

Aplikasi Dimensi Fraktal pada Bidang Biosains

Arum Andary Ratri¹, Kosala Dwidja Purnomo², Rafi'ulfath R. Riwansia³
^{1,2,3}Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Jember
²Email: kosaladp@gmail.com

Abstrak

Perkembangan fraktal yang sangat dinamis disebabkan oleh kegunaan dari fraktal sendiri yang bisa diterapkan ke banyak lintas bidang, diantaranya adalah biosains. Permasalahan dalam bidang biosains diantaranya adalah analisis pola curah hujan di suatu tempat yang fluktuasinya relatif tinggi dan cara mengidentifikasi seseorang menggunakan telapak tangan. Artikel ini mencoba memberikan gambaran terhadap penggunaan dimensi fraktal dalam bidang biosains. Metode yang digunakan antara lain metode eksponen hurst dan metode *box counting*.

Kata Kunci : Fraktal, Dimensi Fraktal, Eksponen Hurst, *Box Counting*

1 Pendahuluan

Fenomena alam sangat variatif dan dapat dibagi dalam berbagai bidang, salah satunya adalah bidang biosains. Biosains adalah ilmu teknologi yang berpusat pada lingkungan. Fenomena-fenomena yang terjadi di lingkungan tersebut biasanya memunculkan problem matematis yang membutuhkan penyelesaian. Sebagai contoh, intensitas curah hujan di suatu tempat yang membutuhkan estimasi pola kecenderungannya dan cara mengidentifikasi sistem pengenalan diri seseorang melalui telapak tangan. beberapa teori dalam fraktal dapat digunakan untuk membantu menyelesaikan kedua problem ini.

Fraktal adalah bentuk apa saja yang jikalau bagian-bagian dari bentuk itu diperbesar akan terkuak rincian yang sebanyak-banyaknya seperti bagian fraktal keseluruhannya (Yuliani, 2007) Seperti halnya benda-benda geometri yang lain, fraktal juga memiliki dimensi. Dimensi fraktal pada umumnya dinyatakan dengan bilangan bukan bulat, yakni berupa bilangan pecahan. Yang dimaksud dengan dimensi fraktal yaitu sebuah pola yang bersifat rekursif yang setiap bagiannya mirip dengan bagian keseluruhan pada suatu objek geometri. Untuk objek yang memiliki dimensi Euclid D memiliki rasio pembagian $r = \frac{1}{N^D}$, di mana N adalah banyak garis hasil iterasi. Jadi didapat $D = \frac{\ln(N)}{\ln(\frac{1}{r})}$ (Sekawati, 2013).

Telah dikenal beberapa metode untuk mencari dimensi fraktal. Metode tersebut antara lain adalah metode eksponen Hurst dan metode *box counting*. Metode eksponen Hurst digunakan untuk menghitung dimensi fraktal dengan data yang bentuknya berupa data runtun waktu. Sedangkan metode *box counting* lebih dikenal sebagai metode perhitungan kotak.

Beberapa objek di alam memiliki ciri khas bentuk yang terus berulang hingga bagian terkecil. Seperti halnya ranting pohon yang bentuknya mirip dengan batang utamanya, gumpalan awan kecil yang mirip dengan gumpalan awan yang lebih besar,

garis pantai dengan skala yang kecil bentuknya hampir serupa dengan garis pantai dengan skala yang lebih besar. Benda-benda tersebut memiliki ciri khas yang sama dengan fraktal. Dengan kata lain, beberapa benda di alam merupakan fraktal alami.

Dalam makalah ini akan dibahas mengenai beberapa permasalahan di alam dalam bidang biosains dengan bantuan fraktal, yakni dimensi fraktal. Permasalahan tersebut antara lain analisis curah hujan bulanan dengan metode eksponen Hurst, dan sistem identifikasi telapak tangan dengan metode *box counting*.

2 Dasar-Dasar Teori

2.1 Pengertian Fraktal dan Dimensi Fraktal

Istilah fraktal diperkenalkan pertama kali oleh Benoit Mandelbrot pada tahun 1977 dalam bukunya yang berjudul “*The Fractal Geometry of Nature*”. Fraktal berasal dari kata latin *fractus* yang artinya pecah atau tidak teratur (Mandelbrot, 1983:4). Jadi, fraktal adalah benda geometris yang kasar dan tidak teratur. Beberapa fraktal, apabila dipecah dan diambil beberapa bagian kecilnya jika diperbesar akan terlihat mirip dengan fraktal aslinya. Fraktal dikatakan memiliki detail yang tak hingga dan pada tingkat perbesaran yang berbeda, ia memiliki struktur serupa diri dengan fraktal aslinya. Untuk lebih jelasnya mengenai fraktal, telah digambarkan dalam Gambar 1.



Gambar 1. Gambar fraktal dari perbesaran himpunan Mandelbrot
(Sumber: Wikipedia.org)

Dimensi menurut Euclid berbeda dengan dimensi menurut fraktal. Seperti yang kita ketahui bersama, dalam dimensi Euclidean titik merupakan dimensi nol, garis merupakan dimensi satu, bidang merupakan dimensi dua, dan ruang merupakan dimensi tiga. Namun, pada dimensi fraktal kita mengenal dimensi pecahan, seperti dimensi 2,7 dan dimensi 1,5 (Azmi, 2013).

Dalam fraktal, dimensi biasa dilambangkan dengan D yang menyatakan dimensi topologi pada setiap objek fraktal. Banyaknya subunit atau subsegmen hasil iterasi dari suatu objek fraktal dilambangkan dengan N . Sedangkan panjangnya subsegmen tersebut dilambangkan dengan r . Sehingga hubungan antara D , N , dan r dinyatakan dengan persamaan $N = \left(\frac{1}{r}\right)^D$ (Azmi, 2013). Dengan mengambil logaritma dari kedua ruas persamaan tersebut, dimensi dapat dicari dengan persamaan (1) di bawah ini:

$$D = \frac{\log(N)}{\log\left(\frac{1}{r}\right)} \quad (1)$$

Terdapat beberapa metode untuk menentukan dimensi fraktal. Metode tersebut antara lain adalah metode eksponen Hurst dan metode *box counting*.

2.2 Metode Eksponen Hurst Dimensi Fraktal

Metode Eksponen Hurst pertama kali diperkenalkan pada tahun 1951 oleh H.E. Hurst. Metode tersebut terbukti dapat digunakan untuk menganalisa data runtun waktu dengan sangat baik. Nilai Eksponen Hurst berada pada interval 0 dan 1 (Sampurno, 2011). Dengan menggunakan nilai eksponen tersebut, dimensi fraktal suatu data runtun waktu dapat ditentukan.

Nilai eksponen Hurst dihitung dengan cara melihat tingkat kebergantungan nilai rasio perbandingan panjang jangkauan suatu data (R) terhadap nilai standar deviasi data pada rentang tersebut (S) yang dievaluasi untuk masing-masing nilai rentang (n). Nilai komponen n didapatkan dengan membagi total panjang data (N) dengan beberapa pembagi tetap ($n = \frac{N}{2}, \frac{N}{4}, \dots$). Hurst menemukan bahwa skala perbandingan nilai $\left(\frac{R}{S}\right)$ meningkat seiring dengan bertambahnya nilai n melalui suatu hubungan pada persamaan (2):

$$\left(\frac{R(n)}{S(n)}\right) = cn^H \quad (2)$$

Dimana, (c) merupakan suatu konstanta, dan (H) merupakan nilai Eksponen Hurst. Lalu untuk mendapatkan nilai Eksponen Hurst, dilakukan pengeplotan nilai $\log\left(\frac{R}{S}\right)$ terhadap masing-masing nilai $\log(n)$ (Sampurno, 2011).

Suatu data runtun waktu dapat diklasifikasikan berdasarkan nilai Eksponen Hurst, yaitu sebagai berikut:

- $0 \leq H < 0,5$ menunjukkan data runtun waktu tersebut bersifat *antipersistence*. Dimana meningkatnya data pada suatu waktu tertentu akan diikuti oleh menurunnya data pada waktu berikutnya, dan berlaku sebaliknya.
- $H = 0,5$ menunjukkan bahwa data sepenuhnya bersifat acak.
- $0,5 < H < 1$ menunjukkan data bersifat *persistence* dan kecenderungan pembentukan tren dengan adanya efek ingatan jangka panjang (*long memory effects*). Dengan kata lain, meningkatnya nilai suatu data pada waktu tertentu akan cenderung diikuti oleh data berikutnya (Satria, 2013).

Hubungan eksponen Hurst dengan dimensi fraktal dirumuskan pada persamaan (3) di bawah ini:

$$D = 2 - H \quad (3) \text{ (Satria, 2013)}$$

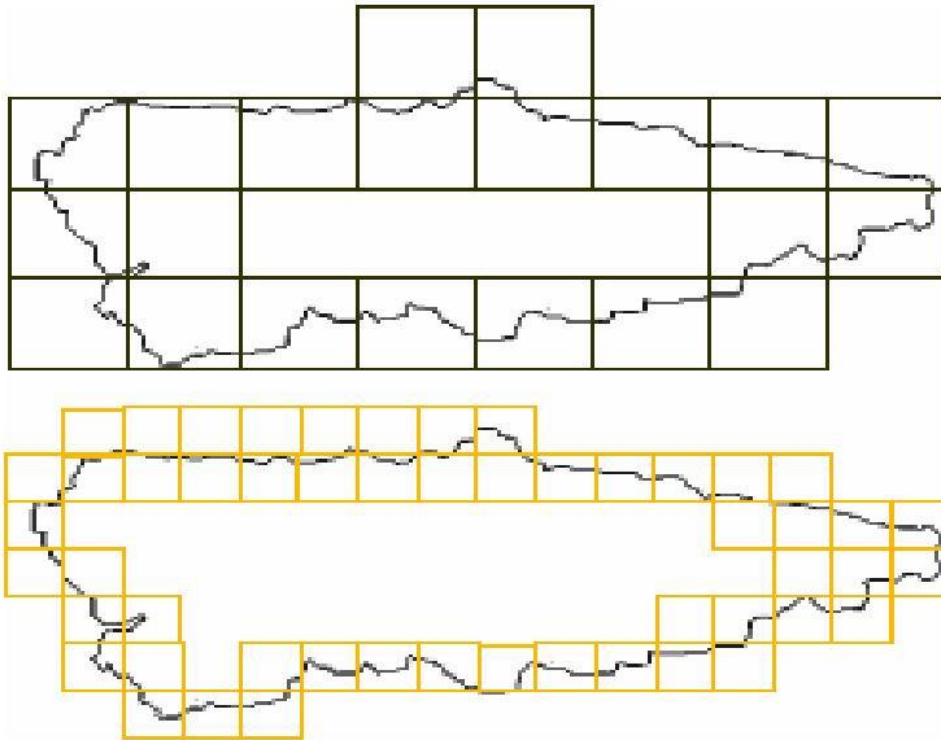
Dimana D merupakan dimensi fraktal, dan H merupakan nilai Eksponen Hurst. Bersesuaian dengan pembagian nilai Eksponen Hurst di atas, jika nilai dimensi suatu data runtun waktu dalam interval 1,5 dan 2 maka data tersebut bersifat *antipersistence*. Jika dimensi yang didapatkan bernilai 1,5 maka data bersifat acak. Dan apabila dimensi yang didapatkan antara 1 dan 1,5 maka data bersifat *persistence*. Proses dinamika perubahan datanya semakin mungkin untuk diramalkan. Jadi, arah perubahan data pada waktu tertentu akan cenderung diikuti oleh data berikutnya.

2.3 Metode Box Counting Dimensi Fraktal

Metode *box counting* sering dikenal sebagai metode perhitungan kotak. Langkah pertama bekerja dengan metode ini adalah dengan mengambil citra objek fraktal. Dari citra yang dihasilkan tersebut, kemudian dibagi-bagi menjadi beberapa kotak dengan

berbagai variasi ukuran (r). Jika sebuah garis dibagi menjadi beberapa bagian yang sama, maka setiap bagian memiliki rasio $s = \frac{1}{N}$ (Mulyadi, 2013).

Gambar 2 merupakan ilustrasi untuk metode *box counting* dalam menghitung garis pantai.



Gambar 2. Gambar penentuan kotak dalam menentukan dimensi garis pantai
(Sumber: wordpress.com)

Dari gambar tersebut selanjutnya menghitung banyaknya kotak $N(s)$ yang berisi bagian objek pada citra. Nilai $N(s)$ sangat bergantung pada s . Lalu, menghitung dimensi fraktal dengan rumus pada persamaan (4) berikut:

$$D(s) = \frac{\log N(s)}{\log s} \quad (4) \text{ (Mulyadi, 2013)}$$

3 Aplikasi Berbasis Dimensi Fraktal

Dimensi fraktal telah banyak diaplikasikan dalam berbagai permasalahan, antara lain:

3.1 Analisis Fraktal Curah Hujan dengan metode Eksponen Hurst

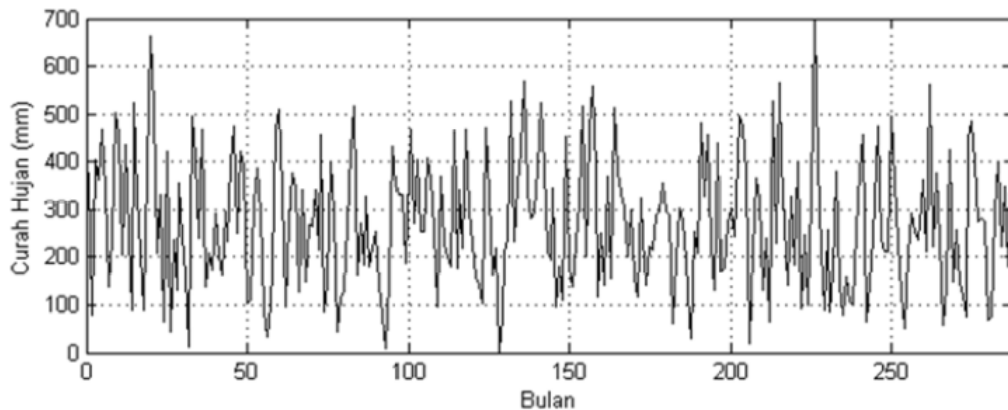
Pembahasan mengenai analisis fraktal curah hujan ini penulis rujuk dari artikel milik Sampurno (2011). Artikel tersebut berisi tentang suatu metode yang digunakan untuk menganalisis perilaku pergerakan curah hujan di suatu kota.

Setiap daerah memiliki potensi dan karakteristik alam yang berbeda-beda. Dan tiap daerah memiliki tingkat fluktuasi curah hujan yang berbeda-beda pula. Tingkat curah hujan di suatu tempat sangat berpengaruh terhadap sektor kehidupan masyarakatnya.

Maka dari itu, perlu adanya metode untuk menganalisis perilaku curah hujan yang berlaku untuk daerah tersebut.

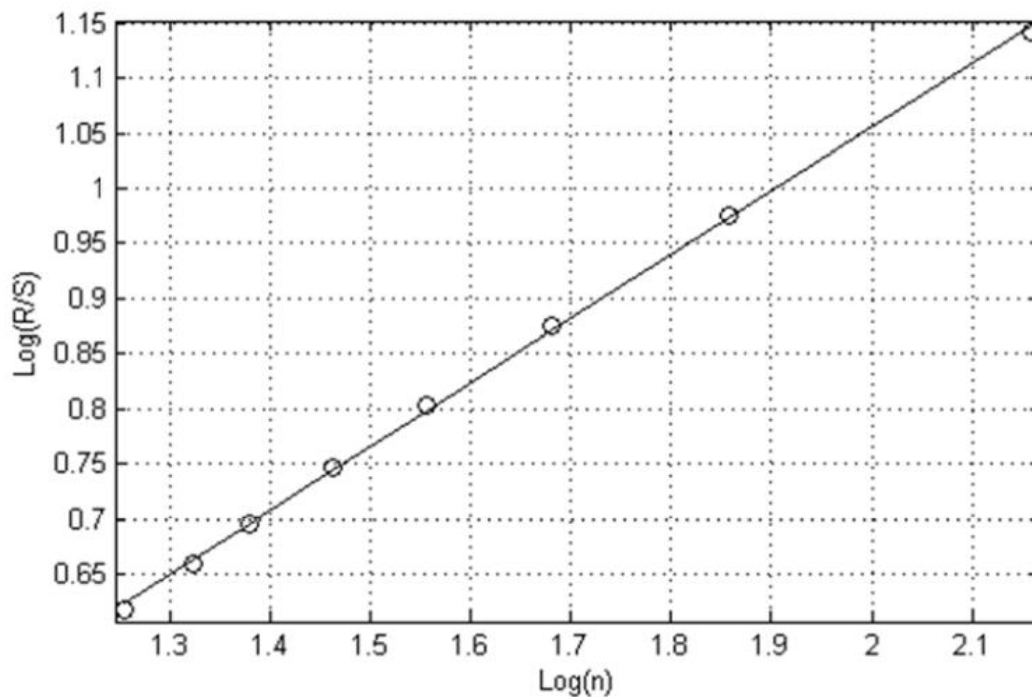
Metode yang digunakan untuk menganalisis tingkat curah hujan yang terjadi di kota tersebut adalah menggunakan metode eksponen Hurst. Metode tersebut dipilih karena dianggap yang paling sesuai dengan permasalahan ini. Metode eksponen Hurst sangat cocok digunakan untuk permasalahan yang datanya menggunakan data runtun waktu. Nilai eksponen Hurst berada pada interval 0 dan 1. Dari rentang tersebut, dapat diklasifikasikan bahwa nilai eksponen Hurst yang berkisar antara 0 dan 0,5 menunjukkan bahwa data runtun waktu bersifat *antipersistence*, sedangkan untuk eksponen Hurst yang bernilai 0,5 menyatakan data bersifat acak, dan nilai eksponen Hurst dalam interval 0,5 dan 1 menunjukkan data runtun waktu bersifat *persistence*. Nilai eksponen Hurst didapatkan dari persamaan (2), setelah itu dimensi fraktal dicari dengan persamaan (3). Dimensi fraktal digunakan untuk menguji apakah data curah hujan di suatu kota dapat diprediksi atau tidak.

Pada penelitian ini, data yang diambil adalah data curah hujan bulanan Kota Pontianak pada tahun 1987 sampai 2010. Gambar. 3, merupakan gambar dari data curah hujan bulanan Kota Pontianak :



Gambar 3. Gambar data curah hujan bulanan Kota Pontianak tahun 1987-2010
(Sumber: Sampurno, 2011)

Dari data tersebut, dihasilkan distribusi nilai $\log\left(\frac{R}{S}\right)$ terhadap nilai masing-masing $\log(n)$ seperti pada Gambar. 4 berikut ini:



Gambar 4. Gambar distribusi nilai $\log\left(\frac{R}{S}\right)$ terhadap nilai masing-masing $\log(n)$

Sumber: Sampurno, 2011)

Didapatkan nilai eksponen hurst sebesar 0,58 dan dimensi fraktal 1,42. Berdasarkan hasil tersebut dapat ditarik kesimpulan bahwa nilai eksponen hurst berada pada interval 0,5 dan 1. Jadi data runtun waktu curah hujan Kota Pontianak berperilaku secara *persistence*. Nilai fluktuasi curah hujan memiliki kecenderungan terhadap waktu, sehingga data curah hujan tersebut dapat diramalkan melalui suatu pemodelan.

3.2 Sistem Identifikasi Telapak Tangan dengan Metode *Box Counting*

Pembahasan mengenai identifikasi telapak tangan berbasis dimensi fraktal merujuk pada artikel Iksan Mulyadi dkk (2013). Sistem pengenalan diri menjadi sesuatu yang sangat penting mengingat era modern ini berbagai aktifitas membutuhkan identitas diri untuk meningkatkan keamanan. Mulai dari pelayanan kesehatan, pengurusan rekening bank, pelayanan penerbangan, dan lain-lain. Salah satu cara untuk mengenali seseorang adalah dengan identifikasi telapak tangan (*palmprint*). Metode yang digunakan untuk identifikasi tersebut adalah dengan metode ekstraksi ciri menggunakan dimensi fraktal *box counting* dan pencocokan ciri menggunakan koefisien korelasi. Adapun untuk lebih jelasnya tahapan dalam identifikasi telapak tangan adalah sebagai berikut:

a. Pengambilan citra telapak tangan.

Citra telapak tangan yang digunakan haruslah citra berwarna, telapak tangan yang digunakan adalah telapak tangan normal (tidak cacat), objek yang diambil citranya adalah telapak tangan diam, citra telapak tangan tidak memiliki gangguan (tidak ada coretan atau kotoran) dan format file citra adalah jpg atau jpeg. Pada penelitian ini, citra yang diambil adalah citra telapak tangan dengan resolusi 640 x 480 piksel. Gambar 5. berikut ini merupakan contoh citra yang akan diidentifikasi.



Gambar 5. Gambar inputan citra telapak tangan yang akan diproses
(Sumber: Mulyadi,2013)

b. Pengolahan citra awal.

Beberapa metode yang dilakukan dalam pemrosesan citra awal antara lain pembacaan berkas citra, peningkatan kualitas citra dengan ekualisasi histogram adaptif, deteksi tepi *canny*, segmentasi region properti, kandidat region properti, *cropping* dan normalisasi intensitas. Pembacaan berkas citra merupakan langkah awal dari pengolahan awal citra. Citra yang telah didapatkan disimpan dalam komputer, dan siap pada proses selanjutnya.

Local contrast adaptive histogram equalization (CLAHE) merupakan generalisasi dari *adaptive histogram equalization* (AHE). Adaptif histogram ekualisasi berguna untuk memperbaiki kontras pada citra. Perbedaan antara AHE dan CLAHE adalah, jika AHE beroperasi pada keseluruhan region pada citra, CLAHE beroperasi pada region kecil citra *grayscale* yang disebut dengan *tile*. Kontras pada tiap *tile* diperbaiki, *tile* yang saling bertetangga disambungkan dengan interpolasi bilinear.

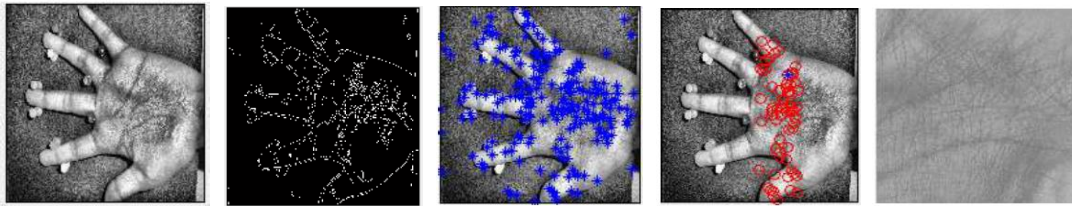
Tepi suatu citra memberi watak batasan-batasan citra. Tepi citra dapat didefinisikan sebagai piksel-piksel yang mengalami perubahan tajam pada skala keabuannya. Pendeteksian algoritma *canny* dilakukan berdasarkan konvolusi citra dengan operator keabuan.

Segmentasi *region properties of interest* (ROI) merupakan bagian terpenting dari identifikasi telapak tangan. Tahapan ini menentukan daerah telapak tangan yang diminati. Pada dasarnya, tahapan ini adalah mencocokkan fitur ROI telapak tangan yang diuji dengan fitur ROI telapak tangan acuan.

Centroid merupakan pusat masa dari sebuah daerah (*region*) yang dapat diperoleh dengan mencari properti daerah tersebut. Tahap pertama adalah penyempitan kandidat *centroid* sebesar 50 sampai 70 persen pada citra. Hasil dari penyempitan selanjutnya dilakukan perhitungan terhadap tiap kandidat *centroid*. Perhitungan ini menghitung besarnya area putih pada citra yang telah dibinerisasi. Proses segmentasi selanjutnya dilakukan jika *centroid* dengan area putih di atas 95 persen.

Proses terakhir dalam tahapan ini adalah *cropping* dan normalisasi. *Cropping* adalah pemotongan suatu citra menjadi matriks baru yang independen. Sedangkan normalisasi bertujuan untuk memperbaiki kesalahan ketidak sempurnaan pencahayaan pada saat akuisisi.

Gambar 6. Berikut ini merupakan gambar hasil dari proses-proses di atas secara berurutan:



Gambar 6. Gambar proses CLAHE, deteksi tepi canny, *region properties*, *segmentasi region properties*, *cropping* dan normalisasi intensitas
(Sumber: Mulyadi,2013)

c. Ekstraksi ciri

Teknik ekstraksi ciri yang digunakan adalah dimensi fraktal, yaitu metode box counting. Ekstraksi ciri ini dilakukan bertujuan untuk mendapatkan informasi penting dari tekstur telapak tangan. Citra yang akan diekstraksi menggunakan metode ini adalah citra biner hasil dari ekstraksi ciri menggunakan dimensi fraktal adalah berupa vektor ciri.

Tahapan dalam ekstraksi ciri menggunakan metode *box counting* adalah terlebih dulu menentukan nilai s yang digunakan. Kemudian menentukan nilai ambang citra biner sebagai parameter. Selanjutnya menentukan nilai ambang dalam persen dari jumlah kotak yang terisi objek. Setelah parameter-parameter tersebut ditentukan, dilakukan proses sesuai metode *box counting* dan dilakukan penghitungan nilai dimensi menggunakan persamaan (4). Proses tersebut dilakukan berulang kali sesuai jumlah data citra telapak tangan.

d. Pencocokan atau identifikasi nilai dimensi fraktal

Tahapan ini digunakan untuk menentukan tingkat kesamaan (similarity degree) dan ketidaksamaan (dissimilarity degree). Tingkat kesamaan ditentukan dari suatu nilai. Dari nilai tersebut, dua vector ciri yaitu vektor uji dari hasil ekstraksi ciri dan vector acuan dapat dikatakan mirip atau tidak. Nilai tingkat kesamaan tersebut didapatkan dari perhitungan koefisien korelasi. Koefisien korelasi adalah pengurangan nilai koordinat dengan nilai mean, yang nilainya berkisar antara -1 dan +1. Koefisien korelasi menghitung nilai kesamaan, dibandingkan dengan nilai ketidaksamaan. Jika nilai koefisien korelasi semakin besar, tingkat kesamaan antara dua vector semakin besar, data semakin mirip dan berlaku juga sebaliknya. Perbandingan koefisien korelasi dinyatakan dengan persamaan berikut:

$$S_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n (X_{ik} - \bar{X}_i) \cdot (X_{jk} - \bar{X}_j)}{[\sum_{k=1}^n (X_{ik} - \bar{X}_i)^2 \cdot \sum_{k=1}^n (X_{jk} - \bar{X}_j)^2]^{\frac{1}{2}}}$$

Dengan

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_{ik} \text{ dan } \bar{X}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_{jk}.$$

Hasil yang didapatkan pada penelitian ini adalah dari 30 data uji, metode identifikasi menggunakan dimensi fraktal box counting berhasil melakukan proses klasifikasi dengan benar sebanyak 25 data. Sehingga persentase keberhasilannya adalah sebesar 83,33%. Terjadinya ketidak tepatan klasifikasi pada 5 data uji tersebut diidentifikasi terjadi pada proses akuisi citra dan proses pengolahan citra awal yang masih kurang sempurna.

4 Kesimpulan

Fraktal sejak pertama kali diperkenalkan oleh Mandelbrot pada tahun 1977 telah mengalami perkembangan yang sangat pesat. Hal itu terbukti dan disebabkan oleh beragamnya kegunaan fraktal. Seperti telah dijabarkan sebelumnya, “Analisis fraktal curah hujan bulanan Kota Pontianak dengan metode Eksponen Hurst”, dan “Sistem identifikasi telapak tangan dengan metode dimensi fraktal Box Counting” merupakan beberapa contoh dari penerapan dimensi fraktal pada bidang biosains. Namun dalam penggunaannya fraktal tidak hanya dapat diterapkan di bidang biosains saja, melainkan juga dalam banyak bidang lainnya.

Referensi

- [1] Mandelbrot, B. B. 1983. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W.H Freeman and Company.
- [2] Mulyadi, M. I., dkk. 2013. Sistem Identifikasi Telapak Tangan Menggunakan Ekstraksi Ciri Berbasis Dimensi Fraktal. *TRANSIENT*. ISSN 2302-9927. Vol. 2 (3).
- [3] Sampurno, J. 2011. Analisis Fraktal Curah Hujan Bulanan Kota Pontianak Dengan Metode Eksponen Hurst. *Spektra: Jurnal Fisika dan Aplikasinya*. Vol. 12 (2): 1-4.
- [4] Satria, 2013. Analisis Fraktal Frekuensi Kegempaan Di Daerah Pantai Barat Sumatera. *PRISMA FISIKA*. ISSN : 2337-8204. Vol. I (3): 128-131
- [5] Sekawati, L. 2013. Teknik Penggambaran Bentuk dan Citra Alamiah Berbasis Dimensi Fraktal. *Makalah IF2120 Matematika Diskrit – Sem. I 2012/2013*. Bandung: Institut Teknologi Bandung.