



Articoli

7 novembre 2010

## Sui controesempi al *modus ponens*

Giorgio Sbardolini

ABSTRACT. In McGee (1985) si presentano tre controesempi al *modus ponens* (MP), e si argomenta di come esistano restrizioni alla validità di questa regola deduttiva. Nel presente commento, intendo ridiscutere tali controesempi a MP mostrando perché non ritengo che colgano il bersaglio, e presentare altri casi in cui MP non è valido.

i. Si considerino i seguenti casi:<sup>1</sup>

(1)

I sondaggi d'opinione presi poco prima delle elezioni del 1980 mostravano il repubblicano Ronald Reagan saldamente in vantaggio sul democratico Jimmy Carter, con l'altro repubblicano in lizza, John Anderson, terzo e distanziato. Risulta che coloro i quali sono al corrente del sondaggio, ritengono con buone ragioni che:

Se un repubblicano vince le elezioni, allora se non è Reagan a vincere, sarà Anderson.  
Un repubblicano vincerà le elezioni.

Ad ogni modo essi non hanno ragioni per ritenere che:

Se non è Reagan a vincere, sarà Anderson.

(2)

Avendo appreso che nella sua regione un tempo c'erano giacimenti d'oro e d'argento, lo zio Otto ha scavato una miniera in giardino. Sfortunatamente, è pressoché certo che egli non troverà né oro né argento, ed è assolutamente certo che non troverà proprio niente di valore. Ci sono ottime ragioni per credere che:

Se zio Otto non trova oro, allora se si farà ricco, sarà per aver trovato argento.  
Zio Otto non troverà oro.

Comunque, dal momento che le sue possibilità di trovare dell'oro, benché poche, non sono minori delle sue possibilità di trovare argento, non c'è ragione di supporre che:

Se zio Otto si farà ricco, sarà per aver trovato argento.

Questi sono due dei controesempi di Vann McGee. Sono presentati come casi in cui MP, notoriamente una delle regole più comunemente accettate, non è efficace.

I due controesempi hanno una costruzione leggermente distinta, per analizzare la quale adottato la nomenclatura tradizionale.

Chiamo i passi 1 e 2 di MP 'premessa maggiore' e 'premessa minore', rispettivamente; dove la maggiore è un condizionale. Riservo le occorrenze del termine 'conclusione' ad indicare la conclusione di MP (negli esempi di McGee, la conclusione è ancora un condizionale).

Per quanto riguarda gli enunciati condizionali, chiamo rispettivamente 'antecedente' la protasi del periodo ipotetico, e 'conseguente' l'apodosi del periodo ipotetico; 'antecedente' sarà la proposizione a sinistra del connettivo di implicazione, 'conseguente' sarà la proposizione a destra. Per esempio, l'antecedente della conclusione di MP nel secondo controesempio è: "zio Otto si farà ricco"; ecc.

Considero ora, nel primo controesempio, l'antecedente della premessa maggiore. Esso afferma che "un repubblicano vince le elezioni", e coincide con la premessa minore che innesca MP per concluderne il se-allora che afferma "Se non è Reagan a vincere, sarà Anderson". Rispetto alla costruzione dell'intero esempio descritto, la proposizione dell'antecedente della premessa maggiore indica una sorta di 'condizione generale', ovvero la situazione che può essere conseguita, nell'esempio, grazie a due eventi distinti: se vince Reagan un repubblicano vince le elezioni, se vince Anderson un repubblicano vince le elezioni; in tutti gli altri casi (ossia se vince Carter) no. Distinguo perciò una condizione generale ("un repubblicano vince le elezioni") e due eventi reciprocamente esclusivi che la determinano (Reagan vince o Anderson vince).

Nel secondo esempio il contenuto dell'antecedente della premessa maggiore è "Zio Otto non trova oro". Si vede subito che il secondo controesempio non è del tutto analogo al primo: si può individuare anche qui una condizione generale ("Zio Otto si farà ricco") che può essere soddisfatta da due eventi mutuamente esclusivi, entrambi conducenti ad essa: se zio Otto trova oro zio Otto si farà ricco, se zio Otto trova argento zio Otto si farà ricco. Tuttavia, benché appunto gli elementi siano paralleli sotto questo rispetto, cambia la struttura dei rapporti tra gli enunciati.

Nel primo esempio, l'antecedente della premessa maggiore indica la condizione generale. Nel secondo esempio, l'antecedente della premessa maggiore indica una delle due eventualità (il trovare l'oro) il non verificarsi della quale fa concludere che la condizione generale viene soddisfatta dal verificarsi dell'altra.

Nel secondo esempio, la condizione generale è contenuta nel conseguente della premessa maggiore, e quindi è l'antecedente della conclusione; invece nel primo esempio la proposizione che esprime la condizione generale non compare nella conclusione.

Seguendo l'articolo di McGee, MP gode delle leggi d'importazione e d'esportazione, le quali affermano, rispettivamente:

(Imp)  $(\phi \Rightarrow (\psi \Rightarrow \theta))$  implica  $((\phi \wedge \psi) \Rightarrow \theta)$

(Exp)  $((\phi \wedge \psi) \Rightarrow \theta)$  implica  $(\phi \Rightarrow (\psi \Rightarrow \theta))$

Perciò è possibile ricostruire il primo esempio come segue:

- (1) Se un repubblicano vince, allora se non vince Reagan, vince Anderson.  
 Un repubblicano vince.  
 Se non vince Reagan, vince Anderson.

(Imp)

- (2) Se un repubblicano vince e se non vince Reagan, allora vince Anderson.  
 Un repubblicano vince e non vince Reagan.  
 Vince Anderson.

(Exp)

- (3) Se non vince Reagan, allora se vince un repubblicano, vince Anderson.  
 Non vince Reagan.  
 Se vince un repubblicano, vince Anderson.

Questa versione non suona più come un controesempio ad MP. Decido, però, di mantenere la forma con cui è costruito il primo esempio, e pertanto di rovesciare il secondo così:

- Se zio Otto si farà ricco, allora se zio Otto non trova oro avrà trovato argento.  
 Zio Otto si farà ricco.  
 Se zio Otto non trova oro avrà trovato argento.

Ora è possibile parafrasarli formalmente. Dunque, siano  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$ , tre enunciati:

$\phi =_{df}$  "Un repubblicano vince le elezioni"; [esempio 1]

"Zio Otto si farà ricco". [esempio 2]

[Il contenuto di  $\phi$  è quanto, nella discussione precedente, ho chiamato 'condizione generale']

$\psi =_{df}$  "Non è Reagan a vincere"; [esempio 1]

"Zio Otto non trova oro". [esempio 2]

[Evento 1]

$\theta =_{df}$  "Vincerà Anderson"; [esempio 2]

"Zio Otto avrà trovato argento".

[Evento 2]

Sostituendo  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$ , come nelle definizioni che sono state date, salvo il contesto (cioè, naturalmente, sostituendo ordinatamente per [esempio 1] e per [esempio 2]), si avrà che:

(\*) Se  $\phi$  allora (se  $\psi$  allora  $\theta$ )  
 $\phi$   
Se  $\psi$  allora  $\theta$ .

Se ci si preoccupa delle condizioni di verità di questi enunciati, emergono le difficoltà che McGee ha messo in evidenza per MP.

Gli esempi di McGee citati sono costruiti in questo modo: un operatore P (che afferma “ci sono buone ragioni per credere che”) modifica la premessa maggiore, andando su “se un repubblicano vince le elezioni, allora se non è Reagan a vincere, sarà Anderson” e su “se zio Otto si farà ricco, allora se zio Otto non trova oro avrà trovato argento”; in seguito la condizione generale viene affermata nella premessa minore, e l’operatore si distribuisce sulla conclusione, dove stona: McGee conclude che non ci sono buone ragioni per ritenere che “se non è Reagan a vincere, sarà Anderson” o che “se zio Otto non trova oro avrà trovato argento”.  
Ossia:

$P(\phi \Rightarrow (\psi \Rightarrow \theta))$   
 $\phi$ .  
 $P(\psi \Rightarrow \theta)$ .

Il ruolo di P dovrebbe essere quello di semplice cornice, cioè di indizio per suggerire le difficoltà che sorgono con l’applicazione di MP.<sup>2</sup>

Se così fosse allora P è uno strumento informale dell’argomentazione, e come tale verifica che

$P(\phi \Rightarrow (\psi \Rightarrow \theta))$   
 $P(\phi)$ .  
 $P(\psi \Rightarrow \theta)$ .

Perciò

$P(\phi)P(\psi \Rightarrow \theta)$   
 $P(\phi(\psi \Rightarrow \theta))$

Conclusione che, tradotta, significa

Ci sono buone ragioni per sostenere che zio Otto si farà ricco e che se zio Otto non trova oro avrà trovato argento.

E inoltre, dove a mio parere è ancora più evidente

Ci sono buone ragioni per sostenere che un repubblicano vince le elezioni e che se non vince Reagan vince Anderson.

Questa versione dei controesempi di McGee non stona affatto; qui MP funziona benissimo. È del tutto evidente che nel caso in cui i sondaggi riportino il repubblicano Reagan in vantaggio sul democratico Carter a sua volta davanti al repubblicano Anderson, se ci sono buone ragioni per credere che vince un repubblicano, allora vincerà Anderson, se non dovesse vincere Reagan. Nel mondo possibile più simile al nostro, in cui è vero che un repubblicano vince le elezioni, (si forza che non vinca un democratico e dunque) se non vince Reagan vince Anderson.

Nel secondo esempio, è chiaro che se un parlante crede che zio Otto si farà ricco, allora

(sulla base delle informazioni in possesso del parlante) crede anche che se non diventa ricco per aver trovato oro, sarà per aver trovato argento. Diversamente, non è in possesso di dati per decidere, perché il contesto suggerisce che tale parlante sia disposto a credere alla futura fortuna di zio Otto a motivo della presenza di antichi giacimenti sulla sua proprietà, e dell'essersi messo a scavare di quest'ultimo. Il parlante che crede questo può anche essere scettico: suppongo per esempio che egli creda che zio Otto diventerà ricco ma che non ne sia convinto. Tuttavia per quanto riguarda l'improbabilità di trovare oro o argento, se il parlante crede che zio Otto si farà ricco (viste le informazioni che ha), allora quantomeno si impegna a credere che ciò accadrà per aver trovato dell'oro o dell'argento; altrimenti non dovrebbe affatto assentire che zio Otto si farà ricco.

**ii.** Perciò i primi due esempi citati di McGee non sono buoni controesempi a MP; ossia non sono buoni casi in cui vedere che MP non funziona. Rifacendosi a Stalnaker (1968), lo stesso McGee ricorre alla semantica per i controfattuali per interpretare la sua versione di MP; suggerisce però, visti i controesempi, di ampliare la semantica di Stalnaker per renderli ammissibili. Visto quanto accennato nel corso della discussione del paragrafo precedente, questo ampliamento non è più necessario.

La "similarità" tra mondi possibili sia ora resa intuitivamente mantenendo in vigore le informazioni date dal contesto anche nel mondo possibile simile al nostro. In altre parole, considerando quanto segue

I sondaggi d'opinione presi poco prima delle elezioni del 1980 mostravano il repubblicano Ronald Reagan saldamente in vantaggio sul democratico Jimmy Carter, con l'altro repubblicano in lizza, John Anderson, terzo e distanziato.

Come una descrizione sommaria di quanto accade nel nostro mondo e nel mondo possibile più simile al nostro, allora sono portato ad affermare che nel mondo possibile più simile al nostro in cui non vince Reagan, vince Carter. È quanto si auspicavano i democratici nel 1980.

Naturalmente, il mondo possibile più simile al nostro che verifica la descrizione riportata, in cui però vince un repubblicano, è un mondo possibile in cui non esiste Carter – per non essere incoerenti col fatto che Carter è in vantaggio su Anderson e chi è in vantaggio vince; se tuttavia Carter esistesse dovrebbe ritirarsi dalla competizione, o venire arrestato, o qualcosa di simile. È in questo mondo possibile che se non vince Reagan, vince Anderson. Questo, tuttavia, modifica totalmente l'esempio.

Vista la stretta affinità col primo, il secondo controesempio di McGee non dà sorprese. Dunque in questi casi MP è valido, una volta analizzato con gli opportuni accorgimenti.

**iii.** Riporto ora il terzo esempio:

Vedo qualcosa che sembra un grosso pesce dibattersi inutilmente nella rete di un pescatore.

Se quell'animale è un pesce, allora se ha i polmoni è un pesce-polmonato.

Questo, di fatto, è tutto ciò che uno intende con "pesce polmonato". Comunque, anche se io credo l'antecedente di questo condizionale, non concludo che:

Se quell'animale ha i polmoni, è un pesce-polmonato.

I pesci-polmonati sono rari, di forma insolita, e, a quanto ne so, vivono solo in acqua dolce.

È più probabile che, anche se non ci somiglia, l'animale nella rete sia un delfino.

Innanzitutto il terzo esempio non ha la costruzione degli altri due, in cui si poteva distinguere una condizione generale soddisfatta in un modo o nell'altro (se non in un modo, allora

nell'altro). Ma mi pare che il terzo esempio si limiti a giocare sulla falsità dell'appartenere il delfino al genere dei pesci. Dal punto di vista strettamente biologico, supponendo che il parlante che ha buone ragioni per assentire o dissentire dagli enunciati di MP sia a conoscenza tanto del fatto che l'animale che il pescatore ha in mano è dotato di polmoni, quanto del fatto che è un pesce (e non un cetaceo), allora egli può senza dubbi concludere che l'animale è un pesce-polmonato, per quanto raro. D'altronde, non si è liberi di supporre che l'animale sia un delfino, se la premessa è che è un pesce.

Sarebbe semplicemente una conclusione sbagliata. Se invece l'esempio fosse stato qualcosa come

Se quell'oggetto che il pescatore ha tra le mani è un animale che vive in acqua, allora se ha i polmoni è un pesce-polmonato.

sarebbe stato possibile affermare che è più lecito credere che l'animale sia un delfino. Tuttavia in questo modo viene a mancare del tutto il lato 'forte' dell'esempio di McGee, cioè il dato che se l'animale è un pesce ed ha i polmoni, allora è per forza un pesce-polmonato – perché è l'unica specie zoologica che è un pesce ed ha i polmoni. Infatti l'enunciato "se questo pesce ha i polmoni, è un pesce-polmonato" è una semplice istanza di "tutti i pesci coi polmoni sono pesci-polmonati".

Quanto al fatto che sia 'più probabile' che l'animale sia un delfino, non mi sembra che la rarità di un evento costituisca un controesempio a MP. Forse, in maniera analoga, avrei potuto costruire il seguente controesempio (che, da questo punto di vista, pur funzionando come il terzo esempio di McGee, non mi pare suggerisca che MP non sia valido).

Vedo un pescatore tenere tra le mani un oggetto reperito in mare, grande circa come la sua mano, con un corpo centrale e cinque bracci che ne dipartono, che somiglia in tutto e per tutto a una stella marina. Ritengo che

Se l'oggetto somiglia a una stella marina, allora se è un essere vivente è una stella marina.  
L'oggetto somiglia a una stella marina.  
Se è un essere vivente è una stella marina.

Conclusione a cui io non dovrei attenermi perché le stelle marine sono rare, in certe zone introvabili, i mari assai inquinati, e quindi è più probabile che il pescatore tenga tra le mani una stella marina giocattolo.

MP in realtà funziona benissimo, anche se è sciaguratamente vero che i mari sono spesso a tal punto pieni di rifiuti che forse è più probabile trovare una stella marina di plastica che una stella marina vera.

**iv.** Allora bisogna concludere che MP sia necessariamente valido? Forse no. Considero i due esempi che seguono.

La legge afferma che se non ci sono sufficienti indizi per condannare Tal dei Tali, allora egli è innocente. Il fatto che lo affermi la legge rappresenta evidentemente un'ottima ragione per crederlo. Ma se, per un tal reato, Tal dei Tali è il sospettato numero 1, allora c'è un'ottima ragione per ritenere che

Se non ci sono sufficienti indizi per condannare il sospettato numero uno, allora egli è innocente.

Non ci sono sufficienti indizi per condannare il sospettato numero 1.  
Dunque c'è un'ottima ragione per ritenere che il sospettato numero 1 è innocente.

Che l'assenza di indizi sufficienti sia una buona ragione per affermare che un sospettato grave è innocente, è cosa quantomeno ambigua. Quanto segue è analogo.

Suppongo che uno scienziato, studioso della teoria T, sia interessato al ruolo che in essa svolge l'ipotesi H, che egli giudica insoddisfacente sotto molti punti di vista. Chi è competente ha buone ragioni per ritenere che

Se non esistono ipotesi migliori dell'ipotesi insoddisfacente H per la teoria T, allora H è indispensabile.

Non esistono ipotesi migliori di H.

Dunque lo scienziato deve concludere che l'ipotesi insoddisfacente H è indispensabile.

Ma anche questo non è del tutto vero. Il secondo esempio corrisponde, volendo, al caso storico dell'ipotesi fisica dell'azione a distanza: tale ipotesi, che a quanto si deduce dal carteggio privato di Newton, non era convincente nemmeno per colui che la formulò, non è stata sostituibile con alcuna altra ipotesi per tutta la storia della fisica classica. Tuttavia molti grandi scienziati, Eulero, Riemann e Faraday tra gli altri, non penso che avrebbero mai accettato l'enunciato "l'ipotesi dell'azione a distanza è indispensabile", visti i loro dubbi in merito.

Altro caso storico è l'ipotesi delle parallele: il V postulato di Euclide era ritenuto largamente insoddisfacente. Non è intuitivo quanto gli altri, non è verificabile in uno spazio finito, ecc. Tuttavia, anche se a lungo non sono esistite ipotesi migliori, il V postulato non è stato ritenuto indispensabile da molti competenti geometri che si sono dedicati al problema.

Anche l'altro esempio si comporta similmente: normalmente non si accetta di dire che se non ci sono abbastanza indizi per condannare quel sospettato, allora egli è 'innocente'. Innanzitutto potrebbe esser stato molto bravo il suo avvocato difensore, oppure il processo è stato disturbato in qualche modo. In ogni caso l'innocenza è una condizione eccessiva, se anche venisse assolto il principale sospettato, in particolare se ciò accade per insufficienza di prove.

Così come "innocente", anche "indispensabile" è un termine che, benché corretto relativamente alla teoria T (così come "innocente" è corretto relativamente alla legge), è troppo generalizzante per essere accettato serenamente.

Dunque questi esempi sono casi in cui MP deduce eccessivamente ed esageratamente, e non siamo disposti ad assentire sulle conclusioni. Malgrado ciò, è indubbio che:

1. Nel campo della legge, è vero che se non ci sono prove per condannare un sospettato, il sospettato è innocente.
2. In una teoria scientifica, è vero che se non ci sono ipotesi migliori di un'ipotesi insoddisfacente, l'ipotesi insoddisfacente è indispensabile.

Questi "se-allora" sono veri, ma solo limitatamente alla legge ed alla teoria scientifica. Tale limitazione forse si può rendere se si considera che queste verità hanno carattere momentaneo. In altre parole, restano in vigore le osservazioni fatte sinora ma specificando che:

1. Nel campo della legge, è vero che se momentaneamente non ci sono prove per condannare un sospettato, il sospettato è momentaneamente innocente.

2. Nella scienza, è vero che se momentaneamente non ci sono ipotesi migliori di un'ipotesi insoddisfacente, l'ipotesi insoddisfacente è momentaneamente indispensabile.

Senza scendere nel dettaglio, questa temporalizzazione di MP suggerisce che si ha ancora a che fare con una logica modale di un certo tipo. Quello che non è accettabile delle conclusioni degli ultimi due esempi, è che, per come sono costruiti, siamo liberi di considerare “innocente” e “indispensabile” come proprietà che il sospettato o l'ipotesi insoddisfacente hanno in tutti i mondi possibili. Tuttavia la modalizzazione disambigua efficacemente, proprio perché non è vero che non c'è alcun mondo possibile in cui non ci sono prove sufficienti a condannare il principale sospettato, e non è vero che non c'è alcun mondo possibile in cui non ci sono ipotesi migliori per una data teoria T di un'ipotesi insoddisfacente H.

v. Questo suggerisce alcune considerazioni finali: per gli esempi riportati, MP tiene nel mondo attuale (ovvero tiene nello stato di cose momentaneo attuale); tuttavia c'è almeno un mondo possibile accessibile all'attuale in cui non tiene (ovvero c'è almeno uno stato di cose futuro in cui non la conclusione è inconsistente).

Applico infatti il cosiddetto test di (Ramsay (1978)) ad entrambi gli esempi: un parlante può credere che se non ci sono indizi il sospettato è innocente, e può benissimo sapere che non ci sono indizi, ma può anche credere (e addirittura quest'aggiunta non è inconsistente con le sue conoscenze) che quel tale sia colpevole – questo parlante potrebbe essere addirittura un giudice ‘con le mani legate’. Dunque sarebbe la conclusione di MP ad introdurre un'inconsistenza con le conoscenze del parlante. Secondo esempio: un parlante può credere nell'inferenza dell'indispensabilità di un'ipotesi dall'assenza di alternative, può essere a conoscenza del fatto che, effettivamente, ipotesi alternative non ce ne sono, ma può anche credere che l'ipotesi in questione sia di troppo – convinto di queste cose, se il parlante fosse un bravo studioso potrebbe anche impegnarsi a fare in modo che sia davvero di troppo: magari se riuscisse a renderla ridondante deducendo le sue conseguenze da ipotesi più accettabili, ma con più potenti strumenti formali.

Questo fa dire che nei controesempi a MP che sono stati dati, le premesse maggiori non sono affatto casi di controfattuali.<sup>3</sup> Si direbbe anzi che si comportano alla rovescia: essendo validi nel mondo attuale, non impediscono di pensare che in almeno un mondo minimamente differente dal nostro non siano accettabili.



## Note

<sup>1</sup>I riferimenti vanno a McGee, 1985. Cfr. riferimenti bibliografici

<sup>2</sup>Lewis (1976). Considerare P un operatore vero-funzionale può condurre fuori strada. Questo perché è possibile che un parlante ritenga vero un condizionale vero-funzionale senza essere disposto ad asserirlo.

<sup>3</sup>Al contempo, l'argomento esclude anche che la premessa maggiore sia formalizzabile con un'implicazione stretta; è da escludere infine che si tratti di un'implicazione materiale, dal momento che è decisamente falso che uno è innocente e ci sono sufficienti indizi per condannarlo e che un'ipotesi è indispensabile e ci sono alternative migliori (casi dell'antecedente falso e conseguente vero).

## Riferimenti bibliografici

McGee, V. (1985). *A counterexample to modus ponens*. Cfr. *questo numero*,

Lewis, D. K. (1976). *Probabilities of conditionals and conditional probabilities*. *The philosophical review*, vol. 85, n. 3, <http://www.jstor.org/pss/2184045>.

Stalnaker, R. (1968). *A theory of conditionals*. *Studies in logical theory*, fitelson.org.

Ramsay, F. P. (1978). *Foundations: essays in Philosophy, Logic, Mathematics and Economics*. Routledge, London. 143–144.

50

## **A proposito degli autori**

### **Indirizzo di contatto**

Giorgio Sbardolini sbardo@hotmail.it.

## **Copyright**

© © © © 2010 Giorgio Sbardolini. Pubblicato in Italia. Alcuni diritti riservati.