



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO**  
**Escola Politécnica**  
**Curso de Engenharia Civil**  
**Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas**

**ANÁLISE PARAMÉTRICA DE SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO EM  
FLEXÃO COMPOSTA SUBMETIDAS À AÇÃO SÍSMICA.**

**SILVIA LEAL SOARES**

Projeto Final de Graduação apresentado ao corpo docente do Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Aprovado por:

---

Sérgio Hampshire de Carvalho Santos  
Prof. Associado, D.Sc., EP/UFRJ (Orientador)

---

Sílvio de Souza Lima  
Prof. Associado, D.Sc., EP/UFRJ (Co-orientador)

---

Flávia Moll de Souza Judice  
Prof. Adjunto, D.Sc., EP/UFRJ

---

Francisco José Costa Reis  
Prof. Assistente, M.Sc., EP/UFRJ

Abril / 2009

## AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais Miguel e Silvia, pela paciência e carinho nos momentos em que a fraqueza e a falta de autoconfiança me tomavam. Jamais me esquecerei das vezes em que vocês acordaram de madrugada preocupados e perguntando: “Mas esse trabalho não acaba?”. Obrigada pela confiança depositada em mim, espero nunca decepcioná-los.

Aos meus irmãos José Pedro e Nisia, por me fazerem rir mesmo quando tudo está dando errado. Obrigada pela diversão diária.

Ao meu namorado Ricardo Caldeira, por ter estado ao meu lado nesses cinco anos de faculdade. Obrigada por todo amor, carinho e companheirismo.

Aos amigos Raquel Andrade e Renan Brandão, por fazerem parte da minha vida há 14 anos. Agradeço pela compreensão nas vezes em que eu não pude estar presente em alguma reunião ou aniversário.

Ao professor Sergio Hampshire, pela impecável orientação e incentivo. A realização deste trabalho foi um grande aprendizado para mim, agradeço pela oportunidade.

Aos professores Claudia Eboli e Luiz Eloy, por tudo o que me ensinaram, por me ouvirem quando eu já não tinha mais forças para estudar, pelos conselhos pessoais e profissionais e por me darem a oportunidade de ser aluna de pessoas tão competentes.

Ao eng<sup>o</sup>. Luciano Junger, por tudo que me ensinou nesse tempo de estágio. Obrigada pelo incentivo e, principalmente, por confiar no meu desenvolvimento. Agradeço em especial pelos conselhos profissionais.

À eng<sup>a</sup>. Gloria Ferreira, pelos meses de supervisão e incentivo. Obrigada pela oportunidade de trabalhar ao seu lado, aperfeiçoando dia-a-dia meus conhecimentos, e por participar da minha transição estagiária/engenheira.

Aos amigos e engenheiros civis Ana Lavoura, Clarissa Maciel e Frederico Eiji, pelas risadas, almoços, conselhos, cadernos e apoio. São vocês que fazem o meu dia-a-dia na empresa ser agradável e divertido. É muito bom poder contar com vocês.

À Equipe LACEO, em especial à baia 206, por ter alegrado meus dias durante um ano e meio de estágio, além do apoio incondicional ao longo da trajetória universitária. Obrigada por sempre terem apoiado minhas escolhas, independente de qualquer coisa. A vocês, meu eterno carinho e gratidão.

Por fim, aos meus colegas de turma pela diversão, ajuda, carinho, conversas, churrascos, risadas, enfim, por literalmente tudo que vocês representam pra mim. Somos mais que apenas uma turma de faculdade, formamos um time. Agradeço especialmente ao Humberto Alves, Fernanda Cristina e suas respectivas famílias, pelo apoio e companheirismo em todas as horas, desde o início da nossa jornada. Obrigada por me fazerem rir nos momentos difíceis. Parabéns para nós por essa conquista!

*“Imagine all the people living life in peace.”*  
- John Lennon

## SUMÁRIO

1. Objetivo	1
2. Introdução e Breve Histórico	2
2.1. Caracterização Técnica do Sismo	4
2.2. O Mapeamento Sísmico no Território Brasileiro	7
3. Os Efeitos Dinâmicos dos Sismos	9
4. O Estudo de Caso: A Ponte Potengi	
4.1. Apresentação	10
5. O Diagrama Momento-Curvatura na Flexão Composta Normal	
5.1. Introdução	12
5.2. As Leis Constitutivas dos Materiais	12
6. Análise Sísmica da Ponte	14
6.1. A Análise Espectral Elástica	15
7. Análise dos Quadros da Ponte Potengi Segundo os Critérios do Caltrans	
7.1. Introdução	16
7.2. Definições	17
7.3. Capacidade dos Componentes Estruturais	17
8. O Modelo de Mander	19
8.1. Formulação do Modelo	20
9. O Dimensionamento da Seção do Pilar	
9.1. Dimensionamento Convencional	21
10. Análise Paramétrica das Seções de Concreto Armado	
10.1. Apresentação dos Resultados	27
11. Determinação da Ductilidade das Colunas Considerando o Modelo de Mander	28
11.1. Análise da Relação Momento-Curvatura	30
12. O Concreto Confinado e Rótulas Plásticas	41
13. Conclusões	43
14. Sugestões para Trabalhos Futuros	43
15. Referências Bibliográficas	44
Anexo – Cálculos da Capacidade de Deslocamento da Coluna para Cada Caso Analisado	46

## 1. OBJETIVO

O presente Projeto de Graduação *Análise Paramétrica de Seções de Concreto Armado em Flexão Composta Submetidas à Ação Sísmica*, foi elaborado por Silvia Leal Soares sob a orientação dos Professores Sergio Hampshire de Carvalho Santos e Silvio de Souza Lima.

O objetivo deste trabalho é analisar, com a variação de diversos parâmetros, o comportamento de uma seção de pilar em concreto armado, pertencente à mesoestrutura de uma ponte rodoviária localizada na região Nordeste do território brasileiro. A ponte, intitulada Potengi, encontra-se em pleno funcionamento. Considerou-se, no presente projeto, os efeitos da não-linearidade física do concreto armado, segundo critérios específicos propostos pelo CALTRANS [20].

Como introdução do projeto, foi feita uma breve apresentação acerca do assunto *Sismo*, seus efeitos e distribuição ao longo do território brasileiro. Além disso, foram listadas as principais características geométricas da Ponte Potengi, com dados de sua infra, meso e superestrutura.

No decorrer do trabalho, apresentam-se o dimensionamento (classificado como convencional) da seção transversal de um pilar da Ponte Potengi, bem como dois casos de análise levando-se em conta esse dimensionamento.

Considerando-se os resultados obtidos, foi realizada a análise citada no segundo parágrafo e apresentam-se os casos analisados, com seus respectivos parâmetros de força normal, armadura transversal e armadura longitudinal. Além disso, são mostradas suas respostas, com a respectiva metodologia e formulação empregada.

Na realização das análises, foi utilizado um *software* automático para avaliação da ductilidade da seção do pilar. A interpretação dos resultados foi realizada através do diagrama de Momento x Curvatura fornecido pela saída do programa, de planilhas Excel de Flexão Composta e do programa Mathcad 14, para elaboração da memória de cálculo final.

## 2. INTRODUÇÃO E BREVE HISTÓRICO

O principal objetivo de um projeto que visa resistir a um terremoto é o de proporcionar à estrutura resistência e ductilidade suficientes para garantir a sua vida útil e prevenir o colapso. Uma edificação sujeita a carregamentos dinâmicos, como terremotos, deve apresentar grande capacidade de deformação, ou seja, um patamar de escoamento que seja compatível com uma ductilidade satisfatória.

O Brasil, por estar situado no interior da placa Sul-Americana, não está sujeito a grandes abalos sísmicos, como ocorrem, por exemplo, na região da cordilheira dos Andes, que está próxima ao limite da placa Sul-Americana. Ainda assim, tremores ocorrem com frequência no território brasileiro, causados por forças denominadas *esforços intra-placa*. É comum na região Sudeste do Brasil a percepção de abalos sísmicos que ocorrem na região andina, pelos pequenos efeitos detectáveis geralmente em edifícios altos, que oscilam lentamente quando as ondas de um grande tremor conseguem chegar até suas estruturas.

Embora geograficamente o Brasil não se encontre em área de risco no que diz respeito a grandes abalos sísmicos, análises probabilísticas decorrentes de dados disponíveis nos dias atuais mostram que nosso território possui regiões com grande potencial sísmico, de acordo com a Figura 2.1. Abaixo da figura, encontra-se uma tabela com alguns registros de abalos sísmicos no nosso território, bem como suas datas.

Os efeitos de sismos no Brasil são considerados mais frequentemente em estruturas especiais, como usinas nucleares. Porém, outras estruturas como pontes, usinas hidroelétricas e até mesmo portos, devem ser avaliadas para ações sísmicas segundo critérios especiais.

Em normas atuais, provenientes de países que convivem frequentemente com os efeitos de tremores, é especificada uma intensidade de sismo de projeto correspondente a um período de retorno de 100 a 500 anos para estruturas mais básicas, como prédios de escritórios.

As cargas de projeto correspondentes a esse período de retorno, em geral, são muito altas para serem resistidas inteiramente no regime elástico do material constituinte (como o concreto armado, por exemplo), e é comum dimensionar estas estruturas com capacidade elástica baixa, esperando-se que elas resistam aos abalos através de grandes deformações plásticas. A consequência direta deste dimensionamento é que a capacidade total de resistência da estrutura pode ser desenvolvida.

Devido à carência de estudos científicos detalhados no Brasil, a única norma sísmica oficial em vigor no país, desde 2006, é a NBR15421 [1], que se aplica às edificações. Do zoneamento sísmico definido pela referida norma, observa-se que a maior parte do Brasil apresenta baixa atividade sísmica, mas principalmente em algumas regiões do Nordeste e na fronteira Noroeste, as acelerações são altas e não podem ser negligenciadas.

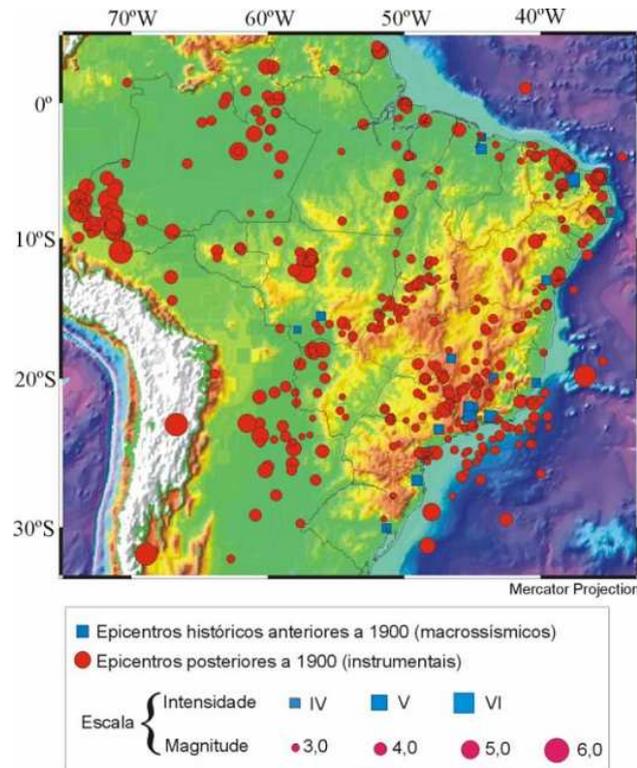


Figura 2.1: Mapeamento dos sismos no Brasil (fonte: IG – UnB).

<b>Abalos sísmicos no Brasil de 1922 a 2002</b>			
<b>(acima de magnitude 5)</b>			
<b>Data</b>	<b>Hora</b>	<b>Localidade</b>	<b>Magnitude (escala Richter)</b>
27/01/1922	3:50:40	Mogi Guaçu - SP	5,1
28/06/1939	8:32:22	Tubarão - SC	5,5
31/01/1955	2:03:07	Serra do Trombador - MT	6,6
28/02/1955	22:46:18	Litoral Vitória - ES	6,3
13/12/1963	21:05:42	Manaus - AM	5,1
13/02/1964	8:21:46	NW de Mato Grosso do Sul	5,4
20/11/1980	00:29:42	Pacajus - CE	5,2
5/08/1983	3:21:42	Codajás - AM	5,5
30/11/1986	2:19:50	João Câmara - RN	5,1
10/13/1989	1:11:21	João Câmara - RN	5,0
12/02/1990	20:56:39	Plataforma - RS	5,0
10/03/1998	23:32:44	Porto dos Gaúchos - MT	5,2

Fonte: Observatório Sismológico da UnB

Tabela 2.1: Registros de Abalos Sísmicos no Brasil

## 2.1. CARACTERIZAÇÃO TÉCNICA DO SISMO

Os terremotos podem ser resultados de uma série de fenômenos naturais ou induzidos pelo homem, tais como impactos de meteoros e explosões nucleares subterrâneas. Porém, a grande maioria dos terremotos devastadores se origina nas fronteiras de placas tectônicas, ou em suas adjacências, devido a deslocamentos relativos entre elas.

Os deslocamentos relativos entre as placas tectônicas são resistidos pelas suas interfaces, gerando esforços de cisalhamento nas regiões próximas à fronteira. Quando esses esforços excedem a resistência ao atrito das placas, ocorre o deslizamento, liberando a energia, antes armazenada, sob a forma de propagação de ondas.

Seguem abaixo alguns dos principais termos utilizados no meio especializado, bem como suas definições:

- **Hipocentro:**

Em sua definição mais clara e objetiva, trata-se do ponto do globo terrestre onde se origina o sismo. Quanto mais profundo ele se localiza, em geral, menores são os danos gerados por ele na superfície. Denomina-se *Epicentro* a projeção radial do hipocentro na superfície da Terra.

Dependendo da distância entre os pontos de Epicentro e Hipocentro, a propagação das vibrações provenientes do sismo ao longo da superfície terrestre pode causar efeitos mais ou menos destrutivos. Geralmente, quanto maior for essa distância, menos destrutivos são os efeitos do sismo, ou seja, menor é sua intensidade.

- **Magnitude (M):**

É a medida da quantidade de energia liberada por um sismo. Normalmente, sismos com magnitude inferior a 5 causam poucos danos.

Já aqueles cuja magnitude se situa entre 5 e 6, em geral causam danos próximos ao epicentro. Nos casos em que a medida se situa entre 6 e 7, a área de danos potenciais é consideravelmente extensa.

A escala de magnitude mais usual é a Escala Richter, apresentada por Charles F. Richter em 1935, cuja definição matemática é:

$$M = \log_{10} A - \log_{10} A_0$$

sendo:

- $A$ : amplitude máxima da vibração sísmica registrada por um sismógrafo Wood-Anderson, a uma distância de 100km do epicentro;
- $A_0$ : um fator de calibração, geralmente adotado como 0,001mm.

- ***Intensidade:***

É a medida dos danos causados por um sismo. Trata-se de um parâmetro subjetivo e, por esse motivo, não fornece grande contribuição quantitativa para a engenharia.

A escala de intensidade usualmente adotada é a Escala Mercalli Modificada, proposta por Newman e Wood, em 1931. Esta escala possui 12 graduações que estão apresentadas na Tabela 2.2.1, cujos dados foram extraídos de SOUZA LIMA e SANTOS [29].

- ***Aceleração:***

Trata-se da medida mais importante de sismo para fins de engenharia. É o histórico no tempo de suas acelerações, a qual é medida geralmente segundo as direções Norte-Sul, Leste-Oeste e vertical.

Intensidade	Descrição
I	Imperceptível para as pessoas. Corresponde aos efeitos secundários e de componentes de período longo de grandes terremotos.
II	Sentido por pessoas em repouso, em andares altos ou em locais muito favoráveis para isto.
III	Sentido no interior de edificações. Objetos suspensos balançam. Vibração similar ao tráfego de caminhões leves. A duração pode ser estimada. Pode ser reconhecido como um terremoto.
IV	Objetos suspensos balançam. Vibração similar ao tráfego de caminhões pesados, ou sensação de impacto similar à de uma bola pesada batendo nas paredes. Carros parados balançam. Janelas, pratos e portas vibram. Vidros estalam. Louças se entrecocam. Na faixa superior da intensidade IV, paredes de madeira e pórticos fissuram.
V	Sentido nas ruas; a direção pode ser estimada. Pessoas acordam. Líquidos são perturbados, alguns são derramados. Pequenos objetos instáveis são deslocados ou derrubados. Portas oscilam, fecham e abrem. Venezianas e quadros movem-se. Relógios de pêndulo param, voltam a funcionar ou alteram o seu ritmo.
VI	Sentido por todos. Muitos se assustam e correm para as ruas. As pessoas andam de forma instável. Janelas, pratos e objetos de vidro são quebrados. Pequenos objetos, livros, etc. caem das estantes. Quadros caem das paredes. A mobília é deslocada ou tombada. Reboco e alvenaria fracos apresentam rachaduras. Pequenos sinos (de igrejas e escolas) tocam. Árvores e arbustos movem-se visivelmente.
VII	Difícil manter-se de pé. Notado pelos motoristas. Objetos suspensos oscilam fortemente. A mobília quebra-se. Danos e rachaduras em alvenaria fraca. Queda de reboco; tijolos, pedras, telhas, cornijas, parapeitos não contraventados e ornamentos arquitetônicos soltam-se. Algumas rachaduras em alvenaria normal. Ondas em reservatórios e água turva com lama. Pequenos escorregamentos e formação de cavidades em taludes de areia ou pedregulho. Sinos grandes tocam. Canais de irrigação de concreto danificados.
VIII	Condução de veículos afetada. Danos e colapso parcial em alvenaria comum. Algum dano em alvenaria sólida e nenhum em alvenaria reforçada. Queda de estuque e de algumas paredes de alvenaria. Torção e queda de chaminés, inclusive as de fábricas, monumentos, torres e tanques elevados. Casas em pórtico movem-se em suas fundações, quando não são arrancadas do solo. Pilhas de destroços derrubadas. Galhos quebram-se nas árvores. Mudanças na vazão ou temperatura de fontes. Rachaduras em chão úmido ou taludes íngremes.
IX	Pânico geral. Alvenaria fraca destruída; alvenaria comum fortemente danificada, às vezes com colapso total. Alvenaria sólida seriamente danificada. Danos gerais em fundações. Estruturas em pórtico, quando não arrancadas, deslocadas em suas fundações. Pórticos rachados. Rachaduras significativas no solo. Em áreas de aluvião, areia e lama arrastadas; criam-se minas d'água e crateras na areia.
X	A maioria das alvenarias e estruturas em pórtico destruídas com suas fundações. Algumas estruturas de madeira bem construídas e pontes destruídas. Danos sérios em barragens, diques e taludes. Grandes deslizamentos de terra. Água lançada nas margens de canais, rios, lagos, etc. e lama lançada horizontalmente em praias e terrenos planos. Trilhos ligeiramente entortados.
XI	Trilhos bastante entortados. Tubulações subterrâneas completamente fora de serviço.
XII	Destruição praticamente total. Grandes massas de rocha deslocadas. Linhas de visão e nível distorcidas. Objetos lançados no ar.

Tabela 2.2.1: Escala de intensidade de sismos Mercalli Modificada.

## 2.2. O MAPEAMENTO SÍSMICO NO TERRITÓRIO BRASILEIRO

Um estudo probabilístico de risco sísmico encomendado pelas Nações Unidas foi realizado em 1999 pela Universidade de Potsdam (GFZ-Potsdam), na Alemanha, concebendo o Mapa de Risco Sísmico Global (*Global Seismic Hazard Map* [3]) que aponta as acelerações previstas para todas as regiões do mundo.

Neste estudo, verifica-se que, para a maior parte do território nacional, as acelerações são baixas (em torno de  $0,20\text{m/s}^2$ ). Entretanto, acelerações consideravelmente elevadas aparecem em estados da Região Nordeste e na fronteira Noroeste do país. O mapa da Figura 2.2.1 mostra, em escala de cores, as isosistas (curvas de mesma aceleração) para o Brasil, segundo o GFZ-Potsdam, para um período de recorrência de 475 anos.

A Figura 2.2.2 ilustra o zoneamento sísmico normalizado do território nacional, segundo a NBR15421 [1], o qual apresenta cinco zonas distintas conforme detalhado na Tabela 2.2.1.

No Nordeste, as curvas de acelerações mais altas se explicam pela proximidade da região à falha Centro Atlântica, enquanto que, as curvas na parte Noroeste decorrem da proximidade à borda da placa tectônica que segue a costa do Pacífico e a Cordilheira dos Andes. Quanto maior a proximidade de uma determinada região à borda de uma placa tectônica, maior será o seu risco sísmico. Contudo, isso não significa que os territórios localizados em regiões intraplacas estejam livres de qualquer risco dessa natureza.

Zona sísmica	Valores de $a_g$
Zona 0	$a_g = 0,025g$
Zona 1	$0,025g < a_g \leq 0,05g$
Zona 2	$0,05g < a_g \leq 0,10g$
Zona 3	$0,10g < a_g < 0,15g$
Zona 4	$a_g = 0,15g$

Tabela 2.2.1: Acelerações características para o zoneamento sísmico brasileiro segundo a NBR15421, onde  $g$  é a aceleração da gravidade.

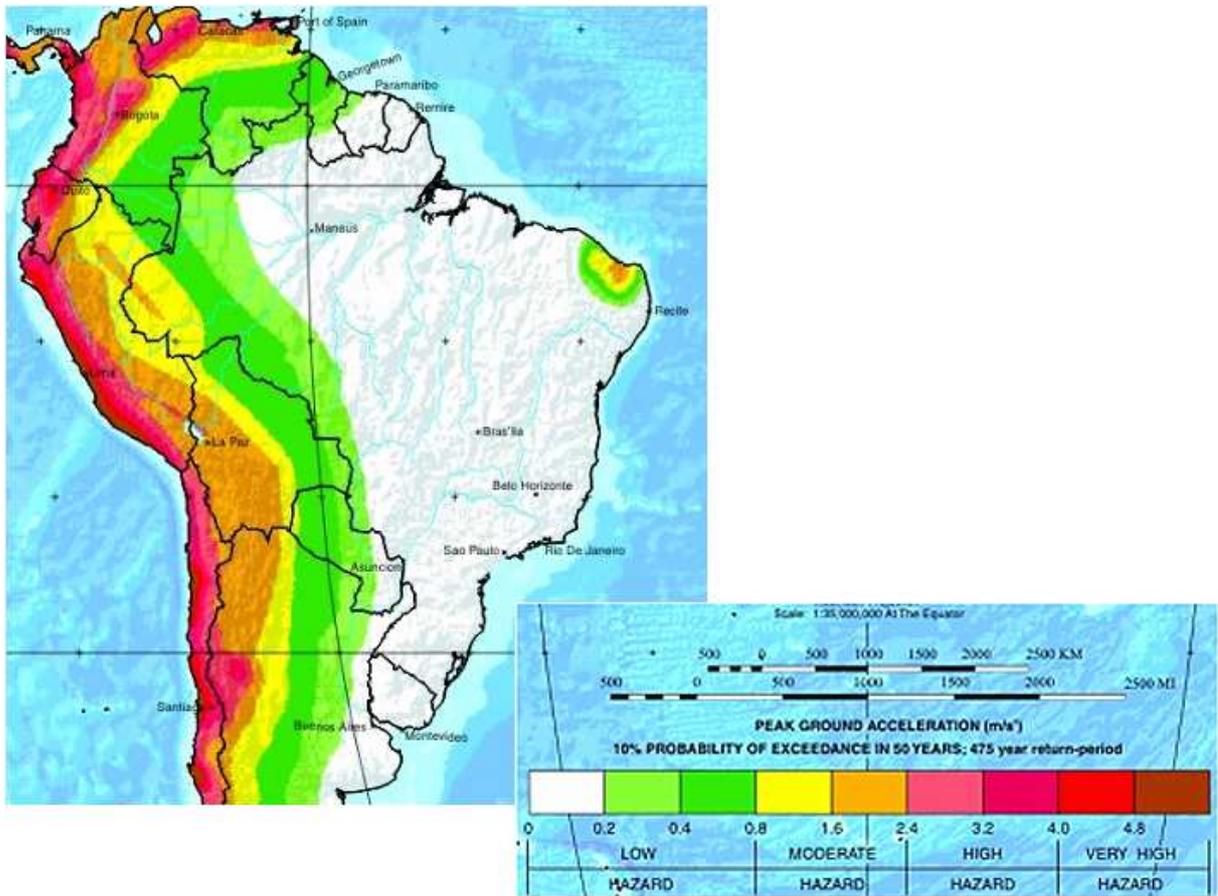


Figura 2.2.1 – Zoneamento sísmico brasileiro segundo o Global Seismic Hazard Map.

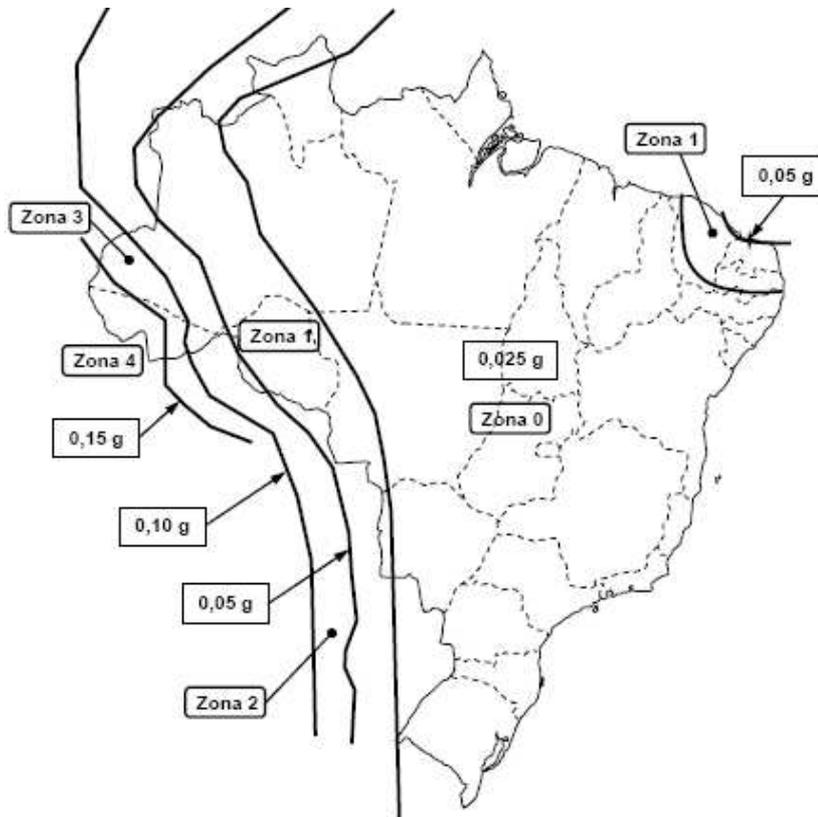


Figura 2.2.2: Zoneamento sísmico brasileiro segundo a NBR15421.

### 3. OS EFEITOS DINÂMICOS DOS SISMOS

Como citado anteriormente, as cargas de projeto propostas por normas de países onde os sismos ocorrem com mais frequência, são altas demais para serem resistidas no regime elástico do concreto. Sendo assim, admite-se que a estrutura consiga se deformar plasticamente, fazendo com que toda a sua capacidade resistente seja utilizada.

Com o tempo, tornou-se possível obter informações detalhadas acerca da aceleração do solo durante um abalo sísmico, através do registro dos acelerogramas. Com a evolução da informática e, conseqüentemente, dos procedimentos analíticos computacionais, a avaliação de respostas sísmicas em estruturas com grande número de graus de liberdade se tornou mais viável.

Neste novo panorama, pôde-se notar que, em alguns casos, o projeto sísmico levando em conta somente as cargas laterais especificadas nas normas era inadequado para garantir que a capacidade resistente da estrutura não seria excedida pelas cargas que surgiriam devido a um forte tremor do solo.

Ao mesmo tempo, as respostas das edificações aos abalos indicaram que a insuficiência da capacidade resistente nem sempre resultava em colapso, ou necessariamente em danos. Porém, quando deformações plásticas resultaram em significativa redução de capacidade resistente, danos severos ou colapso total da estrutura eram comuns.

Por este motivo, quando o meio técnico se deu conta de que o excesso de resistência, além de não ser necessário, às vezes não era desejável, vislumbrou-se que os projetos deveriam assegurar uma resistência adequada para atender às cargas sísmicas definidas por norma, mas também deveriam se preocupar com a dissipação da energia associada a essas cargas. Além disso, passou a haver uma preocupação maior com a configuração estrutural das edificações, para que as estruturas apresentassem uma maior ductilidade.

Para acomodar e amortecer as grandes deformações impostas por efeitos de sismos, a estrutura precisa ser dúctil. Por esta razão, no projeto de uma estrutura dimensionada com o objetivo de resistir aos abalos sísmicos, é necessário considerar a capacidade das estruturas de desenvolver grandes deformações inelásticas quando sujeitas aos sismos.

O detalhamento de uma seção de concreto armado possui influência direta no grau de ductilidade que se consegue obter. A norma americana ACI-318 [28] especifica três níveis de detalhamento, que conduzem a uma constante de projeto  $R$ , associada à ductilidade disponível, que consiste na razão entre  $F_{elast}$  e  $F_{plast}$ , respectivamente as forças sísmicas totais obtidas em uma análise puramente elástica e em uma análise elastoplástica das estruturas (ver Fig. 3.1). Os níveis de detalhamento são: usual, intermediário e especial. No presente trabalho será apresentado um estudo da consequência dos níveis de detalhamento usual e especial na resistência das estruturas.

A figura 3.1 ilustra um gráfico Força x Deslocamento, com valores genéricos de forças elástica e plástica.

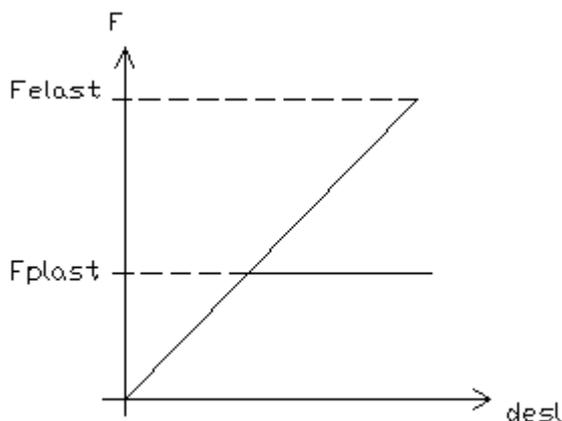


Figura 3.1: Gráfico ilustrativo Força x Deslocamento no Regime Elastoplástico

## 4. O ESTUDO DE CASO: A PONTE POTENGI

### 4.1. APRESENTAÇÃO

O objeto de estudo do presente trabalho é a Ponte sobre o Rio Potengi, construída na rodovia RN-120, cidade de São Paulo do Potengi, no Estado do Rio Grande do Norte. Seu projeto foi elaborado pelo Engenheiro Ubirajara Ferreira da Silva para o Departamento de Estradas de Rodagem do Estado do Rio Grande do Norte (DER-RN) e data do ano de 1981.

#### Características da ponte.

Ponte em nível com comprimento total de 120,00m vencida pela estrutura e dividida em sete trechos: são três vãos com 23,00m e mais dois com 20,00m, além de 5,50m de balanço em cada um dos dois extremos.

#### Superestrutura.

. Tabuleiro: disposto em nível com 10,00m de largura, apoiado sobre duas longarinas principais.

. Longarinas: são contínuas, possuem 120,00m de extensão, 2,20m de altura constante e interligadas por uma laje superior de 0,23m de espessura.

. Transversinas: há transversinas nos apoios, com 0,30m de largura e 1,85m de altura, e duas transversinas por vão, cada uma com 1,85m de altura e 0,20m de largura.

#### Mesoestrutura.

. Pilares: somam um total de seis pares, com seção transversal circular de diâmetro igual a 0,80m. Cada par possui uma determinada altura, conforme mostra a Tabela 4.1.1.

. Aparelhos de apoio: A superestrutura se apóia nos pórticos extremos P1 e P6 por meio de aparelhos de apoio de elastômero fretado, e por intermédio de aparelhos de apoio tipo Freyssinet nos demais.

Para fins de simplificação dos cálculos, CASTRO [8] assumiu que as colunas têm seção transversal quadrada, com 0,70m de largura e altura, praticamente similar em área e inércia à seção circular descrita acima.

Pilar	Altura (m)
P1	4,00
P2	4,00
P3	4,00
P4	5,50
P5	5,50
P6	4,00

Tabela 4.1.1: Altura dos pilares.

### Infraestrutura.

. Tubulões: possuem diâmetro de 1,40m. A altura do fuste de cada par de tubulões também é variável, conforme descrito pela Tabela 4.1.2. A base alargada possui 3,00m de diâmetro e 1,50 m de altura.

Em relação aos materiais adotados, a Ponte Potengi foi construída com a utilização de aço CA-50 ( $f_{yk} = 500MPa$ ) em toda sua estrutura. Quanto à resistência do concreto, o seu projeto contemplou a utilização de concreto classe C20 ( $f_{ck} = 20MPa$ ) para toda a superestrutura e mesoestrutura, e classe C15 ( $f_{ck} = 15MPa$ ) para a infraestrutura.

Tubulão	Altura (m)
T1	4,50
T2	4,50
T3	4,50
T4	5,00
T5	4,50
T6	3,50

Tabela 4.1.2: Altura dos tubulões.

## 5. O DIAGRAMA MOMENTO-CURVATURA NA FLEXÃO COMPOSTA NORMAL

### 5.1. INTRODUÇÃO

Tradicionalmente, na análise de estruturas de concreto armado admite-se a premissa da Teoria da Elasticidade Linear, em que se atribui a cada elemento de barra uma rigidez flexional de comportamento linear elástico. Assim, a rigidez flexional de uma barra é numericamente igual ao produto do módulo de elasticidade do material que a constitui e o momento de inércia da seção transversal. Além disso, em análises de estruturas de concreto armado, para o cálculo das rizezas, como aproximação, é usual adotar o momento de inércia da seção bruta de concreto.

Estas premissas não refletem a verdadeira resposta do concreto armado, uma vez que as leis constitutivas do concreto e do aço não são lineares. Neste caso, para representar a não-linearidade física destes materiais, bem como para atender as condições de equilíbrio e de compatibilidade na seção, deve ser utilizada a relação momento-curvatura ( $M-\kappa$ ).

Outro aspecto a ser considerado é que a simples atribuição dos respectivos módulo de elasticidade e momento de inércia de cada elemento de barra corresponde a uma relação momento-curvatura linear e sem qualquer limite de deformação na análise. Por outro lado, a consideração da não-linearidade física dos materiais possibilita a determinação da capacidade de deformação da estrutura.

Essas afirmações são confirmadas por BUCHAIM [7]. Nesse trabalho, o autor demonstrou que o ponto de máxima ordenada do diagrama momento-curvatura em uma estrutura isostática corresponde à sua máxima capacidade portante. Entretanto, em uma estrutura hiperestática, a ultrapassagem deste ponto não tem necessariamente o mesmo significado, podendo representar, apenas, que a seção crítica em questão está transferindo solicitações para outras regiões da estrutura ainda com capacidade resistente. A ruína ocorre quando há a formação de um mecanismo ou cadeia cinemática, pelas rótulas plásticas. Então, tem-se a máxima capacidade de deformação da estrutura.

A determinação da máxima capacidade de deformação é uma das principais ferramentas utilizadas na análise moderna de estruturas sujeitas a sismos. Com esta informação, podemos avaliar o desempenho global de uma dada estrutura quando da ocorrência do evento sísmico previsto para aquele projeto. Ainda, através do emprego do diagrama momento-curvatura, podemos avaliar a ductilidade e o comportamento dos elementos que a constituem, ou seja, seu desempenho local.

### 5.2. AS LEIS CONSTITUTIVAS DOS MATERIAIS

O comportamento de um determinado material pode ser descrito através da sua relação tensão-deformação ( $\sigma-\epsilon$ ). A esta relação, característica intrínseca de cada tipo de material, dá-se o nome Lei Constitutiva.

O presente capítulo tem suas definições baseadas nas relações tensão-deformação recomendadas pela NBR6118 [9]. A Figura 5.2.1 ilustra os diagramas idealizados correspondentes ao concreto e ao aço, respectivamente.

A contribuição do concreto na resistência à tração será desconsiderada em todos os procedimentos apresentados ao longo deste trabalho. Assim, sua lei constitutiva é descrita apenas para a compressão e através da seguinte função, retirada do item 8.2.10.1 da NBR6118 [9]:

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = \begin{cases} -0,85 \cdot f_{cd} \cdot (1 - \alpha^2) & \text{para } \varepsilon_c \in (-2\%; 0] \\ -0,85 \cdot f_{cd} & \text{para } \varepsilon_c \in [-3,5\%; -2\%] \end{cases} \quad (5.2.1)$$

$$\text{com } \alpha = \left( 1 + \frac{\varepsilon_c}{2\%} \right)$$

onde,

$f_{cd}$  é a resistência à compressão de projeto do concreto;

$\varepsilon_c$  é a deformação do concreto;

Por sua vez, o aço que constitui a armadura passiva contribui para a resistência da seção, tanto na compressão quanto na tração. Sua lei constitutiva é descrita através da seguinte função, retirada do item 8.3.6 da NBR6118 [9]:

$$\sigma_s(\varepsilon_s) = \begin{cases} E_s \cdot \varepsilon_s & \text{para } \varepsilon_s \in (-\varepsilon_{yd}; \varepsilon_{yd}) \\ f_{yd} & \text{para } \varepsilon_s \in [\varepsilon_{yd}; \varepsilon_{yu}] \\ -f_{yd} & \text{para } \varepsilon_s \in [-\varepsilon_{yu}; -\varepsilon_{yd}] \end{cases} \quad (5.2.2)$$

onde,

$E_s = 210GPa$ , é o módulo de elasticidade do aço da armadura passiva;

$f_{yd}$  é a tensão de escoamento de projeto da armadura passiva;

$\varepsilon_{yd}$  é a deformação correspondente ao início de escoamento de projeto da armadura passiva;

$\varepsilon_{yu}$  é a deformação última de projeto da armadura passiva.

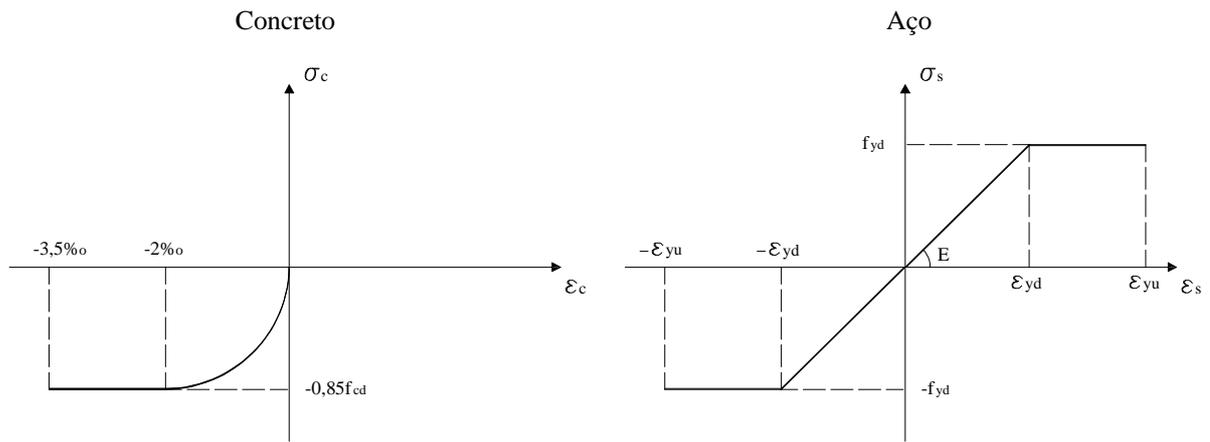


Figura 5.2.1: Leis constitutivas dos materiais.

## 6. ANÁLISE SÍSMICA DA PONTE

Utilizando o sistema SALT-UFRJ, GOMES [4] fez uma análise espectral da estrutura utilizando um determinado espectro de resposta de projeto, calibrado segundo os parâmetros extraídos da AASHTO [5].

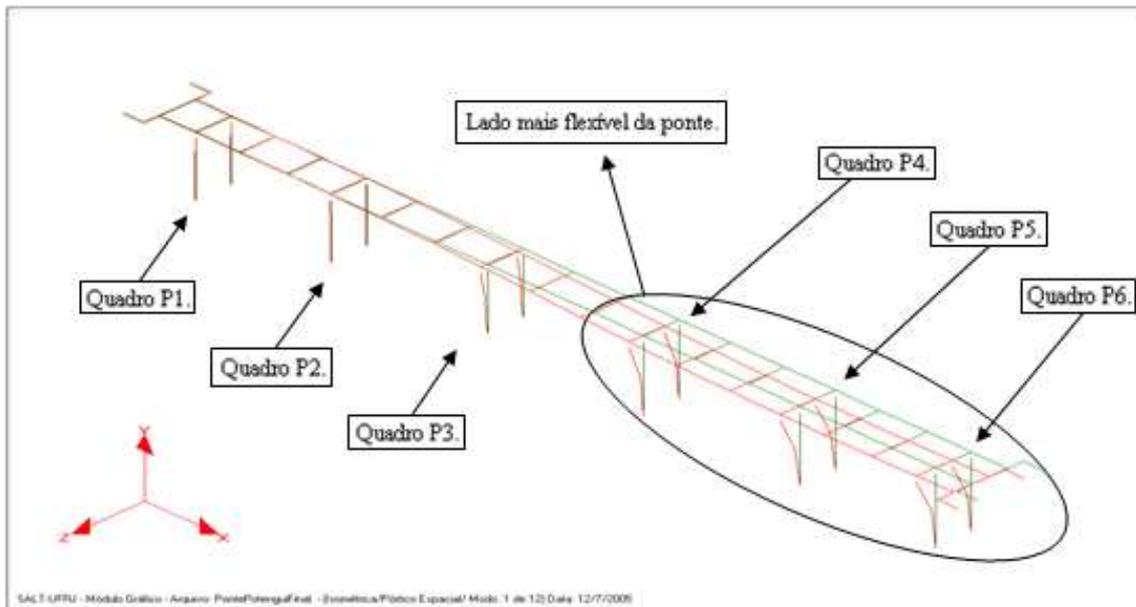


Figura 6.1: Primeiro modo de vibração ( $T_1 = 1,39s$ ) da Ponte Potengi (transversal), obtido com o sistema SALT-UFRJ.

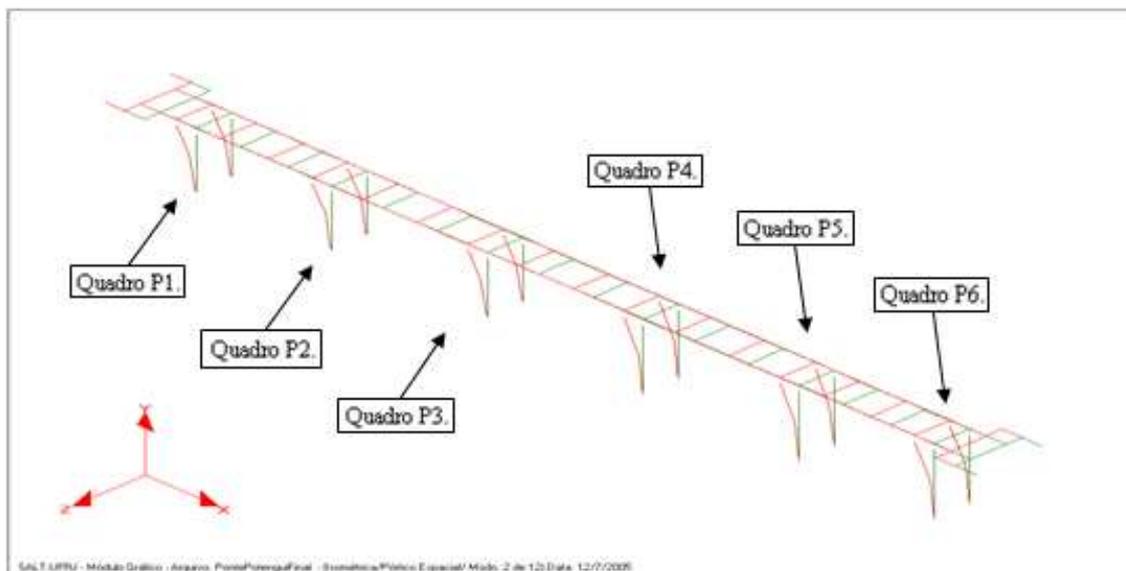


Figura 6.2: Segundo modo de vibração ( $T_2 = 1,25s$ ) da Ponte Potengi (longitudinal), obtido com o sistema SALT-UFRJ.

Como se pode notar, a ponte não é simétrica no que diz respeito à rigidez de sua mesoestrutura. Os pilares constituintes dos quadros P4, P5 e P6 são mais altos e mais flexíveis que os demais. Por esse motivo, a resposta não apresenta simetria.

## 6.1. A ANÁLISE ESPECTRAL ELÁSTICA

GOMES [4] avaliou os esforços estáticos equivalentes aos efeitos dinâmicos do sismo de projeto da Ponte Potengi utilizando o método SM (*Single-Mode Spectral Method*), proposto pela norma AASHTO [5], que corresponde a um método de análise dinâmica pelo processo espectral utilizando um único modo de vibração para a direção transversal e outro para a direção longitudinal.

Assim, a partir das condições de contorno pertinentes ao problema, foi utilizado o espectro de resposta mostrado na Figura 6.1.1, a fim de obter os esforços solicitantes nos elementos estruturais. Esse espectro também pode ser utilizado para a obtenção dos deslocamentos elásticos dos quadros da mesoestrutura da ponte.

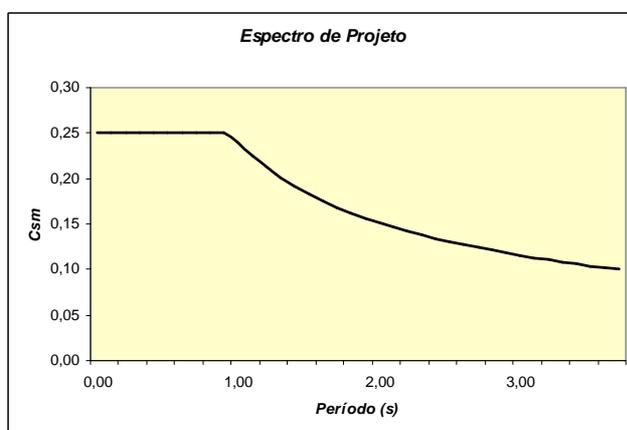


Figura 6.1.1: Espectro de resposta de projeto utilizado por GOMES.

Da análise SM obtém-se os seguintes parâmetros:

$C_{sm}$  = aceleração espectral, retirada do espectro da figura 6.1.1, correspondente ao modo de vibração  $m$ ;

$T_m$  = período de vibração correspondente ao modo de vibração  $m$ ;

$f_m$  = frequência correspondente ao modo de vibração  $m$ .

Com essas informações, é possível calcular o deslocamento elástico espectral do pórtico, em ambas as direções transversal e longitudinal, utilizando o seguinte roteiro de cálculo:

A frequência circular  $\omega$ , correspondente ao modo de vibração  $m$ , é obtida através da expressão:

$$\omega_m = 2 \cdot \pi \cdot f_m, \text{ em rad/s}$$

Assim, o deslocamento elástico espectral  $S_d$ , correspondente ao modo de vibração  $m$ , calculado em metros, é dado por:

$$S_{dm} = \frac{C_{sm}}{\omega_m^2}$$

Como já mencionado, os primeiros modos de vibração da ponte são aqueles correspondentes às suas direções transversal e longitudinal. A Tabela 6.1.1 apresenta os deslocamentos calculados para cada direção:

Direção	$C_{sm} \cdot g$ (m/s <sup>2</sup> )	T (s)	f (Hz)	$\omega$ (rad/s)	$S_d$ (m)	$S_d$ (cm)
Transversal (Eixo X)	1,86	1,39	0,72	4,52	0,09	<b>9,12</b>
Longitudinal (Eixo Y)	2,06	1,25	0,80	5,03	0,08	<b>8,15</b>

Tabela 6.1.1: Deslocamentos elásticos espectrais do pórtico nas direções transversal e longitudinal.

Será posteriormente mostrado que a diferença relativa entre os máximos deslocamentos calculadas através deste método é de 45% para a direção transversal e de 42% para a direção longitudinal, para menos, comparadas com os valores limites obtidos na análise não-linear estática.

O objetivo principal do presente trabalho é o de avaliar o comportamento dúctil das seções de concreto, utilizando suas deslocabilidades como parâmetro de avaliação.

## 7. ANÁLISE DOS QUADROS DA PONTE POTENGI SEGUNDO OS CRITÉRIOS DO CALTRANS

### 7.1. INTRODUÇÃO

Após o terremoto Loma Prieta em 1989, o Departamento de Transportes do Estado da Califórnia (Caltrans, EUA [20], [21]) resolveu reavaliar seus critérios para a prática de projetos de pontes sujeitas a ações sísmicas. Os novos métodos, desenvolvidos a partir de 1991, passaram a enfatizar o controle da deslocabilidade e da ductilidade das estruturas e seus

sistemas sísmo-resistentes (*Ductility-based analysis procedures*), ao invés de atentar somente para a prática fundamentada na avaliação das forças sísmicas a serem resistidas (*Force-based design*). Assim, surgiu em 1999 o *Seismic Design Criteria* (SDC) [22].

O SDC [22] é uma publicação oficial e estabelece os requisitos mínimos necessários para o projeto de pontes ordinárias padrão naquele Estado, refletindo assim, os principais procedimentos de análise e dimensionamento estrutural exigidos pelo Caltrans.

## 7.2. DEFINIÇÕES

Para que uma ponte possa ser classificada como padrão, e assim ser avaliada segundo os critérios dispostos no SDC [22], deve apresentar as seguintes características:

- Vãos menores do que 90m;
- A superestrutura deve ser composta por longarinas de concreto armado e sua mesoestrutura deve apresentar elementos verticais (colunas);
- Todos os elementos estruturais horizontais devem ser conectados de forma rígida, rotulada ou simplesmente apoiada sobre aparelhos de apoio convencionais (aparelhos de apoio Freyssinet ou de elastômero fretado, por exemplo);
- As fundações devem ser formadas por sapatas, tubulões ou estacas.

O SDC [22] permite a discretização estrutural das pontes em subsistemas, fazendo com que cada um destes possa ser avaliado separadamente. Como exemplo de subsistemas citam-se:

- Elementos longitudinais separados por juntas de dilatação (superestrutura);
- Colunas ou quadros apoiados sobre sapatas, estacas ou tubulões (meso e infraestrutura);
- Encontros de extremidades.

## 7.3. CAPACIDADE DOS COMPONENTES ESTRUTURAIS

O concreto armado, diferentemente de outros materiais de construção, apresenta particularidades em seu comportamento, como, entre outros, a ruptura do concreto, perda de aderência entre o concreto e a armadura, ruptura da armadura (reforço), retração do concreto e confinamento.

Muitos estudos têm sido realizados a fim de compreender e avaliar o comportamento cíclico e inelástico de estruturas de concreto armado sujeitas a condições diversas de carregamentos.

De acordo com ESMAEILY e XIAO [11], os pilares são os elementos estruturais mais importantes de edificações e pontes. Eles estão sujeitos a diversos carregamentos, não apenas verticais (normais), mas também a momentos e cortantes devidos a ações como os sismos.

O SDC [22] trata os elementos estruturais dúcteis como qualquer membro projetado para deformar-se inelasticamente e por diversos ciclos, sem que ocorram reduções significativas em sua resistência ou rigidez, dada à ocorrência do evento sísmico previsto em projeto. No caso da mesoestrutura da Ponte Potengi, objeto deste estudo, estes elementos estruturais dúcteis são as colunas.

A deslocabilidade local de um elemento dúctil pode ser atribuída às suas flexibilidades elástica e plástica. Isto significa que tal característica está intimamente ligada às relações momento-curvatura ( $M-\kappa$ ) de suas seções transversais, o que pode ser determinado através de uma análise não-linear física.

Para fins de cálculo, no caso das colunas da Ponte Potengi, considera-se que estas são bi-engastadas. Uma vez determinados os pontos característicos da curva  $M-\kappa$ , pode-se calcular o deslocamento total de suas extremidades e, conseqüentemente, a ductilidade deste elemento, como ilustrado na Figura 7.3.1.

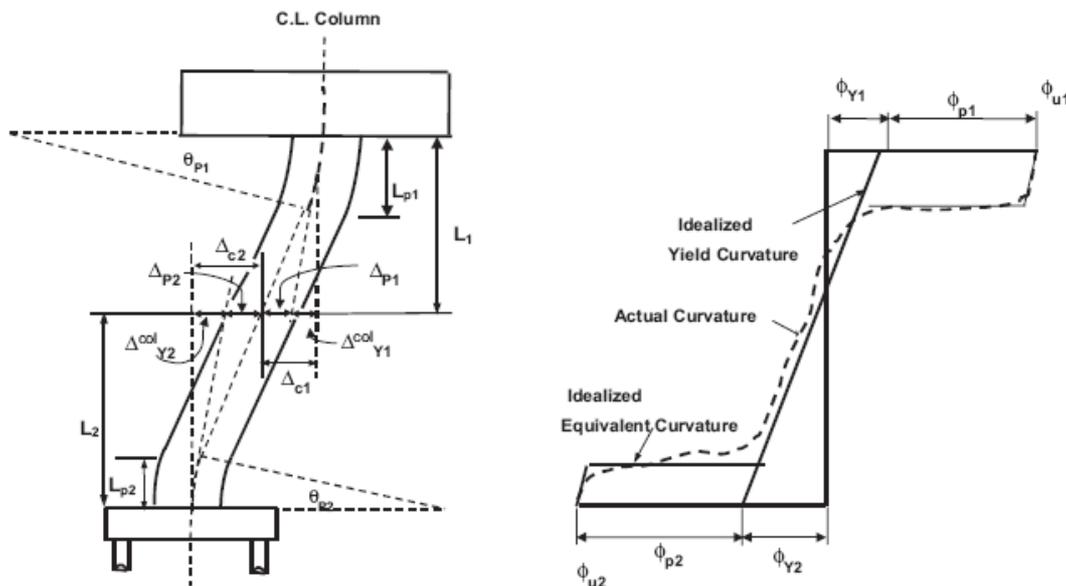


Figura 7.3.1: Modelo para análise da ductilidade das colunas (Fonte: SDC [22]).

onde,

- $L$  é o comprimento livre da coluna;
- $L_p$  é o comprimento da rótula plástica;
- $\phi_y$  é a curvatura elástica na seção crítica da coluna;
- $\phi_p$  é a curvatura plástica na seção crítica da coluna;
- $\phi_u$  é a curvatura última na seção crítica da coluna;
- $\theta_p$  é a rotação plástica na região da rótula plástica;
- $\Delta_p$  é o deslocamento plástico medido no topo da coluna.

A capacidade local de deslocamento de um membro é baseada na sua capacidade de rotação, que, por sua vez, é baseada na sua capacidade de curvatura. A capacidade de curvatura deve ser determinada por uma análise  $M - k$ , de acordo com a seção 3.3.1 do Caltrans [20].

No próximo capítulo será apresentado um exemplo de cálculo da capacidade local de deslocamento baseado na formulação do Caltrans [20].

## 8. O MODELO DE MANDER

No presente trabalho, foi utilizado o *software* KSU\_RC, classificado como livre e desenvolvido por ESMAEILY [25], que possibilita o usuário considerar um modelo para o concreto confinado. Para a realização das análises, o Modelo de Mander foi escolhido, sendo os procedimentos por ele empregados descritos a seguir.

O Modelo de Mander, desenvolvido por MANDER, PRIESTLEY e PARK [24], é fruto de uma análise experimental do comportamento do concreto confinado frente a vários tipos e disposições de armaduras transversais com diferentes configurações: circular, em espiral ou estribos fechados. Este modelo tem sido amplamente utilizado no meio internacional para análise de colunas com seção transversal circular e retangular.

É nos pilares que os efeitos do confinamento do concreto (através de armaduras transversais de cintamento, formadas por estribos fechados ou espirais) tornam-se mais evidentes. Quando o concreto atinge altas tensões de compressão, o pilar que se encontra cintado pouco difere de um pilar não-cintado quando situado no ramo ascendente da lei constitutiva do concreto, para tensões menores que  $f'_{cc}$ . Sendo assim, quem define a capacidade dúctil do elemento é o ramo descendente da curva tensão-deformação.

A ductilidade do concreto confinado se mostra através do aparecimento de um longo patamar de escoamento, de acordo com o diagrama de Mander ilustrado na Figura 8.1. Já com o diagrama parabólico-retangular, essa suposição não pode ser feita, uma vez que a ruptura é caracterizada quando se atinge o encurtamento limite de -3,5%.

Para o desenvolvimento de seu modelo, MANDER, PRIESTLEY e PARK [24] realizaram ensaios com colunas de concreto armado em escala real, utilizando concreto classe C30 ( $f_{ck} = 30MPa$ ) e armaduras constituídas de aço cuja tensão de escoamento é da ordem de 300MPa. Assim, os autores calibraram sua principal expressão, a qual descreve a relação tensão-deformação ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) do concreto confinado, conforme descrito a seguir.

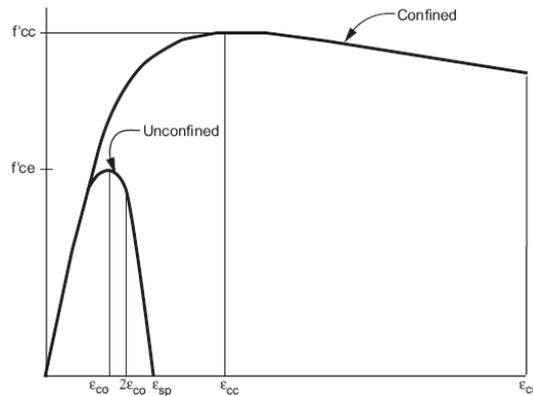


Figura 8.1: Diagrama tensão-deformação para o concreto segundo MANDER, PRIESTLEY e PARK [24]

### 8.1. FORMULAÇÃO DO MODELO

$$f_c = \frac{f'_{cc} \cdot x \cdot r}{r - 1 + x^r}$$

Sendo,

$$f'_{cc} = -1,254 + 2,254 \sqrt{1 + \frac{7,94 \cdot f_l}{f'_{ce}}} - 2 \cdot \frac{f_l}{f'_{ce}}$$

$$x = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}} \quad ; \quad \text{com } \epsilon_{cc} = \epsilon_{co} \cdot \left[ 1 + 5 \cdot \left( \frac{f'_{cc}}{f'_{ce}} - 1 \right) \right]$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad ; \quad \text{com } E_c = 5000 \sqrt{f'_{ce}} \text{ [MPa]} \quad \text{e} \quad E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\epsilon_{cc}}$$

onde,

$f_c$  é a tensão média de compressão no concreto confinado;

$f'_{cc}$  é a máxima tensão de compressão no concreto confinado;

$f'_{ce}$  é a resistência média à compressão do concreto não confinado;

$\epsilon_c$  é a deformação no concreto confinado;

$\epsilon_{cc}$  é a deformação correspondente a  $f'_{cc}$ ;

$\epsilon_{co}$  é a deformação correspondente a  $f'_{ce}$ ;

$E_{sec}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto;

$E_c$  é o módulo de elasticidade tangente do concreto, segundo MANDER, PRIESTLEY e PARK [24].

O parâmetro  $f_l$ , referente à tensão efetiva proveniente do confinamento lateral, é dado pela expressão:

$$f_l = 0,5 \cdot K_e \cdot \rho_{st} \cdot f_{yh}$$

onde,

$\rho_{st}$  é a taxa de armadura transversal ao longo do trecho confinado;

$f_{yh}$  é a tensão de escoamento da armadura transversal de confinamento.

Agora, o parâmetro  $K_e$ , é o coeficiente de confinamento efetivo que, para o caso de estribos fechados, pode ser calculado segundo a seguinte expressão:

$$K_e = \frac{\left(1 - 0,5 \cdot \frac{s'}{d_c}\right)^2}{1 - \rho_{st}}$$

onde,

$\rho_{sl}$  é a taxa de armadura longitudinal presente na coluna;

$d_c$  é o diâmetro (ou diâmetro equivalente) de concreto confinado;

$s'$  é o espaçamento entre as barras que formam o cintamento.

Observemos o diagrama tensão x deformação para concreto confinado e não-confinado, proposto por Mander. As áreas abaixo de cada uma delas representam a deformação total por unidade de volume necessária para romper o concreto. O aumento de energia de deformação resultante do confinamento somente pode ser obtido através da capacidade de deformação da armadura transversal, enquanto ela escoar.

Este é mais um indício da influência da armadura transversal na ductilidade do concreto.

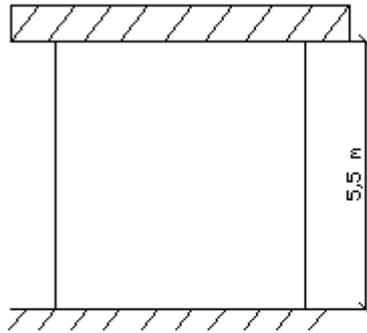
## 9.0 DIMENSIONAMENTO DA SEÇÃO DO PILAR

### 9.1. DIMENSIONAMENTO CONVENCIONAL

Para o dimensionamento realizado, foi considerada uma seção transversal do pilar da Ponte Potengi com as dimensões de (0,50 x 0,50) m, para fins de compatibilização da frequência, e altura do pórtico de 5,5 m. Estas dimensões da seção transversal foram escolhidas por serem compatíveis com as características dinâmicas e forças sísmicas atuantes na ponte. As simplificações consideradas nesta análise são representadas na Fig. 9.1.

De acordo com a ACI 318-08 [28], foi realizado o dimensionamento de um dos pilares da ponte nos padrões de um dimensionamento usual (ou convencional), adotando-se como parâmetro de ductilidade o valor de  $R = 3,5$ . A partir de dados do pilar da ponte Potengi, chegou-se nos carregamentos a serem utilizados para o dimensionamento da seção, (esforço normal, esforço cortante e momento fletor solicitantes de cálculo).

Para o referido dimensionamento, foram utilizadas as planilhas de Flexão Composta fornecidas pelo professor Sérgio Hampshire na disciplina de Concreto Armado III.



Altura do pilar:  $h := 5.5 \text{ m}$

Lado da seção do pilar:  $\underline{L} := 0.5 \text{ m}$

Módulo de elasticidade do concreto:  $E := 2 \cdot 10^7 \text{ kPa}$

Momento de inércia do pilar da ponte:  $I := \frac{L^4}{12} = 5.208 \times 10^{-3} \text{ m}^4$

$$E \cdot I = 104167 \text{ kN.m}^2$$

Figura 9.1. – Esquema de Quadro P4 da Ponte

Rigidez do pilar:  $\underline{K} := \frac{12 \cdot E \cdot I}{h^3} \cdot 2 = 15026 \text{ kN/m}$

Massa do pórtico:  $\underline{m} := 735 \text{ t}$

Frequência da estrutura:  $f := \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{K}{m}} = 0.72$

Período da estrutura:  $\underline{T} := \frac{1}{f} = 1.39$

$$w := \sqrt{\frac{K}{m}} = 4.521 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

- Esforço normal:  $\underline{g} := 10$

$$\underline{W} := m \cdot g = 7350 \text{ kN}$$

Por pilar, teremos:  $\frac{W}{2} = 3675 \text{ kN}$

#### - Dimensionamento convencional:

$$S_d := 0.0912 \text{ m}$$

$$C_s := w^2 S_d = 1.86 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{- Esforço cortante: } H := \frac{m}{2} \cdot C_s = 685 \text{ kN}$$

$$\text{- Momento fletor: } M := \frac{H \cdot h}{2} = 1884 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\text{Tomando } R := 3.5$$

$$\text{- Momento solicitante: } M_d := \frac{M}{R} = 538 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Com esses esforços verifica-se que uma armadura de  $12\phi 25$  satisfaz os critérios de resistência da seção.

Com a seção devidamente armada, foram realizadas duas análises no *software* KSU\_RC. O programa possui como dados de entrada as características geométricas da seção, propriedades do concreto e do aço e as quantidades de armadura longitudinal e transversal.

As referidas análises foram realizadas considerando-se dois níveis de armadura transversal, sendo eles mostrados na Tabela 9.1.1:

Caso	Arm. Longit.	Estribo	Força Normal [kN]
a	$12\phi 25$	$\phi 6,3 \text{ c } 20$	3675
b	$12\phi 25$	$\phi 10 \text{ c } 10$	3675

Tabela 9.1.1: Casos analisados pelo programa KSU\_RC com seus respectivos parâmetros.

No estudo realizado no presente trabalho, o único parâmetro pertinente é a armadura mínima de estribos para o confinamento. Para os pórticos dimensionados com detalhamento especial, é exigida uma porcentagem mínima de armadura igual a  $0,09f_{ck}/f_{yk}$  (Seção 21.6.4.4(b) da ACI-318 [28]), o que, neste caso, consiste em uma porcentagem de 0,36% (pois temos  $f_{ck} = 20\text{MPa}$  e  $f_{yk} = 500\text{MPa}$ ).

Como a seção possui dimensões  $50 \times 50 \text{ cm}$ , isso significaria uma armadura de  $18\text{cm}^2/\text{m}$ , valor próximo a  $\phi 10 \text{ c } 10 \text{ cm}$  ( $15,8\text{cm}^2/\text{m}$ ).

Ao final de cada análise, o programa KSU\_RC fornece como saída seus respectivos diagramas Momento x Curvatura e, assim, pôde-se calcular as capacidades de deslocamento para cada caso.

Abaixo encontram-se os diagramas Momento x Curvatura fornecidos como saída do software KSU\_RC.



Figura 9.1.1 – Diagrama Momento x Curvatura do caso a

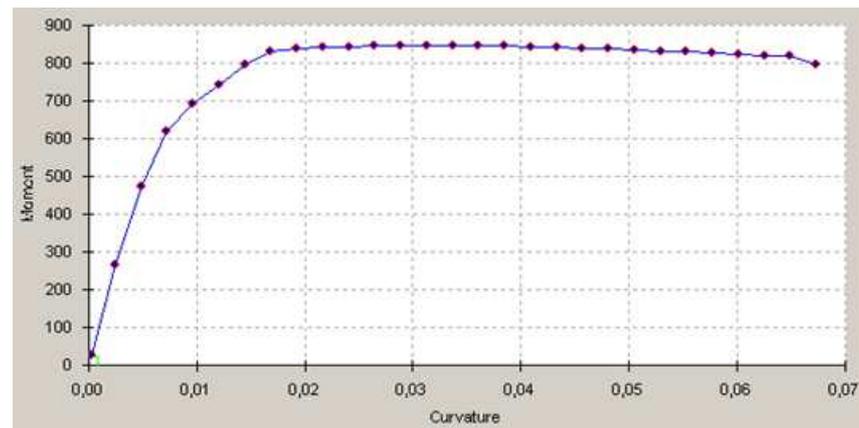


Figura 9.1.2 – Diagrama Momento x Curvatura do caso b

O cálculo da capacidade de deslocamento para cada caso foi realizado com base na formulação do Caltrans [20], apresentada no capítulo 7 do presente trabalho, e será mostrado abaixo.

Altura do pilar:  $L := 5.5\text{m}$        $cob := 5\text{cm}$

Dimensões da seção transversal:  $b := 50\text{cm}$        $h := 50\text{cm}$        $d := h - cob = 0.45\text{m}$

**Caso a** ( $A_s = 12 \phi 25 / A_{sw/s} = \phi 6,3 \text{ c. } 20 / N = -3675,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5 \quad \epsilon_{s1} := 1$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.01 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.019 \text{m}^{-1} \quad \phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2} \quad L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.025 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.025 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 9 \times 10^{-3} \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 9 \times 10^{-3} \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 6.75 \times 10^{-3}$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 6.75 \times 10^{-3}$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.016 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.016 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 4.124 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 4.124 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 8.248 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Condição = "não ok"

**Caso b** ( $A_s = 12 \phi 25 / A_{sw/s} = \phi 10 \text{ c. } 10 / N = -3675,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\begin{aligned} \epsilon_c &:= -3.5 & \epsilon_{s1} &:= 1 \\ \phi_{Y1} &:= \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.01 \frac{1}{\text{m}} & \phi_{Y2} &:= \phi_{Y1} \end{aligned}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\begin{aligned} \phi_{u1} &:= 0.065 \text{m}^{-1} & \phi_{u2} &:= \phi_{u1} \\ L_1 &:= \frac{L}{2} & L_2 &:= L_1 \end{aligned}$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$\begin{aligned} L_{p1} &:= 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m} & L_{p2} &:= L_{p1} \\ \Delta_{Y1} &:= \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.025 \text{m} & \Delta_{Y2} &:= \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.025 \text{m} \\ \phi_{p1} &:= \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.055 \frac{1}{\text{m}} & \phi_{p2} &:= \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.055 \frac{1}{\text{m}} \\ \theta_{p1} &:= L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.041 & \theta_{p2} &:= L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.041 \\ \Delta_{p1} &:= \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.098 \text{m} & \Delta_{p2} &:= \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.098 \text{m} \end{aligned}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 12.318 \cdot \text{cm} \quad \Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 12.318 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 24.635 \cdot \text{cm}$$

+

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{Condição} = \text{"ok"}$$

Sendo assim:

- Caso a (detalhamento usual):  $\Delta c = 8,248 \text{ cm} < 9,12 \text{ cm}$  (consultar tabela 6.1.1). Logo, nota-se que a seção armada com esta disposição de estribos não atende à capacidade mínima local de deslocamento da estrutura, mas está próxima do valor necessário.
- Caso b (detalhamento especial):  $\Delta c = 24,635 \text{ cm} > 9,12 \text{ cm}$ . Como se pode notar, a seção passou a atender ao requisito de capacidade mínima local de deslocamento quando a armadura transversal foi reforçada. Observar que no caso do detalhamento especial, a ACI-318 [28], aceita valores da ordem de  $R=8$ .

## 10. ANÁLISE PARAMÉTRICA DAS SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO

### 10.1. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

A fim de se aprofundar no entendimento da relação entre a ductilidade da seção de concreto e a armadura transversal da mesma, foi realizada, no presente trabalho, uma análise paramétrica.

Assim, foram montados inicialmente 24 casos, realizando-se as análises com diferentes níveis de força normal, armadura longitudinal e armadura transversal, com a finalidade de estudar o comportamento dúctil do concreto, conforme a variação dos parâmetros acima mencionados.

Os níveis de força normal a serem aplicados foram definidos da seguinte maneira:

- Nível 1 – 1/3 da carga normal máxima;
- Nível 2 – 2/3 da carga normal máxima;
- Nível 3 – 3/3 da carga normal máxima.

A figura 9.1.1 ilustra algumas características das seções transversais analisadas.

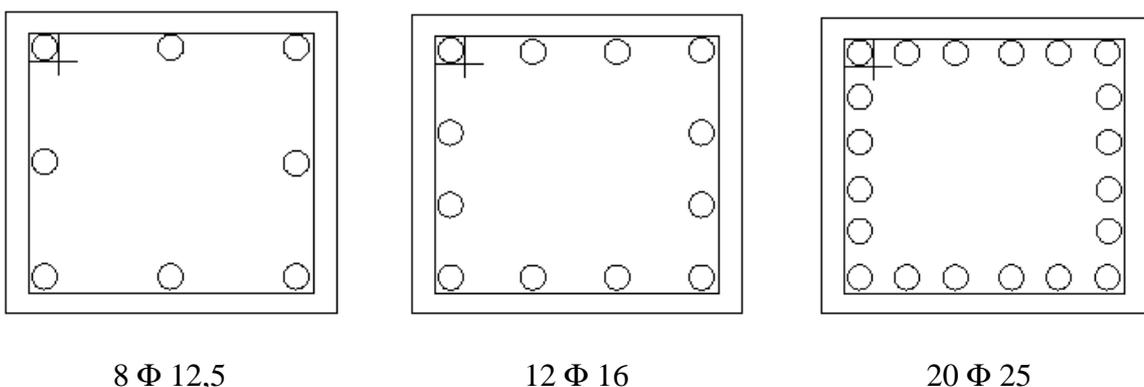


Figura 10.1.1: Seções transversais estudadas, com suas respectivas armaduras longitudinais.

Na tabela 10.1.1 encontram-se todos os casos analisados, com seus respectivos parâmetros de análise.

Caso	Arm. Long	Estribo	Força Normal [kN]	Níveis
1	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c 20	0,00	Fl. Simples
2	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c 20	-1454,00	Nível 1
3	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c 20	-2908,00	Nível 2
4	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c 20	-4363,00	Nível 3
5	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 10 c 10	0,00	Fl. Simples
6	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 10 c 10	-1454,00	Nível 1
7	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 10 c 10	-2908,00	Nível 2
8	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 10 c 10	-4363,00	Nível 3
9	12 $\phi$ 16	$\phi$ 6,3 c 20	0,00	Fl. Simples
10	12 $\phi$ 16	$\phi$ 6,3 c 20	-1631,00	Nível 1
11	12 $\phi$ 16	$\phi$ 6,3 c 20	-3261,00	Nível 2
12	12 $\phi$ 16	$\phi$ 6,3 c 20	-4892,00	Nível 3
13	12 $\phi$ 16	$\phi$ 10 c 10	0,00	Fl. Simples
14	12 $\phi$ 16	$\phi$ 10 c 10	-1631,00	Nível 1
15	12 $\phi$ 16	$\phi$ 10 c 10	-3261,00	Nível 2
16	12 $\phi$ 16	$\phi$ 10 c 10	-4892,00	Nível 3
16a	12 $\phi$ 16	2 $\phi$ 10 c 10	-4892,00	Nível 3
17	20 $\phi$ 25	$\phi$ 6,3 c 20	0,00	Fl. Simples
18	20 $\phi$ 25	$\phi$ 6,3 c 20	-2588,00	Nível 1
19	20 $\phi$ 25	$\phi$ 6,3 c 20	-5176,00	Nível 2
20	20 $\phi$ 25	$\phi$ 6,3 c 20	-7764,00	Nível 3
21	20 $\phi$ 25	$\phi$ 10 c 10	0,00	Fl. Simples
22	20 $\phi$ 25	$\phi$ 10 c 10	-2588,00	Nível 1
23	20 $\phi$ 25	$\phi$ 10 c 10	-5176,00	Nível 2
24	20 $\phi$ 25	$\phi$ 10 c 10	-7764,00	Nível 3

Tabela 10.1.1: Descrição dos casos analisados, com seus respectivos parâmetros.

## 11. DETERMINAÇÃO DA DUCTILIDADE DAS COLUNAS CONSIDERANDO O MODELO DE MANDER

Conforme já mencionado, foi utilizado o programa KSU\_RC para a avaliação da ductilidade das colunas segundo os critérios do SDC [22], considerando o modelo de Mander na análise das relações M- $\kappa$ .

É importante salientar que o referido programa utiliza as equações apresentadas na seção anterior na geração do diagrama tensão-deformação do concreto e na realização da análise da seção transversal.

A Figura 11.1 apresenta a definição dos parâmetros do diagrama M- $\kappa$  obtido através do programa.

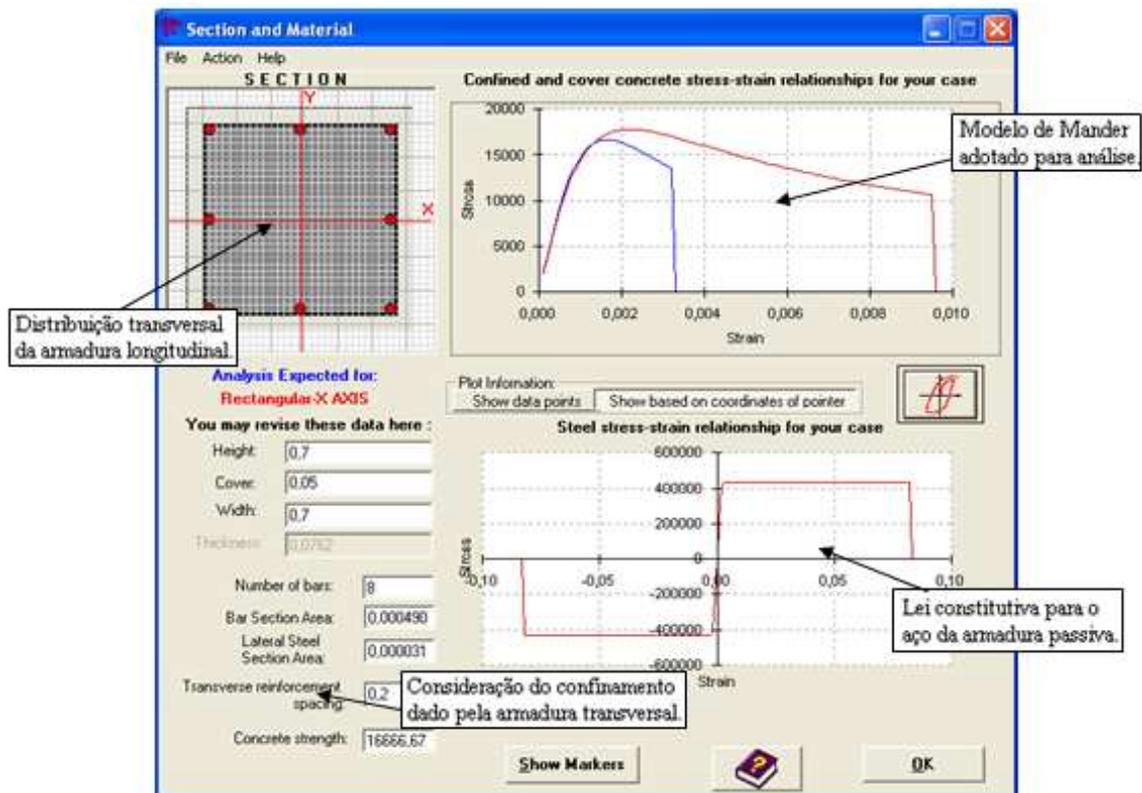


Figura 11.1: Tela do programa KSU\_RC com a apresentação dos dados de entrada.

Analisando o diagrama  $M-\kappa$  ilustrado na Figura 11.2, pode-se constatar que, a partir de um determinado ponto, há uma perda de resistência, ao passo em que aumenta a curvatura na seção transversal.

Contudo, logo em seguida, fica clara a formação de um longo patamar caracterizado pela quase estabilização na redução da resistência da seção transversal, o que demonstra a caracterização de uma maior deformabilidade que pode ser atribuída ao confinamento do concreto no interior da armadura transversal. Este fato é destacado por BUCHAIM [7]: “Os ramos descendentes das curvas do concreto confinado têm um amolecimento muito menos acentuado do que os do concreto simples, e apresentam quase que um longo patamar de escoamento, refletindo com isso sua grande ductilidade.”

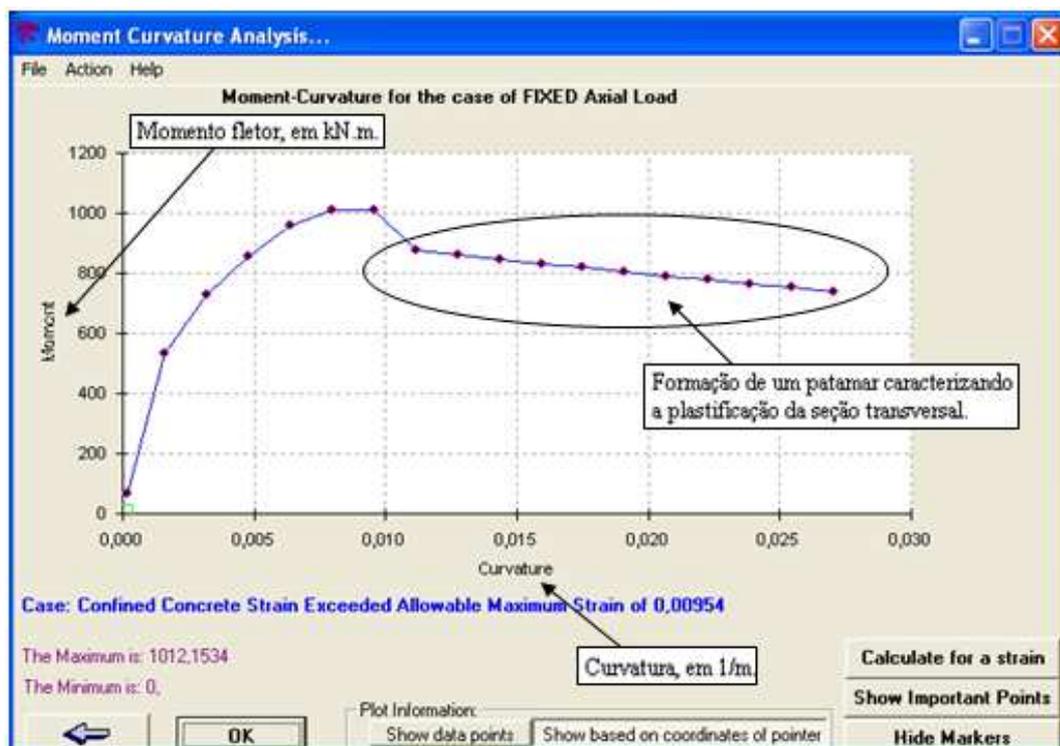


Figura 11.2: Diagrama M- $\kappa$  obtido através do programa KSU\_RC.

Através dos diagramas M- $\kappa$  fornecidos pelo *software* KSU\_RC, o valor de curvatura última foi obtido para cada caso.

Pode-se concluir então, que no estudo das estruturas sujeitas a ações sísmicas, quando contemplam-se critérios de ductilidade, devem-se considerar as leis constitutivas dos materiais mais próximas o possível de suas reais naturezas, e corretamente as suas efetivas condições de contorno. Existem diversos estudos publicados visando desenvolver modelos cada vez mais sofisticados para descrever o comportamento dos materiais, inclusive quanto às suas condições de confinamento, além dos trabalhos de MANDER, PRIESTLEY e PARK [24]. Assim, não é coerente utilizar modelos teóricos como o diagrama parabólico-retangular recomendado pela NBR6118 [9] neste tipo de análise.

## 11.1 ANÁLISE DA RELAÇÃO MOMENTO-CURVATURA

O SDC [22] determina que a análise das principais características de todos os elementos dúcteis deve ser feita através do estudo de sua relação momento-curvatura (M- $\kappa$ ), a qual baseia-se na não-linearidade física dos materiais aço e concreto.

Como dito anteriormente, foram rodados 24 casos no programa KSU\_RC [25], com a variação de parâmetros, como a força normal aplicada, a armadura longitudinal e a armadura transversal.

Os gráficos Momento x Curvatura, obtidos através das análises, são mostrados a seguir para cada caso.

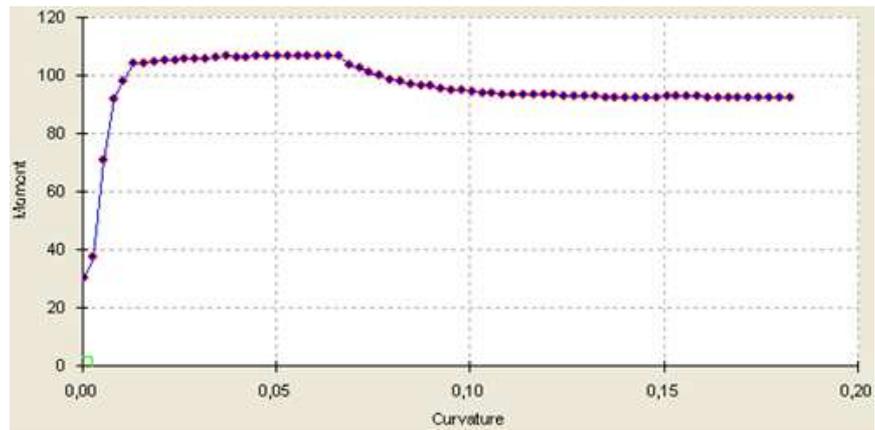


Figura 11.1.1: Diagrama Momento x Curvatura do caso 1 (flexão simples)

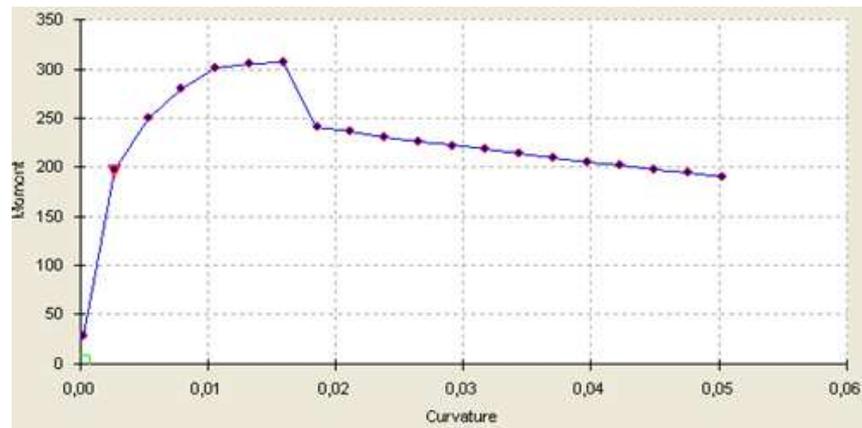


Figura 11.1.2: Diagrama Momento x Curvatura do caso 2 (nível 1)

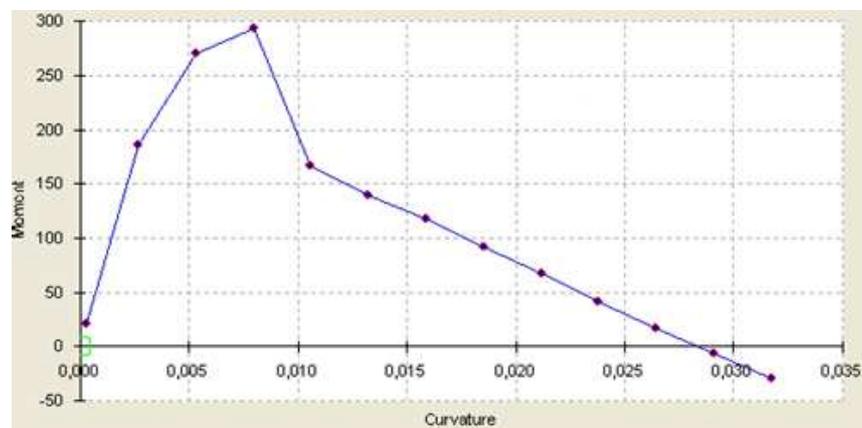


Figura 11.1.3: Diagrama Momento x Curvatura do caso 3 (nível 2)

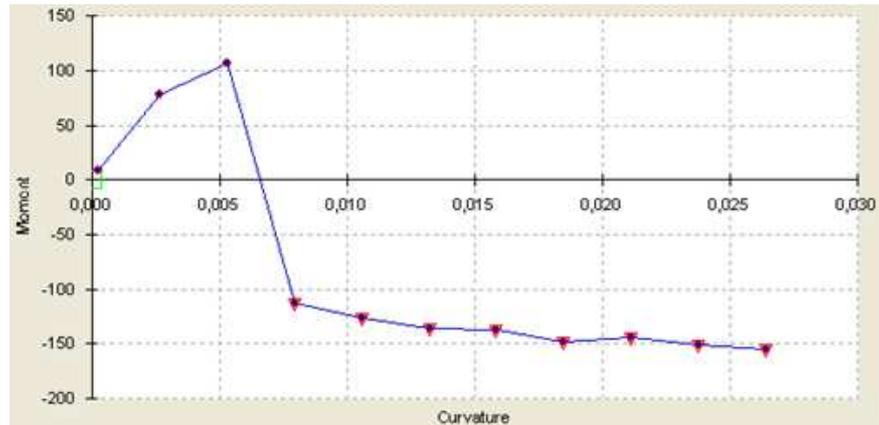


Figura 11.1.4: Diagrama Momento x Curvatura do caso 4 (nível 3)

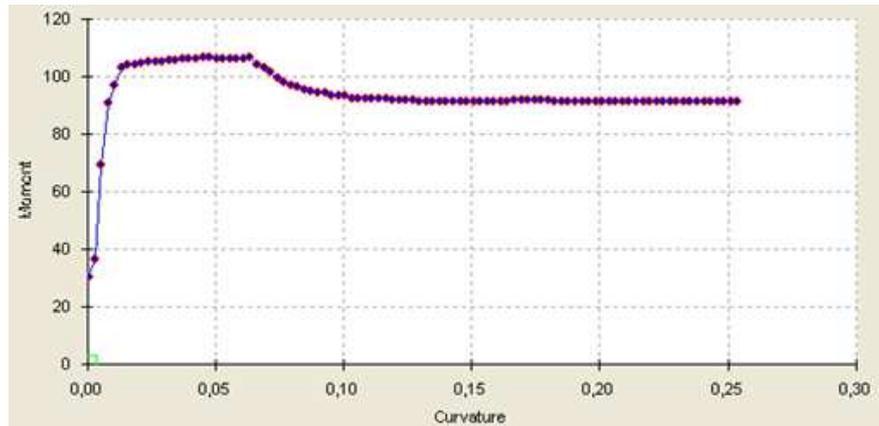


Figura 11.1.5: Diagrama Momento x Curvatura do caso 5 (flexão simples)

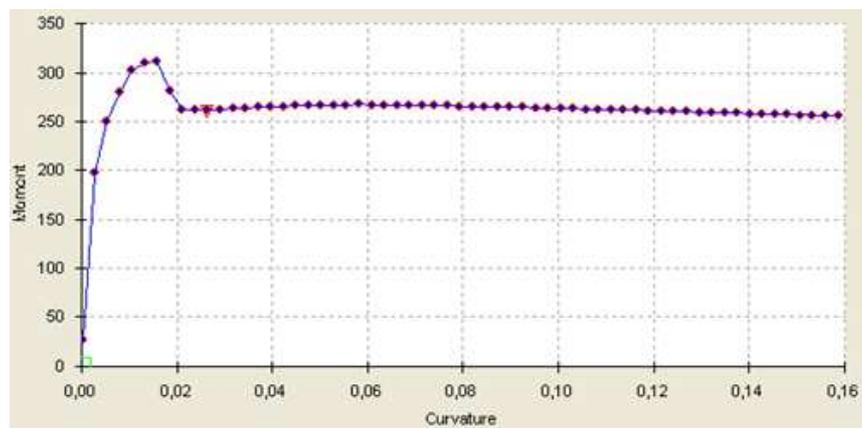


Figura 11.1.6: Diagrama Momento x Curvatura do caso 6 (nível 1)

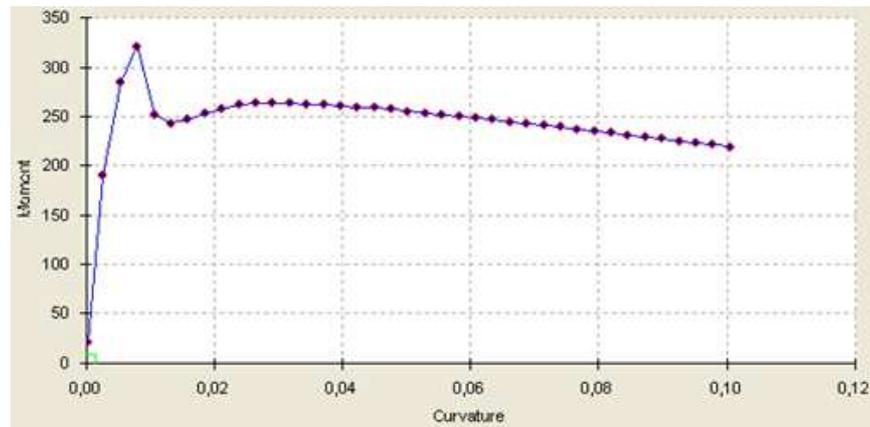


Figura 11.1.7: Diagrama Momento x Curvatura do caso 7 (nível 2)

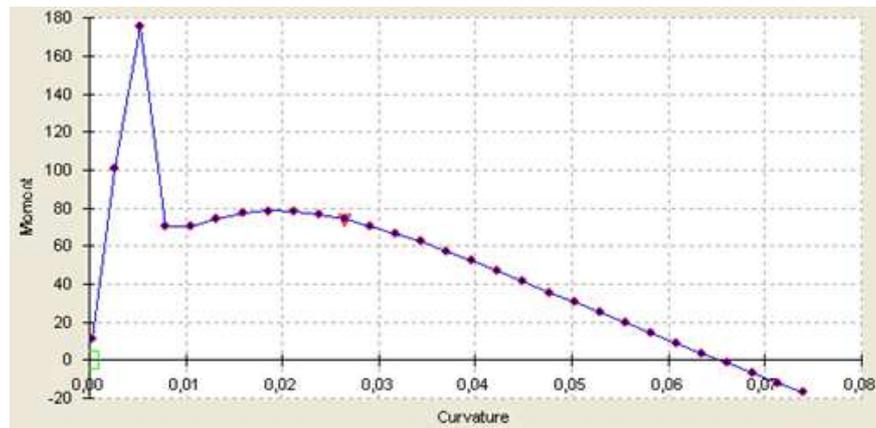


Figura 11.1.8: Diagrama Momento x Curvatura do caso 8 (nível 3)

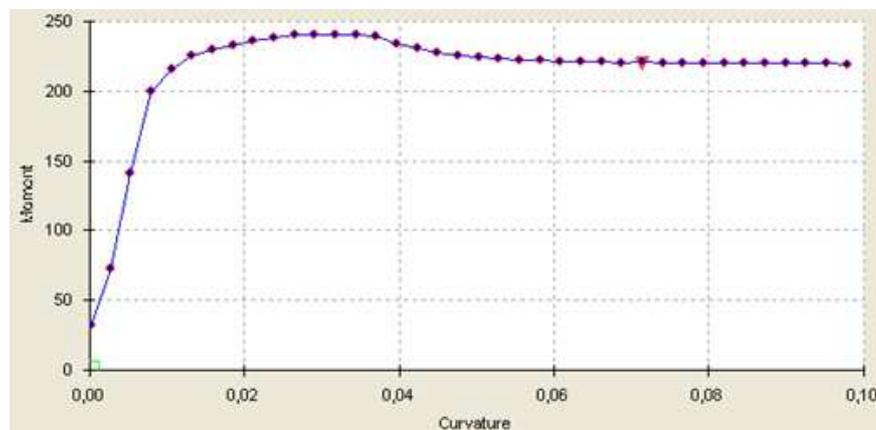


Figura 11.1.9: Diagrama Momento x Curvatura do caso 9 (flexão simples)

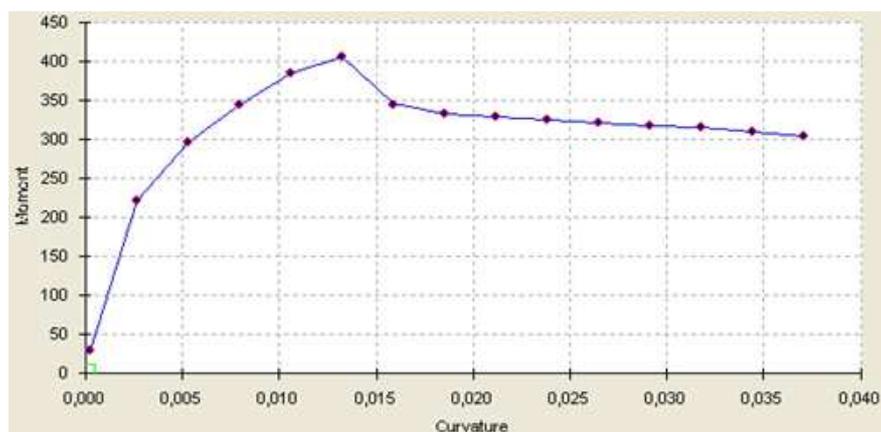


Figura 11.1.10: Diagrama Momento x Curvatura do caso 10 (nível 1)

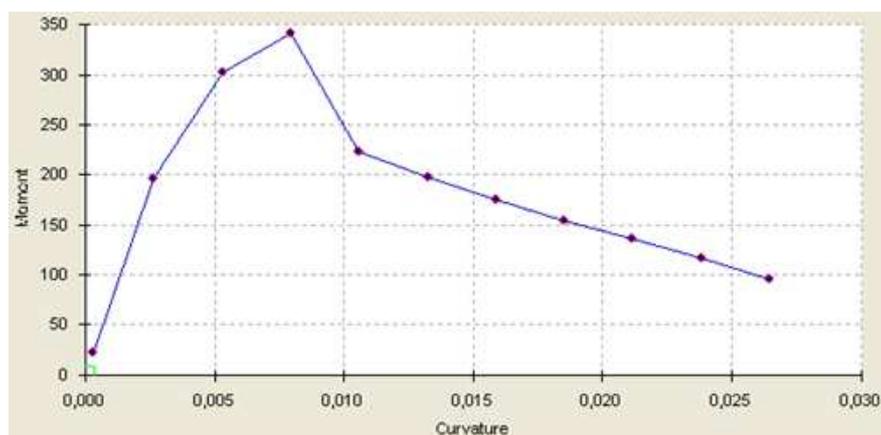


Figura 11.1.11: Diagrama Momento x Curvatura do caso 11 (nível 2)

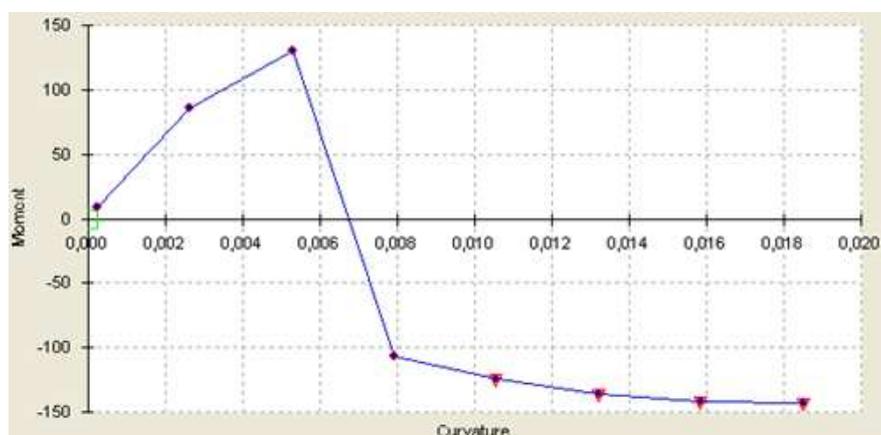


Figura 11.1.12: Diagrama Momento x Curvatura do caso 12 (nível 3)

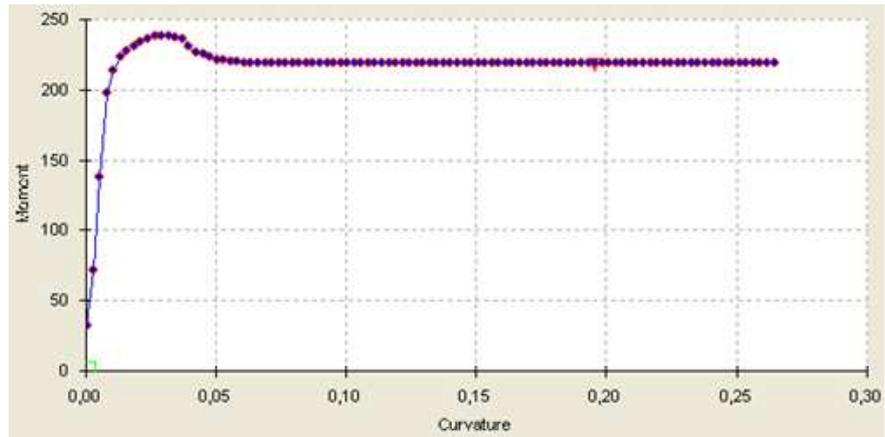


Figura 11.1.13: Diagrama Momento x Curvatura do caso 13 (flexão simples)

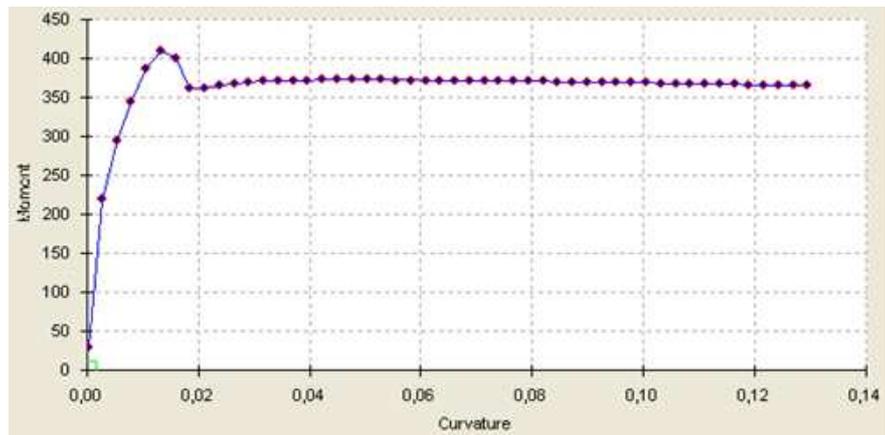


Figura 11.1.14: Diagrama Momento x Curvatura do caso 14 (nível 1)

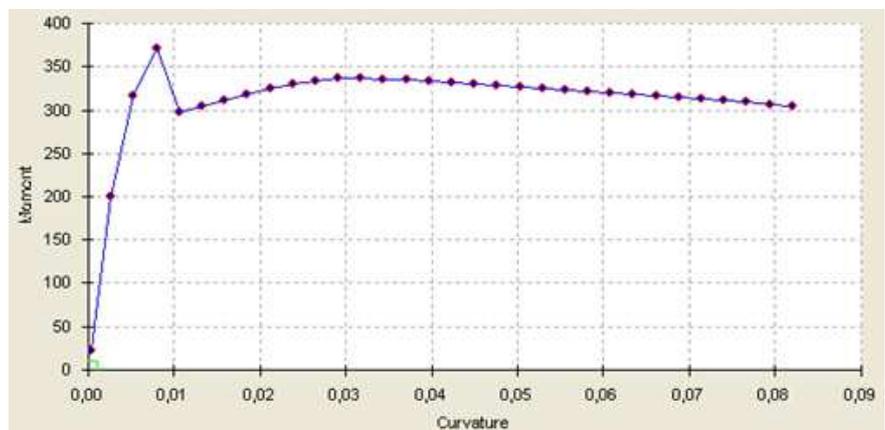


Figura 11.1.15: Diagrama Momento x Curvatura do caso 15 (nível 2)

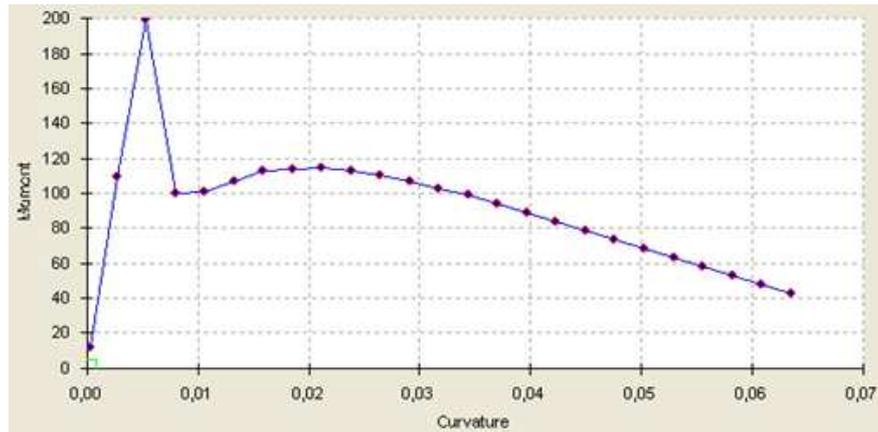


Figura 11.1.16: Diagrama Momento x Curvatura do caso 16 (nível 3)

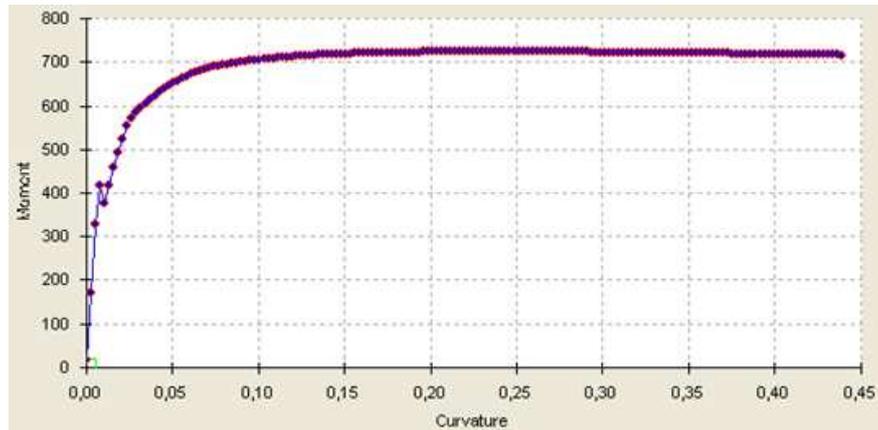


Figura 11.1.17: Diagrama Momento x Curvatura do caso 16a (nível 3)

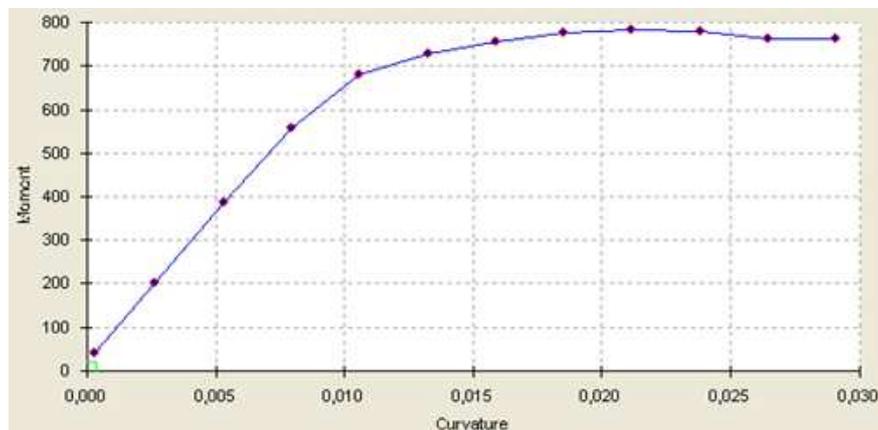


Figura 11.1.18: Diagrama Momento x Curvatura do caso 17 (flexão simples)



Figura 11.1.19: Diagrama Momento x Curvatura do caso 18 (nível 1)

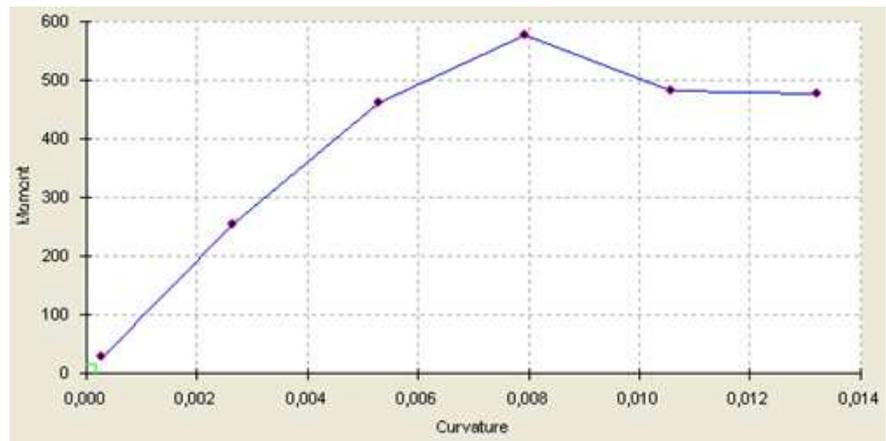


Figura 11.1.20: Diagrama Momento x Curvatura do caso 19 (nível 2)

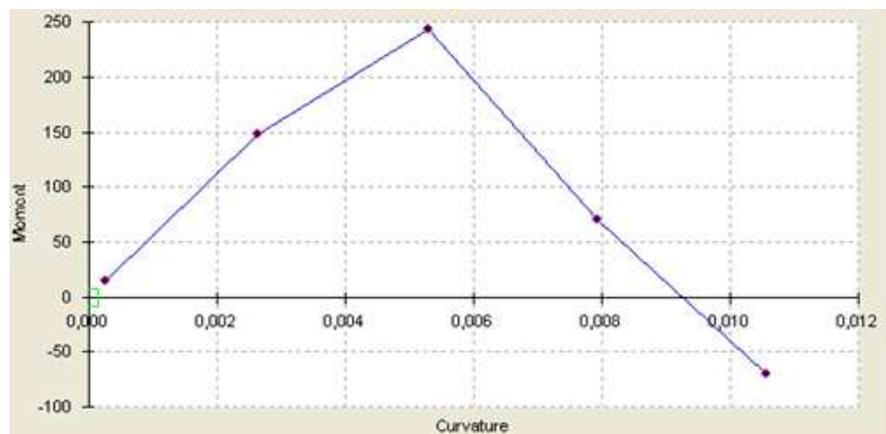


Figura 11.1.21: Diagrama Momento x Curvatura do caso 20 (nível 3)

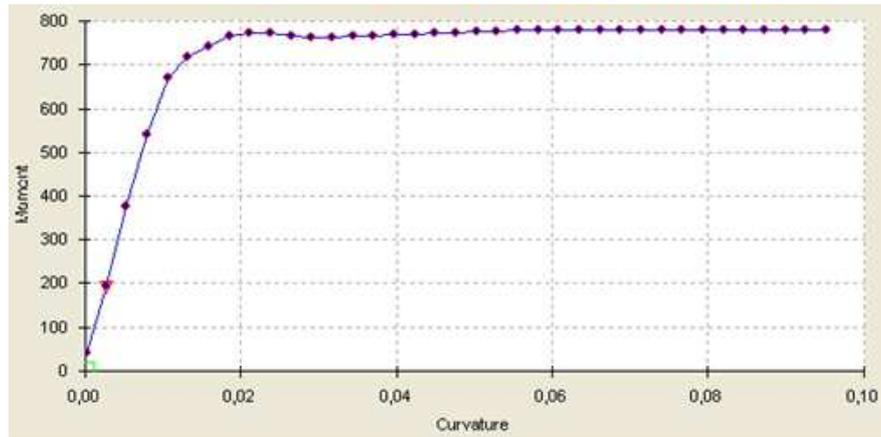


Figura 11.1.22: Diagrama Momento x Curvatura do caso 21 (flexão simples)

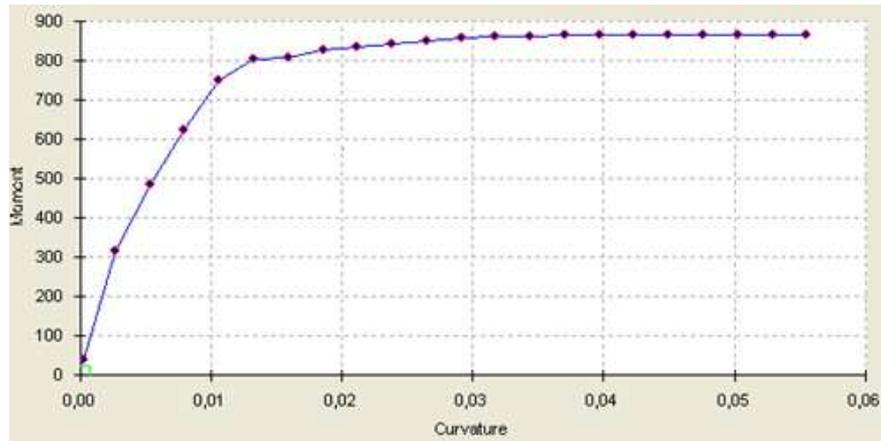


Figura 11.1.23: Diagrama Momento x Curvatura do caso 22 (nível 1)

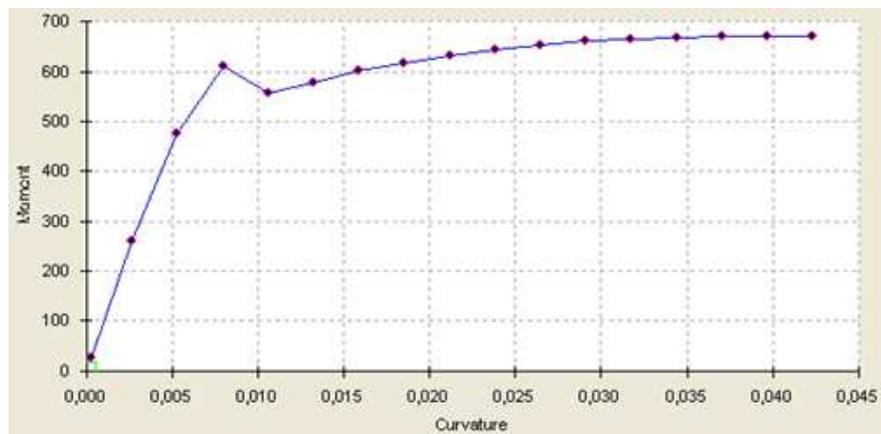


Figura 11.1.24: Diagrama Momento x Curvatura do caso 23 (nível 2)



Figura 11.1.25: Diagrama Momento x Curvatura do caso 24 (nível 3)

O valor para curvatura última da seção, em cada caso, foi obtido através do diagrama  $M - k$ .

Para o cálculo da curvatura elástica, foram utilizadas as planilhas de Flexão Composta fornecidas pelo professor Sérgio Hampshire na disciplina de Concreto Armado III. As mesmas possuem como dados de entrada as características da seção transversal, do concreto, do aço, disposição das armaduras longitudinais e valores do esforço normal e do momento fletor aplicado.

Com isso, pode-se ver em qual domínio a seção de concreto se encontra, bem como a profundidade da linha neutra, a deformação específica do concreto e as deformações específicas nas camadas de armadura.

De posse desses dados, foi utilizada a formulação do Caltrans [20] (item 3.1.3) para a determinação da capacidade local de deslocamento, com o objetivo de comparar os deslocamentos sofridos pela seção com o deslocamento máximo permitido para a mesma.

A Tabela 11.2.3.1 ilustra os valores de capacidade de deslocamento encontrados para cada caso analisado. Os casos em que os valores encontrados não atingiram um valor maior ou igual ao valor limite de 9,12 cm encontram-se grifados em rosado.

Caso	Arm. Long	Estribo	Força Normal [kN]	$\Delta c$ [cm]	Níveis
1	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c 20	0,00	67,74	Fl. Simples
2	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c 20	-1454,00	8,42	Nível 1
3	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c 20	-2908,00	4,49	Nível 2
4	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 6,3 c 20	-4363,00	2,82	Nível 3
5	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 10 c 10	0,00	92,68	Fl. Simples
6	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 10 c 10	-1454,00	59,47	Nível 1
7	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 10 c 10	-2908,00	36,94	Nível 2
8	8 $\phi$ 12,5	$\phi$ 10 c 10	-4363,00	9,74	Nível 3
9	12 $\phi$ 16	$\phi$ 6,3 c 20	0,00	39,73	Fl. Simples
10	12 $\phi$ 16	$\phi$ 6,3 c 20	-1631,00	7,27	Nível 1
11	12 $\phi$ 16	$\phi$ 6,3 c 20	-3261,00	4,49	Nível 2
12	12 $\phi$ 16	$\phi$ 6,3 c 20	-4892,00	2,82	Nível 3
13	12 $\phi$ 16	$\phi$ 10 c 10	0,00	100,30	Fl. Simples
14	12 $\phi$ 16	$\phi$ 10 c 10	-1631,00	48,45	Nível 1
15	12 $\phi$ 16	$\phi$ 10 c 10	-3261,00	29,82	Nível 2
16	12 $\phi$ 16	$\phi$ 10 c 10	-4892,00	7,95	Nível 3
16a	12 $\phi$ 16	2 $\phi$ 10 c 10	-4892,00	16,15	Nível 3
17	20 $\phi$ 25	$\phi$ 6,3 c 20	0,00	13,78	Fl. Simples
18	20 $\phi$ 25	$\phi$ 6,3 c 20	-2588,00	8,60	Nível 1
19	20 $\phi$ 25	$\phi$ 6,3 c 20	-5176,00	4,49	Nível 2
20	20 $\phi$ 25	$\phi$ 6,3 c 20	-7764,00	2,82	Nível 3
21	20 $\phi$ 25	$\phi$ 10 c 10	0,00	37,30	Fl. Simples
22	20 $\phi$ 25	$\phi$ 10 c 10	-2588,00	21,43	Nível 1
23	20 $\phi$ 25	$\phi$ 10 c 10	-5176,00	17,35	Nível 2
24	20 $\phi$ 25	$\phi$ 10 c 10	-7764,00	12,95	Nível 3

Tabela 11.2.3.1: Resultados de capacidade de deslocamento

De acordo com a tabela acima, pôde-se notar que os casos de flexão simples obtiveram resultados sempre satisfatórios no que diz respeito à deslocabilidade da estrutura, ou seja, sua capacidade de deslocamento excedeu o valor de 9,12cm. Os casos de nível 1, 2 e 3 apenas se tornaram satisfatórios com o reforço da armadura transversal (ligeiramente inferior à exigida pelo detalhamento especial).

Como o caso 16 não obteve resultado satisfatório nem com o reforço da armadura transversal, foi criado um novo caso, intitulado 16a, com a armadura de estribo ainda mais reforçada: 2 $\phi$ 10 c.10 (superior à exigida pelo detalhamento especial).

Observou-se que a ductilidade foi diminuindo do nível 1 ao nível 3, devido ao fato da seção de concreto estar sendo solicitada por forças normais cada vez maiores (configurações de ruptura cada vez menos dúcteis).

O principal agente responsável pela atribuição de uma maior capacidade de deslocamento dúctil ao elemento estrutural é o grau de confinamento do concreto nas regiões de formação de rótulas plásticas, e não o aumento da armadura longitudinal de flexão. Para esta última, o dimensionamento dentro dos domínios referentes à peças subarmadas deve ser respeitado. Assim, o cintamento dos elementos ditos dúcteis é fundamental em estruturas sujeitas a ações sísmicas.

Foi montada também uma tabela que mostra a relação entre as curvaturas última e elástica, a fim de determinar a ductilidade que a seção apresenta em cada caso analisado.

Conforme mencionado anteriormente, um dimensionamento convencional deve possuir ductilidade  $R > 3,5$ , de acordo com a ACI 318-08 [28]. Os casos em que a ductilidade não atingiu um valor maior ou igual ao valor limite de 3,5 encontram-se grifados em rosado.

A referida tabela encontra-se abaixo:

Caso	$\phi_y$ (1/m)	$\phi_u$ (1/m)	Ductilidade ( $\phi_u/\phi_y$ )	Níveis
1	0,0244	0,1800	7,38	Fl. Simples
2	0,0167	0,0167	1,00	Nível 1
3	0,0089	0,0089	1,00	Nível 2
4	0,0056	0,0056	1,00	Nível 3
5	0,0244	0,2500	10,25	Fl. Simples
6	0,0167	0,1600	9,58	Nível 1
7	0,0089	0,1000	11,24	Nível 2
8	0,0056	0,0250	4,46	Nível 3
9	0,0278	0,1000	3,60	Fl. Simples
10	0,0144	0,0144	1,00	Nível 1
11	0,0089	0,0089	1,00	Nível 2
12	0,0056	0,0056	1,00	Nível 3
13	0,0278	0,2700	9,71	Fl. Simples
14	0,0144	0,1300	9,03	Nível 1
15	0,0089	0,0800	8,99	Nível 2
16	0,0056	0,0056	1,00	Nível 3
16a	0,0056	0,0430	7,68	Nível 3
17	0,0233	0,0290	1,24	Fl. Simples
18	0,0124	0,0190	1,53	Nível 1
19	0,0089	0,0089	1,00	Nível 2
20	0,0056	0,0056	1,00	Nível 3
21	0,0233	0,0950	4,08	Fl. Simples
22	0,0124	0,0550	4,44	Nível 1
23	0,0089	0,0450	5,06	Nível 2
24	0,0056	0,0340	6,07	Nível 3

Tabela 11.2.3.2: Valores das curvaturas elástica  $\phi_y$  e última  $\phi_u$  e ductilidade

## 12. O CONCRETO CONFINADO E RÓTULAS PLÁSTICAS

No dimensionamento de pilares constituídos de concreto armado, que leva em conta os efeitos do sismo, as regiões de formação da rótula plástica precisam ser cuidadosamente detalhadas para a ductilidade. A ductilidade adequada de membros de concreto armado também se faz necessária para assegurar a redistribuição dos momentos.

A consideração de projeto mais importante para a ductilidade das regiões de rótula plástica é a previsão de armadura transversal suficiente em forma de espiral ou de estribos, para dar confinamento ao concreto comprimido, e prevenir a flambagem da armadura

longitudinal, além de prevenir rupturas devidas ao cisalhamento. Falhas devidas à ancoragem insuficiente também devem ser prevenidas.

Rótula plástica é uma idealização do comportamento estrutural de um elemento onde ocorre a rotação plástica de uma seção inicialmente rígida, após o esgotamento de sua capacidade de deformação elástica. Este termo é atribuído a um trecho do elemento que adquire tal característica. No caso de estruturas de concreto armado, este comportamento se dá pela maior deformabilidade atribuída ao concreto como resultado do seu confinamento entre armaduras transversais.

Um confinamento eficiente do concreto comprimido se torna necessário se a coluna em questão tiver que trabalhar com uma capacidade plástica de rotação razoável para preservar a resistência à flexão, bem como altas capacidades de curvatura.

De acordo com MANDER et al. [24], *quanto maior a carga axial de compressão na coluna, maior a necessidade de confinamento para se garantir um bom desempenho dúctil. Isso se deve ao fato de que uma carga axial elevada significa uma grande profundidade da linha neutra, o que resulta em uma maior dependência entre a resistência à flexão da coluna e a distribuição de tensão no concreto comprimido.*

Vários modelos teóricos para a determinação do comprimento das rótulas plásticas têm sido desenvolvidos ao longo dos anos. Contudo, a equação mais utilizada em projetos de estruturas sujeitas à ações sísmicas é aquela proposta por PRIESTLEY e PARK [23] após a realização de diversos experimentos. Trata-se da seguinte expressão empírica:

$$L_p = 0,08 \cdot L + 0,022 \cdot f_{yk} \cdot d_s \quad (12.1)$$

onde,

$L_p$  e  $L$  são respectivamente o comprimento da rótula plástica e da coluna, em mm;

$f_{yk}$  é a resistência característica do aço da armadura mais tracionada, em MPa;

$d_s$  é o diâmetro adotado para as barras que compõem a armadura longitudinal, em mm.

O SDC [22] determina um limite inferior na consideração do comprimento teórico das rótulas plásticas:

$$L_p \geq 0,044 \cdot f_{yk} \cdot d_s \quad (12.2)$$

É importante observar que estas expressões somente são válidas para análises considerando a hipótese de carregamento lateral estático monotônico, com força axial constante. Para uma avaliação da estrutura frente à carregamentos cíclicos e/ou força axial variável, outros métodos, mais sofisticados, devem ser considerados.

### **13. CONCLUSÕES**

O principal objetivo do trabalho foi o de estudar o comportamento dúctil de uma coluna da Ponte Potengi, submetida a ações sísmicas. Para tal estudo, foram realizadas análises paramétricas com variação de força normal, armadura longitudinal e transversal.

A principal conclusão que pode ser tirada do estudo é a forma direta como a ductilidade de uma peça comprimida se relaciona com o grau de confinamento do concreto, obtido através da armadura transversal.

### **14. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

No presente trabalho, foi realizado um dimensionamento da coluna considerado pela ACI 318-08 um dimensionamento convencional (ver capítulo 9).

Notou-se que, para um determinado grau de armadura transversal, a coluna não satisfaz a mínima capacidade de deslocamento. Sugere-se, então, que sejam realizados estudos levando-se em conta um dimensionamento em nível especial, a fim de avaliar os diferentes graus de armadura transversal a serem adotados para que a coluna atinja um valor mínimo de ductilidade.

A determinação da ductilidade global dos pórticos considerando a participação dos elementos de fundação também deve ser tratada com maior aprofundamento. As características do solo do terreno de fundação e sua influência frente ao desempenho das estruturas ao longo de um sismo também devem ser consideradas para que tenhamos um projeto mais realista e preciso do que temos quando consideramos, apenas, vínculos perfeitamente indeslocáveis, como feito neste trabalho.

Outra sugestão é a de se estudar os outros modelos para o concreto confinado oferecidos pelo programa KSU\_RC, além da realização de análises para fins comparativos.

## 15. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), NBR 15421 – Projeto de Estruturas Resistentes a Sismos - Procedimento. Rio de Janeiro, 2006.
- [2] SANTOS, S. H. C., SOUZA LIMA, S., Consideração das Forças Sísmicas em Projetos de Pontes para o Brasil; Congresso de Pontes e Estruturas, Rio de Janeiro, 2005.
- [3] GEOFORSCHUNGSZENTRUM-POTSDAM, Global Seismic Hazard Map.; [www.gfz-potsdam.de/pb5/pb53/projects/en/gshap/menue\\_gshap\\_e.html](http://www.gfz-potsdam.de/pb5/pb53/projects/en/gshap/menue_gshap_e.html) , Deutchland, 1999.
- [4] GOMES, R. R. S., Verificação de Uma Ponte Rodoviária Para a Ação de Sismo; Trabalho Final de Graduação, DME-POLI-UFRJ, Rio de Janeiro, 2006.
- [5] AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS (AASHTO), LRFD Bridge Design Specifications; First Edition, Washington, 2006.
- [7] BUCHAIM, R., A Influência da Não-Linearidade Física do Concreto Armado na Rigidez à Flexão e na Capacidade de Rotação Plástica; Tese de Doutorado, POLI-USP, São Paulo, 2001.
- [8] CASTRO, F. M. O., Análise Plástica de Pórticos de Concreto Armado Submetidos a Ações Sísmicas Segundo Critérios de Ductilidade; Trabalho Final de Graduação, DME-POLI-UFRJ, Rio de Janeiro, 2008.
- [9] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), NBR6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- [10] DICLELI, M., Computer-Aided Limit States Design of Bridge Abutments; Electronic Journal of Structural Engineering ([www.ejse.org](http://www.ejse.org)), ISSN 1443-9255, Volume 1, Número 1, 2001.
- [11] ESMAEILY, A., XIAO, Y., Seismic Behavior of Bridge Columns Subjected to Various Loading Patterns, Dezembro de 2002.
- [12] FEDERATION INTERNATIONALE DU BETON (FIB), Fib Bulletin I: Structural Concrete – Textbook on Behavior, Design and Performance; ISBN 978-2-88394-041-3, Volume 1, 1999.
- [13] VASCONCELOS, A. C., Critérios para Dispensa de Consideração do Efeito de 2ª Ordem; Reunião Anual do IBRACON: Colóquio Sobre Estabilidade Global das Estruturas de Concreto Armado. 22 a 26 de Julho de 1985. Anais.
- [14] FONTANA, L. A., Avaliação da Não-Linearidade Física na Estabilidade Global de Edifícios de Concreto Armado; Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2006.
- [16] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT), NBR 8681 – Ações e Segurança nas Estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

[17] INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO – IBRACON, Comentários Técnicos e Exemplos de Aplicação da NB-1: Procedimento NBR6118:2003; Editora IBRACON, São Paulo, 2007.

[18] MONTOYA, P. J., MESEGUER, A. G., CABRÉ, F. M., Hormigón Armado, Tomos I e II, Editorial Gustavo Gili, Barcelona, 1979.

[19] ZANDONÁ, C. A. W., OLIVEIRA, M. F. F., MARINO, M. A., SCHEER, S., Oblíqua 1.0; Centro de Estudos em Engenharia Civil da UFPR; [www.cesec.ufpr.br/concretoarmado](http://www.cesec.ufpr.br/concretoarmado)

[20] California Department of Transportation (Caltrans); [www.dot.ca.gov](http://www.dot.ca.gov)

[21] California Department of Transportation (Caltrans) Seismic Advisory Board; The Race to Seismic Safety.; [www.dot.ca.gov](http://www.dot.ca.gov), December, 2003.

[22] California Department of Transportation (Caltrans) Office of Earthquake Engineering; Seismic Design Criteria, Version 1.4; [www.dot.ca.gov](http://www.dot.ca.gov), June, 2006.

[23] PRIESTLEY, M. J. N., PARK, R., Strength and Ductility of Concrete Bridges Columns under Seismic Loading; ACI Structural Journal, 1984.

[24] MANDER, J. B., PRIESTLEY, M. J. N., PARK, R., Theoretical Stress-Strain Model For Confined Concrete; Journal of Structural Engineering, ASCE, Volume 114, Nº 8, 1988.

[25] ESMAEILY, A., KSU\_RC – Moment-Curvature, Force-Deflection and Interaction Analysis (Hysteretic Response) For Reinforced Concrete Members; Version 1.0.5, [www-personal.ksu.edu/~asad/](http://www-personal.ksu.edu/~asad/) ; [asad@ksu.edu](mailto:asad@ksu.edu)

[26] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT)., NB-1 – Projeto e Execução de Obras de Concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 1978.

[27] PAULAY, T., PRIESTLEY, M. J. N., Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings. Editora John Wiley & Sons, Inc., Canada, 1992.

[28] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI), Committee 318, 2005. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-05) and Commentary (ACI 318R-05). Farmington Hills, Michigan: American Concrete Institute, 2008.

[29] SOUZA LIMA, S., SANTOS, S. H. C. Análise Dinâmica das Estruturas. Editora Ciência Moderna, Rio de Janeiro, 2008.

## **ANEXO**

### **CÁLCULOS DA CAPACIDADE DE DESLOCAMENTO DA COLUNA PARA CADA CASO ANALISADO**

**Projeto Final**

Altura do pilar:  $L := 5.5\text{m}$        $\text{cob} := 5\text{cm}$

Dimensões da seção transversal:  $b := 50\text{cm}$        $h := 50\text{cm}$        $d := h - \text{cob} = 0.45\text{m}$

**Caso 1** ( $A_s = 8 \phi 12,5 / A_{sw/s} = \phi 6,3 \text{ c. } 20 / N = 0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -1 \qquad \epsilon_{s1} := 10$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0244 \frac{1}{\text{m}} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.18\text{m}^{-1} \qquad \phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2} \qquad L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75\text{m} \qquad L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.062\text{m} \qquad \Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.062\text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.156 \frac{1}{\text{m}} \qquad \phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.156 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.117 \qquad \theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.117$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.277\text{m} \qquad \Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.277\text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 33.87 \cdot \text{cm} \qquad \Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 33.87 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 67.741 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12\text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases} \qquad \text{Condição} = \text{"ok"}$$

**Caso 2** ( $A_s = 8 \phi 12,5 / A_{sw/s} = \phi 6,3 \text{ c. } 20 / N = -1454,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5$$

$$\epsilon_{s1} := 4$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0167 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.0167 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.042 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.042 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 3.333 \times 10^{-5} \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 3.333 \times 10^{-5} \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 2.5 \times 10^{-5}$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 2.5 \times 10^{-5}$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 5.9 \times 10^{-5} \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 5.9 \times 10^{-5} \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 4.207 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 4.207 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 8.415 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"não ok"}$$

**Caso 3** ( $A_s = 8 \phi 12,5 / A_{sw/s} = \phi 6,3 \text{ c. } 20 / N = -2908,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5$$

$$\epsilon_{s1} := 0.5$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0089 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.0089 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.022 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.022 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 1.111 \times 10^{-5} \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 1.111 \times 10^{-5} \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 8.333 \times 10^{-6}$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 8.333 \times 10^{-6}$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 2 \times 10^{-5} \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 2 \times 10^{-5} \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 2.243 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 2.243 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 4.485 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Condição = "não ok"

**Caso 4** ( $A_s = 8 \phi 12,5 / A_{sw/s} = \phi 6,3 \text{ c. } 20 / N = -4363,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.2$$

$$\epsilon_{s1} := -0.68$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0056 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.0056 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.014 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.014 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 1.412 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 1.412 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 2.823 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"não ok"}$$

Caso 5 ( $A_s = 8 \phi 12,5 / A_{sw/s} = \phi 10 \text{ c. } 10 / N = 0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -1$$

$$\epsilon_{s1} := 10$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0244 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.25 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.062 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.062 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.226 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.226 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.169$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.169$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.402 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.402 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 46.339 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 46.339 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 92.678 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"ok"}$$

**Caso 6** ( $A_s = 8 \phi 12,5 / A_{sw/s} = \phi 10 \text{ c. } 10 / N = -1454,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5$$

$$\epsilon_{s1} := 4$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0167 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.16 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.042 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.042 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.143 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.143 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.108$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.108$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.255 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.255 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 29.733 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 29.733 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 59.465 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"ok"}$$

**Caso 7** ( $A_s = 8 \phi 12,5 / A_{sw/s} = \phi 10 \text{ c. } 10 / N = -2908,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5$$

$$\epsilon_{s1} := 0.5$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0089 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.10 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.022 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.022 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.091 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.091 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.068$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.068$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.162 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.162 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 18.47 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 18.47 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 36.94 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"ok"}$$

**Caso 8** ( $A_s = 8 \phi 12,5 / A_{sw/s} = \phi 10 \text{ c. } 10 / N = -4363,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.2$$

$$\epsilon_{s1} := -0.68$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0056 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.025 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.014 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.014 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.019 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.019 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.015$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.015$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.035 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.035 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 4.867 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 4.867 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 9.735 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"ok"}$$

**Caso 9** ( $A_s = 12 \phi 16 / A_{sw/s} = \phi 6,3 \text{ c. } 20 / N = 0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -2.5$$

$$\epsilon_{s1} := 10$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0278 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.1 \text{ m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{ m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.07 \text{ m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.07 \text{ m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.072 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.072 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.054$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.054$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.129 \text{ m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.129 \text{ m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 19.867 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 19.867 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 39.734 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{ cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"ok"}$$

**Caso 10** ( $A_s = 12 \phi 16 / A_{sw/s} = \phi 6,3 \text{ c. } 20 / N = -1631,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5$$

$$\epsilon_{s1} := 3$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0144 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.0144 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.036 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.036 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = -4.444 \times 10^{-5} \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = -4.444 \times 10^{-5} \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = -3.333 \times 10^{-5}$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = -3.333 \times 10^{-5}$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = -7.917 \times 10^{-5} \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = -7.917 \times 10^{-5} \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 3.633 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 3.633 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 7.267 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"não ok"}$$

**Caso 11** ( $A_s = 12 \phi 16 / A_{sw/s} = \phi 6,3 \text{ c. } 20 / N = -3261,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5$$

$$\epsilon_{s1} := 0.5$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0089 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.0089 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.022 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.022 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 1.111 \times 10^{-5} \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 1.111 \times 10^{-5} \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 8.333 \times 10^{-6}$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 8.333 \times 10^{-6}$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 1.979 \times 10^{-5} \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 1.979 \times 10^{-5} \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 2.243 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 2.243 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 4.485 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"não ok"}$$

**Caso 12** ( $A_s = 12 \phi 16 / A_{sw/s} = \phi 6,3 \text{ c. } 20 / N = -4892,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.2$$

$$\epsilon_{s1} := -0.68$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0056 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.0056 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.014 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.014 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 1.412 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 1.412 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 2.823 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Condição = "não ok"

**Caso 13** ( $A_s = 12 \phi 16 / A_{sw/s} = \phi 10 \text{ c. } 10 / N = 0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -2.5 \quad \epsilon_{s1} := 10$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0278 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.27 \text{m}^{-1} \quad \phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2} \quad L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.07 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.07 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.242 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.242 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.182$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.182$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.431 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.431 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 50.148 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 50.148 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 100.296 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Condição = "ok"

**Caso 14** ( $A_s = 12 \phi 16 / A_{sw/s} = \phi 10 \text{ c. } 10 / N = -1631,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5$$

$$\epsilon_{s1} := 3$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0144 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.13 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.036 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.036 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.116 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.116 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.087$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.087$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.206 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.206 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 24.225 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 24.225 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 48.449 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"ok"}$$

**Caso 15** ( $A_s = 12 \phi 16 / A_{sw/s} = \phi 10 \text{ c. } 10 / N = -3261,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5$$

$$\epsilon_{s1} := 0.5$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0089 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.08 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.022 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.022 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.071 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.071 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.053$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.053$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.127 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.127 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 14.907 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 14.907 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 29.815 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Condição = "ok"

**Caso 16** ( $A_s = 12 \phi 16 / A_{sw/s} = \phi 10 \text{ c. } 10 / N = -4892,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\varepsilon_c := -3.2$$

$$\varepsilon_{s1} := -0.68$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\varepsilon_c + \varepsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0056 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.02 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.014 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.014 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.014 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.014 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.011$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.011$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.026 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.026 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 3.977 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 3.977 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 7.953 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"não ok"}$$

**Caso 16a** ( $A_s = 12 \phi 16 / A_{sw/s} = \phi 10 \text{ c. } 5 / N = -4892,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.2$$

$$\epsilon_{s1} := -0.68$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0056 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.043 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.014 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.014 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.037 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.037 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.028$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.028$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.067 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.067 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 8.074 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 8.074 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 16.147 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"ok"}$$

**Caso 17** ( $A_s = 20 \phi 25 / A_{sw/s} = \phi 6,3 \text{ c. } 20 / N = 0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5$$

$$\epsilon_{s1} := 7.0$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0233 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.029 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.059 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.059 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 5.667 \times 10^{-3} \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 5.667 \times 10^{-3} \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 4.25 \times 10^{-3}$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 4.25 \times 10^{-3}$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.01 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.01 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 6.891 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 6.891 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 13.783 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Condição = "ok"

**Caso 18** ( $A_s = 20 \phi 25 / A_{sw/s} = \phi 6,3 \text{ c. } 20 / N = -2588,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5$$

$$\epsilon_{s1} := 2.07$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0124 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.019 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.031 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.031 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 6.622 \times 10^{-3} \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 6.622 \times 10^{-3} \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 4.967 \times 10^{-3}$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 4.967 \times 10^{-3}$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.012 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.012 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 4.3 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 4.3 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 8.6 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Condição = "não ok"

**Caso 19** ( $A_s = 20 \phi 25 / A_{sw/s} = \phi 6,3 \text{ c. } 20 / N = -5176,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5$$

$$\epsilon_{s1} := 0.5$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0089 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.0089 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.022 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.022 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 1.111 \times 10^{-5} \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 1.111 \times 10^{-5} \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 8.333 \times 10^{-6}$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 8.333 \times 10^{-6}$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 1.979 \times 10^{-5} \text{m} \quad \Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 1.979 \times 10^{-5} \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 2.243 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 2.243 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 4.485 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Condição = "não ok"

**Caso 20** ( $A_s = 20 \phi 25 / A_{sw}/s = \phi 6,3 \text{ c. } 20 / N = -7764,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\varepsilon_c := -3.2$$

$$\varepsilon_{s1} := -0.68$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\varepsilon_c + \varepsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0056 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.0056 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.014 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.014 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 1.412 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 1.412 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 2.823 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Condição = "não ok"

**Caso 21** ( $A_s = 20 \phi 25 / A_{sw/s} = \phi 10 \text{ c. } 10 / N = 0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5$$

$$\epsilon_{s1} := 7.0$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0233 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.095 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.059 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.059 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.072 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.072 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.054$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.054$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.128 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.128 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 18.648 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 18.648 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 37.295 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"ok"}$$

**Caso 22** ( $A_s = 20 \phi 25 / A_{sw/s} = \phi 10 \text{ c. } 10 / N = -2588,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5$$

$$\epsilon_{s1} := 2.07$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0124 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.055 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.031 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.031 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.043 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.043 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.032$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.032$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.076 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.076 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 10.712 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 10.712 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 21.425 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"ok"}$$

**Caso 23** ( $A_s = 20 \phi 25 / A_{sw/s} = \phi 10 \text{ c. } 10 / N = -5176,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.5$$

$$\epsilon_{s1} := 0.5$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0089 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.045 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.022 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.022 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.036 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.036 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.027$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.027$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.064 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.064 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 8.673 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 8.673 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 17.346 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"ok"}$$

**Caso 24** ( $A_s = 20 \phi 25 / A_{sw/s} = \phi 10 \text{ c. } 10 / N = -7764,0 \text{ kN}$ )

- Valores de entrada:

Da planilha de flexão composta:

$$\epsilon_c := -3.2$$

$$\epsilon_{s1} := -0.68$$

$$\phi_{Y1} := \frac{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}}{d \cdot 1000} = 0.0056 \frac{1}{m} \quad \phi_{Y2} := \phi_{Y1}$$

Do programa KSU\_RC:

$$\phi_{u1} := 0.034 \text{m}^{-1}$$

$$\phi_{u2} := \phi_{u1}$$

$$L_1 := \frac{L}{2}$$

$$L_2 := L_1$$

- Cálculo da capacidade local de deslocamento, considerando barra biengastada:

$$L_{p1} := 1.5 \cdot b = 0.75 \text{m}$$

$$L_{p2} := L_{p1}$$

$$\Delta_{Y1} := \frac{L_1^2}{3} \cdot \phi_{Y1} = 0.014 \text{m}$$

$$\Delta_{Y2} := \frac{L_2^2}{3} \cdot \phi_{Y2} = 0.014 \text{m}$$

$$\phi_{p1} := \phi_{u1} - \phi_{Y1} = 0.028 \frac{1}{m}$$

$$\phi_{p2} := \phi_{u2} - \phi_{Y2} = 0.028 \frac{1}{m}$$

$$\theta_{p1} := L_{p1} \cdot \phi_{p1} = 0.021$$

$$\theta_{p2} := L_{p2} \cdot \phi_{p2} = 0.021$$

$$\Delta_{p1} := \theta_{p1} \cdot \left( L_1 - \frac{L_{p1}}{2} \right) = 0.051 \text{m}$$

$$\Delta_{p2} := \theta_{p2} \cdot \left( L_2 - \frac{L_{p2}}{2} \right) = 0.051 \text{m}$$

Logo:

$$\Delta_{c1} := \Delta_{Y1} + \Delta_{p1} = 6.47 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_{c2} := \Delta_{Y2} + \Delta_{p2} = 6.47 \cdot \text{cm}$$

$$\Delta_c := \Delta_{c1} + \Delta_{c2} = 12.941 \cdot \text{cm}$$

$$\text{Condição} := \begin{cases} \text{"ok"} & \text{if } (\Delta_c \geq 9.12 \text{cm}) \\ \text{"não ok"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Condição} = \text{"ok"}$$