COPPEAD/UFRJ

RELATÓRIO COPPEAD N.º 308

MODELOS PARA OTIMIZAR A ADMINISTRAÇÃO DE CAIXA: UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Newton C.A. da Costa Jr.*
Valter Saurin**

Julho, 1996

* Newton C. A. da Costa Jr. Professor do COPPEAD/UFRJ.

** Valter Saurin Departamento de Administração / UFSC.

RESUMO

Este artigo é uma pesquisa bibliográfica sobre alguns dos principais modelos de otimização do nível de caixa que podem ser usados por uma empresa. São apresentados desde modelos determinísticos adaptados de modelos de controle de estoques, até modelos estocásticos que usam conceitos financeiros da teoria de portfólio. Também são abordadas as características de administração de caixa em regime inflacionário.

PALAVRAS-CHAVE

Estratégias de Administração de Caixa, otimização de caixa, administração de caixa e inflação.

ABSTRACT

This paper is a bibliographical research about some of the main cash balance optimization models that can be applied to a firm. From the deterministic models adapted from inventory models to stochastic models that use the financial concepts of the portfolio theory are presented. It is also focused cash management under inflation.

KEY WORDS

Cash management strategies, cash optimization, cash management and inflation.

1 INTRODUÇÃO

A administração de caixa é fundamental para a empresa, uma vez que a insuficiência de caixa pode provocar até a falência. O demonstrativo de resultado da empresa pode mostrar lucros elevados, e assim mesmo a empresa pode ter problemas de caixa, porque o mesmo é feito com base no regime de competência das respectivas receitas e despesas. O regime de caixa, no entanto, é feito com base nas efetivas entradas e saídas de dinheiro.

Caixa é um ativo não produtivo, por isso, o seu valor deve ser minimizado, mas, por outro lado, isso afeta a liquidez, sendo por tanto o risco de falta de liquidez o fator que obriga a empresa a manter caixa.

Assim, há um conflito constante entre liquidez e lucratividade, que está presente em todas as decisões financeiras. E o saldo de caixa deve ser regulado continuamente para permanecer num montante mínimo.

Por intermédio do estudo do fluxo de caixa procura-se analisar o deslocamento de dinheiro através de uma empresa. Em outras palavras, partindo do "disponível" (caixa), verifica-se os caminhos percorridos pelo dinheiro e, principalmente, de operações que aumentem ou diminuam o nível do saldo disponível (caixa), conforme mostrado na figura 1.

FIGURA 1

Estrutura do Fluxo de Caixa Operacional de Uma Empresa

Caixa é o denominador comum ao qual todos os ativos líquidos podem ser convertidos. Os títulos negociáveis são quase-caixa e juntos constituem os ativos mais líquidos da empresa e formam um agregado de recursos para pagar as contas no vencimento e cobrir desembolsos imprevistos, reduzindo desta maneira a ocorrência de uma crise de liquidez e o risco de insolvência.

Portanto, a administração de caixa envolve a administração do dinheiro e dos títulos negociáveis, de forma que maximize a eficácia dos recursos líquidos da empresa e o retorno de fundos temporariamente ociosos.

Assim, de acordo com PUGGINA (1981), caixa e quase-caixa têm a função fundamental de permitir a liquidez imediata da empresa. E caixa deve ser analisado dentro do contexto geral do nível de capital de giro da empresa.

A estratégia básica na administração de caixa consiste em reduzir o espaço de tempo entre o pagamento pelos clientes e o recebimento do dinheiro de forma a torná-lo disponível para a empresa.

O conflito entre risco versus retorno na liquidez está presente em todas as decisões sobre caixa. Quanto maior a liquidez, menor o risco de insolvência e mais capacidade a empresa terá de pagar seus débitos no vencimento sem despesas de mora. Mas, por outro lado, menos retorno terá com a aplicação em títulos negociáveis ou outras formas que proporcionem um retorno líquido para a empresa.

Numa economia inflacionária, os ativos monetários são corroídos com maior rapidez, portanto, uma cuidadosa política de administração de caixa torna-se essencial para a sobrevivência da empresa. E, dentro dessa política, o uso de modelos quantitativos que minimizem o nível de caixa dentro de um período de planejamento preestabelecido reveste-se de grande importância.

Deve-se, também, salientar que os modelos apresentados nesta pesquisa bibliográfica não foram feitos para serem aplicados cegamente. Modelos são representações simplificadas da realidade que tentam captar os elementos essenciais de um problema de decisão. Assim, mesmo dentro de um ambiente sem inflação, eles não vão proporcionar uma resposta "exata". Talvez, a maior utilidade destes modelos de administração de caixa aqui apresentados seja mostrar ao administrador financeiro as variáveis que são mais importantes no processo de decisão e os seus inter-relacionamentos.

A seguir são apresentados os principais modelos de administração de caixa, sendo que em alguns deles supõe-se que a inflação esteja incorporada nas taxas de juros praticadas pelo mercado, ou que se trabalhe com moeda constante, e, em outros, que a inflação seja mais uma variável a ser incorporada ao modelo. Na penúltima parte são tecidas algumas considerações sobre as características de administração de caixa em regime inflacionário. E, finalmente, a última parte conclui o trabalho.

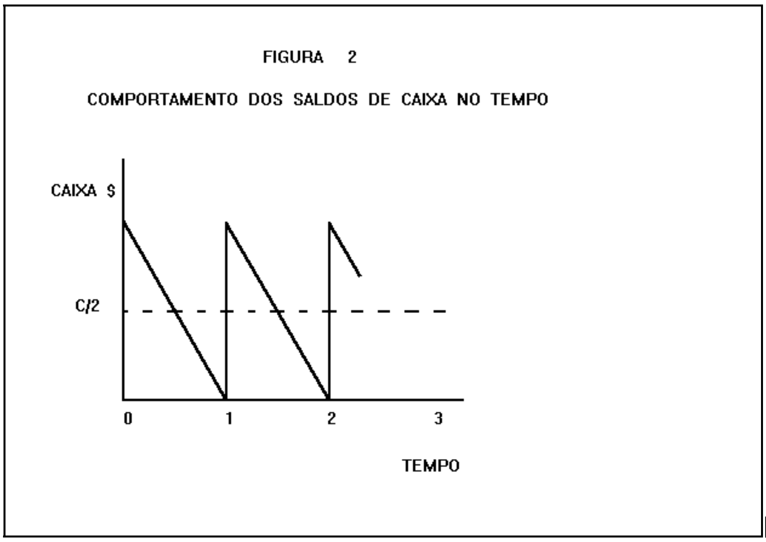
2 MODELOS DE ADMINISTRAÇÃO DE CAIXA

2.1 O Modelo Tipo Estoque de BAUMOL

Modelos do tipo estoque têm sido usados como meio de auxiliar administradores financeiros na determinação do nível ótimo de caixa.

O modelo considerado clássico é aquele de BAUMOL (1952), que aplica à administração do caixa o modelo do "ponto ótimo de pedido (economic ordering quantity = EOQ)".

FIGURA 2



Erro! O argumento da opção não foi especificado.

Em essência, BAUMOL reconhece as similaridades dos estoques e do caixa do ponto de vista financeiro. Em outras palavras, pode-se simplificar dizendo que o caixa é o estoque dos meios de pagamento da empresa e, como os estoques de mercadorias, são mantidos para uso no momento apropriado.

No caso de estoques, existem custos de emissão e manipulação de cada pedido que torna cara a manutenção de inventário em um nível zero, fazendo-se o pedido somente quando produtos são necessários para imediato consumo. Porém, existem custos envolvidos na manutenção dos estoques, o que significa a existência de um nível ótimo de estoque que minimiza o custo total, dado pela soma dos custos de emissão e dos custos de manutenção de estoque.

Com relação a caixa e quase-caixa, podem ser identificadas certas características que são similares à administração de estoques. Como por exemplo: os custos na forma de comissões antecipadas ou taxas de desconto, cujo percentual é fixo e ocorrem a cada transação; a manutenção de saldos de caixa também representa para a empresa custos de oportunidades, já que o dinheiro poderia ser investido numa atividade rentável; e os custos relacionados à falta de dinheiro, a exemplo do que acontece com os estoques. Pode-se mesmo dizer que, como o estoque, existe um nível ótimo de caixa que minimiza estes custos.

Em sua forma mais operacional, o modelo de BAUMOL pressupõe que o nível de caixa da empresa se comporta, no tempo, de forma "dentada" como a mostrada na figura 2. Os recebimentos, aqui, acontecem em intervalos periódicos (tempo 0,1,2,3, etc.) e os gastos são pressupostamente contínuos através dos períodos.

Para estudo do modelo, suponha-se que, no decorrer de um dado período, um indivíduo pagará T cruzeiros de uma forma uniforme. Ele pode obter o dinheiro em uma de duas alternativas: ou ele se desfaz de parte de seus investimentos em outros ativos que não o caixa, ou pede emprestado. Em ambos os casos, há um custo do dinheiro envolvido, sob a forma de juros ou sob a forma de "custo de oportunidade". Admita, ainda, que o dinheiro será utilizado ou sacado em um montante C, ao começo de cada período. Suponha-se também, que os custos fixos são de *b* cruzeiros, a cada utilização de C. Neste caso, qualquer valor de C, igual ou menor que T, permitirá a este indivíduo fazer frente aos seus compromissos. Por exemplo, se tem $100 ele poderá fazer face aos seus pagamentos sacando $50/semestre ou $25/trimestre etc. Em outras palavras, ele fará T/C saques ao longo do ano, ao custo total fixo de *b*T/C.

Dentro do período, o valor médio de caixa, já que a sua utilização é constante e uniforme, será C/2 cruzeiros. Admitindo-se *i* como sendo os juros ou custo oportunidade, tem-se um custo de manutenção do caixa de *i*C/2.

Assim tem-se:

T = montante requerido em um ano.

C = saques periódicos a serem feitos no início do período, e que serão utilizados uniformemente.

b = custo fixo e antecipado de cada saque.

i = taxa de juros vigente.

T/C = número de saques por ano.

*b*T/C = custo fixo total.

C/2 = valor médio de caixa, dentro do período.

$iC/2$ = juros ou custo oportunidade.

Portanto, o montante total, que o indivíduo pagará para utilizar o caixa necessário ao longo de um ano, quando ele utiliza C cruzeiros por saques, a intervalos uniformemente distribuídos, pode ser definido como:

$$-bT/C + iC/2$$

A otimização neste caso consiste em fazer seus pagamentos a um custo mínimo, isto é, ele escolhe o valor mais econômico de C. Desta forma, obtendo-se a derivada da equação acima com respeito a C (igualando-se a zero), tem-se:

$$-bT/C^2 + i/2 = 0,$$

isto é:

$$C^* = \sqrt{2bT/i}$$

Assim sendo, na simples situação aqui vista, pode-se dizer que o indivíduo utilizará caixa, na proporção da raiz quadrada do valor de sua transação.

O modelo, como citado acima, pressupõe que o indivíduo ou a empresa obtem seus recursos de capital investido ou emprestado em antecipação a recebimentos futuros. Ele vai em realidade, mais adiante, assumindo a não coincidência entre encaixe e desencaixe, sendo que o encaixe precede o desencaixe e que este último é uniforme.

A inflação afeta este modelo de duas maneiras: a taxa de juros, "i", torna-se difícil de ser estimada e o custo, "b", não permanece constante durante o período analisado. Como não é objetivo deste trabalho propor fórmulas que englobem a inflação, pode-se apenas sugerir que se trabalhe com moeda constante e que se reduza o período de planejamento de maneira a obter um resultado mais realista.

2.2 O Modelo Ampliado de Estoque de BIERMAN e HASS

Dada a projeção das necessidades de caixa para um determinado período de planejamento, existem, segundo BIERMAN e HASS (1973), duas estratégias extremas. A primeira consiste em obter empréstimos a curto prazo, como, por exemplo, através de uma linha de crédito, até que se justifique a obtenção de um empréstimo de longo prazo para o pagamento daqueles empréstimos anteriores. O outro extremo é obter empréstimos de longo prazo antes das necessidades de caixa, colocando os recursos ociosos em obrigações negociáveis até a utilização dos mesmos. A melhor estratégia é, provavelmente, uma combinação destas duas estratégias extremas.

Em todas estas estratégias, os custos de obtenção de fundos devem ser compensados pelos dispêndios de juros líquidos incorridos na obtenção desses fundos antes de seu uso.

Para a formulação de um modelo matemático que determine a estratégia ótima a ser adotada, BIERMAN e HASS pressupõem que as obtenções de fundo precedem as necessidades de caixa.

Decidindo-se por uma estratégia para obter fundos a longo prazo antes do tempo de uso, duas decisões devem ser analisadas: a primeira seria determinar o montante a ser obtido em cada financiamento e a segunda seria o que fazer com estes recursos até o seu uso.

Para responder estas questões, assume-se que a empresa tem uma taxa constante de uso de caixa; que as taxas de juros futuras sejam iguais às taxas de juros presentes; que a alternativa em manter fundos ociosos é aplicar em títulos negociáveis a uma taxa de juros conhecida; e que as futuras necessidades de caixa são determinísticas. Embora essas condições sejam restritivas, permitem estudar a essência do problema.

Escolhe-se a estratégia para aquisição de caixa de fontes a longo prazo, supondo-se que a firma decidiu financiar suas necessidades de caixa para todos os períodos usando empréstimos a longo prazo. Têm-se as seguintes notações:

C: é o montante de recursos levantados para o período de planejamento.

i: é o custo do empréstimo a longo prazo durante o período de planejamento.

K: é o custo fixo de levantamento do empréstimo. Este custo é independente do tamanho do financiamento.

b: é o custo variável por cada $ obtido (outras taxas que não juros). Estes custos são uma função do tamanho do financiamento.

Q: é o valor de cada financiamento parcial.

T: é o custo total da aquisição de recursos dentro do período de planejamento.

Assumindo em uma primeira etapa que o caixa ocioso não pode ser aplicado em títulos negociáveis, o custo total para aquisição de caixa sobre o período planejado é a soma dos custos de aquisição mais os encargos financeiros (juros):

$$T = K(C/Q) + bC + i(C+Q)/2$$

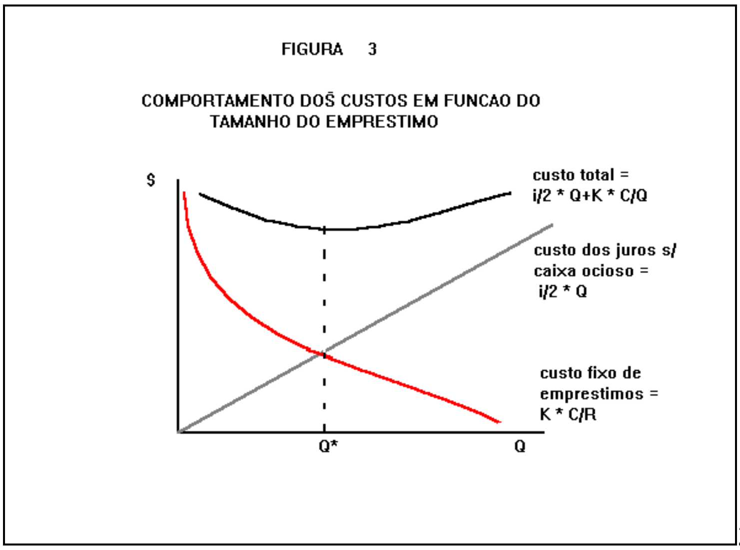
onde K(C/Q) é o custo fixo incorrido com C/Q empréstimos levantados, bC é o custo variável dos empréstimos levantados e i(C+Q)/2 é o dispêndio total de juros sobre o período de planejamento. O nível inicial do empréstimo é Q e o empréstimo final é C, assim, a média é (C+Q)/2. O valor de Q que minimiza o custo total é:

$$Q^{*} = \sqrt{2KC/i}$$

É importante observar que dois tipos de custos são incorridos: o custo de aquisição de fundos e os custos de manter fundos ociosos. A decisão ótima é um equilíbrio entre esses dois custos. Se Q é pequeno, haverá freqüentes transações. Isto significa que não pagará juros altos sobre fundos ociosos, mas pagará substancial custo de transação. Se Q é grande, o custo total de aquisição de fundos será pequeno, pois poucas transações serão feitas, mas juros serão pagos sobre o caixa ocioso.

A figura abaixo mostra os dois componentes da função de custo que variam com Q: o custo de juros sobre caixa ocioso e o custo fixo de levantamento de empréstimo. Observa-se que o valor ótimo Q* encontra-se precisamente no ponto onde as curvas dos dois custos se cortam.

FIGURA 3



2

Nesta primeira parte assumiu-se que o caixa é mantido ocioso até ser usado. Se estes fundos forem aplicados em quase-caixa, como títulos negociáveis, com baixo risco, para ganhar uma taxa de juros i até o momento em que são usados, então o custo líquido de atendimento às necessidades de caixa do período será:

$$T = K(C/K) + bC + i(C+Q)/2 - i'Q/2,$$

onde os três primeiros termos permanecem como na fórmula anterior e o último termo é o juro ganho em aplicações em títulos negociáveis. Como antes, a fórmula assume uma taxa de uso constante de caixa, e nesta fórmula assume-se que todos os empréstimos feitos são mantidos como quase-caixa até serem dispendidos. Assim, o Q* que minimiza o custo total, isto é, o Q ótimo, é maior do que o anterior:

$$Q^* = \sqrt{2KC/(i-i')}, \quad onde \quad i > i'.$$

Na fórmula acima, assumiu-se que não há custos de transação relacionados com o ganho de i' sobre os fundos aplicados em títulos negociáveis ainda não gastos. De acordo com esta pressuposição, nenhum fundo ocioso deve ser mantido como caixa, mas todos os fundos devem ser aplicados em instrumentos de quase-caixa para ganhar a taxa de juros i'.

Agora, considere-se os custos de transação relacionados com a aplicação em títulos quase-caixa. Primeiro, o efeito geral será alterar Q de maneira que o Q* ótimo, com a inclusão destes custos, cairá entre aquele ótimo Q* quando i'=0 e aquele quando i'>0 mas, nenhum custo de transação era incorrido:

Q* (i'=0) £ Q*(i'>0, custo de transação>0) £ Q*(i'>0, custos de transação =0). Isto é, o tamanho ótimo dos financiamentos parciais é restringido.

Com base nestas restrições pode-se determinar regras para decidir sobre os fundos ociosos entre caixa e títulos quase-caixa. Tendo-se as seguintes notações:

Q: é o produto da venda de títulos para ser usado sobre um período conhecido de tempo.

K': é o custo fixo de transação de uma aplicação em títulos quase-caixa.

i'': é a taxa de juros recebida sobre aplicações em títulos quase-caixa, durante o período necessário para gastar o montante Q.

Q': é o montante de uma transação (compra ou venda) de quase-caixa (inicialmente compra-se Q-Q' de quase-caixa e vende-se Q' sempre que for necessário mais caixa).

R: é a receita líquida por período do investimento Q-Q' em títulos negociáveis onde o período é definido como para i''.

A receita líquida por período é:

R = juros ganhos - custos fixos de transação - custos variáveis de transação, ou seja:

$$R = i''((Q-Q')/2) - K'(Q/Q') - 2b'(Q-Q'),$$

isto é, um equilíbrio médio de (Q-Q')/2 é mantido em títulos quase-caixa rendendo uma taxa i'', existem Q/Q' transações (de compra ou venda) de títulos quase-caixa a um custo fixo de K' para cada transação e (Q-Q') de títulos quase-caixa são comprados ou vendidos a um custo variável de b'. Então, pode ser demonstrado que o Q' que maximiza a receita líquida é:

$$Q' = \sqrt{2K'Q/(i''-4b')}, \quad onde \;\; i'' > 4b'.$$

A fórmula acima usou como período de tempo o período necessário para se gastar o montante Q. Usando-se todo o período de planejamento (aquele onde se gasta o montante C) como unidade de tempo, a função da receita líquida será dada por:

$$R' = i'((Q - Q')/2) - K'(C/Q') - 2b'(Q - Q')C/Q,$$

onde R' é a receita líquida por período (onde o período de tempo é aquele no qual C é definido) e i' é a taxa de juros ganha em títulos quase-caixa sobre o mesmo período [i'=i"(C/Q)]. Então, pode ser demonstrado que o Q' ótimo será dado por:

$$Q' = \sqrt{2K'C/(i' - 4b'(C/Q))}, \quad onde \;\; i' > 4b'(C/Q).$$

A equação geral do custo total de aquisição de caixa durante o período de planejamento será dada por (OKRETIC, [19__]):

$$T = KC/Q + bC + i((C + Q)/2) + K'(C/Q') + 2b'C((Q - Q')/Q) - i'(Q - Q')/2.$$

Para se determinar os valores de Q e Q' que minimizam o custo total, tomam-se as derivadas de T em relação a Q e a Q', igualam-se a zero e resolvem-se essas equações para Q e Q'. Assim, chega-se a:

$$Q = \sqrt{(2KC - 4b'C'Q)/(i - i')}, \quad onde \;\; i > i'$$

e

$$Q' = \sqrt{2K'C/i' - (4b'C/Q)}, \quad onde \;\; i' > 4b'C/Q.$$

Como Q' depende de Q e Q depende de Q', a solução para ambas as incógnitas poderá ser obtida por tentativa. Para isso, calcula-se um primeiro Q, que possibilita o cálculo do primeiro Q'. Com este Q' se calcula um segundo Q que permite calcular um segundo Q', já com uma boa aproximação.

2.3 O MODELO PROBABILÍSTICO DE MILLER E ORR

Nos casos onde a incerteza dos pagamentos de caixa é grande, o modelo de estoque não permite obter um resultado preciso e, por isso, um modelo probabilístico é mais adequado.

O modelo desenvolvido por MILLER e ORR (1980), procura determinar um nível ótimo de caixa quando o fluxo de caixa é não determinístico. Este modelo considera que os fluxos de caixa líquido se comportam como se tivessem sido gerados por um *random walk*. Isso significa que as variações nos saldos de caixa, para um dado período, são aleatórias e quando o número de observações aumenta, essas variações podem ser descritas por uma distribuição normal.

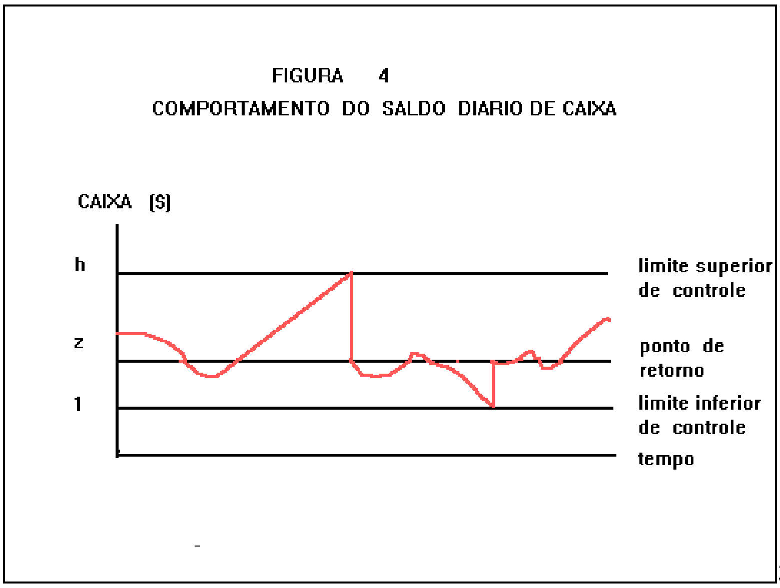
MILLER e ORR propõem que em vez de um nível ideal de caixa único, existem diversos saldos de caixa ótimos, sendo que os mesmos têm um limite superior (h) que não deve ser ultrapassado.

Quando o caixa atinge um limite superior, é feita uma transferência de caixa para títulos negociáveis, e quando o caixa atinge um limite inferior é realizada uma transferência de títulos negociáveis para o caixa. De maneira que, quando o caixa ficar entre esses limites, nenhuma transação é realizada.

Os limites são dependentes em parte dos custos fixos relacionados com uma transação de títulos e do custo de oportunidades de manter caixa. Assumindo que estes custos são conhecidos e que o custo fixo de compra e venda de título negociável é o mesmo, deseja-se atender a demanda de caixa com o menor custo total.

O modelo especifica dois limites de controle: (h) como sendo um limite superior e (l) como um limite inferior, conforme é mostrado na figura 4:

FIGURA 4



3

Observa-se que quando o equilíbrio de caixa alcançar o limite superior, (h - z) em títulos negociáveis são comprados e o novo equilíbrio torna-se (z).

Quando o equilíbrio de caixa atinge o limite inferior, (z - l) em títulos negociáveis são vendidos e o novo equilíbrio torna-se (z) novamente. Enquanto o equilíbrio de caixa flutuar entre os limites de controle superior e inferior, nenhuma ação é tomada. O limite mínimo é usado porque a empresa deverá ter um valor positivo em caixa (caixa mínimo).

O valor de (h) e (z) não depende somente dos custos fixos e de oportunidade, mas também do grau de variabilidade do fluxo diário de caixa.

De forma matemática, pode-se determinar o valor ótimo de (z):

$$z = \sqrt[3]{3bd^2/4i} \;,$$

onde:

b: é o custo fixo relacionado com uma transação de títulos.

d^2: é a variância do fluxo de caixa líquido diário.

i: é a taxa de juros diária em títulos negociáveis.

Supondo que a probabilidade de haver um acréscimo no saldo de caixa seja igual à probabilidade de haver um decréscimo, o valor ótimo de (h) é igual a 3z. Dentro desses limites o modelo minimiza o custo total, fixo e de oportunidade. O equilíbrio de caixa médio é aproximadamente: (z + h)/3.

As relações acima mostram que um aumento na variância dos fluxos de caixa líquido e do custo fixo de uma transação em títulos faz aumentar a distância entre os limites de controle. O oposto acontece com um aumento nas taxas de juros.

É interessante salientar que MILLER e ORR testaram seu modelo numa empresa industrial de grande porte. Usaram nove meses de dados diários de saldos de caixa e de compra e venda de títulos negociáveis. Em seguida, compararam os resultados obtidos usando o modelo proposto com os resultados "reais" decorrentes da estratégia adotada pelo tesoureiro da empresa. MILLER e ORR obtiveram um saldo médio diário de caixa 40% menor.

2.4 O MODELO DE PREVISÃO DE CAIXA DIÁRIO DE STONE E WOOD

Um modelo para a estimativa do fluxo diário de caixa foi desenvolvido por STONE e WOOD (1980). Este modelo proporciona uma estimativa das necessidades diárias de caixa, combinando os gastos previstos dos dias do mês com os gastos dos dias da semana.

É importante ressaltar que o modelo considera os dias úteis do mês e da semana, de maneira que um determinado dia útil do mês "m" combine com um dia útil da semana "s".

Para esta finalidade é feita uma análise dos desembolsos ocorridos no passado em cada dia do mês, e da mesma forma uma análise dos desembolsos ocorridos em cada dia útil das respectivas semanas.

Então, os efeitos do ciclo mensal e dos ciclos semanais devem ser considerados conjuntamente. Os dias úteis da semana, de segunda a sexta, são numerados de 1 a 5, e os dias úteis do mês, de 1 a "m". Se houvesse ciclos mensais e não semanais e não fossem considerados os efeitos de dias feriados, ter-se-ia a seguinte equação para a medição diária, dentro de um padrão mensal:

$$a_t = \frac{f_t1 + f_t2 + \ldots + f_{tn}}{N} \quad ,$$

onde:

N: é o número de meses passados disponíveis como dados.

f_{t1} até f_{tn}: são as frações diárias do total de fluxos de caixa mensais que ocorreram no dia t durante os meses 1 até n.

a_t: é a estimativa diária de caixa do ciclo mensal, no dia t.

Se, agora, for considerado só o padrão semanal, poder-se-ia seguir um procedimento similar ao anterior que mediria os ciclos semanais a partir de médias dos valores passados.

Contudo, quando for necessário levar em consideração ambos efeitos (ciclos mensais e semanais), deve-se utilizar uma técnica estatística que leve em consideração os dois efeitos simultaneamente. Para isto, utiliza-se uma regressão estatística através de variáveis *dummy* ou variáveis "0 - 1".

A equação de regressão para estimar conjuntamente os padrões mensais e semanais é dado por:

$$f_t = a_1 m_1 + \ldots + a_m m_m \;+\; b_1 d_1 + \ldots + b_5 d_5 \quad ,$$

onde:

mi,(i=1...m): são as variáveis *dummy* dia-do-mês, em que:

$$m_i = \begin{cases} 1 & \text{para } i = t \\ 0 & \text{para } i \neq t \end{cases}$$

d_w,(w=1...5): são as variáveis *dummy* dia-da-semana, em que:

$$d_w = \begin{cases} 1 \text{ para } w = t \text{ (w igual ao dia da semana } t\text{)} \\ 0 \text{ para } w \neq t \end{cases}$$

a_i,(i = 1...m): são as estimativas diárias do ciclo mensal.

b_w,(w = 1...5): são as estimativas diárias do ciclo semanal.

f_t: é a estimativa das necessidades diárias de caixa no dia t, considerando os dois efeitos.

Observa-se, ainda, que se não houvesse efeito do ciclo semanal, a equação acima se reduziria a estimar a_t como média amostral de acordo com a equação inicialmente mostrada nesta seção.

Os autores sugerem que esta metodologia é mais apropriada para empresas (americanas) que tenham faturamento anual entre US$50 milhões e US$500 milhões.

Para empresas menores, uma análise custo-benefício mostra que não é vantajoso o uso desta técnica. E, para empresas de grande porte, é necessária alguma técnica mais sofisticada.

2.5 O MODELO DE FLUXO DE CAIXA E VENDAS DE BIERMAN E HASS

As vendas proporcionam o fluxo de caixa operacional da empresa. Por isso, uma estimativa de fluxo de caixa que seja vinculado ao nível de vendas é bastante útil e realista.

O modelo desenvolvido por BIERMAN e HASS[1] estima as necessidades de caixa com base nas vendas, de maneira que mudanças nas vendas provocam alterações nas necessidades de caixa, uma vez que a taxa na qual as vendas são recebidas e os desembolsos efetuados são importantes na determinação do fluxo líquido de caixa operacional.

---

1 Bierman, op. cit.

Os pressupostos do modelo são que as despesas de caixa são todas pagas no período de análise e que o recebimento das vendas é realizado parte no período em análise e o restante no período seguinte. Desta maneira, a equação que representa o modelo pode ser dada por:

$$C_t = qS_t + (1 - q)S_{t-1} - bS_t,$$

onde:

C_t: é o fluxo de caixa no período t.

S_t: são as vendas no período t.

b: é a porcentagem dos custos sobre as vendas, de tal maneira que a saída de caixa (custos) no período t é bS_t.

q: é a proporção das vendas recebidas no período t.

1 - q: é a proporção das vendas recebidas no período t + 1.

Supondo que o crescimento das vendas cresça a uma taxa g, ou seja, $S_t = (1 + g)S_{t-1}$, a equação anterior pode ser transformada em:

$$C_t = [(1 - b) + (q - b)\, g]S_{t-1},$$

ou

$$C_t/S_{t-1} = [(1 - b) + (q - b)g].$$

A equação acima mostra a razão entre o fluxo líquido de caixa no período t e o total de vendas no período t - 1 é uma função de *g*, a taxa de crescimento das vendas.

Referindo-se, ainda, à última equação, verifica-se que:

Se q > b, o fluxo líquido de caixa **aumenta** com as vendas.

Se q < b, o fluxo líquido de caixa **diminui** com as vendas.

Este modelo pode ser melhorado se for introduzida uma variável K que permita o pagamento das despesas de caixa em parte no período t e o restante no período t - 1. Assim, a equação representativa do modelo seria:

$$C_t = qS_t + (1 - q)S_{t-1} - KbS_t - (1 - K)bS_{t-1}$$

Substituindo-se S_t por $(1 + g)S_{t-1}$ e rearranjando os termos, tem-se:

$C_t/S_{t-1} = (1 - b) + (q - bK)g.$

A equação que possibilita o cálculo das necessidades cumulativas de caixa após n períodos pode ser dada pela seguinte somatória:

$$c = \sum_{t=1}^{n} [(1-b) + (q-b)g]\, S_{t-1}$$

Assim, uma vez estabelecidas as relações entre os recebimentos e os dispêndios das vendas, é possível estimar o fluxo de caixa líquido de acordo com as mudanças nos níveis de venda.

2.6 O MODELO DA TEORIA DE PORTFÓLIO DE DILEEP R.MEHTA

Este modelo, apresentado por DILEEP R. MEHTA (1978), permite o estudo da administração de caixa[2], adaptando, para tanto, o modelo da teoria de portfólio.

Considera-se que uma firma possua N títulos ou ativos de risco e que queira alocar um dado montante de capital (Wo) entre esses títulos e manter um certo montante de caixa. O período de planejamento é de um período e o objetivo é maximizar retorno sobre o capital inicial, Wo. Em condições de certeza, a solução é evidente: investir tudo no título que proporcionará o maior retorno. Mas, em condições de incerteza, não há uma única estimativa da taxa de retorno, por isso é preciso medir o risco do portfólio através do cálculo da variância da taxa de retorno global dos N títulos.

O retorno de um portfólio com N títulos é simplesmente a média ponderada dos retornos destes títulos. Sendo que esta ponderação é dada em função do montante inicial investido em cada um dos N títulos, ou seja:

$$E(R_p) = x_1 E(r_1) + x_2 E(r_2) + \ldots + x_N E(r_N) \quad ,$$

onde, $E(R_p)$ é o retorno do portfólio de N títulos, $E(r_1)$ até $E(r_N)$ são os retornos esperados dos N títulos e x_1 até x_N são as proporções do montante inicial a serem investidas em cada título.

[2] Okretic, op. cit. p.76-79.

A variância de um portfólio, no entanto, não é simplesmente a média ponderada das variâncias individuais dos títulos componentes. É necessária a determinação do relacionamento entre cada par de retornos dos títulos componentes do portfólio. Este inter-relacionamento é dado pela covariância entre os retornos dos títulos. Assim, por exemplo, se um portfólio contiver dois títulos, X e Y, sua variância será dada pela fórmula abaixo:

$$V(R_p) = x^2 V(R_X) + y^2 V(R_Y) + 2xyCOV(R_X , R_Y) \ ,$$

onde $V(R_p)$ é a variância dos retornos do portfólio contendo os títulos X e Y, $V(R_X)$ e $V(R_Y)$ são as variâncias dos retornos dos títulos X e Y, x e y são os investimentos iniciais nos títulos X e Y, e $COV(R_X,R_Y)$ é a covariância entre os retornos dos títulos X e Y.

Quando os retornos dos títulos X e Y têm correlacionamento negativo, sua covariância será negativa. Portanto, a variância combinada destes dois títulos será menor que a soma de suas variâncias individuais. Este é o objetivo de se trabalhar com portfólios: obtenção de um risco global (do portfólio) menor que a soma isolada dos títulos componentes.

Para o procedimento de solução, duas pressuposições críticas são feitas: em primeiro lugar, supõe-se que o mercado de capitais seja eficiente, ou seja, que os preços dos títulos reflitam todas as informações disponíveis no mercado. Em segundo lugar, supõe-se que o investidor seja averso ao risco.

Desta maneira, pode-se usar os recursos da Pesquisa Operacional para determinar o máximo retorno possível para um dado portfólio e a melhor distribuição do investimento inicial entre os títulos componentes, desde que seja fixado um determinado nível de risco, dado pela sua variância global. Também é possível fixar um determinado nível de retorno para o portfólio e determinar a combinação ótima que minimize seu risco global (a variância do portfólio).

A análise pode ser estendida a um ativo sem risco, como, por exemplo, caixa. Este ativo tem também um retorno menor, r_o. A única diferença é que a variância própria de caixa, assim como sua covariância com os outros títulos, tem valor zero. No resto, a análise permanece idêntica. Portanto, a abordagem do portofólio resolve tanto a distribuição dos recursos entre caixa e títulos negociáveis como a determinação do montante ótimo de cada um dos títulos.

O problema para alocar recursos entre caixa e títulos parece resolvido, mas na prática é difícil estimar os parâmetros do modelo. Se existem N títulos, é necessário estimar N valores esperados, N variâncias e [N(N -1)/2] covariâncias. Por este motivo SHARPE[3] desenvolveu uma outra alternativa. Ele estima a taxa de retorno do i-ésimo título através da equação de regressão seguinte:

$$r_i = a_i + b_i I + e_i ,$$

onde I representa a taxa de retorno de um índice de mercado, a_i e b_i são os coeficientes de regressão e ei representa um termo de erro. Supondo que $E(e_1) = 0$, $Ve_i = k_i$, uma constante, $COV(e_i,I)=0$ e $COV(e_i,e_j)=0$, tem-se:

$$E(r_i) = a_i + b_i E(I)$$

$$V_i = b_i^2 V_I + V_{ei}$$
$$COV_{ij} = b_i b_j V_i$$

Dessa maneira, a tarefa de estimação é reduzida. É preciso apenas obter os parâmetros de regressão a_i, b_i e V_{ei}, e estimar E(I) e V_I. Este modelo assume que antes do final do período nenhuma liquidação de título será requerida. A vantagem da abordagem pela teria do portfólio é que permite o estudo de mais de dois ativos; mas, o modelo não considera o comportamento do saldo de caixa durante o tempo, nem a estrutura de vencimento dos títulos. E trata a administração de caixa como se fosse somente administração de títulos negociáveis.

2.7 MODELOS DE SIMULAÇÃO NA PREVISÃO DE CAIXA

A técnica de simulação remonta ao trabalho de VON NEUMANN e ULAN em 1940, quando eles associaram a expressão "análise de Monte Carlo" a uma técnica matemática que solucionou certos problemas de blindagem em reatores nucleares que seriam muito caros em uma solução experimental.

3 Sharpe, apud Mehta, 1978. p.163.

NAYLOR (1971) nos dá a seguinte definição:

"Simulação é uma técnica numérica para realizar experiências em um computador digital, as quais envolvem certos tipos de modelos lógicos que descrevem o comportamento de um sistema econômico ou de negócios (ou aspectos parciais de um deles) sobre extensos intervalos de tempo."

No caso de um modelo de previsão de caixa, é mostrada a técnica de simulação através de um exemplo.

Suponha que se queira conhecer a distribuição de probabilidade da variável "saldo de caixa" após um determinado número de períodos de tempo ("saldo de caixa cumulativo"). Para isto, é necessário o conhecimento da distribuição de probabilidade do saldo de caixa de um período inicial. Suponha que, em dado período, o saldo não possa ser inferior a "-2" unidades e não possa ser superior a "+2" unidades e a distribuição de probabilidade destes valores (estimada a partir de dados históricos, por exemplo) seja:

saldo de caixa	-2	-1	0	+1	+2
probabilidade estimada	10%	10%	15%	40%	25%

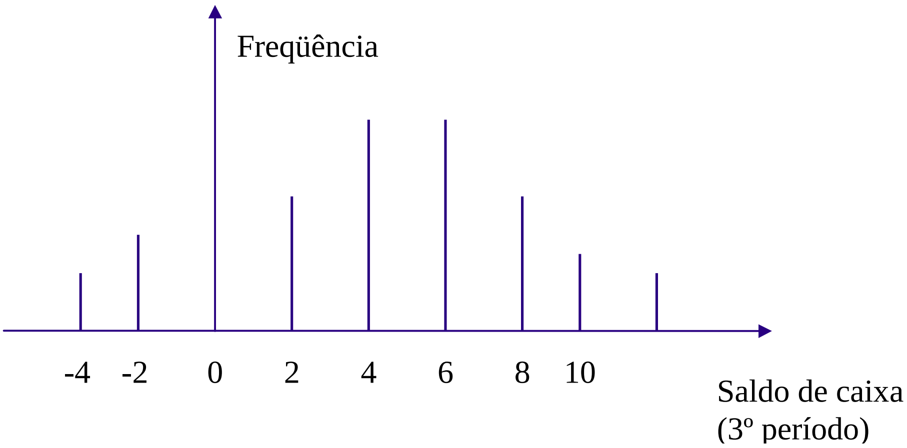
Far-se-á uma previsão para daqui a três períodos. Para tanto, deve-se determinar a distribuição de probabilidade acumulada do saldo de caixa:

saldo de caixa	-2	-1	0	+1	+2
probabilidade acumulada	10%	20%	35%	75%	100%

A partir de um sorteio aleatório usando um procedimento apropriado qualquer (tabela de números aleatórios, roleta, computador etc) é sorteado um número entre 0 e 100. Se, por exemplo, o número sorteado for 71, então associa-se este ao valor de saldo de +1 unidade. Este processo deve ser repetido mais duas vezes. Se o número sorteado na segunda vez for 84 e na terceira for 15, associa-se estes valores aos saldos de caixa +2 e -1, respectivamente. Então o saldo acumulado no terceiro período será igual a +2 unidades (1+2-1=2). Quando este procedimento for repetido muitas vezes, poderemos determinar a distribuição de freqüência do saldo de caixa acumulado no terceiro período, como mostra a figura 5:

FIGURA 5

DISTRIBUIÇÃO DE FREQÜÊNCIA DOS VALORES DO SALDO DE CAIXA



A partir destes valores é possível determinar o valor esperado do saldo de caixa, bem como sua dispersão, configurado pelo desvio-padrão da distribuição (quanto mais números forem sorteados, mais a distribuição se aproximará de uma distribuição normal, pelo Teorema do Limite Central).

O modelo apresentado acima é bastante simples: pode-se construir um modelo em que o saldo de caixa seja determinado pela seguinte função:

Caixa = f(Vendas, Custos, Impostos, Dividendos, Inflação Prevista etc)

Assim, para cada uma das variáveis independentes acima, estima-se distribuição de probabilidade e faz-se tantos sorteios aleatórios quantas forem as variáveis. Em seguida, calcula-se o saldo de caixa em função dos valores acima determinados. Repetindo-se este procedimento muitas e muitas vezes, determina-se uma distribuição de probabilidade para o saldo de caixa e seu respectivo valor esperado e desvio-padrão.

Uma vez determinada a distribuição de probabilidade, deve-se utilizá-la para a tomada de decisões. É possível, então, calcular se existe uma probabilidade razoável de insuficiência de caixa ou não. Em caso positivo deverá ser tomada alguma medida corretiva para aumentar o saldo de caixa.

Convém observar que a simulação não é capaz de indicar políticas ótimas, pois as relações funcionais entre os diversos componentes não são conhecidas com certeza e não permanecem constantes no tempo. Apesar disso, a visão adquirida com a simulação é certamente útil à tomada de decisões e tende a abrir caminhos para modelos mais genéricos.

2.8 ADMINISTRAÇÃO DE CAIXA E INFLAÇÃO

A empresa, após ter determinado um equilíbrio ótimo de caixa com base em modelos matemáticos ou através de qualquer procedimento prático, deve aplicar o restante do dinheiro disponível em títulos negociáveis, considerando os motivos de transação e precaução.

Para ser negociável, um título deve ter duas características básicas: liquidez no mercado e nenhuma probabilidade de perda do valor, ou seja, a garantia do principal. A garantia do principal refere-se a nenhuma perda no valor do principal investido ao se liquidar o título, isto é, são títulos sem risco.

Em uma situação inflacionária, o equilíbrio entre caixa e títulos negociáveis deve ter uma abordagem diferente uma vez que a perda de valor da moeda é diária. O nível de caixa precisa ser calculado e indicado em uma unidade monetária constante e este valor aplicado em títulos negociáveis em curtíssimo prazo.

Com respeito a caixa, um fator importante e muitas vezes não considerado é que em uma situação inflacionária as necessidades de capital de giro crescem de forma exponencial, ou seja, uma inflação de 10%, sem apresentar nenhum crescimento real de vendas, poderá exigir que a empresa obtenha externamente 17% do seu volume de vendas de recursos para financiar seu giro; com taxas maiores de inflação, esse número cresce exponencialmente[4]. E isto tem como conseqüência uma pressão sobre o caixa. Por outro lado, em virtude de o caixa ser um ativo monetário, quanto menos se mantiver em forma líquida, mais se deixa de perder para a inflação.

Assim, mesmo que a projeção de fluxo de caixa seja feita em valores constantes, é necessário considerar o impacto diferenciado da inflação no fluxo de entrada e saída de caixa.

No fluxo de entrada de caixa, os ajustes podem ser necessários em virtude do controle de preços pelo governo, redução de preço real e diminuição no volume de vendas devidos à inflação.

No fluxo de saída de caixa, os ajustes podem ser necessários em virtude da variação do preço da matéria-prima, insumos com preços subsidiados, controle de salários e variação da taxa cambial inferior à inflação.

Os títulos negociáveis, devido às suas características de liquidez e pouquíssimo risco, são um substituto de caixa. Portanto, em uma economia com inflação elevada, o caixa transitoriamente disponível deverá ser aplicado nos referidos títulos. Mas o retorno dos referidos títulos apenas mantém o valor do dinheiro perante a inflação e, por isso, não podem competir ou substituir as aplicações em projetos de investimentos da empresa.

A incerteza das necessidades de caixa é real, principalmente em um regime inflacionário, e uma outra maneira de reduzir as conseqüências dessa incerteza é fazer uma linha de crédito junto a um banco. Uma linha de crédito permite que o dinheiro seja prontamente acessível durante os períodos de dificuldades de obtenção de empréstimos.

De acordo com BIERMAN e HASS[5], a manutenção de uma linha de crédito envolve dois tipos de custos que precisam ser considerados: o custo de levantar recursos adicionais além da linha de crédito e o custo da não utilização do limite da linha de crédito. Assim, o custo total esperado de uma linha de crédito é a soma dos custos esperados dos valores não usados e o custo da insuficiência dos recursos de crédito. Portanto, ao se dimensionar o valor para uma linha de crédito, deve-se considerar os custos de manter uma

---

4 Puggina, op. cit., p.72.
5 Bierman, op. cit., p.70-72.

linha de crédito e os custos de fazer um empréstimo adicional cada vez que surge a necessidade de recursos adicionais.

3 CONCLUSÃO

O desempenho de modelos quantitativos elaborados para determinar o nível ótimo de caixa depende de como os padrões de fluxo de caixa da empresa se conformam com as suposições do modelo. Por exemplo, no modelo de MILLER e ORR supõe-se que o processo de geração dos fluxos de caixa seja um *random walk*; no modelo de DILEEP R. MEHTA a principal suposição é a de que o mercado de capitais seja eficiente. Além disso, muitos dos modelos apresentados necessitam, para sua utilização prática, da estimativa prévia de parâmetros (por exemplo, os valores de "h" e "r" no modelo de MILLER e ORR; os coeficientes "ai" e "bw" do modelo de STONE e WOOD; os coeficientes "ai", "bi" e "Vei" do modelo de DILEEP R. MEHTA; entre outros). Esta estimativa só é possível caso se tenham séries históricas das atividades da empresa relativas à administração de caixa e da economia, tais como taxas de juros, taxa de inflação etc.

Também deve-se considerar que, em regime inflacionário, a administração de caixa é um aspecto estratégico da empresa, que consiste em determinar um certo nível de caixa e manter parte deste valor em títulos negociáveis (quase-caixa) que reduzam ao mínimo a perda de valor devido à inflação.

Os vários modelos de determinação do nível ótimo de caixa têm vantagens e desvantagens, mas todos têm o mérito de fornecer uma indicação objetiva sobre as necessidades de caixa de acordo com o nível de operação da empresa.

Finalmente, não podemos deixar de observar que a determinação do nível ideal de caixa está inserido dentro da administração do capital de giro, que por sua vez deve ser gerido num contexto global de otimização dos investimentos totais e financeiros a curto e longo prazos. Conceitualmente, não faz sentido separar os vários componentes da administração do capital de giro das decisões mais fundamentais de investimento e financiamento.

BIBLIOGRAFIA

BAUMOL, W.J. The transaction demand for cash: an inventory theoric approach. Quarterly Journal of Economics, v. 66, p.545-546, nov.1952.

BIERMAN, H.Jr.; HASS, J.E. An introduction to managerial finance. New York: W.W. Norton, 1973. Cap.4.

MEHTA, D.R. Administração do capital de giro. São Paulo: Atlas, 1978. p.160-164.

MILLER, M.; ORR, D. Mathematical models for financial management. In:. SMITH, K.V. Readings on the management of working capital. 2.ed. [s.l.]: West Publishing, 1980. Cap.12.

NAYLOR, T. H. Computer simulation experiments with models of economic systems. [s.l.]: J.Wiley, 1971.

OKRETIC, C.M.J. Estratégias para a administração de caixa. São Paulo: FGV, [19__]. p.61. Dissertação (Mestrado em Administração) - Fundação Getúlio Vargas, [19__].

PUGGINA, W.A. Decisões financeiras da empresa em um contexto inflacionário: notas para debate. Revista de Administração de Empresas, v. 21, n. 1, p.71, jan./mar. 1981.

STONE, B.; WOOD, R.A. Daily cash forecasting: a simple method for implementing the distribution approach. In: SMITH, K.V. Readings on the management of working capital. 2.ed. [s.l.]: West Publishing, 1980. Cap.12.