СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ

УДК 621.397

ПОБУДОВА ІНВАРІАНТНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ БАГАТОРЕЖИМНИМИ ОБ'ЄКТАМИ

Н. В. Кучерук, аспірант

Київська державна академія водного транспорту
імені гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного

e-mail: Nata-ksolo@rambler.ru

У статті запропоновано шлях побудови систем управління багаторежимними об'єктами інваріантних до зовнішніх впливів за критерієм якості кусочно-постійних параметрів для контролю координат динамічного об'єкта. У роботі здійснюється обґрунтування і можливість використання розробленого науково-методичного вирішення для інваріантних систем управління.

Ключові слова: управління, інваріантна зміна, параметри, багато режимний об'єкт.

This paper proposes ways of construction of multiple-mode objects control systems invariant to external impacts under quality criteria of piecewise parameters for dynamic object coordinates control. This paper makes justification and determines the possibility of the developed scientific and methodological solution for control systems invariant to external impacts implementatio.

Keywords: control, invariant change, parameters, multiple-mode object.

Постановка проблеми

У автоматичних системах управління активно застосовують кусочно-постійні системи, які вирішують багато оптимальних рівнянь з постійними коефіцієнтами [1; 2]. Специфічна особливість даних систем полягає в тому, що форма керуючої дії, що управляє, не залежить від форми вектора виходу сигналу алгоритму управління, що дозволяє формувати алгоритми управління, які забезпечують заданий критерій якості, при використанні різних змінних стану об'єкта як за номенклатурою, так і за кількістю змінних. Так, наприклад, завдання оптимальної швидкодії при побудові алгоритму на базі схемної апроксимації оптимальної гіперповерхні перемикання, будується на базі повної інформації про фазовий стан об'єкта, причому обмеження на вибір змінних стан не накладає [2; 3], у той же час, ряд логічних завдань вирішується методом П-функцій при використанні лише регульованої координати [3].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Аналітичний огляд джерел [2; 3; 4], показав, що багато алгоритмів систем з кусочно-постійним управлінням не грубі щодо зміни параметрів об'єкта управління, що може призвести до втрати заданого критерію якості при зміні режимів роботи об'єктів управління та при неточному визначенні коефіцієнтів математичної моделі системи управління [3].

Мета статті — показати можливість інваріантності критеріїв якості управління для 1 класу кусочно-негативних об'єктів (багаторежимних) при синтезі оптимальних алгоритмів управління за методом П-функцій. У зв'язку з цим, у статті виділяється один клас об'єктів, для яких серед безлічі змінних знаходиться фазова координата, незалежна від змінних коефіцієнтів об'єкта управління, при використанні якої й будується управління за методом П-функції.

У статті більше уваги приділяється загальній постановці завдання. Виділяються класи об'єктів, що дозволяють виділити узагальнені координати, які незалежні від змінних коефіцієнтів об'єкта управління. Використання тільки цих координат при синтезі алгоритмів кусочно-постійних управлінь дозволяє побудувати управління, інваріантні до зміни параметрів багаторежимного об'єкту.

Викладення основного матеріалу

Уточнимо постановку завдання. Дано векторно-матричне рівняння руху багаторежимного об'єкта у вигляді [2; 3]

$$\dot{x} = A(\eta)x + B(\eta)u\,, \qquad (1)$$

де η — мірний простір станів.

У виразі (1) $A(\eta)$ і $B(\eta)$ є матриці, елементи яких залежать від параметра η постійного для заданого режиму, але що змінює своє значення при зміні режиму роботи об'єкта (тобто η — кусочно-спектральний параметр системи), а x і u — векторні координати об'єкта й управління [3]

$$x = (x_1, x_2, x_3, ..., x_n) \qquad u = (u_1, u_2, ..., u_r)\,.$$

Величина u є точкою опуклого замкнутого обмеженого многогранника в r-вимірному векторному просторі.

Вимагається виділити клас об'єктів, що дозволяють шляхом не особливого перетворення $z = Q(\eta)x$ і зміни масштабу часу перейти до нових змінних *n*-мірного простору станів системи z_i, рівняння об'єкта, в якому визначається рівнянням [4]

$$z' = A_1 z + B_1 u\,,$$

тут A_1 і B_1 — матриці, елементи яких не залежать від параметра η, а $z_1' = \dfrac{dz_i}{dt_m}$, де $t_m = \dfrac{t}{m(\eta)}$ — безрозмірний час; $m(\eta)$ — оператор залежний від параметра (η).

Матриці рівнянь об'єкта (1) і (2) пов'язані співвідношеннями

$$m(\eta)Q(\eta)A(\eta)Q^{-1}(\eta) = A_1\,, \qquad (3)$$

$$m(\eta)Q(\eta)B(\eta) = B_1\,. \qquad (4)$$

Кількість невідомих у системі (3), (4) на $n^2 + 1$ перевищує кількість рівнянь. Тому система (3), (4) вимагає довизначення. Скористаємося умовою подібності матриць $m(\eta)A(\eta)$ і A_1 визначивши масштаб часу $m(\eta)$ і матрицю A_1.

Якщо матриця A_1 існує, то її можна привести до вигляду матриці Фробениусе, тобто до виду, характерного для нормальної форми в сенсі Заді і Дезоера змінних станів, елементами якої є числа 0, 1, а також коефіцієнти характеристичного полінома системи [4; 5].

Скористаємося цією умовою і, врахувавши, що характеристичні поліноми подібних матриць рівні, визначимо умови існування матриці A_1.

З порівняння характеристичних поліномів управлінь (1) і (2) відповідно [4]

$$\left[E\left(\frac{d}{dt}\right) - A(\eta)\right] \text{ і } \left[E\left(\frac{d}{dt_m}\right) - m(\eta)A(\eta)\right]$$

випливає, що коефіцієнти характеристичного полінома рівняння не залежать від параметра η якщо для коефіцієнтів характеристичного полінома рівнів (1) виконуються умови [5]

$$\frac{a_i}{a_j} = k\left[m(\eta)\right]^{(i-j)},\ i = 0,1,2,...,n\,,$$

$$j = 0,1,2,...,n\,,\ a_n = 1$$

для будь-якого поєднання *i* та *j*, де *k* — довільна постійна.

Із умови (5) визначаємо масштаб часу $m(\eta)$, потім визначаємо коефіцієнт характеристичного полінома $\left[E\left(\dfrac{d}{dt_m}\right) - m(\eta)A(\eta)\right]$ і матрицю A_1 у вигляді характерному для нормальної форми змінного стану. У разі існування матриці A_1 рівняння (3) перетвориться до матричного рівняння відносно матриці $Q(\eta)$

$$m(\eta)Q(\eta)A(\eta) = A_1 Q(\eta)\,, \qquad (6)$$

методи рішення якого відомі.

Існування матриці B_1 визначається безпосередньою підстановкою $m(\eta)$ і матриці $Q(\eta)$ у рівняння (4). Таким чином, клас об'єктів, для яких виконується умова постійності коефіцієнтів рівняння руху, обмежений умовою (4) і (5).

Розглянемо завдання синтезу оптимальної по швидкодії системи початкової виставки гірокомпаса, не залежної від широти місця проведення. Векторно-матричне рівняння руху коригованого гірокомпаса може бути зведене до вигляду

$$\begin{vmatrix}\dot{\alpha}\\ \dot{\beta}\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}0; & \dfrac{c_\beta n}{H}\\ -w_2; & -rk_{gy}n\end{vmatrix}\begin{vmatrix}\alpha\\ \beta\end{vmatrix} + \begin{vmatrix}0; & f\\ -g; & rn\end{vmatrix}\begin{vmatrix}u_\alpha\\ u_\beta\end{vmatrix} \text{ або}$$

$$\dot{x} = A(\varphi)x + Bu\,,$$

де α, β — кути відхилення вектора кінетичного моменту відповідно від площини медіани і горизонту; u_α, u_β — додаткові управляючи дії, що підводяться до входів підсилювачів, стежуючих систем гірокомпаса для початкової установки.

Введемо позначення

$$n = \frac{k_{ur}}{k_{ur} + k_{gy}}; \quad g = \frac{c_\alpha}{Hk_{gy}}; \quad f = \frac{c_\beta}{H(k_{ur} + k_{gy})};$$

де c_α, c_β — жорсткості торсионів по осях α та β; w_2 — складова швидкості обертання Землі, залежна від широти місцеприведення φ; k_{ur}, k_{gy} — чутливості індикатора горизонту і датчика кута

$$r = \begin{cases} g - при \quad вимкненому \quad демпфірованi; \\ 0 - при \quad увімкненому \quad демпфірованi. \end{cases}$$

Скористаємося формулами (3), (4) для визначення матриць A_1, B_1, $m(\eta)$. У разі, коли матриця $\mathrm{B}(\eta)$ — матриця рангу *n*, із системи (3), (4) можна виключити матрицю $\mathrm{Q}(\eta)$ і привести її до рівняння вигляду

$$m(\eta)B^{-1}(\eta)A(\eta)\mathrm{B}(\eta) = \mathrm{B}_1^{-1}\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1. \qquad (8)$$

У рівнянні (8) матриця $\mathrm{B}(\eta)$ є одним з рішень для матриці $\mathrm{Q}(\eta)$. Перевірка виконання умови (8) для рівнянь руху (7) показує, що не можна визначити шукані матриці A_1 і B_1 для комплексу вказаної структури.

Рішення задачі слід шукати в зміні структури компаса, для чого перетворимо матриці $\mathrm{A}(\alpha)$ і B.

Для характеристичного полінома рівняння руху (7) умова (5) виконується у разі, коли $r = 0$, тобто при вимкненому демпфуванні компаса, звідки $m(\alpha) = \sqrt{H / c\Pi\omega_2}$.

У цьому випадку рішення рівняння (6) зводиться до системи, що складається з рівності [4]

$$\begin{aligned} q_{11} &= \sqrt{\frac{H\omega_2}{c\Pi}} q_{22}; \\ q_{12} &= \sqrt{\frac{c\Pi}{H\omega_2}} q_{21}, \end{aligned} \qquad (9)$$

яка довизначається рівнянням (4).

Спільна система (9) і (4) не має нетривіальних рішень, які можемо отримати, змінюючи у функції аргументу величини релейної управляючої напруги.

У цьому випадку:

$$u_\alpha(\varphi) = l_\alpha(\varphi)u_\alpha; \quad u_\beta(\varphi) = l_\beta(\varphi)u_\beta$$

і спільна система (9) і (4), при внесенні параметра $l_i(\varphi)$ у матрицю В, для невідомих q_i і l_i має не єдині рішення.

Виділимо часті випадки рішень, задавшись невідомими:

I. У разі одного управляючого моменту:

1) нехай $u_\alpha = 0$ (т. е. l_α = 0); l_β = 1; $q_{12} = 0$, тоді отримаємо

$$Q(\varphi) = \begin{vmatrix} k\sqrt{H\omega_2(k_{ur} + k_{gy})k_{ur}} & 0 \\ 0 & kk_{ur} \end{vmatrix}; \qquad (10)$$

2) нехай $u_\rho = 0$ (т. е. $l_\beta = 0$); $l_\alpha = 1$; $q_{12} = 0$, тоді отримаємо

$$\mathrm{Q}(\varphi) = \begin{vmatrix} \dfrac{k\omega_2 Hk_{gy}}{c_\alpha}; & 0 \\ 0; & \dfrac{kk_{gy}\sqrt{cnH\omega_2}}{c_\alpha} \end{vmatrix}. \qquad (11)$$

II. Випадок двох керуючих моментів:

Нехай, $q_{12} = 0, l_{22} = 1$, тоді отримаємо

$$\mathrm{Q}(\varphi) = \begin{vmatrix} \dfrac{k\sqrt{H\omega_2(k_{gy} + k_{ur})k_{ur}}}{c_\beta}; & 0 \\ 0; & kk_{ur} \end{vmatrix}, \qquad (12)$$

$$l_{11} = k\frac{k_{gy}}{c_\alpha}\sqrt{\frac{c_\beta H\omega_2}{k_{ur}(k_{ur} + k_{gy})}}, \qquad (13)$$

де *k* — довільні постійні, обрані під час проектування системи.

Дамо оцінку отриманим результатам на прикладі синтезу систем прискореного приведення. Методи синтезу невстановленої системи проведення повної інформації використання двох керуючих моментів відомі (див. синтез оптимального регулятора для коливального об’єкта управління другого порядку). Із виразів (12) і (13) для стаціонарності всеширотного регулятора необхідно забезпечити зміну коефіцієнтів в каналі змінної стану α і в каналі керуючої напруги u_α, пропорційну $\sqrt{\cos\alpha}$ [5]. Додаткова корекція коефіцієнта l_α напруги u_α дає не оптимальне рішення, оскільки не повністю використовується припустима величина моменту по вертикальній осі компаса на широтах місцепроведення, що відрізняється від екватора. Отримане рішення є квазіоптимальним, але всеширотним. Відношення часу приведення до оптимального для високих широт не перевищує значень 1, 5.

Методи синтезу неавтономної системи приведення при повній інформації і одному моменті (див. синтез оптимальних систем коливальною частиною [4]), що управляє, дозволяє знайти оптимальне рішення для будь-яких широт місцезнаходження при відповідних стоянків у каналах змінних стану α і β (см. вираз (10) або (11), залежно від обраного моменту) [5].

Синтез системи управління при неповній інформації про стан об’єкта дозволяє отримати автономну й інваріантну до зміни широти систему приведення. Для вибору координати, що заводиться в регулятор, в отриманих формулах слід віддати перевагу рядкам матриці $\mathrm{Q}(\varphi)$, елементи якої не залежать від широти місцеприведення за умови, що $l_i = \mathrm{const}$. Другий рядок матриці (10) відповідає цим умовам. Тому для інваріантності системи приведення слід використати інформацію тільки по кутовій координаті β, що дає також системі автономність, накладати керуючий момент по горизонтальній осі підвісу і відключати демпфування компаса [5]. Відзначимо, що при застосуванні такого регулятора для приведення будь-якого коригованого гірокомпаса на будь-яких широтах, регулятор слід перенастроювати тільки по параметру чутливості індикатора горизонту, тоді як усі інші дані параметри компаса не впливають на оптимальність приведення.

Висновки

У статті запропонована система, яка призначена для приведення гірокомпаса в площину меридіана при інформації по кутовій координаті α і керуючого моменту, по вертикальній осі підвісу, за відсутності датчиків координати β і керуючого моменту по горизонтальній осі.

Згідно з формулою (11) у цьому випадку для всеширотності регулятора в канал датчика координати α слід уводити регулювання, пропорційне $\cos\varphi$.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Вагущенко Л. Л.* Системы автоматического управления движением судна / Л. Л. Вагущенко, Н. Н. Цымбал. — Одесса : Фенікс, 2007. — 328 с.

2. *Шишмарев В. Ю.* Основы автоматического управления / В. Ю. Шишмарев. — М. : Издательский центр «Академия», 2008. — 352 с.

3. *Власов К. П.* Теория автоматического управления / К. П. Власов. — Харьков : Изд-во Гуманитарный центр, 2007. — 526 с.

4. *Ерофеев А. А.*Теория автоматического управления / А. А. Ерофеев. — СПб. : Политехника, 2005. — 302 с.

5. *Березин С. Я.* Системы автоматического управления движением судна по курсу / С. Я. Березин, Б. А.Тетюев. — Л. : Судостроение,1990. — 256 с.

Стаття надійшла до редакції 27.04.16