

УДК 621.372.061

**АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ КВАЗИОПТИМАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ
ОПТИМИЗАЦИИ АНАЛОГОВЫХ ЦЕПЕЙ***Земляк А.М., к.т.н., доцент**Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт», г. Киев, Украина*

Одной из важных задач проектирования электронных систем является сокращение времени оптимизации цепей. Сокращение процессорного времени позволяет повысить качество проектирования и сократить расходы. Традиционные идеи уменьшения времени анализа цепей основаны на использовании техники разреженных матриц и декомпозиционных методов. Выяснилось, что возможно сократить время проектирования цепей, если воспользоваться идеей, выдвинутой в работе [1], связанной с отказом от соблюдения законов Кирхгофа в процессе оптимизации. Эта идея была реализована в двух системах проектирования [2-3] в своем экстремальном варианте, при полном отказе от соблюдения законов Кирхгофа. Более общая постановка задачи проектирования была дана в работах [4-6] на основе формулирования задачи проектировании аналоговых цепей в терминах теории управления. В этом случае, в рамках обобщенной методологии, появляется множество различных стратегий проектирования, и требуется выбрать одну или несколько стратегий, реализующих процесс оптимизации электронной цепи за минимально возможное время. Основным инструментом при этом является вектор управляющих функций, позволяющий перераспределить затраты машинного времени между задачей анализа и процедурой оптимизации. При этом процедура оптимизации цепи формулируется как управляемый динамический процесс [7]. В работах [4-6] было показано, что традиционная стратегия проектирования не является оптимальной по времени. Построенная квазиоптимальная стратегия имеет выигрыш во времени, который возрастает при увеличении размеров и сложности проектируемой системы. При этом для построения оптимальной стратегии проектирования важнейшее значение имеет структура вектора управляющих функций. Именно оптимальная структура этого вектора и определяет оптимальную, в смысле быстродействия, стратегию проектирования. Для сравнительного анализа различных стратегий проектирования в работе [8] введена специальная функция, позволяющая выбрать наиболее перспективные стратегии. Эта же функция может быть использована для выявления оптимальной структуры вектора управляющих функций.

Задача проектирования аналоговой электронной цепи в соответствии с

предложенной методологией [4-7], определяется как динамический управляемый процесс. Этот процесс определяется дифференциальными или разностными уравнениями для переменных состояния, в зависимости от выбранной формулировки процедуры оптимизации с ограничениями, непрерывной или дискретной. В качестве системы ограничений для процедуры оптимизации выступает математическая модель электронной цепи.

В непрерывной форме процедура оптимизации может быть записана как следующая система дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(X, U), \quad i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где правые части уравнений, т.е. функции $f_i(X, U)$, определяются методом оптимизации и, например, для градиентного метода имеют вид:

$$f_i(X, U) = -\frac{\delta}{\delta x_i} F(X, U) \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, K$$

$$f_i(X, U) = -u_{i-K} \frac{\delta}{\delta x_i} F(X, U) + \frac{(1-u_{i-K})}{dt} [-x'_i + \eta_i(X)] \quad (2')$$

$$i = K+1, K+2, \dots, N$$

В качестве ограничений оптимизационной процедуры выступает математическая модель электронной цепи:

$$(1-u_j) g_j(X) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (3)$$

где $X \in R^N$, $X = (X', X'')$, $X' \in R^K$ есть вектор независимых переменных и $X'' \in R^M$ есть вектор зависимых переменных, M есть число зависимых переменных электронной цепи, K число независимых переменных, N общее число переменных ($N=K+M$). Функции $g_j(X)$ для всех j являются уравнениями модели цепи. Функция $F(X, U)$ является обобщенной целевой функцией, U есть вектор управляющих функций $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$, где $u_j \in \Omega$, $\Omega = \{0; 1\}$. Обобщенная целевая функция процесса проектирования $F(X, U)$ может быть определена, например, следующим выражением:

$$F(X, U) = C(X) + \psi(X, U), \quad (4)$$

где $C(X)$ есть неотрицательная функция цели процедуры оптимизации и $\psi(X, U)$ есть дополнительная штрафная функция, определяемая следующим выражением:

$$\psi(X, U) = \frac{1}{\varepsilon} \sum_{j=1}^M u_j \cdot g_j^2(X). \quad (5)$$

Подобная формулировка задачи проектирования позволяет перераспределять затраты процессорного времени между решением задач (1) и (3). При этом вектор U является основным инструментом описанной методологии и управляет динамическим процессом приведения обобщенной це-

левой функции $F(X, U)$, а значит и целевой функции $C(X)$ к минимуму за возможно минимальное время. В такой постановке задача поиска оптимальной по времени стратегии проектирования формулируется как типичная задача минимизации функционала, каковым является процессорное время, путем поиска оптимального управляющего вектора U .

При анализе динамических свойств процесса проектирования в предыдущих работах [7-8] было введено и обосновано понятие функции Ляпунова процесса проектирования. Было показано, что имеется тесная взаимосвязь между процессорным временем проектирования и свойствами функции Ляпунова. Как показано в работе [8], функцию Ляпунова можно определить, например, на основе обобщенной целевой функции:

$$V(X, U) = [F(X, U)]^r, \quad (6)$$

где степень $r > 0$.

Задача поиска минимального по времени алгоритма проектирования, с точки зрения теории управления, может быть сформулирована как задача поиска переходного процесса с минимальным временем установления. Основным инструментом при этом служит управляющий вектор U , позволяющий изменять структуру функций $f_i(X, U)$ и, в соответствии с этим [9-10], изменять время переходного процесса. При анализе различных стратегий проектирования более информативной функцией оказалась нормализованная функция Ляпунова $W = \dot{V}/V$. В работе [8] проанализировано поведение функции $W(t)$ в процессе оптимизации различных цепей. Показано, что наблюдается сильная корреляция между поведением функции $W(t)$ в процессе проектирования и процессорным временем. Это означает также, что эту функцию можно использовать для поиска оптимальной структуры вектора управляющих функций, позволяющего минимизировать время оптимизации цепи. При этом основной задачей является поиск одной или не-

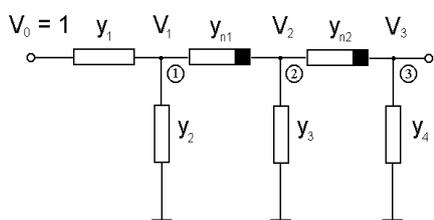


Рис. 1

скольких точек переключения с одной стратегии на другую, что математически означает изменение компонент вектора управляющих функций с 0 на 1 или с 1 на 0 в нужный момент времени.

Рассмотрим ряд примеров. На рис. 1 изображена цепь, имеющая три узла. Нелинейные элементы определены следующими зависимостями: $y_{n1} = a_{n1} + b_{n1} \cdot (V_1 - V_2)^2$, $y_{n2} = a_{n2} + b_{n2} \cdot (V_2 - V_3)^2$. Вектор X включает семь компонент: $x_1^2 = y_1$, $x_2^2 = y_2$, $x_3^2 = y_3$, $x_4^2 = y_4$, $x_5 = V_1$, $x_6 = V_2$, $x_7 = V_3$. Модель цепи (3) включает три уравнения ($M=3$), и оптимизационная процедура (1)-(2) включает семь уравнений. Цепь характеризуется тремя зависимыми переменными, и управляющий вектор состоит из трех

компонент: $U=(u_1, u_2, u_3)$. Полный структурный базис стратегий проектирования содержит восемь различных стратегий со следующими значениями управляющего вектора: (000), (001), (010), (011), (100), (101), (110), (111). Поскольку стратегия полностью определяется соответствующим ей управляющим вектором, в дальнейшем любую стратегию можно таким способом и определить.

В работе [11] было показано, что переключение вектора управляющих функций со стратегии (111) на (000) позволяет реализовать эффект ускорения и значительно сократить процессорное время. В то же время подобный эффект появляется только в случае переключения стратегий на определенном оптимальном шаге или вблизи него. Следовательно, нахождение этой оптимальной точки переключения или точек переключения и является основной задачей построения оптимальной или точнее квазиоптимальной структуры вектора управляющих функций U . Анализ поведения функций $V(t)$ и $W(t)$ позволяет определить оптимальную позицию точки переключения управляющего вектора.

Принимая во внимание ранее сформулированные условия поиска квазиоптимальной структуры управляющего вектора, определим структуру квазиоптимальной стратегии, состоящей из двух частей. Первая часть определяется управляющим вектором (111) и соответствует модифицированной традиционной стратегии проектирования (МТСП), и вторая часть определяется управляющим вектором (000), что соответствует традиционной стратегии проектирования (ТСП).

Нахождение оптимальной точки переключения является основной целью анализа. Последовательное изменение точки переключения осуществлялось, начиная со 2-го шага оптимизационной процедуры (1) и до 20-го. Результаты детального исследования зависимости процессорного времени от точки переключения в окрестности оптимальной точки приведены в табл. 1.

Таблица 1

N	Точка перекл.	Число итераций	Процессорное время, с
1	6	8409	0,659
2	7	6408	0,502
3	8	3141	0,246
4	9	1234	0,096
5	10	3310	0,259
6	11	5918	0,464
7	12	7404	0,581

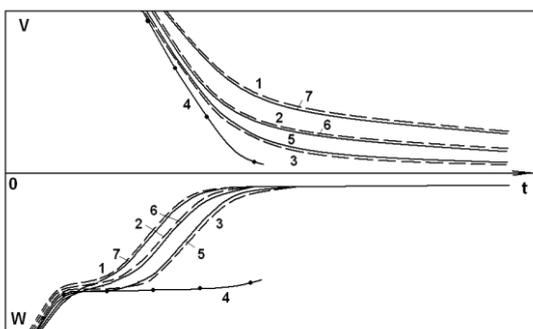


Рис. 2

Видно, что точка переключения, соответствующая шагу 9, является оптимальной. Точки переключения, лежащие как до, так и после оптимальной, приводят к возрастанию полного процессорного времени проектирования. Поведение функций $V(t)$ и $W(t)$ в течение процесса проектирования, соответствующее данным этой таблицы, показано на рис. 2 для семи различных

точек переключения, находящихся вблизи оптимальной. Пунктирные линии соответствуют зависимостям, полученным для точек переключения, находящимся до оптимальной точки, а сплошные линии соответствуют точкам переключения, находящимся за оптимальной. Зависимости функций $V(t)$ и $W(t)$ на начальном интервале процесса проектирования в большем масштабе приведены на рис. 3.

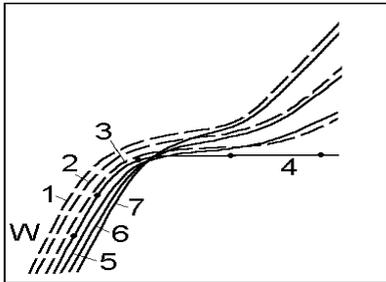


Рис. 3

Можно отметить очень сильную корреляцию между поведением функции $W(t)$ и полным процессорным временем оптимизации цепи. Кривые, соответствующие точкам переключения, находящимся до оптимальной, проведены пунктирными линиями, а после оптимальной – сплошными. В том случае, когда номер шага n , соответствующий точке пере-

ключения управляющего вектора находится достаточно далеко от оптимального, соответствующего номеру шага 9, поведение функции $W(t)$ при различных точках переключения определяется простым сдвигом вправо кривой, описывающей эту функцию. При $n < 7$ наблюдается семейство как бы «параллельных» кривых, в том смысле, что сдвинутые кривые не пересекаются. При приближении слева к оптимальной точке переключения, соответствующей шагу 9, кривые по-прежнему не пересекаются, однако они отходят друг от друга на значительно большее расстояние в области, предшествующей достижению функцией Ляпунова $V(t)$ минимальных значений (кривые 1, 2 и 3, рис. 2). При этом справедливым является вывод, что, чем ниже проходит функция $W(t)$ для некоторой стратегии (т.е. чем больше ее абсолютное значение), тем меньшее процессорное время соответствует этой стратегии, что видно из таблицы 1. Кривая 4 соответствует оптимальной точке переключения, и функция $W(t)$ при этом проходит ниже остальных. При дальнейшем увеличении номера шага точки переключения зависимость $W(t)$ изменяется существенно. Кривые 5, 6, 7, соответствуют точкам переключения, находящимся на шагах, превышающих оптимальное значение, и в этом случае наблюдается взаимопересечение кривых. Кривые 5, 6, 7, начиная с некоторого момента проходят выше кривой 4, т.е. оптимальная точка переключения соответствует наибольшему по абсолютной величине значению функции $W(t)$. Это означает, что переключение с одной стратегии на другую после оптимальной точки приводит к качественному изменению в поведении функции $W(t)$, т.е. оптимальная точка переключения является точкой бифуркации. Эта характеристика оптимальной точки переключения является определяющей при ее поиске.

Шаг процедуры оптимизации, соответствующий точке пересечения кривых 5 и 4, равен 15. Это означает, что, начиная с этого шага, оптимальная позиция точки переключения становится известной, то есть становится

известной структура квазиоптимальной стратегии проектирования. Используя это знание и двигаясь уже по квазиоптимальной траектории, мы решаем задачу проектирования за минимально возможное процессорное время.

Исследование активной цепи трехкаскадного транзисторного усилителя, представленного на рис. 4, приводит к аналогичным результатам.

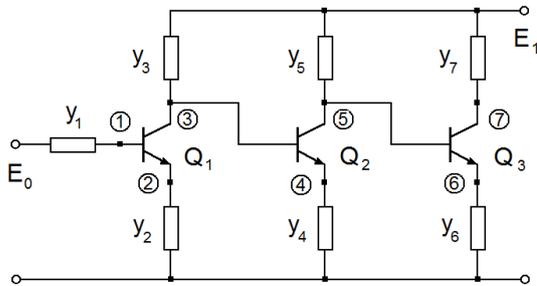


Рис. 4

Вектор X включает четырнадцать компонент: $x_1^2 = y_1$, $x_2^2 = y_2$, $x_3^2 = y_3$, $x_4^2 = y_4$, $x_5^2 = y_5$, $x_6^2 = y_6$, $x_7^2 = y_7$, $x_8 = V_1$, $x_9 = V_2$, $x_{10} = V_3$, $x_{11} = V_4$, $x_{12} = V_5$, $x_{13} = V_6$, $x_{14} = V_7$. Модель цепи (3) включает семь уравнений ($M=7$), и процедура оптимизации (1) включает четырнадцать

уравнений. Управляющий вектор состоит из семи компонент $U=(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7)$, и структурный базис включает 128 различных стратегий.

В качестве модели транзистора использовалась статическая модель Эберса-Молла, реализуемая в системе SPICE [12]. Целевая функция определена как сумма квадратов разностей между заранее заданными и текущими значениями напряжений на переходах транзисторов. В данном примере использовалась квазиоптимальная стратегия, включающая две точки переключения. Первая точка n соответствовала переключению с МТСП с управляющим вектором (111111) на ТСП с управляющим вектором (000000). Вторая точка соответствовала обратному переключению с ТСП

Таблица 2

N	Точка перекл. 1	Точка перекл. 2	Число итераций	Процессорное время, с
1	10	16	8187	154,30
2	11	17	7432	140,04
3	12	18	6125	115,36
4	13	19	2087	39,14
5	14	20	10259	193,33
6	15	21	11610	218,80
7	16	22	12372	233,16

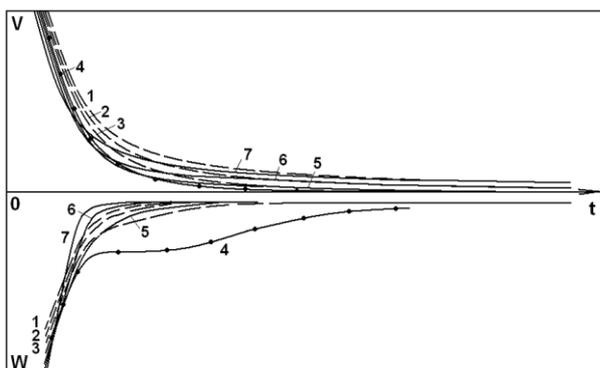


Рис. 5

на МТСП на шаге $n+6$. То есть традиционная стратегия проектирования с управляющим вектором (000000) использовалась на шести шагах оптимизационной процедуры.

Результаты исследования зависимости процессорного времени от точки переключения в окрестности оптимальной точки n , соответствующей шагу 13,

приведены в табл. 2. Поведение функций $V(t)$ и $W(t)$ в течение процесса проектирования показано на рис. 5.

В данном примере, также как и в предыдущем, оптимальная точка является точкой бифуркации в том смысле, что характер поведения функции $W(t)$ изменяется качественно при переходе через эту точку. Кривая 4 соответствует оптимальной точке переключения и имеет максимальное по абсолютной величине значение функции $W(t)$, начиная с некоторого шага оптимизации. Этот шаг отстоит от точки переключения на некотором расстоянии, что приводит к определенным временным потерям при решении вопроса об оптимальности точки переключения.

Обобщая полученные результаты, можно сделать следующий вывод – поведение относительной временной производной функции Ляпунова процесса проектирования $W = \dot{V}/V$ вполне определяет оптимальную точку (оптимальные точки) переключения с одной стратегии на другую. При этом, построенная стратегия позволяет реализовать ранее обнаруженный эффект ускорения и является квазиоптимальной в том смысле, что обеспечивает минимальное время оптимизации электронной цепи среди всех стратегий, имеющих одну или две точки переключения.

Литература

1. Каширский И.С., Трохименко Я.К. Обобщенная оптимизация электронных схем.– Киев: Техника.– 1979.– 192 с.
2. Rizzoli V., Costanzo A., Cecchetti C. Numerical optimization of broadband nonlinear microwave circuits // IEEE MTT-S Int. Symp.– 1990, Vol. 1.– pp. 335–338.
3. Ochotta E. S., Rutenbar R. A., Carley L. R. Synthesis of high-performance analog circuits in ASTRX/OBLX // IEEE Trans. on CAD.– 1996.– Vol. 15, № 3.– pp. 273–294.
4. Zemliak A.M. Analog System Design Problem Formulation by Optimum Control Theory // IEICE Trans. Fundamentals Electron., Communic. and Computer Sciences.– 2001.– Vol. E84-A., № 8.– pp. 2029–2041.
5. Земляк А. М. Проектирования аналоговых цепей методами теории управления. I. Теория // Изв. вузов: Радиоэлектроника.– 2004.– № 5.– С. 18–28.
6. Земляк А.М. Проектирования аналоговых цепей методами теории управления. II. Численные результаты // Изв. вузов: Радиоэлектроника.– 2004.– № 6.– С. 65–71.
7. Земляк А.М. Проектирования аналоговой системы как управляемый динамический процесс // Нелинейный мир.– 2006.– № 11.– С. 609–618.
8. Земляк А.М. Сравнительный анализ функции Ляпунова различных стратегий проектирования аналоговых цепей. // Изв. вузов: Радиоэлектроника.– 2008.– Т. 51, № 5.– С. 3–11.
9. Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости.–М.: Наука, 1967.–223 с.
10. Rouche N., Habets P., Laloy M. Stability Theory by Liapunov's Direct Method.– N.Y.: Springer-Verlag. – 1977.
11. Zemliak A.M. Acceleration Effect of System Design Process, IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences.– 2002. – Vol. E85-A, № 7.– pp. 1751-1759.
12. Massobrio G., Antognetti P. Semiconductor Device Modeling with SPICE.– N.Y.:

Mc. Graw-Hill, Inc.– 1993.

Земляк О.М. Аналіз структури квазіоптимальної стратегії оптимізації аналогових кіл. Застосування теорії оптимального управління дозволило узагальнити методологію оптимізації аналогових кіл. Завдання пошуку мінімальної за часом стратегії оптимізації кола сформульоване як класичне завдання оптимізації функціонала теорії оптимального управління. Основним інструментом при цьому є вектор керуючих функцій, що дозволяє перерозподіляти витрати процесорного часу між завданням аналізу кола і процедурою параметричної оптимізації. Введена раніше спеціальна функція, що є нормалізованою функцією Ляпунова процесу проектування, дозволяє знайти оптимальну або квазіоптимальну структуру вектора керуючих функцій для мінімізації часу процесу оптимізації кола.

Ключові слова – оптимізація аналогових кіл, теорія управління, керуючий вектор, оптимальний алгоритм проектування, функція Ляпунова процесу проектування, оптимальні точки перемикання.

Земляк А.М. Анализ структуры квазиоптимальной стратегии оптимизации аналоговых цепей. Применение теории оптимального управления позволило обобщить методологию оптимизации аналоговых цепей. Задача поиска минимальной по времени стратегии оптимизации цепи сформулирована как классическая задача оптимизации функционала теории оптимального управления. Основным инструментом при этом является вектор управляющих функций, позволяющий перераспределять затраты процессорного времени между задачей анализа цепи и процедурой параметрической оптимизации. Введенная ранее специальная функция, являющаяся нормализованной функцией Ляпунова процесса проектирования, позволяет найти оптимальную или квазиоптимальную структуру вектора управляющих функций для минимизации времени процесса оптимизации цепи.

Ключевые слова – оптимизация аналоговых цепей, теория управления, управляющий вектор, оптимальный алгоритм проектирования, функция Ляпунова процесса проектирования, оптимальные точки переключения.

Zemliak A. Analysis of structure of quasi-optimal strategy for optimization of analog circuits. Application of optimal control theory allowed generalizing methodology of analog circuit optimization. The problem of search of minimum at times strategy of circuit optimization is formulated as a classic problem of optimization of functional of optimal control theory. A basic instrument here is a vector of control functions, allowing redistributing the expenses of processor time between the task of circuit analysis and procedure of parametric optimization. Introduced before special function, being the normalized Lyapunov function of designing process, allows finding the optimum or quasi-optimum structure of vector of control functions for minimization of circuit optimization process time.

Keywords – optimization of analog circuits, the control theory, control vector, optimum algorithm of designing, Lyapunov function of designing process, optimum switch points.