COPPEAD/UFRJ

RELATÓRIO COPPEAD Nº 313 O MODELO DE PROJEÇÃO DE VOLATILIDADE DO RISKMETRICSTM E A HIPÓTESE DE DISTRIBUIÇÃO NORMAL CONDICIONAL PARA ALGUNS FATORES DE RISCO DO BRASIL

> Eduardo Facó Lemgruber* George Ohanian**

> > Setembro, 1997

^{*} Professor adjunto - COPPEAD/UFRJ

^{**} Aluno do curso de Mestrado em Administração de Empresas da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade - Universidade de São Paulo, Professor assistente do curso de administração de empresas da Faculdade Anhembi-Morumbi, São Paulo.

1 INTRODUÇÃO

Diversos fatores têm contribuído para que nos últimos anos as empresas, principalmente as do setor financeiro, invistam no desenvolvimento de instrumentos de mensuração do risco de mercado. Entre eles, pode-se citar os elevados prejuízos sofridos por bancos como Barings e Daiwa, a adoção em larga escala dos chamados instrumentos derivativos na composição das carteiras das instituições e o crescimento da volatilidade e liquidez dos mercados financeiros. Nesse sentido, os bancos criaram modelos que consolidam informações sobre o nível de risco de seus negócios, sendo que o Banco J.P. Morgan foi pioneiro em divulgar a partir de 1994 sua metodologia (RiskMetricsTM) de apuração do **Valor em Risco**, *Value at Risk*, ou simplesmente **VaR**.

O VaR é um valor monetário que reflete o risco das posições financeiras, calculado através de técnicas estatísticas corriqueiras. Formalmente, o VaR mede a pior perda esperada, em um intervalo de tempo, sob condições normais de mercado e para um determinado grau de confiança. Assim, para sua implementação, é necessário estimar-se as volatilidades dos preços de cada um dos ativos em estudo, σ, estabelecer o nível de confiança para a análise, e o período de manutenção de cada posição financeira. Entretanto, conforme destacam HULL; WHITE (1997), os modelos matemáticos mais utilizados para o cálculo do VaR assumem que retornos diários das variáveis de mercado (preços de ativos, taxas de juros, câmbio, etc.) seguem uma distribuição de probabilidades do tipo normal, o que, na maioria dos casos, não é verdade. Na prática, as séries de retornos diários dessas variáveis apresentam significativos graus de curtose. Isso significa que eventos extremos ocorrem com uma probabilidade maior do que aquela prevista por uma curva normal. Isso pode causar problemas para o acompanhamento do VaR, especialmente quando se trabalha com margens de confiança muito altas.

O objetivo desse artigo é testar se estes modelos matemáticos são adequados para analisar o comportamento de algumas variáveis de mercado do Brasil como as taxas de juro interbancário, cupom cambial e dólar comercial¹. Os testes aplicados visam, em especial, verificar a precisão do modelo RiskMetricsTM, de estimativa de volatilidade dos retornos e a consistência da hipótese de distribuição normal condicional de probabilidades. A metodologia utilizada é a de FINGER (1996). Os resultados obtidos confirmam que os modelos funcionam

_

Os autores agradecem ao Lloyds Bank Plc por ter gentilmente cedido o banco de dados histórico das taxas de mercado, que foram utilizadas para os testes apresentados neste artigo. É importante, entretanto, salientar que o Lloyds Bank Plc não tem nenhuma responsabilidade por qualquer tópico ou conclusão aqui divulgada.

razoavelmente bem para intervalos de confiança até o 5° percentil, mas apresentam uma performance ruim para intervalos mais estreitos (1° percentil, no caso do teste efetuado), o que confirma a característica de distribuição de probabilidade leptocúrtica.

Este artigo encontra-se subdividido da seguinte forma: A seção 2, a título de revisão, resume os principais aspectos do VaR e descreve algumas de suas hipóteses genéricas. A seção 3 descreve a amostra das séries de retornos utilizadas para os testes. A seção 4 descreve os testes e seus resultados. O artigo é concluído, na seção 5, onde também são mencionados estudos recentes que abordam o problema da leptocurtose nas séries de retornos para cálculo do VaR.

2 CARACTERÍSTICAS DAS PRINCIPAIS FORMAS DE APURAÇÃO DO VAR

Conforme destacam JACKSON; MAUDE; PERRAUDIN (1997), a análise do VaR pode ser feita por **métodos paramétricos**, por exemplo, método analítico ou simulação de Monte Carlo, ou por **métodos não paramétricos** de simulação histórica. Na análise paramétrica a distribuição dos retornos dos ativos é estimada a partir de dados históricos. São obtidas estimativas das médias, desvios padrão e correlações das séries de retornos. Esses parâmetros, utilizados tanto de forma analítica como em uma simulação de Monte Carlo (ver RiskMetricsTM), permitem calcular a perda máxima no valor de uma posição financeira para o nível de confiança desejado, dentro de um período de manutenção dos negócios financeiros. Na simulação histórica, coletam-se informações sobre os níveis atingidos pelas variáveis de mercado a cada dia para, um longo período passado. Para obter-se o VaR, recalcula-se o valor de mercado da posição financeira atual para cada um dos níveis históricos das variáveis de mercado, até encontrar a perda que ocorre com o nível de probabilidade desejado. SMITHSON (1996), faz uma análise comparativa dos métodos mais utilizados para o cálculo do VaR. O Quadro 1, a seguir, resume os resultados de seu trabalho:

Quadro 1. Resumo Comparativo das Vantagens e Desvantagens dos Principais Métodos de Cálculo do VaR adaptado de Smithson (1996)

	Não Paramétrico	Paramétricos		
	Histórico	Simulação	Analítico	
Facilidade de Implementação				
. Fácil de agregar riscos entre mercados?	Sim	Sim	Sim	
. Dados disponíveis sem custos?	Não	Não	Sim	
. Facilidade de programação em sistemas	O mais fácil	O Mais Difícil	Intermediário	
Distribuição de Probabilidades				
. Necessita assumir distribuições específicas?	Não	Sim	Sim	
. Os resultados obtidos são sensíveis ao tamanho do	Sim	Possivelmente	Sim	
período histórico utilizado na modelagem?				
Aspectos relativos aos instrumentos específicos				
. Necessita de modelos de precificação?	Sim	Sim	Não	
. É necessário fazer o "mapping" dos instrumentos?	Não	Não	Sim	
. A metodologia incorpora opções de forma precisa?	Sim	Sim	Não	
Comunicação com a alta gerência				
. Fácil de explicar?	O mais fácil	Intermediário	O Mais Difícil	
. Permite análise de sensibilidade?	Não	Sim	Alguma	

Vale ressaltar, mais uma vez, que o objetivo deste trabalho é testar a precisão da metodologia <u>analítica</u> proposta no RiskMetricsTM para o cálculo do VaR, quando se trabalha com variáveis de mercado no Brasil. Mais especificamente, os testes procuram verificar dois alicerces daquela metodologia que são a hipótese de distribuição normal condicional dos retornos e o modelo de estimativa de volatilidades.

Resumidamente, a hipótese de distribuição normal condicional significa dizer que variáveis de mercado como taxas de câmbio e de juro comportam-se, diariamente, de acordo com distribuições de probabilidades normais, sendo que os parâmetros média μ_t e desvio padrão σ , dessas distribuições variam a cada dia, ou seja, são condicionais ao tempo. Em outras palavras, a distribuição de probabilidade dos retornos é normal em cada ponto de tempo, muito embora a mesma distribuição medida ao longo de toda a amostra não seja necessariamente normal.

Quanto à estimativa da volatilidade diária (desvio padrão), o RiskMetricsTM propõe o uso da metodologia de alisamento exponencial, que vem sendo adotada como um padrão no mercado, não só pela facilidade de cálculo, como pela economia proporcionada no espaço computacional para o banco de dados, pois para o cálculo dos valores novos só é necessário o conhecimento dos retornos do dia e da volatilidade do dia anterior. Os resultados obtidos refletem de forma muito mais rápida, as mudanças nos comportamentos dos retornos; do que os percentis históricos. Além disso, pode-se facilmente obter o parâmetro λ , peso da última observação, que define automaticamente o tamanho da amostra. A escolha do λ é feita por

testes estatísticos que minimizam os erros encontrados para comparação de volatilidades estimadas e observadas na amostra. Matematicamente, a estimativa de volatilidade dos retornos de uma série para o dia t, no método de alisamento exponencial, é dada pelas seguintes expressões, conforme RiskMetricsTM:

a) Supondo que a média dos retornos é igual a zero:

$$\hat{\sigma}_{t} = \sqrt{\lambda \cdot \sigma^{2}_{t-1} + (1-\lambda) \cdot R^{2}_{t}}$$
 [1]

b) Supondo a média dos retornos é diferente de zero:

$$\hat{\sigma}_{t} = \sqrt{\lambda \cdot \sigma^{2}_{t-1} + \lambda \cdot (1 - \lambda) \cdot (R_{t} - \overline{R}_{t-1})^{2}}$$
 [2]

onde,
$$\overline{R}_{t-1} = \lambda \cdot \overline{R}_{t-2} + (1 - \lambda) \cdot R_{t-1}$$
 [3]

Sendo $\hat{\sigma}_t$ o desvio padrão estimado na data t para o dia seguinte, λ o fator de decaimento, R_t o retorno na data t e \overline{R}_t a média dos retornos na data t.

3 DESCRIÇÃO DAS AMOSTRAS

As amostras são compostas das séries históricas de variações diárias ocorridas nas taxas de juros interbancários, taxas de cupom cambial e Dólar Comercial Venda. O período coberto pela amostra vai de 16/1/96 a 15/5/97, perfazendo um total de 332 dias úteis. Trata-se de um período relativamente curto para uma amostragem estatística. Entretanto, não é possível coletar dados de um passado mais distante, especialmente porque a conjuntura econômica e por conseguinte o comportamento das variáveis de mercado é muito diferente do atual no período que antecede ao Plano Real (julho de 1994). Além disso, as taxas de juros para contratos de prazos mais longos (até um ano) somente passam a adquirir maior liquidez no período que se segue ao Plano Real e, em especial, a partir de janeiro de 1996. É interessante ressaltar que este tipo de restrição amostral é comum no caso de economias emergentes. Conforme destacado por JORION (1997), na prática, a validação estatística de modelos de mensuração de risco, para aquelas economias, é problemática, devido ao tamanho sempre limitado das amostras disponíveis, quer porque as séries históricas são recentes, ou também porque mudanças estruturais acabam por tornar sem sentido os dados coletados de períodos muito antigos.

As amostras das taxas de juros interbancários e de cupom cambial, foram coletadas para seis prazos diferentes, ou seja, um dia ("overnight"), um mês (considerando 21 dias úteis), dois meses (42 dias úteis), 3 meses (63 dias úteis), 6 meses (126 dias úteis) e um ano (252 dias úteis). As variações diárias das cotações de mercado destas taxas foram medidas entre a abertura e o encerramento dos negócios a cada dia. Vale ressaltar também que, para os cálculos efetuados neste artigo, as taxas de juro interbancário e cupom cambial foram transformadas em taxas de composição contínua; e as respectivas variações foram calculadas de forma logarítmica, conforme a expressão [4], a seguir:

$$r_t = \ln\left(\frac{(1 + Rf_t)}{(1 + Ra_t)}\right)$$
 [4]

Onde Rf_t é a taxa de composição discreta de fechamento dos juros interbancários (ou cupom cambial) do dia t; e Ra_t é a taxa de composição discreta de abertura do juro interbancário (ou cupom cambial) do dia t. Para as taxas de câmbio (Dólar Comercial Venda), foram computadas as variações logarítmicas de um dia para o dia seguinte, conforme a expressão [5], a seguir:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$
 [5]

Sendo P_t , P_{t-1} as cotações da taxa de câmbio dos dias t e t-1.

4 DESCRIÇÃO DOS TESTES EFETUADOS E RESULTADOS OBTIDOS

4.1 Teste para verificar o grau de precisão das estimativas de volatilidade obtidas pelo método de alisamento exponencial

FINGER (1996), destaca que os retornos das variáveis de mercado comportam-se segundo uma determinada distribuição de probabilidades que, a cada dia possui um determinado desvio padrão (desvio padrão real da data t). A metodologia proposta no RiskMetricsTM (alisamento exponencial) é, portanto, uma tentativa de estimar da melhor forma possível esse desvio padrão real. O teste da eficiência desta metodologia consiste, primeiramente, em padronizar a série de retornos diários, transformando-os, conforme abaixo:

$$\widetilde{r}_t = \frac{r_t - \mu_t}{\sigma_t}$$
 [6]

Onde \tilde{r}_t é o retorno padronizado da data t, r_t é o retorno observado na data t, μ_t e σ_t são respectivamente a média e o desvio padrão estimados para a data t. Uma vez padronizados os retornos diários de toda a série em estudo conforme a expressão [6] acima, calcula-se o desvio padrão da série padronizada resultante. Se as estimativas de μ_t e σ_t utilizadas são precisas, então a série de retornos diários padronizados, é do tipo normal reduzida, ou seja, com média igual a zero e desvio padrão igual a um. Em outras palavras, quanto mais próximo da unidade é o desvio padrão da série de retornos padronizados, maior é o grau de precisão das estimativas diárias de volatilidade σ_t .

O teste acima foi efetuado para diferentes fatores de decaimento λ . Para cada variável de mercado existe um λ ótimo que produz melhores estimativas de volatilidade através do modelo de alisamento exponencial. Basicamente, esse λ ótimo individual é obtido por comparação entre as volatilidades estimadas e as observadas. Isto é, calcula-se as estimativas de volatilidade em cada dia das séries de dados históricos, de cada variável de mercado, utilizando-se diferentes valores de λ , até encontrar aquele que produz o menor erro acumulado². Entretanto, ao se calcular o VaR de uma carteira exposta às oscilações de diferentes variáveis de mercado, é preciso que todas elas tenham suas respectivas volatilidades calculadas com um mesmo λ . No caso das variáveis em estudo, este λ comum é igual a 0,91. Ele foi escolhido por ter produzido a menor somatória dos erros acumulados individuais obtidos para cada variável.

Assim, as estimativas de volatilidade testadas foram calculadas, primeiramente utilizando $\lambda=0.91$. Em seguida foi utilizado $\lambda=0.94$ que é o coeficiente de decaimento utilizado pelo banco J.P. Morgan para o cálculo das volatilidades diárias divulgadas no RiskMetricsTM. Por último, cada série de variáveis de mercado teve sua estimativa de volatilidades calculada com o seu respectivo fator de decaimento ótimo. Foram também comparadas as estimativas de volatilidade obtidas tanto assumindo a média diária dos retornos, μ , igual a zero, conforme expressão [1], como também, efetuando-se o cálculo das médias diárias dos retornos, de acordo com as expressões [2] e [3]. Os resultados estão condensados no Quadro 1, a seguir:

O RiskMetricsTM (1996) define na seção 5.3.2. os critérios para a escolha do melhor fator de decaimento λ.

de Variáve					as Séries rbancário						6/1/96 a 1	5/5/97	
	Taxa de Juros Interbancários				Taxa do Cupon de Dólar				VIJV11				
	1 Dia	1 Mes	2 Meses	3 Meses	6 Meses	1 Ano	1 Dia	1 Mes	2 Meses	3 Meses	6 Meses	1 Ano	calin
Assuminden=0													
l = 0,91	0.89	0.89	0.92	0.93	0.93	0.91	0.96	0.89	0.90	0.91	0.93	0.91	0.81
l =0,94	0.91	0.90	0.94	0.94	0.95	0.92	0.97	0.89	0.90	0.91	0.94	0.92	0.81
l ótimo para cada vértice	0.87	0.90	0.91	0.91	0.92	0.91	0.95	0.87	0.89	0.90	0.91	0.90	0.80
Calculand@1													
l = 0,91	0.94	0.93	0.97	0.98	0.98	0.96	1.00	0.94	0.94	0.95	0.98	0.96	0.97
1 = 0,94	0.94	0.93	0.97	0.98	0.98	0.95	1.00	0.92	0.92	0.94	0.98	0.95	0.96
l ótimo para cada vértice	0.93	0.94	0.98	1.00	1.00	0.99	1.01	0.95	0.96	0.97	1.00	0.97	0.98

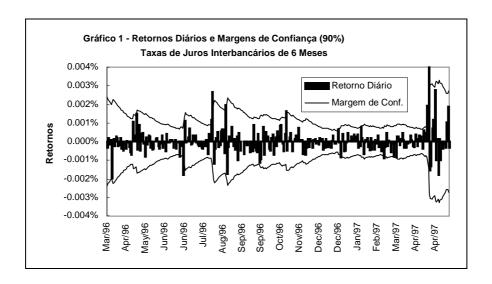
Os resultados obtidos demonstram, primeiramente, que no caso do Brasil a inclusão do cálculo das médias no modelo de estimativa de volatilidades agrega relevante grau de precisão. Lembrando que resultados mais próximos de 1 (um) indicam maior precisão das estimativas de volatilidade, pode-se observar que, na primeira parte do quadro, os números oscilam, em torno de 0.92 ao passo que, na segunda metade do quadro, os resultados oscilam em torno de 0.96. O uso do λ ótimo para as séries brasileiras (0.91), ao invés da adoção do λ universal do RiskMetricsTM, também aumenta a precisão do modelo. De forma geral, os resultados obtidos neste teste são bastante animadores, todos muito próximos de 1 (um).

4.2 Teste dos Intervalos de Confiança Projetados

A partir das volatilidades projetadas para cada dia, assumindo-se a hipótese de distribuição normal condicional, são desenhados os intervalos de confiança que devem compreender dentro de um percentual de confiança desejado, os retornos diários da variável de mercado. Por exemplo, o Gráfico 1, a seguir, apresenta os retornos diários das taxas de juros interbancárias de seis meses e as respectivas margens de confiança que devem compreender 90% dos retornos. O valor absoluto destas margens é obtido multiplicando-se as volatilidades diárias por 1,65; coeficiente de segurança para 90%, obtido de uma tabela de probabilidades da distribuição normal reduzida³.

³ Veja, por exemplo, Jorion (1997) - Cap. 5 Seção 1.3

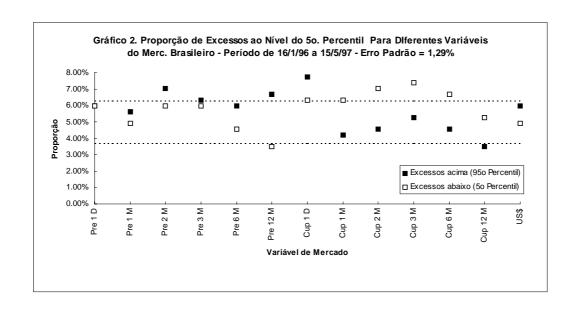
_

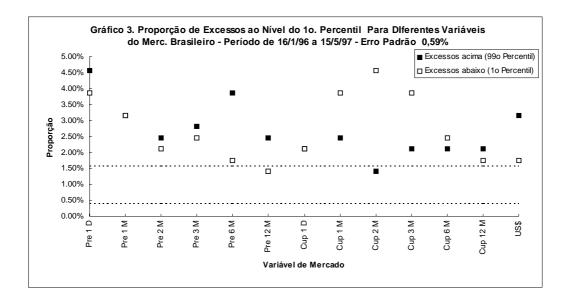


A partir da hipótese de normalidade assumida pelo RiskMetricsTM, é dada uma série de retornos diários de uma variável de mercado. Uma vez estimada a sua volatilidade σ_t na data t, o retorno dessa série no dia seguinte (t+1) obedecerá uma distribuição normal com desvio padrão σ_t . A partir desta hipótese, pode-se concluir que 5% dos retornos irão se situar no intervalo [μ -1.65 σ_t ; μ +1.65 σ_t], 2.5% irão se situar no intervalo [μ -2.2 σ_t ; μ +2.2 σ_t], etc. O segundo teste, também muito simples de ser efetuado, consiste de, para um período histórico de observações, levantar o número de vezes em que os retornos excedem as margens de confiança projetadas e confrontar o número obtido com a margem de confiança. Por exemplo, para 90% de margem de confiança, espera-se que a cada 100 dias aproximadamente, 10 observações superem as margens de confiança. É preciso ainda, notar que as proporções desses excessos são também sujeitas a flutuações aleatórias, ou seja, mesmo que os dados forem efetivamente retirados de uma população normal, poderá haver algum tipo de desvio da proporção dos excessos em relação ao percentual esperado. É preciso então, ao calcular essas margens e proporções, levar em conta um erro padrão, definido em FINGER (1996), como sendo:

$$\varepsilon = \sqrt{p \cdot (1 - p) / T}$$
 [7]

Onde p é a proporção de excessos que se deseja observar, e T é o tamanho da amostra. Os Gráficos 2 e 3, a seguir, apresentam os resultados obtidos nos testes para 5% e 1% de margem de confiança.





Os gráficos 2 e 3 mostram que a proporção de excessos em relação ao 5º percentil enquadra-se razoavelmente bem nas faixas de oscilação máxima e mínima, delimitadas pelas linhas tracejadas. Observa-se, por exemplo, que a maior dispersão percebida é da ordem de 1,5%. O mesmo não ocorre com os excessos ao nível do primeiro percentil. Os excessos, que deveriam ser na ordem de 1,6% das observações, acabam oscilando entre 2% e 4,5%. A interpretação dos resultados mostra que a probabilidade de ocorrência dos eventos mais extremos é maior do que aquela prevista no caso de uma distribuição normal, ou seja, a distribuição de probabilidades das séries de retornos estudadas, apresenta excessivos graus de curtose. Uma característica das distribuições leptocúrticas, conforme destacado por HULL; WHITE (1997), é que os eventos extremos ganham maior "massa" de probabilidade, enquanto que eventos intermediários tem probabilidade de ocorrência menor, comparada àquela de uma distribuição normal.

4.3 Testando o Valor Médio dos Retornos que Excedem os Intervalos de Confiança Projetados

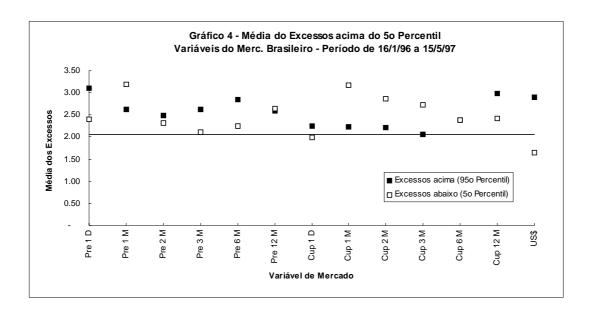
Essa seção compara o valor médio dos retornos diários que excedem as margens de confiança com aquele que seria o valor esperado para esses excessos a partir das estimativas de volatilidade e hipótese de distribuição normal condicional. FINGER (1996), demonstra que a média esperada para os retornos que excedem as margens de confiança - $ME(\alpha)$ é dada pela expressão [8], a seguir:

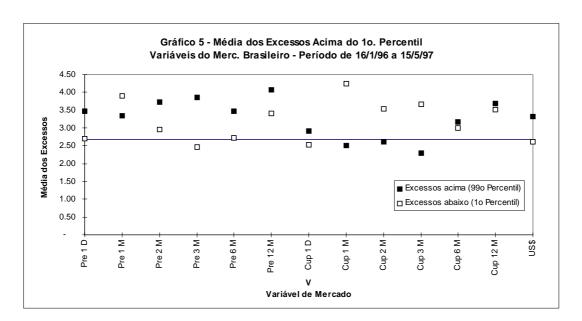
$$ME(\alpha) = \frac{1}{\Phi(\alpha)} \int_{-\infty}^{\alpha} x \varphi(x) dx = -\frac{\varphi(\alpha)}{\Phi(\alpha)}$$
 [8]

Onde Φ é a função de probabilidade acumulada de uma normal reduzida e φ é a função densidade de probabilidade da normal. A variável x representa os retornos padronizados. Assim, para os níveis de confiança, de 5% e de 1%, o cálculo de cada $ME(\alpha)$ é dado no Quadro 2 a seguir:

Quadro 2. Cálculo de ME(α) conforme							
expressão [8] para $\alpha = 5\%$ e $\alpha = 1\%$							
α	Φ	φ	ME(α)				
5%	5%	0.1032	2.06				
1%	1%	0.0266	2.66				

Desta forma, dentro da hipótese de distribuição normal condicional dos retornos, assumida pelo RiskMetricsTM, pode-se afirmar que se um retorno, por exemplo, excede o 5º percentil, então o valor médio esperado para ele é 2.06 vezes a volatilidade projetada para aquele dia. O presente teste compara os valores médios das exceções obtidas nas séries estudadas com o valor calculado conforme a expressão [8]. Os Gráficos 4 e 5, a seguir, apresentam os resultados obtidos para o período em estudo:





Novamente se observa a não conformidade dos resultados obtidos com a hipótese de normalidade. Os valores médios dos excessos ocorridos em relação aos percentis projetados são superiores aos valores médios esperados para o caso de distribuições normais. A linha cheia que nos dois gráficos acima demonstra o valor médio esperado dos excessos, é superada na quase totalidade das vezes. Ao nível do primeiro percentil, os excessos chegam a superar quase que o dobro do valor de suas expectativas.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Neste trabalho, foram efetuados testes estatísticos sobre as principais variáveis do mercado financeiro nacional, taxas de juros interbancários, de cupom cambial e de câmbio, para um período de 332 dias úteis que vai de 16/1/96 a 15/5/97. O modelo de alisamento exponencial para estimativa de volatilidades diárias, mostrou-se bastante preciso, principalmente quando é incluído no seu cálculo o valor das médias diárias dos retornos, cálculo esse que é desprezado no modelo sugerido pelo RiskMetricsTM. Os resultados obtidos nos testes confirmam que as variáveis de mercado estudadas apresentam indícios de alto grau de curtose nas suas distribuições de probabilidades. A aplicação pura e simples dos modelos de cálculo do valor em risco, VaR, baseados na metodologia do RiskMetricsTM, funciona razoavelmente bem para margens de confiança da ordem de 5%, porém, tende a subestimar o risco de mercado incorrido quando margens de confiança mais rígidas são exigidas. Esta conclusão coincide com a de FINGER (1996), em testes efetuados para diversas séries de retorno de economias emergentes. Existe, portanto, a necessidade de enriquecer os modelos utilizados. Trabalhos bem recentes, por exemplo, HULL; WHITE (1997) e ZANGARI (1996) propõem sofisticações no cálculo do VaR de forma a levar em conta a leptocurtose. Esses trabalhos sugerem modelos similares aos discutidos mas que assumem as distribuições de probabilidades dos retornos diários das variáveis de mercado como sendo resultantes da mistura de duas distribuições normais.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- FINGER, C.C. Testing riskmetricsTM volatility forecasts on emerging markets data. In: RISKMETRICS Monitor... [s.l.]: Reuters/J.P. Morgan, [19__].
- HENDRICKS, D. Evaluation of value-at-risk models using historical data. <u>Economic Policy Review</u>, Apr. 1996.
- HULL, J.; WHITE, A. <u>Taking account of the kurtosis in market variables when calculating value at risk</u>. [s.l.: s.n., 19__]. Versão preliminar de um artigo anexado à apostila de um seminário promovido em São Paulo em Maio de 1997.
- JACKSON, P.; MAUDE, D.J; PERRAUDIN, W. Bank capital and value at risk. <u>The Journal</u> of Derivatives, Spring 1997.
- JORION, P. Value at risk: the new benchmark for controlling market risk. Chicago: Irwin Professional, 1997.
- RISKMETRICS 3. ed.[s.l.]: Reuters/J.P. Morgan, 1995.
- _____. 4. ed.[s.l.]: Reuters/J.P. Morgan, dez 1995.
- SMITHSON, C. Value-at-risk: understanding the various ways to calculate VAR. <u>Risk</u> <u>Magazine</u>,v. 9, n. 1, Jan. 1996.
- ZANGARI, P. When is non-normality a problem? the case of 15 time series from emerging markets. In: RISKMETRICS Monitor. [s.l.]: Reuters/J.P. Morgan, [19__].