

Capacidad Límite Última de Disipación de Energía de Estructuras de Hormigón Armado Sometidas a Acciones Sísmicas

A. Benavent-Climent
F. López-Almansa
L. G. Pujades

Direct Computation of Instability Points with Inequality Constraints
Using the Finite Element Method

H. Tschöpe E. Oñate P. Wriggers

Capacidad Límite Última de Disipación de Energía de Estructuras de Hormigón Armado Sometidas a Acciones Sísmicas

A. Benavent-Climent F. López-Almansa L.G. Pujádes

Monografías de Ingeniería Sísmica

Editor A. H. Barbat

**Capacidad Límite Última de
Disipación de Energía de
Estructuras de Hormigón
Armado Sometidas a Acciones
Sísmicas**

A. Benavent-Climent
F. López-Almansa
L. G. Pujades

CENTRO INTERNACIONAL DE MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA
Edificio C1, Campus Norte UPC
Gran Capitán s/n
08034 Barcelona, Spain

MONOGRAFÍAS DE INGENIERÍA SÍSMICA
Editor A. H. Barbat

ISSN: 1134-3249

**CAPACIDAD LÍMITE ÚLTIMAS DE DISIPACIÓN DE ENERGÍA DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN
ARMADO SOMETIDAS A ACCIONES SÍSMICAS**
Monografía CIMNE IS44
© Los autores

ISBN: 84-89925-88-7
Depósito legal: B-48208-2001

PROLOGO

En regiones de sismicidad moderada como España, o la parte central y oriental de Estados Unidos, las estructuras de edificación de hormigón armado se han proyectado históricamente para soportar fundamentalmente cargas gravitatorias. En algunos casos, en su cálculo se ha considerado también una determinada distribución de cargas laterales para tener en cuenta efectos de viento o sismo. Centrándonos en España, la antigua norma sísmica PDS-1/1974 obligaba a dotar a las estructuras de cierta resistencia lateral frente a acciones sísmicas. Al igual que otras de su época, era una norma basada únicamente en criterios de resistencia, y no tenía en cuenta otro aspecto fundamental desde el punto de vista de la sismorresistencia, que es el de la capacidad de disipación de energía. Como consecuencia de ello, la mayoría de las estructuras existentes cuyo proyecto ha estado gobernado por las acciones gravitatorias, se han resuelto con detalles constructivos caracterizados por (véase Fig. A) :

- a) Asimetría en el armado longitudinal superior e inferior en extremos de vigas.
- b) Discontinuidad de la armadura longitudinal inferior en los nudos viga-pilar interiores y simples terminaciones en prolongación recta en los nudos exteriores.
- c) Escasez o ausencia de cercos en el interior de los nudos viga-pilar, ni de otro tipo de mecanismo de refuerzo destinado a absorber los esfuerzos cortantes dentro del nudo.
- d) Empalmes por solape de las armaduras longitudinales de los pilares situados justo arriba de los forjados, es decir, en zonas de potenciales rótulas plásticas.
- e) Armadura transversal insuficiente para absorber el cortante máximo que puede solicitar a las secciones extremas de vigas y pilares cuando éstas alcanzan su momento último.

Este tipo de soluciones constructivas limitan notablemente la ductilidad de los elementos estructurales y son propensos a roturas frágiles de graves consecuencias.

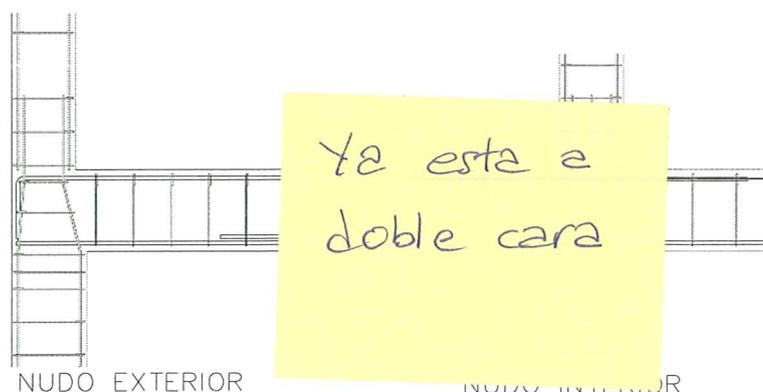


Fig.A: Esquemas típicos de armado en estructuras de hormigón armado proyectadas fundamentalmente para cargas verticales.

En el caso de España el problema se agrava por el uso generalizado de las denominadas “vigas planas”, es decir, aquellas con el mismo canto que el forjado y cuya anchura supera las dimensiones del pilar. Desde el punto de vista sismorresistente, este tipo de vigas presenta inconvenientes entre los que cabe destacar su elevada deformabilidad, problemas en la transmisión de los momentos flectores asociados a deficiencias en la continuidad entre las vigas y pilares que concurren al nudo y limitada capacidad de deformación plástica o ductilidad. Tanto es así, que la norma sísmica actual, NCSE-94, las prohíbe en aquellas zonas del país de mayor riesgo sísmico.

El tipo de construcción con vigas planas tan habitual en España, apenas se utiliza fuera de nuestro país, salvo en Italia y Francia. Por ello, son muy escasas a nivel internacional, las investigaciones experimentales orientadas a estudiar el comportamiento de las conexiones viga plana-pilar sometidas a deformaciones impuestas de tipo cíclico. También son prácticamente inexistentes en la literatura, modelos numéricos específicos para simular el comportamiento de este tipo de conexiones en cálculos dinámicos directos. Las normativas internacionales tampoco ofrecen luz sobre el problema, y en el mejor de los casos (como ocurre con la NCSE-94) se limitan a prohibir su uso.

La mayor parte del esfuerzo investigador se ha dirigido a un tema próximo al de las vigas planas, que es el de las conexiones entre losas o placas y pilares, llamadas en la literatura anglosajona “*flat slab-column connections*”. Sobre ellas existen prescripciones concretas en las normativas y abundante literatura internacional, pero no es de aplicación directa a las conexiones viga plana-pilar empleadas en España.

Desde el punto de vista sismorresistente, una de las principales cuestiones que plantean las estructuras proyectadas fundamentalmente para resistir cargas gravitatorias, sin consideraciones de ductilidad, es la de cómo se comportarían frente a un terremoto severo. Entendemos aquí por terremoto severo, el máximo sismo esperable con una probabilidad razonable en la zona donde está ubicada la estructura.

El problema se puede plantear también a la inversa, es decir: ¿cuál es el nivel máximo de la acción sísmica que son capaces de soportar este tipo de estructuras, es decir su capacidad sismorresistente límite última?. La ventaja de este segundo planteamiento es que, conociendo de forma cuantitativa la capacidad límite última de la estructura y comparándola con los niveles de demanda, podemos tomar decisiones sobre la necesidad de su reacondicionamiento sísmico. Dicho conocimiento es particularmente interesante cuando se van a aplicar técnicas avanzadas como los sistemas de control pasivo.

Uno de los enfoques modernos mas avanzados a la hora de abordar el problema de la caracterización de la acción sísmica y de la capacidad sismorresistente de la estructura, lo constituye la denominada *metodología de proyecto sismorresistente basada en el balance energético*, conocida también en la literatura japonesa como *metodología de proyecto sismorresistente basada en el concepto de la energía de Housner-Akiyama*.

En este enfoque metodológico, la acción sísmica o efecto de carga del terremoto se interpreta en términos de *input de energía E*, y la capacidad sismorresistente de la estructura en términos de *capacidad límite última de disipación de energía W_u* . La condición para que la estructura sobreviva al terremoto se puede escribir como sigue:

$$W_u \geq E$$

La evaluación de los niveles de *input de energía de proyecto E* en zonas de sismicidad moderada ha sido objeto de investigaciones recientes. *Benavent-Climent et al.* han propuesto *espectros de input de energía de proyecto*, de aplicación a estructuras ubicadas en zonas con niveles de peligrosidad sísmica similares a los de España. Este tema ha sido objeto también de una monografía reciente del CIMNE (Centro Internacional de Métodos Numéricos en la Ingeniería).

Esta monografía se ocupa del segundo aspecto del problema, es decir, el de la evaluación de la capacidad límite última de disipación de energía de las estructuras sometidas a terremotos. En ella se expone, a través de su aplicación a varias estructuras tipo, una de las metodologías posibles para llevarla a cabo.

En el Capítulo 1 se hace una introducción al problema de la capacidad sismorresistente de las estructuras cuyo proyecto ha estado gobernado por las cargas gravitatorias, y se repasa brevemente el estado del arte sobre la cuestión.

En el Capítulo 2 se describen las estructuras tipo seleccionadas y los parámetros utilizados en su dimensionado. Dichas estructuras representan pórticos planos tipo de edificios de vivienda, de 3, 6 y 9 plantas, con vigas de canto y con vigas planas. Los pórticos han sido proyectados para resistir fundamentalmente cargas verticales y el cálculo sísmico se ha realizado con la antigua norma española PDS-74.

En el Capítulo 3, se describe con detalle la discretización de las estructuras en modelos formados por elementos de tipo barra, con rótulas elasto-plásticas en los extremos. Se exponen también los modelos numéricos adoptados para representar el comportamiento histerético de las barras bajo deformaciones impuestas de tipo cíclico.

En el Capítulo 4 se hace una evaluación aproximada de las propiedades fundamentales de los pórticos, reduciéndolos a modelos dinámicos sencillos de masas concentradas. Se hace hincapié especialmente en la determinación del mecanismo de colapso.

En el Capítulo 5 se expone una metodología para predecir la sismorresistencia de los pórticos, en términos de capacidad límite última de absorción de energía. Esta metodología está basada en la formulación propuesta por *Akiyama*.

En los Capítulos 6 y 7, la evaluación de la capacidad límite última de absorción de energía de los pórticos se realiza mediante cálculos dinámicos directos, utilizando cinco acelerogramas históricos. Los resultados se comparan con la predicción realizada en el Capítulo 5. Se exponen los parámetros más importantes de la respuesta de la estructura, a tener en cuenta a la hora de juzgar su comportamiento sismorresistente.

Esta monografía ha podido elaborarse gracias al programa de “Ayudas para la Incorporación a España de Doctores y Tecnólogos” del Ministerio de Educación y Cultura, del que ha sido beneficiario el Dr. Benavent-Climent, y a la financiación parcial del Gobierno Español a través de los proyectos DGES PB-98-0455 y CICYT AMB-98-0558.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
2. ESTRUCTURAS TIPO	5
2.1. Descripción de los modelos	5
2.2. Parámetros de proyecto	6
2.3. Geometría y armado de los modelos	7
3. IDEALIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA. MODELO HISTERÉTICO	25
3.1. Discretización de la estructura	27
3.2. Envolvente de la relación $M-\theta$ bajo cargas monotónicas	27
3.2.1. Vigas y columnas	27
3.2.1.1. Definición de la envolvente $M-\theta$ en barras con fallo a flexión	28
3.2.1.2. Definición de la envolvente $M-\theta$ en barras con fallo a cortante	35
3.2.2. Nudos viga-pilar	37
3.2.3. Envolvente $M-\theta$ adoptada en los cálculos	40
3.3. Leyes de comportamiento histerético adoptadas	47
3.4. Modelización del efecto $P-\Delta$	49
4. ESTIMACIÓN DE LAS PROPIEDADES DE LOS PÓRTICOS	
4.1. Idealización de los pórticos en modelos de masas concentradas	51
4.1.1. Descomposición del pórtico por plantas	51
4.1.2. Resistencia lateral de cada planta	52
4.1.3. Modo de fallo	54
4.1.4. Rigidez lateral	56
4.2. Propiedades de los pórticos	58
4.3. Mecanismo de colapso de los pórticos	61
5. PREDICCIÓN DE LA CAPACIDAD LÍMITE ÚLTIMA DE ABSORCIÓN DE ENERGÍA CON FÓRMULAS PROPUESTAS EN LA LITERATURA	
5.1. Estimación de la relación $Q-\delta$ de cada planta del pórtico	63
5.2. Conversión de la curva $Q-\delta$ de cada planta en la correspondiente a un sistema elástico-perfectamente plástico equivalente	68
5.3. Evaluación de la capacidad límite última de absorción de energía	70
6. EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD LÍMITE ÚLTIMA DE ABSORCIÓN DE ENERGÍA MEDIANTE CÁLCULOS DINÁMICOS	
6.1. Metodología aplicada	73
6.2. Índices de daño. Definición de colapso de la estructura	73
6.3. Acelerogramas utilizados	76
7. RESULTADOS DE LOS CÁLCULOS DINÁMICOS	
7.1. Capacidad sismorresistente límite última	81
7.2. Distribución de la energía de deformación plástica acumulada entre plantas, en el estado límite último	85

VIII

7.3. Distribución de daño entre vigas y pilares de cada planta	87
7.4. Ratio de deformación plástica acumulada e índice de daño de Park y Ang en las rótulas	90
7.5. Ratio de deformación plástica acumulada e índice de daño de Park y Ang de cada plantas	97
7.6. Desplazamiento máximo entre plantas	98
8. CONCLUSIONES	109
REFERENCIAS	113

1. INTRODUCCIÓN

Históricamente, en regiones de sismicidad moderada como España, el cálculo de las estructuras de edificación de hormigón armado ha estado gobernado fundamentalmente por las cargas gravitatorias. En algunos casos, en edificios de cierta altura o situados en determinadas áreas, se han considerado también cargas laterales. La antigua norma sísmica PDS-1/1974 obligaba a dotar a las estructuras de cierta resistencia frente a acciones sísmicas horizontales. Al igual que otras muchas de su época, esta norma estaba basada únicamente en criterios de resistencia, y no tenía en cuenta un aspecto fundamental desde el punto de vista de la sismorresistencia, que es el de la capacidad de disipación de energía. La investigación sobre el comportamiento sismorresistente de estructuras de hormigón armado proyectadas para soportar fundamentalmente cargas gravitatorias es relativamente escasa y reciente^{1,2,3,4}.

Entre los sistemas estructurales de hormigón armado mas utilizados en España en obras de edificación pueden distinguirse tres tipos:

1. Pórticos paralelos formados por pilares y vigas planas unidos por forjados unidireccionales.
2. Pórticos paralelos formados por pilares y vigas de canto unidos por forjados unidireccionales.
3. Placas macizas o aligeradas sobre apoyos aislados.

El primer tipo de sistema estructural, caracterizado por el uso de vigas del mismo canto que el forjado y mayor anchura que el pilar, es habitual en España, bastante menos en Francia e Italia y prácticamente inexistente en otros países⁵. La investigación experimental sobre el comportamiento de uniones viga plana-columna bajo cargas cíclicas es muy escasa^{6,7}.

Respecto al segundo tipo, existen en la literatura reciente experimentos sobre el comportamiento histerético de uniones viga de canto-columna, proyectadas para soportar fundamentalmente cargas gravitatorias y con detalles de armado que ignoran los requisitos de ductilidad. Entre ellas cabe destacar las siguientes.

*Aycardi, Mander y Reinhorn*¹ investigaron experimentalmente el comportamiento histerético de columnas y uniones exteriores e interiores viga-pilar, típicas de edificios proyectados para resistir principalmente cargas verticales. Las vigas utilizadas eran de canto. Entre sus conclusiones cabe destacar:

- a) Solapar las armaduras longitudinales de la columna en la zona donde se forman las rótulas plásticas (extremos de la columnas) reduce su capacidad de absorción de energía.
- b) En todas las columnas ensayadas, la resistencia máxima se alcanzó para un desplazamiento entreplantas entre el 2 y 3%. Las columnas fueron capaces de soportar el 70% de su máxima capacidad de carga vertical, durante al

menos dos ciclos de deformación de amplitud el 4% de la altura entreplantas. Esto sugiere que la limitación del 1% que establecen ciertos códigos puede ser excesivamente conservadora.

- c) El mecanismo de colapso de las uniones viga-pilar exteriores fue del tipo viga débil-columna fuerte y de las interiores del tipo columna débil-viga fuerte.

*Kunnath, Hoffmann, Reinhorn y Mander*² realizaron cálculos dinámicos directos de respuesta en régimen inelástico, con pórticos de 3, 6 y 9 plantas proyectados para soportar únicamente cargas verticales. Los modelos se sometieron a dos grupos de terremotos. Un grupo representaba sismos típicos de proyecto con bajo o moderado contenido energético (sismo de Nahanni de 1985, sismo artificial compatible con el espectro del UBC). El otro grupo representaba el terremoto más severo esperable en la zona (El Centro-1940, Taft-1952). Todos los acelerogramas se escalaron a una aceleración máxima del suelo de 0.20g. En los análisis se utilizaron modelos histeréticos ajustados al comportamiento real de los elementos estructurales, deducido de los experimentos de *Aycardi et al.*¹. Entre sus conclusiones cabe señalar:

- a) Las estructuras estudiadas serían capaces de soportar sismos pequeños o moderados de bajo contenido energético aunque con daños.
- b) Las estructuras estudiadas sufrirían daños muy importantes o colapsarían si se vieran sometidas a sismos severos (máximo terremoto esperable en la zona) con un contenido energético similar a los terremotos de la costa oeste de EEUU.

Estos mismos autores³ realizaron un extenso estudio paramétrico para estudiar la efectividad de distintas soluciones de refuerzo dirigidas a reacondicionar sísmicamente este tipo de estructuras.

*Bracci, Reinhorn y Mander*⁴ llevaron a cabo ensayos dinámicos sobre mesa vibrante con un modelo a escala 1:3 de una estructura de hormigón armado de tres vanos y vigas de canto, proyectada únicamente para cargas verticales sin tener en cuenta los detalles de armado preconizados por la normativa sísmica para proporcionar ductilidad. El comportamiento de la estructura fue estudiado también numéricamente con fines comparativos. Ello condujo a interesantes recomendaciones a la hora de modelizar este tipo de estructuras. Las principales conclusiones de la investigación fueron:

- a) La flexibilidad y resistencia lateral de las estructuras proyectadas fundamentalmente para cargas verticales, sin detalles dúctiles, son adecuadas para resistir terremotos de pequeña intensidad sin grandes daños. En caso de sismos moderados o severos, la estructura sufre desplazamientos entreplantas que superan los límites recomendables y daños importantes.
- b) La respuesta sísmica de las estructuras proyectadas para cargas verticales sin detalles dúctiles, está dominada por comportamientos del tipo columna débil-viga fuerte. La falta de ductilidad en las columnas puede provocar el fallo prematuro de la estructura durante las excursiones inelásticas.

- c) El modo de colapso consiste en la formación de una "planta blanda" (*soft story*) con rótulas plásticas en las columnas.
- d) Para modelizar estructuras proyectadas fundamentalmente para cargas gravitatorias y que hayan sufrido daños, la rigidez inicial de las columnas y vigas puede tomarse aproximadamente igual al 60% y el 25% de la rigidez de la sección bruta sin fisurar respectivamente. Después de un sismo severo, los pilares pueden sufrir daños importantes y su rigidez reducirse hasta un 20%.

El tercer sistema estructural formado por losas, placas macizas o aligeradas sobre apoyos aislados ha sido ampliamente utilizado desde principios de siglo en numerosos lugares. Este sistema estructural tiene como principales desventajas la reducida rigidez de las conexiones losa-columna en comparación con las conexiones viga-columna (lo que agudiza los problemas derivados del efecto $P-\delta$ o efectos de segundo orden), la excesiva flecha y el hecho de que el cortante se concentre excesivamente alrededor de los soportes⁸. Cortantes excesivos pueden provocar un fallo frágil por punzonamiento local y el consiguiente colapso de toda la losa de un piso. Este problema es especialmente grave en conexiones losa-soporte con escaso o nulo refuerzo por cortante y punzonamiento, y con refuerzo positivo discontinuo en las losas. Existen en la literatura escasos experimentos sobre el comportamiento histerético de conexiones losa-columna bajo cargas cíclicas de tipo sísmico, entre ellos cabe destacar los de *Luo, Durrain y Conte*⁹.

2. ESTRUCTURAS TIPO

2.1. DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS

En esta monografía se exponen dos métodos para evaluar la capacidad límite última de disipación de energía de las estructuras. Uno se basa en fórmulas propuestas en la literatura existente. El otro consiste en realizar cálculos dinámicos directos en régimen no-lineal, de modelos numéricos que representan las estructuras tipo a investigar. La exposición de dichos métodos se realiza a través del desarrollo de varios ejemplos concretos. Estos ejemplos representan estructuras tipo, correspondientes a edificios proyectados para soportar fundamentalmente cargas verticales, y cuyo cálculo sismorresistente se ha realizado con la antigua norma sísmica PDS-74, es decir empleando métodos elásticos basados en criterios de resistencia y sin contemplar requisitos de ductilidad. Se han elegido sistemas estructurales porticados de vigas (planas o de canto) y pilares unidos por forjados unidireccionales, por ser los de uso más generalizado en nuestro país.

La configuración de las estructuras tipo elegidas corresponde a un edificio de viviendas formado por pórticos paralelos de tres vanos iguales de 6 metros de luz y crujías de 5 metros. Como alturas entreplantas se han adoptado los valores usuales de 3.75 m para la planta baja y 2.75 m para las superiores. Las estructuras se han supuesto ubicadas en zonas de sismicidad media según la clasificación que establecía la antigua norma sísmica PDS-74. Las variables que distinguen los distintos modelos empleados son:

- a) El tipo de vigas
- b) El número de plantas

Respecto al tipo de vigas se han considerado los dos casos más comunes: vigas de canto y vigas planas. Por lo que respecta a la segunda variable, se han empleado pórticos de 3, 6 y 9 plantas, representativos de periodos de vibración cortos, medios y largos respectivamente. Esta clasificación en tres categorías de pórticos según el número de plantas es consistente con la definida en el ATC(1985)¹⁰ y similar a la utilizada en la literatura existente¹¹. En total se han abordado seis pórticos cuya denominación y características distintivas se indican en la TABLA 1.

TABLA 1

MODELOS		TIPO DE VIGAS	
		DE CANTO	PLANAS
NÚMERO DE PLANTAS	3	SN3VCSM	SN3VPSM
	6	SN6VCSM	SN6VPSM
	9	SN9VCSM	SN9VPSM

2.2. PARÁMETROS DE PROYECTO

Las vigas y pilares de los pórticos se han dimensionado y armado de acuerdo con la Instrucción para el Proyecto y Ejecución de Obras de Hormigón Armado EH-91, con los siguientes valores de las acciones y parámetros de cálculo.

ACCIONES GRAVITATORIAS Y DE VIENTO

Cargas verticales	Permanentes	3.5 kN/m ²
	Variables	3.0 kN/m ²
Cargas de viento	(situación de exposición normal)	0.9 kN/m ²

ACCIONES SÍSMICAS (según PDS-74)

Masas consideradas (carga permanente + 0.5 carga variable)	$m_i = 0.567 \text{ kNs}^2/\text{cm/planta}$
α : Factor de intensidad (art.4.8. PDS-74)	Sismicidad media: $\alpha=0.08$ (Sismo de intensidad VII)
β : Factor de respuesta (art.4.11 PDS-74) N: número de plantas T: periodo fundamental de vibración estimado según PDS-74	N=3, T=0.21 s, $\beta=1.31$ N=6, T=0.40 s, $\beta=0.95$ N=9, T=0.60 s, $\beta=0.77$
δ : Factor cimentación (art.4.13 PDS-74) (Zapatas en suelo medio)	$\delta=0.8$
Fuerzas horizontales equivalentes en cada planta: $F_i = s_i Q$ Siendo: $Q = \text{concarga} + 0.5 \text{ sobrecarga}$ $s_i = \alpha \beta \delta \eta_i$ $\eta_i = 3i / (2N - 1)$	<p>N=3 $F_3 = 66.1 \text{ kN}$ $F_2 = 40.7 \text{ kN}$ $F_1 = 20.3 \text{ kN}$ $\alpha_1 = \Sigma F_i / \Sigma mg = 0.07$</p> <p>N=6 $F_6 = 47.7 \text{ kN}$ $F_5 = 40.0 \text{ kN}$ $F_4 = 31.8 \text{ kN}$ $F_3 = 23.9 \text{ kN}$ $F_2 = 16.0 \text{ kN}$ $F_1 = 8.0 \text{ kN}$ $\alpha_1 = \Sigma F_i / \Sigma mg = 0.05$</p> <p>N=9 $F_9 = 40.0 \text{ kN}$ $F_8 = 36.0 \text{ kN}$ $F_7 = 31.3 \text{ kN}$ $F_6 = 26.8 \text{ kN}$ $F_5 = 22.3 \text{ kN}$ $F_4 = 17.8 \text{ kN}$ $F_3 = 13.4 \text{ kN}$ $F_2 = 9.0 \text{ kN}$ $F_1 = 4.5 \text{ kN}$ $\alpha_1 = \Sigma F_i / \Sigma mg = 0.04$</p>

MATERIALES

	Módulo de Young	Resistencia
Acero AEH-400	$E = 2.1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$	$f_{yk} = 410 \text{ N/mm}^2$
Hormigón	$E = 2.0 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$	$f_{ck} = 17.5 \text{ N/mm}^2$

HIPÓTESIS DE CARGA Y COEFICIENTES SEGURIDAD

Coeficientes de seguridad según instrucción EH-91 para un nivel de control normal

2.3. GEOMETRÍA Y ARMADO DE LOS MODELOS

La geometría y armado de cada uno de los modelos estudiados se indica de la Fig. 1 a la Fig. 18. A la hora de dimensionar las vigas y pilares, se ha seguido el criterio constructivo común en la práctica de igualar la sección de los pilares cada tres plantas consecutivas. Las dimensiones de las vigas se ha mantenido constante en todas las plantas.

De la TABLA 3 a TABLA 8 se indican las cuantías geométricas correspondientes a la armadura realmente dispuesta. La información de dichas tablas está ordenada como se indica en la TABLA 2, donde cada grupo de tres filas y seis columnas consecutivas representa el conjunto de un pilar y la viga superior derecha unida a él. Los pilares extremos de la parte derecha del pórtico, los cuales no tienen vigas por su lado derecho, están representados por las dos últimas columnas. Las unidades utilizadas son el cm^2 para las áreas y el cm para las longitudes.

TABLA 2: Tablas de cuantías geométricas de armadura. Ordenación de datos

	vano 1						vano 2						vano 3						pilar					
n_i	--	--	a_{1i}	--	--	a_{1d}	--	--	" "	--	--	" "	--	--	" "	--	--	" "	--	--	" "	--	--	" "
	--	--	a_{2i}	a_{si}	a_{sd}	a_{2d}	--	--	" "	" "	" "	" "	--	--	" "	" "	" "	" "	--	--	" "	" "	" "	" "
	a_{Lc}	a_{Sc}	--	--	--	--	" "	" "	--	--	--	--	" "	" "	--	--	--	--	" "	" "	--	--	--	--
n_{i-1}	--	--	" "	--	--	" "	--	--	" "	--	--	" "	--	--	" "	--	--	" "	--	--	" "	--	--	" "
	" "	" "	--	--	--	--	" "	" "	--	--	--	--	" "	" "	--	--	--	--	" "	" "	--	--	--	--

Siendo:

- a_{Lc} : área total de la armadura longitudinal de la columna (de todas las caras)
- a_{Sc} : área de armadura transversal en la columna por unidad de longitud (a/s)
- a_{1i} : área de la armadura longitudinal superior (de negativos) del extremo izquierdo de la viga.
- a_{2i} : área de la armadura longitudinal inferior (de positivos) del extremo izquierdo de la viga.
- a_{1d} : área de la armadura longitudinal superior (de negativos) del extremo derecho de la viga.
- a_{2d} : área de la armadura longitudinal inferior (de positivos) del extremo derecho de la viga.
- a_{si} : área de armadura transversal del extremo izquierdo de la viga por unidad de longitud (a/s)
- a_{sd} : área de armadura transversal del extremo derecho de la viga por unidad de longitud (a/s)

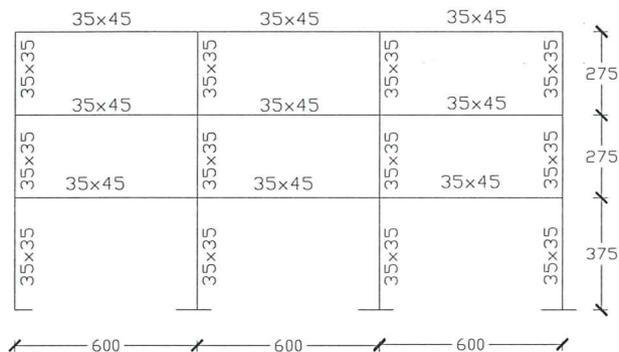


Fig. 1: Modelo SN3VCSM. Dimensiones de vigas y pilares

TABLA 3: Modelo SN3VCSM. Cuantía geométrica de la armadura realmente dispuesta

0	0	6.28	0	0	12.56	0	0	12.56	0	0	12.56	0	0	12.56	0	0	6.28	0	0
0	0	9.42	0.0714	0.0714	6.28	0	0	6.28	0.0714	0.0714	6.28	0	0	6.28	0.0714	0.0714	9.42	0	0
18.84	0.0207	0	0	0	0	4.52	0.0311	0	0	0	4.52	0.0311	0	0	0	0	0	18.84	0.0207
0	0	10.8	0	0	14.83	0	0	14.83	0	0	14.83	0	0	14.83	0	0	10.8	0	0
0	0	9.42	0.0714	0.0714	9.42	0	0	9.42	0.0714	0.0714	9.42	0	0	9.42	0.0714	0.0714	9.42	0	0
12.57	0.0207	0	0	0	0	4.52	0.0311	0	0	0	4.52	0.0311	0	0	0	0	0	12.57	0.0207
0	0	12.56	0	0	17.97	0	0	17.97	0	0	17.97	0	0	17.97	0	0	12.56	0	0
0	0	9.42	0.0714	0.0714	9.42	0	0	9.42	0.0714	0.0714	9.42	0	0	9.42	0.0714	0.0714	9.42	0	0
12.57	0.0207	0	0	0	0	18.84	0.0207	0	0	0	0	18.84	0.0207	0	0	0	0	12.57	0.0207

PILARES	1	2	3	4
NIVEL 0	35x35 2R20(2) CR6a27	35x35 3R20(2) CR6a27	35x35 3R20(2) CR6a27	35x35 2R20(2) CR6a27
NIVEL 1	35x35 2R20(2) CR6a27	35x35 2R12(2) CR6a18	35x35 2R12(2) CR6a18	35x35 2R20(2) CR6a27
NIVEL 2	35x35 3R20(2) CR6a27	35x35 2R12(2) CR6a18	35x35 2R12(2) CR6a18	35x35 3R20(2) CR6a27

Fig. 2: Modelo SN3VCSM. Armado de pilares

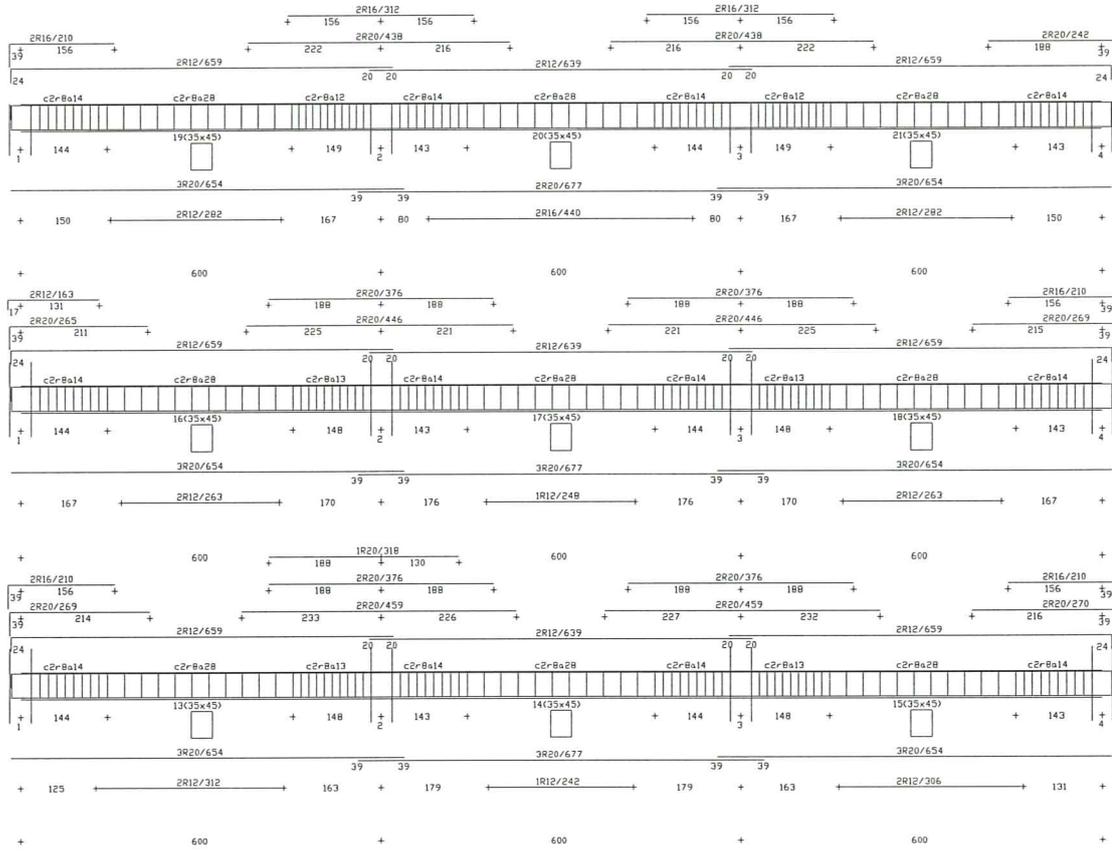


Fig. 3: Modelo SN3VCSM. Despiece de armaduras en vigas.

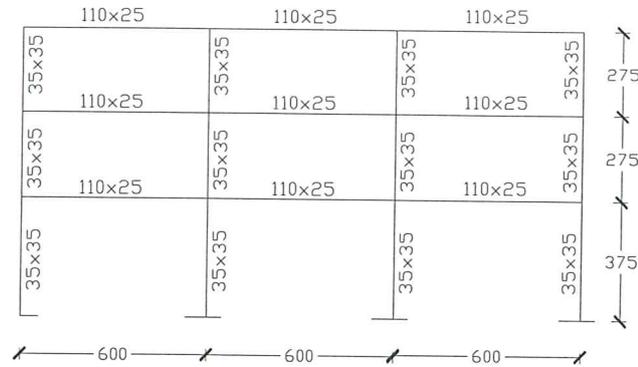


Fig. 4: Modelo SN3VPSM. Dimensiones de vigas y pilares

TABLA 4: Modelo SN3VPSM. Cuantía geométrica de la armadura realmente dispuesta

0	0	17.1	0	0	26.52	0	0	26.52	0	0	26.52	0	0	26.52	0	0	17.1	0	0
0	0	15.71	0.0714	0.103	15.71	0	0	12.57	0.1	0.1	12.57	0	0	15.71	0.1	0.075	15.71	0	0
25.14	0.0207	0	0	0	0	4.52	0.0311	0	0	0	0	4.52	0.0311	0	0	0	0	25.14	0.0207
0	0	23.36	0	0	26.52	0	0	26.52	0	0	26.52	0	0	26.52	0	0	23.36	0	0
0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0
18.84	0.0207	0	0	0	0	4.52	0.0311	0	0	0	0	4.52	0.0311	0	0	0	18.84	0.0207	0
0	0	23.36	0	0	29.66	0	0	29.66	0	0	29.66	0	0	29.66	0	0	23.36	0	0
0	0	15.71	0.0807	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.0807	15.71	0	0
12.57	0.0207	0	0	0	0	18.84	0.0207	0	0	0	0	18.84	0.0207	0	0	0	12.57	0.0207	0

PILARES	1	2	3	4
	35x35	35x35	35x35	35x35
NIVEL 0	2R20(2) CR6a27	3R20(2) CR6a27	3R20(2) CR6a27	2R20(2) CR6a27
NIVEL 1	35x35 3R20(2) CR6a27	35x35 2R12(2) CR6a18	35x35 2R12(2) CR6a18	35x35 3R20(2) CR6a27
NIVEL 2	35x35 4R20(2) CR6a27	35x35 2R12(2) CR6a18	35x35 2R12(2) CR6a18	35x35 4R20(2) CR6a27

Fig. 5: Modelo SN3VPSM. Armado de pilares

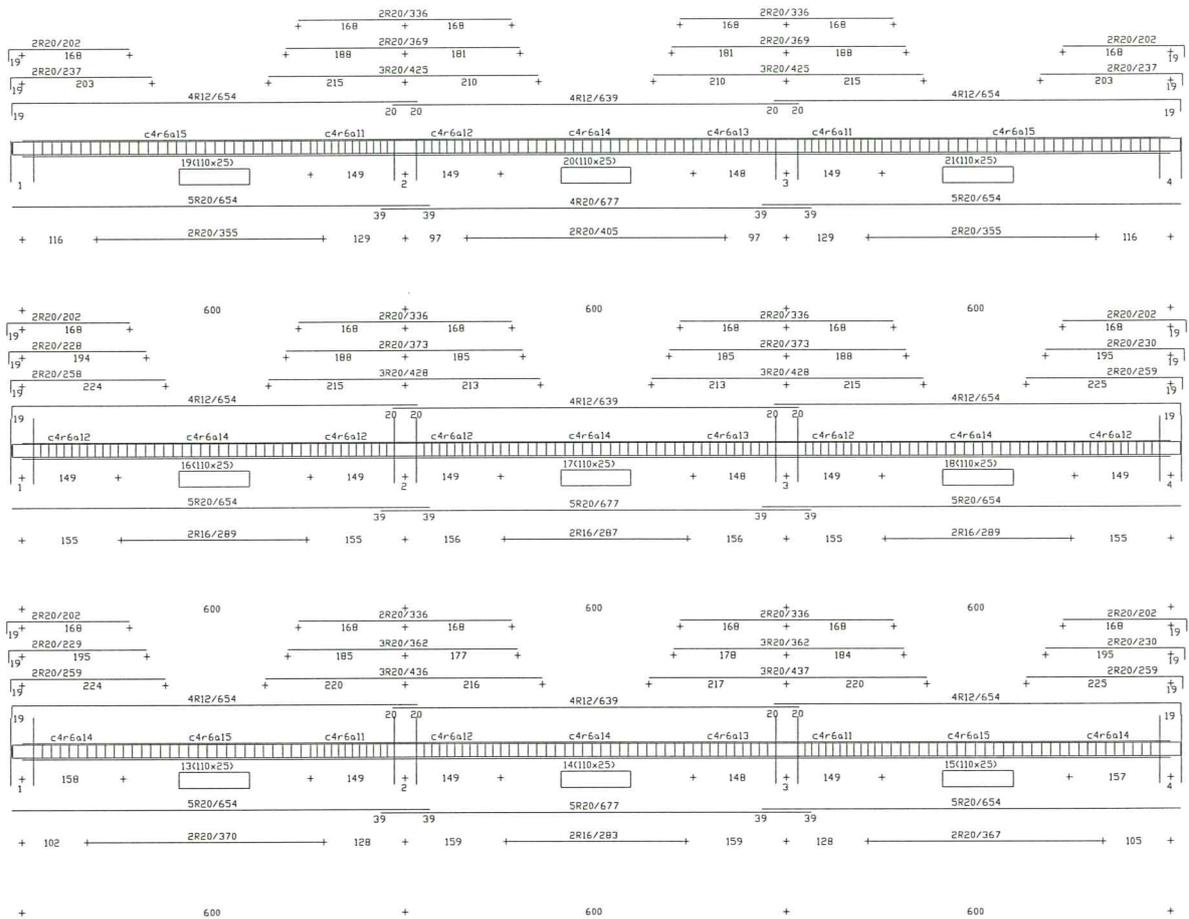


Fig. 6: Modelo SN3VPSM. Despiece de armaduras en vigas.

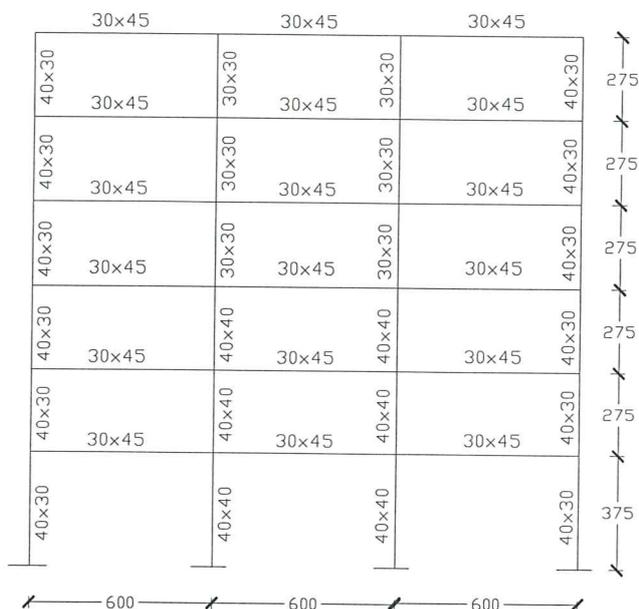


Fig. 7: Modelo SN6VCSM. Dimensiones de vigas y pilares

TABLA 5: Modelo SN6VCSM. Cuantía geométrica de la armadura realmente dispuesta

0	0	6.28	0	0	12.56	0	0	12.56	0	0	12.56	0	0	12.56	0	0	6.28	0	0
0	0	9.45	0.077	0.083	9.42	0	0	9.42	0.083	0.083	9.42	0	0	9.42	0.083	0.077	9.42	0	0
12.57	0.025	0	0	0	0	4.52	0.031	0	0	0	0	4.52	0.031	0	0	0	0	12.57	0.025
0	0	12.56	0	0	14.83	0	0	14.83	0	0	14.83	0	0	14.83	0	0	0	12.56	0
0	0	9.45	0.077	0.083	9.42	0	0	9.42	0.083	0.083	9.42	0	0	9.42	0.083	0.077	9.42	0	0
18.84	0.025	0	0	0	0	8.04	0.025	0	0	0	0	8.04	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025
0	0	12.56	0	0	14.83	0	0	14.83	0	0	14.83	0	0	14.83	0	0	12.56	0	0
0	0	9.45	0.077	0.083	9.42	0	0	9.42	0.083	0.083	9.42	0	0	9.42	0.083	0.077	9.42	0	0
18.84	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025
0	0	12.56	0	0	14.83	0	0	14.83	0	0	14.83	0	0	14.83	0	0	12.56	0	0
0	0	9.45	0.077	0.083	9.42	0	0	9.42	0.083	0.083	9.42	0	0	9.42	0.083	0.077	9.42	0	0
18.84	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025
0	0	12.56	0	0	17.97	0	0	17.97	0	0	17.97	0	0	17.97	0	0	12.56	0	0
0	0	9.45	0.077	0.083	9.42	0	0	9.42	0.083	0.083	9.42	0	0	9.42	0.083	0.077	9.42	0	0
25.14	0.025	0	0	0	0	25.14	0.025	0	0	0	0	25.14	0.025	0	0	0	0	25.14	0.025
0	0	12.56	0	0	17.97	0	0	17.97	0	0	17.97	0	0	17.97	0	0	12.56	0	0
0	0	9.45	0.077	0.083	9.42	0	0	9.42	0.083	0.083	9.42	0	0	9.42	0.083	0.077	9.42	0	0
25.14	0.025	0	0	0	0	43.96	0.025	0	0	0	0	43.96	0.025	0	0	0	0	25.14	0.025

PILARES	1	2	3	4
NIVEL 0	40x30	40x40	40x40	40x30
	4R20<2>	7R20<2>	7R20<2>	4R20<2>
	CR6a22	CR6a30	CR6a30	CR6a22
NIVEL 1	40x30	40x40	40x40	40x30
	4R20<2>	4R20<2>	4R20<2>	4R20<2>
	CR6a22	CR6a30	CR6a30	CR6a22
NIVEL 2	40x30	40x40	40x40	40x30
	3R20<2>	3R20<2>	3R20<2>	3R20<2>
	CR6a22	CR6a30	CR6a30	CR6a22
NIVEL 3	40x30	30x30	30x30	40x30
	3R20<2>	3R20<2>	3R20<2>	3R20<2>
	CR6a22	CR6a22	CR6a22	CR6a22
NIVEL 4	40x30	30x30	30x30	40x30
	3R20<2>	2R16<2>	2R16<2>	3R20<2>
	CR6a22	CR6a22	CR6a22	CR6a22
NIVEL 5	40x30	30x30	30x30	40x30
	4R20<2>	2R12<2>	2R12<2>	4R20<2>
	CR6a22	CR6a18	CR6a18	CR6a22

Fig. 8: Modelo SN6VCSM. Armado de pilares

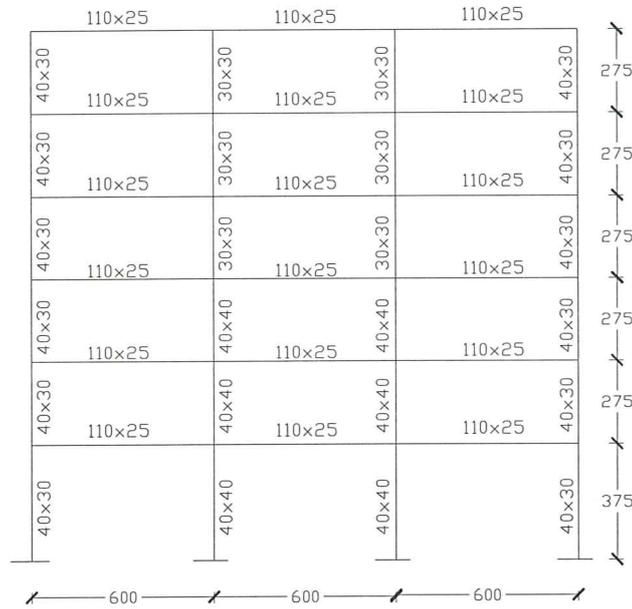


Fig. 10: Modelo SN6VPSM. Dimensiones de vigas y pilares

TABLA 6: Modelo SN6VPSM. Cuantía geométrica de la armadura realmente dispuesta

0	0	14.78	0	0	24.25	0	0	24.25	0	0	24.25	0	0	24.25	0	0	14.78	0	0
0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0
31.4	0.025	0	0	0	0	4.52	0.031	0	0	0	0	4.52	0.031	0	0	0	0	31.4	0.025
0	0	23.36	0	0	24.25	0	0	24.25	0	0	24.25	0	0	24.25	0	0	23.36	0	0
0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0
18.84	0.025	0	0	0	0	8.04	0.025	0	0	0	0	8.04	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025
0	0	24.25	0	0	26.52	0	0	26.52	0	0	26.52	0	0	26.52	0	0	24.25	0	0
0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0
18.84	0.025	0	0	0	0	25.14	0.025	0	0	0	0	25.14	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025
0	0	26.52	0	0	29.66	0	0	29.66	0	0	29.66	0	0	29.66	0	0	26.52	0	0
0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.09	0.09	15.71	0	0
18.84	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025
0	0	24.25	0	0	29.66	0	0	29.66	0	0	29.66	0	0	29.66	0	0	24.25	0	0
0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0
25.14	0.025	0	0	0	0	25.14	0.025	0	0	0	0	25.14	0.025	0	0	0	0	25.14	0.025
0	0	24.25	0	0	32.8	0	0	32.8	0	0	32.8	0	0	32.8	0	0	24.25	0	0
0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0	15.71	0.094	0.094	15.71	0	0
25.14	0.025	0	0	0	0	43.96	0.025	0	0	0	0	43.96	0.025	0	0	0	0	25.14	0.025

PILARES	1	2	3	4
NIVEL 0	40x30	40x40	40x40	40x30
	4R20(2)	7R20(2)	7R20(2)	4R20(2)
	CR6a22	CR6a30	CR6a30	CR6a22
NIVEL 1	40x30	40x40	40x40	40x30
	4R20(2)	4R20(2)	4R20(2)	4R20(2)
	CR6a22	CR6a30	CR6a30	CR6a22
NIVEL 2	40x30	40x40	40x40	40x30
	3R20(2)	3R20(2)	3R20(2)	3R20(2)
	CR6a22	CR6a30	CR6a30	CR6a22
NIVEL 3	40x30	30x30	30x30	40x30
	3R20(2)	4R20(2)	4R20(2)	3R20(2)
	CR6a22	CR6a22	CR6a22	CR6a22
NIVEL 4	40x30	30x30	30x30	40x30
	3R20(2)	2R16(2)	2R16(2)	3R20(2)
	CR6a22	CR6a22	CR6a22	CR6a22
NIVEL 5	40x30	30x30	30x30	40x30
	5R20(2)	2R12(2)	2R12(2)	5R20(2)
	CR6a22	CR6a18	CR6a18	CR6a22

Fig. 11: Modelo SN6VPSM. Armado de pilares

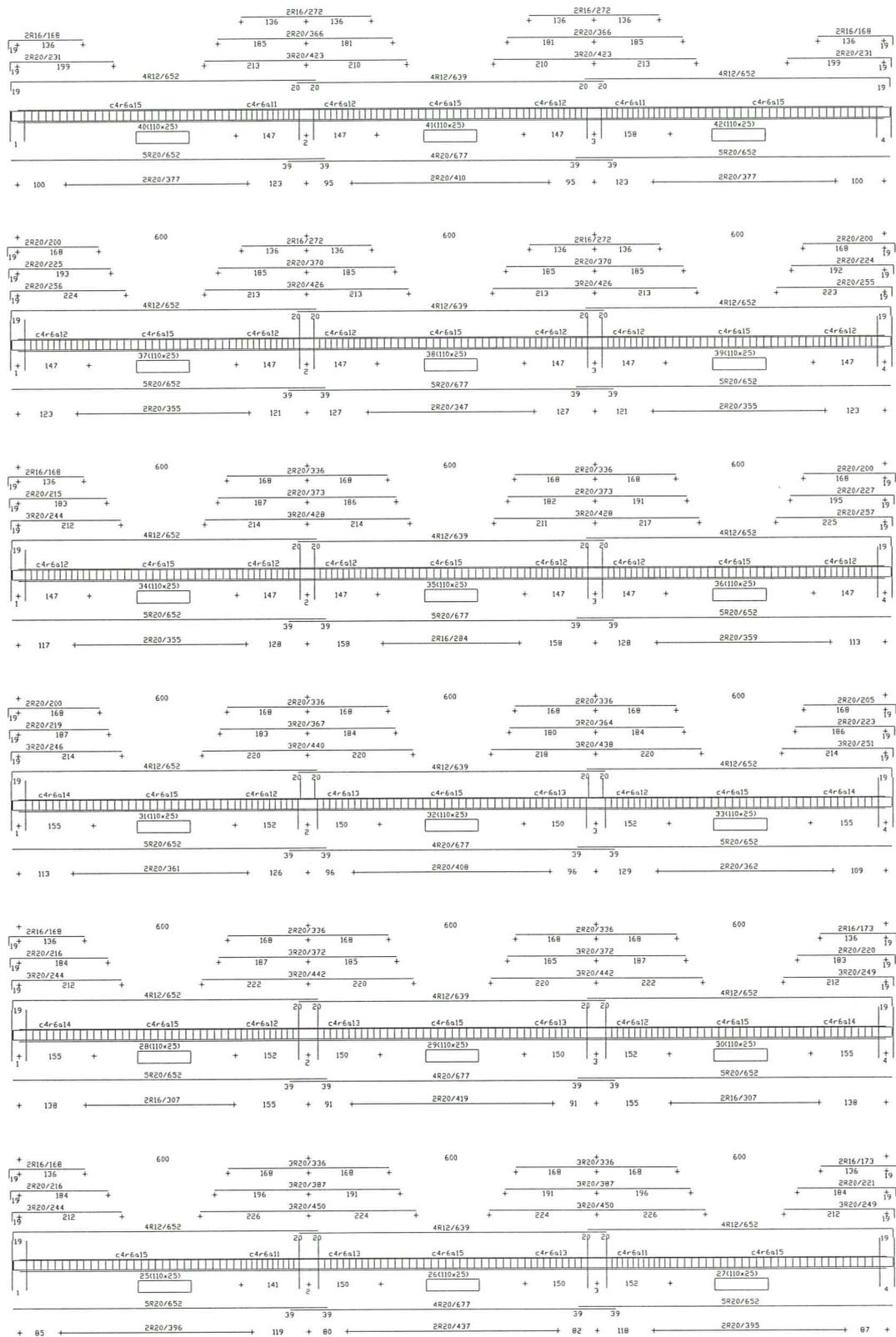


Fig. 12: Modelo SN6VPSM. Despiece de armaduras en vigas

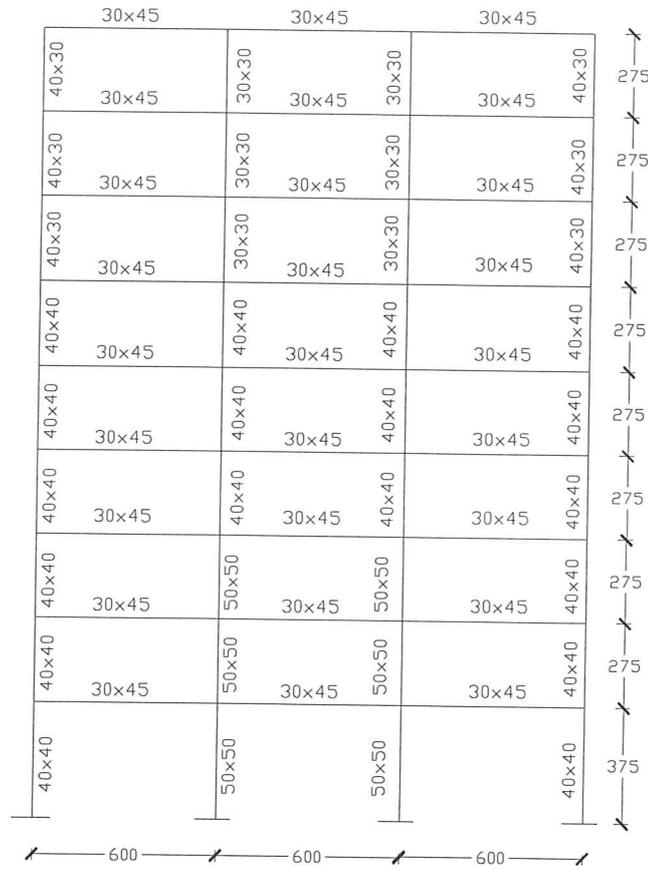


Fig. 13: Modelo SN9VCSM. Dimensiones de vigas y pilares

TABLA 7: Modelo SN9VCSM. Cuantías geométricas realmente dispuestas

0	0	8.29	0	0	15.45	0	0	15.45	0	0	15.45	0	0	15.45	0	0	8.29	0	0
0	0	9.42	0.083	0.083	9.42	0	0	9.42	0.083	0.083	9.42	0	0	9.42	0.083	0.083	9.42	0	0
25.14	0.025	0	0	0	0	4.52	0.031	0	0	0	4.52	0.031	0	0	0	0	25.14	0	0.025
0	0	14.57	0	0	15.45	0	0	15.45	0	0	15.45	0	0	15.45	0	0	14.57	0	0
0	0	6.28	0.083	0.083	6.28	0	0	6.28	0.083	0.083	6.28	0	0	6.28	0.083	0.083	6.28	0	0
18.84	0.025	0	0	0	0	8.04	0.025	0	0	0	8.04	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025	0
0	0	12.06	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	12.06	0	0
0	0	6.28	0.083	0.83	6.28	0	0	6.28	0.83	0.83	6.28	0	0	6.28	0.83	0.83	6.28	0	0
12.06	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025	0	0	0	18.84	0.025	0	0	0	0	12.06	0.025	0
0	0	18.6	0	0	16.33	0	0	16.33	0	0	16.33	0	0	16.33	0	0	18.6	0	0
0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0
12.06	0.025	0	0	0	0	18.84	0.019	0	0	0	18.84	0.019	0	0	0	0	12.06	0.025	0
0	0	19.73	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	19.73	0	0
0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0
12.06	0.025	0	0	0	0	25.14	0.019	0	0	0	25.14	0.019	0	0	0	0	12.06	0.025	0
0	0	18.6	0	0	18.6	0	0	18.6	0	0	18.6	0	0	18.6	0	0	18.6	0	0
0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0
18.84	0.019	0	0	0	0	37.7	0.019	0	0	0	37.7	0.019	0	0	0	0	18.84	0.019	0
0	0	19.73	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	19.73	0	0
0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0
18.84	0.019	0	0	0	0	37.7	0.019	0	0	0	37.7	0.019	0	0	0	0	18.84	0.019	0
0	0	19.73	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	19.73	0	0
0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0
31.4	0.019	0	0	0	0	37.7	0.019	0	0	0	37.7	0.019	0	0	0	0	31.4	0.019	0
0	0	18.6	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	21.74	0	0	18.6	0	0
0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0	6.03	0.083	0.083	6.03	0	0
31.4	0.019	0	0	0	0	56.5	0.019	0	0	0	56.5	0.019	0	0	0	0	31.4	0.019	0

PILARES	1	2	3	4
NIVEL 0	40x40	50x50	50x50	40x40
	5R20<2>	9R20<2>	9R20<2>	5R20<2>
	CR6a30	CR6a30	CR6a30	CR6a30
NIVEL 1	40x40	50x50	50x50	40x40
	5R20<2>	6R20<2>	6R20<2>	5R20<2>
	CR6a30	CR6a30	CR6a30	CR6a30
NIVEL 2	40x40	50x50	50x50	40x40
	3R20<2>	6R20<2>	6R20<2>	3R20<2>
	CR6a30	CR6a30	CR6a30	CR6a30
NIVEL 3	40x40	40x40	40x40	40x40
	3R20<2>	6R20<2>	6R20<2>	3R20<2>
	CR6a30	CR6a30	CR6a30	CR6a30
NIVEL 4	40x40	40x40	40x40	40x40
	3R16<2>	4R20<2>	4R20<2>	3R16<2>
	CR6a24	CR6a30	CR6a30	CR6a24
NIVEL 5	40x40	40x40	40x40	40x40
	3R16<2>	3R20<2>	3R20<2>	3R16<2>
	CR6a24	CR6a30	CR6a30	CR6a24
NIVEL 6	40x30	30x30	30x30	40x30
	3R16<2>	3R20<2>	3R20<2>	3R16<2>
	CR6a22	CR6a22	CR6a22	CR6a22
NIVEL 7	40x30	30x30	30x30	40x30
	3R20<2>	2R16<2>	2R16<2>	3R20<2>
	CR6a22	CR6a22	CR6a22	CR6a22
NIVEL 8	40x30	30x30	30x30	40x30
	4R20<2>	2R12<2>	2R12<2>	4R20<2>
	CR6a22	CR6a18	CR6a18	CR6a22

Fig. 14: Modelo SN9VCSM. Armado de pilares

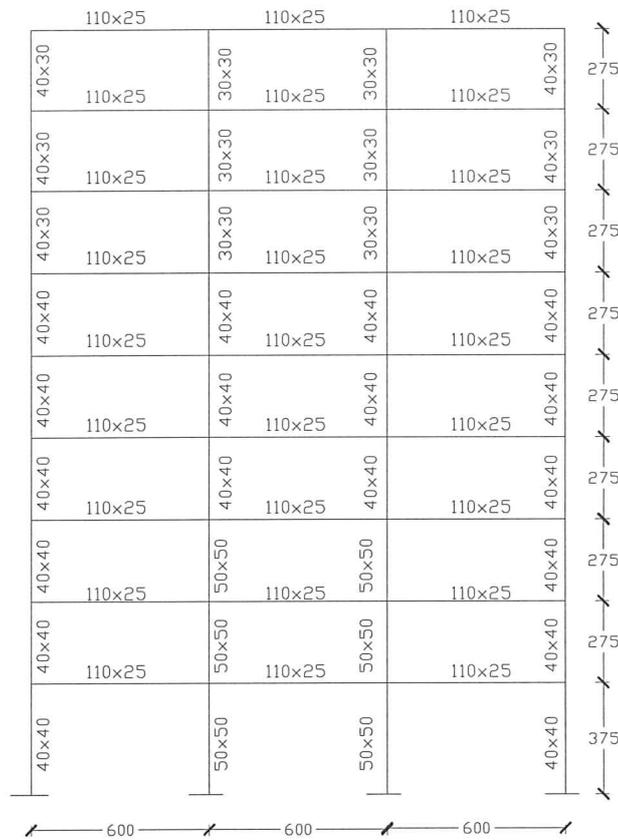


Fig. 16: Modelo SN9VPSM. Dimensiones de vigas y pilares

TABLA 8: Modelo SN9VPSM. Cuantías geométricas realmente dispuestas

0	0	18.6	0	0	28.9	0	0	28.9	0	0	28.9	0	0	28.9	0	0	18.6	0	0
0	0	12.57	0.094	0.094	12	0	0	12	0.094	0.094	12	0	0	12	0.094	0.094	12.57	0	0
31.4	0.025	0	0	0	0	4.52	0.031	0	0	0	0	4.52	0.031	0	0	0	0	31.4	0.025
0	0	28.9	0	0	29.77	0	0	29.77	0	0	29.77	0	0	29.77	0	0	28.9	0	0
0	0	12.57	0.094	0.094	12.56	0	0	12.56	0.094	0.094	12.56	0	0	12.56	0.094	0.094	12.57	0	0
18.84	0.025	0	0	0	0	8.04	0.025	0	0	0	0	8.04	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025
0	0	29.64	0	0	29.64	0	0	29.64	0	0	29.64	0	0	29.64	0	0	29.64	0	0
0	0	12.56	0.094	0.094	12.56	0	0	12.56	0.094	0.094	12.56	0	0	12.56	0.094	0.094	12.56	0	0
18.84	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025	0	0	0	0	18.84	0.025
0	0	32.91	0	0	32.03	0	0	32.03	0	0	32.03	0	0	32.03	0	0	32.91	0	0
0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0
12.06	0.025	0	0	0	0	18.84	0.019	0	0	0	0	18.84	0.019	0	0	0	0	12.06	0.025
0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0
0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0
12.06	0.025	0	0	0	0	25.14	0.019	0	0	0	0	25.14	0.019	0	0	0	0	12.06	0.025
0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0
0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0
18.84	0.019	0	0	0	0	37.7	0.019	0	0	0	0	37.7	0.019	0	0	0	0	18.84	0.019
0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0
0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0
25.14	0.019	0	0	0	0	31.4	0.019	0	0	0	0	31.4	0.019	0	0	0	0	25.14	0.019
0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0	38.31	0	0
0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0
31.4	0.019	0	0	0	0	37.7	0.019	0	0	0	0	37.7	0.019	0	0	0	0	31.4	0.019
0	0	35.17	0	0	39.44	0	0	39.44	0	0	39.44	0	0	39.44	0	0	35.17	0	0
0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0	10.05	0.094	0.094	10.05	0	0
31.4	0.019	0	0	0	0	56.5	0.019	0	0	0	0	56.5	0.019	0	0	0	0	31.4	0.019

PILARES	1	2	3	4
NIVEL 0	40x40 5R20(2) CR6a30	50x50 9R20(2) CR6a30	50x50 9R20(2) CR6a30	40x40 5R20(2) CR6a30
NIVEL 1	40x40 5R20(2) CR6a30	50x50 6R20(2) CR6a30	50x50 6R20(2) CR6a30	40x40 5R20(2) CR6a30
NIVEL 2	40x40 4R20(2) CR6a30	50x50 5R20(2) CR6a30	50x50 5R20(2) CR6a30	40x40 4R20(2) CR6a30
NIVEL 3	40x40 3R20(2) CR6a30	40x40 6R20(2) CR6a30	40x40 6R20(2) CR6a30	40x40 3R20(2) CR6a30
NIVEL 4	40x40 3R16(2) CR6a24	40x40 4R20(2) CR6a30	40x40 4R20(2) CR6a30	40x40 3R16(2) CR6a24
NIVEL 5	40x40 3R16(2) CR6a24	40x40 3R20(2) CR6a30	40x40 3R20(2) CR6a30	40x40 3R16(2) CR6a24
NIVEL 6	40x30 3R20(2) CR6a22	30x30 3R20(2) CR6a22	30x30 3R20(2) CR6a22	40x30 3R20(2) CR6a22
NIVEL 7	40x30 3R20(2) CR6a22	30x30 2R16(2) CR6a22	30x30 2R16(2) CR6a22	40x30 3R20(2) CR6a22
NIVEL 8	40x30 5R20(2) CR6a22	30x30 2R12(2) CR6a18	30x30 2R12(2) CR6a18	40x30 5R20(2) CR6a22

Fig. 17: Modelo SN9VPSM. Armado de pilares

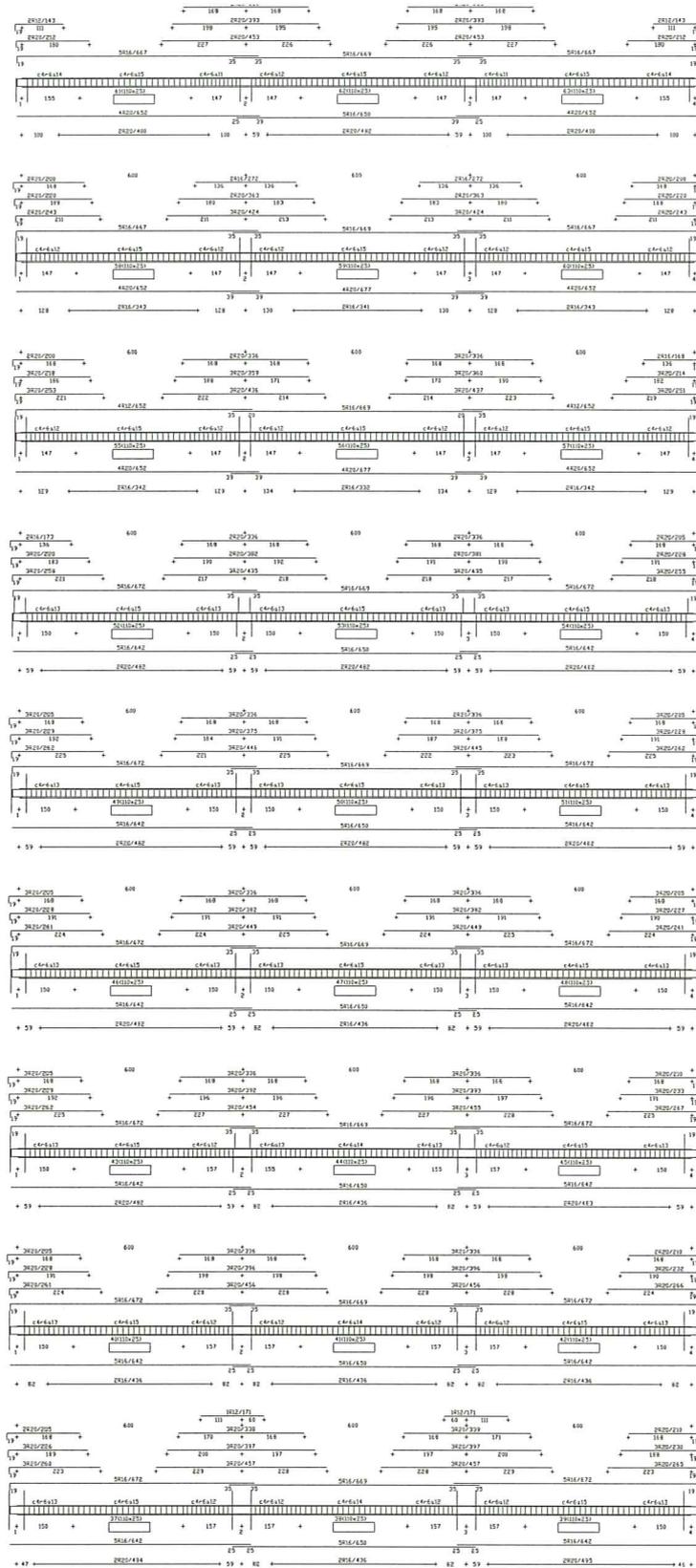


Fig. 18: Modelo SN9VPSM. Despiece de armaduras en vigas.

3. IDEALIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA. MODELO HISTERÉTICO.

3.1. DISCRETIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA

Los pórticos se han idealizado como una estructura de barras conectadas mediante nudos rígidos. El comportamiento elasto-plástico a flexión de cada barra (Fig. 19a) se ha representado por medio de elementos lineales provistos de sendas rótulas plásticas en los extremos, tal como se indica en la Fig. 19b. El elemento lineal central que conecta las dos rótulas elasto-plásticas se supone infinitamente rígido. Las deformaciones, tanto en el dominio elástico como en el plástico tienen lugar únicamente en las rótulas.

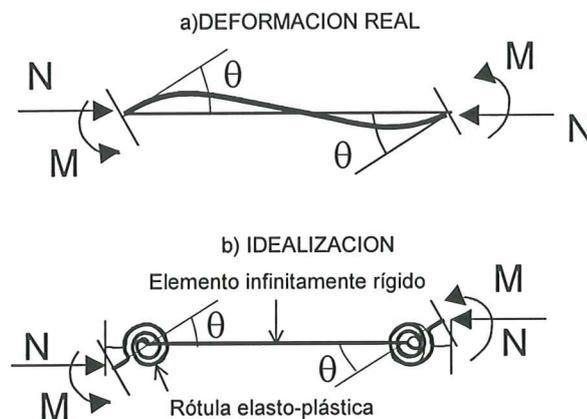


Fig. 19: Idealización de las vigas y pilares

Como ya se indicó en el prólogo, las estructuras proyectadas fundamentalmente para soportar cargas gravitatorias se caracterizan por:

- Asimetría en el armado longitudinal superior e inferior de los extremos de las vigas.
- Discontinuidad de la armadura inferior de momentos positivos en los nudos viga-pilar interiores y simples terminaciones en prolongación recta en los nudos exteriores.
- Escasez o ausencia de armadura transversal en el interior de los nudos viga-pilar, ni de otro tipo de mecanismo de refuerzo destinado a absorber esfuerzos cortantes dentro del nudo.
- Los empalmes por solape de las armaduras longitudinales de los pilares se sitúan justo arriba de los forjados, es decir, en las zonas de potenciales rótulas plásticas.
- Armadura transversal insuficiente para absorber el cortante máximo que puede generarse en las secciones extremas de vigas y pilares cuando dichas secciones alcanzan su máxima resistencia a flexión, teniendo en cuenta factores como el incremento de resistencia por deformación del acero y la desviación propia de

las propiedades mecánicas de los materiales.

Estas características se traducen a nivel de comportamiento histerético de las barras en:

- a) El valor absoluto del momento flector de fluencia en los extremos de las vigas varía según el momento actuante sea positivo o negativo.
- b) Posible deslizamiento (*pull out*) de las armaduras longitudinales inferiores de las vigas por insuficiente anclaje, lo que reduce el área efectiva de acero de las mismas y aumenta el estrangulamiento o pinzamiento (efecto *pinching*) en las curvas histeréticas¹.
- c) Posible rotura del nudo viga-pilar por fallo del hormigón a cortante dentro del nudo, lo que provoca una caída súbita de la resistencia.
- d) Deslizamientos de la armadura longitudinal del pilar en los solapes, que provoca también un incremento del efecto de pinzamiento y disminuye la capacidad de absorción de energía.
- e) Fallo a cortante de la sección extrema de la viga o pilar, al rebasarse la resistencia última a cortante de la misma antes de que la armadura longitudinal plastifique a flexión.

La modelización matemática del comportamiento histerético de elementos de hormigón armado debe reproducir adecuadamente todos estos aspectos. Entre los distintos modelos propuestos en la literatura se ha adoptado uno similar al de *Park et al*², que queda definido mediante la envolvente trilineal de la relación momento-rotación $M-\theta$ bajo cargas monótonas, y las leyes que rigen los tres aspectos principales del comportamiento histerético del hormigón armado: degradación de rigidez, reducción de resistencia y pinzamiento. De estos aspectos se ocupan los apartados siguientes.

3.2. ENVOLVENTE DE LA RELACIÓN $M-\theta$ BAJO CARGAS MONÓTONAS

3.2.1. VIGAS Y COLUMNAS

Los modos fundamentales de colapso de barras de hormigón armado sometidas a deformaciones de flexión en doble curvatura tal como las indicadas en la Fig. 19, pueden clasificarse en dos tipos¹³: fallo a flexión y fallo a cortante. Según el tipo de fallo, la envolvente de la relación momento-rotación $M-\theta$ adopta una forma distinta. En esta investigación, la envolvente trilineal se ha determinado a partir de fórmulas propuestas en la literatura y de los ensayos realizados por *Aycardi, Mander y Reinhorn*¹ y *Ferreti y Perno*⁷ con conexiones viga-pilar típicas de edificios proyectados para soportar fundamentalmente cargas gravitatorias.

a) FALLO A FLEXION

La relación momento-rotación, $M-\theta$, típica de una sección de hormigón armado bajo cargas monótonas, sometida en general a flexión compuesta y con fallo a flexión, se muestra con línea de trazo fino en la Fig. 21. M_c es el momento flector para el cual el hormigón traccionado empieza a fisurar. Rebasado M_c la rigidez disminuye gradualmente hasta alcanzar el momento de fluencia M_y , mas allá del cual la deformación aumenta sin apenas incrementarse o disminuyendo la carga. El colapso se produce en el punto c debido al aplastamiento del hormigón comprimido y al pandeo de la armadura longitudinal de la cara comprimida de la sección. En resumen, los fenómenos que se dan a medida que la deformación progresa pueden resumirse en:

1. Fisuración inicial del hormigón traccionado (M_c)
2. Fluencia de la armadura longitudinal traccionada
3. Fluencia de la armadura comprimida al tiempo que el hormigón alcanza su resistencia máxima a compresión.
4. Progresivo aplastamiento del hormigón comprimido
5. Pandeo de la armadura longitudinal comprimida y colapso del hormigón.

La ocurrencia del fenómeno 2 o del 3 depende fundamentalmente del valor del axil actuante en la barra.

En nuestro caso, la envolvente de la relación momento-rotación $M-\theta$ se ha idealizado mediante la curva trilineal indicada con trazo grueso en la Fig. 21, la cual queda definida por los siguientes parámetros:

- El momento de fluencia M_y
- La rigidez elástica inicial, K_e :

$$(1) \quad K_e = \frac{M_y}{\theta_y}$$

- La ratio promedio de deformación plástica acumulada $\bar{\eta}_o$ que se define como el cociente entre la deformación plástica acumulada en cada dominio de carga, θ_p , y la rotación de fluencia θ_y , es decir:

$$(2) \quad \bar{\eta}_o = \frac{\theta_p}{\theta_y}$$

- La pendiente en el tramo de deterioro de resistencia K_d que se expresa mediante el coeficiente adimensional k_d definido por:

$$(3) \quad k_d = \frac{K_d}{K_e}$$

b) FALLO A CORTANTE

En el caso de barras no extraordinariamente cortas (véase Fig. 20), entre la armadura longitudinal de cada cara de la sección se desarrolla un campo de tensiones de compresión o bielas comprimidas, formando un ángulo aproximado de 45 grados con el eje de la armadura longitudinal. Las tracciones asociadas con la formación de estas bielas comprimidas en el hormigón son absorbidas por la armadura transversal, normalmente estribos o cercos. El fallo se produce por agotamiento del hormigón en las bielas comprimidas o por plastificación de la armadura transversal.

Si las barras son extraordinariamente cortas (véase Fig. 20), el campo de tensiones de compresión en el hormigón se forma entre ambos extremos de la barra y el fallo de la pieza se produce por agotamiento del mismo. En cualquiera de los dos casos el fallo es frágil y debe ser evitado.

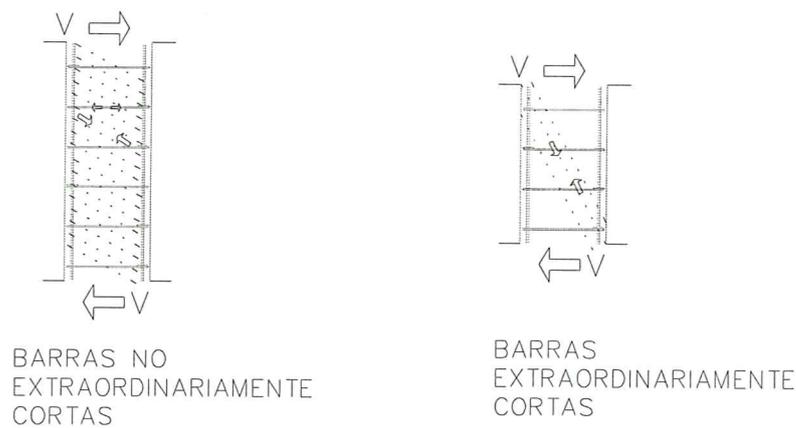


Fig. 20: Mecanismo resistente del esfuerzo cortante en barras de hormigón armado

3.2.1.1. Definición de la envolvente M-θ en barras con fallo a FLEXIÓN

Los aspectos esenciales de la simplificación realizada y los valores adoptados para M_y , K_e , $\bar{\eta}_o$ y K_d en las barras con fallo a flexión son los siguientes.

- a) Se desprecia por insignificante, la absorción de energía debida a la no-linealidad de la curva entre el origen y el punto (M_y, θ_y) , representada por el área sombreada de la Fig. 21.

El momento flector de fluencia M_y de la viga y de la columna en el caso de fallo a flexión, que denominaremos en adelante M_{fub} y M_{fuc} respectivamente, han sido calculados mediante las ecuaciones (4) y (5) respectivamente¹⁴:

$$(4) \quad M_{fub} = 0.9ha_t f_{yk}$$

$$(5a) \quad \text{Si } N_{max} > N > (0.4bhf_{ck}) \quad M_{fuc} = \frac{(0.8a_t f_{yk} h + 0.12bh^2 f_{ck})(N_{max} - N)}{N_{max} - (0.4bhf_{ck})}$$

$$(5b) \quad \text{Si } (0.4bhf_{ck}) > N > 0 \quad M_{fuc} = (0.8a_t f_{yk} h) + 0.5Nh(1 - (N / (bhf_{ck})))$$

$$(5c) \quad \text{Si } 0 > N > N_{min} \quad M_{fuc} = 0.8a_t f_{yk} h + 0.4Nh$$

Siendo:

M_{fub} : Resistencia última a flexión de vigas de sección rectangular

M_{fuc} : Resistencia última a flexión de columnas de sección rectangular

N : axil en la columna (se considera positivo cuando es de compresión), (kp).

N_{max} : resistencia máxima a compresión de la columna dada por:

$$N_{max} = (bhf_{ck} + a_g f_{yk})$$

N_{min} : mínima resistencia a tracción de la columna de valor: $N_{min} = (-a_g f_{yk})$

a_t : área de la armadura longitudinal a tracción (cm²)

a_g : área total de la armadura longitudinal (cm²)

b, h : anchura y canto de la sección (cm)

f_{yk} : tensión de fluencia del acero de la armadura longitudinal (kp/cm²)

f_{ck} : resistencia a compresión del hormigón (kp/cm²)

La rigidez inicial de la barra, $K_e = M_y / \theta_y$, se ha estimado con la fórmula empírica de Sugano¹⁵ dada por la ecuación (6), y concuerda bastante bien con los resultados experimentales de Aycardi et al.¹ que se muestran de la Fig. 22 a la Fig. 26.

$$(6) \quad K_e = \frac{6EI_c}{L} \gamma_y$$

Donde:

E : módulo de elasticidad longitudinal del hormigón

I_c : inercia de la sección bruta de hormigón

L : longitud de la barra

El parámetro γ_y es un coeficiente empírico¹⁵ que reduce la rigidez elástica ($6EI_c/L$) y viene dado por:

$$(7) \quad \gamma_y = (0.043 + 1.6np_t + 0.043 \frac{a}{h} + 0.33p_o) \left(\frac{d}{h} \right)^2$$

Siendo:

n : ratio entre los módulos de elasticidad del acero y del hormigón ($n=E_s/E_c$)

$p_t = a_t/(bh)$: cuantía geométrica de armadura longitudinal traccionada

a_t : área de armadura longitudinal a tracción

b : anchura de la sección de la barra

h : canto de la sección de la barra

d : canto útil

N : axil actuante en la barra (positivo si es de compresión)

$a = M/Q = L/2$

$p_o = N/(bhf_{ck})$

f_{ck} : resistencia a compresión del hormigón

La reducción de rigidez del factor γ_y calculado con la ecuación (7) concuerda satisfactoriamente con los valores experimentales obtenidos por *Bracci, Reinhorn, y Mander*⁴.

b) Se desprecia el incremento de resistencia después de la fluencia por ser cuantitativamente insignificante y de difícil predicción. Consecuentemente el segundo tramo de la envolvente se toma paralelo al eje de abscisas.

c) Respecto al parámetro $\bar{\eta}_o$ (véase Fig. 21) que determina la capacidad de deformación plástica, se han adoptado los valores siguientes.

Para las columnas se ha tomado el valor propuesto por *Okada*¹⁶ que viene dado en función del axil actuante en la barra mediante la siguiente fórmula empírica:

$$(8) \quad \text{Para } p_o \leq 0.25 \quad \bar{\eta}_o = \frac{0.125}{p_o^2} - 1$$

$$\text{Para } 0.25 < p_o \leq 0.5 \quad \bar{\eta}_o = 1$$

Los valores de $\bar{\eta}_o$ calculados con la ecuación(8) para las columnas de los modelos estudiados oscilaron alrededor de 2, ajustándose razonablemente bien a los resultados experimentales de *Aycardi, Mander y Reinhorn*¹, que se muestran en la Fig. 22 y Fig. 23. La primera corresponde a una columna sometida a una sollicitación axil importante ($p_o=0.39$) y la segunda a una columna con un axil moderado ($p_o=0.13$).

En el caso de las vigas, en las cuales el axil es despreciable, se ha tomado el siguiente valor para $\bar{\eta}_o$, basado en los ensayos con vigas de canto de *Aycardi*, *Mander* y *Reinhorn*¹ mostrados en la Fig. 24 y Fig. 25, y en los de *Ferretti* y *Perno*⁷ correspondientes a vigas planas ilustrados en la Fig. 26.

$$(9) \quad \bar{\eta}_o = 2$$

Conviene señalar que la curva momento-rotación en la viga de la Fig. 25 se obtuvo después haber sometido el espécimen a cargas cíclicas laterales, lo que provocó un deterioro importante del anclaje de la armadura inferior de la viga en el nudo¹. Debido a ello, tal como se observa en la figura, la resistencia a momentos positivos es prácticamente nula. En esta investigación se ha supuesto que la armadura inferior de la viga se mantiene perfectamente anclada en el nudo en todo momento, con lo cual la envolvente de la curva momento-rotación en el dominio positivo sería la indicada con la línea gruesa en la figura.

En el caso de las vigas, dado que el valor absoluto del momento flector de fluencia es distinto según el signo de éste (debido a la asimetría de la armadura longitudinal), las rotaciones de fluencia en la zona de momento positivo y negativo, θ_y^+ y θ_y^- respectivamente, serán también diferentes (la rigidez inicial K_e vale lo mismo en ambos dominios). A efectos de calcular la deformación plástica acumulada θ_p con la ecuación (2), se ha optado por tomar el mínimo en valor absoluto de la deformación de fluencia, es decir, $\theta_y = \min(|\theta_y^+|, |\theta_y^-|)$.

d) El tercer tramo de la envolvente, que conecta el punto de inicio del deterioro de resistencia con el de colapso, se ha extendido por simplicidad hasta el punto de intersección con el eje horizontal en vez de terminar en el punto donde se produce el colapso real indicado con la letra *c* en la Fig. 21. El pequeño incremento de capacidad de absorción de energía asociado a esta simplificación es en general despreciable. En el caso de columnas, la pendiente de este tramo, $K_d = k_d K_e$, se ha obtenido a partir de la siguiente fórmula empírica propuesta por *Okada*¹⁶:

$$(10) \quad k_d = -2p_o^2$$

En el caso de vigas, en las cuales el axil es despreciable, es decir $p_o \cong 0$, se ha adoptado un coeficiente constante k_d de valor:

$$(11) \quad k_d = -0.3$$

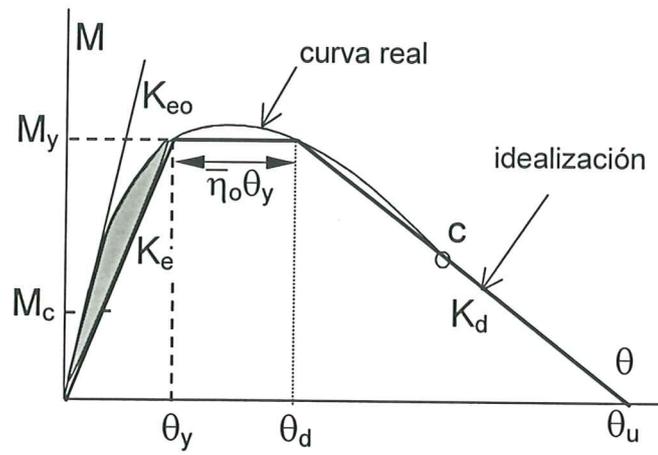


Fig. 21: Características de deformación de elementos de hormigón armado

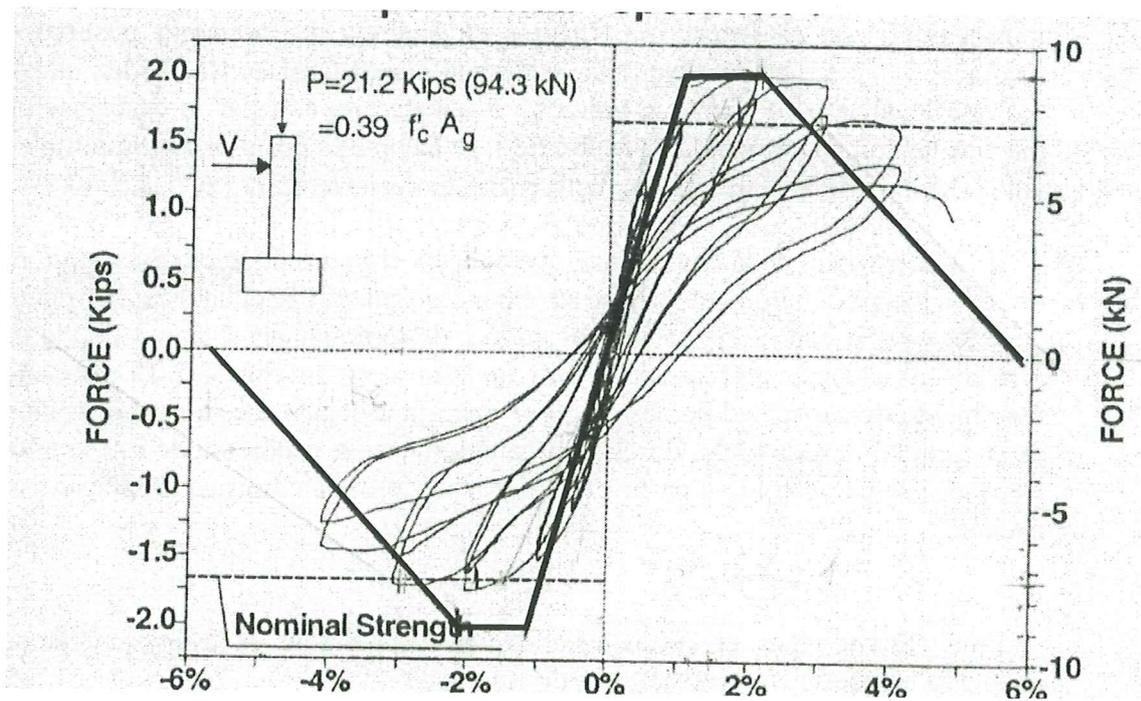
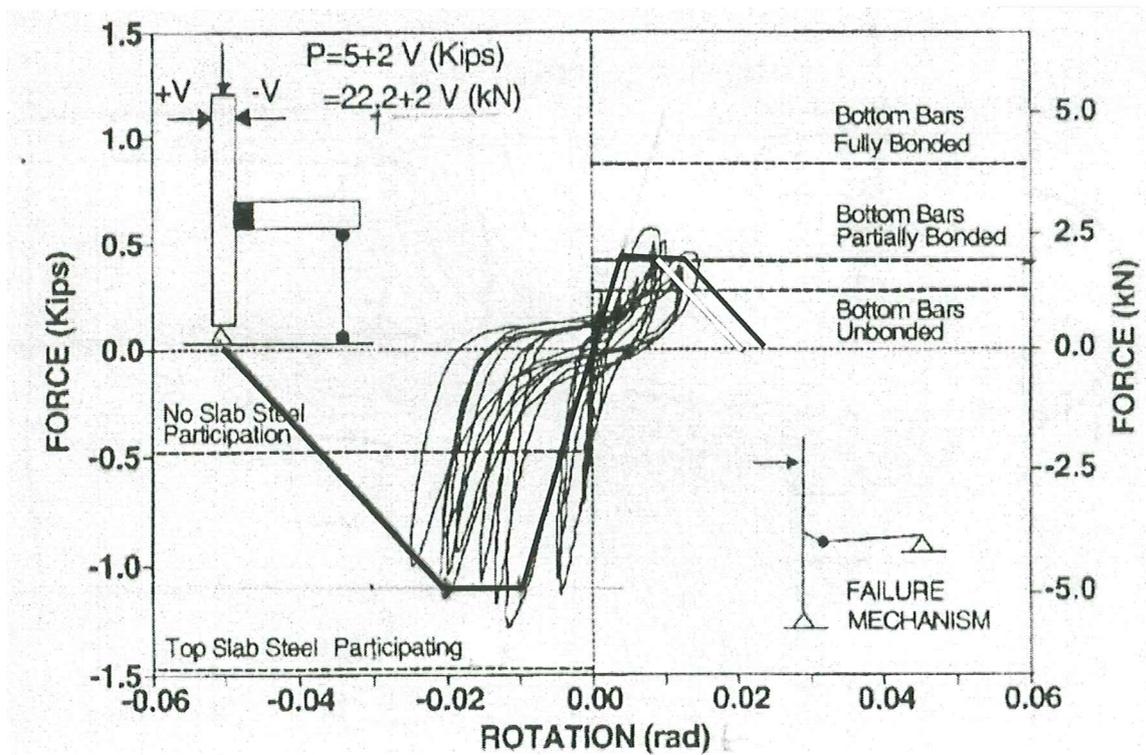
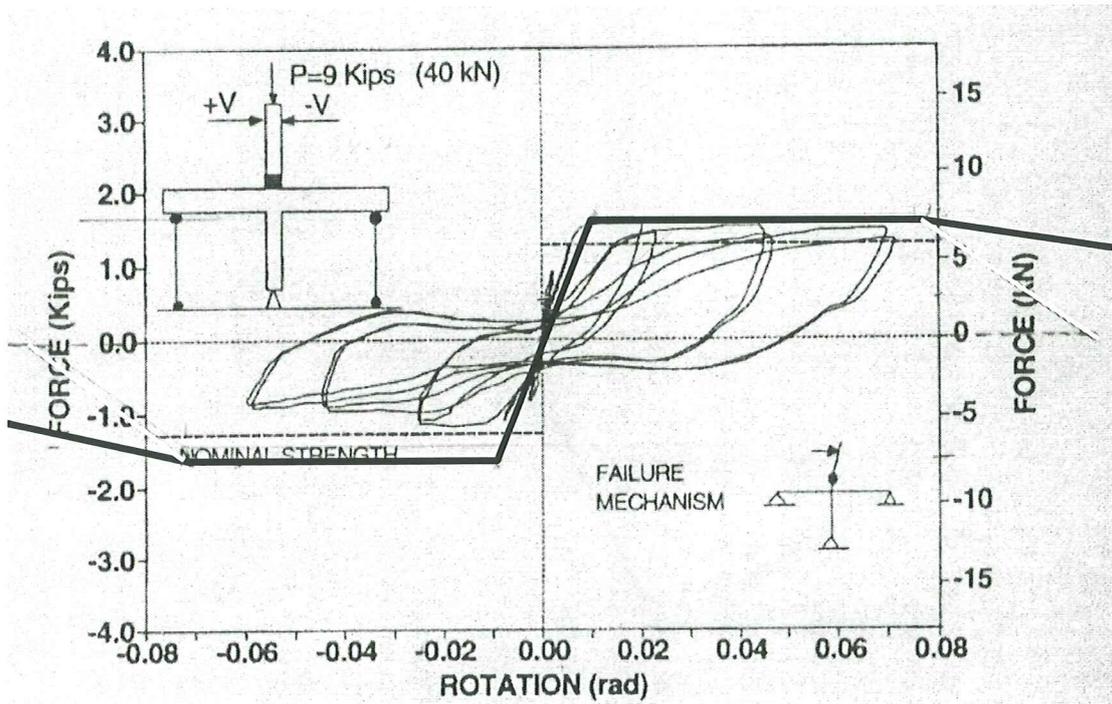


Fig. 22: Relación carga-deformación en columna sometida a axiles constantes elevados ($p_o=0.39$) obtenida de los experimentos de *Aycardi*¹. Envoltura calculada con (4),(6),(8)



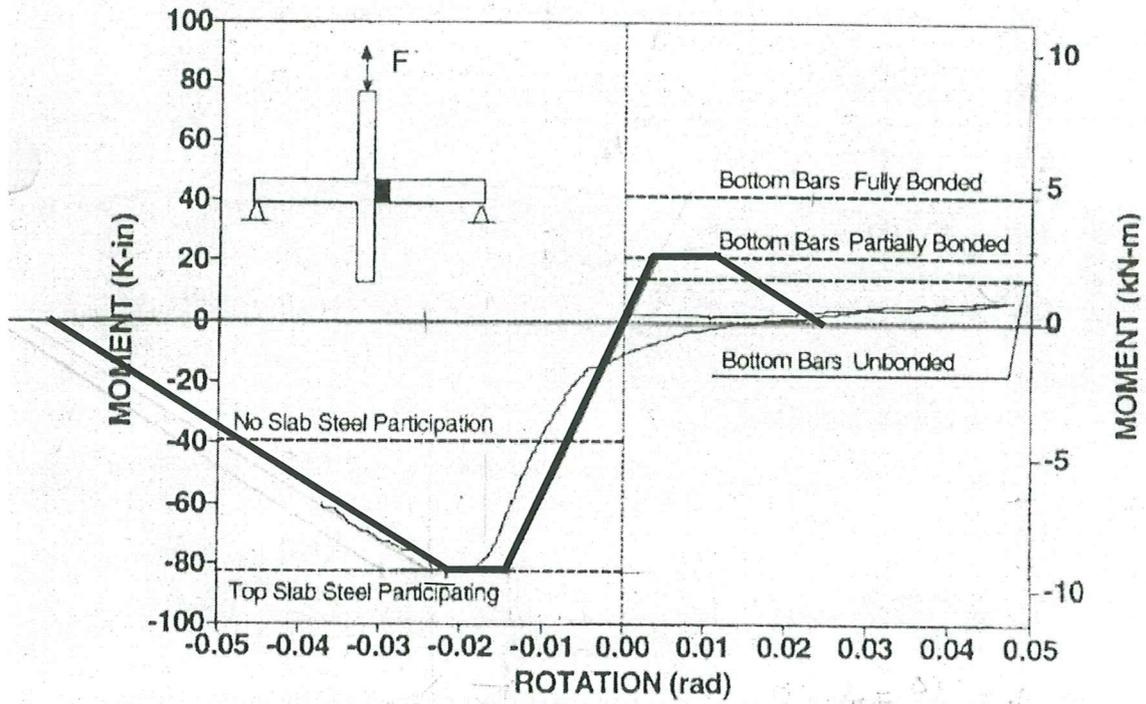


Fig. 25: Relación carga-deformación de viga obtenida de los experimentos de *Aycardi*¹. Envoltente adoptada.

MODEL A Load-Displacement

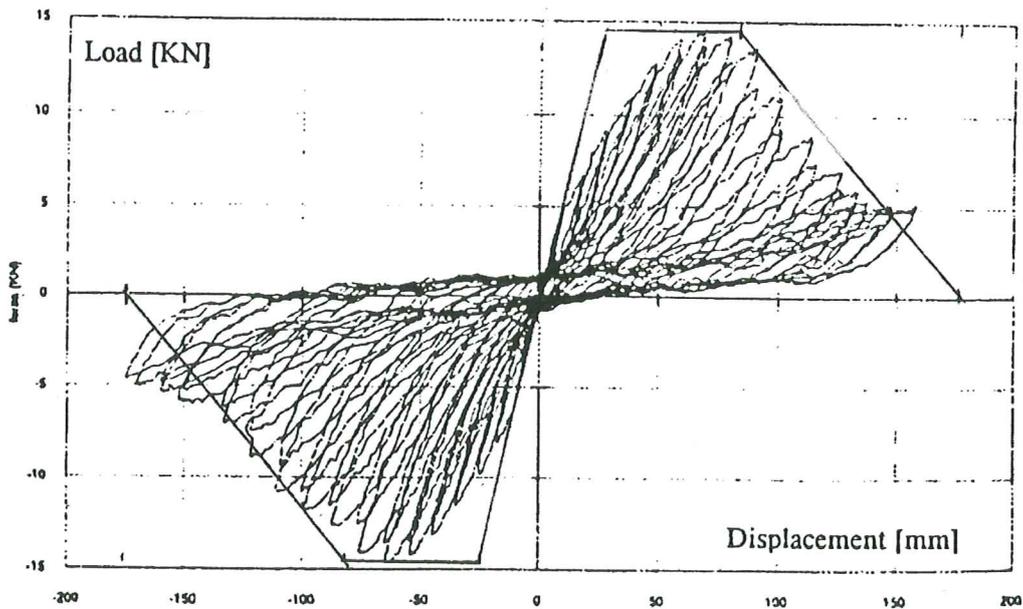


Fig. 26: Relación carga-deformación de viga plana obtenida de los experimentos de *Ferreti*^{7,6}. Envoltente adoptada.

3.2.1.2. Definición de la envolvente $M-\theta$ en barras con fallo a CORTANTE

La envolvente $M-\theta$ (Fig. 21) adoptada en este caso queda definida como sigue.

- a) La resistencia cortante última en el extremo de la barra, Q_{su} , que limita el momento último en la misma ha sido estimada mediante la fórmula siguiente, extraída de la normativa japonesa²¹:

$$(12) \quad Q_{su} = b j_t p_w f_{wyk} \cot \phi + \tan \theta (1 - \beta) b h v f_{ck} 0.5$$

Siendo:

b : ancho de la sección

h : canto de la sección

j_t : distancia entre la armadura longitudinal superior e inferior

$p_w = a_s / (b s)$: cuantía geométrica de armadura transversal, donde a_s es el área de estribos separados una distancia s .

f_{wyk} : tensión de fluencia del acero de la armadura transversal.

f_{ck} : resistencia a compresión del hormigón

ϕ : ángulo de las bielas comprimidas en el hormigón calculado mediante

$$\cot \phi = \min \left\{ \frac{j_t}{h \tan \theta}, \sqrt{\frac{v f_{ck}}{(p_w f_{wyk}) - 1}}, A \right\} \text{ siendo:}$$

$$\text{Si } 0 < \theta < 0.02 \quad A = 2 - 50\theta$$

$$\text{Si } 0.02 < \theta \quad A = 1$$

$$\tan \theta = \sqrt{\left(\frac{L}{h}\right)^2 + 1} - \left(\frac{L}{h}\right)$$

$$\beta = \frac{p_w f_{wyk} (1 + \cot^2 \phi)}{v f_{ck}}$$

L : longitud libre de la barra

v : factor de resistencia efectiva del hormigón calculado mediante:

$$\text{Si } 0 < \theta < 0.05 \quad v = (1 - 15\theta)(0.7 - (f_{ck}/2000))$$

$$\text{Si } 0.05 < \theta \quad v = 0.25(0.7 - (f_{ck}/2000))$$

θ : ángulo de rotación de la rótula plástica del extremo de la barra (radianes).

En (12), si $p_w f_{wyk}$ es mayor que $0.5 v f_{ck}$ debe remplazarse por $0.5 v f_{ck}$.

Por otra parte, para calcular β , el valor de $\cot \phi$ debe obtenerse con $A=1$.

El momento flector limitado por la resistencia a cortante, Q_{su} , se ha obtenido como sigue:

$$(13) \quad \text{Para columnas:} \quad M_{suc} = Q_{su}(L_c/2)$$

$$(14) \quad \text{Para vigas:} \quad M_{sub} = Q_{su}(L_b/2)$$

Siendo L_c y L_b la luz libre de la columna y de la viga respectivamente.

La rigidez inicial, K_e , se calcula igual que en el caso de fallo a flexión, es decir

mediante la ecuación (6).

b) El segundo tramo de la envolvente se ha tomado paralelo al eje de abscisas.

c) El ratio $\bar{\eta}_o$, tanto en columnas como en vigas, se ha estimado con la fórmula siguiente¹³:

$$(15) \quad \bar{\eta}_o = \frac{{}^c\varepsilon_m \left(\frac{1 + \left(\frac{L}{h}\right)^2}{\left(\frac{L}{h}\right)} \right) - \theta_y}{\theta_y}$$

Donde:

θ_y : rotación de fluencia calculada con las ecuaciones (6) y (12).

L : luz libre de la barra

h : canto de la barra

${}^c\varepsilon_m$: deformación unitaria del hormigón en el punto de tensión máxima.

d) El valor adoptado para el coeficiente k_d en caso de fallo a cortante es:

$$(16) \quad k_d = -1$$

Este valor de k_d representa una caída rápida de resistencia.

3.2.2. Nudo VIGA-PILAR

Además del fallo a flexión o a cortante del extremo de las barras, la zona del nudo de las uniones viga-pilar de las estructuras sujetas a desplazamientos cíclicos horizontales se ve sometido a solicitaciones cortantes mayores que las inducidas en vigas y columnas, que de rebasar la resistencia a cortante del hormigón pueden provocar el fallo del nudo¹⁷. Este tipo de fallo por rotura a cortante del nudo es también frágil. En el caso de nudos con armadura longitudinal discontinua (típico de estructuras proyectadas fundamentalmente para cargas verticales), la pérdida de capacidad a cortante del nudo se ve agravada por el desprendimiento de la armadura inferior discontinua, lo que se traduce en una disminución drástica de la rigidez y resistencia en los siguientes ciclos de deformación^{18,19,20}.

Para contemplar en los cálculos el posible fallo por cortante del nudo, se ha utilizado el procedimiento aproximado empleado por *Kunnath, Hoffmann, Reinhorn y Mander*² consistente en ajustar el momento flector de fluencia de los pilares y vigas que concurren al nudo de forma que reflejen la capacidad resistente de éste. *Pauley*¹⁷ dedujo que el cortante horizontal generado en el nudo, V_{jh} , cuando en los extremos de las vigas actúan momentos flectores de valor M_b viene dado por la ecuación (17). Así mismo, el cortante vertical generado en el nudo, V_{jv} , cuando en los extremos de los pilares actúan momentos flectores de valor M_c se puede estimar mediante la ecuación (18).

$$(17) \quad V_{jh} = \frac{m_h M_b}{z_b} - \frac{n_h M_b}{l_c \left(1 - \frac{h_c}{l_b}\right)}$$

$$(18) \quad V_{jv} = \frac{m_v M_c}{z_c} - \frac{n_v M_c}{l_b \left(1 - \frac{h_b}{l_c}\right)}$$

Donde:

V_{jh} : Solicitación cortante horizontal en el nudo

V_{jv} : Solicitación cortante vertical en el nudo

z_b, z_c : Brazo interno de la viga y del pilar respectivamente ($z \approx 0.9d$, d : canto útil)

l_b, l_c : longitud de la viga y columna respectivamente (distancia entre ejes)

h_b, h_c : canto de la viga y columna respectivamente

m_h, n_h, m_v, n_v : coeficientes que adoptan los siguientes valores:

POSICION DEL NUDO EN EL PORTICO	m_h	n_h	m_v	n_v
Nudos interiores que no son de última planta	2	2	2	2
Nudos exteriores que no son de última planta	1	1	2	1
Nudo interior de última planta	2	1	1	1
Nudo exterior de última planta	1	0.5	1	0.5

Por otra parte la resistencia última a cortante $V_{jh,u}$ y $V_{jv,u}$ del nudo puede estimarse con las fórmulas siguientes²¹:

$$(19) \quad V_{jh,u} = \chi \sigma_B b_j h_c$$

$$(20) \quad V_{jv,u} = \chi \sigma_B b_j h_b$$

Siendo:

χ : factor que depende de la forma del nudo y vale 0.3 para nudos en cruz (nudos interiores de plantas distintas a la última) y 0.18 para nudos en L o en T (nudos extremos o nudos interiores de última planta).

σ_B : resistencia a compresión del hormigón

h_c, h_b : canto de la columna y de la viga respectivamente.

b_j : ancho efectivo dado por: $b_j = b + b_{a1} + b_{a2}$, donde:

b es el valor menor entre el ancho de la viga y el del pilar,

b_{a1} es el valor menor entre un cuarto del canto del pilar y un medio de la distancia entre las caras exteriores de la viga y la columna por la parte izquierda,

b_{a2} es el valor menor entre un cuarto del canto del pilar y un medio de la distancia entre las caras exteriores de la viga y la columna por la parte derecha.

El significado de b, b_{a1} y b_{a2} se muestra en la Fig. 27.

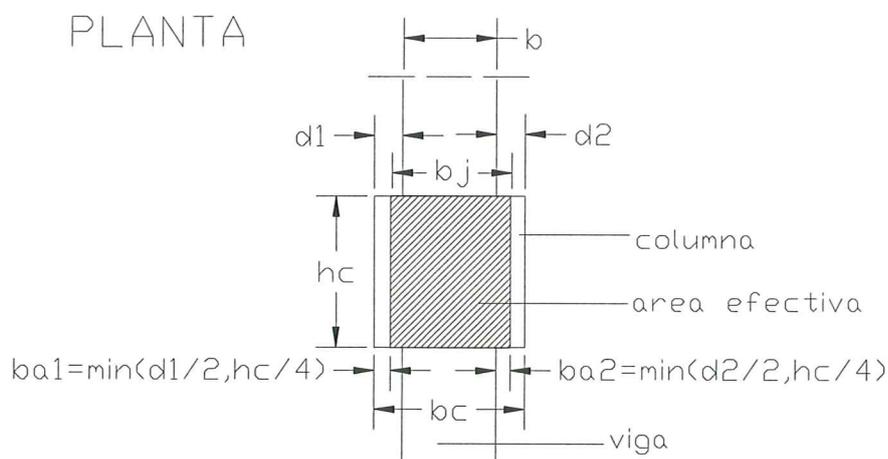


Fig. 27: Área efectiva a cortante horizontal en el nudo

Sustituyendo la resistencia a cortante horizontal y vertical del nudo estimada mediante las ecuaciones (19) y (20) en (17) y (18) respectivamente y despejando, obtenemos el máximo momento flector que pueden admitir los extremos de vigas y pilares limitado por la resistencia a cortante del nudo y que denotaremos con M_{pub} , M_{puc} respectivamente:

$$(21) \quad M_{pub} = \frac{\chi \sigma_B b_j h_c}{\frac{m_h}{z_b} - \frac{n_h}{l_c \left(1 - \frac{h_c}{l_b}\right)}}$$

$$(22) \quad M_{puc} = \frac{\chi \sigma_B b_j h_b}{\frac{m_v}{z_c} - \frac{n_v}{l_c \left(1 - \frac{h_b}{l_c}\right)}}$$

La rotura a cortante del nudo limita considerablemente la capacidad de deformación plástica y provoca una caída rápida de resistencia, por lo que en este caso los valores adoptados para los parámetros $\bar{\eta}_o$ y k_d han sido los siguientes:

$$(23) \quad \bar{\eta}_o = 1.0$$

$$(24) \quad k_d = -1$$

3.2.3. Envolvente $M-\theta$ adoptada en los cálculos

En resumen, los pasos seguidos para determinar la envolvente de la relación momento-rotación $M-\theta$ de los extremos de las vigas y pilares representados por las rótulas plásticas de la Fig. 19, fueron los siguientes:

Se calculó el momento último limitado por el fallo a flexión M_{fub} para las vigas (ecuación (4)) y M_{fuc} para los pilares (ecuación (5)), el momento último limitado por la resistencia a cortante M_{sub} para las vigas (ecuación (14)) y M_{suc} para los pilares (ecuación (13)), y el momento último limitado por el fallo del nudo M_{pub} para las vigas (ecuación (21)) y M_{puc} para los pilares (ecuación (22)). El menor de los tres valores se adoptó como momento de fluencia M_y de la rótula:

$$(25) \quad \text{Vigas: } M_y = \min(M_{fub}, M_{sub}, M_{pub})$$

$$(26) \quad \text{Pilares: } M_y = \min(M_{fuc}, M_{suc}, M_{puc})$$

De la TABLA 10 a la TABLA 15 se muestran las resistencias últimas de las secciones extremas de las barras de los modelos analizados calculadas con las fórmulas anteriores. Los datos están ordenados tal como se indica en la TABLA 9, donde por "vano" se entiende el conjunto de una viga y el pilar inferior situado en su extremo izquierdo. Las unidades son toneladas×metro.

TABLA 9: Resistencia de las secciones extremas de las barras. Notación empleada

	vano 1		vano 2		vano 3		pilar	
n_i	--	iM_{sub}	dM_{sub}	--	iM_{sub}	dM_{sub}		
	c_2M_{pu}	iM_{fub1}	dM_{fub1}	c_2M_{pu}	iM_{fub1}	dM_{fub1}		
	c_1M_{pu}	iM_{fub2}	dM_{fub2}	c_1M_{pu}	iM_{fub2}	dM_{fub2}		
	M_{suc}	iM_{pub}	dM_{pub}	M_{suc}	iM_{pub}	dM_{pub}		
	M_{fuc}	-	--	M_{fuc}	--	--		
n_{i-1}								

Siendo:

c_1M_{pu} : momento último del extremo inferior del pilar limitado por fallo a cortante del nudo

c_2M_{pu} : momento último del extremo superior del pilar limitado por fallo a cortante del nudo

M_{suc} : momento último del pilar limitado por el fallo a cortante

M_{fuc} : momento último del pilar limitado por el fallo a flexión

iM_{sub} : momento último del extremo izquierdo de la viga limitado por fallo a cortante (M_{sub})

iM_{fub1} : momento último del extremo izquierdo de la viga limitado por fallo a flexión, suponiendo traccionada la armadura longitudinal superior (M_{fub}).

iM_{fub2} : momento último del extremo izquierdo de la viga, limitado por fallo a flexión, suponiendo traccionada la armadura longitudinal inferior (M_{fub}).

iM_{pub} : momento último del extremo izquierdo de la viga limitado por el fallo del nudo.

dM_{sub} : momento último del extremo derecho de la viga limitado por fallo a cortante (M_{sub})

dM_{fub1} : momento último del extremo derecho de la viga limitado por fallo a flexión, suponiendo traccionada la armadura longitudinal superior (M_{fub}).

dM_{fub2} : momento último del extremo derecho de la viga, limitado por fallo a flexión, suponiendo traccionada la armadura longitudinal inferior (M_{fub}).

dM_{pub} : momento último del extremo derecho de la viga limitado por el fallo del nudo

Nota: El valor $1E10$ que aparece en algunos de los cuadros de la Tabla es un valor grande arbitrario dado a c_1M_{pu} en los pilares de planta baja donde no hay nudo en el extremo inferior, al suponerse perfectamente empotrado en la cimentación.

TABLA 10: Modelo SN3VCSM. Momento último en las secciones extremas de las barras

0	32.7	32.7	0	32.7	32.7	0	32.7	32.7	0
14.5	9.65	19.3	14.9	19.3	19.3	14.9	19.3	9.65	14.5
14.5	14.5	9.65	14.9	9.65	9.65	14.9	9.65	14.5	14.5
6.08	15.1	7.56	7.13	7.56	7.56	7.13	7.56	15.1	6.08
11.9	0	0	5.04	0	0	5.04	0	0	12.3
0	32.7	32.7	0	32.7	32.7	0	32.7	32.7	0
7.24	16.6	22.8	12.4	22.8	22.8	12.4	22.8	16.6	7.24
7.24	14.5	14.5	12.4	14.5	14.5	12.4	14.5	14.5	7.24
6.08	16.4	13.6	7.13	13.6	13.6	7.12	13.6	16.4	6.08
9.15	0	0	7.11	0	0	7.11	0	0	10.1
0	32.7	32.7	0	32.7	32.7	0	32.7	32.7	0
7.23	19.3	27.6	12.4	27.6	27.6	12.4	27.6	19.3	7.23
1E10	14.5	14.5	1E10	14.5	14.5	1E10	14.5	14.5	1E10
7.55	15.6	13	7.55	13	13	7.55	13	15.6	7.55
9.92	0	0	17	0	0	17	0	0	11.5

TABLA 11: Modelo SN3VPSM. Momento último de las secciones extremas de las barras

0	21.8	28.7	0	28	28	0	28	22.6	0
12	14.6	22.6	12.4	22.6	22.6	12.4	22.6	14.6	12
12	13.4	13.4	12.4	10.7	10.7	12.4	13.4	13.4	12
6.33	12.2	6.1	7.49	6.1	6.1	7.49	6.1	12.2	6.33
15.5	0	0	5.04	0	0	5.04	0	0	15.9
0	26.7	26.7	0	26.7	26.7	0	26.7	26.7	0
6.02	19.9	22.6	10.3	22.6	22.6	10.3	22.6	19.9	6.02
6.02	13.4	13.4	10.3	13.4	13.4	10.3	13.4	13.4	6.02
6.33	12.7	10.6	7.49	10.6	10.6	7.48	10.6	12.7	6.33
12.8	0	0	7.11	0	0	7.11	0	0	13.7
0	23.8	26.7	0	26.7	26.7	0	26.7	23.8	0
6.01	19.9	25.3	10.3	25.3	25.3	10.3	25.3	19.9	6.01
1E10	13.4	13.4	1E10	13.4	13.4	1E10	13.4	13.4	1E10
7.67	12.4	10.3	7.67	10.3	10.3	7.67	10.3	12.4	7.67
9.93	0	0	17	0	0	17	0	0	11.5

TABLA 12: Modelo SN6VCSM. Momento último de las secciones extremas de las barras

0	34.1	36.3	0	36.3	36.3	0	36.3	34.1	0
12.4	9.65	19.3	10.9	19.3	19.3	10.9	19.3	9.65	12.4
12.4	14.5	14.5	10.9	14.5	14.5	10.9	14.5	14.5	12.4
5.62	13	5.55	5.32	5.55	5.55	5.32	5.55	13	5.62
7.41	0	0	4.79	0	0	4.79	0	0	7.74
0	34.1	36.3	0	36.3	36.3	0	36.3	34.1	0
6.18	19.3	22.8	9.05	22.8	22.8	9.05	22.8	19.3	6.18
6.18	14.5	14.5	9.05	14.5	14.5	9.05	14.5	14.5	6.18
5.62	14	10	4.78	10	10	4.78	10	14	5.62
11.5	0	0	8.36	0	0	8.36	0	0	12.3
0	34.1	36.3	0	36.3	36.3	0	36.3	34.1	0
6.18	19.3	22.8	9.05	22.8	22.8	9.05	22.8	19.3	6.18
6.18	14.5	14.5	9.05	14.5	14.5	9.05	14.5	14.5	6.18
5.62	14	10	4.78	10	10	4.78	10	14	5.62
12.4	0	0	14.8	0	0	14.8	0	0	13.6
0	33.5	35.7	0	35.7	35.7	0	35.7	33.5	0
8.31	19.3	22.8	14.3	22.8	22.8	14.3	22.8	19.3	8.31
8.31	14.5	14.5	14.3	14.5	14.5	14.3	14.5	14.5	8.31
8.71	18.7	15.6	8.71	15.6	15.6	8.71	15.6	18.7	8.71
17.9	0	0	23.6	0	0	23.6	0	0	20.2
0	33.5	35.7	0	35.7	35.7	0	35.7	33.5	0
8.31	19.3	27.6	14.3	27.6	27.6	14.3	27.6	19.3	8.31
8.31	14.5	14.5	14.3	14.5	14.5	14.3	14.5	14.5	8.31
8.71	18.7	15.6	8.71	15.6	15.6	8.71	15.6	18.7	8.71
23	0	0	29.2	0	0	29.2	0	0	25.9
0	33.5	35.7	0	35.7	35.7	0	35.7	33.5	0
8.29	19.3	27.6	14.3	27.6	27.6	14.3	27.6	19.3	8.29
1E10	14.5	14.5	1E10	14.5	14.5	1E10	14.5	14.5	1E10
10.7	17.8	14.9	10.7	14.9	14.9	10.7	14.9	17.8	10.7
23.9	0	0	41.7	0	0	41.7	0	0	27.3

TABLA 13: Modelo SN6VPSM. Momento último de las secciones extremas de las barras

0	26.9	26.9	0	26.9	26.9	0	26.9	26.9	0
10.8	12.6	20.7	9.01	20.7	20.7	9.01	20.7	12.6	10.8
10.8	13.4	13.4	9.01	13.4	13.4	9.01	13.4	13.4	10.8
5.86	10.9	4.48	5.62	4.48	4.48	5.62	4.48	10.9	5.86
16.7	0	0	4.79	0	0	4.79	0	0	17
0	26.9	26.9	0	26.9	26.9	0	26.9	26.9	0
5.38	19.9	20.7	7.51	20.7	20.7	7.51	20.7	19.9	5.38
5.38	13.4	13.4	7.51	13.4	13.4	7.51	13.4	13.4	5.38
5.86	11.4	7.78	5.02	7.78	7.78	5.02	7.78	11.4	5.86
11.5	0	0	8.36	0	0	8.36	0	0	12.3
0	26.9	26.9	0	26.9	26.9	0	26.9	26.9	0
5.38	20.7	22.6	7.51	22.6	22.6	7.51	22.6	20.7	5.38
5.38	13.4	13.4	7.51	13.4	13.4	7.51	13.4	13.4	5.38
5.86	11.4	7.78	5.02	7.78	7.78	5.02	7.78	11.4	5.86
12.5	0	0	17.9	0	0	17.9	0	0	13.6
0	26.5	26.5	0	26.5	26.5	0	25.7	25.7	0
7.89	22.6	25.3	13.6	25.3	25.3	13.6	25.3	22.6	7.89
7.89	13.4	13.4	13.6	13.4	13.4	13.6	13.4	13.4	9.92
9.05	16.6	13.9	9.05	13.9	13.9	9.05	13.9	16.6	9.05
17.9	0	0	23.6	0	0	23.6	0	0	20.2
0	26.5	26.5	0	26.5	26.5	0	26.5	26.5	0
7.89	20.7	25.3	13.6	25.3	25.3	13.6	25.3	20.7	7.89
7.89	13.4	13.4	13.6	13.4	13.4	13.6	13.4	13.4	7.89
9.05	16.6	13.9	9.05	13.9	13.9	9.05	13.9	16.6	9.05
23	0	0	29.2	0	0	29.2	0	0	25.9
0	26.5	26.5	0	26.5	26.5	0	26.5	26.5	0
7.88	20.7	28	13.5	28	28	13.5	28	20.7	7.88
1E10	13.4	13.4	1E10	13.4	13.4	1E10	13.4	13.4	1E10
10.9	16.2	13.5	10.9	13.5	13.5	10.9	13.5	16.2	10.9
23.9	0	0	41.7	0	0	41.7	0	0	27.3

TABLA 14: Modelo SN9VCSM. Momento último de las secciones extremas de las barras

0	36.3	36.3	0	36.3	36.3	0	36.3	36.3	0
12.4	12.7	23.7	10.9	23.7	23.7	10.9	23.7	12.7	12.4
12.4	14.5	14.5	10.9	14.5	14.5	10.9	14.5	14.5	12.4
5.62	13	5.55	5.32	5.55	5.55	5.32	5.55	13	5.62
13.6	0	0	4.79	0	0	4.79	0	0	13.9
0	36.3	36.3	0	36.3	36.3	0	36.3	36.3	0
6.18	22.4	23.7	9.05	23.7	23.7	9.05	23.7	22.4	6.18
6.18	9.65	9.65	9.05	9.65	9.65	9.05	9.65	9.65	6.18
5.62	14	10	4.78	10	10	4.78	10	14	5.62
11.6	0	0	8.36	0	0	8.36	0	0	12.3
0	36.3	36.3	0	36.3	36.3	0	36.3	36.3	0
6.18	18.5	33.4	9.05	33.4	33.4	9.05	33.4	18.5	6.18
6.18	9.65	9.65	9.05	9.65	9.65	9.05	9.65	9.65	6.18
5.62	14	10	4.78	10	10	4.78	10	14	5.62
9.17	0	0	14.8	0	0	14.8	0	0	10.2
0	35.7	35.7	0	35.7	35.7	0	35.7	35.7	0
8.31	28.6	25.1	14.3	25.1	25.1	14.3	25.1	28.6	8.31
8.31	9.26	9.26	14.3	9.26	9.26	14.3	9.26	9.26	8.31
8.71	18.7	15.6	8.05	15.6	15.6	8.05	15.6	18.7	8.71
13.5	0	0	23.6	0	0	23.6	0	0	15.6
0	35.7	35.7	0	35.7	35.7	0	35.7	35.7	0
8.31	30.3	33.4	14.3	33.4	33.4	14.3	33.4	30.3	8.31
8.31	9.26	9.26	14.3	9.26	9.26	14.3	9.26	9.26	8.31
8.71	18.7	15.6	8.05	15.6	15.6	8.05	15.6	18.7	8.71
14.6	0	0	29.2	0	0	29.2	0	0	17.2
0	35.7	35.7	0	35.7	35.7	0	35.7	35.7	0
8.31	28.6	28.6	14.3	28.6	28.6	14.3	28.6	28.6	8.31
8.31	9.26	9.26	14.3	9.26	9.26	14.3	9.26	9.26	8.31
8.05	18.7	15.6	8.05	15.6	15.6	8.05	15.6	18.7	8.05
20	0	0	37.6	0	0	37.6	0	0	23
0	35.4	35.4	0	35.1	35.1	0	35.4	35.4	0
8.31	30.3	33.4	20.8	33.4	33.4	20.8	33.4	30.3	8.31
8.31	9.26	9.26	20.8	9.26	9.26	20.8	9.26	9.26	8.47
8.05	18.7	22.4	14	22.4	22.4	14	22.4	18.7	8.05
20.8	0	0	54.4	0	0	54.4	0	0	24.2
0	35.4	35.4	0	35.1	35.1	0	35.4	35.4	0
8.31	30.3	33.4	20.8	33.4	33.4	20.8	33.4	30.3	8.31
8.31	9.26	9.26	20.8	9.26	9.26	20.8	9.26	9.26	8.31
8.05	18.7	22.4	14	22.4	22.4	14	22.4	18.7	8.05
29.8	0	0	56	0	0	56	0	0	33.3
0	35.4	35.4	0	35.1	35.1	0	35.4	35.4	0
8.29	28.6	33.4	20.7	33.4	33.4	20.7	33.4	28.6	8.29
1E10	9.26	9.26	1E10	9.26	9.26	1E10	9.26	9.26	1E10
9.6	17.8	21.3	15.9	21.3	21.3	15.9	21.3	17.8	9.6
30.5	0	0	72.5	0	0	72.5	0	0	34

TABLA 15: Modelo SN9VPSM. Momento último de las secciones extremas de las barras

0	26.9	26.9	0	26.9	26.9	0	26.9	26.9	0
10.8	15.9	24.7	9.01	24.7	24.7	9.01	24.7	15.9	10.8
10.8	10.7	10.2	9.01	10.2	10.2	9.01	10.2	10.7	10.8
5.86	10.9	4.48	5.62	4.48	4.48	5.62	4.48	10.9	5.86
16.7	0	0	4.79	0	0	4.79	0	0	17
0	26.9	26.9	0	26.9	26.9	0	26.9	26.9	0
5.38	24.7	25.4	7.51	25.4	25.4	7.51	25.4	24.7	5.38
5.38	10.7	10.7	7.51	10.7	10.7	7.51	10.7	10.7	5.38
5.86	11.4	7.78	5.02	7.78	7.78	5.02	7.78	11.4	5.86
11.6	0	0	8.36	0	0	8.36	0	0	12.3
0	26.9	26.9	0	26.9	26.9	0	26.9	26.9	0
5.38	25.3	25.3	7.51	25.3	25.3	7.51	25.3	25.3	5.38
5.38	10.7	10.7	7.51	10.7	10.7	7.51	10.7	10.7	5.38
5.86	11.4	7.78	5.02	7.78	7.78	5.02	7.78	11.4	5.86
12.5	0	0	14.8	0	0	14.8	0	0	13.6
0	26.5	26.5	0	26.5	26.5	0	26.5	26.5	0
7.89	28.1	27.3	13.6	27.3	27.3	13.6	27.3	28.1	7.89
7.89	8.58	8.58	13.6	8.58	8.58	13.6	8.58	8.58	7.89
9.05	16.6	13.9	8.31	13.9	13.9	8.31	13.9	16.6	9.05
13.5	0	0	23.6	0	0	23.6	0	0	15.6
0	26.5	26.5	0	26.5	26.5	0	26.5	26.5	0
7.89	32.7	32.7	13.6	32.7	32.7	13.6	32.7	32.7	7.89
7.89	8.58	8.58	13.6	8.58	8.58	13.6	8.58	8.58	7.89
9.05	16.6	13.9	8.31	13.9	13.9	8.31	13.9	16.6	9.05
14.6	0	0	29.2	0	0	29.2	0	0	17.2
0	26.5	26.5	0	26.5	26.5	0	26.5	26.5	0
7.89	32.7	32.7	13.6	32.7	32.7	13.6	32.7	32.7	7.89
7.89	8.58	8.58	13.6	8.58	8.58	13.6	8.58	8.58	7.89
8.31	16.6	13.9	8.31	13.9	13.9	8.31	13.9	16.6	8.31
20	0	0	37.6	0	0	37.6	0	0	23
0	26.3	26.3	0	26.1	26.1	0	26.3	26.3	0
7.89	32.7	32.7	21.5	32.7	32.7	21.5	32.7	32.7	7.89
7.89	8.58	8.58	21.5	8.58	8.58	21.5	8.58	8.58	7.89
8.31	16.6	21.7	14.3	21.7	21.7	14.3	21.7	16.6	8.31
24.9	0	0	49.2	0	0	49.2	0	0	28.3
0	26.3	26.3	0	26.1	26.1	0	26.3	26.3	0
7.89	32.7	32.7	21.5	32.7	32.7	21.5	32.7	32.7	7.89
7.89	8.58	8.58	21.5	8.58	8.58	21.5	8.58	8.58	7.89
8.31	16.6	21.7	14.3	21.7	21.7	14.3	21.7	16.6	8.31
29.8	0	0	56	0	0	56	0	0	33.3
0	26.3	26.3	0	26.1	26.1	0	26.3	26.3	0
7.88	30	33.7	21.5	33.7	33.7	21.5	33.7	30	7.88
1E10	8.58	8.58	1E10	8.58	8.58	1E10	8.58	8.58	1E10
9.73	16.2	21.1	16.1	21.1	21.1	16.1	21.1	16.2	9.73
30.5	0	0	72.5	0	0	72.5	0	0	34

3.3. LEYES DE COMPORTAMIENTO HISTERÉTICO ADOPTADAS

Los tres aspectos principales que gobiernan el comportamiento histerético del hormigón armado son¹²: la degradación de rigidez en las ramas de descarga, la reducción de resistencia tras alcanzar ciertos niveles de deformación plástica y el estrangulamiento o pinzamiento de la curva, conocido como efecto "pinching" en la literatura anglosajona. La Fig. 28 muestra el modelo histerético empleado en esta investigación, en el cual los tres aspectos arriba citados se abordan como sigue.

Degradación de rigidez en la ramas de descarga

A partir del instante en que el elemento empieza a plastificar (ya sea en el dominio de carga positivo como negativo), la pendiente de la recta de descarga, K_{ai} , se reduce según la siguiente ley:

a) En el dominio positivo de deformación ($\theta > 0$):

$$\text{- Si } \theta \leq |\theta_y^+| : \quad K_{ai} = K_e$$

$$\text{- Si } |\theta_y^+| < \theta \leq [\theta_y^+ + \theta_y^+ \bar{\eta}_o] : \quad K_{ai} = K_e \left(\frac{\theta_i}{\theta_y^+} \right)^{-0.5}$$

$$\text{- Si } [\theta_y^+ + \theta_y^+ \bar{\eta}_o] < \theta : \quad K_{ai} = \frac{M_y^+}{(\theta_y^+ + \theta_y^+ \bar{\eta}_o)} \left(\frac{\theta_i}{\theta_y^+} \right)^{-0.5}$$

b) En el dominio negativo de deformación ($\theta < 0$):

$$\text{- Si } |\theta| \leq |\theta_y^-| : \quad K_{ai} = K_e$$

$$\text{- Si } |\theta_y^-| < |\theta| \leq [\theta_y^- + \theta_y^+ \bar{\eta}_o] : \quad K_{ai} = K_e \left(\frac{\theta_i}{\theta_y^+} \right)^{-0.5}$$

$$\text{- Si } [\theta_y^- + \theta_y^+ \bar{\eta}_o] < |\theta| : \quad K_{ai} = \frac{M_y^-}{(\theta_y^- + \theta_y^+ \bar{\eta}_o)} \left(\frac{\theta_i}{\theta_y^+} \right)^{-0.5}$$

Siendo θ_i el giro máximo experimentado por la rótula (en valor absoluto) en el dominio de carga positivo o negativo. θ_y^+ y θ_y^- son los giros de fluencia en el dominio positivo y negativo de deformación respectivamente.

Degradación de resistencia

Se asume que la degradación de resistencia se produce una vez rebasada una deformación plástica acumulada de valor $\bar{\eta}_o \theta_y^+$, ya sea en el dominio de deformación positivo o negativo. El nivel de degradación queda definido por la pendiente negativa K_d del último tramo de la envolvente.

Pinzamiento o efecto "pinching"

El efecto "pinching" está asociado a la apertura y cierre de las fisuras en el hormigón cuando éste ha sido sometido a ciclos de deformación en el dominio plástico (tramo 6-7-8 en la Fig. 28). Inicialmente la rama de recarga se dirige al punto de abscisa 0 y ordenada M_y/γ (rama 6-7 en la Fig. 28). Desde aquí, la recta se dirige hacia el punto de deformación máxima alcanzado en el ciclo previo en ese mismo dominio de carga. En nuestro caso hemos adoptado el siguiente valor para el parámetro γ .

(27) $\gamma=10$

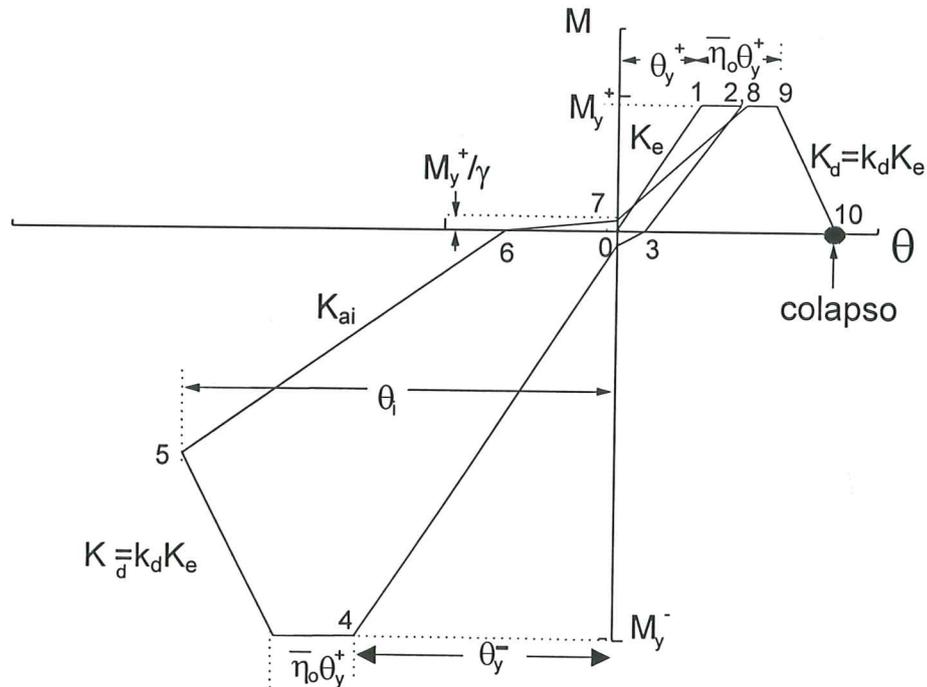


Fig. 28: Idealización del comportamiento histerético de las barras

3.4. MODELIZACIÓN DEL EFECTO P-Δ

Por efecto $P-\Delta$ se entiende el efecto de la gravedad actuando en la posición deformada de la estructura, tal como se indica en la Fig. 29. Contemplado a nivel de una planta determinada de la estructura, el efecto $P-\Delta$ genera solicitaciones de segundo orden que son función del peso W que actúa sobre esa planta y del desplazamiento horizontal Δ causado por las fuerzas horizontales. El efecto $P-\Delta$ puede interpretarse como un efecto reductor de la resistencia y rigidez lateral de cada planta¹³. Una representación esquemática del mismo se muestra en la Fig. 29, en la cual los extremos de las columnas se suponen biarticulados y la planta se mantiene en estado de equilibrio gracias a la colaboración de la fuerza horizontal ΔQ_i aplicada en la dirección opuesta al desplazamiento, cuyo valor es:

$$(28) \quad \Delta Q_i = -\frac{W\delta_i}{h_i}$$

La fuerza ΔQ_i debe ser resistida por la planta i considerada, o en otras palabras, parte de la resistencia lateral de la planta se consume soportando la fuerza adicional ΔQ_i debida al efecto $P-\Delta$. Consecuentemente, si la relación $Q_i-\delta_i$ sin considerar el efecto $P-\Delta$ es la curva indicada a puntos en la Fig. 30 y definida por $Q_{yo,i}$, $\delta_{yo,i}$, $\Delta\delta_{o,i}$, K_{ob} , K_{p1ob} , K_{p2ob} , para tener en cuenta el efecto $P-\Delta$ dicha curva debería sustituirse por la indicada con línea gruesa definida por $Q_{y,i}$, $\delta_{y,i}$, $\Delta\delta_i$, K_i , $K_{p1,i}$, $K_{p2,i}$ cuyo valor es:

$$(29 a) \quad K_i = K_{o,i} - P_{\Delta} k_i$$

$$(29 b) \quad K_{p1,i} = K_{p1o,i} - P_{\Delta} k_i$$

$$(29 c) \quad K_{p2,i} = K_{p2o,i} - P_{\Delta} k_i$$

$$(29 d) \quad Q_{y,i} = Q_{yo,i} \left[1 - \frac{P_{\Delta} k_i}{K_{eo,i}} \right]$$

$$(29 e) \quad \delta_{y,i} = \delta_{yo,i}$$

$$(29 f) \quad \Delta\delta_i = \Delta\delta_{o,i}$$

Siendo:

$$(30) \quad P_{\Delta} k_i = \frac{\Delta Q_i}{\delta_i} = \frac{\sum_{j=i}^N m_j g}{h_i}$$

Donde m_j y h_i son la masa y altura respectivamente de la planta i y g la aceleración de la gravedad.

En este estudio, el efecto $P-\Delta$ se ha tenido en cuenta en el Capítulo 4 a la hora de estimar la resistencia y rigidez de cada planta, tal como se expone en los apartados correspondientes. En los cálculos dinámicos del Capítulo 6, el efecto $P-\Delta$ se ha considerado de forma aproximada reduciendo las rigideces de las rótulas plásticas de los pilares una cantidad tal, que la rigidez lateral total de cada planta disminuyese el valor dado por la ecuación (30).

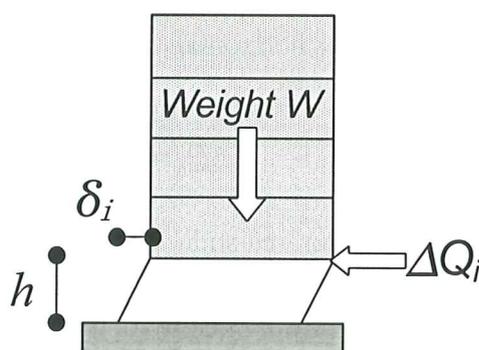


Fig. 29: Efecto $P-\Delta$

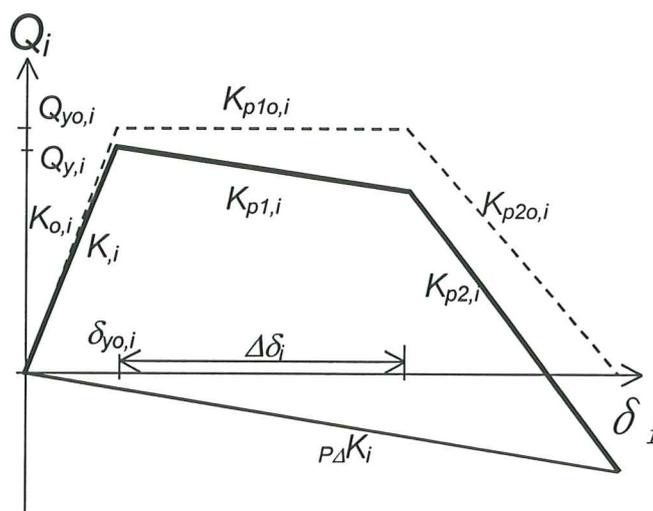


Fig. 30: Influencia del efecto $P-\Delta$ en la relación $Q-\delta$ de una planta

4. ESTIMACIÓN DE LAS PROPIEDADES DE LOS PÓRTICOS

4.1. IDEALIZACIÓN DE LOS PÓRTICOS EN MODELOS DE MASAS CONCENTRADAS

Previamente a los cálculos dinámicos directos, se realizó un estudio para determinar de forma aproximada propiedades relevantes de los pórticos investigados, tales como periodos y modos de vibración, resistencia y rigidez lateral, modo de fallo etc. Para ello los pórticos se idealizaron como modelos de masas concentradas cuyas características se determinaron como sigue.

4.1.1. Descomposición del pórtico por plantas

En primer lugar se realizó una descomposición de los pórticos por plantas¹³ tal como se muestra en la Fig. 31. Para ello, las propiedades de las vigas se descomponen en dos partes que se asignan a cada una de las dos plantas que delimitan. Esta descomposición se basa en las siguientes hipótesis. Se asume que la distribución de fuerzas cortantes en las distintas plantas de la estructura durante la acción sísmica, \bar{Q}_i , es proporcional a la correspondiente a la distribución óptima del coeficiente cortante de fluencia, $\bar{\alpha}_i$, es decir:

$$(31) \quad \bar{Q}_i = \frac{Q_i}{Q_1} = \frac{\bar{\alpha}_i}{M} \sum_{j=i}^N m_j$$

Donde Q_i y m_i son la fuerza cortante y la masa de la planta i , Q_1 es el cortante en la primera planta, M la masa total, N el número de plantas de la estructura y $\bar{\alpha}_i$ la distribución óptima del coeficiente de cortante de fluencia dada por¹³:

$$(32) \quad \text{Si } 0.2 < x' \leq 1.0 \quad \bar{\alpha}_i = 1 + 1.5927x' - 11.852x'^2 + 42.583x'^3 - 59.48x'^4 + 30.16x'^5$$

$$(33) \quad \text{Si } x' \leq 0.2 \quad \bar{\alpha}_i = 1 + 0.5x'$$

Donde $\bar{\alpha}_i = \alpha_{opt,i} / \alpha_1$, y $\alpha_{opt,i}$ es el coeficiente cortante de fluencia óptimo de la planta i y α_1 es el coeficiente cortante de fluencia de la primera planta. $\alpha_{opt,i}$ y α_1 se definen como sigue:

$$(34) \quad \alpha_i = \frac{Q_{yi}}{\sum_{j=i}^N m_j g}$$

Siendo Q_{yi} el cortante de fluencia de la planta i , g la aceleración de la gravedad y $x' = (i-1)/N$.

Dado que la viga superior de una planta i dada está resistiendo el momento inducido por el cortante que actúa en dicha planta i , ${}_bM_i$, y el momento inducido en la planta $(i+1)$ superior, ${}_bM_{i+1}$, resulta lógico descomponer la viga superior

de la planta i proporcionalmente a ${}_bM_i$ y a ${}_bM_{i+1}$. Asumiendo que el punto de inflexión en los pilares está en el punto medio de su altura, el coeficiente d_i que permite descomponer las propiedades de las vigas se obtiene como sigue:

$$(35) \quad d_i = \frac{h_i \bar{Q}_i}{h_i \bar{Q}_i + h_{i+1} \bar{Q}_{i+1}}$$

Denominando S_o a las propiedades estructurales de la viga que delimita las plantas i y $(i+1)$ (resistencia, inercia etc.), S_o se descompone entre la planta i y la planta $(i+1)$ como sigue:

$$(36) \quad \begin{aligned} S_i &= S_o d_i \\ S_{i+1} &= S_o (1 - d_i) \end{aligned}$$

4.1.2. Resistencia lateral de cada planta

La resistencia lateral de cada planta, Q_{yoi} , se obtuvo con la siguiente expresión:

$$(37) \quad Q_{yoi} = \frac{\sum_{k=1}^{n_j} M_k}{h_i}$$

El Q_{yoi} calculado de esta forma es la fuerza cortante correspondiente a la formación de un mecanismo plástico completo de fluencia en la planta i . En la expresión (37) no se tiene en cuenta el efecto $P\Delta$. El sumatorio del segundo miembro de la ecuación (37) se extiende a todas las conexiones viga-pilar del pórtico de planta (véase Fig. 32) y M_k es el momento último de la conexión viga-pilar k . Al calcular Q_{yoi} debe tenerse en cuenta que en general el cortante de fluencia para un desplazamiento horizontal entreplantas positivo, Q_{yoi}^+ , y para un desplazamiento horizontal entreplantas negativo, Q_{yoi}^- , no son iguales debido a que la armadura longitudinal en los extremos de las vigas no suele ser simétrica. En nuestro caso se ha adoptado como Q_{yoi} el menor de Q_{yoi}^+ y Q_{yoi}^- es decir:

$$(38) \quad Q_{yoi} = \min\{Q_{yoi}^+, Q_{yoi}^-\}$$

Q_{yoi}^+ y Q_{yoi}^- vienen dados por:

$$(39) \quad Q_{yoi}^+ = \frac{\sum_{k=1}^{n_j} M_k^+}{h_i}$$

$$(40) \quad Q_{yoi}^- = \frac{\sum_{k=1}^{n_j} M_k^-}{h_i}$$

En estructuras porticadas ordinarias, la existencia de cargas gravitatorias repartidas sobre las vigas no altera normalmente la posición de las rótulas plásticas cuando éstas se someten a cargas laterales¹³. Dichas rótulas plásticas se forman normalmente en los extremos de las barras. Consecuentemente, las zonas de la conexión viga-pilar donde pueden generarse rótulas plásticas se restringen a:

- a) los extremos de las columnas,
- b) los extremos de las vigas adyacentes a la columna observada
- c) al nudo de la conexión viga-pilar.

El momento último que agota una conexión viga-pilar k cuando el desplazamiento entreplantas es positivo, M_k^+ , o negativo, M_k^- , será el menor de los tres valores siguientes:

$$(41) \quad M_k^+ = \min\{M_c, A \times M_{b12}, A \times M_p\}$$

$$(42) \quad M_k^- = \min\{M_c, A \times M_{b21}, A \times M_p\}$$

En las expresiones anteriores M_c es el momento último en la columna, M_p es el momento último de la conexión viga-pilar limitado por el fallo del nudo (ver Fig. 32). M_{b12} es la suma de los momentos últimos en las secciones extremas de las vigas concurrentes al nudo cuando el giro de éste es positivo y M_{b21} cuando el giro del nudo es negativo, es decir:

$$(43) \quad M_{b12} = \min\{ {}_dM_{fub1}, {}_dM_{sub} \} + \min\{ {}_iM_{fub2}, {}_iM_{sub} \}$$

$$(44) \quad M_{b21} = \min\{ {}_dM_{fub2}, {}_dM_{sub} \} + \min\{ {}_iM_{fub1}, {}_iM_{sub} \}$$

El significado de ${}_dM_{fub1}$, ${}_dM_{fub2}$, ${}_dM_{sub}$, ${}_iM_{fub1}$, ${}_iM_{fub2}$ se indica en la TABLA 9 y se han calculado con las ecuaciones (4) y (14). M_c se obtuvo a partir de las fórmulas (5) y (13) mediante:

$$(45) \quad M_c = \min\{M_{fuc}, M_{suc}\}$$

En el caso de los pilares se ha supuesto que la armadura es simétrica con lo cual M_c vale lo mismo sea cual sea el sentido de giro del nudo. M_p se calculó a partir de las fórmulas (21) y (22) mediante:

$$(46) \quad M_p = \min\{M_{pub}, M_{puc}\}$$

El parámetro A de la ecuación (41) vale $A=d_i$ para la planta i y $A=(1-d_i)$ para la planta $(i+1)$.

Finalmente, para tener en cuenta el efecto $P\Delta$, la resistencia lateral $Q_{yo,i}$ se corrigió de acuerdo con la ecuación (29d) obteniéndose el Q_{yi} que se ha utilizado en cálculos posteriores.

4.1.3. Modo de fallo de las conexiones viga-pilar

El fallo de un conexión viga-pilar de un pórtico de planta como el mostrado en la Fig. 32 se puede producir bien por rotura del pilar, bien por rotura de las vigas adyacentes al pilar o bien por rotura del nudo. Además, la rotura del pilar o de la viga puede ser a flexión o a cortante. En base a todo ello se han establecido los siguientes modos de fallo.

- a) Se ha considerado que el fallo de la conexión se debe a la *rotura del pilar* cuando:

$$(47) \quad {}_c M_u \leq d_f \min\left\{\left({}_{b1} M_{ui} + {}_{b2} M_{ud}\right), \left({}_{b2} M_{ui} + {}_{b1} M_{ud}\right)\right\}$$

Donde d_f es el coeficiente utilizado en el apartado 4.1.1. para descomponer el pórtico por plantas y vale $d_f = d_i$ para las conexiones superiores (o de techo) y $d_f = (1 - d_{i-1})$ para las conexiones inferiores (o de suelo) del pórtico de planta, estando d_i dado por (35). El significado del resto de variables es el siguiente:

$$(48) \quad {}_c M_u = \min\left\{M_{suc}, M_{fuc}, {}_{ci} M_{pu}\right\}$$

siendo ${}_{ci} M_{pu} = {}_{c2} M_{pu}$ para las conexiones superiores (o de techo) y ${}_{ci} M_{pu} = {}_{c1} M_{pu}$ para las conexiones inferiores (o de suelo) del pórtico de planta.

$$(49) \quad {}_{b1} M_{ui} = \min\left\{{}_i M_{sub}, {}_i M_{fub1}, {}_i M_{pub}\right\}$$

$$(50) \quad {}_{b2} M_{ui} = \min\left\{{}_i M_{sub}, {}_i M_{fub2}, {}_i M_{pub}\right\}$$

$$(51) \quad {}_{b1} M_{ud} = \min\left\{{}_d M_{sub}, {}_d M_{fub1}, {}_d M_{pub}\right\}$$

$$(52) \quad {}_{b2} M_{ud} = \min\left\{{}_d M_{sub}, {}_d M_{fub2}, {}_d M_{pub}\right\}$$

El significado de los símbolos entre paréntesis se indica en la TABLA 9 del apartado 3.2.3. Según ${}_c M_u$ en la ecuación (48) esté gobernado por M_{suc} , M_{fuc} o ${}_{ci} M_{pu}$ se establecen los siguientes modos de fallo de la conexión:

TIPO 1: Fallo por rotura de pilar a cortante cuando:

$$M_{suc} = \min\left\{M_{suc}, M_{fuc}, {}_{ci} M_{pu}\right\}$$

TIPO 2: Fallo por rotura de pilar a flexión cuando:

$$M_{fuc} = \min\left\{M_{suc}, M_{fuc}, {}_{ci} M_{pu}\right\}$$

TIPO 5: Fallo por rotura del nudo debido al cortante vertical de los pilares, si:

$${}_{ci} M_{pu} = \min\left\{M_{suc}, M_{fuc}, {}_{ci} M_{pu}\right\}$$

- b) Se ha considerado que el fallo de la conexión se debe a la *rotura de las vigas* cuando:

$$(53) \quad {}_c M_u > d_f \min\left\{\left({}_{b1} M_{ui} + {}_{b2} M_{ud}\right), \left({}_{b2} M_{ui} + {}_{b1} M_{ud}\right)\right\}$$

Por otra parte según el momento flector que gobierna el valor de ${}_{b1} M_{ui}$, ${}_{b2} M_{ui}$, ${}_{b1}$

M_{ud} , b_2M_{ud} en las ecuaciones (49) a (52) se establecen los siguientes modos de fallo:

TIPO 3: Fallo por rotura de vigas a cortante.

Se produce cuando el momento último (positivo o negativo) en algún extremo de viga, b_1M_{ui} , b_2M_{ui} , b_1M_{ud} o b_2M_{ud} , está gobernado por iM_{sub} , $iM_{sub,d}$ o dM_{sub} respectivamente en las ecuaciones (49) a (52).

TIPO 4: Fallo por rotura de vigas a flexión.

Se produce cuando el momento último (positivo o negativo) en todos los extremos de viga, b_1M_{ui} , b_2M_{ui} , b_1M_{ud} o b_2M_{ud} , está gobernado por iM_{fub1} , iM_{fub2} , dM_{fub1} o dM_{fub2} respectivamente en las ecuaciones (49) a (52).

TIPO 5: Fallo por rotura del nudo debido al cortante horizontal en las vigas.

Se produce cuando el momento último (positivo o negativo) en algún extremo de viga, b_1M_{ui} , b_2M_{ui} , b_1M_{ud} o b_2M_{ud} , está gobernado por iM_{pub} , $iM_{pub,d}$ o dM_{pub} respectivamente en las ecuaciones (49) a (52).

En la TABLA 16 se resumen los modos de fallo definidos anteriormente así como el código que los identifica.

TABLA 16: Tipos de rotura de las conexiones viga-pilar de un pórtico de planta

Elemento que falla	Tipo de fallo	Código número
PILAR	Cortante	1
	Flexión	2
VIGA	Cortante	3
	Flexión	4
NUDO	Cortante	5

4.1.4. Rigidez lateral inicial

La rigidez lateral de cada planta se estimó asimilando cada pórtico de planta a un pórtico de un sólo vano equivalente¹³ tal como se indica en la Fig. 33. Las rigideces a flexión de los pilares, ${}_cK$, y vigas, ${}_bK$, de este pórtico equivalente se obtienen promediando las rigideces de todos los pilares, ${}_c k_i$, y vigas, ${}_b k_j$, del pórtico de planta original, es decir:

$$(54) \quad {}_c K = \sum {}_c k_i / 2$$

$$(55) \quad {}_b K = \sum {}_b k_j / 2$$

Las rigideces ${}_c k_i$, y ${}_b k_j$ vienen dadas por:

$$(56) \quad {}_c k_i = \frac{EI_{ci}}{h} \gamma_y$$

$$(57) \quad {}_b k_j = \frac{EI_{bj}}{L} \gamma_y$$

Siendo E el módulo de deformación longitudinal del hormigón, I_{ci} , I_{bj} las inercias de las secciones brutas de pilares y vigas respectivamente, h la altura de la planta y L la longitud de la viga. γ_y es el coeficiente empírico adimensional dado por la ecuación (7) que permite calcular la rigidez secante (K_e en la Fig. 21) a partir de la rigidez elástica inicial (K_{eo} en la Fig. 21).

La rigidez lateral $K_{o,i}$ de cada planta considerando únicamente la deformación por flexión de las barras se obtuvo mediante la siguiente expresión:

$$(58) \quad K_{o,i} = \left[\frac{\frac{4}{h^2}}{\frac{1}{6K_c} + \frac{1}{aK_b}} \right]$$

En la expresión anterior a es un parámetro que vale $a=6$ para todas las plantas excepto la planta baja en la cual $a=12$.

Finalmente, para tener en cuenta el efecto $P-\Delta$, el valor de $K_{o,i}$ se corrigió mediante la ecuación (29a) obteniéndose la rigidez lateral K_i

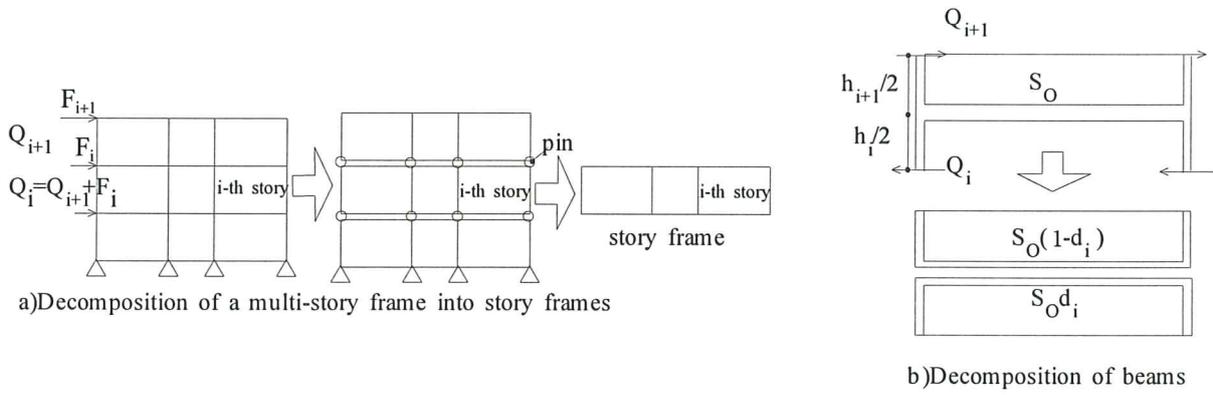


Fig. 31: Descomposición del pórtico por plantas

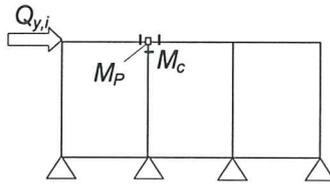


Fig. 32: Momentos flectores en una conexión viga-pilar de un pórtico de planta

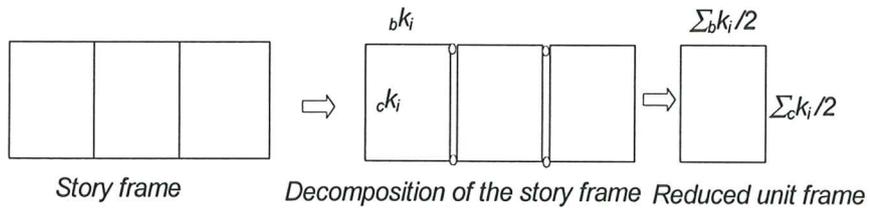


Fig. 33: Reducción de cada pórtico de planta a un pórtico de un solo vano

4.2. PROPIEDADES DE LOS PÓRTICOS INVESTIGADOS

De la TABLA 17 a la TABLA 21 se muestran propiedades relevantes de los modelos analizados tales como periodos, T , modos de vibración, rigidez y resistencia lateral etc. El significado de cada una de las columnas de las Tablas es el siguiente:

N : número de planta

M_i : modo de vibración i

Q_{yi} : fuerza cortante de fluencia o resistencia de la planta i (en kp).

α_i : coeficiente de fuerza cortante de fluencia de la planta i (véase (34))

α_i / α_1 : distribución del coeficiente cortante de fluencia

p_i : cociente entre la distribución del coeficiente cortante de fluencia real de la planta y la distribución óptima dada por las ecuaciones (32) y (33).

K_i : rigidez lateral de la planta i (en kp/cm).

δ_{yi} : deformación lateral de fluencia de la planta i (en cm).

La última fila indica el periodo correspondiente a cada modo de vibración (en segundos)

El periodo T y el vector de forma correspondiente a cada modo de vibración se obtuvieron por métodos de iteración matricial a partir de la matriz de rigidez y de la matriz de masas de la estructura. A menudo, es suficiente con conocer de forma aproximada el periodo fundamental de vibración (es decir el correspondiente al primer modo), T_1 , el cual se puede estimar mediante la siguiente fórmula:

$$(59) \quad T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k_{eq}}}$$

Siendo M la masa total y k_{eq} una rigidez equivalente dada por:

$$(60) \quad k_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=N/2} \frac{1}{K_i}}$$

En la fórmula anterior, en caso de que N sea impar, k_{eq} se obtiene promediando entre los k_{eq} correspondientes a los dos valores enteros más próximos (por arriba y por abajo) a $N/2$.

El periodo fundamental de vibración, T_1 , obtenido de forma aproximada mediante las ecuaciones anteriores se indica entre paréntesis en la casilla correspondiente a la segunda columna y última fila de las tablas. La diferencia entre el valor exacto y el valor aproximado es pequeña, oscilando alrededor del 8%. En cuanto al coeficiente cortante basal, α_1 , no hay una diferencia importante entre los modelos con vigas de canto y los modelos con vigas planas lo que es lógico ya que han sido proyectados para los mismos valores de las acciones.

4.3. MECANISMO DE COLAPSO DE LOS PÓRTICOS

La forma colapso de los modelos tratados se muestra de la Fig. 34 a la Fig. 36. Cada dos filas consecutivas representan una planta. Los números identifican el tipo de rotura de cada conexión viga-pilar según el código de la TABLA 16. De ellas se desprende lo siguiente:

1. Todas las conexiones viga-pilar de los modelos estudiados fallan bien por rotura a cortante del nudo o bien por rotura del pilar, mayormente a cortante. No se observa en ningún caso rotura de vigas.
2. En las conexiones interiores falla siempre el pilar formándose en todos los casos un mecanismo del tipo viga fuerte-columna débil. El fallo de las columnas es siempre a cortante excepto en las últimas plantas en las cuales el fallo es a flexión.
3. En las conexiones exteriores el fallo se produce mayoritariamente por rotura del nudo, observándose en algunos casos también la rotura del pilar a cortante.
4. Comparando los modelos con vigas de canto con los modelos con vigas planas, se observa en los segundos mayor número de fallos de conexiones por rotura del nudo.
5. En todos los casos, el tipo de fallo de las rótulas de los arranques de los pilares es por cortante. El mecanismo de colapso en la primera planta consiste en general en la formación de rótulas plásticas en los extremos de los pilares.

De las observaciones anteriores se puede anticipar un comportamiento poco deseable de los pórticos ante acciones sísmicas por las siguientes razones:

- a) El mecanismo de colapso del tipo viga fuerte-columna débil presenta una capacidad de disipación de energía limitada, ya que la plastificación se produce en los extremos de las columnas que están sometidas además de a momentos flectores a cargas axiales. El fallo de las columnas puede tener consecuencias mucho más graves que el de las vigas al estar soportando las primeras las cargas gravitatorias provenientes de las plantas superiores.
- b) Tanto el fallo a cortante en las columnas como el fallo en los nudos son tipos de rotura frágil que deben siempre evitarse, y han sido responsables de daños importantes en pasados terremotos.

5. PREDICCIÓN DE LA CAPACIDAD ÚLTIMA DE ABSORCIÓN DE ENERGÍA CON FÓRMULAS PROPUESTAS EN LA LITERATURA

En este apartado se realiza una estimación de la capacidad límite última de absorción de energía de los pórticos analizados, a partir de formulaciones propuestas en la literatura¹³ y de las propiedades de los elementos estructurales evaluadas en los apartados anteriores.

5.1. ESTIMACIÓN DE LA RELACIÓN Q - δ DE CADA PLANTA DEL PÓRTICO

Cada uno de los pórticos de planta en que se dividió la estructura en el apartado 4.1.1., se compone de vigas, pilares y nudos. En apartados anteriores se determinaron las características de deformación de cada componente. Queda por establecer la correspondencia entre las características de la deformación de cada uno de estos componentes y el desplazamiento lateral total del pórtico de planta.

En general, la curva que define la relación fuerza cortante-desplazamiento lateral de cada pórtico de planta es una poligonal del tipo indicado con línea discontinua en la Fig. 38, que puede obtenerse a partir de las curvas momento-rotación de sus componentes (vigas, pilares y nudos). Calcular la curva de forma exacta resulta sin embargo excesivamente complejo. A efectos prácticos, la curva exacta puede simplificarse asimilándola a una trilineal, que en esta investigación se ha definido como sigue:

- El primer tramo de la curva pasa por el origen y por el punto definido por Q_{yi} y K_i , calculados con las ecuaciones (38), (58), (29a) y (29d). La deformación de fluencia, δ_{yi} , es simplemente: $\delta_{yi} = Q_{yi}/K_i$,
- El segundo tramo de la curva se toma paralelo al eje de abscisas.
- Para determinar el tercer tramo de la curva, correspondiente a la zona de degradación de resistencia se procede como sigue. En primer lugar se determinan las rótulas del pórtico de planta que plastifican (véase apartado 4), las cuales se muestran a modo de ejemplo en la Fig. 37 con pequeños círculos. A continuación se calculan los ángulos de rotación θ_d y θ_u (véase Fig. 21) de cada rótula plástica, y se toman los dos valores mas pequeños, θ_{dmin} y $\theta_{u,min}$. Los desplazamientos entreplantas correspondientes, δ_{di} y δ_{ui} , se obtienen multiplicando θ_{dmin} y $\theta_{u,min}$ por la altura entre plantas h , es decir $\delta_{di} = h\theta_d$, $\delta_{ui} = h\theta_u$. Conocidos Q_{yi} , δ_{di} y δ_{ui} , el tercer tramo de la curva queda definido.

En la Fig. 38 se muestra un ejemplo de curva fuerza cortante-desplazamiento lateral de un pórtico de planta obtenida de forma exacta y la curva aproximada obtenida por el método anterior. Conviene enfatizar que el primer tramo de la curva aproximada, de pendiente K_i , no es en general tangente a la curva real sino secante, ya que K_i se obtiene a partir de una fórmula aproximada con las rigideces promedio de las vigas y pilares del pórtico de planta.

Las curvas fuerza cortante-desplazamiento lateral estimadas de esta manera para cada una de las plantas de los pórticos investigados, se muestran con líneas a puntos en la Fig. 39, Fig. 40 y Fig. 41, para los modelos de tres, seis y nueve plantas respectivamente. En las figuras, el primer y segundo tramo de la curva coincide con la línea continua, cuyo significado se explica en el siguiente apartado. En las figuras se indica también el coeficiente $\bar{\eta}_o$ a nivel de planta, que se define de forma análoga a la ecuación (2), como el cociente entre la deformación plástica $\delta_p = \delta_{di} - \delta_{yi}$, y la deformación de fluencia δ_{yi} . El promedio de $\bar{\eta}_o$ para los modelos con vigas de canto es de 0.76, 0.74 y 0.34 para los pórticos de tres, seis y nueve plantas respectivamente. En los modelos con vigas planas el promedio es de 0.33, 0.37 y 0.28 para los pórticos de tres, seis y nueve plantas respectivamente. Se observa pues, que la ductilidad expresada en términos de $\bar{\eta}_o$ en los pórticos con vigas planas es inferior a la de los pórticos con vigas de canto.

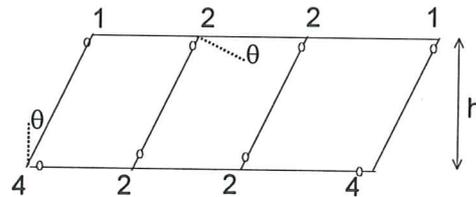


Fig. 37: Ejemplo de pórtico de planta

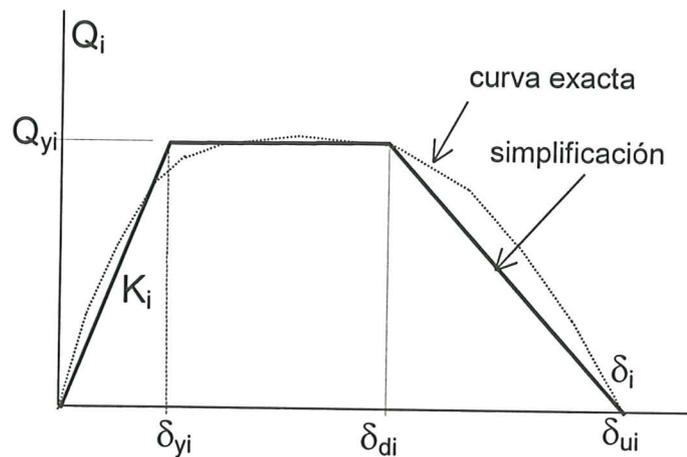


Fig. 38: Relación fuerza-desplazamiento $Q-\delta$ de un pórtico de planta

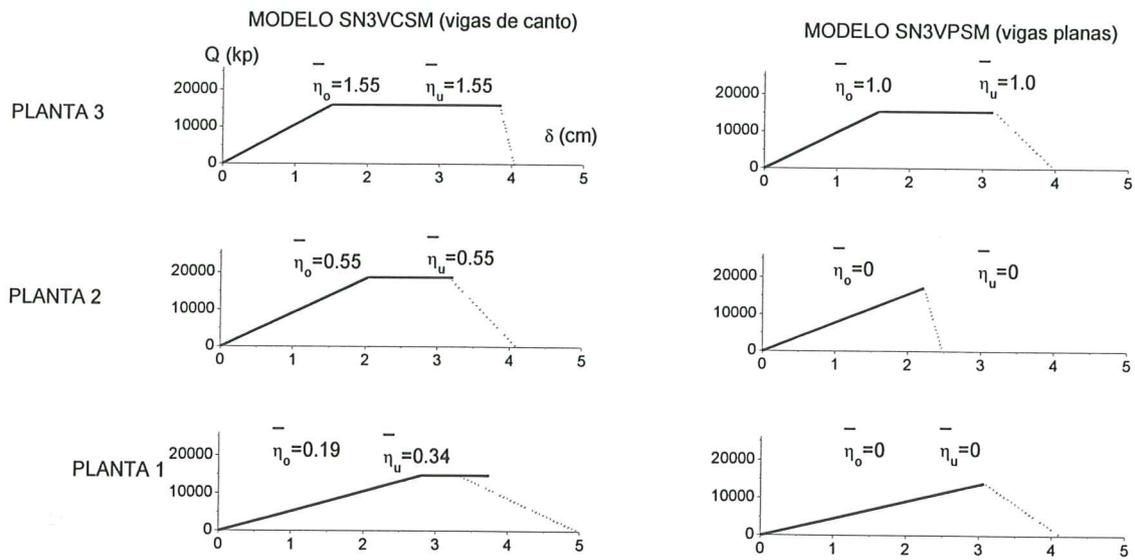


Fig. 39: Predicción de la envolvente de la relación entre fuerza cortante, Q , y desplazamiento entreplantas, δ , de los modelos SN3VCSM y SN3VPSM.

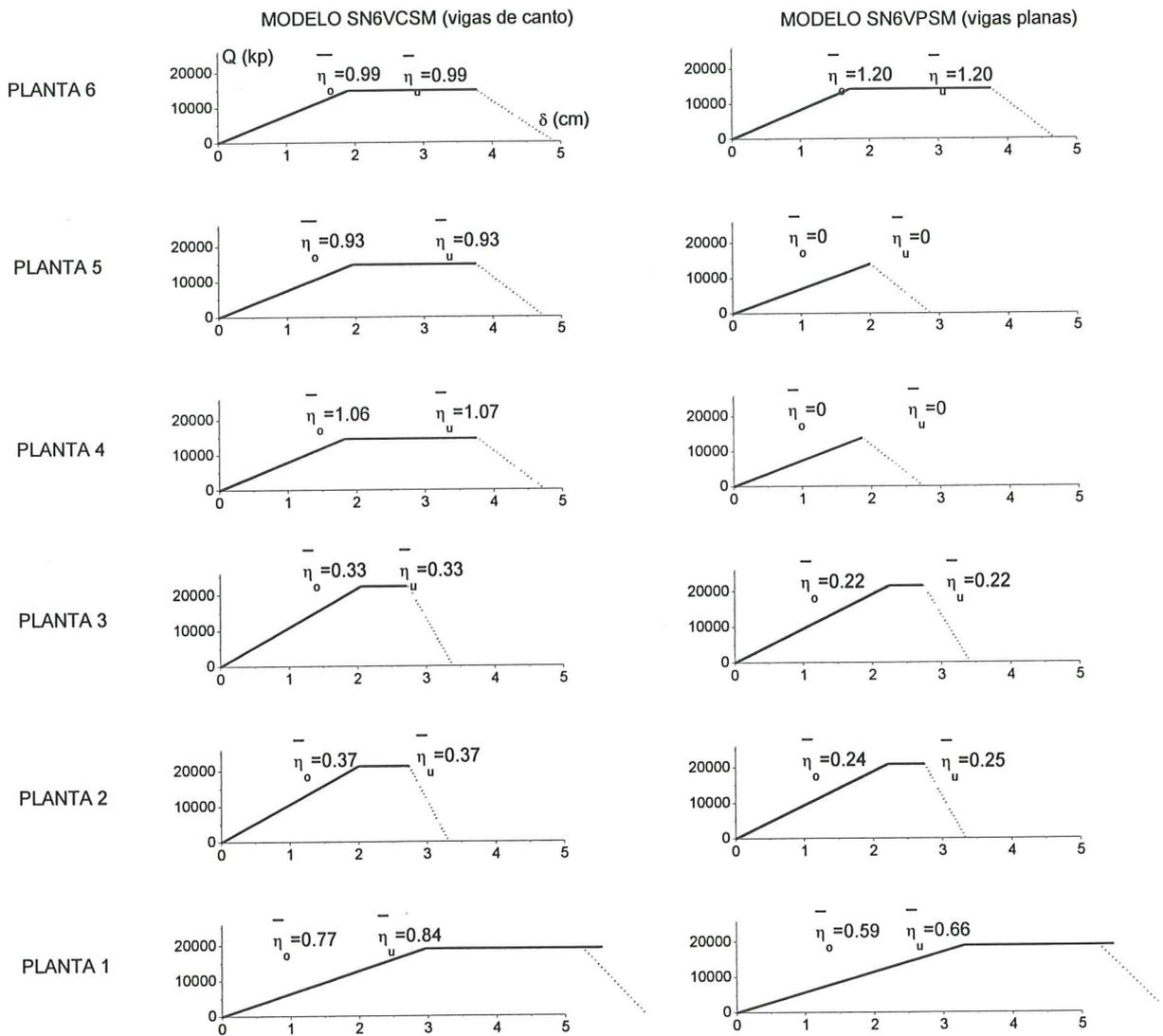


Fig. 40: Predicción de la envolvente de la relación entre fuerza cortante, Q , y desplazamiento entreplantas, δ , de los modelos SN6VCSM y SN6VPSM.

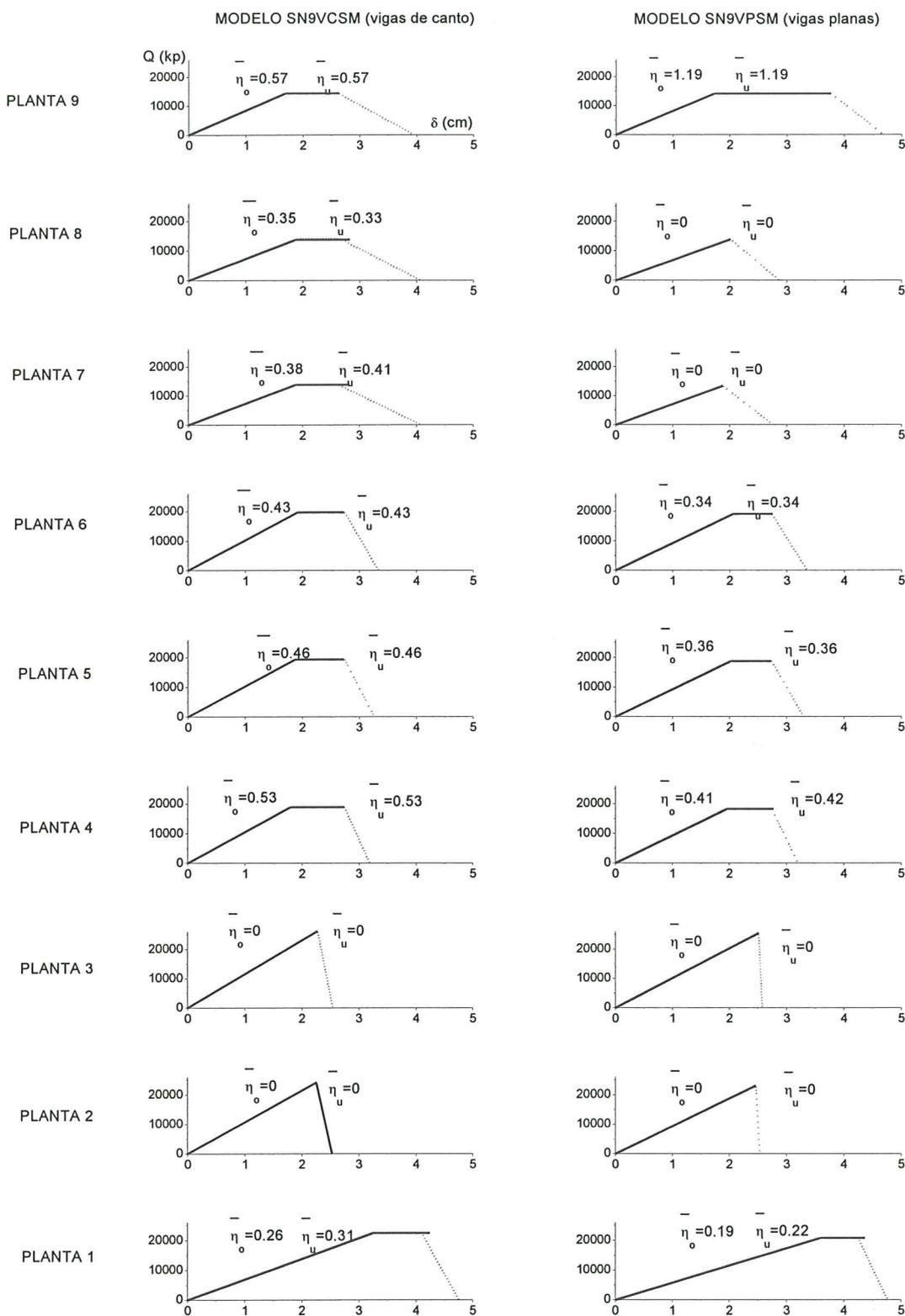


Fig. 41: Predicción de la envolvente de la relación entre fuerza cortante, Q , y desplazamiento entreplantas, δ , de los modelos SN9VCMSM y SN9VPSM.

5.2. CONVERSIÓN DE LA CURVA $Q-\delta$ DE CADA PLANTA, EN LA CORRESPONDIENTE A UN SISTEMA ELÁSTICO-PERFECTAMENTE PLÁSTICO EQUIVALENTE

Las curvas trilineales fuerza cortante-desplazamiento entre plantas, $Q_i-\delta_i$, mostradas en las Fig. 39, Fig. 40 y Fig. 41 corresponden a sistemas con comportamiento histéretico del tipo *elasto-plástico con degradación de resistencia*. Este tipo de sistema puede transformarse en un sistema *elástico-perfectamente plástico* equivalente como el indicado con línea continua en la Fig. 42 por medio del concepto del *factor límite de degradación "g_k"* propuesto por Akiyama¹³. La equivalencia entre los dos sistemas se establece a efectos de predecir el colapso de la estructura.

El *factor límite de degradación* tiene en cuenta el hecho de que la distribución de la energía de deformación plástica entre las distintas plantas de la estructura es notablemente diferente según el comportamiento histéretico de las plantas sea del tipo elástico-perfectamente plástico o del tipo elasto-plástico con degradación de resistencia. La diferencia fundamental estriba en que en los sistemas elásticos-perfectamente plásticos, la deformación plástica acumulada en cada planta en el dominio de carga positivo y negativo es aproximadamente igual, mientras que en los sistemas elasto-plásticos con degradación de resistencia, el daño tiende a acumularse rápidamente en un sólo dominio de carga, y en aquella planta que primero alcanza el tramo de degradación de resistencia.

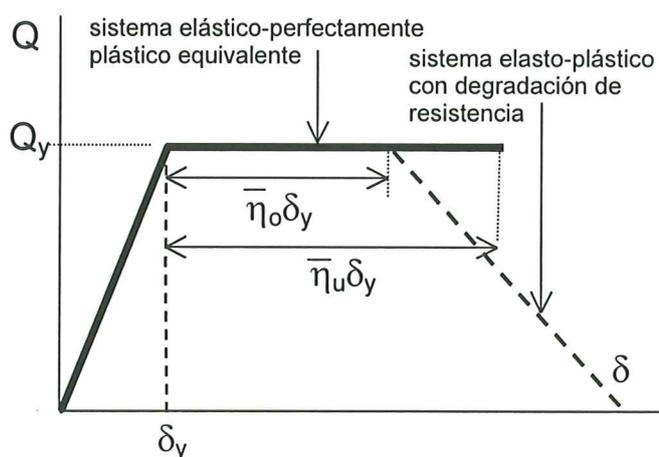


Fig. 42: Transformación de un sistema elasto-plástico con degradación de resistencia en un sistema elástico-perfectamente plástico equivalente.

El factor límite de degradación "g_k" de una planta k viene dado por la siguiente expresión¹³:

$$(61) \quad g_k = \frac{4 + \sum_{j \neq k} s_j p_j^{-12}}{14 \left(1 + \frac{\sum_{j \neq k} s_j p_j^{-12}}{s_k p_k^{-12}} \right)}$$

Siendo s_i un coeficiente adimensional definido por:

$$(62) \quad s_i = \left(\sum_{j=1}^N \frac{m_j}{M} \right)^2 \bar{\alpha}_i^2 \left(\frac{K_1}{K_i} \right)$$

Donde N es el número total de plantas, m_j la masa de la planta j, M la masa total del edificio, K_i la rigidez lateral elástica inicial de la planta i calculada con las ecuaciones (58) y (29a), y $\bar{\alpha}_i$ la distribución óptima del coeficiente de fuerza cortante de fluencia dado por las ecuaciones (32) y (33).

El factor p_i representa la desviación del coeficiente cortante de fluencia (en definitiva de la resistencia lateral) de una planta i respecto al valor óptimo y viene dado por:

$$(63) \quad p_i = \frac{(\alpha_i / \alpha_1)}{\bar{\alpha}_i}$$

Una vez calculado g_k, la ratio promedio de deformación plástica acumulada en el sistema elástico-perfectamente plástico equivalente, $\bar{\eta}_u$ (véase Fig. 42) se obtiene a partir del coeficiente promedio de deformación plástica acumulada en el sistema elasto-plástico con degradación de resistencia, $\bar{\eta}_o$, mediante la siguiente expresión¹³:

$$(64) \quad \bar{\eta}_u = \bar{\eta}_o + \frac{g_k}{|k_d|}$$

Siendo k_d la rigidez del tramo de degradación de resistencia expresada en forma adimensional.

La curva bilineal Q-δ de cada planta correspondiente al sistema elástico-perfectamente plástico equivalente obtenida de esta manera se muestra con línea continua en la Fig. 39, Fig. 40 y Fig. 41, donde también se indica el valor de $\bar{\eta}_u$. Se observa que en los pórticos investigados el valor de $\bar{\eta}_u$ es en general muy próximo a $\bar{\eta}_o$ lo que se debe fundamentalmente al elevado valor de |k_d|.

5.3. EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD ÚLTIMA DE ABSORCIÓN DE ENERGÍA

El input de energía total E introducido por el terremoto en una estructura es absorbido por la misma en forma de energía de vibración elástica, W_e , (=energía cinética+energía de deformación elástica), energía de deformación plástica, W_p , y energía consumida por el mecanismo de amortiguamiento, W_h , es decir¹³:

$$(65) \quad W_e + W_p + W_h = E$$

La suma de W_p y W_e es lo que Housner denominaba "energía que contribuye a los daños estructurales". (W_e+W_p) puede relacionarse con el input de energía total, E , mediante la siguiente relación empírica¹³:

$$(66) \quad W_e + W_p = E \left(\frac{1}{1 + 3h + 1.2\sqrt{h}} \right)^2$$

Siendo h la fracción de amortiguamiento respecto al crítico. La energía de vibración elástica, W_e , almacenada en la estructura en el instante en que se produce el colapso puede estimarse mediante la siguiente expresión¹³:

$$(67) \quad W_e = \frac{Mg^2 T^2}{4\pi^2} \frac{\alpha_1^2}{2}$$

Siendo M la masa total del edificio, g la aceleración de la gravedad, T el periodo fundamental de vibración y α_1 el coeficiente de fuerza cortante de fluencia definido por la ecuación (34) para la primera planta.

La energía de deformación plástica acumulada en una planta i , W_{pi} se puede expresar mediante:

$$(68) \quad W_{pi} = 2\bar{\eta}_i \delta_{yi} Q_{yi}$$

Siendo δ_{yi} el desplazamiento de fluencia y Q_{yi} la fuerza cortante de fluencia de dicha planta i . $\bar{\eta}_i$ es la ratio promedio de deformación plástica acumulada en la planta i cuyo significado se indica en la Fig. 43.

La distribución de la energía de deformación plástica, W_{pi}/W_p , entre las distintas plantas de una estructura cuyo comportamiento histerético es del tipo elástico-perfectamente plástico, puede estimarse mediante la siguiente expresión¹³:

$$(69) \quad \frac{W_{pi}}{W_p} = \frac{s_i P_i^{-n}}{\sum_{j=1}^N s_j P_j^{-n}}$$

Donde W_p es la energía de deformación plástica total disipada por la estructura, ($W_p = \sum W_{pi}$), y s_i es el coeficiente adimensional calculado con la ecuación (62).

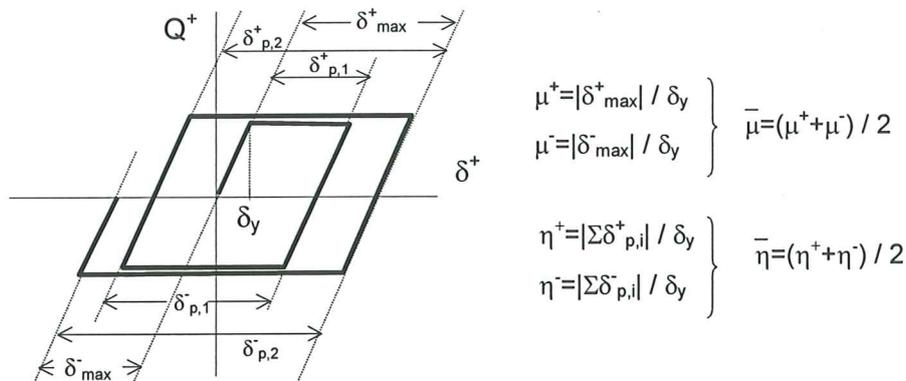


Fig. 43: Significado de los ratios $\bar{\eta}_i$ y $\bar{\mu}_i$

El factor p_i viene definido por la ecuación (63) y representa la desviación del coeficiente cortante de fluencia (en definitiva de la resistencia lateral) de una planta i respecto al valor óptimo dado por las ecuaciones (32) y (33). Los valores de p_i de los pórticos investigados se indican en la TABLA 17 a la TABLA 22.

El factor n es un coeficiente empírico que refleja la sensibilidad de la estructura a la concentración de daño y depende de diversos factores. El valor de n varía entre $n=6$ (en el caso por ejemplo de estructuras tipo viga débil-columna fuerte) y $n=12$ (en estructuras de tipo columna débil-viga fuerte). En nuestro caso hemos adoptado $n=12$.

De las ecuaciones (63) y (69) se desprende que las plantas con $p_j > 1$, es decir con resistencia lateral relativamente alta, p_j^{-n} decrece con n indicando una tendencia a recibir poco daño. Por el contrario aquellas plantas con $p_j < 1$, es decir con resistencia lateral relativamente baja, p_j^{-n} aumenta rápidamente con el valor de n indicando una tendencia a que se acumulen los daños en las mismas.

La capacidad última de disipación de energía de la estructura se puede estimar a partir de las ecuaciones (66) a (69) como sigue. Se considera que la estructura colapsa en el instante en que alguna de sus plantas alcanza el valor máximo de la deformación plástica acumulada que expresamos mediante la ratio adimensional $\bar{\eta}_u$ en el apartado 5.2. (véase ecuación (64)). Se asume que el comportamiento histerético de cada planta es del tipo elástico-perfectamente plástico y que la deformación plástica acumulada en el dominio de carga positivo y negativo son iguales.

Llamemos $\bar{\eta}_{u,i}$ al valor del coeficiente $\bar{\eta}_u$ de una planta i cualquiera. Sustituyendo $\bar{\eta}_{u,i}$ en la ecuación (68) y teniendo en cuenta la ecuación (69),

se puede obtener la energía de deformación plástica disipada por toda la estructura, W_p , hasta el instante en que dicha planta i colapsa. Sumando W_p a la energía de vibración elástica dada por la ecuación (67) y teniendo en cuenta (66) podemos estimar el input de energía total $E(i)$ que absorbería toda la estructura suponiendo que el colapso se produce en la planta i . Repitiendo el cálculo para cada una de las N plantas obtendríamos N valores de $E(i)$. El menor de ellos constituye el máximo input de energía $E = \min\{E(i)\}$, que admite la estructura y que en adelante denominaremos *capacidad límite última de disipación de energía* de la misma. E se expresa normalmente en términos de la pseudo-velocidad equivalente V_E definida por¹³:

$$(70) \quad V_E = \sqrt{\frac{2E}{M}}$$

Siendo M la masa total del edificio.

Procediendo de esta manera se obtuvo el valor de V_E para cada uno de los pórticos investigados. Al aplicar la ecuación (66) se asumió un amortiguamiento de la estructura del 5% respecto al crítico ($h=0.05$). Los resultados se muestran en la TABLA 23 y mediante línea discontinua en la Fig. 54. El valor medio de V_E es:

$$V_E = 30.4 \text{ cm/s.}$$

TABLA 23: Estimación de la capacidad última de absorción de energía de los pórticos mediante fórmulas propuestas en la literatura

MODELO	$W_e (t m)$	$W_p (t m)$	$W_h (t m)$	Planta que colapsa	$V_E (cm/s)$
SN3VCSM	0.2583	0.2802	0.5227	1 ^a	35.0
SN3VPSM	0.3751	0	0.3699	1 ^a ó 2 ^a	26.9
SN6VCSM	0.5324	0.9400	1.4712	1 ^a	41.6
SN6VPSM	0.5607	0	0.5540	4 ^a ó 5 ^a	25.6
SN9VCSM	0.8854	0	0.8794	2 ^a ó 3 ^a	26.3
SN9VPSM	0.9271	0	0.9192	7 ^a ó 8 ^a	26.9

6. EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD LÍMITE ÚLTIMA DE ABSORCIÓN DE ENERGÍA MEDIANTE CÁLCULOS DINÁMICOS

6.1. METODOLOGÍA APLICADA

Un primer método para evaluar la vulnerabilidad o el comportamiento de las estructuras frente a acciones sísmicas, consiste en establecer modelos que representen las estructuras a investigar, realizar cálculos dinámicos directos con los mismos sometidos a una serie de acelerogramas característicos previamente escalados a una aceleración máxima del suelo, y estudiar el daño que se produce en la estructura. En este enfoque metodológico, la aceleración máxima del suelo es un parámetro fijo y lo que se evalúa es el nivel de daño inducido en la estructura. Esta aproximación metodológica fue la empleada por ejemplo por *Kunnath et al*² para evaluar la resistencia sísmica de estructuras de hormigón armado existentes proyectadas para resistir fundamentalmente cargas gravitatorias.

Un método alternativo al expuesto anteriormente consiste en someter los modelos a varios acelerogramas históricos o artificiales, previamente multiplicados por un factor de escala variable que se va aumentando progresivamente hasta producir el colapso de la estructura. A diferencia del anterior, en este método la aceleración del suelo es una variable que se va incrementando. La capacidad sismorresistente límite última de la estructura se cuantifica en términos de *input de energía total E* introducida en la estructura hasta su colapso, expresada en forma de una pseudo-velocidad equivalente, $V_{E,max}$, definida por la ecuación (70). Este segundo método fue el utilizado por *Yamada et al.*^{22,23} para investigar la capacidad sismorresistente límite última de estructuras metálicas.

En este trabajo, el comportamiento sísmico de las estructuras se ha investigado utilizando el segundo método. El cálculo dinámico se realizó integrando paso a paso las ecuaciones incrementales del movimiento aplicando el método de *Newmark* o de la aceleración lineal. Todos los modelos se analizaron con un amortiguamiento del 5% respecto al crítico, que es el valor de referencia que utiliza la norma sísmica española NCSE-94.

6.2. INDICES DE DAÑO. DEFINICIÓN DE COLAPSO DE LA ESTRUCTURA

Cuando se habla de "daños estructurales" causados por el sismo, nos estamos refiriendo normalmente a las deformaciones plásticas permanentes que quedan en la estructura una vez finalizado el terremoto. Se asume por lo tanto que si la estructura se mantiene dentro del dominio elástico los daños estructurales son nulos, no considerándose fenómenos de fatiga que suelen ser despreciables en este tipo de acciones.

Una forma directa y objetiva de evaluar cuantitativamente los daños estructurales, ya sea a nivel de rótula de plástica, de planta o de todo el edificio, es mediante la energía de deformación plástica acumulada W_p a la que ya nos referimos en el apartado 5.3. W_p puede expresarse de forma adimensional mediante el *ratio de deformación plástica acumulada* η que se define como sigue:

$$(71) \quad \eta = \frac{W_p}{d_y S_y}$$

Donde d_y denota la deformación de fluencia (que puede ser una rotación θ_y en el caso de una rótula o un desplazamiento entre plantas δ_y) y S_y la sollicitación de fluencia (ya sea un momento flector M_y en el caso de una rótula o el cortante de una planta). La *ratio de deformación plástica acumulada* η es un indicador muy representativo del nivel de daño estructural, ya sea a nivel local de rótula plástica como a nivel global de toda una planta. El valor de η vale cero cuando el elemento o la planta se mantiene dentro del dominio elástico. Sin embargo, η en sí mismo no proporciona información sobre la proximidad del colapso de la estructura.

Además de η , han sido propuestos en la literatura^{24,25,26,27} otros índices para evaluar el daño estructural. Entre ellos, el índice de *Park y Ang*²⁶ es uno de los más utilizados en estructuras de hormigón armado y tiene la ventaja de estar calibrado experimentalmente, de forma que los valores que adopta pueden relacionarse con niveles de daño observados en estructuras reales. El índice de daño de *Park y Ang*²⁶ referido a un componente estructural determinado se define mediante la siguiente expresión:

$$(72) \quad ID = \frac{\delta_M}{\delta_{u,mono}} + \frac{\beta}{Q_y \delta_{u,mono}} \int dE$$

Siendo δ_M la deformación máxima (en valor absoluto) de respuesta en el dominio de deformación positivo o negativo, y $\delta_{u,mono}$ la capacidad última de deformación bajo cargas monótonas. Q_y es la carga de fluencia y β un factor empírico de calibración que oscila entre 0.03 y 1.2, con un valor medio de 0.15. *Cosenza et al*²⁸ demostraron que $\beta=0.15$ proporciona una buena correlación con otros índices de daño y es el adoptado en este trabajo.

Es importante señalar que el término δ_M de la fórmula anterior incluye la deformación elástica. Consecuentemente, aún cuando el elemento estructural se mantiene dentro del dominio elástico, (es decir sin daños estructurales) el valor del índice de *Park y Ang* es distinto de cero. El índice de daño de *Park y Ang* a nivel de una planta de la estructura o a nivel de toda ella, puede estimarse ponderando los índices de daño de los distintos componentes que la integran mediante la siguiente expresión²⁶:

$$(73) \quad ID_T = \sum \lambda_i ID_i$$

En la cual, el sumatorio se extiende a todos los componentes estructurales de la planta o de la estructura, ID_i es el índice de daño del componente estructural i y λ_i un factor de ponderación definido por:

$$(74) \quad \lambda_i = \frac{W_{pi}}{\sum W_{pi}}$$

Siendo W_{pi} la energía de deformación plástica acumulada en el componente estructural i y el sumatorio se extiende a todos los componentes estructurales de la planta o de la estructura.

El índice de daño de *Park y Ang* ha sido calibrado por numerosos investigadores a partir de la observación de daños sufridos por estructuras reales en pasados terremotos^{12,29,30,31} y su correlación se indica en TABLA 24.

TABLA 24

Correlación entre el índice de daño de *Park y Ang* y niveles de daño observados

NIVEL DE DAÑO OBSERVADO	RANGO DEL ÍNDICE DE DAÑO DE PARK Y ANG
Daños menores	0.1 - 0.2
Daños moderados	0.2 - 0.5
Daños severos	0.5 - 1.0
Colapso	> 1.0

En esta investigación se define el colapso de la estructura como el estado en el cual uno de los elementos estructurales (viga o pilar) pierde su fuerza restauradora, es decir cuando alguna de sus rótulas plásticas localizadas en los extremos del elemento estructural alcanza el punto señalado con un círculo en la Fig. 28. El estado de la estructura inmediatamente anterior al colapso se define como "*estado límite último*" de la misma. En los apartados siguientes, el nivel de daño de los pórticos investigados cuando se alcanza el estado límite último, se expresa por medio de la ratio de deformación plástica acumulada η , y del índice de daño de *Park y Ang*.

6.3. ACELEROGRAMAS UTILIZADOS

Se han utilizado cinco acelerogramas históricos diferentes. Dos registrados en la península (en la provincia de Granada) y tres fuera de ella: el terremoto de El Centro (Imperial Valley, EEUU, 1940, componente NS), el terremoto de Taft (Kern County, EEUU, 1952, componente NS) y el terremoto de Hyogo-Ken Nanbu (Kobe, Japón, 1995, componente NS). Los datos relativos a la duración, aceleración máxima del suelo, valor máximo del input de energía total expresado en términos de la pseudo velocidad equivalente V_E se muestran en la TABLA 25.

Las Fig. 44 a la Fig. 48 muestran la historia de aceleración del suelo de los registros empleados. En la Fig. 49 se representa el espectro de respuesta de cada acelerograma para el rango de periodos de los modelos estudiados. La Fig. 50 y Fig. 51 muestra los espectros de input de energía V_E-T de *Akiyama*¹³, siendo T el periodo fundamental del oscilador.

Los acelerogramas 9309_11 y 9309_10, tratan de representar terremotos de características similares a los que pueden darse en la península. Se han elegido entre los registrados hasta ahora en España, por ser los de mayores niveles de input de energía V_E . Los otros tres acelerogramas representan sismos históricos de elevado contenido energético.

Los acelerogramas empleados representan dos tipos diferentes de terremotos desde el punto de vista de cómo se introduce la energía en la estructura. La Fig. 52 muestra las historias de input de energía correspondientes a un oscilador lineal de periodo fundamental $T=1s$. El eje de abscisas representa el tiempo transcurrido desde el inicio del terremoto, t_f y el eje de ordenadas la energía total introducida hasta ese instante t_f , en términos de la pseudo velocidad equivalente V_E , normalizada con respecto al input de energía total en el instante en que termina el sismo, t_o . Como se aprecia en la figura, los terremotos 9309_11, 9309_10 y Taft introducen la energía de forma gradual en un intervalo de tiempo que oscila entre los 20 y los 30 segundos. En el caso de los sismos de El Centro y Kobe sin embargo, la energía se introduce muy rápidamente alcanzando niveles de aproximadamente el 80% de la energía total en menos de 5 segundos.

TABLA 25: Acelerogramas utilizados (datos referidos al registro original sin escalar)

Nombre del terremoto	Duración (s)	PGA: aceleración máxima suelo (cm/s^2)	Input de energía V_E (cm/s)
9309_11 Ventas de Huelma (Granada) NS,1993	18	1.64	2.8
9309_10 Santa Fe (Granada) NS, 1993	33	4.80	1
El Centro (Imperial Valley) NS, 1940	45	342	138
Taft (Kern County) NS, 1952	50	153	79
Hyogo-Ken Nanbu (Kobe) NS, 1995	20	820	363

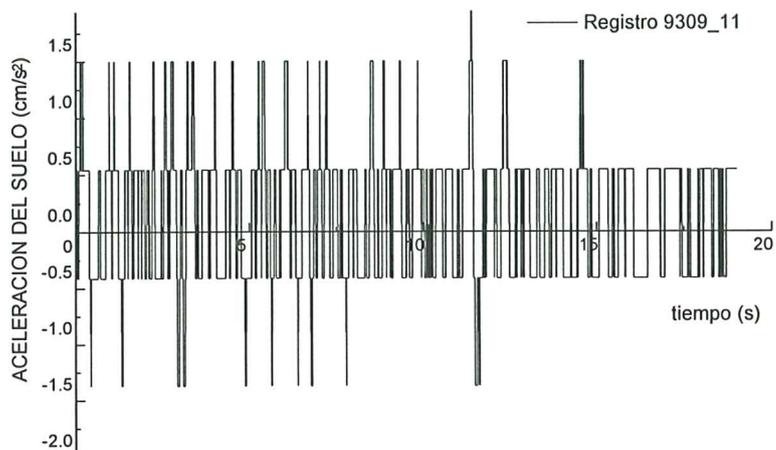


Fig. 44: Acelerograma 9309_11 (Ventas de Huelma, Granada)

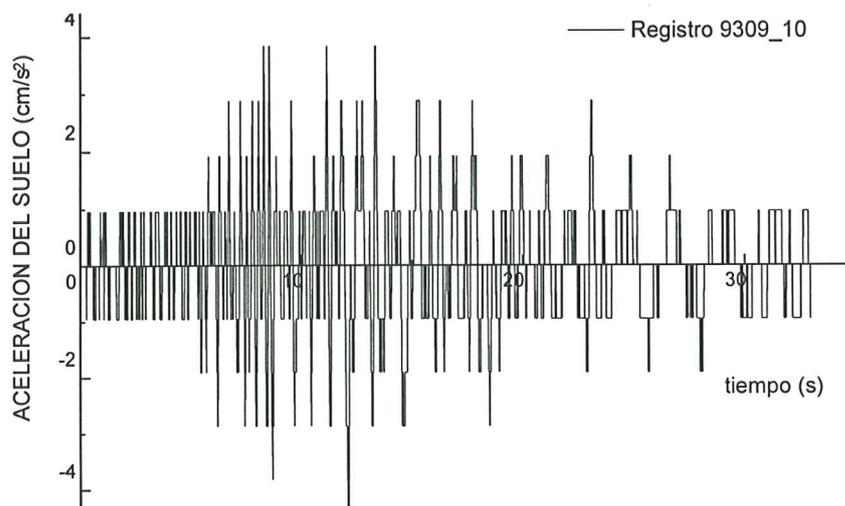


Fig. 45: Acelerograma 9309_10 (Santa Fe, Granada)

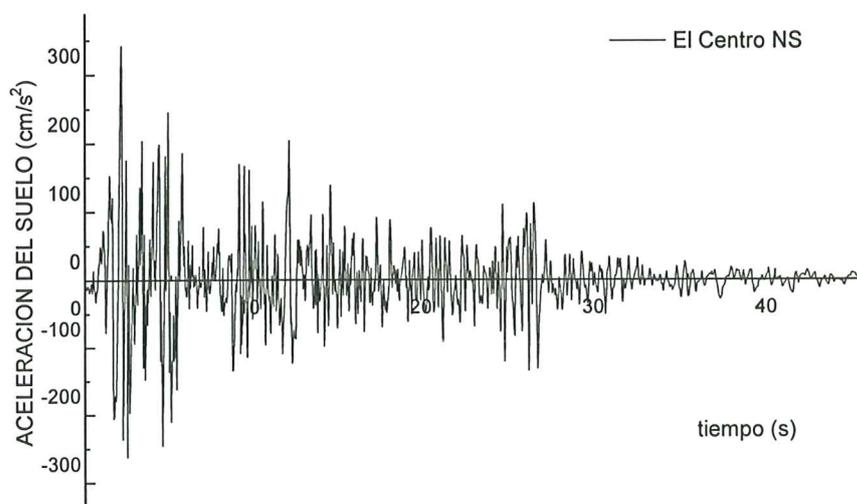


Fig. 46: Acelerograma de El Centro

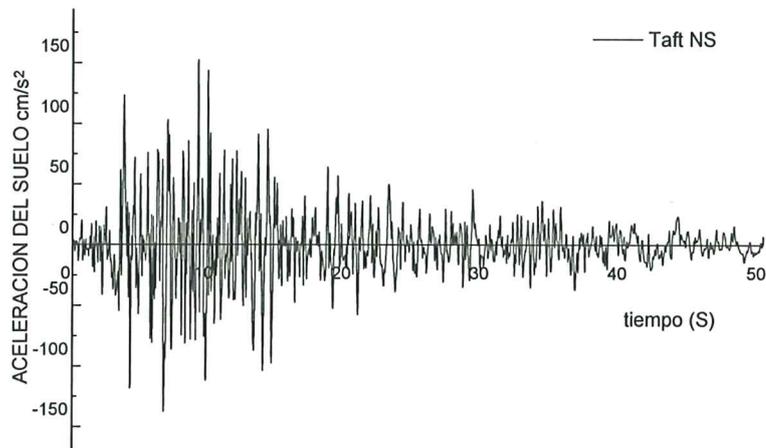


Fig. 47: Acelerograma Taft NS

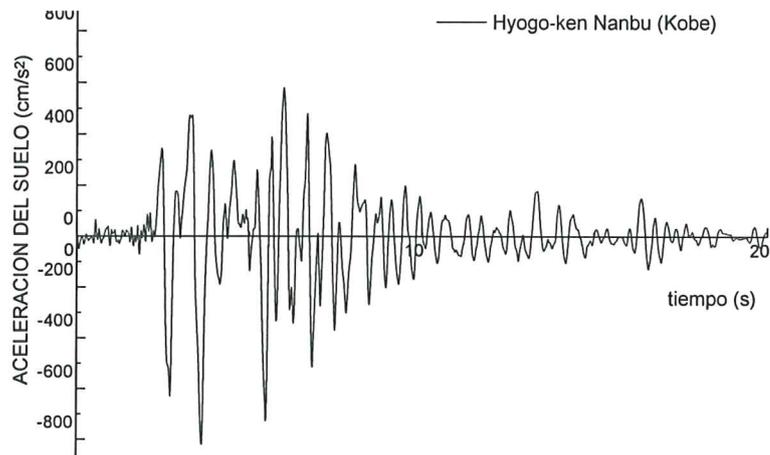


Fig. 48: Acelerograma Hyogo-ken Nanbu (Kobe)

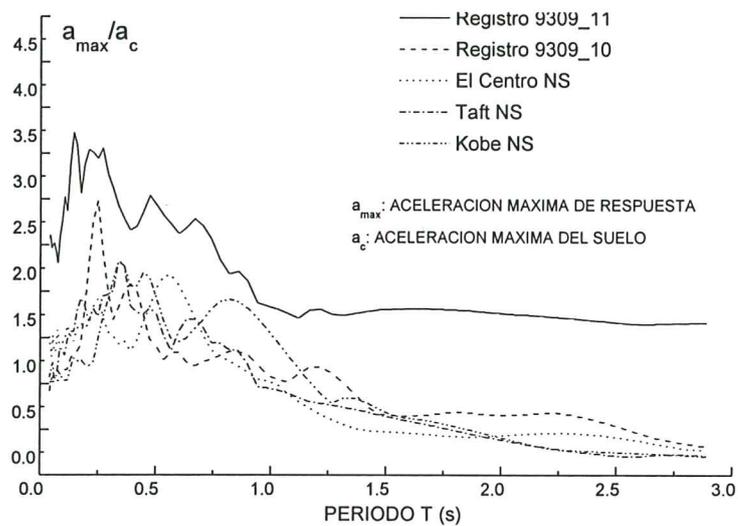


Fig. 49: Espectros de respuesta de los acelerogramas utilizados en los cálculos

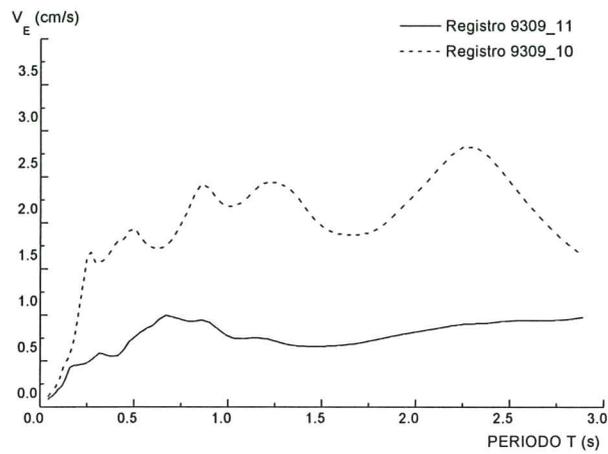


Fig. 50: Espectro de input de energía $V_E - T$ de los acelerogramas 9309_11 y 9309_10

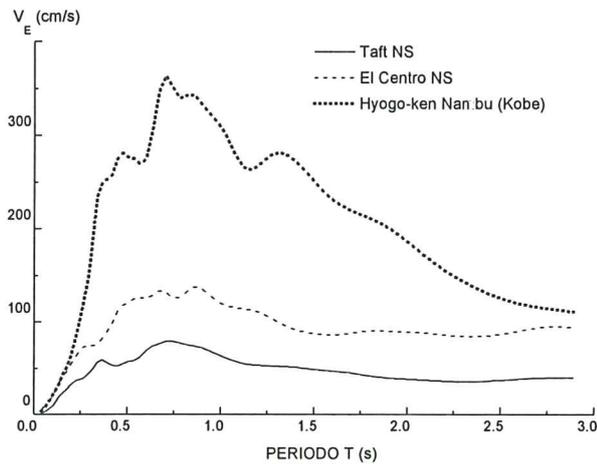


Fig. 51: Espectro de input de energía $V_E - T$ de los acelerogramas Taft, El Centro y Kobe

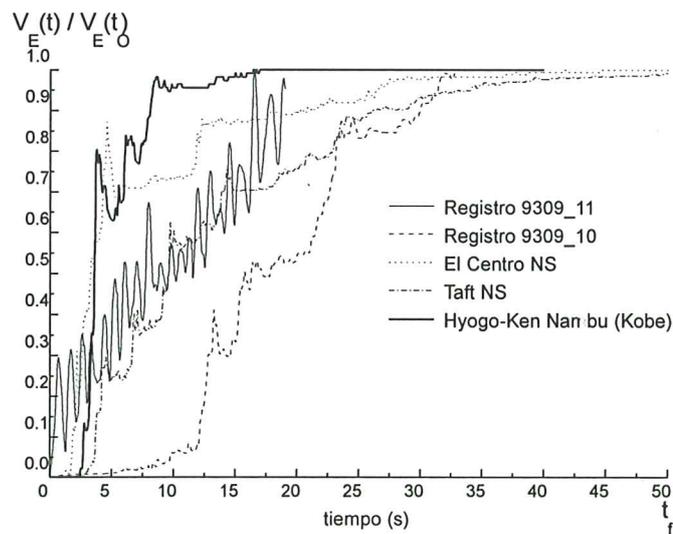


Fig. 52: Historia de input de energía para un oscilador elástico de periodo $T=1$ s.

7. RESULTADOS DE LOS CÁLCULOS DINÁMICOS

7.1. CAPACIDAD SISMORRESISTENTE LÍMITE ÚLTIMA

Los seis modelos investigados se sometieron a los acelerogramas descritos en el apartado 6.3. Cada acelerograma se aplicó de forma iterativa, multiplicado cada vez por un factor de amplificación que se fue incrementando hasta alcanzar el colapso de la estructura. La capacidad sismorresistente límite última de los modelos estudiados se evaluó en términos de *input de energía total* introducida en la estructura cuando ésta alcanza su estado límite último, E_{MAX} , expresada mediante la pseudo velocidad equivalente, V_{Emax} , definida por la ecuación (70). Los resultados de los cálculos se muestran en la TABLA 26. El valor medio de V_{Emax} fue de $V_{Emax}=32.9$ cm/s. En dicha TABLA se indica también la energía disipada mediante deformaciones plásticas, W_p , expresada en forma de pseudo velocidad equivalente, V_p , mediante una expresión análoga a la ecuación (70):

$$(75) \quad V_p = \sqrt{\frac{2W_p}{M}}$$

W_p es la suma de la energía de deformación plástica en cada una de las i rótulas plásticas del pórtico, w_{pi} , (es decir $W_p = \sum w_{pi}$). La energía de deformación plástica w_{pi} disipada por una rótula i hasta el instante en que la primera rótula j alcanza el colapso está representada por el área rallada de la Fig. 53. w_{pi} se obtuvo restando a la energía total disipada/absorbida por la rótula la energía de deformación elástica almacenada en la misma en dicho instante (representada esta última por el área sombreada con puntos de la Fig. 53). La diferencia entre $V_{E,max}$ y V_p corresponde a la suma de la energía disipada por el mecanismo de amortiguamiento y a la almacenada en la estructura en forma de energía de vibración elástica (=energía de deformación elástica+energía cinética) en el instante en que se produce el colapso (véase ecuación (65)).

Los resultados de la TABLA 26 se muestran también en la Fig. 54. En la misma se indica con línea discontinua la capacidad última de absorción de energía, V_{Emax} , estimada en el Capítulo 5 (véase TABLA 23).

La predicción de la capacidad límite última de absorción de energía de los pórticos realizada con la formulación y metodología propuesta por Akiyama (valor medio predecido: $\bar{V}_E=30.4$ cm/s) se ajusta razonablemente bien a los resultados de los cálculos dinámicos directos (valor medio obtenido de los cálculos dinámicos directos: $\bar{V}_E=32.9$ cm/s).

La Fig. 54 muestra también con línea continua gruesa la demanda de disipación de energía, V_E , propuesta por Benavent-Climent et al.³² suponiendo un suelo blando, con una aceleración de cálculo de $a_c=0.13g$ y con un valor del parámetro $K=1$, que es de $V_E=63.7$ cm/s. La aceleración de cálculo adoptada ($a_c=0.13g$) es la máxima prescrita por la normativa sísmica vigente NCSE-94 en

aquellas áreas clasificadas como de sismicidad media por la norma sísmica anterior PDS-74, áreas en las cuales se han supuesto ubicados los pórticos objeto de este estudio.

Como puede observarse, la capacidad sismorresistente de los pórticos investigados, expresada en términos de V_E , es aproximadamente la mitad del nivel demandado. Teniendo en cuenta que $V_E = \sqrt{2E/M}$ esto significa que en términos de energía, E , la capacidad límite última de absorción de energía de los pórticos investigados es tan sólo una cuarta parte del nivel de demanda de la zona donde se ubican. Así mismo, comparando los pórticos de vigas de canto con los de vigas planas, se observa que la capacidad última de absorción de energía de estos últimos resulta es poco menor, aunque la diferencia no es significativa.

TABLA 26: Capacidad límite última de absorción de energía obtenida de cálculos dinámicos directos.

MODELO	<i>Acelerograma</i>	V_p (cm/s)	$V_{E,max}$ (cm/s)	<i>Valor medio</i> $\bar{V}_{E,max}$	<i>Desviación estándar</i> $\sqrt{(V_{E,max} - \bar{V}_{E,max})^2}$
SN3VCSM	9309 11	24.9	37.3	35.2	5.17
	9309 10	25.0	38.2		
	El Centro NS	23.0	34.1		
	Taft NS	22.5	31.8		
	Kobe NS	25.2	34.4		
SN3VPSM	9309 11	25.4	38.5	31.7	7.9
	9309 10	18.6	28.2		
	El Centro NS	19.4	30.7		
	Taft NS	19.7	30.1		
	Kobe NS	18.8	31.0		
SN6VCSM	9309 11	17.1	31.0	33.3	15.3
	9309 10	14.0	28.5		
	El Centro NS	30.2	45.6		
	Taft NS	20.0	26.1		
	Kobe NS	21.0	35.2		
SN6VPSM	9309 11	23.4	36.3	29.0	10.6
	9309 10	12.3	26.9		
	El Centro NS	11.4	22.7		
	Taft NS	12.1	26.8		
	Kobe NS	14.3	32.3		
SN9VCSM	9309 11	15.2	33.0	36.2	12.3
	9309 10	20.3	45.6		
	El Centro NS	17.0	35.3		
	Taft NS	20.0	37.7		
	Kobe NS	16.5	29.2		
SN9VPSM	9309 11	18.7	36.2	31.8	10.6
	9309 10	8.8	34.3		
	El Centro NS	14.2	34.4		
	Taft NS	9.2	22.9		
	Kobe NS	9.1	31.3		

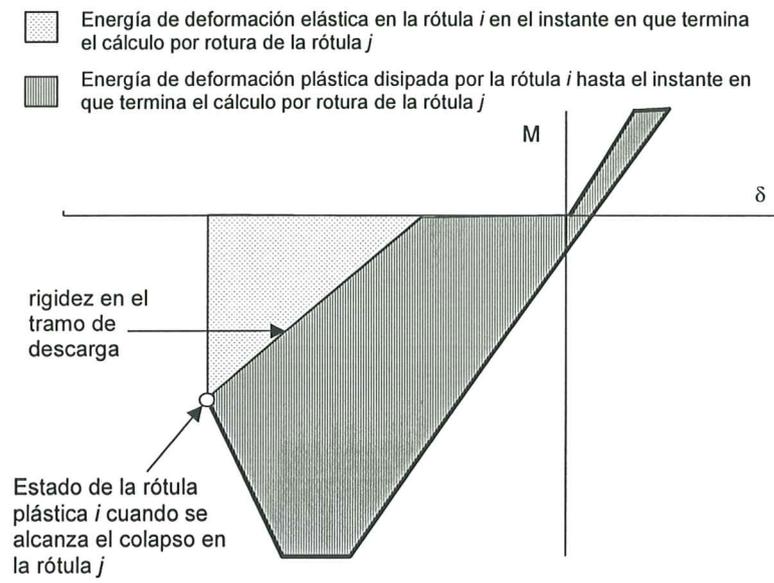
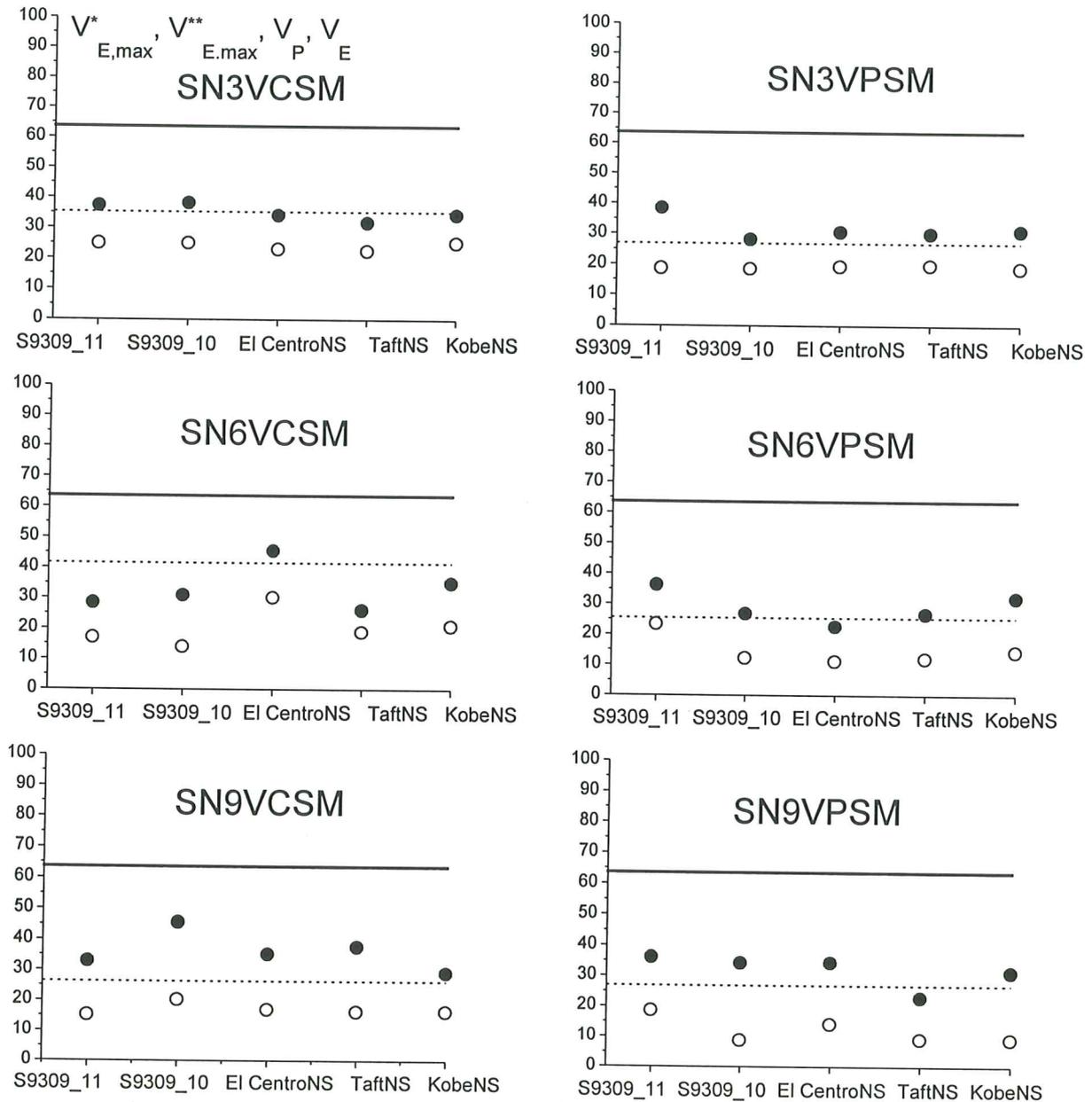


Fig. 53: Energía de deformación plástica y energía de deformación elástica en una rótula plástica



- Input de energía total introducido en la estructura hasta su colapso, expresado en términos de pseudo velocidad equivalente $V_{E,max}^*$, obtenido de cálculos dinámicos.
- Input de energía total que puede absorber la estructura hasta su colapso, expresado en términos de pseudo velocidad equivalente $V_{E,max}^{**}$, estimada con fórmulas aproximadas.
- Energía de deformación plástica acumulada en la estructura, expresada en términos de pseudo velocidad equivalente V_p , y obtenida de los cálculos dinámicos.
- Niveles de demanda de disipación de energía en la estructura, expresado en términos de pseudo velocidad equivalente V_E , propuestos por Benavent-Climent et al.³².

Fig. 54: Capacidad límite última de disipación de energía

7.2. DISTRIBUCIÓN DE LA ENERGÍA DE DEFORMACIÓN PLÁSTICA ACUMULADA ENTRE PLANTAS, EN EL ESTADO LÍMITE ÚLTIMO

La Fig. 55 muestra la distribución de la energía de deformación plástica acumulada entre las distintas plantas del pórtico, $W_{pi}/\Sigma W_{pi}$. La energía de deformación plástica acumulada refleja el daño estructural provocado por el sismo en una planta i dada. W_{pi} se obtuvo a partir de los resultados de los cálculos dinámicos, como suma de la energía disipada en las rótulas de los pilares de la planta i dada, y de un porcentaje de la energía disipada en las rótulas de las vigas que la delimitan. Dicho porcentaje se calculó aplicando los coeficientes dados por las ecuaciones (35) y (36).

La figura refleja claramente el fenómeno ampliamente evidenciado en investigaciones previas, de que el daño tiende a concentrarse en aquellas plantas donde la resistencia lateral relativa se aleja (siendo menor) de un valor óptimo. El valor óptimo de la distribución de la resistencia lateral adoptado en esta investigación es el propuesto por Akiyama¹³ y que viene dado por las ecuaciones (32) y (33). En los modelos analizados, esta desviación de resistencia lateral se da en las plantas primera, cuarta y séptima por ser allí donde se produce el cambio de sección de los pilares.

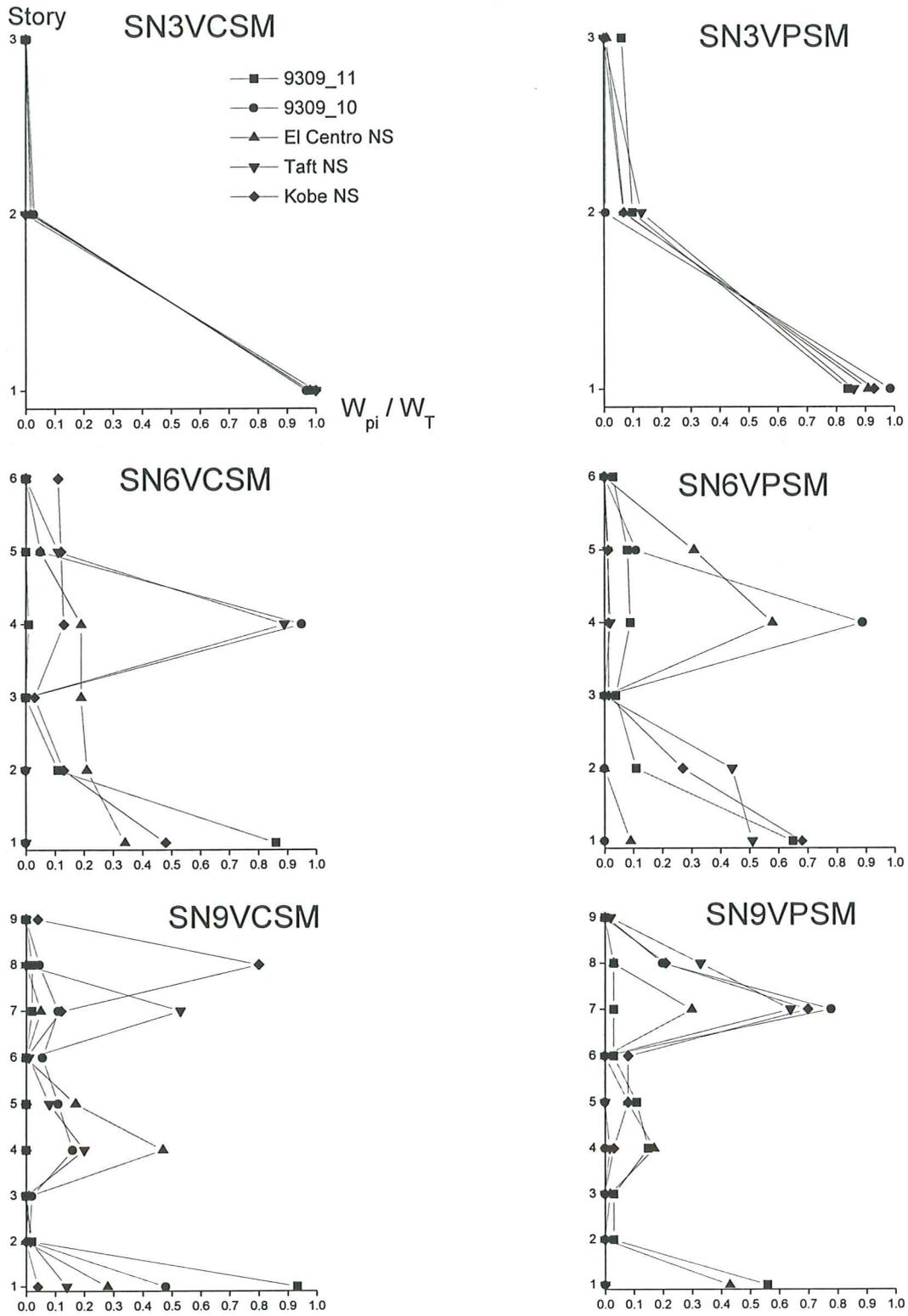


Fig. 55: Distribución de la energía de deformación plástica

7.3. DISTRIBUCIÓN DE DAÑO ENTRE VIGAS Y PILARES DE CADA PLANTA

De la Fig. 56 a la Fig. 58 se muestra la distribución de la energía de deformación plástica (es decir, el daño estructural) entre las vigas y pilares de cada planta. En abscisas se indica el cociente entre la energía de deformación plástica disipada por las vigas, W_{pb} , o pilares, W_{pc} , de una planta y la energía de deformación plástica disipada por toda la estructura, $W_{p,total}$. El sombreado en color negro se refiere a los pilares y el sombreado en gris a las vigas. De las figuras se desprende que la mayor parte de energía de deformación plástica se disipa en los pilares y no en las vigas como sería deseable.

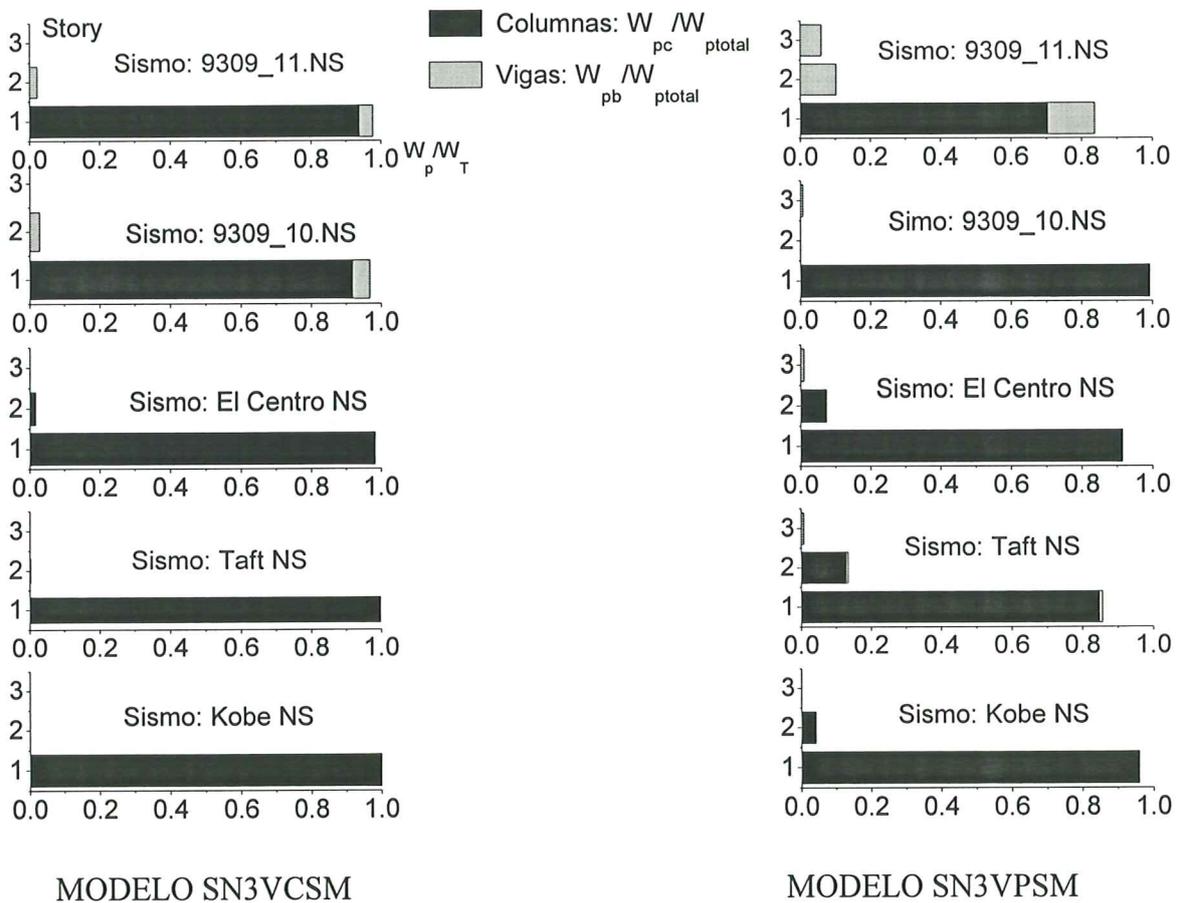


Fig. 56: Distribución del daño entre vigas y pilares de cada planta. Modelos de 3 plantas

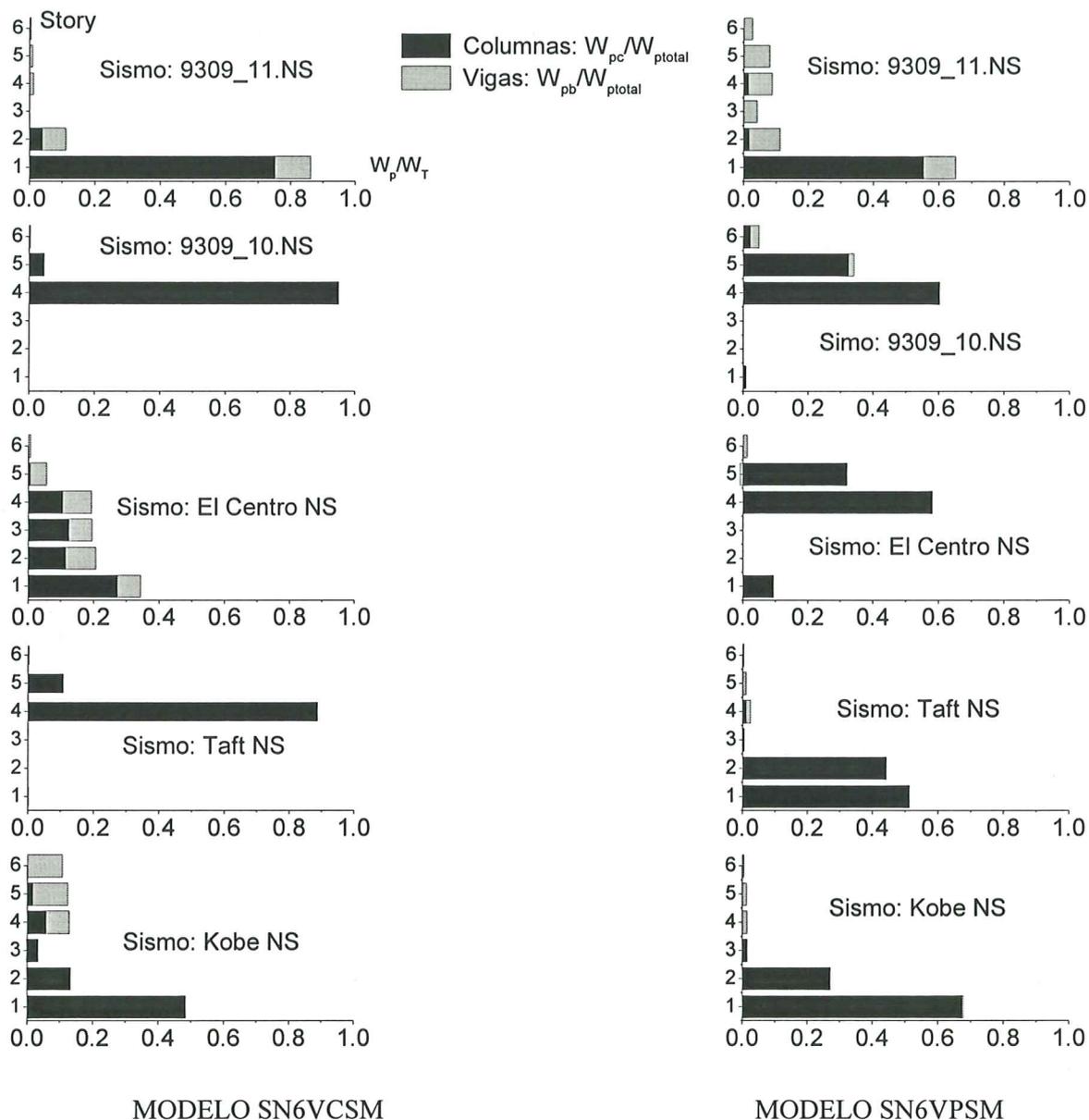


Fig. 57: Distribución del daño entre vigas y pilares de cada planta. Modelos de 6 plantas

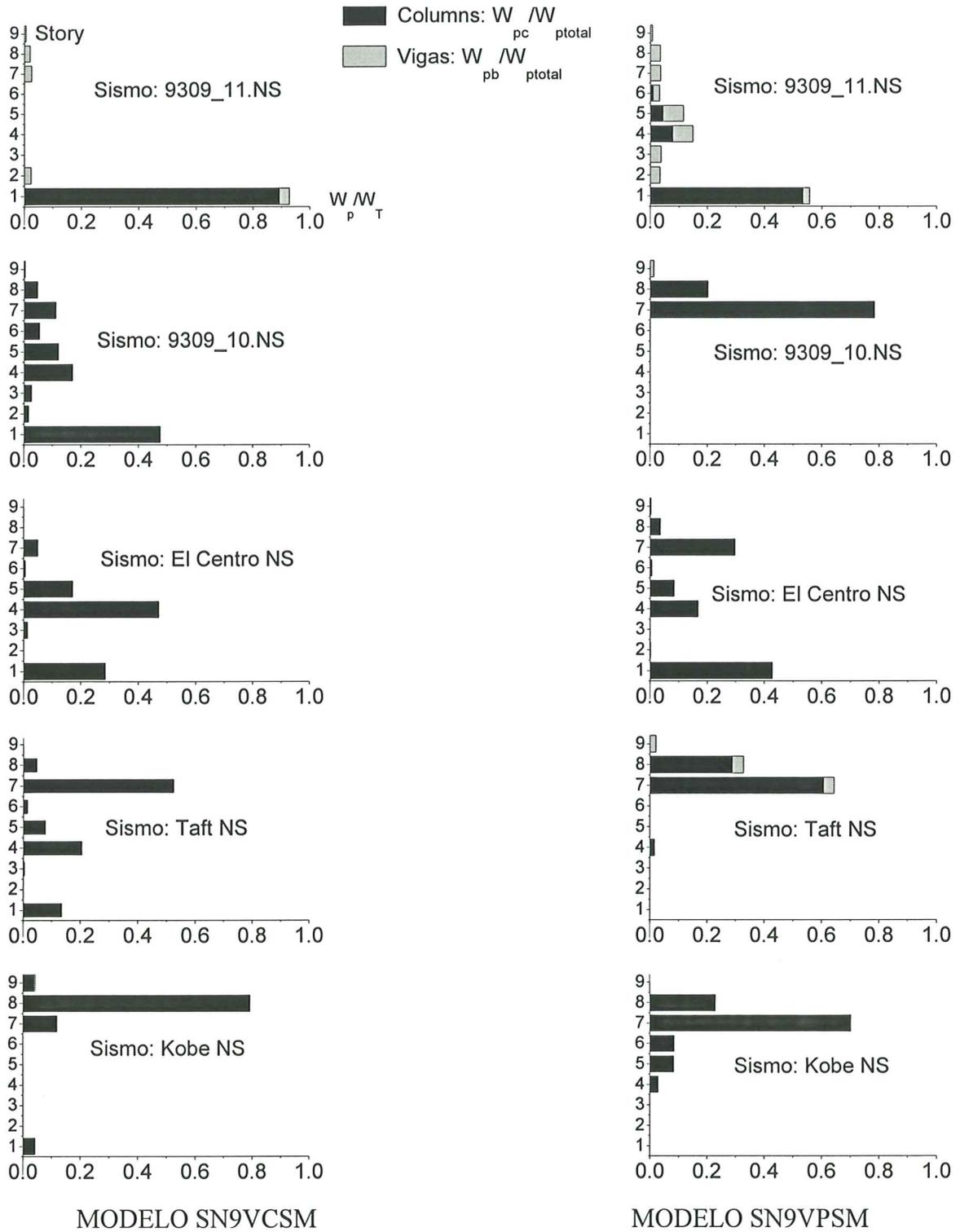


Fig. 58: Distribución del daño entre vigas y pilares de cada planta. Modelos de 9 plantas

7.4. RATIO DE DEFORMACIÓN PLÁSTICA ACUMULADA E ÍNDICE DE DAÑO DE *PARK Y ANG* EN LAS RÓTULAS

De la TABLA 27 a la TABLA 32 se muestra la energía de deformación plástica disipada por cada rótula plástica, expresada adimensionalmente mediante la *ratio de deformación plástica acumulada* η . La *ratio* η fue definida mediante la ecuación (71), que particularizada a una rótula plástica queda como sigue:

$$(76) \quad \eta = \frac{w_p}{M_y \theta_y}$$

Siendo w_p la energía de deformación plástica total disipada por la rótula (tanto en el dominio de carga positivo como negativo) y M_y, θ_y el momento flector y la rotación de fluencia de la misma respectivamente. En el caso de las vigas, en las cuales debido a la asimetría de la armadura longitudinal, los momentos de fluencia M_y^+ y M_y^- , así como las rotaciones θ_y^+ y θ_y^- son diferentes, convencionalmente se ha adoptado para M_y y θ_y , los menores valores absolutos, es decir: $M_y = \min(|M_y^+|, |M_y^-|)$, $\theta_y = \min(|\theta_y^+|, |\theta_y^-|)$. El factor η indica el nivel de daño estructural a nivel local o de rótula plástica. En las Tablas se señala en negrita la primera rótula que colapsó, determinando la condición de estado límite último. En los modelos de 3 y 6 plantas, la primera rótula en colapsar correspondió a un pilar exterior, para unos valores de η que oscilaron entre 2 y 5. En los modelos con 9 plantas, la primera rótula en colapsar correspondió a un pilar interior de planta baja, para unos valores de η que oscilaron entre 2 y 14.

De la TABLA 33 a la TABLA 38 se indica también el índice de daño de *Park y Ang* calculado con una fórmula equivalente a la (72), en la que el desplazamiento δ y la carga Q se han sustituido por la rotación θ y el momento M respectivamente, es decir:

$$(77) \quad ID = \frac{\theta_M}{\theta_{u,mono}} + \frac{\beta}{M_y \theta_{u,mono}} \int dE$$

Por razones de espacio, en esta monografía únicamente se ha incluido la respuesta correspondiente a uno de los acelerogramas empleados (registro 9309_10.NS). Como puede observarse en las TABLAS, cuando se alcanza el estado límite último de la estructura, el índice de daño de *Park y Ang* en varias rótulas es aproximadamente 1, lo que corresponde un estado de colapso según la correlación de la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..** Conviene recordar el hecho ya señalado anteriormente de que el término θ_M incluye la rotación elástica, por lo que en las rótulas que se han mantenido dentro del dominio elástico (y por lo tanto no han sufrido daños estructurales) el índice de daño de *Park y Ang* es distinto de cero.

TABLA 30: SN6VPSM. Deformación plástica acumulada en extremos de barras

HINGES:CUMULATIVE INELASTIC DEFORMATION		SISMO: 9309_10.NS						
		.00	.00	.42	.00	.42	.00	
Story: 6	.14	.00	.00	.00	.00	.00	.14	.14
	.00	.00	.00	.11	.00	.11	.00	.00
Story: 5	.63	.00	.44	.11	.00	.44	.00	.63
	.94	.00	.38	.16	.00	.38	.00	.94
Story: 4	2.01	.00	1.31	.16	.00	1.31	.00	2.01
	1.01	.00	1.26	.00	.00	1.26	.00	1.01
Story: 3	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Story: 2	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Story: 1	.00	.00	.06	.00	.00	.06	.00	.00
	.00	.00	.06	.00	.00	.06	.00	.00

TABLA 31: SN9VCSM. Deformación plástica acumulada en extremos de barras(η)

HINGES:CUMULATIVE INELASTIC DEFORMATION (η)		SISMO: 9309_10. NS						
		.00	.00	.20	.00	.20	.00	
Story: 9	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Story: 8	.39	.00	.40	.00	.00	.40	.00	.39
	.22	.00	.38	.00	.00	.38	.00	.22
Story: 7	.77	.00	1.74	.00	.00	1.74	.00	.77
	.41	.00	1.18	.00	.00	1.18	.00	.41
Story: 6	.03	.00	1.36	.00	.00	1.36	.00	.03
	.00	.00	.70	.00	.00	.70	.00	.00
Story: 5	.14	.00	2.75	.00	.00	2.75	.00	.14
	.01	.00	2.62	.00	.00	2.62	.00	.05
Story: 4	.54	.00	5.48	.00	.00	5.48	.00	.62
	.61	.00	2.76	.00	.00	2.76	.04	.70
Story: 3	.00	.00	1.46	.00	.00	1.46	.00	.08
	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.01
Story: 2	.67	.00	.06	.00	.00	.06	.00	.68
	.80	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.80
Story: 1	1.09	.00	.00	.00	.00	.00	.00	1.09
	5.25	.00	12.36	.00	.00	12.36	.00	5.25

TABLA 33: SN3VCSM. Índice de daño de Park y Ang en las rótulas

	Park and Ang DAMAGE INDEX in each hinge				SISMO 9309_10.NS			
	.00	.34	.00	.34	.00	.00	.00	.00
Story: 3	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Story: 2	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	.00	.35	.00	.35	.00	.54	.00	.00
Story: 1	1.19	.84	.84	.84	.84	.54	.92	.92
	.89	1.01	1.01	1.01	1.01	.89	.89	.89

TABLA 34: SN3VPSM. Índice de daño de Park y Ang en las rótulas

	Park and Ang DAMAGE INDEX in each hinge				SISMO: 9309_10.NS			
	.00	.38	.38	.38	.38	.00	.00	.00
Story: 3	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Story: 2	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	.41	.00	.00	.00	.00	.00	.41	.41
Story: 1	1.22	.50	.50	.50	.50	.00	1.22	1.22
	.63	.60	.60	.60	.60	.63	.63	.63

TABLA 35: SN6VCSM. Índice de daño de Park y Ang en las rótulas

	Park and Ang DAMAGE INDEX in each hinge				SISMO: 9309_10.NS			
	.00	.42	.41	.42	.41	.00	.00	.00
Story: 6	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Story: 5	.29	.31	.31	.31	.31	.29	.29	.29
	.34	.29	.29	.29	.29	.00	.34	.34
Story: 4	1.17	1.14	1.14	1.14	1.14	.00	1.17	1.17
	1.07	1.07	1.07	1.07	1.07	.00	1.07	1.07
Story: 3	.00	.21	.21	.21	.21	.00	.00	.00
	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Story: 2	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Story: 1	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	.00	.16	.16	.16	.16	.00	.00	.00

TABLA 36: SN6VPSM. Índice de daño de Park y Ang en las rótulas

	Park and Ang DAMAGE INDEX in each hinge				SISMO: 9309_10.NS			
	.00	.50	.59	.50	.59	.00		
Story: 6	.24	.00	.00	.59	.50	.00	.00	.24
	.00	.00	.00		.00	.00	.00	.00
Story: 5	.65	.00	.41	.38	.00	.41	.38	.65
	.78	.00	.39	.40	.36	.39	.40	.78
Story: 4	1.02	.00	.50		.50		.00	1.02
	.85	.00	.49	.00	.00	.49	.00	.85
Story: 3	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Story: 2	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
Story: 1	.38	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.38
	.32	.28			.28			.32

TABLA 37: SN9VCSM. Índice de daño de Park y Ang en las rótulas

	Park and Ang DAMAGE INDEX in each hinge				SISMO: 9309_10.NS			
	.00	.44	.42	.44	.42	.00		
Story: 9	.21	.00	.00	.42	.44	.00	.42	.21
	.00	.00	.00		.00	.00	.00	.00
Story: 8	.35	.35	.00	.00	.00	.39	.00	.35
	.31	.39	.38	.00	.38	.38	.00	.31
Story: 7	.48	.00	.56		.56		.00	.48
	.39	.50	.49	.36	.00	.49	.36	.39
Story: 6	.49	.00	.48		.48		.00	.49
	.39	.56	.40	.42	.00	.40	.42	.39
Story: 5	.58	.00	.55		.55		.00	.58
	.52	.58	.56	.41	.45	.56	.41	.55
Story: 4	.43	.45	.71		.71		.53	.44
	.44	.57	.51	.52	.00	.51	.52	.46
Story: 3	.38	.00	.50		.50		.53	.40
	.38	.57	.28	.63	.00	.28	.63	.38
Story: 2	.49	.00	.41		.41		.50	.50
	.51	.56	.34	.67	.00	.34	.67	.51
Story: 1	1.24	.00	.35		.35		.00	1.24
	.89	1.16			1.16			.89

TABLA 38: SN9VPSM. Índice de daño de Park y Ang en las rótulas

	Park and Ang DAMAGE INDEX in each hinge				SISMO: 9309_10.NS			
	.00	.50	.51	.50	.51	.00		
Story: 9	.00	.00	.00	.50	.00	.00	.00	.00
	.00	.00	.00	.34	.00	.00	.34	.00
Story: 8	.50	.31	.39	.37	.31	.39	.00	.50
	.72	.27	.39	.37	.27	.39	.00	.72
Story: 7	1.20	.51	.39	.37	.51	.39	.00	1.20
	.81	.47	.39	.00	.47	.39	.00	.81
Story: 6	.00	.23	.39	.00	.23	.39	.00	.00
	.00	.21	.40	.00	.21	.40	.00	.00
Story: 5	.00	.19	.39	.00	.19	.39	.00	.00
	.39	.21	.39	.00	.21	.39	.00	.39
Story: 4	.00	.15	.39	.00	.15	.39	.00	.00
	.43	.18	.37	.00	.18	.37	.00	.43
Story: 3	.00	.00	.37	.00	.00	.37	.00	.00
	.45	.00	.35	.00	.00	.35	.00	.45
Story: 2	.45	.00	.35	.00	.00	.35	.00	.45
	.54	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.54
Story: 1	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	.23	.19			.19			.23

7.5. RATIO DE DEFORMACIÓN PLÁSTICA ACUMULADA E ÍNDICE DE DAÑO DE PARK Y ANG DE CADA PLANTA.

De la TABLA 39 a la TABLA 44 se indica la energía de deformación plástica acumulada para cada dominio de carga y su valor medio, todo ello expresado mediante las ratios η_i^+ , η_i^- , $\bar{\eta}$ que se definen como sigue:

$$(78) \quad \eta_i^+ = \frac{W_{pi}^+}{Q_{yi} \delta_{yi}}$$

$$(79) \quad \eta_i^- = \frac{W_{pi}^-}{Q_{yi} \delta_{yi}}$$

$$(80) \quad \bar{\eta}_i = \frac{\eta_i^+ + \eta_i^-}{2}$$

Siendo:

η_i^+ : ratio de deformación plástica acumulada en el dominio de carga positivo

η_i^- : ratio de deformación plástica acumulada en el dominio de carga negativo

$\bar{\eta}$: ratio promedio de deformación plástica acumulada

W_{pi}^+ : energía de deformación plástica disipada en la planta i en el dominio de carga positivo

W_{pi}^- : energía de deformación plástica disipada en la planta i en el dominio de carga negativo

Q_{yi} : fuerza cortante de fluencia de la planta i calculado con la ecuación (37).

δ_{yi} : desplazamiento de fluencia de la planta i calculado a partir de (37) y (58),

$\delta_{yi} = Q_{yi} / fK$

En las TABLAS, N indica el número de planta, Q_{yi} está expresado en kilopondios, δ_{yi} en centímetros y K_i , que es la rigidez lateral de la planta i , en kilopondios por centímetro. Se observa que en la mayoría de los pórticos una de las ratios de deformación plástica acumulada, ya sea η^+ o η^- , es marcadamente superior a la otra. Esto indica una clara tendencia de los modelos analizados a concentrar el daño en un sólo dominio de carga. Este comportamiento es típico de sistemas vibratoriales con comportamiento histerético del tipo elasto-plástico con degradación de resistencia. Los coeficientes promedio de deformación plástica acumulada $\bar{\eta}$ se muestran también gráficamente de la Fig. 59 a la Fig. 61. Se observa claramente la irregular distribución de $\bar{\eta}$ entre las distintas plantas del pórtico, lo cual resulta del todo indeseable desde el punto de vista sismorresistente ya que la concentración de daño en determinadas plantas limita la capacidad global de absorción de energía de toda la estructura.

Así mismo, procediendo de forma similar a como se hizo a nivel de rótula plástica, en las TABLAS antes referidas se indica también el índice de daño de Park y Ang, ID , a nivel de cada planta calculado mediante las ecuaciones (72), (73) y (74). Conviene aclarar el hecho aparentemente contradictorio de que, en algunos casos, el índice de daño de Park y Ang a nivel de planta resulta cero aún cuando el índice de daño de las rótulas plásticas de dicha planta es distinto de cero. La razón es que la ecuación que se utiliza para calcular el índice de daño a nivel de rótula plástica (ecuación (72)) puede dar valores distintos de 0 aún cuando la rótula no plastifica (es decir, con $W_{pi}=0$); sin embargo en la ecuación (73), aplicada para calcular el índice de daño a nivel de planta, la contribución de una rótula que no plastifique (es decir con $W_{pi}=0$) al índice de daño de la planta resulta 0 ya que el coeficiente de ponderación λ_i (ecuación (74)) se anula.

Finalmente, de la Fig. 62 a la Fig. 64 se muestran los índices de daño de Park y Ang, ID , de cada planta cuando se alcanza el colapso. En ordenadas se indica el número de la planta y en abscisas el valor de ID que ha sido calculado con la ecuaciones (73) y (77). La columna izquierda se refiere a los pórticos con vigas de canto y la derecha a pórticos con vigas planas. De las Figuras se desprende que en el estado límite último, el nivel de daños en la mayor parte de las plantas va de moderados o severos al colapso, según la correlación de la TABLA 24.

7.6. DESPLAZAMIENTO MÁXIMO ENTRE PLANTAS

De la TABLA 39 a la TABLA 44 se indica el desplazamiento máximo entreplantas en centímetros, δ^+_{maxi} , δ^-_{maxi} en el dominio positivo y negativo de deformación respectivamente. La Fig. 65 muestra el desplazamiento máximo absoluto $\delta_{max}=max(\delta^-_{maxi}, \delta^+_{maxi})$. En las plantas superiores a la baja δ_{max} en el instante del colapso fue aproximadamente del 0.4%, mientras que en la planta baja alcanzó el 1%.

TABLA 39: Ratios de deformación plástica acumulada (η), índice de daño de Park y Ang (ID) y de deformación máxima (δ^-_{maxi} , δ^+_{maxi}) de cada planta. Modelo: SN3VCSM

SISMO	N	Q_{yi}	K_i	δ_{yi}	η^+	η^-	$\bar{\eta}$	δ^+_{maxi}	δ^-_{maxi}	ID
9309_11	3	15939	10592	1.5	0	0	0	0.73	0.29	0
	2	18025	8861	2.03	0.03	0	0.02	1.29	0.46	0.51
	1	14771	5299	2.79	0.01	1.24	0.62	3.7	0.35	0.92
9309_10	3	15939	10592	1.5	0	0	0	0.45	0.58	0.34
	2	18025	8861	2.03	0.04	0	0.02	0.79	0.94	0.52
	1	14771	5299	2.79	0.09	1.17	0.64	4.12	1.66	0.94
El Centro	3	15939	10592	1.5	0	0	0	0.47	0.53	0
	2	18025	8861	2.03	0.02	0	0.01	0.78	0.89	0.29
	1	14771	5299	2.79	1.07	0	0.54	1.34	3.22	0.85
Taft	3	15939	10592	1.5	0	0	0	0.51	0.5	0
	2	18025	8861	2.03	0	0	0	0.82	0.81	0.26
	1	14771	5299	2.79	1.04	0	0.52	3.48	1.33	0.84
Kobe	3	15939	10592	1.5	0	0	0	0.56	0.58	0
	2	18025	8861	2.03	0	0	0	0.92	0.9	0
	1	14771	5299	2.79	1.23	0.08	0.66	1.55	3.25	0.84

TABLA 40: Ratios de deformación plástica acumulada (η), índice de daño de Park y Ang (ID) y de deformación máxima (δ^-_{maxi} , δ^+_{maxi}) de cada planta. Modelo: SN3VPSM

SISMO	N	Q_{yi}	K_i	δ_{yi}	η^+	η^-	$\bar{\eta}$	δ^+_{maxi}	δ^-_{maxi}	ID
9309_11	3	15290	9729	1.57	0.14	0	0.07	0.91	0.15	0.51
	2	17108	7698	2.22	0.14	0	0.08	1.64	0.22	0.56
	1	13992	4554	3.07	0.13	0.94	0.53	4.13	0	0.85
9309_10	3	15290	9729	1.57	0	0.02	0.01	0.5	0.56	0.38
	2	17108	7698	2.22	0	0	0	0.82	0.89	0.41
	1	13992	4554	3.07	0.68	0	0.34	1.3	2.48	0.77
El Centro	3	15290	9729	1.57	0	0.04	0.02	0.46	0.5	0.52
	2	17108	7698	2.22	0.07	0	0.03	0.77	0.84	0.58
	1	13992	4554	3.07	0.68	0	0.34	1.29	2.29	0.77
Taft	3	15290	9729	1.57	0	0.04	0.02	0.49	0.56	0.66
	2	17108	7698	2.22	0.11	0	0.06	0.79	0.86	0.64
	1	13992	4554	3.07	0.65	0.01	0.33	1.22	2.56	0.75
Kobe	3	15290	9729	1.57	0	0	0	0.45	0.54	0
	2	17108	7698	2.22	0.03	0	0.01	0.75	0.85	0.52
	1	13992	4554	3.07	0.67	0	0.34	1.25	2.41	0.74

TABLA 41: Ratios de deformación plástica acumulada (η) índice de daño de Park y Ang (ID) y de deformación máxima (δ^-_{maxi} , δ^+_{maxi}) de cada planta Modelo: SN6VCSM

SISMO	N	Q_{yi}	K_i	δ_{yi}	η^+	η^-	$\bar{\eta}$	δ^+_{maxi}	δ^-_{maxi}	ID
9309_11	6	14864	7878	1.89	0.04	0	0.02	0.78	0.08	1.26
	5	14855	7604	1.95	0.01	0	0.01	1.28	0.13	0.38
	4	14537	7993	1.82	0.02	0	0.01	1.68	0.08	0.38
	3	22423	10956	2.05	0	0	0	1.48	0	0
	2	21254	10606	2	0.08	0.05	0.07	1.64	0	0.47
	1	19004	6424	2.96	0.08	0.68	0.38	4.57	0	0.89
9309_10	6	14864	7878	1.89	0	0.01	0	0.63	0.57	0.4
	5	14855	7604	1.95	0.09	0	0.04	0.94	0.87	0.32
	4	14537	7993	1.82	1.98	0	1.00	1.03	3.32	1.11
	3	22423	10956	2.05	0	0	0	0.71	0.73	0
	2	21254	10606	2	0	0	0	0.71	0.69	0
	1	19004	6424	2.96	0	0	0	0.91	0.94	0
El Centro	6	14864	7878	1.89	0.06	0	0.03	0.64	0.55	0.57
	5	14855	7604	1.95	0.26	0.04	0.16	1.01	0.87	0.71
	4	14537	7993	1.82	0.52	0.60	0.57	1.19	1.19	0.75
	3	22423	10956	2.05	0.24	0.42	0.34	0.96	1.01	0.81
	2	21254	10606	2	0.34	0.41	0.37	1.04	1.1	0.80
	1	19004	6424	2.96	0.29	0.66	0.47	1.38	1.59	0.88
Taft	6	14864	7878	1.89	0	0.03	0.01	0.42	0.54	0.73
	5	14855	7604	1.95	0.22	0	0.11	0.65	0.83	0.39
	4	14537	7993	1.82	2.05	0	1.02	0.75	3.31	1.14
	3	22423	10956	2.05	0	0	0	0.58	0.71	0
	2	21254	10606	2	0	0	0	0.57	0.66	0
	1	19004	6424	2.96	0	0	0	0.69	0.74	0.23
Kobe	6	14864	7878	1.89	0.33	0	0.15	0.69	0.62	0.7
	5	14855	7604	1.95	0.26	0.06	0.16	0.88	0.96	0.51
	4	14537	7993	1.82	0.21	0.15	0.19	0.96	1.13	0.49
	3	22423	10956	2.05	0.01	0.03	0.02	0.78	0.81	0.43
	2	21254	10606	2	0.17	0.06	0.11	0.83	0.86	0.55
	1	19004	6424	2.96	0.55	0.10	0.32	1.12	1.13	0.70

TABLA 42: Ratios de deformación plástica acumulada (η) índice de daño de Park y Ang (ID) y de deformación máxima ($\delta_{maxi}^- , \delta_{maxi}^+$) de cada planta. Modelo: SN6VPSM

SISMO	N	Q_{yi}	K_i	δ_{yi}	η^+	η^-	$\bar{\eta}$	δ_{maxi}^+	δ_{maxi}^-	ID
9309_11	6	14144	8259	1.71	0.13	0	0.07	0.74	0.26	0.67
	5	13962	6975	2	0.25	0	0.12	1.3	0.48	0.58
	4	13891	7434	1.87	0.22	0.06	0.14	1.64	0.69	0.55
	3	21501	9597	2.24	0.08	0	0.03	1.48	0.69	0.41
	2	20289	9196	2.21	0.19	0.03	0.10	1.61	0.67	0.50
	1	18481	5609	3.29	0.12	0.78	0.46	3.39	0.52	0.98
9309_10	6	14144	8259	1.71	0	0.04	0.02	0.57	0.52	0.43
	5	13962	6975	2	0.28	0.03	0.16	0.91	0.86	0.59
	4	13891	7434	1.87	0.58	0.02	0.30	0.98	1.16	0.77
	3	21501	9597	2.24	0	0	0	0.73	0.78	0
	2	20289	9196	2.21	0	0	0	0.76	0.81	0
	1	18481	5609	3.29	0	0	0	0.93	1.01	0.28
El Centro	6	14144	8259	1.71	0	0.02	0.01	0.5	0.36	0.60
	5	13962	6975	2	0.22	0.02	0.12	0.84	0.64	0.53
	4	13891	7434	1.87	0.47	0.02	0.25	0.99	0.87	0.75
	3	21501	9597	2.24	0	0	0	0.84	0.85	0
	2	20289	9196	2.21	0	0	0	0.9	0.94	0
	1	18481	5609	3.29	0.04	0	0.01	1.15	1.91	0.53
Taft	6	14144	8259	1.71	0	0.01	0	0.4	0.55	0.57
	5	13962	6975	2	0	0.01	0	0.67	0.91	0.37
	4	13891	7434	1.87	0.01	0.01	0.01	0.78	1.02	0.34
	3	21501	9597	2.24	0	0	0	0.67	0.78	0.28
	2	20289	9196	2.21	0.24	0	0.13	0.67	0.71	0.81
	1	18481	5609	3.29	0.20	0	0.11	0.78	0.9	0.60
Kobe	6	14144	8259	1.71	0.01	0	0	0.64	0.56	0.48
	5	13962	6975	2	0.01	0.01	0.01	1.06	0.93	0.39
	4	13891	7434	1.87	0.01	0.01	0.01	1.28	1.04	0.40
	3	21501	9597	2.24	0.01	0	0	1.02	0.8	0.37
	2	20289	9196	2.21	0.22	0	0.10	0.96	0.88	0.76
	1	18481	5609	3.29	0.39	0	0.20	1.08	1.11	0.69

TABLA 43: Ratios de deformación plástica acumulada (η) índice de daño de Park y Ang (ID) y de deformación máxima (δ_{maxi}^- , δ_{maxi}^+) de cada planta. Modelo: SN9VCSM

SISMO	N	Q_{yi}	K_i	δ_{yi}	η^+	$\bar{\eta}$	$\bar{\eta}$	δ_{maxi}^+	δ_{maxi}^-	ID
9309_11	9	14276	8487	1.68	0.06	0	0.03	0.59	0.2	1.16
	8	14284	7325	1.95	0.04	0	0.02	1.04	0.4	0.44
	7	13797	7429	1.86	0.05	0.01	0.03	1.4	0.56	0.46
	6	19695	10296	1.91	0	0	0	1.25	0.51	0
	5	19324	10339	1.87	0	0	0	1.44	0.61	0
	4	18859	10528	1.79	0	0	0	1.59	0.67	0.23
	3	26207	11541	2.27	0	0	0	1.65	0.65	0
	2	24174	10726	2.25	0.02	0	0.01	1.82	0.59	0.66
	1	21392	6608	3.24	0.02	0.78	0.39	3.4	0.01	1.22
9309_10	9	14276	8487	1.68	0	0.02	0.01	0.69	0.42	0.4
	8	14284	7325	1.95	0.18	0	0.08	1.13	0.77	0.36
	7	13797	7429	1.86	0.44	0.01	0.22	1.35	1.06	0.51
	6	19695	10296	1.91	0.13	0.02	0.08	1.11	0.91	0.45
	5	19324	10339	1.87	0.23	0.10	0.17	1.33	1.02	0.56
	4	18859	10528	1.79	0.37	0.14	0.25	1.44	1.07	0.61
	3	26207	11541	2.27	0.03	0.01	0.02	1.29	1	0.57
	2	24174	10726	2.25	0.02	0	0.01	1.27	1.06	0.59
	1	21392	6608	3.24	0.49	0.23	0.36	1.52	1.47	1.1
El Centro	9	14276	8487	1.68	0	0	0	0.43	0.47	0.44
	8	14284	7325	1.95	0	0	0	0.76	0.8	0
	7	13797	7429	1.86	0.15	0	0.07	0.97	1	0.36
	6	19695	10296	1.91	0.01	0	0.01	0.81	0.8	0.28
	5	19324	10339	1.87	0.35	0	0.18	0.86	0.84	0.65
	4	18859	10528	1.79	1.03	0	0.52	0.87	1.72	0.96
	3	26207	11541	2.27	0.02	0	0.01	0.78	0.8	0.54
	2	24174	10726	2.25	0	0	0	0.77	0.82	0.18
	1	21392	6608	3.24	0.31	0	0.15	0.86	1.49	0.93
Taft	9	14276	8487	1.68	0	0.03	0	0.3	0.49	0.63
	8	14284	7325	1.95	0.17	0	0.08	0.5	0.82	0.38
	7	13797	7429	1.86	2.03	0	1.02	0.63	2.28	1.13
	6	19695	10296	1.91	0.04	0	0.02	0.51	0.72	0.33
	5	19324	10339	1.87	0.21	0	0.11	0.6	0.88	0.51
	4	18859	10528	1.79	0.61	0	0.30	0.7	1.35	0.68
	3	26207	11541	2.27	0.01	0	0.01	0.73	0.7	0.36
	2	24174	10726	2.25	0	0	0	0.75	0.72	0.35
	1	21392	6608	3.24	0.20	0	0.10	1.02	0.81	0.67
Kobe	9	14276	8487	1.68	0.10	0.03	0.07	0.76	0.62	0.28
	8	14284	7325	1.95	1.97	0	0.99	1.16	2.74	1.12
	7	13797	7429	1.86	0.32	0	0.16	1.19	0.97	0.41
	6	19695	10296	1.91	0	0	0	0.78	0.84	0
	5	19324	10339	1.87	0	0	0	0.71	0.99	0
	4	18859	10528	1.79	0	0	0	0.61	1.1	0
	3	26207	11541	2.27	0	0	0	0.7	1.09	0
	2	24174	10726	2.25	0	0	0	0.83	1.13	0
	1	21392	6608	3.24	0.03	0.01	0.02	1.04	1.35	0.37

TABLA 44: Ratios de deformación plástica acumulada (η) índice de daño de Park y Ang (ID) y de deformación máxima (δ_{maxi}^- , δ_{maxi}^+) de cada planta. Modelo: SN9VPSM

SISMO	N	Q_{yi}	K_i	δ_{yi}	η^+	η^-	$\bar{\eta}$	δ_{maxi}^+	δ_{maxi}^-	ID
9309_11	9	14044	8176	1.72	0.06	0	0.01	0.57	0.18	0.73
	8	13836	6890	2.01	0.11	0	0.06	1.02	0.34	0.50
	7	13350	7090	1.88	0.12	0	0.07	1.35	0.46	0.53
	6	19003	9266	2.05	0.05	0.03	0.04	1.25	0.46	0.49
	5	18624	9259	2.01	0.18	0.09	0.14	1.43	0.54	0.55
	4	18254	9364	1.95	0.20	0.18	0.19	1.61	0.56	0.62
	3	25445	10118	2.51	0.06	0	0.02	1.68	0.57	0.74
	2	23027	9362	2.46	0.07	0	0.03	1.83	0.52	0.75
	1	20705	5777	3.58	0.04	0.63	0.33	2.94	0.21	1.35
9309_10	9	14044	8176	1.72	0	0.02	0.01	0.6	0.6	0.512
	8	13836	6890	2.01	0.13	0.01	0.08	0.98	0.98	0.63
	7	13350	7090	1.88	0.60	0.02	0.31	1.14	1.14	0.85
	6	19003	9266	2.05	0	0	0	0.93	0.93	0
	5	18624	9259	2.01	0	0	0	0.99	0.99	0
	4	18254	9364	1.95	0	0	0	1.05	1.05	0
	3	25445	10118	2.51	0	0	0	1.03	1.03	0
	2	23027	9362	2.46	0	0	0	1.06	1.06	0
	1	20705	5777	3.58	0	0	0	1.2	1.2	0
El Centro	9	14044	8176	1.72	0	0.02	0	0.43	0.53	0.59
	8	13836	6890	2.01	0.04	0.01	0.03	0.75	0.9	0.65
	7	13350	7090	1.88	0.58	0.01	0.30	0.94	1.09	0.86
	6	19003	9266	2.05	0.01	0	0	0.81	0.9	0.29
	5	18624	9259	2.01	0.11	0	0.06	0.85	0.93	0.44
	4	18254	9364	1.95	0.24	0	0.12	0.9	0.95	0.63
	3	25445	10118	2.51	0	0	0	0.88	0.92	0.34
	2	23027	9362	2.46	0	0	0	0.89	0.92	3.8
	1	20705	5777	3.58	0.30	0	0.14	0.99	1.15	0.95
Taft	9	14044	8176	1.72	0	0.04	0.01	0.35	0.55	0.63
	8	13836	6890	2.01	0.22	0.03	0.12	0.58	0.92	0.53
	7	13350	7090	1.88	0.52	0.03	0.27	0.71	1.07	0.70
	6	19003	9266	2.05	0	0	0	0.64	0.81	0.26
	5	18624	9259	2.01	0	0	0	0.78	0.73	0.25
	4	18254	9364	1.95	0.01	0	0	0.88	0.79	0.29
	3	25445	10118	2.51	0	0	0	0.87	0.82	0
	2	23027	9362	2.46	0	0	0	0.89	0.84	0
	1	20705	5777	3.58	0	0	0	1	0.92	0
Kobe	9	14044	8176	1.72	0	0.02	0	0.77	0.64	0
	8	13836	6890	2.01	0.14	0.01	0.08	1.19	0.97	0.64
	7	13350	7090	1.88	0.57	0.01	0.30	1.24	0.95	0.83
	6	19003	9266	2.05	0.05	0	0.03	0.89	0.58	0.36
	5	18624	9259	2.01	0.05	0	0.02	0.83	0.57	0.33
	4	18254	9364	1.95	0.02	0	0.01	0.71	0.54	0.29
	3	25445	10118	2.51	0	0	0	0.8	0.55	0
	2	23027	9362	2.46	0	0	0	0.93	0.66	0
	1	20705	5777	3.58	0	0	0	1.15	0.87	0.31

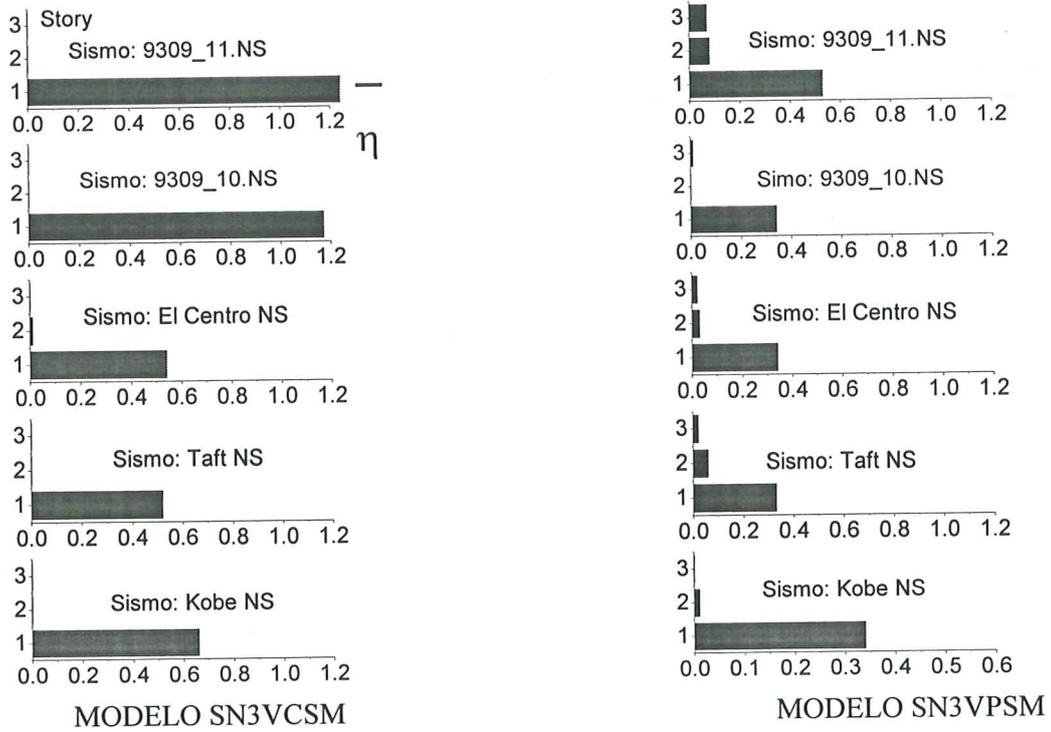


Fig. 59: Ratio promedio de deformación plástica acumulada de planta. Modelos 3 plantas.

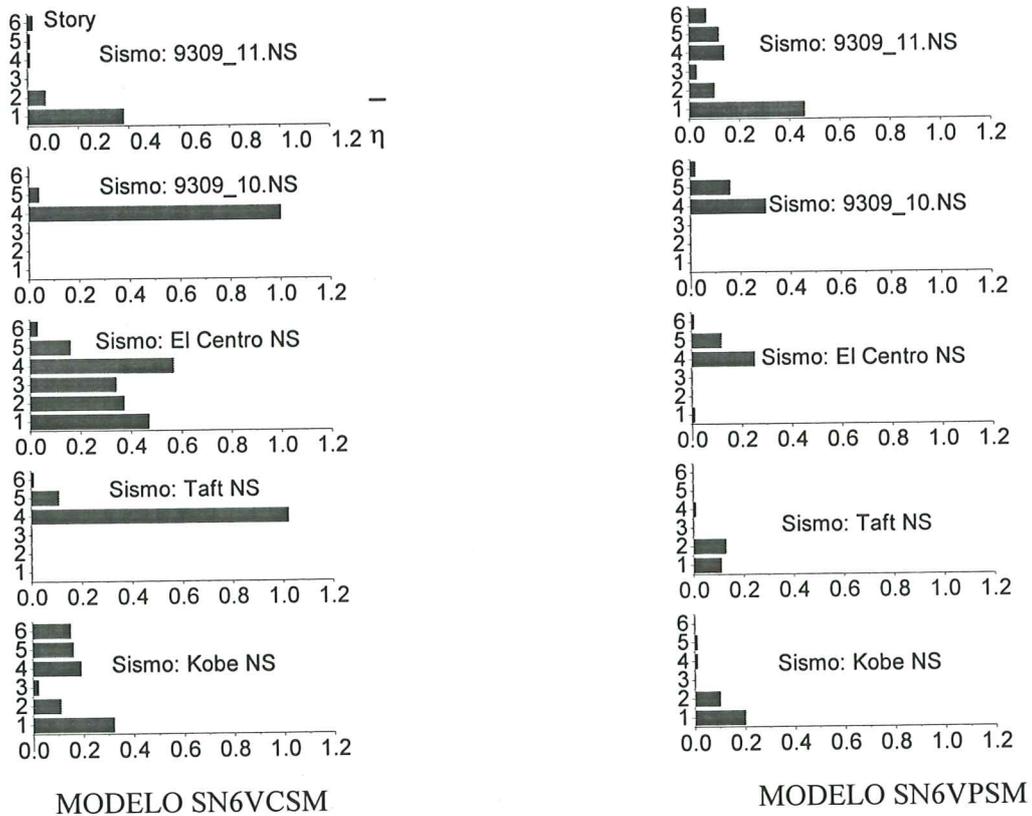


Fig. 60: Ratio promedio de deformación plástica acumulada de planta. Modelos 6 plantas.

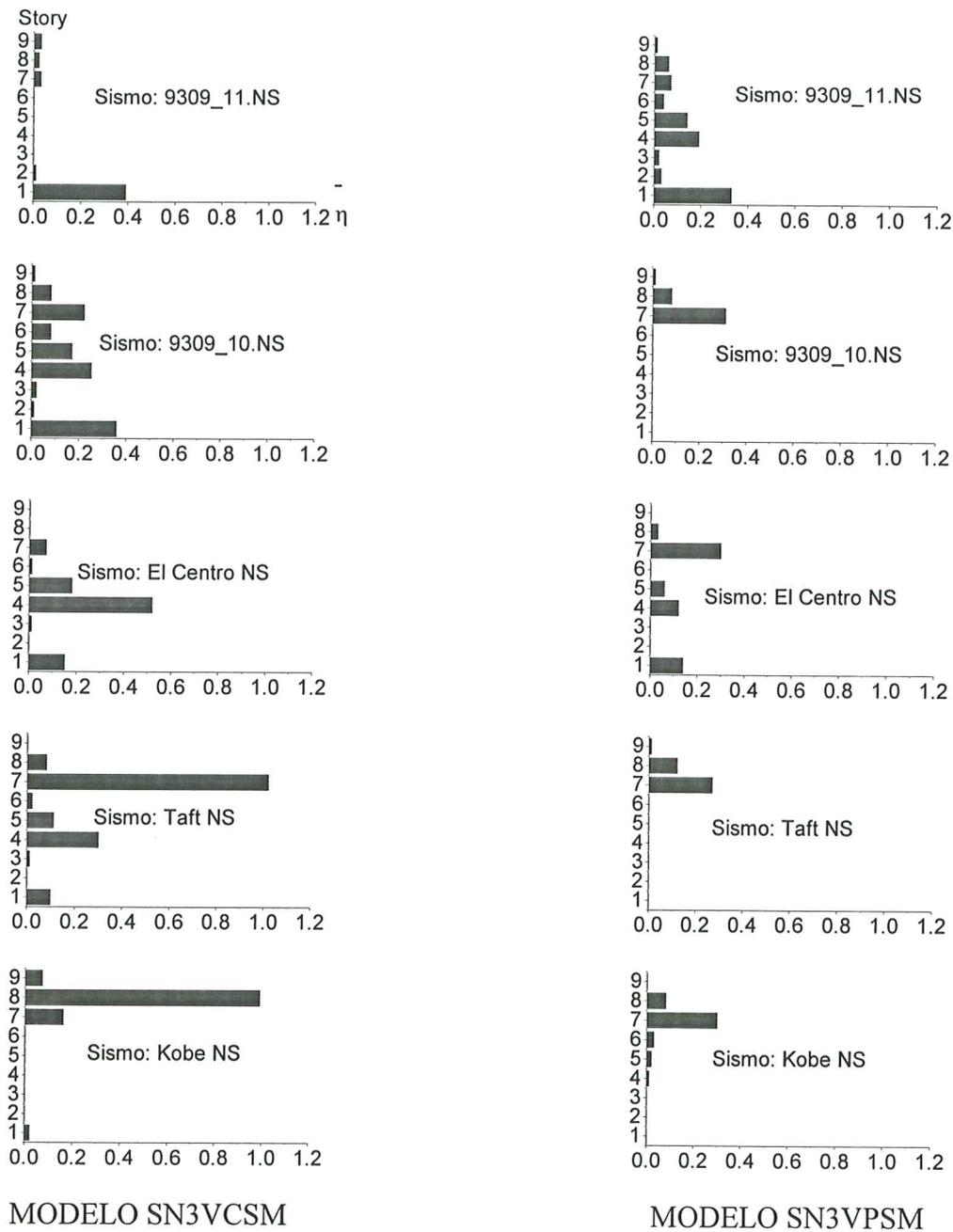


Fig. 61: Ratios promedio de deformación plástica acumulada de planta. Modelos 9 plantas.

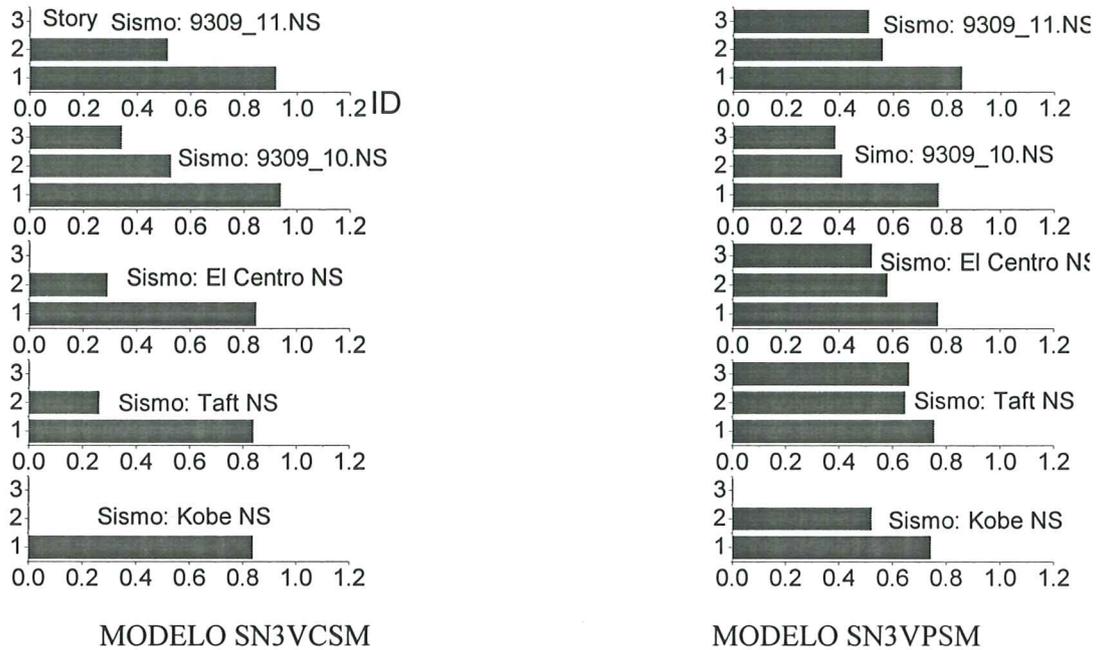


Fig. 62: Índices de daño de Park y Ang a nivel de planta. Modelos con 3 plantas.

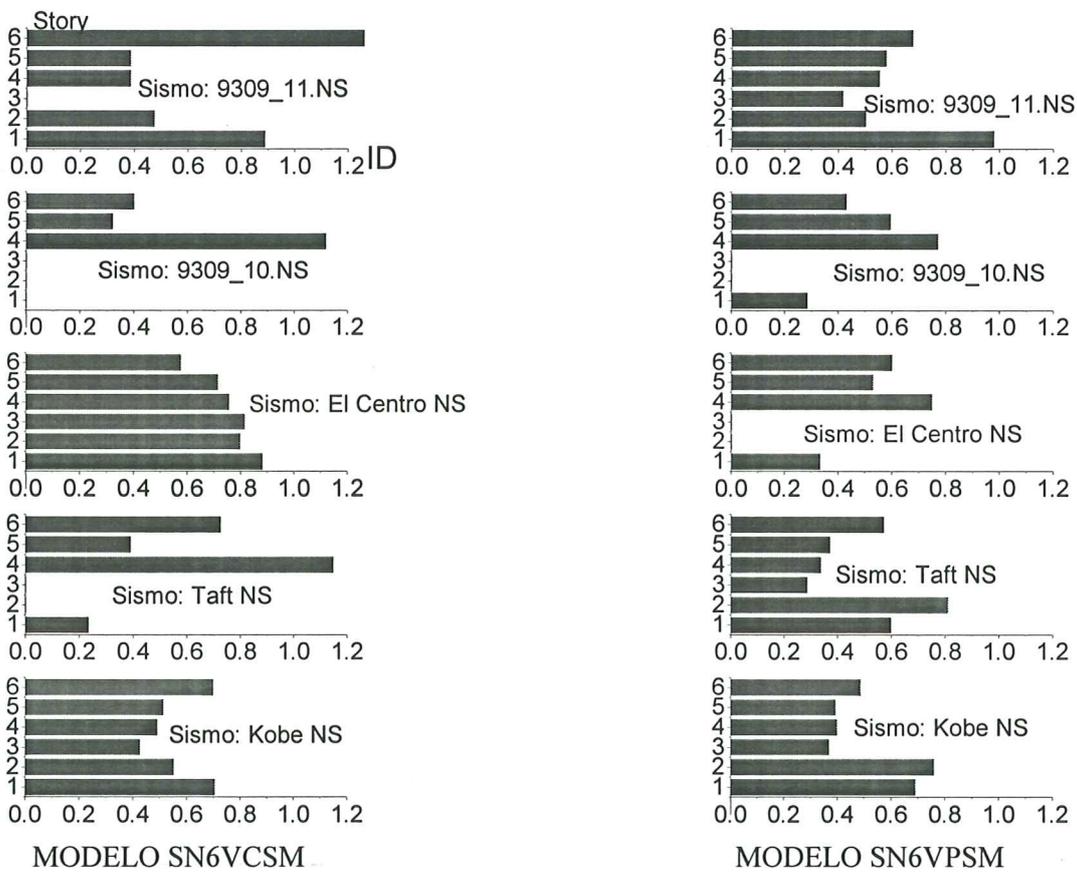


Fig. 63: Índices de daño de Park y Ang a nivel de planta. Modelos con 6 plantas.

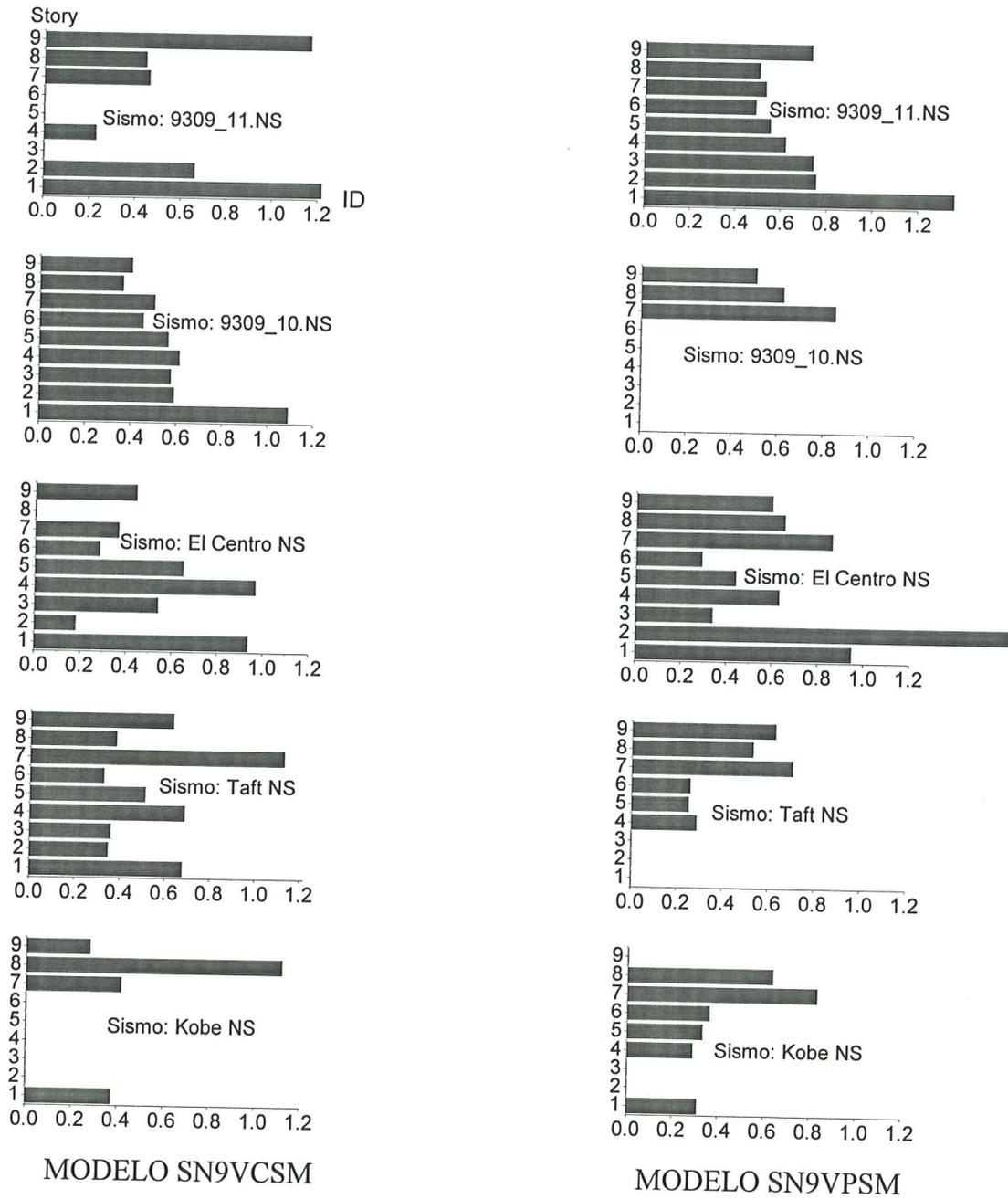


Fig. 64: Índices de daño de Park y Ang a nivel de planta. Modelos con 9 plantas.

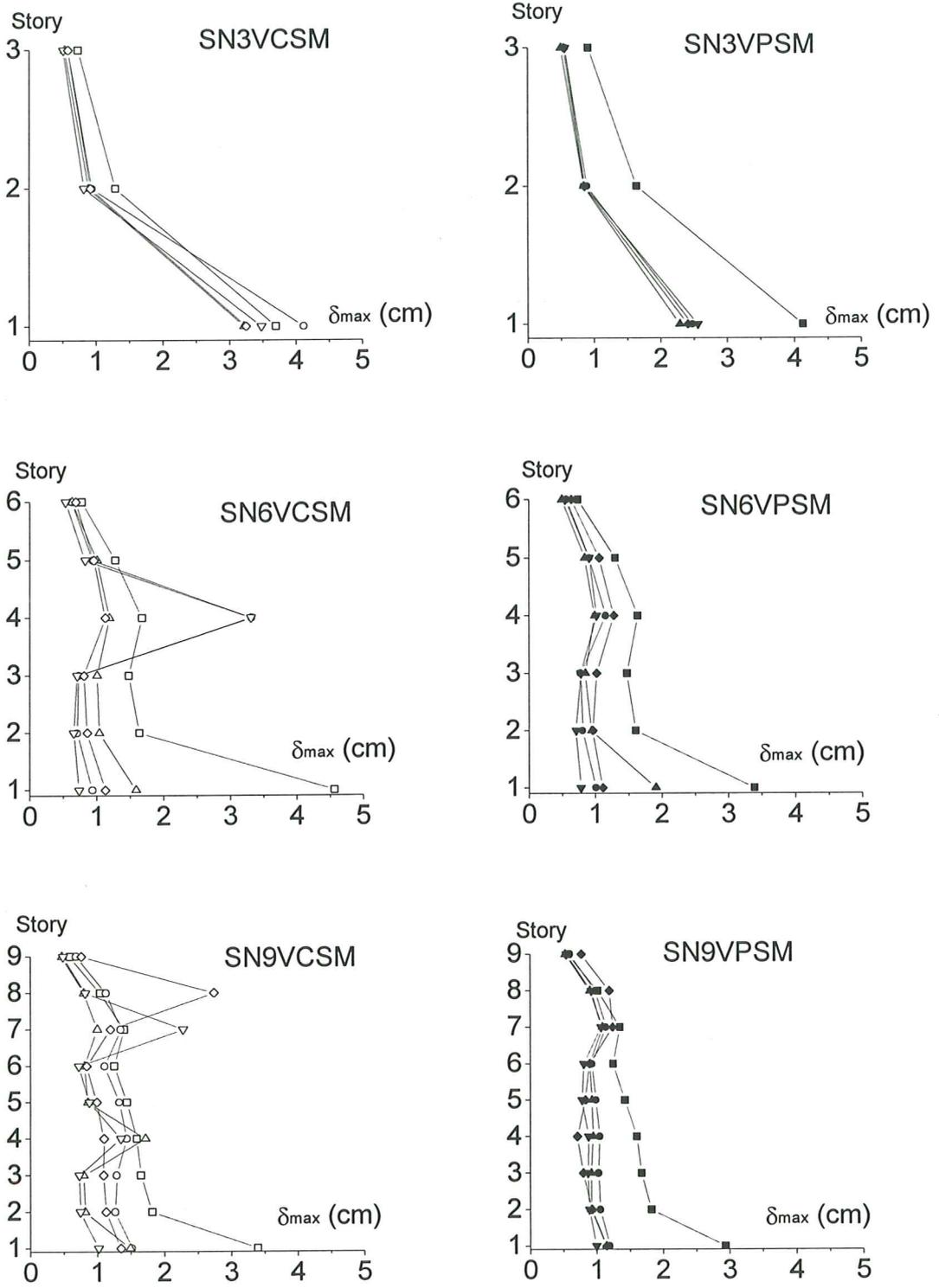


Fig. 65: Desplazamiento máximo entre plantas

8. CONCLUSIONES

En esta monografía se ha expuesto una metodología para investigar el comportamiento y la capacidad sismorresistente límite última de estructuras porticadas convencionales de edificación. Un aspecto novedoso de la misma es que el efecto de carga del terremoto se trata en términos de energía y consecuentemente, la capacidad sismorresistente de la estructura se evalúa en términos de capacidad límite última de absorción de energía. Se trata en definitiva de averiguar cuál es la cantidad máxima de energía que es capaz de absorber/disipar una estructura hasta su colapso, cuando se somete a movimientos sísmicos del suelo. Aunque próximo, este enfoque difiere del que se aplica en los estudios convencionales de vulnerabilidad sísmica, cuyo objetivo es determinar el grado de daño que sufre la estructura bajo un sismo de determinadas características.

La exposición de esta metodología se ha realizado a través de la investigación de seis ejemplos de estructuras tipo, representativas de pórticos convencionales proyectados en España. La diferencia entre los modelos era el número de plantas (3, 6 y 9) y el tipo de vigas (planas y de canto). La investigación se ha centrado en estructuras de hormigón armado ubicadas en zonas de sismicidad media conforme a la antigua norma PDS-74, y caracterizadas por haber sido proyectadas fundamentalmente para soportar cargas gravitatorias, sin tener en cuenta requisitos de ductilidad. Las características más comunes en este tipo de estructuras son:

- a) Asimetría en el armado longitudinal superior e inferior de los extremos de las vigas.
- b) Discontinuidad de la armadura longitudinal inferior en los nudos viga-pilar interiores y simples terminaciones en prolongación recta en los nudos exteriores.
- c) Escasez o ausencia de cercos en el interior de los nudos viga-pilar, ni de otro tipo de mecanismo de refuerzo destinado a absorber los esfuerzos cortantes dentro del nudo.
- d) Empalmes por solape de las armaduras longitudinales de los pilares situados justo arriba de los forjados, es decir, en zonas de potenciales rótulas plásticas.
- e) Cuantías de armadura transversal calculadas para el cortante obtenido de un cálculo estático y lineal, sin consideraciones sobre la armadura longitudinal a flexión realmente colocada en la barra, ni límites superiores de resistencia de los materiales.

El contenido de esta investigación consta básicamente de dos partes. En la primera se evaluó el comportamiento sísmico de los pórticos en base a la formulación propuesta en la literatura existente. La segunda consistió en realizar cálculos dinámicos directos con acelerogramas históricos.

En la primera fase de la investigación se estimaron de forma aproximada propiedades y características relevantes tales como periodos y modos de vibración, resistencia lateral, modos de fallo etc. Para ello los pórticos se idealizaron como modelos de masas concentradas y se obtuvo la relación entre fuerza cortante, Q , y desplazamiento, δ , de cada planta a partir de las propiedades mecánicas y de las características de deformación de las barras. La primera fase de la investigación se completó con una predicción de la capacidad límite última de absorción de energía de los pórticos aplicando las fórmulas de distribución de daño y metodología propuestas por Akiyama¹³. Las principales conclusiones de esta parte de la investigación son las siguientes:

1. La resistencia lateral real o fuerza cortante de fluencia de la primera planta (cortante basal) de los pórticos osciló entre el 4% y el 9% del peso total del edificio.
2. El periodo de vibración de los pórticos estudiados fue aproximadamente de $T=1.3s$, $T=2.0s$ y $T=2.8s$ para los modelos de tres, seis y nueve plantas respectivamente. El cálculo de los periodos se hizo, no con la rigidez elástica inicial de la sección bruta de hormigón antes de la fisuración, sino con una rigidez secante obtenida con la fórmula empírica de Sugano¹⁵. Ello justifica que los valores obtenidos sean relativamente altos.
3. A partir de la estimación de los esfuerzos últimos (momento flector y cortante) que pueden soportar los extremos de las barras concurrentes a cada conexión viga-pilar y de la propia resistencia a cortante del nudo, se concluyó que en todos los casos el fallo de la conexión se produce bien por rotura del pilar o bien por rotura del nudo, no observándose roturas en las vigas.
4. El mecanismo de colapso de los pórticos investigados es mayoritariamente del tipo “viga fuerte-columna débil”, caracterizado por la formación de rótulas plásticas en los extremos de los pilares. La formación de rótulas plásticas en los pilares es del todo indeseable ya que el fallo de la columna puede ocasionar el colapso global de la estructura. Además, las columnas al estar sometidas a esfuerzos axiales de compresión tienen una capacidad de disipación de energía en general marcadamente inferior a la de las vigas.
5. En las conexiones interiores el tipo de rotura en las columnas fue siempre a cortante excepto en las conexiones de la última planta. En las conexiones exteriores predominó el fallo de los nudos. Ambos son tipos de rotura frágil indeseables, ya que provocan una caída súbita de resistencia y coartan drásticamente la capacidad de disipación de energía del elemento estructural.
6. Comparando los modelos con vigas de canto con los modelos con vigas planas, se observó en los segundos un mayor número de roturas a cortante en los nudos.

7. En todos los modelos, las rótulas de los arranques de los pilares de planta baja fallaron a cortante. El mecanismo de colapso de la primera planta consistió en la mayoría de los casos en la formación de rótulas plásticas en los extremos de todos los pilares.
8. Por capacidad límite última de absorción de energía de una estructura se entiende la cantidad máxima de energía sísmica que puede llegar a absorber hasta su colapso. En esta primera fase de la investigación, la capacidad límite última de absorción de energía, E , de los pórticos se estimó aplicando la metodología y formulación propuestas por Akiyama¹³. Se obtuvo que E , expresada en forma de pseudo-velocidad equivalente V_E definida por $V_E = \sqrt{2E/M}$ (M : masa total del edificio), oscilaba alrededor de un valor medio de $V_E=30.4$ cm/s, siendo en general menor en los pórticos con vigas planas que en los pórticos con vigas de canto.

En la segunda parte de la investigación se llevaron a cabo cálculos dinámicos directos en los cuales los pórticos se sometieron a cinco acelerogramas históricos, dos registrados en la península (en Granada) y el resto fuera de ella (El Centro, Taft y Kobe). La metodología aplicada para evaluar la capacidad límite última de absorción de energía de los pórticos consistió en un proceso iterativo en el cual los acelerogramas se aplicaban reiteradamente, multiplicandolos cada vez por un factor de amplificación que se iba incrementando hasta alcanzar el colapso de la estructura. Se asumió que el colapso de la estructura se produce cuando uno de sus elementos (viga o pilar) pierde su fuerza restauradora. El input de energía total introducido en la estructura hasta el instante del colapso se tomó como capacidad límite última de absorción de energía de la misma. Las principales conclusiones en esta segunda parte de la investigación son las siguientes:

1. La capacidad límite última de absorción de energía de los pórticos obtenida en los cálculos dinámicos oscila alrededor de un valor medio de $V_E=32.9$ cm/s, y se ajusta bien a la predicción realizada en la primera parte de la investigación con la metodología y formulación propuesta por Akiyama¹³.
2. La capacidad límite última de absorción de energía de los pórticos investigados, expresada en términos de V_E , es aproximadamente la mitad de los niveles de demanda propuestos por *Benavent-Climent et al*³². Esto significa que en términos de input de energía E y dado que $V_E = \sqrt{2E/M}$, la cantidad última de energía que pueden absorber los pórticos investigados es aproximadamente una cuarta parte del nivel de demanda en la zona donde se han supuesto ubicados.
3. Los daños estructurales se concentran en general en aquellas plantas cuya resistencia lateral relativa se desvía más (siendo menor) de la distribución óptima, entendiendo por tal aquella que hace que el daño estructural, expresado en términos de $\bar{\eta}$, sea aproximadamente igual en todas las plantas¹³. En los

modelos investigados los daños se acumularon en las plantas primera, cuarta y séptima por ser allí donde se producía el cambio de sección en los pilares y consecuentemente un salto brusco de resistencia.

4. En cuanto a la distribución de la energía de deformación plástica entre las vigas y los pilares de cada planta, ésta fue notablemente mayor en los últimos.
5. El valor de la ratio de deformación plástica acumulada total η de la primera rótula en fallar osciló entre 2-4. Dicho fallo (que determinaba el colapso de la estructura) se produjo en la mayoría de los casos en un pilar exterior.
6. En todos los pórticos, la distribución del coeficiente promedio de deformación plástica acumulada $\bar{\eta}_i$ entre las distintas plantas fue muy irregular, lo que desde el punto de vista sismorresistente resulta del todo indeseable ya que limita notablemente la capacidad global de disipación de energía de todo el pórtico.
7. El desplazamiento horizontal máximo entre plantas en el instante del colapso fue aproximadamente del 1% en la planta baja y del 0.4% en las plantas superiores.

REFERENCIAS

- ¹ Aycardi, L.E, Mander J.B., Andrei M. Reinhorn, "Seismic Resistance of Reinforced Concrete Frame Structures Designed Only for Gravity Loads: Experimental Performance of subassemblages", ACI Structural Journal, Sep-Oct. 1994, pp. 552-563.
- ² Kunnath S.K., Hoffmann G., Reinhorn A.M., Mander J. B., "Gravity Load-Designed Reinforced Concrete Buildings. Part I: Seismic Evaluation of Existing Buildings", ACI Structural Journal, July-August 1995, pp.470-478.
- ³ Kunnath S.K., Hoffmann G., Reinhorn A.M., Mander J. B., "Gravity Load-Designed Reinforced Concrete Buildings. Part II: Evaluation of detailing enhancements", ACI Structural Journal, July-August 1995, pp.470-478.
- ⁴ Bracci J.M., Reinhorn A. M., Mander J.B., "Seismic resistance of reinforced concrete frame structures designed only for gravity loads: Performance of structural systems", Sep-Oct. 1995, pp.597-609.
- ⁵ Calavera J., "Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón Armado", Intemac, 1999.
- ⁶ Perno S., "Structural behavior of R.C. frames with flat beams", Proceedings of G.N.D.T. Workshop, 1990.
- ⁷ Samuelli Ferreti A., Perno S., "Comportamento sismico di nodi di c.a. fra travi a spessore e pilastri di facciata", Proceedings of G.N.D.T. Workshop, 1990.
- ⁸ Regan P.E., "Design of reinforced concrete flat slabs", Concrete Framed Structures, Stability and Strength, Elsevier Applied Science Publishers Ltd., London, R. Narayanam (Editor), 249-277, 1986.
- ⁹ Luo Y.H., Durrai A.J., Conte J.P., "Equivalent Frame Analysis of Flat Plate Buildings for seismic Loading", ASCE Journal of Structural Engineering, July, 1994.
- ¹⁰ ATC-13: Earthquake damage evaluation data for California (1985). Applied Technology Council, Redwood City. California.
- ¹¹ "Development of a standardized earthquake loss estimation methodology" (1995), Draft Tech. Manual 100% submittal Prepared for Nat. Ins. of Build. Science, Risk Management Solutions Inc., Menlo Park Calif.
- ¹² Park Y.J., Reinhorn A.M., Kunnath S.K., "IDARC: Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Frame-Shear Wall Structures", Technical Report NCEER-87-0008, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1987.
- ¹³ Akiyama H., "Earthquake-resistant Limit State Design for Buildings", University of Tokyo Press, 1985.
- ¹⁴ "Standard for evaluation of seismic capacity of existing reinforced concrete buildings". Japan Building Disaster Prevention Association. Revised in 1990.

-
- ¹⁵ Sugano S., "Study on Inelastic stiffness of Reinforced Concrete Structures (No.3)", Research Report of Kanto Branch of AIJ. 1968.
- ¹⁶ Okada T., "Study on Inelastic Restoring Forces of Reinforced Concrete Structures", Doctoral Thesis of University of Tokyo. 1965.
- ¹⁷ Paulay T., "Equilibrium criteria for Reinforced Concrete Beam-Column Joints", ACI Structural Journal, Nov-Dec. 1989.
- ¹⁸ Pessiki S.P., Conley C.H., Gergely P. y White R.N., "Seismic behavior of Lightly-Reinforced Concrete Column and Beam-Column Joint Details", Technical Report NCEER-90-0014, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1990.
- ¹⁹ Beres A., White R.N., Gergely P., "Seismic Behaviour of Reinforced Concrete Framed Structures with non-ductile Details, Part I: Summary of Experimental Findings of Full Scale Beam-Column Joint Tests", Technical Report NCEER-92-0024, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1992.
- ²⁰ Beres A., El Borgi S., White R.N., "Experimental Results of Repaired and Retrofitted Beam-Columns Joint Test in Lightly Reinforced Concrete Frame Buildings", Technical Report NCEER-92-0025, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1992.
- ²¹ "Structural Design Guidelines for Reinforced Concrete Buildings", AIJ, 1994.
- ²² Yamada S., Akiyama H., "Inelastic Response Analysis of Multistory-Frames Based on the Realistic Behaviors of Members", Journal of Structural and Construction Engineering, AIJ, N.463, pp.125-133, Sep.1994. (en japonés)
- ²³ Yamada S., Akiyama H., "Ultimate Earthquake Resistance of Multistory Steel Frames Accompanied by the Plastic Deformation of Panel Zone", Journal of Structural and Construction Engineering, AIJ, N.481, pp.137-144, Mar.1996 (en japonés).
- ²⁴ Lybas J., Sozen M., "Effect of beam strength and stiffness on dynamic behavior of reinforced concrete coupled walls", Civil Engineering Studies, Structural Research Series, N.444, University of Illinois, Urbana 1977.
- ²⁵ Banon H., Veneciano D., "Seismic safety of reinforced concrete members and structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.10, pp 179-193, 1982.
- ²⁶ Park Y., Ang A., "Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete", Journal of Structural Engineering, ASCE 111, pp. 722-739, 1985.
- ²⁷ Soo Y., Meyer C., Shizuoka M., "Modeling of concrete damage", ACI Structural Journal, Vol. 86, pp. 259-271, 1989.
- ²⁸ Cosenza E., Malfredi G., Ramasco K. (1990), "An evaluation of the use of damage functional in earthquake-resistant design", Proc. 9th European Conference on Earthquake Engineering, The Kucherenko Tsniik of the USSR, Gosstroy, Moscow, 9, 303-312.

-
- ²⁹ Gunturi S. K., "Building specific earthquake damage estimation", Ph.D. Thesis, Stanford University, Stanford, California, 1992.
- ³⁰ Leon D. and Ang A. H-S. "A damage model for reinforced concrete buildings: further study with the 1985 Mexico City earthquake", Proc. 6th Int. Conf. on Struct. Safety and Reliability, A.A. Barkema, Rotterdam, The Netherlands, 3, 2081-2087.
- ³¹ Stone W.C. and Taylor A.W. "ISDP: Integrated approach to seismic design of reinforced concrete structures", J. Struct. Engrg. ASCE, 120(12), 3548-3566.
- ³² Benavent-Climent A., Pujades L.G., López-Almasa F., "Design Energy Input Spectra for Moderate Seismicity Regions", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2001 (aceptado y pendiente de publicación).

