma u zabeleženoj moždanoj aktivnosti sa veoma slabim odnosom signala i šuma – na engleskom Signal-to-Noise Ratio (SNR).

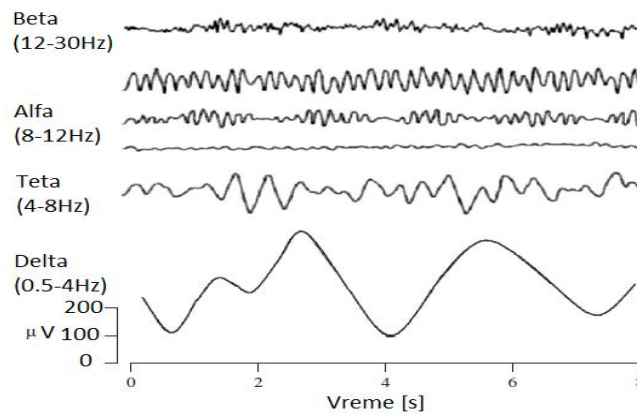
Registrowanje električnih signala neuronskih vlakana “zaduženih” za kontrakciju/relaksaciju muskulatornog sistema prvi put je zabeleženo galvanometrom početkom 19. veka [4]. Prvo registrowanje moždanih elektro signala pomoću elektroda lociranih na koži glave je zabeleženo 1875.g. (Richard Keton engleski naučnik) čime su udareni temelji metode elektroencefalografije koja meri i prikazuje promene u električnom sistemu neuronske moždane strukture. Potom je nastavljeno sa istraživanjima neurofiziologije centralnog nervnog sistema i uočavanjem spontane električne aktivnosti mozga kao i neuronske aktivnosti izazvane električnom stimulacijom mozga (1877.g Vasilij Jakovlevič Danilevski). U tom periodu su zabeleženi prvi poremećaji u radu mozga (epileptički napadi kod psa) izazvani električnom stimulacijom i registrovani pomoću EEG snimka (Napoleon Cibulski), što je posle poslužilo Kaufmanu da epilepsiju iskaže kao abnormalno električno pražnjenje mozga. Početak 20. veka se veže za ustanovljavanje metode encefalografije kojom se dokazuje postojanje EEG talasa čoveka (Berger 1920.g.). Uočavaju se karakteristični talasni oblici EEG signala kao što su alfa oscilatorne aktivnosti, vretena spavanja, ali i specifična neurološka obolenja čoveka, na prvom mestu epilepsija.

Berger je početkom 20. veka ustanovio korelaciju između mentalne aktivnosti i promena EEG signala, a posebno se bavio lokalizacijom tumora mozga. Tih godina je konstruisan prvi višekanalni elektroencefalograf (Kornmiller) koji je merio moždane signale locirane po svim regionima mozga i prvi biološki pojačavač (Rokfeler fondacija) za registrowanje moždanih potencijala. U Engleskoj se formira klinička elektroencefalografija, a Volter Grej uočava pojavu spore delta aktivnosti kod dijagnostikovanja abnormalnosti moždane funkcije. Istraživanja potencijala perifernih nerava, kao i dalji napredak u opisu epileptičkih napada, uvođenjem novih tehnoloških dostignuća prve polovine 20. veka (kao što su rendgen cevi i sl.), doživljava svoj zamah u univerzitetkim centrima Severne Amerike (Harvard, Ajova,...). Istraživanja prirode EEG signala tokom sna su dovela do formiranja matematičkih modela koji opisuju moždanu funkciju i stadije sna. U Japanu su, u drugoj polovini 20. veka, istraživanja EEG signala otišla u pravcu oscilatornog (ritmičkog) karaktera signala. Tih godina su proizvedene prve mikroelektrode za potrebe snimanja moždane aktivnosti, a izvedeni su i prvi hirurški zahvati na otklanjanju žarišta (fokusa) epilepsije.

Analiza EEG signala se, u početku, bazirala na primeni Furijeove transformacije po segmentima EEG signala (Berger, Kleitmen), a pažnja je bila usmerena na analizi poremećaja sna. Tek 60-tih godina prošlog veka počinju ozbiljna istraživanja moždane funkcije uočavanjem evociranih potencijala – na engleskom Evoked Potentials (EP), pogotovu korišćenjem vizuelnih stimulacija u monitoringu mentalnih oboljenja. Današnji eksperimenti su bazirani na primeni

kompleksnih metoda implementiranih kroz moćne softverske pakete kojima se vrši obrada EEG signala u cilju otkrivanja, prepoznavanja i dijagnostikovanja mnogobrojnih neuroloških i psihijatrijskih oboljenja u cilju njihove pravovremene prevencije i lečenja. Savremeni EEG hardver je često u kliničkoj praksi integrisan sa drugim aparatima, kao što je uređaj za funkcionalnu magnetnu rezonancu, u cilju dobijanja potpune neurološke slike naziv ove metode na engleskom je functional Magnetic Resonance Imaging (fMRI).

Moždana aktivnost se registruje pomoću elektroda elektroencefalografa plasiranih na koži glave. Registrovani EEG signal predstavlja kumulativnu aktivnost hiljada neurona konvertovanih u zajednički rezultatni oscilatorni (ritmički) talas (prikazuje se na Sl. 2.1.).



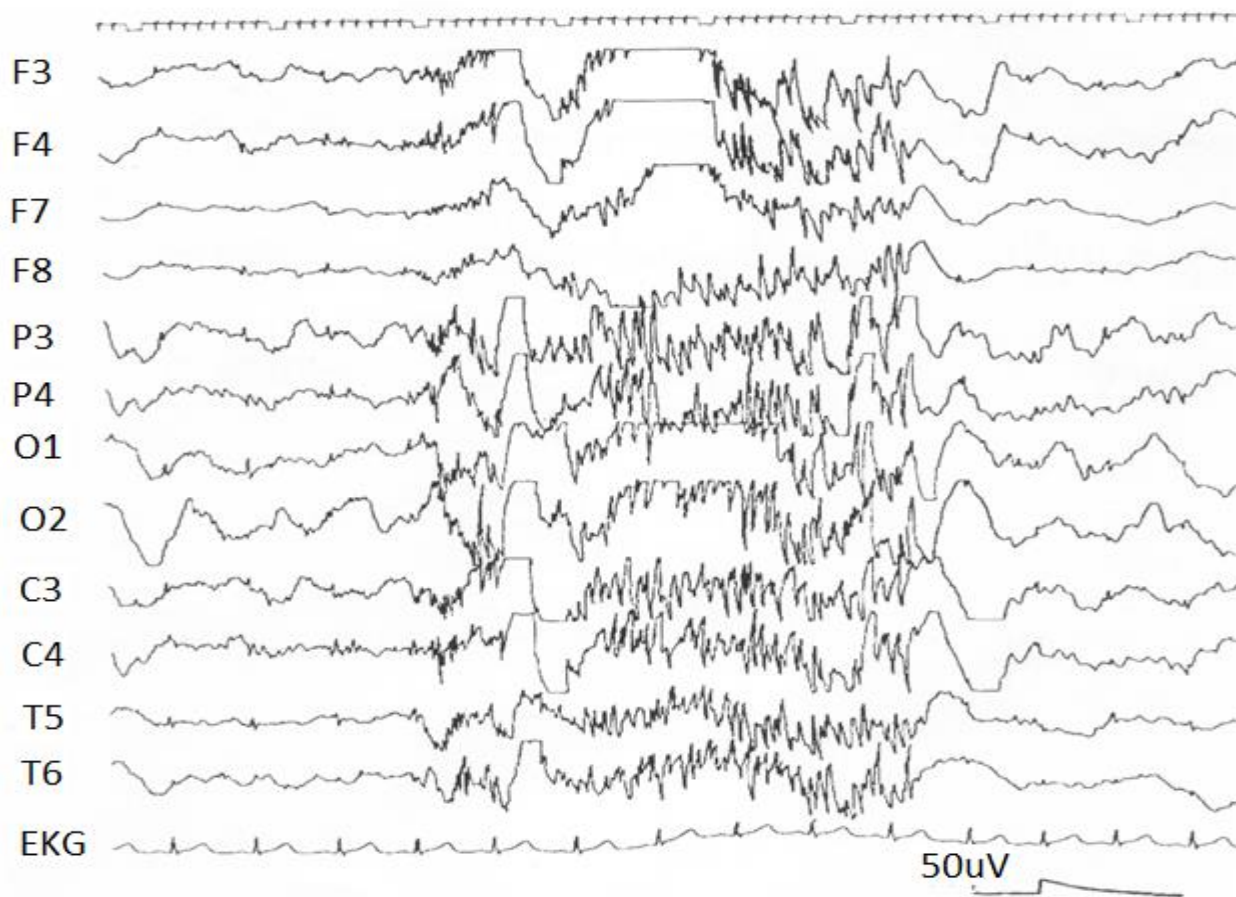
Sl. 2.1. Karakteristične frekvencijske oblasti EEG signala

EEG oscilacije su podeljene konvencionalno u pet karakterističnih frekvencijskih područja označenih kao delta $0.5 - 4\text{Hz}$, teta $4 - 8\text{Hz}$, alfa $8 - 12\text{Hz}$, beta $12 - 30\text{Hz}$ i gama $> 30\text{Hz}$. Pored ovih, u EEG signalu se uočavaju tzv. tranzijentne (prelazne) komponente kao što su K kompleks tokom spavanja, komponente koje predstavljaju pokrete (npr. očiju), epileptičke karakteristične (iktal) komponente (prikazuju se na Sl. 2.2.). Pored toga, uočavaju se i drugi moždani talasni oblici karakteristični za eksterne stimulacije (kao što su npr. EP), vretena spavanja, fi oscilacije (ispod 4Hz), kapa oscilacije, tau oscilacije, oštri tranzijentni lamda talasi visokih nivoa amplitude oko $90\mu\text{V}$.

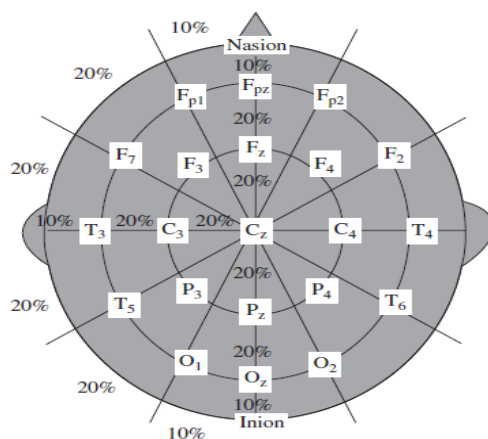
Uobičajeno, EEG signali se beleže pomoću elektroda lociranih iznad karakterističnih regija mozga (centralne C , frontalne F , okcipitalne O , parietalne P i temporalne T). Prema "Internacionalnom 10-20" sistemu, na lobanji se postavlja 19 aktivnih i 2 referentne elektrode (sa rasporedom koji se prikazuje na Sl. 2.3.). Moderne izvedbe elektroencefalografa su multikanalne sa 32, 64, 128 i 256 kanala.

Beta EEG talasi su niskog amplitudnog nivoa $5 - 30\mu\text{V}$ [5]. Javljaju se pri intenzivnim misaonim procesima i povećanoj koncentraciji kada se rešavaju konkretni problemi. Kod izraženih mentalnih naprezanja može da dostigne frekvenciju i do 50Hz . Amplituda alfa talasa se kreće u rasponu $30 - 50\mu\text{V}$. Dolazi do izražaja kada osoba odmara, zatvorenih očiju u budnom

stanju. Najčešće se locira u okcipitalno-frontalnoj regiji korteksa (moždane kore). Amplituda teta EEG talasa je veća od $20\mu V$. Ova oscilatorna forma EEG talasa se pojavljuje kod stresa.



Sl. 2.2. EEG signali kod oboljele osobe



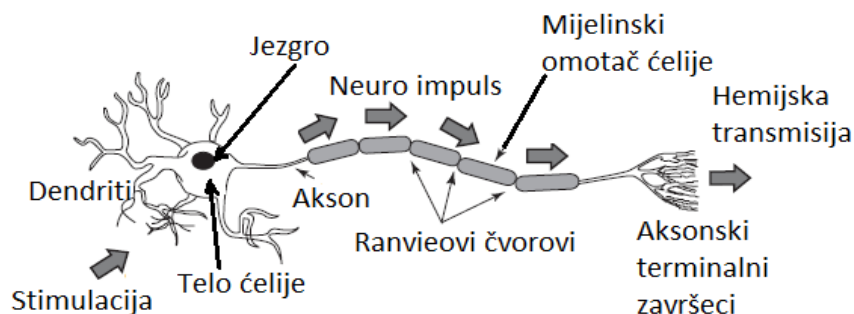
Sl. 2.3. Internacionalni 10-20 sistem rasporeda mernih EEG elektroda

Teta talas ima uobičajeno dominantni pik u okolini frekvencije 7Hz . Delta pripada grupi veoma sporih promena EEG signala u vremenu. Generiše se u stadijumu dubokog sna ali i u prisustvu fizičkog oštećenja mozga. Gama EEG talas reflektuje mehanizam svesti i spoznajnih procesa i prepoznatljiv je po veoma brzim ritmičkim promenama u vremenu (veća frekvencija oscilovanja). Posebnu grupu čini EEG talas koji se spontano generiše pri pokretu tj. motoričkoj aktivnosti čoveka. Frekvencijska oblast ove vrste EEG talasa je u rasponu alfa područja. Generalno, u Tabeli 2.1. se prikazuje pregled zastupljenosti frekvencijskih karakterističnih oblasti EEG signala u određenim mentalnim aktivnostima.

Tabela 2.1. Karakteristične moždane aktivnosti u specifičnim frekvencijskim oblastima EEG signala

Vrsta moždane aktivnosti	Frekvencijski raspon [Hz]	Mentalna stanja i uslovi pod kojima nastaje karakteristična moždana aktivnost
Delta	0.1-3	Duboki san, bez snova i REM pokazatelja, nesvest
Teta	4-8	Intuitivnost (opažanje), kreativnost, prisećanje, maštanje, imaginacija, san
Alfa	8-12	Odmor, bez pospanosti, spokojnost, svesnost
Niski beta	12-16	Relaksiranost sa potpunom fokusiranošću
Srednji beta	16-20	Razmišljanje, osećaj za okolinu
Visoki beta	20-30	Oprez, uznemirenost
Gama	30-100	Motoričke funkcije, visoka mentalna aktivnost

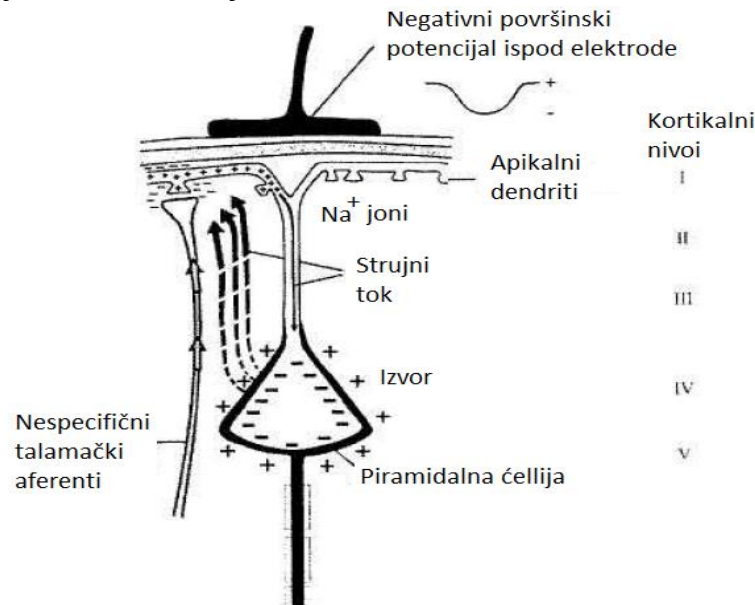
Pobuđenim sinapsama dendrita neuronskih ćelija mozga protiče električna struja (šematski se prikazuje na Sl. 2.4.).



Sl. 2.4. Šematski prikaz transmisije neuro impulsa

Ona stvara merljiva magnetna i sekundarna električna polja na površini glave. EEG aparat meri električno polje generisano tokom moždane aktivnosti. Uslov za nastanak električnog polja je postojanje gradijenta potencijala u neuronskoj strukturi. Razlike potencijala se generišu između tela ćelije neurona i apikalnih dendrita (nervnih završetaka) prvenstveno piramidalnih neuronskih ćelija (šematski se prikazuje na Sl. 2.5.) formirajući postsinaptičke strujne dipole. Postojanjem

neravnotežne koncentracije slobodnih jona sa obe strane ćelijske membrane, generiše se membranski potencijal neuronske ćelije.



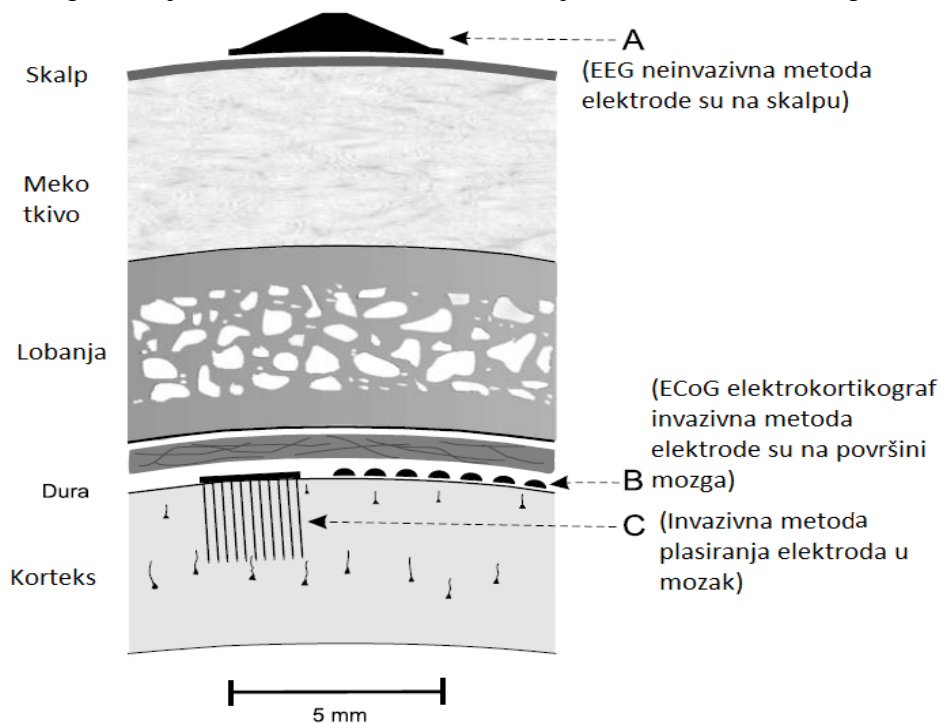
Sl. 2.5. Prikaz generisanja negativnog potencijala ispod EEG elektrode na površini glave

Zabeleženi moždani potencijal predstavlja rezultatnu sumu široke populacije aktivnih neurona [4]. EEG talas se snima na koži lobanje elektrodama lociranim na karakterističnim tačkama određenih regija mozga. Međutim, signal je dosta slab jer je prolaskom kroz kosti lobanje i meka tkiva glave oslabljen i zašumljen. Zbog toga je neophodno takav signal dodatno pojačati i filtrirati kako bi bio upotrebljiv za analizu. “Naseljenost” neurona je oko 10^4 po mm^3 i međusobno su povezani sinaptičkim vezama u kompleksnu neuronsku mrežu. Dok broj neurona opada sa godinama, broj sinapsi po neuronu raste. Raspon amplituda EEG signala zabeleženih na koži glave je $10-100\mu V$.

Fiziološke i promene funkcije mozga se mogu registrovati pomoću EEG, magnetoencefalografskih (na engleskom Magnetoencephalography (MEG)) ili fMRI signala. Karakteristično je za EEG i MEG metode da imaju veoma dobru vremensku rezoluciju i u odnosu na fMRI predstavljaju jeftiniju metodu. Sa druge strane, iako se fMRI metodom ne mogu dobro uočiti određeni poremećaji u radu moždane funkcije, ona predstavlja metodu sa dobrom prostornom rezolucijom, zbog ograničenosti EEG metode brojem upotrebljenih elektroda.

Uočava se da je oblast frekvencija EEG signala do $100 Hz$, što ukazuje na mogućnost uspešnog semplovanja ovih signala Nikvistovom frekvencijom $200 Hz$. Samo u izuzetnim slučajevima, kada se zahteva visoka rezolucija signala moždane aktivnosti, može se implementirati Nikvistova frekvencija i do $2 kHz$. Uobičajene frekvencije semplovanja EEG signala su $100, 250, 500, 1000$ i $2000 Hz$.

Pored metode plasiranja mernih elektroda na koži glave, EEG signali se mogu meriti elektrodama ubodenim kroz kožu lobanje iznad korteksa (invazivna metoda). Na Sl. 2.6. se prikazuju načini plasiranja mernih elektroda kod merenja različitih moždanih potencijala.



Sl. 2.6. Šematski prikaz merenja različitih vrsta moždanih potencijala

2.2. Potencijal vezan za događaj (ERP)

EEG talasi kojima se direktno meri “odgovor” moždane funkcije na specifičnu senzornu, motoričku ili kognitivnu stimulaciju koja reprezentuje događaj, predstavljaju potencijale vezane za događaj (na engleskom Event Related Potentials (ERP)). ERP metodom se prikazuje, u vidu električnog signala, direktan odgovor korteksa na stimulaciju CNS-a generisanu događajem. Stimulisana (pobuđena) neuronska populacija formira akcione potencijale (na engleskom Action Potentials (AP)) vremenski sinhronizovane sa nastalim događajima, pri čemu se ERP prikazuje kao elektrofiziološki odgovor na stimulaciju.

Tridesetih godina prošlog veka, D. Halovel je prvi uočio ERP u budnom stanju, ali su tek u drugoj polovini prošlog veka, istraživanja u merenju i obradi ERP potencijala doživela ekspanziju. G. Volter je prvi uočio i izmerio kognitivne ERP komponente. 1965.g. je grupa istraživača, registrovala prve *P300* komponente ERP-a. Masovnom eksploatacijom računara, istraživanja u polju neurologije, psihijatrije, psihologije se sve više oslanjaju na dijagnostičke metode registrovanja i digitalne obrade ERP-a implementacijom moćnih softverskih paketa.

ERP talasne forme se kvantitativno opisuju nivoom amplitude, dužinom latencije i distribucijom po koži glave. Amplitudom ERP-a se odslikava veličina neuronske aktivnosti, a uobičajeno se kreće u rasponu $1-30\mu V$ [4]. Latencija predstavlja vremenski interval odnosno

period od trenutka stimulacije do pojave maksimalne amplitude tj. pika ERP-a, a kreće se u rasponu nekoliko stotina *ms*.

Kod ERP talasnih oblika se uočavaju negativne komponente (imaju prefix N) i pozitivne (sa oznakama P). Karakteristično za ERP je da ima fiksno vremensko kašnjenje u odnosu na pojavu stimulacije i da su amplitude i frekvencije talasa daleko nižeg nivoa i sličnih talasnih oblika u odnosu na spontani EEG [6]. ERP predstavlja kombinaciju električne aktivnosti mozga vremenski sinronizovane sa nastankom stimulacije (događaja) i smetnji tokom merenja elektrodnih potencijala. Zbog toga je ERP teško prepoznatljiv u “sirovom” EEG signalu. Kako su pojedinačni ERP signali visokog nivoa šuma – značajno većeg od moždanog signala, da bi se povećao SNR faktor, proračunava se srednja vrednost više ERP-a pod istim uslovima merenja (metoda usrednjavanja). Uopšteno, estimacija moždanog signala $s(t)$ srednjom vrednosti $s_{av}(t)$ se proračunava po formuli:

$$s_{av}(t) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N s_i(t) = s(t) + \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N n_i(t), i = 1, 2, \dots, N, 0 \leq t < T \quad (2.1)$$

gde N predstavlja ukupan broj pokušaja stimulacije tj. ukupan broj ERP-a, n_i komponente šuma, T ukupni interval merenja svakog ERP-a. Usrednjeni ERP je sačinjen od serija velikih bifaznih talasa ukupnog trajanja $0.5 - 1s$. Generiše se digitalnim usrednjavanjem EEG epoha.

ERP odslikava neuronsku aktivnost nakon stimulacije mozga sa karakterističnom visokom vremenskom rezolucijom (do $1ms$). U zavisnosti od toga da li su komponente ERP-a pozitivne ili negativne uvedenu su oznake sa prefiksima P ili N . Uz to su dodati i brojevi 100, 200, 300, 400 kojima se označava latencija komponente ERP-a. To znači da se npr. P300 odnosi na pozitivnu komponentu ERP-a latencije $300ms$ nakon stimulacije mozga. Osim vrednosti amplitude i latencija, lokalizacija izvora i distribucija ERP komponenti na koži glave predstavlja veoma važnu informaciju u dijagnostikovanju oboljenja. Topografsko mapiranje daje položaje izvora ERP talasa na osnovu površinskih potencijala i gustine strujnih izvora proisteklih iz moždane funkcije i zabeleženih iz elektrodnih potencijala. Sa iste regije mozga, “sirovi” naponski signal, zabeležen na površini glave, reflektuje rezultatnu sumu kortikalnih i subkortikalnih neuronskih aktivnosti. Sa mapama gustine strujnih izvora se reprezentuje primarno kortikalna aktivnost registrovana na površini glave.

ERP komponente se analiziraju iz zabeležene EEG aktivnosti mozga. Svaka od uočenih komponenti ERP-a predstavlja neku karakterističnu funkciju mozga vremenski sinhronizovanu sa pojavom događaja (stimulacije). Analizom potencijala se dijagnostikuju neuropsihijatrijska oboljenja kao što su Alchajmerova bolest i demencija. Obolele osobe od ovih bolesti imaju produženu latenciju i porast amplitude ERP komponenti N100, N130, P165, N220 [4]. P300 ERP-a sadrži dve podkomponente P3a i P3b. P3a komponenta odražava automatsku usmerenu pažnju mozga ka stimulaciji bez obzira na značaj događaja. Generiše se u frontalnoj i centralnoj regiji mozga. Pik (vrh) amplitude je sa latencijom (kašnjenjem ili vremenom čekanja) reakcije na ciljano stimulaciju, u vremenskoj razmeri, uobičajeno se registruje u intervalu od 250ms do 280ms. P3b komponenta ERP-a se distribuira na centralnoj i parietalnoj regiji mozga. Pik

amplitude se najčešće dostiže u okolini 300ms, premda latencija može da varira u rasponu od 250ms do 500ms zavisno od zadatka koji se postavlja pred subjekta [7]. Evocirani potencijali odražavaju procese u mozgu izazvane fizikalnim eksternim stimulacijama (somatosenzorni – na engleskom Somatosensory Evoked Potentials (SEP), vizuelni – na engleskom Visual Evoked Potentials (VEP), auditorni – na engleskom Auditory Evoked Potentials (AEP) moždani potencijali) i čine deo ERP talasnih oblika. Osim navedenih EP, ERP potencijali reflektuju i procese “višeg nivoa” kao što su memorijski, procesi predviđanja, pažnje, voljni procesi koji su relativno nezavisni od stimulacije. P300 komponenta je unutrašnji potencijal (biološka karakteristika organizma sa svojstvom zakašnjele voljne reakcije (na engleskom Lateralized Readiness Potential (LRP)) na stimulaciju koja nije uslovljena fizikalnim svojstvima stimulacije (pobude organizma subjekta), već je zavisna o reakciji posmatranog subjekta (osobe koja je podvrgnuta eksperimentu).

Više različitih metoda se koristi u analizi ERP-a. Sinhronizovanim usrednjavanjem više izmerenih EEG sekvenci dolazi do potiskivanja kompletne EEG moždane aktivnosti u pozadini, nakon čega se izdvaja ERP potencijal. Analizom i korak po korak diskriminacijom delova snimljenih signala (na engleskom Step-Wise Discriminant Analysis (SWDA)), izdvajaju se pikovi neuro potencijala od interesa. Dodavanjem diskretne vejtlet transformacije (na engleskom Discrete Wavelet Transform (DWT)), omogućava se efikasnija lokalizacija ERP komponenti u vremensko-frekvencijskoj domeni. Analiza glavnih komponenti (na engleskom Principal Component Analysis (PCA)) primenjena na ERP procenjuje privremeno preklapanje ERP komponenti. Analiza nezavisnih komponenti (na engleskom Independent Component Analysis (ICA)) koristi saznanja o prostornoj raspodeli ERP-a, pri čemu se odlučuje da li će komponente biti analizirane ili odstranjene. Tako npr. P300 komponenta sa većim amplitudama u intervalu latencije 100 – 600ms karakterističnom za ovu ERP komponentu se zadržava i analizira, dok se ostale ne razmatraju i brišu.

Tehnike kojima se vrši dekompozicija kompletnog izmerenog EEG signala zasnivaju se na statističkoj prirodi neuronske aktivnosti. Trenutak aktivacije neurona ne može biti egzaktno određen jer je izmerena aktivnost zakašnjena (zbog prolaska impulsa kroz brojne sinaptičke čvorove,) pa se stoga ona procenjuje (npr. prema Gausovoj distribuciji verovatnoće njenog nastanka). Osim usrednjavanja EEG-a, estimacijom pojedinačnih komponenti moždanih aktivnosti se aproksimira kompletan oblik ERP-a, a iz tako formiranog modela se potom vrši rekonstrukcija aktuelnih signala. Model omogućava lakšu analizu ERP komponenti iz pojedinačnih izmerenih EEG signala kao i lakše praćenje pomeranja amplitude i latencije svake od ERP komponenti.

Dizajniranje modela lokalizacije i praćenja ERP komponenti koristi više metoda od kojih se ne retko implementira metoda najmanjih kvadrata (na engleskom Least Squares (LS)) za predikciju položaja izvora moždane aktivnosti u cilju određivanja mapa glave (mapiranje). Ovim metodama se omogućava uvid u distribuciju ERP izvora u mozgu. Novije metode se baziraju na modelovanju glave i modelu izvora kao magnetnih dipola kako bi se opisala propagacija izvora ERP komponenti moždane aktivnosti.

Lokalizacija aktivnih ERP komponenti u vremensko-frekvencijskoj domeni se uobičajeno analizira implementacijom kratkotrajne diskretne Furijeove transformacije (na engleskom Short-Time Discrete Fourier Transform (STFT)). Međutim, bitno ograničenje u primeni ove metode određuje Hajzenbergov kriterijum neodređenosti prema kojem vremenska i frekvencijska rezolucija ne mogu biti istovremeno proizvoljno male. Zbog toga, nadogradnju STFT metode predstavlja vejtlet transformacija (na engleskom Wavelet Transform (WT)), po kojoj se semplovanje komponenti ERP-a vrši u logaritamskoj razmeri, za razliku od STFT gde je fazni prostor uniformno uzorkovan. Ovakav pristup omogućava da se, primenom WT, visokofrekventne (VF) komponente ERP-a analiziraju u kraćim prozorima (vremenskim intervalima), dok se niskofrekventne (NF) komponente analiziraju u dužim prozorima, što predstavlja multirezolucionu dekompoziciju ERP signala. Primenom diskretne vejtlet transformacije, proračunavaju se vejtlet koeficijenti koji su funkcije VF i NF filtera.

Opšta karakteristika ERP signala je njihova neodređenost u smislu da se ne može pouzdano znati koja od komponenti će zauzeti određeni frekvencijski interval. Tranzientnost i preklapanje frekvencija komponenti ERP signala i šuma, predstavljaju problem u linearnom vremenski invarijantnom (nepromenljivom) filtriranju komponenti ERP-a. Primena Vinerovog filtera, na bazi algoritma srednjih kvadrata, nije dovoljna da reši problem nestacionarnosti ERP-a. Uz ograničenja kojima se ERP posmatra kao sporo promenljivi dinamički proces, promene vrednosti signala se mogu predviđati upotrebom modela u prostoru stanja. Model pretpostavlja da se, na osnovu iskustvenih pokazatelja (vrednosti signala u prethodnim koracima), može izvršiti predikcija signala u narednim koracima. Generički (opšti) model posmatranja signala i primena algoritma Kalmanovog filtera, pruža šansu boljem određenju komponenti šuma kod ERP signala. U proračunima baziranim na adaptivnom filtriranju ERP signala, određuju se rekurzivne kovarijansne matrice estimacije i matrice Kalmanovog pojačanja primenom više vrsta algoritama zasnovanih na rekurzivnom algoritmu najmanjih kvadrata (na engleskom Recursive Least Squares (RLS)), algoritmu najmanjih srednjih kvadrata (na engleskom Least Mean Squares (LMS)), normalizovanom algoritmu najmanjih srednjih kvadrata (na engleskom Normalized Least Mean Squares (NLMS)) ili primenom Kalmanovog estimatora.

Kod psihijatrijskih obolenja, uočava se promena nivoa pažnje što se očitava kroz promenu nivoa amplitude i dužine latencije ERP P300 komponenti signala. Efikasno i tačno proračunavanje tih nivoa predstavlja cilj u potpunom dijagnostikovanju vrste poremećaja. Jedan od predloženih algoritama se bazira na analizi registrovanih EEG signala i ERP komponenti pre i posle stimulacije. Primenom ovakvih algoritama u fazi ekstrakcije pojedinačnih ERP pokušaja (pre stimulacije, tokom stimulacije i u periodu poststimulacije) postižu se pouzdaniji i tačniji rezultati u komparaciji sa fiziološkim i kliničkim ispitivanjima. Na bazi tako predloženih algoritama, uočavaju se jasni pikovi ERP P300 komponenti.

Osim toga, razvijene su metode koje analiziraju ERP na bazi sinusoidalnih signala koji imaju brze promene amplitude i faze sa obvojnica komponenti koje imaju nemonotoni brzi porast ili pad. Kod tako koncipiranih metoda ERP se analizira korak po korak pomoću prozora promenljive dužine sa promenljivom frekvencijom semplovanja signala. Dakle, veličina prozora se prilagođava svojstvima signala. Signali sa većom širinom opsega se modeluju u nekoliko koraka

fokusiranjem na manja frekvencijska područja u svakom koraku. Na taj način se postiže usaglašenost u detektovanju ERP karakteristika oličenih kroz amplitudu, frekvenciju i fazu stvarne komponente signala sa onom modelovanom u posmatranom prozoru.

Bolju detekciju ERP komponenti je moguće postići kombinacijom više metoda. Tako npr. kombinovanjem adaptivnog metoda estimacije sa vremensko-frekvencijskim predstavljanjem signala, estimiraju se odgovarajući promenljivi parametri modela signala. STFT metoda omogućava precizniji proračun trajanja aktivnosti ali samo tokom trajanja prozora analize. Ovo ograničenje se može prevazići implemetacijom varijabilne dužine prozora što je omogućeno primenom WT. Međutim, nedostatak WT je u recipročnom odnosu centralne frekvencije vejvleta i dužine prozora estimacije. Na taj način, sa WT se ne mogu precizno estimirati NF komponente sa kratkim trajanjem ili VF komponente uskog opsega.

ERP P300 komponenta se identifikuje sa kognitivnim procesima moždane aktivnosti. Zbog toga, detekcija amplitude i latencije ove komponente je od krucijalnog značaja u dijagnostici neuropsihijatrijskih obolenja kao i u analiziranju procesa učenja. Tako npr. pad amplitude P300 komponente označava pad koncentracije i pažnje ispitanika. Porast latencije može da bude prouzrokovan produžavanjem vremena obrade informacija vezanih za različite kognitivne procese, što može da bude posledica mentalnog ili fizičkog zamora (koji može da prouzrokuje pad tj. smanjenje brzine aktivnosti CNS-a). U takvim situacijama se takođe uočava i pad alfa moždane aktivnosti (odmah nakon završetka postavljenog zadatka). Ipak se pojava zamora najbolje može uočiti kroz amplitudu i latenciju ERP P300 komponente signala.

U prethodnih petnaest godina, istraživanja se kreću u pravcu razvijanja metoda kojima se analiziraju ERP komponente u kognitivnim eksperimentima. Analiza ERP-a sve više zauzima značajno mesto u razumevanju procesa učenja, memorisanja, pažnje, koncentracije, zamora kao i drugim oblastima kognitivne neuronauke. Raspoznavanjem pojedinih komponenti ERP-a, može se uspostaviti veza sa dominantnim spoznajnim procesom u ekeperimentu (P2 komponenta ERP-a je pokazatelj aktivnog memorijskog, jezičkog kao i vizuelnog procesa). Osim toga, analizom ERP komponenti se uočavaju regije mozga koje su najaktivnije tokom pojedinih kognitivnih procesa.

ERP analiza pojedinačnih pokušaja se često koristi u rasuđivanju kognitivnih procesa. Sa fiziološkog aspekta, nakon više ponavljanja iste stimulacione forme neuro odzivi se modifikuju. Takođe je za očekivati da se neuro odgovori menjaju tokom pojavljivanja i uspostavljanja novih moždanih predstavki kao npr. tokom procesa učenja. Potrebno je napomenuti da, iako usrednjavanjem individualnih cerebralnih odziva SNR faktor postiže veći nivo, procesom usrednjavanja se ipak gubi deo informacija vezanih za varijacije između pojedinačnih pokušaja. Taj gubitak podataka može da bude presudan u istraživanju dinamičkih kognitivnih procesa i može nepovoljno da utiče na pouzdanost metode usrednjavanja ERP-a. Zbog toga se pribegava tehnikama analize pojedinačnih pokušaja kojima se bolje opažaju neuro odzivi tokom vremena, vezani za kognitivne fenomene u procesima navikavanja, učenja ili memorisanja.

Opšte poznato je da vežbanje pomaže poboljšanju motoričkih veština kao i moći opažanja. Pokazalo se da procesi buđenja i spavanja doprinose konsolidaciji naučenog materijala, a napredak se može uočiti čak i nekoliko dana posle treninga bez dopunskog vežbanja. Uočava se

da spore neuro promene kroz trening sesije potpomažu konsolidaciju učenja, što se reflektuje u vidu modifikacija ERP potencijala koje se očigledno ispoljavaju čak 48 časova posle treninga. Primećeno je da, u eksperimentima izvedenim nad životinjama, postoje različiti vremenski profili procesa navikavanja, a amplituda ERP-a eksponencijalno opada kako proces navikavanja odmiče. Naime, u početku navikavanja na generisani zvučni signal, amplituda ranih komponenti ERP-a je veća zbog osetljivosti na iznenadne pojave zvuka. U istraživanjima procesa navikavanja kod ljudi, stimulacione forme su složenije, a primenjuju se napredne metode za uklanjanje smetnji pri snimanju ERP potencijala. Pojave odstupanja (treperenja) amplitude i latencije ERP-a, u odnosu na karakteristične vrednosti zabeležene kod zdrave osobe, su karakteristične kod hiperaktivnih osoba (sa smanjenom pažnjom) ili kod pacijenata sa somatosenzornim poremećajima. Analizom odstupanja latencije i amplitude odziva na pojedinačne pokušaje stimulacije, opažaju se mehanizmi zaduženi za modulaciju neuronskih odziva.

ERP signali su indikatori abnormalnosti u radu CNS-a kao i mentalnih poremećaja. Komponente ovih signala karakteriše amplituda, latencija, frekvencijski spektar i lokacija izvora u mozgu (prostorna, vremenska i spektralna). Zbog svoje nestacionarnosti i nepredvidivosti, ne postoji jedan robustan pouzdan model za detekciju i potpuni opis ERP signala. Međutim, predložene metode sa implementiranim algoritmima, na sasvim zadovoljavajući način, mogu da opišu oblik i karakteristične parametre ERP komponenti, na osnovu registrovanih realnih EEG signala.

3. MERENJE EEG I ERP SIGNALA

3.1. Merenje EEG signala i EEG instrumentacija

U kliničkom radu, merenje spontanih elektroencefalografskih signala uobičajeno traje 20-40 minuta (sveukupno sa pripremom ispitanika). U dijagnostičkom smislu, fokus u analizi zabeleženih EEG signala je na spektralnom sadržaju signala tj. uočenom tipu neuronskih oscilacija (njihovom frekvencijskom području), amplitudama i latencijama komponenti. Metoda elektroencefalografije je standardna dijagnostička procedura koja najčešće nalazi primenu u neurologiji i psihijatriji. Široko je rasprostranjena zbog svoje niske cene [8], hardverske jednostavnosti, visoke vremenske rezolucije (omogućava semplovanje i do 2000 uzoraka u sekundi) [9], minimizacije artifakata [10], ne postojanja buke u radu (bitno kod analize odziva na AEP), komfornosti u radu (ne razvija klaustrofobiju kod pacijenata) [11], nije štetna po pacijenta (nema izlaganja štetnim dejstvima jonizujućih zračenja kao npr. kod rendgen snimanja), ekstremno je neinvazivna. Osim toga, EEG metoda omogućava snimanje moždanih potencijala na hendikepiranim pacijentima bez mogućnosti motoričkog ili bilo kog drugog odgovora [12]. Ova metoda ne zahteva posebnu ili komplikovanu pripremu pacijenata.

Koristan signal moždane aktivnosti je veoma slab i prekriven je šumom izazvanim artifaktima usled znojenja ispitanika tokom snimanja, šumom usled delovanja otkucaja srca (na engleskom Electrocardiogram (ECG)), artifaktima koji su posledica akcionih potencijala mišićne strukture (tokom merenja grčenja mišića (EMG)), smetnji uzrokovanim elektrohemijskim karakteristikama mernih elektroda, šumova generisanim nakon kretnji ispitanika, artifaktima izazvanim treptajima oka (na engleskom Electrooclugram (EOG)), smetnji zbog uznemirenosti ispitanika, artifaktima izazvanim disanjem ispitanika, uticajima elektromagnetnih talasa okoline (mrežni napon frekvencije 50Hz) i drugi uzroci.

Glavni nedostatak EEG metode je slaba prostorna rezolucija [13]. Nedostatak predstavlja i činjenica da se ovom metodom veoma oskudno determiniše neuronska aktivnost ispod gornjih nivoa korteksa i sa povećanjem dubine, ispod korteksa, greška snimanja se uvećava. Sa ovom metodom nije moguće lokalizovati različite neurotransmitere, medikamente i sl. [14]. Prilikom snimanja potrebno je nešto duže vreme za postavljanje elektroda na koži glave. Pored toga, zahteva se što je moguće preciznije postavljanje mernih elektroda na mesta od interesa za dijagnostiku, uz potrebu specijalnih gelova ili pasti. Registrovani moždani potencijali su slabog SNR faktora, pa je zbog toga, potrebna dodatna sofisticirana digitalna obrada signala i veoma često veći broj snimanja kako bi se ekstrahovala ("izvukla") korisna informacija iz EEG-a [15].

Uobičajeno, EEG metoda merenja moždanih potencijala se realizuje postavljanjem mernih elektroda na površini kože glave (skalp), uz prethodnu pripremu koja podrazumeva nanošenje gela ili provodljive paste na kožu, u cilju smanjenja impedanse (prelaznih otpora) između kože i elektrode. Obično se kod merenja zahteva da impedansa bude manja od $4k\Omega$ (za aktivne, referentne i elektrodu uzemljenja). Kada se želi postići veća gustina elektroda (plasiranih na više karakterističnih tačaka glave), tada se to postiže postavljanjem elektroda u specijalne kape na glavi (tada razmeštaj elektroda obično ne podleže Internacionalnom sistemu 10 – 20) [16]. Ako se želi povećati prostorna rezolucija u nekoj od karakterističnih regija mozga, tada mreža mernih

elektroda na glavi može da sadrži 256 komada. Inače, standardno je to 19 aktivnih elektroda i 2 referentne (plasirane često na ušnim školjkama) [17]. Ponekada taj broj može da bude manji, ako se meri moždana aktivnost novorođenčeta.

Od interesa za što kvalitetnijim merenjem, potrebno je posebno razmotriti, u električnom smislu, prelazne otpore u zatvorenom strujnom kolu merenja, tj. uočiti kritična merna mesta tokom prolaska generisane struje neuronskih ćelija. Izvor neuronske aktivnosti je u moždanom tkivu gde se formira akcioni potencijal – impuls koji, pod uticajem električnog polja, generiše srujni tok. Prolaskom struje kroz više nivoa tkiva različite električne provodljivosti (bela i siva masa mozga, likvor, kosti lobanje, koža glave) dolazi do slabljenja intenziteta strujnog toka. Dodatni šum tokom merenja unosi spoj koža-metal elektrode kojom se meri neuronska aktivnost. Dakle, od velike je važnosti, za ispravnost i kvalitet merenja neuronske aktivnosti, da se analiziraju sprege (kapacitivne, omske) u kolu površina kože glave - ulaz pojačavača aparata. Merne elektrode treba da budu izrađene od specijalnih materijala (vrlo često su to fini metali kao npr. srebro ili zlato) jer se tehnološki, u električnom smislu, pred njih postavlja uslov da imaju vrlo male prelazne otpore. Ovo je posebno bitno jer je amplituda napona EEG signala vrlo mala, reda do $100\mu V$ kod odraslog čoveka merena na površini glave [18] ili $10-20mV$ merena subduralnim elektrodama (ubodenim iznad same površine moždane kore). U toku snimanja, elektrode se postavljaju iznad željenih regija moždane strukture, a njihov zadatak je da registruju signale moždanih oblasti od značaja za istraživanje. U cilju poboljšanja električnih karakteristika, tehnološka rešenja u izvedbi elektroda treba da smanje njihovu unutrašnju impedansu. Osim toga, zbog prisustva visokog nivoa šuma, kablovi na koje su spojene merne elektrode, moraju da budu oklopljeni. Posebnim tehnikama „sinterovanja“ Ag-AgCl aktivne elektrode imaju ekstremno nisku impedansu tokom merenja signala. Postizanjem veoma malih izlaznih otpora aktivnih mernih elektroda omogućava se eliminisanje kapacitivnih sprega između kabla elektrode i izvora interferencije signala (nastalih npr. pokretima tela, promenom impedanse elektrode zbog zagrevanja), s ciljem smanjenja nivoa šuma prilikom registrovanja neuronskih potencijala. Osim toga, ugradnjom namenskih elektroničkih zaštitnih kola, ulazni pojačavački stepen aparata se štiti od pražnjenja statičkog elektriciteta i impulsa defibrilacije. Aktivne elektrode treba da poseduju minimalne „ofset“ potencijale šuma kao i nizak nivo drifta čime se postiže odlična DC stabilnost kod merenja komponenti signala niskih frekvencija (na engleskom Direct Current (DC)). Pored električnih, aktivne merne elektrode treba da poseduju dobre mehaničke karakteristike (otpornost na mehaničke udare), pouzdanost u radu i nisku cenu koštanja. Merne elektrode mogu da budu u izvedbi ravnih elektroda koje se plasiraju na površinu kože glave, iglenih elektroda koje se ubadaju u kapu na glavi ili direktno u mišićno tkivo (EMG snimanja) ili u koru velikog mozga (na engleskom Electrocoigraphy (EcoG)) registrovanja neuronske aktivnosti ili u izvedbi trakastih ugljenih elektroda.

Merenje EEG signala se najčešće realizuje na tri različita načina vezivanja mernih elektroda i to unipolarnim, bipolarnim i usrednjenim modom (ili montažom). Bipolarnim modom se meri potencijalna razlika neuronske aktivnosti dve karakteristične tačke iznad ciljane regije mozga. Elektrode locirane na tim tačkama su kablovima vezane na ulaze jednog kanala aparata i obično

su to dve susedne tačke moždane regije. Monopolarnim (unipolarnim) načinom mere se potencijalne razlike po kanalima između aktivne (locirane na ciljanoj tački željene moždane regije) i referentne elektrode (plasirane na jednoj ili obe ušne školjke koje predstavljaju referentne tačke). Usrednjenim modom se mere neuronske aktivnosti po kanalima između aktivne merne elektrode tog kanala i referentne (Wilsonove) koja se realizuje sabiranjem izlaza pojačavača svih kanala i potom usrednjenih preko otpornika u jednu zajedničku tačku formirajući referentni srednji nulti potencijal. Kod analognih EEG aparata, u cilju što uspešnijih očitavanja karakteristika zabeleženih EEG signala na papiru, montaže elektroda se prekopčavaju tokom snimanja. Kod digitalnih EEG aparata, signali se digitalizuju i memorišu u odabranoj montaži mernih elektroda (najčešće je to monopolarni mod), a po potrebi se transformišu u željenu montažu primenom dodatnih proračuna. Osim navedena tri načina merenja EEG signala, u upotrebi je još i Laplasova montaža koja se realizuje tako da svaki merni kanal aparata predstavlja razliku potencijala između aktivne elektrode i usrednjenih „težinskih“ okolnih elektroda (koje okružuju mernu aktivnu elektrodu) [19].

Tokom merenja, nanošenjem sloja paste ili provodnog gela prilikom plasiranja površinskih elektroda na glavi, impedanse kontakata metal elektrode – koža se minimiziraju (u odnosu na ulazni otpor pojačavača), a postiže se još i konstantna impedansa u celokupnom mernom frekvencijskom opsegu, pogotovu kod merenja komponenti signala niskih frekvencija. Simbolički, spoj “metalna površina elektrode – pasta – koža glave”, predstavlja elektrohemijski izvor konstantnog DC napona čija veličina zavisi od specifičnosti elektrodnog materijala. Približno iste električne karakteristike materijala mernih elektroda predstavljaju imperativ u EEG merenjima jer se time izbegava stvaranje preopterećenja na ulazima diferencijalnih pojačavača ulaznog stepena EEG aparata nastalih usled fluktuacija napona između parova mernih elektroda, izazvanim različitim električnim karakteristikama materijala elektrode.

Standardne elektrode za merenje spontanog EEG signala pokrivaju površinu kože glave od nekoliko mm^2 . Elektrode se plasiraju uz primenu posebnih mera za pravilno fiksiranje spoja (primenom specijalnih kapa). Osim srebra i zlata, za izradu elektroda se koriste platina, prečišćeni čelik ili kalaj. Iako su odlični provodnici električne struje, navedeni materijali tokom upotrebe bivaju polarizovani, zbog oscilacija napona neuronske aktivnosti koje su posledica biohemijjskih procesa u CNS-u. Ovi procesi dovode do formiranja inverznog napona koji doprinosi registrovanju manjeg nivoa napona aktivnog merenog signala neuronske aktivnosti. U cilju poboljšanja transmisije korisnog EEG signala, pogotovu u području niskih frekvencija, tehnološkim procesima se prevlači sloj metala elektrode sa dodatnim tankim slojem srebrohlorida koji prevenira polarizaciju merne elektrode. Zavisno o nameni, razvijeno je niz tehnoloških poboljšanja materijala koji se koriste za izradu iglenih elektroda i drugih specifičnih elektroda koje se koriste u merenjima neuronskih potencijala kod epileptičkih stanja, gubitka svesti, registrovanja moždane smrti itd.

Generisani DC napon na spoju elektroda-pasta-koža može da prouzrokuje nelinearnost u radu diferencijalnih pojačavača po kanalima, pogotovu u situaciji kada se simultano koriste elektrode sačinjene od različitih vrsta metala, jer svaki od tih materijala ima različite električne

karakteristike (specifični otpor, provodljivost, kapacitivnost) koje generišu različite DC nivoe. U tim situacijama se ne može postići “neutralisanje” ovih napona po kanalima, što je preduslov da se izmereni EEG signal pojača sa faktorom 10^4 bez blokiranja rada diferencijalnih pojačavača. Nelinearnim radom pojačavača se dobijaju značajne razlike međuelektrodnih potencijala što pogoršava merenje EEG aktivnosti. U cilju sprečavanja prekoračenja dinamičkog opsega diferencijalnih pojačavača koja mogu da nastanu pojavom velikih nivoa amplitude na ulaznom stepenu, pribegava se ugradnji DC napona za svaki kanal posebno, kako bi se taj napon oduzimao od ulaznog diferencijalnog signala i na taj način vršila kompenzacija prenapona nastalih usled fluktuacija izazvanih različitim vrednostima elektrodnih potencijala. Dakle, zbog pojave smanjenja ukupnog pojačanja izmerenih signala neuronske aktivnosti, potrebno je izbegavati istovremenu upotrebu mernih elektroda napravljenih od različitih vrsta metala.

Iako je prelazni otpor spoja metal elektrode - koža glave do $4k\Omega$ (preporuka $2k\Omega$), čak i kod iznosa $20k\Omega$ se može realizovati dovoljno pouzdano merenje spontane EEG aktivnosti. Amplituda izmerenog EEG potencijala zavisi od odnosa impedanse elektrode i ulazne impedanse diferencijalnih pojačavača po kanalima aparata. EEG potencijal, između dve elektrode (čije su impedanse Z_{e1}, Z_{e2}), je određen odnosom $\frac{(Z_{e1} + Z_{e2})}{(Z_{e1} + Z_{e2} + Z_{in})}$, pri čemu je Z_{in} ulazna impedansa

diferencijalnog pojačavača. Kako je kod savremenih izvedbi EEG aparata, ulazni stepen pojačavača izveden sa poboljšanim rešenjima koja dovode do vrednosti ulaznih otpora većih od $10M\Omega$, stoga se SNR faktor ne može znatno pogoršati, pa čak i kod izmerenih impedansi elektroda od $50k\Omega$. Osim DC komponente, uticaj na pojavu artifakata imaju i izmenične “Alternate Current (AC)” komponente koje prekrivaju koristan EEG signal u vidu šuma. One nastaju kao posledica uticaja elektromagnetnih zračenja mrežnog napajanja frekvencija $50Hz$. Sve što je razlika u vrednosti impedansi dve merne elektrode veća, generiše se veći nivo šuma na izmerenom EEG signalu zbog razlike potencijala te dve elektrode. Dakle, efekat pojave šuma izazvanog spregom elektromagnetnih i elektrostatičkih uticaja AC mrežnih napona ne zavisi od apsolutnih impedansi elektroda.

Očigledno, zbog veoma velike važnosti za kvalitetno merenje EEG potencijala, potrebno je poznavati veličine ulaznih impedansi elektroda (naročito ako se zna da je ofset potencijala elektroda nekoliko mV na spoju elektroda - koža glave). Zbog toga se, u dizajniranju aparata, obavezno implementira i hardver za merenje elektrodne impedansi. On je obično u izvedbi generatora konstantne AC struje $10Hz$, koja se dovodi na elektrode i očitavanjem napona sa elektroda se određuje otpor po Omovom zakonu. Sklop merača impedanse je obično mernog opsega od $1k\Omega$ do $50k\Omega$.

Elektroencefalografskim spontanima signalima se reprezentuje globalna funkcija mozga. Uobičajeno je da se snimanje neuronske moždane aktivnosti, u kliničkoj praksi, realizuje postavljanjem mernih elektroda na površinu lobanje ispitanika u relaksiranom stanju. Od kliničkog značaja su, najčešće, komponente EEG signala frekvencijskog područja $0.5 - 70Hz$, čije amplitude su obično reda do $100\mu V$ “od vrha do vrha“. Ionako nizak nivo amplitude korisnog signala je zašumljen usled uticaja ambijentalnih zračenja, artifakata generisanih od

ispitanika tokom snimanja, ali i postojanja velikih prelaznih otpora na prelazima između kože glave i merne elektrode. Amplitude smetnji i po nekoliko puta premašuju najveće nivoe signala moždane neuronske aktivnosti. Zbog toga, na ulaznim diferencijalnim pojačavačima po kanalima ulaznog stepena EEG aparata se generiše pojačani pobudni ulazni napon. Na izlazima tih pojačavača se dobija pojačani signal razlike potencijala sa parova elektroda, (dakle ne generiše se apsolutna vrednost amplituda), uz maksimalnu atenuaciju amplitude artifakata zabeleženog EEG signala.

Uzroci generisanja artifakata su ugrubo podeljeni na biološke i tehničke. Tehnički razlozi nastanka artifakata su posledica nečistoća u spoju metal elektrode – koža glave, loše fiksiranih elektroda na glavi što izaziva fluktuaciju elektrodnih napona, kretnji ispitanika ili tehničara koji vrši snimanje što izaziva distorziju ambijentalnog električnog polja, slabog spoja merne elektrode i ulaznog stepena EEG aparata i drugi razlozi. Svi oblici artifakata veoma često prekrivaju – nadvisuju koristan signal uprkos diferencijalnom pojačanju. Pravilnim dizajniranjem EEG aparata treba da se omogući smanjivanje distorzije EEG signala bez odstranjivanja delova izmerenog signala. Jedan od načina je filtriranje tj. odbacivanje neuobičajeno velikih amplituda NF/VF komponenti EEG-a, iako ponekad NF/VF EEG aktivnost može da ukazuje na patologiju. Zbog toga se širina opsega signala EEG aktivnosti interaktivno podešava modifikovanjem gornje

f_u i donje granične frekvencije f_l (ekvivalentna vremenskoj konstanti $\tau_l = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_l}$) filtera.

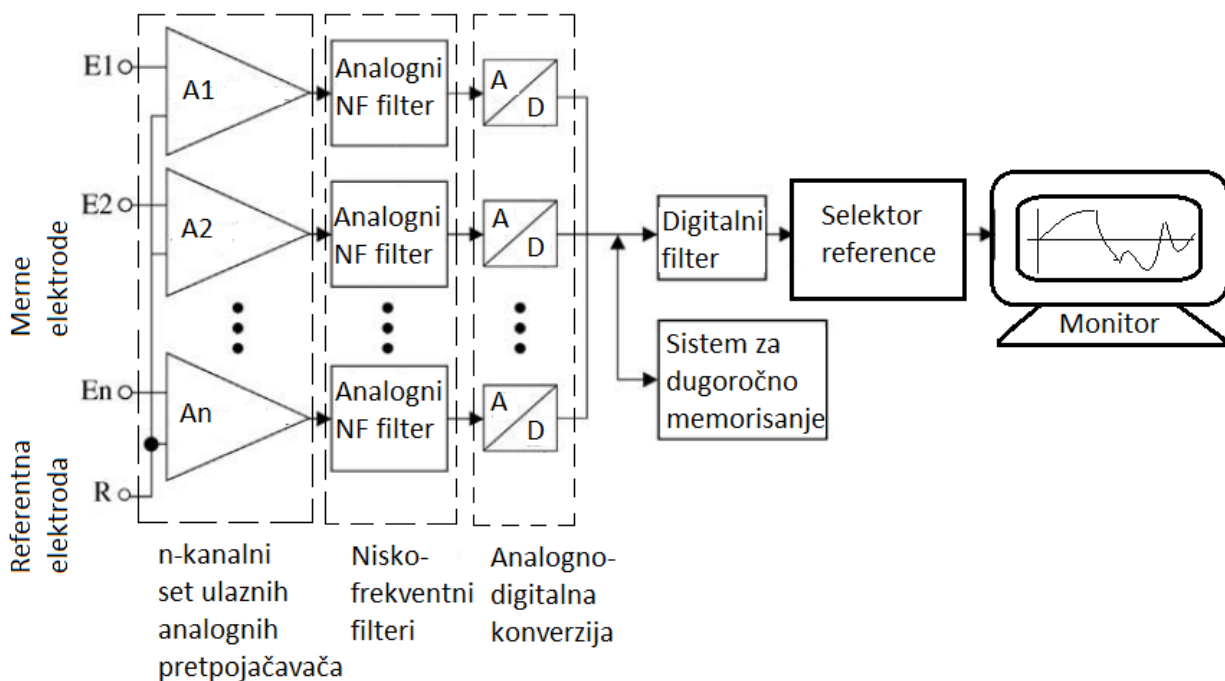
Većoj vrednosti odnosa signal/šum, pridonosi poboljšanje elektrodne impedanse kao i upotreba filtera uskog propusta na selektivnom potiskivanju određenih komponenti. Podešavanje procesa filtriranja se ostvaruje ili preklapanjem definisanih parametara pojačavača ili modifikovanjem tih parametara kroz algoritme digitalnih filtera.

Elektrode su provodnikom (kablom) vezane na ulazni stepen EEG aparata koji je uobičajeno u izvedbi diferencijalnog pojačavača (obično jedan pojačavač po paru tj. aktivna elektroda na jedan ulaz, a sistem referentnih elektroda se vezuje na drugi ulaz pojačavača). Registrovana razlika potencijala između oba + i - ulaza pojačavača se pojačava $10^3 - 10^6$ puta ili $60 - 100dB$ naponskog pojačanja (obično je to $80dB$). Potom pojačana naponska razlika prolazi kroz anti-aliasing filter u cilju sprečavanja efekta dubliranja (preklapanja) signala. Izlazni signal sa ovog stepena (kod digitalnih EEG aparata) se digitalizuje prolaskom kroz analogno-digitalni konvertor (ADC). Uobičajeni raspon frekvencija semplovanja realnih, klinički registrovanih, EEG signala na glavi je $256 - 512Hz$, iako za potrebe naučnih istraživanja ova frekvencija dostiže $20kHz$.

Registrovani signali se, nakon pojačanja i A/D konverzije, propuštaju kroz digitalne filtere u cilju pripreme za konačni prikaz. Uobičajeno podešavanje filtera visokog propusta (VF) je na frekvencijskom rasponu $35 - 70Hz$ (pri čemu se guše niskofrekventne komponente artifakata kao što su smetnje izazvane pokretima ispitanika) i filtera niskog propusta (NF) u rasponu $0.5 - 1Hz$ (pri čemu se guše visokofrekventne komponente artifakata kao što su smetnje generisane kod elektromiografskih snimanja). Selektivni filteri (noć filteri) se upotrebljavaju u cilju suzbijanja šumova nastalih delovanjem mrežnog napajanja frekvencije $50Hz$, pri čemu se guše komponente signala jedne fiksne frekvencije.

U odnosu na analogne EEG aparate, kod kojih se zapis signala registruje na papiru, digitalnim EEG aparatima se EEG signal prikazuje na displejima visoke rezolucije sa mogućnošću memorisanja i kasnije evaluacije detalja iz grafika signala. Takođe, kompletne digitalne podatke je moguće trajno arhivirati na memorijske lokacije sa kojih je u svakom momentu moguće preuzeti potrebne informacije u cilju dalje analize EEG signala u smislu vizuelnog ispitivanja trasa signala, proračuna prostorne i vremenske distribucije spektra i amplitude svakog kanala aparata. Rezultat merenja obično predstavlja topografski prikaz oblasti amplituda i karakterističnih frekventijskih oblasti dominantnih EEG aktivnosti kao i eventualna pojava specifičnih oblika signala koja može da asocira na pojavu patologije.

U ponudi su razne izvedbe EEG aparata, koje se mogu podeliti u grupu zasebnih EEG sistema i onih koji su sastavni deo računarskih mreža. Aparati prve grupe kompletno vrše akviziciju, evaluaciju, memorisanje i prikaz EEG podataka. EEG aparati druge grupe služe kao radne stanice za čitanje podataka od značaja. Moderne izvedbe digitalnih EEG konfiguracija, čija blok šema se prikazuje na Sl. 3.1, uobičajeno se sastoje od mernih elektroda, ulaznog stepena sa analognim prepojačavačima i sistemom zaštite, analogno-digitalnih konvertora (ADC), stepena za digitalnu obradu signala (na engleskom Digital Signal Processing (DSP)), izlaznog stepena sa digitalnim prikazom i sistemom za dugoročno memorisanje i ponovno pribavljanje informacija u cilju analize [20].



Sl. 3.1. Blok šema digitalnog EEG aparata

Pojačavači koji mere razlike potencijala između dve elektrode treba da budu velikih vrednosti ulaznih impedansi ($> 10M\Omega$), niskog nivoa smetnji i ukupnog pojačanja 10^4 do $2 \cdot 10^4$

kako bi se postigao nivo amplitude napona na izlazu pojačavača oko $1V$. Pojačavači se sastoje iz dva modula. Prvi obezbeđuje blago pojačanje EEG potencijala sa faktorom 10. Potom se signal vodi, preko kondenzatora na drugi modul pojačanja. Kapacitivna sprega ima ulogu filtera koji sprečava prolaz zaostalim visokonaponskim DC komponentama signala koje su nastale usled nejednakih elektrodnih potencijala kada su implementirane elektrode različitih impedansi. To praktično znači da pojačavači imaju karakteristiku VF propusta čija je donja granična frekvencija f_l određena sa veličinom kondenzatora (DC blokatora). U praksi se češće koristi vremenska konstanta τ_l umesto f_l i ona obično iznosi 0.03s; 0.1s; 0.3s; 1s; 3s što, nakon proračuna:

$$f_l = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau_l} [Hz] \quad (3.1)$$

odgovara donjim graničnim frekvencijama filtera 5Hz; 1.6Hz; 0.5Hz; 0.16Hz; 0.05Hz. U uslovima registrovanog visokog nivoa NF komponenti artifakata ili patološke neuro aktivnosti, kratkotrajnom vremenskom konstantom se olakšava interpretacija EEG signala. Kada je potreba za evaluacijom visoko osetljivih patologija neuro aktivnosti (kao u slučaju registrovanja moždane smrti), tada se zahteva velika vremenska konstanta. Dakle, primenom EEG metode registrovanja moždane aktivnosti, omogućeno je različito podešavanje vremenskih konstanti prebacivanjem (preklapanjem) vrednosti kondenzatora. U novijim izvedbama digitalnih EEG aparata, promena efektivnih vrednosti τ_l se postiže modifikovanjem koeficijenata digitalnih filtera tokom obrade registrovanih signala.

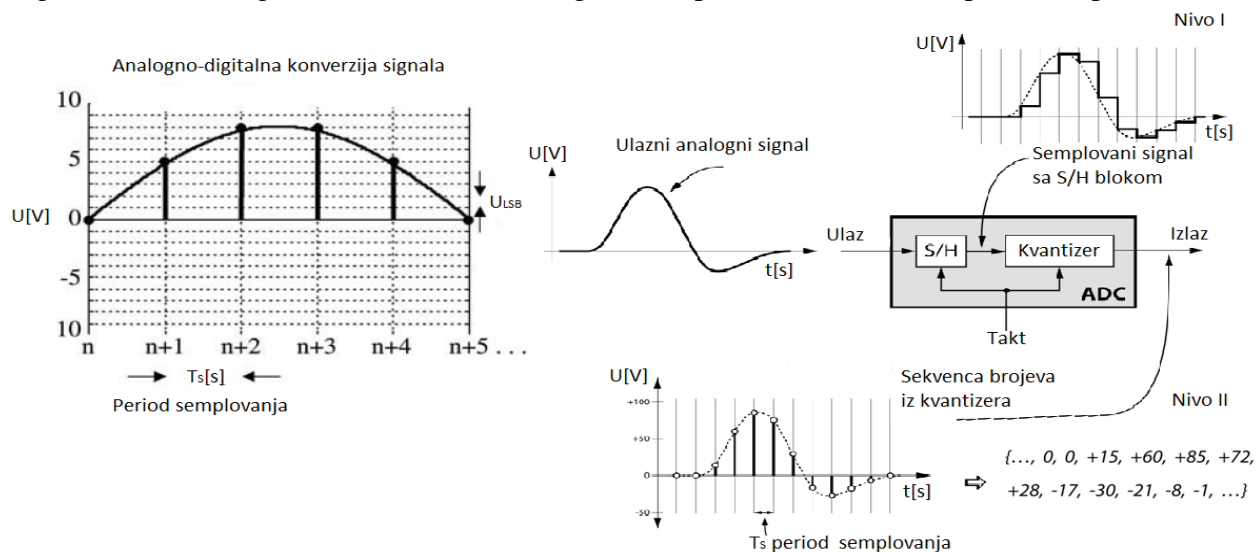
Osim što moraju da zadovoljavaju navedene uslove za potpunom transmisijom registrovanih EEG signala, pojačavači moraju da obezbede potpunu zaštitu za ispitanika koji je podvrgnut merenju spontane EEG aktivnosti (prema IEC 601 standardu iz 1994.g.) [20]. Osnovni uslov koji mora biti ispunjen prema tom standardu je da ispitanik, u bilo kom slučaju, ne sme da bude podvrgnut proticanju struje u strujnom kolu od ulaza pojačava do tkiva, čiji je napon veći od $100\mu V$, čak i u slučaju kvara na hardveru aparata. Ova vrsta zaštite se postiže na više načina. Jedan način predviđa ugradnju otpornika između elektrodnih kablova i ulaznih pinova pojačavača. Drugi način pretpostavlja potpuno električno odvajanje (izolaciju) pojačavača, upotrebom optičkih transmitera, od ostalih delova hardvera aparata, u cilju sprečavanja pojave visokih napona na ulazu pojačavača. Takvo „rasprezanje“ je poznato pod nazivom „plivajući ulaz“ jer nisu poznati odnosi između apsolutnih vrednosti amplitude signala u pretpojačanju i vrednosti uzemljenja sledećeg stepena.

Savremeni EEG aparati, uobičajeno su dizajnirani tako da su im sve referentne elektrode vezane zajedno u jednu tačku na glavi ispitanika i sve su spojene na invertujuće ulaze diferencijalnih pojačavača kanala. Veoma važnu karakteristiku diferencijalnih pojačavača predstavlja faktor potiskivanja srednje vrednosti signala (na engleskom Common-Mode Rejection Ratio (CMRR)) koji se određuje iz odnosa:

$$CMRR = \frac{A_d}{A_s} [dB] \quad (3.2)$$

gde je A_d diferencijalno i A_s simetrično pojačanje napona signala. Idealni pojačavač ima simetrično pojačanje (pojačanje zajedničkih komponenti signala za oba ulaza pojačavača) $A_s=0$, što praktično znači da potpuno guši sve signale smetnji i pojačava samo diferencijalni signal veličinom pojačanja A_d . U realnim konstrukcionim rešenjima uvek postoji zajednički signal samo ga je potrebno u što većoj meri smanjiti. Bitan preduslov za gušenje komponenti šuma je što veća vrednost CMRR faktora. Kada je ta vrednost veća od $80dB$, smanjenje zajedničkih komponenti šuma je u razmeri $1:10^4$. Unutrašnji nivo šuma savremenih pojačavača ugrađenih u EEG aparate je oko $0.5\mu V_{eff}$, ali se on povećava na $0.7\mu V_{eff}$ dodavanjem nivoa elektrodnog šuma, što odgovara nivou $2-3\mu V_{pip}$ od vrha do vrha (prema Gausovoj distribuciji amplitude). Zbog toga je neophodno svaki put prilikom realizacije EEG merenja izvršiti kalibraciju operacionih pojačavača upotrebom generatora kvadratnog signala frekvencije $1Hz$.

Konverzijom analognog signala u sekvence brojeva (ADC) predstavlja se nivo amplitude tog signala u diskretnim tačkama unutar perioda semplovanja $T_s[s]$, pri čemu je brzina semplovanja F_s određena Šenon-Nikvistovim uslovom. U skladu sa Sl. 3.2, vremenska i amplitudna rezolucija ADC su određene sa T_s i U_{LSB} respektivno, gde je $U_{LSB}[V]$ naponski nivo bita najmanje težine (na engleskom Least Significant Bit (LSB)) u digitalnom prikazu vrednosti amplitude napona.



Sl. 3.2. Princip analogno-digitalne konverzije ulaznog kontinualnog signala

Obrada ulaznih analognih signala primenom ADC uvodi ograničenja u vidu spektralne širine, amplitudne rezolucije i amplitudnog opsega signala. Rezolucija A/D konvertora je uslovljena brojem bita po uzorku tj. brzinom semplovanja. Ona je ograničena Šenon-Nikvistovom teoremom, prema kojoj je minimalna brzina (frekvencija) F_s uzorkovanja analognog signala, dvostruko veća od maksimalne frekvencije F_{max} u spektru ulaznog kontinualnog signala.

Digitalizacija signala se realizuje kroz procese uzorkovanja i zadržke (na engleskom Sample/Hold (S/H)) i analogno-digitalne konverzije (ADC). Uloga sekcije S/H je da zadrži nivo napona koji ulaze u sekciju ADC konstantnim na mestu konverzije. Na izlazu iz S/H sekcije, registrovana vrednost analognog ulaznog signala, tokom kratkog vremenskog perioda, "drži" se nepromenjenom. S/H sekcija omogućava da se promena može registrovati samo na periodičnim intervalima tako da se promene nivoa napona signala, koje se dešavaju između ovih (periodičnih) vremena semplovanja, potpuno ignorišu. Dakle, semplovanje u procesu konverzije kontinualnog u digitalni oblik signala, je nezavisna promenljiva (vreme). Osim toga, ADC generiše celobrojne vrednosti (na engleskom integer). Ako se pretpostavi npr. da ulazni naponski signal varira od $0 - 4.095[V]$, tada se odgovarajući digitalni brojevi, mogu generisati sa 12-bitnim digitalizatorom (što odgovara broju $4095 = 2^{12} - 1$). Celobrojnim prikazom izmerenog naponskog nivoa se svesno unosi greška pošto se može javiti bilo koja vrednost napona između $0 - 4.095[V]$, a da nije celobrojna vrednost. Tako npr., ako je na ulazu nivo napona $2.5600[V]$ u n -tom trenutku merenja i ako je u $n+1$ trenutku ta vrednost $2.5600[V]$, u oba slučaja će se na izlazu po obavljenoj konverziji registrovati broj 2.560 . Dakle, kvantizacija konverzije kontinualnog u digitalni oblik je zavisna promenljiva (napon). Zato je potrebno posmatrati odvojeno ova dva procesa jer svaki od njih zasebno vrši degradiranje signala (koje je potrebno na različite načine i različitim parametrima kontrolisati). Jedan od načina kojima se smanjuju izobličenja signala je da se pribegava samo semplovanju bez kvantizacije, kao što je slučaj kod npr. prekidnih kapacitivnih filtera.

U procesu kvantizacije, potrebno je definisati maksimalnu grešku – odstupanje naponskog izmerenog nivoa uzorka od realne (stvarne) analogne vrednosti u trenutku semplovanja. Ta greška ne sme da pređe vrednost $\pm \frac{1}{2} \cdot LSB$ (bita najmanje vrednosti - težine u digitalnom zapisu koji odgovara rasponu između dva susedna kvantizaciona nivoa). Dakle, digitalni izlaz je ekvivalentan zbiru izmerene vrednosti kontinualnog signala (dobijenog semplovanjem analognog ulaza) i greške kvantizacije. Greške kvantizacije se pojavljuju vrlo često, a u analizama konverzije signala se tretiraju kao slučajne smetnje. Rezultati dobijeni kvantizacijom predstavljaju zbir slučajne smetnje i korisnog signala. Slučajna smetnja se tretira distribucijom uniformne raspodele u rasponu $\pm \frac{1}{2} \cdot LSB$ sa nulom u sredini i standardnom devijacijom

$\sigma = \pm \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot LSB \approx 0.29 \cdot LSB$. Prolazeći kroz npr. 8-bitni digitalizator, analognom signalu se

dodaje vrednost slučajne smetnje $\frac{0.29}{2^8} = \frac{0.29}{256} \approx \frac{1}{900}$ pune vrednosti raspona. Kod 12-bitne

konverzije, taj dodatak smetnji iznosi $\frac{0.29}{2^{12}} = \frac{0.29}{4096} \approx \frac{1}{14000}$, a za 16-bitnu konverziju taj

dodatak iznosi $\frac{0.29}{2^{16}} = \frac{0.29}{65536} \approx \frac{1}{227000}$. Kako je greška kvantizacije slučajan proces, broj bita

determiniše preciznost (tačnost) podatka. U ovom primeru je prikazan porast preciznosti pri povećanju broja bita konverzije od 8 na 16 bita.

Pretpostavljajući da je analogni signal sa maksimalnom amplitudom $1V$ i slučajnim šumom (smetnjom) $1mV$, digitalizujući ovaj signal sa 8-bitima, rezultujući $1V$ postaje digitalni broj 255 dok $1mV$ postaje $0.255 \cdot LSB$. Slučajni šum ima svoju disperziju koju treba dodati u kvadratnoj formi oblika $\sqrt{A^2 + B^2} = C$ tako da konačna vrednost šuma, u digitalizovanom signalu, je $\sqrt{0.255^2 + 0.29^2} = 0.386 \cdot LSB$, što čini porast od skoro 50% vrednosti šuma u analognom signalu. Digitalizujući ovaj isti signal sa 12-bitima, težnja je da se ne javlja ovaj virtuelni porast vrednosti šuma, a da istovremeno ne dođe do značajne degradacije signala sve do i tokom kvantizacije. Kvantizacioni model konverzije je validan sve dok se greška može tretirati kao slučajna.

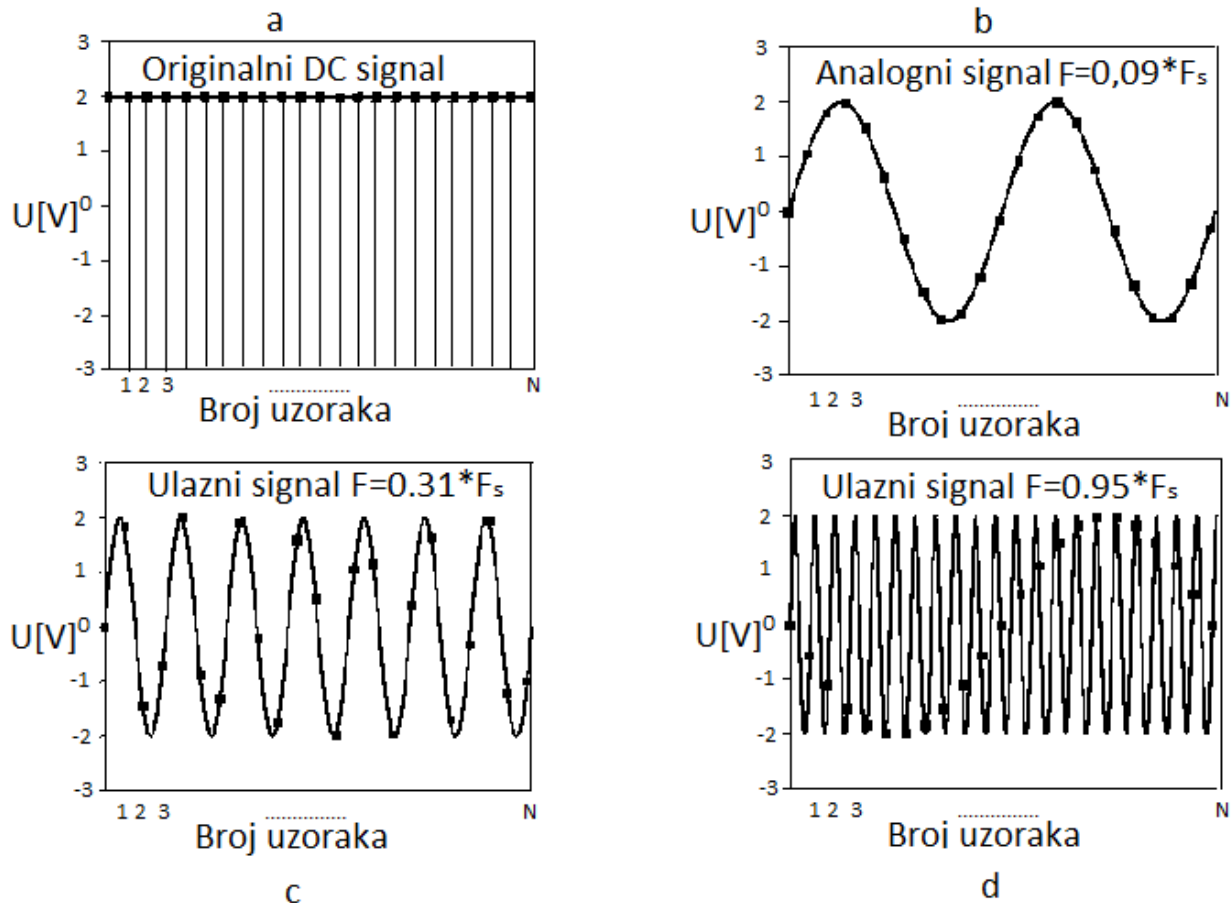
Efekat "diterovanja" je tehnika za poboljšavanje digitalizacije sporopromenljivih signala. Kada se pretpostavi da je mali nivo slučajnog šuma pridodat analognom signalu, smetnja se pridodaje u formi normalne distribucije, sa standardnom devijacijom $\frac{2}{3} \cdot LSB$, rezultujući amplitudnom nivou $3 \cdot LSB$ od vrha do vrha. Čak i kada se originalni analogni signal promeni za manje od $\pm \frac{LSB}{2}$, dodatna smetnja izaziva promenu na digitalnom izlazu između nalezlih - susednih nivoa.

Ako se pretpostavi da je ulazni analogni napon konstantan, da mu je vrednost $3.0001V$, moguće je prikazati više različitih digitalnih nivoa između 3000 i 3001. Bez primene tehnike diterovanja, ako se sempluje 10000 uzoraka ovog signala, tada se generiše 10000 identičnih brojeva za koje se pretpostavlja da imaju vrednost 3000. Ako bi se dodao mali nivo diterovane smetnje na analogni signal, 10000 vrednosti će oscilovati između dva ili više nivoa i to tako da će 90% vrednosti iznositi 3000, a 10% će imati vrednost 3001. Uzimanjem prosjeka od svih 10000 vrednosti, dobijaju se rezultante koje se približavaju iznosu koji je blizu vrednosti 3000.1. Dakle, statistikom velikog broja uzoraka se dobija daleko bolji rezultat. Ovom tehnikom se dolazi do sasvim neobične situacije kojom se pridodavanjem smetnje (šuma) obezbeđuje više korisnih informacija, umesto da je obratno kako bi se moglo na prvi pogled zaključiti.

Hardver za realizaciju metode diterovanja može da bude sasvim sofisticiran, gde se, uz upotrebu računara, generišu slučajni brojevi kojima se, preko digitalno-analogne konverzije (DAC), formiraju pridodate smetnje. Nakon digitalizacije, računar oduzima slučajne brojeve iz digitalnog signala upotrebljavajući aritmetiku sa pokretnim zarezo. Ova tehnika je nazvana tehnikom „diterovanja sa oduzimanjem“. Ova metoda se najviše koristi u sistemima potpune obrade podataka. Jednostavnija metoda koristi već prisutan šum u analognom signalu, za diterovanje, što znači da nije potrebno dodatno (veštačko) generisanje slučajnog šuma.

Semplovanje kontinualnog signala je potpuno ako se može egzaktno rekonstruisati originalni analogni signal iz generisanih uzoraka. Na Sl. 3.3 se simbolički predstavlja diskretizacija kontinualnog sinusoidalnog signala sa akcentom na semplovanje signala. Puna linija predstavlja

analogni signal koji se dovodi na ulazu ADC, dok kvadratni markeri predstavljaju digitalni odlazeći signal iz ADC.



Sl. 3.3. Proces digitalizacije analognog signala sa primerima pravilnog i nepravilnog uzorkovanja

U slučaju *a*, analogni signal je konstantna DC funkcija - kosinus talas nulte frekvencije. Kako analogni signal predstavlja seriju pravih linija između svakog od uzoraka, sve ove informacije trebaju da rekonstruišu analogni signal koji je sadržan u digitalnom podatku. Prema datoj definiciji ovo predstavlja pravilno smplovanje.

U slučaju *b*, prikazan je sinusni oblik signala koji ima frekvenciju ekvivalentnu 0.09 puta brzina smplovanja. Na ovaj način je reprezentovana mogućnost dobijanja npr. sinusnog talasa frekvencije $90 \frac{\text{perioda}}{s}$ koji se smppluje brzinom $1000 \frac{\text{uzoraka}}{s}$. Dakle, generiše se 11.1 uzoraka tokom svake periode sinusnog talasa. Ova supozicija je komplikovanija od prethodne jer se analogni signal ne može rekonstruisati sa jednostavnim „spuštanjem“ pravih linija između svake od tačaka koje predstavljaju informaciju (podatak). Ovako dobijeni uzorci pravilno reprezentuju analogni signal, jer nikakva druga sinusoida ili neka kombinacija sinusoida, neće generisati baš taj oblik uzoraka. Ovi uzorci odgovaraju samo jednom analognom signalu pa samim tim taj signal može da bude pravilno rekonstruisan. Ponovo, krajnji ishod je ispravno smplovanje.

U slučaju *c* prikazana je situacija sa porastom frekvencije sinusnog talasa na vrednost 0.31 puta brzina smplovanja. Ovo će imati za posledicu generisanje samo 3.2 uzorka po periodu sinusnog talasa. Ovi uzorci su tako proređeni da se ne mogu čak ni pojaviti u praćenju opšteg trenda analognog signala. Dobijeni uzorci pravilno reprezentuju analogni signal jer jedinstveno reprezentuju analogni signal, pa se i u ovom slučaju se radi o pravilnom smplovanju signala.

U slučaju *d*, frekvencija je čak izdignuta na vrednost 0.95 puta brzina smplovanja sa samo 1.05 uzoraka po periodu sinusnog talasa. U ovom slučaju uzorci ne reprezentuju podatke pravilno. Naime, uzorci reprezentuju drugačiji sinusni talas od onog koji je sadržan u analognom signalu. Originalni sinusni talas sa multiplikacijom frekvencije 0.95 pogrešno predstavlja samog sebe kao sinusni talas sa frekvencijom 0.05 u digitalnom signalu.

Ovaj fenomen promene frekvencije sinusoide tokom smplovanja je nazvan „aliasing“ ili dubliranje. Sinusoida poprima drugu frekvenciju koja nije njena vlastita. Pošto digitalni signal, u ovom slučaju, nije „osobito srodan“ analognom signalu, ispravna i jasna rekonstrukcija nije moguća. Ne postoji ništa u smplovanom signalu što bi sugerisalo da je originalni analogni signal imao frekvenciju od 0.95 pre nego što je dobio frekvenciju od 0.05. Na delu je „prikriivanje istinitog kompletnog identiteta“ sinusnog signala Uvažavajući datu definiciju, ovo predstavlja primer nepravilnog smplovanja.

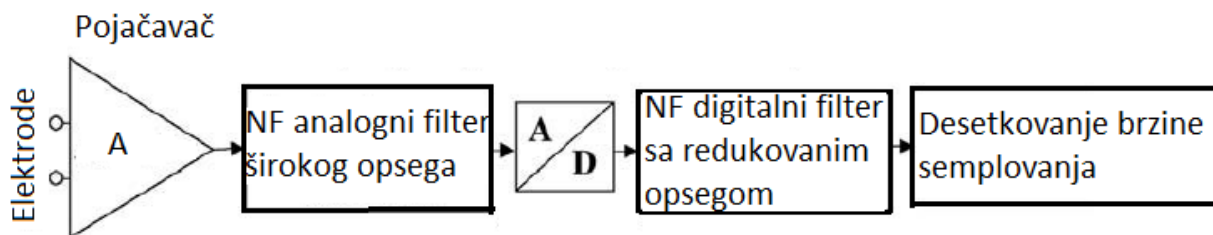
Iz navedenih primera, iz razloga definisanja uslova pravilnog smplovanja i rada sklopova što je dovelo do prekretnice u digitalnoj obradi signala, proistekla je teorema smplovanja ili Šenon - Nikvistova teorema. Ovom teoremom se ukazuje da kontinualni signal može biti pravilno smplovan samo ako on ne sadrži frekvencijske komponente iznad $\frac{1}{2} \cdot F_s$ brzine smplovanja.

Tako npr. ako je brzina smplovanja $2000 \frac{\text{uzoraka}}{s}$ frekvencija kompozicije signala ne sme da pređe $1000 \frac{\text{perioda}}{s}$ (mora da bude ispod te vrednosti). Ako postoje frekvencijske komponente signala iznad ovog dozvoljenog limita, one će biti dublirane (efekat aliasinga) u frekvencijskim komponentama između 0 i $1000 \frac{\text{perioda}}{s}$, kombinujuću ih sa bilo kojom informacijom koja je postojala u ovom rasponu.

Dva termina su vrlo često u upotrebi kada je u pitanju ova teorema a to su: Nikvistova frekvencija i brzina. Nažalost, njihovo značenje nije standardizovano. Ako se popsmatra analogni signal kojeg čini kompozicija frekvencijskih komponenti između DC i $3kHz$, da bi se ovakav signal pravilno digitalizovao, potrebno ga je smplovati brzinom od $6000 \frac{\text{uzoraka}}{s}$ ($6kHz$) ili većom (po teoremi smplovanja). Ako se pretpostavi brzina smplovanja $8000 \frac{\text{uzoraka}}{s}$ ($8kHz$), frekvencijskim komponentama između DC i $4kHz$ omogućava se da budu pravilno reprezentovane. Za ovaj slučaj uočavaju se četiri bitne frekvencije, najveća frekvencija signala je $3kHz$, duplo veća frekvencija signala od maksimalne frekvencije signala je $6kHz$, brzina

semplovanja je $8kHz$, polovina od brzine semplovanja je $4kHz$. Većina autora koristi oba termina (Nikvistova frekvencija i brzina) u istom kontekstu i sa identičnim značenjem. Osim promene frekvencije tokom semplovanja, efektom dubliranja se menja i faza. Na Sl. 3.3.d je vidljivo da je efektom dubliranja digitalni signal invertovan u odnosu na originalni analogni signal. Dakle, pored promene frekvencije, dubliranjem je ostvaren i fazni pomjeraj za 180° .

Da bi se sprečio alias efekat i distorzija analognog signala, dizajnira se antialias NF analogni filter čija je prelomna frekvencija tako odabrana da guši VF komponente pre digitalizacije. Da bi se očuvale karakteristike filtera neophodne za pravilno semplovanje signala, brzina uzorkovanja se podešava neznatno većom od dvostruke prelomne (granične) frekvencije NF filtera f_c . Tipične vrednosti u procesu merenja spontane EEG aktivnosti su $f_c = 100Hz$, a $F_s = 256Hz$, što predstavlja veću širinu opsega od širine opsega EEG signala. Ovakvo proširenje je značajno zbog potrebe prepoznavanja VF komponenti artifakata tokom npr. EMG merenja. Nakon prolaska analognog pojačanog signala kroz NF filter velikog opsega (šematski se prikazuje na Sl. 3.4), on se digitalizuje u ADC-u velikom brzinom semplovanja. Dolaskom na ulaz digitalnog filtera, znatno se smanjuje (desetkuje) širina opsega u razmeri 1:4 ili 1:16, pa se i brzina semplovanja redukuje, dok se svi ostali procesi digitalne obrade izvršavaju u opsegu od $0Hz$ do F_{max} .



Sl. 3.4. Optimizacija digitalne akvizicije EEG signala

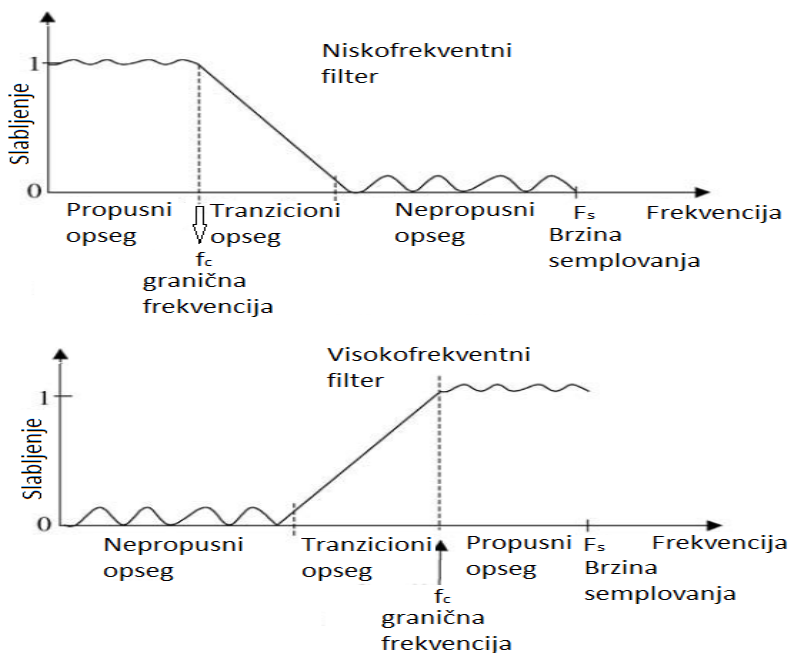
Komercijalni EEG aparati najčešće imaju rezoluciju $B = 12 \frac{\text{bita}}{\text{uzorku}}$ ili $B = 16 \frac{\text{bita}}{\text{uzorku}}$, što znači da ADC ulaz pokriva raspon od $2^{12} = 4096$ odnosno $2^{16} = 65536$ kodiranih tačaka. Preciznost ADC-a je određena veličinom naponskog nivoa U_{LSB} koji predstavlja nivo šuma kvantizacije. Kako bi se što manje narušio SNR faktor, imperativ je da nivo tog napona bude zadržan ispod $1\mu V$ pre stepena pojačanja. Osim toga, U_{LSB} određuje raspon R_A u kojem je omogućeno uspešno digitalno kodiranje izmerenih amplituda ulaznog napona prema formuli:

$$R_A = U_{LSB} \cdot (2^B - 1) \quad (3.3)$$

A/D konvertori u neurodijagnostičkim sistemima se najčešće baziraju na sigma-delta modulaciji A/D tehnologije konverzije signala visoke rezolucije (≥ 12 bita). Više detalja o sigma-delta A/D konvertorima se može videti u Prilogu br. 21. Ako 12-bitni ADC ima preciznost determinisanu sa $U_{LSB} = 1\mu V$, to znači da proračunati amplitudni opseg iznosi $R_A = 2.0475mV$ što potpuno „pokriva“ raspon amplituda ulaznog analognog EEG naponskog signala. Međutim, ovakav opseg

je nedovoljan za „prihvat“ velikih amplituda šuma i DC ulazni nivo. Ograničenja amplitudnog opsega ADC se prevazilaze ili povećanjem rezolucije ADC na 16 bita ili da se ulazni opseg ADC pomeri proizvoljno prema većim nivoima kada komponente signala sa nižim nivoima amplituda nisu od značaja.

Nakon izvršene ADC digitalizovani signal se podvrgava digitalnoj obradi koja obuhvata digitalno filtriranje i proračun virtuelnih vrednosti EEG signala, upotrebom numeričkih algoritama. Filtriranjem se guše komponente visokih frekvencija za slučaj NF propusta ili komponente niskih frekvencija za slučaj VF propusta, a kod selektivnih filtera se odbacuju komponente (najčešće šuma) fiksne frekvencije (npr. smetnja nastala delovanjem mrežnog napona frekvencije 50Hz). Idealni filteri propuštaju signal sa pojačanjem 1 unutar svog propusnog opsega i maksimalno ga slabe sa pojačanjem 0 u nepropusnom opsegu. Međutim, realno postoji prelazni proces određenog trajanja na prelazima između propusnog i nepropusnog opsega frekvencija filtera. U propusnom opsegu, pojačanje je određeno sa $1 \pm \varepsilon$, gde je sa ε definisan faktor talasanja (promene amplituda frekvencijskih komponenti propusnog opsega signala). Kroz nepropusni opseg pojačanje teži nuli i faktor talasanja signala u nepropusnom opsegu je $\delta \ll 1$ (prikazuje se na Sl. 3.5).



Sl. 3.5. Šematski prikaz NF/VF propusta digitalnih filtera

Prelazni opseg se naziva tranzicioni i obično se njegova strmina daje u logaritamskoj razmeri izraženo u $\frac{dB}{oktavi}$.

Prednost digitalnih u odnosu na analogne filtere se ogleda u mogućnosti njihovog dizajniranja bez distorzije fazne karakteristike (fazna linearnost u radu digitalnih filtera). Pored

toga, digitalni filteri mogu da menjaju granične frekvencije promenom numeričkih parametara u algoritmu bez potrebe za hardverskim izmenama komponenti. Karakteristike digitalnih filtera su identične za sve kanale, što nije bio slučaj kod analognih filtera zbog nesavršenosti elektroničkih komponenti. Digitalni filteri su jeftiniji jer koriste standardne alate u dizajniranju, a mogu da vrše obradu signala u realnom vremenu kao i da analiziraju i evaluiraju snimljene signale naknadno.

Algoritam za postizanje linearne faze digitalnog filtera proračunava uzorke filtriranog signala kao ponderisani prosek ostvaren pomoću ograničenog broja sekvenci uzoraka ulaznog signala. Faktori pondera sekvence određuju tip filtera. Ako su faktori slični tada digitalni filter ima karakteristike NF propusta, a ako ponderi naizmenično menjaju znak, onda digitalni filter liči na VF filter [20].

Uobičajeni pristup u projektovanju digitalnih filtera se zasniva na specificiranju njegovih dinamičkih osobina tako da se postiže linearni vremenski invarijantan odziv celokupnog sistema na pobudu, uz zadovoljen uslov stabilnosti i kauzalnosti. Digitalni filter sa konačnim impulsnim odzivom (na engleskom Finite Impulse Response (FIR)) je sam po sebi stabilan i kauzalan sa linearnom faznom karakteristikom [21], pa se stoga najčešće ovaj model koristi u dizajniranju digitalnih filtera namenjenih obradi EEG signala. Vremenski invarijantni linearni diskretni FIR sistem se uopšteno može opisati diferencnom jednačinom, u vremenskom domenu, pomoću konvolucione sume:

$$y(n) = \sum_{k=0}^M h(k) \cdot x(n-k), n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.4)$$

gde $y(n)$ predstavlja izlaznu diskretnu sekvencu iz digitalnog filtra dužine N , $x(n-k)$ predstavlja ulaznu diskretnu sekvencu u digitalni filter, dok $h(k)$ predstavlja koeficijente impulsnog odziva sistema, a M red digitalnog filtra. Korak u vremenu uzorkovanja je $n = 0, 1 \cdot T_s, 2 \cdot T_s, \dots, N \cdot T_s$. Kada se dimenzionira digitalni filter sa veoma malim propusnim opsegom i faktorom talasanja u nepropusnom opsegu ali uskim tranzicionim opsegom, tada je neophodno predvideti veliki red digitalnog filtra za ispunjavanje ovako strogih kriterijuma. Kada se odabere mali red filtra, kod veoma uskih tranzicionih opsega, zbog velike strmine (nagiba) signala, može da dođe do preskoka signala, što predstavlja neželjeni efekat distorzije signala. Dakle, konstrukcija EEG aparata, podrazumeva pažljiv odabir parametara digitalnih filtera (npr. noć selektivni filteri za prigušenje frekvencijske komponente artifakta mrežnog napajanja). Iako moderne izvedbe EEG aparata omogućavaju fleksibilno podešavanje graničnih frekvencija f_c , uobičajeno se unapred nude standardne vrednosti podešene na nivoe f_u gornjih graničnih frekvencija 15Hz; 30Hz; 70Hz kao i f_l donjih graničnih frekvencija 0.053Hz (3s); 0.16Hz (1s); 0.53Hz (0.3s); 1.6Hz (0.1s) (vremenski ekvivalenti u zagradama su proračunati na osnovu relacije 3.1).

U odnosu na analogne EEG aparate, savremeni digitalni imaju mogućnost naknadnog preračunavanja EEG signala razlike iz prethodno zabeležene originalne referentne montaže elektroda u rezultujućim signal željene montaže. Uobičajeno se kao zajednička virtuelna referenca uzima prosek svih EEG kanala.

Evaluacija EEG signala se zasniva na vizuelnoj analizi. Kod analognih klasičnih izvedbi EEG merenja, fiksno se podešavao zapis na papiru vremenskim i amplitudnim skaliranjem i to $3 \frac{cm}{s}$ i $70 \frac{\mu V}{cm}$ respektivno uz uobičajeno trajanje EEG trasa 10s po stranici. Kod savremenih digitalnih EEG aparata omogućeno je ponavljanje sekvenci snimljenog signala različito skaliranih, kolor kodiranje trasa u cilju boljeg razlikovanja velikih amplituda snimljenih signala, različito obeležavanje kanala aparata na monitoru kao i mogućnost korišćenja interaktivnih kursora kojima se meri amplituda i trajanje signala kao i druge prednosti digitalnog prikaza rezultata merenja. Osim toga, u realnom vremenu, moguće je markiranje događaja kao što pokreti očiju, artifakti generisani pokretima delova tela i sl. Kodirani događaji se memorišu i naknadno uzimaju u razmatranje tokom evaluacije sirovog EEG signala. Grafika digitalnih EEG aparata pruža mogućnost simultane obrade više EEG zapisa, povlačenjem iz memorije prethodno zabeleženih snimaka, u cilju njihovog kompariranja sa trenutno zabeleženim EEG signalima. Potom se registrovani signali štampaju pomoću printera visoke rezolucije obezbeđujući potrebne uslove za kvalitetno prepoznavanje EEG trasa signala.

Uobičajeni način prikazivanja snimljenih EEG aktivnosti je predstavljanjem zavisnosti amplituda n kanala o vremenu pomoću n zasebnih trasa, čime je obezbeđena odlična vremenska analiza ali ne i topografska evaluacija. Komplementarnim metodom se prikazuju srednje vrednosti amplituda kanala u kratkom intervalu vremena za određeni topografski region pokriven setom elektroda. Amplitudni nivoi između dve elektrode se estimiraju interpolacijom izmerenih vrednosti implementacijom aplikativnih algoritama. Na tako generisanim topografskim mapama amplitudne vrednosti se kodiraju različitim bojama, dok ekvipotencijalne linije daju prostornu distribuciju amplituda neuronske aktivnosti na glavi ispitanika. Sekvence tih mapa izvedene za različite tačke vremena daju prostornu-vremensku evoluciju EEG aktivnosti. Za amplitudno mapiranje je veoma bitan odabir referentne elektrode.

Vizuelnom analizom EEG snimka se prepoznaje spektralna struktura EEG signala, topografska distribucija frekvencijskih komponenti EEG signala, hemisferična asimetrija, abnormalna neuronska aktivnost kao i pikovi u kompleksnoj kombinaciji sa sporim talasima koji su posledica epileptičkih simptoma. Spektralnom evaluacijom EEG signala se uočava oblik i dominantna amplituda i frekvencija signala u skladu sa podelom EEG opsega na pet karakterističnih frekvencijskih područja. Glavni problem predstavlja uočavanje i eliminacija artifakata. Upotpunjavanju analize EEG signala doprinosi, pored vizuelne i statistička obrada podataka generisanih iz merenja moždane funkcije, monitoringa sna tokom svih stadija, evaluacijom efekata primenjene terapije na ispitanika i sl. Statistička obradu podataka se realizuje implementacijom sofisticiranih algoritama zasnovanih na metodama numeričke obrade podataka pomoću računara.

Standardno, EEG sesija koja traje 15 minuta, zabeležena 21-kanalnim EEG aparatom, brzinom semplovanja $256 Hz$ potražuje kapacitet memorije $10MB$ za skladištenje podataka, što je prilično zahtevno, uvažavajući potrebu za višegodišnjim čuvanjem svih EEG snimaka. Zbog toga

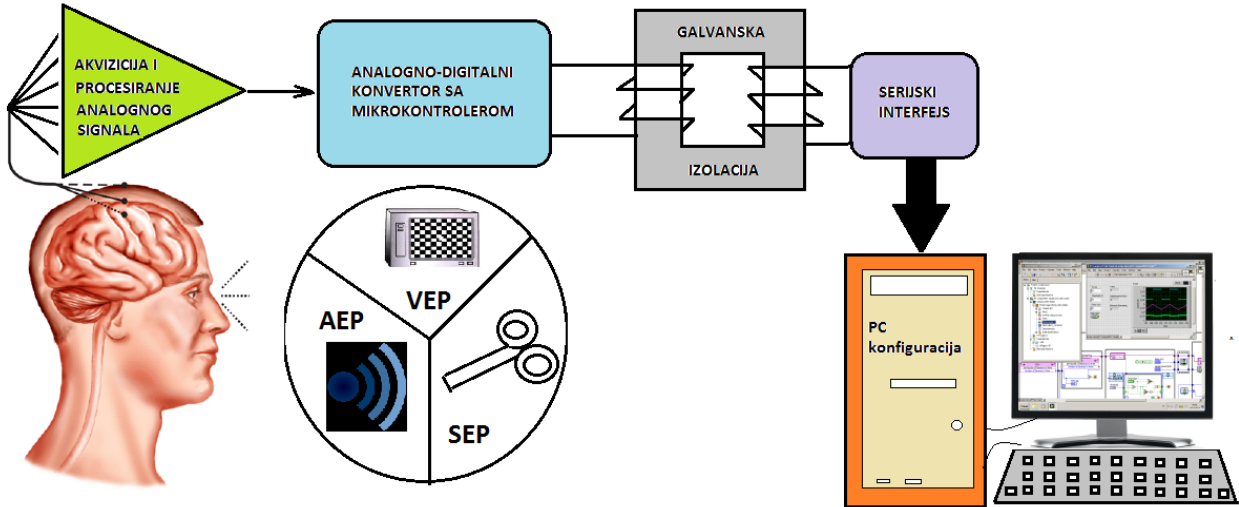
se sve više upotrebljavaju optički diskovi, a sve manje magnetni mediji za dugotrajno arhiviranje EEG zapisa.

Spektralnom analizom EEG signala se estimira spektralna distribucija snage signala. Spektar kanala predstavlja srednju vrednost snage i frekvencije u malom skupu frekvencijskih opsega. Estimacija spektra EEG signala se proračunava primenom različitih metoda kao što su brza Furijeova transformacija (na engleskom Fast Fourier Transform (FFT)), parametarska spektralna analiza primenom linearno vremenski promenljivih stohastičkih modela, WT. Koherencija spektra reflektuje spektralnu korelaciju između parova EEG signala i na taj način analizirajući funkcionalnu povezanost dva različita moždana regiona.

3.2. Merenje ERP signala i specifičnosti ERP instrumentacije

ERP je karakteristični pokazatelj reakcije CNS-a na stimulaciju koja predstavlja događaj i registruje se iz kompletnog EEG zapisa moždane aktivnosti. ERP predstavlja nadogradnju spontane EEG aktivnosti zbog čega je prilično teško, na osnovu samo jednog pokušaja stimulacije, ekstrahovati ERP, jer je poznato da nivo amplitude ERP-a može da bude i nekoliko puta manji od amplitude EEG signala u pozadini. Da bi se precizno uočio ERP karakteristični oblik, potrebno je nekoliko stotina ponavljanja pojedinačnih stimulacija, da bi se na kraju rezultatni ERP odziv izveo usrednjavanjem svih pojedinačnih odziva na pobude. Princip usrednjavanja je veoma često zastupljen u kliničkoj praksi, mada se sve više koristi metoda analiziranja nezavisnih pojedinačnih komponenti. Generisanje ERP-a stimulacijom mozga je moguće vršiti na više načina od kojih su najčešće u upotrebi metode hiperventilacije, svetlosnog bljeska, audio (zvučne) stimulacije, ciljane pojačane mentalne aktivnosti kao i voljnih procesa nezavisnih o stimulaciji. Komponente ERP-a (N1, N2, P1, P2, P3,...) se formiraju prilikom reakcije CNS-a na senzorne podražaje, ali i na zadatke kognitivne prirode. Veličine amplitude i latencije ERP-a odslikava promene CNS-a vezane za senzorne kao i procese učenja, pažnje, koncentracije, zamora i sl. Komponenta P3 ERP-a je “eksploatisana” u tzv. “humanim mašinama” kod pomaganja paralizovanim osobama da ostvare kvalitetniju komunikaciju između CNS-a i ekstremiteta, upotrebom kompjuterizovanih pametnih modula (na engleskom Brain Computer Interface (BCI)).

Evocirani neuro potencijali predstavljaju specifične reakcije mozga izazvane stimulacijom perifernih senzora i deo su šireg skupa ERP moždanih signala. U pozadini EP-a je izmereni EEG generisan nakon senzorne stimulacije, od koje se najčešće implementiraju, u neurodijagnostičke svrhe, vizuelna, somatosenzorna i audio stimulacija. Registrovanje, u kliničkoj praksi, realnog EP-a se realizuje hardverskom strukturom čija uopštena šema se prikazuje na Sl. 3.6. Ponavljanjem kratkotrajnih navedenih senzornih stimulacija, uočavaju se vizuelni (VEP), somatosenzorni (SEP) i audio (AEP) potencijali. VEP se generiše nakon pojave svetlosnih šablona (npr. kvadratnog ili pravougaonog oblika) na ekranu ispred ispitanika. SEP nastaje nakon propuštanja kratkih električnih ili magnetnih paketa impulsa kroz periferne nerve. AEP je posledica zvučnog “škljocanja” puštenog kroz slušalice na uhu ispitanika.



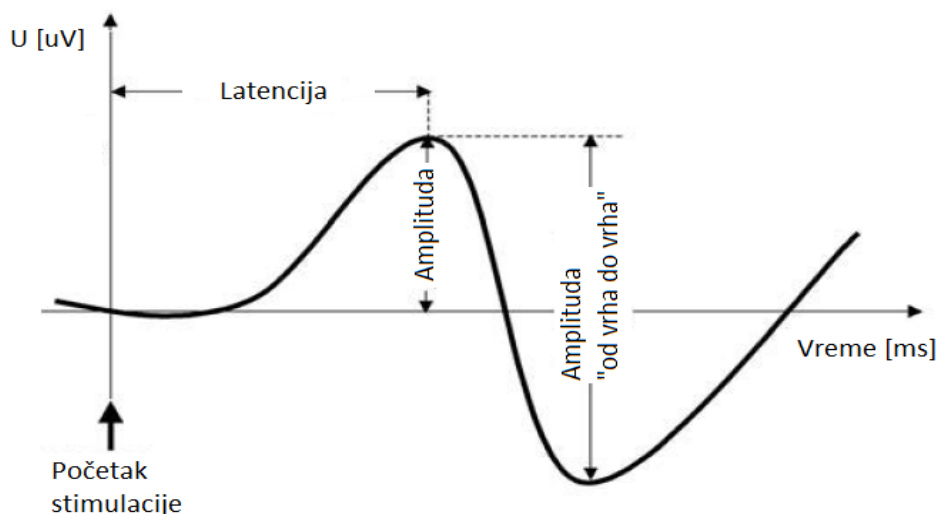
Sl. 3.6. Uopštena blok šema merenja realnog EEG-a primenom digitalne merne instrumentacije

Frekvencija ponavljanja stimulacija je obično za VEP 1Hz, za SEP 2–3Hz, dok je za AEP 10–20Hz. Amplitude ERP-a su daleko manjeg nivoa u odnosu na amplitude spontane EEG aktivnosti. U osnovi, merenje se svodi na merenje prosečnih amplituda napona ERP-a tokom kratkotrajnih EEG epoha sinhronizovanih sa stimulacijom. Za n usrednjenih epoha, sinhronizovani proces usrednjavanja omogućava olakšano prepoznavanje konstantnih frakcija ERP-a. Sa povećanjem broja usrednjenih epoha, jasnije se prepoznaju ERP komponente od značaja. Ipak, postoji ograničenje u dodavanju epoha koja se ogledaju u nestabilnosti ERP-a tokom ograničenog vremena ispitivanja. U cilju dobijanja pouzdanih merenja ERP-a, potrebno je više puta ponavljati stimulaciju (generiše se npr. 50 VEP ili 1000 AEP-a).

ERP je pokazatelj neurofizioloških funkcija u odnosu na spontani EEG koji odslikava uopštenu moždanu funkciju. Normalni izmereni ERP ukazuje na eventualna oštećenja nervnih puteva i moždanih regija od interesa. ERP se uobičajeno registruju pomoću dve dodatne elektrode locirane na regijama mozga ili na vratu, u cilju registrovanja cervikalnog (vratnog) SEP-a. Dakle, ERP se registruju kroz 2-4 EEG kanala. Odgovori mozga na stimulaciju su, u skladu sa organizacijom nervnih puteva prenosa signala, ipsilateralni (na istoj strani polovine mozga) za AEP i kontralateralni (na suprotnoj strani polovine mozga u odnosu na stranu stimulaciju) za SEP i VEP. To znači da je potrebna naizmenična (bilateralna) stimulacije ako se želi realizovati sveobuhvatno merenje. Uobičajeno lociranje i označavanje mesta mernih elektroda je prema Internacionalnom 10-20 standardu (prikazuje se na Sl. 2.3). Hardver za detekciju ERP-a je često sastavni deo aparata za merenje EMG-a i uopšteno, opreme za merenje neurofizioloških parametara koja se ugrubo sastoji od elektrodnih setova, pojačavačkih komponenti, jedinica za stimualciju ispitanika i računara za digitalnu obradu podataka.

Kvantitativni opis ERP-a se zasniva na merenju amplitude i latencije komponenti ERP-a (simbolički se prikazuje na Sl. 3.7). Sekvence signala ERP-a sa pozitivnim i negativnim otklonima predstavljaju pikove koji nadvisuju tok smetnje čime određuju nivoe amplitude signala. Latencija je interval vremena koji protekne od momenta stimulacije ispitanika do pojave

maksimalnog nivoa pika signala ERP-a. Raspon amplituda za VEP i SEP je uobičajeno $5-10\mu V$ dok je za AEP oko $0.5\mu V$.



Sl. 3.7. Simbolički prikaz definicije parametara signala ERP-a

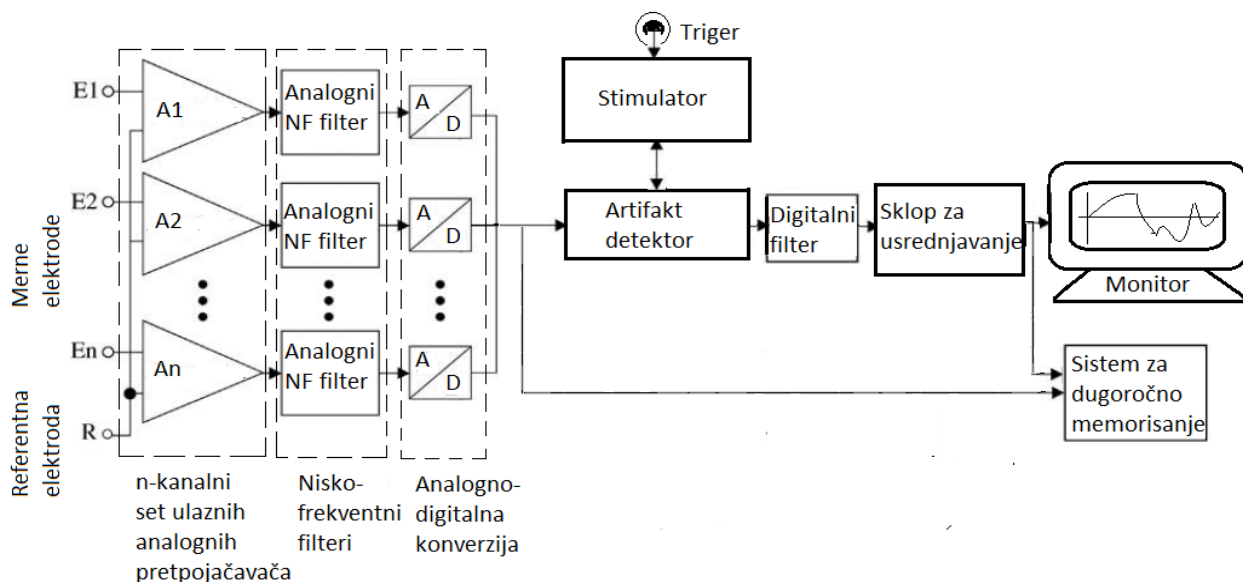
Vizuelna aktivnost korteksa je okarakterisana pozitivnom komponentom pika označenom sa $P100$ ili $P1$ ($100ms$ posle stimulacije se uočava amplituda) i sa dve negativne $N75$ i $N145$. Zavisno o stimulaciji, najranije zabeležene kortikalne komponente SEP latencija su nakon $10ms$. Zavisno o uslovima merenja (npr. da li se realizuje u prisustvu malog nivoa šuma) i o tome koji nerv se stimuliše (npr. najčešće je u svrhu dijagnostikovanja provodljivosti motoričkih neuro puteva stimulisan srednji – mediana nerv), na glavi se uočava uobičajeno poststimulacioni pik SEP-a $N20$, a potom i $P25$, mada se može primetiti i komponenta $N13$ generisana sa elektrode C_2 locirane na vratu ispitanika. AEP se registruje u rasponu $2-6ms$ nakon zvučne stimulacije, mada se mogu registrovati pik komponente u interval $6-10ms$. VEP i SEP komponente $P100$, $N20$ i $P25$ se registruju elektrodama lociranim na glavi, dok SEP $N13$ i AEP komponente se registruju u regionima udaljenim od elektroda glave, zbog provodnosti moždanog tkiva. Zbog toga se uvode pojmovi neuro potencijala bliskog i dalekog električnog polja.

Očigledno je da ERP karakteriše veoma različita vremenska struktura tj. raznoliki frekvencijski opseg. Najčešće se frekvencijski opseg pojačavača kod merenja podešava na $1-100Hz$ za VEP, $5-1000Hz$ za SEP i $100-3000Hz$ za AEP [20]. Broj epoha neophodnih za ekstrakciju ERP-a je zavisan o nivou amplitude registrovanog neuro potencijala i kreće se u opsezima za VEP $64-128$, za SEP $128-256$ i za AEP $1024-2048$. Uslovi koje treba da zadovolje diferencijalni pojačavački ulazni stepeni za registrovanje ERP-a su slični kao i kod registrovanja spontane EEG aktivnosti (osim specifičnosti vezanih za AEP zbog veće širine frekvencijskog opsega). Merne elektrode za registrovanje ERP-a takođe treba da imaju malu prelaznu „kontaktnu“ impedansi koža glave – ulaz u pojačavački stepena mernog aparata, ali ne

moraju da imaju jako izražene selektivne frekvencijske karakteristike u smislu registrovanja niskih frekvencija ulaznog signala. To znači da je odabir elektroda kod registrovanja ERP-a manje bitan nego kod registrovanja spontanog EEG-a.

Kao i kod EEG zapisa, ERP je „opterećen“ visokim nivoom šuma koji se generiše delovanjem srčanog ritma ECG-a, mišićnom aktivnošću EMG-om, elektrookulogramom EOG pokreta očiju, pomeranjem nedovoljno dobro fiksiranih elektroda na glavi, isparenjem kao posledice elektrohemijskih procesa na spoju tkivo kože glave – provodne paste na metalu merne elektrode koja se ogleda u obliku sporih promena registrovanog neuro potencijala, uticajem oscilacija i elektromagnetnog delovanja mrežnog napona i drugi faktori koji izazivaju artefakte. Za pouzdano merenje ERP-a, imperativ je da se artefakti epohe što više odstrane iz procesa usrednjavanja rezultantnog signala. Savremena instrumentacija za registrovanje ERP komponenti se zasniva na digitalnoj obradi analognih originalnih izmerenih neuro potencijala, sa mogućnošću memorisanja za duži period i automatske detekcije pika i latencije signala. Digitalnim prikazom signala se omogućava jasnije uočavanje i kolor prikaz trasa signala, markiranje selektovanih epoha, odbacivanje artefakt epoha kao i daleko bolja grafička rezolucija vizuelnog grafičkog prikaza na ekranu, sa mogućnošću kvalitetne štampe. Takođe, primenom različitih metoda ekstrakcije korisnog signala iz multikanalnih zapisa, omogućava se lokalizacija generatora komponenti ERP-a, a implementacijom sofisticiranih alata se detektuju pikovi i latencije komponenti.

Blok šema digitalnog aparata za merenje ERP-a se prikazuje na Sl. 3.8. iz koje se vidi da je, u odnosu na Sl. 3.1. u kojoj je dat prikaz EEG aparata, u ovom slučaju se dodaje sklop za stimulaciju. Dakle, sastavni delovi rekordera ERP-a su set elektroda, stimulator, ulazni pretpojačavački stepen sa sistemom zaštite, A/D konvertori, DSP koji obuhvata artefakt detekciju, filtriranje, usrednjavanje i skaliranje signala, displej prikaza signala i memorijski modul.



Sl. 3.8. Blok šema rekordera ERP-a

Stimulator SEP-a generiše kratke električne impulse ($50-200\mu s$) konstantne struje ili napona. Između polova elektroda stimulatora i kože je prelazni otpor niske impedanse. Materijal elektrodne ploče prečnika nekoliko milimetara je specijalni čelik ili srebro. Anoda elektrode stimulatora je plasirana nekoliko centimetara od katode i orijentisane su paralelno prema osetljivom neuro vlaknu. Stimulatori sa konstantnom strujom stimulacije, tokom perioda stimulacije su više u upotrebi jer je, zbog nemogućnosti postizanja optimalnih električnih konstanti, teže ostvariti zatvoreno strujno kolo stimulacije sa konstantnim naponom. Stimulacija ispitanika počinje sa smanjenom jačinom struje stimulacije i postepenim pojačavanjem sve dok se ne uoči motorički odgovor. Amplituda šuma, koja se generiše kao posledica električne stimulacije, je visokog nivoa i prisutna je i na nultoj latenciji ERP-a. Međutim, električni impulsi stimulacije su kratkog trajanja, pa su i filteri malih vremenskih konstanti, što onemogućava interferenciju šuma sa komponentama ERP-a. Opseg frekvencija stimulacije je $0.5-10Hz$, a iz sigurnosnih razloga, jedinica za stimulaciju je galvanski odvojena od hardvera jedinice za registrovanje ERP-a.

Stimulacija, upotrebom slušalica, se realizuje generisanjem pravougaonih audio impulsa kratkog trajanja oko $100\mu s$. Nivo registrovanja zvuka je individualan, pa se audio stimulacija uobičajeno podešava na $70dB$ iznad tog nivoa u cilju postizanja stabilnog AEP-a. AEP se obično odvojeno meri za svako uvo posebno. Uobičajeno je frekvencija stimulacije audio signalima $1-50Hz$, a intenzitet zvuka čak i više od $100dB$.

Vizuelna stimulacije se najčešće realizuje pojavljivanjem slike crno – belih pravougaonika (kao šahovska tabla) na monitoru ispred ispitanika. Intenzitet svetlosti kao i geometrijske karakteristike stimulacionih formi (vizuelni ugao, broj kvadratića u redu,...), bitno utiče na rezultatni VEP tj. na nivo amplitude i dužinu latencije VEP-a. Naizmenično pojavljivanje na ekranu kvadratića je svake sekunde (frekvencija $1Hz$), što se takođe može podešavati. Osim ovog načina, koriste se i drugi načini vizuelne stimulacije upotrebom LED dioda postavljenih na specijalnim naočarima ispitanika, kao i metode vizuelne stimulacije korištenjem sijalica. Uobičajeno se vrši stimulacija svakog oka posebno.

Merenje ERP-a se vrši u strujnom kolu u kojem se struja generiše iz neuro izvora, prolazi kroz različite nivoe tkiva i preko kontakta koža elektroda dolazi na ulaz diferencijalnih pretpojačavača aparata i preko CNS-a zatvara strujno kolo. Prelazna impedansa površina kože – ulaz u pojačavački stepen bitno utiče na rezultate merenja, pa se, u cilju smanjenja visoke impedanse kože, njena površina vlaži elektrolitom. Broj elektroda za merenje ERP-a je manji nego kod merenja spontanog EEG-a. Osim srebra, kao materijal za izradu elektroda je najčešće upotrebljeno, zlato, platina, kalaj i specijalni čelik. Površinske elektrode pokrivaju oblast kože od nekoliko mm^2 . Pored ovih vrsta, u upotrebi su iglene elektrode, a merenje ERP-a u magnetnom polju (MRI) se vrši upotrebom grafitnih elektroda.

DC napon koji se generiše na spoju elektrolit – elektroda je značajnog nivoa amplitude i može da ima bitan uticaj na ulazni pojačavački stepen. Zbog toga se diferencijalni pojačavači dizajniraju tako da vrše kompenzaciju tog istosmernog nivoa i na taj način omogućavaju pojačanja izmerenih EEG-a sa faktorom 10^4 . Kako bi se smanjili nivoi DC signala, ne

preporučuje se simultana upotreba elektroda različitih materijala jer generišu različite naponske DC nivoe na ulaznim diferencijalnim pojačavačima. Optimalni rezultati merenja ERP-a se mogu postići ako je impedansa spoja elektroda – koža manja od $5k\Omega$, a kako je za merenje ERP-a u opticaju manje elektroda nego kod merenja spontanog EEG-a, ovaj uslov se lakše ispunjava.

Standardno, za merenje ERP-a je u upotrebi niskošumni operacioni pojačavač sa ulaznim stepenom realizovanim diferencijalnim pojačavačem visoke ulazne impedanse (iznad $10M\Omega$). Sve ostale karakteristike pojačavača elaborirane u realizaciji EEG aparata spontanih EEG signala, trebaju biti zadovoljene i u situaciji registrovanja ERP-a. Specifičnost ERP-a se ogleda u njihovom velikom amplitudnom opsegu, jer su npr. nivoi amplituda AEP-a daleko manji nego VEP-a. Jedan od načina prevazilaženja ovog problema je uvođenjem promenljivog faktora pojačanja na ulaznom diferencijalnom stepenu kako bi se podešavao opseg amplituda na ulaznom opsegu ADC signala istovremeno zadržavajući niski nivo šuma u procesu digitalizacije signala. Drugi način je da se poveća broj bita po uzorku, tokom semplovanja u procesu A/D konverzije signala, uz povećanje ulaznog opsega ali bez povećanja šuma digitalizacije.

Kao i kod EEG aparata, standardi zaštite ispitanika potpuno moraju biti ispoštovani. Takođe, CMRR mora biti istih karakteristika kao kod EEG aparata ($>80dB$), kao i unutrašnji nivo šuma operacionih pojačavača koji iznosi $0.5\mu V_{eff}$ pre pojačanja kod VEP-a čiji je frekvencijski opseg do $10Hz$. Međutim, kako se frekvencijski opseg AEP-a proširuje do $3kHz$, nivo unutrašnjeg šuma pojačavača može da poraste do $3\mu V$. Ovaj šum može da ima još veće vrednosti zbog postojanja termalnog (toplotnog) šuma generisanog tokom merenja ERP-a.

Ako je širina opsega evociranih potencijala neuronske aktivnosti npr. $3kHz$, onda je za $f_c = 3kHz$, odabrana brzina uzorkovanja $F_s = 10kHz$. Bolje performanse, u smislu postizanja fazne linearnosti unutar propusnog opsega, se postižu podizanjem $f_c = 6kHz$ i $F_s = 20kHz$, što uzrokuje prekobrojnom semplovanju originalnog signala, u cilju optimizacije digitalne akvizicije (prikupljanja) EEG signala (kao što se šematski prikazuje na Sl. 3.4). Upotrebom digitalnih filtera granična frekvencija je $f_c = 3kHz$ uz očuvanje radnih karakteristika filtera koje se prvenstveno ogledaju u faznoj lineranosti, čime se izbegava nepouzdanost u merenju latencije ERP-a. Osim toga, karakteristike digitalnih filtera se, podešavanjem parametara, prilagođavaju prema širini opsega VEP-a i SEP-a. Rešenja u dizajniranju ADC aparata za merenje EEG-a potpuno se primenjuju kod rekordera ERP-a.

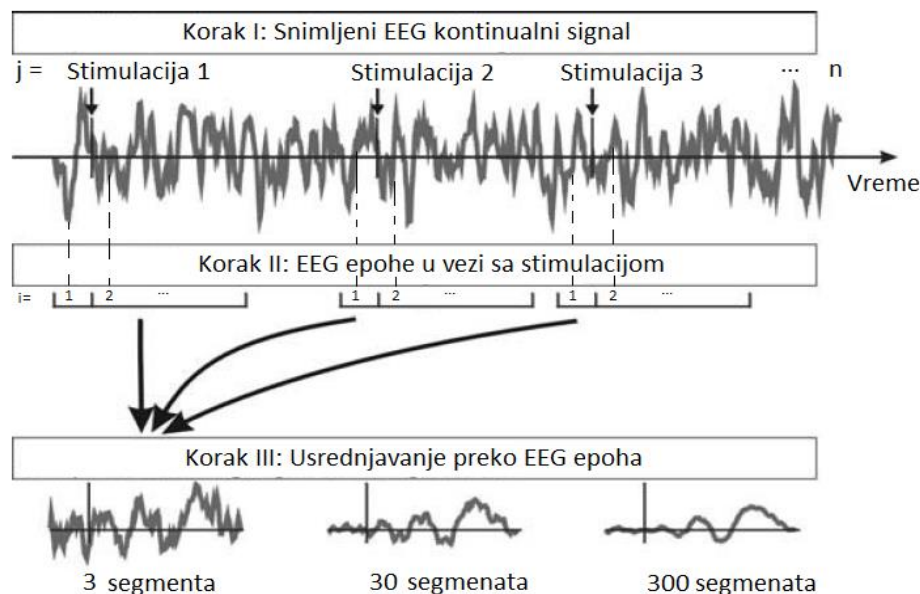
Usrednjavanje epoha (šematski se predstavlja na Sl. 3.9) u vezi sa stimulacijom kao i digitalno filtriranje se realizuje upotrebom numeričkih algoritama i operacijama transfera podataka. Ako se sa $j = 1, 2, \dots, n$ označi broj vremenskih sekvenci (epoha) u kojima je izvršena stimulacija, onda:

$$ERP_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n EEG_{j,i} \quad (3.5)$$

pri čemu $EEG_{j,i}$ predstavlja i -ti uzorak j -te sekvence (epohe), a ERP_i predstavlja i -ti uzorak usrednjenog ERP-a. Ekstrahuju se epohe sekvenci stimulacije fiksne dužine trajanja iz

celokupnog EEG zapisa. Da bi se pribavio ERP niskog nivoa amplitude koji je „utisnut“ u EEG amplitude visokog nivoa, primenjuje se proces usrednjavanja epoha vremenskih sekvenci stimulacije. Moderni rekorderi ERP-a automatski odbacuju artefakte pre procesa usrednjavanja ERP-a tako što sofisticiranim algoritmima prepoznaju neuobičajeno visoke nivoe amplituda ulaznog signala i potom ih odbacuju.

Iz opisanih procedura merenja ERP-a vezanim za senzornu stimulaciju, generalno proističe i merenje neuro potencijala moždane strukture stimulirane nekim događajem kognitivne prirode ili događajem proisteklim iz nesvesnih procesa. Dešavanja kognitivne prirode prouzrokuju unutrašnji mentalni odgovor mozga, što ima za posledicu izraženu merljivu električnu aktivnost CNS-a. Kao primer obrasca, po kojem se ispitanik izlaže uticaju audio stimulacije tonskim signalom frekvencije $1kHz$ u kojem je sadržan povremeno tonski izobličen signal frekvencije $1.1kHz$, merenja ERP-a se odnose na snimanje komponenti neuro potencijala u procesu detekcije retkih pojava izobličenog tona tokom česte izloženosti ispitanika standardnim neizobličenim audio signalom. Dakle, merenje amplitude i latencije ERP-a je spregnuto sa detekcijom čestih i retkih pojava, pa su i usrednjeni neuro potencijali P300 komponente ERP-a posledica detekcije retke u odnosu na česte pojave. Dakle, različiti usrednjeni neuro potencijali se vezuju za specifične moždane odgovore generisane posebnim mentalnim stimulacionim procesima.



Sl. 3.9. Šematski prikaz procesa usrednjavanja ERP-a

Pored audio, razradene su vizuelne tehnike stimulacije kao i emocionalne, jezičke, memorijske. Milisekundna rezolucija ERP-a omogućava prepoznavanje različitih mentalnih procesa u vremenu i pruža šansu za približno određenje lokacije neuro generatora ERP-a. Za detekciju ERP-a se obično koriste višekanalni rekorderi (32 kanala i više) sa elektrodama plasiranim preko cele glave. Mnoge spektralne komponente ERP-a zauzimaju frekvencijski opseg

ispod 1Hz (0.01Hz odgovara vremenskoj konstanti 16s), pa su zbog toga donje granične frekvencije pojačavača svedene na $f_l = 0.01\text{Hz}$. Čak se pojasni propust spušta do DC nivoa jer je od interesa sporopromenljivi neuro potencijal u istraživanju posebnih moždanih stanja. Zbog komplikovanih mentalnih procesa koji doprinose generisanju, precizno uočavanje i registrovanje pojedinih komponenti ERP-a je manje pouzdano, pa su i metode i algoritmi detekcije i analize ovih komponenti složenije.

Evaluacija snimljenih ERP sesija se najčešće vrši vizuelno tokom dijagnostike obolenja ispitanika. Trase ERP signala su, kod analognih rekordera, štampane na papiru i potom analizirane. Digitalni aparati omogućavaju analizu signala u realnom vremenu ali i naknadnu obradu podataka od interesa za duži period, upotrebom računara na kojima su implementirani aplikativni softverski paketi (veoma često su algoritmi obrade signala u Matlab okruženju). Pomoću korisnički orijentisanih grafičkih interfejsa, na monitoru računara se omogućava dodatno filtriranje snimljenih signala, primenom procedura dizajniranog algoritma za postprocesiranje ERP signala. Uočene artifakt komponente se detektuju i takve EEG epohe se odstranjuju, a u izveštajima se statistički prikazuju rezultati obrade. Potom se omogućava 2D/3D prikaz rezultata merenja u vidu grafova/slika neuro potencijala, na kojima se automatski određuju amplitude i latencije komponenti signala. Takve prednosti digitalne obrade, najčešće su primenjuju u analizi VEP-a i SEP-a. Komplikovanija situacija je sa automatskom detekcijom pika AEP-a jer je njegov nivo amplitude više od 10 puta niži od VEP-a, pa je u prisustvu visokog nivoa šuma, veoma teško detektovati automatski njegovu amplitudu. Zbog toga se često simultano kompariraju rezultati trenutno izmerenih AEP-a sa ranije izmerenim od istog ispitanika. Printerima visoke rezolucije se omogućava štampanje ERP studija na običnom papiru ili nekom drugom mediju (npr. termo folijama u cilju kvalitetnijeg dugotrajnog skladištenja).

4. MATEMATIČKI ALATI ZA HARMONIJSKU ANALIZU SIGNALA

U ovom poglavlju su prikazani standardni matematički alati za harmonijsku analizu signala, potrebni za jasnije sagledavanje glavnih metoda ovog rada.

4.1. Furijeova transformacija kontinualnih signala

Proizvoljni kontinualni periodični signal, predstavljen realnom funkcijom $s(t)$ periode T_p , može se prikazati kao suma Furijeovih serija sinusnih i kosinusnih funkcija (talasa) čije su frekvencije multiplikovane (pomnožene) sa osnovnom (fundamentalnom) frekvencijom:

$$F = \frac{1}{T_p} [Hz] \quad (4.1)$$

na osnovu opšte jednačine [22]:

$$s(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot k \cdot F \cdot t) + B_k \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot k \cdot F \cdot t)], t \in R \quad (4.2)$$

pri čemu su A_k, B_k srednje vrednosti kosinusne i sinusne funkcije respektivno, dok je sa A_0 predstavljena jednosmerna DC komponenta realnog signala. Kao ilustracija navedenog, u Matlab okruženju se simulira generisanje složenoperiodičnog signala, sačinjenog od jednosmerne, sinusnih i kosinusnih komponenti (7+7 harmonika), upotrebom zadatih (proizvoljno određenih) sistemskih parametara Furijeove transformacije koji se prikazuje u Tabeli 4.1.

Tabela 4.1: Sistemski parametri Matlab simulacije složenoperiodičnog signala realizovane primenom Furijeove transformacije na osnovu jednačine (4.2)

Interval merenja $T[s]$	Ukupan N broj odmeraka	Perioda odmeravanja $T_s = \frac{T}{N} [s]$	Frekvencija odmeravanja $F_s = \frac{1}{T_s} [Hz]$	Fundamentalna frekvencija analognog signala ulaza $F[Hz]$	DC komponenta $A_0[V]$	Broj h pojedinačnih cos+sin harmonika $k = 1, 2, \dots, 7$
0.02	312	$0.64 \cdot 10^{-6}$	15600	50	0.5	$H = 7 + 7$

Uz pripadajući Matlab kod "Slozensinuskosinus.m" iz Priloga br. 6. (u M fajlu „Ulazni_podaci“ su definisani sistemski parametri), graf generisanog složenog periodičnog signala sa pripadajućim sinusnim i kosinusnim harmonicima se prikazuje na Sl. 4.1. U primeru se razmatra složeni signal sa 7 sinusnih i 7 kosinusnih harmonika. Izmerene srednje vrednosti koeficijenata sinus i kosinus komponenti složenog signala prikazuju se u Tabeli 4.2.

Tabela 4.2: Srednje vrednosti $B_{k=1,2,\dots,7}$ sinus i $A_{k=1,2,\dots,7}$ kosinus koeficijenata složenog signala

1.harmonik		2.harmonik		3.harmonik		4.harmonik		5.harmonik		6.harmonik		7.harmonik	
Sin.	Cos.	Sin.	Cos.	Sin.	Cos.	Sin.	Cos.	Sin.	Cos.	Sin.	Cos.	Sin.	Cos.
0.4	0.3	0.2	0.15	0.13	0.1	0.1	0.075	0.08	0.06	0.06	0.05	0.057	0.043

Furijeova transformacija je matematička metoda pomoću koje se kontinualni periodični signal, primenom Furijevih serija, analizira u frekvencijskoj domeni. Za analizu aperiodičnih signala koristi se Furijev integral [22]. Analiza odziva sistema na pobudu, u vremenskom domenu, se najčešće zasniva na rešavanju diferencijalnih jednačina kroz veoma složene postupke koji uobičajeno dugo traju. Zbog manje složenosti, brzine ali i zbog drugih pogodnosti se, za potrebe procesa obrade signala, vrši transformacija iz vremenske u frekvencijsku domenu.

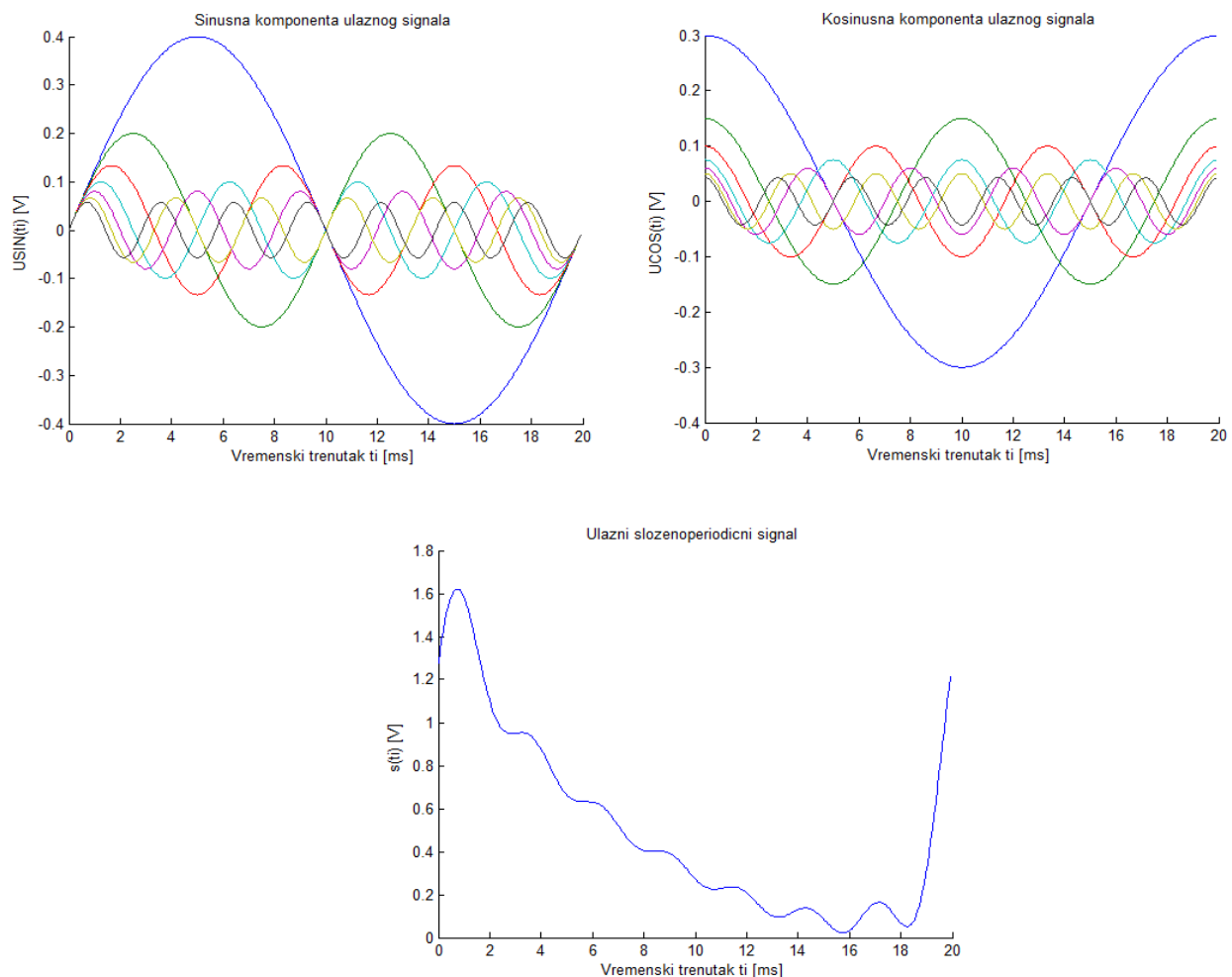
Eksponencijalni prikaz periodičnih signala se zasniva na Ojlerovim formulama:

$$\cos(\Omega \cdot t) = \frac{e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}}{2}, \sin(\Omega \cdot t) = \frac{e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t}}{2 \cdot i} \quad (4.3)$$

gde je osnovna ugaona frekvencija u spektru kontinualnog (analognog) periodičnog signala određena sa:

$$\Omega = 2 \cdot \pi \cdot F = \frac{2 \cdot \pi}{T_p} \left[\frac{rad}{s} \right] \quad (4.4)$$

dok se sa ω uopšteno označava ugaona frekvencija u spektru diskretnog signala.



Sl. 4.1. Slozenoperiodični signal generisan Matlab simulacijom na bazi Furijeove serije

Eksponecijalna forma Furijeovih transformacija podrazumeva prikaz sinusnih i kosinusnih serija pomoću Ojlerovih formula pa se Furijeove serije izračunavaju pomoću [22]:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S_n \cdot e^{i2\pi n F t} \quad (4.5)$$

gde vrednosti S_n predstavljaju Furijeove koeficijente, definisane na proizvoljnom intervalu $t \in \langle t_0, t_0 + T_p \rangle$ i određene sa:

$$S_n = \frac{1}{T_p} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T_p} s(t) \cdot e^{-i2\pi n F t} \cdot dt, n \in Z \quad (4.6)$$

Dakle, realni periodični signal $s(t)$ je, na osnovu (4.5), predstavljen sumom eksponencijalnih funkcija:

$$e^{i n \Omega t} = \cos(n \cdot \Omega \cdot t) + i \cdot \sin(n \cdot \Omega \cdot t) \quad (4.7)$$

pri čemu se uočava kompleksan karakter Furijeove transformacije. Uz pretpostavku da je uvek realna frekvencija nenegativna, oscilacije sinus i kosinus funkcija su ekvivalentne multipliciranim vrednostima fundamentalne frekvencije signala i izračunavaju se kao:

$$f_n = n \cdot F, n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.8)$$

Furijeovi koeficijenti S_n , izračunati pomoću (4.6), su kompleksne amplitude n -tih komponenti. Kompleksni brojevi se uopšteno mogu prikazati kao:

$$S_n = R_n + i \cdot I_n = |S_n| \cdot e^{i\varphi_n} = \sqrt{R_n^2 + I_n^2} \cdot [\cos(\varphi_n) + i \cdot \sin(\varphi_n)] \quad (4.9)$$

pri čemu se pokazuje da je realni R_n deo n -ta parna kosinus funkcija, a imaginarni I_n deo n -ta neparna sinus funkcija, dok je modul kompleksnog broja $|S_n|$ njegova n -ta amplituda određena izrazom:

$$|S_n| = \sqrt{R_n^2 + I_n^2} \quad (4.10)$$

a njegov argument predstavlja n -tu fazu definisanu formulom:

$$\varphi_n = \tan^{-1} \frac{I_n}{R_n} = \arg S_n \quad (4.11)$$

Ako se kao realan periodičan signal posmatra trigonometrijska funkcija naponskog signala, definisana na način da je:

$$u(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot n \cdot F \cdot t + \varphi_n) \quad (4.12)$$

gde jednosmerna DC komponenta (srednja vrednost) tog signala U_0 odgovara nultoj frekvenciji napona, može se zaključiti da, poznavanjem vrednosti n -tih amplituda U_n i n -tih faza φ_n svake n -te funkcije kosinusa, na osnovu (4.12) moguće je, Furijeovom ekspanzijom sume serija n kosinoida, rekonstruisati originalni kontinualni realni periodični naponski signal $u(t)$ u intervalu $t \in \langle t_0, t_0 + T_p \rangle$. Međutim, izvan navedenog intervala, primenom izraza (4.5) i (4.6), u

rekonstruisanom signalu, će se beskonačno $n \cdot T_p, n = 1, 2, \dots$ ponavljati originalni kontinualni signal. Srednja vrednost naponskog realnog periodičnog signala tokom T_p se izračunava kao:

$$u_s(T_p) = \frac{1}{T_p} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T_p} u(t) \cdot dt = U_0 \quad (4.13)$$

a njegova snaga je suma kvadrata Furijeovih koeficijenata (kvadrata amplituda harmonika naponskog signala) prema:

$$P_s = \frac{1}{T_p} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T_p} |u(t)|^2 \cdot dt = U_0^2 + 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} |U_n|^2 \quad (4.14)$$

Aperiodični realni signali $s(t), t \in R$ proizvoljne frekvencije f_a , mogu se predstavljati Furijeovim integralom, primenom inverzne kontinualne Furijeove transformacija funkcije $S(\omega_a)$:

$$s(t) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega_a) \cdot e^{i \cdot \omega_a \cdot t} \cdot d\omega_a, t \in R \quad (4.15)$$

pri čemu je funkcija $S(\omega_a)$ Furijeova transformacija kontinualnog realnog aperiodičnog signala $s(t) t \in \langle -\infty, \infty \rangle$ na frekvencijskom opsegu $\omega_a \in \langle -\infty, \infty \rangle$, a definisana je izrazom:

$$S(\omega_a) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot e^{-i \cdot \omega_a \cdot t} \cdot dt, \omega_a \in R \quad (4.16)$$

Ovako definisana Furijeova transformacija meri koliko oscilacija egzistira u realnom kontinualnom aperiodičnom signalu $s(t)$ na frekvenciji $\omega_a = 2 \cdot \pi \cdot f_a \left[\frac{rad}{s} \right]$ [23]. Na ovaj način se, primenom Furijeovog integrala, vrši transformacija signala iz vremenske u frekvencijsku domenu, uz uslov apsolutne integrabilnosti realnog aperiodičnog signala koji je dat izrazom:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |s(t)| \cdot dt < \infty \quad (4.17)$$

Ako se za rekonstrukciju originalnog realnog signala $s(t)$, definisanog na intervalu $t \in \langle t_0, t_0 + T_p \rangle$, upotrebi funkcija Furijeove transformacije date izrazom (4.16) koja je definisana za sve frekvencija ω_a , tada će se na tom intervalu pravilno rekonstruisati originalni signal (izvan navedenog intervala rekonstrukcija je jednaka nuli i nema pojave ponavljanja originalnog signala). Ovo je posledica činjenice da se Furijeove serije, date sa (4.5), (4.6), primenjuju na frekvencije izražene sa (4.8), dok se rekonstrukcija istog originalnog signala u drugom slučaju primenom (4.16), izračunava za sve frekvencije između $-\infty$ i ∞ .

4.2. Furijeova transformacija diskretizovanih signala po vremenu (DTFT)

Uzorkovanjem (semplovanjem) kontinualnog signala $s(t)$ u jednakim vremenskim intervalima (periodima) $T_s > 0$ generišu se vrednosti diskretizovane serije signala

$s(n \cdot T_s) = s(n)$, za $T_s = 1$ u diskretnim trenucima $t = (n \cdot T_s), n = 0, 1, 2, \dots$ uz ispunjeni uslov kauzalnosti diskretizovanog signala definisan izrazom:

$$s(n \cdot T_s) = 0, n < 0 \quad (4.18)$$

Brzina smplovanja signala je ekvivalentna učestanošću uzorkovanja odbiraka kontinualnog signala i određena je izrazom:

$$F_s = \frac{1}{T_s} \quad (4.19)$$

Posebnu grupu signala predstavljaju periodični diskretizovani signali $s(n \cdot T_s)$ koji nalaze primenu u radu digitalnih računara, a određeni su periodom:

$$T_p = N \cdot T_s \quad (4.20)$$

pri čemu je N prirodan broj koji definiše ukupan konačan broj uzoraka (elemenata) signala dajući njegove vrednosti u diskretnim n tačkama vremena tokom trajanja T_p perioda vremenskog niza $s(n \cdot T_s)$. Uobičajena trigonometrijska forma diskretizovanog periodičnog signala ima oblik:

$$s(n \cdot T_s) = A_0 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot F \cdot n \cdot T_s + \varphi_0) \quad (4.21)$$

pri čemu su realne amplituda $A_0 > 0$ i osnovna frekvencija periodičnog analognog signala $F > 0$, a uopšteni kompleksan eksponencijalni zapis periodičnog diskretizovanog signala se definiše izrazom:

$$s(n \cdot T_s) = A \cdot e^{i2\pi F n T_s} \quad (4.22)$$

gde A predstavlja kompleksnu amplitudu, a $F \left[\frac{\text{ciklus}}{s} \right]$ osnovnu frekvenciju periodičnog kontinualnog signala $s(t)$.

Furijeova transformacija diskretizovanog $s(n \cdot T_s)$ signala po vremenu (na engleskom Discrete Time Fourier Transform (DTFT)) realnog aperiodičnog signala $s(t)$ se, definiše izrazom:

$$S(e^{i\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n \cdot T_s) \cdot e^{-i2\pi F n T_s} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n) \cdot e^{-i\omega n} \equiv DTFT\{s(n)\} \quad (4.23)$$

dok je Furijeovim integralom tj. primenom inverzne Furijeove transformacije (na engleskom Inverse Discrete Time Fourier Transform (IDTFT)) određen diskretizovani aperiodični signal po vremenu [24]:

$$s(n \cdot T_s) = \frac{1}{F_s} \cdot \int_{-\frac{F_s}{2}}^{\frac{F_s}{2}} S(e^{i\omega}) \cdot e^{i2\pi \frac{F}{F_s} \cdot n} \cdot dF = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} S(e^{i\omega}) \cdot e^{i\omega n} \cdot d\omega \equiv DTFT^{-1}\{S(e^{i\omega})\} \quad (4.24)$$

Očigledno je digitalna frekvencija $\omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{F}{F_s} \left[\frac{\text{rad}}{\text{uzorku}} \right]$ omeđena intervalom $-\pi \leq \omega \leq \pi$, uz

brzinu smplovanja signala F_s datu izrazom (4.19). Uočava se na osnovu (4.23) da je Furijeova transformacija $S(e^{i\omega})$ kontinualna periodična eksponencijalna funkcija učestanosti ω sa periodom

$2 \cdot \pi$ zavisna o relativnoj ili normalizovanoj frekvenciji $f = \frac{F}{F_s} \left[\frac{\text{ciklus}}{\text{uzorku}} = \text{Hz} \right]$. Transformacijom

iz vremenske u frekvencijsku domenu (pri čemu se obe domene posmatraju kao kontinualne), diskretizovani signal predstavlja sumu infinitezimalno malih eksponencijalnih funkcija $[S(i \cdot \omega) \cdot d\omega] \cdot e^{i\omega n}$ amplitude $S(i \cdot \omega) \cdot d\omega$. Za diskretizovani signal, Furijeova transformacija sadrži realni (parni) i imaginarni (neparni) deo funkcije opšteg zapisa:

$$S(i \cdot \omega) = R(\omega) + i \cdot I(\omega) = A_s(\omega) \cdot e^{i\beta_s(\omega)} \quad (4.25)$$

gde amplitude Furijeove transformacije predstavljaju modul:

$$A_s(\omega) = |S(\omega)| \quad (4.26)$$

a argument su faze definisane kao:

$$\beta_s(\omega) = \arg S(\omega) \quad (4.27)$$

Iz (4.23) je jasno da je DTFT $S(e^{i\omega})$ periodična po F sa periodom F_s jer je zadovoljen uslov da je $S(F) = S(F + F_s)$, što je posledica periodičnosti funkcije $e^{-i2\pi \frac{F}{F_s} n}$ po F . Ograničavanjem intervala (periode) diskretizacije kontinualnog signala na raspon frekvencija $F \in \langle 0, F_s \rangle$, rekonstrukcija diskretizovanog signala se izvodi pomoću izraza:

$$s(n \cdot T_s) = \int_0^{F_s} S(F) \cdot e^{i2\pi F n T_s} \cdot dF \quad (4.28)$$

Zaključuje se da maksimalna frekvencija harmonika diskretizovanog signala $s(n \cdot T_s)$ ne sme da bude veća od brzine uzorkovanja F_s . Šta više, na osnovu Hermitianove simetričnosti $S(F) = S^*(-F)$ i periodičnosti funkcije DTFT, uvodi se dodatno ograničenje na raspon brzine smplovanja, određen tzv. Nikvistovim uslovom pravilne diskretizacije kontinualnog realnog signala (bez pojave alias – preklapanja signala u rekonstrukciji originalnog signala), izražen kroz formu:

$$F_{\max} \leq \frac{F_s}{2} [\text{Hz}] \quad (4.29)$$

Na osnovu (4.26, 4.27, 4.28), sada može izvesti opšti izraz za trigonometrijski oblik diskretizovanog signala, uvođenjem identiteta $A_s(F) = |S(F)|$ i $\beta_s(F) = \arg S(F)$:

$$s(n \cdot T_s) = \int_0^{\frac{F_s}{2}} 2 \cdot A_s(F) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot F \cdot n \cdot T_s + \beta_s(F)) \cdot dF \quad (4.30)$$

gde se, na osnovu (4.29) izvodi prema Nikvistovom kriterijumu, ograničene periode semplovanja:

$$T_s \leq \frac{1}{2 \cdot F_{\max}} [s] \quad (4.31)$$

i osnovni (Nikvistov) interval $F \in \left\langle -\frac{F_s}{2}, \frac{F_s}{2} \right\rangle$, naveden u izrazu (4.24). To znači da su delovi

semplovanog (brzinom F_s) frekvencijskog sadržaja signala $\hat{S}(F)$ koji leži u Nikvistovom intervalu

$\left\langle -\frac{F_s}{2} \leq F \leq \frac{F_s}{2} \right\rangle$, identični originalnom frekvencijskom spektru signala $S(F)$ tj zadovoljena je

formula $S(F) = T_s \cdot \hat{S}(F)$. Ovaj zaključak polazi od Furijeove transformacije delova spektra

semplovanog signala $\hat{s}(t)$ po vremenu date izrazom $\hat{S}(F) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{s}(t) \cdot e^{-i2\pi F t} \cdot dt$ i primenom

numeričke aproksimacije $S(F) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot e^{-i2\pi F t} \cdot dt \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_s \cdot s(n \cdot T_s) \cdot e^{-i2\pi F \cdot n T_s}$ [24]. Dakle, prema

Nikvistovom kriterijumu, kontinualni vremenski analogni signal može biti pravilno rekonstruisan iz svojih odbiraka, samo pod uslovom da frekvencija (brzina) semplovanja F_s ovog signala bude bar dva puta veća od najveće frekvencije F_{\max} u spektru kontinualnog signala.

4.3. Diskretna Furijeova transformacija (DFT)

Diskretna Furijeova transformacija (na engleskom Discrete Fourier Transform (DFT)) je specifičan slučaj DTFT jer se primenjuje na konačnom broju uzoraka periodičnog diskretizovanog signala $s(n) \equiv s_n$ predstavljenog vrednostima svakog n -tog uzorka na konačnoj sekvenci:

$$s_n = s_0, s_1, \dots, s_{N-1}; n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4.32)$$

pri čemu je N konačan broj odbiraka ulazne sekvence. Posmatrana sekvenca predstavlja “uokvireni vremenski niz” definisan “prozorskom funkcijom” $w(n) = 1, n = 0, 1, 2, \dots, N-1$, gde je

trajanje tj. perioda tog prozorskog vremenskog niza $T_p = \frac{N}{F_s}$ data izrazom (4.20) za

diskretizovane $s(n \cdot T_s)$ periodične signale. Dakle, DFT se realizuje na konačnom nizu uzoraka u okviru prozorske sekvence. Izvan omeđenog prozora, sekvenca $s_n(n) \rightarrow 0$ iščezava. Kako su izrazom (4.32) predstavljene vrednosti N diskretizovanih uzoraka prozorskog diskretizovanog vremenskog signala tokom perioda $T_p = N \cdot T_s$, analogno tome se izrazom:

$$S_k = S_0, S_1, \dots, S_{N-1}; k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4.33)$$

moгу predstaviti vrednosti Furijeovih koeficijenata u k -tim tačkama konačne diskretizovane frekvencijske sekvence $S_k(\omega)$ istog broja uzoraka N čije je trajanje jednako dužini intervala (perioda) $\omega_p = 2 \cdot \pi \cdot F_s = \frac{2 \cdot \pi}{T_s}$. To znači da DFT predstavlja Furijeovu transformaciju

periodičnih diskretizovanih signala na konačnoj sekvenci odbiraka. Vezu između izraza (4.32) i (4.33) definiše DFT koja je data formulom:

$$S_k = \sum_{n=0}^{N-1} s_n \cdot W_N^{n \cdot k}, k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \equiv DFT\{s_n\} \quad (4.34)$$

dok inverznu diskretnu Furijeovu transformaciju (na engleskom Inverse Discrete Fourier Transform (IDFT)) određuje izraz:

$$s_n = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} S_k \cdot W_N^{-n \cdot k}, n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \equiv DFT^{-1}\{S_k\} \quad (4.35)$$

gde je sa:

$$W_N = e^{-\frac{i \cdot 2 \cdot \pi}{N}} \quad (4.36)$$

označen jedinstveni N -ti vektor određen eksponencijalnom funkcijom. Primenom DFT diskretizuju se periodične vremenske s_n i frekvencijske S_k funkcije signala, na sekvencama jednakog broja N uzoraka, na ukupno $n \cdot T_s$ i $k \cdot \Delta\omega$ tačaka vremenske i frekvencijsku domenu respektivno.

Proizvoljni realni signal opisan izrazom (4.15) može biti prikazan u formi diskretnog signala, primenom DFT na konačnom intervalu kao:

$$s(n) = \frac{T_s}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\frac{\pi}{T_s}}^{\frac{\pi}{T_s}} S(\Omega) \cdot e^{i \cdot \Omega \cdot n \cdot T_s} \cdot d\Omega \quad (4.37)$$

gde se uočava da su infinitezimalne vrednosti diskretne funkcije $s(n)$ određene sumom sinusoidalnih komponenti $e^{i \cdot \Omega \cdot n \cdot T_s}$, s tim što se Furijeovi koeficijenti $S(\Omega)$, u ovom slučaju, proračunavaju po Ω određene izrazom (4.4) i predstavljaju amplitude tih komponenti.

Frekvencijski spektar (sadržaj) diskretnog signala $s(n)$ je određen Furijeovom transformacijom datom sa (4.23) čime se praktično vrši razlaganje tog signala na frekvencijske komponente. To znači da se vremenski diskretizovan signal transformiše u kontinualnu periodičnu funkciju $S(\omega)$ sa periodom ponavljanja $2 \cdot \pi$. DFT diskretizovanog signala $s(n \cdot T_s)$ se, primenom (4.34) i (4.36), vrši na konačnoj sekvenci dužine N generisanjem niza periodičnih odbiraka, primenom izraza za izračunavanje DFT datog kao:

$$S_k = \sum_{n=0}^{N-1} s_n \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{k}{N}}, k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.38)$$

S obzirom da je ukupni period ω_p DFT tj. funkcije S_k jednak multiplikaciji diskretne učestanosti $\Delta\omega$ sa N na frekvencijskom području, očigledno je da se izračunavanje svakog od k odbiraka S_k (u k -toj tački) na osnovnom Nikvistovom opsegu $\langle 0, 2 \cdot \pi \rangle$, izvodi semplovanjem DTFT signala $s(n \cdot T_s)$ u N diskretnih frekvencija pomeranjem na frekvencijskoj ω osi k koraka veličine:

$$\Delta\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot F_s}{N} \Rightarrow \omega_k = \Delta\omega \cdot k = \frac{2 \cdot \pi}{N \cdot T_s} \cdot k \left[\frac{\text{radian}}{\text{uzorku}} \right] \quad (4.39)$$

gde su ω_k učestanosti DFT [24]. Rekonstrukcija sekvence diskretnog signala se, prema (4.35) i (4.38), može opisati u formi:

$$s_n = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} S_k \cdot e^{i2\pi n \frac{k}{N}}, n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.40)$$

i ona predstavlja IDFT. k -ta frekvencija DFT u diskretnom domenu funkcije S_k dužine N se, na osnovu (4.39), može izvesti kao:

$$\omega_k = 2 \cdot \pi \cdot f_k = \frac{2 \cdot \pi \cdot F_s}{N} \cdot k \left[\frac{\text{rad}}{\text{uzorku}} \right] \Rightarrow f_k = \frac{k \cdot F_s}{N} \left[\text{Hz} \equiv \frac{\text{ciklus}}{\text{uzorku}} \right] \quad (4.41)$$

gde je $f_k = \frac{F_k}{F_s}$ k -ta relativna frekvencija.

To znači da, ako je sa (4.20) definisan period T_p ponavljanja sekvence dužine N unutar periodičnog diskretnog signala $s(n)$ na vremenskoj osi, onda je ekvivalentni interval ponavljanja, za istu dužinu sekvence, diskretnog spektra signala na frekvencijskoj osi (period funkcije $S(\omega)$) određen izrazom [25]:

$$\omega_p = N \cdot \Delta\omega = 2 \cdot \pi \cdot F_s = \frac{2 \cdot \pi}{T_s} \quad (4.42)$$

Na osnovu (4.41) odnos:

$$\Delta F = \frac{F_s}{N} = \frac{1}{T_p} \quad (4.43)$$

predstavlja frekvencijsku rezoluciju DFT [26]. Iz (4.38) se zaključuje da je S_0 kod $k=0$ i ova vrednost predstavlja jednosmernu DC komponentu diskretnog signala s_n tj. njegovu srednju vrednost. Izvedeni izrazi za DFT i IDFT su primenjivi na kauzalne sekvence konačne dužine i izračunavaju se u osnovnom opsegu učestanosti:

$$0 \leq \omega \leq 2 \cdot \pi \quad (4.44)$$

Diskretne frekvencije ω_k na kojima se izračunava DFT ne moraju da budu uvek identične sa digitalnim frekvencijama ω spektra diskretizovanog signala datog izrazom:

$$s(n) = e^{i2\pi \frac{k}{N} n} = e^{i2\pi \frac{F}{F_s} n} \quad (4.45)$$

Primenom DFT na signal $s(n)$, proizvoljne frekvencije F , uočava se pojava “rasipanja” energije po komponentama DFT usled transformacionih procesa iz vremenske u frekvencijsku domenu. Ovo je posledica pojave bočnih lepeza amplitudne karakteristike frekvencijskog odziva DFT čije visine amplitude nisu zanemarive u odnosu na nivo amplitude glavnog luka. Takva pojava se naziva “curenje spektra” i ona narušava kvalitet analize spektra signala jer se pojavljuju spektralne komponente DFT koje ne postoje u sekvenci originalnog ulaznog signala $s(n \cdot T_s)$ na koju se primenjuje DFT. Ova pojava je posledica nepodudarnosti proračunatih frekvencija primenom DFT sa stvarnim frekvencijama odgovarajućih ulaznih spektralnih komponenti. Amplituda spektralne komponente ulaznog signala slabi jer se njena energija rasipa na više susednih DFT odbiraka. Amplitudna karakteristika k -tog elementa DFT ima maksimalnu vrednost u okolini glavnog luka (lepeze) na k -toj relativnoj frekvenciji signala f_k određenoj sa (4.41). Smanjenje efekta curenja se postiže povećanjem frekvencijske selektivnosti primenjene DFT na način kvalitetnijeg prepoznavanja komponenti ulaznog spektra podešavanjem broja odbiraka (tačaka) za izračunavanje DFT i modifikacijom ulazne sekvence dužine N koja podleže DFT implementacijom prozorskih funkcija [26].

Iz (4.34) i (4.38) se može uočiti da je direktan proračun odbiraka DFT složen jer zahteva mnogo operacija (što duže traje), pa samim tim i zahteva moćniju hardversku strukturu računara (bržu centralnu procesorsku jedinicu, veći kapacitet memorije). Kako bi digitalna obrada signala imala smisao za rad u realnom vremenu, gde se zahteva određeni nivo efikasnosti rada tog sistema, potrebno je, za proračune odbiraka DFT, primeniti efikasnije procedure. Jedan od najčešće korištenih algoritama je brza Furijeova transformacija.

4.4. Brza Furijeova transformacija (FFT)

Iz izraza (4.36) zapaža se da faktor W_N zavisi od dužine ulazne sekvence koja ima N odbiraka. Za direktan proračun odbiraka DFT, primenom (4.38), potrebno je N^2 aritmetičkih operacija što zahteva dugo mašinsko izračunavanje i veliki memorijski prostor računara. FFT polazi od razlaganja ulazne sekvence s_n u vremenskom domenu sa N odbiraka na dve parcijalne sekvence koje sadrže dva skupa odbiraka ulazne sekvence signala, sa parnim s_{np} i neparnim indeksima s_{mn} koje se množe sa k koeficijentima faktora W_N . Dakle, primenjena je dekompozicija ulaznog signala. To znači da se indeks $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ deli na dva intervala i to:

$$S_k = \sum_{l=0}^{\frac{N-1}{2}} s_{np}(l) \cdot W_N^{\frac{k \cdot l}{2}} + W_N^k \cdot \sum_{l=0}^{\frac{N-1}{2}} s_{mn}(l) \cdot W_N^{\frac{k \cdot l}{2}}, k = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (4.46)$$

gde se uočava dužina obe DFT sekvence od po $\frac{N}{2}$ članova na intervalu $0 \leq k \leq \frac{N}{2} - 1$ pri čemu se sume obe sekvence s_{np}, s_{mn} predstavljaju kao DFT sekvence:

$$S_k = S_{npk} + W_N^k * S_{mnk} \quad (4.47)$$

dok se za vrednosti indeksa k na drugom intervalu $\frac{N}{2} \leq k \leq N-1$, sume DFT sekvenci izračunavaju kao:

$$S_{(k+\frac{N}{2})} = S_{np(k+\frac{N}{2})} + W_N^{k+\frac{N}{2}} \cdot S_{m(k+\frac{N}{2})} \quad (4.48)$$

Kako su funkcije S_{npk}, S_{mk} periodične sa periodom $\frac{N}{2}$ i kako su koeficijenti simetrični pa vredi

$W_N^k = -W_N^{k+\frac{N}{2}}$, iz (1.48) sledi:

$$S_{(k+\frac{N}{2})} = S_{npk} - W_N^k \cdot S_{mk}, k = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (4.49)$$

Uočava se, na osnovu (4.47) i (4.49), da se DFT odbirci $S_k, S_{(k+\frac{N}{2})}$ razlikuju po predznaku drugog sabirka (koji je suprotan od prvog). Eksponencijalni faktor W_N^k se naziva rotacioni jer menja argument kompleksnog broja S_{mk} .

Dakle, ako je $N = 2^p$, gde je stepen $p \in \mathbb{Z}$, prema algoritmu FFT je moguće takvu ulaznu sekvencu podeliti prvo na dva podskupa prema (4.46), a potom tako dobijene dve povorke (prema parnosti indeksa k ulazne sekvence) se mogu ponovo podeliti na još po dva podskupa odbiraka čime se dobije ukupno četiri podskupa i sve dok se na kraju ne dobiju povorke sa samo jednim odbirkom za koji se onda izračunava DFT koja ne zahteva ni jednu operaciju. Potom se primenom (4.47) i (4.49) izračunavaju odbirci iz podskupova sa dva, četiri, osam itd. odbiraka (dekompozicija ulaza se može ponoviti p puta), sve dok se ne izračunaju odbirci DFT od cele početne povorke s_n [27]. Na ovaj način je primenjen algoritam FFT sa preuređenjem (desetkovanjem) ulazne sekvence diskretnog signala po vremenu (DIT algoritam). Za implementaciju ovog algoritma potrošeno je, na operacije izračunavanja odbiraka DFT, ukupno $N \cdot \log_2 N$, što predstavlja ogromnu uštedu računarskog vremena, jer je za direktni proračun DFT primenom (4.38) bilo potrebno obaviti N^2 operacija.

Drugi način „racionalnije“ potrošnje računarskog vremena potrebnog za proračun odbiraka DFT implementira algoritam FFT $N = 2^p$ sa destekovanjem po frekvenciji. U primeni ove procedure, vrši se dekompozicija izlazne sekvence u frekvencijskoj domeni (DIF algoritam). Ulazna sekvenca je $N = 2^p, p \in \mathbb{Z}$, a podeljena je na dva podskupa odbiraka (prema parnosti indeksa DFT odbirka) koji imaju isti broj elemenata $\frac{N}{2}$. Ako se parni $2 \cdot k$ izlazni DFT odbirci pridruže prvom skupu DFT odbiraka, tada vredi za taj skup:

$$S_{2k} = \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} s_n(l) \cdot W_N^{2 \cdot k \cdot l} + \sum_{l=\frac{N}{2}}^{N-1} s_n(l) \cdot W_N^{2 \cdot k \cdot l}, k = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (4.50)$$

pa zbog periodičnosti eksponencijalne funkcije W_N^l i zbog jednakosti $W_N^2 = W_{\frac{N}{2}}$ izvodi se:

$$S_{2,k} = \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} \left[s_n(l) + s_n\left(l + \frac{N}{2}\right) \right] \cdot W_{\frac{N}{2}}^{k \cdot l}, k = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (4.51)$$

Izlazni neparni $(2 \cdot k + 1)$ DFT odbirci, po istom principu, se izračunavaju:

$$S_{2,k+1} = \sum_{l=0}^{N-1} s_n(l) \cdot W_N^{(2k+1)l} = \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} \left[s_n(l) - s_n\left(l + \frac{N}{2}\right) \right] \cdot W_N^l \cdot W_{\frac{N}{2}}^{k \cdot l}, k = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (4.52)$$

Parne DFT sekvence (4.51) imaju $\frac{N}{2}$ članova ulazne sekvence s_n , a ti članovi se izračunavaju kao suma članova prve i druge polovine polazne sekvence s_n , pa stoga vredi, na osnovu (4.51):

$$S_{2,k} = \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} [s_{np}(l)] \cdot W_{\frac{N}{2}}^{k \cdot l}, s_{np}(l) = s_n(l) + s_n\left(l + \frac{N}{2}\right), l = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (4.53)$$

Izlazna neparna DFT sekvenca odbiraka (4.52) takođe ima ukupno $\frac{N}{2}$ članova koji se izračunavaju oduzimanjem elemenata iz druge polovine ulazne sekvence od članova prve polovine i potom množenjem te razlike sa faktorom W_N^l , pa stoga vredi, na osnovu (4.52):

$$S_{2,k+1} = \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} [s_{mp}(l)] \cdot W_{\frac{N}{2}}^{k \cdot l}, s_{mp}(l) = \left[s_n(l) - s_n\left(l + \frac{N}{2}\right) \right] \cdot W_N^l, l = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (4.54)$$

Dakle, izrazi (4.53) i (4.54) predstavljaju parne i neparne DFT odbirke repsektivno sa po $\frac{N}{2}$ elemenata u svakoj od sekvenci od ukupno N članova ulazne sekvence. Kao i kod DIT FFT algoritma, i kod DIF FFT algoritma se potom ponovo vrši podela dva podskupa na četiri i sve do podele na p podskupova, pri čemu zadnje deljenje dovodi do podskupova sa po jednim odbirkom. Preuređenjem izlazne sekvence po frekvencijama DFT odbiraka, broj implementiranih operacija je srazmeran $N \cdot \log_2 N$ pri čemu se i ovde uočava ogromna ušteda u vremenu proračuna DFT odbiraka, u odnosu na izračunavanja primenom direktne definicije DFT (4.38) koja je zahtevala N^2 operacija.

Odbirci DFT se mogu izračunati primenom FFT algoritama na sekvence ulaznih signala različitih dužina $N \neq 2^p$. Tako se ulazna sekvenca može deliti (dekomponovati) na četiri podskupa ako je $N = 4^p$, na osam podskupova za $N = 8^p$ i sl. kako bi se ostvario racionalniji utrošak vremena za proračune, što znači da se FFT algoritam može primeniti na ulazne sekvence proizvoljne dužine $N = R^p, R = 2, 4, 8$. Uopšteno se dekompozicija početne sekvence može realizovati ako je njena dužina $N = N_1 \cdot N_2$ proizvod bar dva faktora, gde se proračun DFT odbiraka realizuje preslikavanjem indeksa jednodimenzionalne ulazne sekvence u

dvodimenzionalnu sekvencu u formi matrica, gde elementi n_1, n_2 predstavljaju redni broj kolone i redni broj vrste matrice respektivno. Pored navedenih, postoji i niz drugih formi FFT algoritama kojima se postiže znatna ušteda u vremenu potrebnom za izvođenje operacija (sabiranja, množenja, trigonometrijskih proračuna, memorijskih instrukcija) u realizaciji DFT.

4.5. Kratkotrajna Furijeova transformacija (STFT)

Frekvencijski spektar signala sa frekvencijskim sadržajem komponenti tog signala predstavljaju rezultat Furijeove transformacije. Furijeovi koeficijenti $S_k(\omega)$ se izračunavaju na konačnoj sekvenci diskretnog periodičnog signala. Međutim, realni signali najčešće nisu periodični i sadrže prelazne procese sa nekarakterističnim oblicima signala (najčešće veoma kratkog trajanja u vremenu) koji su posledica iznenadnih događaja (pobuda) koji deluju na sistem u kojem se registruju i mere signali. Kako su Furijeovi koeficijenti izračunati za kompletan signal (diskretizovan na konačni niz odbiraka), pomoću njih nije moguće brzo registrovati kratkotrajnu promenu u signalu (izazvanu pobudom), jer frekvencijski Furijeov spektar ne može da lokalizuje nastalu iznenadnu i najčešće veoma brzu promenu signala u vremenu [28]. Poznavanje samo frekvencijskog sadržaja signala (iz vrednosti Furijeovih koeficijenata), predstavlja nedostatak Furijeove transformacije kod analize signala u vremenu.

Osim toga, Furijeova transformacija ne omogućava simultano određenje signala u vremenskoj i frekvencijskoj domeni. Takođe, za analizu nestacionarnih signala (kao što su EEG signali) Furijeova transformacija je manje pogodna zbog izražene varijantnosti (promenljivosti) takvih signala u vremenu. Kako je već rečeno, za kompletnu analizu signala, potrebno je realizovati proračune uzimanjem u obzir velikog broja Furijeovih frekvencijskih komponenti, čime se taj proces analize usložnjava, čineći ga manje efikasnim za uočavanje oštih prelaznih formi kao i diskontinuiteta (prekida) signala. Bitna karakteristika Furijeove transformacije je njena preciznost u lokalizaciji frekvencijskih komponenti signala. Istovremeno se pokazalo da, za uočavanje pozicije komponenti signala, ova transformacija nije uspešna u vremenskom domenu jer pokazuje lošu rezoluciju u analizi tranzicija spektra složenih nestacionarnih signala kao što je npr. EEG moždane aktivnosti. Dakle, primenom Furijeove transformacije u analizi nestacionarnih vremenski varijantnih signala veoma dobro se uočava postojanje svih frekvencijskih komponenti (sadržaja) spektra signala, ali se teško može pecizirati njihova tačna lokacija (pozicija) na vremenskoj osi.

U cilju prevazilaženja uočenih nedostataka, nametnula se potreba vremensko-frekvencijskog analiziranja signala. Kratkotrajnom Furijeovom transformacijom (na engleskom Short Time Fourier Transform (STFT)) se pregled sadržaja (mapiranje) signala vrši dvodimenzionalnom funkcijom po vremenu i frekvenciji. Pretraživanje kompletnog frekvencijskog sadržaja merenog signala se realizuje “klizanjem”, uniformno po vremenskoj osi, malog lokalnog prozora, s ciljem prepoznavanja informacije u celom području vremena i frekvencije. Zbog toga se STFT naziva prozorska Furijeova transformacija.

Primenom DFT preko dugačke prozorske sekvence signala, za posledicu ima loše uočavanje tranzicionih spektralnih sadržaja. Da bi se izbegli ovakvi nedostaci potrebno je primeniti

proračun DFT preko kraćih vremenskih perioda. STFT se bazira na segmentiranju originalnog signala na uzane ograničene intervale vremena u kojima se taj signal može smatrati stacionarnim i potom se na svaki segment primenjuje Furijeova transformacija. Ovako zamišljena transformacija se naziva kratkotrajna i predstavlja vremensko-frekvencijski kompromis.

Uobičajeni koraci u analizi signala primenom STFT su: odabir prozor funkcije konačne dužine, definisanje širine pojasa prozora analize signala (širokopojasni ili uskopojasni), definisanje procentualnog iznosa preklapanja između svakog narednog prozora analize signala, lociranje prozora na početku vremenske ose u $t = 0s$, “usecanje“ signala u odabranom prozoru, proračun Furijeovih koeficijenata primenom FFT u svakom prozorski omeđenom isečku posmatranog signala generisanjem prozorskih segmenata (sekvenci) multipliciranjem prozorske funkcije sa funkcijom signala, pomeranje prozora udesno na vremenskoj osi sve do kraja signala. Prozorska funkcija se sužava na krajevima analiziranog segmenta signala izbegavajući neprirodne diskontinuitete (prekide) na krajevima analiziranog segmenta, čime se utiče na proračun spektralne estimacije prilikom lokalizacije signala u vremenu. Prozor funkcija mora predstavljati kompromis između širine glavne lepeze i bočnih lepeza spektra signala. Pravilnim odabirom prozor funkcije se želi postići slabljenje (atenuacija) nivoa bočnih lepeza i isticanje nivoa glavne lepeze amplitudne karakteristike analiziranog signala. Najčešće korištene prozorske funkcije su pravougaona, Gausova i prozor funkcija na bazi “podignutog kosinusa” od kojih su najpoznatije Hanova, Hemingova i Blekmanova funkcija.

Ako je signal predstavljen vremenskim nizom $s(n)$, STFT na diskretnim odbircima n je data izrazom:

$$S(m, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n) \cdot w(n-m) \cdot e^{-i\omega n} \equiv STFT\{s(n)\} \quad (4.55)$$

gde je sekvenca $s_m(n) = s(n) \cdot w(n-m)$ kratkotrajna deonica signala $s(n)$ na diskretnom trenutku n . Pretpostavlja se da je prozorska funkcija $w(n)$ nenulta samo u intervalu $\langle 0, N_w - 1 \rangle$, gde je N_w konačan broj odbiraka vremenskog niza. Analogno DTFT i DFT, diskretna STFT se može uopšteno iskazati formulom:

$$S(m, k) = S(m, \omega) \Big|_{\omega = \frac{2\pi}{N}k} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n) \cdot w(n-m) \cdot e^{-i\frac{2\pi}{N}k \cdot n} \quad (4.56)$$

Diskretna STFT se realizuje semplovanjem STFT, date sa (4.55), na jediničnom krugu pri čemu je N faktor semplovanja frekvencija odnosno ekvidistantni konačni broj odbiraka (članova) koji određuju dužinu (period) sekvence signala, a $\frac{2 \cdot \pi}{N}$ je inkrement diskretne učestanosti (interval ili razmak između svake od N tačaka u kojima se sempluje frekvencija) prilikom diskretizacije spektra u frekvencijskoj domeni. Kako diskretna STFT ima iste osobine kao i normalna Furijeova transformacija, ulazna sekvenca signala $s(n)$ se može rekonstruisati primenom inverzne Furijeove transformacije, date sa (4.24), kao:

$$s(n) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot w(0)} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} S(m, \omega) \cdot e^{i\omega n} \cdot d\omega \equiv STFT^{-1}\{S(m, \omega)\} \quad (4.57)$$

Inverzna STFT je izvedena evaluacijom sekvence $s_m(n) = s(n) \cdot w(n-m)$ na $n=m$ gde se dobija da je sekvenca $s_n(n) = s(n) \cdot w(0)$ uz uslov da je $w(0) \neq 0$. Ovo predstavlja realizaciju jednačine sinteze STFT.

Grafički 2D prikaz amplitude diskretne STFT se naziva spektrogram koji je uobičajeno u logaritamskoj razmeri $S(m, k) = \log|S(m, k)|^2$. Njime se prikazuje energetska sadržaj signala u frekvenciji na različitim vremenskim pozicijama signala. Ako je prozorska funkcija $w(n)$ široka (sa dužim vremenskim nizom), tada je spektrogram uskog opsega i prikazuje strukturu harmonika spektra signala u vidu horizontalnih pruga. U tom slučaju se uočava dobra frekvencijska a loša vremenska rezolucija spektra. Ovako selektovan prozor je primenjiv u analizi harmonika sinusoidalnih komponenti. Ako je prozorska funkcija $w(n)$ uska tj. kraćeg vremenskog niza, spektrogram je širokog opsega, pri čemu se prikazuje periodična vremenska struktura signala u formi vertikalnih pruga. Tada se primenom STFT dobija dobra vremenska a loša frekvencijska rezolucija signala. Ovako odabran prozor omogućava uočavanje brze promene komponente signala u vremenu (kao npr. kod govornih signala).

Prema Hajzenbergovom principu neodređenosti treba da je zadovoljen uslov da je:

$$\Delta t \cdot \Delta F \geq \frac{1}{4 \cdot \pi} \quad (4.58)$$

gde je Δt vremenska, a ΔF frekvencijska rezolucija. Vremenska rezolucija signala pokazuje koliko dobro se mogu uočiti dve kratkotrajne vremenske promene (pikovi) signala u transformacionom domenu. Frekvencijska rezolucija razdvaja dve spektralne komponente signala. Dakle, dilemu kod primene diskretne STFT predstavlja selekcija veličine prozora na način da se postigne adekvatan kompromis između vremenske i frekvencijske rezolucije.

Diskretna STFT se može tretirati kao operacija filtriranja pri čemu prozorska funkcija ima ulogu filtera impulsnog odgovora. Osim toga, diskretna STFT može da se interpretira kao izlaz iz banke filtera pri čemu svaki filter u banci deluje kao pojasni filter centriran u okolini selektovane frekvencije. To znači da se primenom diskretne STFT sakupljaju sekvence koje odgovaraju frekvencijskim komponentama originalnog signala $s(n)$ i koje upadaju u određeni frekvencijski pojas.

Primenom inverzne Furijeove transformacije STFT, date sa (4.57), dobijaju se vrednosti za svaku vrednost n , ali primenom velikog broja operacija tokom proračuna. U cilju smanjenja složenosti i vremena proračuna, STFT se ne proračunava na svakom vremenskom uzorku n nego desetkovanjem uzoraka. Redundancija diskretne STFT se uobičajeno realizuje na destekovanim grupama uzoraka na vremenskoj osi, pri čemu je širina tako odabranih širina pojasa uzoraka celobrojni multipl broja odbiraka L na vremenskoj osi tj. $n = L, 2 \cdot L, 3 \cdot L, \dots$ U tom slučaju, postojanje inverzne STFT je uslovljeno sa $L \leq N_w$ jer su tada uključeni svi uzorci od $s(n)$. U tom

slučaju je zadovoljen uslov invertibilnosti diskretne STFT i postojanje jedinstveno definisanih vrednosti $S(k \cdot L, \omega)$. Isto kao u vremenskom domenu, uslov za postojanjem inverzne diskretne STFT u frekvencijskoj domeni je da bude zadovoljen uslov da je širina prozora $B \geq \frac{2 \cdot \pi}{N}$. Samo u tim slučajevima će sve frekvencijske komponente $s(n)$ proći kroz pojasni propust banke filtera STFT i biće izbegnuta situacija da proizvoljne frekvencijske komponente generišu iste diskretne STFT. Dakle, inverzna diskretna STFT može da egzistira u zavisnosti o rezoluciji frekvencijskog semplovanja $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{N}, 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{N}, 3 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{N}, \dots$

STFT danas nalazi primenu u dijagnostikovanju arteroskleroze, optičkoj metrologiji, elektrogastrografiji trbušnih mišića kao i u registrovanju frekvencijskih promena u električnim uređajima [29].

4.6. Vejvlet transformacija (WT)

Vejvlet je mali talasni oblik nulte srednje vrednosti ograničenog trajanja brzo prigušenih oscilacija. Vejvlet funkcija $\Psi_{a,t'}(t)$ predstavlja familiju transliranih "majka" funkcija $\Psi(t)$ skaliranih frekvencijskim a i vremenskim t' parametrima prema formuli:

$$\Psi_{a,t'}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \cdot \Psi\left(\frac{t-t'}{a}\right) \quad (4.59)$$

uz zadovoljene uslove:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(t) \cdot dt = 0 \quad (4.60)$$

i

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(t)|^2 \cdot dt < \infty \quad (4.61)$$

U odnosu na periodične sinusoidalne talasne forme koje su beskonačnog trajanja, vejvlet talasni oblici su iregularni i asimetrični. Analiza sinusoida je bazirana na Furijeovoj transformaciji dok se procesiranje vejvlet talasa zasniva na vejvlet transformaciji.

Vejvlet transformacija predstavlja nastavak STFT sa bitnim unapređenjima prilagođenim za kvalitetniju analizu kratkotrajnih promena (pikova) realnog nestacionarnog stohastičkog signala (kao što je npr. elektroencefalografski signal moždane aktivnosti čoveka). Za razliku od STFT kod koje je prozor funkcija tokom kompletne kontrole spektra signala nepromenljiva sa fiksnom vremensko-frekvencijskom rezolucijom, vejvlet transformacija „prilagođava“ prozor funkcije vremensko-frekvencijskim karakteristikama realnog signala. Tako se visokofrekventne komponente realnog signala analiziraju kroz kratke prozorske funkcije „oštrije“ vremenske rezolucije, u odnosu na šire prozore analize niskofrekventne komponente. Na taj način se implementira tzv. „multirezoluciona“ analiza signala [30].

Ovako formulisanim pristupom se pokušava prevazići problem ograničenja rezolucija u analizi signala primenom STFT. Naime, principom multirezolucije Δt (vremenska) i ΔF (frekvencijska) rezolucija nisu fiksirane u vremensko – frekvencijskoj ravni, pa se tada analiza svodi na analizu banke filtera. Vremenska rezolucija raste proporcionalno centralnoj frekvenciji filtera, a frekvencija je linearno zavisna od frekvencije signala F tj. $\Delta f = c \cdot F$, gde je $c = const$ uz istovremeno zadovoljenje Hajzenbergove nejednakosti (4.58). Banka filtera je sačinjena od filtera pojasnog propusta konstantne relativne širine pojasa „ Q konstantna analiza“ pri čemu se obe rezolucije menjaju sa centralnom frekvencijom prozora analize tako da Δt postaje proizvoljno dobra na analizi visokofrekventnih signala, a ΔF na niskofrekventnim komponentama signala. Ako je realni signal sačinjen od kratkotrajnih visokofrekventnih komponenti i dugačkih niskofrekventnih komponenti (takve karakteristike imaju EEG i drugi biomedicinski signali), tada primena vejtlet analize dolazi do izražaja, jer se onda povećanjem Δt uočavaju kratkotrajni brzopromenjivi oscilatorni pikovi EEG signala.

Vejvlet transformacija vrši dekompoziciju skupa osnovnih (bazičnih) – vejtlet funkcija čiji modeli se „rastežu“, „sabijaju“ i pomeraju duž vremenske ose što predstavlja vremensko skaliranje modela. Vejtlet modeli su zamišljeni kao filteri pojasnog propusta, a vremensko skaliranje vejtlet transformacije predstavlja alternativu vremensko - frekvencijskom mapiranju dela signala primenom STFT. Ako se posmatra kontinualni realni signal $s(t)$ čiji je ograničeni stacionarni deo predstavljen prozor funkcijom $w(t)$ centriranom u trenutku $t = t'$, STFT može biti predstavljena kao:

$$STFT(t', F) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot w(t - t') \cdot e^{-i2\pi F t} \cdot dt \quad (4.62)$$

Kontinualna vejtlet transformacija $WTS(t', a)$ analizira signal $s(t)$ primenom specijalne „majka“ funkcije $\Psi(t)$ pomoću izraza [30]:

$$WTS(t', a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot \Psi\left(\frac{t - t'}{a}\right) \cdot e^{-i2\pi F t} \cdot dt, \forall a, b \in \mathbb{R}; a \neq 0 \quad (4.63)$$

ili

$$WTS(t', a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} s(a \cdot t) \cdot \Psi\left(t - \frac{t'}{a}\right) \cdot e^{-i2\pi F t} \cdot dt \quad (4.64)$$

Uočava se vremensko pomeranje majka talasa $\Psi(t)$ u selektovanom delu signala koji se rasteže ili sužava pomoću frekvencijskog parametra a i vremenskog parametra t' . Skaliranje po frekvenciji daje informaciju o frekvenciji oscilacija i dužini vejtlet talasa $\Psi_{a,t}(t)$, dok vremenski parameter t' reguliše translatorno pomeranje i poziciju (lokalizaciju) vejtlet talasa u analiziranom delu izvornog signala. Za male vrednosti a , vejtlet je uska funkcija originalne funkcije koja odgovara višim frekvencijama signala. Niskofrekventne komponente obuhvataju široke vejtlet funkcije skalirane velikom vrednošću parametra a . To znači da su funkcije

$WTS(t', a)$ projekcije signala na vejevlet koji je pomeren za t' i skaliran za vrednost parametra a koji meri stepen kompresije signala [31]. Faktorom $\frac{1}{\sqrt{a}}$ se normalizuje energija signala na način da se spreči pojava komponente sa abnormalnim delom energije. Vejevlet transformacija vrši vremensko - skaliranu dekompoziciju signala, pri čemu se definisanjem vrednosti parametara određuje razmera ekvivalentna frekvencijskoj lokalizaciji spektra signala.

Ako je $|a| < 1$, tada vejevlet $\Psi_{a,t}(t)$, dat sa (4.59), predstavlja kompresiju majka funkcije $\Psi(t)$ i odgovara visokim frekvencijama izvornog signala. Ako je $|a| > 1$, tada je vejevlet $\Psi_{a,t}(t)$ veće širine u vremenu naspram vremenskog opsega majka talasa $\Psi(t)$, pa vejevlet odgovara nižim frekvencijama. To znači da se širine u vremenu vejevleta “adaptiraju” u zavisnosti o frekvenciji signala i zbog toga su primenjivi u vremensko – frekvencijskoj analizi nestacionarnih signala.

Digitalna vejevlet transformacija implementira diskretne vrednosti skaliranih parametara a i parametara translacije t' . Ako se sa $m \in Z$ označi frekvencijska pozicija, sa $n \in Z$ vremenska lokalizacija, tada se, podešavanjem $a = a_0^m, b = n \cdot b_0 \cdot a_0^m$, može izvesti formula:

$$\Psi_{m,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{a_0^m}} \cdot \Psi\left(\frac{t}{a_0^m} - n \cdot b_0\right) \quad (4.65)$$

U opštem slučaju se uobičajeno uzima da je $a_0 = 2, b_0 = 1$ čime je omogućena multirezolucijska analiza signala. Dekompoziciju realnog npr. EEG signala može da čini forma aproksimacija skaliranih funkcija $\phi_m(t)$ koje se nazivaju “otac” funkcijama i detalji dobijeni primenom digitalnih vejevleta $\Psi_m(t)$. Skaliranim funkcijama $\phi_m(t)$ se opisuju filteri niskog propusta, a sa vejevlet funkcijama filteri visokog propusta. Dekompozicija se realizuje prolaskom realnog EEG signala kroz te filtere. Izlazi iz tih filtera se desetkuju sa 2 u cilju pribavljanja koeficijenata aproksimacije A_1 i koeficijenata detalja D_1 na prvom nivou 1. Potom se koeficijenti A_1 ponovo prebacuju u sledeći nivo radi dalje obrade i ponavljanja procedure. Konačno se dekompozicija izvornog signala obavlja na očekivanom nivou. Nivoi l dekompozicije signala su u direktnoj sprezi sa frekvencijom smplovanja izvornog signala F_s čime utiču na frekvencijski pojas

$\left\langle \frac{F_m}{2}, F_m \right\rangle$ skale detalja tokom diskretne vejevlet transformacije [23] prema formuli:

$$F_m = \frac{F_s}{2^{l+1}} \quad (4.66)$$

U poređenju sa Furijeovom transformacijom, bitno je uočiti da se vejevlet transformacije može primenjivati u analizi stacionarnih i nestacionarnih signala, dok je Furijeova transformacija manje uspešna u obradi nestacionarnih signala koji imaju značajne promene karakteristika u vremenu (nagla promena, tranzicija, drift, trend signala). Furijeova transformacija najviše nalazi primenu u analizi stacionarnih signala koji sadrže kombinacije sinusnih i kosinusnih (sinusoidalnih) komponenti. Vejevlet, u odnosu na Furijeovu transformaciju, ima dobru

lokalizaciju kako u vremenskoj tako i u frekvencijskoj domeni (Furijeova dobro razlaže i pozicionira samo frekvencijske komponente spektra signala). Iako se primenom STFT lokalizuju komponente signala u vremensko – frekvencijskoj domeni, ipak se bolja reprezentacija signala dobija primenom multirezolucione analize. Furijeova analiza se zasniva na jednoj funkciji $\Psi(t)$ dok vejtlet generiše familiju skaliranih dvoparametarskih funkcija $\Psi_{a,t}(t)$. Na taj način, primenom vejtlet transformacije se omogućava simultana vremensko – frekvencijska lokalizacija signala. Parametarskim podešavanjem veličine vejtlet talasa izoluju se promene od najsitnijih do veoma krupnih detalja originalnog signala, uz mogućnost veoma brzih proračuna primenom brze vejtlet transformacije koja zahteva malo vremena za dekompoziciju signala i generisanje vejtlet komponenti. Osim toga, vejtlet transformacija je pogodna za predstavljanje neperiodičnih funkcija kojima se bolje opisuju karakteristike realnih signala.

Vejtleti su, pored biomedicinskih signala, našli primenu u obradi seizmičkih signala, muzike i govora (digitalnoj kompresiji, peglanju i filtriranju), finansijama (analizi brzih promena cena), kompjuterskoj grafici i u mnogim drugim oblastima. Takođe, nalaze primenu u dekompoziciji signala sa slabim SNR faktorom ekstrakcijom korisnog signala iz šuma kompresijom signala bez značajnih distorzija.

5. STOHAŠTIČKO MERENJE EEG SIGNALA I UTICAJ VILBRAHAM-GIBBS-ovog FENOMENA

5.1. Stohastičko digitalno merenje signala na intervalu (SDMI)

Savremena merna instrumentacija se zasniva na digitalnim hardverskim komponentama i podržana je softverskim algoritmima za digitalnu obradu. Analogni ulazni signali se konvertuju primenom ADC-a u digitalni zapis. Zahteva se što veća rezolucija ADC-a koja doprinosi preciznijem merenju tj. vernoj reprodukciji originalnog signala nakon njegove diskretizacije i kvantizacije, uz istovremeno što veću brzinu semplovanja u procesu A/D konverzije. Kako su ovo dva oprečna zahteva, izazov je postizanje optimalnih rezultata merenja. Da bi se postigle visoke rezolucije Nikvistovih semplera, potreban je veći broj referentnih naponskih nivoa ADC-a koji se izračunava prema formuli:

$$D = 2^B - 1 \quad (5.1)$$

gde je sa B označen broj bita ADC-a. Razmak između uzastopnih referentnih kodiranih digitalizovanih nivoa je ekvivalentan naponu U_{LSB} , a izračunava se prema formuli:

$$q = \frac{R_A}{2^B - 1} [V] \quad (5.2)$$

i predstavlja korak kvantizacije, pri čemu je:

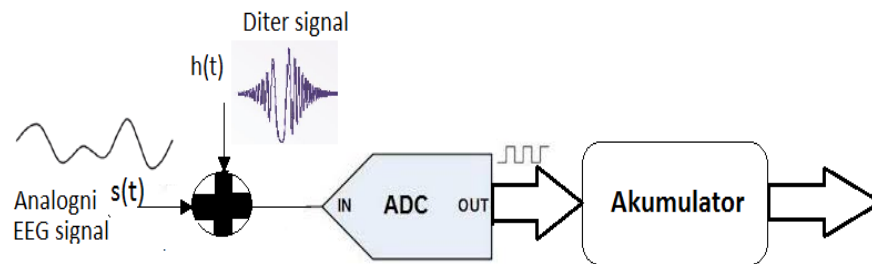
$$R_A = (U_{\max} - U_{\min}) [V] \quad (5.3)$$

dinamički opseg amplitude napona na ulazu u ADC [32]. Dizajniranje jednostavnog hardvera koji će veoma brzo izvršavati operacije prilikom preciznih merenja komponenti signala predstavlja cilj kojem se teži.

Jedna od predloženih metoda kojom se dobijaju pouzdani rezultati merenja se zasniva na dodavanju uniformnog slučajnog ditera ulaznom signalu u procesu A/D konverzije, s namerom rasprezanja greške merenja od ulaznog originalnog signala [33]. Osim toga, diterom se minimizira greška merenja izazvana malom rezolucijom ADC-a i pojavom spoljnih smetnji superponiranih originalnom merenom signalu.

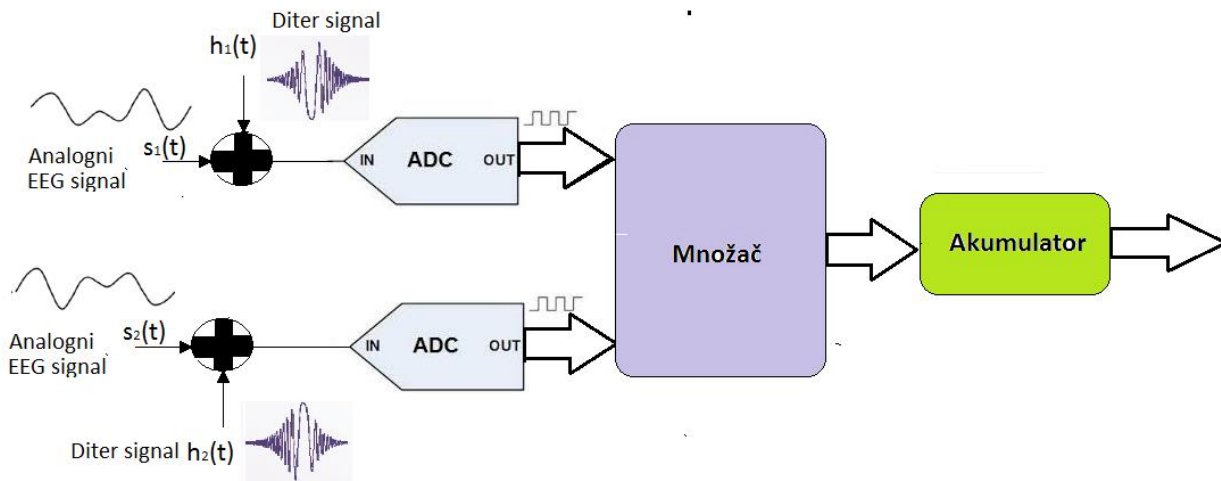
A/D konverzijom vremenski kontinualnog signala se omogućava digitalno merenje analognog signala u diskretnim tačkama, primenom metode semplovanja. Tokom semplovanja signala se generišu dve vrste sistemskih grešaka merenja koje se odnose na procese diskretizacije u vremenu i u vrednosti izmerenog signala u tački [34]. Ako je zadovoljena Nikvistova teorema, tada se greška u vremenu eliminiše, dok greška u vrednosti ostaje i dalje prisutna, pa je potrebno da se svede na prihvatljivi iznos. Merenjem signala u tački potrebno je iznaći optimalni kompromis kontradiktornih zahteva za većom brzinom i preciznošću ADC-a. Osim toga, merenjem u tački se, estimacija signala u prisustvu šuma, pokazuje boljom ako se koristi veća brzina semplovanja, pa je iz tog razloga neophodna primena brzih ADC-a, što prouzrokuje veću mernu nesigurnost. Poboljšanja kod merenja diskretnih vrednosti signala u tački se postižu primenom digitalne obrade signala. Tehnologija DSP-a se zasniva na aritmetici sa pokretnim zarezom visoko-bitnih formata pri čemu se eliminiše akumulacija greške tokom obrade signala. Takođe se teži dizajniranju brzih ADC-a visoke rezolucije.

Merenja na intervalu predstavljaju dopunu metodi merenja u tački. Merenje na intervalu se može realizovati primenom brzih fleš ADC-a male rezolucije, pri čemu frekvencije semplovanja dostižu brzinu i do 500MHz [34]. Merenje prosečne vrednosti ulaznog analognog jednosmernog ili sporopromenljivog signala $s(t)$, u osnovi, se zasniva na strukturi koja se prikazuje na Sl. 5.1. Diter $h(t)$ je nulte srednje vrednosti u opsegu jednog kvanta q fleš ADC-a. Standardna devijacija greške kvantizacije slabi sa porastom broja uzoraka. Merna nesigurnost usled A/D konverzije se smanjuje sa porastom mernog intervala i porastom frekvencije semplovanja. Ako je srednja vrednost signala u intervalu merenja, tada greška kvantizacije zadovoljava uslove određene teoremom semplovanja. Diterom se smanjuje uticaj greške kvantizacije tokom merenja originalnog signala.



Sl. 5.1. Blok šema merenja srednje vrednosti signala jednokanalnim instrumentom

Merenje integrala (tj. srednje vrednosti) proizvoda dva signala, omogućava dvokanalna merna struktura koja se prikazuje blok šemom na Sl. 5.2.



Sl. 5.2. Blok šema dvokanalnog mernog instrumenta

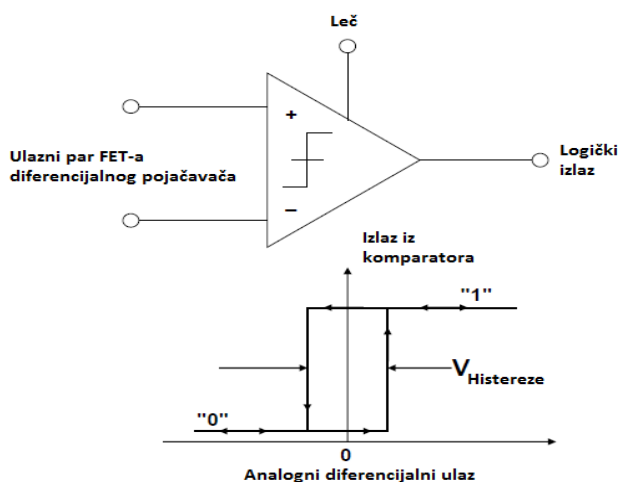
Ako su ulazni signali jednaki $s_1(t) = s_2(t)$, dvokanalna instrumentacija omogućava merenje srednje-kvadratne vrednosti signala. Ako diteri nisu korelisani, odnos vrednosti akumulatora i broja uzoraka daje srednje-kvadratnu vrednost ulaznog signala. Pokazuje se da za veliki broj

uzoraka, ovakva izvedba merne instrumentacije ima malu mernu nesigurnost, a ovakva struktura predstavlja stohastičko digitalno merenje na intervalu (SDMI).

Osnovna karakteristika uniformnog kvantizera tj. ADC-a, u klasičnim merenjima, je da je apsolutna greška u celom mernom opsegu ista [35]. Međutim, izmerene vrednosti u podintervalima sveobuhvatnog merenja nemaju isti “doprinos” u konačnom rezultatu merenja. Sa blok šema prikazanih na Sl. 5.1 i Sl. 5.2, uočava se da, stohastički digitalni merni instrumenti za merenje stacionarnih i prostoperiodičnih signala sadrže analogni sabirač i fleš ADC. Upotrebom fleš ADC-a niske rezolucije omogućava se dizajniranje mernih instrumenata velike preciznosti primenom metode digitalnog stohastičkog merenja, čak i kod nestacionarnih signala (kao što je EEG) kod kojih je SNR faktor izrazito mali (prisutan je visok nivo šuma) [36].

5.1.1. Fleš A/D konvertori

Osnovna komponenta fleš ADC-a je komparator, čija blok šema se prikazuje na Sl. 5.3 [37].



Sl. 5.3. Komparator jednobitnog fleš ADC-a

Komparator čini operacioni pojačavač sa diferencijalnim parom FET tranzistora (na engleskom Field Effect Transistor (FET)) na ulaznom stepenu. Izlaz komparatora meri koji od dva ulazna analogna signala ima veći potencijal i kao rezultat tog poređenja, na izlazu prikazuje adekvatan logički nivo. Operacioni pojačavači su podložni “odlasku” u zasićenje, zbog preopterećenja, nakon čega se sporo vraćaju u radni režim. Zbog toga, kao i usled pojave velikih razlika napona na ulaznom stepenu, izlazni naponski nivoi operacionog pojačavača retko kad odgovoraju standardnom logičkom nivou. Kako se pred ADC postavlja zahtev za dobrom rezolucijom, operacioni pojačavači moraju da imaju veliko pojačanje signala, što izaziva njihov nestabilan rad u vidu nekontrolisanih oscilacija kada je diferencijalni ulaz jednak nuli. Kako bi se ta pojava sprečila, komparatoru se dodaje pozitivna povratna sprega u vidu malog iznosa histereze V_H , čime se utiče na ukupnu prenosnu funkciju. Rezolucija komparatora ne može biti manja od naponskog nivoa histereze, pa zato visoke vrednosti V_H nisu korisne (uobičajeno one iznose 1-2mV).

Prvobitne verzije komparatora su se nazivale diskriminatorima i koristile su se u radio prijemnicima. Moderna konstrukciona rešenja komparatora koriste leč (elektronski prekidač) za proces semplovanja ulaznih signala u A/D konverziji. Prve izvedbe lečovanih komparatora su se bazirale na ECL logici (na engleskom Emitter Coupled Logic (ECL)) tj. logici zajedničkog emitera. Ulazni stepen pretpojačavača pobuđuje unakrsno spregnuti leč. Kada je leč omogućen, tada se propušta i zadržava trenutni napon na izlazu omogućavajući detekciju kratkih impulsa ulaznog signala koji će biti iskorišteni za narednu obradu. Ovo zadržavanje signala (reda nekoliko *ns*) ne doprinosu kašnjenju jer je leč pozicioniran direktno na ulaznom stepenu komparatora. Komparatori koji imaju ugrađen leč, manje su osetljivi na nestabilnosti prouzrokovane lokalnom povratnom spregom. Kako su komparatori sastavni deo integrisanih kola ADC-a, pred njih se postavlja niz zahteva u pogledu određenja rezolucije, brzine, oporavka nakon preopterećenja, disipacije snage, naponskog ofseta, struje polarizacije itd.

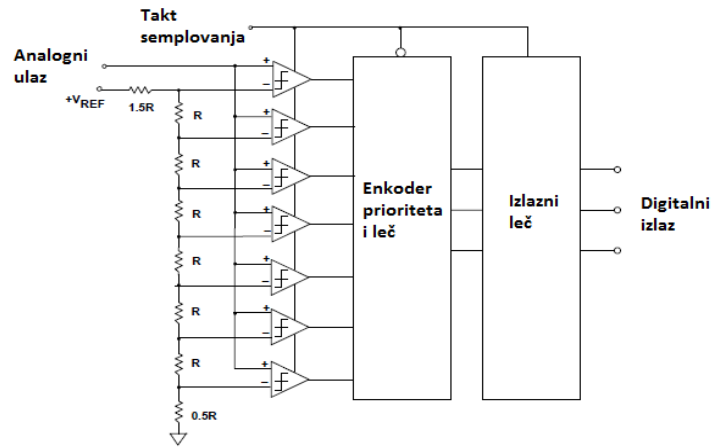
Problem metastabilnosti komparatora predstavlja njegovu nesposobnost da razluči mali diferencijalni naponski nivo na ulazu i da ga prosledi u izlazni logički nivo, tj. nemogućnost komparatora da pravilno radi u kratkom intervalu vremena na njegovom naponskom pragu. Iz jednačine:

$$V_o(t) = \Delta V_{in} \cdot A \cdot e^{\frac{t}{\tau}} \quad (5.4)$$

kojom se opisuje izlazni napon komparatora, uočava se da je on zavisan o diferencijalnom ulaznom naponu ΔV_{in} i pojačanju A pretpojačavača u vremenu kada je omogućen (uključen) leč, vremenskoj konstanti τ regeneracije leča kao i o proteklom vremenu t nakon lečovanja izlaza komparatora. Zbog problema metastabilnosti, komparator može da utroši više vremena na očitavanje malih ulaznih napona kao i nultih vrednosti ulaza, što ima za posledicu povećanje greške komparacije izražene iznosom bita greške. Ovo posebno dolazi do izražaja kada se pročitani podatak nalazi između logičke nule i jedinice. Uticaj nedefinisanih logičkih nivoa komparatora u procesu konverzije analognih signala, zavisi od namene komparatora u ADC-u. Načini minimiziranja efekata metastabilnosti komparatora se ogledaju u povećanju pojačanja, smanjenju vremenske konstante uz povećanje širine opsega pojačanja leča i povećanju vremena koje je potrebno za postavljanje izlaznog logičkog nivoa komparatora.

Fleš ADC je najbrži tip ADC. Sastoji se od niza komparatora, pa se fleš često naziva i paralelni ADC. N-bitni ADC se sastoji od 2^N otpornika i $2^N - 1$ komparatora povezanih u strukturu koja se prikazuje na Sl. 5.4. Svaki komparator ima referentni napon definisan lancem otpornika pri čemu je svaki sledeći za 1 LSB veći od prethodnog donjeg u nizu. Pri proizvoljnom ulaznom analognom naponu, svi komparatori kod kojih je referentni napon manji od nivoa ulaznog, imaće na svom izlazu logičku "1", dok će svi komparatori čiji je referentni napon veći od ulaznog, imati na svojim izlazima logičku "0". Kodirani izlaz ADC-a, u trenutku u kojem su se izjednačili nivoi analognog i referentnih napona $2^N - 1$ komparatora, ekvivalentan je kodu temperature registrovane živinim termometrom. Kako hardverska realizacija $2^N - 1$ komparatora nije praktična i jednostavna, pojednostavljenje, u prikazu N-bitnog binarnog izlaza ADC-a, predstavlja implementacija dekodera. Ulazni analogni signal se istovremeno dovodi na sve ulaze

komparatora, tako da je kašnjenje ulaznog signala određeno sa samo jednim kašnjenjem (prolaskom kroz odgovarajući komparator).



Sl. 5.4. Trobitni fleš ADC

Daljim prolaskom impulsa kroz N-bitni enkoder, registuje se neznatno kašnjenje tog impulsa, tkao da, na izlazu fleš ADC-a, postoji veoma malo ukupno kašnjenje. Dakle, proces konverzije analognog u digitalni signal je veom brz. Osim toga, svaki od komparatora ima inherentnu (unutrašnju) ugrađenu S/H funkciju (sempliranja i zadržke analognog uzorka), čime se teorijski, dinamičke karakteristike ADC-a značajano unapređuju, mada se u praksi, odgovarajućom eksternom S/H sekcijom, smanjuju neizbežne vremenske neusaglašenosti između komparatora.

Sa druge strane, zbog postojanja većeg broja otpornika i komparatora, fleš ADC je ograničene niske rezolucije i veće disipacije snage u radu. Velika pootrošnja je posledica velikog broja komparatora velikih brzina - pogotovu na velikim frekvencijama smplovanja koje su veće od 50MSPS (mega smplova po sekundi). Osim toga, zbog potrebe za napajanjem adekvatnim strujama polarizacije brzih komparatora, vrednosti otpornika u lancu referentnih otpornosti, moraju da budu male, pa se zbog toga, referentni naponi ponašaju kao izvori velikih struja – tipičnih vrednosti većih od 10mA.

Tokom takta smplovanja, komparatori sa svojih izlaza napajaju leč koji, kroz tri faze zadržke impulsa (početna sa porastom ivice takta, srednja tokom trajanja takta i završna sa padom ivice takta), kodira registrovani impuls i šalje ga na dekodovanje u izlazni leč. Uočava se jedan ciklus tzv. “protočnog kašnjenja” u dobijanju izlaznih rezultata u zavisnosti o ivicama takta smplovanja. Sofisticiranije metode dekodiraju izlazne rezultate u dve faze i to tako da izlaze komparatora prvo kodira Grejovim kodom, a potom ih lečuje (tokom pada ivice takta smplovanja) i dekodira (konvertuje) u binarni kod tokom tzv. transparentnog moda (kada je nizak nivo takta smplovanja). Dvostepenim dekodiranjem se minimiziraju tzv. “kodovi iskrenja” koji se javljaju kao posledica nekorektne interpretacije izlaza komparatora (prouzrokovanih efektom metastabilnosti). Naprednija rešenja fleš ADC-a koriste u procesu dekodovanja više od jednog takt ciklusa protočnog kašnjenja. Kod pojednostavljenja prioritetnog enkodera i leča, izostavljaju se srednja i krajnja faza lečovanja registrovanog impulsa, pa se direktno binarnom

logikom prosleđuje binarni kod impulsa na izlaz. Na taj način se koristi samo jedan leč, a izlazni podatak se ne menja tokom celog perioda semplovanja.

Grejov kod je specifičan po tome što se susedni (nalegli) nivoi razlikuju za samo jedan broj u konačnoj Grej kodiranoj reči. To znači da, ako postoji greška u razlučivanju nivoa napona impulsa, nakon binarne konverzije, ona će iznositi samo 1 LSB, što kod srednjih razmera skala merenja, to ne izaziva velike promene u konačnom rezultatu merenja. Takva pojava se uviđa i kod efekta metastabilnosti u modernim izvedbama komparatora fleš ADC-a. Veoma često se, u cilju izbegavanja pogrešnog odlučivanja tokom faze izlaznog lečovanja, koristi “pseudo Grej kod” u kodiranju izlaza iz banke komparatora, pre završnog dekodiranja u konačni izlazni binarni kod. Dakle, jedna od tehnika kojom se smanjuje greška, kao posledica efekta metastabilnosti fleš ADC-a, involvira kodiranje izlaza komparatora u Grejov kod, nakon čega se vrši konverzija iz Grejovog u binarni kod i na taj način se minimiziraju greške metastabilnih stanja u bilo kom komparatoru.

Svi komparatori fleš ADC-a istovremeno rade pod jednim taktom semplovanja, pa se stoga zaključuje da su fleš konvertori semplovani konvertori. Zbog postojanja različitih kašnjenja komparatora, kao i zbog vremenskih neusaglašenosti sa ostalim delovima konvertora, visoke ulazne frekvencije degradiraju efektivni broj bita. Zato se S/H sekcija pozicionira pre fleš ADC-a kako bi se takvi visokofrekventni ulazi prilagodili vremenu konverzije komparatora. Pored toga, ulaz je spojen paralelno na lanac komparatora fleš ADC-a, gde svaki komparator poseduje različitu spojnu kapacitansu kojima se smanjuje degradacija efektivnog broja bita na visokim frekvencijama ulaznog analognog signala. Zbog toga se većina fleš ADC-a izvodi sa širokopojasnim operacionim pojačavačima koji “tolerisu” ovakva kapacitivna opterećenja komparatora i brzo-promenljive signale na ulazu.

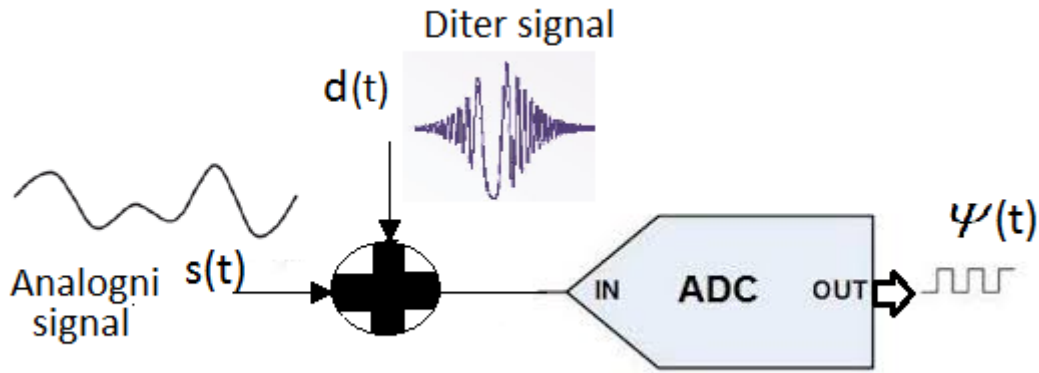
U izvedbama fleš ADC-a kod kojih su rezolucije veće od 8 bita, značajna je disipacija snage konvertora. S namerom smanjenja potrošnje energije, razvijene su tehnike “interpolacije” kojima se smanjuje broj pretpojačavača u fleš komparatorima. Manji broj pretpojačavača znači i smanjenje ulaznih kapacitivnosti u fleš ADC, čime se minimiziraju distorzije nivoa signala. Ipak, velika disipacija i gabaritna izvedba čipova, ograničava rezoluciju fleš ADC-a na 6 ili 8 bita. Fleš ADC visoke rezolucije, male disipacije i male cene se može realizovati za manje brzine semplovanja analognog signala (do nekoliko stotina MSPS) korištenjem “protočne” arhitekture.

5.1.2. Stohastičko digitalno merenje stacionarnih signala na intervalu

Dodavanje uniformnog ditera analognom merenom signalu na ulazu u fleš ADC-a praktično se realizuje jednostavnim hardverom upotrebom analognog sabirača i fleš ADC-a (pojednostavljena struktura se prikazuje na Sl. 5.5). Diter signal $d(t)$ koji se dodaje ulaznom signalu $s(t)$ je u opsegu ADC-a. Funkcija gustine verovatnoće $p(d)$ uniformne raspodele slučajnog ditera je određena Vidroovim uslovom:

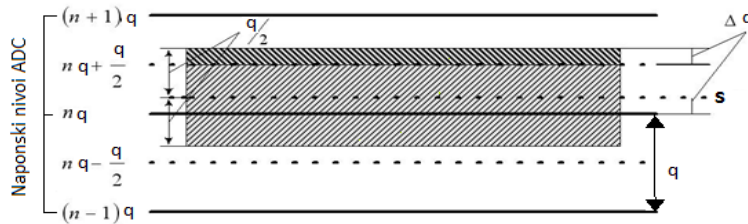
$$p(d) = \frac{1}{q}, 0 \leq |d| \leq \frac{q}{2} \quad (5.5)$$

gde je q kvant uniformnog ADC-a.



Sl. 5.5. Blok šema jednostavnog digitalnog stohastičkog mernog instrumenta

Kada je ulazni signal vremenski invarijantan, zbir napona DC signala $s(t) = s = const$ i ditera će se konvertovati ili u vrednost $n \cdot q$ ili u $(n+1) \cdot q$ ADC-a, u slučaju kada je ulazni napon DC signala između kvantnih nivoa ADC-a $(n \cdot q, (n+1) \cdot q)$, kao što se ilustruje na Sl. 5.6.



Sl. 5.6. Konverzija naponskog nivoa zbira ulaznog DC signala i dodatog uniformnog ditera

Pragovi odlučivanja su $n \cdot q + \frac{q}{2}$ i $n \cdot q - \frac{q}{2}$ u okolini kvantnog nivoa $n \cdot q$. Pragovi predstavljaju granice napona u procesu A/D konverzije koje se pridružuju kvantnom nivou $n \cdot q$. Kada je zbir DC i ditera veći od $n \cdot q + \frac{q}{2}$, tada slučajna promenljiva Ψ na izlazu ADC-a dobija vrednost

$\Psi_1 = (n+1) \cdot q$, a kada je zbir manji od $n \cdot q + \frac{q}{2}$, tada je izlaz iz ADC-a jednak $\Psi_2 = n \cdot q$ [35].

Ako se sa Δq označi najbliže rastojanje do prvog kvantnog nivoa ADC-a, tada će srednja vrednost izlaza iz ADC-a biti:

$$\bar{\Psi} = \Psi_1 \cdot p_1 + \Psi_2 \cdot p_2 = (n+1) \cdot q \cdot \frac{|\Delta q|}{q} + n \cdot q \cdot \frac{(q - |\Delta q|)}{q} = n \cdot q + |\Delta q| = s \quad (5.6)$$

pri čemu se slučajne izlazne promenljive ADC-a Ψ_1 i Ψ_2 pojavljuju sa verovatnoćama p_1 i p_2 respektivno. Srednja vrednost $\bar{\Psi}$ je identična izmerenom naponskom nivou na izlazu ADC-a što

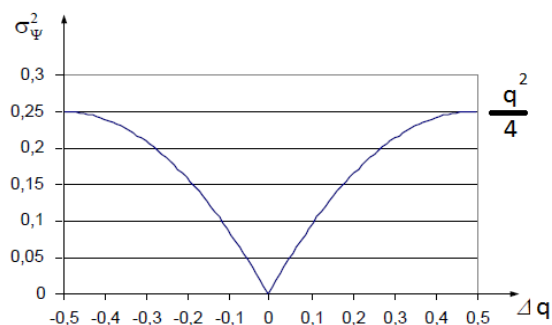
odgovara naponu diterovanog ulaznog signala s . Dakle, nakon velikog broja merenja i usrednjavanja, greška kvantizacije se minimizirala. Srednje kvadratna greška tj. varijansa slučajne promenljive Ψ se izvodi iz centralne granične teoreme i teoreme semplovanja, određena je izrazom:

$$\sigma_{\bar{\Psi}}^2 = \frac{\sigma_{\Psi}^2}{N} \quad (5.7)$$

pri čemu je N ukupan broj diterovanih uzoraka konverzije, a σ_{Ψ}^2 je srednje kvadratna greška jednog merenja. Ako je broj izmerenih uzoraka N konačan, tada je srednja vrednost određena formulom:

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \Psi_i = const \quad (5.8)$$

Za slučaj konverzije konstantnog DC ulaznog signala, funkcija srednje kvadratne greške jednog merenja, u zavisnosti o Δq se prikazuje na Sl. 5.7.



Sl. 5.7. Funkcija standardne devijacije jednog merenja DC signala uz kvant ADC $q=1$

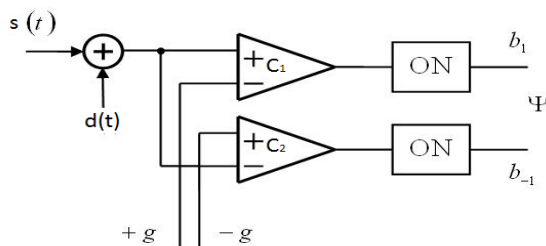
Uočava se da je maksimalna greška u slučaju kada je $s = n \cdot q \pm \frac{q}{2}$ tj. kada je mereni napon jednak naponu praga odlučivanja, a najmanja vrednost greške je u situaciji kada je mereni napon DC jednak kvantnom nivou (u ovom primeru nivou $n \cdot q$). Stohastički diterovani A/D procesi uglavnom rade na principu ekvidistantne komparacije (komparatori sa jednakim udaljenostima naponskih pragova odlučivanja). Izvedeni zaključci vrede za bilo koji broj kvantnih nivoua n .

Ako je ADC sa tri kvantna nivoua 0 i $\pm 2 \cdot g$, pri čemu je $g = \frac{q}{2}$ i ako merni sistem ima jedan generator ditera, tada to predstavlja stohastički adicioni ADC ili skraćeno SAADK1G [38], čija blok šema se predstavlja na Sl. 5.8. Izlazi iz komparatora C_1, C_2 su b_1, b_{-1} sa izlaznim vrednostima jednakim logičkoj “0” ili “1” uz uslov da je $b_1 \cdot b_{-1} \neq 1$ (ne mogu istovremeno na izlazima oba komparatora da bude “1”). Ako su za prikazanu minimalnu konfiguraciju konvertora proizvoljnog ulaznog signala $s(t) = f(t)$ ispunjeni uslovi da je $|s+d| \leq 3 \cdot g$; $|s| \leq 2 \cdot g$;

$p(d) = \frac{1}{2 \cdot g}; |d| \leq g$, tada se matematičko očekivanje (srednja vrednost) slučajne promenljive

Ψ može izračunati na osnovu definicije srednje vrednosti u vremenskom intervalu $\langle t_1, t_2 \rangle$:

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f(t) \cdot dt \quad (5.9)$$



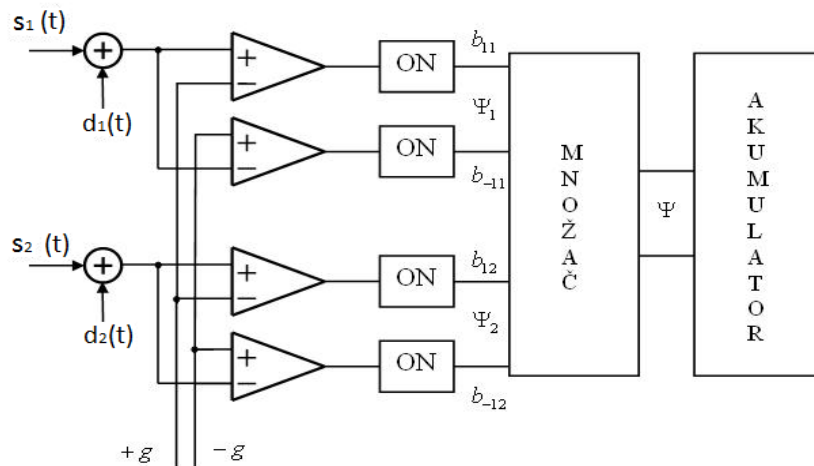
Sl. 5.8. Struktura SAADK1G

Standardna devijacija (srednja kvadratna greška) izlaza konvertora Ψ SAADK1G, u istom intervalu vremena je:

$$\sigma_{\Psi}^2 = \frac{2 \cdot g}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} |f(t)| \cdot dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f(t) \cdot dt \right]^2 \quad (5.10)$$

Relacija (5.9) definiše teorijsko određivanje srednje vrednosti $\bar{\Psi}$ kod beskonačno mnogo merenja, dok se praktično ona određuje na osnovu izraza (5.8).

Ako se struktura stohastičkog adicionog ADC-a usloži merenjem dva složenoperiodička zašumljena signala $s_1(t)$ i $s_2(t)$, u tom slučaju se digitalno merenje može izvesti realizacijom strukture stohastičkog adicionog ADC-a sa dva generatora slučajnog napona (SAADK2G) koji se prikazuje na Sl. 5.9.



Sl. 5.9. Struktura SAADK2G

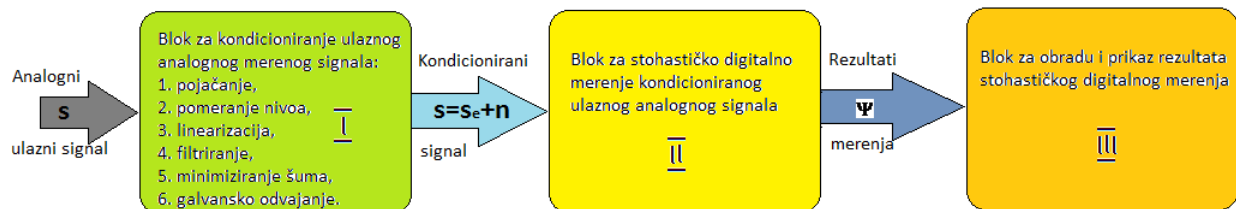
Uočava se da SAADK2G čine dva SAADK1G, množač i akumulator. Izlazi Ψ_1, Ψ_2 iz oba SAADK1G se množe i na izlazu iz množača formira Ψ koji kontroliše rad akumulatora. Akumulator je brojač koji broji naviše kada je $\Psi = 1$, naniže kada je $\Psi = -1$. Stanje na izlazu akumulatora se ne menja kada je $\Psi = 0$. Na ulazu SAADK2G su diterovani zašumljeni složenoperiodični signali $f_1(t) = s_1(t) + d_1(t)$ i $f_2(t) = s_2(t) + d_2(t)$ uz uslov međusobne nezavisnosti ditera $d_1(t)$ i $d_2(t)$. Teorijski srednja vrednost izlaznog signala Ψ merena na intervalu $T \in [t_1, t_2]$ je jednaka:

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot dt \quad (5.11)$$

dok je praktično njena vrednost određena izrazom (5.8). Procena greške merenja izlaza Ψ je određena sa:

$$\sigma_{\Psi}^2 = \frac{(2 \cdot g)^2}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} |f_1(t) \cdot f_2(t)| \cdot dt - \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) \cdot f_2(t) \cdot dt \right]^2 \quad (5.12)$$

Osim što može da meri srednje vrednosti signala Ψ , SAADK2G može da meri harmonike zašumljenog složenoperiodičnog signala. Stohastički digitalni merni sistem ulazni signal kondicionira u blokovima za pojačanje sa pomeranjem nivoa linearizovanog filtriranog ulaznog signala. Pojačani korisni signal sa minimiziranim nivoom šuma se galvanski odvaja od ostalih stepeni mernog sistema. Blok za kondicioniranje predstavlja prvi blok u šemi stohastičkog digitalnog mernog sistema koji se prikazuje na Sl. 5.10.



Sl. 5.10. Blok šema stohastičkog digitalnog mernog sistema

Kondicionirani ulazni signal $s(t)$ predstavlja sumu linearno pojačanog ulaznog signala $s_e(t)$ i uniformnog belog šuma Gausove raspodele amplitude $n(t)$ tj.:

$$s(t) = s_e(t) + n(t) \quad (5.13)$$

uz pretpostavku zanemarenja nelinearnosti komponenti prvog bloka mernog sistema. Beli šum u blok šemi reprezentuje opšti model svih izvora smetnji na I/O interfejsima kao i u samom bloku za kondicioniranje. Predloženoj strukturi stohastičkog digitalnog mernog sistema se mogu meriti harmonici (struje, napona) bilo kog analognog signala.

Merenje jednog Furijeovog koeficijenta signala $s_e(t)$ se može prikazati blok šemom kao na Sl. 5.11. Izlaz iz akumulatora “učestvuje” u proračunu Furijeovog koeficijenta. Signal $s_a(t)$ je pomoćni diterovan signal definisan baznom funkcijom (sinus ili kosinus) oblika:

$$s_a(t) = R \cdot \cos(k \cdot \omega_0 \cdot t) \quad (5.14)$$

za merenje k-tog kosinusnog Furijeovog koeficijenta i:

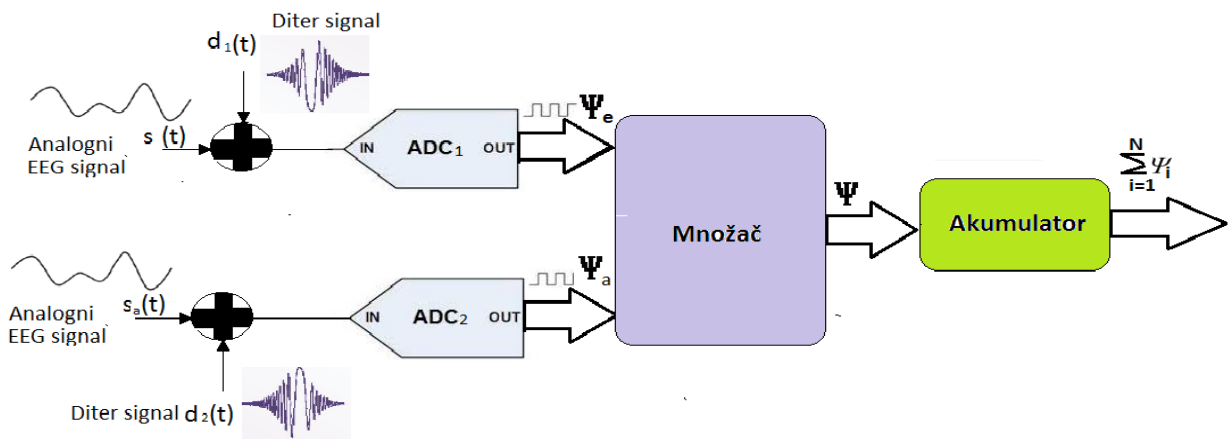
$$s_a(t) = R \cdot \sin(k \cdot \omega_0 \cdot t) \quad (5.15)$$

kada se meri k-ti sinusni Furijeov koeficijent, uz $\omega_0 = \frac{2 \cdot \pi}{T}$. Diteri $d_1(t), d_2(t)$ su ograničene amplitude:

$$0 \leq d_i \leq \frac{q_i}{2}, i = 1, 2 \quad (5.16)$$

čija je funkcija raspodele verovatnoće data izrazom:

$$p(d_i) = \frac{1}{q_i}, i = 1, 2 \quad (5.17)$$



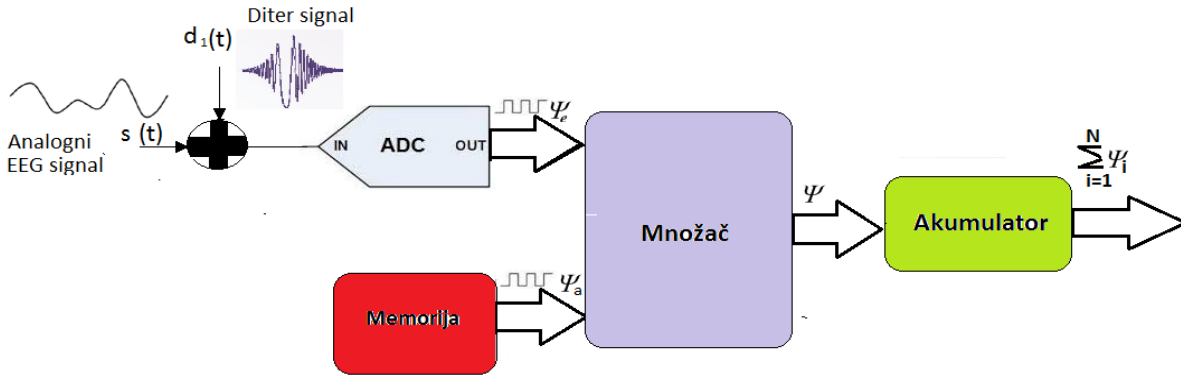
Sl. 5.11. Koncept merenja stohastičkim digitalnim mernim sistemom jednog Furijeovog koeficijenta pojačanog analognog signala

Mereni signal je $s(t)$, a $s_a(t)$ je pomoćni diterovani sinusni/kosinusni signal amplitude R unapred formiran, čiji se digitalni uzorci mogu memorisati i iskoristiti umesto drugog ADC-a, kao što se prikazuje na Sl. 5.12. Diskretizovani uzorci kondicioniranih signala na ulazu u množać Ψ_e, Ψ_a su semplovani u diskretnim trenuncima unutar intervala T. Na izlazu iz množaća se generiše rezultat merenja Ψ koji bi trebalo da predstavlja proizvod:

$$\Psi = \Psi_e \cdot \Psi_a \quad (5.18)$$

Međutim, zbog greške e koja se pojavljuje tokom merenja, izlazni rezultat merenja će odstupati od stvarne vrednosti, što se iskazuje izrazom:

$$\Psi = s \cdot s_a + e = (s_e + n) \cdot s_a + e = s_e \cdot s_a + n \cdot s_a + e \quad (5.19)$$



Sl. 5.12. Stohastičko digitalno merenje jednog Furijeovog koeficijenta pojačanog analognog signala upotrebom memorisanih digitalnih uzoraka diterovane bazične funkcije

Proračun srednje vrednosti $\bar{\Psi}$ predstavlja zbir srednjih vrednosti sva tri člana u prethodnom izrazu jer su svi statistički nezavisni. Kako je $\bar{e} = 0$ i kako konačni ulazni opseg bloka za stohastičko digitalno merenje $\pm R$ definiše granice integracije za usrednjavanje šuma, tada je:

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T s_e \cdot s_a \cdot dt + \int_{-R}^R n \cdot p(n) \cdot dn \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T s_a \cdot dt \quad (5.20)$$

Ako se pretpostavi da je šum nepolarisane Gausove raspodele, tada je drugi član jednak nuli, pa je srednja vrednost jednaka:

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T s_e \cdot s_a \cdot dt \quad (5.21)$$

Generisanjem N uzoraka ulaznog signala tokom intervala T , srednja vrednost izmerenog signala je jednaka sumi tih uzoraka koja se izračunava prema izrazu:

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \Psi_i \quad (5.22)$$

Izlaz akumulatora je jednak sumi svih Ψ_i uzoraka koja se potom mikroprocesorom deli sa $\frac{1}{N}$

kako bi se na kraju dobila konačna srednja vrednost merenja $\bar{\Psi}$. Mikroprocesorkom obradom uzoraka se može izračunati k -ta sinusna ($\sin k$) i k -ta kosinusna ($\cos k$) komponenta k -tog harmonika ulaznog merenog signala. Na taj način se mere k -ti sinusni (b_k) i k -ti kosinusni (a_k) Furijeovi koeficijenti koji se izračunavaju prema formulama:

$$a_k = \frac{2 \cdot \bar{\Psi}_{\cos k}}{R}, b_k = \frac{2 \cdot \bar{\Psi}_{\sin k}}{R} \quad (5.23)$$

Relativna merna nesigurnost stohastičkog digitalnog sistema je uslovljena veličinom varijanse usrednjenog izlaza akumulatora koja je zavisna o varijansi izlaza množača. Varijansa

izlaza množača je određena zbirom nekorelisane determinističke σ_d^2 slučajne σ_r^2 i stohastičke varijanse greške σ_e^2 :

$$\sigma_\Psi^2 = \sigma_d^2 + \sigma_r^2 + \sigma_e^2 \quad (5.24)$$

Deterministička varijansa je karakteristika ulaznog signala i nije od značaja za procenu merne nesigurnosti. Srednje vrednosti slučajne varijanse i varijanse greške su zavisne o broju uzoraka i proračunavaju se kao:

$$\sigma_r^2 = \frac{\sigma_r^2}{N}, \sigma_e^2 = \frac{\sigma_e^2}{N} \quad (5.25)$$

pa je standardna merna nesigurnost merenja usrednje vrednosti izlaza iz akumulatora $\bar{\Psi}$ određena standardnom devijacijom tj. izrazom:

$$u\left(\bar{\Psi}\right) = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_e^2} \quad (5.26)$$

Na osnovu izvedenog, relativna merna nesigurnost merenja srednje vrednosti $\bar{\Psi}$ stohastičkog digitalnog mernog sistema je definisana formulom:

$$u = \frac{u\left(\bar{\Psi}\right)}{\bar{\Psi}} \quad (5.27)$$

Standardna devijacija šuma σ_n , efektivna vrednost amplitude pomoćnog signala S_a , rezolucija ADC-a q_1 i ukupan broj odmearakata N , određuju gornju graničnu vrednost standardne merne nesigurnosti stohastičkog digitalnog merenja srednje vrednosti $\bar{\Psi}$ prema izrazu:

$$u\left(\bar{\Psi}\right) \leq \frac{S_a \cdot \left(\sigma_n + \frac{q_1}{2}\right)}{\sqrt{N}} \quad (5.28)$$

dok se relativna merna nesigurnost mernog sistema određuje prema formuli:

$$u = \frac{u\left(\bar{\Psi}\right)}{\bar{\Psi}} \quad (5.29)$$

Ako je digitalna vrednost amplitude pomoćnog signala R (digitalni izlaz iz ADC₂) jednaka ulaznom opsegu bloka stohastičkog digitalnog merenja, tada je efektivna vrednost amplitude pomoćnog signala jednaka:

$$S_a = \frac{R}{\sqrt{2}} \quad (5.30)$$

pa je, na osnovu (5.23) i (5.28), standardna merna nesigurnost bilo kojeg izmerenog kosinus i sinus Furijeovog koeficijenta određena izrazom:

$$u(a_k) = u(b_k) \leq \frac{\sqrt{2} \cdot \left(\sigma_n + \frac{q_1}{2} \right)}{\sqrt{N}} \quad (5.31)$$

dok je standardna merna nesigurnost amplitude harmonika, određena formulom:

$$u\left(\sqrt{a_k^2 + b_k^2}\right) \leq \frac{2 \cdot \left(\sigma_n + \frac{q_1}{2} \right)}{\sqrt{N}} \quad (5.32)$$

Kod idealnog ADC-a kvant je $q_1 = 0$, pa je $u(a_k, b_k) \leq \frac{\sqrt{2} \cdot \sigma_n}{\sqrt{N}}$, a $u\left(\sqrt{a_k^2 + b_k^2}\right) \leq \frac{2 \cdot \sigma_n}{\sqrt{N}}$.

5.1.3. Stohastičko digitalno merenje EEG signala na intervalu u frekvencijskom i vremenskom domenu

Elektroencefalografski signal predstavlja primer tipičnog nestacionarnog kontinualnog signala. EEG signal je, sa aspekta hardvera merne instrumentacije, veoma zahtevan zbog otežanog “pribavljanja” korisnog signala neuronske aktivnosti usled prisustva visokog nivoa šuma tj. slabog SNR faktora. Analiza spektra snage EEG signala omogućava, pored konvencionalne grafičke i statističku ilustraciju promena moždane aktivnosti. Primena algoritma FFT u računarskoj obradi EEG-a, omogućava analizu signala po segmentima kraćeg vremenskog trajanja (1-8s), formiranje pripadajućih periodograma i generisanje postojećih estimatora spektra snage. Metoda stohastičkog digitalnog merenja se pokazala efikasnom u merenju DC i složenih komponenti (do 49 sinusnih i 49 kosinusnih harmonika) napona i struja mrežnog – distributivnog napajanja potrošača električnom energijom [39].

Standardna analiza spektra snage EEG-a se, dakle, zasniva na DFT kratkih delova (segmenata) EEG zapisa, primenom FFT algoritma. Semplovanjem originalnog kontinuanog segmenta ulaznog EEG signala, infinitezimalno mali uzorci se diskretizuju i digitalizuju primenom A/D konvertora (merenjem vrednosti signala u tački). Primenom FFT algoritma se proračunavaju Furijeovi koeficijenti. Klasičnim načinom, vrši se digitalizacija svih analognih (tačkastih) uzoraka merenog EEG segmenta tokom vremenskog podintervala merenja $T[s]$, a potom se proračunavaju vrednosti Furijeovih koeficijenata.

Primenom metode stohastičkog digitalnog merenja na specifično dizajniranom hardveru, omogućeno je istovremeno semplovanje EEG segmenta, njegova A/D konverzija i proračun Furijeovih koeficijenata digitalizovanog EEG zapisa, što znači da se merenje ulaznog signala obavlja na intervalu (ne u tački). Hardver stohastičkog digitalnog mernog instrumenta koji se zasniva na FPGA (na engleskom Field Programmable Gate Array (FPGA)) strukturi, implementaciji DFT i diterovanju ulaznog analognog EEG-a omogućava primenu algoritma proračuna Furijeovih koeficijenata.

Kondicionirani signal $s(t)$, definisan funkcijom (5.13), je ulazni signal bloka stohastičkog digitalnog mernog instrumenta. U idealnim uslovima, kada nema smetnji tokom mernog

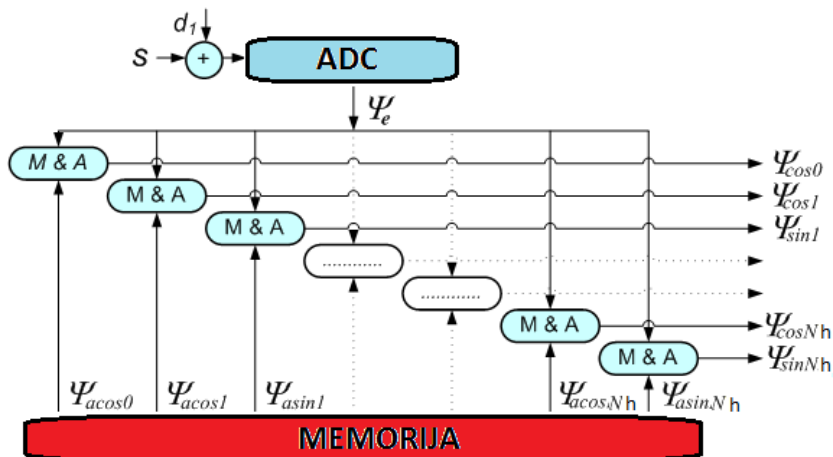
podintervala T sledi da je $s(t) = s_e(t)$, pa je Furijeovom interpolacijom moguće pojačani ulazni EEG signal opisati sa:

$$s_e(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^h a_k \cdot \cos(k \cdot \omega_0 \cdot t) + \sum_{k=1}^h b_k \cdot \sin(k \cdot \omega_0 \cdot t), 0 \leq t \leq T \quad (5.33)$$

gde je h stepen interpolacije (što je h polinoma veći preciznija je aproksimacija signala), a_k, b_k predstavljaju k -te kosinusne i k -te sinusne Furijeove koeficijente respektivno, dok je uticaj dužine periode merenja EEG signala T izražen kao:

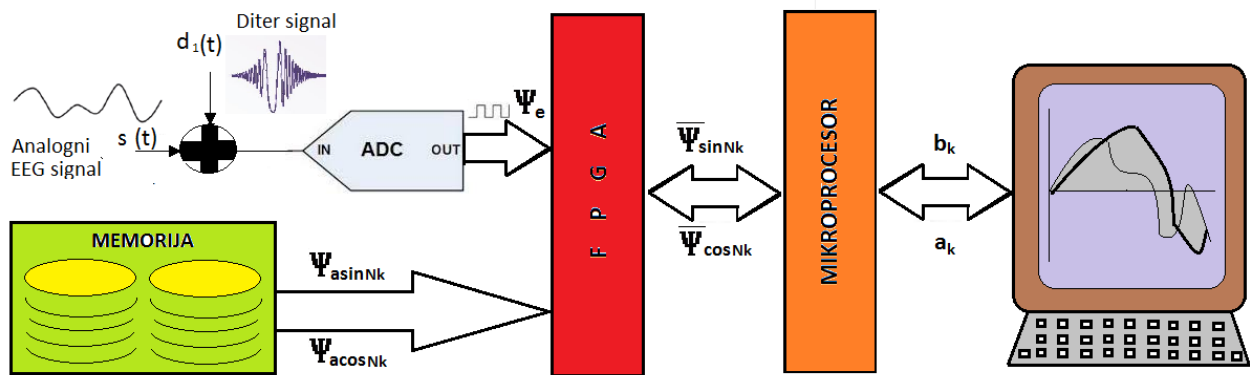
$$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0 = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad (5.34)$$

pri čemu je $f_0 [Hz]$ osnovna frekvencija merenja ulaznog signala. Dakle, proračunom Furijeovih koeficijenata a_k, b_k se praktično vrši merenje k -tih (sin/cos) harmonika složenog EEG signala tokom trajanja podintervala T . Izlazi iz stohastičkog digitalnog instrumenta su koeficijenti a_k, b_k . To znači da je svaki Furijeov koeficijent funkcija svih N analognih uzoraka tokom mernog podintervala T , dok je kod klasičnog digitalnog merenja u tački, svaka digitalna vrednost na izlazu jednaka digitalizovanoj vrednosti analognog ulaznog originalnog odmerka u diskretnom trenutku tokom podintervala merenja T . Rezultati merenja, primenom metode stohastičkog digitalnog merenja na podintervalu T , su skup harmonika signala tj. frekvencijskih komponenti mernog ulaznog signala, na osnovu kojih se proračunavaju digitalne vrednosti signala u vremenskom domenu i serije vremenskih signala. Merenje predefinisano skupa harmonika kondicioniranog signala se bazira na proračunu Furijeovih koeficijenata pojačanog ulaznog EEG signala $s_e(t)$, a blok dijagram stohastičkog mernog sistema koji proizilazi iz dijagrama prikazanog na Sl. 5.12, se prikazuje na Sl. 5.13.



Sl. 5.13. Blok dijagram stohastičkog digitalnog merenja predefinisano skupa harmonika EEG signala na jednom mernom intervalu T

Svaka od komponenti M&A predstavlja množač i akumulator, a svaki izlaz se deli sa N (ukupnim brojem odmeraka ulaznog signala) s ciljem proračuna usrednjenih izlaza sa akumulatora $\bar{\Psi}$ pomoću kojeg se izračunavaju Furijeovi koeficijenti a_k, b_k . Ako se mernim sistemom meri DC komponenta i N_h harmonika EEG signala, tada bi stohastička digitalna instrumentacija morala da ima $2 \cdot N_h + 1$ množača i isto toliko akumulatora, što predstavlja veoma složenu hardversku strukturu [33]. Međutim, množače i akumulatore je moguće realizovati implementacijom FPGA integrisanog kola, što je, u praktičnom pogledu, daleko jednostavnije za izvedbu. Povezivanjem mikroprocesora na izlaz FPGA čipa, omogućava se priključenje bloka za prikaz rezultata merenja, a celokupno rešenje se prikazuje blok dijagramom na Sl. 5.14. Pseudostohastički diter se generiše FPGA čipom, analogni sabirač dodaje diter ulaznom signalu, ADC vrši konverziju pojačanog kondicioniranog signala, a mikroprocesor vrši obradu rezultata i šalje ih na blok za prikaz.



Sl. 5.14. Blok šema FPGA stohastičkog digitalnog sistema za merenje harmonika EEG signala

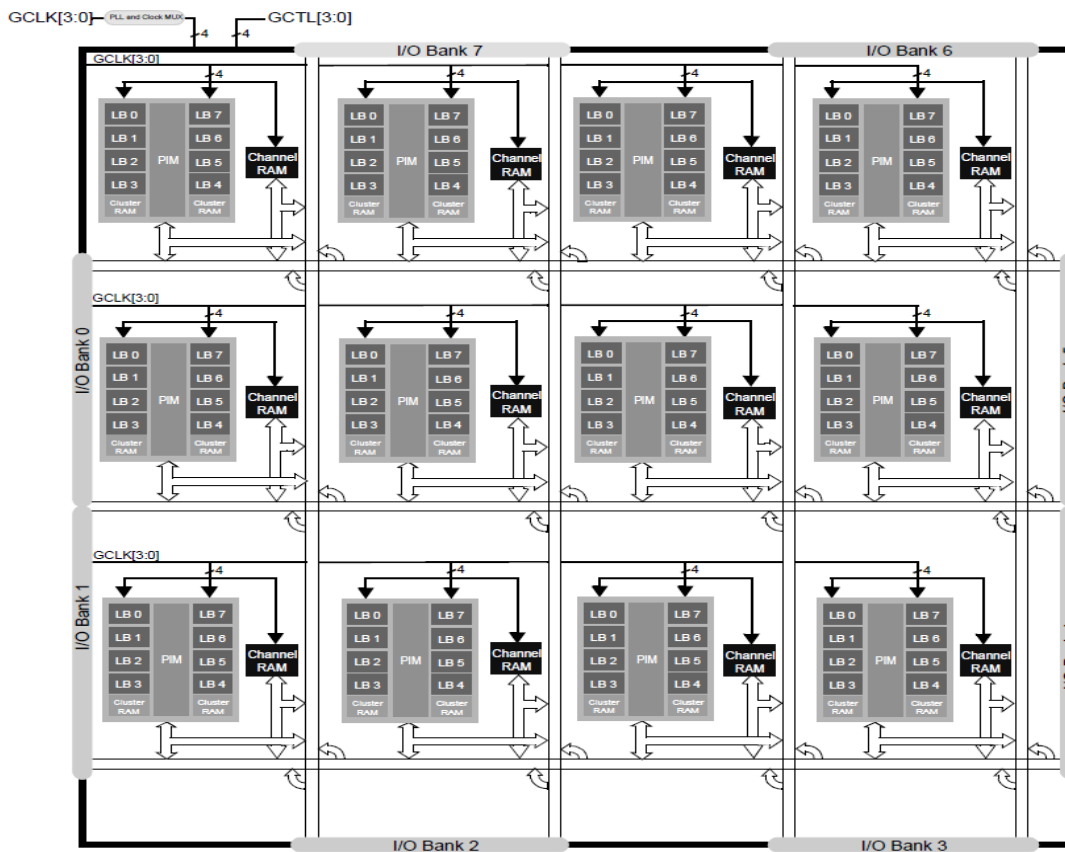
5.1.3.1. FPGA struktura za implementaciju metode SDMI

Upotrebom FPGA programabilnih gejtovskih mreža, hardverska realizacija stohastičke digitalne instrumentacije se pojednostavljuje, a cena koštanja se smanjuje. Konstrukcija FPGA čipa Cypress CY39100 se prikazuje na Sl. 5.15. Familija Delta39K100 [40] je izvedena sa 0,18mm metal-CMOS logičkim procesom u šest nivoa. Delta39K familijom se obezbeđuje velika brzina, velika gustina pakovanja standardnih integrisanih logičkih ćelija (I, ILI, NI, NILI) sa izlaznim flipflopovima kao i mala potrošnja kompletnog FPGA čipa koji sadrži od 46000 do 144000 ulaza (gejtova). Iako gusto pakovana, ova familija ima potrebnu brzinu do 222MHz, 1536 makroćelija, 192 Kbita klaster SRAM memorija, 48 Kbita kanal memorija. Delta39K100 familija se napaja iz izvora $V_{cc} = 2.5 - 3.3V$.

Arhitektura FPGA je zasnovana na klasterima logičkih blokova (LBC) povezanih po horizontali i vertikalni trasama kanala kao što se prikazuje na Sl. 5.15. Svaki LBC sadrži osam pojedinačnih logičkih blokova (LB) i dva bloka memorijskih klastera (RAM). Između susednih LBC su memorijski blokovi kanala (CHRAM). Trasama kanala se razmenjuju signali između komponenti u arhitekturi kao i između I/O banki, memorijskih blokova kanala i klastera logičkih

blokova. Svaki LBC sadrži programabilnu matricu unutrašnjih veza (PIM) kojom se određuju trase signala između LB i blokova memorijskih klastera. Svaki blok memorijskog klastera sadrži 8Kbitni RAM koji može biti kaskadno spregnut sa drugim klasterom u istom LBC ili sa klasterom iz drugog LBC. Na taj način se implementira veliki broj memorijskih funkcija.

LB je osnova arhitekture Delta39K100 familije. LB sadrži 72x83 matricu programabilnih polja. Svako polje se konektuje preko 36 ulaznih pinova na uređaje, povratne sprege makroćelija, RAM i povratne sprege CHRAM. U zavisnosti od toga da li su na svakom od tih pinova niski ili visoki logički naponski nivoi, formiraju se 72 ulazna programabilna polja gde se u svakom od njih kreira 83 logičke funkcije. Od 83 funkcije, 80 se koriste za 16 makroćelija u LB, dva se koriste za asinhrono setovanje i resetovanje funkcija, a krajnja funkcija (PTCLK) je takt za svih 16 makroćelija u LB. Namenski softver distribuira, pomoću programabilnog alokatora, svih 80 funkcija među 16 makroćelija jednog LB.

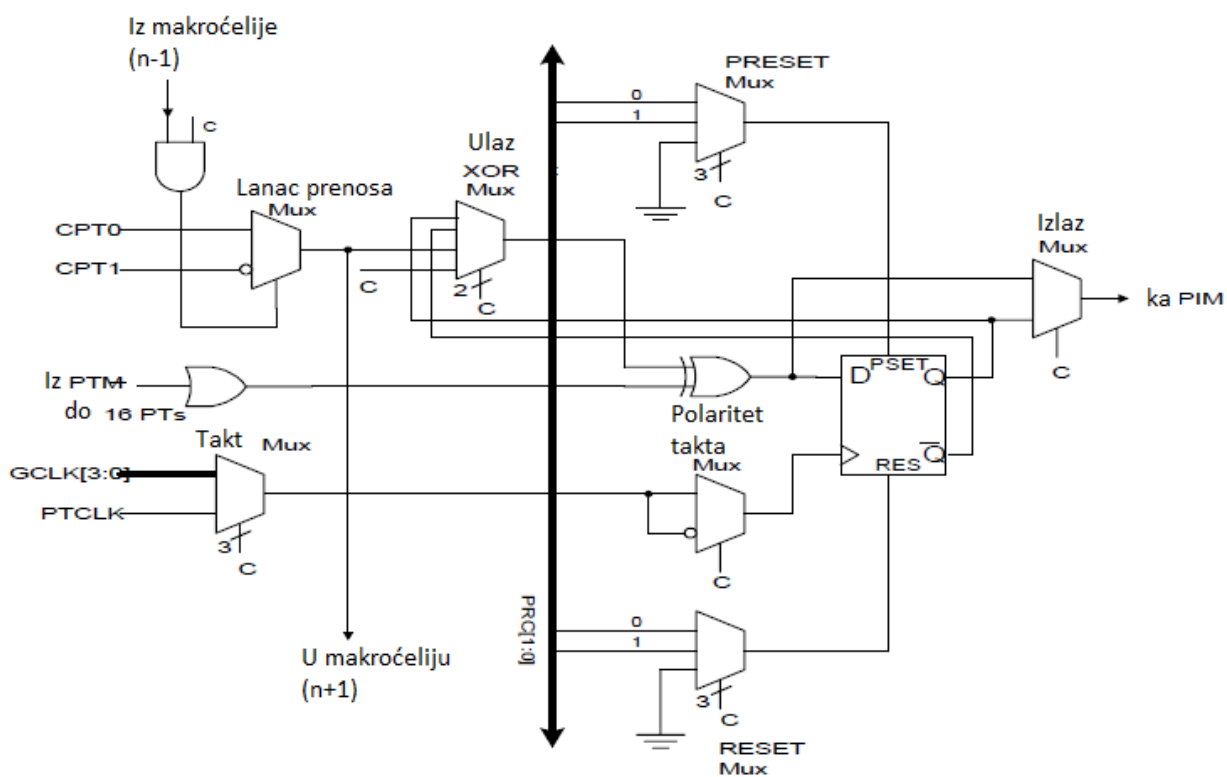


Sl. 5.15. Blok dijagram FPGA na čipu Cypress CY39100 CPLD familije Delta 39K

Alokatorom se softverski upravlja funkcijama koje se dodeljuju makroćelijama, čime se programira rad LB. Tako npr. ako jedna makroćelija potražuje pet funkcija, a sve ostale sveukupno dve, alokator će tih pet funkcija zaista dodeliti jednoj, a ostalim makroćelijama ukupno dve funkcije. Svaka makroćelija u LB može da potražuje od 1 do 16 funkcija. Osim toga, više makroćelija može da deli jednu istu funkciju, a softversko upravljanje se realizuje

alokatorom. Ako više funkcija koristi jednu istu jednačinu, alokator će, softverski upravljano, programirati samo jednu – ciljanu funkciju. Familija Delta39K100 omogućava deljenje funkcija po grupama makroćelija promenljivo oblikovanih.

Dakle, svaki LB ima 16 makroćelija. Iz programabilnih polja makroćelija prihvata do 16 funkcija. Suma svih 16 funkcija predstavlja izlaz makroćelije u registarskom ili kombinatornom modu. Na makroćelijiškom nivou, registar može biti asinhrono resetovan ili unapred programiran (preset impulsom) kao ILI (OR) funkcija ili kao I (AND) funkcija. Na taj način se izražava programirani polaritet makroćelije, čija se blok šema prikazuje na Sl. 5.16. Pomoću XOR ulaza u makroćeliju omogućava se realizacija različitih tipova jednačina. XOR gejt se koristi za polarizaciju multipleksera (mux) kojim se implementira forma jednačine funkcije ili preklapanje D flipflopa u T flipflop.



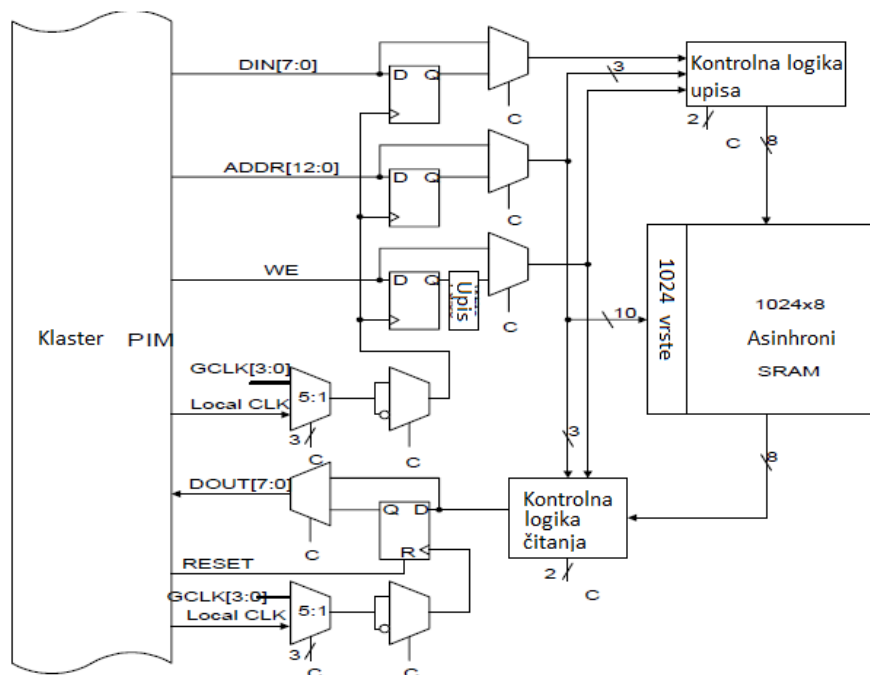
Sl. 5.16. Blok šema makroćelije FPGA čipa Delta39K100 familije

Lancem prenosa na ulazu u mux se omogućava veća fleksibilnost u implementaciji različitih vrsta logike. Pomoću prenosnog lanca logike, makroćelija generiše funkcije sabiranja, oduzimanja, komparaciju amplituda, opštu XOR logiku. Lancem prenosa logike se omogućava brza i efikasna primena aritmetičkih operacija. Lanac povezuje makroćelije u četiri LB što znači ukupno 64 makroćelije.

Familija Delta39K100 ima ugrađena dva tipa memorijskih blokova. Blokovi kanal memorija su pozicionirani na presečištima horizontalnih i vertikalnih trasa kanala čipa na kojima se propuštaju podaci, adrese i kontrolni impulsi. Taktovi za blok kanalske memorije se selektuje iz

četiri opšta takta i pin I/O ulaza horizontalnih i vertikalnih kanala. Svaki blok kanal memorije sadrži 4096 bita koji mogu biti konfigurisani kao asinhroni ili sinhroni dual-port RAM, (na engleskom single-port RAM), ROM ili sinhrona FIFO memorija. Memorija je organizovana kao 4Kx1; 2Kx2; 1Kx4; 512Kx8. Svaki dual-port ima adresne ulaze, ulaze podataka i kontrolne ulaze kojima se simultano može pristupiti. Ulazi u dual-port memoriju se pokreću iz horizontalnih i vertikalnih trasa. Izlazni podaci aktiviraju ciljane linije u trasama kanala. Dual-port konfiguracija bloka memorije kanala može da arbitrira u situaciji kada su dva porta istovremeno pristupila istoj adresi, pri čemu, zavisno od memorijske operacije (čitanja ili pisanja), jedan port dobija prioritet. FIFO memorije kanala se takođe konfigurišu kao sinhroni FIFO RAM. U FIFO modu, kanalski memorijski blok podržava sve uobičajene FIFO operacije bez potrebe angažovanja dodatnih logičkih resursa. FIFO blok sadrži sve logičke flegove i adresne pointere. Pomoću dva odvojena takta, FIFO omogućava simultano izvršenje operacija čitanja i upisivanja (READ/WRITE).

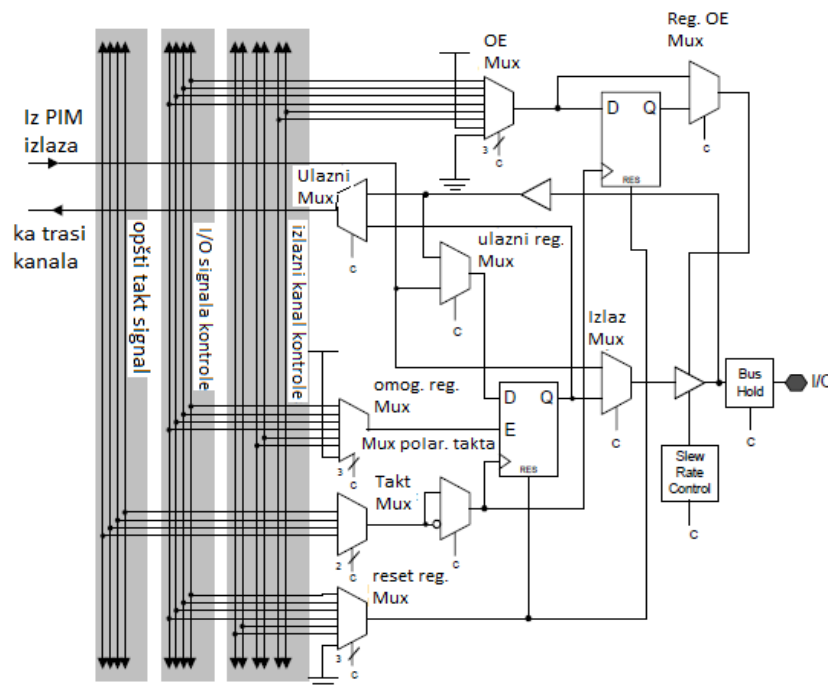
Drugi tip memorijskog bloka se nalazi u svakom LBC i predstavlja klaster memorijski blok. Svaki LBC sadrži dva klaster memorijska bloka dužine 8192 bita. Klaster memorije su konfigurisane kao 8Kx1; 4Kx2; 2Kx4; 1Kx8 asinhroni ili sinhroni single-port RAM ili ROM. Blok šema klaster memorije se prikazuje na Sl. 5.17. Klaster memorija asinhrono izvršava operacije upisa i čitanja, preko pripadajućih blokova. Izlaz registara je asinhroni RESET koji može da bude upotrebljen u sekvencijalnim logičkim kolima. Svi opšti (GCLK) i lokalni taktovi su dostupni na ulazima i izlazima registara. Lokalni takt generiše korisnik u makročeliji ili dolazi sa I/O pina. Iz nedefinisanog stanja, klaster memorija se dizajnira od strane korisnika upotrebom tzv. “look up” logičkih tabela (LUT) i ROM aplikacija.



Sl. 5.17. Blok šema klaster memorije FPGA čipa Delta39K100 familije

Kako bi se olakšala inicijalizacija klaster memorijskog bloka, dizajner može da koristi gotov skup podataka.

Delta39K100 familija se povezuje na horizontalne i vertikalne trase kanala preko ulazno/izlazne (I/O) banke. Sa Sl. 5.15 se uočava da je ukupno osam I/O banaka na FPGA čipu. Svaka I/O banka sadrži nekoliko I/O ćelija. Svaka I/O ćelija se sastoji od I/O registra, registra omogućenog izlaza i programabilne kontrolne logike. Iz I/O ćelije se prosleđuje izlaz na pin čipa. Ćelija napaja ulaz čipa koji je povezan sa ciljanim linijama u pridruženoj trasi kanala. Broj I/O ćelija u I/O banci zavisi od tipa višestrukih I/O standardnih kola LVTTTL, LVCMOS, SSTL, HSTL, 3.3V PCI, GTL kao i od broja referentnih napona napajanja $V_{CCIO} = 1.5V$ ili $V_{CCIO} = 1.8V$ ili $V_{CCIO} = 2.5V$ ili $V_{CCIO} = 3.3V$ i broja pinova uzemljenja GND. Na Sl. 5.18 se prikazuje blok šema I/O ćelije.



Sl. 5.18. Blok šema I/O ćelije FPGA čipa Delta39K100 familije

I/O ćelija sadrži ulazni bafer sa tri stanja, izlazni bafer i registar koji se može konfigurisati kao ulazni ili izlazni. Izlazni bafer sadrži slew rate kontrolni blok koji kontroliše vreme uspona/pada signala na izlazu. Omogućavanje izlaza (OE) u I/O ćeliji se selektuje jednim od četiri opšta kontrolna signala ili jednim od dva izlazna signala kontrole kanala (OCC). OE je konfigurisano uvek kao omogućeno ili kao onemogućeno ili se kontroliše jednim od preostalih ulaza multipleksera. Dakle, selekcija se realizuje signalima $V_{CC} = 3.3/2.5V$ i GND koji se dovode na ulaz multipleksera.

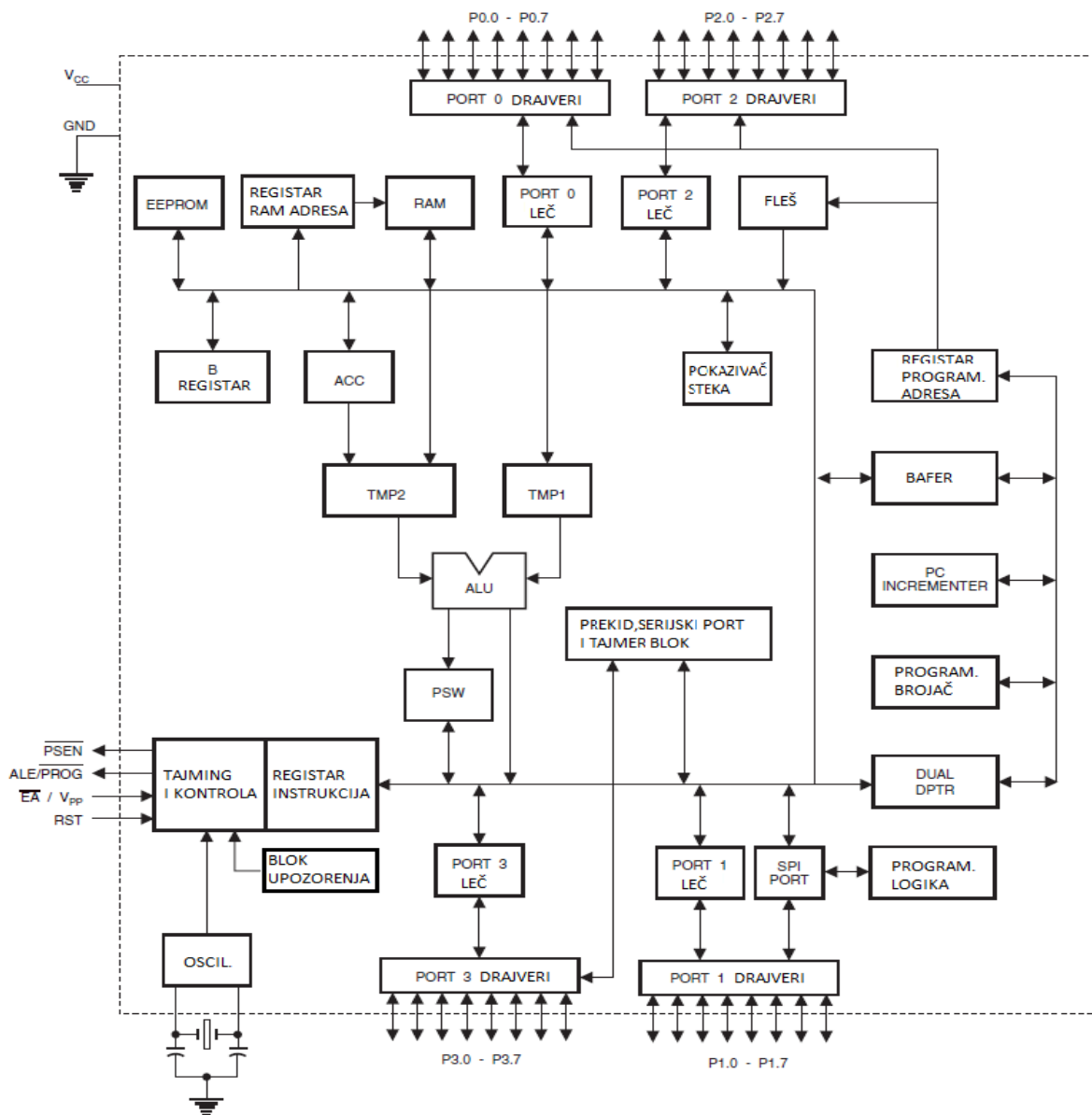
Softver Warp je okruženje za dizajniranje Cypress programabilne logike. Warp koristi podskup VHDL i HDL za dizajniranje pristupa. Warp prihvata VHDL ili Verilog ulaz, spaja i optimizuje dizajn in a izlazu konfigurise binarnu formu za ciljani FPGA čip Delta39K100

familije. Warp nudi grafičko okruženje za simulaciju talasnih oblika kao i VHDL i Verilog vremenski model. VHDL i Verilog su jezici za opis hardvera (HDL) koji predstavljaju standard za pristup dizajnu ponašanja i simulacije hardvera.

5.1.3.2. Mikroprocesor za implementaciju metode SDMI

Mikroprocesorom se, na osnovu blok šeme sa Sl. 5.14, povezuje FPGA mreža sa personalnim računarom (na engleskom Personal Computer (PC)) koji, primljene podatke iz mikroprocesora (korišten je mikrokontroler proizvođača Atmel familije AT89S8252), obrađuje, memoriše i prikazuje (grafički, tabelarno, tekstualno) dobijene rezultate merenja.

Mikrokontroler Atmel familije AT89S8252 je 8-bitni CMOS čip male potrošnje i visokih performansi, čija blok šema se predstavlja na Sl. 5.19.



Sl. 5.19. Blok šema mikrokontrolera proizvođača Atmel familije AT89S8252

U čip je ugrađena 8Kbajtna fleš programabilna memorija za iščitavanje i brisanje kao i 2Kbajtna EEPROM memorija. U kombinaciji sa univerzalnim 8-bitnom centralnom procesorskom jedinicom (CPU) na monolitnom čipu, mikrokontroler nudi fleksibilna i efikasna rešenja u mnogim ugrađenim aplikacijama kontrole. RAM memorija je 8x256bajtna, a sa blok šeme se uočavaju 32 I/O linije, programabilni tajmer upozorenja, dva pokazivača podataka, tri 16-bitna tajmer/brojača, prekidna arhitektura, puni dupleks serijski port, ugrađeni oscilator na čipu kao i taktna kola. Mikrokontroler ima statičku logiku za operacije na dole - prema nultoj frekvenciji i mogućnost softverske selekcije memorisanja. Kada se zaustavi CPU, omogućava se funkcionisanje RAM-a, tajmera/brojača, prekidnih sistema, a serijski portovi postaju aktivni. U modu pamćenja sadržaja RAM-a, zamrzava se rad oscilatora, isključuju se ostale funkcije čipa sve do dolaska narednog hardverskog RESET impulsa ili vanjskog prekidnog impulsa. Fleš memorija može da menja sadržaj pojedinačnog bajta u ciklusu vremena, pri čemu se omogućava pristup kroz SPI serijski interfejs. Aktivni RESET omogućava kroz serijsku SPI sabirnicu iščitavanje/upisivanje programa memorije. Čip poseduje tri nivoa programske blokade (zaštite) memorije, devet izvora prekida, programabilni UART serijski kanal, a napajanje čipa je $V_{CC} = 4 - 6V$.

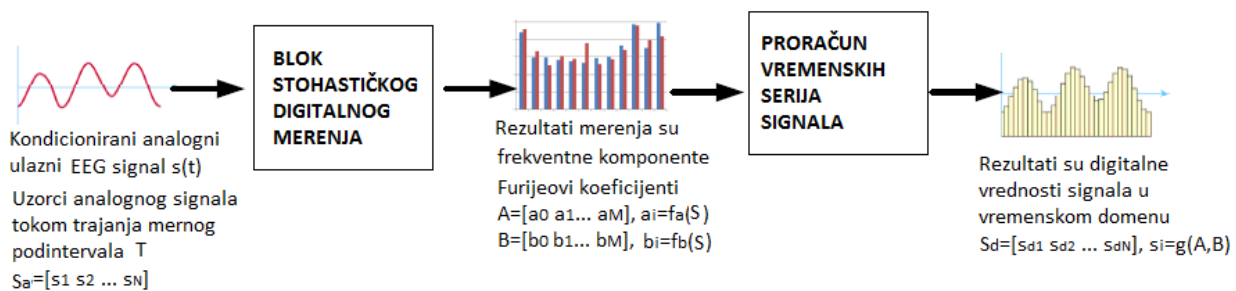
Portovi 0 – 4 su 8-bitni bidirekcionni I/O portovi sa internim odvodima za četiri TTL ulaza. Portovi mogu da emituju adresne bajte tokom pozivanja iz eksterne programske memorije i pristupanja podacima iz eksterne memorija koja koristi 16-bitne adrese. Portovi mogu da primaju kontrolne signale za fleš programiranje i verifikaciju, mogu da obavljaju specifične funkcije čipa kao što su funkcije serijskih ulaza i izlaza, eksternih (vanjskih) prekida i tajmera i prosleđenje piši/čitaj taktova (strobova) podataka ekesterne memorije. Mapa memorijskih polja predstavlja registar specijalnih funkcija (SFR). Postavljanjem kontrolnih bita SFR-a i bloka upozorenja se omogućava pristup i bajta upisa u 2-Kbajtnu EEPROM memoriju. SPI bitima SPDR registra se kontroliše status serijskih perifernih interfejsa. Opšti i posebni biti prekida se nalazi u IE registru. Pomoću dve banke 16-bitnih registara pokazivača podataka se olakšava pristup internoj EEPROM i eksternoj memoriji podataka. Dakle, memoriju podataka sačinjavaju 2K-bajtna EEPROM za smeštanje i 256 bajtna RAM memorija koja sadrži polovinu svog kapaciteta (gornjih128 bajta) paralelno koristi sa SFR za adresni pristup (mod) CPU-a generisanjem instrukcija direktnog/indirektnog pristupa RAM ili SFR prostoru. Setovanjem karakterističnog bita registra na SFR adresnom prostoru, pristupa se EEPROM memoriji podataka i omogućava se upis sadržaja tokom ciklusa koji traje 2.5ms u modu serijskog programiranja. Proces čitanja iz EEPROM memorije započinje postavljanjem komplementarnog master MSB karakterističnog bita. Programabilni tajmer bloka upozorenja radi u intervalu od 16 – 2048ms setovanjem karakterističnih bita koji određuju vremenski period generisan iz nezavisnog internog oscilatora. Tajmeri rade ili kao tajmeri ili kao brojači, a sadrže ili dva 8-bitna ili 16-bitni registar. Imaju tri moda operacija i to prikupljanje podataka, prebrojavanje (gore ili dole) i generisanja kodne brzine. Kako mašinski ciklus traje 12 oscilatornih perioda, tajmer registar, u tajmer funkciji, inkrementira svaki ciklus brzinom $\frac{1}{12}$ frekvencije oscilacija. U funkciji brojača, registar se

inkrementira svaki put kada je visok nivo uzorka doživeo promenu na niski nivo tj. kada je prepoznata tranzicija sa 1 na 0. Maksimalna brzina brojanja je $\frac{1}{24}$ mašinska ciklusa. Oscilator je u izvedbi ili invertujućeg pojačavača ili kao kristal kvarca ili kao keramički razonator.

Programiranje kontrolera nudi 8K-bajtni kod fleš memorije i 2K-bajtnu EEPROM memoriju podataka. Čip je napajan sa $V_{pp} = 12V$ u paralelnom modu programiranja i $V_{CC} = 5V$ u serijskom (konvencionalnom) modu programiranja. Oblasti fleš koda i memorije podataka se mapiraju bajt po bajt iz odvojenih adresnih prostora serijskog moda programiranja. Osim toga, obe oblasti se mogu programirati upotrebom seta programskih instrukcija (SPI) na serijskoj sabirnici. Eksterni takt je u rasponu frekvencija $0 - 24MHz$.

5.1.4. Matlab simulacija merenja tipičnih signalnih formi primenom metode SDMI

Hardverska implementacija koja realizuje metodu SDMI nestacionarnih signala se zasniva na blok šemama prikazanim na Sl. 5.13 i 5.14. Koncept merenja realnog nestacionarnog EEG signala u vremenskom domenu pomoću metode SDMI se prikazuje na Sl. 5.20.



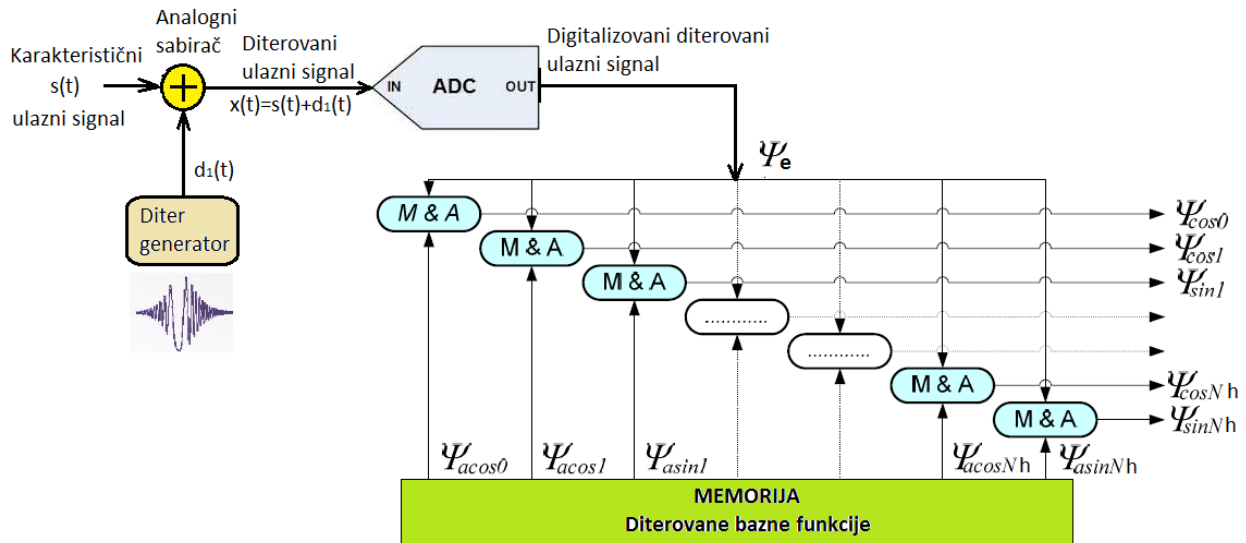
Sl. 5.20. Koncept merenja EEG signala primenom metode SDMI

U odnosu na klasičnu metodu merenja “uzorak po uzorak”, u kojoj se prvo mere vremenske serije digitalizovanih uzoraka merenog signala, kod metode SDMI se prvo mere frekvencijske komponente. Na kraju podintervala merenja T , vrednosti EEG signala u vremenskom domenu (vremenske serije) se mogu proračunavati ili primenom Furijeovog polinoma (5.33) gde se vremenske serije računaju u svim diskretnim trenucima vremena $0 \leq t_i \leq T$ ili pomoću Inverzne brze Furijeove transformacije ($STFT^{-1}$).

SDMI metoda se može primenjivati na dužim mernim intervalima $[0, T_w], T_w = w \cdot T$ pri čemu se merenje EEG signala vrši po podintervalima $[0, T], [T, 2 \cdot T], \dots, [(w-1) \cdot T, T_w]$. Vrednosti EEG signala na kraju celog velikog mernog interval $[0, T_w]$ se mogu rekonstruisati na bazi izmerenih vrednosti svih podintervala [36]. Na izbor dužine vremenskog podintervala T utiče zahtev za merenjem EEG signala u realnom vremenu. Ako je npr. potrebno što pre snimiti EEG obolelog, merni interval mora biti kraći. Kod većine dijagnostičkih merenja neurofizioloških signala, vreme beleženja realnih signala je duže (nekoliko sekundi), pa je T (koje je uobičajeno u rasponu 1-8s) i broj merenih harmonika EEG signala potrebno prilagoditi frekvencijskom opsegu EEG-a koji je

uobičajeno do 100Hz, mada je često u analizi EEG signala dovoljno posmatrati podspektar do 40Hz.

Kako bi se generalno dokazala tačnost merenja signala metodom SDMI i samim tim ispravnost predložene metode u merenju EEG signala, u eksperimentalnim istraživanjima prvu fazu predstavlja simulacija merenja metodom SDMI karakterističnih signala dovedenih na ulaz u digitalni merni sistem, čija blok šema se prikazuje na Sl. 5.21.



Sl. 5.21. Blok šema realizacije eksperimentalnog merenja tipičnih signala metodom SDMI

Elementi M&A predstavljaju digitalne množače i akumulatore pri čemu su Ψ_{cosi}, Ψ_{sini} izlazi iz akumulatora. Za karakteristične ulazne analogne signale $s(t)$ u procesu simulacije merenja, odabrani su sinusni, pravougaoni, testerasti i linearni signali. Kompletna simulacija se izvodi na personalnom lap-top računaru, operativnog sistema Windows 7 Professional, pri čemu se stohastička digitalna merna instrumentacija dizajnira u Matlab softverskom paketu verzije 7.14.0.739 (R2012a). Kako je već u upotrebi stohastička merna instrumentacija namenjena za merenje mrežnih napona i struja čija je osnovna frekvencija $F = 50Hz$, za potrebe simulacije merenja tipičnih signala metodom SDMI, odabran je period merenja $T = \frac{1}{F} = 20ms$.

Standardnim načinom, merenje skupa veličina signala se realizuje u vremenskom domenu, gde je osnovna merena veličina uzorak merenog signala. Nasuprot tome, primenom metode SDMI prvo se mere frekvencijske komponente primenom Furijeove transformacije na mernom podintervalu T, pa potom se generišu vremenske serije signala.

Ako se pretpostavi da je ulazni analogni mereni signal $s(t)$ prostoperiodičnog sinusnog karaktera (sa jednim sinusnim harmonikom tj. $k = 1$, bez kosinusnog harmonika tj. amplitudom tog harmonika $A_c \approx 0$ i sa nultom jednosmernom komponentom tj. $A_0 \approx 0$), funkcija koja ga definiše na osnovu (4.2) u Matlab simulacionom procesu, se predstavlja formulom:

$$s(t_i) = A_s \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot k \cdot F \cdot t_i) \quad (5.35)$$

gde je $A_s[V]$ amplituda ulaznog merenog sinusnog signala, $F[Hz]$ osnovna (fundamentalna) frekvencija ulaznog merenog sinusnog signala, a semplovanje sinusnog signala se realizuje u fiksnim periodima $t_i[ms]$ koji se određuju prema formuli:

$$t_i = (n-1) \cdot \frac{T}{N}, n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (5.36)$$

pri čemu je n redni broj odmeravanja, a N ukupan broj uzoraka. Perioda odmeravanja sinusnog ulaznog signala se izračunava kao:

$$T_s = \frac{T}{N} [ms] \quad (5.37)$$

pa se frekvencija semplovanja ulaznog signala u ADC_1 (sa Sl. 5.11), izračunava kao:

$$F_s = \frac{1}{T_s} = \frac{N}{T} [Hz] \quad (5.38)$$

Diter $d_1(t)$ je slučajna funkcija uniformne raspodele koja se, u Matlab simulaciji, predstavlja generatorom slučajnih brojeva *rand*, a opisuje se jednačinom:

$$d_1(t_i) = (-1) \cdot e_1 + rand \cdot q_1 \quad (5.39)$$

gde je maksimalna greška merenja (kvantizacije) u tački kod ADC_1 :

$$e_1 = \frac{q_1}{2} [V] \quad (5.40)$$

pri čemu je $q_1[V]$ kvant ADC_1 i jednak je U_{LSB} naponskom nivou bita LSB najmanje težine ADC_1 koji se izračunava, na osnovu (5.2) kao:

$$q_1 = \frac{(U_{\max1} - U_{\min1})_{ADC1}}{2^{B_1} - 1} = U_{LSB_1} [V] \quad (5.41)$$

gde je sa B_1 označena rezolucija (broj bita) ADC_1 , pri čemu, na osnovu (5.1), imenilac prethodnog izraza se predstavlja sa D_1 i pokazuje broj referentnih nivoa ADC_1 .

Pomoćni sinusni signal $s_a(t_i)$ je bazična sinusna funkcija definisana sa (5.15) i konceptualno, na osnovu Sl. 5.12, memorisana u formi 64-bitne rezolucije pokretnog zareza. Memorisani digitalni diterovan pomoćni signal se dovodi na ulaz množača ograničene rezolucije koji simulira ADC_2 blok šeme sa Sl. 5.11. Dakle, kao i kod ADC_1 , karakteristike ADC_2 su određene rezolucijom (brojem bita) B_2 , dinamičkim ulaznim opsegom $\pm R[U_{\max}, U_{\min}]$ koji je usaglašen sa ulaznim opsegom ADC_1 i frekvencijom semplovanja pomoćnog signala F_s (ekvivalentna je sa ADC_1). Diter funkcija pomoćnog signala se definiše sa:

$$d_2(t_i) = (-1) \cdot e_2 + rand \cdot q_2 \quad (5.42)$$

gde je kvant ADC_2 definisan sa:

$$q_2 = \frac{(U_{\max2} - U_{\min2})_{ADC2}}{2^{B_2} - 1} [V] \quad (5.43)$$

a maksimalna greška kvantizacije ADC_2 je:

$$e_2 = \frac{q_2}{2} [V] \quad (5.44)$$

Ako je ulazni analogni mereni signal $s(t)$ složenoperiodična funkcija sinusnog karaktera (sa h sinusnih/kosinusnih harmonika i sa jednosmernom komponentom A_0), funkcija koja ga definiše na osnovu (4.2) u Matlab simulacionom procesu, se predstavlja formulom:

$$s(t_i) = A_0 + \sum_{k=1}^h [A_k \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot k \cdot F \cdot t_i) + B_k \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot k \cdot F \cdot t_i)], 0 \leq t_i \leq T \quad (5.45)$$

gde je A_k kosinusni koeficijent, a B_k sinusni koeficijent složenoperiodičnog ulaznog signala.

Na osnovu blok šema sa Sl. 5.11 i 5.21, na izlazu iz analognog sabirača se dobija diterovani ulazni signal:

$$x(t_i) = s(t_i) + d_1(t_i) \quad (5.46)$$

pri čemu je $s(t_i)$ određen sa (5.35) ako je ulaz prostoperiodičan sinusni signal ili sa (5.45) ako je mereni sinusni signal složenoperiodičan. Digitalizovani diterovani ulazni signal Ψ_e za n -ti uzorak koji je odmeren u diskretnom trenutku t_i ulaznog diterovanog signala, se generiše na izlazu iz ADC₁ i predstavlja ulaz u blok digitalnog stohastičkog merenja. U Matlab simulaciji, njegova funkcija je definisana izrazom:

$$\Psi_e(n) = \frac{D_1}{U_{\max 1} - U_{\min 1}} \cdot [x(n) - U_{\min 1} + e_1], n = 1, 2, \dots, N \quad (5.47)$$

pri čemu je maksimalni digitalni izlazni referentni nivo iz ADC₁ određen sa:

$$D_1 = 2^{B_1} - 1 \quad (5.48)$$

a ulazni opseg ADC₁ ograničen referentnim amplitudama napona $U_{\max 1}, U_{\min 1}$.

U diskretnom i -tom momentu k -ta sinusna komponenta $s_{ask}(t_i)$ pomoćnog signala definiše se izrazom:

$$s_{ask}(t_i) = S_a \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{1}{T} \cdot t_i\right) \quad (5.49)$$

a k -ta kosinusna komponenta $s_{ack}(t_i)$ se predstavlja u obliku:

$$s_{ack}(t_i) = S_a \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{1}{T} \cdot t_i\right) \quad (5.50)$$

uz jednosmernu komponentu A_0 , pri čemu je T podinterval merenja ulaznog signala $s(t_i)$. Diterovana sinusna komponenta pomoćnog signala $x_{ask}(t_i)$ je određena formulom:

$$x_{ask}(t_i) = s_{ask}(t_i) + d_{2s}(t_i) \quad (5.51)$$

a kosinusna diterovana komponenta pomoćnog signala $x_{ack}(t_i)$ se izračunava kao:

$$x_{ack}(t_i) = s_{ack}(t_i) + d_{2c}(t_i) \quad (5.52)$$

gde se sinusni i kosinusni diteri d_{2s} i d_{2c} respektivno određuju izrazom (5.42). Digitalizovane bazične sinus i kosinus funkcije $\Psi_{asin nk}$ i $\Psi_{acos nk}$ respektivno su izlazi iz memorije n -tog uzorka

($n=1,2,\dots,N$) k -tog harmonika (uopšteno $k=1,2,\dots,h$) u diskretnom trenutku t_i i izračunavaju se prema formulama:

$$\Psi_{a\sin nk}(n) = \frac{D_2}{U_{\max 2} - U_{\min 2}} \cdot [x_{ask}(n) - U_{\min 2} + e_2] \quad (5.53)$$

$$\Psi_{a\cos nk}(n) = \frac{D_2}{U_{\max 2} - U_{\min 2}} \cdot [x_{ack}(n) - U_{\min 2} + e_2] \quad (5.54)$$

gde je maksimalni digitalni izlazni referentni nivo iz ADC₂ određen sa:

$$D_2 = 2^{B_2} - 1 \quad (5.55)$$

Izlazi iz množača $\Psi_{\cos nk}$, $\Psi_{\sin nk}$ su jednaki proizvodu digitalizovanog diterovanog ulaznog Ψ_e signala i digitalizovanih bazičnih sinusnih $\Psi_{a\sin nk}$ i kosinusinih $\Psi_{a\cos nk}$ komponenti pomoćnog signala. Sinusna komponenta proizvoda se proračunava prema formuli:

$$\Psi_{\sin nk}(n) = [\Psi_e(n) - (2^{B_1-1} - 1)] \cdot [\Psi_{a\sin nk}(n) - (2^{B_2-1} - 1)] \quad (5.56)$$

dok se kosinusna komponenta proizvoda određuje po formuli:

$$\Psi_{\cos nk}(n) = [\Psi_e(n) - (2^{B_1-1} - 1)] \cdot [\Psi_{a\cos nk}(n) - (2^{B_2-1} - 1)] \quad (5.57)$$

Uočava se da su izlazi iz ADC₁ i ADC₂ translirani za digitalne vrednosti (2^{B_1-1}) i (2^{B_2-1}) koje predstavljaju 0V za oba A/D konvertora respektivno.

Suma svih vrednosti uzoraka digitalizovanog diterovanog ulaznog signala Ψ_e , izračunata na osnovu (5.47) predstavlja akumulaciju Ψ_{esum} kojom se, u Matlab simulaciji, proračunava jednosmerna DC komponenta. Dakle, na izlazu iz ADC₁, generisane vrednosti uzoraka Ψ_e se sabiraju prema izrazu:

$$\Psi_{esum} = \sum_{n=1}^N \Psi_e(n) \quad (5.58)$$

Srednja (prosečna) vrednost digitalizovanog diterovanog ulaznog signala Ψ_e , na osnovu (5.22), se izračunava prema izrazu:

$$\bar{\Psi}_e = \frac{\Psi_{esum}}{N} \quad (5.59)$$

pa je rezultat merenja DC komponente ulaznog signala moguće izračunati Matlab simulacijom prema formuli:

$$DC = U_{\min 1} + q_1 \cdot \bar{\Psi}_e \quad (5.60)$$

Apsolutna greška merenja istosmerne komponente ulaznog signala se, Matlab kodom, proračunava kao:

$$\Delta_{DC} = |A_0 - DC|, [V] \quad (5.61)$$

dok se procentualna relativna greška merenja izračunava prema formuli:

$$\delta_{DC} = \left| \frac{\Delta_{DC}}{A_0} \right| \cdot 100\% \quad (5.62)$$

Procentualna greška merenja DC komponente u odnosu na dinamički opseg merne instrumentacije se izračunava po formuli:

$$r_{DC} = \left| \frac{\Delta_{DC}}{U_{\max1} - U_{\min1}} \right| \cdot 100\% \quad (5.63)$$

Suma svih n -tih vrednosti $\Psi_{\sin nk}$ k -tog sinusnog harmonika na izlazu iz množača, predstavlja akumulaciju k -te sinusne komponente:

$$\Psi_{\sin k}^{sum} = \sum_{n=1}^N \Psi_{\sin nk}, k = 1, 2, \dots, h \quad (5.64)$$

kojom se proračunava, u Matlab kodu simulacije merenja metodom SDMI, usrednjena (prosečna) vrednost akumulatora k -te sinusne komponente ulaznog signala:

$$\bar{\Psi}_{\sin k} = \frac{\Psi_{\sin k}^{sum}}{N} \quad (5.65)$$

U praktičnoj realizaciji stohastičkog digitalnog mernog sistema, deljenje sa ukupnim brojem uzoraka N obavlja mikroprocesor. Digitalna vrednost amplitude R sinusne komponente pomoćnog signala (tj. digitalna vrednost izlaza iz ADC₂) se izračunava prema izrazu:

$$R = \left[\frac{D_2}{U_{\max2} - U_{\min2}} \cdot (S_a - U_{\min2} + e_2) \right] - (2^{B_2-1} - 1) \quad (5.66)$$

pa se, na osnovu (5.23), proračunava k -ti sinusni Furijeov koeficijent kao:

$$Fb_k = \frac{2 \cdot \bar{\Psi}_{\sin k}}{R} \quad (5.67)$$

Izračunati (izmereni) Furijeov koeficijent je praktično digitalni broj koji predstavlja amplitudu k -tog sinusnog harmonika ulaznog merenog signala kao da je izvršena digitalizacija tog signala od strane ADC₁. Zbog toga, da bi se izmerila analogna vrednost amplitude k -tog sinusnog harmonika ulaznog signala, izračunata digitalna vrednost te amplitude se množi sa kvantom ADC₁, odnosno:

$$b_k = Fb_k \cdot q_1 \quad (5.68)$$

Suma svih n -tih vrednosti $\Psi_{\cos nk}$ k -tog kosinusnog harmonika na izlazu iz množača, predstavlja akumulaciju k -te kosinusne komponente:

$$\Psi_{\cos k}^{sum} = \sum_{n=1}^N \Psi_{\cos nk}, k = 1, 2, \dots, h \quad (5.69)$$

Metodom SDMI, usrednjena vrednost akumulatora k -te kosinusne komponente ulaznog signala se izračunava prema formuli:

$$\bar{\Psi}_{\cos k} = \frac{\Psi_{\cos k}^{sum}}{N} \quad (5.70)$$

i na osnovu (5.23) i (5.66), digitalni k -ti kosinusni Furijeov koeficijent se izračunava prema izrazu:

$$Fa_k = \frac{2 \cdot \bar{\Psi}_{\cos k}}{R} \quad (5.71)$$

Analogna amplituda k -tog kosinusnog harmonika ulaznog signala se množi sa kvantom ADC_1 , pa je:

$$a_k = F a_k \cdot q_1 \quad (5.72)$$

Apsolutna greška merenja amplitude k -tog sinusnog harmonika ulaznog signala, u Matlab simulaciji, se izračunava prema izrazu:

$$\Delta_{\sin k} = |A_s - b_k|, [V] \quad (5.73)$$

U situaciji kada se radi o složenoperiodičnom ulaznom signalu sinusnog karaktera, tada se, za prethodni izraz, koristi da je $A_s = B_k$, na osnovu (5.45).

Procentualna relativna greška merenja amplitude k -tog sinusnog harmonika ulaznog signala se izračunava prema formuli:

$$\delta_{\sin k} = \left| \frac{\Delta_{\sin k}}{A_s} \right| \cdot 100\% \quad (5.74)$$

uz napomenu da je $A_s = B_k$ na osnovu (5.45) ako je ulaz složenoperiodičan. Procentualna greška merenja amplitude k -tog sinusnog harmonika ulaznog signala, u odnosu na dinamički opseg merne instrumentacije, se izračunava po formuli:

$$r_{\sin k} = \left| \frac{\Delta_{\sin k}}{U_{\max} - U_{\min}} \right| \cdot 100\% \quad (5.75)$$

Matlab simulacijom izračunavaju se greške merenja k -tog kosinusnog harmonika analognog ulaza. Apsolutna greška merenja k -tog kosinusnog harmonika analognog ulaza (ako su sinusni i kosinusni koeficijenti jednaki tj. kada je $A_k = B_k = A_s$) se određuje prema izrazu:

$$\Delta_{\cos k} = |A_s - a_k|, [V] \quad (5.76)$$

U situaciji kada je prosti sinusni ulazni signal opisan sa (5.35), kosinusna komponenta ulaza ne postoji, pa se za prethodni izraz koristi $A_s = A_c \approx 0$. Ako je ulaz složenoperiodični sinusni signal kod kojeg postoji kosinusna komponenta, tada vredi da je $A_s = A_k$, na osnovu (5.45). Procentualna relativna greška merenja amplitude k -tog kosinusnog harmonika ulaznog signala se izračunava prema formuli:

$$\delta_{\cos k} = \left| \frac{\Delta_{\cos k}}{A_s} \right| \cdot 100\% \quad (5.77)$$

uz prethodno date napomene za vrednost A_s . Procentualna greška merenja amplitude k -tog kosinusnog harmonika ulaznog signala, u odnosu na dinamički opseg merne instrumentacije, se izračunava izrazom:

$$r_{\cos k} = \left| \frac{\Delta_{\cos k}}{U_{\max} - U_{\min}} \right| \cdot 100\% \quad (5.78)$$

Dakle, kada je na osnovu (5.45) $A_k \neq B_k$ tada se, u imeniocima izraza za apsolutne i relativne greške sinusnih i kosinusnih komponenti, unose vrednosti B_k, A_k respektivno za proračun grešaka merenja sinusnog i kosinusnog harmonika respektivno.

Dakle, rezultati primene metode SDMI su Furijeovi kosinusni i sinusni koeficijenti a_k, b_k respektivno koji su funkcija svih N analognih ulaznih uzoraka tokom mernog podintervala T (merenje na podintervalu, a ne uzorak po uzorak). Na kraju prozora (podintervala) merenja T , pomoću skupa $k = 1, \dots, h$ harmonika signala (tj. frekvencijskih komponenti merenog ulaznog sinusnog signala) i Furijeovih koeficijenata, rekonstruišu se vrednosti originalnog ulaznog signala u diskretnom vremenskom domenu. Rekonstrukcija serija vremenskih signala, sa digitalnim vrednostima svakog diskretnog uzorka ulaznog signala unutar T , se realizuje primenom Matlab simulacionog koda, na osnovu trigonometrijske formule (5.33). Konačna funkcija kojom se rekonstruiše ulazni mereni signal se predstavlja pomoću trigonometrijskog polinoma prema formuli:

$$s_e(t_i) = DC + \sum_{k=1}^h a_k \cdot \cos\left(k \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{T} \cdot t_i\right) + \sum_{k=1}^h b_k \cdot \sin\left(k \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{T} \cdot t_i\right), 0 \leq t_i \leq T \quad (5.79)$$

Komparacijom grafova rekonstruisanog signala $s_e(t)$ i originalnog ulaznog (prostoperiodičnog ili složenoperiodičnog) $s(t)$, implementacijom Matlab simulacije, pokazuje se koliko je metoda SDMI tačna. Indikator veličine odstupanja izmerenog (rekonstruisanog) u odnosu na originalni signal je stvarna greška čija apsolutna vrednost se izračunava prema formuli:

$$\Delta_e(t_i) = |s(t_i) - s_e(t_i)|, [V] \quad (5.80)$$

gde se svaki uzorak originalnog ulaznog signala oduzima od uzorka rekonstruisanog u istom trenutku $0 \leq t_i \leq T$. Maksimalna apsolutna greška se izračunava kao:

$$\Delta_{e\max} = \max\{\Delta_e(t_i)\}, [V] \quad (5.81)$$

dok se greška odstupanja rekonstruisanog naspram originalnog signala, na celom dinamičkom opsegu merne instrumentacije, izračunava izrazom:

$$r_e(t_i) = \left| \frac{\Delta_e(t_i)}{U_{\max} - U_{\min}} \right| \quad (5.82)$$

a maksimalna procentualna greška odstupanja rekonstruisanog naspram originalnog signala, na celom dinamičkom opsegu merne instrumentacije, izračunava se formulom:

$$r_{e\max} = \max\{r_e(t_i)\} \cdot 100\% \quad (5.83)$$

Srednja vrednost apsolutne greške merenja rekonstruisanog u odnosu na originalni signal se izračunava prema formuli:

$$\Delta_{e\text{sr}} = \frac{\sum_{n=1}^N \Delta_e(n)}{N}, [V] \quad (5.84)$$

Varijansa ili srednjekvadratna greška merenja rekonstruisanog u odnosu na originalni signal se izračunava prema izrazu:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{n=1}^N [\Delta_e(n)]^2}{N}, [V^2] \quad (5.85)$$

a standardna devijacija merenja se izračunava prema formuli:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N [\Delta_e(n)]^2}{N}}, [V] \quad (5.86)$$

Generalno, kvant ADC-a je, na osnovu (5.41) i (5.43), limitiran brojem bita B tj. rezolucijom A/D konvertora. Zbog toga, odabir ukupnog broja uzoraka N predstavlja kompromis između što veće brzine merenja i tačnosti stohastičkog digitalnog mernog sistema. To znači da merna instrumentacija koja primenjuje metodu SDMI može da bude veoma precizna, čak i kada je mali SNR faktor, tako što se ukupan broj uzoraka N značajno poveća unutar mernog podintervala T. Smanjenje greške merenja, proistekle iz procesa A/D konverzije, se može postići kombinacijom naprednih iterativnih metoda korekcije [41].

Opisani model kojim se simulira primena metode SDMI se implementira u Matlab okruženju. Parametri stohastičkog digitalnog mernog sistema, zasnovanog na blok šemama sa Sl. 5.11 i 5.12, bez obzira na vrstu ulaznog merenog signala, se daju u Tabeli 5.1.

Tabela 5.1: Parametri modela stohastičkog digitalnog mernog sistema za merenje ulaznog signala

T[ms]	N	ADC ₁				ADC ₂			
		F _s [Hz]	B ₁	U _{min1} [V]	U _{max1} [V]	F _s [Hz]	B ₂	U _{min2} [V]	U _{max2} [V]
20	312	15600	6	-2.5	2.5	15600	8	-2.5	2.5

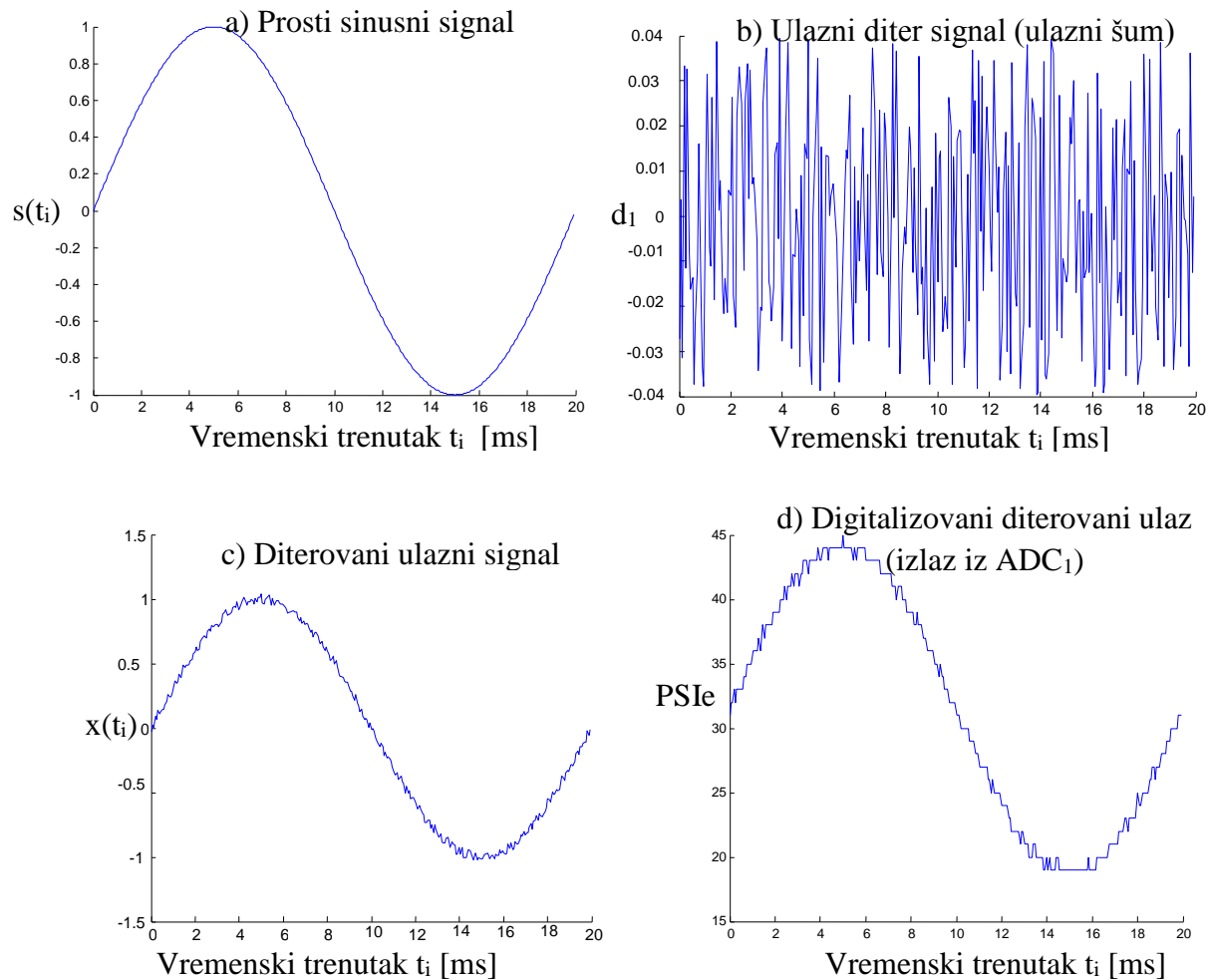
U eksperimentalnoj fazi ocene metode SDMI, prvo se simulira merenje karakterističnog signala na ulazu u model stohastičkog digitalnog mernog sistema. Parametri koji se prikazuju u Tabeli 5.2. opisuju ulazni analogni prosti sinusni signal, pomoćni signal i elemente kvantizacije.

Tabela 5.2: Parametri metode SDMI prostoperiodičnog ulaznog sinusnog signala

F [Hz]	A _s [V]	A ₀ [V]	h	q ₁ [V]	e ₁ [V]	D ₁	q ₂ [V]	e ₂ [V]	D ₂	S _a [V]
50	1	10 ⁻⁷	1	0.0794	0.0397	63	0.0196	0.0098	255	1

Vrednosti kvantova ADC-a q₁, q₂, grešaka kvantizacije e₁, e₂ i maksimalnih digitalnih referentnih izlaznih nivoa ADC-a D₁ i D₂ se izračunavaju na osnovu ulaznih (zadatih) parametara mernog sistema iz prethodne Tabele 5.1. Ostali parametri iz Tabele 5.2. se zadaju na početku Matlab simulacije. Na osnovu vrednosti iz Tabela 5.1. i 5.2., simulira se model merenja prostoperiodičnog ulaznog sinusnog signala predstavljenog funkcijom (5.35). Model se bazira na opisanoj metodi SDMI, a simulira se pomoću Matlab koda zabeleženog u M fajlovima "SDMIsinusprosti.m" iz Prilog br. 7 i „Sinusprosti.m“ iz Priloga br. 8. Nakon realizovane Matlab

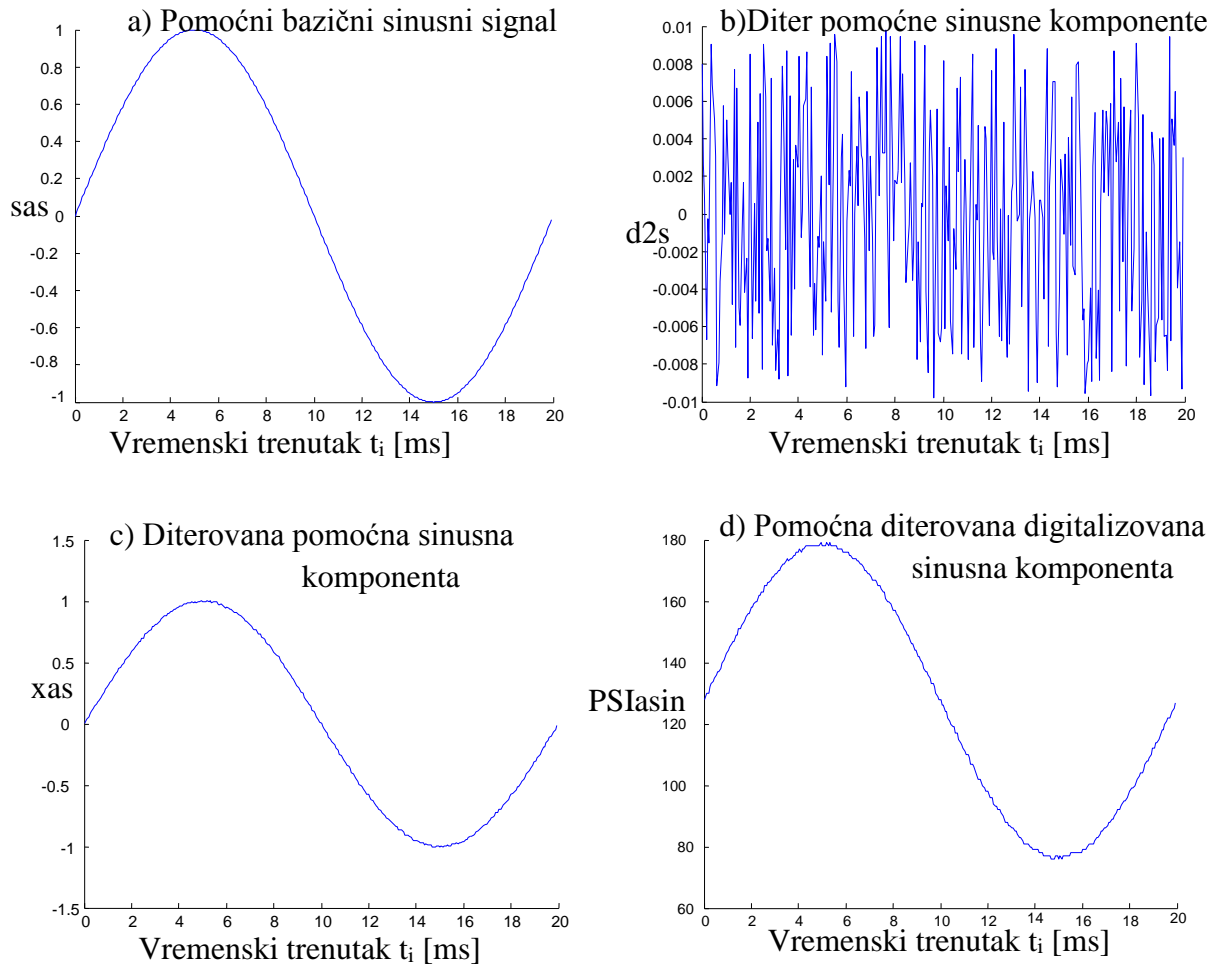
simulacije merenja ulaznog prostoperiodičnog sinusnog signala metodom SDMI, mereni ulazni signal *a*), diter ulaznog signala *b*), diterovani ulazni signal na izlazu iz analognog sabirača *c*) i digitalizovani diterovani ulazni prosti sinusni signal (na izlazu iz ADC₁) *d*) se prikazuju na Sl. 5.22.



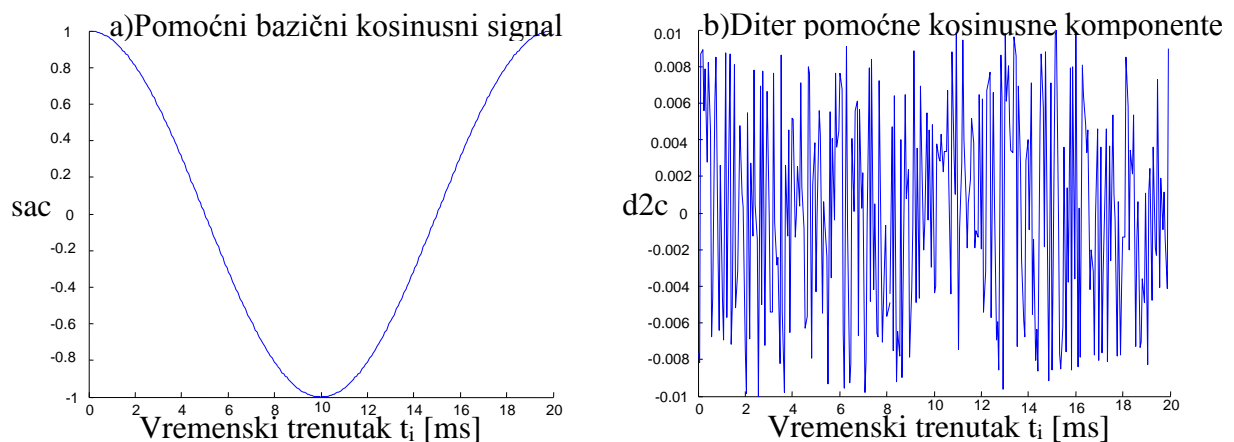
Sl. 5.22. Merenje prostoperiodičnog sinusnog signala: a) originalni signal, b) diter ulaznog signala, c) diterovani ulazni signal, d) izlaz ADC₁

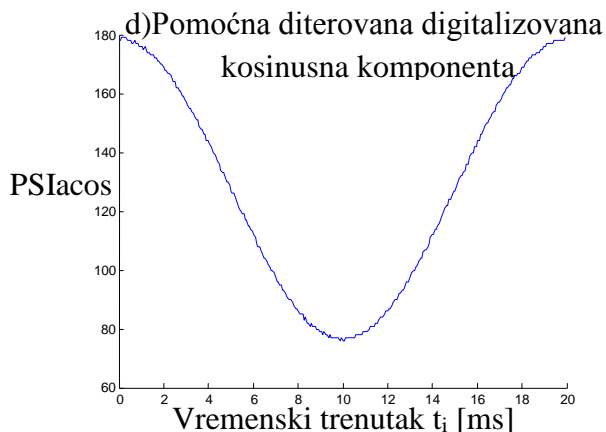
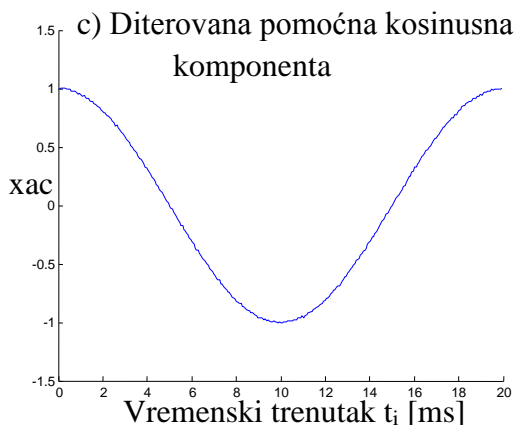
Daljim izvršavanjem Matlab koda, simulira se sinusna komponenta pomoćnog signala sa graficima generisanih signala koji se prikazuju na Sl. 5.23 a, b, c, d. Takođe se Matlab simulacijom modela stohastičkog digitalnog mernog sistema generišu kosinusne komponente pomoćnog signala sa graficima koji se prikazuju na Sl. 5.24 a, b, c, d. Formirane bazične funkcije diterovanih digitalizovanih sinus i kosinus komponenti pomoćnog signala predstavljaju izlaz iz memorije modela stohastičkog digitalnog mernog sistema, baziranog na blok šemi sa Sl. 5.21. Generisane komponente pomoćnog signala se dovode na ulaze množača gde se svaka k -ta sinus i

kosinus komponenta pomoćnog signala množi sa generisanim digitalizovanim diterovanim ulaznim prostim sinusnim signalom formiranim na izlazu iz ADC₁.



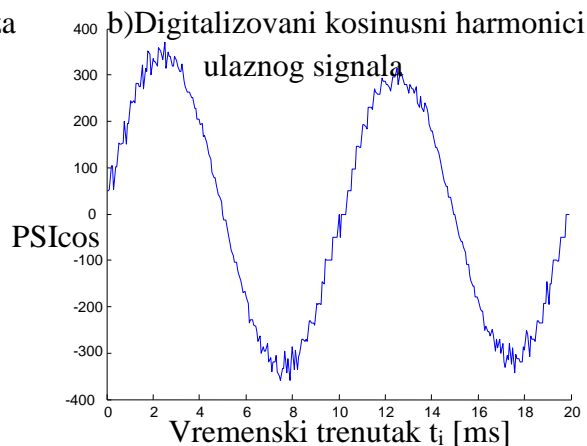
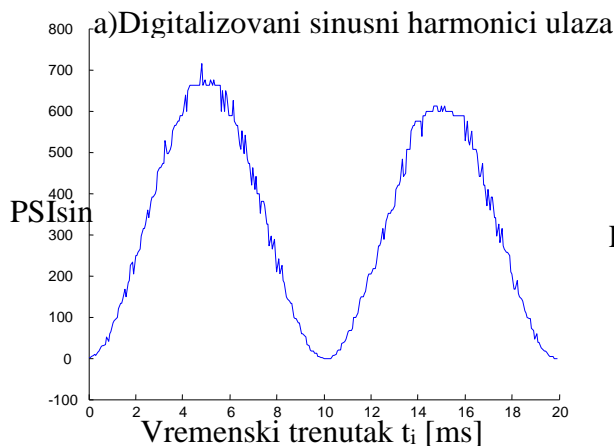
Sl. 5.23. Bazični pomoćni sinus: a) bazična sinusna komponenta pomoćnog signala, b) diter pomoćne sinusne komponente, c) diterovana pomoćna sinusna komponenta, d) diterovana digitalizovana pomoćna sinusna komponenta





Sl. 5.24. Bazični pomoćni kosinus: a) bazična kosinusna komponenta pomoćnog signala, b) diter pomoćne kosinusne komponente, c) diterovana pomoćna kosinusna komponenta, d) diterovana digitalizovana pomoćna kosinusna komponenta

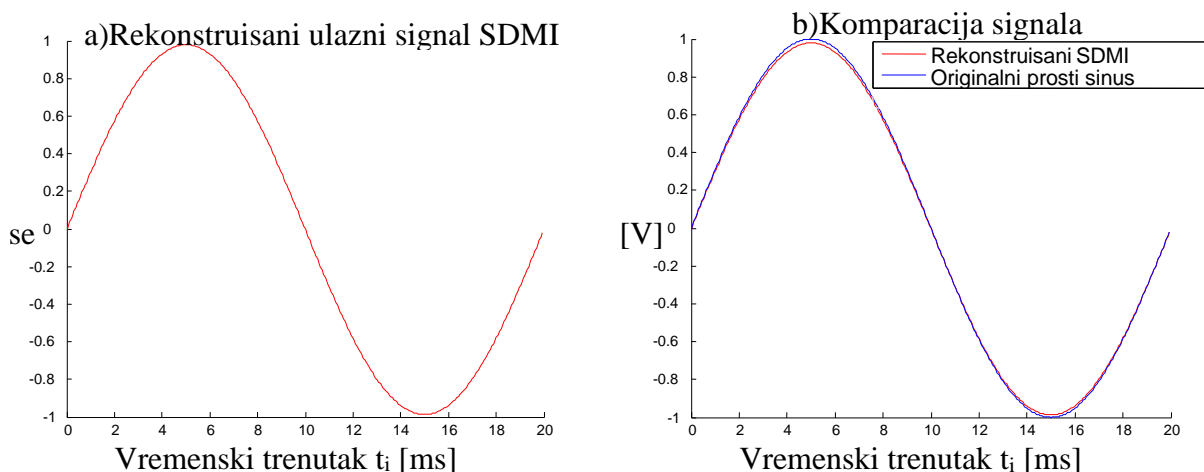
Kao rezultat, na izlazu iz svakog množača stohastičkog digitalnog sistema se generišu k -te sinusne i kosinusne digitalizovane komponente (harmonici) ulaznog prostoperiodičnog sinusnog signala, čiji grafovi signala se prikazuju na Sl. 5.25 a, b respektivno.



Sl. 5.25. Izlazi iz množača: a) digitalizovana sinusna komponenta ulaza (izlaz iz množača), b) digitalizovana kosinusna komponenta ulaza (izlaz iz množača)

Rekonstruisani prosti sinusni signal, generisan primenom metode SDMI, se prikazuje na Sl. 5.26a, dok se komparacija grafova originalnog i rekonstruisanog prostog sinusnog signala prikazuje na Sl. 5.26b. Svi grafovi su generisani Matlab simulacijom modela SDMI.

Matlab simulacija omogućava, pored grafičke, kvantitativnu proveru tačnosti dizajniranog modela SDMI prostosinusnog signala.



Sl. 5.26. Rekonstrukcija i komparacija prostog sinusnog ulaza: a) rekonstruisani prostoperiodični sinusni signal, b) komparacija originalnog i rekonstruisanog signala

U Tabeli 5.3. se prikazuju greške merenja jednosmerne, sinusne i kosinusne komponente ulaznog originalnog signala.

Tabela 5.3: Greške merenja komponenti prostoperiodičnog sinusnog signala metodom SDMI

Δ_{DC} [V]	r_{DC} [%]	$\Delta_{\sin 1}$ [V]	$\delta_{\sin 1}$ [%]	$r_{\sin 1}$ [%]	$\Delta_{\cos 1}$ [V]	$r_{\cos 1}$ [%]
0.0043	0.0865	0.0152	1.5167	0.3033	0.0029	0.0589

U Tabeli 5.4. se prikazuje rezultat merenja jednosmerne DC komponente ulaznog signala, sinusne b_k i kosinusne a_k analogne vrednosti Furijeovih koeficijenata kao i maksimalna apsolutna greška merenja i maksimalno procentualno odstupanje rekonstruisanog naspram originalnog signala u odnosu na dinamički opseg merenja stohastičkog digitalnog sistema.

Tabela 5.4: Izmerene vrednosti DC, Furijeovih koeficijenata i odstupanja rekonstruisanog u odnosu na prostoperiodični sinusni signal

DC [V]	b_1 [V]	a_1 [V]	$\Delta_{e_{\max}}$ [V]	r_{\max} [%]	$\Delta_{e_{sr}}$ [V]	σ^2 [V ²]	σ [V]
0.0043	0.9848	0.0029	0.0111	0.1515	0.0102	$1.38 \cdot 10^{-4}$	0.0117

Matlab simulacija primene metode SDMI složenoperiodičnog signala koristi funkciju ulaznog signala definisanu sa (5.45). Uz već određene parametre stohastičkog digitalnog mernog sistema, date u Tabeli 5.1. iz kojih proističu identični parametri kvantizacije ulaznog i pomoćnog signala, prikazanih u Tabeli 5.2., Matlab simulacijom sa kodom iz Priloga br. 9 i Priloga br. 10 se modeluje merenje ulaznog jednoharmonijskog signala čiji parametri se prikazuju u Tabeli 5.5. Parametri *scoef* i *ckcoef* predstavljaju prve sinusne i kosinusne koeficijente složenoperiodičnog signala (amplitude k -tog sinus/kosinus harmonika).

Tabela 5.5: Parametri složenoperiodičnog jednoharmonijskog ulaza i pomoćnog signala

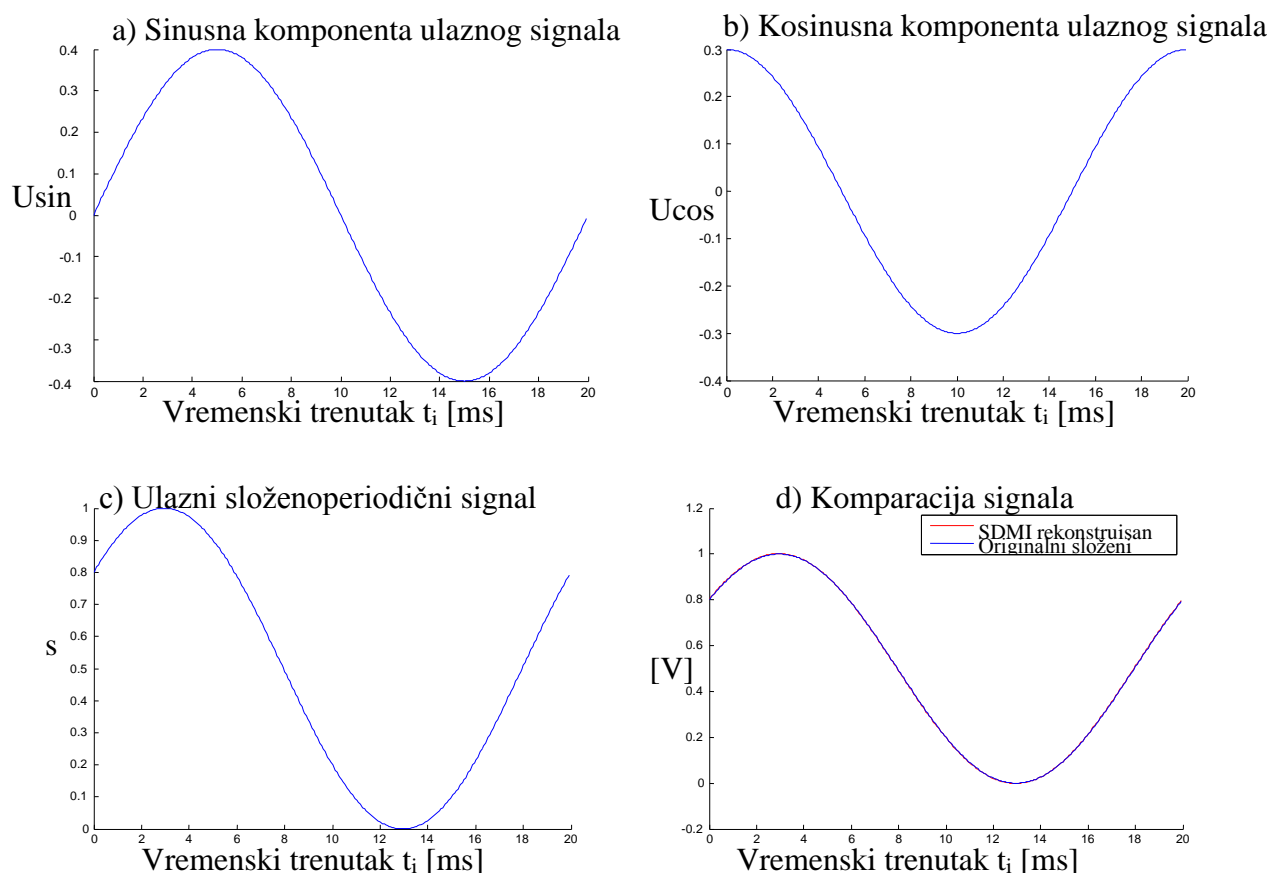
F [Hz]	skoef [V]	ckoef [V]	A_0 [V]	h	S_a [V]
50	0.4	0.3	0.5	1	1

U situaciji kada se razmatra merenje složenoperiodičnog signala sa samo jednom frekvencijskom komponentom tj. sa $h=1$ sin/cos harmonikom i prisutnim DC signalom, rezultati Matlab simulacije modela stohastičke digitalne instrumentacije, primenom metode SDMI, se prikazuju u Tabeli 5.6.

Tabela 5.6: Greške merenja komponenti jednoharmonijskog signala metodom SDMI

Δ_{DC} [V]	r_{DC} [%]	δ_{DC} [%]	$\Delta_{\sin 1}$ [V]	$\delta_{\sin 1}$ [%]	$r_{\sin 1}$ [%]	$\Delta_{\cos 1}$ [V]	$\delta_{\cos 1}$ [%]	$r_{\cos 1}$ [%]
0.000356	0.0071	0.0712	0.00028	0.0697	0.0056	0.0028	0.9446	0.0567

Na Sl. 5.27 se prikazuju sinusna a) i kosinusna b) komponenta složenoperiodičnog ulaznog signala c) sa komparacijom prema rekonstruisanom signalu d).



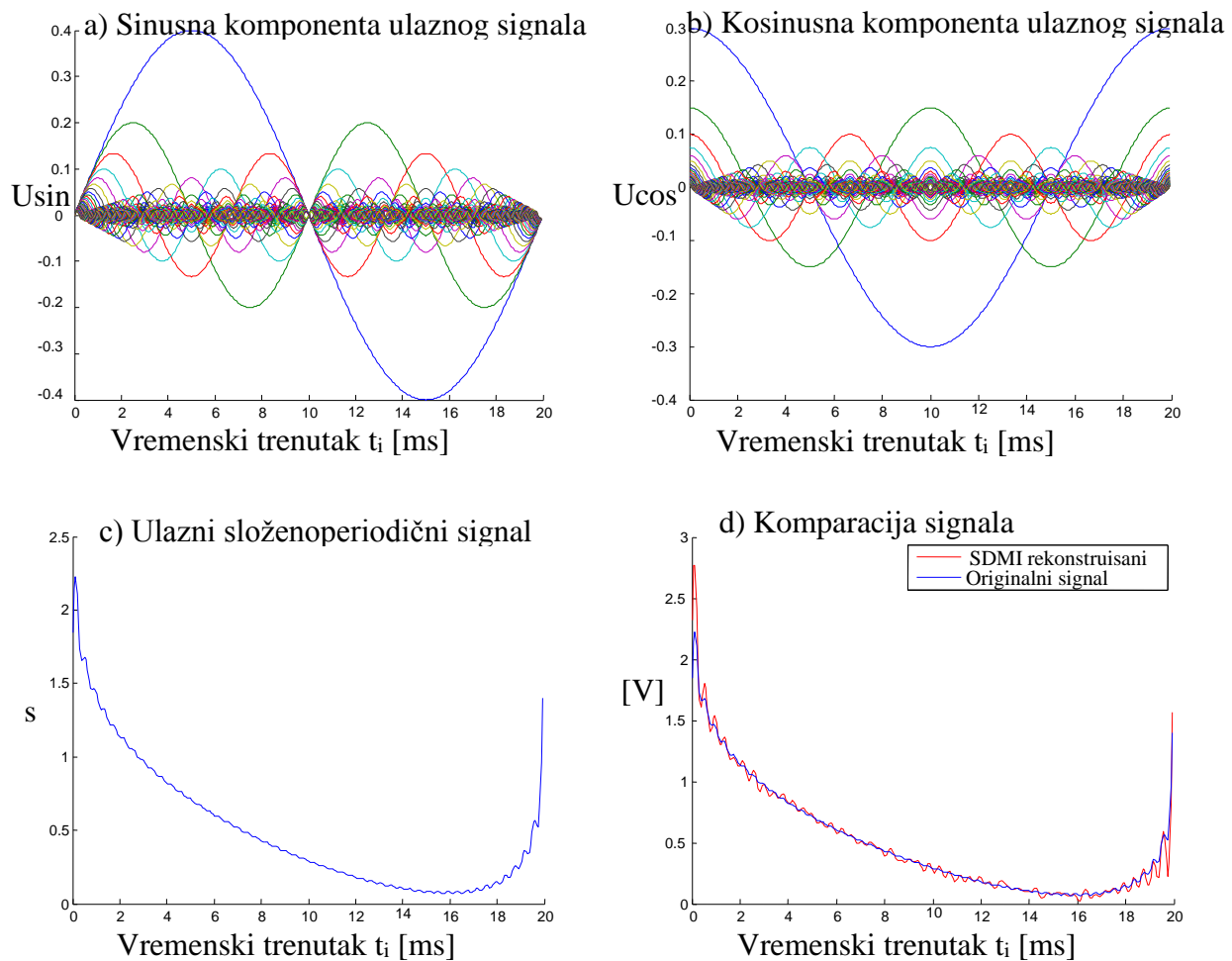
Sl. 5.27. Jednoharmonijski ulaz: a) sinusni harmonik, b) kosinusni harmonik, c) složenoperiodični ulaz, d) komparacija rekonstruisanog prema originalnom složenom signalu

Simulacijom izmerene vrednosti jednosmerne komponente, Furijeovog sinusnog i kosinusnog koeficijenta sa odstupanjima rekonstruisanog od originalnog signala se prikazuju u Tabeli 5.7.

Tabela 5.7: Izmerene vrednosti rekonstruisanog signala sa odstupanjima u odnosu na original

DC [V]	b_1 [V]	a_1 [V]	$\Delta_{e_{max}}$ [V]	$r_{e_{max}}$ [%]	$\Delta_{e_{sr}}$ [V]	σ^2 [V ²]	σ [V]
0.5004	0.3997	0.3028	0.0025	0.0639	0.0018	$4.18 \cdot 10^{-6}$	0.0020

Matlab simulacijom iz Priloga br. 9 i Priloga br. 10 složenoperiodičnog višeharmonijskog signala sa $h=49$ sinus i kosinus komponenti i prisutnom DC komponentom, generišu se grafovi signala koji se prikazuju na Sl. 5.28.



Sl. 5.28. Višeharmonijski ulaz: a) sinus harmonici, b) kosinus harmonici, c) složenoperiodični ulaz sa $h=49$, d) komparacija rekonstruisanog i originalnog višeharmonijskog ulaza

Simulacioni model sadrži iste vrednosti parametara iz Tabele 5.1., parametre kvantizacije ulaznog i pomoćnog signala iz Tabele 5.2 kao i parametre iz Tabele 5.5. Amplitude sinusnih $h=49$ i kosinusnih $h=49$ harmonika se tokom simulacije izračunavaju prema formuli:

$$skoef_k = \frac{skoef_1}{k}, k = 1, 2, \dots, h \quad (5.87)$$

za sinusni koeficijent i:

$$ckoef_k = \frac{ckoef_1}{k}, k = 1, 2, \dots, h \quad (5.88)$$

za kosinusni koeficijent. Matlab simulacionim modelom se meri DC komponenta, 49 sinusnih i 49 kosinusnih Furijeovih koeficijenata sinusnih i kosinusnih frekvencijskih komponenti u cilju rekonstrukcije ulaznog složenoperiodičnog višeharmonijskog signala. U Tabeli 5.8. se prikazuju greške merenja DC komponente višeharmonijskog složenoperiodičnog signala (sa DC+49sin+49cos komponenti) kao i odstupanje rekonstruisanog u odnosu na originalni signal.

Tabela 5.8: Greške merenja DC komponente i odstupanja izmerenog rekonstruisanog složenoperiodičnog višeharmonijskog signala u odnosu na original

Δ_{DC} [V]	r_{DC} [%]	δ_{DC} [%]	DC [V]	$\Delta_{e_{max}}$ [V]	$r_{e_{max}}$ [%]	Δ_{esr} [V]	σ^2 [V ²]	σ [V]
0.0006	0.012	0.122	0.5006	0.2943	3.8224	0.0291	0.0052	0.0718

U Tabeli 5.9. se prikazuju rasponi izmerenih sinusnih i kosinusnih Furijeovih koeficijenata kao i greške u merenju amplituda sinusnih i kosinusnih harmonika složenoperiodičnog signala.

Tabela 5.9: Sinusni i kosinusni Furijeovi koeficijenti sa greškama merenja amplituda sinusnih i kosinusnih frekvencijskih komponenti složenoperiodičnog ulaznog signala

b_{min} [V]	b_{max} [V]	Δ_{sin}^{min} [V]	Δ_{sin}^{max} [V]	δ_{sin} [%]	r_{sin}^{min} [%]	r_{sin}^{max} [%]
0.016	0.403	0.004	0.015	0.969	0.077	0.291
a_{min} [V]	a_{max} [V]	Δ_{cos}^{min} [V]	Δ_{cos}^{max} [V]	δ_{cos} [%]	r_{cos}^{min} [%]	r_{cos}^{max} [%]
0.012	0.302	0.002	0.016	0.664	0.039	0.321

Uočava se da apsolutne greške merenja amplituda sinusnih i kosinusnih komponenti složenoperiodičnog višeharmonijskog ulaza ne prelaze 16mV. Modelom merenja u Matlab simulacionom procesu, primenom metode SDMI, apsolutna greška merenja amplitude sinusnih i kosinusnih harmonika složenog signala na ulazu merne instrumentacije, se izračunava prema formulama:

$$\Delta_{sin k} = |skoef_k - b_k| \quad (5.89)$$

za sinusni harmonik na osnovu (5.87) i (5.68), a na osnovu (5.88) i (5.72) za kosinusni harmonik:

$$\Delta_{cos k} = |ckoef_k - a_k| \quad (5.90)$$

Po analogiji, procentualna relativna greška merenja amplitude sinusnog harmonika složenog originalnog signala se izračunava, na osnovu (5.87) i (5.89) kao:

$$\delta_{\sin k} = \left| \frac{\Delta_{\sin k}}{skoeff_k} \right| \cdot 100\% \quad (5.91)$$

a za kosinusni harmonik, na osnovu (5.88) i (5.90):

$$\delta_{\cos k} = \left| \frac{\Delta_{\cos k}}{ckoeff_k} \right| \cdot 100\% \quad (5.92)$$

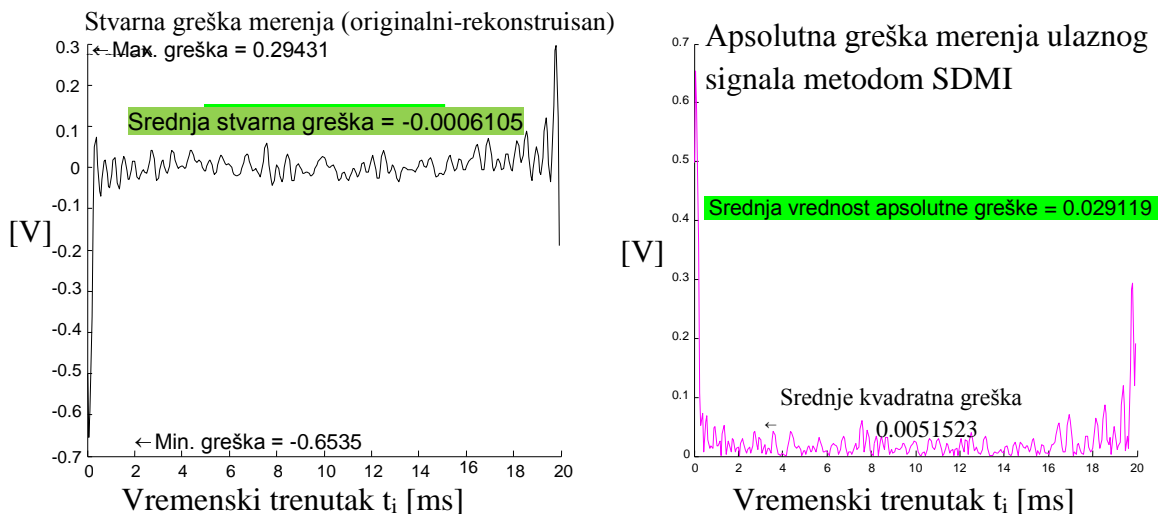
Relativna greška merenja amplitude sin/cos harmonika, u većem delu merenog podintervala T, je oko 1%. Procentualna greška merenja amplitude sinusnog harmonika složenog originalnog signala u odnosu na dinamički opseg instrumentacije se određuje, na osnovu (5.89), prema formuli:

$$r_{\sin k} = \left| \frac{\Delta_{\sin k}}{U_{\max l} - U_{\min l}} \right| \cdot 100\% \quad (5.93)$$

a za kosinusni harmonik:

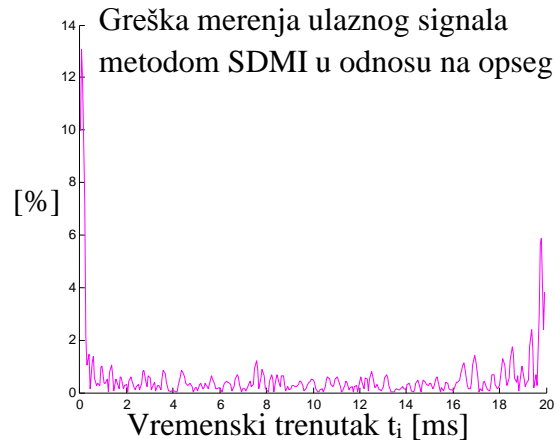
$$r_{\cos k} = \left| \frac{\Delta_{\cos k}}{U_{\max l} - U_{\min l}} \right| \cdot 100\% \quad (5.94)$$

Procentualne greške merenja amplitude harmonika složenog ulaza ne prelaze 0.35%. Na Sl. 5.29. se prikazuju grafovi grešaka merenja složenoperiodičnog višeharmonijskog signala. Uočava se da je srednja apsolutna greška merenja složenoperiodičnog višeharmonijskog signala, primenom metode SDMI, ispod 0.03V. Realna (stvarna) srednja greška merenja u mernom podintervalu T, je jednaka razlici originalnog i rekonstruisanog signala i iznosi oko -0.6mV.



Sl. 5.29. Greške merenja višeharmonijskog ulaza: a) realna greška, b) apsolutna greška

Procentualna greška merenja ulaznog složenog signala, u odnosu na dinamički opseg merne instrumentacije, se prikazuje na Sl. 5.30. Može se uvideti da je na najvećem delu podintervala merenja T, greška merenja originalnog signala oko 1% u odnosu na opseg merenja.



Sl. 5.30: Procentualna greška merenja složenoperiodičnog višeharmonijskog ulaznog signala u odnosu na opseg merne instrumentacije

Ako se pretpostavi da je ulazni analogni mereni signal $s(t)$ pravougaoni, u Matlab kodu simulacije modela merenja pravougaonog signala, primenom metode SDMI, funkcija ulaznog signala se predstavlja sa:

$$s(t_i) = A_p \cdot \text{squard}(\arg, 50) \quad (5.95)$$

pri čemu je A_p amplituda pravougaonog signala, dok je:

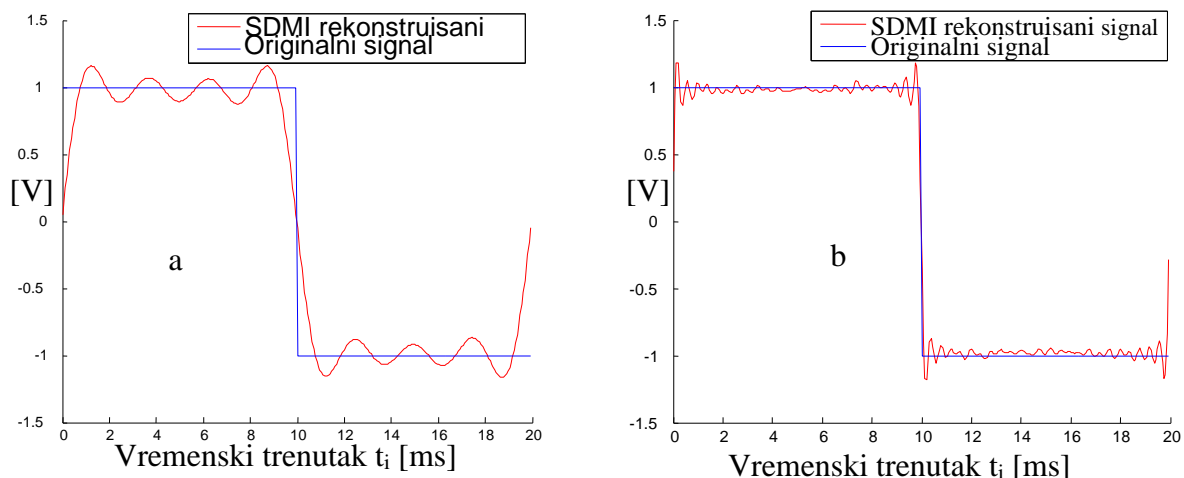
$$\arg = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \frac{t_i}{1000} \quad (5.96)$$

Matlab simulacija se primenjuje na isti model mernog sistema kao i kod merenja sinusnog signala. Parametri ulaznog pravougaonog signala se prikazuju u Tabeli 5.10.

Tabela 5.10. Parametri ulaznog i pomoćnog signala

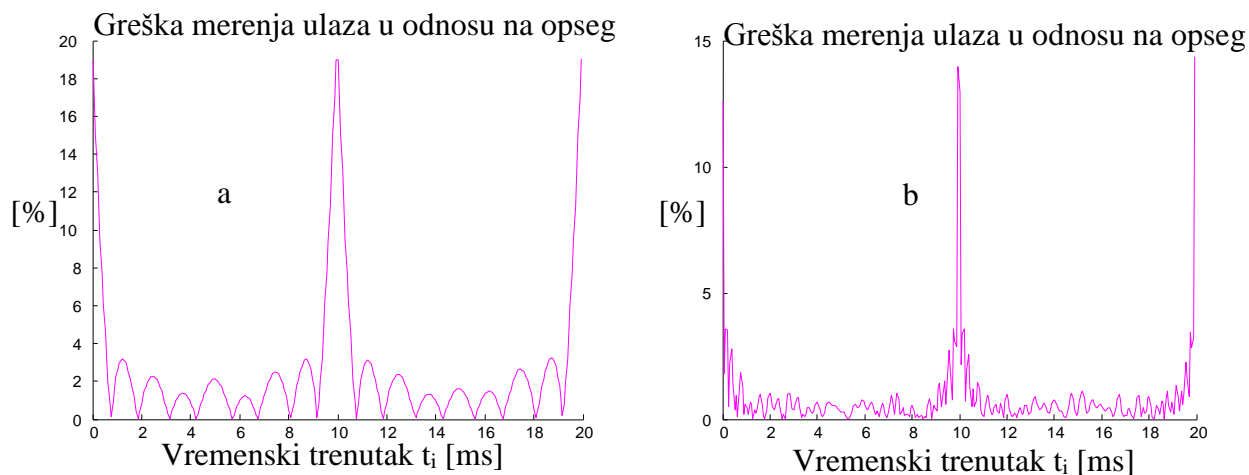
F [Hz]	A_p [V]	A_0 [V]	S_a [V]
50	1	10^{-7}	1

Rezultati simulacije, primenom Matlab koda iz Priloga br. 11 i Priloga br. 12, se prezentuju graficima signala koji se prikazuju na Sl. 5.31. Na graficima se kompariraju rekonstruisani i originalni pravougaoni signal u dve varijante merenja. Prema prvoj supoziciji, simulacija merenja ulaznog signala se realizuje izračunavanjem DC komponente, 7 sinusnih i 7 kosinusnih Furijeovih koeficijenata. U drugoj situaciji se, pored jednosmerne komponente izračunava 49 sinusnih i 49 kosinusnih Furijeovih koeficijenata.



Sl. 5.31. Komparacija pravougaonog ulaznog i rekonstruisanog signala za: a) $h=7$, b) $h=49$

Greška merenja pravougaonog originala u odnosu na opseg instrumentacije, u situaciji kada se stepen interpolacije poveća sa $h=7$ na $h=49$, prikazuje se na Sl. 5.32.



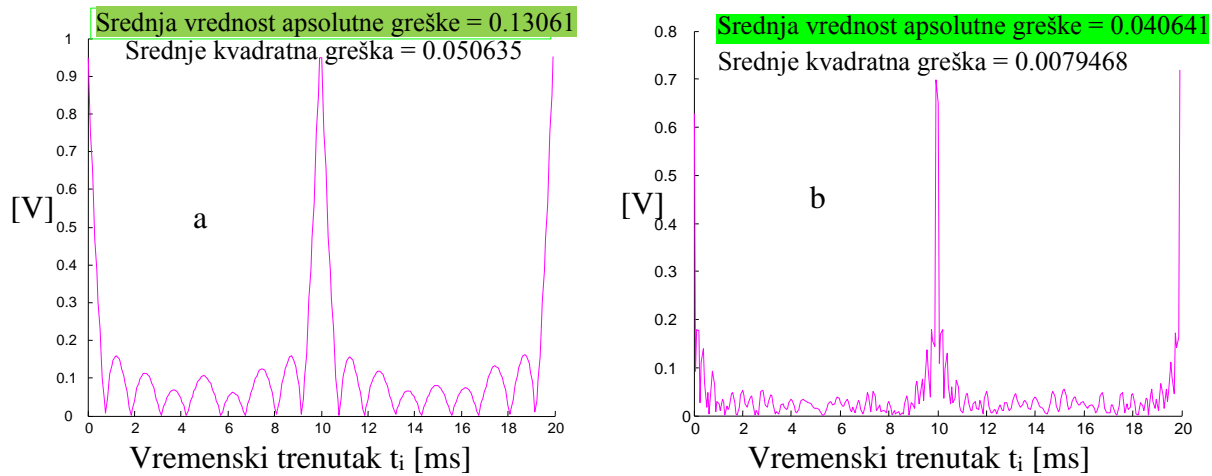
Sl. 5.32. Greška merenja pravougaonog signala u odnosu na opseg kada je: a) $h=7$, b) $h=49$

U Tabeli 5.11. se prikazuju greške merenja rekonstruisanog u odnosu na originalni pravougaoni signal, za slučaj kada se koristi red polinoma interpolacija $h=7$ i $h=49$.

Tabela 5.11. Greške merenja pravougaonog signala za $h=7$ i $h=49$

	$\Delta_{e\max}$ [V]	r_{\max} [%]	$\Delta_{e,sr}$ [V]	σ^2 [V ²]	σ [V]
$h=7$	0.952	18.93	0.132	0.050	0.225
$h=49$	0.685	14.21	0.041	0.008	0.089

Apsolutna greška merenja pravougaonog signala se prikazuje na Sl. 5.33.



Sl. 5.33. Apsolutna greška merenja pravougaonog signala za: a) $h=7$, b) $h=49$

Analizom rezultata zaključuje se da su bitno smanjena odstupanja rekonstruisanog u odnosu na originalni mereni pravougaoni signal u situaciji kada je rekonstruisani signal generisan polinomom većeg reda ($h=49$). Uočava se da je srednja apsolutna greška merenja smanjena oko 30% kada se stepen Furijeove interpolacije povećao sa $h=7$ na $h=49$.

Kada se simulira merenje složenoperiodičnog pravougaonog signala, koristi se Matlab kod iz Priloga br. 13 i Priloga br. 14. Model merenja se bazira na istim principima kao i model složenoperiodičnog sinusnog signala. Parametri ulaznog složenoperiodičnog pravougaonog signala kao i pomoćnog signala se prikazuju u Tabeli 5.12., gde je sa A_p obeležen prvi koeficijent pravougaonog signala.

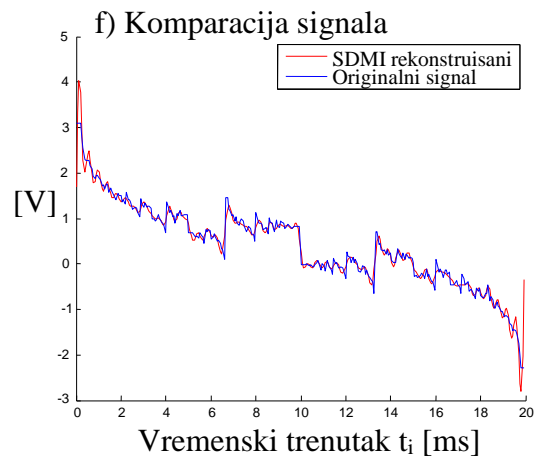
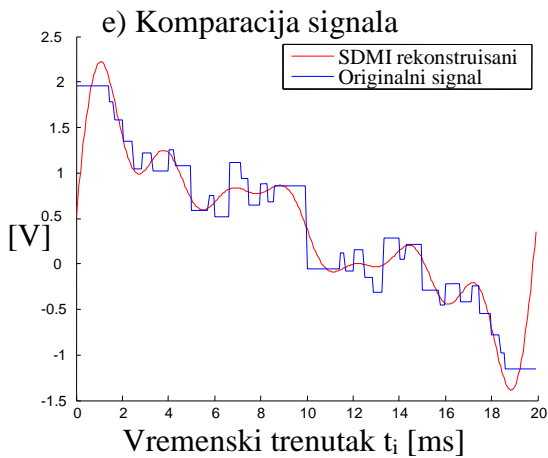
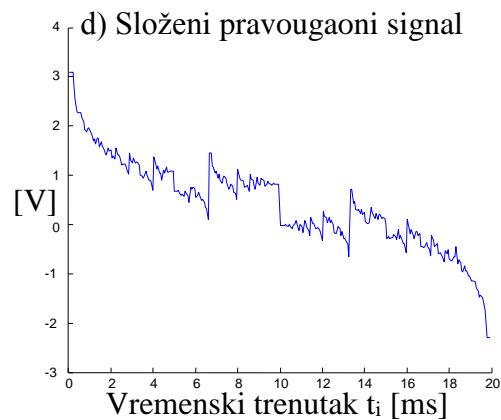
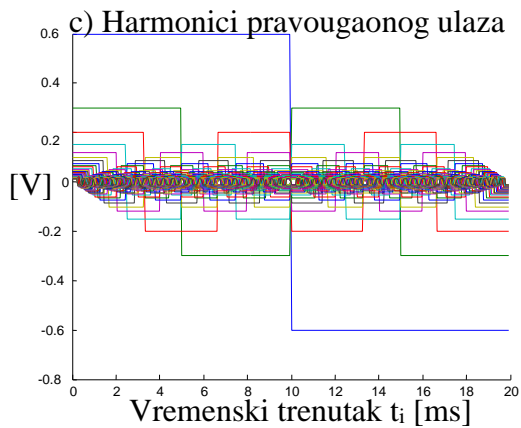
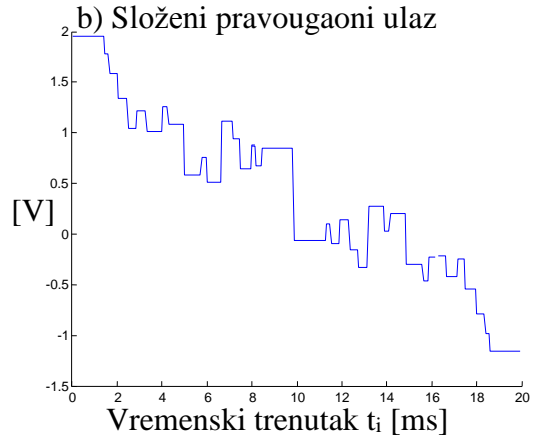
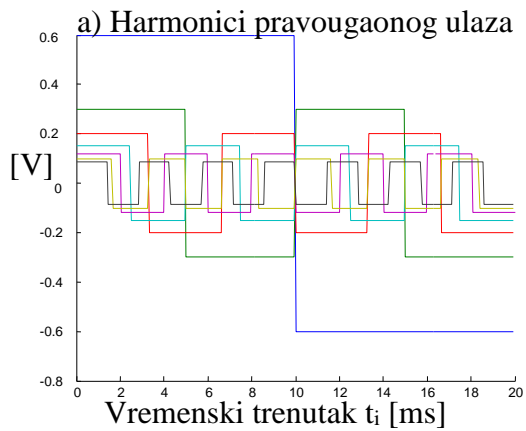
Tabela 5.12. Parametri ulaznog složenog pravougaonog ulaza i pomoćnog signala

F [Hz]	A_p [V]	A_0 [V]	S_a [V]
50	0.6	0.4	1

U Tabeli 5.13. se prikazuju greške u rekonstrukciji složenoperiodičnog pravougaonog signala u situaciji kada je modelom merenja simulirano generisanje Furijeovog polinoma interpolacije sa $h=7$ i $h=49$. Rezultati merenja se grafički prikazuju na Sl. 5.34.

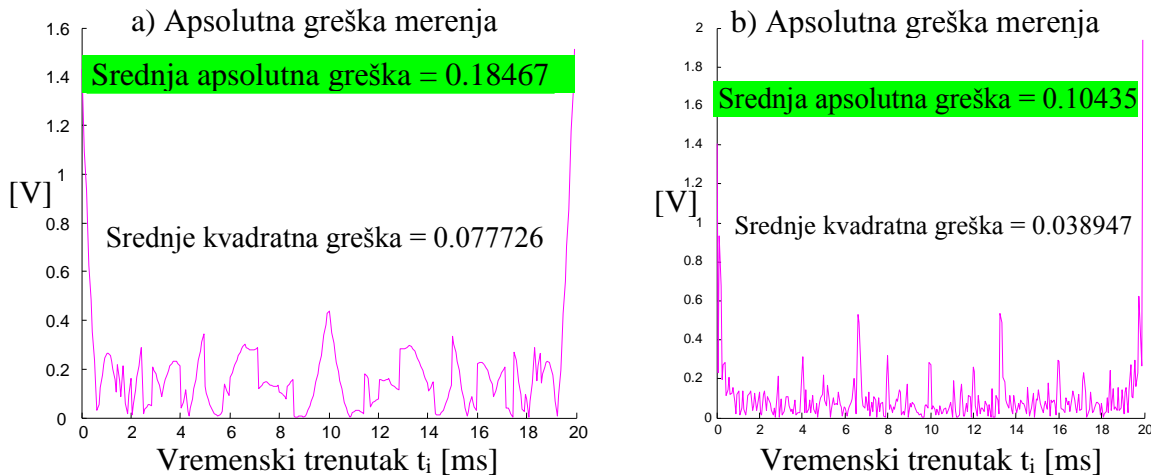
Tabela 5.13. Generisane greške u rekonstrukciji složenog pravougaonog signala pri a) $h=7$, b) $h=49$

	$\Delta_{e\max}$ [V]	r_{\max} [%]	$\Delta_{e,sr}$ [V]	σ^2 [V ²]	σ [V]
$h=7$	1.429	30.25	0.185	0.077	0.279
$h=49$	1.407	38.73	0.104	0.039	0.197



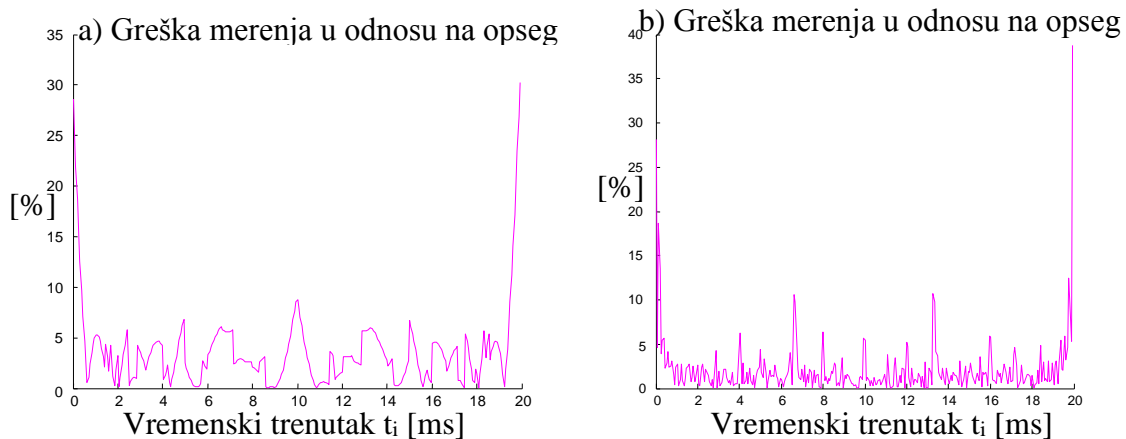
Sl. 5.34. Ulazni složenoperiodični pravougaoni signal i komparacija rekonstruisanog i originalnog ulaznog signala: a) originalni harmonici kod $h=7$, b) ulazni složeni pravougaoni signal pri $h=7$, c) originalni harmonici pri $h=49$, d) ulazni složeni pravougaoni signal pri $h=49$, e) komparacija rekonstruisanog i originalnog signala pri $h=7$, f) komparacija rekonstruisanog i originalnog signala pri $h=49$

Na Sl. 5.35. se prikazuju apsolutne greške merenja složenog pravougaonog signala u situacijama kada je $h=7$ i $h=49$.



Sl. 5.35. Apsolutna greška merenja složenog pravougaonog signala za: a) $h=7$, b) $h=49$

Na Sl. 5.36. se prezentuje odstupanje rekonstruisanog od originalnog signala u odnosu na dinamički opseg merne instrumentacije kada je $h=7$ i $h=49$.



Sl. 5.36. Greške merenja složenog pravougaonog signala u odnosu na opseg pri: a) $h=7$, b) $h=49$

Uočava se da je greška merenja složenog pravougaonog signala, u odnosu na opseg instrumentacije, oko 3% za $h=49$ na većem delu mernog podintervala, dok je kod $h=7$ vrednost iste greške skoro duplo veća. Srednja vrednost stvarne (realne) greške koja je jednaka razlici originalnog i rekonstruisanog signala, na celom podintervalu merenja T , iznosi oko 1.5mV.

Kada je na ulazu u stohastički digitalni merni sistem doveden testerasti signal, Matlab model simulacije merenja ulaznog signala se bazira na funkciji testerastog signala koji se predstavlja formulom:

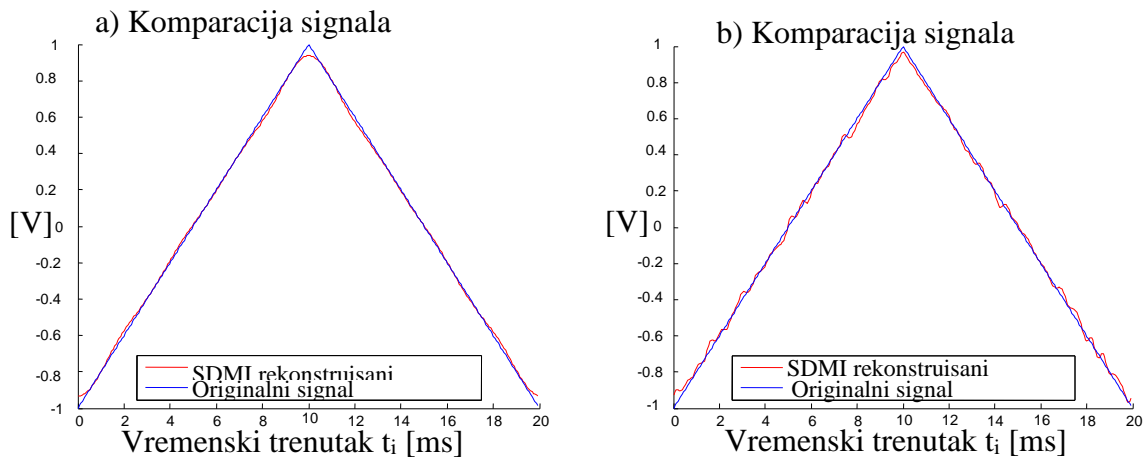
$$s(t_i) = A_t \cdot \text{sawtooth}(\arg, 0.5) \quad (5.97)$$

pri čemu je \arg određen sa (5.96), a amplituda prostog testerastog ulaznog signala je A_t . Ulazni prosti testerasti signal se opisuje parametrima koji se prikazuju u Tabeli 5.14.

Tabela 5.14. Parametri prostog testerastog ulaznog signala

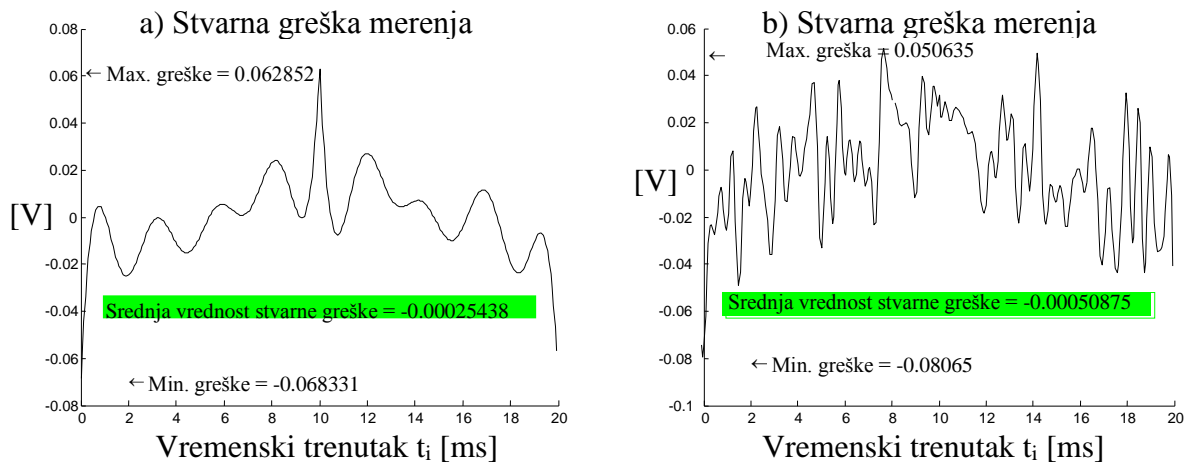
F [Hz]	A_t [V]	A_0 [V]	S_a [V]
50	1	10^{-7}	1

Matlab simulacija merenja prostog testerastog signala se bazira na istom modelu kao i merenje prostoperiodičnog sinusnog signala. Matlab simulacijom merenja ulaznog prostog testerastog signala, primenom koda iz Priloga br. 15 i Priloga br. 16, generišu se grafici na Sl. 5.37.



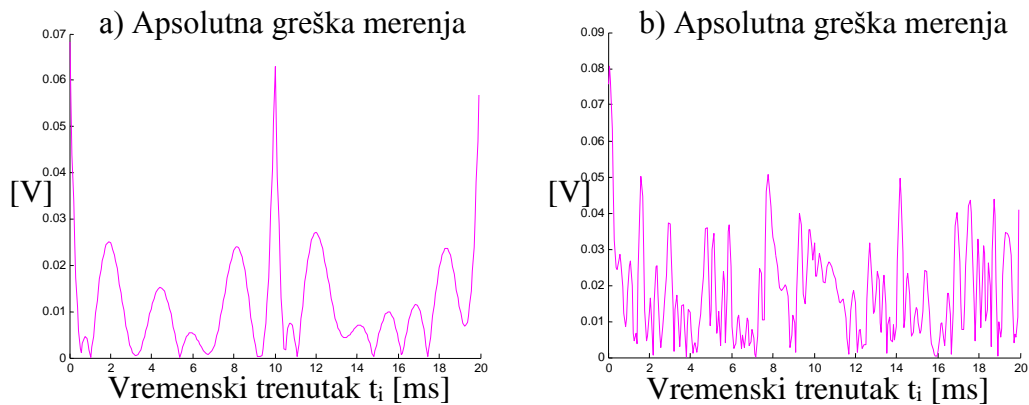
Sl. 5.37. Komparacija rekonstruisanog i originalnog prostog testerastog signala: a) $h=7$, b) $h=49$

Grafik stvarne greške merenja prostog testerastog signala se prikazuje na Sl. 5.38.



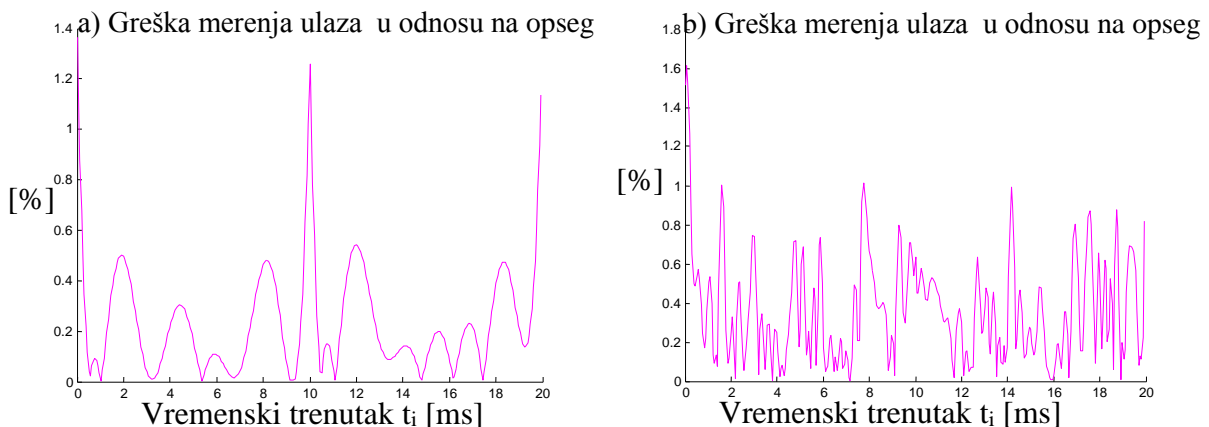
Sl. 5.38. Stvarna greška merenja prostog testerastog signala: a) $h=7$, b) $h=49$

Apsolutna greška merenja prostog testerastog signala se prikazuje na Sl. 5.39.



Sl. 5.39. Apsolutna greška merenja prostog testerastog signala: a) $h=7$, b) $h=49$

Greška merenja prostog testerastog signala u odnosu na dinamički opseg merne instrumentacije se prikazuje na Sl. 5.40.



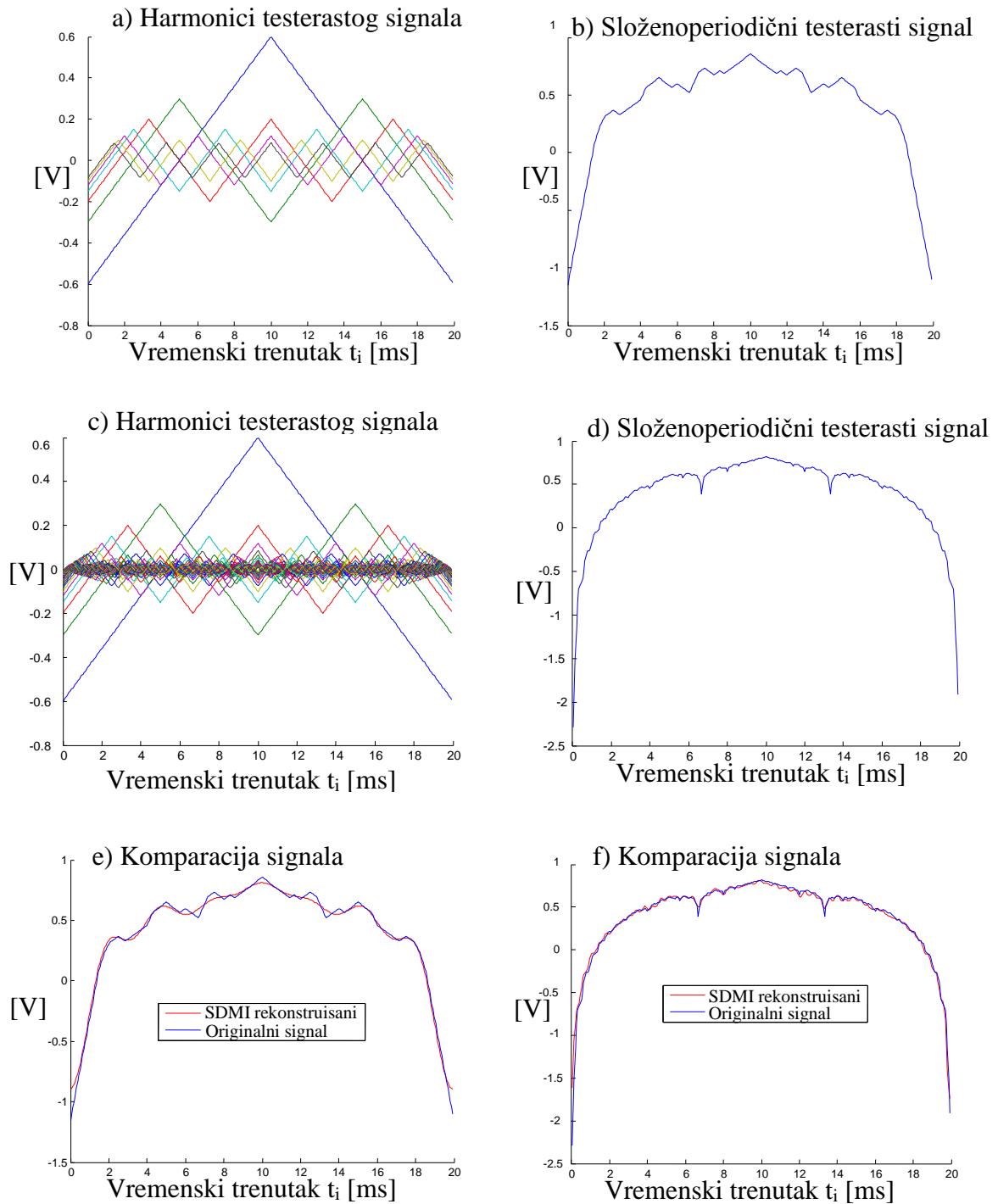
Sl. 5.40. Greška merenja prostog testerastog signala u odnosu na opseg: a) $h=7$, b) $h=49$

Greške merenja prostog testerastog signala se prikazuju u Tabeli 5.15. kada je $h=7$ i $h=49$.

Tabela 5.15. Greške merenja prostog testerastog signala

	$\Delta_{e,max}$ [V]	$r_{e,max}$ [%]	$\Delta_{e,sr}$ [V]	σ^2 [V ²]	σ [V]
$h=7$	0.063	1.137	0.012	$2.58 \cdot 10^{-4}$	0.016
$h=49$	0.050	0.816	0.018	$5.2 \cdot 10^{-4}$	0.023

Uočava se da realna srednja vrednost greške merenja prostog testerastog signala ne prelazi 0.5mV i da je greška merenja u odnosu na dinamički opseg instrumentacije modela ispod 1%.



Sl. 5.41. Složenoperiodični testerasti signal: a) harmonici složenoperiodičnog testerastog signala pri $h=7$, b) složenoperiodični testerasti signal pri $h=7$, c) harmonici složenoperiodičnog testerastog signala pri $h=49$, d) složenoperiodični testerasti signal pri $h=49$, e) komparacija rekonstruisanog i originalnog složenoperiodičnog testerastog signala pri $h=7$, f) komparacija rekonstruisanog i originalnog složenoperiodičnog testerastog signala pri $h=49$

Ako se na ulazu u merni digitalni sistem, dovede složenoperiodični testerasti signal, Matlab simulacionim kodom, iz Priloga br. 17 i Priloga br. 18, generišu se grafovi složenog testerastog signala koji se prikazuju na Sl. 5.41. Simulacija merenja složenog testerastog signala se zasniva na istim principima modelovanja stohastičke digitalne merne instrumentacije koristeći metodu SDMI kao i u situacijama složenog sinusnog ili pravougaonog signala. Parametri ulaznog složenog testerastog i pomoćnog signala se zadaju u Tabeli 5.16.

Tabela 5.16. Parametri složenog testerastog i pomoćnog signala

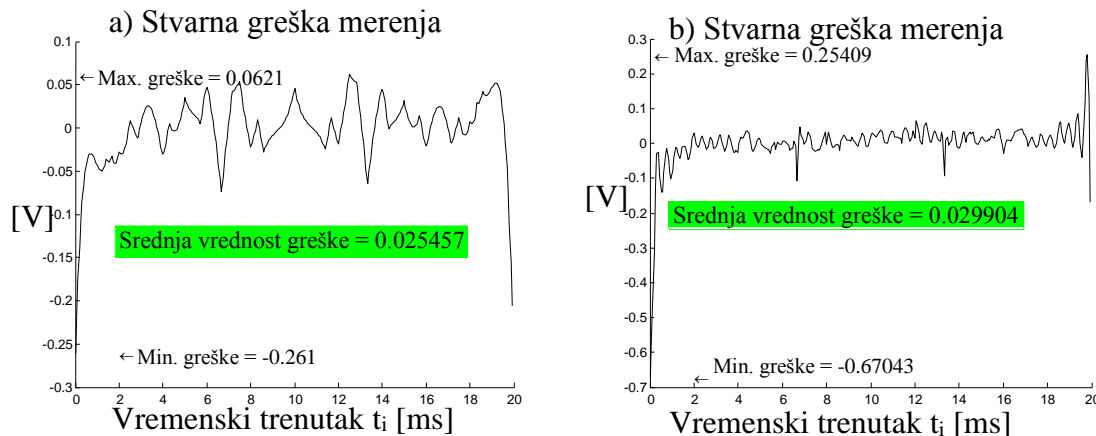
F [Hz]	A_t [V]	A_0 [V]	S_a [V]
50	0.6	0.4	1

gde se sa A_t obeležava vrednost prvog koeficijenta testerastog signala koja predstavlja amplitudu tekućeg harmonika pri čemu je, tokom simulacije, amplituda svakog od narednih harmonika ulaznog originalnog signala količnik prvog koeficijenta i rednog broja tekućeg harmonika. Greške merenja složenoperiodičnog testerastog signala se daju u Tabeli 5.17.

Tabela 5.17. Greške merenja složenog testerastog signala pri a) $h=7$, b) $h=49$

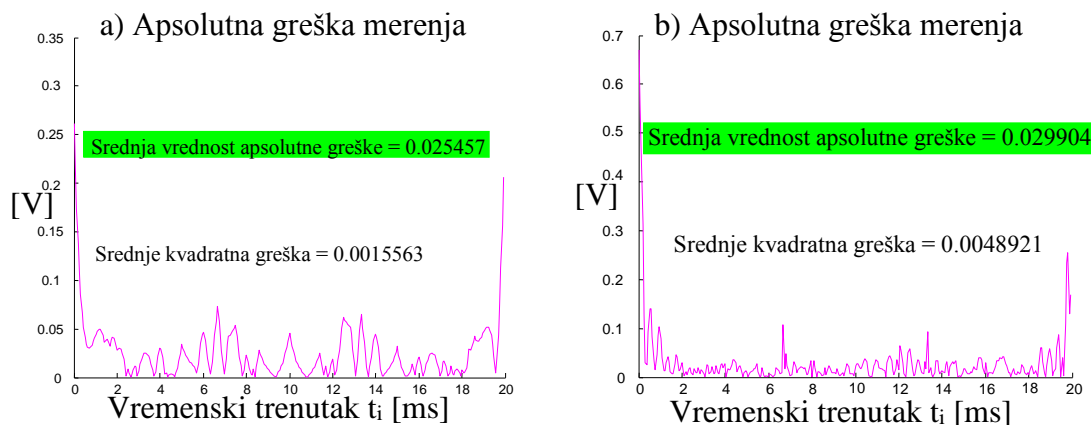
	$\Delta_{e\max}$ [V]	r_{\max} [%]	$\Delta_{e\text{sr}}$ [V]	σ^2 [V ²]	σ [V]
$h=7$	0.062	4.114	0.025	0.002	0.039
$h=49$	0.254	3.388	0.029	0.005	0.069

Na Sl. 5.42 se prikazuje stvarna greška merenja složenog testerastog signala pri a) $h=7$ i b) $h=49$.



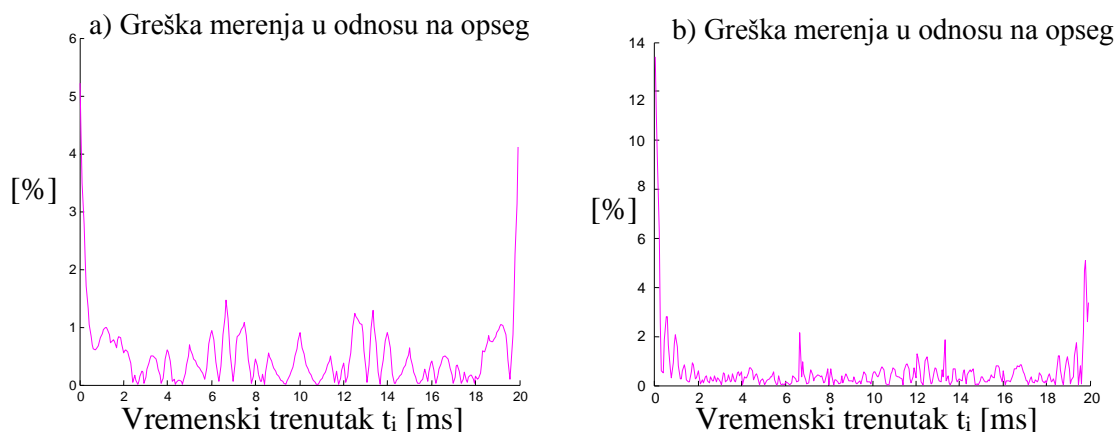
Sl. 5.42. Odstupanja rekonstruisanog u odnosu na originalni složeni testerasti signal: a) $h=7$, b) $h=49$

Na Sl. 5.43. se prikazuju apsolutne greške odstupanja u merenju složenog testerastog signala pri a) $h=7$ i b) $h=49$.



Sl. 5.43. Apsolutne greške merenja složenog testerastog signala pri: a) $h=7$, b) $h=49$

Na Sl. 5.44. se predstavlja greška merenja složenog testerastog signala u odnosu na opseg merne instrumentacije.



Sl. 5.44. Greška merenja složenog testerastog signala u odnosu na opseg instrumentacije pri: a) $h=7$, b) $h=49$

Uočava se da je srednja vrednost apsolutne greške merenja složenoperiodičnog testerastog signala ispod 30mV , dok je greška merenja u odnosu na opseg digitalne instrumentacije na većem delu podintervala merenja T oko 1%.

Uporednom analizom grešaka merenja tipičnih složenoperiodičnih signala koje se prikazuju u Tabeli 5.18, može se zaključiti da rekonstruisani testerasti signal sa 49 Furijeovih koeficijenata ima najmanje procentualno odstupanje u odnosu na dinamički opseg stohastičke digitalne merne instrumentacije. Najveće odstupanje u odnosu na originalni signal ima rekonstruisani složeni pravougaoni signal i to na uskim delovima mernog podintervala kada započinje i kada se završava simulacija funkcije originalnog signala. U ostalim delovima T, srednja apsolutna greška

merjenja složenoperiodičnog pravougaonog signala je oko 100mV, a greška merjenja u odnosu na opseg je oko 3%.

Tabela 5.18. Usporedna analiza grešaka merjenja karakterističnih složenoperiodičnih signala

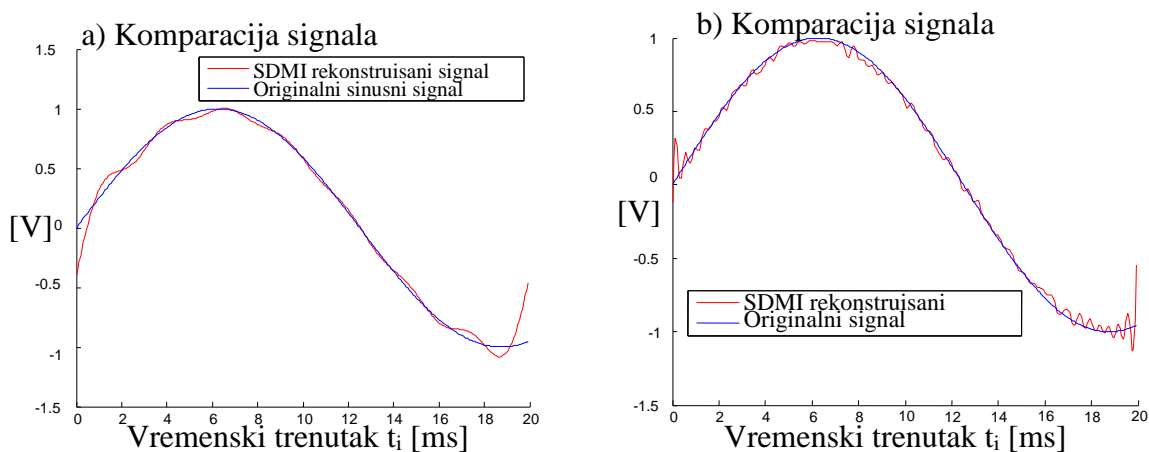
tipični signali		$\Delta_{e_{max}}$ [V]	$r_{e_{max}}$ [%]	$\Delta_{e_{sr}}$ [V]	σ^2 [V ²]	σ [V]
h=49	sinusni	0.294	3.822	0.029	0.005	0.072
	pravougaoni	1.407	38.73	0.104	0.039	0.197
	testerasti	0.254	3.388	0.029	0.005	0.069

5.2. Matlab simulacija efekta curenja spektra signala

Simulacija merjenja karakterističnih signala primenom metode SDMI je pokazala da su greške u rekonstrukciji originalnog signala male. U procesu simulacije se fundamentalna frekvencija ulaznog merenog signala “poklapala” sa periodom bazičnih sinus/cos signala nakon čega su generisani grafovi iz kojih se uočava dosta dobro “slaganje” rekonstruisanog i originalnog signala. Dakle, u “dirigovanim” procesima Matlab simulacije merjenja, pokazalo se da dizajnirani model stohastičke digitalne instrumentacije potpuno zadovoljava i da su dobijeni rezultati pokazali primenljivost mernog sistema zasnovanog na metodi SDMI.

Nepodudarnost frekvencijskih komponenti bazičnih funkcija (koje su zavisne o dužini periode podintervala merjenja T) i koje “učestvuju” u proračunu Furijeovih koeficijenata tokom simulacije, sa frekvencijskim spektrom ulaznog merenog signala određenog osnovnom frekvencijom F, izaziva “neusaglašenost” periode rekonstruisanog signala u odnosu na osnovnu periodu T_p ulaznog signala. Neusaglašenost spektara rekonstruisanog i merenog signala generiše veću grešku merjenja originalnog signala. Simulacijom modela SDMI, pokazuje se kako se sistem ponaša kada “ne zna” kakav spektralni sadržaj merenog signala dolazi na ulaz instrumentacije.

Ako je ulazni mereni signal definisan prostom sinusnom funkcijom (5.35), na osnovu modela SDMI i Tabele 5.19., u simulaciji merjenja jednoharmonijskog ulaza, kodom iz Priloga br. 7 i Priloga br. 8, generišu se rekonstruisani i originalni signali koji se prikazuju na Sl. 5.45.



Sl. 5.45. Rekonstruisani i prosti sinusni signal pri $T \neq T_p$: a) $h=7$, b) $h=49$

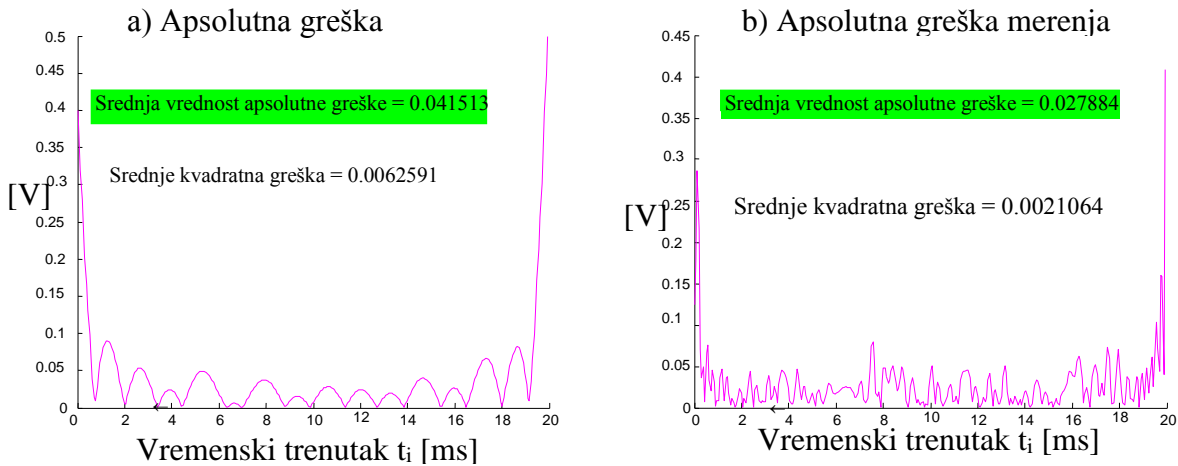
Tabela 5.19. Parametri prostoperiodičnog ulaznog i pomoćnog bazičnog signala pri $T \neq T_p$

F [Hz]	A_s [V]	A_0 [V]	T [ms]	S_a [V]
40	1	10^{-7}	20	1

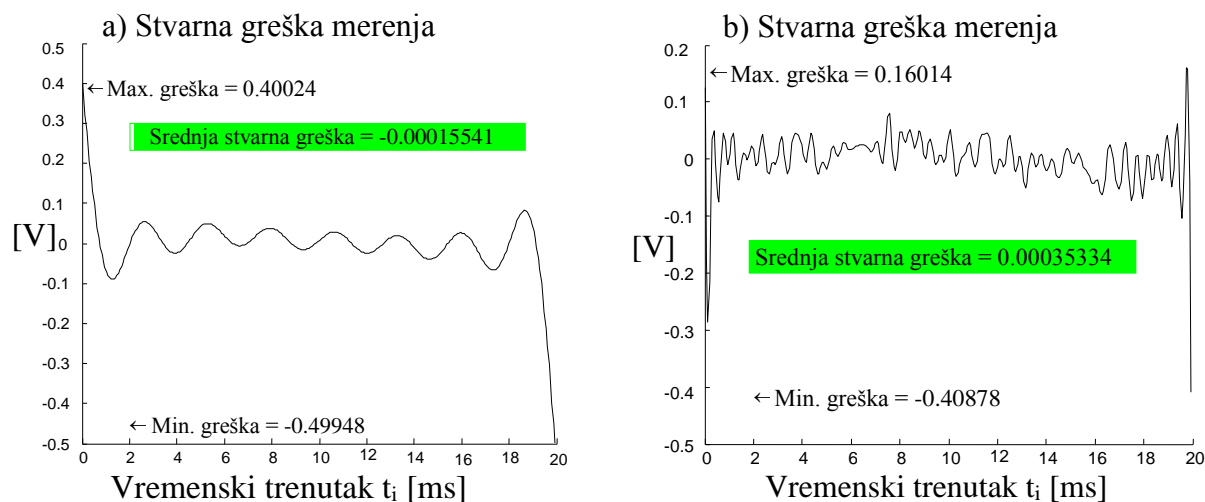
Iz Tabele 5.19. se zaključuje da su perioda merenja $T=20\text{ms}$ i perioda ulaznog merenog signala $T_p=25\text{ms}$ neusaglašene. Podinterval merenja T je kraći, u datoj supoziciji, za 5ms u odnosu na fundamentalni period ulaznog merenog signala. Generisane greške merenja se prikazuju u Tabeli 5.20, dok Sl. 5.46 i 5.47 prikazuju apsolutne i realne greške merenja prostog sinusnog signala.

Tabela 5.20. Greške merenja prostoperiodičnog ulaza i bazičnih signala modela SDMI pri $T \neq T_p$

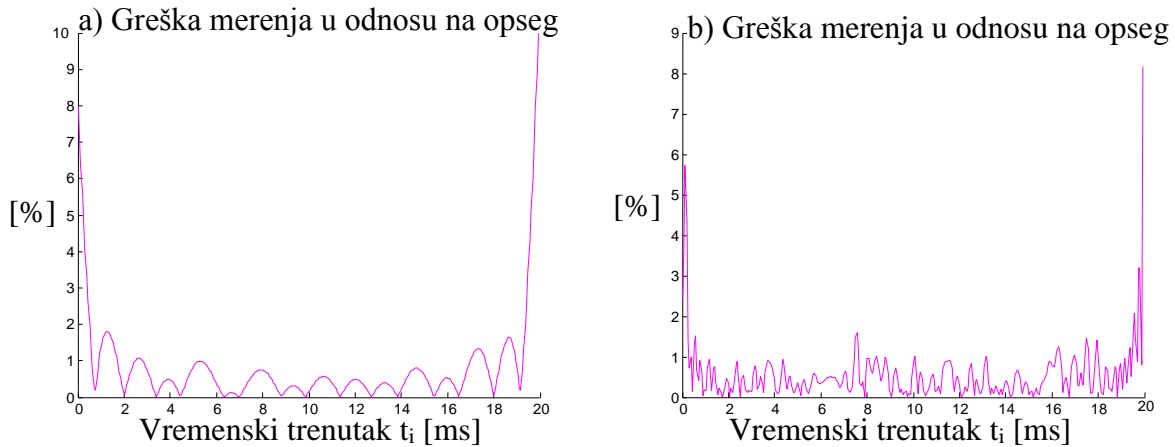
h	$\Delta_{e_{\max}}$ [V]	r_{\max} [%]	$\Delta_{e_{sr}}$ [V]	σ^2 [V ²]	σ [V]
7	0.400	9.989	0.042	0.006	0.079
49	0.160	8.175	0.028	0.0021	0.046



Sl. 5.46. Apsolutna greška merenja ulaznog prostog sinusnog signala pri $T \neq T_p$: a) $h=7$, b) $h=49$



Sl. 5.47. Stvarna greška merenja prostog sinusnog signala pri $T \neq T_p$: a) $h=7$, b) $h=49$
 Greška merenja u odnosu na opseg se prikazuje na Sl. 5.48.



Sl. 5.48. Greška merenja prostog sinusnog signala u odnosu na opseg pri $T \neq T_p$: a) $h=7$, b) $h=49$

Ako se na ulazu u model SDMI mereni signal dizajnira složenoperiodičnom sinusnom funkcijom, određenom sa (5.45), greške merenja složenog sinusa se prikazuju u Tabeli 5.21.

Tabela 5.21. Odstupanja rekonstruisanog signala u odnosu na originalni složeni sinusni pri $T \neq T_p$

h	$\Delta_{e_{max}}$ [V]	$r_{e_{max}}$ [%]	Δ_{est} [V]	σ^2 [V ²]	σ [V]
7	0.425	14.85	0.060	0.012	0.109
49	0.499	15.29	0.038	0.008	0.092

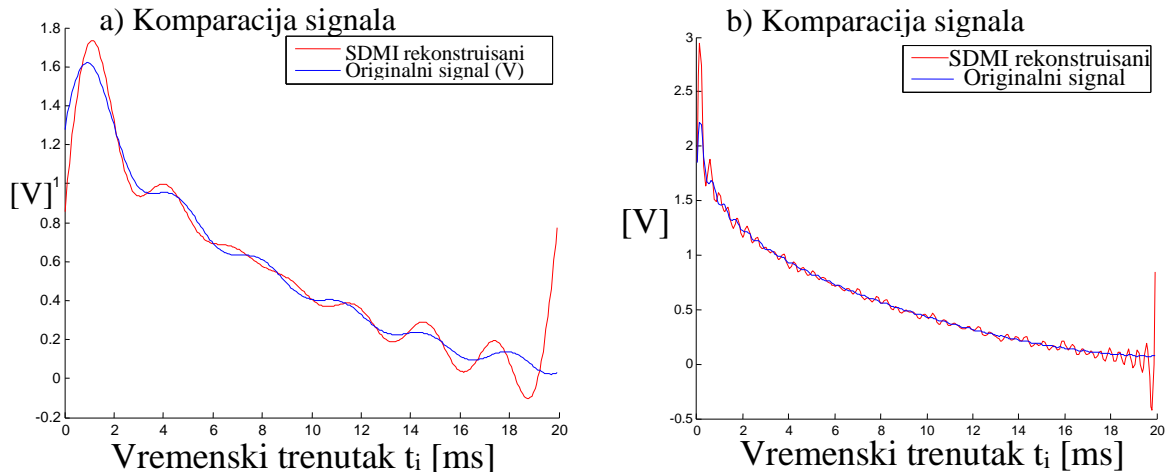
Uz uslov da je $T \neq T_p$ i vrednosti ostalih parametara iz Tabele 5.22., Matlab simulacija modela SDMI se realizuje pomoću koda iz Priloga br. 9 i Priloga br. 10.

Tabela 5.22. Parametri pomoćnog i ulaznog složenog sinusnog signala pri $T \neq T_p$

F [Hz]	skoef [V]	ckoef [V]	A_0 [V]	h	S_a [V]
40	0.4	0.3	0.5	1	1

Analizom generisanih grešaka merenja složenog sinusnog signala pri $h=49$, prikazanih u Tabeli 5.18 i Tabeli 5.21, uočava se da su sve vrednosti greške povećane zbog pojave efekta curenja spektra signala. Maksimalna apsolutna greška je skoro duplo povećana, maksimalna procentualna greška merenja u odnosu na opseg se učeterostručila, a srednja vrednost apsolutne greške se povećala za četvrtinu. Standardna devijacija $\sigma[V]$ pokazuje rasejanje ili disperziju devijacije (odstupanja) rekonstruisanog u odnosu na originalni signal i usled efekta curenja spektra ona se povećala za trećinu. Varijansa ili srednje kvadratna greška σ^2 pokazuje koliko je merenje uzoraka

originalnog složenoperiodičnog signala rasejano oko originalnih vrednosti. Varijansa je jednaka srednjoj (prosečnoj) vrednosti kvadrata devijacije (greške) pojedinačnog merenja. Pojedinačna devijacija je jednaka razlici vrednosti originalnog i rekonstruisanog uzorka (stvarna greška). Uz prisutni efekat curenja, varijansa se povećala za četvrtinu. Na Sl. 5.49 se prikazuje komparacija rekonstruisanog i originalnog složenoperiodičnog sinusnog signala.



Sl. 5.49. Komparacija rekonstruisanog i originalnog složenog sinusnog signala pri $T \neq T_p$: a) $h=7$, b) $h=49$

5.3. Uticaj Vilbraham-Gibs-ovog efekta na merenje EEG signala primenom SDMI

Na primerima merenja tipičnih oblika kontinualnih periodičnih signala primenom SDMI, Matlab simulacijom se pokazalo da, na mestima “oštrih” prelaza originalnog signala, greška merenja se povećava. Kao potvrda toj konstataciji dovoljno je uočiti iz Matlab simulacije da se maksimalna greška merenja karakterističnih signala u odnosu na opseg merne instrumentacije, povećala sa 0.15% za sinusni i 1.137% za testerasti na 18.93% za pravougaoni signal. Takođe se sa grafova grešaka merenja sve tri tipične forme signala može uvideti da se najveća greška registruje na početku i na kraju mernog podintervala T , kao i na mestima “skokovitih” prelaza signala koja predstavljaju karakteristične tačke ili diskontinuitete funkcije. U realnom svetu ne postoje prekidi niti idealni skokovi signala jer za svaki proces mora da postoji prelazni period koji zadržava svojstvo neprekidnosti ili kontinuiteta. Ipak, potrebno je uzeti u obzir nagle promene signala i shvatiti ih kao specifičnosti koje doprinose povećanju greške merenja. Matematičko uobličavanje uočenog efekta se zasniva na Vilbraham-Gibs-ovom fenomenu prema kojem se uopšteno posmatra deo kontinualnog signala koji je opisan periodičnom diferencijabilnom funkcijom $s(t)$ perioda T_p . Ako se pretpostavi da postoji tačka t_0 čija leva $s(t_0^-)$ i desna $s(t_0^+)$ granična vrednost funkcije signala nisu identične, pa njihova razlika ima konačnu vrednost $s(t_0^-) - s(t_0^+) = a \neq 0$, definišu se parcijalne Furijeove serije, na osnovu (4.5), kao:

$$s(t) = \sum_{n=-N}^N S_n \cdot e^{i2\pi n \frac{t}{T_p}}, N \geq 1 \quad (5.98)$$

gde su sa S_n označeni Furijeovi koeficijenti koji se izračunavaju, na osnovu (4.6), kao:

$$S_n = \frac{1}{T_p} \cdot \int_0^{T_p} s(t) \cdot e^{-i2\pi n \frac{t}{T_p}} \cdot dt, n \in Z \quad (5.99)$$

Prema (4.2) i (5.98) N-te parcijalne Furijeove serije (sume) signala se izračunavaju kao:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N a_n \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{t}{T_p}\right) + b_n \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{t}{T_p}\right) \quad (5.100)$$

gde su a_n , b_n kosinusni i sinusni Furijeovi koeficijenti respektivno koji se izračunavaju prema:

$$a_n = \frac{2}{T_p} \cdot \int_0^{T_p} s(t) \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{t}{T_p}\right) \cdot dt, b_n = \frac{2}{T_p} \cdot \int_0^{T_p} s(t) \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot n \cdot \frac{t}{T_p}\right) \cdot dt \quad (5.101)$$

i a_0 predstavlja Furijeov koeficijent nulte frekvencije (srednja vrednost jednosmerne komponente signala) koja se izračunava, na osnovu (4.13), kao:

$$a_0 = \frac{1}{T_p} \cdot \int_0^{T_p} s(t) \cdot e^{-2\pi n \frac{t}{T_p}} \cdot dt = \frac{1}{T_p} \cdot \int_0^{T_p} s(t) \cdot dt, F = \frac{1}{T_p} = 0 \quad (5.102)$$

Prema Vilbraham-Gibs-ovoj teoremi, vredi:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} s\left(t_0 + \frac{T_p}{2 \cdot N}\right) = s(t_0^+) + a \cdot (0.089490..) \quad (5.103)$$

za desnu graničnu vrednost funkcije signala, dok se leva granična vrednost u okolini tačke t_0 diskontinuiteta ponaša prema izrazu:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} s\left(t_0 - \frac{T_p}{2 \cdot N}\right) = s(t_0^-) - a \cdot (0.089490..) \quad (5.104)$$

a za $t=t_0$, vredi:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} s(t_0) = \frac{s(t_0^+) + s(t_0^-)}{2} \quad (5.105)$$

uz uslov da je oblast prekida $a > 0$.

Dakle, Vilbraham-Gibs-ovom teoremom se aproksimiraju diskontinuiteti originalne funkcije signala sa konačnim Furijeovim serijama kontinualnih sinusnih i kosinusnih talasa. Furijeove N-te parcijalne serije (sume) imaju velike oscilacije u okolini tačke “skoka” (nagle promene signala). Amplituda oscilacija Furijeove serije može da raste i preko vrednosti same amplitude signala (efekat prekoračenja). Prekoračenje ne iščezava sa porastom frekvencije signala, ali je konačno. U okolini a bilo koje tačke skoka t_0 , N-te Furijeove serije će prekoračiti taj prekid približnom vrednošću $a \cdot (0.089490..)$ sa jedne strane i istom tom vrednošću sa druge strane, što znači da će, u n-tim parcijalnim Furijeovim serijama, preskok, u odnosu na originalnu funkciju signala, biti oko 9% veći sa jedne i druge strane tačke diskontinuiteta, što ukupno iznosi 18% od vrha do vrha (na engleskom peak to peak), za veoma velike vrednosti N. Na mestu

diskontinuiteta t_0 parcijalne Furijeove serije će konvergirati srednjoj vrednosti skoka a , bez obzira na trenutnu vrednost originalne funkcije signala u toj tački [36].

To znači da je, zbog postojanja Vilbraham-Gibs-ovog efekta, merenjem klasičnih funkcija signala (pravougaonog i testerastog oblika) primenom metode SDMI, generisana veća greška merenja u odnosu na sinusnu formu, jer su kod sinusne forme signala, u okolini mesta promene toka funkcije, manje strmine originalnog signala (blaže promene funkcije tokom mernog podintervala T). Sa aspekta DSP-a (digitalne obrade signala), Vilbraham-Gibs-ov efekat je nepoželjan jer prouzrokuje artefakte izazvane preskokom i oscilacijama parcijalnih Furijeovih serija. Simulacija merenja tipičnih funkcija signala se realizovala na mernom podintervalu $T=20\text{ms}$ i sa fundamentalnom frekvencijom merenog signala $F=50\text{Hz}$ čime su periodi originalnog ulaznog signala i mernog podintervala usaglašeni tj. $T_p=T$.

Sa Sl. 5.26b komparacije rekonstruisanog u odnosu na originalni prosti sinusni signal, uočava se skoro beznačajno odstupanje, pri čemu je maksimalna izmerena greška u odnosu na opseg instrumentacije 0.063%, a maksimalna apsolutna greška 2.5mV. Sa Sl. 5.31a i Sl. 5.32a vidljivo je da je maksimalna apsolutna greška merenja prostog pravougaonog signala 0.952V, a maksimalno procentualno odstupanje u odnosu na opseg merne instrumentacije 18.9%. Za mereni prosti testerasti signal je maksimalna apsolutna greška 0.063V (Sl. 5.37a), a maksimalna procentualna greška u odnosu na opseg 1.137% (Sl. 5.40a). Merenjem pravougaonog signala se generišu greške za red veličina veće u odnosu na greške u merenju testerastog i za skoro dva reda veličina veće u odnosu na greške u merenju sinusnog signala. Ako se posmatraju složenoperiodični sinusni sa Sl. 5.28d i pravougaoni signali sa Sl. 5.31b i Sl. 5.34f, uočava se izrazito oscilatorni karakter rekonstruisanog signala u okolini tačaka diskontinuiteta (na početku, na kraju mernog perioda T i u okolini promene toka pravougaone funkcije). Osim toga, primetno je nadvišenje (prekoračenje) amplitude tih oscilacija rekonstruisanog signala u odnosu na funkciju originalnog signala u okolini diskontinuiteta. Uočene pojave se “pripisuju” Vilbraham-Gibs-ovom fenomenu.

Pojava Vilbraham-Gibs-ovog efekta je izrazito uočljiva na Sl. 5.45b koja prikazuje efekat curenja prilikom merenja prostog sinusnog signala, ali na kraćem podintervalu merenja $T=20\text{ms}$ u odnosu na osnovnu periodu ulaznog signala $T_p=25\text{ms}$ (fundamentalna frekvencija originalnog merenog ulaznog sinusnog signala je $F=40\text{Hz}$). Očigledan oscilatorni karakter i nadvišenje originalnog sinusnog signala, na početku i na kraju mernog perioda, su argumenti kojima se potvrđuje postojanje Vilbraham-Gibs-ovog fenomena. Sa Sl. 5.46b i Sl. 5.48b se vidi tok izmerenih funkcija apsolutne i greške u odnosu na opseg, pri čemu se maksimalna apsolutna greška merenja prostog sinusnog signala povećala na 160mV, a greška u odnosu na opseg je porasla na 8.175%. Zanimljivo je da se, iz navedenih grafova signala, može primetiti da je tokom najvećeg dela mernog podintervala T (izuzimajući početak i kraj), vrlo dobro “praćenje” originalnog signala rekonstruisanim, što znači da su odstupanja zanemariva (to potvrđuju i grafovi izmerenih grešaka na Sl. 5.46, Sl. 5.47 i Sl. 5.48).

Vilbraham-Gibs-ov efekat se dovodi u vezu sa koeficijentom talasanja filtriranih signala. Zaravnjena (glatka) karakteristika signala na izlazu iz filtera je jedan od pokazatelja kvalitetne filtracije i što je manje područje talasanja signala na izlazu iz filtera, prelazni procesi manje traju i

filtriranje je sa manje izobličenja. Na Sl. 5.31a se može uočiti da je rekonstruisani prosti pravougaoni signal sa $h=7$ harmonika sa izraženijim talasima koji osciluju oko originalnog signala, u odnosu na rekonstrukciju sa $h=49$ sinusnih i kosinusnih koeficijenata. Kako se broj Furijeovih koeficijenata povećava tako se i amplitudna nadvišenja oscilacija talasa sužavaju, uz istovremeno smanjenje širine ukupnog prelaznog oscilatornog perioda oko tačaka diskontinuiteta originalnog signala. Na taj način se postižu ravnije (glatke) karakteristike rekonstruisanog signala na većem delu mernog podintervala. To znači da se ekspanzijom Furijeovih serija (povećanjem broja izraza sume) greška aproksimacije zantno smanjuje u širinu i energiju, ali konvergira fiksnoj visini amplitude oscilacija oko diskontinuiteta. Vilbraham-Gibs-ov fenomen se dovodi u vezu sa principom prigušenja Furijeovih koeficijenata funkcije u beskonačnosti, čime se reguliše talasanje prelaznih pojava funkcije signala. Veoma dobro “ispeglane” ili zaravnjene funkcije (bez značajnijih talasanja) su one kod kojih je prilično izraženo slabljenje (prigušenje) vrednosti Furijeovih koeficijenata, što dovodi do veoma brze konvergencije Furijeovih serija) i manje širine prelaznog perioda rekonstruisanog (obrađenog) signala. Potrebno je napomenuti da se prigušenje Furijeovih koeficijenata odnosi na konvergenciju serija harmonika i da se ne može govoriti o apsolutnoj konvergenciji Furijeovih serija, čime se upućuje na parcijalno objašnjenje Gibbs-ovog fenomena (Furijeove serije sa apsolutno konvergentnim Furijeovim koeficijentima bi trebalo da budu uniformno konvergentne, što je nemoguće na mestima diskontinuiteta kojima “se bavi” Vilbraham-Gibs-ov fenomen). Smanjenje uticaja Vilbraham-Gibs-ovog fenomena se postiže uvođenjem specifičnih metoda obrade (peglanja) Furijeovih suma, kao što su sigma aproksimacije ili vejevlet transformacije.

U Tabeli 5.1. su dati parametri digitalne stohastičke merne instrumentacije. Na osnovu (5.41) se određuje korak kvantizacije ADC_1 koji iznosi:

$$q_1 = \frac{2.5V - (-2.5V)}{2^6 - 1} \approx 79mV \quad (5.106)$$

U poređenju vrednosti kvanta ADC_1 sa vrednostima zabeleženih grešaka merenja karakterističnih oblika signala, uočava se da je maksimalna apsolutna greška merenja prostog sinusnog signala (2.5mV) za više od jednog reda veličina manja u odnosu na kvant q_1 . Isto tako, maksimalna apsolutna greška merenja prostog testerastog signala (63mV) je manja od veličine koraka kvantizacije q_1 . Komparacija se, u oba slučaja, odnosi na situaciju kada je $T=T_p=20ms$ bez tačaka diskontinuiteta. Međutim, u poređenju sa maksimalnom apsolutnom greškom merenja prostog pravougaonog signala (952mV), zaključuje se da je kvant q_1 za više od jednog reda veličina manji, jer se radi o ulaznom signalu sa naglašenim diskontinuitetom. Takođe, maksimalna apsolutna greška merenja sinusnog signala, čija je fundamentalna frekvencija $F=40Hz$, iznosi 160mV, zbog prisustva diskontinuiteta. Dakle, greška je dvostruko veća od vrednosti kvanta q_1 .

Ako bi se, u hardverskoj realizaciji stohastičke digitalne merne instrumentacije, upotrebio ADC sa izrazito većom rezolucijom, npr. 24-bitnom, uz isti ulazni opseg instrumentacije, tada bi kvant iznosio:

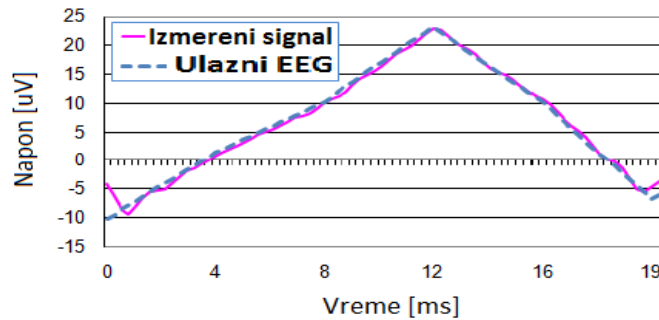
$$q_1 = \frac{5V}{2^{24} - 1} \approx 0.298\mu V \quad (5.107)$$

što je daleko manji iznos u odnosu na prethodni izračunati korak kvantizacije (kvant) [36]. Na osnovu (5.31) se uočava da se merna nesigurnost u merenju Furijeovih sinusnih i kosinusnih koeficijenata, primenom metode SDMI, smanjuje sa povećavanjem broja uzoraka N po mernom podintervalu T i sa povećanjem rezolucije ADC-a (tj. smanjenjem kvanta). Povećanje broja uzoraka N se postiže ili povećanjem frekvencije (brzine) smplovanja F_s ili povećanjem perioda mernog podintervala T (što se odnosi samo na periodične merene signale). To znači da, u situaciji kada funkcija ulaznog signala nema izražene diskontinuitete (smanjen je uticaj Vilbraham-Gibs-ovog efekta) kao što je kod prostog sinusnog signala, tada je za očekivati da, sa 100 puta povećanjem brzine smplovanja signala na ulazu u ADC, maksimalna apsolutna greška merenja ne pređe iznos koji je oko 100 puta manji u odnosu na prethodno merenje kada nije bilo tako drastičnog povećanja brzine A/D konverzije. Dakle, ako je ta greška bila $2.5mV$, nakon povećanja brzine smplovanja 100 puta, ona bi trebala da bude oko $\frac{2.5mV}{\sqrt{100 \cdot 100}} = 0.025mV = 25\mu V$ (100 perioda je

već uračunato). U drugoj supoziciji, povećani broj uzoraka 100 puta se realizuje povećanjem 100 puta perioda merenja T koji sada iznosi $T = 20ms \cdot 100 = 2s$. Maksimalna očekivana apsolutna greška merenja sinusnog signala $25\mu V$, na mernom podintervalu $T=2s$, je beznačajna u odnosu na amplitudu kondicioniranog – pojačanog registrovanog realnog EEG signala. Naime, ako se amplitude moždanih signala kreću u rasponu $250-300\mu V$, nakon pojačanja drugog – glavnog pojačavačkog stepena u lancu pojačanja EEG aparata koje iznosi 10^4 , kondicionirani EEG signal ima amplitudu oko $2.5V$, pa je stoga, greška od $25\mu V$ potpuno zanemariva. Međutim, izvedeni zaključci nisu uvažili postojanje Vilbraham-Gibs-ovog fenomena, pa je potrebno analizirati uticaj ovog efekta na merenje EEG signala primenom metode SDMI u vremenskom domenu.

Realni EEG signal je složen sa prisutnim diskontinuitetima. Za potrebe istraživanja, kada se zahteva u eksperimentima više puta ponavljanje ulaznog mernog signala, preuzimanje realnog EEG signala „uživo“ sa glave subjekta (pacijenta) nije praktično, pa se zbog toga koristi veštački EEG signal generator [36] koji koristi prethodno zabeležene – izmerene EEG signale pomoću standardne EEG aparature. EEG signal generator se realizuje na razvojnoj ploči sa ugrađenim programabilnim čipom CY8C27843, ugrađenim 8-bitnim digitalno-analognim konvertorom DAC, 16-bitnim brojačem i “look up” logičkim tabelama u koje se smeštaju kondicionirani uzorci EEG signala koji su pojačani 10^4 puta. Zbog potrebe da se na izlazu iz generatora generišu analogni EEG “ispeglani” (bez talasanja) signali, odabira se frekvencija smplovanja 3.840Hz. Hardverska struktura digitalne merne instrumentacije se zasniva na, već opisanim komponentama sa Sl. 5.15-5.19, FPGA strukture, čija je blok šema prikazana na Sl. 5.21 i parametrima mernog stohastičkog digitalnog sistema prkazanim u Tabeli 5.1. FPGA čip se programira VHDL - veoma brzim jezikom za programiranje visoko integrisanih kola hardvera. VHDL program se izvršava kroz četiri procesa P_1-P_4 . P_1 procesom se prikupljaju 6-bitne digitalne vrednosti sa izlaza ADC_1 . P_2 procesom se vrše sva matematička izračunavanja Furijeovih koeficijenata. P_3 šalje rezultate matematičkih proračuna koeficijenata ka mikroprocesoru. P_4 procesom se, nakon dobijanja “odobrenja” od mikroprocesora, aktivira P_3 proces i rezultati izračunavanja se prosleđuju ka aplikativnom PC softveru pomoću kojeg se vrši obrada i prezentacija rezultata merenja [36]. Za

isti merni podinterval $T=20\text{ms}$ i uz zadato merenje DC komponente, 7 sinus i 7 kosinus Furijeovih koeficijenata, rezultat merenja ulaznog signala opisanim realnim mernim sistemom primenom SDMI metode, se prikazuje na Sl. 5.50.



Sl. 5.50. Izmereni signal nasuprot ulaznom EEG signalu pri $T=20\text{ms}$

Maksimalna greška merenja EEG signala opisanim hardverskim rešenjem merne instrumentacije iznosi $6.14\mu\text{V}$, a procentualna greška merenja u odnosu na opseg ulaznog signala je 18.32%. Hardverska merna konfiguracija je „potvrdila“ postojanje Vilbraham-Gibs-ovog fenomena jer se greška merenja EEG signala povećala na krajevima mernog intervala (na početku i na kraju perioda T na Sl. 5.50). Nakon izvedenih 250 eksperimenata sa 250 različitih EEG sekvenci, izvedena je usrednjena maksimalna greška merenja u odnosu na opseg ulaznog EEG signala koja iznosi 16.84% [36].

Kao što je naglašeno u poglavlju o brzjoj Furijeovoj transformaciji, ulazne sekvence signala se dele na manje skupove uzoraka, kako bi se smanjio broj izračunavanja i povećala brzina proračuna uzoraka iz sekvence. FFT algoritmom se izračunavaju vrednosti uzoraka moždanog potencijala na smanjenoj sekvenci registrovanog EEG signala, čije uobičajeno trajanje je 1-8s. Povećanjem mernog podintervala sa $T=20\text{ms}$ na $T=2\text{s}$ i uz pretpostavku da na 100 puta povećanom mernom periodu nema diskontinuiteta funkcije EEG signala, greška izazvana Vilbraham-Gibs-ovim fenomenom je značajno umanjena. Na osnovu takvih razmatranja, urađena je simulacija merenja celog frekvencijskog opsega EEG signala koji je 100Hz. Osnovna (fundamentalna) frekvencija EEG signala se izračunava kao:

$$F = \frac{1}{T_p} = \frac{1}{T}, T_p = T \quad (5.108)$$

uz očigledan uslov da se periode EEG ulaznog signala i podintervala merenja poklapaju. To znači da, za merenje kompletnog frekvencijskog spektra EEG signala, potrebno je izračunati:

$$h = \frac{100\text{Hz}}{F} \quad (5.109)$$

Furijeovih sinus i isto toliko kosinus koeficijenata. Frekvencija semplovanja ulaznog EEG signala se određuje prema (5.38), pa je ukupan broj uzoraka:

$$N = F_s \cdot T \quad (5.110)$$

U Tabeli 5.23 se prikazuju parametri mernog sistema koji primenjuje metodu SDMI, u situaciji kada se merni podinterval povećao 100 puta i pri jednakoj frekvenciji semplovanja $F_s=1\text{kHz}$ za ADC_1 i ADC_2 .

Tabela 5.23. Parametri stohastičkog digitalnog mernog sistema za merenje EEG signala pri $T=2\text{s}$

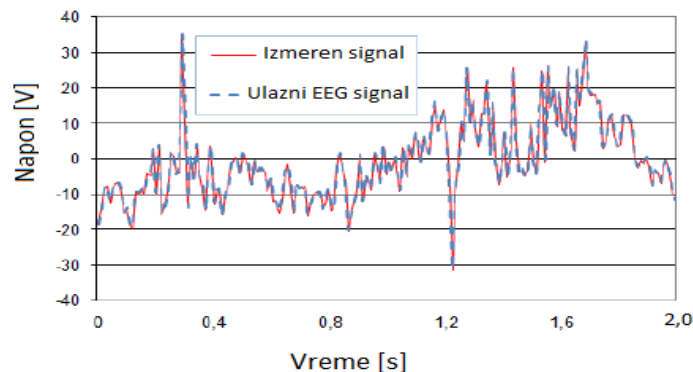
T[s]	N	ADC ₁				ADC ₂			
		F _s [Hz]	B ₁	U _{min1} [V]	U _{max1} [V]	F _s [Hz]	B ₂	U _{min2} [V]	U _{max2} [V]
2	2000	1000	6	-2.5	2.5	1000	8	-2.5	2.5

Ulazni EEG signal frekvencije 0.5Hz je generisan na bazi prethodnih merenja standardnom EEG instrumentacijom. Merenje EEG signala je realizovano opisanom hardverskom strukturom merne aparature primenom metode SDMI sa vrednostima parametara koji se prikazuju u Tabeli 5.24.

Tabela 5.24: Vrednosti parametara metode SDMI EEG signala

F [Hz]	h	q ₁ [V]	e ₁ [V]	D ₁	q ₂ [V]	e ₂ [V]	D ₂
0.5	200	0.0794	0.0397	63	0.0196	0.0098	255

Dakle, meri se DC komponenta, 200 sinusnih i 200 kosinusnih Furijeovih koeficijenata. Komparacija ulaznog EEG originalnog i izmerenog signala pomoću opisanog hardvera mernog sistema, se prikazuju na Sl. 5.51.



Sl. 5.51. Komparacija ulaznog EEG signala sa izmerenim signalom primenom metode SDMI na mernom podintervalu $T=2\text{s}$

Maksimalna greška merenja je $0.96\mu\text{V}$, a maksimalna procentualna greška merenja u odnosu na opseg EEG ulaznog signala je 1.44%. Nakon obavljenih 250 merenja sa 250 različitih EEG sekvenci trajanja 2s, registruje se prosečna procentualna maksimalna relativna greška u odnosu na opseg 1.37% [36]. Analizom grešaka merenja generisanih na mernom podintervalu $T=20\text{ms}$ i $T=2\text{s}$, zaključuje se da je uticaj Vilbraham-Gibs-ovog fenomena daleko manji kada je merni podinterval veći, jer su greške digitalnog stohastičkog merenja EEG signala u vremenskom domenu izrazito manje kada je $T=2\text{s}$. To znači da je merni sistem zasnovan na primeni metode SDMI tačniji kada je veći merni interval $T=2\text{s}$ nego kada je on manji $T=20\text{ms}$.

Kada se maksimalna greška merenja na mernom podintervalu $T=2s$ poredi sa nekim karakterističnim vrednostima grešaka, uočava se da je izmerenih $0.96\mu V$ (izmerenih SDMI pri $T=2s$) manje od $1\mu V$ koji je limit apsolutne greške propisane za elektroencefalografiju od strane međunarodne organizacije za metrologiju. Isto tako, greška merenja od $0.96\mu V$ generisana stohastičkom digitalnom mernom instrumentacijom pri $T=2s$ je daleko manjeg iznosa od greške $6.14\mu V$ generisane kod merenja istom metodom ali pri $T=20ms$. Takođe se može zapaziti da je greška od $0.96\mu V$ izrazito manjeg iznosa od koraka kvantizacije $79mV$ 6-bitnog klasičnog ADC-a kojim se vrši digitalno merenje signala. U poređenju sa kvantom od $0.298\mu V$ 24-bitnog ADC-a, maksimalna greška od $0.96\mu V$ SDMI pri $T=2s$ je veća, kao što je daleko većeg iznosa u poređenju sa standardnim savremenim EEG instrumentima baziranim na 24-bitnoj A/D konverziji EEG signala kod kojih je kvant oko $3 \cdot 10^{-3} \mu V$. Očigledna je prednost klasičnog digitalnog merenja primenom ADC-a sa velikom rezolucijom (24 bita) jer se tada postiže najveća tačnost merenja EEG signala (najmanja maksimalna greška), pogotovu u situaciji kada se zanemaruju ambijentalne smetnje i šum samog digitalnog mernog sistema. Međutim, prednost stohastičkog digitalnog mernog sistema je u njegovoj jednostavnoj hardverskoj izvedbi, zasnovanoj na primeni ne preterano skupih fleš ADC-a, sa kojom se može postići zahtevana (prema standardima međunarodne organizacije za metrologiju) tačnost iskazana u limitu maksimalne greške merenja EEG signala do $1\mu V$. Osim toga, relativno mala frekvencija smplovanja F_s EEG signala (1kHz) omogućava integrisanje modula koji koristi metodu SDMI u jednostavna integrisana kola male potrošnje, jer se omogućava izgradnja modula sa brzim fleš ADC-a manje rezolucije (npr. 4-bitne), gde se, sa povećanjem F_s , istovremeno merna nesigurnost ne povećava.

Kada sa uzme u razmatranje uticaj visokog nivoa smetnje (sopstveni šum EEG instrumenta je ograničen na $0.4\mu V$) koji značajno prevazilazi kvantizacioni korak klasičnih A/D konvertora velike rezolucije (više od 100 puta je veći šum u odnosu na kvant ADC-a), tada kod standardnog digitalnog načina merenja EEG signala, smetnja ima višestruki iznos u odnosu na rezultat merenja. Kod stohastičkog digitalnog mernog sistema, smetnje se, na ulazu u uređaj, atenuiraju (slabe) bez obzira na poreklo njihovog postojanja (ambijentalna ili sopstveni šum mernog uređaja). Na taj način se potvrđuje robusnost stohastičkog digitalnog mernog sistema na smetnje, što predstavlja još jednu prednost stohastičkog u odnosu na klasični digitalni način merenja EEG signala [36].

6. MERENJE ERP POTENCIJALA ZASNOVANO NA STOHAŠTIČKOM MERENJU HARMONIKA EPOHE

6.1. Primena EEGLAB softvera u merenju ERP potencijala

EEGLAB je interaktivni Matlab “toolbox” namenjen za obradu kontinualnih EEG, ERP, MEG i drugih elektrofizioloških podataka. Primenjiv je na različitim platformama operativnih sistema Windows, Unix, Linux i Mac. Pomoću korisnički orijentisanog grafičkog interfejsa, EEGLAB omogućava fleksibilnu obradu podataka ekstrahovanih iz magnetoencefalografskih, elektroencefalografskih i drugih dinamičkih moždanih signala. Softverska obrada podataka se realizuje upotrebom različitih metoda vremensko-frekvencijske analize, analize nezavisnih komponenti kao i primenom metode standardnog usrednjavanja. Razvijen je niz funkcija za vizuelizaciju, modelovanje i skladištenje obrađenih podataka. Od početnih verzija EEGLAB-a (Matlab 6.1) pa do poslednjih verzija EEGLAB-a (Matlab 7), dizajnirane su funkcije koje nude istraživačima kreativni pristup podacima i manipulaciju u merenju ERP-a kao i drugih elektrofizioloških informacija.

EEGLAB funkcije su prilagođene za rad korisnicima i mogu se podeliti u tri grupe funkcija: EEGLAB GUI funkcije za korisnike koji primenjuju napredne metode u digitalnoj obradi signala, EEGLAB strukture i Matlab funkcije prilagođene za specifične potrebe. EEGLAB GUI je podržan Matlab programskim jezikom kroz pripremu, obradu i manipulaciju strukturama EEG podataka u Matlab meniju. Pokretanje EEGLAB-a je jednostavno pomoću naredbe “*eeglab*” sa komandne linije Matlab-a, uz prethodno instaliran EEGLAB softver (u radu je korištena verzija EEGLAB-a 11.0.5.4b) koji sadrži direktorijume sa primerima skupova podataka i menijem za njihovu obradu. Kao ilustracija načina funkcionisanja ovog softverskog paketa, korišten je primer primene jednog Matlabovog toolboxa.

Testni podaci koji se koriste su Matlab podaci uzoraka EEG signala ranije snimljenih na subjektu. Kako se u istraživanjima najčešće zahteva više puta ponavljanje merenja ulaznog signala, nepraktično bi bilo i skoro neizvodljivo da se svaki puta ponavlja snimanje moždane aktivnosti subjekta. Zbog toga se, umesto EEG signala u realnom vremenu, koriste arhivirani uzorci EEG snimaka, pa se i u ovoj situaciji, koriste podaci koji su memorisani i dostupni uz uputstvo za rad sa EEGLAB paketom [42]. Eksperimentom [43], realizovane su sesije snimanja moždane aktivnosti pomoću standardne metode elektroencefalografije sa više subjekata (ispitanika) i tom prilikom je generisan set EEG podataka. U radu se obrađuju podaci EEG sesije jednog subjekta S1 koji se koriste kao skup uzoraka ulaznog originalnog analognog EEG signala. Učitavanjem skupa izmerenih podataka, glavni prozor EEGLAB-a prikazuje relevantne informacije o broju mernih kanala – elektroda pomoću kojih su beleženi EEG talasni oblici, brzini semplovanja uzoraka registrovanih moždanih talasa, broju EEG epoha, broju događaja od interesa za ERP istraživanje, memorijskom kapacitetu tj. veličini fajla sa skupovima izmerenih podataka, vremenu starta merenja EEG epoha kao i krajnje vreme. Nad kontinualnim EEG podacima se, aktiviranjem instrukcija u EEGLAB okruženju, omogućava editovanje i filtriranje podataka, korekcije ili uklanjanje artifakata nezavisnom analizom komponenti, definisanje koordinata tj. položaja elektroda na glavi subjekta u cilju pripreme za topografsko mapiranje,

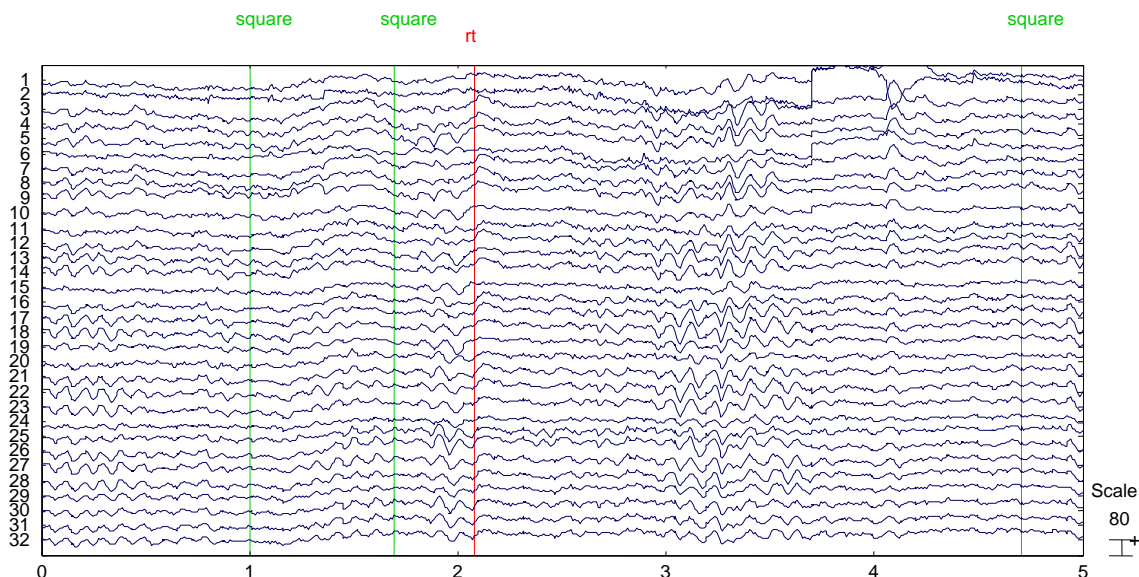
prikaz mapi spektra signala, statistička obrada ekstrahovanih podataka, usrednjavanje, vizuelizacija i memorisanje podataka.

Provedeni eksperiment nad S1 je imao za cilj registrovanje moždanih talasa u zadatku vizuelnog selektivnog opažanja slike na ekranu. Tokom eksperimenta, stimulacija ili podražaj subjekta (ispitanika) S1 se realizuje u obliku kratke pojave svetlosnog blica kružnog oblika u nekom od pet kvadrata na monitoru ispred subjekta. Različito obojeni kvadrati su postavljeni horizontalno iznad centralne ose ekrana. Prilikom svake pojave svetlosnog kružnog blica u zelenom kvadratu, od ispitanika se zahteva da to registruje pritiskom na taster. Od subjekta se zahteva da ignoriše svetlosnu stimulaciju izazvanu pojavom bljeska u nekom od kvadrata druge boje. Dakle, prvi događaj od interesa za istraživanje predstavlja pojava svetlosnog blica u zelenom kvadratu “square”, dok drugi događaj predstavlja vreme odziva tj. reakcije “rt” centralnog nervnog sistema subjekta na stimulaciju odnosno pobudu (u ovom slučaju je to brzina pritiska na taster tj. vreme koje je proteklo od momenta pojave blica do reakcije prstom ispitanika). Podaci (“square” i “rt”) jednog subjekta su grupisani u EEG epohe trajanja 3s. Oni su memorisani kao skup kontinualnih originalnih EEG podataka ispitanika i koriste se, u EEGLAB obradi, kao primer merenja ERP potencijala u EEGLAB okruženju samo jednog subjekta S1 (iako je eksperiment baziran na ispitivanju više subjekata).

EEGLAB meni sadrži dva obavezna polja koja opisuju događaje od interesa za istraživanje iz skupa EEG podataka, a to su polja tipa događaja (stimulacije) i latencije (kašnjenja) odgovora (odziva) subjekta u registrovanju tog događaja na primenjenu stimulaciju. Pored ovih obaveznih polja, u meniju postoje brojna druga, korisnički definisana polja informacija. EEGLAB eksplicitno zahteva “imenovanje” navedena dva obavezna polja kako bi se, u narednim koracima, omogućilo ekstrahovanje EEG epoha, pamćenje događaja (u skupu podataka opisanog eksperimenta ukupno ima 154 događaja), kopiranje, štampanje vremena odziva na stimulaciju i druge informacije o skupu EEG podataka i potom o ERP potencijalima subjekta. Izmereni originalni EEG podaci iz sesija eksperimenta su zabeleženi upotrebom komercijalnih akvizicionih EEG sistema kojima se snimaju informacije o aktivnosti mozga. Aktiviranjem naredbe u meniju EEGLAB moguće je prikazati talasne oblike registrovanih EEG potencijala kao na Sl. 6.1. Na taj način su svi događaji zapamćeni u strukturi liste događaja i postavljeni na tekuću EEG strukturu. Istovremeno se ova novoformirana lista događaja koristi za analizu ERP-a u drugom specijalizovanom ERPLAB grafičkom interfejsu [44].

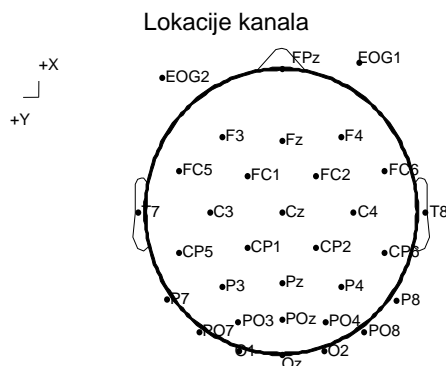
Na levoj strani prikaza EEG talasnih oblika, označene su elektrode koje prikupljaju informacije o moždanoj aktivnosti, pri čemu svaka od njih čini jedan kanal informacija (u ovom primeru je to ukupno 32 kanala). Prema usvojenim standardima, postoji više metoda postavljanja tih elektroda na glavi. Najčešće korišteni je “Internacionalni 10/20 sistem” koji je upotrebljen i u ovom eksperimentu. EEGLAB automatski podešava standardne koordinate na osnovu datih oznaka elektroda, korištenjem naredbe u EEGLAB okruženju. Raspored elektroda je bitan kod crtanja topografskog rasporeda mapa. Za te potrebe, verifikacija koordinata elektroda se izvršava naredbom u EEGLAB-u selektovanjem parametara po uobičajenom rasporedu. Pored prikaza rasporeda elektroda u Dekartovom koordinatnom sistemu, EEGLAB omogućava prikaz polarnih i sfernih koordinata kao i konverziju jednih u druge. Nakon izvršenja ovih naredbi kojima su

dodate lokacije kanala, sve izmene je moguće zapamtiti pod drugim nazivom za novoformirani fajl preuređenih EEG podataka. Na desnoj strani grafa talasnih EEG oblika se prikazuje vrednost vertikalne razmere (u ovom primeru je razmera po visini podešena na $80\mu V$). Horizontalna osa predstavlja vremensku razmeru (u ovom primeru se istovremeno prikazuju potencijali do 5s ali EEGLAB nudi mogućnost odabira vremenske razmere).



Sl. 6.1. Registrovani EEG potencijali subjekta S1 prikazani u EEGLAB grafičkom okruženju

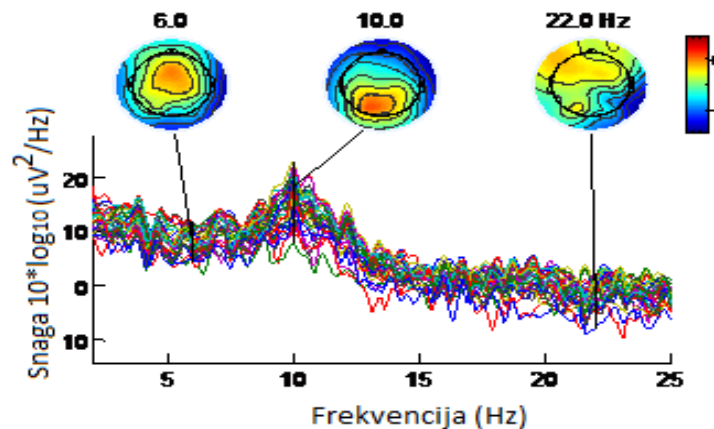
EEGLAB omogućava uklanjanja delova registrovanih EEG signala sa zabeleženim artefaktima koji nisu od koristi za istraživanje. Pri tom se omogućava formiranje novih granica registrovanja događaja. Sve modifikacije je moguće zapamtiti u novoj listi događaja u fajlu sa novim nazivom. EEGLAB omogućava 2D prikaz rasporeda elektroda na glavi subjekta kao što se prikazuje na Sl. 6.2.



Sl. 6.2. Raspored oznaka kanala EEG snimanja

Generisanje topografskih mapa pripadajućeg spektra EEG talasa mernih kanala koji se prikazuje na Sl. 6.3, u EEGLAB okruženju je izvodljivo upotrebom nekoliko instrukcija iz

menija. Uočava se da svaka obojena trasa predstavlja moždanu aktivnost jednog kanala. Mape prikazuju distribuciju snage na zadatim frekvencijama (u ovom slučaju su to frekvencije 6Hz, 10Hz i 22Hz). Zaključuje se da je na frekvenciji 6Hz (teta frekvencijsko područje moždane aktivnosti) najveća distribucija snage na frontalnoj regiji mozga, dok je na 10 Hz (alfa područje) izražena aktivnost okcipitalne regije [45].

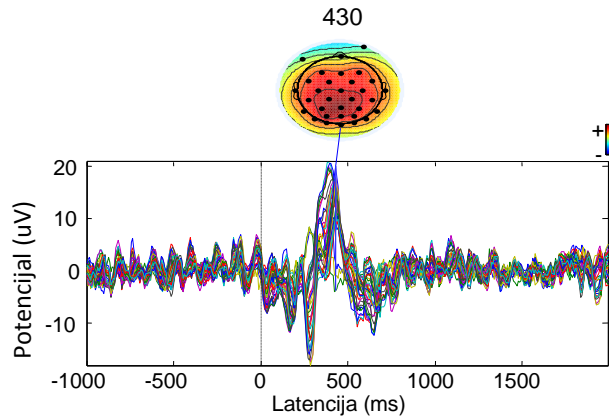


Sl. 6.3. Grafički prikaz u EEGLAB-u frekvencijskog spektra moždane aktivnosti sa topografskim mapama distribucije snage

EEGLAB omogućava predefinisanja brzine semplovanja čiji je uticaj bitan u obradi EEG podataka. Osim toga, alatima za procesiranje skupa originalnih EEG uzoraka, omogućava se filtriranje potencijala moždane aktivnosti. Inače, preporuka je da se kontinualni EEG podaci prvo filtriraju pa tek onda ekstrahuju EEG epohe uz uklanjanje artifakata. U primeru navedenog eksperimenta, uz frekvenciju semplovanja od 128Hz i donju graničnu frekvenciju filtriranja od 1Hz, primenjen je osnovni FIR filter (sa linearnim konačnim impulsnim odzivom). EEGLAB nudi mogućnost IIR filtera (sa beskonačnim impulsnim odzivom) kao i filtera pojasnog propusta (koji je primenjiv u eliminaciji šumova u određenim frekvencijskim opsezima). EEGLAB eksploatiše inverznu Furijeovu transformaciju u procesu filtriranja kontinualnih EEG talasnih oblika potencijala.

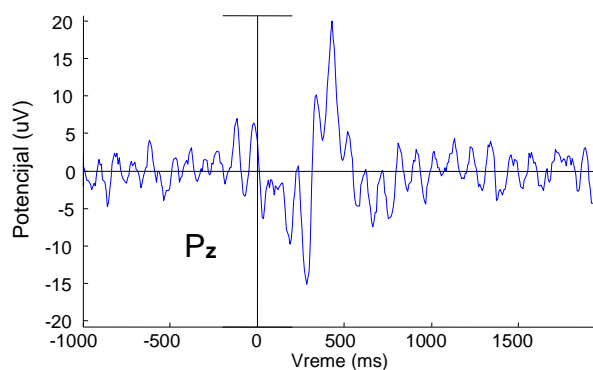
Da bi se istražila dinamika kontinualnih EEG podataka vezanih za događaj, potrebno je da se izvrši ekstrahovanje EEG epoha koje su vremenski sinhronizovane sa događajima od interesa. Aktiviranjem naredbi iz menija EEGLAB-a, vrši se izbor događaja od interesa za istraživanje (u ovom eksperimentu je to pojava zelenog kvadrata “square” koji predstavlja stimulaciju) kao i vreme trajanja EEG epohe (ono iznosi ukupno 3s, a odabirom u prozoru menija od -1s do 2s se naznačava da se posmatra vreme 1s pre nastanka stimulacije i 2s nakon njene pojave). EEGLAB sadrži funkcije koje omogućavaju 1D prikaz usrednjenih EEG epoha odnosno ERP-a. Osim toga, EEGLAB funkcijama se može prikazati 2D serije potencijala po pojedinačnim stimulacijama u vremenskoj zavisnosti, što predstavlja EEG dinamiku posmatrane stimulacije. Kod ERP prikaza, EEG epohe se sortiraju prema vremenu reakcije “rt” subjekta, prema frekvencijskom području distribucije snage stimulacije, prema srednjoj vrednosti napona potencijala u prozoru latencije i

slično. Opciono se omogućava ispravljanje “peglanje” prekomernog talasanja. U EEGLAB-u se se vrši bojenje trasa talasa i 2D prikaz pravougaone ERP slike. EEGLAB omogućava prikaz svih usrednjenih EEG epoha tj. ERP talasnih oblika sa mapama glave selektovanih latenci kao što se prikazuje na Sl. 6.4.



Sl. 6.4. Registrovani ERP svih EEG epoha sa pripadajućom latencijom i distribucijom usrednjenih potencijala moždane aktivnosti

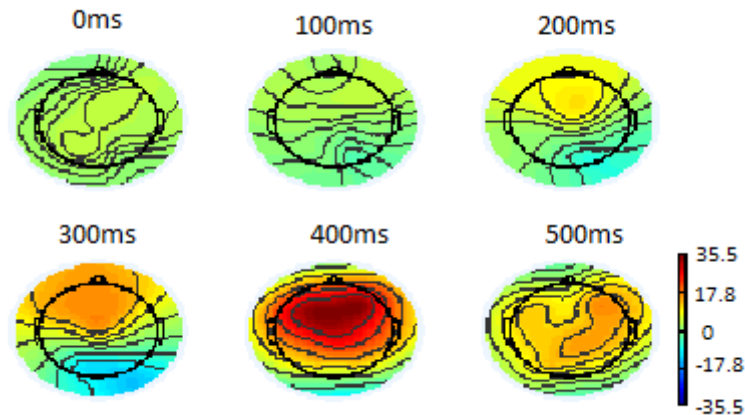
Svaka od obojenih trasa predstavlja usrednjeni ERP po jednom kanalu. Očigledno je sa slike da mapa glave pokazuje topografsku distribuciju usrednjenog ERP-a u okolini 430ms, što je ujedno latencija maksimalne varijanse ERP podataka. EEGLAB omogućava prikaz ERP trasa u topografskom području tj. prikaz ERP-a kao 2D trase pojedinačnog kanala. Na Sl. 6.5 se prikazuje primer potencijala P_z kanala.



Sl. 6.5. ERP P_z kanala

Aktiviranjem naredbi iz EEGLAB okruženja, moguće je predstaviti 2D distribuciju mapa glave na selektovanim serijama latencija ERP-a. Na Sl. 6.6 se prikazuju mape distribucije snage iznad regija mozga, uz prethodno zadate latencije kroz meni polja EEGLAB-a (u ovom primeru se zadaje šest različitih latencija od 0ms do 600ms). Pored 2D, EEGLAB može da prikaže i 3D ERP mape glave. Transformacija iz jednog sistema merenja u drugi podrazumeva razmeštaj plasiranih elektroda na glavi. EEGLAB pruža mogućnost jednostavnog topografskog

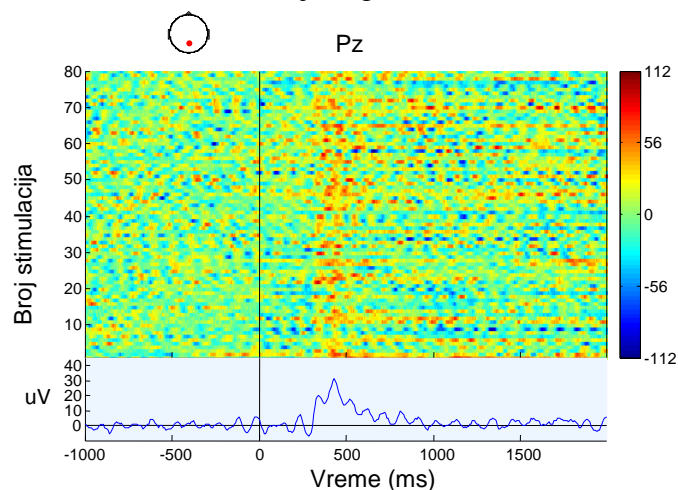
usaglašavanja položaja elektroda pomoću 3D mapa glave gde se određuju pozicije elektroda u odnosu na usvojeni oblik glave. Uobičajene analize elektrofizioloških podataka se zasnivaju na 1D analizi usrednjenih ERP talasnih oblika. Da bi se mogli bolje razumeti pravi uzroci nastanka ERP efekata, EEGLAB omogućava prikazivanje različitih ERP slika koje pokazuju trasu po trasu ERP-a na osnovu skupa EEG epoha.



Sl. 6.6. Prikaz mapa distribucije snage na odabranim latencijama ERP-a

Dakle, izmereni ERP potencijal EEG epohe se prikazuje u zavisnosti od vremena ili frekvencije. Registrovani talasi EEG epoha se “pegčaju” (prigušuju talasanja signala) i na kraju bojom označavaju njihovi intenziteti. Na taj način se izražava dinamika moždane aktivnosti. Odabirom npr. kanala sa visoko izraženim alfa područjem dinamike mozga (okolina 10Hz), uočava se maksimum distribuirane snage moždane aktivnosti iznad centralne okcipitalne regije.

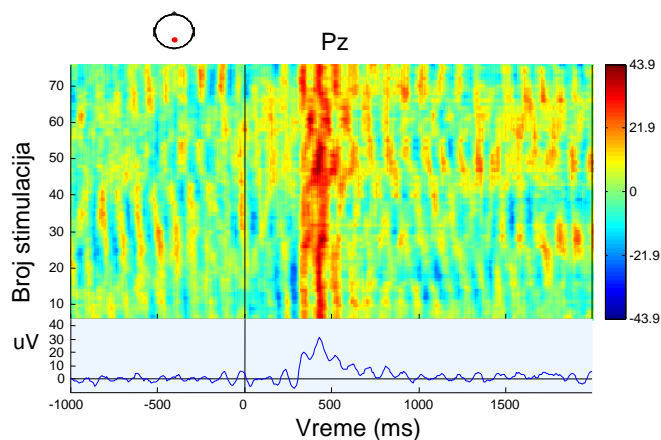
ERP slika je obojenog pravougaonog oblika u kojoj svaka horizontalna linija predstavlja moždanu aktivnost koja se generiše u eksperimentu nakon pojedinačne stimulacije. Na Sl. 6.7 se prikazuje (kao primer) ERP slika kanala 22 koji odgovara P_z elektrodi (sa Sl. 6.2).



Sl. 6.7. ERP P_z kanala (elektroda broj 22)

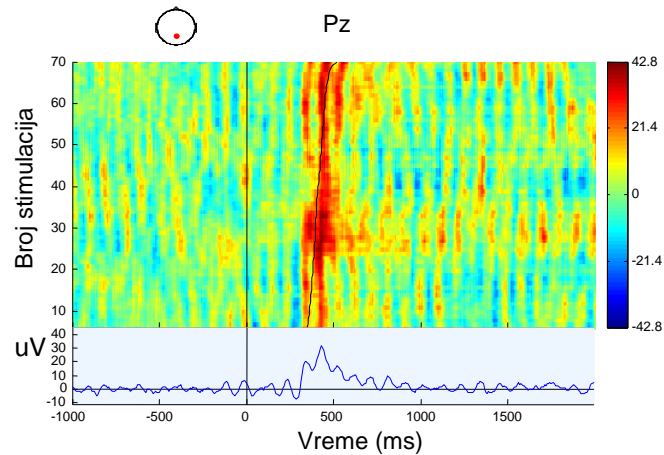
Elektroda je postavljena na centralnoj okcipitalnoj regiji glave. Za razliku od standardnog formiranja slike kojim se potencijal izražava visinom trase, formiranje ERP slike u EEGLAB okruženju se zasniva na kodiranju “kolor vrednosti” trase. Svaka promena intenziteta odražava promenu vrednosti potencijala u vremenu. Više različitih pojedinačnih trasa, kodiranih različitim intenzitetima boja, generiše ERP sliku koju će na kraju činiti mozaik kolor sekvencnih linija iz skupa EEG epoha. U standardnoj formi prikaza ERP slike, EEGLAB pokazuje (u donjem delu slike) talasni oblik usrednjene aktivnosti, odnosno usrednjeni ERP epohe. Osim toga, ERP slika prikazuje (u gornjem delu slike) i tačku koja označava posmatrani kanal tj. lokaciju elektrode na modelu glave. Slika se generiše postavljanjem brojčane oznake željenog kanala u polje prozora EEGLAB-a i definisanjem koeficijenta peglanja (u ovom primeru je postavljen na vrednost 1) u predviđeno polje. Pošto svaka registrovana moždana aktivnost u pojedinačnom pokušaju stimulacije sadrži mnoštvo varijacija zbog neuronskih interakcija [46], neophodno je peglanje talasa aktivnosti kroz “nalegle” (susedne) pojedinačne pokušaje stimulacije, upotrebom usrednjenih pokretnih vertikalnih pravougaonih dugih impulsa kratkog intervala trajanja.

Peglanjem talasa registrovane aktivnosti se postiže bolje uočavanje dominantnih frekvencijskih oblasti oscilacija talasa nakon pojedinačnih stimulacija. Ako se npr., umesto koeficijenta peglanja 1 (kao u prethodnom primeru), izabere koeficijent 10, tada se generiše ERP i slika aktivnosti kao na Sl. 6.8. Uočava se dominantna alfa frekvencijska aktivnost mozga.



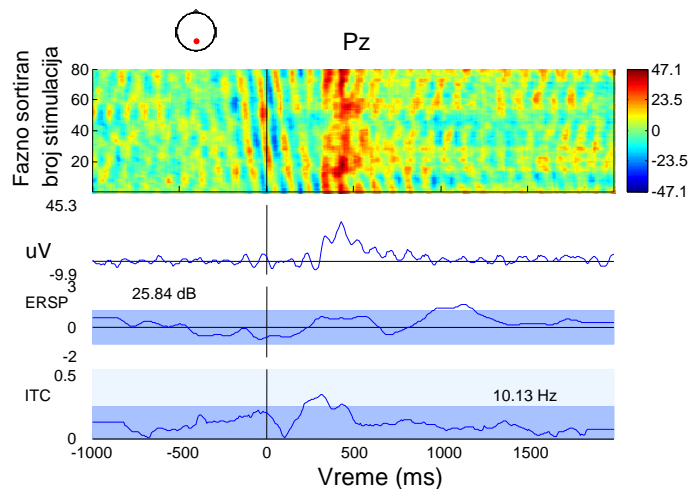
Sl. 6.8. ERP registrovan u kanalu P_z sa pojačanim faktorom prigušenja talasanja signala

Na Sl. 6.9 ERP se generiše sortiranjem po latenciji registrovanja događaja (stimulacije). Slika se generiše zadavanjem, u poljima prozora EEGLAB-a, vrste događaja (vreme odziva na pobudu subjekta) i vremenskog intervala u kojem se posmatra epoha (u ovom primeru je dužina trajanja epohe 1s pa je raspon određen od -200ms do 800ms. Posmatra se vreme odziva 200ms pre pojave stimulacije i 800ms nakon stimulacije subjekta. Kako u ovom primeru postoji jedno vreme odziva na pobudu u epohi, rezultujući ERP obuhvata sve stimulacije sortirane po latenciji (vremenu “rt”) nastanka događaja. Crna podebljana kriva na Sl. 6.9 prikazuje latenciju nastanka (u okolini 400ms) odabranog događaja (“rt”). Osim sortiranja po latenciji, EEGLAB nudi odabir prikaza ERP-a po poziciji, epohi i tzv. “izvornoj strukturi događaja”.



Sl. 6.9. Latencija ERP-a (rt) registrovana u kanalu P_z

Ako se želi odrediti maksimalna snaga ulaznog EEG podatka u željenom rasponu frekvencija, EEGLAB-om se definišu vrednosti gornje (npr. 10Hz) i donje (npr. 9Hz) frekvencije. Na Sl. 6.10 se prikazuje ispod ERP-a dodatna dva grafa talasnih oblika. ERSF graf predstavlja spektralnu snagu ERP-a, dok ITC predstavlja faznu koherenciju sekvence stimulacije i post stimulacione sekvence. Ovaj faktor se kreće u rasponu između 1 (faza alfa talasa je konstantna za bilo koji pokušaj) i 0 (faze svih pokušaja su uniformno distribuirane u jednom ciklusu). ITC gafom sa Sl. 6.10 se prikazuje konačan broj stohastičkih distribuiranih faza pokušaja. Uočava se da snaga EEG-a, u poststimulacionom periodu, ima mali porast u alfa frekvencijskom području, a da ITC faktor ima značajan porast. Uopšteno, ERP može da preraste iz parcijalne faze sinhronizacije tekućih aktivnosti u snažnu EEG aktivnost delovanjem stimulacije.

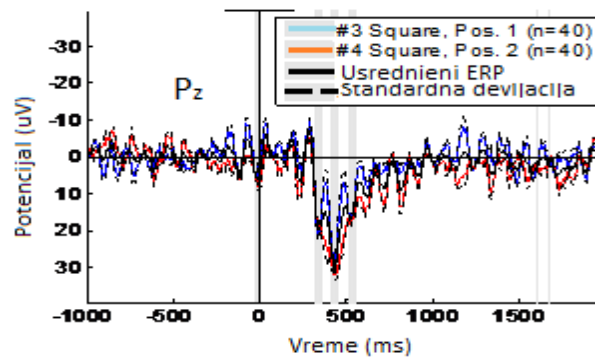


Sl. 6.10. Distribucija snage spektra i fazna koherencija stimulacije registrovana P_z kanalom

Da bi se komparirale dinamike EEG-a subjekta prema dva ili više kriterijuma istog eksperimenta, neophodno je kreirati skupove koji sadrže podatke EEG epoha i događaja za svaki

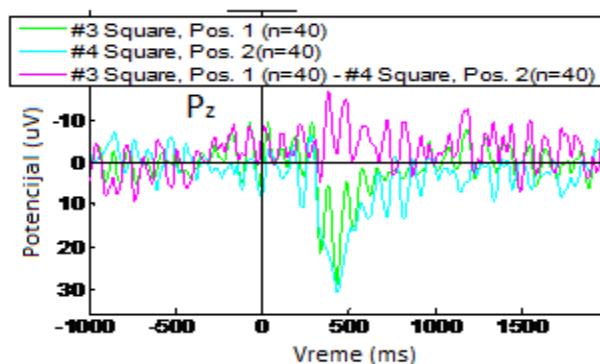
kriterijum. U ovom eksperimentu, polovina ciljeva se nalazi na poziciji 1, a druga na poziciji 2. Aktiviranjem naredbi EEGLAB-a, za odabrani ciljni događaj npr. pojava kvadrata (“square”) kreiraju se dve grupe 1 i 2 epoha u kojima se cilj (kvadrat) pojavljuje na pozicijama “square, pos. 1” i “square, pos 2”. Uobičajeno se u istraživanjima, rezultati merenja ERP-a subjekta prikazuju u vidu prosečne vrednosti ERP-a svih subjekata. EEGLAB-om se u primeru, proračunava prosečni ERP od formirana dva ERP-a vezana za događaj pojave kvadrata “square” (“square, pos. 1” i “square, pos 2”).

Komparacijom podataka iz podskupova (“square, pos. 1” i “square, pos 2”), EEGLAB-om se prikazuje usrednjeni ERP, standardna devijacija “std” i prosečni ERP svakog pojedinačnog podskupa podataka. Prethodno se definiše vremenski interval merenja EEG epohe selektovanog podskupa (u primeru je interval 500ms do 1s). Na Sl. 6.11 se prikazuje primer izmerenih usrednjenih vrednosti ERP-a kanala P_z.



Sl. 6.11. Talasni oblici više ERP-a registrovanih u P_z kanalu

Iako EEGLAB nije koncipiran za automatsko registrovanje pika amplitude i pripadajuće latencije ERP-a (za te namene je dizajniran ERPLAB), pomoću EEGLAB-a je moguće vizuelno odrediti vrednosti pika amplitude i odgovarajuće latencije ERP-a. Sa Sl. 6.11 se može očitati da je pik amplitude npr. plavog ERP-a “square, pos. 1” $32.69\mu V$, izmeren pri latenciji $429.7ms$, u kanalu P_z. Komparacija ERP-a dva podskupa 1 i 2 istog skupa EEG podataka je izvodljiva u EEGLAB-u aktiviranjem naredbi iz menija, pa se na Sl. 6.12. prikazuje, kao primer, razlika izmerenih ERP-a podskupova 1 i 2 kanala P_z (frekvencija niskog propusta je 30Hz).



Sl. 6.12. Prikaz razlike dva ERP-a kanala P_z

EEGLAB softver omogućava potpunu i kvalitetnu obradu EEG-a i drugih elektrofizioloških signala. Međutim, originalni izmereni kontinualni “sirovi podaci” EEG-a, vezani za događaje iz opisanog eksperimenta koji je proveden nad subjektima, kao što su reakcije na stimulaciju, EMG (elektromiografske) pobude, pokreti očiju i sl., nisu prilagođeni za detaljnu ERP analizu, pa je potrebno izvršiti obradu tih podataka kako bi “bili od koristi” za istraživanje ERP potencijala. Za analizu ERP-a je posebno dizajniran specijalizovani dodatni ERPLAB grafički interfejs čije se funkcije izvršavaju pod “okriljem” EEGLAB-a.

6.2. Analiza ERP P300 komponente primenom ERPLAB softvera

ERPLAB softversko okruženje verzija 3.0.2.1 je alat za DSP ERP-a CNS-a. ERPLAB toolbox predstavlja skup otvorenog Matlab koda za analiziranje ERP-a [47]. Prevedeno, ERPLAB je namenjen za testiranje registrovanih skupova EEG podataka smeštenih u fajlovima EEGLAB okruženja, s ciljem uočavanja i analize ERP-a. Ovi testni podaci se upotrebljavaju kao Matlab simpl podaci u procesu digitalne obrade izmerenih originalnih EEG podataka. U radu se koriste, kao primer za ilustraciju korištenja ERPLAB-a, EEG uzorci generisani u eksperimentima opisanim u publikovanom radu [43]. Jednostavnost eksploatacije ERPLAB funkcija omogućava GUI (korisnički orijentisan grafički interfejs) kojem se pristupa iz EEGLAB GUI pokretanjem naredbe „*eeglab*“ sa komandne Matlab linije.

Iz pojedinačnih EEG merenja kroz sesije, tokom kojih se subjekt podvrgava eksperimentu, formiraju se ERP strukture podataka. Veza između EEG i ERP struktura podataka se ostvaruje pomoću lista događaja koje se formiraju u ERPLAB-u. Usrednjavanjem izmerenih vrednosti, iz skupa pokušaja stimulacije CNS-a, kreiraju se skladišta podataka – tzv. binovi koji predstavljaju set usrednjenih talasnih oblika snimljenih sa svake od mernih elektroda. U ERPLAB-u je omogućeno grupisanje skoro neograničeno mnogo binova u grupe koje se nazivaju ERP setovi. Pojedinačni bin se predstavlja matricom čije su dimenzije: [*elektrode x tačke u vremenu*], dok se za ERP setove dodaje i treća dimenzija: [*elektrode x tačke u vremenu x binovi*].

Stimulacija u vremenu predstavlja okidač kojim se pobuđuje CNS. Taj događaj se opisuje kodom koji je, u ERPLAB-u, predstavljen numerički (mada je moguće predstavljanje stringom koji se u listi događaja konvertuje u brojevi marker). Svaki ERP fajl sadrži podatke jedne vrste pokušaja stimulacije kojom se generiše ERP, pa se u jednom fajlu može smestiti više ERP-ova. ERP-ovi jednog tipa testova (pokušaja) stimulacije se memorišu u zasebne binove. ERPLAB prema zadatom kriterijumu spaja događaje po binovima. U listi događaja kreiranoj u ERPLAB-u, sakupljeni su svi događaji iz EEG strukture tokom snimanja, kao što su pojave stimulacije – podražaja nervnog sistema, reakcije ili odgovori na stimulaciju, pokreti očiju, kontrakcije mišićne strukture. Dakle, pomoću EEGLAB-a i ERPLAB-a prepoznaje se i analizira ERP generisan kroz eksperiment.

Primer analize P300 komponente ERP talasa se zasniva na podacima pribavljenim kroz eksperimente, publikovane u [43], koji su sprovedeni nad šest ispitanika (čiji rezultati su smešteni u fajlovima S1, S2, ..., S6), ali se u radu [7] obrađuju podaci samo za jedan subjekat S1. Tokom eksperimenta, svakih 1300-1700ms je prikazano slovo ili broj na ekranu ispred subjekta. Od subjekta je zahtevano da jednom rukom pritisne prekidač signalizacije pri pojavi brojeva a

drugom rukom pri pojavi slova. U datom skupu testova (pokušaja), retke su bile pojave bilo brojeva ili slova (20%), dok su se ostale kategorije (koje nisu slovo ili broj) češće pojavljivale (80%), ali nisu bile od interesa za eksperiment. Na taj način se želi postići, sa manjom verovatnoćom pojave stimulacije, neizvesnija pojava P3b ERP komponente sa pratećom latencijom. Zbog toga su različito označeni kodovi događaja i to za retke pojave brojeva, česte pojave brojeva, retke pojave slova i česte pojave slova, a svaki kod stimulacije je vezan za pripadajući kod odgovora (odziva) CNS-a na tu stimulaciju. ERPLAB ne pravi razliku između kodova stimulacije i kodova odgovora, ali kodovi daju informaciju da li je odgovor na stimulaciju ispravan (kod =9) ili neispravan (kod=8). Originalni kontinualni EEG podaci su zabeleženi pomoću profesionalnog 16-bitnog “Neuroscan Synamps” sistema sa filterom pojasnog propusta u rasponu frekvencija od 0.05Hz do 100Hz i frekvencijom semplovanja 500Hz. Referentna elektroda je bila plasirana na desnoj ušnoj školjci. Fajl sa snimljenim “sirovim EEG podacima” S1 se preuzima i učitava u EEGLAB. Dakle, funkcionisanje ERPLAB softvera se bazira na eksploataciji memorisanih originalnih EEG podataka generisanih opisanim eksperimentom.

Kreiranje liste događaja je omogućeno aktiviranjem GUI sa menija ERPLAB-a. Učitani fajl, sa EEG kontinualnim originalnim podacima S1, vidljiv je kao tekući (aktivni) skup podataka u meniju EEGLAB-a, a EEG talasne oblike moguće je prikazati aktiviranjem naredbi iz EEGLAB. Svi događaji su smešteni u strukturi aktivne EEG liste događaja koja se koristi za analizu ERP uz pomoć ERPLAB GUI. U cilju kreiranja ERP liste događaja, na osnovu formirane EEG liste, u ERPLAB-u se definiše skup numeričkih kodova događaja, tekstualnih oznaka događaja, brojnih oznaka binova kao i oznaka binova za svaki tip događaja u eksperimentu. Svaki događaj mora da ima svoj numerički kod događaja koji se zajedno sa tekstualnim opisom događaja pridružuje određenom binu. U skladu sa kodovima događaja stimulacije iz eksperimenta koji se prikazuju u Tabeli 6.1, kreira se ERP tekstualna lista događaja. koja predstavlja ERPLAB fajl sa ERP listom događaja.

Nakon formiranja ERP liste događaja iz eksperimenta, događaji se sortiraju u binove. Binovima se dodeljuju posebno česte i zasebno retke stimulacije (jer se proračunava usrednjena sinhronizovana stimulacija). Nakon dodela događaja binovima, sledeći korak je deljenje kontinualnog EEG skupa podataka u set segmenata fiksne dužine koji se nazivaju epohe.

Tabela 6.1. Tabela kodova stimulacije u formiranju ERP liste događaja

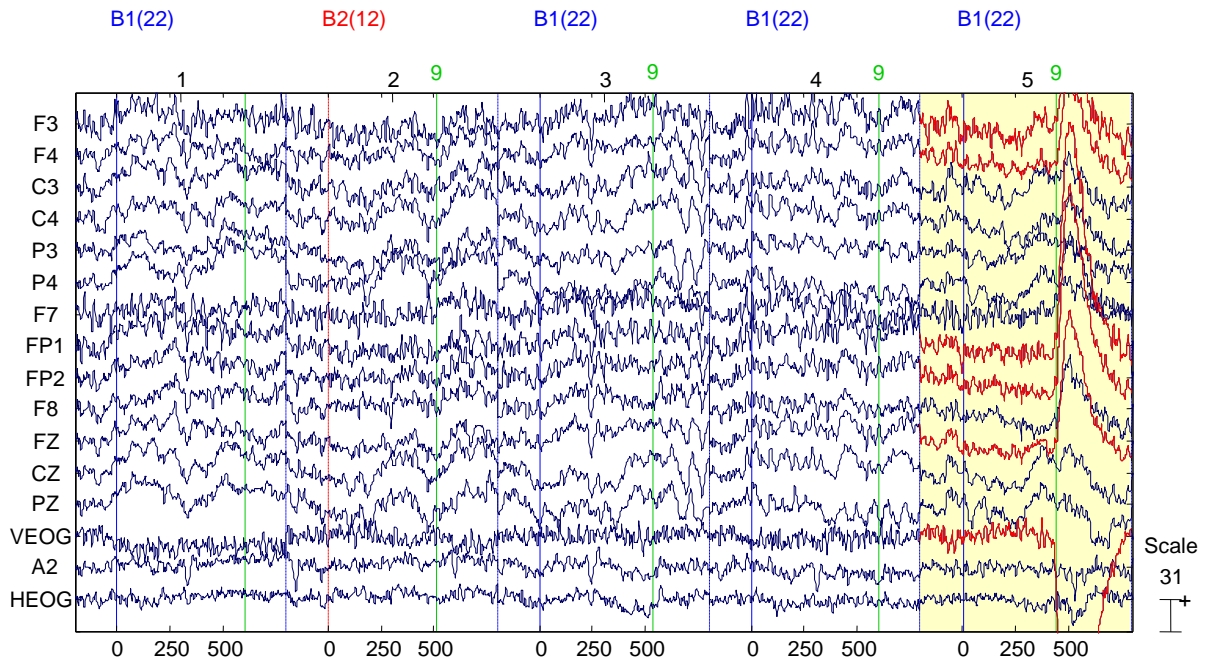
Kod događaja	11	21	112	122	12	22	111	121
Kategorija	Slovo	Broj	Slovo	Broj	Slovo	Broj	Slovo	Broj
Verovatnoća	Često	Retko	Retko	Često	Retko	Često	Često	Retko
Ispravan odgovor	Leva Ruka	Desna Ruka	Leva Ruka	Desna Ruka	Desna Ruka	Leva Ruka	Desna Ruka	Leva Ruka

U navedenom eksperimentu, česta pojava broja sa kodom 22 smešta se u bin 1, dok se retka stimulacija slovom označava sa kodom 12 i smešta u bin 2. Svaka epoha je vremenski sinhronizovana sa događajem koji je dodeljen binu. U ovom primeru, EEG epohe se ekstrahuju

tokom perioda koji je 200ms pre momenta stimulacije (koji se na vremenskoj osi postavlja u nulu) i 800ms nakon starta stimulacije. Kodovi događaja u ovom eksperimentu su određeni pojavom stimulacije (ne odgovora na stimulaciju) u vidu čestih slova i retkih brojeva. Svaki kod se dodeljuje događaju koji je smešten u binu, što implicira da je kod stimulacije dodeljen binu. Aktiviranjem ERPLAB funkcija vrši se ekstrakcija EEG epoha iz EEGLAB-a omogućavajući njihovo procesiranje u ERPLAB okruženju formirajući novi fajl sa prikazom ekstrahovanih EEG epoha iz bina. U primeru se uzima da je period trajanja kontinualnih EEG epoha 1s koji je, na EEG snimku, podeljen isprekidanim linijama 800ms posle svakog događaja i 200ms pre događaja (stimulacije). Svaka isprekidana vertikalna linija na zapisu EEG talasa je kraj jedne i početak druge EEG epohe.

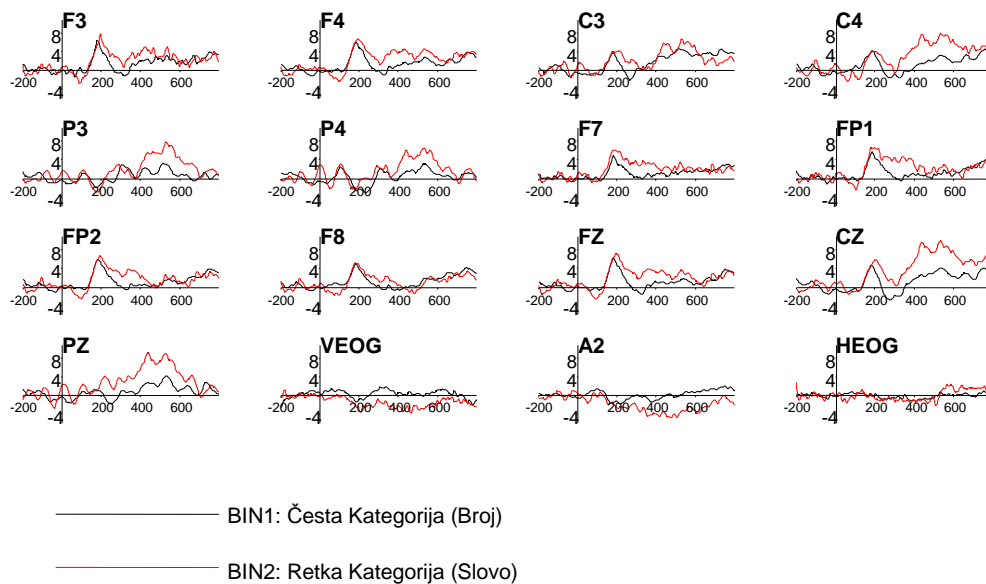
ERPLAB-om se razlikuju artifakt detekcije i artifakt korekcije u smislu uklanjanja artifakata. Detekcijom se markiraju epohe koje sadrže artifakte, dok je korekcija proces kojim se isključuju testovi (pokušaji) koji sadrže artifakte tokom usrednjavanja. Manuelno (ručno) trajno se brišu sekcije “zašumljenih” kontinualnih podataka (obeležavanjem kursorom po snimljenim talasnim EEG oblicima). Detekcija artifakata se vrši nad podacima iz EEG epoha. Osim toga, u ERPLAB meniju se podešava period testiranja cele epohe (vreme starta -200ms i završetka testiranja 798ms). Traži se maksimum napona od vrha do vrha u pokretnom prozoru duž cele epohe (pikovi nisu isti u pozitivnoj i u negativnoj amplitudi napona). Pomeranjem prozora duž cele posmatrane epohe, automatski ERPLAB funkcija proračunava vršne vrednosti amplitude (od vrha do vrha) u serijama prozora u svakoj epohi. Opcija koja se podešava u prozoru je parametar naponskog praga (koji se u datom eksperimentu postavlja na $100\mu\text{V}$). Ako je proračunata vrednost amplitude (koja je jednaka razlici najveće i najmanje vrednosti) veća od naponskog zadatog praga, tada se ta epoha uklanja. Pomeranje prozora se definiše parametrom koraka (u primeru se postavlja korak 50ms), što znači da će pomeranje prozora biti na svakih 50ms (start je na -200ms sledeći prozor je na -150ms). Na ovaj način se najbolje uočavaju artifakti izazvani treptajima očiju za koje je karakteristično da talasni oblik ima pik i potom opada u periodu od 200ms do 300ms. Takođe, u meniju se definiše lista kanala koji se testiraju (uobičajeno se testira svih 16 kanala). Na kraju se setuju aktivne zastavice (od 1 do 8) kojima se pokazuje koje od markiranih epoha će biti uklonjene i koji tipovi artifakata vezanih za događaje se planiraju za uklanjanje. Nakon pokretanja prozora za markiranje artifakata, u Matlab komandnoj liniji se prikazuje da je, za dati eksperiment, ukupno markirano 29.7% epoha za uklanjanje zbog postojanja artifakata. Epohe koje su markirane za uklanjanje, na snimku talasnih oblika su označene žutom pozadinom, dok su crvenom bojom na Sl. 6.13 obeleženi talasi po kanalima koji premašuju naponske pragove u EEG epohama [7]. U aktivnom meniju se omogućava isključenje markiranih artifakt epoha (kod kojih je zastavica 1 setovana). Aktiviranjem funkcija iz ERPLAB menija, biraju se informacije koje se žele grafički prikazati (binovi 1 i 2; kanali 1:16; vremenski interval za koji se prikazuje ERP; odabir fonta). Nakon podešavanja parametara, generišu se EEG talasni oblici. U okruženju ERPLAB-a su implementirani filteri koji se mogu primeniti na kontinualne EEG podatke, segmente EEG-a kao i na skupove usrednjenih ERP-a. Za filtriranje skupova ERP-a koriste se funkcije iz menija u kojem se nudi više tipova filtera. U eksperimentu su postavljeni parametri za

Batervortov filter niskog propusta, prelomne frekvencije 30Hz, padom (strminom) 12dB/oct sa 16 kanala.



Sl. 6.13. Obeležavanje EEG epoha za uklanjanje zbog prisustva visokog nivoa šuma

Grafovi EEG talasnih oblika, po kanalima filtriranih skupova ERP-a, prikazuje se na Sl. 6.14.



Sl. 6.14. Usrednjeni filtrirani ERP talasi

ERPLAB alatima za merenje, specificiraju se ERP skupovi (setovi), binovi i kanali u kojima se izvode sva merenja ERP-a čiji rezultati se zapisuju u tekstualne fajlove. ERPLAB meri

trenutne vrednosti amplitude na jednoj latenciji, pik amplitude i latencije, srednju amplitudu, oblast amplitude, integral amplitude, frakcionu oblast latencije, frakcioni pik latencije. Nad skupom aktivnog ERP-a, u ERPLAB meniju se podešavaju parametri za merenje pikova amplituda u rasponu latencija između 300ms i 600ms (karakterističan za P300 ERP komponentu). Koriste se podaci iz binova 1 i 2, zabeleženi u kanalima od 11 do 13 (elektrode F_z, C_z, P_z). Izmereni podaci iz Tabele 6.2 se smeštaju u tekstualni fajl i moguće ih je proslediti u Excel tabele. Svaka linija tekstualnog fajla sadrži informacije o tome koji je bin i koji kanal meren. Uočava se da je u kanalu 11 elektrode F_z, nad podacima iz skladišta (bin1) ERPset-a, zabeležen pik amplitude ERP-a vrednosti 1.777μV na kodirani događaj stimulacije označen tekstualno kao “Česta_Kategorija_(Broj)” tekućeg ERPseta. Pomoću GUI ERPLAB-a prikazuju se ostale izmerene vrednosti posmatrane F_z/11 elektrode pri čemu je registrovana latencija pika amplitude 540.4ms u odabranom intervalu od interesa (300ms do 600ms). Na isti način se očitavaju vrednosti za ostale ciljane elektrode (C_z, P_z) iz bin 1, pa se uočava da je za C_z/12 elektrodu izmereni pik ERP-a 4.0287μV, latencija 532.9ms i za P_z/13 elektrodu pik 4.175μV i latencija 532.1ms.

Tabela 6.2. Rezultati merenja pika P300 ERP komponente

Vrednost (μV)	1.77	4.029	4.175	3.917	10.029	9.275
Broj kanala	11	12	13	11	12	13
Oznaka kanala	F _z	C _z	P _z	F _z	C _z	P _z
Bin	1	1	1	2	2	2

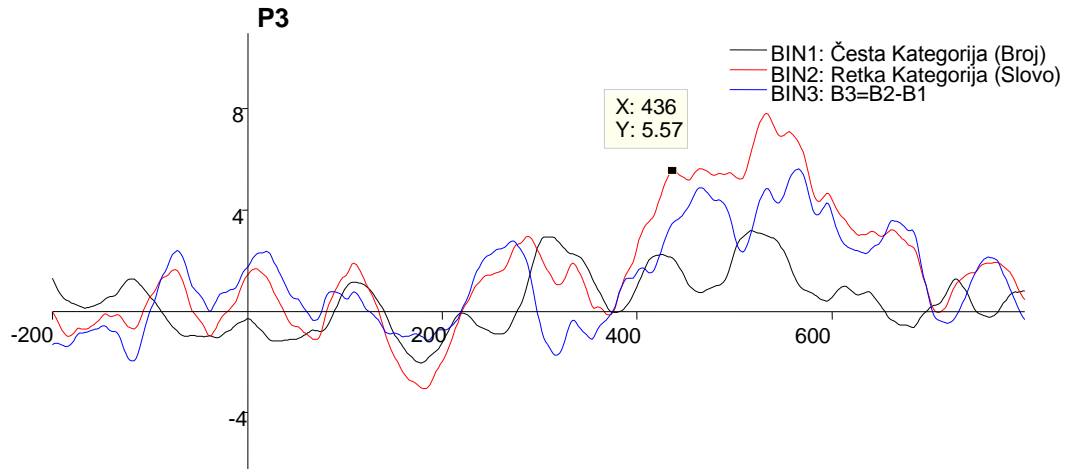
Za bin 2 (podaci generisani stimulacijom izazvanom retkom pojavom slova na ekranu ispred subjekta), izmerene vrednosti pika amplitude i latencije ERP-a su za kanal F_z/11 3.9μV i 365.3ms; za kanal C_z/12 10.0μV i 532.2ms; za kanal P_z/13 9.3μV i 439.1ms respektivno [7]. Analizom izmerenih (izračunatih) vrednosti iz Tabele 6.2, vidljivo je da su vrednosti pika amplituda napona, za retke stimulacije (bin 2) kod elektroda C_z i P_z, izrazito veće nego kod amplituda ERP-a zabeleženih u istim kanalima česte stimulacije (bin 1), što je bilo za očekivati jer se meri komponenta P300 koja se najčešće registruje, u centralno-okcipitalnoj i parijetalnoj regiji mozga, elektrodama C_z i P_z i koja predstavlja odgovor CNS-a na retke pojave. Kompletan tok procesiranja podataka aktivnog ERPset-a vidljiv je u komandnom Matlab meniju gde se očitava ime aktivnog ERPseta-a, broj kanala merenja (16), ukupan broj binova (2), broj tačaka uzorkovanja (500), brzina semplovanja (500), period merenja EEG epoha (-200ms do 800ms) i druge informacije digitalnog procesiranja podataka.

ERPLAB omogućava da se formiraju novi binovi kombinacijom postojećih binova u tekućem ERPset-u. Bin operacije se najčešće upotrebljavaju kod formiranja razlike talasa ili kod usrednjavanja u binovima. Tako je rekurzivnom nadogradnjom postojećih binova (b₁ i b₂)

moguće formiranje razlike talasa koja se dobije oduzimanjem ERP-a retke stimulacije (b_2) od ERP-a česte stimulacije (b_1):

$$b_3 = b_2 - b_1 \quad (6.1)$$

GUI ERPLAB-a omogućava da se izolovano posmatraju talasni oblici pojedinačnih kanala pa tako npr. izgled grafa ERP talasa P_3 elektrode se prikazuje na Sl. 6.15. Apscisa je vreme [ms], ordinata je naponski nivo [μV], a na slici je prikazana (kao primer) mogućnost očitavanja vrednosti lokalnog pika od interesa za istraživanje.



Sl. 6.15. ERP talasi kanala P_3 generisani u ERPLAB-u

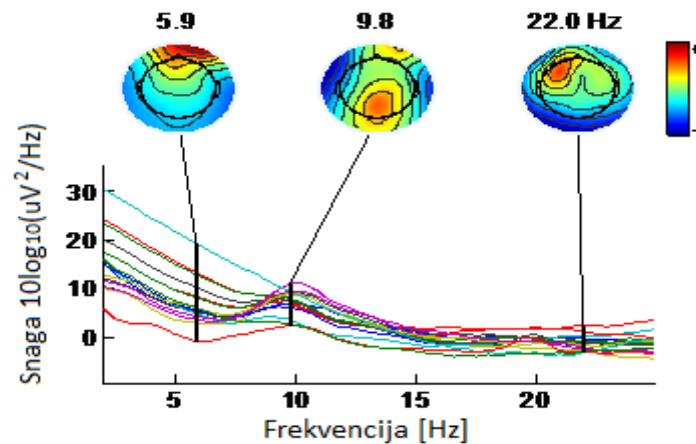
Pored modifikacije po binovima, GUI ERPLAB-a nudi mogućnost proračuna i reorganizacije po kanalima aktiviranjem funkcija nad skupom ERP podataka. Formiranje novih kanala je organizovano po istom principu kao i formiranje novih binova.

ERPLAB omogućava proračun srednje amplitude između dve fiksne latencije. Postavljanjem intervala latencije između 400ms i 700ms, za podatke iz binova 1 i 2, pomoću aktivnog ERPset menija, generišu se izmerene srednje amplitude za bin 1 $C_z/12$ $5.1\mu V$, a za kanal $P_z/13$ $2.9\mu V$ respektivno, dok su za bin 2 kanala $C_z/12$ $8.6\mu V$, a za kanal $P_z/13$ $6.1\mu V$ respektivno. Merenje oblasti ispod krive srednje vrednosti amplitude se realizuje ponuđenim ERPLAB menijem u više varijanti merenja oblasti. Varijanta numeričke integracije proračunava integral u definisanom intervalu merenja, na način da se sabiraju sve pozitivne i negativne vrednosti napona u svakoj tački tokom intervala merenja i potom se konačni rezultat množi sa vremenom trajanja intervala merenja. U tom slučaju se može desiti da neke negativne vrednosti jednog dela poništavaju pozitivne drugog dela, što može da liči na srednju vrednost napona samo što se srednja vrednost napona deli sa ukupnim brojem tačaka merenja dajući tako prosečnu vrednost napona u svakom uzorku merenja. Dakle, u meniju merenja, srednja vrednost napona i integral su korelisani.

Iako oblast i integral na prvi pogled predstavljaju isto, u tehničkom smislu postoji razlika. Oblast merenja se posmatra kao kombinacija skupa poligona čije su granice određene talasnim

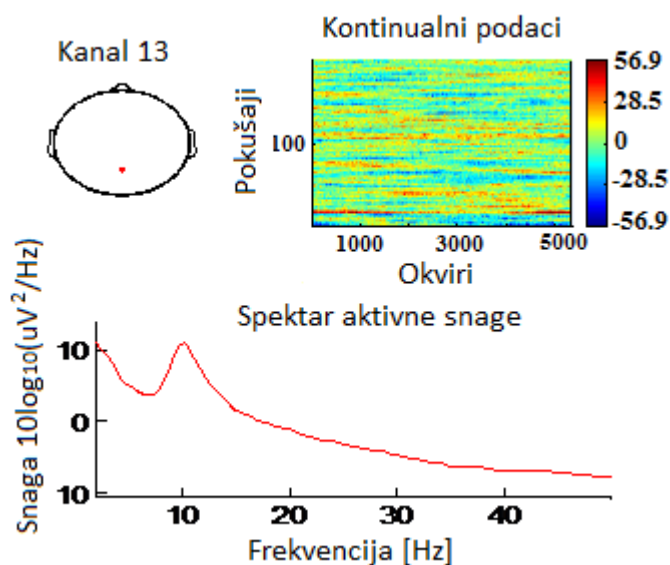
obicima i nultom baznom linijom. Poligoni imaju pozitivne oblasti bez obzira na polaritet talasnog oblika tokom perioda merenja. Dakle, oblast merenja je zbir svih pojedinačnih poligona uz ignorisanje polariteta talasnog oblika koji je kreirao pojedini poligon. Ovakva metoda je ekvivalentna “ispravljanju” talasnog oblika i proračunu integrala duž prozora merenja, tako da ERPLAB svaku negativnu vrednost “preokrene” u pozitivnu. Ovako ispravljene vrednosti su korisne u analizi oscilacija talasa kako bi se izmerila “moć” tih oscilacija. U ERPLAB-u se može meriti oblast samo pozitivnih delova talasnog oblika isključivanjem negativnih defleksija (ugiba) talasa posmatranog kanala. Takođe, može da se meri pik amplitude i latencije P_2 komponente ERP-a koja je očekivane latencije oko 200ms. Zatim, omogućeno je merenje lokalnog željenog pika (a ne najveća pozitivna ili negativna amplituda) u merenom intervalu. Lokalni pik je ekstremna tačka u merenom intervalu na kojoj je amplituda veća od prosečne vrednosti amplitude potencijala talasa.

Veliki broj individualnih EEG testova stimulacije koji dovode do pojave ERP-a uopšteno, mogu da generišu približno iste efekte. Zbog toga je, u analizi elektrofizioloških pojava, poseban akcenat dat na prikazu ERP slika. Npr. u prepoznavanju “pravog” ERP-a, treba znati da veliki ERP pik može biti izazvan lošim pojedinačnim testom, velikim porastom snage talasa u trenutku, koherencijom faza talasa tokom testiranja. ERP slike su najčešće 2D prikazi ERP-a u odnosu na vreme u posmatranim epohama. Podaci u epohama su npr. vreme reakcije subjekta na stimulaciju ili faza npr. alfa talasa na početku stimulacije. Da bi se prikazao ERP po jednom kanalu za pojedinačni test iz baze podataka, potrebno je odabrati kanal. Ako se npr. posmatra kanal sa dominantnim alfa frekvencijskim pojasom moždane aktivnosti (maksimalna snaga u okolini 10Hz) [45], tada se, za ativni set podataka, podešava interval pretraživanja frekvencijskog područja. Ako se, u ponuđenom ERPLAB meniju, pored intervala od 2Hz do 25Hz, definišu frekvencije 6Hz, 10Hz i 22Hz, tada se generiše mapa glave na Sl. 6.16.



Sl. 6.16. Mapa spektra ERP-a generisana u ERPLAB-u u zadatom rasponu frekvencija

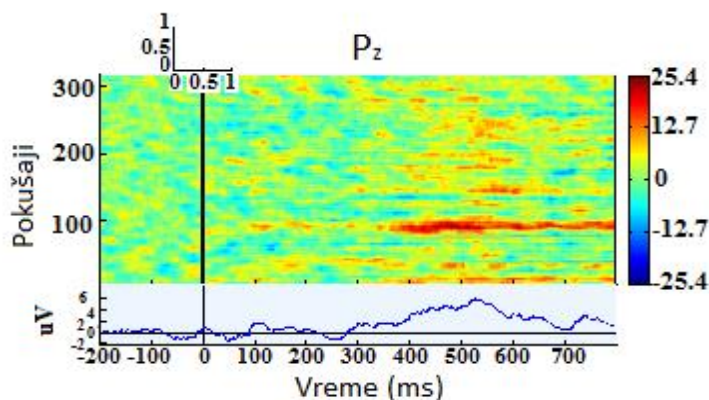
Uočava se da je alfa područje aktivnosti najviše izraženo u centralno-okcitalnoj regiji mozga u fokusu područja lokacije P_z elektrode kanala 13. Spektar snage kanala 13 koji se prikazuje na Sl. 6.17 se generiše aktiviranjem funkcija ERPLAB-a.



Sl. 6.17. Spektar aktivne snage u alfa frekvencijskom području kanala 13

ERPLAB-om se analiziraju aktivnosti svakog od 16 kanala za aktivni ERPset. Ako se npr. želi prikazati aktivnost elektrode P_z/13, u meniju se definišu, pored brojčane oznake kanala, još i faktor “peglanja” (dodatnog procesiranja) talasnog oblika kao i vremenski interval analize talasa (npr. od -200ms do 800ms). Kako aktivnost u pojedinačnim testovima stimulacije ima fluktuacije (izazvana međusobnom interakcijom neurona u CNS-u), potrebno je povećati faktor peglanja (npr. sa 1 na 10), a rezultat se prikazuje na Sl. 6.18. Svaka horizontalna linija predstavlja EEG aktivnost. Trag ispod ERP slike je usrednjeni ERP pojedinačnih pokušaja stimulacije.

U meniju ERPLAB-a, pored navedenog, data je mogućnost formiranja ERP slika kroz sortiranje testova stimulacije po događajima u epohi, sortiranje testova po fazi, koherenciji događaja kroz interakciju pokušaja stimulacije i po spektru aktivnosti.



Sl. 6.18. ERP kanala P_z/13 nakon povećanja faktora prigušenja treperenja talasa

ERPLAB softversko rešenje predstavlja moćan alat u digitalnoj obradi elektrofizioloških podataka izmerenih standardnim metodama magnetoencefalografije, EEG i drugih. U radu su

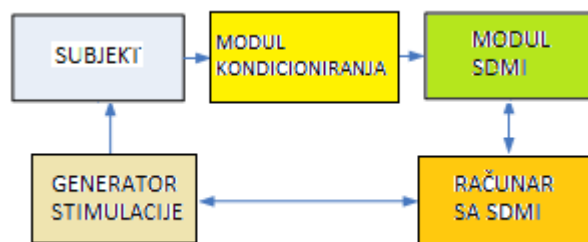
prikazane samo neke od mogućnosti ovog snažnog paketa. U sprezi sa Matlab okruženjem, omogućava se dizajniranje novih funkcija namenski kreiranih za rešavanje konkretnih problema u analizi ERP potencijala. Uvođenje sve više ovakvih i sličnih softverskih alata u svakodnevnu kliničku praksu, predstavlja napredak u dijagnostikovanju neuropsihijatrijskih obolenja čoveka.

6.3. Merenje amplitude i latencije ERP-a primenom metode SDMI

EEG podaci koji su generisani eksperimentima nad subjektima i koji su opisani i publikovani [43], eksploatišu se u digitalnoj simulaciji merenja pika amplitude i latencije ERP P300 komponente primenom metode SDMI. Matlab softverskim paketom, verzije 7.14.0.739 (R2012a), realizuje se kompletna simulacija merenja. Stohastička digitalna instrumentacija se bazira na FPGA strukturi prikazanoj na Sl. 5.26 i Sl. 5.33 kojom se izračunavaju Furijeovi koeficijenti u funkciji svih analognih uzoraka merenog ulaznog EEG signala $s(t)$ u diskretnim intervalima T_s tokom podintervala merenja T .

Standardnim merenjem pika amplitude i latencije P300 ERP komponente je potrebno procesirati relativno veliki broj EEG epoha (100-300 ili čak i više) [48]. Uobičajeno, merni podinterval je 1-8s, a trajanje jedne EEG epohe je ekvivalentno trajanju mernog podintervala. To znači da uobičajena procedura snimanja EEG signala sa npr. 300 epoha pri $T=8s$, ukupno traje 40min., što predstavlja relativno dug merni proces. Kod urgentnih stanja obolelih, kada je potrebno dijagnostičke procedure maksimalno ubrzati, ovakav period snimanja ERP-a je preterano veliki. Sa druge strane, tačnost rezultata merenja ERP-a stimulirane moždane aktivnosti, mora da bude zadovoljavajuća, kako bi se lečenje obolelog uspešno realizovalo.

Očigledno, ukupno vreme merenja se može redukovati smanjenjem broja EEG epoha. Merni sistem koji primenjuje metodu SDMI sa redukcijom ukupnog broja merenja EEG epoha se predstavlja blok šemom na Sl. 6.19. Modulom SDMI se predstavlja merna instrumentacija koja sadrži memorijske elemente, FPGA i mikroprocesor za obradu uzoraka EEG ulaznog signala niskog nivoa u prisustvu visokog nivoa šuma koji je prethodno kondicioniran kao i kod standardnih metoda merenja.



Sl. 6.19. Blok dijagram mernog sistema na bazi SDMI

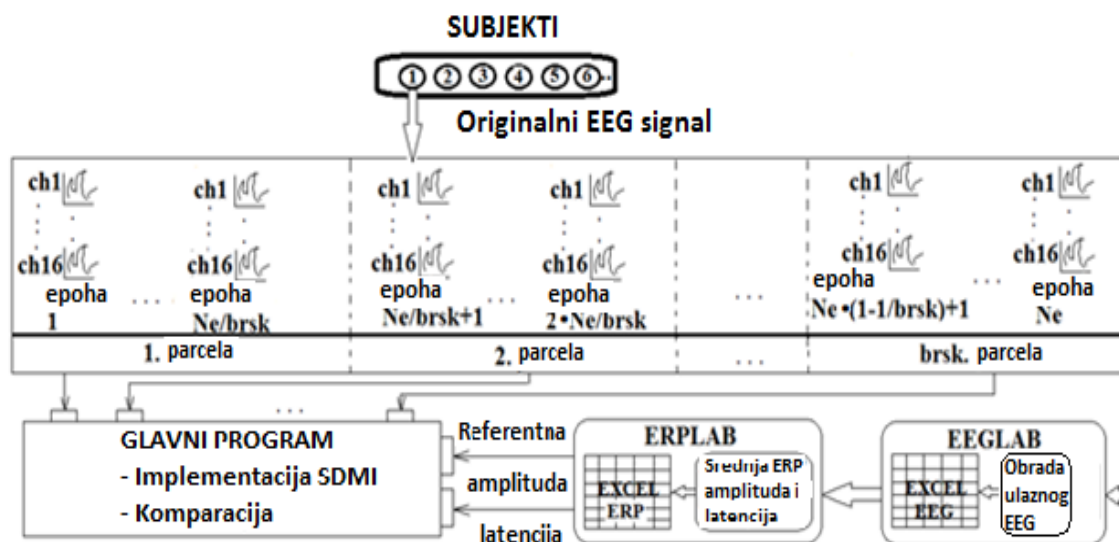
Eksperimentom koji je publikovan u [43] i opisan u prethodnom poglavlju, ulazni (originalni) EEG signal je generisan stimulacijom CNS-a subjekta S1 čestim prikazom broja na ekranu. Podaci su registrovani standardnim metodama elektroencefalografije (sa 16 ili više kanala) i sakupljeni su u N_e epoha. Sve registrovane N_e epohe realnog EEG signala, izvorno se

preuzimaju iz datoteke “S1_EEG” [47], pri čemu se svi podaci importuju u EEGLAB okruženje. Obradom uzoraka u EEGLAB-u i njihovim učitavanjem u ERPLAB okruženje, izračunavaju se usrednjene vrednosti referentnog pika amplitude i latencije ERP-a.

Sa druge strane, za potrebe digitalne Matlab simulacije merenja, formira se Eksel datoteka u koju se smešta isti set realnih vrednosti uzoraka EEG signala generisanih u navedenom eksperimentu. Na ulazu u predloženi model digitalne Matlab simulacije SDMI amplitude i latencije ERP-a, dovode se originalni EEG uzorci iz navedenog Eksel fajla. Registrovani skup uzoraka se organizuje u parcele, čiji ukupan broj se označava sa *brsk*. Svaka parcela sadrži ukupno $\frac{N_e}{brsk}$ epoha sa podacima originalnog EEG signala. Registrovani podaci su realni naponski nivoi uzoraka EEG signala koji su zabeleženi tokom stimulacije subjekta.

P300 komponenta ERP-a je vremenski sinhronizovana sa registrovanim EEG epohama i predstavlja zakašnjelu voljnu reakciju CNS-a na stimulaciju izaženu kroz karakterističan individualni biološki potencijal. U parietalnoj i centralno-okcipitalnoj regiji mozga su dominantni potencijali moždane aktivnosti u “procesu donošenja odluke” ili skraćeno ERP, nakon stimulacije CNS-a subjekta S1 tokom eksperimenta. ERP se uglavnom registruje elektrodama P_z, F_z, C_z kanala 13, 12 i 11 elektroencefalografa.

Rezultate generisane na izlazu iz Matlab simulacije SDMI uzoraka, potrebno je komparirati sa usrednjenim referentnim vrednostima pika amplitude i latencije P300 komponente ERP-a (geneiranim u ERPLAB-u), kako bi se utvrdilo koliko Matlab simulacijom izmereni pik amplitude i latencije odstupa od referentnih vrednosti. Blok dijagram merenja i komparacije se prikazuje na Sl. 6.20.



Sl. 6.20. Blok dijagram digitalne simulacije modela SDMI i komparacije ERP-a

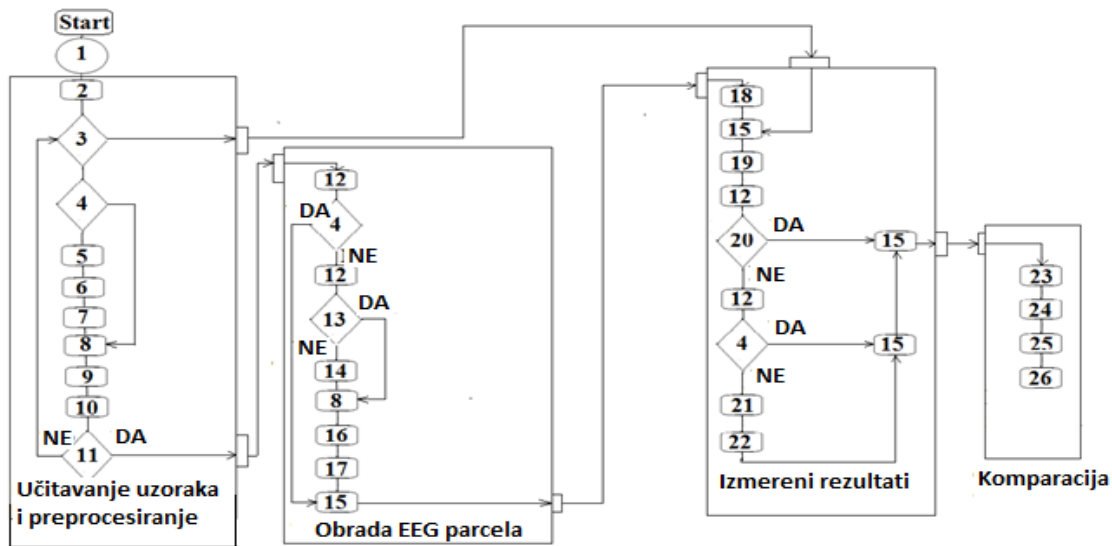
Matlab simulacija merenja se izvršava na lap-top digitalnom računaru pod 64-bitnim OS Windows 7 Professional. Moduli za kondicioniranje i SDMI pika amplitude i latencije P300

komponente ERP-a simuliraju se u Matlab glavnom programu. Osim toga, pomoću Matlab koda se realizuje komparacija izmerenih i referentnih vrednosti. Nakon učitavanja sistemskih parametara iz pomoćnog programa (potprograma) "SDMIERP.m" koji se daje u Prilogu br. 19, glavni Matlab program "P300_ERP.m" iz Priloga br. 20, preuzima originalne uzorke [$u_e = EEG \text{ kanal } 13(P_z)] \times 500 \times 256$ realnog EEG signala iz Eksel fajla. Uzorci su eksperimentom generisani nakon sprovedene jedne vrste stimulacije CNS-a subjekta slučajnom pojavom broja na ekranu. Tokom izvršavanja Matlab koda, obrađuju se EEG uzorci samo sa elektrode P_z (kolona broj 14 Eksel fajla) jer registrovani potencijali moždane aktivnosti, sa parietalne oblasti lobanje, značajno "doprinosu" merenju vrhova amplitude i latence P300 komponente ERP-a (samo ona se razmatra). Kompletan dijagram toka glavnog Matlab programa se prikazuje na Sl. 6.21, a opis aktivnosti po blokovima se prikazuje u Tabeli 6.3.

Pojačanje veoma niskih nivoa originalnih uzoraka EEG potencijala (koji su reda μV) je potrebno zbog dalje obrade registrovanih uzoraka signala. U modulu za kondicioniranje, pojačavaju se naponski nivoi realnih EEG uzoraka faktorom K , čime se omogućava bolja "pokrivenost" ulaznog naponskog opsega ADC_1 u modulu SDMI (Sl. 5.23). Ulazni opseg ADC_1 je odabran bipolarno i to od $-2.5V$ do $2.5V$. Zbog toga što je naponski nivo u_e realnog EEG signala reda nekoliko μV , pojačani uzorak se predstavlja sa:

$$prs = K \cdot u_e \cdot 10^{-6} [V] \quad (6.2)$$

Ostali sistemski parametri ADC_1 i ADC_2 se inicijaliziraju u pomoćnom programu. Daljim izvršenjem glavnog Matlab koda se formira vektor pojačanih usrednjenih uzoraka realnog EEG. Svaka EEG epoha se sastoji od N uzoraka. Ako je trajanje mernog podintervala T , tada je perioda semplovanja T_s jedne epohe data izrazom (5.54), pa je frekvencija semplovanja F_s jedne EEG epohe data izrazom (5.55).



Sl. 6.21. Algoritam glavnog Matlab programa

Tabela 6.3. Opis aktivnosti blokova iz dijagrama toka

1	Poziv potprograma sa inicijalnim parametrima	14	Proračun sledećeg usrednjenog uzorka
2	Start petlje kroz sve EEG epohe	15	Kraj petlje kroz epohe u parceli
3	Da li je tekuća epoha poslednja?	16	Formiranje vektora usrednjenih uzoraka u parceli
4	Da li je tekući uzorak poslednji u tekućoj epohi?	17	Pronalaženje pika amplitude i pripadajuće latencije
5	Učitaj sledeće uzorke iz EEG zapisa	18	Formiranje vektora pika amplituda i latencija parcela
6	Formiranje proširenog vektora pojačanih uzoraka originalnog EEG	19	Učitavanje vektora u fajl
7	Dodavanje tekućeg uzorka u procedure SDMI	20	Da li je tekuća parcela poslednja?
8	Kraj tekuće epohe	21	Formiranje vektora referentnih usrednjenih uzoraka
9	Proračun Furijeovih koeficijenata	22	Formiranje vektora grešaka za sve izmerene uzorke
10	Formiranje vektora sa rezultatima merenja u vremenskom domenu	23	Određivanje referentne amplitude i latencije
11	Da li je tekuća epoha poslednja u selektovanoj parceli?	24	Izračunavanje grešaka merenja pika amplitude i latencija za sve parcele
12	Start petlje kroz epohe u parceli	25	Učitavanje grešaka merenja pika amplituda i latencija za sve parcele u fajl
13	Da li je tekuća epoha poslednja u parceli?	26	Prikaz izmerenih rezultata u odnosu na referentne vrednosti

Ako je period jedne EEG epohe jednak trajanju mernog podintervala $T=1s$, tada je osnovna frekvencija bazičnih sinus/kosinus funkcija pomoćnog signala jednaka:

$$f = \frac{1}{T} = 1\text{Hz} \quad (6.3)$$

U odnosu na klasično merenje u tački, SDMI meri signal na intervalu, korišćenjem A/D konvertora, dodavanjem pomoćnih stohastičkih uniformnih “diter” signala (iskazanih funkcijom *rand* u Matlab-u) kojima se “raspreže” greška merenja nastala zbog prisustva spoljnog šuma i male rezolucije A/D konverzije. Za merenje k -tog kosinusnog i k -tog sinusnog Furijeovog koeficijenta, primenom metode SDMI, koriste se pomoćni kosinusni i sinusni signali definisani izrazima (5.31) i (5.32) respektivno, pa se, u Matlab simulacionom kodu, uz prethodno uvedene oznake, pomoćni signal determiniše kosinus funkcijom kao:

$$sac = R \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{T_s}{T}\right) \quad (6.4)$$

dok se pomoćni sinusni signal izražava kao:

$$sas = R \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{T_s}{T}\right) \quad (6.5)$$

pri čemu je $R[V]$ amplituda pomoćnog signala, a $k=1,2,\dots,h$ predstavlja redni broj harmonika pomoćnog signala.

Diteri pomoćnog kosinus signala $d2c$ i pomoćnog sinusa $d2s$ su slučajne funkcije uniformne raspodele koje se određuju izrazima (5.59), (5.60) i (5.61). Na osnovu predložene blok šeme sa Sl. 5.23, uz iste vrednosti parametara ADC_2 koji se daju u Tabeli 5.1., vrednosti kvanta $ADC_2 q_2$ i greške kvantizacije $ADC_2 e_2$ se prikazuju u Tabeli 5.2. Prema tome, diterovani pomoćni kosinusni signal se, u Matlab kodu simulacije SDMI, izračunava kao:

$$xac = sac + d2c \quad (6.6)$$

odnosno diterovani pomoćni sinusni signala kao:

$$xas = sas + d2s \quad (6.7)$$

EEG signalu rx , na ulazu u ADC_1 (sa Sl. 5.23), dodaje se diterovan stohastički signal $d1$ uniformne raspodele koji se, u digitalnoj simulaciji modela merenja ERP-a, izračunava izrazima (5.56), (5.57) i (5.58). Parametri ADC_1 su dati u Tabeli 5.1, a vrednosti q_1 i e_1 u Tabeli 5.2. Prema tome, diterovani ulazni originalni pojačani EEG signal se izračunava kao:

$$rx = prs + d1 \quad (6.8)$$

uz pretpostavku da je istosmerna komponenta ulaznog EEG signala $DC=0V$.

Za svaku selektovanu EEG epohu, Matlab simulacijom, mere se istosmerna DC komponenta (RM), Furijeov kosinusni (F_{ac}) i sinusni (F_{bs}) koeficijent. Furijeovi koeficijenti su indeksirani sa $k=1,2,\dots,h$ (pri čemu je h stepen interpolacije Furijeove trigonometrijske funkcije i označava konačan ukupan broj harmonika rekonstruisanog signala). Primenom diskretne kratkotrajne Furijeove transformacije, generišu se rezultati merenja RM , F_{ac} , F_{bs} . Konačni trigonometrijski oblik izmerenog rekonstruisanog EEG signala u vremenskom domenu se izračunava izrazom:

$$rse(t) = RM + \sum_{k=1}^h F_{ac} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot k \cdot f \cdot T_s) + \sum_{k=1}^h F_{bs} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot k \cdot f \cdot T_s) \quad (6.9)$$

Inicijalizacijom sistemskih parametara u potprogramu koji se prikazuju u Tabeli 6.4, pokreće se Matlab simulacija SDMI P300 komponenta ERP-a.

Tabela 6.4. Inicijalni parametri Matlab modela simulacije SDMI P300 komponente ERP-a

Broj/oznaka kanala ch	Broj epoha N_e	Period epohe T [s]	Frekvencija semplovanja F_s [Hz]	Broj uzoraka N	Period semplovanja T_s [ms]	Koeficijent pojačanja K
13/P _z	256	1	500	500	2	10^5

Procesiranjem uzoraka nestacionarnog realnog EEG signala, podeljenog na $N_e=256$ epoha, Matlab simulacionim modelom se meri P300 komponenta ERP-a, primenom metode SDMI harmonika svake epohe. Nakon učitavanja originalnih EEG uzoraka iz Eksel fajla, izvršenjem glavnog Matlab programa, uzorci se prvo pojačavaju prema (6.2) faktorom K (vrednost se daje u Tabeli 6.4). U praktičnim izvedbama elektroencefalografa, pojačanje glavnog pojačavačkog stepena u lancu pojačanja EEG aparata iznosi 10^4 , ali zbog toga što je amplituda ERP-a obično oko $10\mu V$, da bi kondicionirani EEG signal bio u opsegu ADC_1 , u digitalnoj simulaciji merenja

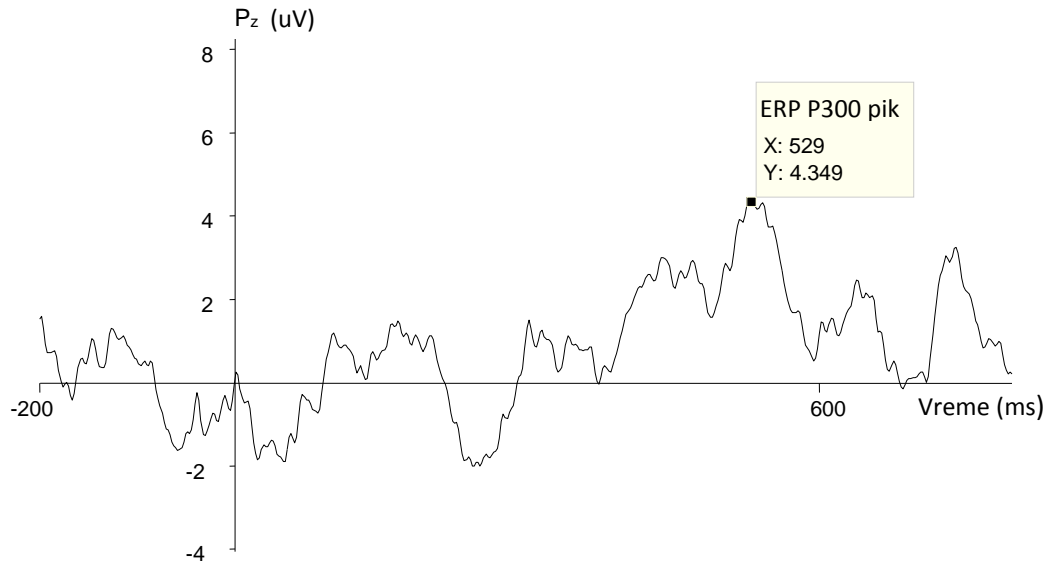
ERP-a, faktor pojačanja se povećava na 10^5 . Primenom metode SDMI (zadavanjem $R=1V$), izračunavaju se Furijeovi koeficijenti harmonika svake od epoha, nakon čega se formira vektor rekonstruisanog pojačanog EEG signala kanala P_z (elektroda 13) primenom (6.9). Svaka epoha sadrži $N=500$ uzoraka, pa se izračunava isto toliko sinus i kosinus Furijeovih koeficijenata za svaki fiksni korak (period) smplovanja T_s , unutar mernog podintervala $T=1s$ koji predstavlja prozorsku funkciju ekvivalentnu periodu trajanja jedne EEG epohe. Rekonstruisane vrednosti svih uzoraka jedne selektovane EEG epohe, smeštaju se u vektor rekonstruisanog pojačanog EEG signala kanala P_z . Na isti način, pomoću Matlab petlje glavnog programa, se mogu meriti uzorci svih ostalih 256 epoha. Dakle, pojačani realni EEG signal bi se smplovao sa ukupno 500 uzoraka \times 256 epoha =128000 podataka po jednom kanalu merenja (P_z).

Međutim, kako je cilj redukcija vremena merenja ERP-a smanjenjem ukupnog broja EEG epoha, Matlab simulacionim procesom se, svih 256 epoha, deli na brsk=10 parcela (skupova). To znači da skoro svaka parcela ima 25 epoha, osim poslednje koja ima 6 epoha. Na taj način “isparcelisani” pojačani realni EEG signal se meri po parcelama. Dakle, nakon izmerenih Furijeovih koeficijenata i rekonstruisanih pojačanih EEG signala za svih 25 epoha prve parcele, Matlab glavnim programom se meri usrednjena (prosečna) vrednost svih N uzoraka u selektovanoj parceli. Usrednjavanje jednog uzorka se realizuje primenom aritmetičke sredine, tako da se saberu prethodno izmereni uzorci rekonstruisanih EEG signala kanala 13 (P_z) svih 25 epoha parcele u intervalu T_s i potom dobijena suma podeli sa 25. Izmerene vrednosti svih $N=500$ uzoraka se upisuju u vektor rekonstruisanog usrednjenog pojačanog EEG signala kanala 13 (P_z) posmatrane parcele. Ako se želi izvršiti simulacija merenja nepojačanih rekonstruisanih N uzoraka posmatrane parcele kanala 13, svaka izmerena usrednjena vrednost uzorka selektovane parcele se množi sa $\frac{10^6}{K}$, kada se vrednost uzorka prikazuje u $[\mu V]$.

Nakon izmerenih usrednjenih vrednosti uzoraka nepojačanog EEG signala parcele, glavnim Matlab programom se izračunava pik amplitude P300 komponente ERP-a sa pripadajućom latencijom u posmatranoj parceli. Ciljano se analizira svih N uzoraka selektovane parcele, ali samo u vremenskom intervalu od 250ms do 600ms (područje u kojem se uobičajeno generiše P3b komponenta ERP). Matlab simulacijom se “pretražuje” sadržaj usrednjenih uzoraka parcele u filtriranom vremenskom okviru. Pik amplitude (ampmax $[\mu V]$) je jednak maksimalnoj vrednosti uzorka parcele. “Uočenom” piku se “pridružuje” latencija (latmax [ms]) koja je jednaka vremenskom intervalu u kojem je registrovan uzorak sa maksimalnim nivoom amplitude napona posmatrane parcele. Matlab simulacijom, na isti način se izračunavaju vrednosti pika i latencije ERP-a usrednjenih vrednosti uzoraka svih parcela EEG signala. Izračunate vrednosti pika i latencije svih parcela usrednjenog realnog EEG signala se upisuju u Eksel fajl. Generisani rezultati predstavljaju izmerene vrednosti pika amplitude i latencije P300 komponente ERP-a digitalnom Matlab simulacijom modela zasnovanog na SDMI harmonika usrednjenih epoha podeljenih u parcele. Simulacijom izmereni pikovi amplituda svih parcela smeštaju se u vektor MAMP, a pripadajuće latencije u vektor MLAT.

U cilju komparacije izmerenih vrednosti pika i latencije sa referentnim vrednostima ERP-a, u

glavnom Matlab programu se, iz Eksel fajla, preuzima svih N referentnih uzoraka EEG-a signala kanala 13, pri čemu se formira vektor referentnog EEG signala P_z elektrode. Referente vrednosti $N=500$ uzoraka su prethodno generisane iz ERPLAB okruženja i smeštene u Eksel fajlu. Na Sl. 6.22 se prikazuje ERPLAB-om generisani EEG signal elektrode 13 (P_z), sa koje se prepoznaje referentni pik amplitude i latencije P300 komponente ERP-a.



Sl. 6.22. Referentni pik amplitude i latencija P300 ERP-a kanala P_z generisan ERPLAB-om

Uočava se da je referentni pik amplitude P300 komponente ERP-a $V_{ref} = 4.35\mu V$, a pripadajuća latencija je $t_{lat} = 528719ms$. U Matlab glavnom programu, referentni uzorak, sa maksimalnom amplitudom napona tj. referentni pik P300 ERP-a, se označava sa RAMP. Takođe, vremenski interval u kojem je zabeležen pik i koji predstavlja referentnu latenciju P300 ERP-a se označava sa RLAT.

Apsolutna greška merenja pika amplitude se izračunava kao:

$$gramp = |RAMP - MAMP| [V] \quad (6.10)$$

dok se apsolutna greška merenja latencije izračunava prema formuli:

$$grlat = |RLAT - MLAT| [ms] \quad (6.11)$$

Relativna greška merenja pika amplitude se izračunava u procentima prema izrazu:

$$are\ lg\ res = \frac{gramp}{RAMP} \cdot 100 [\%] \quad (6.12)$$

a relativna greška merenja latencije je:

$$lre\ lg\ res = \frac{grlat}{RLAT} \cdot 100 [\%] \quad (6.12)$$

Srednja vrednost relativne greške merenja pika amplitude se izračunava kao:

$$ameanrel = \frac{\sum_{i=1}^{brsk} arelges_i}{brsk} [\%] \quad (6.13)$$

dok se srednja vrednost relativne greške merenja latencije ERP-a izračunava kao:

$$lmeanrel = \frac{\sum_{i=1}^{brsk} lrelges_i}{brsk} [\%] \quad (6.14)$$

Standardna devijacija apsolutne greške merenja pika amplitude P300 ERP-a se izračunava prema izrazu:

$$asigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{brsk} (gramp)_i^2}{brsk - 1}} [V] \quad (6.15)$$

dok se standardna devijacija apsolutne greške merenja latencije P300 ERP-a izračunava izrazom:

$$lsigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{brsk} (glat)_i^2}{brsk - 1}} [ms] \quad (6.16)$$

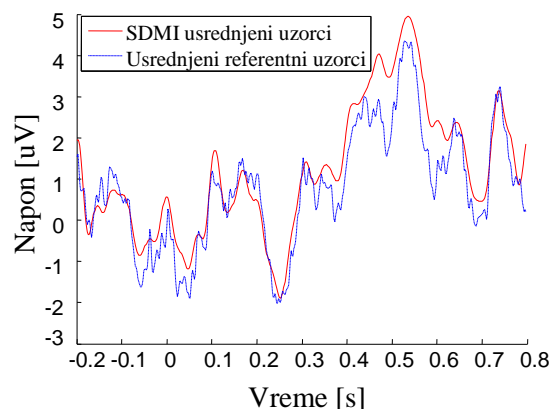
Standardna devijacija relativne greške merenja pika amplitude P300 ERP-a se izračunava prema izrazu:

$$arsd = \frac{asigma}{RAMP} \cdot 100 [\%] \quad (6.17)$$

a standardna devijacija relativne greške merenja latencije P300 ERP-a se izračunava prema izrazu:

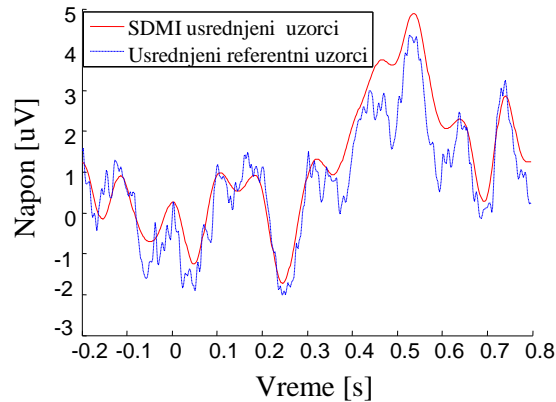
$$lrsd = \frac{lsigma}{RLAT} \cdot 100 [\%] \quad (6.18)$$

Matlab simulacija merenja pika i latencije P300 komponente ERP-a kanala 13 se realizuje za različiti broj epoha N_e (256, 32, 25, 16) i različiti broj h (30 i 15) harmonika selektovanih EEG epoha. To znači da se u glavnom Matlab programu analizira osam varijanti modela merenja.



Sl. 6.23. Komparacija rezultata SDMI usrednjenih uzoraka naspram referentnih usrednjenih uzoraka ERP-a generisanih u ERPLAB-u, $N_e=256$, $h=30$

Prema prvoj varijanti, digitalnom simulacijom sistem meri $h=30$ harmonika svih $N_e=256$ epoha EEG signala izmerenog na lokaciji P_z kanala 13 standardnom metodom elektroencefalografije. Na Sl. 6.23 se kompariraju rezultati generisani SDMI usrednjenih uzoraka u odnosu na referentne usrednjene vrednosti uzoraka ERP-a kanala P_z generisanih ERPLAB-om. Metodom SDMI se, kroz glavni Matlab program, generiše DC komponenta, 30 sinus i 30 kosinus Furijeovih koeficijenata. U drugoj varijanti, dizajniranim modelom pomoću Matlab simulacije se meri $h=15$ harmonika svih $N_e=256$ EEG epoha. Na Sl. 6.24 se kompariraju referentni i SDMI usrednjeni uzorci ERP-a.



Sl. 6.24. Komparacija rezultata SDMI usrednjenih uzoraka naspram referentnih usrednjenih uzoraka ERP-a generisanih u ERPLAB-u, $N_e=256$, $h=15$

U oba slučaja se simulira merenje ERP-a na ukupnom broju EEG epoha, što znači da nije razmatrana redukcija ukupnog vremena merenja. Rezultati koji su postižu u obe varijante, prikazuju se u Tabeli 6.5.

Tabela 6.5. Relativne greške merenja pika amplitude i latencije P300 ERP-a, $N_e=256$

h	lrelgres [%]	arelgres [%]
15	1.52	13.66
30	1.51	12.47

Uočava se da je, digitalnom simulacijom merenja $h=15$ harmonika svih $N_e=256$ EEG epoha, generisana relativna greška merenja latencije P300 ERP-a od 1.52% i relativna greška merenja pika amplitude P300 ERP-a kanala 13 od 13.66%. Očigledno je da se skoro za jedan red veličine registruje veća relativna greška prilikom merenja pika amplitude u odnosu na merenje vremena latencije. Skoro identičan zaključak se može izvesti nakon digitalne simulacije merenja $h=30$ harmonika svih 256 EEG epoha, s tim da je, u ovoj situaciji, relativna greška merenja pika amplitude (12.47%) nešto manja u odnosu na prethodno merenje (13.66%), ali je i dalje visoka u odnosu na relativnu grešku merenja latencije (1.51%). Relativne greške merenja latencija u obe varijante su približno iste. Može se primetiti da je, sa povećanjem broja h izmerenih harmonika epoha, relativna greška merenja pika amplitude i latencije P300 ERP-a smanjena.

Smanjenjem (redukcijom) broja EEG epoha, ukupno vreme merenja pika amplitude i latencije P300 komponente ERP-a će biti manje, ali se postavlja pitanje koliko će iznositi generisane greške merenja tj. kolika će biti tačnost izmerenih rezultata. Pomoću Matlab glavnog programa, realizuje se simulacija modela merenja pika amplitude i latencije P300 ERP-a primenom metode SDMI po varijantama redukovanog broja epoha i broja izmerenih harmonika epoha. Rezultati svih šest varijanti se prikazuju u Tabeli 6.6.

Tabela 6.6. Relativne greške merenja pika amplitude i latencije P300 ERP-a na smanjenom broju epoha pri različitim brojevima izmerenih harmonika epohe

h	broj epoha be	koeficijent redukcije vremena merenja kred	lmeanrel [%]	lrsd [%]	ameanrel [%]	arsd [%]
30	32	8.00	4.21	5.33	38.62	25.29
30	25	10.24	5.49	5.34	46.05	33.27
30	16	16.00	6.37	5.59	76.15	51.82
15	32	8.00	4.45	5.70	40.79	27.77
15	25	10.24	5.98	6.01	56.09	38.47
15	16	16.00	7.86	6.37	84.68	53.05

Koeficijent redukcije ukupnog vremena merenja pika amplitude i latencije P300 komponente ERP-a se izračunava prema formuli:

$$kred = \frac{N_e}{be} \quad (6.19)$$

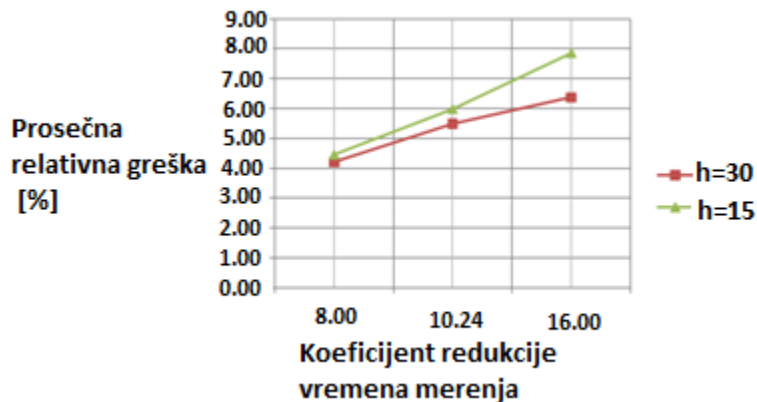
Uočava se, kao i u prethodnoj analizi varijanti 1 i 2, da greška merenja opada sa porastom broja izmerenih harmonika epohe, ali se može zapaziti da greška merenja raste sa porastom koeficijenta redukcije *kred* bez obzira na broj harmonika. To znači da se smanjenjem broja EEG epoha smanjuje ukupno vreme merenja, ali se istovremeno smanjuje tačnost merenja. Međutim, u svih šest varijanti modela digitalnog stohastičkog mernog sistema, izmerene greške merenja latencije su daleko manje (blizu deset puta) u odnosu na greške merenja pika amplitude P300 komponente ERP-a. Digitalna Matlab simulacija merenja je pokazala da digitalna merna instrumentacija koja primenjuje metodu SDMI harmonika smanjenog broja EEG epoha, može biti praktično implementirana u situacijama kada se zahtevaju efikasna-brza merenja i kada je potrebno, u kratkom periodu, dijagnostikovati latenciju ERP-a sa zadovoljavajućom preciznošću, a da istovremeno tačnost izmerenog pika amplitude ERP-a nije prioritet.

Dakle, u radu je predložen novi digitalni sistem koji meri pik amplitude i vremena latencije ERP-a. Merni sistem primenjuje metodu SDMI harmonika na smanjenom broju EEG epoha. Predložena stohastička digitalna merna instrumentacija koristi FPGA strukturu i memorijske elemente umesto drugog (pomoćnog) ADC-a, a može da meri i do 49 harmonika stacionarnih i nestacionarnih signala sa velikom preciznošću. Predloženi merni sistem koristi modul SDMI umesto klasičnog modula za digitalno merenje. Osim toga, novi sistem implementira novi softver

za procesiranje signala umesto standardnog softvera za merenje.

Dizajniran je novi simulacioni Matlab model za analizu i funkcionisanje predloženog novog mernog sistema. Digitalnom simulacijom su komparirani rezultati merenja sa referentnim podacima, pri čemu se dokazala zadovoljavajuća tačnost. Model je primarno zasnovan na Matlab implementaciji modula SDMI i pripadajućeg softvera, ali istovremeno koristi alate iz EEGLAB i ERPLAB okruženja kako bi pribavio referentne podatke neophodne za komparaciju. Glavni Matlab program omogućava simulaciju različitih dizajna mernog sistema, promenom broja izmerenih harmonika i promenom ukupnog broja EEG epoha uključenih u merenje ERP-a.

U radu se koriste rezultati eksperimenta, opisanog u [43], kao izvor originalnih realnih podataka. Digitalnom Matlab simulacijom se ispituje 8 različitih dizajna mernog sistema. U varijantama modela meri se 15 ili 30 harmonika na 256, 32, 25 ili 16 EEG epoha. Rezultatima iz Tabele 6.5 se pokazuje da dizajnirani merni digitalni sistem može biti prevashodno upotrebljen za merenje pika vremena latencije ERP-a zbog male greške merenja. Rezultatima iz Tabele 6.6 se pokazuje da predloženi merni sistem ima porast greške merenja sa porastom koeficijenta redukcije epoha (smanjenja vremena merenja), kao što se očigledno vidi na Sl. 6.25. Međutim, rezultati merenja pokazuju da se greška merenja pika latencije ERP-a zadržala na maloj vrednosti, čak i kada se mere harmonici na redukovanom broju EEG epoha. Na taj način je omogućeno da se, novim razvijenim digitalnim stohastičkim mernim sistemom, ukupno vreme merenja ERP-a značajno smanji u odnosu na klasični način digitalnog merenja, u situacijama kada je prioritet merenje pika vremena latencije ERP-a.



Sl. 6.25. Zavisnost usrednjene relativne greške merenja latencije od koeficijenta redukcije vremena merenja, za $h=15$ i $h=30$

Ukupno vreme merenja pika amplitude i latencije ERP-a klasičnim digitalnim mernim sistemom je jednako proizvodu ukupnog broja EEG epoha i trajanju jedne epohe. To znači da, ako se u izvornom eksperimentu meri $N_e=256$ EEG epoha čije je trajanje jedne epohe $T=1s$, ukupno vreme merenja je 256s. Primenom novog mernog sistema sa smanjenim brojem epoha, ukupno vreme merenja se značajno može redukovati. To znači da je, za merenje 16 EEG epoha istog trajanja jedne epohe, ukupno vreme merenja ERP-a samo 16s, gde je prosečna relativna greška merenja latencije 6.37%, a standardna devijacija relativne greške merenja latencije 5.59%.

Zaključak

U radu je predložena i opisana metoda digitalnog stohastičkog merenja moždanih ERP potencijala na intervalu, zasnovana na merenju harmonika tokom mernog intervala, pri čemu se merni intervali podudaraju sa EEG epohama. Primenom metode SDMI, ukupna greška merenja kondicioniranog nestacionarnog analognog EEG signala se rapreže dodavanjem uniformnog ditera, čime se smanjuje merna nesigurnost i srednja kvadratna greška merenja, čak i kod povećanog nivoa smetnji. Na bazi predloženih blok šema, opisan je hardver mernog stohastičkog digitalnog sistema koji primenjuje metodu SDMI. Opisani hardver sadrži, pored obaveznog ADC-a i analognog sabirača, još i memorijske elemente iz kojih se generišu pomoćni diterovani signali bazičnih sinus i kosinus funkcija koji su neophodni u procesu rasprezanja greške, pri merenju originalnog realnog EEG signala. Osim toga, opisani realni merni sistem proračunava Furijeove koeficijente, primenom FPGA strukture i mikroprocesora, čime se praktično meri istosmerna komponenta, 49 harmonijskih sinusnih i 49 harmonijskih kosinusnih komponenti ulaznog EEG signala. Realizovana merna instrumentacija predstavlja jednostavno i jeftino rešenje kojim se postiže potrebna brzina i neophodna preciznost u merenju frekvencijskog sadržaja kompleksnog EEG signala, kao i parametara poput vršne vrednosti i latencije moždanih ERP potencijala.

U eksperimentalnoj fazi provere ispravnosti SDMI metode, rekonstrukcijom tipičnih talasnih formi (složeneriodičnih sinus, testerastih ili pravougaonih), sa 49 Furijeovih koeficijenata, registrovano je veoma malo procentualno odstupanje (oko 1-3% na najvećem delu mernog podintervala) u odnosu na dinamički opseg upotrebljene stohastičke digitalne merne instrumentacije. Uočene su pojave efekta curenja frekvencijskog sadržaja signala i simulirani uzroci nastanka Vilbraham-Gibs-ovog fenomena u analizi rekonstruisanih karakterističnih signala.

U radu se Matlab simulacijom pokazuje da, merni sistem koji primenjuje SDMI metodu merenja klasičnih oblika signala (pravougaonog i testerastog), zbog uticaja Vilbraham-Gibs-ov efekta, generiše veću grešku merenja u odnosu na sinusnu formu ulaznog signala, jer su, kod sinusne forme, promene toka funkcije blaže (manje strme). Sa aspekta digitalne obrade signala, Vilbraham-Gibs-ov efekat je nepoželjan jer prouzrokuje artifakte izazvane preskokom i oscilacijama parcijalnih Furijeovih serija. Matlab simulacijom je dokazano da se smanjenje uticaja Vilbraham-Gibs-ovog efekta može postići povećavanjem mernog podintervala u kojem se mere harmonici EEG epoha. Zabežene su manje vrednosti grešaka tokom simulacije merenja celog frekvencijskog opsega EEG signala. Takođe je pokazano da se, kod stohastičkog digitalnog mernog sistema, smetnje na ulazu u uređaj atenuiraju (slabe). Na taj način se potvrđuje robusnost stohastičkog digitalnog mernog sistema na šum, što predstavlja još jednu prednost stohastičkog u odnosu na klasični digitalni način merenja EEG signala.

U radu je, na osnovu dostupne baze podataka elektrofiziološke studije, opisana platforma EEGLAB-a za razne vrste obrade EEG-a, kao i ERPLAB paket za registrovanje komponenti ERP-a. Konkretno je demonstrirano merenje vršne vrednosti i latencije P300 komponente ERP-a. Rezultati iz ERPLAB analize su poslužili kao referentne vrednosti za vršnu vrednost i latenciju, a

potom su Matlab simulacijom SDMI merenja iste komponente ERP-a, registrovane vršne vrednosti i latencije. Algoritmom se omogućava komparacija izmerene i referentne vrednosti. Digitalnom simulacijom merenja vršne vrednosti i latence ERP-a, dizajnirane su različite varijante ukupnog broja EEG epoha sa različitim brojem harmonika koji se mere. Pokazalo se da je generisana relativna greška merenja latencije oko 1.5%, a relativna greška merenja vršne vrednosti P300 komponente ERP-a kanala 13 oko 13% kada se meri kompletan sadržaj EEG signala (sve epohe). Međutim, merenje komponenti ERP-a na svim epohama u praksi može da dugo traje, pa se u radu razmatrala mogućnost merenja ERP-a na smanjenom broju epoha. Matlab simulacijama se pokazalo da greška merenja opada sa porastom broja izmerenih harmonika epohe, tj. da greška merenja raste sa porastom koeficijenta redukcije broja epoha bez obzira na broj harmonika. Međutim, uočava se da su izmerene greške merenja latencije daleko manje (blizu deset puta) u odnosu na greške merenja vršne vrednosti P300 komponente ERP-a. Prosečna relativna greška izvršenih merenja latencije P300 komponente iznosi 6.37%, standardna devijacija relativne greške 5.59%, a sve to za samo 16s, što je znatno brže nego što je to slučaj kod standardnog načina merenja. To znači da je pokazano da, merna instrumentacija koja primenjuje metodu SDMI harmonika, i pored smanjenog broja EEG epoha, može biti praktično implementirana u situacijama kada se zahtevaju vremenski kraća merenja i kada je potrebno, u kratkom vremenskom periodu, dijagnostikovati latenciju ERP-a sa zadovoljavajućom tačnošću, a da istovremeno tačnost merenja vršne vrednosti ERP-a nije prioritet.

Dakle, predložena metoda predstavlja doprinos merenju latencije i vršne vrednosti komponenti ERP-a, u prvom redu jer omogućuje smanjenje broja EEG epoha.

PRILOZI

1. Kod Matlab programa „Napon_membrane.m“

```
% Program Napon membrane neurona
%
clear
%
% Proracun bioelektricnih velicina
%
Ulazne_konstante;
%
% tau Proracun vremenske konstante membrane aksona
tau=diele*pevak*rom;
%
% T Ukupno vreme simulacije membranskog napona (10ms)
T=input('Unesi ukupno vreme simulacije T[s] = ');
%
% Ts Perioda semplovanja funkcije napona membrane (0.2ms)
Ts=input('Unesi periodu semplovanja funkcije napona Ts[s] = ');
%
% Fs Frekvencija semplovanja napona membrane
Fs=1/Ts;
%
% N Ukupan broj tacaka semplovanja funkcije napona membrane
N=Fs*T;
%
% Simulacija naponske funkcije membrane neurona
%
j=1;
%
for n=1:N
    redbr(n,j)=n;
    ti=(n-1)*T/N;
    % vti Vektor vremenskog trenutka (tacke) merenja
    vti(n,j)=ti;
    %
    % Um napon membrane neurona
    Um=stacpot*exp(-ti/tau);
    % vUm Vektor proracunatih tacaka napona membrane
    vUm(n,j)=Um;
    %
end
%
% Prikaz grafova signala
%
figure
hold on
plot(vti,vUm)
poruka=['Funkcija napona membrane neurona '];
title(poruka);
xlabel('Vreme t [s] ');
ylabel('Napon membrane Um [V] ');
hold off
%
```

2. Kod Matlab programa „Akson_potencijal.m“

```
% Akson_potencijal
% Funkcija promene potencijala duz aksona
%
% Ks Korak semplovanja duz aksona (10^(6))
Ks=input('Unesi korak semplovanja Ks = ');
% L Ukupna duzina aksona merenja [2mm]
L=input('Unesi ukupnu duzinu aksona L[m] = ');
% Al Amplituda linearne promene potencijala (110*10^(-3)) [V]
Al=input('Unesi amplitudu linearne promene potencijala Al[V] = ');
%
% N ukupan broj odmeraka
N=Ks*L;
%
x=-1*10^(-3):1/Ks:1*10^(-3);
linpot=-70*10^(-3)+Al*tripuls(x,1.5*10^(-3),0.33);
%
figure
hold on
plot(x,linpot,'b')
poruka=['Linearna promena potencijala duž aksona '];
title(poruka);
```

```

xlabel('Dužina aksona x [m] ');
ylabel('Potencijal [V]');
hold off
%
%
```

3. Kod Matlab programa „Brzina_impulsa.m“

```

% Brzina impulsa
%
clear
%
Ulazne_konstante;
%
% nvc Proracun brzine prostiranja impulsa kroz nemijelisani
% cilindricni model aksona
j=0;
i=0;
%
% bn Debljina membrane nemijelisanog cilindricnog aksona (6nm)
bn=input('Unesi debljinu membrane nemijelisanog aksona bn = ');
%
for an=0:10^(-7):10^(-6)
    nvc=sqrt((an*bn)/(2*(diele^2)*(pevak^2)*akso*rom));
    j=j+1;
    nvx(1,j)=an;
    nv(1,j)=nvc;
end
%
% mvc Proracun brzine prostiranja impulsa kroz mijelisani
% cilindricni model aksona
%
% am Poluprecnik mijelisanog cilindricnog aksona
%
% bm Debljina omotaca mijelisanog cilindricnog aksona (bm=0.4*am)
%
for am=0:10^(-6):10^(-5)
    mvc=sqrt((0.4*am^2)/(2*(diele^2)*(pevak^2)*akso*rom));
    i=i+1;
    mvx(1,i)=am;
    mv(1,i)=mvc;
end
%
% Prikaz grafova funkcija
%
% Funkcija kvadratnog korena zavisnosti brzine prostiranja impulsa o
% poluprecniku nemijelisanog cilindricnog modela aksona
%
figure
hold on
plot(nvx,nv)
poruka=['Brzina prostiranja impulsa kroz nemijelinski akson '];
title(poruka);
xlabel('Poluprecnik aksona an [m] ');
ylabel('Brzina impulsa v [m/s] ');
hold off
%
% Linearna funkcija zavisnosti brzine prostiranja impulsa o
% poluprecniku mijelisanog cilindricnog modela aksona
%
figure
hold on
plot(mvx,mv)
poruka=['Brzina prostiranja impulsa kroz mijelinski akson '];
title(poruka);
xlabel('Poluprecnik aksona am [m] ');
ylabel('Brzina impulsa v [m/s] ');
hold off
%
```

4. Kod Matlab programa „Akson_impuls.m“

```

% Akson impuls
%
clear
%
% Proracun bioelektricnih velicina
%
Ulazne_konstante;
%
% tau Proracun vremenske konstante membrane aksona
```

```

tau=diele*pevak*rom;
%
% Odabir aksona sa ili bez mijelinskim omotacem u cilindricnom modelu
% aksona
%
Myelin=input('Ako je akson sa Myelin omotacem unesi 1 inace 0 Myelin = ');
iter=input('Unesi ukupan broj proracuna iter = ');
for k=1:iter
    j=0;
    if Myelin==0
        j=j+1;
        % bn Debljina membrane nemijelisanog aksona
        bn=input('Unesi debljinu membrane nemijelisanog aksona bn = ');
        nakson(j,k)=bn;
        j=j+1;
        % an Poluprecnik nemijelisanog aksona
        an=input('Unesi poluprecnik nemijelisanog aksona an = ');
        nakson(j,k)=an;
        j=j+1;
        % Proracun elektricnog polja membrane nemijelisanog aksona
        En=stacpot/bn;
        nakson(j,k)=En;
        j=j+1;
        % nCm Proracun kapaciteta membrane nemijelisanog aksona
        nCm=((diele*pevak)/bn)*(2*pi*an*L);
        nakson(j,k)=nCm;
        j=j+1;
        % nQm Proracun kolicine naelektrisanja membrane nemijelisanog aksona
        nQm=nCm*stacpot;
        nakson(j,k)=nQm;
        j=j+1;
        % nRm Proracun otpora membrane nemijelisanog aksona
        nRm=(rom*bn)/(2*pi*an*L);
        nakson(j,k)=nRm;
        j=j+1;
        % nRi Proracun otpora aksoplazme (unutrasnje provodne tecnosti)
        % nemijelisanog aksona
        nRi=(akso*L)/(pi*(an^2));
        nakson(j,k)=nRi;
        j=j+1;
        % cnlamda Proracun prostorne con. membrane nemijelisanog
        % cilindricnog modela aksona
        cnlamda=sqrt((rom/akso)*(an*bn/2));
        nakson(j,k)=cnlamda;
        j=j+1;
        % nvc Proracun brzine prostiranja impulsa kroz nemijelisani
        % cilindricni model aksona
        nvc=sqrt((an*bn)/(2*(diele^2)*(pevak^2)*akso*rom));
        nakson(j,k)=nvc;
        j=j+1;
        % ntrc Proracun vremena odziva na pobudu nemijelisanog cilindricnog
        % modela aksona
        ntrc=L/nvc;
        nakson(j,k)=ntrc;
        j=j+1;
        %
        % Proracun prostornih konstanti, brzina prostiranja impulsa i vremena
        % odziva u modelu sa tankom membranom (TM)
        %
        % Tnlamda Proracun prostorne konstante membrane nemijelisanog aksona u
        % modelu tanke membrane
        cn=1+bn/an;
        Tnlamda=an*sqrt((rom*log(cn))/(2*akso));
        nakson(j,k)=Tnlamda;
        j=j+1;
        %
        % nvT Proracun brzine prostiranja impulsa kroz nemijelisani akson u
        % modelu tanke membrane
        nvT=Tnlamda/tau;
        nakson(j,k)=nvT;
        j=j+1;
        %
        % ntrT Proracun vremena odziva na pobudu nemijelisanog aksona u modelu
        % tanke membrane
        ntrT=L/nvT;
        nakson(j,k)=ntrT;
        %
    else
        bm=input('Unesi debljinu omotaca mijelisanog aksona bm = ');
        j=j+1;
        makson(j,k)=bm;
        j=j+1;
    end
end

```

```

am=input('Unesi poluprecnik mijelisanog aksona am = ');
makson(j,k)=am;
j=j+1;
% Proracun elektricnog polja omotaca mijelisanog aksona
Em=stacpot/bm;
makson(j,k)=Em;
j=j+1;
% mCm Proracun kapaciteta omotaca mijelisanog aksona
mCm=((diele*pevak)/bm)*(2*pi*am*L);
makson(j,k)=mCm;
j=j+1;
% mQm Proracun kolicine naelektrisanja omotaca mijelisanog aksona
mQm=mCm*stacpot;
makson(j,k)=mQm;
j=j+1;
% mRm Proracun otpora omotaca mijelisanog aksona
mRm=(rom*bm)/(2*pi*am*L);
makson(j,k)=mRm;
j=j+1;
% mRi Proracun otpora aksoplazme (unutrasnje provodne tecnosti)
% mijelisanog aksona
mRi=(akso*L)/(pi*(am^2));
makson(j,k)=mRi;
j=j+1;
% cmlamda Proracun prostorne con. mijelisanog
% cilindricnog modela aksona
cmlamda=sqrt((rom/akso)*(am*bm/2));
makson(j,k)=cmlamda;
j=j+1;
% mvc Proracun brzine prostiranja impulsa kroz mijelisanog
% cilindricni model aksona
mvc=sqrt((am*bm)/(2*(diele^2)*(pevak^2)*akso*rom));
makson(j,k)=mvc;
j=j+1;
% mtrc Proracun vremena odziva na pobudu mijelisanog cilindricnog
% modela aksona
mtrc=L/mvc;
makson(j,k)=mtrc;
j=j+1;
%
% Proracun prostornih konstanti, brzina prostiranja impulsa i vremena
% odziva u modelu sa tankom membranom (TM)
%
% Tmlamda Proracun prostorne konstante mijelisanog aksona u
% modelu tanke membrane
cm=1+bm/am;
Tmlamda=am*sqrt((rom*log(cm))/(2*akso));
makson(j,k)=Tmlamda;
j=j+1;
%
% mvT Proracun brzine prostiranja impulsa kroz mijelisanog akson u
% modelu tanke membrane
mvT=Tmlamda/tau;
makson(j,k)=mvT;
j=j+1;
%
% mtrT Proracun vremena odziva na pobudu mijelisanog aksona u modelu
% tanke membrane
mtrT=L/mvT;
makson(j,k)=mtrT;
%
end
end
%
% Opis izracunatih bioelektricnih velicina u Excel file Akson
if Myelin==0
    xlswrite('Akson.xls',nakson,1,'B2');
else
    xlswrite('Akson.xls',makson,2,'B2');
end
end
%

```

5. Kod Matlab programa „Ulazne_konstante.m“

```

% Ulazne konstante sa vrednostima parametara za funkcije glavnog
% programa Akson impuls
%
% Model cilindricnog aksonskog vlakna ili modela tanke membrane
%
% diele Dielektricna konstanta (7)
diele=input('Unesi dielektricnu con. diele = ');

```



```

%
% pevak Permeabilnost vakuma
pevak=8.85*10^(-12);
%
% stacpot Stacionarni potencijal membrane (potencijal celijskog praga)
stacpot=-70*10^(-3);
%
% e Elementarno naelektrisanje
e=1.6*10^(-19);
%
% k Bolcmanova konstanta
k=1.38*10^(-23);
%
% L Duzina aksona (lm)
L=input('Unesi duzinu aksona L = ');
%
% rom Specificni otpor membrane aksona
rom=1.6*10^(7);
%
% akso Specificni otpor aksoplazme (unutrasnje provodne tecnosti aksona)
akso=0.5;
%
% Rm Otpor membrane aksona
% Ri Otpor aksoplazme (unutrasnje provodne tecnosti aksona)
% tau Vremenska konstanta membrane aksona
% vc Brzina prostiranja signala kroz akson u modelu cilindricnog aksona
% vt Brzina prostiranja signala kroz akson u modelu tanke membrane
% clamda Prostorna konstanta aksona u modelu cilindricnog aksona
% tlamda Prostorna konstanta aksona u modelu tanke membrane
% ntr Vreme odziva kroz nemijelisani akson
% cmtr Vreme odziva kroz mijelislani akson u modelu cilindricnog aksona
% tmtr Vreme odziva kroz mijelislani akson u modelu tanke membrane
% En Elektricno polje membrane nemijelinskog aksona
% Em Elektricno polje omotaca mijelinskog aksona
%

```

6. Kod Matlab programa “Slozeninuskosinus.m”

```

%
% Merenje slozenoperiodicnog signala primenom Furijeove transformacije
clear
%
% Ulazni_podaci;
%
% j=1;
%
for n=1:N
    redbr(n,j)=n;
    ti=(n-1)*1000*T/N;
    vti(n,j)=ti;
    ps=0;
    for k=1:H
        B=0.4/k;
        A=0.3/k;
        USIN=B*sin(k*2*pi*F*ti/1000);
        vUSIN(n,k)=USIN;
        UCOS=A*cos(k*2*pi*F*ti/1000);
        vUCOS(n,k)=UCOS;
        ps=ps+USIN+UCOS;
    end
    s=DC+ps;
    vs(n,j)=s;
end
%
% Prikaz grafova signala
%
figure
hold on
plot(vti,vUSIN)
poruka=['Sinusna komponenta ulaznog signala '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('USIN(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vUCOS)
poruka=['Kosinusna komponenta ulaznog signala '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');

```

```

ylabel('UCOS(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vs)
poruka=['Ulazni slozenoperiodicni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('s(ti) [V] ');
hold off
%

```

7. Kod Matlab programa „SDMIsinusprosti.m“

```

%
% SDMIsinusprosti.m
%
% Datoteka ulaznih sistemskih parametara za simulaciju prostog sinusnog
% signala sa merenjem 1+1 Furieovog koeficijenta (sin+cos harmonika ulaza)
%
% DISKRETIZACIJA
%
% N broj odmeraka
% n redni broj uzorka
% T podinterval merenja (s)
% ti vremenski trenutak (ms)
% H stepen polinoma (broj merenih Furijeovih sin+cos koeficijenata)
%
% Unos parametara stohastickog digitalnog mernog sistema
%
N=input('Unesi ukupan broj odmeraka N = ');
T=input('Unesi podinterval merenja [s] T = ');
H=input('Unesi stepen interpolacije - broj Furijeovih koeficijenata H = ');
B1=input('Unesi broj bita ADC1 B1 = ');
B2=input('Unesi broj bita ADC2 B2 = ');
UMIN1=input('Unesi minimalni nivo napona ADC1 UMIN1[V] = ');
UMAX1=input('Unesi maksimalni nivo napona ADC1 UMAX1[V] = ');
UMIN2=input('Unesi minimalni nivo napona ADC2 UMIN2[V] = ');
UMAX2=input('Unesi maksimalni nivo napona ADC2 UMAX2[V] = ');
As=input('Unesi amplitudu ulaznog signala As[V] = ');
A0=input('Unesi jednosmernu komponentu ulaznog signala [V] A0 = ');
f=input('Unesi frekvenciju ulaznog signala [Hz] f = ');
Sa=input('Unesi amplitudu pomoćnog signala [V] Sa = ');
%
Fs=N/T;
%
% Definisavanje parametara analogno-digitalnog konvertora ADC1
%
% DMAX1 maksimalni izlaz iz ADC1
% UMIN1 negativni referentni napon ADC1 (V)
% UMAX1 pozitivni referentni napon ADC1 (V)
% DELTA1 rezolucija (kvant) ADC1 (V)
%
DMAX1=2^B1-1;
DELTA1=(UMAX1-UMIN1)/DMAX1;
%
% Definisavanje parametara analogno-digitalnog konvertora ADC2
%
% DMAX2 maksimalni izlaz iz ADC2
% UMIN2 negativni referentni napon ADC2 (V)
% UMAX2 pozitivni referentni napon ADC2 (V)
% DELTA2 rezolucija (kvant) ADC2 (V)
%
DMAX2=2^B2-1;
DELTA2=(UMAX2-UMIN2)/DMAX2;
%
% Parametri kvantizacije
%
% MAXGRES1 maksimalna greška merenja u tački je greška kvantizacije ADC1 (V)
% MAXGRES2 maksimalna greška merenja u tački je greška kvantizacije ADC2 (V)
%
MAXGRES1=DELTA1/2;
MAXGRES2=DELTA2/2;
KADC1=DELTA1/N;
%
% Ostali parametri
%
% As amplituda ulaznog signala (V)
% A0 jednosmerna komponenta ulaznog signala (V)
% Fs frekvencija odmeravanja (Hz)

```

```

% Sa amplituda pomoćnog signala (V)
% f frekvencija (osnovna ili fundamentalna) ulaznog signala (Hz)
% AKUM akumulacija digitalizovanog diterovanog ulaznog signala
% REZMER rezultat merenja DC komponente ulaznog signala
% AKUSIN akumulacija harmonika sinusne komponente ulaznog signala
% AKUCOS akumulacija harmonika kosinusne komponente ulaznog signala
% SVASIN srednja vrednost harmonika sinusne komponente akumulatora
% SVACOS srednja vrednost harmonika kosinusne komponente akumulatora
% RSIN digitalna vrednost amplitude harmonika sinusne komponente ulaza
% RCOS digitalna vrednost amplitude harmonika kosinusne komponente ulaza
% FDSIN Fourieov koef. tj. digitalna amplituda harmonika sinusne komponente
% FDCOS Fourieov koef., digitalna amplituda harmonika kosinusne komponente
% FASIN Fourieov koef. tj. analogna amplituda harmonika sinusne komponente
% FACOS Fourieov koef., analogna amplituda harmonika kosinusne komponente
% GMSIN apsolutna greška merenja harmonika sinusne komponente ulaza
% GMCOS apsolutna greška merenja harmonika kosinusne komponente ulaza
% GPSIN relativna greška merenja harmonika sinusne komponente ulaza (%)
% GPCOS relativna greška merenja harmonika kosinusne komponente ulaza (%)
% GOSIN greška merenja u odnosu na opseg harmonika sinusne komponente (%)
% GOCOS greška merenja u odnosu na opseg harmonika kosinusne komponente (%)
% GRESMER apsolutna greška merenja DC komponente ulaznog signala (V)
% GMPROC relativna greška merenja DC komponente ulaznog signala (%)
% GMO greška merenja DC komponente u odnosu na opseg ulaznog signala (%)
% Ac amplituda kosinusne komponente ulaza (preetpostavka je da je ona
% približno nula jer se meri prosoperiodicni ulazni sinus koji nema
% kosinusnu komponentu na ulazu)
Ac=1e-7;
%

```

8. Kod Matlab programa „Sinusprosti.m“

```

%
% Sinusprosti.m
%
% STOHAISTIČKO DIGITALNO MERENJE NA INTERVALU (SDMI) prostoperiodičnog
% sinusnog signala - merenje 1+1 Furijeovih koeficijenata
clear
%
SDMIsinusprosti;
%
% ULAZNI SIGNAL
% s ulazni signal (V)
% se rekonstruisani signal izmeren metodom SDMI pomocu Furijeovih koef.
% dl diter ulaznog signala (V)
% x=s+dl suma ulaznog i diter signala (V)
% POMOĆNI SIGNAL
% sas pomoćni signal sinusne komponente (V)
% sac pomocni signal kosinusne komponente (V)
% d2s diter signal sinusne komponente (V)
% d2c diter signal kosinusne komponente (V)
% xas=sas+d2s suma pomoćnog i diter signala sinusne komponente (V)
% xac=sac+d2c suma pomoćnog i diter signala kosinusne komponente (V)
% IZLAZNI SIGNALI
% PS1e digitalizovana diterovani ulazni signal (digitalni izlaz iz ADC1)
% PS1asin digitalizovana sinus bazična funkcija (izlaz iz ADC2-memorije)
% PS1acos digitalizovana kosinus bazična funkcija (izlaz iz ADC2-memorije)
% PS1sin izlaz iz množača sinusne komponente ulaznog signala
% PS1cos izlaz iz množača kosinusne komponente ulaznog signala
% VEKTORI FUNKCIJA I PARAMETRI SIMULACIJE
% vti vektor vremenskih trenutaka
% vsas(n,HARMBR) vektor pomoćnog signala sinusne komponente
% vsac(n,HARMBR) vektor pomoćnog signala kosinusne komponente
% vse(n,j) vektor izmerenog ulaznog signala (V)
% vroj(o,j) vektor razlike između originalnog i izmerenog ulaza
% vag(o,j) vektor apsolutne greške merenja
% vog(o,j) vektor greske merenja u odnosu na opseg
% vrg(o,j) vektor relativne greske merenja
% pvhs suma merenja viših harmonika sinus komponenti ulaznog signala
% pvhc suma merenja viših harmonika kosinus komponenti ulaznog signala
% pse pomoćni brojač kod sabiranja izmerenih vrednosti ulaza se
% Fbs suma proizvoda Furijeovih koef. i SDMI sinus vremenskih funkcija
% Fac suma proizvoda Furijeovih koef. i SDMI kosinus vremenskih funkcija
% FSIN trigonometrijska serija vremenskih sinus funkcija
% FCOS trigonometrijska vremenska serija kosinus funkcija
% grsum pomoćni brojač sume svih apsolutnih grešaka merenja (sum(apsgres))
% grsred srednja vrednost apsolutne greške merenja ((suma apsgres)/N)
% grmax maksimum funkcije stvarne greške merenja
% grmin minimum funkcije stvarne greške merenja (originalni-izmereni)
% apsgres apsolutna greška merenja abs(razlika stvarne i izmerene vred.)
% sumkvadrag pomocni brojac sume kvadrata apsolutnih grešaka
% var srednje kvadratna greška merenja ili varijansa

```

```

% srgres srednja vrednost stvarne greske (sumsgr/N)
% sumsgr pomocni brojac sume (stvarni - izmereni)
% opseg greska merenja u odnosu na opseg (%)
% gopsegm maksimalna procentualna greska merenja u odnosu na opseg (%)
% relgres relativna greska merenja (abs(apsgres/stvarni ulaz)) (%)
% sigma standardna devijacija greske merenja
%
% Brojač kolona polja
j=1;
%
for n=1:N
    redbr(n,j)=n;
    ti=(n-1)*1000*T/N;
    vti(n,j)=ti;
    s=As*sin(2*pi*f*ti/1000);
    u(n,j)=s;
    d1(n,j)=(-1)*MAXGRES1+rand*DELTA1;
    x(n,j)=u(n,j)+d1(n,j);
    PSIE(n,j)=floor((DMAX1/(UMAX1-UMIN1))*(x(n,j)-UMIN1+MAXGRES1));
    for HARMBR=1:H
        sas=Sa*sin(2*pi*HARMBR*(1/T)*ti/1000);
        vsas(n,HARMBR)=sas;
        d2s(n,HARMBR)=(-1)*MAXGRES2+rand*DELTA2;
        xas(n,HARMBR)=vsas(n,HARMBR)+d2s(n,HARMBR);
        PSIASIN(n,HARMBR)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(xas(n,HARMBR)-UMIN2+MAXGRES2));
        sac=Sa*cos(2*pi*HARMBR*(1/T)*ti/1000);
        vsac(n,HARMBR)=sac;
        d2c(n,HARMBR)=(-1)*MAXGRES2+rand*DELTA2;
        xac(n,HARMBR)=vsac(n,HARMBR)+d2c(n,HARMBR);
        PSIACOS(n,HARMBR)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(xac(n,HARMBR)-UMIN2+MAXGRES2));
    end
    for k=1:H
        PSISIN(n,k)=(PSIE(n,j)-(2^(B1-1)-1))*(PSIASIN(n,k)-(2^(B2-1)-1));
        PSICOS(n,k)=(PSIE(n,j)-(2^(B1-1)-1))*(PSIACOS(n,k)-(2^(B2-1)-1));
    end
end
%
% Izlaz iz akumulatora je suma svih N uzoraka diterovanog digitalnog ulaza
AKUM=sum(PSIE);
%
% Merenje istosmerne komponente ulaznog signala
REZMER=UMIN1+AKUM*KADC1;
GRESMER=abs(A0-REZMER);
GMPROC=abs(GRESMER/A0)*100;
GMO=abs(GRESMER/(UMAX1-UMIN1))*100;
%
% Merenje harmonika sinusne i kosinusne komponente ulaznog signala
for m=1:H
    pvhs=0;
    pvhc=0;
    for l=1:N
        pvhs=pvhs+PSISIN(l,m);
        pvhc=pvhc+PSICOS(l,m);
    end
    AKUSIN(j,m)=pvhs;
    SVASIN(j,m)=AKUSIN(j,m)/N;
    RSIN(j,m)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(Sa-UMIN2+MAXGRES2)-(2^(B2-1)-1));
    FDSIN(j,m)=2*SVASIN(j,m)/RSIN(j,m);
    FASIN(j,m)=FDSIN(j,m)*DELTA1;
    GMSIN(j,m)=abs(As-FASIN(j,m));
    GPSIN(j,m)=abs(GMSIN(j,m)/As)*100;
    GOSIN(j,m)=abs(GMSIN(j,m)/(UMAX1-UMIN1))*100;
    AKUCOS(j,m)=pvhc;
    SVACOS(j,m)=AKUCOS(j,m)/N;
    RCOS(j,m)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(Sa-UMIN2+MAXGRES2)-(2^(B2-1)-1));
    FDCOS(j,m)=2*SVACOS(j,m)/RCOS(j,m);
    FACOS(j,m)=FDCOS(j,m)*DELTA1;
    GMCOS(j,m)=abs(Ac-FACOS(j,m));
    GPCOS(j,m)=abs(GMCOS(j,m)/Ac)*100;
    GOCOS(j,m)=abs(GMCOS(j,m)/(UMAX1-UMIN1))*100;
end
%
% Merenje Furijeovih koeficijenata i trigonometrijski prikaz
% rekonstruisanog ulaznog signala primenom metode SDMI
for i=1:N
    ti=(i-1)*1000*T/N;
    Fbs=0;
    Fac=0;
    for k=1:H
        FSIN=sin(k*2*pi*(1/T)*ti/1000);
        Fbs=Fbs+FSIN(j,k)*FSIN;
        FCOS=cos(k*2*pi*(1/T)*ti/1000);

```

```

        Fac=Fac+FACOS(j,k)*FCOS;
    end
    se=REZMER+Fbs+Fac;
    vse(i,j)=se;
end
%
% Proračun greške merenja u diskretnim trenucima 0<=ti<=T intervala merenja
%
grsum=0;
sumkvadag=0;
sumsgr=0;
for o=1:N
    vroi(o,j)=u(o,j)-vse(o,j);
    sumsgr=sumsgr+vroi(o,j);
    apsgres=abs(vroi(o,j));
    vag(o,j)=apsgres;
    grsum=grsum+apsgres;
    sumkvadag=sumkvadag+apsgres^2;
    opseg=abs(apsgres/(UMAX1-UMIN1))*100;
    vog(o,j)=opseg;
    relgres=abs(apsgres/u(o,j))*100;
    vrg(o,j)=relgres;
end
% Maksimum greška odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
grmax=max(vroi);
%
% Maksimalna procentualna greška odstupanja rekonstruisanog prema
% originalnom signalu u odnosu na merni opseg
gopsegm=max(opseg);
%
% Srednja vrednost apsolutne greške odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
grsred=grsum/N;
%
% Srednja vrednost stvarne greška odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
srgres=sumsgr/N;
%
% Minimum greška odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
grmin=min(vroi);
%
% Varijansa ili srednjekvadratna greska odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
var=sumkvadag/N;
%
% Standardna devijacija odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
sigma=sqrt(var);
%
% Prikaz grafova signala
%
figure
hold on
plot(vti,u)
poruka=['Ulazni prosti sinusni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('s(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d1)
poruka=['Ulazni diter signal (ulazni šum) '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d1 [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,x)
poruka=['Diterovani ulazni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('x(ti)=s(ti)+d1 [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIe)
poruka=['Digitalizovani diterovani ulaz (izlaz iz ADC1) '];
title(poruka);

```

```

xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIe(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vsas)
poruka=['Pomoćni bazični sinusni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('sas(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d2s)
poruka=['Diter pomoćne sinusne komponente '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d2s [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xas)
poruka=['Diterovana pomoćna sinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xas(ti)=sas(ti)+d2s [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIasin)
poruka=['Pomoćna diterovana digitalizovana sinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIasin(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIsin)
poruka=['Digitalizovani sinusni harmonici ulaza (izlaz množača) '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIsin ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vsac)
poruka=['Pomoćni bazični kosinusni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('sac(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d2c)
poruka=['Diter pomoćne kosinusne komponente '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d2c [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xac)
poruka=['Diterovana pomoćna kosinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xac(ti)=sac(ti)+d2c [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIacos)
poruka=['Pomoćna diterovana digitalizovana kosinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');

```

```

ylabel('PSIacos(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIacos)
poruka=['Digitalizovani kosinusni harmonici ulaza (izlaz množača)'];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIcos ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vse,'r')
poruka=['SDMI rekonstruisani ulazni signal'];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('se(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vse,'r')
plot(vti,u,'b')
poruka=['Komparacija originalnog i rekonstruisanog signala SDMI metodom'];
title(poruka);
legend('SDMI rekonstruisani signal (V)',...
'Originalni prostoperiodični sinusni signal (V)');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('Amplituda [V]');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vroi,'k')
poruka=['Stvarna greška merenja (originalni-rekonstruisani signal)'];
title(poruka);
text(0,grmax,[' \leftarrow Max. greška = ',num2str(grmax)])
text(1.8,grmin,[' \leftarrow Min. greška = ',num2str(grmin)])
text(10,(abs(grmin)/2),[' Srednja stvarna greška = ',num2str(srgres)],...
'HorizontalAlignment','center',...
'VerticalAlignment','top',...
'EdgeColor','green',...
'BackgroundColor',[0 1 0]);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('vroi(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vag,'m')
poruka=['Apsolutna greska merenja ulaznog signala metodom SDMI'];
title(poruka);
text(3,var,[' \leftarrow Srednje kvadratna greška = ',num2str(var)])
text(8,2*var,[' Srednja vrednost apsolutne greške = ',num2str(gr sred)],...
'HorizontalAlignment','center',...
'VerticalAlignment','top',...
'EdgeColor','green',...
'BackgroundColor',[0 1 0]);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('apsgres(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vog,'m')
poruka=['Greska merenja ulaznog signala metodom SDMI u odnosu na opseg'];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('opseg(ti) [%]');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vrg,'m')
poruka=['Relativna greska merenja ulaznog signala SDMI'];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('relgres(ti) [%]');
hold off
%

```

9. Kod Matlab programa „SDMIslozenoperiodicni.m“

```
%
% SDMIslozenoperiodicni.m
%
% Datoteka ulaznih sistemskih parametara za simulaciju slozenoperiodicnog
% signala sa merenjem Furijeovih koeficijenata (sin+cos harmonika ulaza)
%
% DISKRETIZACIJA
%
% N broj odmeraka
% n redni broj uzorka
% T podinterval merenja (s)
% ti vremenski trenutak (ms)
% H stepen polinoma (broj merenih Furijeovih sin+cos koeficijenata)
%
% Unos parametara stohastickog digitalnog mernog sistema
%
N=input('Unesi ukupan broj odmeraka N = ');
T=input('Unesi podinterval merenja [s] T = ');
H=input('Unesi stepen interpolacije - broj Furijeovih koeficijenata H = ');
B1=input('Unesi broj bita ADC1 B1 = ');
B2=input('Unesi broj bita ADC2 B2 = ');
UMIN1=input('Unesi minimalni nivo napona ADC1 UMIN1[V] = ');
UMAX1=input('Unesi maksimalni nivo napona ADC1 UMAX1[V] = ');
UMIN2=input('Unesi minimalni nivo napona ADC2 UMIN2[V] = ');
UMAX2=input('Unesi maksimalni nivo napona ADC2 UMAX2[V] = ');
skoef=input('Unesi prvi sinusni koeficijent ulaznog signala skoef[V] = ');
ckoef=input('Unesi prvi kosinusni koeficijent ulaznog signala ckoef[V] = ');
A0=input('Unesi jednosmernu komponentu ulaznog signala [V] A0 = ');
f=input('Unesi frekvenciju ulaznog signala [Hz] f = ');
Sa=input('Unesi amplitudu pomoćnog signala [V] Sa = ');
%
Fs=N/T;
%
% Definisanje parametara analogno-digitalnog konvertora ADC1
%
% DMAX1 maksimalni izlaz iz ADC1
% UMIN1 negativni referentni napon ADC1 (V)
% UMAX1 pozitivni referentni napon ADC1 (V)
% DELTA1 rezolucija (kvant) ADC1 (V)
%
DMAX1=2^B1-1;
DELTA1=(UMAX1-UMIN1)/DMAX1;
%
% Definisanje parametara analogno-digitalnog konvertora ADC2
%
% DMAX2 maksimalni izlaz iz ADC2
% UMIN2 negativni referentni napon ADC2 (V)
% UMAX2 pozitivni referentni napon ADC2 (V)
% DELTA2 rezolucija (kvant) ADC2 (V)
%
DMAX2=2^B2-1;
DELTA2=(UMAX2-UMIN2)/DMAX2;
%
% Parametri kvantizacije
%
% MAXGRES1 maksimalna greška merenja u tački je greška kvantizacije ADC1(V)
% MAXGRES2 maksimalna greška merenja u tački je greška kvantizacije ADC2(V)
%
MAXGRES1=DELTA1/2;
MAXGRES2=DELTA2/2;
KADC1=DELTA1/N;
%
% Ostali parametri
% A0 jednosmerna komponenta ulaznog signala (V)
% Fs frekvencija odmeravanja (Hz)
% Sa amplituda pomoćne sinusoide (V)
% f frekvencija ulaznog signala (Hz)
% AKUM akumulacija ulaznog signala
% REZMER rezultat merenja DC komponente ulaznog signala
% AKUSIN akumulacija harmonika sinusne komponente ulaznog signala
% AKUCOS akumulacija harmonika kosinusne komponente ulaznog signala
% SVASIN srednja vrednost harmonika sinusne komponente akumulatora
% SVACOS srednja vrednost harmonika kosinusne komponente akumulatora
% RSIN digitalna vrednost amplitude pomoćne sinusoide
% RCOS digitalna vrednost amplitude pomoćne kosinusoide
% FDSIN Fourieov koef. tj. digitalna amplituda sinusne komponente
% FDCOS Fourieov koef., digitalna amplituda kosinusne komponente
% FASIN Fourieov koef. tj. analogna amplituda sinusne komponente
% FACOS Fourieov koef., analogna amplituda kosinusne komponente
% GMSIN greška merenja harmonika sinusne komponente ulaznog signala
```



```

% GMCOS greška merenja harmonika kosinusne komponente ulaznog signala
% GPSIN procentualna greška merenja harmonika sinusne komponente ulaza
% GPCOS procentualna greška merenja harmonika kosinusne komponente ulaza
% GOSIN greška merenja u odnosu na opseg harmonika sinusne komponente
% GOCOS greška merenja u odnosu na opseg harmonika kosinusne komponente
% GRESMER greška merenja DC komponente ulaznog signala (V)
% GMPROC procentualna greška merenja DC komponente ulaznog signala (%)
% GMO greška merenja u odnosu na opseg DC komponente ulaznog signala (%)
% skoef prvi sinusni koeficijent
% ckoef prvi kosinusni koeficijent
%

```

10. Kod Matlab programa „Slozenoperiodicni.m“

```

% STOHAISTIČKO DIGITALNO MERENJE NA INTERVALU (SDMI) - slozenoperiodicni
% ulazni signal
%
clear
%
% Sistemski parametri
%
SDMIslozenoperiodicni;
%
% ULAZNI SIGNAL
% s ulazni slozeni signal (V)
% se rekonstruisani ulaz generisan metodom SDMI (proračunom Furijeovih k.)
% d1 diter ulaznog signala (V)
% x=s+d1 suma ulaznog i prvog diter signala (V)
% POMOCNI SIGNAL
% sas pomoćni signal sinusne komponente (V)
% sac pomocni signal kosinusne komponente (V)
% d2s diter signal sinusne komponente (V)
% d2c diter signal kosinusne komponente (V)
% xas=sas+d2s suma pomoćnog i diter signala sinusne komponente (V)
% xac=sac+d2c suma pomoćnog i diter signala kosinusne komponente (V)
% IZLAZNI SIGNALI
% PSIE digitalizovani diterovani ulazni signal (digitalni izlaz iz ADC1)
% PSIASIN digitalizovana sinus bazična funkcija (izlaz iz ADC2-memorije)
% PSIACOS digitalizovana kosinus bazična funkcija (izlaz iz ADC2-memorije)
% PSISIN izlaz iz množača sinusne komponente ulaznog signala
% PSTCOS izlaz iz množača kosinusne komponente ulaznog signala
% FUNKCIJE I PARAMETRI KOMPONENTI ULAZNOG SIGNALA
% USIN funkcija sinusne komponente ulaznog signala
% UCOS funkcija kosinusne komponente ulaznog signala
% vUSIN(n,HARMBR) vektor sinusne komponente ulaznog signala
% vUCOS(n,HARMBR) vektor kosinusne komponente ulaznog signala
% HARMBR redni broj harmonika ulaznog signala
% K SIN sinusni koeficijent
% KCOS kosinusni koeficijent
% VEKTORI FUNKCIJA I PARAMETRI SIMULACIJE
% vti vektor vremenskih trenutaka
% redbr(n,j) vektor rednih brojeva uzoraka
% vs(n,j) vektor slozenog ulaza
% vse(n,j) vektor rekonstruisanog signala (V)
% vsas(n,HARMBR) vektor pomoćnog signala sinusne komponente
% vsac(n,HARMBR) vektor pomoćnog signala kosinusne komponente
% vroj(o,j) vektor razlike između originalnog i izmerenog ulaza
% vao(o,j) vektor apsolutne greške merenja
% vgo(o,j) vektor greske merenja u odnosu na opseg
% vroj(o,j) vektor relativne greske merenja
% ps pomoćni brojač kod sabiranja harmonika ulaznog signala
% pvhs suma merenja viših harmonika sinus komponenti ulaznog signala
% pvhc suma merenja viših harmonika kosinus komponenti ulaznog signala
% pse pomoćni brojač kod sabiranja vrednosti rekonstruisanog signala
% Fbs suma proizvoda Furijeovih koef. i SDMI sinus vremenskih funkcija
% Fac suma proizvoda Furijeovih koef. i SDMI kosinus vremenskih funkcija
% FSIN trigonometrijska sinus komponenta rekonstruisanog signala
% FCOS trigonometrijska kosinus komponenta rekonstruisanog signala
% grsum pomoćni brojač sume svih apsolutnih grešaka merenja (sum(apsgres))
% grsred srednja vrednost apsolutne greške merenja ((suma apsgres)/N)
% grmax maksimum funkcije stvarne greške merenja
% grmin minimum funkcije stvarne greške merenja (originalni-izmereni)
% apsgres apsolutna greška merenja abs(razlika stvarne i izmerene vred.)
% sumkvadag pomocni brojac sume kvadrata apsolutnih grešaka
% var srednje kvadratna greška merenja ili varijansa
% srgres srednja vrednost stvarne greske (sumsgr/N)
% sumsgr pomocni brojac sume (stvarni - izmereni)
% opseg greska merenja u odnosu na opseg (%)
% gopsegm maksimalna procentualna greska merenja u odnosu na opseg (%)
% relgres relativna greska merenja (abs(apsgres/stvarni ulaz)) (%)
% sigma standardna devijacija greske merenja

```

```

%
% Brojač kolona polja
j=1;
%
for n=1:N
    redbr(n,j)=n;
    ti=(n-1)*1000*T/N;
    vti(n,j)=ti;
    ps=0;
    for HARMBR=1:H
        KSIN=skoeff/HARMBR;
        KCOS=ckoeff/HARMBR;
        USIN=KSIN*sin(HARMBR*2*pi*f*ti/1000);
        vUSIN(n,HARMBR)=USIN;
        UCOS=KCOS*cos(HARMBR*2*pi*f*ti/1000);
        vUCOS(n,HARMBR)=UCOS;
        ps=ps+USIN+UCOS;
        sas=Sa*sin(2*pi*HARMBR*1/T*ti/1000);
        vsas(n,HARMBR)=sas;
        d2s(n,HARMBR)=(-1)*MAXGRES2+rand*DELTA2;
        xas(n,HARMBR)=vsas(n,HARMBR)+d2s(n,HARMBR);
        PSIASIN(n,HARMBR)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(xas(n,HARMBR)-UMIN2+MAXGRES2));
        sac=Sa*cos(2*pi*HARMBR*1/T*ti/1000);
        vsac(n,HARMBR)=sac;
        d2c(n,HARMBR)=(-1)*MAXGRES2+rand*DELTA2;
        xac(n,HARMBR)=vsac(n,HARMBR)+d2c(n,HARMBR);
        PSIACOS(n,HARMBR)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(xac(n,HARMBR)-UMIN2+MAXGRES2));
    end
    s=A0+ps;
    vs(n,j)=s;
    dl(n,j)=(-1)*MAXGRES1+rand*DELTA1;
    x(n,j)=vs(n,j)+dl(n,j);
    PSIE(n,j)=floor((DMAX1/(UMAX1-UMIN1))*(x(n,j)-UMIN1+MAXGRES1));
    for k=1:H
        PSISIN(n,k)=(PSIE(n,j)-(2^(B1-1)-1))*(PSIASIN(n,k)-(2^(B2-1)-1));
        PSICOS(n,k)=(PSIE(n,j)-(2^(B1-1)-1))*(PSIACOS(n,k)-(2^(B2-1)-1));
    end
end
%
% Izlaz iz akumulatora je suma svih N uzoraka diterovanog digitalnog ulaza
AKUM=sum(PSIE);
%
% Merenje istosmerne komponente ulaznog signala
REZMER=UMIN1+AKUM*KADC1;
GRESMER=abs(A0-REZMER);
GMPROC=abs(GRESMER/A0)*100;
GMO=abs(GRESMER/(UMAX1-UMIN1))*100;
%
% Merenje harmonika sinusne i kosinusne komponente ulaznog signala
%
for m=1:H
    pvhs=0;
    pvhc=0;
    for l=1:N
        pvhs=pvhs+PSISIN(l,m);
        pvhc=pvhc+PSICOS(l,m);
    end
    AKUSIN(j,m)=pvhs;
    SVASIN(j,m)=AKUSIN(j,m)/N;
    RSIN(j,m)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(Sa-UMIN2+MAXGRES2)-(2^(B2-1)-1));
    FDSIN(j,m)=2*SVASIN(j,m)/RSIN(j,m);
    FASIN(j,m)=FDSIN(j,m)*DELTA1;
    GMSIN(j,m)=abs((skoeff/m)-FASIN(j,m));
    GPSIN(j,m)=abs(GMSIN(j,m)/(skoeff/m))*100;
    GOSIN(j,m)=abs(GMSIN(j,m)/(UMAX1-UMIN1))*100;
    AKUCOS(j,m)=pvhc;
    SVACOS(j,m)=AKUCOS(j,m)/N;
    RCOS(j,m)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(Sa-UMIN2+MAXGRES2)-(2^(B2-1)-1));
    FDCOS(j,m)=2*SVACOS(j,m)/RCOS(j,m);
    FACOS(j,m)=FDCOS(j,m)*DELTA1;
    GMCOS(j,m)=abs((ckoeff/m)-FACOS(j,m));
    GPCOS(j,m)=abs(GMCOS(j,m)/(ckoeff/m))*100;
    GOCOS(j,m)=abs(GMCOS(j,m)/(UMAX1-UMIN1))*100;
end
%
% Trigonometrijski oblik prikaza izlaza pojačanog ulaznog signala SDMI (pomoću Furijeovih koef.)
%
for i=1:N
    ti=(i-1)*1000*T/N;
    Fbs=0;
    Fac=0;
    for k=1:H

```

```

        Fsin=sin(k*2*pi*1/T*ti/1000);
        Fbs=Fbs+FASIN(j,k)*Fsin;
        Fcos=cos(k*2*pi*1/T*ti/1000);
        Fac=Fac+FACOS(j,k)*Fcos;
    end
    se=REZMER+Fbs+Fac;
    vse(i,j)=se;
end
%
% Proračun greške merenja u diskretnim trenucima 0<=ti<=T intervala merenja
%
grsum=0;
sumkvadag=0;
sumsgr=0;
for o=1:N
    vroj(o,j)=vs(o,j)-vse(o,j);
    sumsgr=sumsgr+vroj(o,j);
    apsgres=abs(vroj(o,j));
    vag(o,j)=apsgres;
    grsum=grsum+apsgres;
    sumkvadag=sumkvadag+apsgres^2;
    opseg=abs(apsgres/(UMAX1-UMIN1))*100;
    vog(o,j)=opseg;
    relgres=abs(apsgres/vs(o,j))*100;
    vrg(o,j)=relgres;
end
% Maksimum greška odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
grmax=max(vroj);
%
% Maksimalna procentualna greška odstupanja rekonstruisanog prema
% originalnom signalu u odnosu na merni opseg
gopsegm=max(opseg);
%
% Srednja vrednost apsolutne greške odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
grsred=grsum/N;
%
% Srednja vrednost stvarne greška odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
srgres=sumsgr/N;
%
% Minimum greška odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
grmin=min(vroj);
%
% Varijansa ili srednjekvadratna greska odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
var=sumkvadag/N;
%
% Standardna devijacija odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
sigma=sqrt(var);
%
% Prikaz grafova signala
%
figure
hold on
plot(vti,vUSIN)
poruka=['Sinusna komponenta ulaznog signala '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('USIN(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vUCOS)
poruka=['Kosinusna komponenta ulaznog signala '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('UCOS(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vs)
poruka=['Ulazni slozenoperiodicni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('s(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on

```

```

plot(vti,d1)
poruka=['Diter ulaznog signala (ulazni sum) '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d1 [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,x)
poruka=['Ulazni diterovani slozenoperiodicni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('x(ti)=s(ti)+d1 [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIe)
poruka=['Digitalizovani diterovani ulaz (izlaz iz ADC1) '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIe(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vsas)
poruka=['Pomoćni bazični sinusni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('sas(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d2s)
poruka=['Diter pomoćne sinusne komponente '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d2s [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xas)
poruka=['Diterovana pomoćna sinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xas(ti)=sas(ti)+d2s [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIasin)
poruka=['Pomoćna diterovana digitalizovana sinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIasin(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIisin)
poruka=['Digitalizovani sinusni harmonici ulaza (izlaz množača) '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIisin ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vsac)
poruka=['Pomoćni bazični kosinusni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('sac(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d2c)

```

```

poruka=['Diter pomoćne kosinusne komponente '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d2c [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xac)
poruka=['Diterovana pomoćna kosinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xac(ti)=sac(ti)+d2c [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIacos)
poruka=['Pomoćna diterovana digitalizovana kosinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIacos(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIcos)
poruka=['Digitalizovani kosinusni harmonici ulaza (izlaz množača) '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIcos ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vse,'r')
poruka=['SDMI rekonstruisani ulazni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('se(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vse,'r')
plot(vti,vs,'b')
poruka=['Komparacija originalnog i rekonstruisanog signala SDMI metodom '];
title(poruka);
legend('SDMI rekonstruisani signal (V)',...
'Originalni slozeni signal (V)');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('Amplituda [V]');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vroi,'k')
poruka=['Stvarna greška merenja (originalni-rekonstruisani signal) '];
title(poruka);
text(0,grmax,[' \leftarrow Max. greška = ',num2str(grmax)])
text(1.8,grmin,[' \leftarrow Min. greška = ',num2str(grmin)])
text(10,(abs(grmin)/2),[' Srednja stvarna greška = ',num2str(srgres)],...
'HorizontalAlignment','center',...
'VerticalAlignment','top',...
'EdgeColor','green',...
'BackgroundColor',[0 1 0]);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('vroi(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vag,'m')
poruka=['Apsolutna greska merenja ulaznog signala metodom SDMI '];
title(poruka);
text(3,var,[' \leftarrow Srednje kvadratna greška = ',num2str(var)])
text(8,2*var,[' Srednja vrednost apsolutne greške = ',num2str(gr sred)],...
'HorizontalAlignment','center',...
'VerticalAlignment','top',...
'EdgeColor','green',...
'BackgroundColor',[0 1 0]);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');

```

```

ylabel('apsgres(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vog,'m')
poruka=['Greska merenja ulaznog signala metodom SDMI u odnosu na opseg '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('opseg(ti) [%]');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vrg,'m')
poruka=['Relativna greska merenja ulaznog signala SDMI '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('relgres(ti) [%]');
hold off
%

```

11. Kod Matlab programa „SDMIpravougaon.m“

```

% Datoteka ulaznih sistemskih parametara za simulaciju merenja
% pravougaonog signala izracunavanjem 49+49 Furijeovih koeficijenta
%
% DISKRETIZACIJA
%
% N broj odmeraka
% n redni broj uzorka
% T podinterval merenja (s)
% ti vremenski trenutak (ms)
% H stepen polinoma (broj merenih Furijeovih sin+cos koeficijenata)
%
% Unos parametara stohastickog digitalnog mernog sistema
%
N=input('Unesi ukupan broj odmeraka N = ');
T=input('Unesi podinterval merenja [s] T = ');
H=input('Unesi stepen interpolacije - broj Furijeovih koeficijenata H = ');
B1=input('Unesi broj bita ADC1 B1 = ');
B2=input('Unesi broj bita ADC2 B2 = ');
UMIN1=input('Unesi minimalni nivo napona ADC1 UMIN1[V] = ');
UMAX1=input('Unesi maksimalni nivo napona ADC1 UMAX1[V] = ');
UMIN2=input('Unesi minimalni nivo napona ADC2 UMIN2[V] = ');
UMAX2=input('Unesi maksimalni nivo napona ADC2 UMAX2[V] = ');
Ap=input('Unesi amplitudu ulaznog signala Ap[V] = ');
A0=input('Unesi jednosmernu komponentu ulaznog signala [V] A0 = ');
f=input('Unesi frekvenciju ulaznog signala [Hz] f = ');
Sa=input('Unesi amplitudu pomoćnog signala [V] Sa = ');
%
Fs=N/T;
%
% Definisanje parametara analogno-digitalnog konvertora ADC1
%
% DMAX1 maksimalni izlaz iz ADC1
% UMIN1 negativni referentni napon ADC1 (V)
% UMAX1 pozitivni referentni napon ADC1 (V)
% DELTA1 rezolucija (kvant) ADC1 (V)
%
DMAX1=2^B1-1;
DELTA1=(UMAX1-UMIN1)/DMAX1;
%
% Definisanje parametara analogno-digitalnog konvertora ADC2
%
% DMAX2 maksimalni izlaz iz ADC2
% UMIN2 negativni referentni napon ADC2 (V)
% UMAX2 pozitivni referentni napon ADC2 (V)
% DELTA2 rezolucija (kvant) ADC2 (V)
%
DMAX2=2^B2-1;
DELTA2=(UMAX2-UMIN2)/DMAX2;
%
% Parametri kvantizacije
%
% MAXGRES1 maksimalna greška merenja u tački je greška kvantizacije ADC1(V)
% MAXGRES2 maksimalna greška merenja u tački je greška kvantizacije ADC2(V)
%
MAXGRES1=DELTA1/2;
MAXGRES2=DELTA2/2;
KADC1=DELTA1/N;

```

```

%
% Ostali parametri
%
% Ap amplituda ulaznog pravougaonog signala (V)
% A0 jednosmerna komponenta ulaznog signala (V)
% Fs frekvencija odmeravanja (Hz)
% Sa amplituda pomoćnog signala (V)
% f frekvencija (osnovna ili fundamentalna) ulaznog signala (Hz)
% AKUM akumulacija digitalizovanog diterovanog ulaznog signala
% REZMER rezultat merenja DC komponente ulaznog signala
% AKUSIN akumulacija harmonika sinusne komponente ulaznog signala
% AKUCOS akumulacija harmonika kosinusne komponente ulaznog signala
% SVASIN srednja vrednost harmonika sinusne komponente akumulatora
% SVACOS srednja vrednost harmonika kosinusne komponente akumulatora
% RSIN digitalna vrednost amplitude harmonika sinusne komponente ulaza
% RCOS digitalna vrednost amplitude harmonika kosinusne komponente ulaza
% FDSIN Fourieov koef. tj. digitalna amplituda harmonika sinusne komponente
% FDCOS Fourieov koef., digitalna amplituda harmonika kosinusne komponente
% FASIN Fourieov koef. tj. analogna amplituda harmonika sinusne komponente
% FACOS Fourieov koef., analogna amplituda harmonika kosinusne komponente
% GMSIN apsolutna greška merenja harmonika sinusne komponente ulaza
% GMCOS apsolutna greška merenja harmonika kosinusne komponente ulaza
% GPSIN relativna greška merenja harmonika sinusne komponente ulaza (%)
% GPCOS relativna greška merenja harmonika kosinusne komponente ulaza (%)
% GOSIN greška merenja u odnosu na opseg harmonika sinusne komponente (%)
% GOCOS greška merenja u odnosu na opseg harmonika kosinusne komponente (%)
% GRESMER apsolutna greška merenja DC komponente ulaznog signala (V)
% GMPROC relativna greška merenja DC komponente ulaznog signala (%)
% GMO greška merenja DC komponente u odnosu na opseg ulaznog signala (%)
%

```

12. Kod Matlab programa „Pravougaon.m“

```

% STOHAISTIČKO DIGITALNO MERENJE NA INTERVALU (SDMI) pravougaonog signala
% Merenje 49+49 Furijeova koeficijenta za sinus i kosinus komponente
%
clear
%
% Sistemski parametri
%
SDMIpravougaon;
%
% ULAZNI SIGNAL
% pravougaon ulazni mereni pravougaoni signal (V)
% se rekonstruisani signal izmeren metodom SDMI pomocu Furijeovih koef.
% d1 diter ulaznog signala (V)
% xp=s+d1 suma ulaznog i diter signala (V)
% POMOCNI SIGNAL
% sas pomoćni signal sinusne komponente (V)
% sac pomoćni signal kosinusne komponente (V)
% d2s diter signal sinusne komponente (V)
% d2c diter signal kosinusne komponente (V)
% xas=sas+d2s suma pomoćnog i diter signala sinusne komponente (V)
% xac=sac+d2c suma pomoćnog i diter signala kosinusne komponente (V)
% IZLAZNI SIGNALI
% PSIE digitalizovana diterovani ulazni signal (digitalni izlaz iz ADC1)
% PSTasin digitalizovana sinus bazična funkcija (izlaz iz ADC2-memorije)
% PSTacos digitalizovana kosinus bazična funkcija (izlaz iz ADC2-memorije)
% PSTisin izlaz iz množača sinusne komponente ulaznog signala
% PSTicos izlaz iz množača kosinusne komponente ulaznog signala
% VEKTORI FUNKCIJA I PARAMETRI SIMULACIJE
% vti vektor vremenskih trenutaka
% vsas(n,HARMBR) vektor pomoćnog signala sinusne komponente
% vsac(n,HARMBR) vektor pomoćnog signala kosinusne komponente
% vse(n,j) vektor izmerenog ulaznog signala (V)
% vroj(o,j) vektor razlike između originalnog i izmerenog ulaza
% vag(o,j) vektor apsolutne greške merenja
% vog(o,j) vektor greske merenja u odnosu na opseg
% vrg(o,j) vektor relativne greske merenja
% pvhs suma merenja viših harmonika sinus komponenti ulaznog signala
% pvhc suma merenja viših harmonika kosinus komponenti ulaznog signala
% pse pomoćni brojač kod sabiranja izmerenih vrednosti ulaza se
% Fbs suma proizvoda Furijeovih koef. i SDMI sinus vremenskih funkcija
% Fac suma proizvoda Furijeovih koef. i SDMI kosinus vremenskih funkcija
% FSIN trigonometrijska serija vremenskih sinus funkcija
% FCOS trigonometrijska vremenska serija kosinus funkcija
% grsum pomoćni brojač sume svih apsolutnih grešaka merenja (sum(apsgres))
% grsred srednja vrednost apsolutne greške merenja ((suma apsgres)/N)
% grmax maksimum funkcije stvarne greške merenja
% grmin minimum funkcije stvarne greške merenja (originalni-izmereni)
% apsgres apsolutna greška merenja abs(razlika stvarne i izmerene vred.)

```

```

% sumkvadrag pomocni brojca sume kvadrata apsolutnih gresaka
% var srednje kvadratna greska merenja ili varijansa
% srgres srednja vrednost stvarne greske (sumsgr/N)
% sumsgr pomocni brojca sume (stvarni - izmereni)
% opseg greska merenja u odnosu na opseg (%)
% gopsegm maksimalna procentualna greska merenja u odnosu na opseg (%)
% relgres relativna greska merenja (abs(apsgres/stvarni ulaz)) (%)
% sigma standardna devijacija greske merenja
%
% Brojac kolona polja
j=1;
%
for n=1:N
    redbr(n,j)=n;
    ti=(n-1)*1000*T/N;
    vti(n,j)=ti;
    arg=2*pi*f*ti/1000;
    pravougaon=Ap*sqrt(arg,50);
    vpravougaon(n,j)=pravougaon;
    dl(n,j)=(-1)*MAXGRES1+rand*DELTA1;
    xp(n,j)=vpravougaon(n,j)+dl(n,j);
    PSIE(n,j)=floor((DMAX1/(UMAX1-UMIN1))*(xp(n,j)-UMIN1+MAXGRES1));
    for HARMBR=1:H
        sas=Sa*sin(2*pi*HARMBR*(1/T)*ti/1000);
        vsas(n,HARMBR)=sas;
        d2s(n,HARMBR)=(-1)*MAXGRES2+rand*DELTA2;
        xas(n,HARMBR)=vsas(n,HARMBR)+d2s(n,HARMBR);
        PSIASIN(n,HARMBR)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(xas(n,HARMBR)-UMIN2+MAXGRES2));
        sac=Sa*cos(2*pi*HARMBR*(1/T)*ti/1000);
        vsac(n,HARMBR)=sac;
        d2c(n,HARMBR)=(-1)*MAXGRES2+rand*DELTA2;
        xac(n,HARMBR)=vsac(n,HARMBR)+d2c(n,HARMBR);
        PSIIACOS(n,HARMBR)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(xac(n,HARMBR)-UMIN2+MAXGRES2));
    end
    for k=1:H
        PSISIN(n,k)=(PSIE(n,j)-(2^(B1-1)-1))*(PSIASIN(n,k)-(2^(B2-1)-1));
        PSICOS(n,k)=(PSIE(n,j)-(2^(B1-1)-1))*(PSIIACOS(n,k)-(2^(B2-1)-1));
    end
end
%
% Izlaz iz akumulatora je suma svih N uzoraka diterovanog digitalnog ulaza
AKUM=sum(PSIE);
%
% Merenje istosmerne komponente ulaznog signala
REZMER=UMIN1+AKUM*KADC1;
GRESMER=abs(A0-REZMER);
GMPROC=abs(GRESMER/A0)*100;
GMO=abs(GRESMER/(UMAX1-UMIN1))*100;
%
% Merenje harmonika sinusne i kosinusne komponente ulaznog signala
for m=1:H
    pvhs=0;
    pvhc=0;
    for l=1:N
        pvhs=pvhs+PSISIN(l,m);
        pvhc=pvhc+PSICOS(l,m);
    end
    AKUSIN(j,m)=pvhs;
    SVASIN(j,m)=AKUSIN(j,m)/N;
    RSIN(j,m)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(Sa-UMIN2+MAXGRES2)-(2^(B2-1)-1));
    FDSIN(j,m)=2*SVASIN(j,m)/RSIN(j,m);
    FASIN(j,m)=FDSIN(j,m)*DELTA1;
    GMSIN(j,m)=abs(Ap-FASIN(j,m));
    GPSIN(j,m)=abs(GMSIN(j,m)/Ap)*100;
    GOSIN(j,m)=abs(GMSIN(j,m)/(UMAX1-UMIN1))*100;
    AKUCOS(j,m)=pvhc;
    SVACOS(j,m)=AKUCOS(j,m)/N;
    RCOS(j,m)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(Sa-UMIN2+MAXGRES2)-(2^(B2-1)-1));
    FDCOS(j,m)=2*SVACOS(j,m)/RCOS(j,m);
    FACOS(j,m)=FDCOS(j,m)*DELTA1;
    GMCOS(j,m)=abs(Ap-FACOS(j,m));
    GPCOS(j,m)=abs(GMCOS(j,m)/Ap)*100;
    GOCOS(j,m)=abs(GMCOS(j,m)/(UMAX1-UMIN1))*100;
end
%
% Merenje Furijeovih koeficijenata i trigonometrijski prikaz
% rekonstruisanog ulaznog signala primenom metode SDMI
for i=1:N
    ti=(i-1)*1000*T/N;
    Fbs=0;
    Fac=0;
    for k=1:H

```



```

        Fsin=sin(k*2*pi*(1/T)*ti/1000);
        Fbs=Fbs+FASIN(j,k)*Fsin;
        Fcos=cos(k*2*pi*(1/T)*ti/1000);
        Fac=Fac+FACOS(j,k)*Fcos;
    end
    se=REZMER+Fbs+Fac;
    vse(i,j)=se;
end
%
% Proračun greške merenja u diskretnim trenucima 0<=ti<=T intervala merenja
%
grsum=0;
sumkvadag=0;
sumsgr=0;
for o=1:N
    vroi(o,j)=vpravougaon(o,j)-vse(o,j);
    sumsgr=sumsgr+vroi(o,j);
    apsgres=abs(vroi(o,j));
    vag(o,j)=apsgres;
    grsum=grsum+apsgres;
    sumkvadag=sumkvadag+apsgres^2;
    opseg=abs(apsgres/(UMAX1-UMIN1))*100;
    vog(o,j)=opseg;
    relgres=abs(apsgres/vpravougaon(o,j))*100;
    vrg(o,j)=relgres;
end
% Maksimum greška odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
grmax=max(vroi);
%
% Maksimalna procentualna greška odstupanja rekonstruisanog prema
% originalnom signalu u odnosu na merni opseg
gopsegm=max(opseg);
%
% Srednja vrednost apsolutne greške odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
grsred=grsum/N;
%
% Srednja vrednost stvarne greška odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
srgres=sumsgr/N;
%
% Minimum greška odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
grmin=min(vroi);
%
% Varijansa ili srednjekvadratna greska odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
var=sumkvadag/N;
%
% Standardna devijacija odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
sigma=sqrt(var);
%
% Prikaz grafova signala
%
figure
hold on
plot(vti,vpravougaon)
poruka=['Ulazni pravougaoni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('pr(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d1)
poruka=['Ulazni diter signal (ulazni šum) '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d1 [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xp)
poruka=['Diterovani ulazni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xp(ti)=sp(ti)+d1(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on

```

```

plot(vti,PSIe)
poruka=['Digitalizovani diterovani ulaz (izlaz iz ADC1) '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIe(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vsas)
poruka=['Pomocni sinusni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('sas(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d2s)
poruka=['Diter sinusne komponente pomocnog signala '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d2s [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xas)
poruka=['Diterovana pomocna sinusna komponenta '];
title(poruka);
legend('Harmonici SIN komponenti ');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xas(ti)=sas(ti)+d2s [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIasin)
poruka=['Pomoćna diterovana digitalizovana sinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIasin(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIsin)
poruka=['Digitalizovani sinusni harmonici ulaza (izlaz mmožača)'];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIsin ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vsac)
poruka=['Pomocni kosinusni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('sac(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d2c)
poruka=['Diter kosinusne komponente pomocnog signala '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d2c [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xac)
poruka=['Diterovana pomocna kosinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xac(ti)=sac(ti)+d2c(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on

```

```

plot(vti,PSIacos)
poruka=['Kosinusna komponenta izlaznog signala iz ADC2 '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIacos(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIcos)
poruka=['Digitalizovani kosinusni harmonici ulaza (izlaz množača) '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIcos ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vse,'r')
poruka=['SDMI rekonstruisani ulazni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('se(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vse,'r')
plot(vti,vpravougaon,'b')
poruka=['Komparacija originalnog i rekonstruisanog signala SDMI metodom '];
title(poruka);
legend('SDMI rekonstruisani signal se(V)',...
'Originalni prostoperiodični sinusni signal (V)',0);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('Amplituda [V]');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vroi,'k')
poruka=['Stvarna greška merenja (originalni-rekonstruisani signal) '];
title(poruka);
text(0,grmax,[' \leftarrow Max. greške = ',num2str(grmax)])
text(1.8,grmin,[' \leftarrow Min. greške = ',num2str(grmin)])
text(10,grmin/2,['Srednja vrednost razlike stvarne i izmerene vrednosti = ',num2str(srgres)],...
'HorizontalAlignment','center',...
'VerticalAlignment','top',...
'EdgeColor','green',...
'BackgroundColor',[0 1 0]);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('vroi=vpravougaon-vse [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vag,'m')
poruka=['Apsolutna greska merenja ulaznog signala metodom SDMI '];
title(poruka);
text(3,0.55,[' Srednje kvadratna greška = ',num2str(var)])
text(8,0.75,[' Srednja vrednost apsolutne greške = ',num2str(gr sred)],...
'HorizontalAlignment','center',...
'VerticalAlignment','top',...
'EdgeColor','green',...
'BackgroundColor',[0 1 0]);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('apsgres(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vog,'m')
poruka=['Greska merenja ulaznog signala SDMI u odnosu na opseg '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('opseg(ti) [%]');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vrg,'m')
poruka=['Relativna greska merenja ulaznog signala SDMI '];
title(poruka);

```

```

xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('relgres(ti) [%]');
hold off
%
```

13. Kod Matlab programa „SDMI slozenopravougaoni.m“

```

%
% SDMI slozenopravougaoni.m
%
% Datoteka ulaznih sistemskih parametara za simulaciju slozenoperiodicnog
% pravougaonog signala
%
% DISKRETIZACIJA
%
% N broj odmeraka
% n redni broj uzorka
% T podinterval merenja (s)
% ti vremenski trenutak (ms)
% H stepen polinoma (broj merenih Furijeovih sin+cos koeficijenata)
%
% Unos parametara stohastickog digitalnog mernog sistema
%
N=input('Unesi ukupan broj odmeraka N = ');
T=input('Unesi podinterval merenja [s] T = ');
H=input('Unesi stepen interpolacije - broj Furijeovih koeficijenata H = ');
B1=input('Unesi broj bita ADC1 B1 = ');
B2=input('Unesi broj bita ADC2 B2 = ');
UMIN1=input('Unesi minimalni nivo napona ADC1 UMIN1[V] = ');
UMAX1=input('Unesi maksimalni nivo napona ADC1 UMAX1[V] = ');
UMIN2=input('Unesi minimalni nivo napona ADC2 UMIN2[V] = ');
UMAX2=input('Unesi maksimalni nivo napona ADC2 UMAX2[V] = ');
Ap=input('Unesi prvi koeficijent ulaznog pravougaonog signala Ap[V] = ');
A0=input('Unesi jednosmernu komponentu ulaznog signala [V] A0 = ');
f=input('Unesi frekvenciju ulaznog signala [Hz] f = ');
Sa=input('Unesi amplitudu pomoćnog signala [V] Sa = ');
%
Fs=N/T;
%
% Definisanje parametara analogno-digitalnog konvertora ADC1
%
% DMAX1 maksimalni izlaz iz ADC1
% UMIN1 negativni referentni napon ADC1 (V)
% UMAX1 pozitivni referentni napon ADC1 (V)
% DELTA1 rezolucija (kvant) ADC1 (V)
%
DMAX1=2^B1-1;
DELTA1=(UMAX1-UMIN1)/DMAX1;
%
% Definisanje parametara analogno-digitalnog konvertora ADC2
%
% DMAX2 maksimalni izlaz iz ADC2
% UMIN2 negativni referentni napon ADC2 (V)
% UMAX2 pozitivni referentni napon ADC2 (V)
% DELTA2 rezolucija (kvant) ADC2 (V)
%
DMAX2=2^B2-1;
DELTA2=(UMAX2-UMIN2)/DMAX2;
%
% Parametri kvantizacije
%
% MAXGRES1 maksimalna greška merenja u tački je greška kvantizacije ADC1(V)
% MAXGRES2 maksimalna greška merenja u tački je greška kvantizacije ADC2(V)
%
MAXGRES1=DELTA1/2;
MAXGRES2=DELTA2/2;
KADC1=DELTA1/N;
%
% Ostali parametri
%
% Ap prvi koeficijent amplituda ulaznog periodičnog signala (V)
% A0 jednosmerna komponenta ulaznog signala (V)
% Fs frekvencija odmeravanja (Hz)
% Sa amplituda pomoćne sinusoide (V)
% f frekvencija ulaznog signala (Hz)
% AKUM akumulacija ulaznog signala
% REZMER rezultat merenja DC komponente ulaznog signala
% AKUSIN akumulacija harmonika sinusne komponente ulaznog signala
% AKUCOS akumulacija harmonika kosinusne komponente ulaznog signala
% SVASIN srednja vrednost harmonika sinusne komponente akumulatora
% SVACOS srednja vrednost harmonika kosinusne komponente akumulatora
```

```

% RSIN digitalna vrednost amplitude pomocne sinusoidne
% RCOS digitalna vrednost amplitude pomocne kosinusoidne
% FDSIN Fourierov koef. tj. digitalna amplituda sinusne komponente
% FDCOS Fourierov koef., digitalna amplituda kosinusne komponente
% FASIN Fourierov koef. tj. analogna amplituda sinusne komponente
% FACOS Fourierov koef., analogna amplituda kosinusne komponente
% GMSIN greška merenja harmonika sinusne komponente ulaznog signala
% GMCOS greška merenja harmonika kosinusne komponente ulaznog signala
% GPSIN procentualna greška merenja harmonika sinusne komponente ulaza
% GPCOS procentualna greška merenja harmonika kosinusne komponente ulaza
% GOSIN greška merenja u odnosu na opseg harmonika sinusne komponente
% GOCOS greška merenja u odnosu na opseg harmonika kosinusne komponente
% GRESMER greška merenja DC komponente ulaznog signala (V)
% GMPROC procentualna greška merenja DC komponente ulaznog signala (%)
% GMO greška merenja u odnosu na opseg DC komponente ulaznog signala (%)
%

```

14. Kod Matlab programa „Slozenopravougaoni.m“

```

% STOHAŠTIČKO DIGITALNO MERENJE NA INTERVALU (SDMI) - nepravilni
% slozenoperiodicni pravougaoni signal
%
clear
%
% Sistemski parametri
%
SDMIslozenopravougaoni;
%
% ULAZNI SIGNAL
% pravougaon ulazni mereni pravougaoni signal (V)
% se rekonstruisani signal izmeren metodom SDMI pomocu Furijeovih koef.
% dl dimer ulaznog signala (V)
% xp=sp+dl suma ulaznog i dimer signala (V)
% POMOĆNI SIGNAL
% sas pomoćni signal sinusne komponente (V)
% sac pomoćni signal kosinusne komponente (V)
% d2s dimer signal sinusne komponente (V)
% d2c dimer signal kosinusne komponente (V)
% xas=sas+d2s suma pomoćnog i dimer signala sinusne komponente (V)
% xac=sac+d2c suma pomoćnog i dimer signala kosinusne komponente (V)
% IZLAZNI SIGNALI
% PSIE digitalizovana dimerovani ulazni signal (digitalni izlaz iz ADC1)
% PSIASIN digitalizovana sinus bazična funkcija (izlaz iz ADC2-memorije)
% PSIAcos digitalizovana kosinus bazična funkcija (izlaz iz ADC2-memorije)
% PSISIN izlaz iz množača sinusne komponente ulaznog signala
% PSICOS izlaz iz množača kosinusne komponente ulaznog signala
% VEKTORI FUNKCIJA I PARAMETRI SIMULACIJE
% vti vektor vremenskih trenutaka
% vsas(n,HARMBR) vektor pomoćnog signala sinusne komponente
% vsac(n,HARMBR) vektor pomoćnog signala kosinusne komponente
% vse(n,j) vektor izmerenog ulaznog signala (V)
% vroj(o,j) vektor razlike između originalnog i izmerenog ulaza
% vag(o,j) vektor apsolutne greške merenja
% vog(o,j) vektor greske merenja u odnosu na opseg
% vrg(o,j) vektor relativne greske merenja
% pvhs suma merenja viših harmonika sinus komponenti ulaznog signala
% pvhc suma merenja viših harmonika kosinus komponenti ulaznog signala
% pse pomoćni brojač kod sabiranja izmerenih vrednosti ulaza se
% Fbs suma proizvoda Furijeovih koef. i SDMI sinus vremenskih funkcija
% Fac suma proizvoda Furijeovih koef. i SDMI kosinus vremenskih funkcija
% FSIN trigonometrijska serija vremenskih sinus funkcija
% FCOS trigonometrijska vremenska serija kosinus funkcija
% grsum pomoćni brojač sume svih apsolutnih grešaka merenja (sum(apsgres))
% grsred srednja vrednost apsolutne greške merenja ((suma apsgres)/N)
% grmax maksimum funkcije stvarne greške merenja
% grmin minimum funkcije stvarne greške merenja (originalni-izmereni)
% apsgres apsolutna greška merenja abs(razlika stvarne i izmerene vred.)
% sumkvadag pomoćni brojač sume kvadrata apsolutnih grešaka
% var srednje kvadratna greška merenja ili varijansa
% srgres srednja vrednost stvarne greske (sumsgr/N)
% sumsgr pomoćni brojač sume (stvarni - izmereni)
% opseg greska merenja u odnosu na opseg (%)
% gopsegm maksimalna procentualna greska merenja u odnosu na opseg (%)
% relgres relativna greska merenja (abs(apsgres/stvarni ulaz)) (%)
% sigma standardna devijacija greske merenja
%
% Brojač kolona polja
j=1;
%
for n=1:N
    redbr(n,j)=n;

```

```

ti=(n-1)*1000*T/N;
vti(n,j)=ti;
ps=0;
for HARMBR=1:H
    A=Ap/HARMBR;
    arg=2*pi*f*ti/1000;
    pravougaon=A*sqrt(HARMBR*arg,50);
    vpravougaon(n,HARMBR)=pravougaon;
    ps=ps+pravougaon;
    sas=Sa*sin(2*pi*HARMBR*1/T*ti/1000);
    vsas(n,HARMBR)=sas;
    d2s(n,HARMBR)=(-1)*MAXGRES2+rand*DELTA2;
    xas(n,HARMBR)=vsas(n,HARMBR)+d2s(n,HARMBR);
    PSIsin(n,HARMBR)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(xas(n,HARMBR)-UMIN2+MAXGRES2));
    sac=Sa*cos(2*pi*HARMBR*1/T*ti/1000);
    vsac(n,HARMBR)=sac;
    d2c(n,HARMBR)=(-1)*MAXGRES2+rand*DELTA2;
    xac(n,HARMBR)=vsac(n,HARMBR)+d2c(n,HARMBR);
    PSIsin(n,HARMBR)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(xac(n,HARMBR)-UMIN2+MAXGRES2));
end
sp=A0+ps;
vsp(n,j)=sp;
d1(n,j)=(-1)*MAXGRES1+rand*DELTA1;
xp(n,j)=vsp(n,j)+d1(n,j);
PSIe(n,j)=floor((DMAX1/(UMAX1-UMIN1))*(xp(n,j)-UMIN1+MAXGRES1));
for k=1:H
    PSIsin(n,k)=(PSIe(n,j)-(2^(B1-1)-1))*(PSIsin(n,k)-(2^(B2-1)-1));
    PSIsin(n,k)=(PSIe(n,j)-(2^(B1-1)-1))*(PSIsin(n,k)-(2^(B2-1)-1));
end
end
%
% Izlaz iz akumulatora je suma svih N uzoraka diterovanog digitalnog ulaza
AKUM=sum(PSIe);
%
% Merenje istosmerne komponente ulaznog signala
REZMER=UMIN1+AKUM*KADC1;
GRESMER=abs(A0-REZMER);
GMPROC=abs(GRESMER/A0)*100;
GMO=abs(GRESMER/(UMAX1-UMIN1))*100;
%
% Merenje harmonika sinusne i kosinusne komponente ulaznog signala
%
for m=1:H
    pvhs=0;
    pvhc=0;
    for l=1:N
        pvhs=pvhs+PSIsin(l,m);
        pvhc=pvhc+PSIcos(l,m);
    end
    AKUSIN(j,m)=pvhs;
    SVASIN(j,m)=AKUSIN(j,m)/N;
    RSIN(j,m)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(Sa-UMIN2+MAXGRES2)-(2^(B2-1)-1));
    FDSIN(j,m)=2*SVASIN(j,m)/RSIN(j,m);
    FASIN(j,m)=FDSIN(j,m)*DELTA1;
    GMSIN(j,m)=abs((Ap/m)-FASIN(j,m));
    GPSIN(j,m)=abs(GMSIN(j,m)/(Ap/m))*100;
    GOSIN(j,m)=abs(GMSIN(j,m)/(UMAX1-UMIN1))*100;
    AKUCOS(j,m)=pvhc;
    SVACOS(j,m)=AKUCOS(j,m)/N;
    RCOS(j,m)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(Sa-UMIN2+MAXGRES2)-(2^(B2-1)-1));
    FDCOS(j,m)=2*SVACOS(j,m)/RCOS(j,m);
    FACOS(j,m)=FDCOS(j,m)*DELTA1;
    GMCOS(j,m)=abs((Ap/m)-FACOS(j,m));
    GPCOS(j,m)=abs(GMCOS(j,m)/(Ap/m))*100;
    GOCOS(j,m)=abs(GMCOS(j,m)/(UMAX1-UMIN1))*100;
end
%
% Trigonometrijski oblik rekonstruisanog ulaznog signala
% SDMI (pomoću Furijeovih koef.)
%
for i=1:N
    ti=(i-1)*1000*T/N;
    Fbs=0;
    Fac=0;
    for k=1:H
        FSIN=sin(k*2*pi*1/T*ti/1000);
        Fbs=Fbs+FSIN(j,k)*FSIN;
        FCOS=cos(k*2*pi*1/T*ti/1000);
        Fac=Fac+FACOS(j,k)*FCOS;
    end
    se=REZMER+Fbs+Fac;
    vse(i,j)=se;
end

```

```

end
%
% Proračun greške merenja u diskretnim trenucima  $0 \leq t_i \leq T$  intervala merenja
%
grsum=0;
sumkvadag=0;
sumsgr=0;
for o=1:N
    vroj(o,j)=vsp(o,j)-vse(o,j);
    sumsgr=sumsgr+vroj(o,j);
    apsgres=abs(vroj(o,j));
    vag(o,j)=apsgres;
    grsum=grsum+apsgres;
    sumkvadag=sumkvadag+apsgres^2;
    opseg=abs(apsgres/(UMAX1-UMIN1))*100;
    vog(o,j)=opseg;
    relgres=abs(apsgres/vsp(o,j))*100;
    vrg(o,j)=relgres;
end
% Maksimalna greška odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
grmax=max(vroj);
%
% Maksimalna procentualna greška odstupanja rekonstruisanog prema
% originalnom signalu u odnosu na merni opseg
gopsegm=max(opseg);
%
% Srednja vrednost apsolutne greške odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
grsred=grsum/N;
%
% Srednja vrednost stvarne greške odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
srgres=sumsgr/N;
%
% Minimum greška odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
grmin=min(vroj);
%
% Varijansa ili srednjekvadratna greska odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
var=sumkvadag/N;
%
% Standardna devijacija odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
sigma=sqrt(var);
%
% Prikaz grafova signala
%
figure
hold on
plot(vti,vpravougaon)
poruka=['Ulazni pravougaoni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('pravougaon(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vsp)
poruka=['Ulazni složenoperiodični pravougaoni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('sp(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d1)
poruka=['Diter ulaznog signala '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d1 [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xp)
poruka=['Diterovan složenoperiodični pravougaoni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xp(ti)=sp(ti)+d1 [V] ');
hold off
%

```

```

figure
hold on
plot(vti,PSIe)
poruka=['Izlazni signal iz ADC1 '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIe(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vsas)
poruka=['Pomoćni sinusni signal '];
title(poruka);
legend('Harmonici SIN komponenti ');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('sas(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d2s)
poruka=['Diter sinusne komponente pomoćnog signala '];
title(poruka);
legend('Šum SIN komponenti ');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d2s [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xas)
poruka=['Diterovana pomoćna sinusna komponenta '];
title(poruka);
legend('Harmonici SIN komponenti ');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xas(ti)=sas(ti)+d2s [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIasin)
poruka=['Pomoćna diterovana digitalizovana sinusna komponenta '];
title(poruka);
legend('Harmonici SIN komponenti pomoćnog signala ');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIasin(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIsin)
poruka=['Digitalizovani sinusni harmonici ulaza (izlaz množača) '];
title(poruka);
legend('Merenje SIN komponenti ulaznog signala ');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIsin ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vsac)
poruka=['Pomoćni kosinusni signal '];
title(poruka);
legend('Harmonici COS komponenti ');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('sac(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d2c)
poruka=['Diter kosinusne komponente pomoćnog signala '];
title(poruka);
legend('Šum COS komponenti ');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d2c [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xac)

```



```

poruka=['Diterovana pomoćna kosinusna komponenta '];
title(poruka);
legend('Harmonici COS komponenti ');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xac(ti)=sac(ti)+d2c [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIacos)
poruka=['Pomoćna diterovana digitalizovana kosinusna komponenta '];
title(poruka);
legend('Harmonici COS komponenti pomocnog signal šum ');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIacos(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIcos)
poruka=['Digitalizovani kosinusni harmonici ulaza (izlaz množača) '];
title(poruka);
legend('Merenje COS komponenti ulaznog signala ');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIcos ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vse,'r')
poruka=['SDMI rekonstruisani ulazni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('se(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vse,'r')
plot(vti,vsp,'b')
poruka=['Komparacija originalnog i rekonstruisanog signala SDMI metodom '];
title(poruka);
legend('SDMI rekonstruisani signal (V)',...
'Originalni slozeni signal (V)');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('Amplituda [V]');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vroi,'k')
poruka=['Stvarna greška merenja (originalni-rekonstruisani signal) '];
title(poruka);
text(0,grmax,[' \leftarrow Max. greške = ',num2str(grmax)])
text(1.8,grmin,[' \leftarrow Min. greške = ',num2str(grmin)])
text(10,grmax/2,[' Srednja vrednost greške = ',num2str(gr sred)],...
'HorizontalAlignment','center',...
'VerticalAlignment','top',...
'EdgeColor','green',...
'BackgroundColor',[0 1 0]);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('vroi=vsp-vse [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vag,'m')
poruka=['Apsolutna greška merenja ulaznog signala metodom SDMI '];
title(poruka);
text(3,var*10,[' \leftarrow Srednje kvadratna greška = ',num2str(var)])
text(8,gr sred*8,[' Srednja vrednost apsolutne greške = ',num2str(gr sred)],...
'HorizontalAlignment','center',...
'VerticalAlignment','top',...
'EdgeColor','green',...
'BackgroundColor',[0 1 0]);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('apsgres(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vog,'m')

```

```

poruka=['Greška merenja ulaznog signala metodom SDMI u odnosu na opseg '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('opseg(ti) [%]');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vrg,'m')
poruka=['Relativna greška merenja ulaznog signala SDMI '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('relgres(ti) [%]');
hold off
%

```

15. Kod Matlab programa „SDMItestera.m“

```

% Datoteka ulaznih sistemskih parametara za simulaciju merenja
% testerastog signala izracunavanjem Furijeovih koeficijenta
%
% DISKRETIZACIJA
%
% N broj odmeraka
% n redni broj uzorka
% T podinterval merenja (s)
% ti vremenski trenutak (ms)
% H stepen polinoma (broj merenih Furijeovih sin+cos koeficijenata)
%
% Unos parametara stohastickog digitalnog mernog sistema
%
N=input('Unesi ukupan broj odmeraka N = ');
T=input('Unesi podinterval merenja [s] T = ');
H=input('Unesi stepen interpolacije - broj Furijeovih koeficijenata H = ');
B1=input('Unesi broj bita ADC1 B1 = ');
B2=input('Unesi broj bita ADC2 B2 = ');
UMIN1=input('Unesi minimalni nivo napona ADC1 UMIN1[V] = ');
UMAX1=input('Unesi maksimalni nivo napona ADC1 UMAX1[V] = ');
UMIN2=input('Unesi minimalni nivo napona ADC2 UMIN2[V] = ');
UMAX2=input('Unesi maksimalni nivo napona ADC2 UMAX2[V] = ');
At=input('Unesi amplitudu ulaznog testerastog signala At[V] = ');
A0=input('Unesi jednosmernu komponentu ulaznog signala [V] A0 = ');
f=input('Unesi frekvenciju ulaznog signala [Hz] f = ');
Sa=input('Unesi amplitudu pomoćnog signala [V] Sa = ');
%
Fs=N/T;
%
% Definisanje parametara analogno-digitalnog konvertora ADC1
%
% DMAX1 maksimalni izlaz iz ADC1
% UMIN1 negativni referentni napon ADC1 (V)
% UMAX1 pozitivni referentni napon ADC1 (V)
% DELTA1 rezolucija (kvant) ADC1 (V)
%
DMAX1=2^B1-1;
DELTA1=(UMAX1-UMIN1)/DMAX1;
%
% Definisanje parametara analogno-digitalnog konvertora ADC2
%
% DMAX2 maksimalni izlaz iz ADC2
% UMIN2 negativni referentni napon ADC2 (V)
% UMAX2 pozitivni referentni napon ADC2 (V)
% DELTA2 rezolucija (kvant) ADC2 (V)
%
DMAX2=2^B2-1;
DELTA2=(UMAX2-UMIN2)/DMAX2;
%
% Parametri kvantizacije
%
% MAXGRES1 maksimalna greška merenja u tački je greška kvantizacije ADC1(V)
% MAXGRES2 maksimalna greška merenja u tački je greška kvantizacije ADC2(V)
%
MAXGRES1=DELTA1/2;
MAXGRES2=DELTA2/2;
KADC1=DELTA1/N;
%
% Ostali parametri
%
% At amplituda ulaznog testerastog signala (V)
% A0 jednosmerna komponenta ulaznog signala (V)
% Fs frekvencija odmeravanja (Hz)

```

```

% Sa amplituda pomoćnog signala (V)
% f frekvencija (osnovna ili fundamentalna) ulaznog signala (Hz)
% AKUM akumulacija digitalizovanog diterovanog ulaznog signala
% REZMER rezultat merenja DC komponente ulaznog signala
% AKUSIN akumulacija harmonika sinusne komponente ulaznog signala
% AKUCOS akumulacija harmonika kosinusne komponente ulaznog signala
% SVASIN srednja vrednost harmonika sinusne komponente akumulatora
% SVACOS srednja vrednost harmonika kosinusne komponente akumulatora
% RSIN digitalna vrednost amplitude harmonika sinusne komponente ulaza
% RCOS digitalna vrednost amplitude harmonika kosinusne komponente ulaza
% FDSIN Fourieov koef. tj. digitalna amplituda harmonika sinusne komponente
% FDCOS Fourieov koef., digitalna amplituda harmonika kosinusne komponente
% FASIN Fourieov koef. tj. analogna amplituda harmonika sinusne komponente
% FACOS Fourieov koef., analogna amplituda harmonika kosinusne komponente
% GMSIN apsolutna greška merenja harmonika sinusne komponente ulaza
% GMCOS apsolutna greška merenja harmonika kosinusne komponente ulaza
% GPSIN relativna greška merenja harmonika sinusne komponente ulaza (%)
% GPCOS relativna greška merenja harmonika kosinusne komponente ulaza (%)
% GOSIN greška merenja u odnosu na opseg harmonika sinusne komponente (%)
% GOCOS greška merenja u odnosu na opseg harmonika kosinusne komponente (%)
% GRESMER apsolutna greška merenja DC komponente ulaznog signala (V)
% GMPROC relativna greška merenja DC komponente ulaznog signala (%)
% GMO greška merenja DC komponente u odnosu na opseg ulaznog signala (%)
%

```

16. Kod Matlab programa „Prostatestera.m“

```

% STOHAŠTIČKO DIGITALNO MERENJE NA INTERVALU (SDMI) - prosti testerasti
% signali - merenje Furijeovih koeficijenta
clear
%
% Sistemski parametri
%
SDMITestera;
%
% ULAZNI SIGNAL
% testera ulazni mereni testerasti signal (V)
% se rekonstruisani signal izmeren metodom SDMI pomocu Furijeovih koef.
% dl diter ulaznog signala (V)
% x=s+dl suma ulaznog i diter signala (V)
% POMOCNI SIGNAL
% sas pomoćni signal sinusne komponente (V)
% sac pomocni signal kosinusne komponente (V)
% d2s diter signal sinusne komponente (V)
% d2c diter signal kosinusne komponente (V)
% xas=sas+d2s suma pomoćnog i diter signala sinusne komponente (V)
% xac=sac+d2c suma pomoćnog i diter signala kosinusne komponente (V)
% IZLAZNI SIGNALI
% PS1e digitalizovana diterovani ulazni signal (digitalni izlaz iz ADC1)
% PS1asin digitalizovana sinus bazična funkcija (izlaz iz ADC2-memorije)
% PS1acos digitalizovana kosinus bazična funkcija (izlaz iz ADC2-memorije)
% PS1sin izlaz iz množača sinusne komponente ulaznog signala
% PS1cos izlaz iz množača kosinusne komponente ulaznog signala
% VEKTORI FUNKCIJA I PARAMETRI SIMULACIJE
% vti vektor vremenskih trenutaka
% vsas(n,HARMBR) vektor pomoćnog signala sinusne komponente
% vsac(n,HARMBR) vektor pomoćnog signala kosinusne komponente
% vse(n,j) vektor izmerenog ulaznog signala (V)
% vroj(o,j) vektor razlike između originalnog i izmerenog ulaza
% vag(o,j) vektor apsolutne greške merenja
% vog(o,j) vektor greske merenja u odnosu na opseg
% vrg(o,j) vektor relativne greske merenja
% pvhs suma merenja viših harmonika sinus komponenti ulaznog signala
% pvhc suma merenja viših harmonika kosinus komponenti ulaznog signala
% pse pomoćni brojač kod sabiranja izmerenih vrednosti ulaza se
% Fbs suma proizvoda Furijeovih koef. i SDMI sinus vremenskih funkcija
% Fac suma proizvoda Furijeovih koef. i SDMI kosinus vremenskih funkcija
% FSIN trigonometrijska serija vremenskih sinus funkcija
% FCOS trigonometrijska vremenska serija kosinus funkcija
% grsum pomoćni brojač sume svih apsolutnih grešaka merenja (sum(apsgres))
% grsred srednja vrednost apsolutne greške merenja ((suma apsgres)/N)
% gmax maksimum funkcije stvarne greške merenja
% grmin minimum funkcije stvarne greške merenja (originalni-izmereni)
% apsgres apsolutna greška merenja abs(razlika stvarne i izmerene vred.)
% sumkvadrag pomocni brojac sume kvadrata apsolutnih grešaka
% var srednje kvadratna greška merenja ili varijansa
% srgres srednja vrednost stvarne greske (sumsgr/N)
% sumsgr pomocni brojac sume (stvarni - izmereni)
% opseg greska merenja u odnosu na opseg (%)
% gopsegm maksimalna procentualna greska merenja u odnosu na opseg (%)
% relgres relativna greska merenja (abs(apsgres/stvarni ulaz)) (%)

```

```

% sigma standardna devijacija greske merenja
%
% Brojač kolona polja
j=1;
%
for n=1:N
    redbr(n,j)=n;
    ti=(n-1)*1000*T/N;
    vti(n,j)=ti;
    arg=2*pi*f*ti/1000;
    testera=At*sawtooth(arg,0.5);
    vtestera(n,j)=testera;
    d1(n,j)=(-1)*MAXGRES1+rand*DELTA1;
    xt(n,j)=vtestera(n,j)+d1(n,j);
    PSIE(n,j)=floor((DMAX1/(UMAX1-UMIN1))*(xt(n,j)-UMIN1+MAXGRES1));
    for HARMBR=1:H
        sas=Sa*sin(2*pi*HARMBR*(1/T)*ti/1000);
        vsas(n,HARMBR)=sas;
        d2s(n,HARMBR)=(-1)*MAXGRES2+rand*DELTA2;
        xas(n,HARMBR)=vsas(n,HARMBR)+d2s(n,HARMBR);
        PSIASIN(n,HARMBR)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(xas(n,HARMBR)-UMIN2+MAXGRES2));
        sac=Sa*cos(2*pi*HARMBR*(1/T)*ti/1000);
        vsac(n,HARMBR)=sac;
        d2c(n,HARMBR)=(-1)*MAXGRES2+rand*DELTA2;
        xac(n,HARMBR)=vsac(n,HARMBR)+d2c(n,HARMBR);
        PSIIACOS(n,HARMBR)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(xac(n,HARMBR)-UMIN2+MAXGRES2));
    end
    for k=1:H
        PSISIN(n,k)=(PSIE(n,j)-(2^(B1-1)-1))*(PSIASIN(n,k)-(2^(B2-1)-1));
        PSICOS(n,k)=(PSIE(n,j)-(2^(B1-1)-1))*(PSIIACOS(n,k)-(2^(B2-1)-1));
    end
end
%
% Izlaz iz akumulatora je suma svih N uzoraka diterovanog digitalnog ulaza
AKUM=sum(PSIE);
%
% Merenje istosmerne komponente ulaznog signala
REZMER=UMIN1+AKUM*KADCL;
GRESMER=abs(A0-REZMER);
GMPROC=abs(GRESMER/A0)*100;
GMO=abs(GRESMER/(UMAX1-UMIN1))*100;
%
% Merenje harmonika sinusne i kosinusne komponente ulaznog signala
for m=1:H
    pvhs=0;
    pvhc=0;
    for l=1:N
        pvhs=pvhs+PSISIN(l,m);
        pvhc=pvhc+PSICOS(l,m);
    end
    AKUSIN(j,m)=pvhs;
    SVASIN(j,m)=AKUSIN(j,m)/N;
    RSIN(j,m)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(Sa-UMIN2+MAXGRES2))-(2^(B2-1)-1);
    FDSIN(j,m)=2*SVASIN(j,m)/RSIN(j,m);
    FASIN(j,m)=FDSIN(j,m)*DELTA1;
    GMSIN(j,m)=abs(At-FASIN(j,m));
    GPSIN(j,m)=abs(GMSIN(j,m)/At)*100;
    GOSIN(j,m)=abs(GMSIN(j,m)/(UMAX1-UMIN1))*100;
    AKUCOS(j,m)=pvhc;
    SVACOS(j,m)=AKUCOS(j,m)/N;
    RCOS(j,m)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(Sa-UMIN2+MAXGRES2))-(2^(B2-1)-1);
    FDCOS(j,m)=2*SVACOS(j,m)/RCOS(j,m);
    FACOS(j,m)=FDCOS(j,m)*DELTA1;
    GMCOS(j,m)=abs(At-FACOS(j,m));
    GPCOS(j,m)=abs(GMCOS(j,m)/At)*100;
    GOCOS(j,m)=abs(GMCOS(j,m)/(UMAX1-UMIN1))*100;
end
%
% Merenje Furijeovih koeficijenata i trigonometrijski prikaz
% rekonstruisanog ulaznog signala primenom metode SDMI
for i=1:N
    ti=(i-1)*1000*T/N;
    Fbs=0;
    Fac=0;
    for k=1:H
        FSIN=sin(k*2*pi*(1/T)*ti/1000);
        Fbs=Fbs+FASIN(j,k)*FSIN;
        FCOS=cos(k*2*pi*(1/T)*ti/1000);
        Fac=Fac+FACOS(j,k)*FCOS;
    end
    se=REZMER+Fbs+Fac;
    vse(i,j)=se;
end

```

```

end
%
% Proračun greške merenja u diskretnim trenucima  $0 \leq t_i \leq T$  intervala merenja
%
grsum=0;
sumkvadag=0;
sumsgr=0;
for o=1:N
    vroi(o,j)=vtestera(o,j)-vse(o,j);
    sumsgr=sumsgr+vroi(o,j);
    apsgres=abs(vroi(o,j));
    vag(o,j)=apsgres;
    grsum=grsum+apsgres;
    sumkvadag=sumkvadag+apsgres^2;
    opseg=abs(apsgres/(UMAX1-UMIN1))*100;
    vog(o,j)=opseg;
    relgres=abs(apsgres/vtestera(o,j))*100;
    vrg(o,j)=relgres;
end
% Maksimalna greška odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
grmax=max(vroi);
%
% Maksimalna procentualna greška odstupanja rekonstruisanog prema
% originalnom signalu u odnosu na merni opseg
gopsegm=max(opseg);
%
% Srednja vrednost apsolutne greške odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
grsred=grsum/N;
%
% Srednja vrednost stvarne greška odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
srgres=sumsgr/N;
%
% Minimum greška odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
grmin=min(vroi);
%
% Varijansa ili srednjekvadratna greska odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
var=sumkvadag/N;
%
% Standardna devijacija odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
sigma=sqrt(var);
%
% Prikaz grafova signala
%
figure
hold on
plot(vti,vtestera)
poruka=['Ulazni testerasti signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('testera(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d1)
poruka=['Ulazni diter signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d1 [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xt)
poruka=['Diterovani ulazni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xt(ti)=vtestera(ti)+d1(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIe)
poruka=['Digitalizovani diterovani ulaz (izlaz iz ADC1)'];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIe(ti) ');
hold off
%

```

```

figure
hold on
plot(vti,vsas)
poruka=['Pomoćni sinusni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('sas(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d2s)
poruka=['Diter sinusne komponente pomoćnog signala '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d2s [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xas)
poruka=['Diterovana pomoćna sinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xas(ti)=sas(ti)+d2s(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIasin)
poruka=['Pomoćna diterovana digitalizovana sinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIasin(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIisin)
poruka=['Digitalizovani sinusni harmonici ulaza (izlaz množača) '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIisin ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vsac)
poruka=['Pomoćni kosinusni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('sac(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d2c)
poruka=['Diter kosinusne komponente pomoćnog signala '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d2c [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xac)
poruka=['Diterovana pomoćna kosinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xac(ti)=sac(ti)+d2c(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIacos)
poruka=['Kosinusna komponenta izlaznog signala iz ADC2 '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIacos(ti) ');
hold off
%
figure

```

```

hold on
plot(vti,PSICos)
poruka=['Digitalizovani kosinusni harmonici ulaza (izlaz množača) '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSICos ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vse,'r')
poruka=['SDMI rekonstruisani ulazni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('se(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vse,'r')
plot(vti,vtestera,'b')
poruka=['Komparacija originalnog i rekonstruisanog signala SDMI metodom '];
title(poruka);
legend('SDMI rekonstruisani signal se(V)',...
'Originalni prostoperiodični testerasti signal (V)',0);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('Amplituda [V]');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vroi,'k')
poruka=['Stvarna greška merenja (originalni-rekonstruisani signal) '];
title(poruka);
text(0,grmax,[' \leftarrow Max. greške = ',num2str(grmax)])
text(1.8,grmin,[' \leftarrow Min. greške = ',num2str(grmin)])
text(10,grmin/2,['Srednja vrednost razlike stvarne i izmerene vrednosti = ',num2str(srgres)],...
'HorizontalAlignment','center',...
'VerticalAlignment','top',...
'EdgeColor','green',...
'BackgroundColor',[0 1 0]);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('vroi=vtestera-vse [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vag,'m')
poruka=['Apsolutna greska merenja ulaznog signala SDMI '];
title(poruka);
text(3,0.55,[' \leftarrow Srednje kvadratna greška = ',num2str(var)])
text(8,0.75,[' Srednja vrednost apsolutne greške = ',num2str(grsred)],...
'HorizontalAlignment','center',...
'VerticalAlignment','top',...
'EdgeColor','green',...
'BackgroundColor',[0 1 0]);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('apsgres(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vog,'m')
poruka=['Greska merenja ulaznog signala SDMI u odnosu na opseg '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('opseg(ti) [%]');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vrg,'m')
poruka=['Relativna greska merenja ulaznog signala SDMI '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('relgres(ti) [%]');
hold off
%

```

17. Kod Matlab programa „SDMI slozenatestera.m“

```
%
% SDMI slozenatestera.m
%
% Datoteka ulaznih sistemskih parametara za simulaciju slozenog
% testeratog signala
%
% DISKRETIZACIJA
%
% N broj odmeraka
% n redni broj uzorka
% T podinterval merenja (s)
% ti vremenski trenutak (ms)
% H stepen polinoma (broj merenih Furijeovih sin+cos koeficijenata)
%
% Unos parametara stohastickog digitalnog mernog sistema
%
N=input('Unesi ukupan broj odmeraka N = ');
T=input('Unesi podinterval merenja [s] T = ');
H=input('Unesi stepen interpolacije - broj Furijeovih koeficijenata H = ');
B1=input('Unesi broj bita ADC1 B1 = ');
B2=input('Unesi broj bita ADC2 B2 = ');
UMIN1=input('Unesi minimalni nivo napona ADC1 UMIN1[V] = ');
UMAX1=input('Unesi maksimalni nivo napona ADC1 UMAX1[V] = ');
UMIN2=input('Unesi minimalni nivo napona ADC2 UMIN2[V] = ');
UMAX2=input('Unesi maksimalni nivo napona ADC2 UMAX2[V] = ');
At=input('Unesi prvi koeficijent ulaznog testerastog signala At[V] = ');
A0=input('Unesi jednosmernu komponentu ulaznog signala [V] A0 = ');
f=input('Unesi frekvenciju ulaznog signala [Hz] f = ');
Sa=input('Unesi amplitudu pomoćnog signala [V] Sa = ');
%
Fs=N/T;
%
% Definisanje parametara analogno-digitalnog konvertora ADC1
%
% DMAX1 maksimalni izlaz iz ADC1
% UMIN1 negativni referentni napon ADC1 (V)
% UMAX1 pozitivni referentni napon ADC1 (V)
% DELTA1 rezolucija (kvant) ADC1 (V)
%
DMAX1=2^B1-1;
DELTA1=(UMAX1-UMIN1)/DMAX1;
%
% Definisanje parametara analogno-digitalnog konvertora ADC2
%
% DMAX2 maksimalni izlaz iz ADC2
% UMIN2 negativni referentni napon ADC2 (V)
% UMAX2 pozitivni referentni napon ADC2 (V)
% DELTA2 rezolucija (kvant) ADC2 (V)
%
DMAX2=2^B2-1;
DELTA2=(UMAX2-UMIN2)/DMAX2;
%
% Parametri kvantizacije
%
% MAXGRES1 maksimalna greška merenja u tački je greška kvantizacije ADC1 (V)
% MAXGRES2 maksimalna greška merenja u tački je greška kvantizacije ADC2 (V)
%
MAXGRES1=DELTA1/2;
MAXGRES2=DELTA2/2;
KADC1=DELTA1/N;
%
% Ostali parametri
%
% Ap prvi koeficijent amplituda ulaznog složenoperiodičnog signala (V)
% A0 jednosmerna komponenta ulaznog signala (V)
% Fs frekvencija odmeravanja (Hz)
% Sa amplituda pomoćne sinusoide (V)
% f frekvencija ulaznog signala (Hz)
% AKUM akumulacija ulaznog signala
% REZMER rezultat merenja DC komponente ulaznog signala
% AKUSIN akumulacija harmonika sinusne komponente ulaznog signala
% AKUCOS akumulacija harmonika kosinusne komponente ulaznog signala
% SVASIN srednja vrednost harmonika sinusne komponente akumulatora
% SVACOS srednja vrednost harmonika kosinusne komponente akumulatora
% RSIN digitalna vrednost amplitude pomocne sinusoide
% RCOS digitalna vrednost amplitude pomocne kosinusoide
% FDSIN Fourierov koef. tj. digitalna amplituda sinusne komponente
% FDCOS Fourierov koef., digitalna amplituda kosinusne komponente
% FASIN Fourierov koef. tj. analogna amplituda sinusne komponente
% FACOS Fourierov koef., analogna amplituda kosinusne komponente
```



```

% GMSIN greška merenja harmonika sinusne komponente ulaznog signala
% GMCOS greška merenja harmonika kosinusne komponente ulaznog signala
% GPSIN procentualna greška merenja harmonika sinusne komponente ulaza
% GPCOS procentualna greška merenja harmonika kosinusne komponente ulaza
% GOSIN greška merenja u odnosu na opseg harmonika sinusne komponente
% GOCOS greška merenja u odnosu na opseg harmonika kosinusne komponente
% GRESMER greška merenja DC komponente ulaznog signala (V)
% GMPROC procentualna greška merenja DC komponente ulaznog signala (%)
% GMO greška merenja u odnosu na opseg DC komponente ulaznog signala (%)
%

```

18. Kod Matlab programa „Slozenatestera.m“

```

% STOHAŠTIČKO DIGITALNO MERENJE NA INTERVALU (SDMI) - složeni
% testerasti signali - merenje Furijeovih koeficijenata
%
clear
%
% Sistemski parametri
%
SDMIslozenatestera;
%
% ULAZNI SIGNAL
% testera ulazni mereni složeni testerasti signal (V)
% se rekonstruisani signal izmeren metodom SDMI pomocu Furijeovih koef.
% dl diter ulaznog signala (V)
% xt=st+dl suma ulaznog i diter signala (V)
% POMOCNI SIGNAL
% sas pomoćni signal sinusne komponente (V)
% sac pomoćni signal kosinusne komponente (V)
% d2s diter signal sinusne komponente (V)
% d2c diter signal kosinusne komponente (V)
% xas=sas+d2s suma pomoćnog i diter signala sinusne komponente (V)
% xac=sac+d2c suma pomoćnog i diter signala kosinusne komponente (V)
% IZLAZNI SIGNALI
% PSIE digitalizovana diterovani ulazni signal (digitalni izlaz iz ADC1)
% PSIASIN digitalizovana sinus bazična funkcija (izlaz iz ADC2-memorije)
% PSIAcos digitalizovana kosinus bazična funkcija (izlaz iz ADC2-memorije)
% PSISIN izlaz iz množača sinusne komponente ulaznog signala
% PSICOS izlaz iz množača kosinusne komponente ulaznog signala
% VEKTORI FUNKCIJA I PARAMETRI SIMULACIJE
% vti vektor vremenskih trenutaka
% vsas(n,HARMBR) vektor pomoćnog signala sinusne komponente
% vsac(n,HARMBR) vektor pomoćnog signala kosinusne komponente
% vse(n,j) vektor izmerenog ulaznog signala (V)
% vroj(o,j) vektor razlike između originalnog i izmerenog ulaza
% vag(o,j) vektor apsolutne greške merenja
% vog(o,j) vektor greske merenja u odnosu na opseg
% vrg(o,j) vektor relativne greske merenja
% pvhs suma merenja viših harmonika sinus komponenti ulaznog signala
% pvhc suma merenja viših harmonika kosinus komponenti ulaznog signala
% pse pomoćni brojač kod sabiranja izmerenih vrednosti ulaza se
% Fbs suma proizvoda Furijeovih koef. i SDMI sinus vremenskih funkcija
% Fac suma proizvoda Furijeovih koef. i SDMI kosinus vremenskih funkcija
% FSIN trigonometrijska serija vremenskih sinus funkcija
% FCOS trigonometrijska vremenska serija kosinus funkcija
% grsum pomoćni brojač sume svih apsolutnih grešaka merenja (sum(apsgres))
% grsred srednja vrednost apsolutne greške merenja ((suma apsgres)/N)
% grmax maksimum funkcije stvarne greške merenja
% grmin minimum funkcije stvarne greške merenja (originalni-izmereni)
% apsgres apsolutna greška merenja abs(razlika stvarne i izmerene vred.)
% sumkvadag pomoćni brojač sume kvadrata apsolutnih grešaka
% var srednje kvadratna greška merenja ili varijansa
% srgres srednja vrednost stvarne greske (sumsgr/N)
% sumsgr pomoćni brojač sume (stvarni - izmereni)
% opseg greska merenja u odnosu na opseg (%)
% gopsegm maksimalna procentualna greska merenja u odnosu na opseg (%)
% relgres relativna greska merenja (abs(apsgres/stvarni ulaz)) (%)
% sigma standardna devijacija greske merenja
%
% Brojač kolona polja
j=1;
%
for n=1:N
    redbr(n,j)=n;
    ti=(n-1)*1000*T/N;
    vti(n,j)=ti;
    ps=0;
    for HARMBR=1:H
        A=At/HARMBR;
        arg=2*pi*f*ti/1000;
    end
end

```

```

testera=A*sawtooth(HARMBR*arg,0.5);
vtestera(n,HARMBR)=testera;
ps=ps+testera;
sas=Sa*sin(2*pi*HARMBR*1/T*ti/1000);
vsas(n,HARMBR)=sas;
d2s(n,HARMBR)=(-1)*MAXGRES2+rand*DELTA2;
xas(n,HARMBR)=vsas(n,HARMBR)+d2s(n,HARMBR);
PSIasin(n,HARMBR)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(xas(n,HARMBR)-UMIN2+MAXGRES2));
sac=Sa*cos(2*pi*HARMBR*1/T*ti/1000);
vsac(n,HARMBR)=sac;
d2c(n,HARMBR)=(-1)*MAXGRES2+rand*DELTA2;
xac(n,HARMBR)=vsac(n,HARMBR)+d2c(n,HARMBR);
PSIacos(n,HARMBR)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(xac(n,HARMBR)-UMIN2+MAXGRES2));
end
st=A0+ps;
vst(n,j)=st;
d1(n,j)=(-1)*MAXGRES1+rand*DELTA1;
xt(n,j)=vst(n,j)+d1(n,j);
PSIe(n,j)=floor((DMAX1/(UMAX1-UMIN1))*(xt(n,j)-UMIN1+MAXGRES1));
for k=1:H
    PSIisin(n,k)=(PSIe(n,j)-(2^(B1-1)-1))*(PSIasin(n,k)-(2^(B2-1)-1));
    PSICOS(n,k)=(PSIe(n,j)-(2^(B1-1)-1))*(PSIacos(n,k)-(2^(B2-1)-1));
end
end
%
% Izlaz iz akumulatora je suma svih N uzoraka diterovanog digitalnog ulaza
AKUM=sum(PSIe);
%
% Merenje istosmerne komponente ulaznog signala
REZMER=UMIN1+AKUM*KADC1;
GRESMER=abs(A0-REZMER);
GMPROC=abs(GRESMER/A0)*100;
GMO=abs(GRESMER/(UMAX1-UMIN1))*100;
%
% Merenje harmonika sinusne i kosinusne komponente ulaznog signala
%
for m=1:H
    pvhs=0;
    pvhc=0;
    for l=1:N
        pvhs=pvhs+PSIisin(l,m);
        pvhc=pvhc+PSICOS(l,m);
    end
    AKUSIN(j,m)=pvhs;
    SVASIN(j,m)=AKUSIN(j,m)/N;
    RSIN(j,m)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(Sa-UMIN2+MAXGRES2)-(2^(B2-1)-1));
    FDSIN(j,m)=2*SVASIN(j,m)/RSIN(j,m);
    FASIN(j,m)=FDSIN(j,m)*DELTA1;
    GMSIN(j,m)=abs((At/m)-FASIN(j,m));
    GPSIN(j,m)=abs(GMSIN(j,m)/(At/m))*100;
    GOSIN(j,m)=abs(GMSIN(j,m)/(UMAX1-UMIN1))*100;
    AKUCOS(j,m)=pvhc;
    SVACOS(j,m)=AKUCOS(j,m)/N;
    RCOS(j,m)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(Sa-UMIN2+MAXGRES2)-(2^(B2-1)-1));
    FDCOS(j,m)=2*SVACOS(j,m)/RCOS(j,m);
    FACOS(j,m)=FDCOS(j,m)*DELTA1;
    GMCOS(j,m)=abs((At/m)-FACOS(j,m));
    GPCOS(j,m)=abs(GMCOS(j,m)/(At/m))*100;
    GOCOS(j,m)=abs(GMCOS(j,m)/(UMAX1-UMIN1))*100;
end
%
% Trigonometrijski oblik rekonstruisanog ulaznog signala
% SDMI (pomoću Furijeovih koef.)
%
for i=1:N
    ti=(i-1)*1000*T/N;
    Fbs=0;
    Fac=0;
    for k=1:H
        FSIN=sin(k*2*pi*1/T*ti/1000);
        Fbs=Fbs+FASIN(j,k)*FSIN;
        FCOS=cos(k*2*pi*1/T*ti/1000);
        Fac=Fac+FACOS(j,k)*FCOS;
    end
    se=REZMER+Fbs+Fac;
    vse(i,j)=se;
end
%
% Proračun greške merenja u diskretnim trenucima 0<=ti<=T intervala merenja
%
grsum=0;
sumkvadag=0;

```

```

sumsgr=0;
for o=1:N
    vroj(o,j)=vst(o,j)-vse(o,j);
    sumsgr=sumsgr+vroj(o,j);
    apsgres=abs(vroj(o,j));
    vag(o,j)=apsgres;
    grsum=grsum+apsgres;
    sumkvadag=sumkvadag+apsgres^2;
    opseg=abs(apsgres/(UMAX1-UMIN1))*100;
    vog(o,j)=opseg;
    relgres=abs(apsgres/vst(o,j))*100;
    vrg(o,j)=relgres;
end
% Maksimum greška odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
grmax=max(vroj);
%
% Maksimalna procentualna greška odstupanja rekonstruisanog prema
% originalnom signalu u odnosu na merni opseg
gopsegm=max(opseg);
%
% Srednja vrednost apsolutne greške odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
grsred=grsum/N;
%
% Srednja vrednost stvarne greška odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
srgres=sumsgr/N;
%
% Minimum greška odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
grmin=min(vroj);
%
% Varijansa ili srednjekvadratna greska odstupanja rekonstruisanog od
% originalnog signala
var=sumkvadag/N;
%
% Standardna devijacija odstupanja rekonstruisanog od originalnog signala
sigma=sqrt(var);
%
% Prikaz grafova signala
%
% Prikaz grafova signala
%
figure
hold on
plot(vti,vtestera)
poruka=['Ulazni testerasti signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('testera(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vst)
poruka=['Ulazni složenoperiodicni testerasti signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('st(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d1)
poruka=['Diter ulaznog signala '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d1 [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xt)
poruka=['Diterovan složenoperiodični testerasti signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xt(ti)=st(ti)+d1 [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIe)

```

```

poruka=['Izlazni signal iz ADC1 '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIe(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vsas)
poruka=['Pomoćni sinusni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('sas(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d2s)
poruka=['Diter sinusne komponente pomoćnog signala '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d2s [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xas)
poruka=['Diterovana pomoćna sinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xas(ti)=sas(ti)+d2s [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIasin)
poruka=['Pomoćna diterovana digitalizovana sinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIasin(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIsin)
poruka=['Digitalizovani sinusni harmonici ulaza (izlaz množača) '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIsin ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vsac)
poruka=['Pomoćni kosinusni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('sac(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,d2c)
poruka=['Diter kosinusne komponente pomoćnog signala '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('d2c [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,xac)
poruka=['Diterovana pomoćna kosinusna komponenta '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('xac(ti)=sac(ti)+d2c [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIacos)
poruka=['Pomoćna diterovana digitalizovana kosinusna komponenta2 '];

```

```

title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIacos(ti) ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,PSIacos)
poruka=['Digitalizovani kosinusni harmonici ulaza (izlaz množača) '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('PSIcos ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vse,'r')
poruka=['SDMI rekonstruisani ulazni signal '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('se(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vse,'r')
plot(vti,vst,'b')
poruka=['Komparacija originalnog i rekonstruisanog signala SDMI metodom '];
title(poruka);
legend('SDMI rekonstruisani signal (V)',...
'Originalni složeni signal (V)');
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('Amplituda [V]');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vroi,'k')
poruka=['Stvarna greška merenja (originalni-rekonstruisani signal) '];
title(poruka);
text(0,grmax,[' \leftarrow Max. greške = ',num2str(grmax)])
text(1.8,grmin,[' \leftarrow Min. greške = ',num2str(grmin)])
text(10,grmax/2,[' Srednja vrednost greške = ',num2str(grsred)],...
'HorizontalAlignment','center',...
'VerticalAlignment','top',...
'EdgeColor','green',...
'BackgroundColor',[0 1 0]);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('vroi=vst-vse [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vag,'m')
poruka=['Apsolutna greška merenja ulaznog signala metodom SDMI '];
title(poruka);
text(3,var*10,[' \leftarrow Srednje kvadratna greška = ',num2str(var)])
text(8,grsred*8,[' Srednja vrednost apsolutne greške = ',num2str(grsred)],...
'HorizontalAlignment','center',...
'VerticalAlignment','top',...
'EdgeColor','green',...
'BackgroundColor',[0 1 0]);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('apsgres(ti) [V] ');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vog,'m')
poruka=['Greška merenja ulaznog signala metodom SDMI u odnosu na opseg '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('opseg(ti) [%]');
hold off
%
figure
hold on
plot(vti,vrg,'m')
poruka=['Relativna greška merenja ulaznog signala SDMI '];
title(poruka);
xlabel('Vremenski trenutak ti [ms] ');
ylabel('relgres(ti) [%]');

```

```
hold off
%
```

19. Kod Matlab programa „SDMIERP.m“

```
%
% SDMIERP.m
%
% Datoteka ulaznih sistemskih parametara za simulaciju merenja
% P300 komponente ERP-a Pz (13) kanala EEG signala (koji je
% generisan stimulacijom subjekta S1 čestim prikazom na ekranu broja Bin1)
% primenom metode SDMI harmonika epohe
%
% DISKRETIZACIJA
%
% N broj odmeraka po jednoj epohi
% Ne ukupan broj epoha
% n redni broj uzorka
% T podinterval merenja (s)
% ti vremenski trenutak (ms)
% H broj harmonika epohe je broj merenih Furijeovih sin+cos koeficijenata
% Fs frekvencija odmeravanja epohe ulaznog EEG signala (Hz)
%
% Unos parametara stohastickog digitalnog mernog sistema
%
T=input('Unesi podinterval merenja tj. trajanje jedne epohe T[s] = ');
H=input('Unesi stepen interpolacije - broj Furijeovih koeficijenata H = ');
B1=input('Unesi broj bita ADC1 B1 = ');
B2=input('Unesi broj bita ADC2 B2 = ');
UMIN1=input('Unesi minimalni nivo napona ADC1 UMIN1[V] = ');
UMAX1=input('Unesi maksimalni nivo napona ADC1 UMAX1[V] = ');
UMIN2=input('Unesi minimalni nivo napona ADC2 UMIN2[V] = ');
UMAX2=input('Unesi maksimalni nivo napona ADC2 UMAX2[V] = ');
Ne=input('Unesi ukupan broj epoha Ne = ');
Fs=input('Unesi frekvenciju semplovanja ulazne EEG epohe Fs[Hz] = ');
DC=input('Unesi jednosmernu komponentu ulaznog EEG signala [V] DC = ');
R=input('Unesi amplitudu pomoćnog signala [V] R = ');
K=input('Unesi koeficijent pojačanja ulaznog EEG signala K = ');
%
% Ukupan broj uzoraka po jednoj EEG epohi
N=Fs*T;
%
% Definisavanje parametara analogno-digitalnog konvertora ADC1
%
% DMAX1 maksimalni izlaz iz ADC1
% UMIN1 negativni referentni napon ADC1 (V)
% UMAX1 pozitivni referentni napon ADC1 (V)
% DELTA1 rezolucija (kvant) ADC1 (V)
%
DMAX1=2^B1-1;
DELTA1=(UMAX1-UMIN1)/DMAX1;
%
% Definisavanje parametara analogno-digitalnog konvertora ADC2
%
% DMAX2 maksimalni izlaz iz ADC2
% UMIN2 negativni referentni napon ADC2 (V)
% UMAX2 pozitivni referentni napon ADC2 (V)
% DELTA2 rezolucija (kvant) ADC2 (V)
%
DMAX2=2^B2-1;
DELTA2=(UMAX2-UMIN2)/DMAX2;
%
% Parametri kvantizacije
%
% MAXGRES1 maksimalna greška merenja u tački je greška kvantizacije ADC1(V)
% MAXGRES2 maksimalna greška merenja u tački je greška kvantizacije ADC2(V)
%
MAXGRES1=DELTA1/2;
MAXGRES2=DELTA2/2;
KADC1=DELTA1/N;
%
% Ostali parametri
% DC jednosmerna komponenta ulaznog EEG signala (V)
% R amplituda pomoćnog signala (V)
% AKUM akumulacija ulaznog EEG signala
% REZMER rezultat merenja DC komponente ulaznog EEG signala
% AKUSIN akumulacija harmonika sinusne komponente ulaznog EEG signala
% AKUCOS akumulacija harmonika kosinusne komponente ulaznog EEG signala
% SVASIN srednja vrednost harmonika sinusne komponente akumulatora
% SVACOS srednja vrednost harmonika kosinusne komponente akumulatora
% RSIN digitalna vrednost amplitude pomocne sinusoide
```

```

% RCOS digitalna vrednost amplitude pomocne kosinusoide
% FDSIN Fourieov koef. tj. digitalna amplituda harmonika sinusne komponente
% FDCOS Fourieov koef., digitalna amplituda harmonika kosinusne komponente
% FASIN Fourieov koef. tj. analogna amplituda harmonika sinusne komponente
% FACOS Fourieov koef., analogna amplituda harmonika kosinusne komponente
% GMSIN greška merenja harmonika sinusne komponente ulaznog EEG signala
% GMCOS greška merenja harmonika kosinusne komponente ulaznog EEG signala
% GPSIN procentualna greška merenja harmonika sinusne komponente ulaza
% GPCOS procentualna greška merenja harmonika kosinusne komponente ulaza
% GOSIN greška merenja u odnosu na opseg harmonika sinusne komponente
% GOCOS greška merenja u odnosu na opseg harmonika kosinusne komponente
% GRESMER greška merenja DC komponente ulaznog signala (V)
% GMPROC procentualna greška merenja DC komponente ulaznog signala (%)
% GMO greška merenja u odnosu na opseg DC komponente ulaznog signala (%)
% K koeficijent pojačanja ulaznog EEG signala
%

```

20. Kod Matlab programa „P300_ERP.m“

```

% STOHAŠTIČKO DIGITALNO MERENJE NA INTERVALU (SDMI)
% P300 komponente ERP-a Pz (13) kanala EEG signala
% (generisan stimulacijom subjekta S1 čestim prikazom broja na ekranu)
% primenom metode SDMI harmonika EEG epohe
clear
%
% rs originalni EEG signal koji se meri (V)
% prs pojačani uzorak ulaznog realnog EEG signala
% vprs(n,j) vektor pojačanih uzoraka originalnog EEG signala
% dl prvi diter signal (V)
% rx=rs+dl suma originalnog ulaznog EEG i prvog diter signala (V)
% sas pomoćni signal sinusne komponente (V)
% sac pomocni signal kosinusne komponente (V)
% d2s drugi diter signal sinusne komponente (V)
% d2c drugi diter signal kosinusne komponente (V)
% xas=sas+d2s suma pomoćnog i drugog diter signala sinusne komponente (V)
% xac=sac+d2c suma pomoćnog i drugog diter signala kosinusne komponente (V)
%
% perp pojačani uzorak ulaznog ERP referentnog signala iz ERPLAB-a
% erp referentni ERP signal (V)
% vperp(n,j)vektor pojačanih uzoraka referentnih ERP signala
% nerp nepojačani uzorak ulaznog ERP referentnog signala
% vnerp(n,j)vektor nepojačanih uzoraka referentnih ERP signala
%
% HARMBR redni broj merenih harmonika originalne EEG epohe
% PSIE prenosna funkcija ADC1 (daje trenutnu vrednost odmerka EEG iz ADC1)
% PSIASIN prenosna funkcija ADC2 sinusne komponente pomocnog signala
% PSIAcos prenosna funkcija ADC2 kosinusne komponente pomocnog signala
% PSISIN izlaz iz množača sinusne komponente EEG signala
% PSICOS izlaz iz množača kosinusne komponente EEG signala
% pvhs suma merenja viših harmonika sinus komponenti EEG signala
% pvhc suma merenja viših harmonika kosinus komponenti EEG signala
% Fbs suma proizvoda Furijeovih koef. i sinus harmonika SDMI izlaza
% Fac suma proizvoda Furijeovih koef. i kosinus harmonika SDMI izlaza
% FSIN trigonometrijska sinus funkcija za prikaz izmerenog pojačanog ulaza
% FCOS trigonometrijska kosinus funkcija za prikaz izmerenog pojačanog ulaza
% brepoha broj epohe u parceli ili skupa
% brskup brojac skupa ili parcele
% parcela ukupan broj epoha u parceli (zaokruženo na celi broj)
% ukepoha ukupan broj tretiranih epoha (celi broj)
%
% vti vektor vremenskih odmeraka (u ovom slučaju to su 2ms; 4ms; 6ms;...;1s))
% redbr(n,j) vektor broja uzoraka
% vt prikaz na grafu vremenske skale (u ovom slučaju od -200ms do 800ms)
% vrs(n,j) vektor sume uzoraka EEG signala i DC komp. EEG ulaza
% verp(n,j) vektor sume uzoraka referentnog ERP signala i DC komponente
% vsas(n,HARMBR) vektor pomoćnog signala sinusne komponente
% vsac(n,HARMBR) vektor pomoćnog signala kosinusne komponente
% vrse(n,j) vektor sume SDMI proračunate DC i izmerenih pojačanih Furijeovih...
% koeficijenata EEG signala (V)
% verp(n,j) vektor usrednjenog ERP signala dobijenog iz ERPLAB
% vsruz(n,brskup) vektor SDMI usrednjenih pojačanih uzoraka EEG u parceli
% vnsruz(n,brskup)vektor SDMI usrednjenih nepojačanih uzoraka EEG u parceli
%
% RAMP vrednost maksimalne referentne amplitude EEG-a dobijena...
% uzorkovanjem N uzoraka iz podataka generisanih iz ERPLAB-a
% RLAT vrednost maksimalne referentne latence EEG-a dobijena...
% uzorkovanjem N uzoraka iz podataka generisanih iz ERPLAB-a
% MAMP SDMI izmerena vrednost maksimalne amplitude po parcelama
% MLAT SDMI izmerena vrednost latence po parcelama
% vroj(n,s) vektor razlike između originalnog i izmerenog ulaza u intervalu
% vapsgrs(n,p) vektor apsolutne greške merenja amplitude

```

```

% vog(o,j) vektor greske merenja u odnosu na opseg
% vrg(o,j) vektor relativne greske merenja
% grsum pomoćni brojač sume svih apsolutnih grešaka merenja (sum(apsgres))
% grsred srednja vrednost apsolutne greške merenja ((suma apsgres)/N)
% grmax maksimalna greška merenja
% grmin minimalna greška merenja (između originalnog i izmerenog ulaza)
% apsgres apsolutna greška merenja abs(razlika stvarne i izmerene vred.)
% sumkvadag pomoćni brojač sume kvadrata apsolutnih grešaka
% asigma standardna devijacija merenja amplitude
% vsigma(j,i)vektor standardne devijacije merenja amplitude
% srgres srednja vrednost greske koja je razlika stvarne i izmerene
% (sumsgr/N)
% sumsgr pomoćni brojač sume svih razlika tj. izmerenih grešaka izmedju
% stvarnog i izmerenog signala (stvarni - izmereni)
% opseg greska merenja u odnosu na opseg
% relgres relativna greska merenja (abs(apsgres/stvarni ulaz))
% grampl greska izmedju srednje vrednosti amplitude ERP-a referentne (iz
% ERPLAB-a) i rekonstruisane (pomocu SDMI)
% vgrampl(j,s) vektor greske srednje vrednosti amplitude ERP-a
% grlat greska srednje vrednosti latence ERP-a izmedju referentne (iz
% ERPLAB-a) i rekonstruisane (pomocu SDMI)
% vgrlat (j,s) vektor greska srednje vrednosti latence ERP-a
% erpgres greska izmedju referentnog i SDMI izmerenog ERP-a parcele
% verpgres(n,s) vektor greske izmedju referentnog i SDMI izmerenog ERP-a
% parcele (skupa) s (ovde je on jednak vroi(n,s))
% nvsruz(n,s) vektor nepojacanog (uV)izmerenog SDMI EEG-a za svaku parcelu
% vnerpgres(n,s) vektor greške izmedju nepojacanog referentnog ERP i
% izmerenog nepojacanog EEG za svaku parcelu
% vrgl(n,i) vektor relativne greske latence referentnog i SDMI EEG
% po parcelama u [ms]
% relgrmax(j,i) vektor maksimalnih relativnih gresaka merenja po parcelama
% relmax maksimalna vrednost relativne greske merenja amplitude u parceli
% srrelgres srednja relativna greska za svih brsk parcela
% vsrelgres(j,i)vektor srednje relativne greske merenja amplitude svih
% brsk parcela
% meanerp aritmeticka srednja vrednost amplitude referentnog ERP-a
% RSD relativna greska standardne devijacije pojedinačnog merenja amplitude
% vRSD(j,i) vektor relativna greska standardne devijacije pojedinačnog
% merenja amplitude
% meansigma aritmeticka srednja vrednost svih standardnih devijacija brsk
% parcela u merenju amplituda
% stdmean standardna devijacija aritmeticke sredine svih brsk...
% standardnih devijacija pojedinačnih merenja amplitude
% meanRSD relativna greska standardne devijacije aritmeticke sredine svih
% pojedinačnih merenja amplitude za svih brsk parcela
% meanrec aritmeticka srednja vrednost amplitude rekonstruisanog EEG
% vmeanrec(j,s)vektor aritmeticke srednje vrednosti amp.rekonstruisanog EEG
% kvadaps kvadrat apsolutnih gresaka merenja amplitude
% uzorak brojac uzoraka u merenju amplitude P300
% averrel srednja vrednost relativne greske amplitude P300 za sve parcele
% vmeanrel(j,p) vektor srednjih vrednosti relativne greske amplitude P300
% po parcelama p u intervalu od 400ms do 600ms
% ameanrel srednja vrednost relativne greske amplitude P300 u parceli p
% maxrel maksimalna vrednost relativne greske amplitude P300 za sve parcele
% ARE relativna greska amplitude pojedinačne parcele
% adif razlika relativne greske amplitude pojedinačne parcele
% i srednje vrednosti relativne greske amplitude ERP P300 nepojacanih EEG
% adifkvad kvadrat razlike relativne greske amplitude pojedinačne parcele
% i srednje vrednosti relativne greske amplitude ERP P300 nepojacanih EEG
% epoha svih parcela
% sumkvaddif suma kvadrata razlike relativnih gresaka amplitude svake
% parcele i srednje relativne greske amplitude svih parcela
% LRE relativna greska latence pojedinačne parcele
% ldif razlika relativne greske latence pojedinačne parcele i srednje
% relativne greske latence
% ldifkvad kvadrat razlike relativne greske latence pojedinačne parcele
% i srednje vrednosti relativne greske latence ERP P300 nepojacanih EEG
% sumlkvaddif suma kvadrata razlike relativnih gresaka latence svake
% parcele i srednje relativne greske latence svih parcela
% AMRSD standardna devijacija relativne greske amplitude odnosu na
% prosečnu relativnu gresku merenja amplitude svih parcela
% LMRSD standardna devijacija relativne greske latence odnosu na prosečnu
% relativnu gresku merenja latence svih parcela
% brsk ukupan broj parcela (skupova)
%
% rse pojačani rekonstruisani EEG signal meren SDMI
% ampmx maksimalna amplituda [V] usrednjenog pojacanog SDMI ERP-a parcele
% latmax parametar latence [ms] usrednjenog pojacanog SDMI ERP-a parcele
% nampmx maksimalna amplituda [uV] usrednjenog nepojacanog SDMI ERP parcel
%
% Ulazni sistemski fajl
SDMIERP;

```



```

%
% Brojac kolona polja
j=1;
% Brojac epoha
brepoha=0;
% Brojac skupa ili parcele
brskup=1;
%
ch=input('Unesi numericku oznaku kanala ch = ');
brsk=input('Unesi na koliko skupova (parcela) se dele epohe brsk = ');
parcela=fix(Ne/brsk);
ukepoha=parcela*brsk;
%
for e=1:ukepoha
% Učitavanje i pojačanje originalnih uzoraka ulaznog EEG-a po epohama
EEG=xlsread('Referentni_EEG_broj.xlsx',e);
for n=1:N
redbr(n,j)=n;
ti=n*T/N;
vti(n,j)=ti;
t=EEG(n,j);
vt(n,j)=t;
prs=K*1e-6*(EEG(n,ch));
vprs(n,e)=prs;
% Primena SDMI na pojačani EEG signal
for HARMBR=1:H
sas=R*sin(2*pi*HARMBR*(1/T)*ti);
vsas(n,HARMBR)=sas;
d2s(n,HARMBR)=(-1)*MAXGRES2+rand*DELTA2;
xas(n,HARMBR)=vsas(n,HARMBR)+d2s(n,HARMBR);
PSIasin(n,HARMBR)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(xas(n,HARMBR)-UMIN2+MAXGRES2));
sac=R*cos(2*pi*HARMBR*(1/T)*ti);
vsac(n,HARMBR)=sac;
d2c(n,HARMBR)=(-1)*MAXGRES2+rand*DELTA2;
xac(n,HARMBR)=vsac(n,HARMBR)+d2c(n,HARMBR);
PSIacos(n,HARMBR)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(xac(n,HARMBR)-UMIN2+MAXGRES2));
end
rs=DC+prs;
vrs(n,e)=rs;
dl(n,e)=(-1)*MAXGRES1+rand*DELTA1;
rx(n,e)=vrs(n,e)+dl(n,e);
PSIe(n,e)=floor((DMAX1/(UMAX1-UMIN1))*(rx(n,e)-UMIN1+MAXGRES1));
for k=1:H
PSIsin(n,k)=(PSIe(n,e)-(2^(B1-1)-1))*(PSIasin(n,k)-(2^(B2-1)-1));
PSIcos(n,k)=(PSIe(n,e)-(2^(B1-1)-1))*(PSIacos(n,k)-(2^(B2-1)-1));
end
end
% Merenje istosmerne komponente ulaznog EEG signala
AKUM(j,e)=sum(PSIe(:,e));
REZMER(j,e)=UMIN1+AKUM(j,e)*KADC1;
GRESMER(j,e)=abs(DC-REZMER(j,e));
GMPROC(j,e)=abs(GRESMER(j,e)/DC)*100;
GMO(j,e)=abs(GRESMER(j,e)/(UMAX1-UMIN1))*100;
% Merenje harmonika sin. i kos. komp. ulaznog EEG signala
for m=1:H
pvhs=0;
pvhc=0;
for l=1:N
pvhs=pvhs+PSIsin(l,m);
pvhc=pvhc+PSIcos(l,m);
end
AKUSIN(e,m)=pvhs;
SVASIN(e,m)=AKUSIN(e,m)/N;
RSIN(e,m)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(R-UMIN2+MAXGRES2)-(2^(B2-1)-1));
FDSIN(e,m)=2*SVASIN(e,m)/RSIN(e,m);
FASIN(e,m)=FDSIN(e,m)*DELTA1;
GMSIN(e,m)=abs(prs-FASIN(e,m));
GPSIN(e,m)=abs(GMSIN(e,m)/prs);
GOSIN(e,m)=abs(GMSIN(e,m)/(UMAX1-UMIN1));
AKUCOS(e,m)=pvhc;
SVACOS(e,m)=AKUCOS(e,m)/N;
RCOS(e,m)=floor((DMAX2/(UMAX2-UMIN2))*(R-UMIN2+MAXGRES2)-(2^(B2-1)-1));
FDCOS(e,m)=2*SVACOS(e,m)/RCOS(e,m);
FACOS(e,m)=FDCOS(e,m)*DELTA1;
GMCOS(e,m)=abs(prs-FACOS(e,m));
GPCOS(e,m)=abs(GMCOS(e,m)/prs);
GOCOS(e,m)=abs(GMCOS(e,m)/(UMAX1-UMIN1));
end
% Trigonometrijski oblik rekonstruisanog pojačanog ulaznog
% EEG signala simuliranog SDMI harmonika (Furijeovih k.)epoha
for i=1:N
ti=i*T/N;

```

```

Fbs=0;
Fac=0;
for k=1:H
    FSIN=sin(k*2*pi*(1/T)*ti);
    Fbs=Fbs+FASIN(e,k)*FSIN;
    FCOS=cos(k*2*pi*(1/T)*ti);
    Fac=Fac+FACOS(e,k)*FCOS;
end
rse=REZMER(j,e)+Fbs+Fac;
vrse(i,e)=rse;
end
brepoha=brepoha+1;
% Podela ukupnog broja EEG epoha na parcele i usrednjavanje
% uzoraka rekonstruisanih signala po parcelama u cilju
% proračuna usrednjenih amplituda i latenci ERP signala unutar
% posmatranih parcela (skupova) epoha ulaznog EEG-a
if brepoha==parcela
    ampmax=0;
    for n=1:N
        srutorak=0;
        t=EEG(n,j);
        vt(n,j)=t;
        for b=1:brepoha
            if brskup==1
                kp=0;
                h=b;
            else
                h=kp*parcela+b;
            end
            srutorak=vrse(n,h)+srutorak;
        end
        % SDMI usrednjeni pojačani EEG po parcelama
        srusz=srutorak/brepoha;
        vsruz(n,brskup)=srusz;
        % SDMI usrednjeni nepojačani EEG po parcelama u[uV]
        nsruz=sruz*1e6/K;
        vnsruz(n,brskup)=nsruz;
        % Proračun P300 pika amplitude i latence u prozoru
        % od 400ms do 650ms
        if vt(n,j)>=0.25 && vt(n,j)<=0.6
            if vsruz(n,brskup)>=ampmax
                % Proračun maskimalne amplitude [V] ERP
                % pojačanih uzoraka EEG epoha unutar parcele (skupa)
                ampmax=vsruz(n,brskup);
                % Proračun SDMI maskimalne amplitude [uV] ERP
                % nepojačanih uzoraka EEG epoha unutar parcele
                nampmax=vsruz(n,brskup)*1e6/K;
                % Proračun latence [ms] SDMI ERP EEG parcele
                latmax=t*1e3;
            end
        end
        end
        % Proračun maksimuma amplituda (uV) i latencije (ms) ERP-a u
        % parcelama nepojačanog EEG signala
        vsramp1(j,brskup)=nampmax;
        vsrlat(j,brskup)=latmax;
        %
        brskup=brskup+1;
        kp=kp+1;
        brepoha=0;
    end
end
% Upisivanje SDMI maksimuma amplituda [uV] i latenci [ms] ERP-a nepojačanih
% usrednjenih parcela u Excel fajl
xlswrite('Merenja.xls',vsramp1,1,'A2');
xlswrite('Merenja.xls',vsrlat,2,'A2');
%
% Formiranje vektora pojačanog usrednjenog EEG referentnog signala
% generisanog iz ERPLAB okruženja i proračun greske dobijene odstupanjem
% referentnog od izmerenog SDMI usrednjenog ERP-a po parcelama
%
% Učitavanje referentnih usrednjenih uzoraka iz Eksel
% fajla generisanih u ERPLAB-u
ERP=xlswrite('Referentni_ERP_broj.xlsx');
for s=1:brsk
    for n=1:N
        perp=K*1e-6*(ERP(n,ch));
        vperp(n,j)=perp;
        erp=DC+perp;
        verp(n,j)=erp;
        % Greška proračunata razlikom pojačanog referentnog i SDMI
        % izmerenog pojačanog EEG-a za svaku parcelu na celom

```

```

    % podintervalu merenja T (ms)
    erpgres=verp(n,j)-vsruz(n,s);
    verpgres(n,s)=erpgres;
    % Originalni nepojacani (uV) ERP dobijen iz ERPLAB usrednjenih EEG
    nerp=(ERP(n,ch));
    vnerp(n,j)=nerp;
    % Apsolutna greška merenja uzoraka proračunata razlikom nepojacanog
    % referentnog (uV) i nepojacanog (uV) SDMI izmerenog EEG-a za
    % svaku parcelu na celom mernom podintervalu T (ms)
    nvsruz(n,s)=vsruz(n,s)*1e6/K;
    nerpgres=vnerp(n,j)-nvsruz(n,s);
    vnerpgres(n,s)=nerpgres;
end
end
% Proračun maksimuma amplitude i latence ERP-a pojacanog usrednjenog
% referentnog EEG signala dobijenog iz ERPLAB okruzenja
erpampmax=0;
for n=1:N
    t=ERP(n,j);
    if verp(n,j)>=erpampmax
        erpampmax=verp(n,j);
        % Proračun maksimalne amplitude [uV] ERP-a nepojacanog usrednjenog
        % referentnog EEG-a generisanog iz ERPLAB-a
        nerpampmax=verp(n,j)*1e6/K;
        % Proračun latence [ms] ERP-a referentnog EEG-a
        erplatmax=t*1e3;
    end
end
% Proračun apsolutnih gresaka dobijenih razlikom između
% izmerenih maksimuma amplituda i latenci ERP-a po parcelama usrednjenih
% nepojacanih EEG na intervalu od 250ms do 650ms i referentne vrednosti
% maksimuma amplitude i latence ERP-a usrednjenog EEG-a generisanog
% iz ERPLAB-a posmatranog kanala
%
% Označavanje referentnih i SDMI izmerenih pikova amplitude i latence ERP-a
RAMP=nerpampmax;
MAMP=xlsread('Merenja.xls',1);
RLAT=erplatmax
MLAT=xlsread('Merenja.xls',2);
% Upisivanje u Excel fajl izracunatih apsolutnih gresaka merenja pika
% amplituda i latenci ERP-a po parcelama nepojacanih usrednjenih EEG epoha
grampl=abs(MAMP-RAMP);
xlswrite('Merenja.xls',grampl,3,'A2');
grlat=abs(MLAT-RLAT);
xlswrite('Merenja.xls',grlat,4,'A2');
%
% Proračun i upis relativnih gresaka u merenju amplitude i latence P300 ERP
% u Excel fajl nepojacanih EEG epoha po parcelama
arelgres=(abs(MAMP-RAMP)/RAMP)*100;
xlswrite('Merenja.xls',arelgres,5,'A2');
lrelgres=(abs(MLAT-RLAT)/RLAT)*100;
xlswrite('Merenja.xls',lrelgres,6,'A2');
%
% Proračun srednje vrednosti relativne greške amplitude/latence
% ERP P300 nepojacanih EEG epoha svih parcela
ameanrel=(sum(xlsread('Merenja.xls',5)))/brsk;
lmeanrel=(sum(xlsread('Merenja.xls',6)))/brsk;
%
% Proračun kvadrata razlike relativne greske amplitude pojedinačne parcele
% i srednje vrednosti relativne greske amplitude ERP P300 nepojacanih EEG
% epoha svih parcela
ARE=xlsread('Merenja.xls',5);
adif=ARE-ameanrel;
adifkvad=adif.^2;
xlswrite('Merenja.xls',adifkvad,9,'A2');
%
% Proračun sume kvadrata relativnih gresaka merenja amplitude za sve parcele
sumkvaddif=sum(xlsread('Merenja.xls',9));
%
% Proračun kvadrata razlike relativne greske latence pojedinačne parcele
% i srednje vrednosti relativne greske latence ERP P300 nepojacanih EEG
% epoha svih parcela
LRE=xlsread('Merenja.xls',6);
ldif=LRE-lmeanrel;
ldifkvad=ldif.^2;
xlswrite('Merenja.xls',ldifkvad,10,'A2');
%
% Proračun sume kvadrata relativnih gresaka merenja latence za sve parcele
sumlkvaddif=sum(xlsread('Merenja.xls',10));
%
% Proračun standardne devijacije relativne greske amplitude/latence u
% odnosu na prosečnu relativnu gresku merenja amplitude/latence svih parcela

```

```

AMRSD=sqrt(sumakvaddif/(brsk-1));
LMRSD=sqrt(sumlkvaddif/(brsk-1));
%
% Proracun kvadrata razlike izmerene i referentne vrednosti pika ERP P300
% amplitude/latence nepojacanog EEG-a po parcelama i upis u Excel fajl
araz=(MAMP-RAMP);
akvadrax=araz.^2;
xlswrite('Merenja.xls',akvadrax,7,'A2');
% Suma kvadrata apsolutne greske merenja ERP P300 amplitude
sumakvadrax=sum(xlsread('Merenja.xls',7));
%
lrax=(MLAT-RLAT);
lkvadrax=lrax.^2;
xlswrite('Merenja.xls',lkvadrax,8,'A2');
% Suma kvadrata apsolutne greske merenja ERP P300 latence
sumlkvadrax=sum(xlsread('Merenja.xls',8));
%
% Proracun standardne devijacije apsolutne greške pojedinačnih merenja
% amplitude/latence ERP P300 nepojacanih EEG epoha svih parcela
asigma=sqrt(sumakvadrax/(brsk-1));
lsigma=sqrt(sumlkvadrax/(brsk-1));
%
% Proracun standardne devijacije relativne greske pojedinačnih merenja
% amplitude/latence ERP P300 nepojacanih EEG epoha svih parcela
ARSD=(asigma/RAMP)*100;
LRSD=(lsigma/RLAT)*100;
%
% Pronalazenje maksimalnih relativnih gresaka u merenju amplitude/latence
% ERP P300 nepojacanih EEG epoha svih parcela
amaxrel=max(xlsread('Merenja.xls',5));
lmaxrel=max(xlsread('Merenja.xls',6));
%
% Grafovi simuliranih signala
%
% Prikaz referentnog usrednjenog ERP na bazi nepojacanih EEG epoha iz ERPLAB
figure
hold on
plot(vt,vnerp)
xlabel('Vreme [s] ');
ylabel('Napon [uV] ');
hold off
%
% Prikaz komparacije referentnog ERP-a (uV) generisanog iz ERPLAB-a i
% SDMI rekonstruisanog nepojacanog EEG-a usrednjenog po parcelama (uV)
for i=1:brsk
    figure
    hold on
    plot(vt,nvsruz(:,i),'r')
    plot(vt,vnerp,'--b')
    legend('SDMI usrednjeni uzorci ',...
           'Usrednjeni referentni uzorci ');
    xlabel('Vreme [s] ');
    ylabel('Napon [uV] ');
    hold off
end
%

```

21. „Sigma-delta analogno-digitalna konverzija“

Sigma-delta (S-D) ADC su našli primenu u tehnici digitalnog filtriranja zbog svoje visoke preciznosti, pouzdanosti, funkcionalnosti i kompatibilnosti sa VLSI tehnologijom (na engleskom Very Large Scale Integration (VLSI)). Konvencionalni fleš ADC i ADC sa postepenom (sukcesivnom) aproksimacijom rade na Nikvistovoj brzini semplovanja omogućavajući visoku rezoluciju, ali je njihova hardverska realizacija kompleksna jer sadrže analogne NF (anti-aliasing filtere zbog ograničavanja maksimalne frekvencije ulaznog analognog signala) kao i S/H kola (kola semplovanja i zadržke). Sa druge strane, 1-bitni kvantizeri su u osnovi S-D A/D konvertori koji vrše oblikovanje šuma povećanjem frekvencije semplovanja višestrukim ponavljanjem bita (oversempling). Visoka rezolucija se postiže primenom procesa desetkovanja signala kojim se ostvaruju preduslovi za smanjenje brzina semplovanja.

Konvencionalni ADC transformiše ulazni analogni signal $s(t)$ u vremenski diskretizovani signal $s^*(t)$:

$$s^*(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(t) \cdot \delta(t - n \cdot T_s) \quad (1)$$

gde je T_s perioda semplovanja signala, a Dirakova ili delta funkcija se opisuje formulom:

$$\delta(t) = 0, \forall t \neq 0 \quad (2)$$

pri čemu je svaki n -ti uzorak konačne preciznosti aproksimiran digitalnim kodom. Dakle, analogni signal se transformiše u sekvencu kvantizovanih uzoraka konačne preciznosti $s(n)$.

Delta funkcija je periodična sa periodom semplovanja ulaznog analognog signala T_s , diskretizovani ulazni signal, predstavljen izrazom (1), se može transformisati primenom Furijeove serije prema formuli:

$$s^*(t) = \frac{1}{T_s} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(t) \cdot e^{i2\pi n \frac{t}{T_s}} = \frac{1}{T_s} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(t) \cdot e^{i2\pi F_s n t} \quad (3)$$

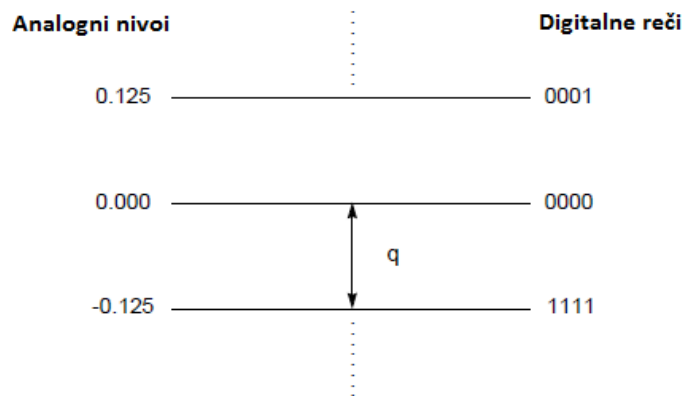
Uočava se da semplovanje predstavlja modulaciju ulaznog signala nosećim signalima čije frekvencije su jednake $0, F_s, 2 \cdot F_s, \dots, n \cdot F_s$. U frekvencijskoj domeni, semplovani signal je jednak sumi originalne komponente i celobrojnim umnošcima F_s frekvencijsko moduliranih komponenti signala. Ako su komponente ulaznog signala iznad granične Nikvistove frekvencije određene sa (4.29), one ne mogu da budu pravilno konvertovane i generišu pojavu aliasing efekta. Ovakva nelinearna distorzija analognog signala se može izbeći uvođenjem NF tzv. antialias filtera koji propušta komponente ulaznog signala do Nikvistove frekvencije F_N . Antialias filteri treba da minimiziraju nelinearnu faznu degradaciju koja generiše nezatnu harmonijsku distorziju ulaznog signala. Za uspešnu A/D konverziju, kolo zadržke i semplovanja mora da zadrži uzorak ulaznog signala koji se kontinualno menja u vremenu, kako bi ga komparirao sa skupom referentnih nivoa interno generisanih. Ako izlazni nivo signala iz S/H kola varira tokom perioda semplovanja T_s između dva susedna uzorka, to može da ograničava performanse ADC-a. Rezolucija svakog ADC-a je određena brojem i razmakom između referentnih nivoa. Svakom od referentnih naponskih nivoa je dodeljen kod i zavisno od rezultata komparacije, digitalni enkoder dodeljuje kod izmerenom naponskom nivou koji je najbliži nivou ulaznog signala. Da bi se postigle visoke rezolucije Nikvistovih semplera, postavljanje referentnih naponskih nivoa je izuzetno važno. Broj referentnih nivoa D ADC-a se izračunava prema formuli (5.1) gde je sa B označen broj bita ADC-a.

Konverzija analognog signala beskonačne rezolucije u konačni niz brojeva koji predstavljaju kodirane naponske nivoe, označava se kao proces kvantizacije koji unosi grešku. Greška kvantizacije je određena naponskim nivoom bita najmanjeg značaja U_{LSB} u izmerenoj amplitudi signala. Ako je ulazni analogni originalni signal slab (malog nivoa amplitude), tada je značajan uticaj U_{LSB} nivoa tj. greške kvantizacije u merenju signala. Nakon semplovanja analognog

ulaznog signala, generiše se sekvenca $s(n)$ koja odgovara reči konačne dužine B-bit (uključujući LSB). Enkoder koristi svih B bita za proces kvantizacije $s(n)$, pa je razmak q između uzastopnih referentnih kodiranih digitalizovanih nivoa, na osnovu (4.3), određen formulom (5.2) i naziva se korak kvantizacije [32], pri čemu je R_A dinamički opseg amplitude napona na ulazu u ADC koji se izračunava formulom (5.3). Izlaz iz ADC-a je određen sumom:

$$s(n) = s^*(t) + e(n) \quad (4)$$

pri čemu $e(n)$ predstavlja grešku (šum) kvantizacije, a $s^*(t)$ vrednost uzorka signala koja je u okolini najbližeg referentnog nivoa (kao što se prikazuje na Sl. 1).



Sl. 1. Ilustracija greške kvantizacije

Greška kvantizacije je slučajna veličina sa jednakom verovatnoćom u intervalu $\left\langle -\frac{q}{2}, \frac{q}{2} \right\rangle$

čija je snaga (varijansa) određena matematičkim očekivanjem datim pomoću izraza:

$$\sigma_e^2 = E[e^2] = \frac{1}{q} \cdot \int_{-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}} e^2 \cdot de = \frac{q^2}{12} = \frac{1}{3 \cdot 2^{2B}} \quad (5)$$

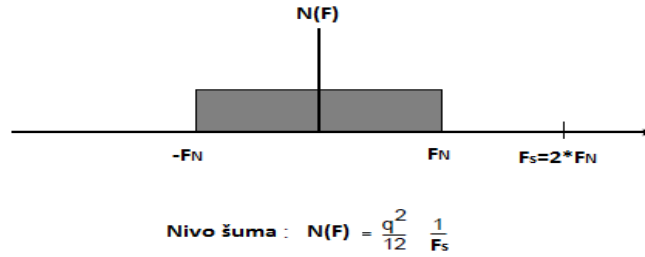
što predstavlja stacionarno stanje greške kvantizacije. Kako se šum kvantizacije rasprostire preko celog frekvencijskog područja, nivo spektralne gustine snage šuma se definiše pomoću obrasca:

$$N(F) = \frac{q^2}{12 \cdot F_s} = \frac{2^{-2B}}{3 \cdot F_s} \quad (6)$$

i ilustruje se na Sl. 2. Dakle, klasična A/D konverzija se realizuje Nikvistovom brzinom smplovanja ulaznog analognog signala gde se proces kvantizacije izvšava u pojedinačnim intervalima smplovanja.

Poboljšana A/D konverzija primenjuje metodu višestrukog smplovanja, pri čemu se konverzija ulaznog signala vrši na sekvencama „grubih“ kvantizovanih uzoraka analognog signala. Frekvencija (brzina) smplovanja, primenom metode (na engleskom oversampling), je

$f_s = N \cdot F_s, N = 1, 2, \dots$ pri čemu N predstavlja celobrojnu vrednost kojom se višestruko povećava brzina uzorkovanja ulaznog originalnog signala.



Sl. 2. Spektar šuma Nikvistovog semplera

Proces višestrukog smplovanja prati proces desetkovanja u digitalnom domenu, s ciljem preciznijeg proračuna estimacije (procene) analognog ulaza na nižim brzinama smplovanja F_s korištenim kod klasičnog Nikvistovog semplera. Primenom klasičnog Nikvistovog smplovanja, potrebno je da antialiasing filteri imaju ravnu karakteristiku odziva, bez faznih izobličenja signala preko celog frekvencijskog područja od interesa, uz obavezni uslov da frekvencijske komponente ulaznog signala moraju da budu dvostruke manje od F_s . Atenuacija frekvencijskih komponenti

ulaza iznad navedenog limita ($\frac{F_s}{2}$), mora da bude velika (-96dB za 16-bitnu rezoluciju ADC kod

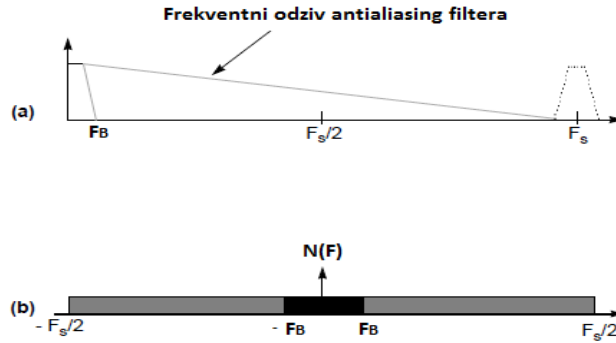
$F_s = 48kHz$). U hardverskom smislu, ovo su veoma „kruti“ zahtevi koje je potrebno ispoštovati u praktičnoj realizaciji analognog antialiasing filtera. Primenom metode višestrukog smplovanja, atenuacija „nepoželjnih“ frekvencijskih komponenti se produžava na duži prelazni frekvencijski pojas omogućavajući da se, implementiraju digitalni „redukциони“ (decimalni) filteri, s ciljem postizanja konačne frekvencije smplovanja F_s umesto hardverski zahtevnih analognih filtera.

Uopšteno, ukupna snaga šuma kvantizacije Nikvistovog semplera i ADC koji primenjuju višestruko smplovanje je ista u slučaju kada je $N = 1$. Opseg modulacione snage šuma, kod ADC koji primenjuju višestruko smplovanje, se određuje prema formuli:

$$N_B(F) = \int_{-F_B}^{F_B} N(F) \cdot dF = \frac{2 \cdot F_B}{F_s} \cdot \frac{q^2}{12} \quad (7)$$

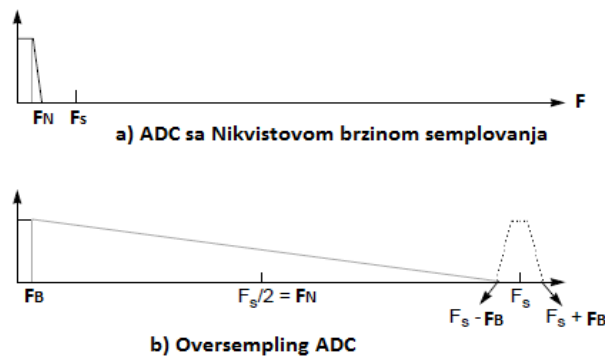
gde je $\langle -F_B, F_B \rangle$ frekvencijski opseg signala od interesa. Na Sl. 3.a,b uočava se da je $N_B(F) \ll N(F)$ pri $F_s \gg F_B$.

Kada je primenjeno višestruko smplovanje analognog signala, tranzicioni (prelazni) frekvencijski opseg antialiasing filtera je daleko širi od propusnog (uočava se na Sl. 4.b) jer se antialiasing zaštita zahteva samo za frekvencijske oblasti između $\langle N \cdot F_s - F_B, N \cdot F_s + F_B \rangle, N = 1, 2, \dots$



Sl. 3. ADC oversampling: a) odziv antialiasing filtera b) spektar šuma

Kod Nikvistovog semplanja (Sl. 4.a), uočavaju se nagli (oštri) prelazni procesi da bi se obezbedila adekvatna aliasing zaštita bez kompromisa u odabiru širine opsega signala F_B .

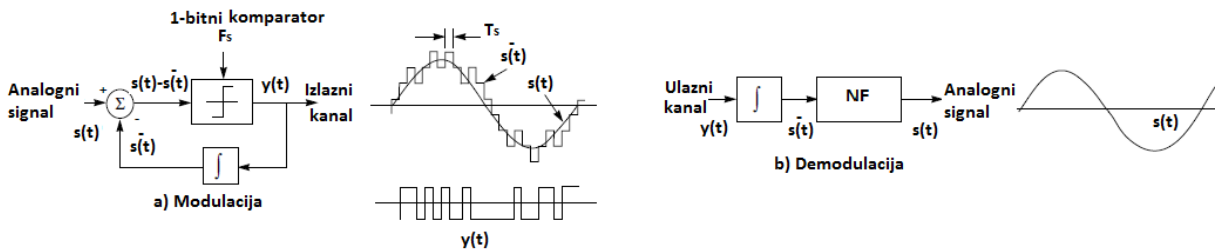


Sl. 4. Frekvencijski odziv antialiasing ADC-a: a) Nikvistov sempler $N=1$ b) višestruko N puta semplanje

Kako je hardverska implementacija zavisna o brzini semplanja i odnosu širine prelaznog opsega naspram propusnom opsegu antialiasing filtera, oversampling ADC su daleko jednostavniji od Nikvistovih sempler ADC. Proces desetkovanja doprinosi povećanju ekonomičnosti i rezolucije ADC-a. Ako se pretpostavi da je na 1-bitni uzorak primenjen proces desetkovanja 16:1, rezolucija se povećava sa 1 na 16 bita ($16=2^4$) redukcijom brzine semplanja 16:1.

Delta modulacija je proces zasnovan na kvantifikovanju promena ulaznog analognog signala od uzorka do uzorka. Na Sl. 5 se prikazuju procesi delta modulacije i demodulacije signala [32]. Integrator u povratnoj sprezi modulatora, vrši predikciju ulaznog signala $s(t)$. Greška predikcije (predviđanja) $s(t) - \hat{s}(t)$ se kvantizuje i koristi u narednom koraku predikcije kroz povratnu

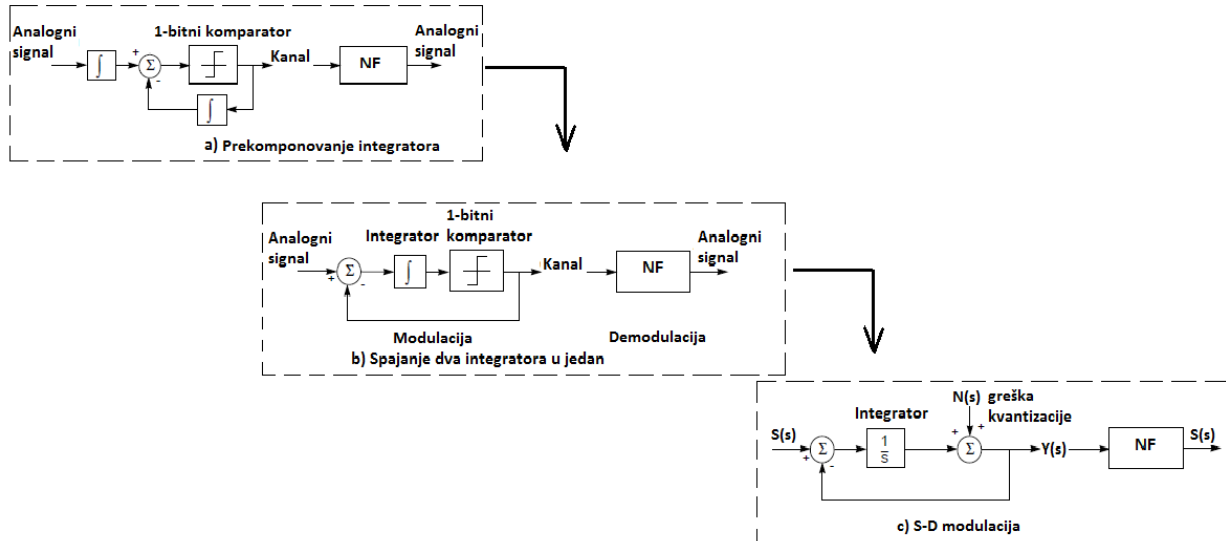
spregu. Kvantizovana integrisana greška predikcije predstavlja izlaz delta modulacije. Signal predikcije $\hat{s}(t)$ se filtrira primenom niskofrekventnog filtera.



Sl. 5. Delta modulacija i demodulacija analognog signala

Performanse delta modulatora zavise o frekvenciji ulaznog analognog signala (rast ulaznog signala izaziva porast preopterećenja). Spektar kvantizovane greške (šuma) predikcije je ravan, a nivo šuma se setuje primenom 1-bitnog komparatora. SNR faktor se može poboljšati primenom procesa desetkovanja.

Sa Sl. 5 se uočava da su potrebna dva integratora u realizaciji delta modulacije. Prekomponovanjem integratora (Sl. 6.a), spajanjem dva integratora u jedan (Sl. 6.b) i primenom odgovarajućih linearnih operacija u „s-domenu“, realizuje se sigma-delta modulacija, čija blok šema se prikazuje na Sl. 6.c.

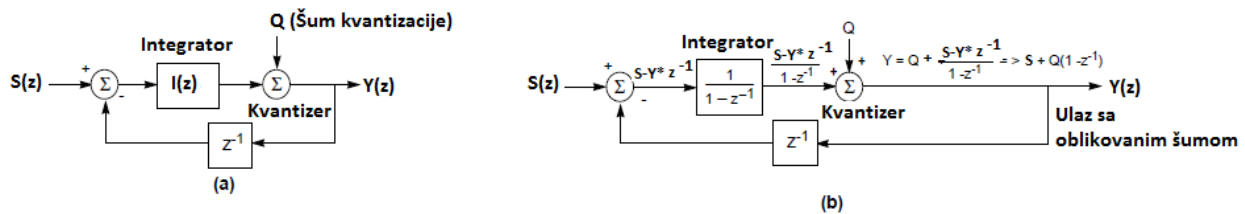


Sl. 6. Blok šema sigma-delta modulatora

S-D verzija podrazumeva postavljanje integratora (sigma) u direktnu granu na početku delta modulacije, pa se može označiti kao umetnuti koder (interpolacije). U odnosu na delta modulator, karakteristike šuma kvantizacije kodera su frekvencijski zavisne. S-D modulatori implementiraju jednostavne “sirove” kvantizere (komparatore) kao i delta modulacija, samo što

kroz sistem modulatora, signal razlike na ulazu integratora je jednak greški kvantizacije. Sumiranjem grešaka prolaskom kroz integrator, 1-bitnom ADC se vrši njena kvantizacija. U svakom koraku uzorkovanja, ta greška je sama po sebi još veća jer se grubo uzimaju u proračun dva logička nivoa kvantizera (ADC-a). U cilju smanjenja greške i preciznijeg merenja, uvodi se povratna sprega S-D modulatora koja generiše dva nivoa ± 1 na izlazu modulatora. Izlaz modulatora se usrednjava sa nekoliko perioda ulaznog smplovanja, implementacijom filtera digitalnog desetkovanja. S-D ADC objedinjava procese smplovanja i kvantizacije ulaznog signala. U svakom taktom ciklusu, vrednost izlaza iz modulatora je plus ili minus pune skale, u skladu sa rezultatima 1-bitne A/D konverzije. Ako je na ulazu S-D modulatora sinusoidalni analogni originalni signal blizu plus području pune skale, tada će izlaz biti pozitivan tokom taktom ciklusa i obratno u slučaju negativnog izlaza kada je sinusoidalni ulaz blizu negativnog dela pune skale. Dakle, u oba slučaja, lokalni usrednjeni izlaz iz modulatora prati analogni ulaz. Kada je ulaz blizu nule, tada se izlaz modulatora menja između pozitivne i negativne vrednosti pune skale aproksimirajući srednju nultu vrednost.

S-D višestruko smplovani ADC prvog reda, prikazan na Sl. 7, može se predstaviti blok šemom u “Z-transformacionom domenu” (Sl. 8).



Sl. 8. Blok šema S-D višestruko smplovnog ADC-a prvog reda

Uočava se da je 1-bitni kvantizer (ADC) modelovan kao izvor aditivnog (pridodatog) šuma. Klasičnom analizom signala u vremenski diskretnom domenu se izvodi (na osnovu Sl. 8.a):

$$Y(z) = Q(z) + I(z) \cdot [S(z) - z^{-1} \cdot Y(z)] \quad (10)$$

Kako je idealni integrator definisan izrazom:

$$I(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (11)$$

izlazna funkcija zatvorene petlje S-D prvog reda u z-domenu se, na osnovu Sl. 8.b, može izraziti:

$$Y(z) = S(z) + (1 - z^{-1}) \cdot Q(z) \quad (12)$$

Faktor diferencijatora $(1 - z^{-1})$ „gura“ grešku kvantizacije ka području viših frekvencija, tako da, bez obzira što je šum kvantizacije slučajan proces (čime udvostručuje snagu signala smetnje), delovanjem NF filtera, nakon višestrukog smplovanja analognog signala u modulatoru $s(t)$, greška kvantizacije se minimizira, a ulazne karakteristike signala ostaju nepromenjene u opsegu modualacije. Zbog toga je NF filter deo procesa desetkovanja. Nakon NF filtriranja unutar procesa desetkovanja, izlazni signal ima komponente frekvencija u opsegu modulacije od 0 do F_B . Komparacijom širina opsega smetnji unutar opsega modulacije, uočava se da je snaga šuma

najmanja kod višestruko semplovanog S-D ADC prvog reda sa oblikovanjem greške kvantizacije, u odnosu na Nikvistov sempler ili delta modulator. Međutim, SNR faktor ne može da bude ispod -96dB neophodnih za 16-bitnu A/D konverziju originalnog signala.

Multiplikacijom S-D petlje prvog reda kaskadnom spregom (na engleskom feed-forward), dobija se kaskadna struktura modulatora višeg reda. Signal koji prolazi kroz uzastopne zatvorene petlje, generiše grešku tekuće petlje jednaku razlici izlaza iz integratora i kvantizovanog izlaza. Dakle, na ulaz drugog stepena dovodi se greška kvantizacije S-D zatvorene petlje prvog stepena Q_1 , pa je kvantizovani izlaz iz S-D modulatora drugog reda:

$$Y_2(z) = Q_1(z) + (1 - z^{-1}) \cdot Q_2(z) \quad (13)$$

odnosno u zavisnosti od ulaznog signala:

$$Y(z) = S(z) + (1 - z^{-1})^2 \cdot Q_2(z) \quad (14)$$

gde $Y(z)$ predstavlja z-transformaciju digitalizovane izlazne funkcije S-D modulatora $y(n)$ koja je generisana nakon semplovanja i kvantizovanja ulaznog signala $s(t), t = n$, a $Q_2(z)$ šum kvantizacije iz drugog stepena S-D zatvorene petlje. Po analogiji, za S-D modulator trećeg reda, izvodi se:

$$Y(z) = S(z) + (1 - z^{-1})^3 \cdot Q_3(z) \quad (15)$$

Inverz od prenosne funkcije filtera $[1 - z^{-1}]^{-1}$ predstavlja funkciju kojom se „oblikuju smetnje“ u S-D modulaciji. NF filteri sa većim pojačanjem bolje atenuiraju signal smetnje u opsegu modulacije. Samim tim, veći broj S-D zatvorenih petlji modulatora, doprinosi većem slabljenju šuma kvantizacije. Poređenjem funkcija za oblikovanje smetnji (funkcije kojima se utiče na oblik i snagu šuma), uočava se da je snaga kvantizacionog šuma u opsegu modulacije, daleko manja kod S-D modulaora trećeg reda u odnosu na modulator prvog reda.

S-D kvantizeri (A/D konvertori) imaju samo dva referentna nivoa jer se pretpostavlja da su signal i šum korelisani. Međutim, uz pretpostavku da je broj kvantizacionih nivoa veliki i ako je kvantizovan signal aktivan, greška kvantizacije tokom A/D konverzije je nekorelisana kada su kvantizacioni nivoi određeni razmacima tj. koracima kvantizacije q (5.2).

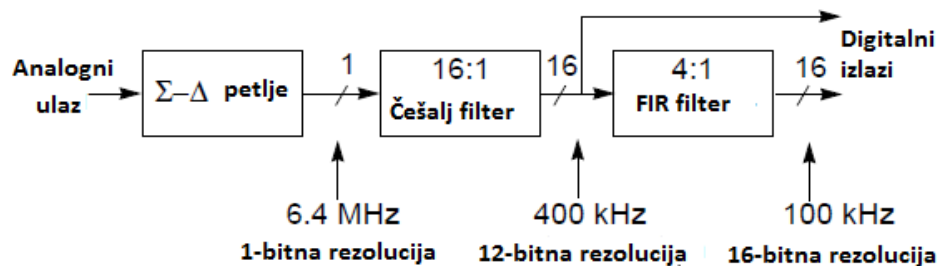
Digitalno filtriranje desetakovanjem se realizuje nad bitima dobijenim visokom frekvencijom semplovanja sa ciljem njihovog transformisanja u 16-bitne nizove podataka na nižim brzinama semplovanja. Na taj način se izbegava povratni aliasing efekat u opsegu modulacije. Primenom višestrukog semplovanja (do 64 puta većim od Nikvistove brzine) grubo kvantizovanih analognih uzoraka signala, visoka rezolucija modulatora se definiše pomoću 64 usrednjene tačke interpolacijom između grubih kvantizacionih nivoa. Proces usrednjavanja je ekvivalentan NF filtriranju u frekvencijskoj domeni. Komponente šuma kvantizacije na visokim frekvencijama nestaju omogućavajući smanjenje brzine semplovanja na izlazu modulatora sve do Nikvistove brzine, istovremeno izbegavajući pojavu antialiasing efekta u opsegu modulacije.

Digitalnim filterima se prigušuje greška kvantizacije u opsegu modulacije S-D modulatora. Šum kvantizacije je najčešće pozicioniran na frekvencijama iznad frekvencijskog opsega modulacije. Odstranjivanjem tih opsega frekvencija, minimizira se šum kvantizacije u opsegu

modulacije i istovremeno se limitiraju frekvencijski opsezi komponenti ulaznog signala. Smanjenjem šuma kvantizacije u opsegu modulacije upotrebom digitalnog filtera, povećava se efektivna rezolucija digitalnog izlaza.

Izlaz S-D modulatora se generiše na veoma visokim brzinama smplovanja. Nakon filtriranja visoko-frekvencijskog šuma kvantizacije, poželjno je “obaranje” brzine smplovanja do Nikvistove frekvencije. Ovo predstavlja proces desetkovanja - smanjenja obima informacija za naredni prenos, memorisanje ili digitalnu obradu signala. Zbog visoke brzine smplovanja modulatora (daleko veće od Nikvistove), analogni antialiasing filter nema glatku karakteristiku izlaza, pa je uloga digitalnog filtera da, nakon smanjenja te brzine do Nikvistove, obezbedi dodatno smanjenje aliasing efekta ulaznog signala kao “balans” interno generisanom šumu kvantizacije.

Međutim, upravo zbog velike brzine smplovanja u procesu S-D modulacije, veoma je zahtevna implementacija digitalnih filtera desetkovanja jer je potrebno da realizuju algoritme kompleksnih i obimnih proračuna signala u realnom vremenu. Osim obaveznog “rezanja” šuma kvantizacije iznad frekvencijskog opsega modulacije, pred digitalne filtere se, u procesu digitalne obrade signala, postavlja uslov da ne smeju uneti bilo kakvu distorziju amplitude i faze ulaznog signala u opsegu modulacije. Istovremeno takav filter bi trebao da bude jednostavan i ekonomičan za hardversku implementaciju. Jedna od izvedbi filtera takvih karakteristika se bazira na FIR mreži (filteri sa konačnim odzivom) sa dodatih nekoliko stepeni digitalnog filtera. Karakteristična blok šema tako koncipiranog digitalnog filtera se prikazuje na Sl. 9.



Sl. 9. Proces digitalnog detekovanja primenom češalj i FIR digitalnog filtera

Uočava se da velika izlazna brzina smplovanja iz S-D stepena modulacije, u “češalj” sekciji filtera se redukuje sa faktorom 16. Potom se digitalni izlaz desetkuje, čime se povećava njegova rezolucija sa 1-bitne na 12-bitnu. Takav digitalni izlaz propušta se kroz FIR NF filter sa simetričnim koeficijentima i projektovanim faktorom 4:1 desetkovanja kako bi se očuvao odziv linearne faze i amortizovao nagli pad amplitude na izlazu iz prethodnog stepena češalj digitalnog filtera. Koeficijentima FIR filtera se kompenzuje frekvencijski opseg talasanja odziva u toleranciji $\pm 0.001dB$ u odnosu na glatku (ravnu) karakteristiku odziva.

Češalj filter je FIR filter dužine N čija je prenosna funkcija [32]:

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} z^{-n} = \frac{Y(z)}{S(z)} \quad (16)$$

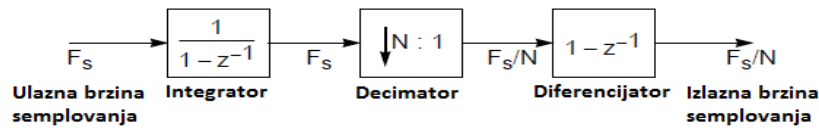
Ako je dužina češalj filtera $N=3$, razvoj FIR filtera je $y(n) = s(n) + s(n-1) + s(n-2)$. Češalj filter je akumulator koji izvršava usrednjavanje prikupljenog skupa vrednosti signala konstantne dužine u vremenu iz uzastopnih segmenata niza. Na osnovu geometrijske sume:

$$H(z) = \frac{1 - z^N}{1 - z^{-1}} = \frac{Y(z)}{S(z)} \quad (17)$$

razvojem u diskretnom domenu, za dužinu filtera $N=4$, dobija se $y(n) = s(n) - s(n-4) + y(n-1)$. Upotrebom rekursivnih formula smanjuje se broj sabiranja i time razvoj postaje nezavisan o dužini N . Faktorizacijom prenosne funkcije filtera date sa (16) dobija se:

$$y(z) = \left[\frac{1}{1 - z^{-1}} \right] \cdot [1 - z^{-N}] \cdot s(z) \quad (18)$$

gde se uočavaju dva odvojena procesa integracije i diferencijacije koji se prikazuju u blok dijagramu na Sl. 10.



Sl. 10. Blok dijagram filtriranja češalj filterom 1-reda

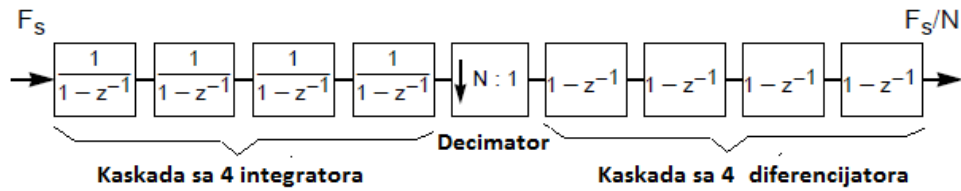
Vidljivo je da, nakon procesa desetkovanja (blok decimatora), funkcija diferencijacije koristi manju (redukovanu sa faktorom $\frac{F_s}{N}$) brzinu semplovanja. Ako je npr. filter dužine $N=16$, tada se,

na osnovu (16) i razvojem prenosne funkcije, realizuje proces usrednjavanja izrazom $y(n) = \sum_{i=0}^{15} s(n-i)$, a geometrijska suma u “z” diskretnom domenu, na osnovu (17), je data

izrazom $Y(z) = \frac{1 - z^{-16}}{1 - z^{-1}} \cdot S(z)$. Upotrebom češalj filter decimatora, izbegava se višestuka

operacija množenja (multiplikacija), nema potrebe za skladištenjem koeficijenata filtera, u odnosu na primenu uniformnih kaskadnih filtera, češalj filterima se redukuje posredno skladištenje podataka jer se uvodi integracija na visokim frekvencijama semplovanja i diferencijacija na niskim frekvencijama semplovanja, uz očuvanje linearne faze filtera. Jednom dizajnirani češalj filter se može koristiti za veoma veliki raspon promena odnosa faktora N , uz minimalne promene vremenskih parametara filtera i dodatnih skaliranja kola filtera.

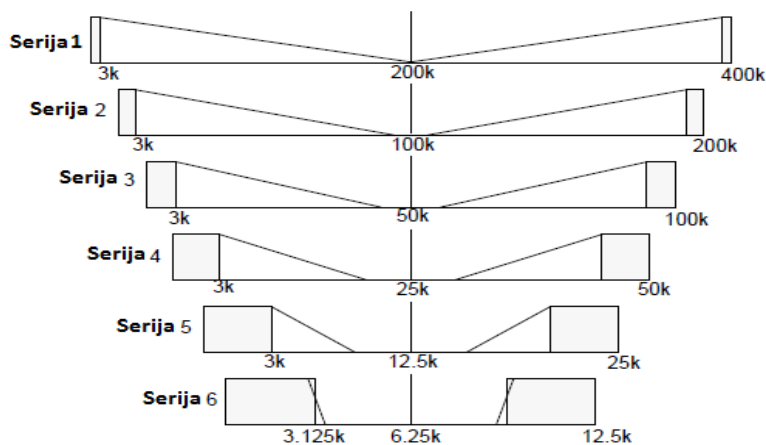
Jednostepeni češalj filter nema potreban stepen atenuacije u nepropusnom opsegu, pa je zbog toga moguća pojava aliasing efekta, nakon desetkovanja, u frekvencijskom pojasu od interesa. Primenom kaskadnih češalj filtera (blok šema se prikazuje na Sl. 11) izbegava se pojava aliasing efekta. Uočava se, na prikazanom primeru, da je za realizaciju četiri kaskadne sekcije češalj filtera potrebno osam registara podataka i $4 \cdot (N+1)$ operacija sabiranja po ulazu. Ovakvom realizacijom češalj decimator filtera se dobija veća brzina semplovanja na 12-bitnoj dinamičkoj rezoluciji ADC i smanjena aritmetička distorzija („zasečeni oblik signala“) 16-bitnog izlaza.



Sl. 11. Blok šema kaskadne strukture češalj filtera

Za realizaciju „oštrijeg“ prelaza iz propusnog u nepropusni opseg frekvencija u cilju smanjenja aliasing efekta, u uslovima smanjenje brzine smplovanja primenom procesa desetkovanja i povećane rezolucije S-D modulatora (npr. na 16 bita), nije dovoljna samo jedna sekcija češalj filtera. Druga sekcija omogućava NF filtriranje sa smanjenim odnosom desetkovanja (sa 16:1 na 4:1), malim talasanjem amplitude odziva FIR filtera (do $0.001dB$) u propusnom opsegu frekvencija i visokim nivoom atenuacije prelomne frekvencije (više od $-96dB$), uz kompenzaciju naglog „propadanja“ amplitude odziva FIR filtera. Iako FIR filter „potražuje“ više vremena za realizaciju procesa desetkovanja od filtera sa beskonačnim impulsnim odzivom (na engleskom Infinite Impulse Response (IIR)) za isti propusni opseg, FIR filterom se omogućava linearna fazna karakteristika odziva koja se zahteva u mernoj instrumentaciji. Simetrični koeficijenti sa linearni faznim odzivom se dizajniraju primenom optimizacionnih metoda na računaru i kombinacijom kompenzacionih i NF FIR filtera.

Primenom serije FIR filtera sa polovinom opsega, pojednostavljuje se proračun koeficijenata smanjivanjem broja instrukcija i potrebnog memorijskog prostora. Rad filtera sa polovinom opsega se bazira na simteričnosti FIR filtera pri čemu je jedna polovina njegovih koeficijenata jednaka nuli. Implementacijom ove vrste filtera, broj množenja je jednak četvrtini potrebnih množenja za proizvoljno dizajniranje FIR filtera. Ova vrsta filtera primenjuje samo 2:1 desetkovanje omogućavajući kaskadno sprezanje serija filtera u cilju postizanja veišeg procesa desetkovanja. Ilustracija procesa destekovanja sa odnosom 64:1 primenom FIR filtera sa polovinom opsega kaskadno spregnutih prikazuje se na Sl. 12.



Sl. 12. Proces desetkovanja primenom serija FIR filtera sa polovinom opsega

Dakle, S-D A/D konverzija se zasniva na procesima višestrukog smplovanja ulaznog analognog signala, oblikovanja signala šuma i filtriranja primenom procesa desetkovanja. S-D ADC se baziraju na digitalnoj obradi signala, pa su integrisani u moderne digitalne uređaje poput aparata za snimanje neuronske aktivnosti. Zbog povećanja preciznosti ADC-a i zahteva za velikom brzinom smplovanja ulaznog signala, kolo smplovanja i zadržke predstavlja ugrađeni deo S-D ADC-a. Zbog jednostavnosti izvedbe antialiasing filtera, u odnosu na analogna kola, tehnologija dizajniranja i proizvodnje je jeftinija. Šum koji nastaje nakon A/D konverzije, se može kontrolisati upotrebom sekvenci digitalnog filtera koji se pozicionira iza ADC-a. S-D ADC su u osnovi linearnih karakteristika, a nivo signala šuma koji određuje S/N faktor sistema je nezavisan od nivoa ulaznog signala.

LITERATURA

- [1] Popović, D., M., „Biomedicinska instrumentacija i merenja“ Elektrotehnički fakultet Beograd, (1997).
- [2] Ilić, A., Blagotić, M., Malobabić, S., Radonjić, V., Prostran, M., Toševski, J., „Anatomija centralnog nervnog sistema“, Savremena administracija, Beograd, (2007).
- [3] University of Notre Dame, “The electrical system of body”, <https://isnap.nd.edu/Lectures/mphysics> .
- [4] Saeid, S., Chambers, J. A., “EEG Signal Processing”, Centre of Digital Signal Processing, Cardiff University UK, John Wiley&Sons, Ltd, (2007).
- [5] Ochoa, J. B., “EEG signal Classification for Brain Computer Interface Applications”, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, (2002).
- [6] Dornhege, G., Millan, J., R., Hinterberger, T., McFarland, J., D., Muller, K. R., „Toward Brain-Computer Interfacing”, The MIT Press Cambridge Massachusetts Institute of Technology, (2007).
- [7] Milovanović, M., Sovilj, P., ”Analiza ERP P300 komponente primenom ERPLAB softvera”, ETRAN, (2014).
- [8] Vespa, P., Nenov, V., & Nuwer, M., “Continuous EEG monitoring in the intensive care unit: early findings and clinical efficacy”, J. Clin Neurophysiol 16, (1999).
- [9] Fisher, R., Webber, W., Lesser, R., Arroyo, S., & Uematsu, S., “High-frequency EEG activity at the start of seizures” J. Clin Neurophysiol 9, (1992).
- [10] O'Regan, S., Faul, S., & Mamane, W., „Automatic detection of EEG artefacta arising from head movements“, Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), Annual International Conference of the IEEE, Buenos Aires, Argentina, (2010).
- [11] Murphy, K., & Brunberg, J., “Adult claustrophobia, anxiety and sedation in MRI”, Magnetic Resonance Imaging 15, (1997).
- [12] Hinterberg, T., Kubler, A., Kaiser, J., Neumann, N., & Birbaumer, N., “A brain-computer interface (BCI) for the locked-in: comparison of different EEG classifications for the thought translation device”, Clinical Neurophysiology 114, (2003).
- [13] Srinivasan, R., “Methods to Improve the Spatial Resolution of EEG ”, International Journal 1, (1999).
- [14] Yasuno, “The PET Radioligand [11 C] MePPEP Binds Reversibly and with High Specific Signal to Cannabinoid CB1 Receptors in Nonhuman Primate Brain”, Neuropsychopharmacology 33, (2008).
- [15] Schlogl, A., Slater, M., & Pfurtscheller, G. “Presence research and EEG Properties of EEG Recordings”, Proceedings of 5th Annual International Workshop PRESENCE, Porto, Portugal, (2002).
- [16] Towle, V.L., Bolanos, J., Suarez, D, Tan, K., Grzeszczuk, R. Levin, D.N., Cakmur, R., Frank, S.A., Spire, J.P., “The spatial location of EEG electrodes: locating the best-fitting sphere relative to cortical anatomy”, ElectroencephalogrClinNeurophysiol 86, (1993).
- [17] “Guideline seven: a proposal for standard montages to be used in clinical EEG”, Journal of Clinical Neurophysiology 11, (1994).
- [18] Aurlien, H., Gjerde, I. O., Aarseth, J. H., Karlsen, B., Skeidswoll, H., Gilhus, N. E., “EEG background activity described by a large computerized databased”, Clinical Neurophysiology 115, (2004).
- [19] Nunez, P.L., Pilgreen, K.L., “The spline-Laplacian in clinical neurophysiology: a method to improve EEG spatial resolution“, Journal ClinNeurophysiol 8, (1991).
- [20] Moore, J., Zouridakis, G., „Biomedical Technology and Devices Hand Book“, CRC Press, (2004).
- [21] Kovačević, B. D., Banjac, Z. Đ., Milosavljević, M. M., “Adaptivni digitalni filtri”, Akademska misao, Beograd, (2005).
- [22] Cariolaro, G., “Unified Signal Theory”, Springer-Verlag, London, DOI 10.1007/978-0-85729-464-7_2, (2011).

- [23] Mallat, S., "A Wavelet Tour of Signal Processing, The Sparse Way", Elsevier&Academic Press, (2009).
- [24] Orfanidis, J.S., "Introduction to Signal Processing", <http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/intro2sp>, (2010).
- [25] Hinić, P., Risojević, V., Zagorac, A., "Procesiranje signala", Elektrotehnički fakultet, Banja Luka, (2000).
- [26] Popović, M., "Digitalna obrada signala", Nauka, Beograd, (1994).
- [27] Stojić, M., "Digitalni sistemi upravljanja", Akademska misao, Beograd, (2004).
- [28] Adeli, H., Ghosh-Dastidar, S., "Automated EEG-Based Diagnosis of Neurological Disorders", CRC Press Taylor and Francis Group, (2010).
- [29] Okumura, S., "The Short Time Fourier Transform And Local Signals", Department of Statistics Carnegie Mellon University Pittsburgh Pennsylvania, (June 2011).
- [30] Chavan, A. S., Kolte, M., "EEG Signal Preprocessing Using Wavelet Transform", International Journal of Electronics Engineering, (2011).
- [31] Siffuzaman, M., Islam, M. R., Ali, M.Z., "Application of Wavelet Transform and its Advantages Compared to Fourier Transform", Journal of Physical Sciences, (2009).
- [32] Park, S., "Principles of Sigma-Delta Modulation for Analog-to-Digital Converters", Motorola digital Signal Processors.
- [33] Sovilj, P., Vujičić, V., Pjevalica, N., Pejić, D., Urekar, M., Župunski, I., "Influence of Signal Stationarity on Digital Stochastic Measurement Implementation", IX Symposium Industrial Electronics INDEL, Banja Luka, (2012).
- [34] Vujičić, V., Župunski, I., Mitrović, Z., Sokola, M., "Measurement in a point versus measurement over an interval", XIX IMEKO World Congress fundamental and applied metrology, Septembar 6-11, Portugal, (2009).
- [35] Karoly, N., Vujičić, V., „Application of Stochastic Adding A/D Conversion in Adaptive Measurement and Fuzzyfication“, Proceeding of the 3th SISY conference, Subotica, (2005).
- [36] Sovilj, P., Milovanović, M., Pejić, D., Urekar, M., Mitrović, Z., „Influence of Wilbraham-Gibbs Phenomenon on Digital Stochastic Measurement of EEG Signal Over an Interval“, Measurement Science Review, volum. 14, No.5., (2014).
- [37] Kester, W., „ADC Architectures I: The Flash Converter“, Analog Devices, (2009).
- [38] Sovilj, P., „Stohastičko digitalno merenje EEG signala“, Doktorska disertacija, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, (2011).
- [39] Sovilj, P., Pjevalica, N., "FPGA based model of processing EEG signal", Telekomunikacioni forum TELFOR 2009, Srbija, (2009).
- [40] CYPRESS Semiconductor Corporation, "Delta39K™ ISR™ CPLD Family", San Jose CA, (2003).
- [41] Kamensky, M., Kovač, K. "Correction of ADC errors by additive iterative method with dithering", Measurement Science Review, 11 (1), 15-18, (2011).
- [42] EEGLAB Wiki Tutorial as a PDF book, <http://sccn.ucsd.edu/eeglab/>
- [43] Luck, J. S., Kappenman, E. S., Fuller, R. L., Robinson, B., Summerfelt, A., Gold, J. M. "Impaired response selection in schizophrenia: Evidence from the P3 wave and the lateralized readiness potential", Psychophysiology, 46: 776-786, (2009).
- [44] Milovanović, M., Sovilj, P., "Primena EEGLAB softvera u merenju ERP potencijala", Infoteh, Republika Srpska, (2014).
- [45] Milovanović M., Bundalo Z., "Neurodinamički model elektronskih signala aktivnosti mozga," Infoteh, Republika Srpska, (2008).
- [46] Milovanović M., Bundalo Z., "Simulacija elektronskih signala moždane aktivnosti u programskom Matlab okruženju", Infoteh, Republika Srpska, (2008).
- [47] Luck, J. S., Calderon, L., "ERPLAB toolbox user's manual", Version 3.0, <http://erpinfo.org/erplab>, (2012).

[48] Luck, J. S., “An Introduction to Event-Related Potentials and Their Neural Origins”, MIT Press, (2005).