



ESFORÇOS EXTREMOS EM PONTES PARA MODELO DINÂMICO DE CARGAS MÓVEIS NO BRASIL

Hugo Campêlo Mota

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientadora: Michèle Schubert Pfeil

Rio de Janeiro
Junho de 2017

ESFORÇOS EXTREMOS EM PONTES PARA MODELO DINÂMICO DE CARGAS MÓVEIS
NO BRASIL

Hugo Campêlo Mota

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM
ENGENHARIA CIVIL

Examinada por:

Prof^a. Michèle Schubert Pfeil, D.Sc

Prof. Ronaldo Carvalho Battista, Ph.D.

Prof. Wendell Diniz Varela, D.Sc

Prof^a .Eliane Maria Lopes Carvalho, D.Sc

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
JUNHO DE 2017

Mota, Hugo Campêlo

Esforços extremos em pontes para modelo dinâmico de cargas móveis no Brasil/ Hugo Campêlo Mota. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

XV, 80 p.: il .; 29,7cm.

Orientadora: Michèle Schubert Pfeil

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 81-83.

1.Esforços em pontes. 2. Modelo de cargas móveis. 3.Análise dinâmica I. Pfeil, Michèle Schubert. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

AGRADECIMENTOS

Para a realização deste trabalho em um estado diferente do meu estado natal, e portanto longe de grande parte da família, minha esposa Lívia, foi de fundamental importância em todos os momentos deste caminho. Obrigado pelo apoio nas tomadas de decisão, no apoio nos momentos mais difíceis e pela companhia em todos os instantes.

Um agradecimento especial para os meus pais que sempre me incentivaram em todas as minhas empreitadas na vida. Eternamente grato pela educação que foi passada e pelos conselhos e ensinamentos que me moldaram na forma que sou hoje.

Agradeço A minha família que sempre me incentivou na conclusão deste trabalho, meus avós os exemplos da família e meus tios, Cristina e Valdir que gentilmente me forneceram moradia, aos primos Tiago e Caio, que representaram a família nos momentos de confraternização.

À minha orientadora Michèle Schubert Pfeil, que mesmo antes de ser minha orientadora, já estava me dando dicas passando informações e dedicando seu tempo para que este trabalho se desenvolvesse até mesmo nos finais de semana.

Aos amigos que fiz na COPPE, e que me ajudaram nos estudos das disciplinas e que souberam dividir as angústias e receios das novas descobertas.

Aos amigos Carlos Henrique e Sabrina Zein, que fizeram os finais de semana distante da família mais agradáveis e reconfortantes.

À CAPES e a Faperj pelo apoio financeiro.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.).

ESFORÇOS EXTREMOS EM PONTES PARA MODELO DINÂMICO DE CARGAS MÓVEIS NO BRASIL

Hugo Campêlo Mota

Junho/2017

Orientadora : Michèle Schubert Pfeil

Programa: Engenharia Civil

O presente trabalho dá sequência à linha de pesquisa desenvolvida na COPPE – UFRJ objetivando o desenvolvimento de modelos de cargas móveis em pontes no Brasil de modo a reproduzir os efeitos extremos ocasionados pelo tráfego de veículos reais (conforme base de dados especialmente elaborada) já incorporando os efeitos dinâmicos. Os sistemas estruturais abordados neste trabalho consistem de pontes em grelha com duas longarinas com vãos de comprimento entre 10 e 40m biapoiados e contínuos e estruturas em balanço entre 2,5 e 10m. Em trabalhos anteriores foram obtidas as configurações de veículos que produzem os maiores esforços estáticos nas estruturas. Para a passagem destas configurações apresenta-se aqui a determinação das respostas dinâmicas em termos de deslocamentos por meio de uma modelagem matemático-numérico de interação veículo-pavimento-estrutura na qual a estrutura é representada por um modelo unifilar construído a partir de um modelo numérico de grelha. Os históricos de amplitudes modais obtidos desta análise dinâmica são então aplicados às formas modais do modelo de grelha para determinar os esforços solicitantes dinâmicos máximos. Estes resultados permitirão a obtenção dos valores extremos destes esforços realizando como consequência a proposição de novos modelos de cargas móveis. Apresenta-se adicionalmente uma comparação entre estes valores e aqueles calculados à partir do modelo de carga móvel da norma brasileira.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

BRIDGES MAXIMUM INTERNAL FORCES FOR BRAZILIAN LIVE LOAD MODEL

Hugo Campêlo Mota

June/2017

Advisor : Michèle Schubert Pfeil

Department: Civil Engineering

The research line aiming at the development of live load models for bridge design in Brazil is pursued focusing on the dynamics amplification factors produced by the passage of the loading configurations that provides maximum responses on bridges. The analysed structures are bridges with span between 10 and 40m and also cantilevers between 2,5m and 10,0m length. The extreme static internal forces were obtained previously by means of specially developed heavy vehicle data base, traffic simulation and static analysis. It's used a mathematical-numerical-computational model representing the interaction between pavement, vehicle and structure to obtain the time histories of displacements and internal forces and corresponding amplification factors. Those results enabled the determination of dynamic extreme values of internal forces produced by the actual traffic of heavy vehicles which consist of the target values for the new live models to be proposed. A comparison between these values and those derived from brazilian code live load model are also presented.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	X
LISTA DE TABELAS	XV
1 .INTRODUÇÃO	1
1.1 MOTIVAÇÃO	1
1.2 TRABALHOS ANTERIORES NA COPPE	2
1.3 OBJETIVOS E METODOLOGIAS	3
1.4 SEQUÊNCIA DO TRABALHO.....	4
2. MODELO ANALÍTICO-NUMÉRICO UNIFILAR DA INTERAÇÃO VEÍCULO-PAVIMENTO-ESTRUTURA	5
2.1 MODELAGEM DA ESTRUTURA	5
2.2 MODELO PLANO DO VEÍCULO 3C	9
2.3 MODELO DO PAVIMENTO	10
2.4 INTERAÇÃO VEÍCULO-PAVIMENTO-ESTRUTURA UNIFILAR.....	12
2.5 DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS INTERNOS NO MODELO GRELHA	15
2.6 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	16
2.6.1 PROGRAMA IVPE-V5.....	16
2.6.2 PROGRAMA IVPEGRELHA.....	18
3. ESTRUTURAS E MODELOS ANALISADOS	20
3.1 DESCRIÇÃO DAS ESTRUTURAS E ESFORÇOS ANALISADOS	20
3.2 DESCRIÇÃO DO MODELO DE CASCA	22
3.3 DESCRIÇÃO DO MODELO GRELHA.....	28
3.4 DESCRIÇÃO DO MODELO UNIFILAR	32
3.5 DESCRIÇÃO DOS VEÍCULOS	35
4. RESULTADOS PRELIMINARES PARA VALIDAÇÃO DOS PROGRAMAS E AJUSTE DE MODELOS	48
4.1 VALIDAÇÃO DO IVPEGRELHA.....	48

4.2	AJUSTE DOS MODELOS GRELHA	50
4.3	VALIDAÇÃO DAS ANÁLISES COM MODELOS UNIFILARES	57
5.	RESULTADOS PARA AS CONFIGURAÇÕES DE VEÍCULOS QUE PRODUZEM ESFORÇOS MÁXIMOS	63
5.1	MODELOS UNIFILARES BIAPOIADOS.....	63
5.2	MODELOS UNIFILARES DE ESTRUTURAS COM BALANÇOS	68
5.3	MODELOS UNIFILARES CONTÍNUOS	73
6.	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	79
6.1	CONCLUSÕES.....	79
6.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	80
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	81
	ANEXO A 84	
	DESCRIÇÃO DAS MATRIZES DAS EQUAÇÕES DE MOVIMENTO	84

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 SEÇÃO TRANSVERSAL DAS PONTES ANÁLISADAS (UNI:CM).....	5
FIGURA 2.2 MODELOS NUMÉRICOS DA ESTRUTURA: (A) MODELO DE CASCA (B) MODELO DE GRELHA (C) MODELO UNIFILAR ADAPTADO DE (PFEIL ET AL.,2010)	6
FIGURA 2.3 ELEMENTO DE BARRA TRIDIMENSIONAL COM 12 GRAUS DE LIBERDADE.....	7
FIGURA 2.4 REPRESENTAÇÃO ESQUEMATICA DOS MODOS DE FLEXÃO VERTICAL (A) E TORÇÃO (B) ADAPTADO DE (MELO, 2007)	8
FIGURA 2.5 MODELO MECÂNICO PARA VEÍCULO DE TRÊS EIXOS UTILIZADO NO IVPE (MENDONÇA, 2009).	9
FIGURA 2.6 PROCESSO DE SUAVIZAÇÃO DO PERFIL DE IRREGULARIDADES LONGITUDINAL ADAPTADO MELO (2007)	12
FIGURA 2.7 SISTEMA MECÂNICO-ESTRUTURAL DE UM EIXO DO VEÍCULO 3C (ADAPTADO DE PFEIL ET AL 2010).....	13
FIGURA 2.8 DIAGRAMA DE CORPO LIVRE DE UM EIXO DO VEÍCULO 3C. ADAPTADO DE MENDONÇA (2009).....	13
FIGURA 2.9 FLUXOGRAMA IVPEGRELHA	16
FIGURA 2.10 ATUALIZAÇÃO DO GRAU DE LIBERDADE (ADAPTADO DE ARAUJO 2014)	17
FIGURA 3.1 MODELO MEF DE CASCAS B100-C	22
FIGURA 3.2 MODELO MEF DE CASCAS B200-C	23
FIGURA 3.3 MODELO MEF DE CASCAS B300-C	23
FIGURA 3.4 MODELO MEF DE CASCAS B400-C	23
FIGURA 3.5 MODELO MEF DE CASCAS E25-C	24
FIGURA 3.6 MODELO MEF DE CASCAS E50-C	24
FIGURA 3.7 MODELO MEF DE CASCAS E75-C	25
FIGURA 3.8 MODELO MEF DE CASCAS E100-C	25
FIGURA 3.9 MODELO MEF DE CASCAS C100-C	26
FIGURA 3.10 MODELO MEF DE CASCAS C200-C	26
FIGURA 3.11 MODELO MEF DE CASCAS C300-C	27
FIGURA 3.12 MODELO MEF DE CASCAS C400-C	27
FIGURA 3.13 SEÇÃO ADOTADA NO MODELO GRELHA.....	28
FIGURA 3.14 MODELO GRELHA B100-B	29
FIGURA 3.15 MODELO GRELHA B200-B	29
FIGURA 3.16 MODELO GRELHA B300-B	29
FIGURA 3.17 MODELO GRELHA B400-B	30

FIGURA 3.18 MODELO GRELHA E25-B	30
FIGURA 3.19 MODELO GRELHA E50-B	30
FIGURA 3.20 MODELO GRELHA E75-B	31
FIGURA 3.21 MODELO GRELHA E100-B	31
FIGURA 3.22 MODELO GRELHA C100-B	31
FIGURA 3.23 MODELO GRELHA C200-B	32
FIGURA 3.24 MODELO GRELHA C300-B	32
FIGURA 3.25 MODELO GRELHA C400-B	32
FIGURA 3.26 REPRESENTAÇÃO DOS 5 PRIMEIROS MODOS DE FLEXÃO VERTICAL DO MODELO UNIFILAR DE UMA PONTE DE 10M	33
FIGURA 3.27 REPRESENTAÇÃO DOS 5 PRIMEIROS MODOS DE TORÇÃO DO MODELO UNIFILAR DE UMA PONTE DE 10M	33
FIGURA 3.28 VEÍCULOS PARA CONFIGURAÇÕES DE ESFORÇOS MÁXIMOS MAIS COMUNS E O 3C (ADAPTADO DE ROSSIGALI, 2013)	35
FIGURA 3.29 ESQUEMA DE VEÍCULO EQUIVALENTE COM 3 EIXOS (ARAUJO, 2014).....	36
FIGURA 4.1 PRIMEIRO CASO DE CARREGAMENTO PARA VALIDAÇÃO DO IVPEGRELHA.....	48
FIGURA 4.2 SEGUNDO CASO DE CARREGAMENTO PARA VALIDAÇÃO DO IVPEGRELHA	49
FIGURA 4.3 SITUAÇÕES DE PASSAGEM DE VEÍCULOS	50
FIGURA 4.4 PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO 8,43HZ FLEXÃO ALTERNADA DAS LAJES (B100-C)	51
FIGURA 4.5 SEGUNDO MODO DE VIBRAÇÃO 9,04HZ FLEXÃO SIMULTÂNEA DAS LAJES (B100-C) ...	52
FIGURA 4.6 TERCEIRO MODO DE VIBRAÇÃO 11,63HZ FLEXÃO DA LAJE E FLEXÃO VERTICAL DAS LONGARINAS (B100-C).....	52
FIGURA 4.7 QUARTO MODO DE VIBRAÇÃO 14,95HZ FLEXÃO ALTERNADA DA LAJE COM TORÇÃO DA ESTRUTURA (B100-C)	53
FIGURA 4.8 QUINTO MODO DE VIBRAÇÃO 15,03HZ FLEXÃO ALTERNADA LAJE (B100-C)	53
FIGURA 4.9 SEXTO MODO DE VIBRAÇÃO 19,08HZ TORÇÃO DA ESTRUTURA (B100-C)	53
FIGURA 4.10 PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO 14,37HZ FLEXÃO VERTICAL DA ESTRUTURA.....	54
FIGURA 4.11 SEGUNDO MODO DE VIBRAÇÃO 15,72HZ TORÇÃO LONGITUDINAL DA ESTRUTURA (B100-B).....	54
FIGURA 4.12 TERCEIRO MODO DE VIBRAÇÃO 19,99HZ FLEXÃO VERTICAL DA ESTRUTURA (B100-B)	54
FIGURA 4.13 QUARTO MODO DE VIBRAÇÃO 31,71HZ FLEXÃO LATERAL DAS LONGAINAS	55
FIGURA 4.14 QUINTO MODO DE VIBRAÇÃO 40,72HZ TORÇÃO LONGITUDINAL DA ESTRUTURA (B100-B).....	55

FIGURA 4.15 COMPARAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS MÁXIMOS DO MODELO UNIFILAR COM RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DE LINHAS DE INFLUÊNCIA PARA VÃOS DE 10M-FAIXA CENTRAL	58
FIGURA 4.16 COMPARAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS MÁXIMOS DO MODELO UNIFILAR COM RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DE LINHAS DE INFLUÊNCIA PARA VÃOS DE 10M-FAIXA SOBRE A LONGARINA	58
FIGURA 4.17 COMPARAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS MÁXIMOS DO MODELO UNIFILAR COM RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DE LINHAS DE INFLUÊNCIA PARA VÃOS DE 5,0M EM BALANÇO-FAIXA SOBRE A LONGARINA.	59
FIGURA 4.18 COMPARAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS MÁXIMOS DO MODELO UNIFILAR COM RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DE LINHAS DE INFLUÊNCIA PARA VÃOS CONTÍNUOS DE 20,0M-FAIXA SOBRE A LONGARINA.	59
FIGURA 4.19 COMPARAÇÃO ENTRE OS DESLOCAMENTOS NO MEIO DO VÃO COM UM ÚNICO MODO DE FLEXÃO E OS VALORES DE REFERÊNCIA.	60
FIGURA 4.20 COMPARAÇÃO DO MOMENTO FLETOR NO MEIO VÃO DO MODELO UNIFILAR COM RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DE LINHAS DE INFLUÊNCIA PARA VÃOS DE 10M-FAIXA SOBRE A LONGARINA.	60
FIGURA 4.21 COMPARAÇÃO DO ESFORÇO CORTANTE PRÓXIMO AO APOIO DO MODELO UNIFILAR COM RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DE LINHAS DE INFLUÊNCIA PARA VÃOS DE 10M-FAIXA SOBRE A LONGARINAL.....	61
FIGURA 5.1 HISTÓRICOS DO DESLOCAMENTO NO MEIO DA PONTE B100 DEVIDO À PASSAGEM DO VEÍCULO 3C EM DIFERENTES VELOCIDADES TRAFEGANDO NA FAIXA ACIMA DA LONGARINA. ..	63
FIGURA 5.2 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA ESTRUTURA B100 E VEÍCULO 3S3-L-EQUIVALENTE.....	64
FIGURA 5.3 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA ESTRUTURA B200 E VEÍCULO 3S3-C-EQUIVALENTE.....	64
FIGURA 5.4 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA ESTRUTURA B200 E VEÍCULO 3T4-EQUIVALENTE.....	65
FIGURA 5.5 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA ESTRUTURA B300 E VEÍCULO 2S3-C-EQUIVALENTE.....	65
FIGURA 5.6 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA ESTRUTURA B300 E VEÍCULO 3T4-EQUIVALENTE.....	65
FIGURA 5.7 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA ESTRUTURA B400 E VEÍCULO 3T6-EQUIVALENTE.....	66

FIGURA 5.8 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA ESTRUTURA B400 E VEÍCULO 3I3-EQUIVALENTE.....	66
FIGURA 5.9 VALORES ALVO PARA MOMENTOS FLETORES ATUALIZADOS PELOS NOVOS FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DE PONTES BIAPOIADAS.....	67
FIGURA 5.10 VALORES ALVO PARA ESFORÇOS CORTANTES ATUALIZADOS PELOS NOVOS FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DE PONTES BIAPOIADAS.....	68
FIGURA 5.11 HISTÓRICOS DO DESLOCAMENTO NA PONTA DO BALANÇO PARA ESTRUTURA E25 DEVIDO A PASSAGEM DO VEÍCULO 3S3-L-EQUIVALENTE EM DIFERENTES VELOCIDADES TRAFEGANDO NA FAIXA ACIMA DA LONGARINA.	69
FIGURA 5.12 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA ESTRUTURA E25 E VEÍCULO 3S3-L-EQUIVALENTE.....	69
FIGURA 5.13 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA ESTRUTURA E50 E VEÍCULO 2S3-L-EQUIVALENTE.....	70
FIGURA 5.14 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA ESTRUTURA E75 E VEÍCULO 2S3-L-EQUIVALENTE.....	70
FIGURA 5.15 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA ESTRUTURA E100 E VEÍCULO 2S3-L-EQUIVALENTE.....	70
FIGURA 5.16 VALORES ALVO PARA MOMENTOS FLETORES ATUALIZADOS PELOS FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DE PONTES COM BALANÇOS.....	72
FIGURA 5.17 VALORES ALVO PARA ESFORÇOS CORTANTES ATUALIZADOS PELOS FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DE PONTES COM BALANÇOS.....	72
FIGURA 5.18 HISTÓRICOS DO DESLOCAMENTO NO MEIO DO VÃO 30M DEVIDO À PASSAGEM DO VEÍCULO 3M6-EQUIVALENTE EM DIFERENTES VELOCIDADES TRAFEGANDO NA FAIXA ACIMA DA LONGARINA.....	73
FIGURA 5.19 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA A PONTE C100 E VEÍCULO 2S3-C.....	73
FIGURA 5.20 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA A PONTE C100 E VEÍCULO 3S3-L.....	74
FIGURA 5.21 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA A PONTE C100 E VEÍCULO 3T4.....	74
FIGURA 5.22 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA C200 E VEÍCULO 3S3-L.....	74
FIGURA 5.23 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA C300 E VEÍCULO 2S3-C.....	75
FIGURA 5.24 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA C300 E VEÍCULO 3M6.....	75
FIGURA 5.25 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA C300 E VEÍCULO 3T4.....	75
FIGURA 5.26 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA C400 E VEÍCULO 3T6.....	76
FIGURA 5.27 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA PARA C400 E VEÍCULO 3T4.....	76
FIGURA 5.28 VALORES ALVO PARA MOMENTOS FLETORES POSITIVOS ATUALIZADOS PELOS NOVOS FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DE PONTES CONTÍNUAS.....	77

FIGURA 5.29 VALORES ALVO PARA ESFORÇOS CORTANTES ATUALIZADOS PELOS NOVOS FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DE PONTES CONTÍNUAS.	77
FIGURA 5.30 VALORES ALVO PARA MOMENTOS FLETORES NEGATIVOS ATUALIZADOS PELOS NOVOS FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DE PONTES CONTÍNUAS.....	78

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 DISTÂNCIAS DE APROXIMAÇÃO PARA DIFERENTES VELOCIDADES	10
TABELA 2.2 CLASSIFICAÇÃO DO PERFIL LONGITUDNAL DE ACORDO COM O PADRÃO DA ISO (HONDA ET AL.,1982)	11
TABELA 3.1 CODIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS	20
TABELA 3.2 DIMENSÕES DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS ANALISADOS (VER FIG 2.1).....	21
TABELA 3.3 LARGURA DA MESA COLABORANTE E QUANTIDADE DE TRANSVERSINAS INTERMEDIÁRIAS	28
TABELA 3.3 VALORES DE AMORTECIMENTO E RIGIDEZ ADOTADOS	47
TABELA 3.5-A VALORES E PESOS DOS VEÍCULOS EQUIVALENTES PARA ESTRUTURA BIAPOIADA B100.....	37
TABELA 3.6 A-VALORES E PESOS DOS VEÍCULOS EQUIVALENTES PARA ESTRUTURAS COM BALANÇOS E25 E E50	41
TABELA 3.7-A VALORES E PESOS DOS VEÍCULOS EQUIVALENTES PARA ESTRUTURA CONTÍNUA C100	43
TABELA 4.1. VALORES DE REFERÊNCIA PARA VALIDAÇÃO DO IVPEGRELHA.....	49
TABELA 4.2 COMPARAÇÃO DO MODELO DE GRELHA COM O MODELO DE CASCA VÃO 10M.	56
TABELA 4.3 COMPARAÇÃO DO MODELO DE GRELHA COM O MODELO DE CASCA VÃO 20M	56
TABELA 4.4 COMPARAÇÃO DO MODELO DE GRELHA COM O MODELO DE CASCA VÃO 30M	56
TABELA 4.5 COMPARAÇÃO DO MODELO DE GRELHA COM O MODELO DE CASCA VÃO 40M	57
TABELA 4.6 RESUMO DE FREQUÊNCIAS NATURAIS E MASSAS MODAIS DOS MODELOS UNIFILARES	62
TABELA 5.1 FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA MÁXIMOS PARA PONTES BIAPOIADAS OBTIDOS NESTE TRABALHO.	67
TABELA 5.2 NOVOS FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA MÁXIMOS PARA PONTES COM BALANÇOS NESTE TRABALHO	71
TABELA 5.3 NOVOS FATORES DE AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA MÁXIMOS PARA PONTES CONTÍNUAS..	76

1 .INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

O modelo de carga móvel, também chamado de “trem tipo”, da norma brasileira NBR7188 (ABNT, 2013) mantém a configuração dos modelos de versões anteriores desde a década de 1960. A magnitude do carregamento aumentou desde então sem, entretanto, haver calibração de valores em relação aos efeitos do tráfego de veículos que hoje circulam regularmente em todas as rodovias do Brasil.

O interesse da manutenção das características do “trem tipo” vigente da norma se deve à utilização de métodos já consagrados e utilizados por décadas com bastante êxito pelo grupo de engenheiros projetistas de pontes rodoviárias no Brasil. Como exemplo, se pode citar a utilização da famosa tabela de *RÜSCH* (1965), para a obtenção de esforços em lajes. Isso fez com que a utilização dos veículos tipos fosse preferida a um método que busque se aproximar do tráfego real presente nas estruturas como é o caso das normas europeias e norte americanas.

A norma NBR 7188 (ABNT,2013) considera a análise dinâmica de pontes dispensável para estruturas com vãos menores que 200m desde que se adote o coeficiente de amplificação dinâmica já consagradamente chamado de coeficiente de impacto vertical. Este por sua vez leva em consideração apenas o comprimento do vão e diminui a medida que ele aumenta, tendo valor máximo de 1,35. Este coeficiente ainda pode ser acrescido por um outro fator chamado de coeficiente de impacto adicional em regiões próximas aos apoios. Em *MASON* (1977) , mostra-se que esse coeficiente engloba uma série de efeitos dinâmicos distintos compostos por três parcelas:

- A primeira devido as vibrações livres e forçadas da superestrutura, produzidas pela mobilidade de carga
- A segunda diz respeito aos efeitos de massa dos veículos e seu amortecimento.
- A terceira e última, devido a choque ocasionados por ressaltos do pavimento.

Com veículos mais pesados e velozes e adicionando-se ainda a falta de manutenção, é natural se esperar uma deterioração mais rápida de elementos de obras de arte especiais mais vulneráveis como: os aparelhos de apoio, as juntas de dilatação, pavimento e rebaixamento das lajes de transição. Fatos que já vem sendo observados frequentemente na prática.

Tanto o rebaixamento das placas de transição, bem como a rugosidade causada pela deterioração do pavimento, provocam, com o passar do tráfego real, vibrações nas pontes gerando esforços dinâmicos. No caso de pontes com pequenos vãos (10 a 40m) já foi demonstrado por ROSSIGALI (2013) que essas vibrações podem ser excessivas provocando esforços não previstos em projeto, em destaque a situação com veículos pesados sendo literalmente lançados para a ponte, por rampas ou ressaltos na entrada da ponte com balanços. Trata-se da situação crítica para a análise dinâmica de pontes com pequenos vãos de duas faixas de tráfego, estrutura muito comum no Brasil. Evidencia-se, portanto, a necessidade iminente de atualização do modelo empregado para cargas móveis nestas situações específicas.

1.2 TRABALHOS ANTERIORES NA COPPE

Tendo em vista o objetivo de desenvolver modelos de cargas móveis para o projeto de pontes os trabalhos de ROSSIGALI (2006, 2013) percorreram as seguintes etapas:

1. Criação de base de dados de veículos de carga que trafegam em rodovias brasileiras.
2. Seleção de estruturas típicas de pontes de vãos curtos em concreto armado e de esforços internos críticos a serem analisados.
3. Simulação de tráfego de veículos e análise estática dos modelos de pontes sob a passagem de veículos.
4. Determinação de histogramas dos esforços estáticos críticos e ajuste de funções de distribuição de probabilidade (FDP).
5. Aplicação da estatística de extremos às FDP dos esforços para obter valores extremos derivados da análise estática.
6. Análise dinâmica dos modelos estruturais sob a ação da passagem das configurações de veículos que produziram os esforços estáticos máximos na etapa 3.
7. Determinação dos esforços dinâmicos extremos, tomados como valores-alvo para a calibração de novos modelos de cargas móveis.
8. Proposta de novos modelos de cargas móveis que já levam em consideração os efeitos dinâmicos devidos à passagem de veículos.

Para a realização da etapa (6) ROSSIGALI (2013) adaptou a formulação de interação veículo – pavimento – estrutura apresentada anteriormente por MELO (2007) e MENDONÇA

(2009) e implementada no programa denominado IVPE, substituindo o modelo do veículo rígido de 3 eixos (3C) por um modelo de veículo articulado de 5 eixos (2S3). Entretanto, a formulação com o modelo de veículo 2S3 não foi validada experimentalmente como já havia sido feito anteriormente com o modelo 3C nos trabalhos de PFEIL *et al.* (2007) e ARAUJO (2014). Em ARAUJO (2014) foi demonstrado que os resultados obtidos através do programa IVPE para a análise dinâmica do viaduto Santos Dias no Rio de Janeiro (ver também SANTOS, 2013) condiziam com resultados experimentais e, portanto, validados.

1.3 OBJETIVOS E METODOLOGIAS

Este trabalho se insere na linha de pesquisa que pretende contribuir com a modernização das normas de projeto de pontes por meio do desenvolvimento de modelos de cargas móveis calibrados em relação aos efeitos do tráfego de veículos reais em rodovias brasileiras já levando em conta os efeitos dinâmicos no caso de pontes de vãos curtos. Observando que o modelo do veículo 2S3 empregado por ROSSIGALI (2013) não foi validado experimentalmente este trabalho retoma a etapa de análise dinâmica dos modelos de pontes sob a passagem das configurações de veículos que produziram os máximos esforços (etapa 6 citada no item 1.2), desta vez com o programa IVPE e modelo de veículo 3C. No caso em que os veículos que geraram os maiores esforços não tinham a configuração 3C foi necessário elaborar configurações equivalentes ao 3C.

O objetivo principal deste trabalho é a determinação dos fatores de amplificação dinâmica a serem aplicados aos esforços extremos obtidos da análise estática dos modelos de pontes sob a passagem de veículos de modo a se atualizar os valores-alvo dos esforços obtidos anteriormente por ROSSIGALI (2013). Estes são os valores a serem usados na calibração dos modelos de cargas móveis.

Adicionalmente, objetiva-se comparar os esforços extremos dinâmicos aqui obtidos aos correspondentes esforços determinados com o modelo vigente de carga móvel da NBR7188 (ABNT, 2013).

A metodologia empregada neste trabalho para a realização da análise da interação dinâmica veículo-pavimento-estrutura é a mesma adotada em ARAUJO (2014) e segue as seguintes etapas:

- a) Elaboração de modelo numérico da estrutura da ponte com elementos finitos de casca;

- b) Elaboração de um modelo tipo grelha da ponte ajustando os resultados em termos de rigidez e de frequência naturais aos do modelo da etapa (a);
- c) Criação do modelo unifilar da estrutura com seus modos de vibração de flexão vertical e torção;
- d) Análise por meio do programa IVPE o qual fornece resultados somente em termos de deslocamentos.

Para a determinação dos fatores de amplificação dinâmica em termos de esforços solicitantes foi elaborado neste trabalho o programa IVPEGRELHA que calcula os históricos de esforços críticos a partir das amplitudes modais obtidas do programa IVPE.

Neste trabalho são analisadas pontes de concreto armado com duas longarinas com os seguintes esquemas estruturais (ROSSIGALI, 2013):

- Pontes biapoiadas e contínuas com vãos de 10m, 20m, 30m e 40 m;
- Pontes com vãos em balanço de comprimentos iguais a 2,5m, 5m, 7,5m, e 10m.

1.4 SEQUÊNCIA DO TRABALHO

No capítulo 2, serão apresentados como são formulados os modelos de placas, de grelha e modelo unifilar das estruturas que serão analisadas e a descrição matemática tanto dos modelos, como dos processos de análise que foram empregados.

No capítulo 3, são mostrados as características das estruturas analisadas suas dimensões e materiais, bem como os modelos discretizados e considerações feitas para análise dinâmica dos modelos.

No capítulo 4, são apresentados resultados preliminares obtidos para a validação tanto dos modelos matemáticos como dos softwares utilizados para a análise, é também mostrado como é feita a análise modal dos modelos e é apresentado um comparativo entre as respostas dos modelos.

No capítulo 5, são apresentados os novos valores de amplificação dinâmica para as estruturas biapoiadas em balanço e com vãos contínuos. Também são mostrados os esforços máximos obtidos para cada estrutura e por fim uma comparação com os resultados de esforços encontrados com a utilização das normas brasileiras.

No capítulo 6, são apresentadas as conclusões obtidas deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2. MODELO ANALÍTICO-NUMÉRICO UNIFILAR DA INTERAÇÃO VEÍCULO-PAVIMENTO-ESTRUTURA

2.1 MODELAGEM DA ESTRUTURA

Para este trabalho foram consideradas pontes de concreto armado com seção transversal tipo π como mostrado na figura 2.1, típica da malha rodoviária brasileira.

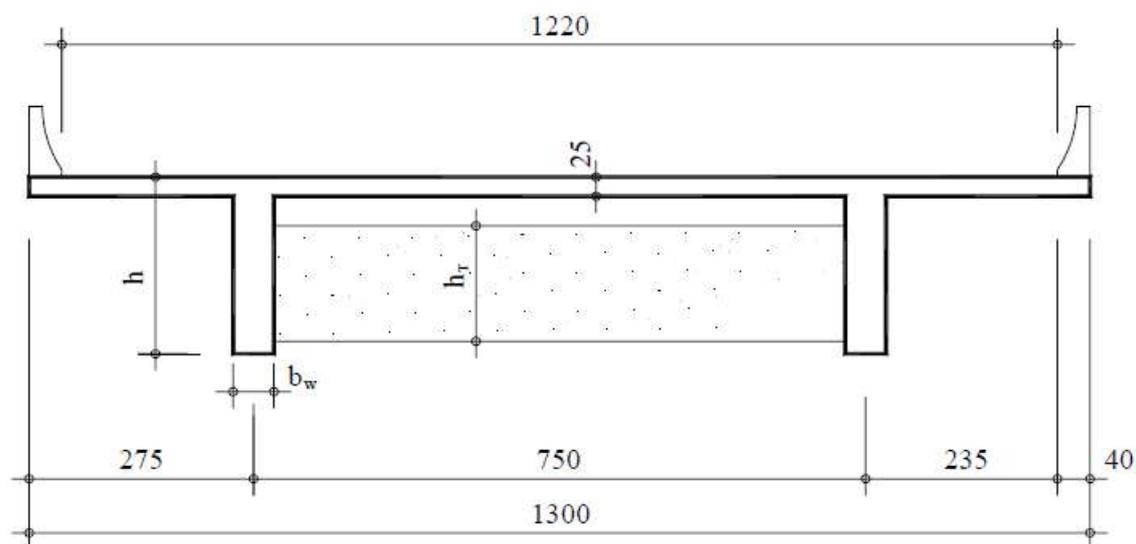


Figura 2.1 Seção transversal das pontes analisadas (uni:cm)

Para a análise dos efeitos da interação veículo-pavimento-estrutura utiliza-se neste trabalho o modelo unifilar do esquema da figura 2.2 (c) em que os nós do modelo apresentam graus de liberdade de deslocamento vertical e rotação. Este modelo é obtido a partir de um modelo de grelha da estrutura da figura 2.2 (b) que, por sua vez, é ajustado a um modelo de casca como na figura 2.2 (a) em termos de rigidez e características dinâmicas. Esta sequência lógica é utilizada na análise de todas as estruturas neste trabalho, portanto para cada estrutura foram feitos três modelos matemático-numéricos distintos.

A análise da interação veículo-pavimento-estrutura deste trabalho é realizada pelo método da superposição modal, segundo o qual o deslocamento (U_{ei}) de um nó do modelo unifilar na direção do grau de liberdade “ m ” pode ser expresso por:

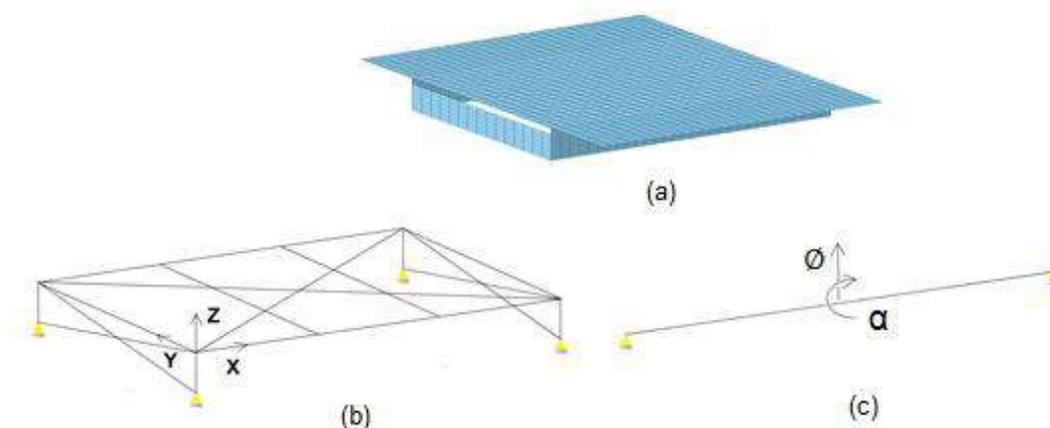


Figura 2.2 Modelos numéricos da estrutura: (a) modelo de casca (b) modelo de grelha (c) modelo unifilar adaptado de (PFEIL et al.,2010)

$$U_{em} = \sum_{j=1}^n \phi_{mj} u_{ej} \quad (2.1)$$

sendo,

u_{ej} a amplitude do modo j da estrutura,

ϕ_{mj} o valor do autovetor do modelo unifilar do modo j na direção m .

A utilização deste método é aplicada diretamente para obtenção de deslocamentos totais ao longo do tempo e o consequente cálculo dos esforços em elementos. De uma forma mais direta o método da superposição modal admite que se possa analisar a contribuição de cada modo em separado e depois somá-los. Este método também é aplicado ao modelo de grelha como será mostrado no item 2.5 deste trabalho.

O modelo Grelha, por sua vez, é constituído de elementos de barras tridimensionais cada uma com doze graus de liberdade sendo seis de translação e seis de rotação para representar elementos presentes na ponte, tais como longarinas e transversinas como mostrado na figura 2.3. Esses elementos são mais fáceis de serem implementados e processados matematicamente do que os modelos com elementos em casca. Muito embora essa facilidade seja desejável, muitas das características da estrutura não podem ser representadas perfeitamente nesse tipo de modelo devido à característica unidimensional de seus elementos. Um exemplo são os efeitos devido às lajes em balanço, que não são representadas no modelo. As representações da rigidez da laje em seu próprio plano e da posição excêntrica do apoio em relação ao eixo das longarinas são feitas por elementos de

rigidez. Estes elementos diagonais são determinados por ajuste a um modelo refinado de casca da estrutura, conforme descrito por ARAUJO (2014) e resumido a seguir.

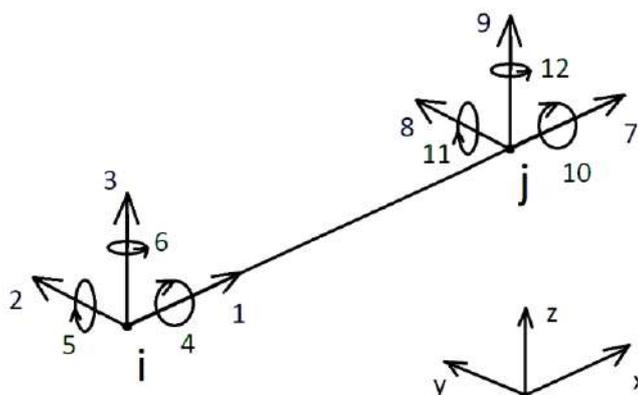


Figura 2.3 Elemento de barra tridimensional com 12 graus de liberdade

Inicialmente se elabora um modelo em elementos de casca da ponte para as análises estática e de vibrações livres a partir das quais se pode ajustar o modelo de barras com os citados elementos diagonais. Verifica-se a validade do modelo grelha através da comparação direta das formas modais de flexão e torção da estrutura, bem como suas frequências naturais e deslocamentos devido a cargas estáticas sendo ainda comparadas as massas globais dos dois modelos. Uma vez que o modelo grelha passa a representar essas características fundamentais do modelo de casca, se passa a chamá-lo de modelo grelha ajustado.

O modelo grelha ajustado é utilizado para a obtenção das frequências naturais e formas modais (autovetores) da estrutura que serão utilizados para a criação do modelo unifilar. Determinam-se também do modelo grelha os esforços oriundos da interação veículo-pavimento-estrutura. Estes esforços, momento fletor e esforço cortante, são obtidos através da utilização do programa IVPEGRELHA. Este passo consiste na perda de graus de liberdade, e como no processo anterior, implica na perda da capacidade de representação do comportamento da estrutura, como por exemplo a flexão lateral da estrutura. Entretanto, para o tipo de estrutura em que as formas modais são relativamente “puras” (ou seja, com movimentos predominantes de flexão vertical, flexão lateral ou torção) e para a análise aqui proposta importam, apenas, os modos de flexão vertical e torção.

O modelo unifilar consiste de elementos com apenas quatro graus de liberdade, sendo dois de translação vertical e dois de rotação (apenas os graus 3, 5, 9 e 11 da fig 2.3). Os modos de flexão e torção do modelo unifilar são obtidos de maneira análoga à apresentada em ARAUJO (2014) e ilustrado na figura 2.4. Para os modos com flexão vertical predominante,

determina-se a componente do autovetor unifilar como uma média dos valores do autovetor respectivo àquele modo no modelo GRELHA como na equação 2.2, já para os modos de torção, calcula-se pela equação 2.3.

Modos de flexão

$$\phi_{ij} = \frac{\phi_{v1} + \phi_{v2}}{2} \quad (2.2)$$

Modos de torção

$$\alpha_{ij} = \frac{\phi_{t1} - \phi_{t2}}{e} \quad (2.3)$$

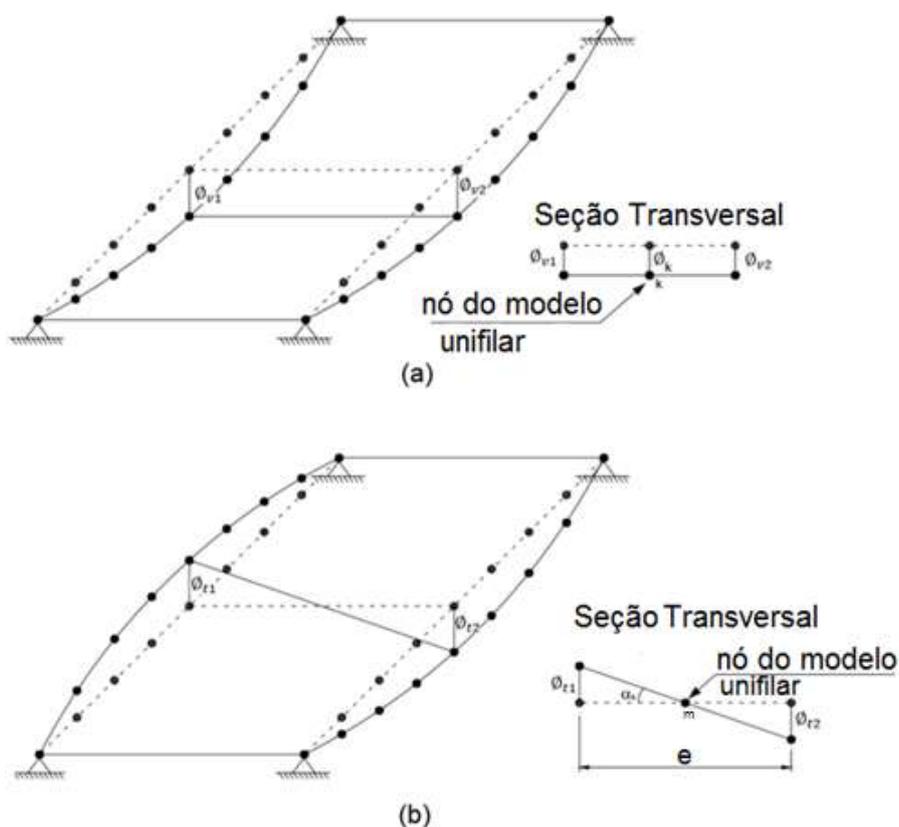


Figura 2.4 Representação esquemática dos modos de flexão vertical (a) e torção (b) adaptado de (MELO, 2007)

O modelo unifilar com seus autovetores, por sua vez, é excitado com um veículo trafegando em condições pré-determinadas, com as características da estrutura, do pavimento e do veículo descritos na sequência.

2.2 MODELO PLANO DO VEÍCULO 3C

O modelo unifilar mecânico plano do veículo rígido de 3 eixos têm cinco graus de liberdade que estão representados na figura 2.5, sendo, os quatro primeiros de translação vertical, onde u_v é a translação da massa suspensa (m_v), $u_{p,i}$ é a translação de uma das três massas não suspensas ($m_{p,i}$) que representam o conjunto eixo-roda-pneu, enquanto que θ_v é a rotação da massa suspensa. As massas não suspensas estão ligadas a massa suspensa por um conjunto de mola-amortecedor ($K_{v,i}$ e $C_{v,i}$) e ao pavimento por outros conjuntos mola-amortecedor ($K_{p,i}$ e $C_{p,i}$), que simulam os pneus.

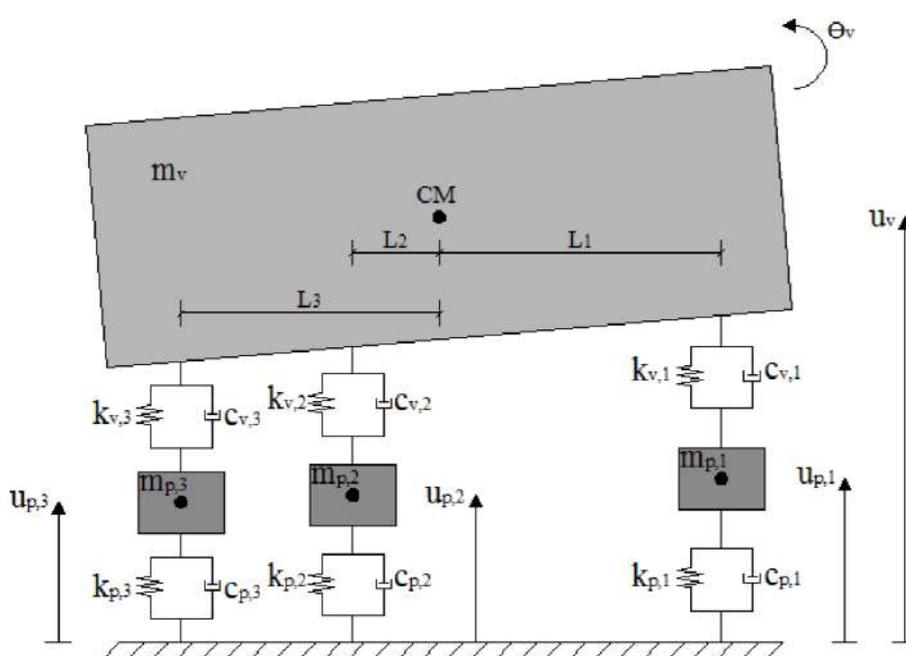


Figura 2.5 Modelo mecânico para veículo de três eixos utilizado no IVPE (MENDONÇA, 2009).

As distâncias entre os eixos do veículo são definidas conforme mostrado na figura 2.5 e são orientadas em relação ao centro de massa do veículo sendo dadas pelas variáveis $L1$, $L2$ e $L3$.

O sistema de equações dinâmicas de movimento do sistema estrutura veículo será apresentado para o caso de veículos com três eixos, e, para os casos em que se faz necessária à utilização de veículos com outras configurações, este trabalho propõe a determinação de veículos com três eixos equivalentes (ver item 3.2)

2.3 MODELO DO PAVIMENTO

O pavimento, no modelo unifilar, é considerado rugoso e seu perfil deve ter um comprimento total (L_{tot}) dado pela soma das distâncias de aproximação (L_{aprox}), comprimento da ponte (L_{ponte}) e distância de afastamento da ponte (L_{af}) conforme mostrado na equação 2.4.

$$L_{tot} = L_{aprox} + L_{ponte} + L_{af} \quad (2.4)$$

A distância de aproximação é adotada de modo que o veículo esteja com pequenas oscilações verticais no momento em que ele entra no trecho da ponte. Isso se deve ao fato da posição inicial vertical do veículo ser a posição de deslocamento nulo e não a posição de equilíbrio, gerando uma resposta transiente devido ao peso próprio do veículo. Foi mostrado em ARAUJO (2014) que o tempo de aproximação necessário para eliminar tal efeito depende da massa do veículo e é igual a cerca de 15 segundos para um veículo de 230kN. Portanto, para se obter a distância de aproximação, o referido tempo foi multiplicado pela velocidade do veículo em metros por segundo como mostrado na tabela 2.1. A distância de afastamento deve ser tomada de modo a garantir que todo o veículo tenha saído da ponte durante a análise, portanto deve ser no mínimo o comprimento total do veículo empregado na análise, embora se tenha adotado valores maiores para que se possa obter a resposta a vibração livre da ponte.

Tabela 2.1 Distâncias de aproximação para diferentes velocidades

Velocidade (km/h)	Distância de Aproximação (m)
1	4,17
20	83,3
40	166,7
60	250
80	333
100	416
120	500

A rugosidade é gerada aleatoriamente ao longo de todo o comprimento do pavimento a partir de uma função espectral de potência. Para este trabalho adotou-se o espectro ajustado por HONDA *et al* (1982), expresso por:

$$S(\omega_k) = \bar{\alpha}(\omega_k)^{-\beta} \quad (2.3)$$

sendo,

$\bar{\alpha}$ é o coeficiente espectral que depende do grau de conservação do pavimento,

β é o expoente de rugosidade e depende do material que constitui o pavimento.

O parametro $\bar{\alpha}$ pode ser classificado em cinco categorias de acordo com a *International Organization for Standardization* (ISO) como mostrado na tabela 2.2 Já o parametro β foi tomado sempre igual a 2,03 como valor médio quando se trata de pavimento asfáltico (Honda, 1982).

Tabela 2.2 Classificação do perfil longitudinal de acordo com o padrão da ISO (HONDA *et al.*, 1982)

Condição do pavimento	$\bar{\alpha}$ ($\times 10^{-6} m^2/(m/ciclo)$)
Muito Boa	$\bar{\alpha} \leq 0,24$
Boa	$0,24 \leq \bar{\alpha} \leq 1,00$
Regular	$1,00 \leq \bar{\alpha} \leq 4,00$
Ruim	$4,00 \leq \bar{\alpha} \leq 16,00$
Muito ruim	$\bar{\alpha} \geq 16,00$

Com a finalidade de se aproximar o modelo de interação veículo-pavimento da realidade, a área de contato entre o pneu e o pavimento deve ser considerada, e assim como em MELO (2007), o perfil é suavizado pelo método da média móvel, que consiste em substituir o valor de cada ponto pela média aritmética dos N pontos anteriores e N pontos posteriores ao ponto em questão, como mostrado na figura 2.6.

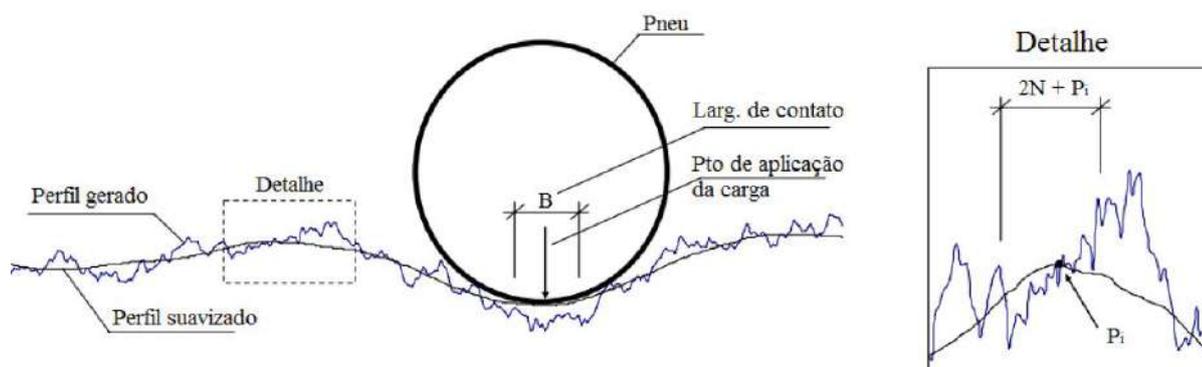


Figura 2.6 Processo de suavização do perfil de irregularidades longitudinal adaptado MELO (2007)

2.4 INTERAÇÃO VEÍCULO-PAVIMENTO-ESTRUTURA UNIFILAR

Ao trafegar sobre a estrutura da ponte, o veículo a excita através de sua atuação como um sistema mecânico. Esta excitação é provocada pelo movimento vertical das massas suspensas, induzido pelas irregularidades geométricas do pavimento, por ressaltos no início da ponte e pelo próprio movimento da estrutura.

Na figura 2.7, pode-se ver um esquema do sistema mecânico-estrutural onde u_r é a rugosidade do pavimento U_e é o deslocamento vertical da estrutura e u_p a posição absoluta da massa m_p . Para cada eixo “ r ” do veículo são geradas forças de interação elástica f_{ei} e de amortecimento f_{ai} (figura 2.8) que são as funções do movimento da massa m_p considerados em relação à posição deformada da estrutura (ARAUJO, 2014).

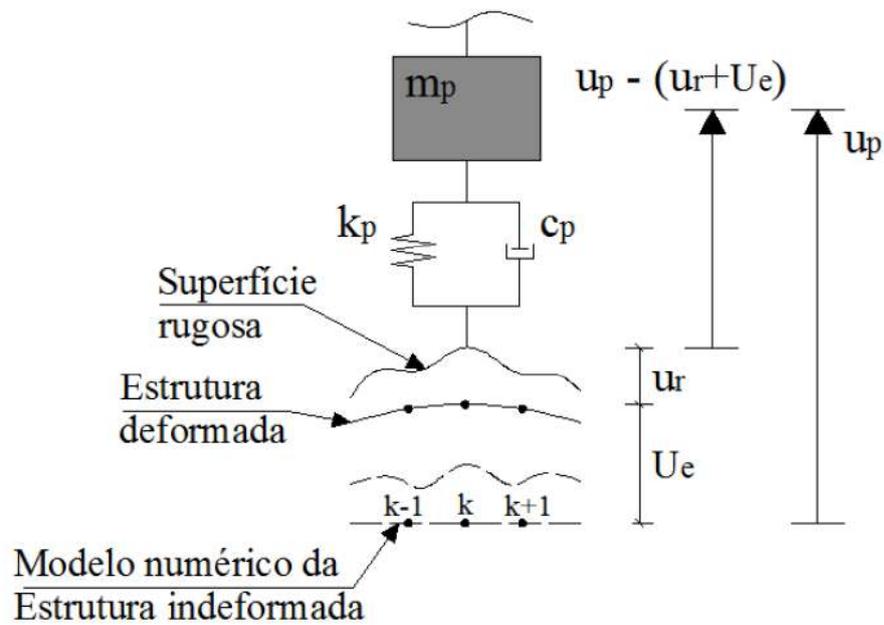


Figura 2.7 Sistema mecânico-estrutural de um eixo do veículo 3C (adaptado de PFEIL *et al* 2010).

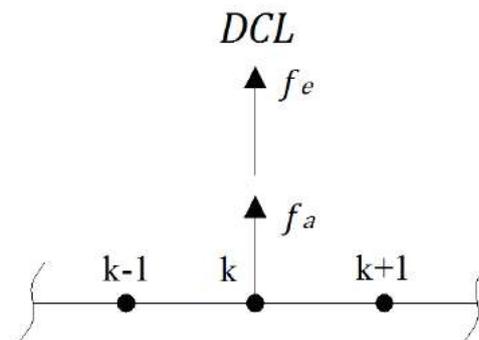


Figura 2.8 Diagrama de corpo livre de um eixo do veículo 3C. Adaptado de MENDONÇA (2009).

As equações (2.4) e (2.5) descrevem o movimento para o j -ésimo modo de vibração do sistema mecânico estrutural.

$$M_{ej}\ddot{u}_{ej} + C_{ej}\dot{u}_{ej} + K_{ej}u_{ej} = F_j \quad (2.4)$$

sendo M_{ej} , C_{ej} e K_{ej} respectivamente a massa, coeficiente de amortecimento e rigidez generalizadas e F_j a força generalizada dada por :

$$F_j = \sum_{i=1}^3 \phi_{kj} F_{ei} \quad (2.5)$$

onde F_{ei} é força de interação veículo-pavimento-estrutura do eixo i localizado no nó K (ver Fig, 2.8). Para o veículo com três eixos as forças de interação de cada eixo podem ser descritas pelas equações (2.6), (2.7) e (2.8).

$$F_{ei} = f_{ei} + f_{ai} \quad (i = 1 \text{ a } 3) \quad (2.6)$$

sendo,

$$f_{ei} = k_{pi}[u_{pi} - (U_{ei} + u_{ri})] \quad (2.7)$$

$$f_{ai} = C_{pi}[\dot{u}_{pi} - (\dot{U}_{ei} + u_{ri})]. \quad (2.8)$$

Assim como em ARAUJO (2014) substitui-se a equação (2.6) em (2.4), para se chegar ao sistema de equações de movimento acopladas do sistema mecânico-estrutural, cuja representação matricial está mostrada na equação (2.9) e seu detalhamento no anexo A deste trabalho:

$$\mathbf{M}_{(n+5)(n+5)} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}_{(n+5)(n+5)} \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{(n+5)(n+5)} \mathbf{U} = \mathbf{P}_{(n+5)(n+5)} \quad (2.9)$$

sendo,

$$\ddot{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \ddot{u}_{ej} \\ \ddot{u}_{ej+1} \\ \vdots \\ \ddot{u}_{en} \\ \ddot{u}_v \\ \ddot{\theta}_v \\ \ddot{u}_{p1} \\ \ddot{u}_{p2} \\ \ddot{u}_{p3} \end{bmatrix}; \quad \dot{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \dot{u}_{ej} \\ \dot{u}_{ej+1} \\ \vdots \\ \dot{u}_{en} \\ \dot{u}_v \\ \dot{\theta}_v \\ \dot{u}_{p1} \\ \dot{u}_{p2} \\ \dot{u}_{p3} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{ej} \\ u_{ej+1} \\ \vdots \\ u_{en} \\ u_v \\ u_{\theta} \\ u_{p1} \\ u_{p2} \\ u_{p3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{(n+5)(n+5)} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ee(n \times n)} & \mathbf{0}_{(n \times 5)} \\ \mathbf{0}_{(n \times 5)} & \mathbf{M}_{vv(5 \times 5)} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{K}_{(n+5)(n+5)} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ee(n \times n)} & \mathbf{K}_{ev(n \times 5)} \\ \mathbf{K}_{ev(n \times 5)} & \mathbf{K}_{vv(5 \times 5)} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C}_{(n+5)(n+5)} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ee(n \times n)} & \mathbf{C}_{ev(n \times 5)} \\ \mathbf{C}_{ev(n \times 5)} & \mathbf{M}_{vv(5 \times 5)} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{P}_{(n+5)(1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{e(n \times 1)} \\ \mathbf{P}_{v(5 \times 1)} \end{bmatrix}$$

2.5 DESLOCAMENTOS E ESFORÇOS INTERNOS NO MODELO GRELHA

O sistema de equações de movimento apresentado no item 2.4 fornece os deslocamentos nodais do modelo unifilar (Fig. 2.1c) de acordo com as equações (2.1). Para se obter os deslocamentos nodais e esforços internos dos elementos do modelo grelha (Fig.2.1b) devido a passagem de veículos, propõe-se neste trabalho aplicar respostas em termos de amplitudes modais u_{ej} obtidas com a formulação unifilar aos correspondentes modais de vibração no modelo grelha.

Multiplica-se a amplitude u_{ej} do modo j do modelo unifilar pelo respectivo autovetor normalizado do modelo grelha ψ_j obtendo-se a contribuição deste modo aos deslocamentos nodais deste modelo no sistema global U_{gr} :

$$U_{gr,j} = \psi_j \cdot u_{ej} \quad (2.10)$$

De posse do vetor de deslocamentos nodais U_{gr} obtém-se os esforços internos dos elementos de barra com o sistema de equações de equilíbrio no sistema local (Fig.2.2) de cada elemento:

$$k_e^L \cdot U_{gr,j}^L = f^L \quad (2.11)$$

sendo,

k_e^L a matriz de rigidez do elemento de barra tridimensional no sistema local,

$U_{gr,j}^L$ o vetor de deslocamentos nodais do elemento j no sistema local,

f_l o vetor de esforços internos do elemento no sistema local.

O vetor $U_{gr,j}^L$ é obtido a partir do vetor U_{gr} por operação matricial envolvendo a matriz de rotação do elemento.

2.6 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

O modelo unifilar, obtido a partir do modelo de grelha ajustado, é analisado através dos resultados obtidos pelo programa IVPE para determinação das histórias de amplitudes modais a partir dos quais são determinados deslocamentos e os esforços internos, estes últimos por meio do programa IVPEGRELHA. Com estes resultados são calculados os fatores de amplificação dinâmica. O fluxograma da análise está mostrado na figura 2.9

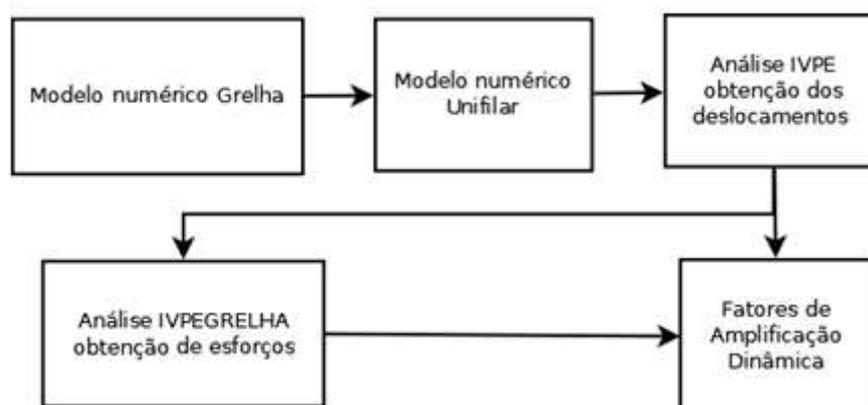


Figura 2.9 Fluxograma IVPEGRELHA

2.6.1 PROGRAMA IVPE-v5

O programa IVPE é uma ferramenta desenvolvida na COPPE/UFRJ em linguagem estruturada Fortran para abordar a análise dinâmica de estruturas de pontes em face da interação veículo-pavimento-estrutura. Com a formulação apresentada no item 2.4 aplicada a modelos unifilares (Fig.2.1c) discretizados em uma quantidade finita de nós, tem-se como resposta os deslocamentos ao longo do tempo e amplitudes modais.

A versão 4 do programa IVPE foi elaborada por ARAUJO (2014) que introduziu funções de interpolação para o cálculo da força modal em função da posição dos eixos do veículo entre dois nós de cada elemento (Fig. 2.8). A força de interação veículo-pavimento-estrutura devida a um eixo do veículo “ j ” $F_{j,i}$ é calculada em cada instante de tempo t em função da posição do eixo i do veículo:

$$F_{j,i} = \phi_{k,i} F_{ei} \quad (2.12)$$

sendo,

$$\phi_{k,i} = \phi_{ei} \mathbf{H}^T \quad (2.13)$$

e,

ϕ_{ei} é o autovetor associado ao grau de liberdade do elemento onde se encontra o contato do eixo i do veículo

$$\mathbf{H} = [(2\xi^3 - 3\xi^2 + 1) \quad L(\xi^3 - 2\xi^2 + \xi) \quad (-2\xi^3 + 3\xi^2) \quad L(\xi^3 - \xi^2)] \quad (2.14)$$

com,

$$\xi = \frac{x}{L}$$

x é a posição relativa do eixo do veículo em relação ao elemento. (Ver figura 2.10)

Para os modos de flexão ϕ_{ei} consta de amplitudes de deslocamento vertical e rotação de flexão em cada nó do elemento e para modos de torção contém as amplitudes de rotação axial.

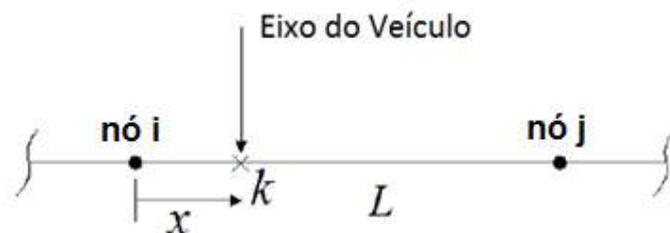


Figura 2.10 Atualização do grau de liberdade (Adaptado de ARAUJO 2014)

No presente trabalho foram adotadas diferentes funções de interpolação para as forças modais de flexão vertical e de torção gerando a nova versão do IVPE. Segue nas equações (2.15) e (2.16) a nova formulação para atualização do grau de liberdade da região entre nós do programa IVPE-v5.

$$\mathbf{H}_{flex} = \begin{pmatrix} 2 * \xi^3 - 3 * \xi^2 + 1 \\ L * (\xi^3 - 2 * \xi^2 + \xi) \\ -2 * \xi^3 + 3 * \xi^2 \\ L * (\xi^3 - \xi^2) \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{H}_{tor} = \begin{Bmatrix} 1 - \xi \\ 0 \\ \xi \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

Lembrando que o grau de liberdade interpolado pode ser calculado como mostrado nas equações (2.17) e (2.18)

$$\phi_{flex,i} = \phi_{ei} \mathbf{H}_{flex}^T \quad (2.17)$$

$$\phi_{torc,i} = \phi_{ei} \mathbf{H}_{torc}^T \quad (2.18)$$

2.6.2 PROGRAMA IVPEGRELHA

Foi criado para este trabalho o programa IVPEGRELHA, e implementada a formulação baseada na superposição modal descrita no item 2.5 para a obtenção dos esforços internos do modelo grelha.

O IVPEGRELHA é um programa capaz de calcular esforços ao longo do tempo de um pórtico espacial através da multiplicação das suas formas modais de vibração livre pelas suas respectivas amplitudes no tempo. Ele é uma variação do programa para a solução de pórticos planos “Anest” (BATTISTA, PFEIL e VALERIANO, 2011). O seu procedimento consiste na utilização da formulação apresentada nas equações 2.10, 2.11 e 2.12 para obtenção de deslocamentos e esforços na estrutura. Ele também está escrito em linguagem estruturada Fortran e é capaz de resolver estruturas de barras no plano e no espaço, como é o caso do modelo grelha. Assim como no programa Anest os dados de entrada são fornecidos por arquivos de texto que são lidos pelo programa. Esta interface rústica visa à otimização do tempo de processamento, uma vez que em casos extremos existem modelos grelha de estruturas analisadas com mais de duzentos nós para serem processados cerca de quarenta

mil vezes ao longo da passagem do veículo, isso se traduz em grande custo de processamento.

As respostas do programa são fornecidas por meio de arquivos de texto sem qualquer interação com o programa IVPE-v5. Embora essa abordagem não seja prática, pois ela exige a análise de planilhas com enorme quantidade de dados, optou-se por ela devido ser mais esmiuçada e mais segura em uma fase inicial de utilização do programa. Em fase de utilização posterior, seria necessário uma integração entre os dois programas, para acelerar o processo da análise dinâmica de uma estrutura.

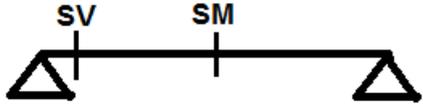
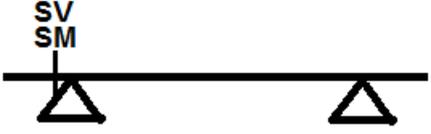
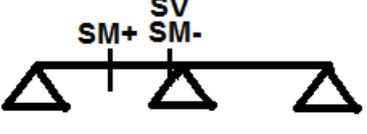
3. ESTRUTURAS E MODELOS ANALISADOS

De acordo com a formulação feita no capítulo 2 deste trabalho, foram analisadas estruturas semelhantes às estruturas utilizadas em ROSSIGALI (2006), por representarem estruturas muito comuns nas rodovias brasileiras, as estruturas com seção π mostradas na figura 2.1.

3.1 DESCRIÇÃO DAS ESTRUTURAS E ESFORÇOS ANALISADOS

São analisadas doze estruturas distintas sendo quatro biapoiadas denominadas de B100, B200, B300 e B400 com os vãos de 10m, 20m, 30m e 40m respectivamente. Para as estruturas com balanços foi adotado a denominação E25, E50, E75 e E100 para os balanços de 2,5m, 5,0m, 7,5m, e 10m respectivamente. As últimas quatro são estruturas contínuas com vãos de 10m, 20m, 30m e 40m e são denominadas de C100, C200, C300 e C400 respectivamente. Com a finalidade de identificação de um modelo matemático ainda é utilizando os sufixos “C” para modelos de Casca, “B” para modelos de barras e “U” para modelos unifilares. Portanto como exemplo o modelo unifilar em balanço com 7,5m de vão pode ser identificado, simplesmente como E75-U.

Tabela 3.1 Codificação das estruturas

Cód.	TIPO	Vãos (m)	Balanço (m)	Cód.
B	Estruturas biapoiada 	10,0	-	B100
		20,0	-	B200
		30,0	-	B300
		40,0	-	B400
E	Estruturas com balanços 	10,0	2,5	E25
		20,0	5,0	E50
		30,0	7,5	E75
		40,0	10,0	E100
C	Estruturas contínuas 	10,0	-	C100
		20,0	-	C200
		30,0	-	C300
		40,0	-	C400

Tratam-se de pontes com vãos 10m, 20m, 30m e 40m para as estruturas biapoiadas e contínuas e para as estruturas com balanços, 2,5m, 5,0m, 7,5m e 10m de comprimento. As características das longarinas e das transversinas da estrutura são mostradas na tabela 3.2.

Tabela 3.2 Dimensões dos elementos estruturais analisados (ver fig 2.1)

Elemento Estrutural	Dimensão	Viga Biapoiada (m)				Contínuo (m)				Balanço (m)			
		10	20	30	40	10	20	30	40	2,5	5,0	7,5	10
Longarina	h	1,00	2,00	3,00	3,50	0,90	1,80	2,50	3,00	0,90	1,80	2,50	3,00
	b_w	0,35	0,40	0,45	0,50	0,35	0,40	0,45	0,50	0,35	0,40	0,45	0,50
Transversina	h_t	0,80	1,60	2,40	2,80	0,70	1,40	2,00	2,40	0,70	1,40	2,00	2,40
	b_t	0,30	0,35	0,40	0,45	0,30	0,35	0,40	0,45	0,30	0,35	0,40	0,45

Assim como adotado em ROSSIGALI (2006), as transversinas não estão ligadas a laje superior, e estão espaçadas de maneira uniforme. Para as pontes de 10,00m e 20,00 m biapoiadas e contínuas de vão são utilizadas duas transversinas de extremidade e mais duas intermediárias, já para as pontes de 30,00m e 40,00m foram adotados duas transversinas de extremidade mais três transversinas intermediárias. Para as estruturas em balanço de 2,5m, 5,0m e 7,5m, foi utilizado uma transversina intermediária e duas de extremidade, enquanto que para a estrutura de 10m foram adotadas duas transversinas intermediárias e duas de extremidade.

Admite-se uma largura de 13,00m com duas proteções do tipo barreira NEW JERSEY em cada extremidade com 0,40m cada totalizando apenas 12,20m de largura possível de tráfego de veículos.

O concreto possui módulo de elasticidade E_{cs} calculado conforme a expressão da NBR6118 (ABNT, 2014) para o módulo secante. Utilizando um valor de $f_{ck} = 25MPa$ encontra-se $E_{cs} = 23,8MPa$. Foram adotados valores iguais a 0,2 para o coeficiente de poisson e de 2,5% para taxa de amortecimento da estrutura de todos os primeiros modos de vibração de cada estrutura assim como em ARAUJO (2014). No capítulo 3, mostra-se como esse cálculo é feito no programa IVPE. As únicas exceções foram nos casos das estruturas em balanço e veículos passando a 1,0km/h, em que foi necessário diminuir o efeito dinâmico, uma vez que se procurava uma resposta estática. Para estes casos foi adotado o valor de 25% para a taxa de amortecimento.

3.2 DESCRIÇÃO DO MODELO DE CASCA

Para cada vão (10,20,30 e 40m) foi criado um modelo em elementos finitos com elementos de casca quadrilátero baseados na teoria de placas de Reissner-Mindlin que representam laje, transversinas e longarinas das referidas pontes biapoiadas e contínuas. As espessuras dos elementos variam de acordo com a tabela 3.2, com exceção dos elementos de laje sob as barreiras NEW JERSEY, cuja a espessura foi aumentada de modo a simular a massa e rigidez das mesmas.

Os elementos foram discretizados para se obter elementos retangulares com todas as dimensões dos elementos não maiores que 0,5m. Para as condições de contorno, foram impedidas as translações das três direções para os quatro pontos onde existe apoio em cada ponte. As figuras 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4 mostram os modelos das pontes biapoiadas de vãos 10, 20, 30 e 40m respectivamente (B100-C, B200-C, B300-C, e B400-C). Já as figuras 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8 mostram as estruturas com balanços (E25-C, E50-C, E75-C, E100-C) e as figuras 3.9, 3.10, 3.11 e 3.12 as estruturas contínuas (C100-C, C200-C, C300-C, C400-C).

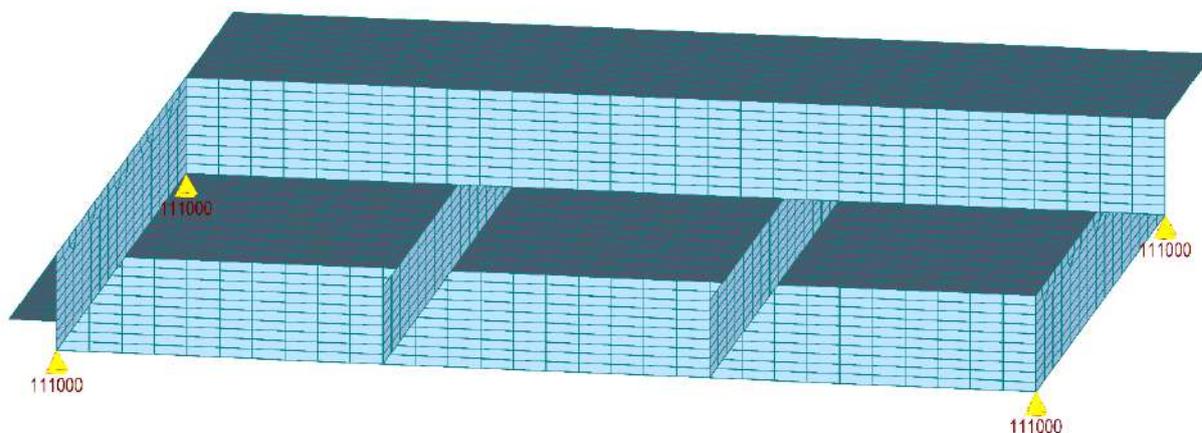


Figura 3.1 Modelo MEF de cascas B100-C

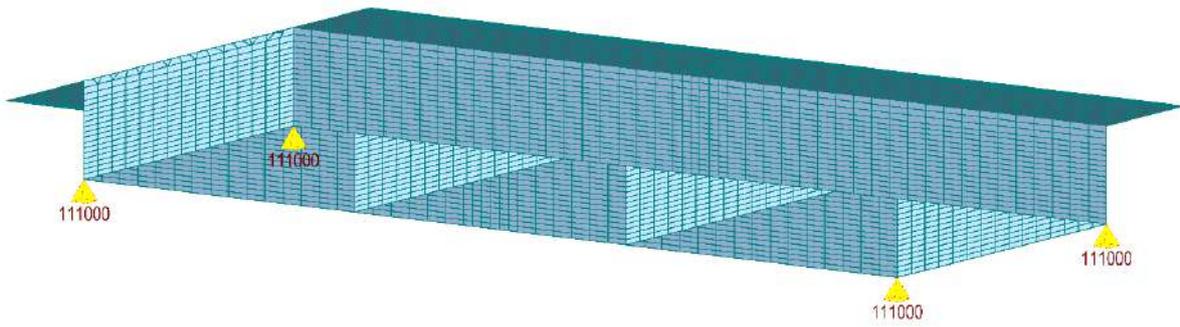


Figura 3.2 Modelo MEF de cascas B200-C

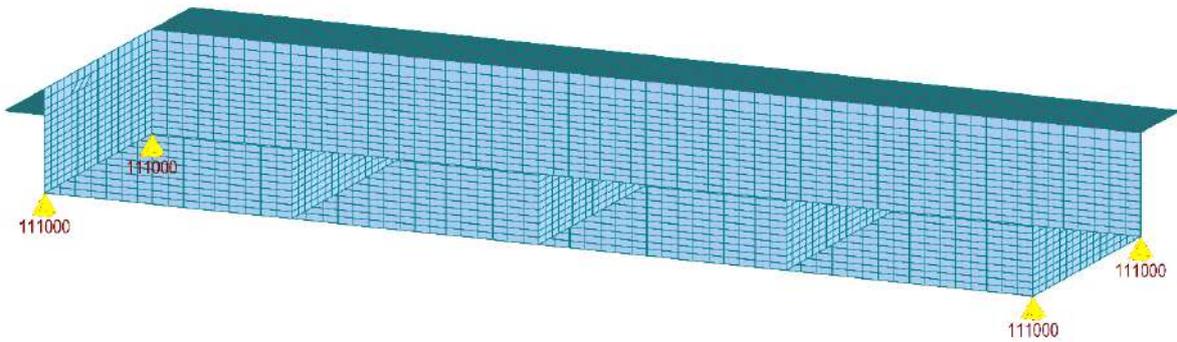


Figura 3.3 Modelo MEF de cascas B300-C

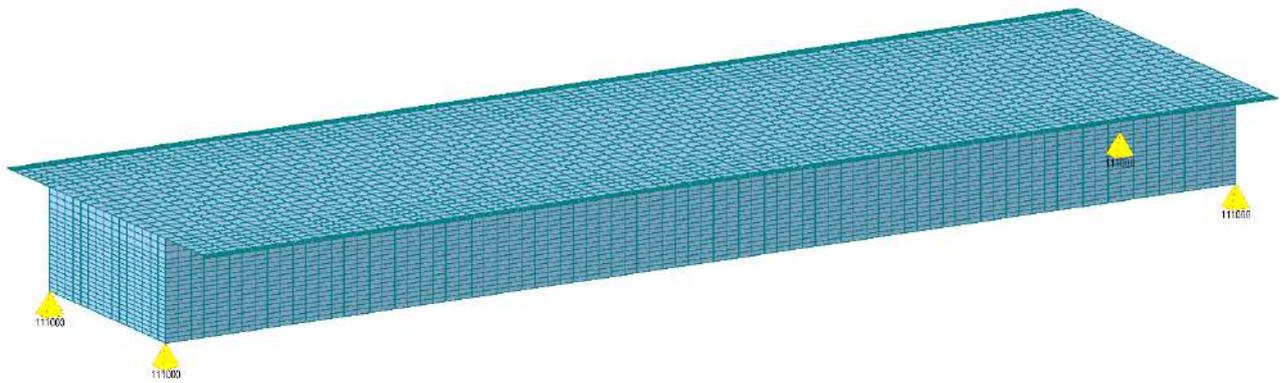


Figura 3.4 Modelo MEF de cascas B400-C

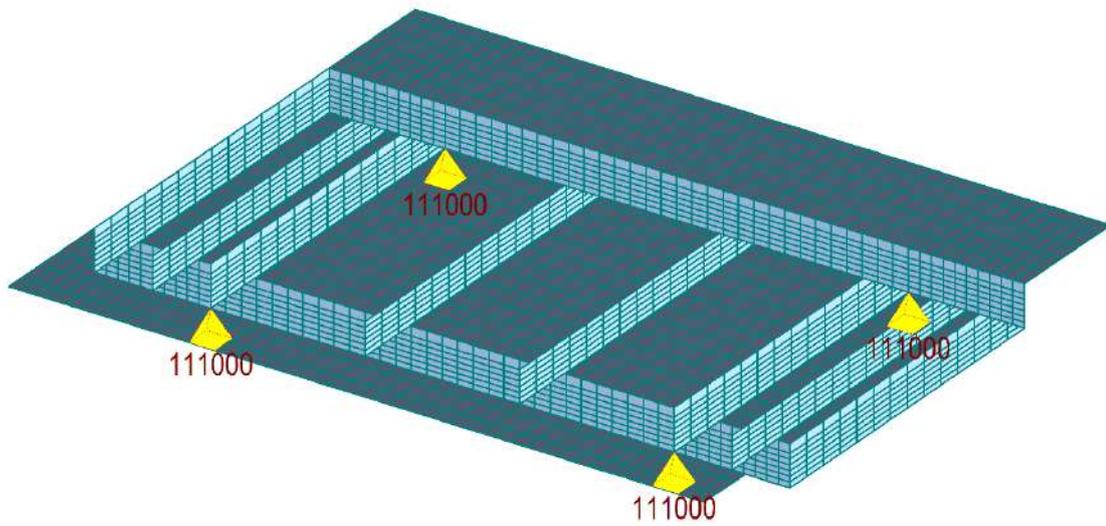


Figura 3.5 Modelo MEF de cascas E25-C

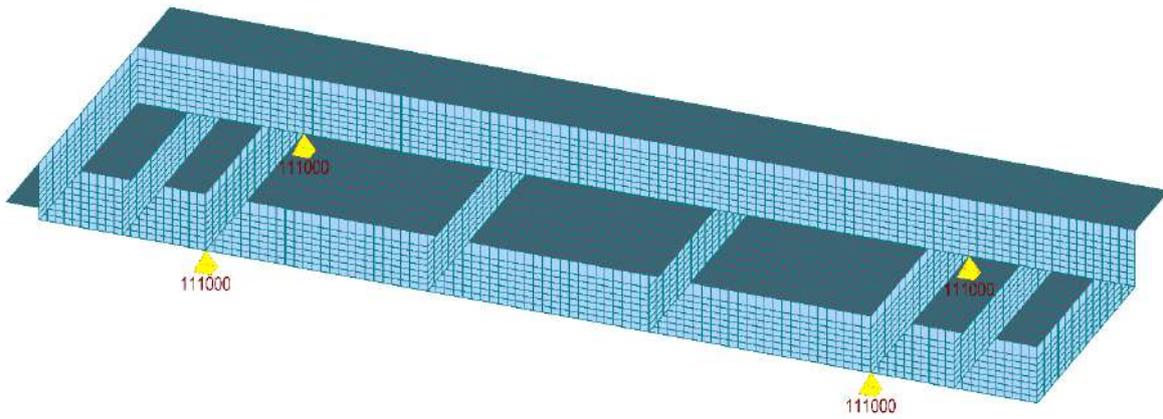


Figura 3.6 Modelo MEF de cascas E50-C

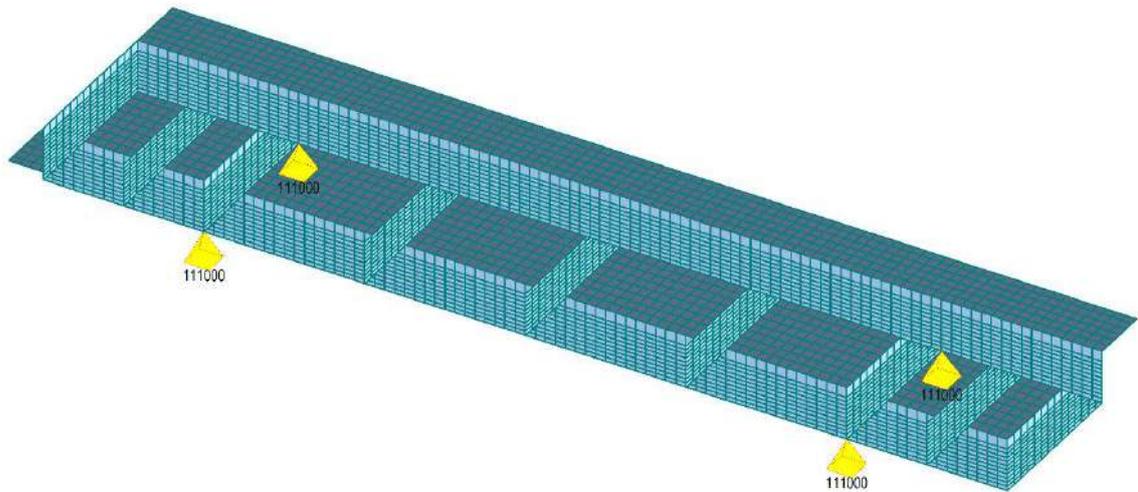


Figura 3.7 Modelo MEF de cascas E75-C

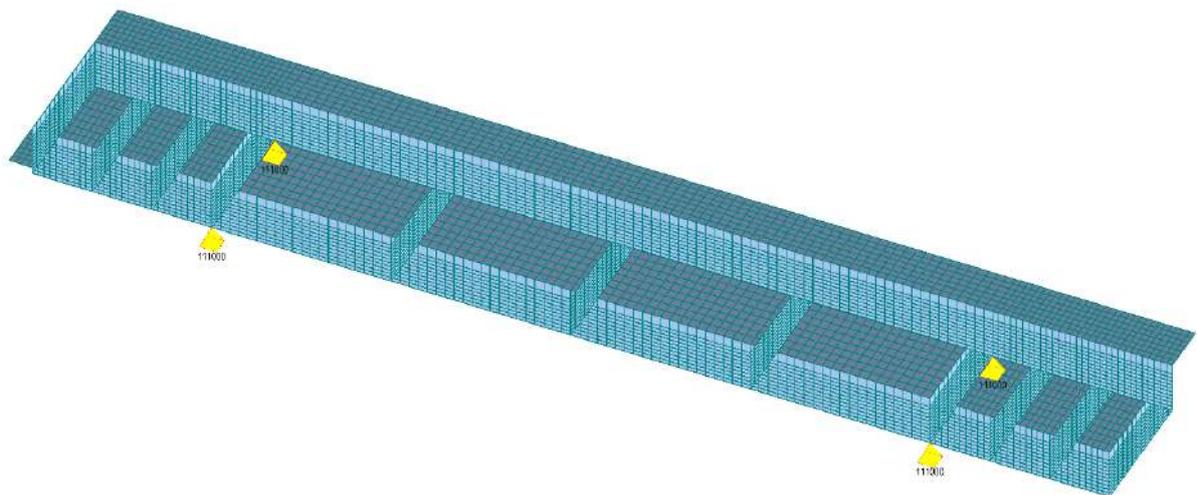


Figura 3.8 Modelo MEF de cascas E100-C

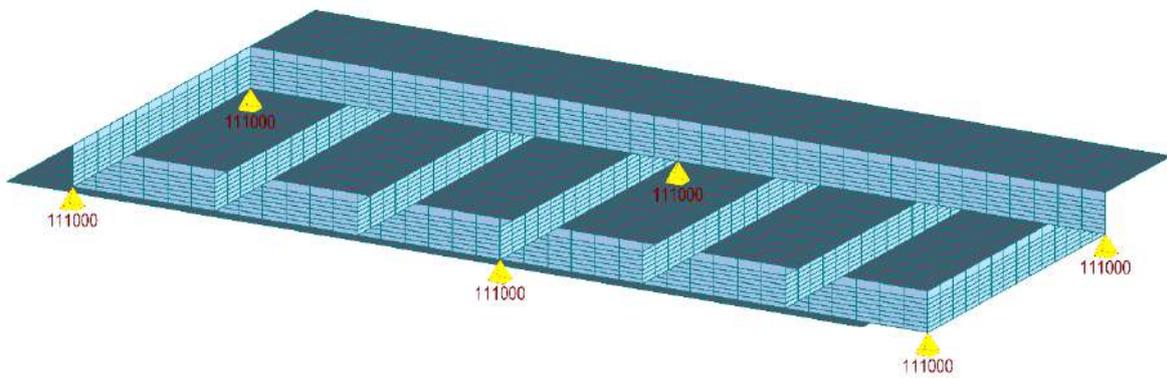


Figura 3.9 Modelo MEF de cascas C100-C

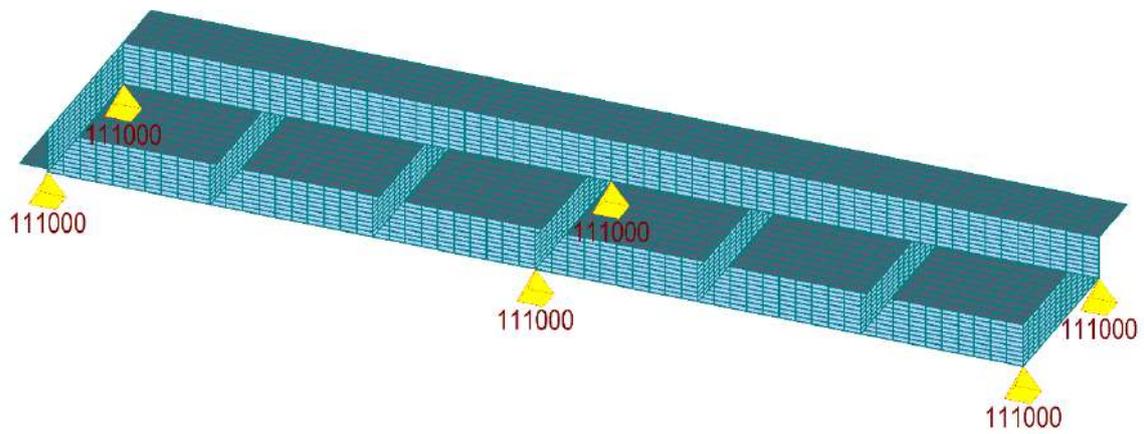


Figura 3.10 Modelo MEF de cascas C200-C

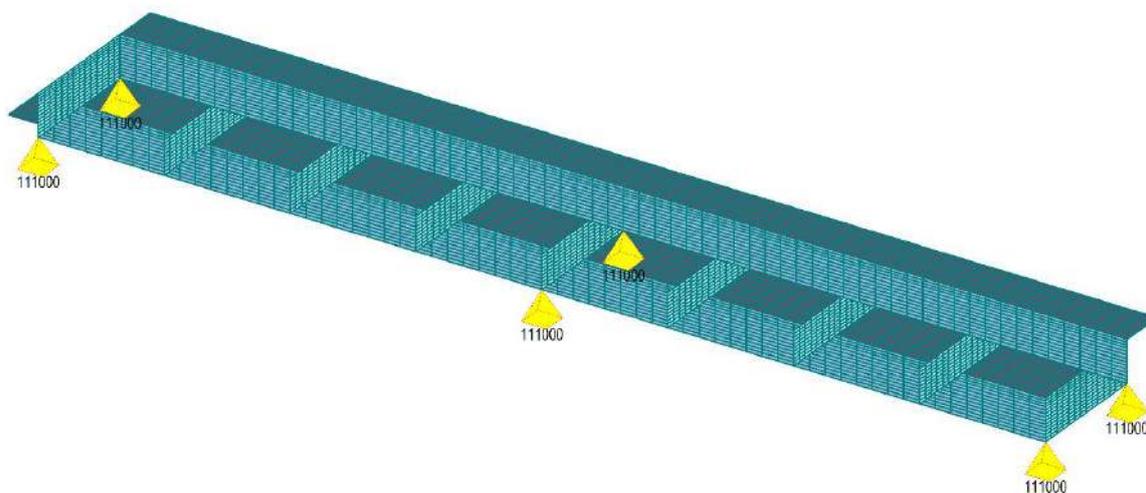


Figura 3.11 Modelo MEF de cascas C300-C

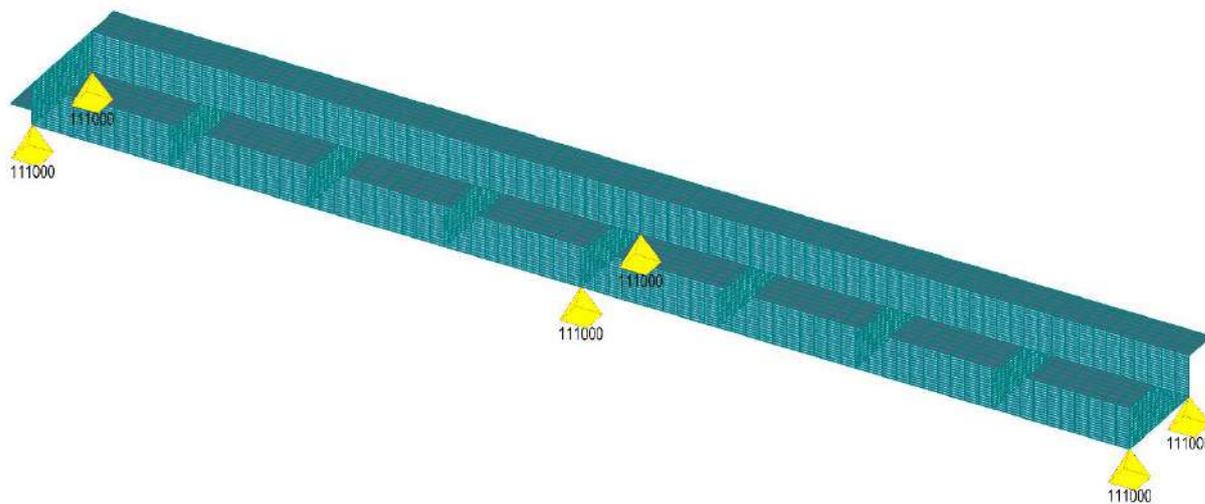


Figura 3.12 Modelo MEF de cascas C400-C

Foram feitas análises de vibração livre dos modelos em um programa comercial, em que as frequências naturais de vibração e a descrição dos modos foram calculadas. Uma descrição da análise modal está presente no capítulo 4 deste trabalho.

3.3 DESCRIÇÃO DO MODELO GRELHA

Foram adotados para o modelo grelha elementos de barra para representar longarinas, transversinas e laje (Ver Fig 3.13). Para as longarinas foi considerada uma seção T com largura efetiva de acordo com a NBR6118 (ABNT, 2014), e transversinas com seção retangular como indicado na tabela 3.3.

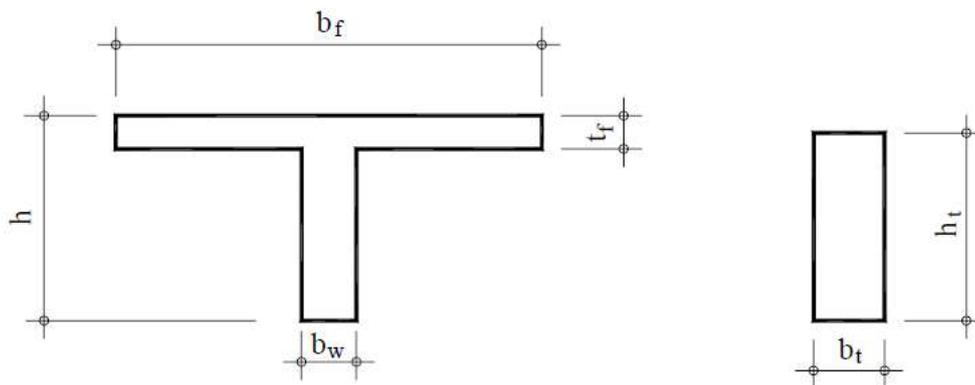


Figura 3.13 Seção adotada no modelo grelha

Tabela 3.3 Largura da mesa colaborante e quantidade de transversinas intermediárias

Elemento Estrutural	Dimensão	Viga Biapoiada (m)				Contínuo (m)				Balanço (m)			
		10	20	30	40	10	20	30	40	2,5	5,0	7,5	10
Longarina	n_t	2,00	2,00	3,00	3,00	2,00	2,00	3,00	3,00	1,00	1,00	1,00	2,00
	b_f	2,35	4,40	5,95	6,50	1,85	3,40	4,95	6,00	1,35	2,40	3,45	4,50

Como mostrado em ARAUJO (2014), faz-se necessário o ajuste do modelo de GRELHA através da utilização de elementos diagonais rígidos de modo a simular os efeitos das lajes e da altura das longarinas presentes no modelo de cascas. Os elementos diagonais foram considerados com grande rigidez e sem massa. Ainda foi aumentada a densidade do concreto de modo a adicionar toda a massa existente do modelo de casca. As figuras 3.14 a 3.25, mostram todos os modelos de grelha. O ajuste do modelo de grelha é apresentado no cap. 4 por comparação de resultados de análises estáticas e de vibração livre ao modelo de casca. A determinação da rigidez das diagonais nos diferentes painéis da laje pode ser obtida com o modelo da diagonal equivalente apresentado em SOUZA (2014).

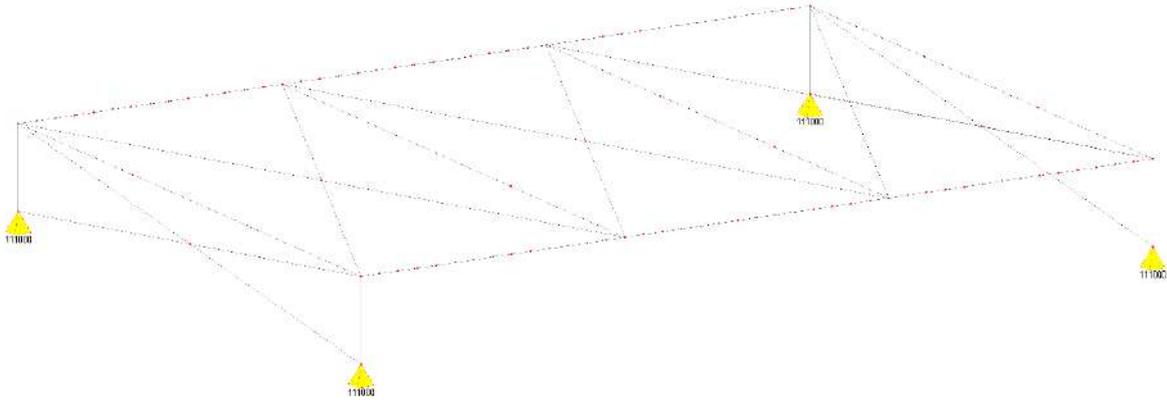


Figura 3.14 Modelo Grelha B100-B

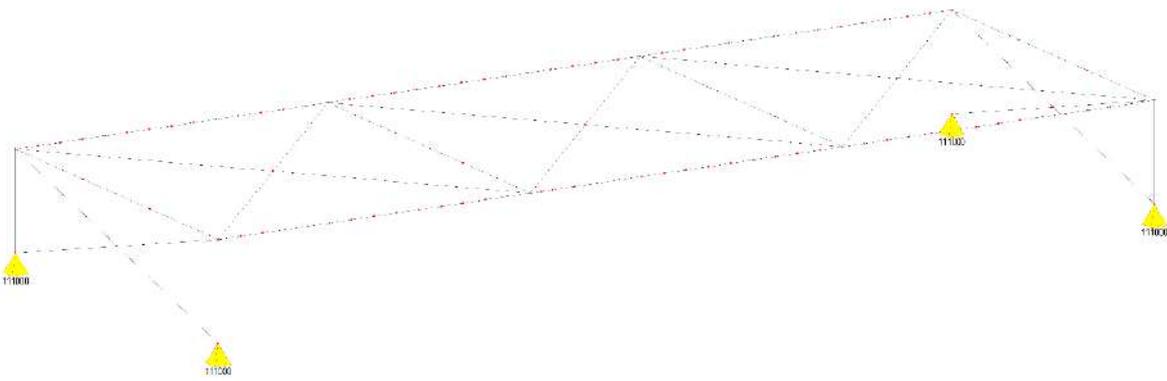


Figura 3.15 Modelo Grelha B200-B

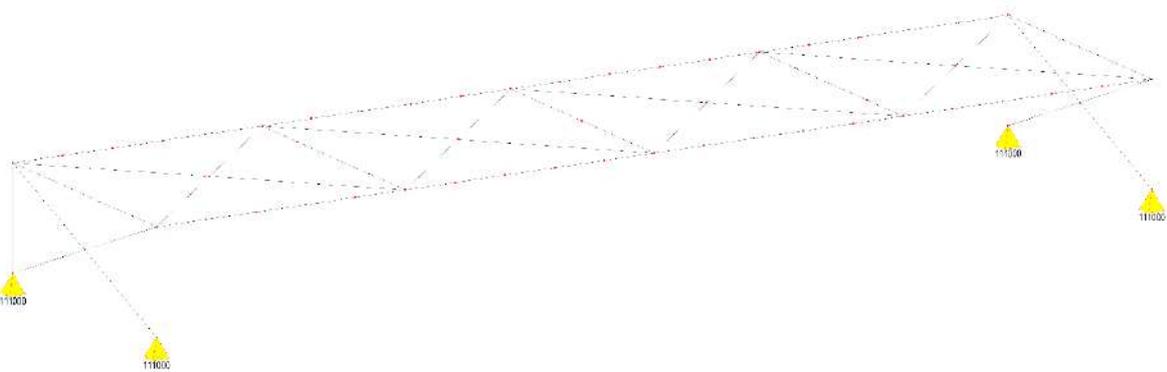


Figura 3.16 Modelo Grelha B300-B

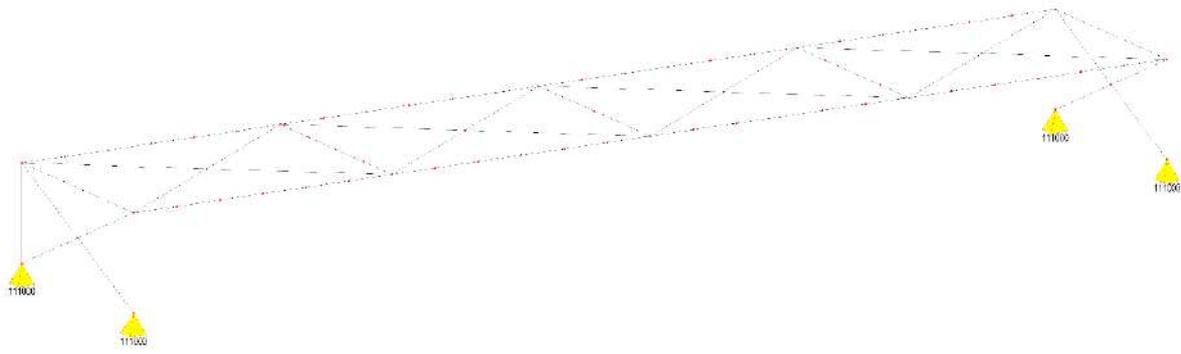


Figura 3.17 Modelo Grelha B400-B

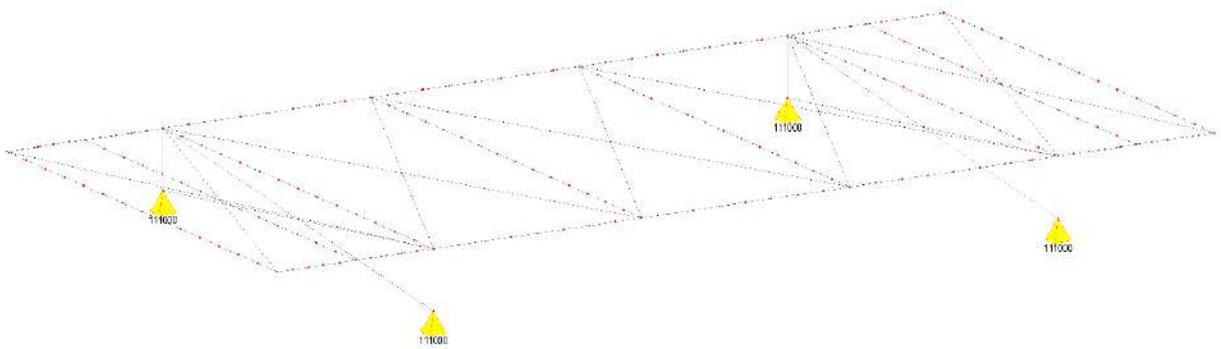


Figura 3.18 Modelo Grelha E25-B

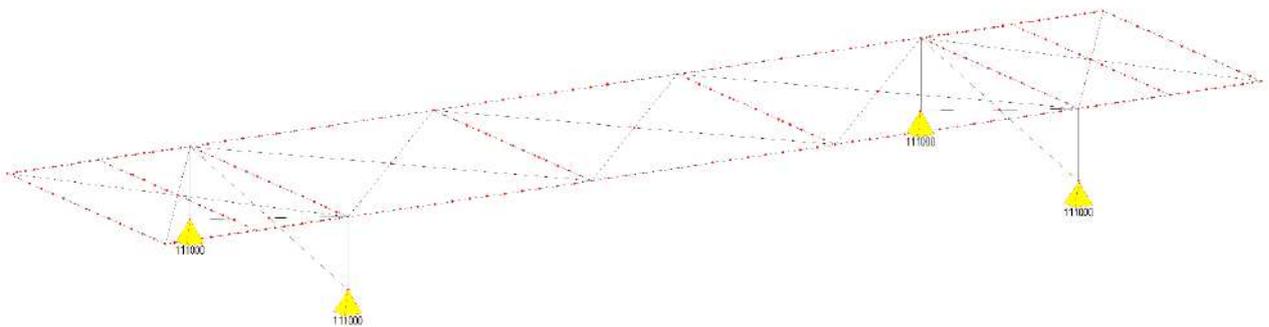


Figura 3.19 Modelo Grelha E50-B

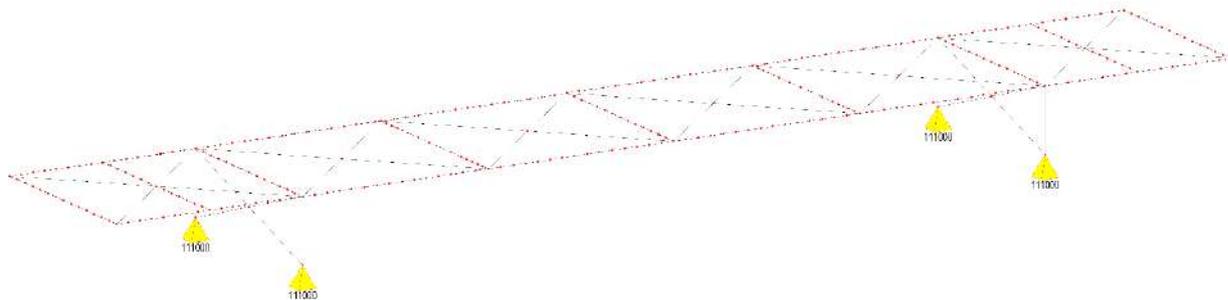


Figura 3.20 Modelo Grelha E75-B

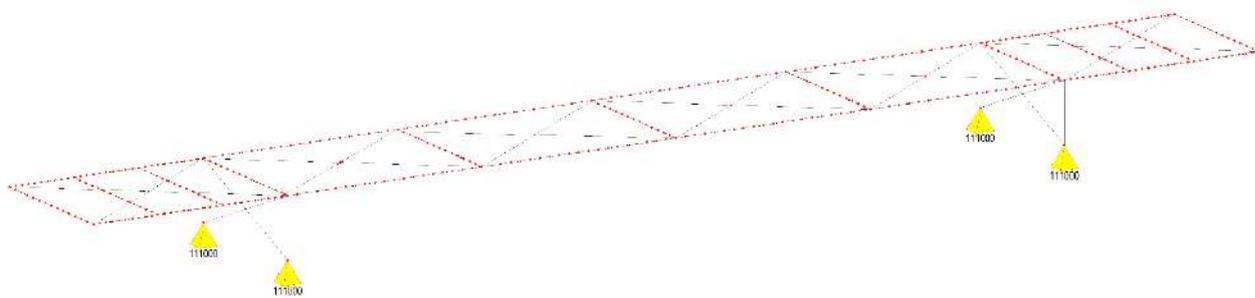


Figura 3.21 Modelo Grelha E100-B

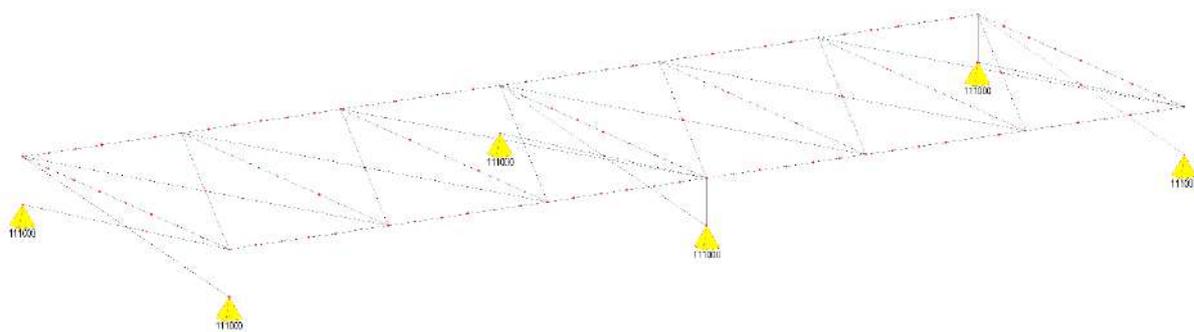


Figura 3.22 Modelo Grelha C100-B

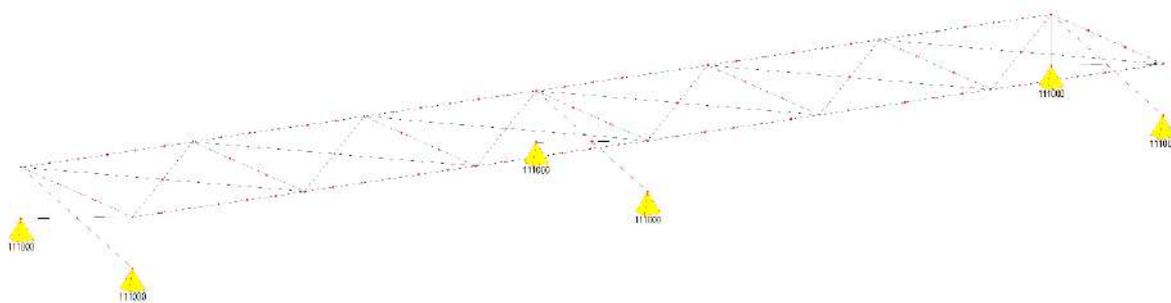


Figura 3.23 Modelo Grelha C200-B

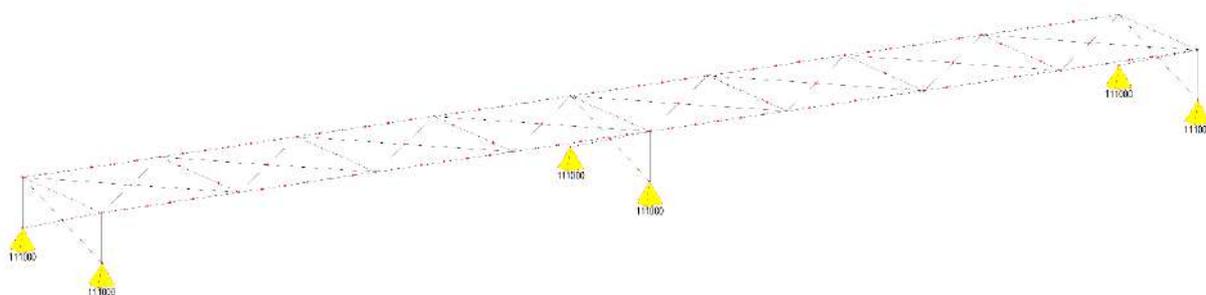


Figura 3.24 Modelo Grelha C300-B

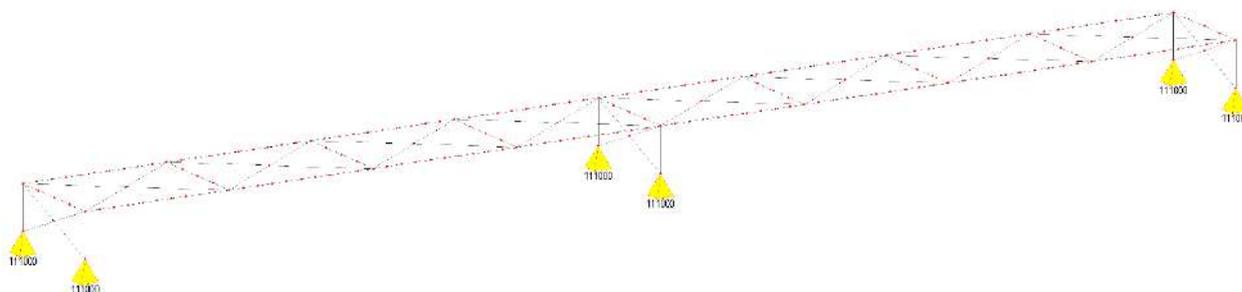


Figura 3.25 Modelo Grelha C400-B

3.4 DESCRIÇÃO DO MODELO UNIFILAR

Uma vez determinadas as formas modais de flexão vertical e torção da estrutura do modelo grelha, se usa a formulação matemática apresentada no item 2 deste trabalho para a elaboração do modelo unifilar.

Para a obtenção dos modos de vibração do modelo unifilar tomam-se os autovetores obtidos do modelo grelha, e nele são escolhidos os valores de deslocamento correspondentes

a translação vertical das longarinas e suas respectivas rotações. De acordo com o modo, se de flexão ou de torção calculam-se φ_{mj} e α_{mj} para a formação dos modos de vibração, porém antes de sua utilização a forma modal é normalizada em relação ao seu maior valor absoluto. Na figura 3.26 são mostrados os cinco primeiros modos de flexão vertical e na figura 3.27 os cinco primeiros modos de torção já normalizados de uma estrutura biapoiada de 10m de vão.

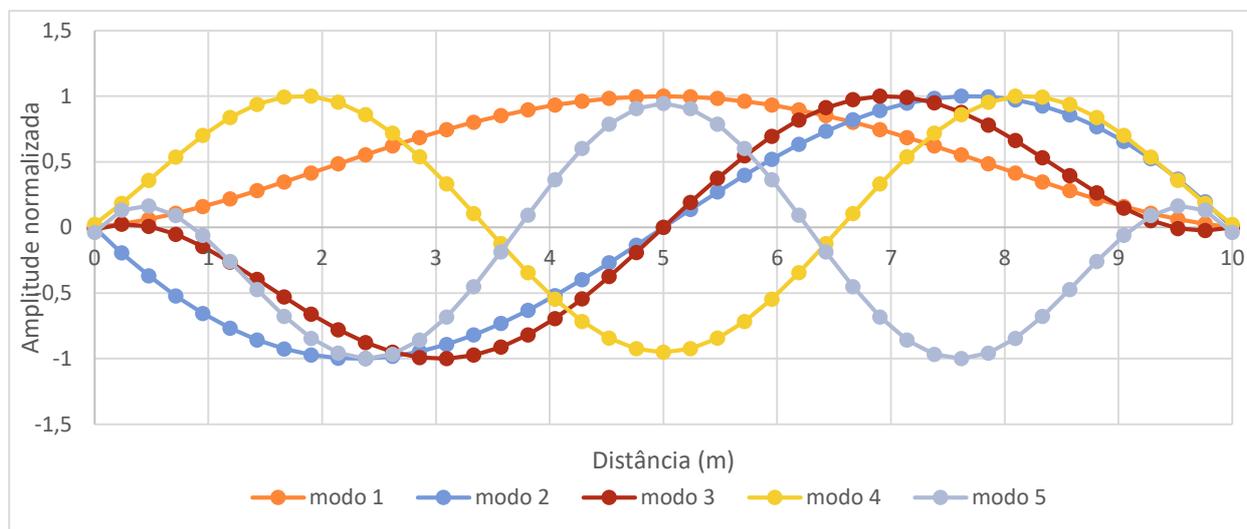


Figura 3.26 Representação dos 5 primeiros modos de flexão vertical do modelo unifilar de uma ponte de 10m

Observa-se que os modos de torção têm praticamente a mesma forma dos modos de flexão nos modelos unifilares, apenas com algumas diferenças de valores e orientação do modo. Como o quinto modo de flexão que é, praticamente o inverso do quinto modo de torção.

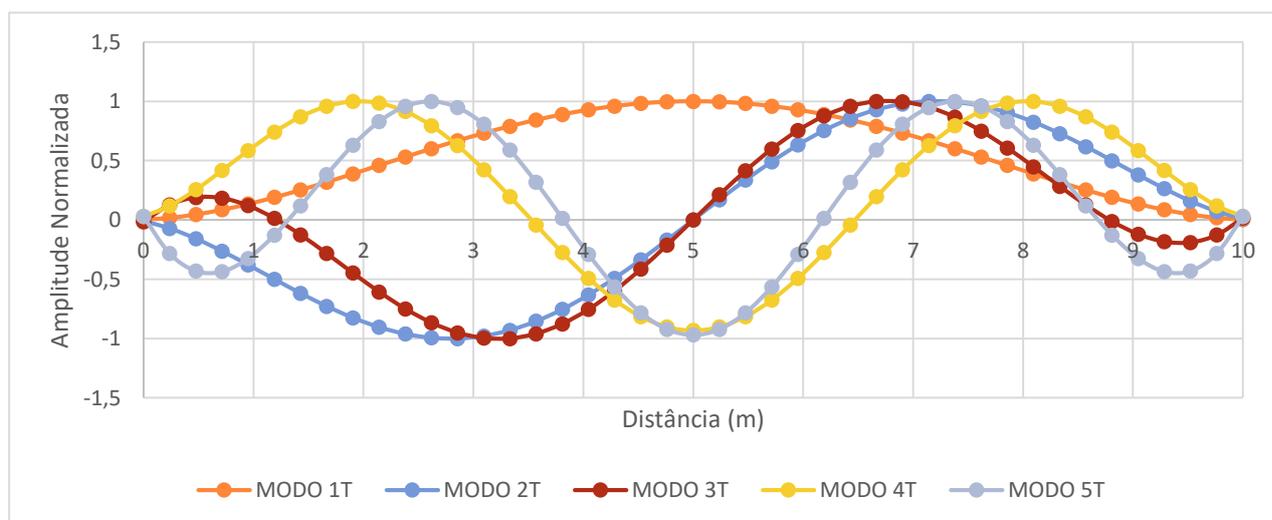


Figura 3.27 Representação dos 5 primeiros modos de torção do modelo unifilar de uma ponte de 10m

Note ainda, que a contribuição de cada modo para o deslocamento varia de acordo com a posição do nó, por exemplo os modos 2 e 3 não contribuem para o deslocamento no meio do vão enquanto que eles mesmos têm importante contribuição para o deslocamento nos nós próximos ao apoio. Embora como dito anteriormente, em alguns casos os modos não contribuam com o deslocamento em determinado nó, isso não quer dizer que ele não contribua para o momento fletor e esforço cortante, isto porque estes esforços são calculados com a utilização de um elemento no modelo grelha com o deslocamento de todos os seus doze graus de liberdade e não com os dois graus de um único nó do modelo unifilar. Isso faz com que todos os modos em maior ou menor escala contribuam para os esforços.

Para o cálculo das massas modais de torção foram adotadas as equações (3.2) para os modos de flexão e a equação (3.3) para os modos de torção. Estas equações consideram que a massa está distribuída uniformemente ao longo do comprimento, fato este que foi incorporado ao modelo grelha com a distribuição da massa das transversinas ao longo do comprimento da ponte. Esta metodologia foi a mesma utilizada por ARAUJO (2014) e portanto validada através de comparação com resultados experimentais.

$$M_{Fj} = \bar{m}L \sum_{m=1}^n (\phi_{mj})^2 \quad (3.2)$$

$$M_{Tj} = I_p L \sum_{m=1}^n (\alpha_{mj})^2 \quad (3.3)$$

sendo,

M_{Fj} a massa modal para um modo j de flexão vertical do modelo unifilar,

M_{Tj} a massa modal para um modo j de torção longitudinal do modelo unifilar,

L é o comprimento do elemento,

I_p é o momento de inércia de massa em torno do eixo longitudinal (momento polar de inércia). Lembra-se que ϕ_{mj} e α_{mj} são as amplitudes das formas modais já normalizadas de flexão e torção.

O modelo unifilar ainda deve adotar o valor da taxa amortecimento da estrutura ξ_1 para o primeiro modo de vibração que será utilizado no programa IVPE-v5. No programa é considerada proporcionalidade entre a matriz amortecimento da estrutura e a matriz de

massas modais. A constante de proporcionalidade adotada α_p pode ser calculada conforme a equação 3.4 e deve ser a diagonal principal da matriz de amortecimento global do problema.

$$\alpha_p = 2\xi_1\omega_1 \quad (3.4)$$

sendo ω_1 o valor da frequência angular do primeiro modo de vibração analisado.

3.5 DESCRIÇÃO DOS VEÍCULOS

A partir de uma base de dados de veículos pesados que circulam nas rodovias brasileiras, ROSSIGALI (2013) elaborou uma simulação de tráfego livre e simultânea análise estática de modelos tipo grelha das pontes descritas no item 3.1. As configurações de veículos que produziram os esforços máximos envolviam, na maior parte dos casos, veículos isolados dos tipos 2S3, 3S3, 3T4, 3M6 e 3T6 mostrados na figura 3.28. Como o programa IVPE foi validado experimentalmente apenas para o caso do veículo 3C (Fig 3.29) tratou-se de idealizar, para cada situação, um veículo 3C equivalente de modo a viabilizar a análise dinâmica dos modelos das estruturas sob a passagem de veículos e a obtenção dos coeficientes de amplificação dos esforços críticos (momentos fletores e esforços cortantes). Com este procedimento se está aplicando uma alteração na modelagem do veículo e, portanto, admitindo resultados aproximados.

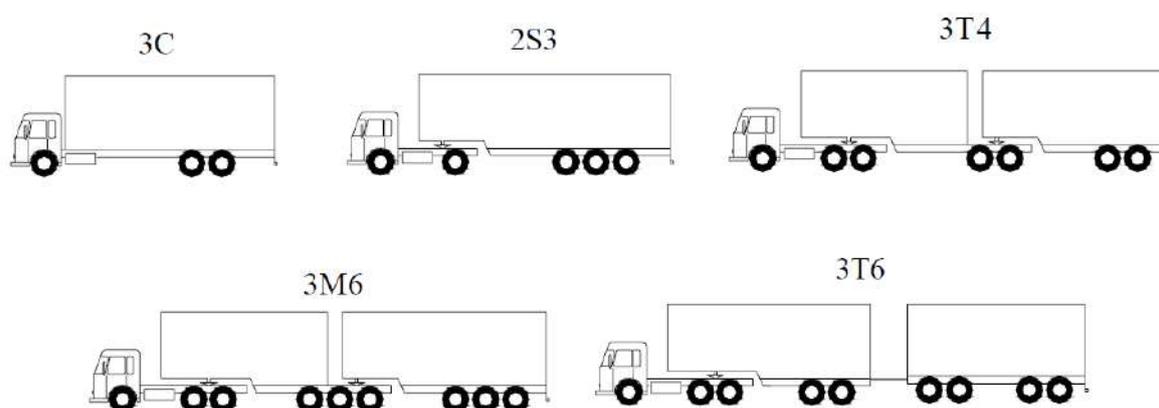


Figura 3.28 Veículos para configurações de esforços máximos mais comuns e o 3C (adaptado de ROSSIGALI, 2013)

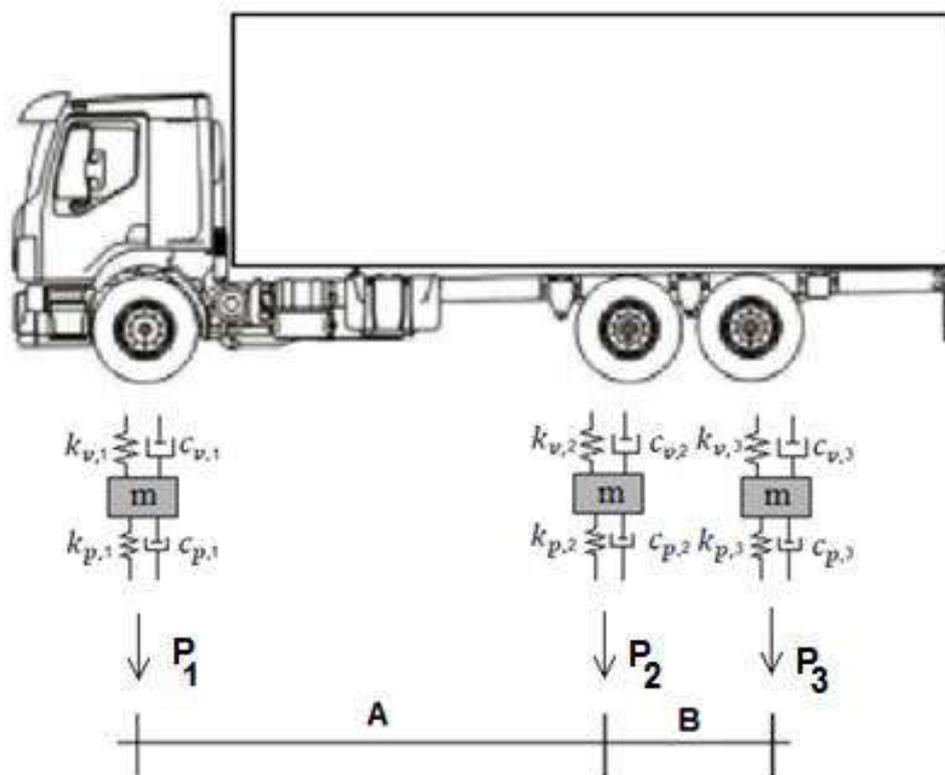


Figura 3.29 Esquema de veículo equivalente com 3 Eixos (ARAÚJO, 2014)

As tabelas 3.5 a 3.7 apresentam para cada esforço solicitante (momento fletor “M” ou cortante “V”) de cada estrutura as cargas por eixo do veículo isolado que produziu o máximo esforço e as cargas do correspondente veículo 3C equivalente. Os critérios utilizados para a distribuição de cargas nos eixos dos veículos equivalentes em função da distribuição geométrica dos veículos são as seguintes:

- Só estão representados no veículo “3C” equivalente os eixos que se encontram na ponte na situação de esforço máximo.
- Quando um eixo de um veículo equivalente representar mais de um eixo do veículo original sua carga é a soma das cargas que ele representa e a sua posição é o centro das cargas que ele representa.

Tabela 3.4-a Valores e pesos dos veículos equivalentes para estrutura biapoia B100

VÃO	ESFORÇO	VEÍCULO	CONFIGURAÇÃO VEÍCULO
B100	M	ORIGINAL	<p>3S3-L ORIGINAL</p> <p>169kN 169kN 169kN 148kN 148kN 54kN</p> <p>1.25 1.25 5.14 1.30 4.43</p>
		EQUI.	<p>3 EIXOS EQUIVALENTE</p> <p>254kN 254kN 296kN</p> <p>1.25 6.42</p>
	V	ORIGINAL	<p>3S3-L ORIGINAL</p> <p>169kN 169kN 169kN 148kN 148kN 54kN</p> <p>1.25 1.25 5.14 1.30 4.43</p>
		EQUI.	<p>3 EIXOS EQUIVALENTE</p> <p>254kN 254kN 296kN</p> <p>1.25 6.42</p>

Tabela 3.5 -b Valores e pesos dos veículos equivalentes para estrutura biapoiada B200

B200	M	ORIGINAL	<p style="text-align: center;">3S3-C ORIGINAL</p>
		EQUI.	<p style="text-align: center;">3 EIXOS EQUIVALENTE</p>
	V	ORIGINAL	<p style="text-align: center;">3T4 ORIGINAL</p>
		EQUI.	<p style="text-align: center;">3 EIXOS EQUIVALENTE</p>

Tabela 3.5 -c Valores e pesos dos veículos equivalentes para estruturas biapoiadas

B300	M	ORIGINAL	<p style="text-align: center;">2S3-C ORIGINAL</p> <p style="text-align: center;">119kN 119kN 119kN 133kN 57kN</p> <p style="text-align: center;">-1.25- 1.25- 3.85- 3.44-</p>
		EQUI.	<p style="text-align: center;">3 EIXOS EQUIVALENTE</p> <p style="text-align: center;">139kN 139kN 160kN</p> <p style="text-align: center;">-1.25- 5.51-</p>
	V	ORIGINAL	<p style="text-align: center;">3T4 ORIGINAL</p> <p style="text-align: center;">114kN 114kN 108kN 108kN 110kN 110kN 58kN</p> <p style="text-align: center;">-1.25- 3.60- 1.25- 5.09- 1.30- 3.49-</p>
		EQUI.	<p style="text-align: center;">3 EIXOS EQUIVALENTE</p> <p style="text-align: center;">228kN 215kN 278kN</p> <p style="text-align: center;">-4.85- 7.17-</p>

Tabela 3.5 -d Valores e pesos dos veículos equivalentes para estruturas biapoiadas

B400	M	ORIGINAL	<p>3T6 ORIGINAL</p> <p>98kN 98kN 91kN 91kN 98kN 98kN 92kN 92kN 58kN</p> <p>1.25 6.00 1.25 3.77 1.25 5.35 1.35 3.34</p>
		EQUI.	<p>3 EIXOS EQUIVALENTE</p> <p>196kN 377kN 243kN</p> <p>9.85 10.02</p>
	V	ORIGINAL	<p>3I3 ORIGINAL</p> <p>115kN 111kN 106kN 88kN 88kN 56kN</p> <p>2.43 2.43 5.00 1.30 3.54</p>
		EQUI.	<p>3 EIXOS EQUIVALENTE</p> <p>166kN 166kN 232kN</p> <p>2.43 7.87</p>

Tabela 3.5 a-Valores e pesos dos veículos equivalentes para estruturas com balanços E25 e E50

VÃO	ESFORÇO	VEÍCULO	CONFIGURAÇÃO VEÍCULO
E25	M/V	ORIGINAL	<p>3S3-L ORIGINAL</p>
		EQUI.	<p>3 EIXOS EQUIVALENTE</p>
E50	M/V	ORIGINAL	<p>2S3-L ORIGINAL</p>
		EQUI.	<p>3 EIXOS EQUIVALENTE</p>

Tabela 3.6 b-Valores e pesos dos veículos equivalentes para estruturas com balanços E75 e E100

E75	M/V	ORIGINAL	<p>2S3-L ORIGINAL</p>
		EQUI.	<p>3 EIXOS EQUIVALENTE</p>
E100	M/V	ORIGINAL	<p>2S3-L ORIGINAL</p>
		EQUI.	<p>3 EIXOS EQUIVALENTE</p>

Tabela 3.6-a Valores e pesos dos veículos equivalentes para estrutura contínua C100

VÃO	ESFORÇO	VEÍCULO	CONFIGURAÇÃO VEÍCULO
C100	M+	ORIGINAL	<p>2S3-C ORIGINAL</p> <p>3x152kN 167kN 63kN</p> <p>1.25 1.25 3.22 3.65</p>
		EQUI.	<p>3 EIXOS EQUIVALENTE</p> <p>2x228kN 230kN</p> <p>1.25 4.22</p>
	M-	ORIGINAL	<p>2S3-C ORIGINAL</p> <p>2x228kN 230kN</p> <p>1.25 4.22</p>
		EQUI.	<p>3 EIXOS EQUIVALENTE</p> <p>3x77kN 2x68kN 51kN</p> <p>1.25 1.25 2.62 1.30 3.74</p>
	M-	ORIGINAL	<p>3T4 ORIGINAL</p> <p>2x 98kN 2x94kN 2x96kN 57kN</p> <p>1.25 3.53 1.25 5.28 1.30 4.10</p>
		EQUI.	<p>3 EIXOS EQUIVALENTE</p> <p>196kN 188kN 249kN</p> <p>4.78 7.34</p>

Tabela 3.7 -b Valores e pesos dos veículos equivalentes para estrutura contínua C200

C200	M+	ORIGINAL	<p style="text-align: center;">3S3-L ORIGINAL</p>
		EQUI.	<p style="text-align: center;">3S3-L EQUIVALENTE</p>
	V	ORIGINAL	<p style="text-align: center;">3S3-L ORIGINAL</p>
		EQUI.	<p style="text-align: center;">3S3-L EQUIVALENTE</p>
	M-	ORIGINAL	<p style="text-align: center;">3S3-L ORIGINAL</p>
		EQUI.	<p style="text-align: center;">3S3-L EQUIVALENTE</p>

Tabela 3.7 -c Valores e pesos dos veículos equivalentes para estrutura contínua C300

C300	M+	ORIGINAL	<p style="text-align: center;">2S3-C ORIGINAL</p> <p style="text-align: center;">143kN 143kN 143kN 157kN 61kN</p> <p style="text-align: center;">- 1.25 1.25 - 3.26 - 4.11 -</p>
		EQUI.	<p style="text-align: center;">2S3-C EQUIVALENTE</p> <p style="text-align: center;">214kN 214kN 218kN</p> <p style="text-align: center;">- 1.25 - 4.12 -</p>
	V	ORIGINAL	<p style="text-align: center;">3T4 ORIGINAL</p> <p style="text-align: center;">113kN 113kN 106kN 106kN 109kN 109kN 58kN</p> <p style="text-align: center;">- 1.25 - 3.67 - 1.25 - 4.68 - 1.30 - 3.45 -</p>
		EQUI.	<p style="text-align: center;">3T4 EQUIVALENTE</p> <p style="text-align: center;">214kN 218kN 214kN</p> <p style="text-align: center;">- 4.92 - 6.82 -</p>
	M-	ORIGINAL	<p style="text-align: center;">3M6 ORIGINAL</p> <p style="text-align: center;">79kN 79kN 79kN 80kN 80kN 80kN 85kN 85kN 57kN</p> <p style="text-align: center;">- 1.25 1.25 - 5.39 - 1.25 1.25 - 6.78 - 1.35 - 3.46 -</p>
		EQUI.	<p style="text-align: center;">3M6 EQUIVALENTE</p> <p style="text-align: center;">237kN 240kN 170kN</p> <p style="text-align: center;">- 7.89 - 10.77 -</p>

Tabela 3.7 -c Valores e pesos dos veículos equivalentes para estrutura contínua C400

C400	M+	ORIGINAL	<p style="text-align: center;">3T6 ORIGINAL M+</p>
		EQUI.	<p style="text-align: center;">3T6 EQUIVALENTE M+</p>
	V	ORIGINAL	<p style="text-align: center;">3T6 ORIGINAL Q+</p>
		EQUI.	<p style="text-align: center;">3T6 EQUIVALENTE Q-</p>
	M-	ORIGINAL	<p style="text-align: center;">3T4 ORIGINAL M-</p>
		EQUI.	<p style="text-align: center;">3T4 EQUIVALENTE M-</p>

Os valores utilizados para rigidez e amortecimento são os mesmos utilizados ARAUJO (2014) e seguem padrões da literatura (GILLESPIE et al. 1992) e estão mostrados na tabela 3.7 para cada tipo de eixo. Admite-se que as frequências fundamentais do veículo equivalente se aproxima do veículo original.

Tabela 3.7 Valores de amortecimento e rigidez para o veículo 3C

RIGIDEZ	EIXO	Kv,1	580	kN/m
		Kv,2	1180	kN/m
		Kv,3	1180	kN/m
	PNEU	Kp,1	1680	kN/m
		Kp,2	3360	kN/m
		Kp,3	3360	kN/m
AMORTE- CIMENTO	EIXO	Cv,1	6	kNs/m
		Cv,2	12	kNs/m
		Cv,3	12	kNs/m
	PNEU	Cp,1	2	kNs/m
		Cp,2	4	kNs/m
		Cp,3	4	kNs/m

4. RESULTADOS PRELIMINARES PARA VALIDAÇÃO DOS PROGRAMAS E AJUSTE DE MODELOS

Para a utilização das novas ferramentas computacionais se faz necessário a sua validação através da comparação de respostas conhecidas com as respostas obtidas através da utilização das novas ferramentas. Serão, portanto, apresentadas as validações das alterações feitas da implementação do IVPEGRELHA.

4.1 VALIDAÇÃO DO IVPEGRELHA

Para a validação do programa IVPEGRELHA, toma-se o modelo B100-B, com duas hipóteses de carregamento estático distintas. Usa-se um programa comercial, para a obtenção de deslocamentos, rotações e momentos fletores no meio da longarina e esforços cortantes próximos ao apoio para cada caso de carregamento. Os deslocamentos e rotações dos nós obtidos com o programa comercial são dados de entrada para a validação do IVPEGRELHA.

No primeiro caso são aplicadas cargas nas transversinas intermediárias e em uma transversina extrema como mostrado na figura 4.1. Já o segundo caso de carregamento consiste em cargas nodais em todos os nós ao longo das duas longarinas, como pode ser visto na figura 4.2

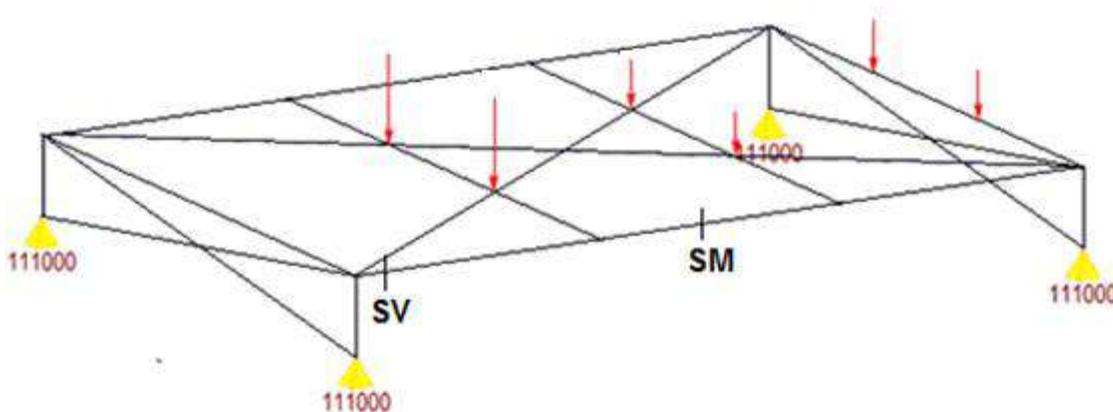


Figura 4.1 Primeiro caso de carregamento para validação do IVPEGRELHA

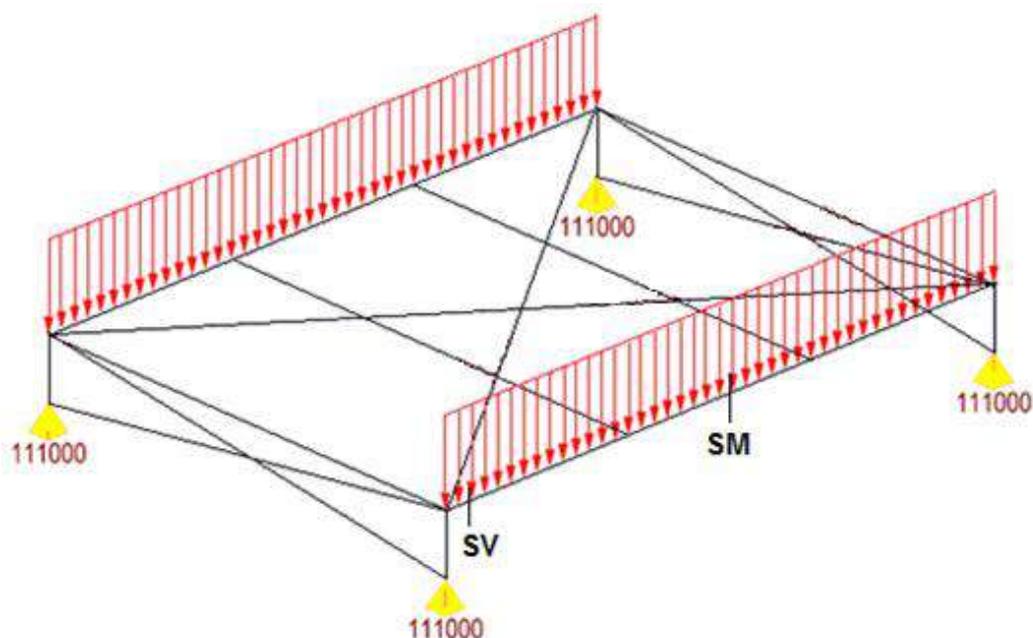


Figura 4.2 Segundo caso de carregamento para validação do IVPEGRELHA

Os valores para o momento fletor no meio da longarina, (seção SM) e o esforço cortante na longarina a um metro de distância do apoio (seção SV) obtidos com o programa comercial e com o IVPEGRELHA, estão indicados na tabela 4.1. Os resultados apresentam-se coerentes, com pequenas diferenças. É importante ressaltar que foi necessário utilizar no mínimo oito algarismos significativos para a obtenção desses resultados. Durante todo este trabalho, principalmente na obtenção das formas modais dos modelos de grelha ajustado, foram essas as quantidades de algarismos significativos utilizadas.

Tabela 4.1. valores de referência para validação do IVPEGRELHA

MOMENTO FLETOR (kN.m) na seção SM (ver Fig 4.2)		
CARREGAMENTO	PROGRAMA COMERCIAL	IVPEGRELHA
1 Fig 4.2	56,29	56,29
1 Fig 4.3	299,22	299,23
ESFORÇO CORTANTE (kN) na seção SV (ver Fig 4.3)		
CARREGAMENTO	PROGRAMA COMERCIAL	IVPEGRELHA
1 Fig 4.2	-52,34	-52,37
1 Fig 4.3	-247,5	-247,61

4.2 AJUSTE DOS MODELOS GRELHA

Assim como descrito em ARAUJO (2014), são necessários ajustes nos modelos de grelha de maneira que estejam coerentes com o modelo feito com elementos de casca da mesma estrutura em relação à análise dinâmica dos modos de vibração livre e deslocamentos devido a esforços estáticos. Os ajustes foram feitos através de barras com grande rigidez dispostas em forma de “x” no sentido longitudinal ligando as longarinas para a simulação da laje e também em forma de “x” no sentido transversal nos extremos para simular a altura da longarina e transversinas de extremidade (ver figs 3.14 a 3.28).

Os ajustes são feitos no modelo alterando o valor da rigidez das barras até se obter valores coerentes entre os modelos de casca e grelha com valores mais próximos da realidade. Apesar de a prática comum durante a análise de estruturas ser a do não ajuste do modelo de grelha, ficou comprovado em ARAUJO(2014), através da comparação com resultados experimentais, que o ajuste é necessário para a melhor representação do comportamento dinâmico e estático da estrutura. Deve-se ressaltar entretanto que o não ajuste do modelo conduz geralmente a valores de dimensionamento mais conservadores para momento fletor e esforço cortante sendo portanto sua utilização mais conservadora para uma análise estática. Já para a análise dinâmica as frequências naturais da estrutura ficam maiores após o ajuste resultando em valores não necessariamente mais conservadores, dependendo de fatores como a frequência natural do veículo.

Para o ajuste do modelo grelha, foram tomados como referência os valores encontrados utilizando programas comerciais para deslocamento máximo da longarina na situação do veículo passando no meio da ponte e na situação do veículo passando com seu eixo transversal em cima da viga (Ver Fig.4.13).

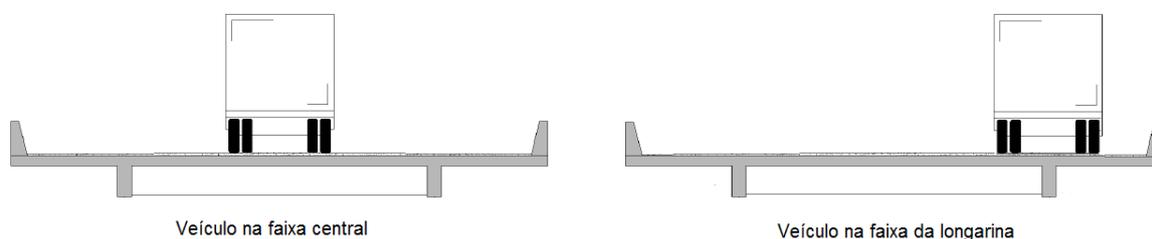


Figura 4.3 Situações de passagem de veículos

Pela natureza geométrica dos elementos que o compõem, o modelo casca não apresenta qualquer dificuldade quanto à forma de carregamento dos veículos. Basta que cada roda do veículo carregue o elemento em que está situado. Já para o modelo grelha, que é

mais simplificado que o modelo anterior, não se pode fazer o mesmo. Tomando como exemplo o caso em que o veículo passa pelo eixo da ponte, é fácil perceber que não existem elementos longitudinais próximos ao veículo. Para contornar este problema foram utilizadas duas maneiras distintas de carregamento presentes no programa comercial. Na primeira e mais simples são aplicadas cargas verticais em uma das longarinas e momentos fletores equivalentes. Essa forma de carregamento foi utilizada para os casos em que a faixa de tráfego está sobre a longarina. A segunda utiliza uma abordagem diferente, ela carrega as transversinas da estrutura de maneira inversamente proporcional à distância dos eixos do veículo. Esta abordagem foi utilizada para a faixa de tráfego no meio da seção transversal da ponte.

Após a análise dos modos de vibração livre do modelo com elementos de casca, foram selecionados apenas os modos que dizem respeito à flexão vertical ou à torção longitudinal da estrutura, e que em sequência serão utilizados no modelo unifilar. Portanto, modos com flexão lateral das longarinas, modos de flexão de elementos de laje em balanço, flexão lateral das transversinas, modos de flexão apenas ao longo da laje, modos de torção de elementos localizados e modos de compressão e tração axial foram excluídos da análise. Alguns exemplos dos modos analisados e dos modos não analisados para a estrutura com 10m de vão estão mostrados nas figuras 4.4 a 4.9. Os modelos de grelha ajustados seguem o mesmo raciocínio, sendo eliminados quaisquer modos que não sejam os modos de flexão vertical e torção da estrutura. Alguns exemplos dos modos de vibração dos modelos de grelha ajustados também estão mostrados nas figuras 4.10 a 4.14. As demais estruturas foram analisadas seguindo o mesmo raciocínio.

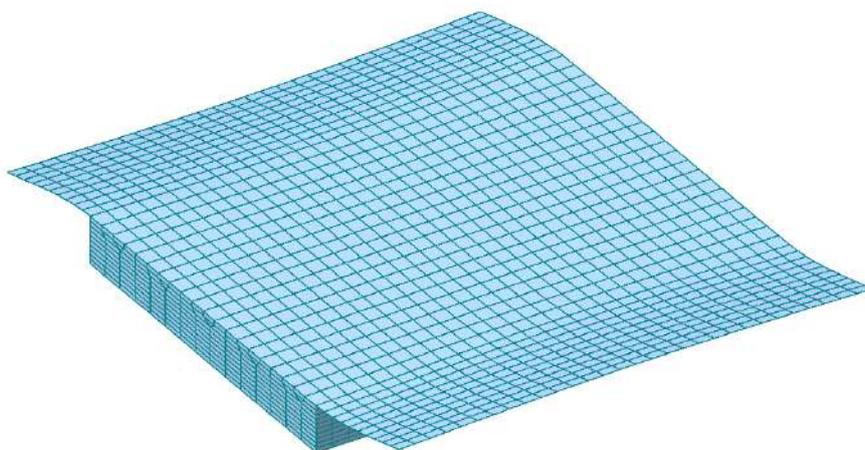


Figura 4.4 Primeiro modo de vibração 8,43Hz flexão alternada das lajes (B100-C)

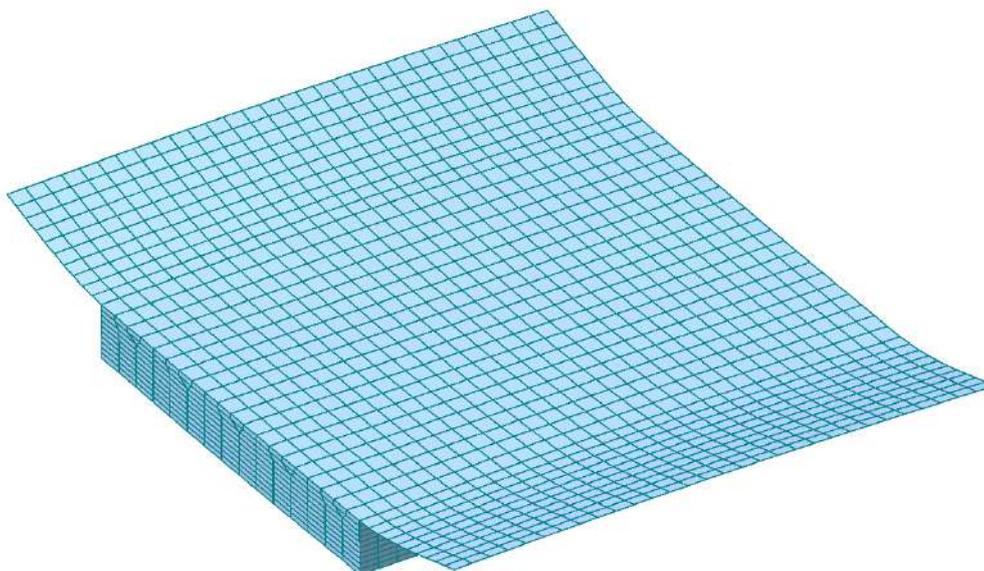


Figura 4.5 Segundo modo de vibração 9,04Hz flexão simultânea das lajes (B100-C)

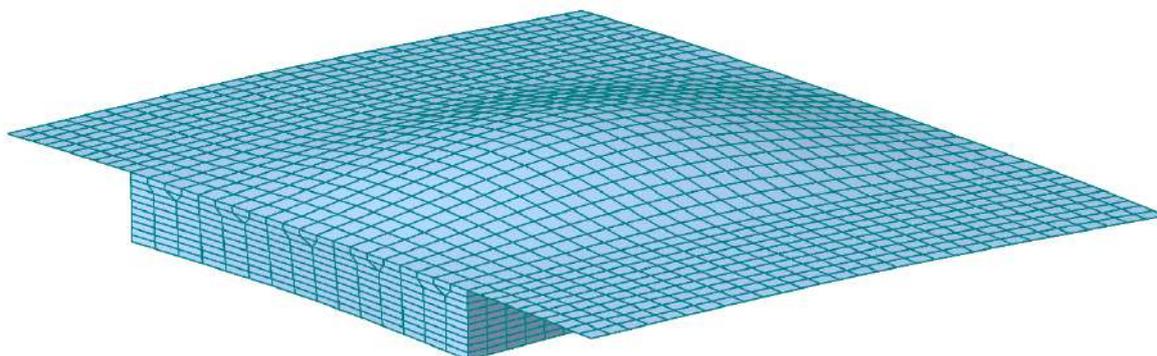


Figura 4.6 Terceiro modo de vibração 11,63Hz flexão da laje e flexão vertical das longarinas (B100-C)

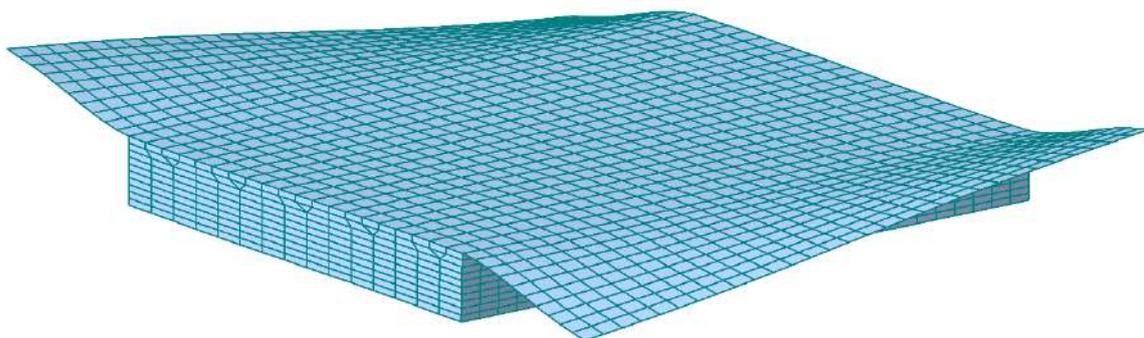


Figura 4.7 Quarto modo de vibração 14,95Hz flexão alternada da laje com torção da estrutura (B100-C)

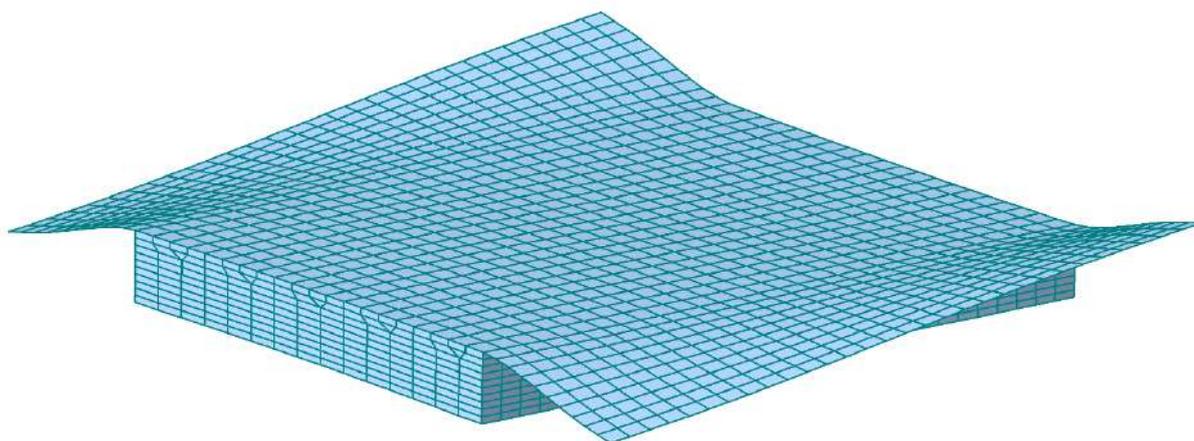


Figura 4.8 Quinto modo de vibração 15,03Hz flexão alternada laje (B100-C)

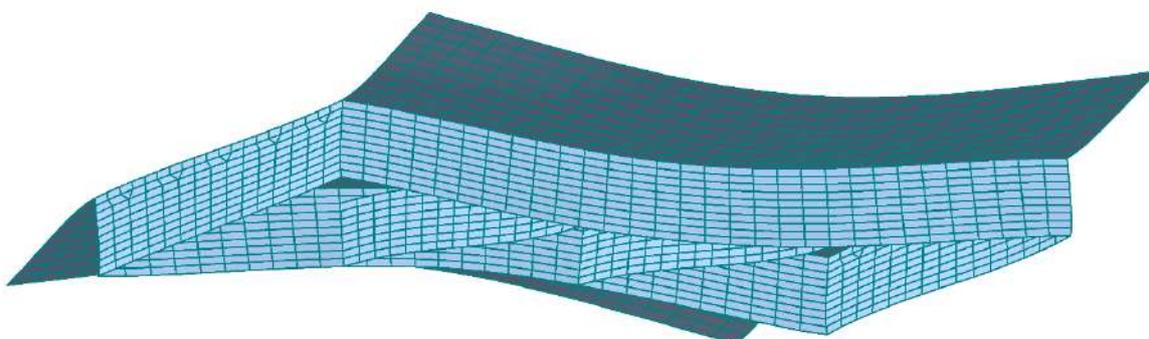


Figura 4.9 Sexto modo de vibração 19,08Hz torção da estrutura (B100-C)

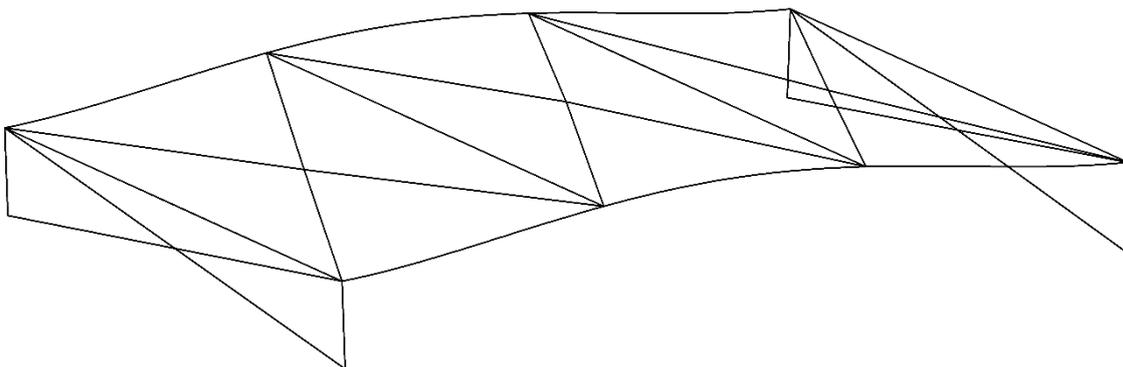


Figura 4.10 Primeiro modo de vibração 14,37Hz flexão vertical da estrutura (B100-B)

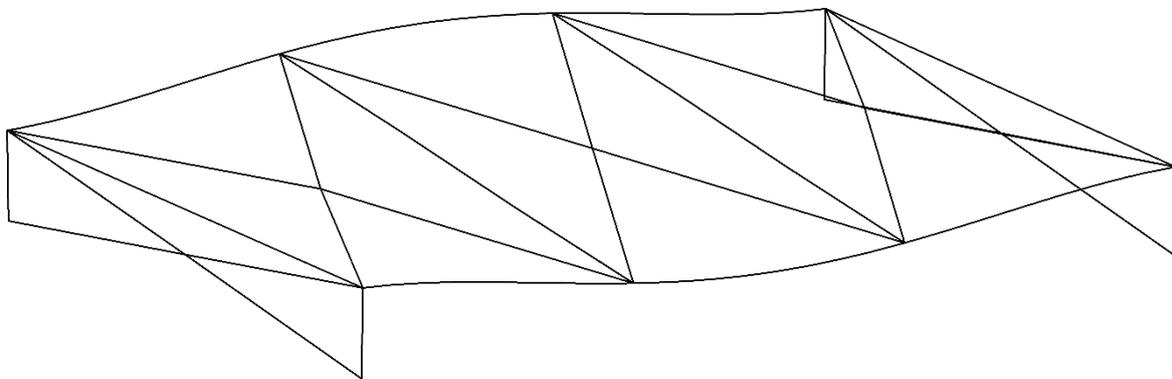


Figura 4.11 Segundo modo de vibração 15,72Hz torção longitudinal da estrutura (B100-B)

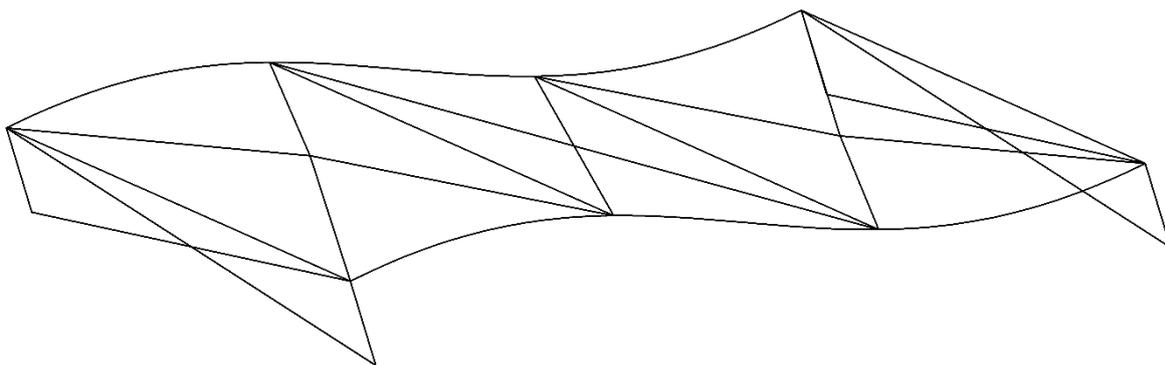


Figura 4.12 Terceiro modo de vibração 19,99Hz flexão vertical da estrutura (B100-B)

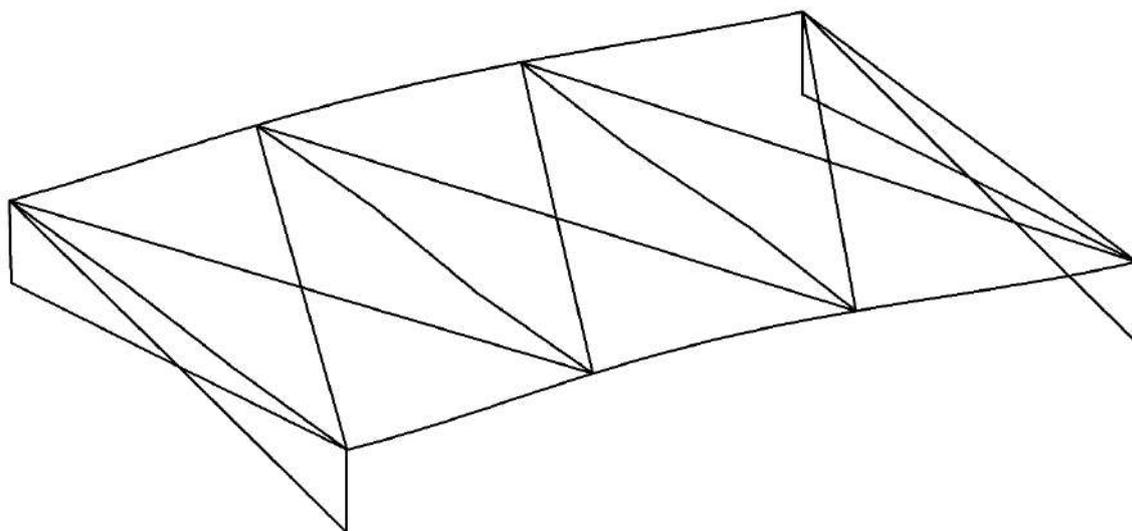


Figura 4.13 Quarto modo de vibração 31,71Hz flexão lateral das longainas (B100-B)

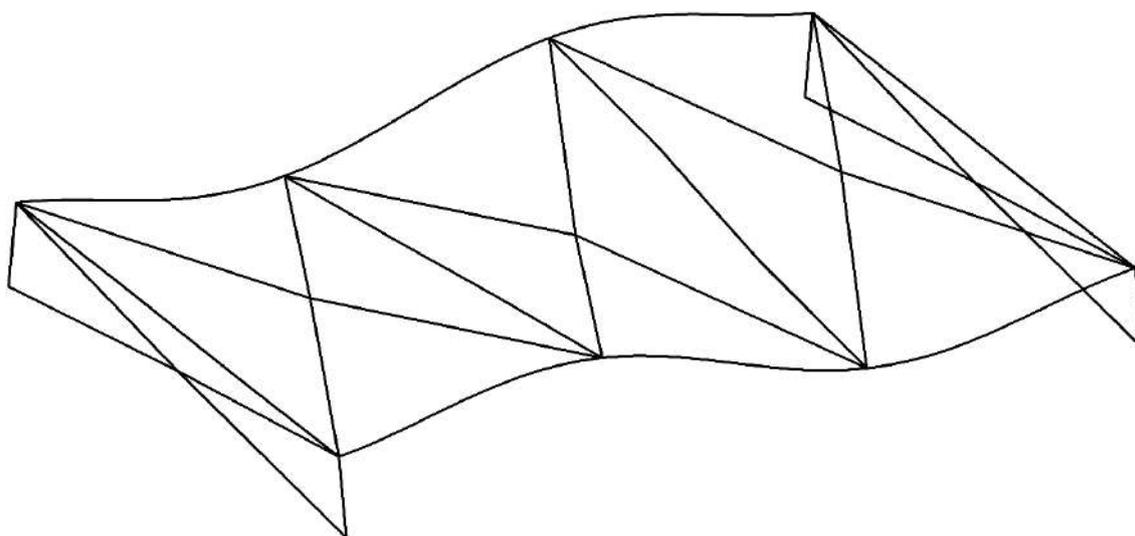


Figura 4.14 Quinto modo de vibração 40,72Hz torção longitudinal da estrutura (B100-B)

Para a validação do modelo grelha ajustado ao modelo com elementos de casca foram comparados os pesos totais das estruturas, o deslocamento no meio da longarina devido à passagem de um veículo do tipo “3C” por faixa no meio da seção transversal e por faixa centrada acima da longarina, as frequências de vibração livre dos modos de flexão vertical e também as frequências dos modos de vibração livre dos modos de torção longitudinal da estrutura. Como exemplo são mostrados os resultados dos modelos da estruturas biapoiadas que estão representados nas tabelas 4.2 a 4.5.

Tabela 4.2 Comparação do modelo de grelha com o modelo de casca vão 10m.

B100	CASCA	GRELHA	ERRO %
PESO TOTAL(kN)	1435,9	1435,82	0,01%
DESLOCAMENTO VEÍCULO NA FAIXA CENTRAL (m)	6,10E-04	6,58E-04	7,29%
DESLOCAMENTO VEÍCULO NA FAIXA SOBRE A VIGA (m)	2,95E-04	2,98E-04	1,01%
1 modo (Hz)-Flexão	11,63	14,37	19,07%
2 modo (Hz)-Flexão	19,99	23,31	14,23%
1 modo (Hz)-Torção	14,21	15,13	6,08%
2 modo (Hz)-Torção	-	39,35	-

Tabela 4.3 Comparação do modelo de grelha com o modelo de casca vão 20m

B200	CASCA	GRELHA	ERRO %
PESO TOTAL(kN)	3305,76	3228	2,41%
DESLOCAMENTO VEÍCULO NA FAIXA CENTRAL (m)	4,14E-04	4,13E-04	0,24%
DESLOCAMENTO VEÍCULO NA FAIXA SOBRE A VIGA (m)	8,08E-04	9,10E-04	11,21%
1 modo (Hz)-Flexão	7,76	8,67	10,50%
2 modo (Hz)-Flexão	11,63	12,55	7,33%
1 modo (Hz)-Torção	7,25	9,55	24,08%
2 modo (Hz)-Torção	-	24,82	-

Tabela 4.4 Comparação do modelo de grelha com o modelo de casca vão 30m

B300	CASCA	GRELHA	ERRO %
PESO TOTAL(kN)	5502	5478	0,44%
DESLOCAMENTO VEÍCULO NA FAIXA CENTRAL (m)	4,77E-04	4,74E-04	0,63%
DESLOCAMENTO VEÍCULO NA FAIXA SOBRE A VIGA (m)	9,11E-04	9,01E-04	1,11%
1 modo (Hz)-Flexão	6,4	6,71	4,62%
2 modo (Hz)-Flexão	10,54	9,82	7,33%
1 modo (Hz)-Torção	7,22	7,87	8,26%
2 modo (Hz)-Torção	-	-	-

Tabela 4.5 Comparação do modelo de grelha com o modelo de casca vão 40m.

B400	CASCA	GRELHA	ERRO %
PESO TOTAL(kN)	8267,25	8201,25	0,80%
DESLOCAMENTO VEÍCULO NA FAIXA CENTRAL (m)	6,72E-04	6,77E-04	0,74%
DESLOCAMENTO VEÍCULO NA FAIXA SOBRE A VIGA (m)	1,25E-03	1,23E-03	1,63%
1 modo (Hz)-Flexão	4,56	4,67	2,36%
2 modo (Hz)-Flexão	8,67	7,65	13,33%
1 modo (Hz)-Torção	6,21	5,65	9,91%
2 modo (Hz)-Torção	-	-	-

Os modelos apresentam boa correlação entre si com valores próximos. Se observa ainda que os resultados dos modelos de grelha apresentam melhor correlação com os resultados do modelo de casca para vãos maiores. Isto também foi observado para as estruturas com balanços e estruturas contínuas. Isto se explica pelo aumento da esbeltez da estrutura em relação ao seu eixo longitudinal, diminuindo os efeitos concomitantes localizados das lajes nos modelos de casca e uma conseqüente melhor adaptação da estrutura a modelação feita por elementos de barras presentes no modelo de grelha ajustado.

4.3 VALIDAÇÃO DAS ANÁLISES COM MODELOS UNIFILARES

Para a validação da análise dinâmica por meio de modelos unifilares serão comparados os resultados obtidos com os programas IVPE e IVPEGRELHA para a passagem de um veículo a 1km/h com os correspondentes valores obtidos de análise estática do modelo de grelha para cada posição do veículo ao longo do vão.

As comparações são mostradas nas figuras 4.15 e 4.16 em termos de deslocamento sendo as curvas denominadas L.I – linha de influência obtida com os resultados de análise estática do modelo grelha ajustado em cada situação considerada. Os resultados são dados em termos de deslocamento no meio do vão de uma longarina para o vão de 10m da estrutura biapoiada, com pavimento bom e sem ressalto, considerando a passagem do veículo centrado e excêntrico na pista respectivamente. As figuras 4.17 e 4.18 apresentam resultados de deslocamentos na estrutura com balanço de 5,0m.

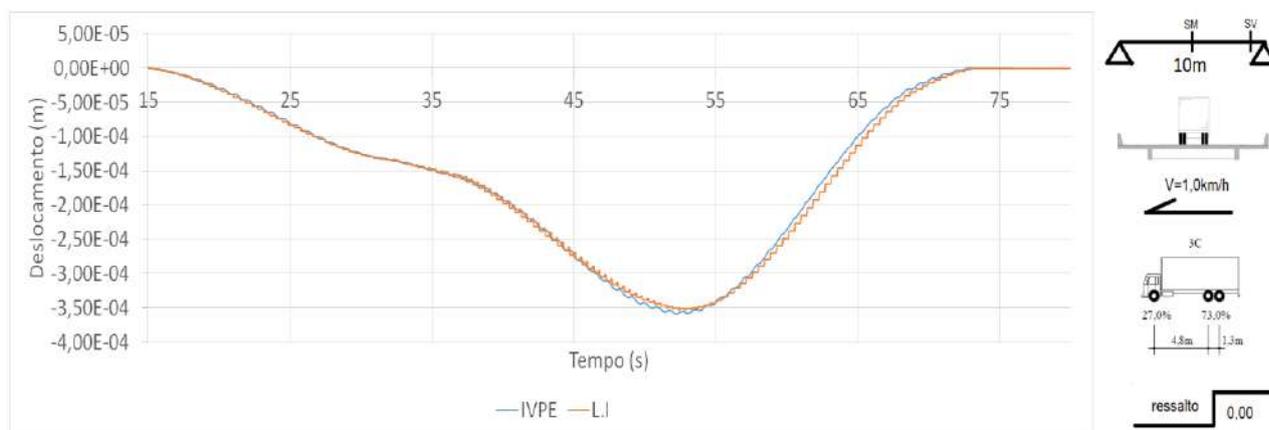


Figura 4.15 Comparação dos deslocamentos máximos do modelo unifilar com resultados obtidos através de linhas de influência para vãos de 10m-faixa central

Os históricos do deslocamento apresentaram ótima correlação com os resultados obtidos através da linha de influência. Existem pequenas diferenças devido às irregularidades do pavimento simuladas no IVPE e da pequena contribuição dos efeitos dinâmicos existentes, mesmo a baixas velocidades. As comparações entre resultados obtidos com os modelos unifilares através do programa IVPE e de resultados obtidos com a utilização de linhas de influências oriundas do modelo grelha, mostram a viabilidade da utilização de modelos simples e com grande eficiência computacional como os modelos unifilares, para a análise de estruturas complexas.

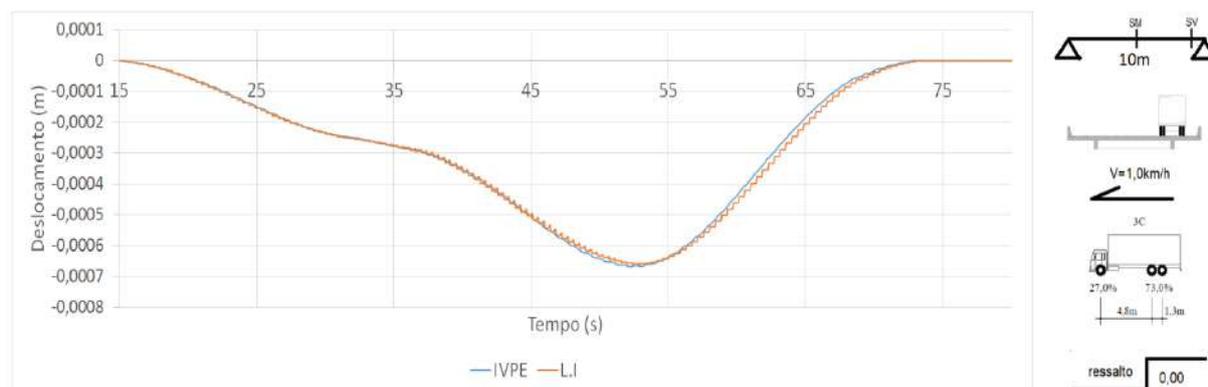


Figura 4.16 Comparação dos deslocamentos máximos do modelo unifilar com resultados obtidos através de linhas de influência para vãos de 10m-faixa sobre a longarina

Inicialmente foram efetuadas as análises dinâmicas das pontes biapoiadas com a utilização de 5 modos de flexão e 5 modos de torção. Entretanto, observa-se que para o caso de deslocamento no meio do vão ou na ponta do balanço o primeiro modo contribui com cerca

de 98% da resposta. Isto pode ser mostrado na figura 4.19 que apresenta o resultado obtido com apenas o primeiro modo para o caso da estrutura B100.

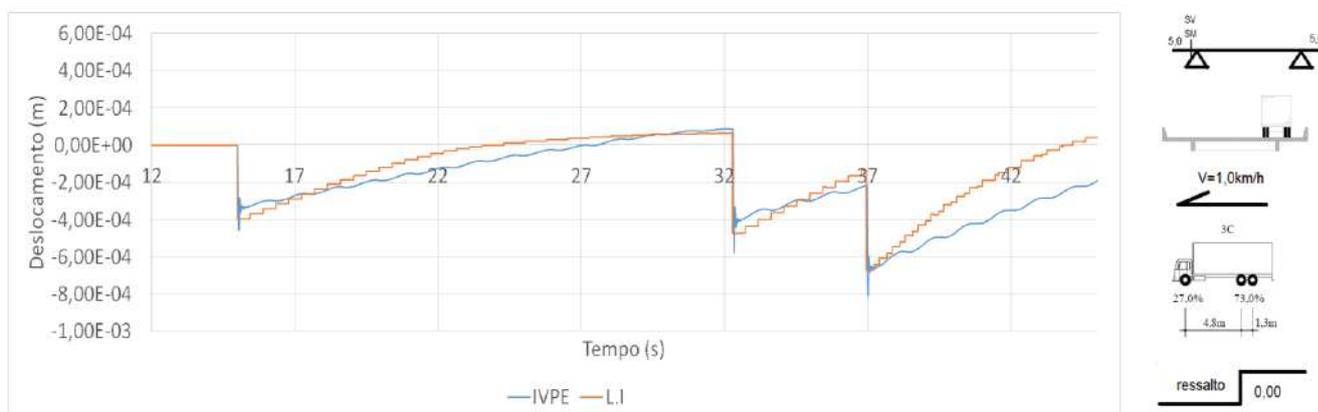


Figura 4.17 Comparação dos deslocamentos máximos do modelo unifilar com resultados obtidos através de linhas de influência para vãos de 5,0m em balanço-faixa sobre a longarina.

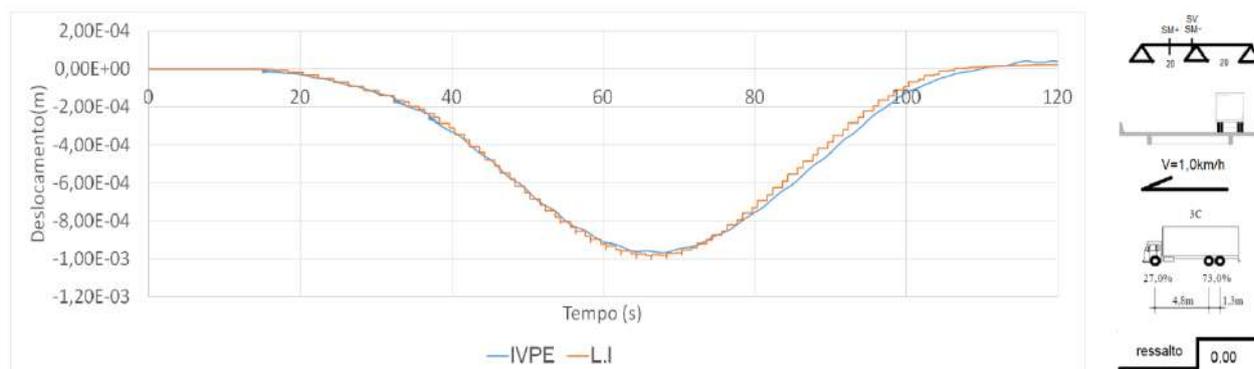


Figura 4.18 Comparação dos deslocamentos máximos do modelo unifilar com resultados obtidos através de linhas de influência para vãos contínuos de 20,0m-faixa sobre a longarina.

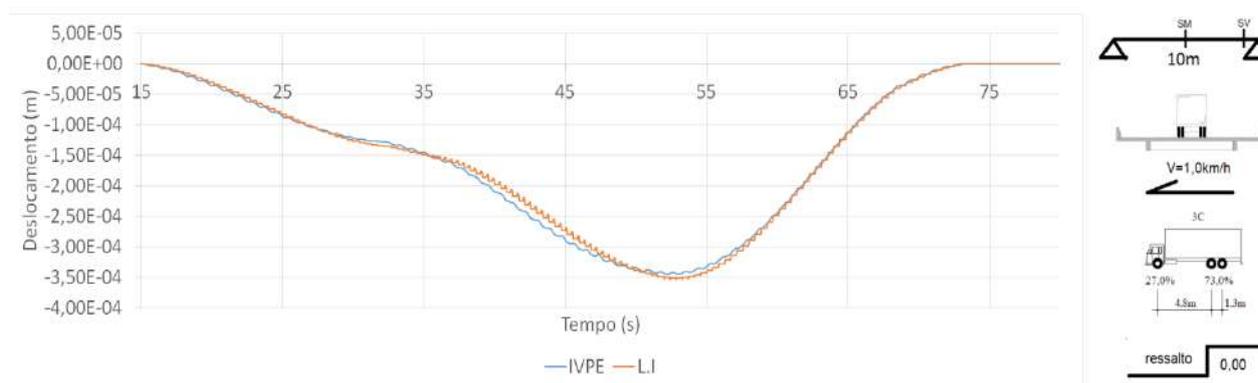


Figura 4.19 Comparação entre os deslocamentos no meio do vão com um único modo de flexão e os valores de referência.

Nas figuras 4.20 e 4.21 são mostradas os resultados das análises do momento fletor e do esforço cortante ao longo do tempo para a estrutura B100. Diferentemente dos gráficos que comparam os resultados de deslocamento do modelo unifilar com a resposta estática, os esforços não seguem os resultados obtidos com as linhas de influência, mesmo com a utilização de cinco modos de vibração de flexão e cinco de torção. Embora em muitos instantes os valores sejam diferentes, os valores máximos das diferentes análises se aproximam nos dois casos, o que valida a comparação de resultados estáticos e dinâmicos máximos para a obtenção dos valores dos coeficientes de amplificação dinâmicos. Vê-se também que a análise com dois modos de flexão e dois modos de torção também atende em termos de valores máximos dos coeficientes de momento fletor e esforço cortante.

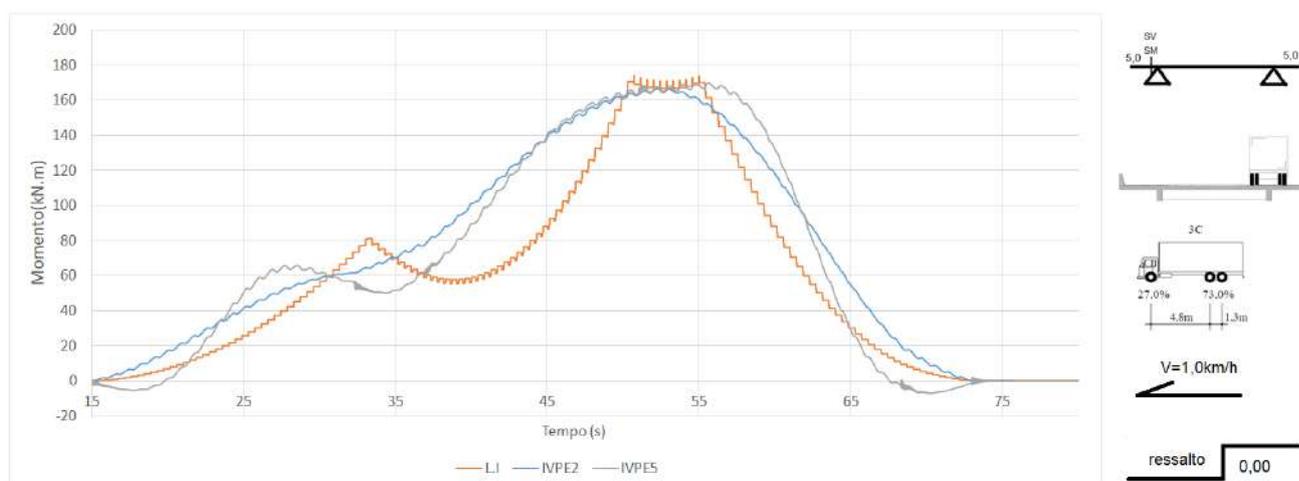


Figura 4.20 Comparação do momento fletor no meio vão do modelo unifilar com resultados obtidos através de linhas de influência para vãos de 10m-faixa sobre a longarina.

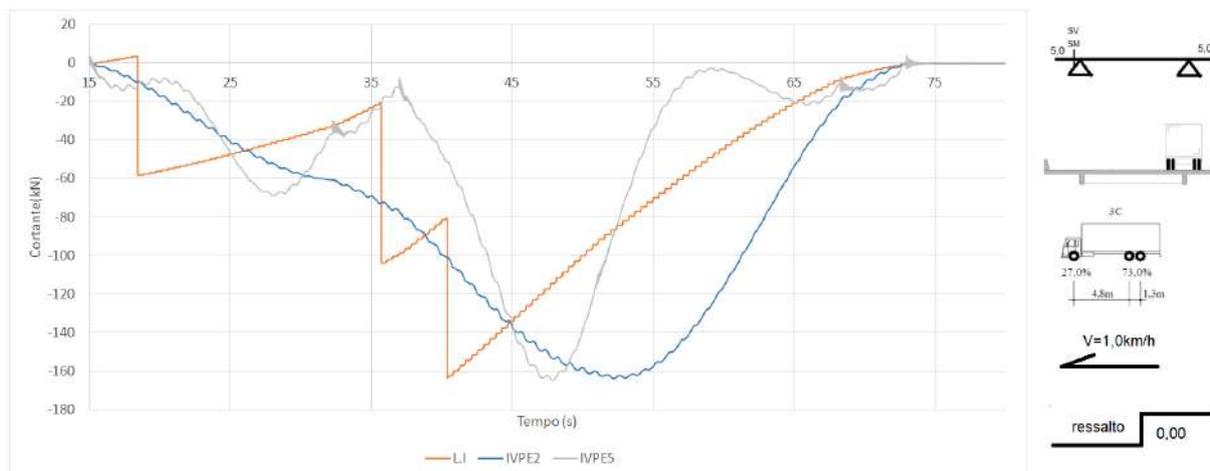


Figura 4.21 Comparação do esforço cortante próximo ao apoio do modelo unifilar com resultados obtidos através de linhas de influência para vãos de 10m-faixa sobre a longitudinal.

Seria necessário a utilização de mais modos de flexão e torção para que a análise dos modos pudesse se aproximar mais dos resultados utilizando a linha de influência. Entretanto o objetivo deste trabalho visa a obtenção de fatores de amplificação dinâmica das estruturas e por isso apenas o valor máximo será utilizado. Portanto, a análise com 4 modos (2 de flexão e 2 de torção) foi considerada satisfatória.

Ressalta-se que cada tipo de estrutura neste trabalho tem características próprias que devem ser verificadas individualmente, e ainda, para cada tipo de análise, deve-se comprovar por meio de valores de referência que a quantidade de modos empregada no modelo unifilar é suficiente para a obtenção de valores coerentes.

Foram adotados, durante as análises, cinco modos de torção e de flexão para as estruturas biapoiadas e para as demais estruturas apenas dois modos de flexão e dois de torção. Como dito anteriormente, para essas estruturas, seria necessária à utilização de dois modos apenas, porém não existe problema algum em se utilizar mais modos que o necessário desde de que isso não onere muito o custo de processamento. A tabela 4.6 resume a quantidade de modos, os valores das frequências naturais e as massas modais utilizadas em cada modelo unifilar.

Tabela 4.6 Resumo de frequências naturais e massas modais dos modelos unifilares

	modo	Flexão		Torção	
		Freq. (Hz)	Massa modal (ton)	Freq. (Hz)	Massa modal (ton.m ²)
B100	1	14,01	62	15,12	845
	2	19,10	73	39,31	958
	3	49,50	59	59,84	770
	4	70,98	69	79,58	943
	5	106,63	56	124,46	796
B200	1	8,59	148	9,55	2003
	2	12,57	165	24,83	2174
	3	27,85	155	31,51	2036
	4	53,79	149	53,64	2171
	5	75,12	138	71,62	1966
B300	1	6,68	251	7,80	3257
	2	9,87	283	21,33	3527
	3	21,80	265	29,76	3074
	4	41,54	279	42,97	3638
	5	56,02	251	56,02	3136
B400	1	4,62	376	5,73	5016
	2	7,64	422	30,24	5396
	3	15,28	403	48,22	4237
	4	28,81	420	51,25	5452
	5	51,73	406	53,95	5222
E25	1	13,69	29	15,60	400
	2	13,85	29	31,51	442
E50	1	8,28	78	10,50	1300
	2	8,59	52	24,67	1310
E75	1	6,05	112	7,00	3090
	2	6,21	90	7,48	3002
E100	1	4,30	164	4,77	4000
	2	4,62	150	5,25	4400
C100	1	14,01	105	14,48	1726
	2	14,32	106	14,48	1730
C200	1	7,82	320	9,23	3700
	2	7,96	310	9,39	3730
C300	1	5,41	381	6,05	7890
	2	5,57	380	6,37	7873
C400	1	3,74	430	3,82	13000
	2	3,98	420	4,14	13200

5. RESULTADOS PARA AS CONFIGURAÇÕES DE VEÍCULOS QUE PRODUZEM ESFORÇOS MÁXIMOS

Foram utilizados os modelos unifilares das pontes biapoiadas de 10, 20, 30 e 40m com cinco modos de torção longitudinal e cinco modos de flexão vertical da estrutura para a passagem dos veículos equivalentes descritos no capítulo 4 deste trabalho e para as demais estruturas apenas os dois primeiros modos de flexão e torção, trafegando sobre faixas central e faixa sobre a longarina, com diferentes velocidades e ressalto de 3 centímetros na entrada da ponte e pavimento com rugosidade regular. Após a obtenção das amplitudes modais através da utilização do programa IVPE-V5, utilizou-se o programa IVPEGRELHA para a obtenção dos históricos de momentos fletores no meio da viga e esforços cortantes próximos ao apoio.

5.1 MODELOS UNIFILARES BIAPOIADOS

A figura 5.1 apresenta a variação do deslocamento no meio do vão em relação à posição do eixo dianteiro do veículo no vão da ponte para análise da passagem do veículo com diversas velocidades. Observa-se que as linhas das histórias de deslocamento variam em torno da linha de referência para 1km/h tomado como resposta estática. Para as velocidades de 20km/h, 40km/h, 60km/h, 80km/h e 120km/h o deslocamento máximo é maior do que o de referência, enquanto que para a velocidade de 100km/h o deslocamento máximo ficou menor que o valor de referência. O maior fator de amplificação encontrado para esta situação foi para 80km/h com valor de 1,23 para o momento e 1,27 para o cortante com 100km/h.

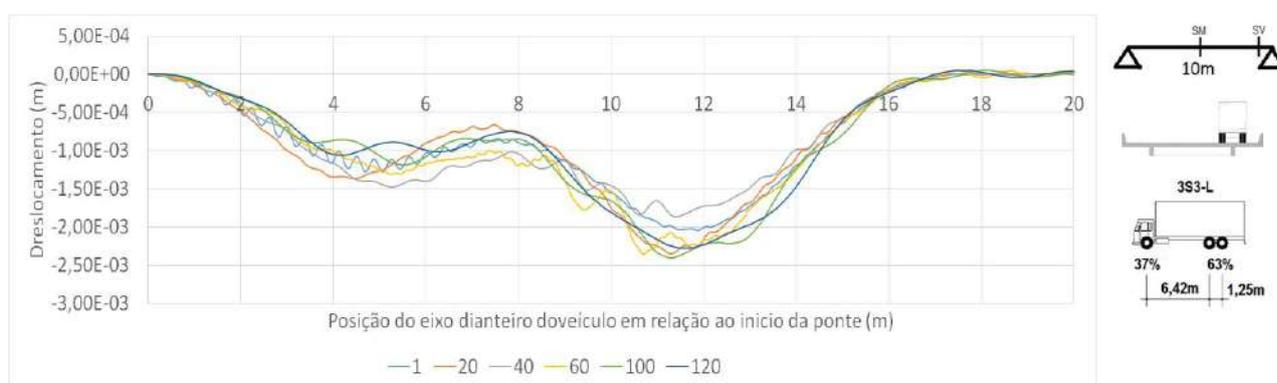


Figura 5.1 Históricos do deslocamento no meio da ponte B100 devido à passagem do veículo 3C em diferentes velocidades trafegando na faixa acima da longarina.

Lembra-se que o fator de amplificação dinâmica é calculado de acordo com a equação 5.1 em que a resposta máxima devido a análise dinâmica $E_{din,max}$ é dividida pela resposta máxima estática $E_{est,max}$, sendo a resposta em termos de momento fletor ou esforço cortante.

$$FAD = \frac{E_{din,max}}{E_{est,max}} \quad (5.1)$$

As figuras 5.2 a 5.8 mostram como variam os fatores de amplificação dinâmica do momento fletor e do esforço cortante em função da velocidade do veículo para os diferentes casos de carregamento e para os diferentes vãos.

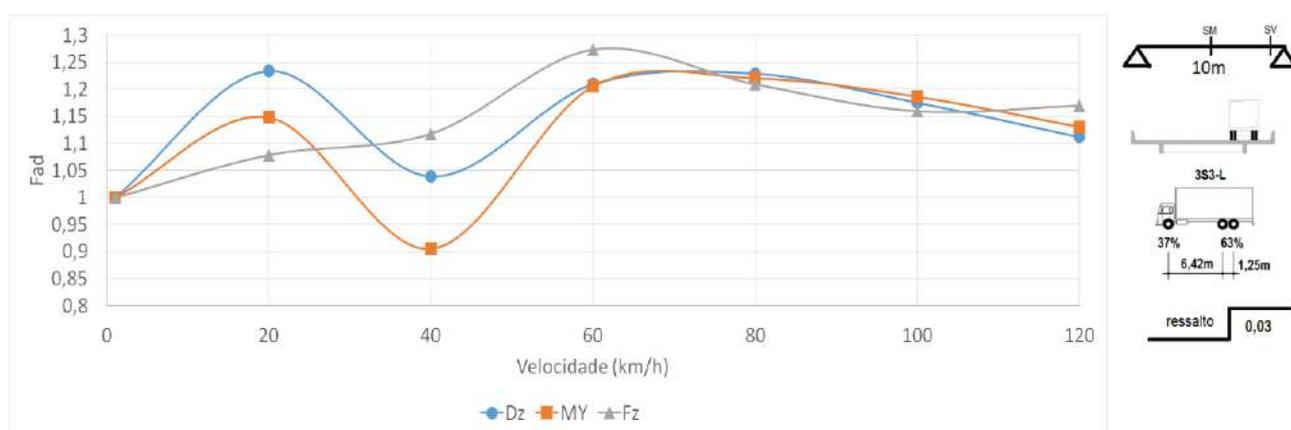


Figura 5.2 Fatores de amplificação dinâmica para estrutura B100 e veículo 3S3-L-equivalente.

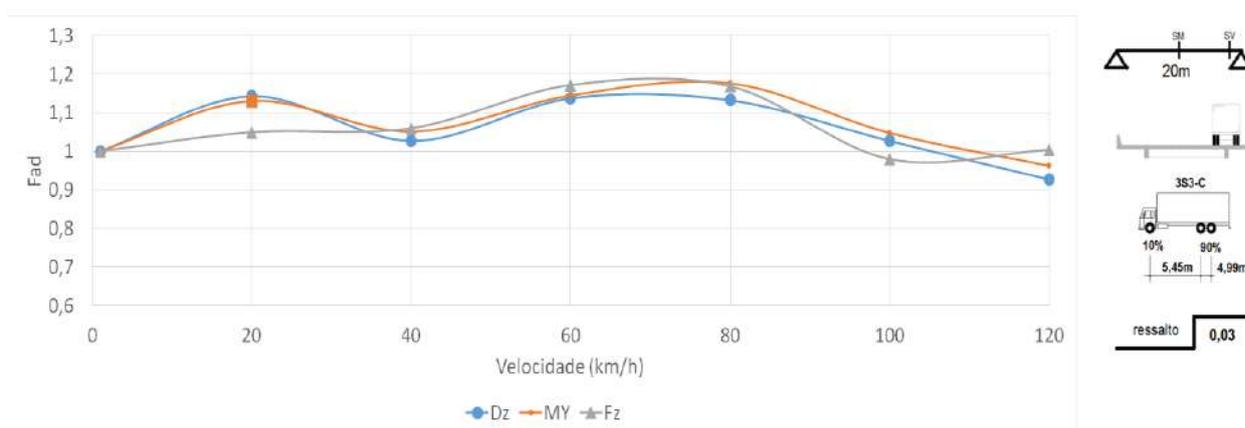


Figura 5.3 Fatores de amplificação dinâmica para estrutura B200 e veículo 3S3-C-equivalente.

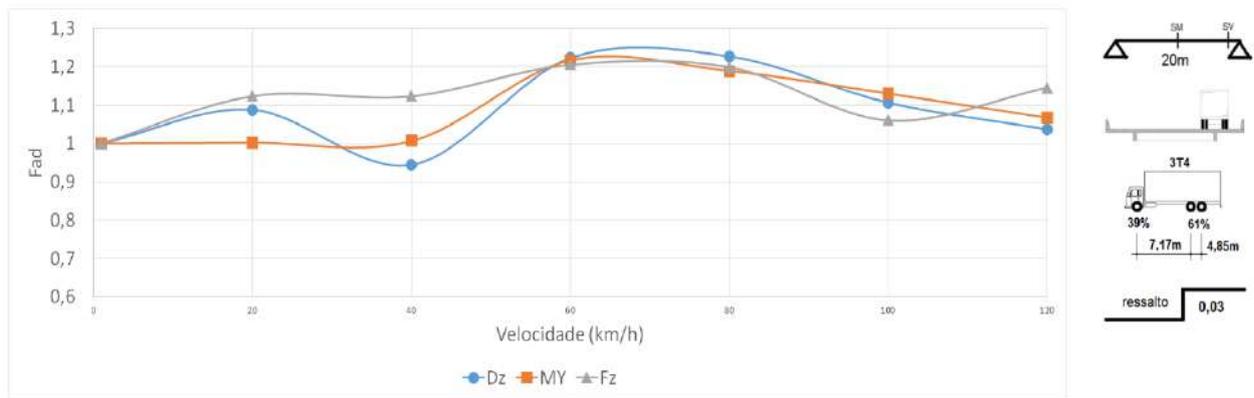


Figura 5.4 Fatores de amplificação dinâmica para estrutura B200 e veículo 3T4-equivalente.

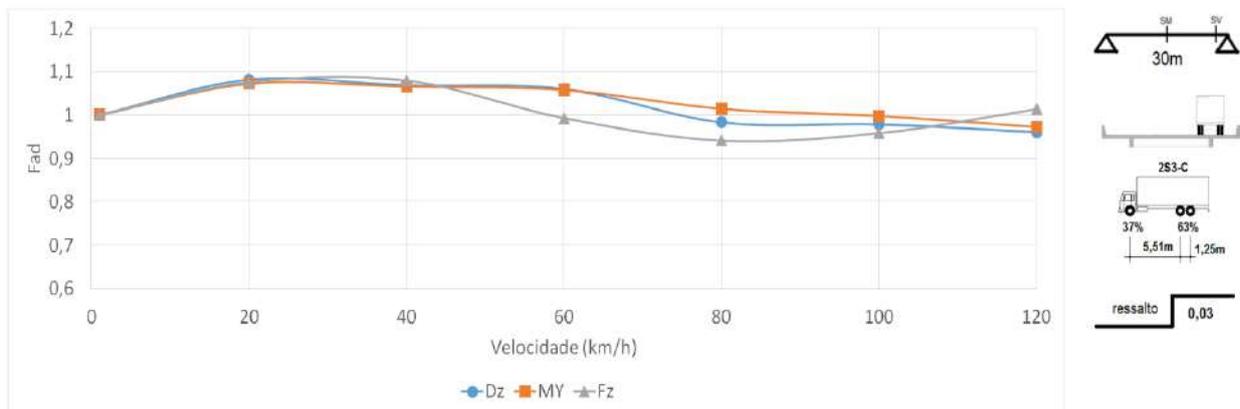


Figura 5.5 Fatores de amplificação dinâmica para estrutura B300 e veículo 2S3-C-equivalente.

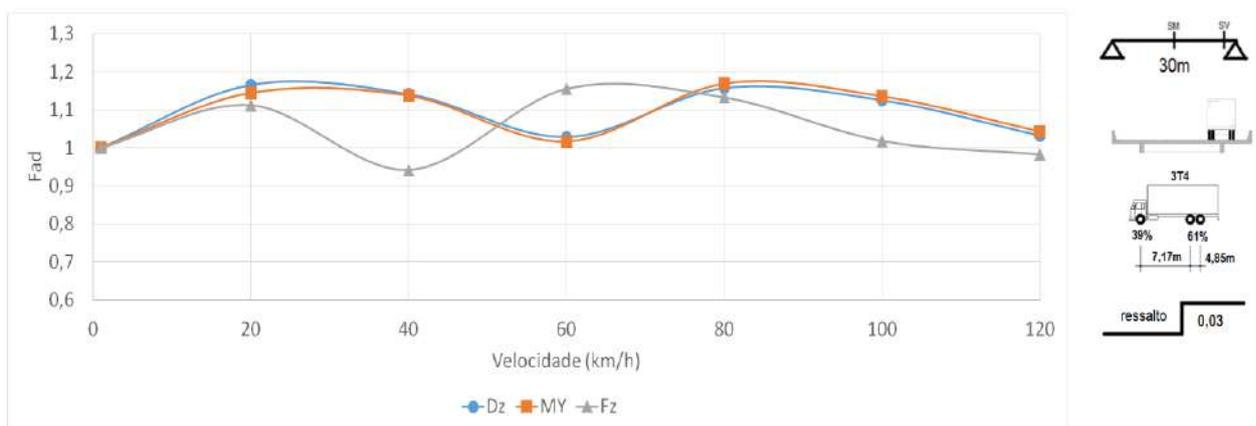


Figura 5.6 Fatores de amplificação dinâmica para estrutura B300 e veículo 3T4-equivalente.

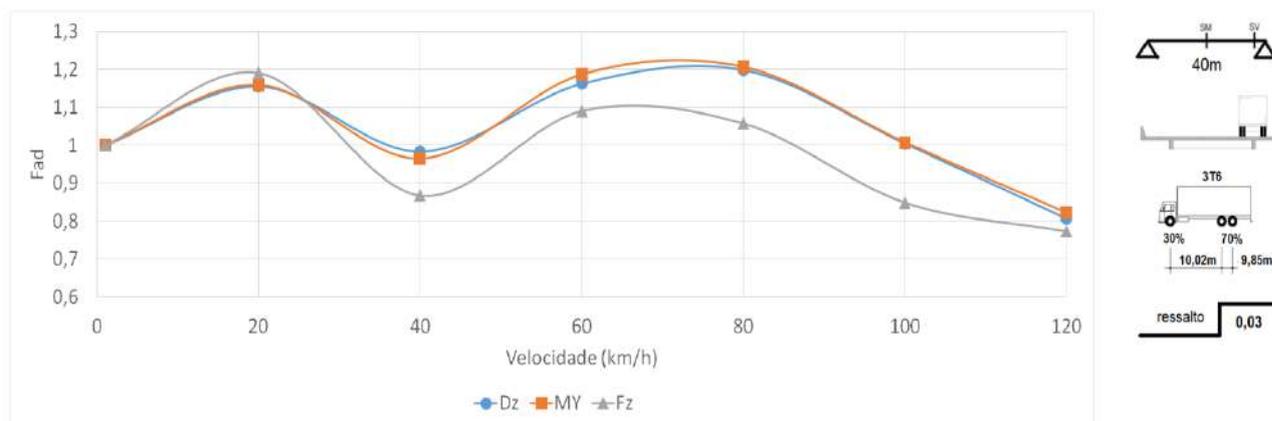


Figura 5.7 Fatores de amplificação dinâmica para estrutura B400 e veículo 3T6-equivalente.

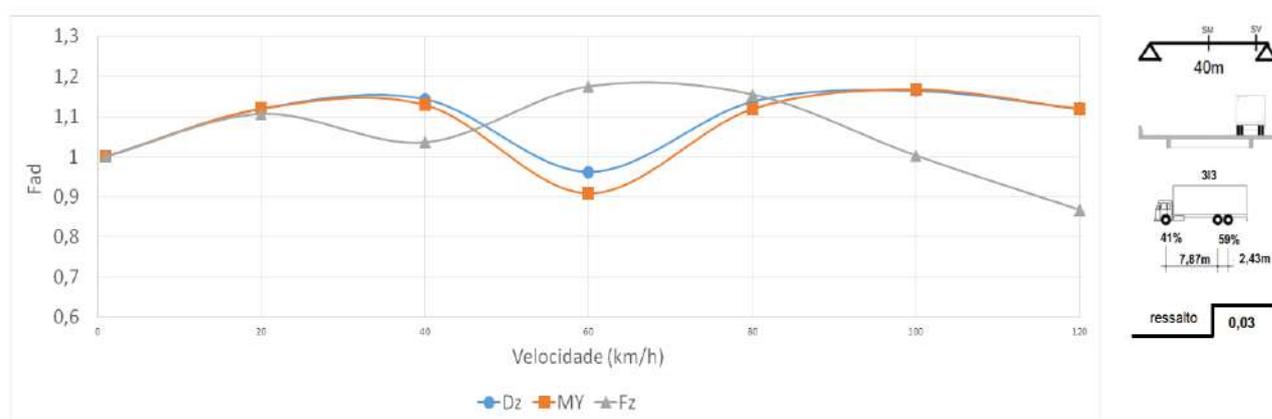


Figura 5.8 Fatores de amplificação dinâmica para estrutura B400 e veículo 3I3-equivalente.

É importante observar que com a mudança de configuração do veículo e o comprimento da ponte, as velocidades que produzem maior deslocamento variam e ainda a velocidade que produz o maior momento fletor no meio do vão pode ser diferente da velocidade que provoca o máximo cortante, isto porque a posição dos pontos para a análise do momento fletor é diferente da posição do cortante.

Os fatores de amplificação dinâmica máximos para as pontes biapoiadas e para cada situação estão resumidos na tabela 5.1. Observa-se que a utilização de um procedimento de análise modal dos modelos em que se considera o comportamento da laje através do ajuste do modelo grelha, produziu fatores de amplificação dinâmica mais próximos entre si com a variação dos vãos.

Tabela 5.1 Fatores de amplificação dinâmica máximos para pontes biapoiadas obtidos neste trabalho.

Estrutura	FAD-MAX			
	My	Fig	Fz	Fig
B100	1,23	5.2	1,27	5.2
B200	1,19	5.3	1,21	5.4
B300	1,08	5.5	1,16	5.6
B400	1,21	5.7	1,19	5.8

Os valores alvo encontrados por ROSSIGALI (2013) foram atualizados com a utilização dos novos fatores de amplificação dinâmica. Eles estão mostrados na figura 5.9 e 5.10, onde se encontra o esforço máximo dinâmico devido ao tráfego real e os esforços segundo a NBR 7188/ 2013 e a antiga NBR7188/1982.

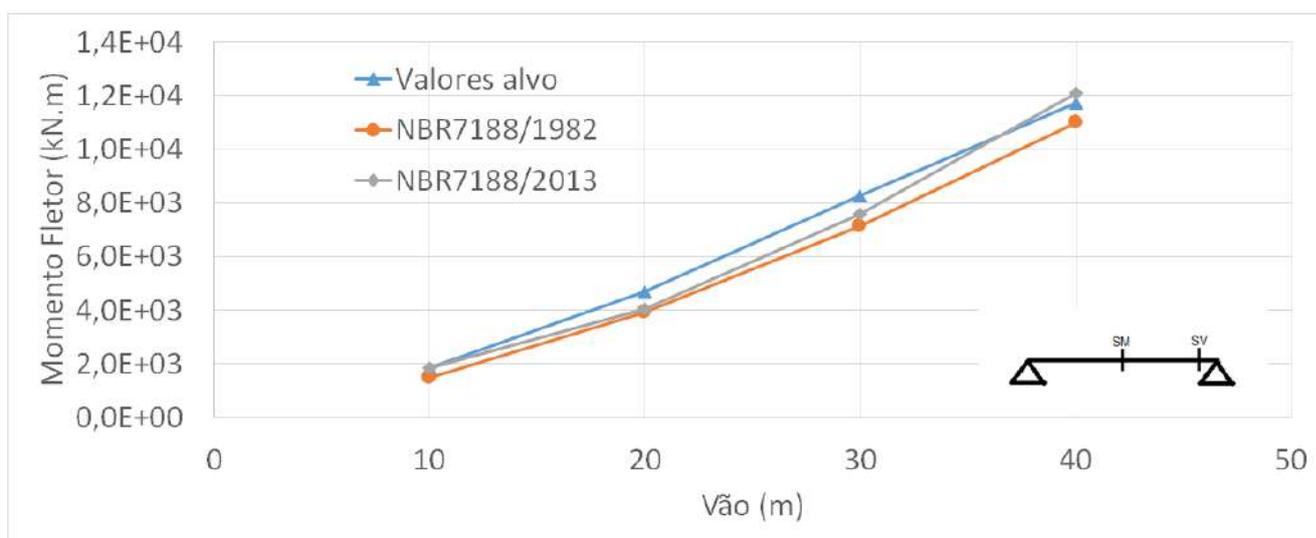


Figura 5.9 Valores alvo para momentos fletores atualizados pelos novos fatores de amplificação de pontes biapoiadas.



Figura 5.10 Valores alvo para esforços cortantes atualizados pelos novos fatores de amplificação de pontes biapoiadas.

Embora os valores alvos estejam abaixo do valor da norma atual para o esforços cortantes isso não se repete para valores do momentos fletores, ou seja o tráfego real está provocando momentos fletores maiores do que os previstos em norma.

5.2 MODELOS UNIFILARES DE ESTRUTURAS COM BALANÇOS

Na figura 5.11 se observa a história dos deslocamentos na ponta de um balanço da ponte para diferentes velocidades. Vê-se que as linhas das histórias de deslocamentos variam em torno da linha de referência para 1km/h tomado como a análise estática, porém com uma variação muito maior. Isso porque a ponta do balanço está adjacente ao ressalto da entrada da estrutura, fato este que não ocorre nos demais tipos de estrutura. Vê-se ainda claramente os instantes de tempo em que os eixos entram na estrutura e mesmo para a velocidade de 1km/h existe uma variação nesse instante.

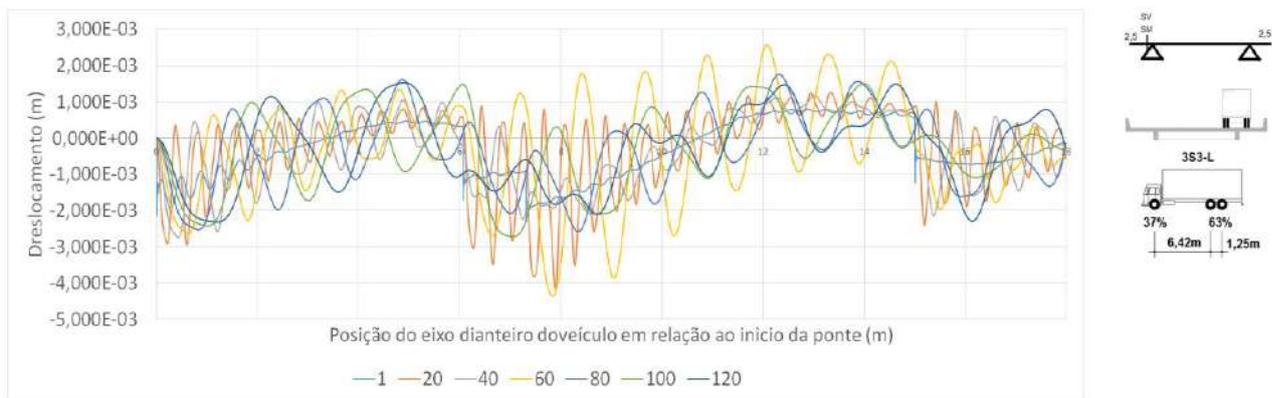


Figura 5.11 Históricos do deslocamento na ponta do balanço para estrutura E25 devido a passagem do veículo 3S3-L-equivalente em diferentes velocidades trafegando na faixa acima da longarina.

As figuras 5.12 a 5.15 mostram como variam os fatores de amplificação dinâmica do momentos fletores e dos esforços cortantes próximos ao apoio para os diferentes casos de carregamento e para os diferentes vãos.

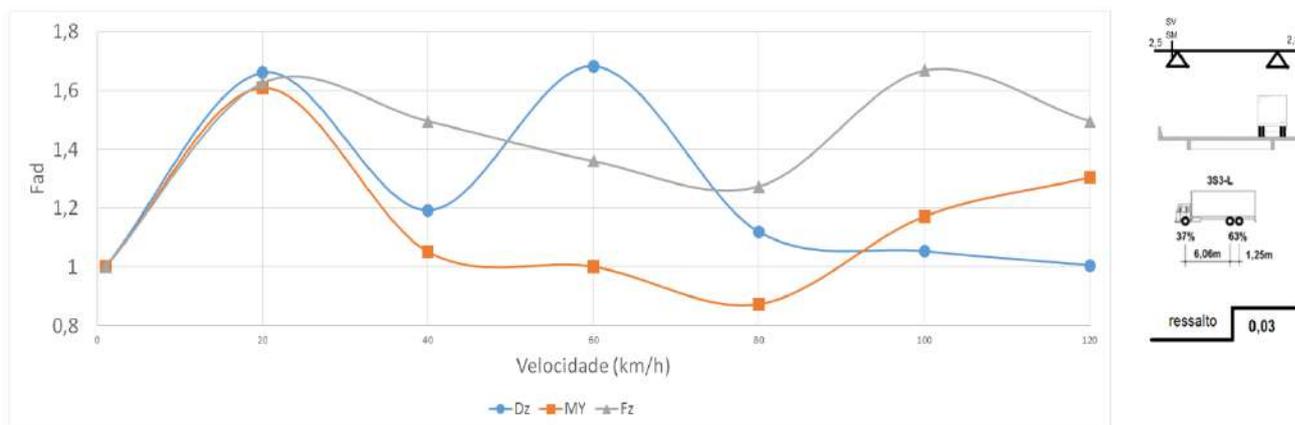


Figura 5.12 Fatores de amplificação dinâmica para estrutura E25 e veículo 3S3-L-equivalente.

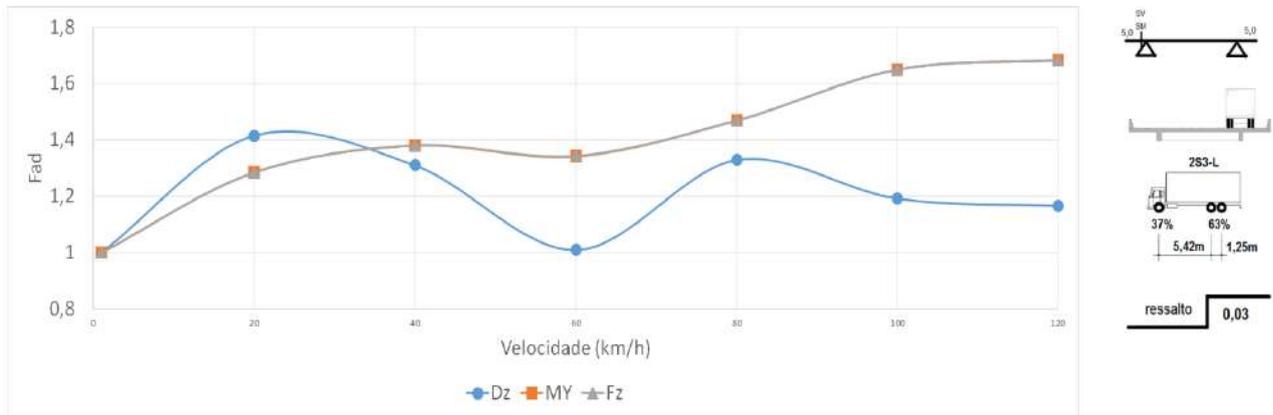


Figura 5.13 Fatores de amplificação dinâmica para estrutura E50 e veículo 2S3-L-equivalente.

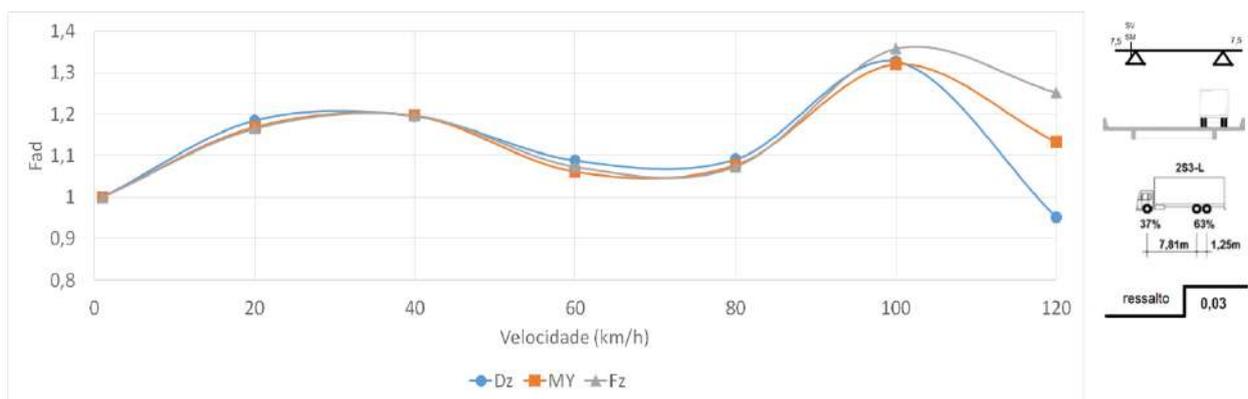


Figura 5.14 Fatores de amplificação dinâmica para estrutura E75 e veículo 2S3-L-equivalente.

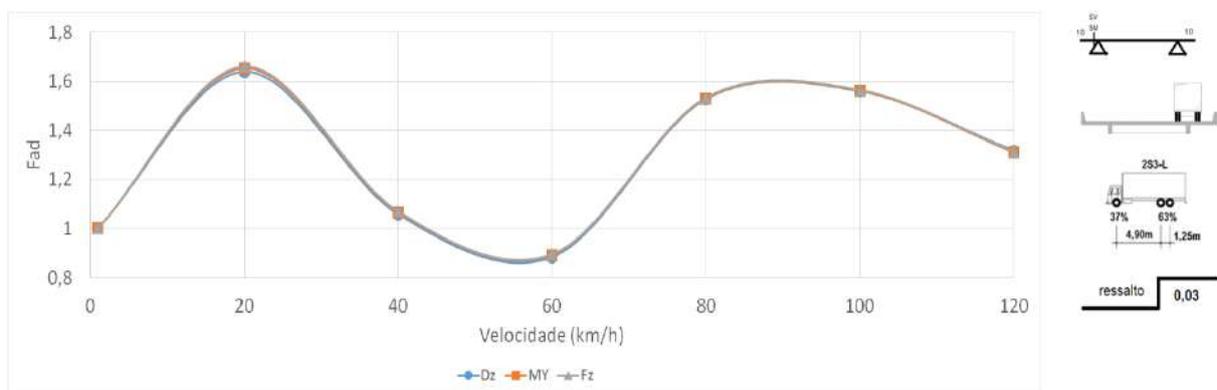


Figura 5.15 Fatores de amplificação dinâmica para estrutura E100 e veículo 2S3-L-equivalente.

Os fatores de amplificação máximos para as pontes em balanço para cada situação estão resumidos na tabela 5.2, onde está mostrado também de qual figura foram observados os valores.

Tabela 5.2 fatores de amplificação dinâmica máximos para pontes com balanços neste trabalho

Estrutura	FAD-MAX			
	My	Fig	Fz	Fig
E25	1,61	5.12	1,67	5.12
E50	1,68	5.13	1,68	5.13
E75	1,32	5.14	1,36	5.14
E100	1,65	5.15	1,64	5.15

Para o caso das estruturas com balanços o efeito da interação veículo pavimento estrutura é grande devido a dois fatores. Primeiro que a forma modal dos primeiros modos desta estrutura possuem valores máximos na ponta do balanço, isso provoca uma descontinuidade muito grande do carregamento do modelo unifilar que passa de um instante com carregamento zero, para um instante com carregamento máximo. O segundo fator é a existência de um ressalto adjacente ao ponto que representa a ponta do balanço. Esse ressalto praticamente lança os eixos do veículo para os pontos com maior amplitude modal.

A figura 5.16 apresenta uma comparação entre os valores extremos de momento fletor no apoio do vão em balanço obtidos neste trabalho e aqueles calculados com o modelo “trem tipo” da NBR7188.

Como pode se observar na figura 5.16 este tipo de estrutura apresenta valores alto para momento fletor bem maiores do que os previstos em norma. Esses resultados condizem com as conclusões encontradas em ROSSIGALI (2014). Este tipo de estrutura apresenta o maior aumento dos esforços devido a interação veículo pavimento estrutura e é a que deve ser observada com mais atenção. Em ROSSIGALI (2014), os valores para esforços cortantes em situações críticas estão presentes na figura 5.17 e apresentam a mesma tendência.



Figura 5.16 Valores alvo para momentos fletores atualizados pelos fatores de amplificação de pontes com balanços.

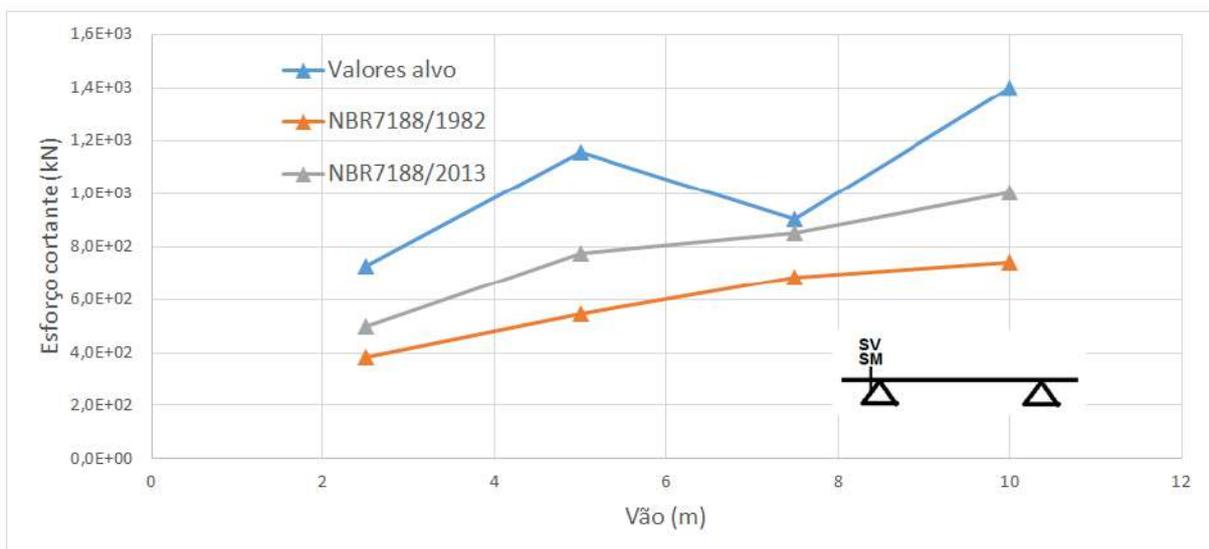


Figura 5.17 Valores alvo para esforços cortantes atualizados pelos fatores de amplificação de pontes com balanços.

5.3 MODELOS UNIFILARES CONTÍNUOS

A figura 5.17 mostra os gráficos de deslocamentos ao longo da posição do eixo dianteiro do veículo para uma estrutura com vãos contínuos sob a passagem de veículos com velocidades variadas onde se nota mais uma vez a tendência de variação das velocidades em torno do valor para a velocidade de 1km/h.

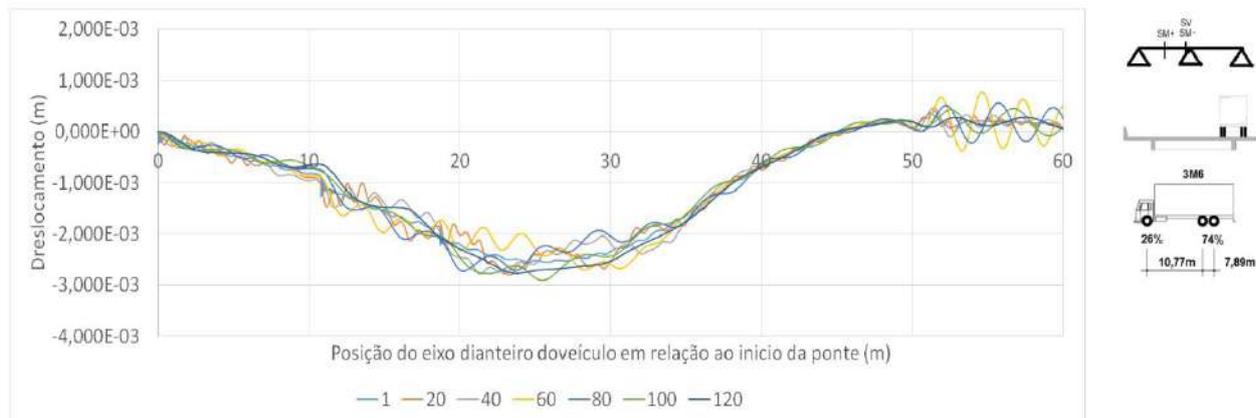


Figura 5.18 Históricos do deslocamento no meio do vão 30m devido à passagem do veículo 3M6-equivalente em diferentes velocidades trafegando na faixa acima da longarina.

Para as estruturas contínuas foram calculados além dos fatores de amplificação dinâmica para momento positivo no meio do vão e do esforço cortante próximo ao apoio, também foram calculados os fads para o momento fletor negativo no apoio central. As figuras 5.18 a 5.26 mostram como se comportaram os fatores de amplificação dinâmica para os diferentes vãos, diferentes veículos e velocidades analisadas.

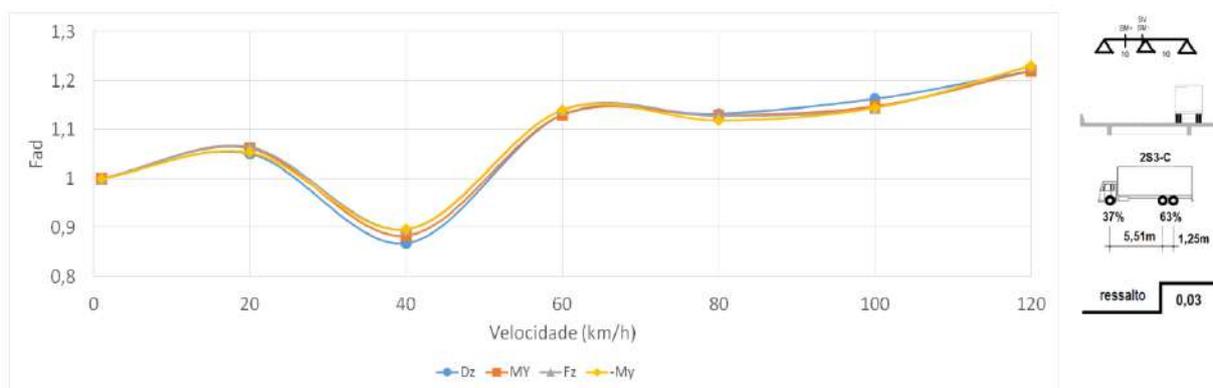


Figura 5.19 Fatores de amplificação dinâmica para a ponte C100 e veículo 2S3-C.

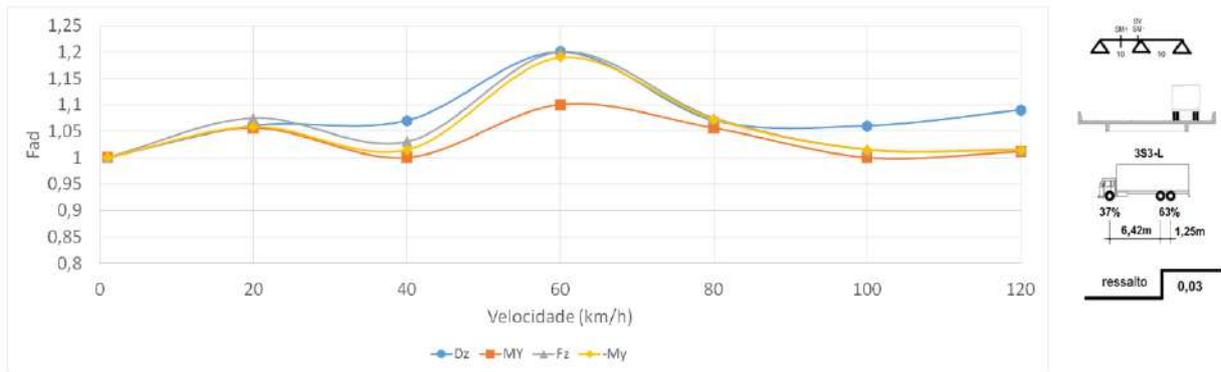


Figura 5.20 Fatores de amplificação dinâmica para a ponte C100 e veículo 3S3-L

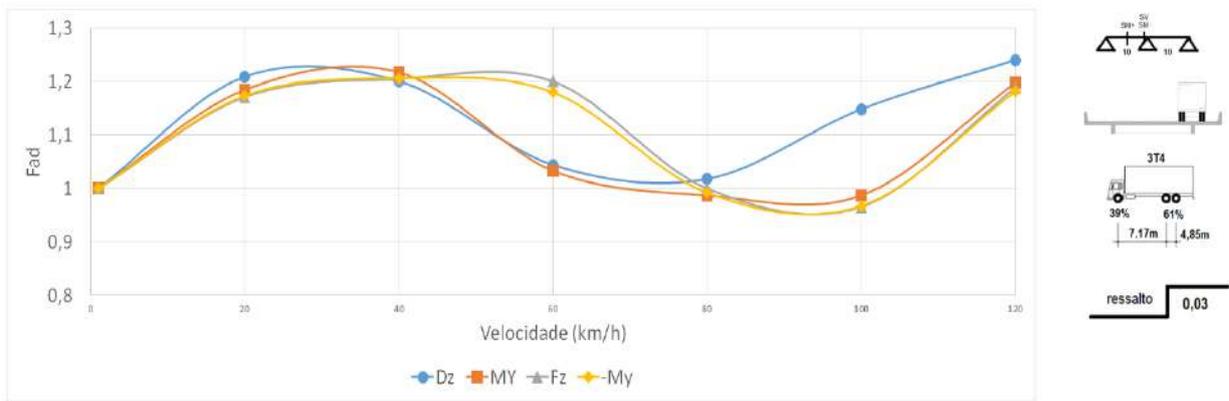


Figura 5.21 Fatores de amplificação dinâmica para a ponte C100 e veículo 3T4

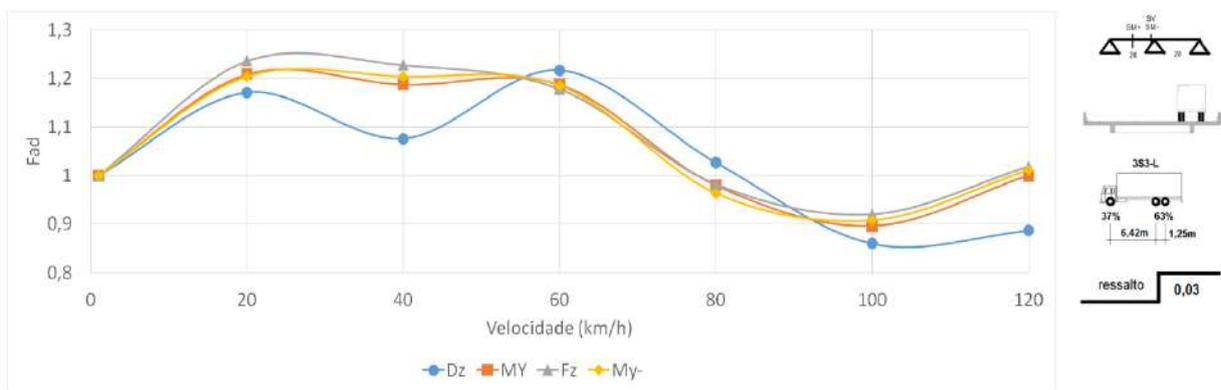


Figura 5.22 Fatores de amplificação dinâmica para C200 e veículo 3S3-L.

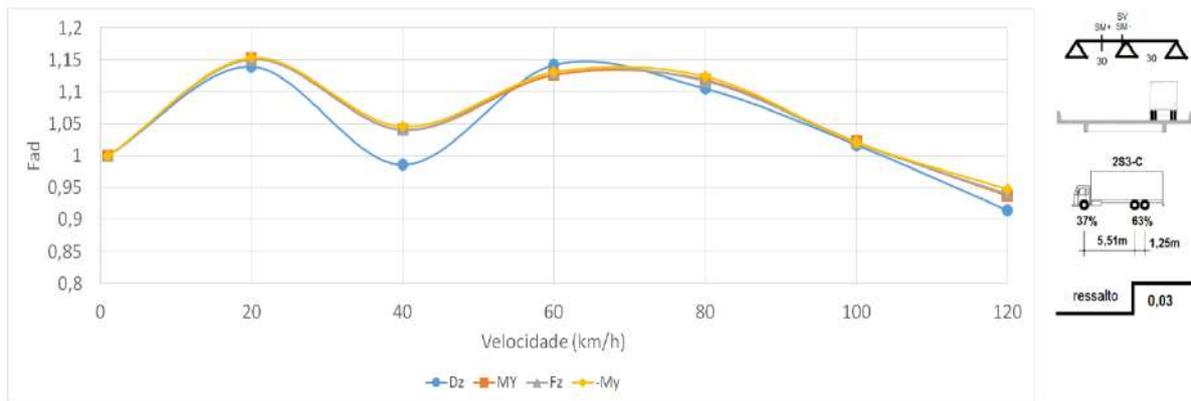


Figura 5.23 Fatores de amplificação dinâmica para C300 e veículo 2S3-C.

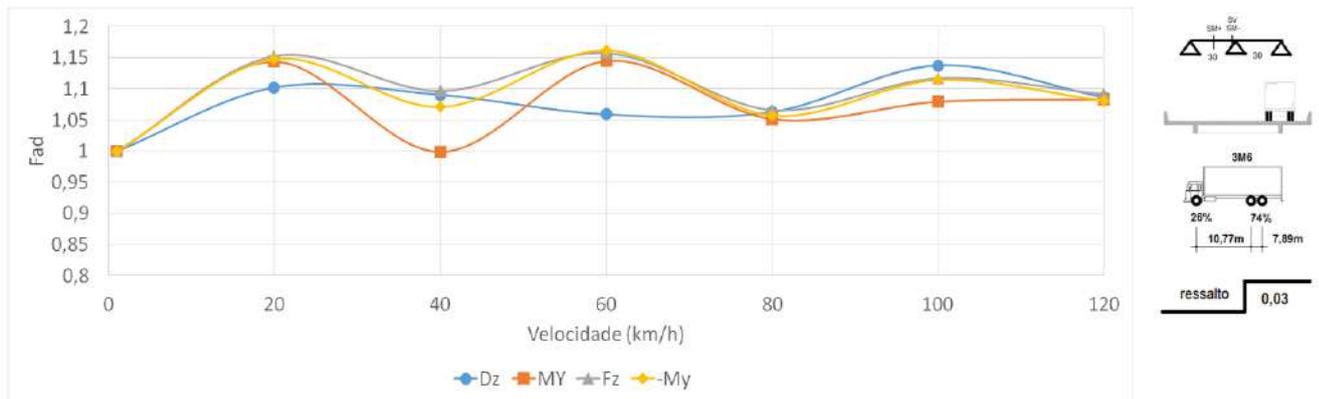


Figura 5.24 Fatores de amplificação dinâmica para C300 e veículo 3M6.

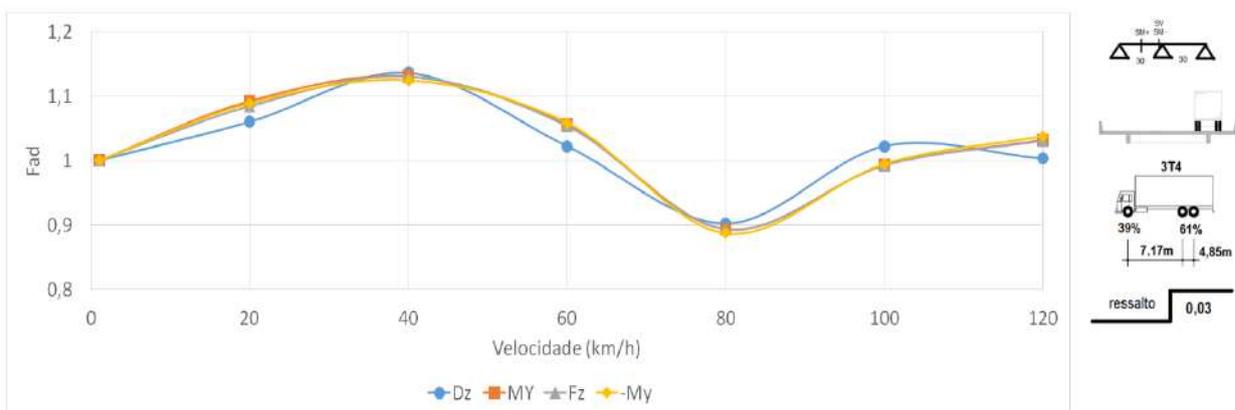


Figura 5.25 Fatores de amplificação dinâmica para C300 e veículo 3T4.

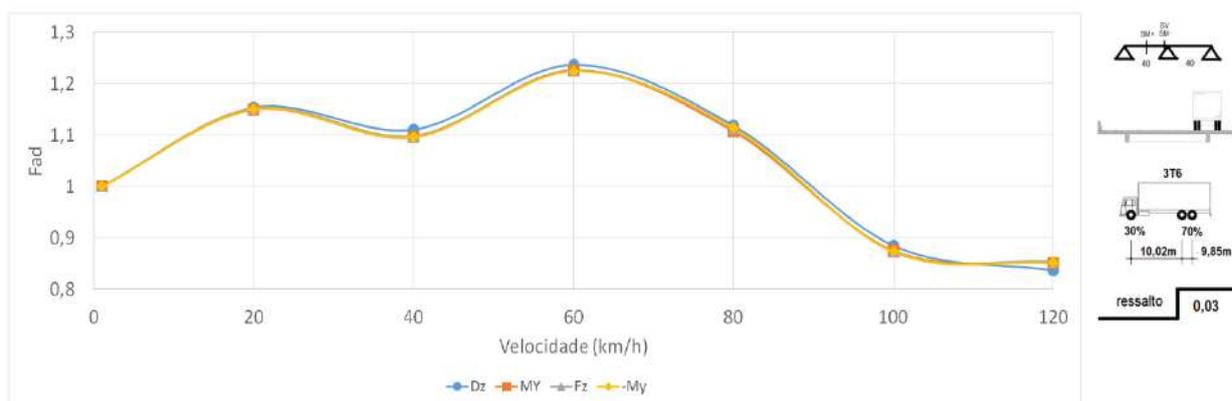


Figura 5.26 Fatores de amplificação dinâmica para C400 e veículo 3T6

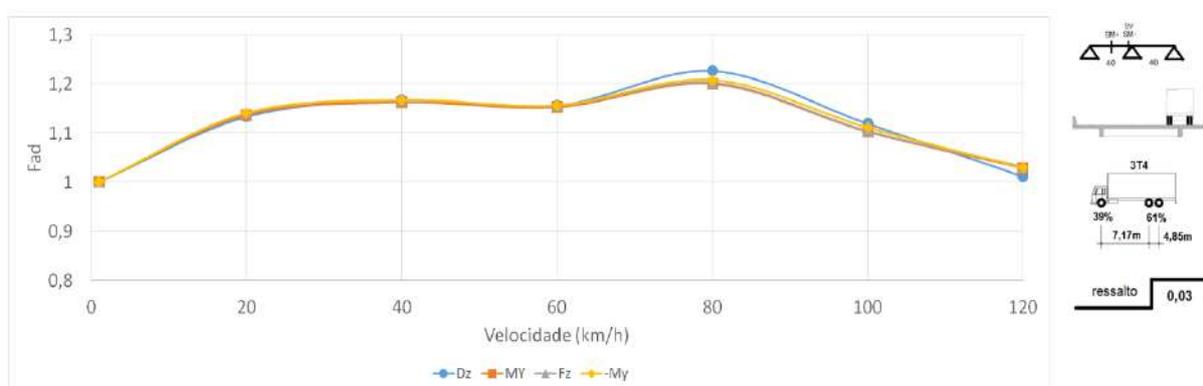


Figura 5.27 Fatores de amplificação dinâmica para C400 e veículo 3T4

O resumo dos resultados máximos para os fatores de amplificação dinâmica em pontes contínuas está mostrado na tabela 5.3.

Tabela 5.3 Fatores de amplificação dinâmica máximos obtidos para pontes contínuas

Estrutura	FAD-MAX					
	+My	Fig	Fz	Fig	-My	Fig
C100	1,22	5.18	1,21	5.19	1,21	5.20
C200	1,21	5.21	1,24	5.21	1,20	5.21
C300	1,15	5.22	1,16	5.23	1,14	5.24
C400	1,23	5.25	1,23	5.26	1,22	5.26

Observa-se que os valores encontrados para os fatores de amplificação dinâmica para esforço cortante e momentos fletores positivos são bem parecidos com os valores

encontrados para as estruturas biapoiadas, como era esperado. Em sequência nas figuras 5.27, 5.28 e 5.29 são mostrados os valores atualizados de esforços máximos pelos novos fatores de amplificação encontrados neste trabalho.

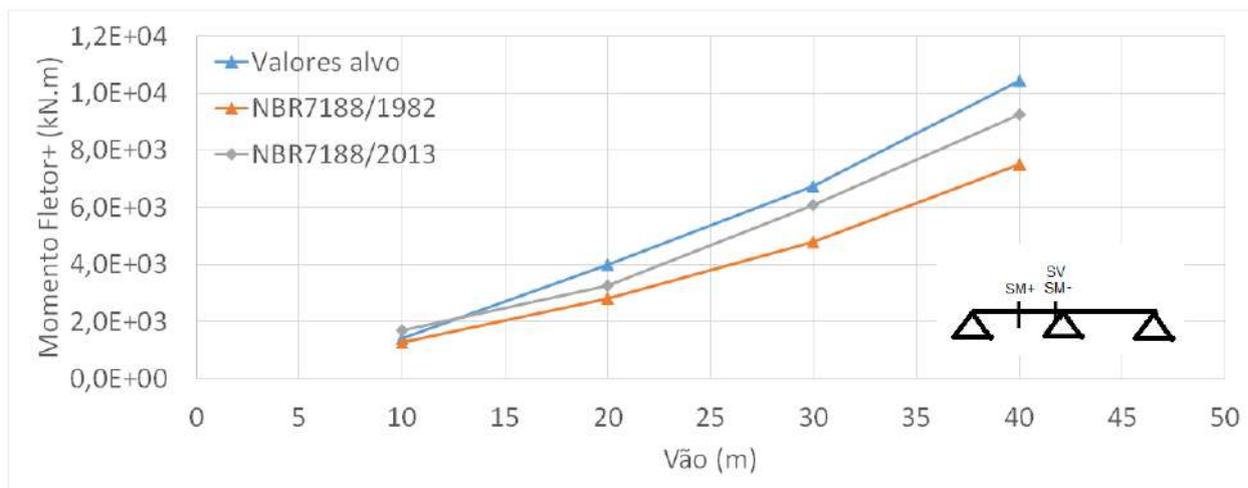


Figura 5.28 Valores alvo para momentos fletores positivos atualizados pelos novos fatores de amplificação de pontes contínuas.

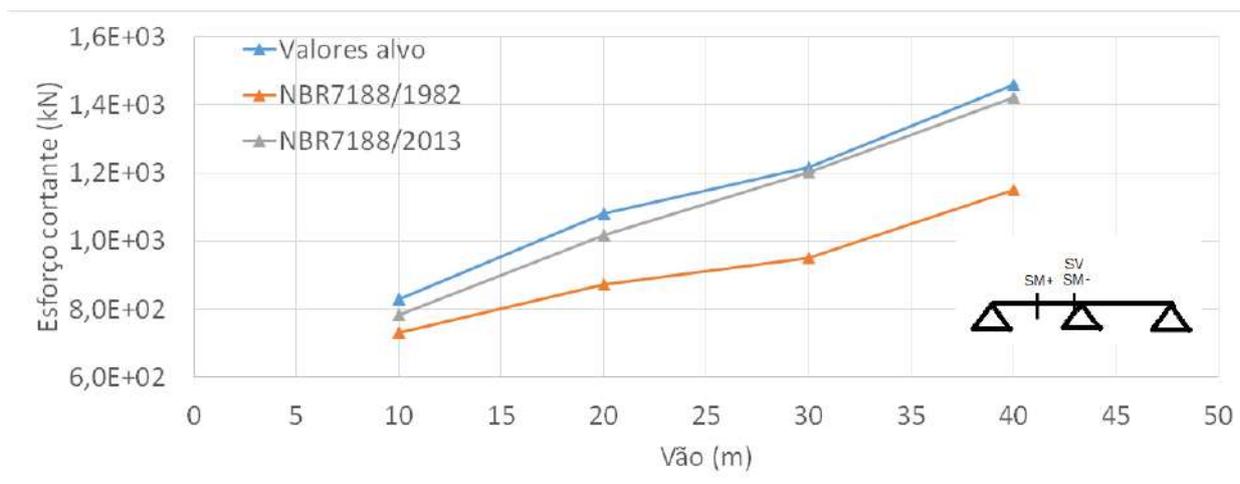


Figura 5.29 Valores alvo para esforços cortantes atualizados pelos novos fatores de amplificação de pontes contínuas.

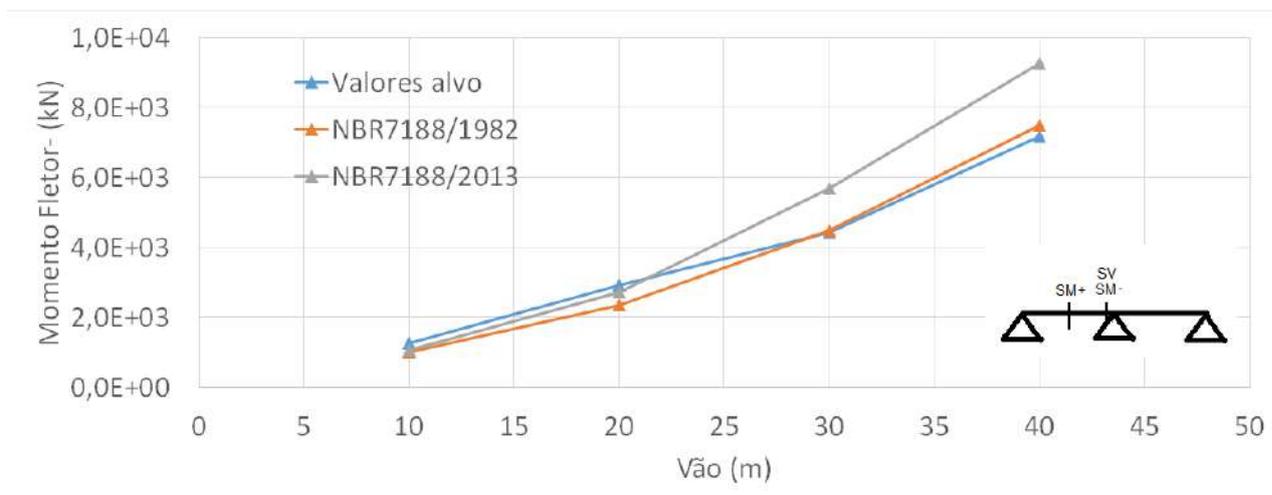


Figura 5.30 Valores alvo para momentos fletores negativos atualizados pelos novos fatores de amplificação de pontes contínuas

Nota-se que os valores alvo para momentos fletores positivos, esforços cortantes e momentos fletores negativos estão acima dos valores da norma, com exceção do momento fletor positivo para a ponte de 10m e momento fletor negativo para as pontes de 30 e 40m. Mais uma vez, mostra-se que veículos reais trafegando sob circunstâncias convencionalmente encontradas em rodovias brasileiras podem produzir esforços nas pontes maiores do que os previstos pela norma brasileira em vigor.

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Feitas as análises e observando os resultados encontrados o trabalho veio a contribuir com a linha de pesquisa da COPPE/UFRJ que visa à atualização do modelo de cargas móveis brasileiro para pontes rodoviárias. Abordou-se os casos de estruturas de pontes com pequenos vãos, entre 10m e 40m para pontes biapoiadas e até 10m em balanço e de seção π em concreto armado.

6.1 CONCLUSÕES

A comparação de diferentes modelos matemáticos de uma mesma estrutura, através da utilização de diferentes softwares serviu para validar os modelos unifilares empregados, viabilizando uma análise dinâmica da estrutura de maneira computacionalmente eficiente através do programa IVPE. Para a obtenção de valores máximos de esforços solicitantes e de deslocamentos foram necessários até cinco modos de torção e flexão de uma estrutura, mostrando que esse procedimento de simplificação de uma estrutura pode ser útil na solução de inúmeros problemas que necessitem da análise de estruturas complexas.

Ressalta-se o cuidado que se deve ter com a quantidade de algarismos significativos empregados, quando se tem que analisar esforços cortantes através de deslocamentos como no programa IVPEGRELHA.

Os fatores de amplificação dinâmica (FAD) obtidos de uma análise para deslocamento, momento fletor e esforço cortante em distintos pontos são diferentes entre si, isto porque as contribuições modais em cada caso não são as mesmas, como esperado. Entretanto, para uma mesma estrutura sob a passagem do mesmo veículo os valores máximos de FAD para estes deslocamentos e esforços solicitantes obtidos de análises considerando várias velocidades do veículo são bastante próximas.

Os resultados, aqui obtidos esforços máximos devidos à passagem de veículos reais, mostram que o modelo de carga móvel presente na norma brasileira pode levar a resultados inferiores aos obtidos no presente trabalho considerando os efeitos dinâmicos do tráfego real de veículos. O caso mais crítico é de pontes com balanços, em que o peso dos eixos provoca um impacto inicial que se traduz em esforços dinâmicos bem maiores do que os estáticos e bem maiores do que os previstos na atual norma brasileira.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Sugere-se a utilização da mesma sequência de análise, para diferentes estruturas como as pontes com mais de duas longarinas, pontes com maior esbeltez em concreto protendido e pontes metálicas.

Pode-se implementar no programa IVPE a utilização de mais de um veículo por vez, para simular o efeito de comboios atravessando a ponte e analisar seus efeitos comparados com o de apenas um veículo, que foi feito neste trabalho.

Sugere-se acelerar o processo de análise estrutural através de uma incorporação do Software IVPEGRELHA com o IVPE fazendo com que o processamento de dados não precise passar de forma manual por planilhas. Isso também resolveria o cuidado que se tem com algoritmos significativos para o cálculo de esforços, uma vez que os deslocamentos seriam manipulados em um único programa.

A modelagem matemática das outras configurações de veículos também é um tema sugerido para a continuidade deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1940, NB-1 – *Cálculo e Execução de Obras de Concreto Armado*. Rio de Janeiro, RJ.

Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1941, NB-2 – *Cálculo e Execução de Pontes em Concreto Armado*. Rio de Janeiro, RJ.

Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1943, NB-6 – *Carga móvel em Ponte rodoviária*. Rio de Janeiro, RJ.

Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1960, NB-6 – *Carga móvel em Ponte rodoviária*. Rio de Janeiro, RJ.

Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1984, NBR-7188 – *Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestres*. Rio de Janeiro, RJ.

Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2013, NBR-7188 – *Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestres*. Rio de Janeiro, RJ.

Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1987, NBR-7187 – *Projeto e Execução de Pontes de Concreto Armado e Protendido – Procedimento*. Rio de Janeiro, RJ.

Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2003, NBR- 7187- *Projeto de Pontes de Concreto Armado e de Concreto Protendido - Procedimento* . Rio de Janeiro, RJ.

Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2003, NBR- 8681- *Ações e seguranças nas estruturas - Procedimento* . Rio de Janeiro, RJ.

Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2007, NBR- 6118- *Projeto de estruturas de concreto - Procedimento* . Rio de Janeiro, RJ.

- ARAUJO, A.O.,2014, *Modelo Análítico-numérico para interação dinâmica veículo-pavimento-estrutura de ponte rodoviária*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ Brasil.
- BATTISTA, R.C.,1995, Notas de aula de Dinâmica Estrutural. PEC/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ
- MELO, E. S., 2007, *Interação Dinâmica Veículo-Estrutura em Pequenas Pontes Rodoviárias*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- FERREIRA, V.T., 1999, *Modelo Simplificado para análise Dinâmica de Estruturas Mistas de Pontes*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- GILLESPIE, T.D., KARAMIHAS S.M., CEBON, D., SAYERS, M. W., NASIM, M. A., HANSEN W., EHSAN, N., 1992, *Effects of Heavy Vehicle Characteristics on pavement Reponse and Performance*, The University of Michigan Transportation Research Institute, UMTRI 92-2.
- HONDA, H.,KAJIKAWA, Y., KOBORI, T., 1982, *Spectra of Road Surface Roughness on Bridges*, *Journal of the Structural Division*, v.108, ST 9, pp. 1956-66.
- International Organization for Standardization, 2002,13473, *characterization of pavement texture by use of surface profiles*.
- MASON, JAYME, 1977, *Pontes em concreto armado e protendido*, Livros Técnicos e Científicos, Editora S.A
- MEDONÇA, R. F., 2009, *Geração de dados para Modelo Dinâmico de Cargas Móveis em Pontes*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- PFEIL, M. S., MENDONÇA, R. F., ROSSIGALI, C. E., BATTISTA, R. C., 2010, *Estudos Probabilísticos para Novo Modelos de Cargas Móveis para Pontes no Brasil*. III Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, Rio de Janeiro, RJ, Abril.
- ROSSIGALI, C. E., 2006, *Estudos Probabilísticos para Modelos de Cargas Móveis em Pontes Rodoviárias no Brasil*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

ROSSIGALI, C. E., 2013, *Atualização do Modelos de Cargas Móveis para Pontes Rodoviárias de Pequenos Vãos no Brasil*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

RUSCH, E.H.H., 1965, *Berechnungstafeln für rechtwinklige fahrbahnplatten von strassenbrucker*. Editado por Wilhem Ernst & sohn, Berlim, Alemanha.

SANTOS, E. F., 2007, *Análise e Redução de Vibrações em Pontes Rodoviárias*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

SANTOS, C. A. N., BATTISTA, R. C., CORREA, W. L., 2012, "Retro-análise Estrutural para Redução de Vibrações no Viaduto Santos Dias". In: *Anais do V Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas da ABPE*, Rio de Janeiro, RJ, junho.

SANTOS, C. A. N., 2013, *Retro-análise de Estrutura de Pontes por meio de Técnicas Teórico-Numérico-Experimental*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

MEDONÇA, R. F., 2009, *Geração de dados para Modelo Dinâmico de Cargas Móveis em Pontes*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

SOUZA, P.V.A., 2014, *Efeito dos painéis de vedação nas características dinâmicas de edificações de concreto armado*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

ANEXO A

DESCRIÇÃO DAS MATRIZES DAS EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

Nas equações (2.6), (2.7) e (2.8) apresentam-se algumas matrizes utilizadas na resolução das equações de movimento que estão aqui representadas.

$$M_{ee(n \times n)} = \begin{bmatrix} m_{ej} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_{ej+1} & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & m_{en} \end{bmatrix}$$

$$M_{vv(5 \times 5)} = \begin{bmatrix} m_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{p1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{p3} \end{bmatrix}$$

$$C_{ee(n \times n)} = \begin{bmatrix} c_{ej} + \sum_{i=1}^3 c_{pi} \phi_{ij}^2 & \sum_{i=1}^3 c_{pi} \phi_{ij} \phi_{ij+1} & \dots & \sum_{i=1}^3 c_{pi} \phi_{ij} \phi_{in} \\ \sum_{i=1}^3 c_{pi} \phi_{ij+j} \phi_{ij+1} & c_{ej+1} + \sum_{i=1}^3 c_{pi} \phi_{ij+1}^2 & \dots & \sum_{i=1}^3 c_{pi} \phi_{ij+1} \phi_{ij} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^3 c_{pi} \phi_{in} \phi_{ij} & \sum_{i=1}^3 c_{pi} \phi_{in} \phi_{ij+1} & \dots & c_{en} + \sum_{i=1}^3 c_{pi} \phi_{in}^2 \end{bmatrix}$$

$C_{vv(5 \times 5)}$

$$= \begin{bmatrix} c_{v1} + c_{v2} + c_{v3} & c_{v1}L_1 - c_{v2}L_2 - c_{v3}L_3 & -c_{v1} & -c_{v2} & -c_{v3} \\ c_{v1}L_1 - c_{v2}L_2 - c_{v3}L_3 & c_{v1}L_1^2 + c_{v2}L_2^2 + c_{v3}L_3^2 & -c_{v1}L_1 & c_{v2}L_2 & c_{v3}L_3 \\ -c_{v1} & -c_{v1}L_1 & c_{v1} + c_{p1} & 0 & 0 \\ -c_{v2} & c_{v2}L_2 & 0 & c_{v2} + c_{p2} & 0 \\ -c_{v3} & c_{v3}L_3 & 0 & 0 & c_{v3} + c_{p3} \end{bmatrix}$$

$$C_{ve(5 \times n)} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ -C_{p1}\phi_{1j} & -C_{p1}\phi_{1j+1} & \dots & -C_{p1}\phi_{1n} \\ -C_{p2}\phi_{2j} & -C_{p2}\phi_{2j+1} & \dots & -C_{p2}\phi_{2n} \\ -C_{p3}\phi_{3j} & -C_{p3}\phi_{3j+1} & \dots & -C_{p3}\phi_{3n} \end{bmatrix}$$

$$C_{ev}(nx5) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -C_{p1}\phi_{1j} & -C_{p2}\phi_{2j} & -C_{p3}\phi_{13} \\ \vdots & \vdots & -C_{p1}\phi_{1j+1} & -C_{p2}\phi_{2j+1} & -C_{p3}\phi_{3j+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & -C_{p1}\phi_{1n} & -C_{p2}\phi_{1n} & -C_{p3}\phi_{1n} \end{bmatrix}$$

$$K_{ee}(nxn) = \begin{bmatrix} k_{ej} + \sum_{i=1}^3 k_{pi}\phi_{ij}^2 & \sum_{i=1}^3 k_{pi}\phi_{ij}\phi_{ij+1} & \dots & \sum_{i=1}^3 k_{pi}\phi_{ij}\phi_{in} \\ \sum_{i=1}^3 k_{pi}\phi_{ij+j}\phi_{ij+1} & k_{ej+1} + \sum_{i=1}^3 k_{pi}\phi_{ij+1}^2 & \dots & \sum_{i=1}^3 k_{pi}\phi_{ij+1}\phi_{ij} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^3 k_{pi}\phi_{in}\phi_{ij} & \sum_{i=1}^3 k_{pi}\phi_{in}\phi_{ij+1} & \dots & k_{en} + \sum_{i=1}^3 k_{pi}\phi_{in}^2 \end{bmatrix}$$

$K_{vv}(5x5)$

$$= \begin{bmatrix} k_{v1} + k_{v2} + c_{v3} & k_{v1}L_1 - k_{v2}L_2 - k_{v3}L_3 & -k_{v1} & -k_{v2} & -k_{v3} \\ k_{v1}L_1 - k_{v2}L_2 - k_{v3}L_3 & k_{v1}L_1^2 + k_{v2}L_2^2 + k_{v3}L_3^2 & -k_{v1}L_1 & k_{v2}L_2 & k_{v3}L_3 \\ -k_{v1} & -k_{v1}L_1 & k_{v1} + k_{p1} & 0 & 0 \\ -k_{v2} & k_{v2}L_2 & 0 & k_{v2} + k_{p2} & 0 \\ -k_{v3} & k_{v3}L_3 & 0 & 0 & k_{v3} + k_{p3} \end{bmatrix}$$

$$K_{ve}(5xn) = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ -k_{p1}\phi_{1j} & -k_{p1}\phi_{1j+1} & \dots & -k_{p1}\phi_{1n} \\ -k_{p2}\phi_{2j} & -k_{p2}\phi_{2j+1} & \dots & -k_{p2}\phi_{1n} \\ -k_{p3}\phi_{13} & -k_{p3}\phi_{3j+1} & \dots & -k_{p3}\phi_{1n} \end{bmatrix}$$

$$K_{ev}(nx5) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -k_{p1}\phi_{1j} & -k_{p2}\phi_{2j} & -k_{p3}\phi_{13} \\ \vdots & \vdots & -k_{p1}\phi_{1j+1} & -k_{p2}\phi_{2j+1} & -k_{p3}\phi_{3j+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & -k_{p1}\phi_{1n} & -k_{p2}\phi_{1n} & -k_{p3}\phi_{1n} \end{bmatrix}$$

$$P_{e}(nx1) = \begin{bmatrix} -\phi_{1j}(k_{p1}u_{r1} + c_{p1}\dot{u}_{r1}) - \phi_{2j}(k_{p2}u_{r2} + c_{p2}\dot{u}_{r2}) - \phi_{3j}(k_{p3}u_{r3} + c_{p3}\dot{u}_{r3}) \\ -\phi_{1j+1}(k_{p1}u_{r1} + c_{p1}\dot{u}_{r1}) - \phi_{2j+1}(k_{p2}u_{r2} + c_{p2}\dot{u}_{r2}) - \phi_{3j+1}(k_{p3}u_{r3} + c_{p3}\dot{u}_{r3}) \\ \vdots \\ -\phi_{1n}(k_{p1}u_{r1} + c_{p1}\dot{u}_{r1}) - \phi_{2n}(k_{p2}u_{r2} + c_{p2}\dot{u}_{r2}) - \phi_{3n}(k_{p3}u_{r3} + c_{p3}\dot{u}_{r3}) \end{bmatrix}$$