

Analýza stability a kritické délky axiálně zatížených vertikálních nosníků

Ing. Štěpán Dyk¹, Prof. Ing. Vladimír Zeman, DrSc.²

1 Úvod

Při analýze konstrukcí je kromě mezních stavů daných pevnostními charakteristikami důležité uvážit rovněž aspekt stability. Elementární částí konstrukce může být např. prut namáhaný osovou silou. Tento příspěvek se zabývá analýzou stability vertikálního prutu s uvažováním vlivu gravitace a osově síly. Oproti standardním statickým přístupům [Zajíček & Adámek (2010)] vychází z dynamické analýzy, při níž je sledována závislost vlastních frekvencí konzervativního systému na osově síle. Takový stav systému, při němž je první vlastní frekvence nulová, resp. kdy se tato stává ryze imaginární, je označován jako labilní.

2 Matematický model axiálně zatíženého vertikálního nosníku v homogenním gravitačním poli a testované aplikace

Pro odvození matematického modelu kmitání osově zatížených nosníků byla použita metoda konečných prvků (MKP) za předpokladu pouze ohybových kmitů a platnosti Rayleighovy teorie pro jednorozměrná, příčně nestlačitelná kontinua. Matematický model takového konečného prvku je uveden např. v [Byrtus et al. (2010)]. Po rozšíření o vliv osově síly a vliv gravitační síly lze např. aplikací Lagrangeových rovnic druhého druhu [Zeman & Hlaváč (2004)] odvodit konzervativní matematický model ve tvaru

$$M\ddot{q}(t) + K(F_0)q(t) = 0, \quad M, K \in \mathbb{R}^{n,n}, \quad q \in \mathbb{R}^n, \quad F_0 \in \mathbb{R} \quad (1)$$

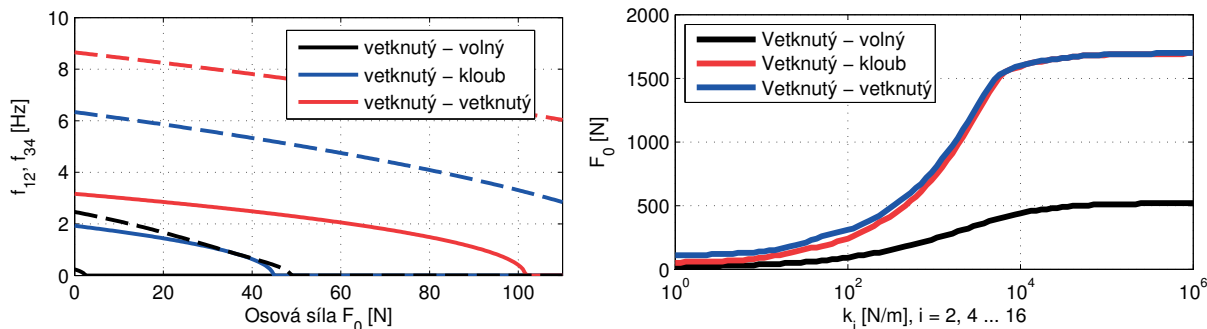
kde M a K jsou matice hmotnosti a tuhosti, q je vektor zobecněných souřadnic, F_0 je osová síla a n je počet stupňů volnosti systému. Koeficientové matice vzniknou tzv. energetickou sumací koeficientových matic dílčích elementů. Matice tuhosti je změkčována tlakovou osovou silou a řešení problému vlastních hodnot [Zeman & Hlaváč (2004)] takového systému je tedy závislé na osově síle.

Analýza stability byla testována na příkladu osově zatíženého palivového proutku (PP) užívaného v palivových souborech reaktorů typu VVER1000. Proutek byl diskretizován na 18 elementů při uvážení různých okrajových podmínek – zdola vetknutý a shora volný, kloubně uložený nebo vetknutý. V úrovních vybraných uzlů $i = 2, 4, \dots, 16$ PP jsou uvažovány pružné podpěry k_i simulující distanční mříže palivového souboru. Obr. 1 ukazuje závislost prvních dvou párů vlastních frekvencí na osově síle a hranici stability pro různé typy okrajových podmínek. Hranice stability je definována tuhostmi k_i a osovou silou F_0 takovou, že první vlastní frekvence systému se stává nulovou.

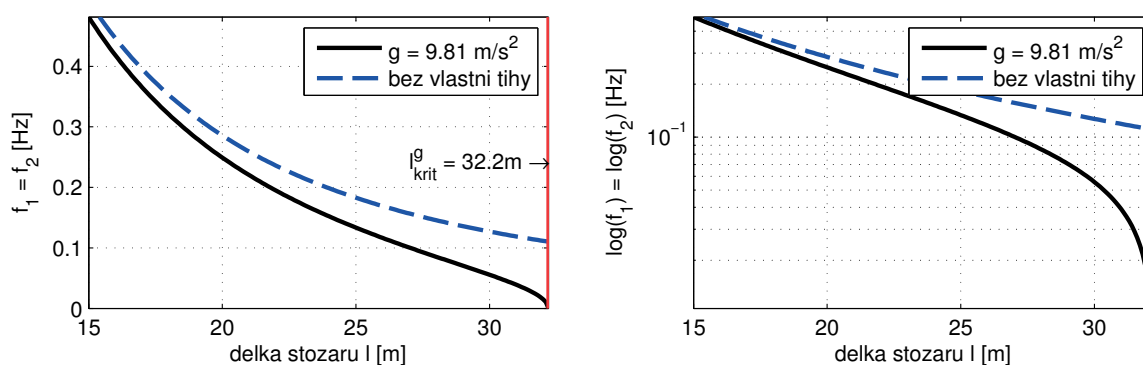
Další testovanou aplikací byla analýza kritické délky vertikálního stožáru. Při uvažování

¹ student doktorského studijního programu Aplikované vědy a informatika, obor Mechanika, specializace Aplikovaná mechanika, e-mail: stepan24@kme.zcu.cz

² Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, Katedra mechaniky, e-mail: zemanv@kme.zcu.cz



Obrázek 1: Závislost prvních dvou párů vlastních frekvencí na osově síle při $k_i = 0$ (vlevo) a hranice stability (vpravo) pro různé typy okrajových podmínek



Obrázek 2: Závislost první vlastní frekvence stožáru na jeho délce

pouze vlivu gravitační síly lze sledovat závislost první vlastní frekvence systému na délce stožáru a určit délku, při níž dojde k poklesu vlastní frekvence systému na nulovou hodnotu, a tedy ke ztrátě stability. Byl uvažován dřevěný stožár kruhového průřezu podle [Höschl (2012)] a diskretizace na dva konečné elementy, která se ukazuje v daném případě jako dostačující. Obr. 2 ukazuje závislost první vlastní frekvence na délce stožáru pro konkrétní hodnoty parametrů.

Odvozený matematický model vertikálního prutu pod vlivem osově síly a gravitace lze dále využít v rozsáhlejších modelech pro simulace dynamického chování kmitajících systémů.

Poděkování

Tento příspěvek byl podpořen z grantu SGS-2013-036.

Literatura

- Byrtus, M. – Hajžman, M. – Zeman, V.: *Dynamika rotujících soustav*. Západočeská univerzita v Plzni, 2010, ISBN 978-80-7043-953-1.
- Höschl, C.: Nedosazitelné cíle a marné naděje. *Bulletin ČSM*. 2012, No. 2.
- Zajíček, M., Adánek, V.: *Vzpěr prímých prutů*, 2009, dostupné z [www: http://www.kme.zcu.cz/kmet/pp2/](http://www.kme.zcu.cz/kmet/pp2/).
- Zeman, V. – Hlaváč, Z.: *Kmitání mechanických soustav*. Západočeská univerzita v Plzni, 2004, ISBN 80-7043-337-X.