

Memprediksi Interval Reliabilitas Produk Dengan Metode Bootstrap Persentil

Predicting Interval of Product Reliability With Bootstrap Percentile Method

Akhmad Fauzy¹⁾ & Epha Diana Supandi²⁾

¹⁾Jurusan Statistika, Fakultas MIPA Universitas Islam Indonesia

²⁾Program Studi Matematika, FST, Universitas Islam Negeri Yogyakarta

ABSTRACT

In this article, two methods are proposed to give the interval estimation for reliability function from a product. Reliability function is a probability of an individual (product) surviving till time t . Some resecearchers usually use traditional method to construct interval estimation. This interval needs an assumption that sample is exponentially distributed. This research applied another method, namely Bootstrap percentile. Bootstrap method is more potential in constructing interval estimation for reliability function from a product .

Keywords: Bootstrap percentile, exponential distribution, reliability function

PENDAHULUAN

Analisis reliabilitas (*reliability analysis*) adalah suatu penyelidikan tentang tahap hidup dari suatu unit atau komponen hasil industri. Output yang dihasilkan sebuah industri adalah produk (barang), misalnya komputer, mesin cuci, televisi dan lain sebagainya. Pihak manajemen sebuah industri biasanya ingin melakukan suatu penyelidikan untuk mengetahui seberapa besar peluang produk dapat bertahan hidup sampai waktu tertentu. Dalam ilmu statistik, khususnya bidang analisis reliabilitas, peluang suatu produk hasil industri akan bertahan hidup sampai waktu tertentu disebut dengan reliabilitas (Cox & Oakes 1984).

Untuk dapat memberikan gambaran yang baik tentang nilai suatu parameter, maka biasanya dicari nilai intervalnya. Salah satu distribusi yang penting di dalam analisis reliabilitas adalah distribusi eksponensial. Beberapa penulis yang menguraikan tentang data tersensor tipe II berdistribusi eksponensial antara lain (Fei 2007, 2010). Metode yang selama ini digunakan untuk mencari interval reliabilitas produk yang berdistribusi eksponensial memerlukan bantuan distribusi chi-kuadrat (Bain & Engelhardt 1992).

Dengan berkembangnya teknologi komputasi, maka muncullah metode bootstrap persentil. Metode bootstrap persentil adalah suatu metode berbasis komputer yang sangat potensial untuk dipergunakan pada masalah-masalah ketidakstabilan dan keakurasian,

khususnya dalam menentukan interval. Interval yang dihasilkan tidak memerlukan bantuan distribusi (Bury & Tibshirani 1993).

Metode bootstrap persentil perlu dicoba untuk memprediksi interval reliabilitas produk hasil industri. Metode ini tidak memerlukan pembuktian beberapa asumsi yang biasanya diperlukan atau disyaratkan. Hal ini disebabkan metode bootstrap tidak memerlukan asumsi-asumsi yang perlu dibuktikan. Kelemahan dari metode bootstrap adalah diperlukannya pembuatan program untuk menyelesaikan penghitungan interval.

Hasil dari metode bootstrap dapat dibandingkan dengan metode yang selama ini telah digunakan (metode tradisional). Tujuan riset ini adalah untuk menunjukkan bahwa interval reliabilitas produk yang dihasilkan oleh metode bootstrap persentil akan lebih baik apabila dibandingkan dengan menggunakan metode tradisional.

METODE

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data *artificial*. Langkah yang pertama adalah menghitung interval reliabilitas produk dengan metode tradisional. Langkah selanjutnya adalah mencari nilai ulangan bootstrap yang menunjukkan titik konvergen. Setelah titik konvergen diketahui, maka interval dengan metode bootstrap persentil dapat dicari. Kemudian hasil interval antara metode tradisional dengan metode bootstrap persentil dibandingkan.

Penyensoran

Penyensoran adalah sesuatu hal yang penting di dalam analisis reliabilitas. Beberapa tipe penyensoran yang biasanya sering dipakai antara lain sensor lengkap, sensor tipe I dan tipe II. Dalam sensor lengkap, eksperimen akan dihentikan apabila semua produk telah mengalami kerusakan atau tidak berfungsi. Untuk sensor tipe I, eksperimen akan dihentikan apabila telah mencapai waktu penyensoran tertentu. Sedangkan suatu sampel dikatakan tersensor tipe II apabila eksperimen akan dihentikan setelah kerusakan atau kegagalan produk ke-*r* telah diperoleh (Lawless 2003).

Metode tradisional

Nilai dugaan bagi θ pada data reliabilitas produk dirumuskan (Bury 1999):

$$\hat{\theta} = \frac{\sum t_i}{n} \quad \dots(1)$$

Peluang suatu produk akan bertahan hidup sampai waktu tertentu didefinisikan oleh (Lawless 2003):

$$S(x) = \Pr(T > t) = 1 - \Pr(T \leq t) = 1 - F(t) \quad \dots (2)$$

Fungsi reliabilitas dari distribusi eksponensial satu parameter adalah (Lawless 2003):

$$S(t) = \int_t^\infty f(t) dt = \int_t^\infty \theta^{-1} \exp\left(-\frac{t}{\theta}\right) dt = \exp\left(-\frac{t}{\theta}\right) \quad \dots (3)$$

Suatu rumus untuk mencari interval reliabilitas produk, yaitu [1]:

$$\frac{(t) \chi_{(1-\alpha/2, 2n)}^2}{2(n) (\text{rata-rata})} < S(t) < \frac{(t) \chi_{(\alpha/2, 2n)}^2}{2(n) (\text{rata-rata})} \quad \dots (4)$$

Metode bootstrap persentil

Metode bootstrap adalah suatu metode berbasis komputer yang sangat potensial untuk dipergunakan

pada masalah ketakstabilan dan keakurasian, khususnya dalam menentukan interval konfidensi. Istilah bootstrap berasal dari “pull oneself up by one’s bootstrap” yang berarti berpijak di atas kaki sendiri, berusaha dengan sumber daya minimal. Dalam sudut pandang statistika, sumber daya yang minimal adalah data yang sedikit, data yang menyimpang dari asumsi tertentu, atau data yang tidak mempunyai asumsi apapun tentang distribusi populasinya (Fauzi 1998, 2000).

Secara umum prosedur bootstrap persentil untuk menghitung interval reliabilitas produk adalah sebagai berikut:

1. Berikan peluang yang sama $1/r$ pada setiap data reliabilitas berukuran r ,
2. Mengambil sampel random berulang berukuran r dengan pengembalian,
3. Ulangi langkah 2 sebanyak B kali untuk mendapatkan “independent bootstrap replications” $\hat{\beta}_r^{*1}, \hat{\beta}_r^{*2}, \dots, \hat{\beta}_r^{*B}$ dan mencari pada ulangan beberapa tercapai titik konvergen. Hitung reliabilitas produk pada t tertentu:

$$S(t)_r^{*i} = \exp\left(-\frac{t}{\theta_r^{*i}}\right) \text{ dengan } \theta_r^{*i} = \frac{\sum t_i^{*i}}{n}, \quad (5)$$

4. Interval bootstrap persentil pada tingkat keyakinan $1-\alpha$ didefinisikan dengan persentil ke- $100(\alpha/2)$ dan ke- $100(1-\alpha/2)$ pada $S(t)_r^*$, sehingga interval persentil dapat dinyatakan dengan:

$$\left[S(t)_r^{*(\alpha/2)}, S(t)_r^{*(1-\alpha/2)} \right] \quad \dots(6)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data *artificial* tentang reliabilitas (dalam bulan) dari 15 produk industri (misalkan mesin cuci). Akan dilakukan penghitungan peluang tahan hidup mesin cuci tersebut sampai umur 2 tahun (24 bulan) dan 8 tahun (96 bulan) (Tabel 1).

Tabel 1. Data reliabilitas dari 15 mesin cuci (dalam bulan).

| urut | Reliabilitas | urut | Reliabilitas | urut | reliabilitas |
|------|--------------|------|--------------|------|--------------|
| 1 | 4,8 | 6 | 32,5 | 11 | 57,0 |
| 2 | 8,5 | 7 | 33,9 | 12 | 63,5 |
| 3 | 10,4 | 8 | 45,1 | 13 | 70,9 |
| 4 | 19,8 | 9 | 47,3 | 14 | 86,2 |
| 5 | 28,2 | 10 | 56,1 | 15 | 100,6 |

Sumber: data *artificial*

Tabel 2. Batas bawah (BB), batas atas (BA) dan lebar interval (LI) reliabilitas pada $t = 24$ bulan pada tingkat keyakinan (TK) 99% dan 95%.

| TK | BB | BA | LI |
|------|----------|----------|----------|
| 99 % | 0,398609 | 0,683733 | 0,285124 |
| 95 % | 0,457056 | 0,663883 | 0,206827 |

Tabel 3. Batas bawah (BB), batas atas (BA) dan lebar interval (LI) reliabilitas pada $t = 96$ bulan pada tingkat keyakinan (TK) 99% dan 95%.

| TK | BB | BA | LI |
|------|----------|----------|----------|
| 99 % | 0,025246 | 0,218548 | 0,193302 |
| 95 % | 0,043639 | 0,194252 | 0,150613 |

Tabel 4. Perbandingan lebar interval pada tingkat keyakinan (TK) 99% dan 95%.

| Metode | S (24 bulan) | | S (96 bulan) | |
|---------------------|--------------|----------|--------------|----------|
| | 99% | 95% | 99% | 95% |
| Tradisional | 0,400156 | 0,310268 | 0,348814 | 0,263862 |
| Bootstrap persentil | 0,285124 | 0,206827 | 0,193302 | 0,150613 |
| Selisih interval | 0,115032 | 0,103441 | 0,155512 | 0,113249 |

Metode tradisional

Rumus yang digunakan untuk mencari interval reliabilitas mesin cuci di atas adalah:

$$\frac{(t) \chi^2_{(1-\alpha/2, 2n)}}{2(n)(rata-rata)} < S(t) < \frac{(t) \chi^2_{(\alpha/2, 2n)}}{2(n)(rata-rata)}$$

Nilai $S(t)$ dicari dengan rumus

$$S(t) = \exp(-t/\theta) \text{ dengan } \hat{\theta} = \frac{\sum t_i}{n}$$

Dengan menggunakan rumus tersebut maka diperoleh hasil: $S(24 \text{ bulan}) = 0,581865$ dan $S(96 \text{ bulan}) = 0,114628$. Hal ini mengandung arti bahwa peluang mesin cuci akan bertahan hidup (dapat dipakai) hingga umur 24 bulan adalah 0,581865 dan 96 bulan adalah 0,114628. Semakin lama prediksi mesin cuci tersebut digunakan maka peluangnya semakin kecil. Dengan menggunakan rumus di atas maka batas bawah, batas atas dan lebar interval reliabilitas pada tingkat keyakinan 99% dan 95% dapat diperoleh.

Metode bootstrap persentil

Titik konvergen tercapai pada ulangan bootstrap ke-2100. Peluang mesin cuci akan

bertahan hidup (dapat dipakai) hingga umur 24 bulan adalah 0,575249 dan 96 bulan adalah 0,114922. Interval bootstrap persentil pada tingkat keyakinan 99% dan 95% dapat dilihat pada Tabel 2 dan 3. Perbandingan lebar interval reliabilitas mesin cuci sampai umur 24 dan 96 bulan yang dihasilkan oleh metode tradisional dan metode bootstrap persentil dapat dilihat pada Tabel 4.

Interval yang dihasilkan oleh metode bootstrap persentil lebih pendek dari pada yang dihasilkan oleh metode tradisional. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 4, dimana terjadi selisih lebar interval yang cukup besar antara kedua metode tersebut. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa metode bootstrap persentil jauh lebih baik dari pada metode tradisional, karena metode bootstrap persentil menghasilkan lebar interval yang lebih pendek.

KESIMPULAN

Metode yang lebih baik di dalam menghitung interval reliabilitas produk adalah metode bootstrap persentil. Metode tersebut menghasilkan lebar interval yang lebih sempit apabila dibandingkan dengan metode tradisional. Metode bootstrap persentil juga tanpa memerlukan bantuan distribusi chi-

kuadrat, sementara metode tradisional memerlukan.

DAFTAR PUSTAKA

- Bain LJ & Engelhardt M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Second edition. Boston: PSW-KENT Publishing Company.
- Bury K. 1999. *Statistical Distributions in Engineering*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Chernick MR. 2007. *Bootstrap Methods: A Practitioners and Researchers*. New York: Wiley Interscience.
- Cox DR & Oakes D. 1984.. *Analysis of Survival Data*. London: Chapman & Hall.
- Efron B & Tibshirani R. 1993. *An Introduction to the Bootstrap*. New York: Chapman & Hall.
- Fauzy A. 1998. *Interval Keyakinan untuk Koefisien β_1 dari Garis Regresi apabila Ragam Galat Tidak Homogen dengan Metode OLS, WLS dan Bootstrap*. Thesis. Bogor: IPB Bogor. Tidak dipublikasikan.
- Fauzy A. 2000. Estimasi Interval Keyakinan Nilai Rata-rata pada Sampel Berdistribusi t dengan Metode Bootstrap Persentil. *Jurnal MIHMI ITB*, **6** (5).
- Fei, SW. 2007. Interval Estimation for the Two-Parameter Exponential Distribution Based on the Doubly Type II Censored Sample. *Quality & Quantity*. **41** (3): 489-496.
- Fei, SW. 2010. Interval Estimation for The Two-Parameter Exponential Distribution under Progressive Censoring. *Quality & Quantity*. **44** (1): 181-189.
- Lawless. 2003. *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*. 2nd. New York: John Wiley & Sons.