



GERAÇÃO DE ACELEROGRAMAS SÍSMICOS ARTIFICIAIS COMPATÍVEIS COM UM ESPECTRO DE RESPOSTA

Rodrigo Mendonça Ribeiro Rodrigues

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientadores:

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Silvio de Souza Lima

Rio de Janeiro
Novembro de 2012

GERAÇÃO DE ACELEROGRAMAS SÍSMICOS ARTIFICIAIS COMPATÍVEIS
COM UM ESPECTRO DE RESPOSTA

Rodrigo Mendonça Ribeiro Rodrigues

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO
DE ENGENHARIA CIVIL DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO CIVIL.

Examinado por:

Prof. Sergio Hampshire de Carvalho Santos, D. Sc., EP/UFRJ

Prof. Silvio de Souza Lima, D. Sc., EP/UFRJ

Prof. Ricardo Valeriano Alves, D.Sc., EP/UFRJ

Prof. Bruno Martins Jacovazzo, D.Sc., EP/UFRJ

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

NOVEMBRO DE 2012

Rodrigues, Rodrigo Mendonça Ribeiro

Geração de acelerogramas sísmicos artificiais compatíveis com um espectro de resposta / Rodrigo Mendonça Ribeiro Rodrigues. – Rio de Janeiro: UFRJ/Escola Politécnica, 2012.

XII, 68 p.: Il.; 29,7 cm.

Orientadores: Sergio Hampshire de Carvalho Santos e Silvio de Souza Lima

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/ Curso de Engenharia Civil, 2012.

Referências Bibliográficas: p. 65-68.

1. Geração de Sismos Artificiais. 2. Espectros de Resposta. 3. Correção de Linha de Base 4. Análise Dinâmica. I. Santos, Sergio Hampshire de Carvalho, et al. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia Civil. III. Título.

“À minha família”

AGRADECIMENTOS

Agradeço sobremaneira à minha mãe, Leda Rodrigues, por absolutamente tudo o que fez até o dia de hoje, por me educar, me guardar, me corrigir e, principalmente, por se dedicar com todas as suas forças ao meu sucesso.

Agradeço, do mesmo modo, ao meu irmão, Breno Rodrigues, simplesmente por ser quem é: meu primeiro e melhor amigo, meu espelho e meu protetor.

Agradeço, especialmente, à minha namorada, Echilly Lima, pelo apoio incondicional, paciência, companhia, carinho e incentivo nas horas mais difíceis dessa jornada.

A toda a minha família, pelo cuidado, suporte e carinho.

Aos meus amigos, companheiros de estrada, por dividir comigo sorrisos e lágrimas ao longo de toda a minha vida.

Agradeço também aos meus mestres pelas experiências de vida e conhecimentos compartilhados.

Agradeço, acima de tudo, a Deus, por ter me proporcionado boas oportunidades e por ter me sustentado desde sempre para que eu trabalhe em prol dos meus objetivos.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Civil.

GERAÇÃO DE ACELEROGRAMAS SÍSMICOS ARTIFICIAIS COMPATÍVEIS COM UM ESPECTRO DE RESPOSTA

Rodrigo Mendonça Ribeiro Rodrigues

Novembro/2012

Orientadores: Sergio Hampshire de Carvalho Santos, Silvio de Souza Lima.

Curso: Engenharia Civil

Para a análise sísmica de estruturas através da integração da equação do movimento, tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência, são necessários registros sísmicos de acelerações do solo apropriados para a localidade de interesse. De forma a garantir a segurança nesta análise para estruturas de diversas frequências naturais e também para considerar o caráter aleatório intrínseco aos terremotos, são requisitados conjuntos estatisticamente independentes de acelerogramas para direções horizontais ortogonais (e eventualmente verticais) que se ajustem ao espectro de resposta regulamentar do projeto. Além disso, os históricos de acelerações gerados artificialmente devem reter as características básicas de eventos sísmicos reais, no seu conteúdo de frequências, no seu caráter de evolução temporal de intensidade, na sua duração e nos históricos de velocidades e deslocamentos deles derivados. O presente trabalho tem por objetivo apresentar uma metodologia simples e eficaz para geração de acelerogramas sísmicos artificiais, e aprofundar os estudos sobre o impacto dos requisitos atuais da norma brasileira sobre este processo.

Palavras-chave: Sismos Artificiais, Análise Dinâmica, Espectro de Resposta, Correção de Linha de Base, Histórico de Acelerações, Geração no Domínio da Frequência.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

ARTIFICIAL EARTHQUAKE TIME-HISTORIES GENERATION MATCHING A RESPONSE SPECTRUM

Rodrigo Mendonça Ribeiro Rodrigues

November/2012

Advisors: Sergio Hampshire de Carvalho Santos, Silvio de Souza Lima

Course: Civil Engineering

For the seismic analysis of structures through direct-integration of motion equation, in either time domain or frequency domain, seismic records of soil acceleration fitted to the local in concern are necessary. In order to assure safety in this approach for structures with different natural frequencies and also to consider the random character intrinsic to earthquakes, statistically independent sets of acceleration time-histories for two orthogonal horizontal directions (and often a vertical direction) that match the design response spectrum are requested. Nonetheless, the generated accelerograms shall retain the basic characteristics of real seismic events in their frequency content, in their intensity evolution character along the time, in their duration and on the velocity and displacement time-histories derivated from them. This study aims to introduce a simple and efficient methodology for the generation of artificial earthquake time-histories and to deepen the knowledge of the impacts of the requirements of the Brazilian Standard NBR 15421:2006 on this process.

Keywords: Artificial Earthquakes, Dynamic Analysis, Response Spectra, Baseline Correction, Acceleration Time-History, Frequency Domain Generation.

ÍNDICE

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1.	GENERALIDADES	1
1.1.1.	CENÁRIO SÍSMICO NACIONAL	1
1.1.2.	CARACTERIZAÇÃO DA AÇÃO SÍSMICA	3
1.1.3.	ABORDAGENS PARA A ANÁLISE SÍSMICA	6
1.2.	MOTIVAÇÃO.....	7
1.3.	OBJETIVO	8
2.	ESPECTROS DE RESPOSTA.....	8
2.1.	CONCEITUAÇÃO DE ESPECTROS DE RESPOSTA.....	9
2.2.	ESPECTROS REGULAMENTARES DE PROJETO.....	11
2.3.	INFLUÊNCIA DA TIPOLOGIA SÍSMICA.....	15
2.4.	INFLUÊNCIA DO FATOR DE AMORTECIMENTO.....	16
2.5.	ESPECTROS DE ACELERAÇÃO VERTICAL.....	17
3.	GERAÇÃO DE ACELEROGRAMAS SÍSMICOS ARTIFICIAIS.....	18
3.1.	MOTIVAÇÃO.....	18
3.2.	METODOLOGIAS DISPONÍVEIS.....	19
3.2.1.	GERAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO	19
3.2.2.	GERAÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	21
3.3.	METODOLOGIA ADOTADA	22
3.3.1.	DURAÇÃO	23
3.3.2.	FUNÇÃO ENVOLTÓRIA	25
3.3.3.	DISCRETIZAÇÃO DOS DOMÍNIOS	27
3.3.4.	FILTRO DE FREQUÊNCIAS INICIAL	33

3.4.	AJUSTE AO ESPECTRO DE NORMA.....	35
3.4.1.	MÉTODO DE ITERAÇÃO.....	35
3.4.2.	CÁLCULO DA RESPOSTA DINÂMICA	35
3.4.3.	CRITÉRIOS DE VALIDAÇÃO DOS ACELEROGRAMAS.....	40
3.5.	CORREÇÃO DA LINHA DE BASE.....	41
3.5.1.	CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	41
3.5.2.	CORREÇÃO POR ADIÇÃO DE POLINÔMIO	43
3.5.3.	CORREÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS COM BASE NÃO-NULA	45
3.5.4.	CORREÇÃO POR COMPOSIÇÃO DE SOLUÇÕES	49
4.	EXEMPLO DE APLICAÇÃO	52
4.1.	PROGRAMA ARTQUAKE	52
4.2.	PARAMETRIZAÇÃO DO TESTE	52
4.3.	AVALIAÇÃO DO TESTE.....	53
4.3.1.	SISMO A	53
4.3.2.	SISMO B	58
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	62
5.1.	CONCLUSÃO.....	63
5.2.	DESENVOLVIMENTO FUTURO.....	63
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	65

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Distribuição das placas tectônicas.	1
Figura 2 - Mapeamento dos sismos ocorridos no Brasil.	2
Figura 3 - Mapeamento da aceleração sísmica horizontal característica no Brasil para terrenos da classe B.	3
Figura 4 - Comparação entre acelerações devidas ao sismo e vento, em função do número de pavimentos.....	4
Figura 5 - Registros de acelerações de grandes tremores.....	5
Figura 6 - Variação do espectro de resposta do projeto em função do período.	13
Figura 7 - Aparência dos espectros de resposta no EC8.....	14
Figura 8 - Diferença nos espectros de resposta dos sismos tipo 1 e tipo 2 no EC8.	16
Figura 9 - Fator de correção η em função da fração de amortecimento.....	17
Figura 10 - Componente N-S do registro do movimento horizontal do sismo de El Centro (1940).....	18
Figura 11 - Geração de acelerogramas no domínio do tempo.....	20
Figura 12 - Geração de acelerograma no domínio da frequência.....	21
Figura 13 - Correlação entre a magnitude e a duração para sismos no oeste dos EUA. 24	
Figura 14 - Função envoltória trapezoidal.....	26
Figura 15 - Comparação entre densidade de pontos no domínio da frequência.....	31
Figura 16 - Comparação entre densidade de pontos no domínio do período 32	
Figura 17 - Distribuição do PSD de acordo com as condições do solo.....	34
Figura 18 - Notação para excitação interpolada linearmente.	36
Figura 19 - Histórico de velocidades e acelerações com desvio de linha de base.....	42
Figura 20 - Correção de um acelerograma por adição de polinômio 44	
Figura 21 - Correção de um acelerograma por mínimos quadrados com linha de base não-nula 48	
Figura 22 - Correção de um acelerograma pelo método da composição de soluções 51	
Figura 23 - Históricos de aceleração, velocidade e deslocamento do sismo A..... 54	
Figura 24 - Ajuste ao espectro de acelerações do sismo A. 55	
Figura 25 - Ajuste ao espectro de velocidades do sismo A..... 55	
Figura 26 - Ajuste ao espectro de deslocamentos do sismo A. 56	
Figura 27 - Comparação entre amplitudes e PSD para o sismo A. 57	

Figura 28 - Históricos de aceleração, velocidade e deslocamento do sismo B.	59
Figura 29 - Ajuste ao espectro de acelerações do sismo B.....	59
Figura 30 - Ajuste ao espectro de velocidades do sismo B.	60
Figura 31 - Ajuste ao espectro de deslocamentos do sismo B.....	60
Figura 32 - Comparação entre amplitudes e PSD para o sismo B.....	61

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Fatores de amplificação sísmica no solo.	14
Tabela 2 - Classificação do terreno.	15
Tabela 3 - Sugestão de frequências da USNRC	29

1. INTRODUÇÃO

1.1. Generalidades

1.1.1. Cenário sísmico nacional

A crosta terrestre é dividida em extensas placas de rocha, chamadas placas tectônicas, que flutuam sobre uma camada de magma chamada astenosfera, de acordo com BUCHHOLDT (1999) ^[1], como mostra a Figura 1. A relativa fluidez do magma permite que as placas tectônicas se movimentem em diferentes direções. O principal efeito do movimento relativo entre as placas é a ocorrência dos terremotos. Ao estudo dos efeitos dos terremotos nas estruturas e ao desenvolvimento de métodos e técnicas para prever, quantificar e preparar as estruturas para resistir a esses efeitos se denomina Engenharia Sísmica.

A Engenharia Sísmica não desempenha ainda um papel de grande visibilidade no Brasil, uma vez que o país se localiza no centro da placa Sul-Americana, uma região em que terremotos acontecem com baixas frequência e intensidade, como se percebe pela Figura 2. Esta figura ilustra graficamente os sismos ocorridos no Brasil, desde a época da colonização, até 1996. Todavia, por serem comuns em diversos países do mundo, tem sido possível notar um crescente interesse internacional nesse tópico nas últimas décadas, como apontado por CORBANI (2006) ^[3].

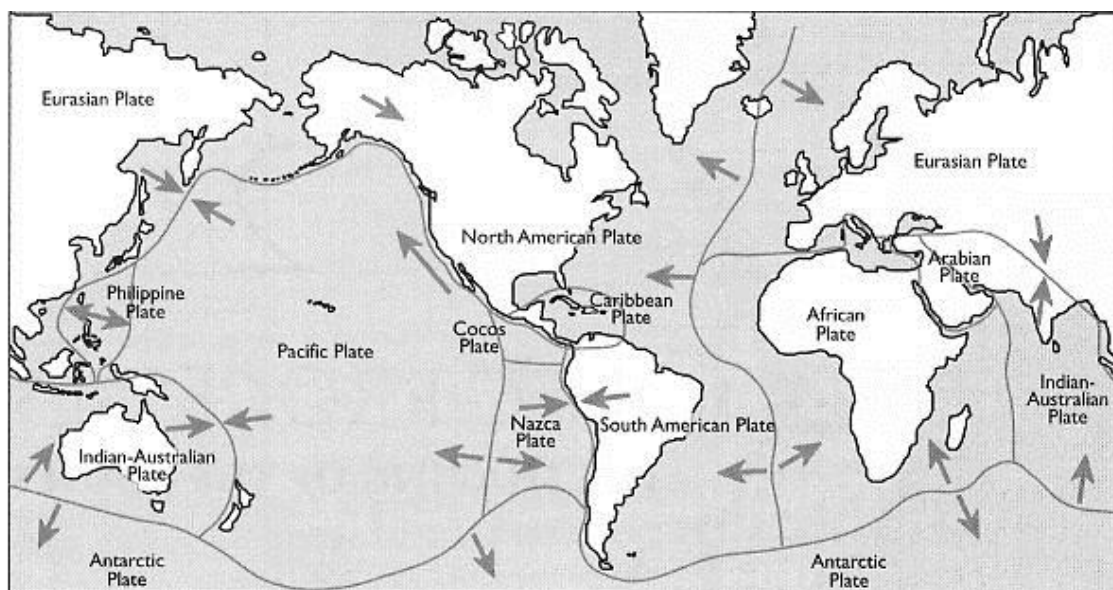


Figura 1 - Distribuição das placas tectônicas.

Fonte: <http://www.greenibis.com/edu/geo/images/tectonic-plates.jpg>.

Além disso, esse interesse é em parte uma resposta à demanda do mercado por métodos e ferramentas de análise sísmica, tipicamente para aplicação em grandes projetos de infraestrutura que podem representar alto risco à segurança em caso de falha, como usinas nucleares e barragens. Nestes projetos frequentemente é requerido se atender a normas técnicas de instituições internacionais, como as da USNRC ^[3] no caso de usinas nucleares. Nestas instituições, a análise sísmica possui um histórico de desenvolvimento e está fortemente estabelecida e integrada.

No Brasil, por outro lado, a NBR 15421:2006 ^[4] é ainda uma norma recente e que representa um grande avanço técnico e põe o Brasil numa posição mais madura no cenário sísmico internacional. Ainda assim, há muito espaço para desenvolvimento desta norma nos moldes de normas internacionais bem estabelecidas, como a europeia e as norte-americanas.

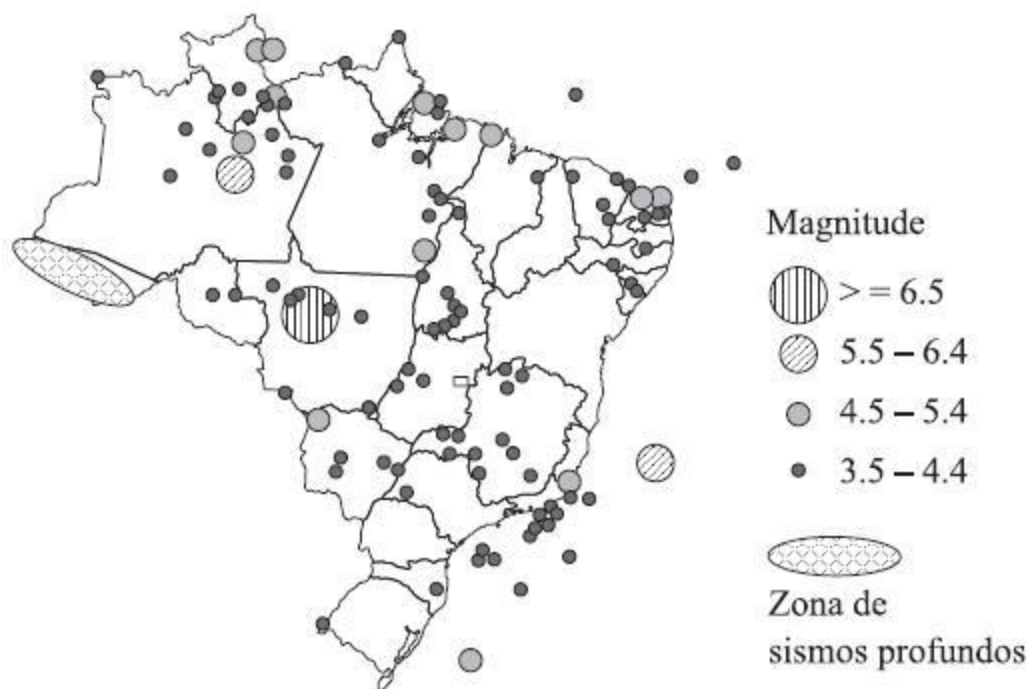


Figura 2 - Mapeamento dos sismos ocorridos no Brasil.
Fonte: www.unb.br/sis/sisbra.htm (adaptado).

1.1.2. Caracterização da ação sísmica

A NBR 15421:2006 fornece as acelerações sísmicas de projeto para as diversas regiões do Brasil através da divisão do mapa do território nacional em zonas sísmicas - regiões que têm em comum aproximadamente a mesma sísmicidade. Nota-se no mapa sísmico do Brasil, apresentado na Figura 3, que a maior parte do nosso território é englobada pela zona zero, onde, segundo a NBR 15421:2006, nenhum requisito sísmico é exigido. Todavia, existem regiões do Brasil, nomeadamente o Nordeste e a Amazônia Ocidental, com atividade sísmica não desprezível, onde a análise sísmica é requerida e pode representar uma parte importante do projeto, como mostrado por SILVA (2009) ^[5].

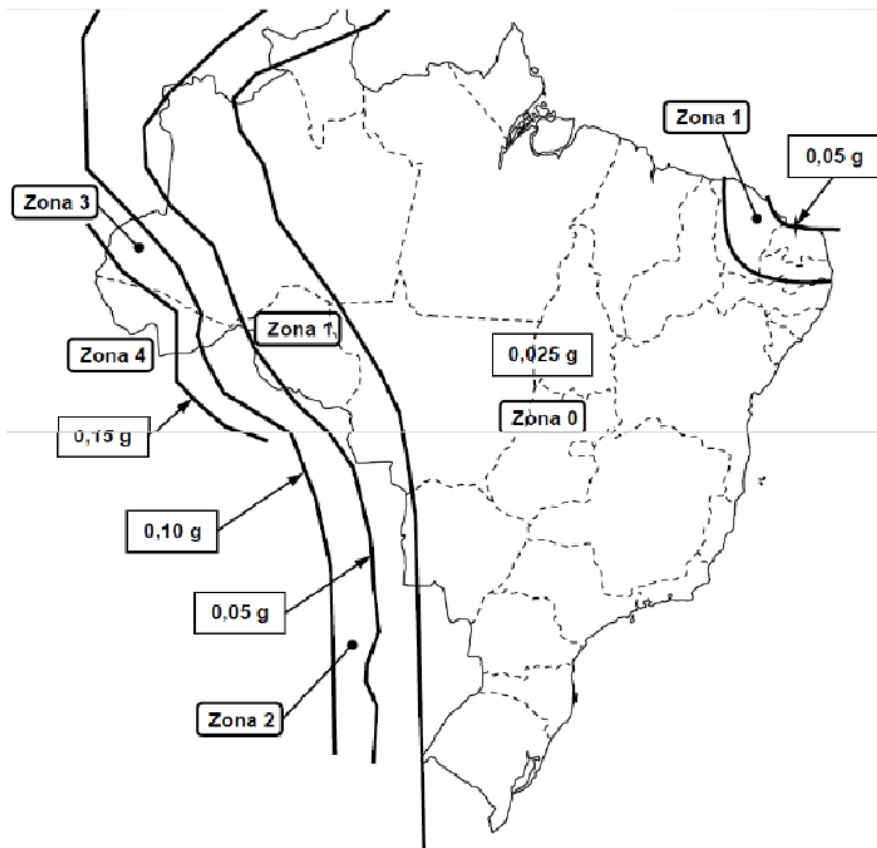


Figura 3 - Mapeamento da aceleração sísmica horizontal característica no Brasil para terrenos da classe B.
Fonte: ABNT NBR 15421:2006.

A Figura 4 mostra um comparativo entre as acelerações horizontais médias de cálculo devidas ao efeito do vento e ao efeito sísmico, em função do número de pavimentos de edifícios em uma localidade no Estado do Acre, como estudado por SANTOS e SOUZA LIMA (2005) ^[6]. Percebe-se que a importância do efeito sísmico

crece e supera o efeito do vento para edificações abaixo de 20 andares, configuração essa que representa uma parcela significativa dos projetos correntes.

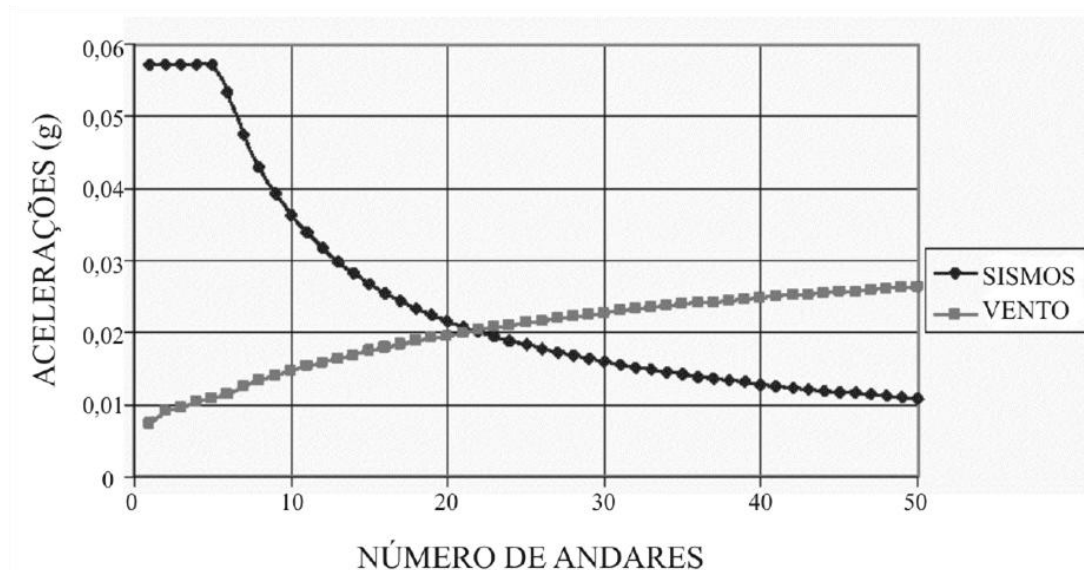


Figura 4 - Comparação entre acelerações devidas ao sismo e vento, em função do número de pavimentos.
Fonte: SANTOS e SOUZA LIMA, 2005.

Entre os obstáculos ao desenvolvimento da Engenharia Sísmica no Brasil está o próprio caráter sismológico da baixa incidência de terremotos na maior parte do nosso território. Não existem, por conta disso, registros de terremotos ocorridos em quantidade suficiente e confiáveis que possam ser estudados ou utilizados na análise para a implantação de um projeto específico.

Com base nos registros sísmicos de vários terremotos reais amplamente estudados é fácil notar a grande variabilidade das características de sismos diferentes (ver Figura 5). Esses registros são geralmente materializados na forma de históricos temporais de acelerações do solo durante o terremoto em duas direções ortogonais horizontais e a na vertical, realizados através de equipamentos chamados acelerógrafos.

Segundo GUERREIRO (2011) ^[7], a caracterização da ação sísmica por parâmetros como magnitude ou intensidade é importante para a sua quantificação como fenômeno físico, mas não é suficiente para análise da resposta de estruturas sujeitas a esse tipo de solicitação. Para a engenharia, as características mais significativas são os registros das amplitudes dos movimentos do solo (principalmente de acelerações), os conteúdos de frequência das ondas sísmicas, a duração do evento sísmico, a variação da intensidade ao longo dessa duração, a distribuição da energia tanto no domínio do tempo quanto da frequência, entre outras.

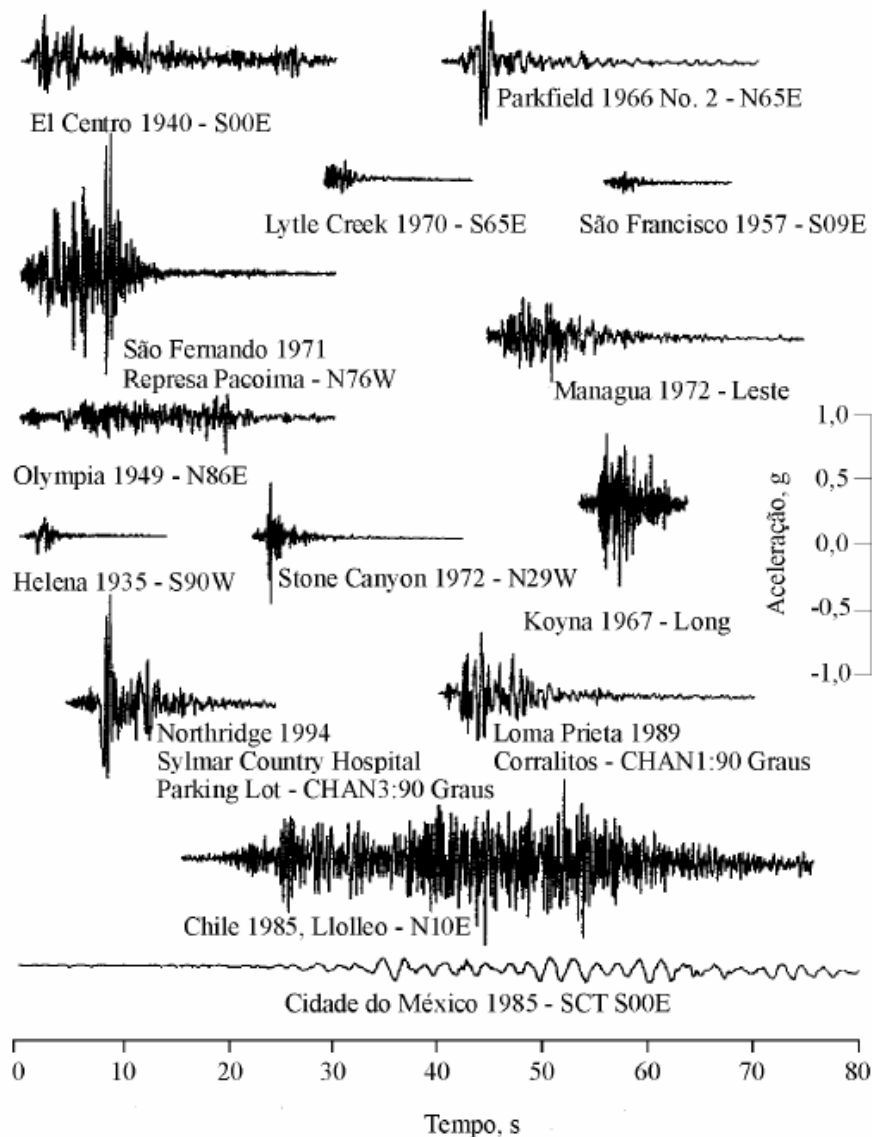


Figura 5 - Registros de acelerações de grandes tremores.
 Fonte: CHOPRA, 1995.

A medida de amplitude mais comumente utilizada para descrever um evento sísmico é a aceleração horizontal de pico (em inglês, “peak ground acceleration”), para propósitos de engenharia ^[8]. Esta pode ser obtida por meio do acelerograma, bastando identificar o maior valor absoluto da aceleração horizontal do acelerograma. A importância desse parâmetro reside em sua relação direta com as forças inerciais despertadas pelo sismo. A aceleração de pico também pode ser correlacionada com a intensidade sísmica, segundo alguns autores (p.ex., KRAMER, 1996 ^[9]).

1.1.3. Abordagens para a análise sísmica

Existem tradicionalmente duas abordagens para análise da resposta de estruturas submetidas a terremotos: através do espectro de resposta de projeto ou através de um histórico temporal de acelerações. A caracterização da ação sísmica através de um espectro de resposta não é uma representação direta da ação, através de grandezas diretamente medidas ou registros, mas sim uma representação dos seus efeitos sobre um conjunto de osciladores lineares de um grau de liberdade.

Nesse contexto, o espectro de resposta regulamentar, ou espectro de projeto, é um espectro de resposta simplificado que procura envolver o efeito de todos os terremotos com uma dada probabilidade de ocorrer numa determinada zona sísmica, especificados para uma classe de terreno e para um fator de amortecimento crítico. Por serem os espectros de projeto desenvolvidos através de análise exaustiva e cuidadosa, e por ser este um método simples e já bem estabelecido, essa é a abordagem mais comum para se realizar análises sísmicas de edifícios e demais estruturas convencionais.

Entretanto, a ação sísmica pode desenvolver esforços internos de grande intensidade, tornando inviável projetar as estruturas considerando os mesmos critérios utilizados para carregamentos usuais, devendo assim ser explorada a sua ductilidade através de uma análise não linear ^[10]. A NBR 15421:2006, assim como outras normas, apresenta o “coeficiente de modificação de resposta” para considerar, de forma indireta, essa abordagem.

Assim, a aplicação do método do espectro de resposta não é direcionada a análises não lineares. Em alguns casos, é mais indicada uma integração no tempo, passo-a-passo, e o carregamento a se considerar será obtido pelo produto das massas da estrutura pela aceleração da base. Além disso, para algumas classes de estruturas mais críticas ou diferenciadas, como usinas nucleares, barragens e edifícios muito altos, uma análise temporal é necessariamente adotada.

O método espectral traz em sua essência o inconveniente de que, ao se avaliar apenas o módulo dos valores máximos de resposta da estrutura, perde-se a informação do instante em que estes máximos ocorrem e o sinal físico (sentido) desse valor. Numa posterior superposição modal, por exemplo, torna-se necessária a combinação conservadora de componentes modais com valores máximos absolutos que, fisicamente, não ocorreriam simultaneamente para modos razoavelmente afastados em frequência.

1.2. Motivação

A análise no domínio do tempo demanda o emprego de um ou mais terremotos de projeto, que são históricos de aceleração, estatisticamente independentes e que atendam aos critérios de aderência ao espectro regulamentar de norma. A necessidade de mais de um terremoto de projeto está relacionada ao caráter aleatório deste fenômeno e visa garantir que a composição dos efeitos seja representativa, para as frequências de vibração da estrutura analisada, em termos da energia desenvolvida pelo sismo.

Como o registro de acelerações é uma tecnologia relativamente recente, é muito pouco provável que exista um conjunto de registros reais disponíveis para serem aplicados especificamente a uma localidade. Aliás, são poucos ou não existem, na maior parte do globo, registros de sismos com as características comumente requeridas para o dimensionamento sísmico, como magnitude moderada a alta e registros feitos próximos à fonte do evento sísmico.

O uso indiscriminado de registros reais de acelerações na análise temporal é ainda desaconselhado, porque não existe garantia de que o acelerograma escolhido excite de maneira adequada a estrutura em análise, tendo em conta suas frequências de vibração. Para contornar esse problema, é prática comum alterar o sinal sísmico, em seu conteúdo de frequências, de forma que o espectro de resposta desse sinal se iguale ou supere o espectro de norma. Espera-se que a alteração do conteúdo de frequências de um sismo cause o menor impacto possível no acelerograma original, de forma a não se perder suas características naturais.

A solução para a falta de registros sísmicos pode ser a geração de registros artificiais adequados ao local de implantação do projeto e que sejam, além disso, condizentes com o espectro de norma. A geração de históricos de aceleração de sismos artificiais a partir da aceleração característica de uma região é uma prática comum há mais de 30 anos (para mais detalhes, consultar VALENCIA, 2004 ^[11]).

A técnica de geração de sismos artificiais procura assegurar que estes se mostrem consistentes com as características de sismos reais. Este não é um desafio fácil a ser vencido, pois muitos acelerogramas gerados podem se apresentar razoáveis no domínio do tempo, mas o mesmo não se verifica no domínio da frequência, e vice-versa. Além disso, os acelerogramas quando integrados podem não apresentar histórias de velocidade e deslocamento aceitáveis.

1.3. Objetivo

Este trabalho tem por objetivo apresentar uma metodologia para geração de acelerogramas sísmicos artificiais que sejam compatíveis com um espectro de projeto, e analisar a influência de algumas premissas de cálculo nas características do sismo simulado obtido.

Para tanto, foi desenvolvida uma aplicação computacional em linguagem FORTRAN 95 ^[12], que permite que os cálculos sejam feitos de maneira expedita e automatizada.

Alguns dos pontos mais complexos do procedimento são abordados de maneira especial, como a escolha da função envoltória que imprime o caráter não estacionário ao acelerograma, a escolha da faixa de valores a analisar no domínio da frequência e a correção da linha de base, que garante ao movimento gerado, históricos de velocidade e de deslocamento com sentido físico. Para cada um desses assuntos uma solução alternativa aos métodos atualmente estabelecidos é proposta e é testada sua aplicabilidade.

Adicionalmente, comparações são feitas entre as características do espectro regulamentar, assim como de outros aspectos da norma brasileira com os de outras normas internacionais e avalia-se a influência dessas diferenças no processo de geração de sismos.

2. ESPECTROS DE RESPOSTA

2.1. Conceituação de espectros de resposta

Utilizando a simbologia de CLOUGH e PENZIEN (1993) ^[13], a equação diferencial clássica do movimento dinâmico de um sistema de um grau de liberdade, sujeito a uma aceleração na base, pode ser escrita como:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (2.1)$$

Onde:

- t é o tempo;
- $\ddot{u}_g(t)$ é o histórico de acelerações do solo que excita o sistema;
- $u(t)$ é o deslocamento relativo do sistema, em função do tempo;
- $\dot{u}(t)$ é a velocidade relativa do sistema, em função do tempo;
- $\ddot{u}(t)$ é a aceleração relativa do sistema, em função do tempo;
- m é a massa do sistema;
- c é o amortecimento do sistema;
- k é a rigidez do sistema.

A equação (2.1) pode ser reescrita, dividindo todos os termos pela massa:

$$\ddot{u}(t) + 2\xi\dot{u}(t) + \omega_n^2u(t) = -\ddot{u}_g(t) \quad (2.2)$$

Sendo:

$$\xi = \frac{c}{2m} \quad (2.3)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.4)$$

Onde:

- ξ é a fração de amortecimento crítico do sistema;

ω_n é frequência natural de vibração livre do sistema.

É evidente que, para uma dada aceleração na base $\ddot{u}_g(t)$, a resposta em deslocamentos relativos $u(t)$ do sistema depende unicamente da frequência natural (ou período natural) de vibração do sistema e da razão de amortecimento, como mostra a equação (2.2). Então quaisquer dois sistemas que tenham os mesmos valores de frequência e razão de amortecimento crítico terão a mesma resposta em deslocamentos, mesmo que um sistema seja mais massivo ou rígido que o outro.

Um espectro de resposta pode então ser definido, segundo SOUZA LIMA e SANTOS ^[14], como um gráfico que mostra a resposta máxima, seja em termos de deslocamentos, velocidades, acelerações ou qualquer outra grandeza, em função do período natural ou da frequência natural para um sistema de um grau de liberdade, considerando uma determinada excitação. Os espectros de resposta para a aceleração na base apresentam especial importância na caracterização dos efeitos sísmicos, pois estão relacionados diretamente com as forças inerciais desenvolvidas com a excitação dinâmica.

A partir da equação (2.2) pode-se determinar a resposta da estrutura às acelerações oriundas da ação sísmica. Obtida a resposta do sistema, em termos da grandeza física desejada, seleciona-se o seu valor máximo ao longo do tempo, que representa o máximo valor desta grandeza ao qual a estrutura, com determinada frequência de vibração e amortecimento, estará sujeita sob esta ação dinâmica.

Repetindo este procedimento para uma gama de valores de frequências próprias de vibração, pode-se traçar uma curva que mostra a variação dessa grandeza em função da frequência ou período de vibração – não só para uma estrutura especificamente, mas para qualquer sistema com a dada frequência e amortecimento relativo, independentemente de sua massa ou rigidez.

Uma vez que a resposta em deslocamentos no tempo tenha sido calculada pela análise dinâmica, as forças elásticas internas podem ser determinadas aplicando-se as expressões abaixo em cada instante de tempo:

$$f_s(t) = ku(t) \quad (2.5)$$

$$f_s(t) = m\omega_n^2 u(t) \quad (2.6)$$

Onde:

$f_s(t)$ é a força estática interna.

Nota-se então que a força estática equivalente é proporcional a $\omega^2 u(t)$ e não a $\ddot{u}(t)$. Sendo os valores máximos de deslocamentos do sistema, em função da frequência ou período próprios da estrutura, chamados de deslocamento espectral, definem-se então outras duas grandezas, as quais se convencionou chamar pseudo-aceleração espectral e pseudo-velocidade espectral, através das equações (2.7) e (2.8).

$$S_a(\omega_n) = \omega_n^2 S_d(\omega_n) \quad (2.7)$$

$$S_v(\omega_n) = \omega_n S_d(\omega_n) \quad (2.8)$$

Onde:

S_d é o deslocamento espectral do sistema;

S_v é a pseudo-velocidade espectral do sistema;

S_a é a pseudo-aceleração espectral do sistema.

Eventualmente, por razões de simplicidade, costuma-se referir a estas grandezas diretamente como aceleração espectral e velocidade espectral, dada a larga utilização destas nas análises sísmicas. De fato, estas costumam ser boas aproximações para os valores efetivos destas grandezas, para baixos valores de amortecimento.

HOUSNER^[15] foi fundamental na larga aceitação do conceito de espectro de resposta sísmico – introduzido por BIOT em 1932^[16] – como uma maneira prática de caracterizar os movimentos sísmicos e seus efeitos nas estruturas. Agora, como um conceito central na engenharia sísmica, o espectro de resposta estabelece um modo conveniente de sumarizar os picos de resposta para qualquer sistema linear de um grau de liberdade para uma componente de movimento em particular.

2.2. Espectros regulamentares de projeto

Os espectros regulamentares são curvas idealizadas e não representam, portanto, a resposta de osciladores a nenhuma ação sísmica específica. O objetivo dos espectros de norma é estabelecer valores mínimos de resistência que devem apresentar as estruturas para uma dada região de sismicidade. Tem-se, assim, que a abscissa do

espectro de norma é o período (ou frequência) natural de vibração da estrutura em estudo, e a ordenada é o valor da grandeza (deslocamento, velocidade ou aceleração) que irá permitir avaliar a resistência que esta estrutura deverá apresentar.

A NBR 15421:2006 define os critérios para a obtenção do espectro de resposta de projeto, para acelerações horizontais, para uma fração de amortecimento crítico igual a 5%, a partir da aceleração sísmica horizontal característica e da classe do terreno. O espectro de projeto é então definido numericamente em três faixas de períodos, em segundos, pelas expressões:

$$S_a(T) = \begin{cases} a_{gs0} \left(18,75T \frac{C_a}{C_v} + 1 \right), & 0 \leq T < 0,08 \frac{C_a}{C_v} & (2.9a) \\ 2,5a_{gs0}, & 0,08 \frac{C_a}{C_v} \leq T < 0,4 \frac{C_a}{C_v} & (2.9b) \\ \frac{a_{gs1}}{T}, & T \geq 0,4 \frac{C_a}{C_v} & (2.9c) \end{cases}$$

Onde:

T é o período natural de vibração, em segundos, associado a cada um dos modos de vibração da estrutura;

$S_a(T)$ é o espectro de resposta de pseudo-acelerações;

C_a é o fator de amplificação sísmica no solo, para o período $T = 0,0$ s;

C_v é o fator de amplificação sísmica no solo, para o período $T = 1,0$ s;

a_{gs0} é aceleração espectral para o período $T = 0,0$ s;

a_{gs1} é aceleração espectral para o período $T = 1,0$ s.

Essas últimas grandezas são calculadas por:

$$a_{gs0} = C_a a_g \quad (2.10)$$

$$a_{gs1} = C_v a_g \quad (2.11)$$

Onde:

a_g é aceleração sísmica horizontal característica para uma região, em frações da aceleração da gravidade, normalizada para terrenos da classe B (rocha), obtida do mapa sísmico nacional.

A equação (2.9a) define um trecho em que a aceleração espectral tem um comportamento de crescimento linear. A equação (2.9b) descreve um trecho de aceleração espectral constante e na última equação, (2.9c), há um decaimento das acelerações, correspondente a velocidades espectrais constantes.

Estas características definidas para os espectros de projeto correspondem a um conjunto de propriedades que se verificam, de forma aproximada, na maioria dos espectros de resposta reais. A Figura 6 mostra a tipologia do espectro de resposta de projeto, normalizado pela aceleração de período zero (S_a/a_{gs0}) em função do período.

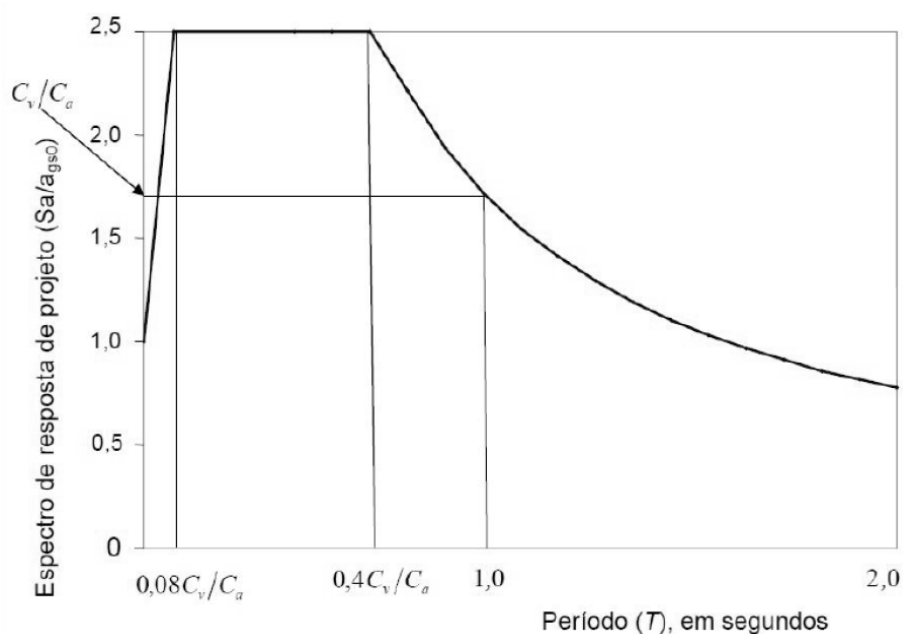
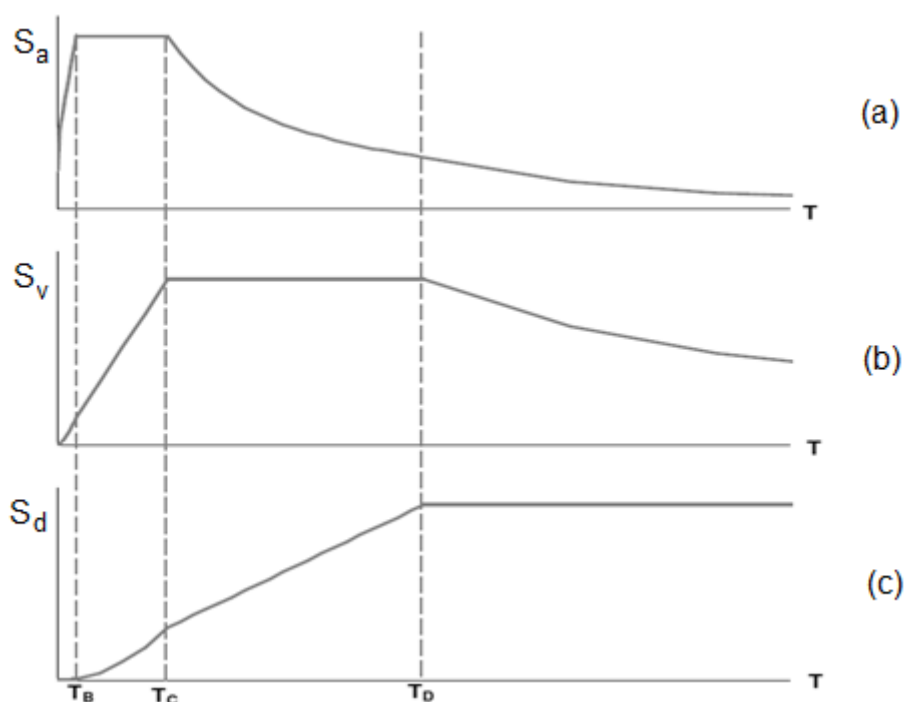


Figura 6 - Variação do espectro de resposta do projeto em função do período.
Fonte: ABNT NBR 15421:2006.

Nos espectros de projeto definidos por algumas outras normas, há ainda um trecho final de deslocamento espectral constante, que não está presente no espectro regulamentar da NBR 15421:2006. A Figura 7 ilustra essa característica para a norma sísmica europeia, o Eurocódigo 8 (EN 1998-1)^[17]. Este trecho cobre uma deficiência, presente na norma brasileira, quanto à avaliação dos deslocamentos em sistemas de um grau de liberdade muito flexíveis.

Os fatores de amplificação sísmica do solo podem ser obtidos, em função da classe do terreno, pela Tabela 1, sendo permitido fazer uma interpolação linear para obter valores intermediários entre $0,10g$ e $0,15g$. A categorização da classe do terreno é associada à velocidade de propagação de ondas de cisalhamento (\bar{V}_s) média nos 30 metros superiores do terreno, através da Tabela 2. É permitida ainda a classificação, em alguns casos, a partir dos resultados médios do ensaio SPT (\bar{N}).



Espectros de resposta do EC8 para: (a) pseudo-aceleração; (b) pseudo-velocidade; (c) deslocamentos

Figura 7 - Aparência dos espectros de resposta no EC8.

Fonte: EN 1998-1.

Tabela 1 - Fatores de amplificação sísmica no solo.

Classe do terreno	C_a		C_v	
	$a_g \leq 0,10g$	$a_g \leq 0,15g$	$a_g \leq 0,10g$	$a_g \leq 0,15g$
A	0,8	0,8	0,8	0,8
B	1,0	1,0	1,0	1,0
C	1,2	1,2	1,7	1,7
D	1,6	1,5	2,4	2,2
E	2,5	2,1	3,5	3,4

Fonte: NBR 15421:2006.

Tabela 2 - Classificação do terreno.

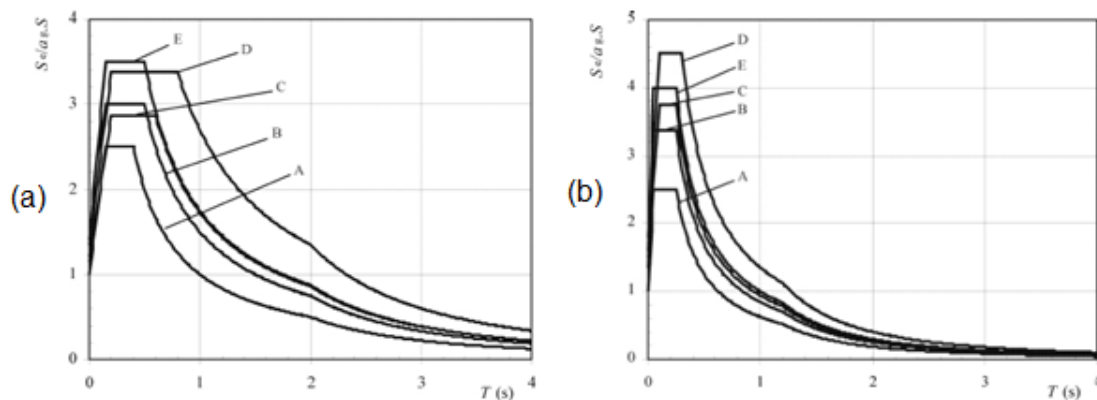
Classe do terreno	Designação da classe do terreno	Propriedades médias para os 30 m superiores do terreno	
		\bar{V}_s	\bar{N}
A	Rocha sã	$\bar{V}_s \geq 1.500 \text{ m/s}$	(não aplicável)
B	Rocha	$1.500 \text{ m/s} \geq \bar{V}_s \geq 760 \text{ m/s}$	(não aplicável)
C	Rocha alterada ou solo muito rígido	$760 \text{ m/s} \geq \bar{V}_s \geq 370 \text{ m/s}$	$\bar{N} \geq 50$
D	Solo rígido	$370 \text{ m/s} \geq \bar{V}_s \geq 180 \text{ m/s}$	$\bar{N} \geq 15$
E	Solo mole	$\bar{V}_s \leq 180 \text{ m/s}$	$\bar{N} \leq 15$
	-	Qualquer perfil, incluindo camada com mais de 3 m de argila mole	
F	-	Solo exigindo avaliação específica, como: <ol style="list-style-type: none"> 1. Solos vulneráveis à ação sísmica, como solos liquefazeáveis, argilas muito sensíveis e solos colapsíveis fracamente cimentados 2. Turfa ou argilas muito orgânicas 3. Argilas muito plásticas; 4. Extratos muito espessos ($\geq 35 \text{ m}$) de argila mole ou média 	

Fonte: NBR 15421:2006.

2.3. Influência da tipologia sísmica

Destaca-se, também, que a caracterização da atividade sísmica no território brasileiro é de certa maneira diferente daquela que está presente na maioria dos países mais avançados na engenharia sísmica, como os Estados Unidos. O tipo de atividade sísmica que ocorre no Brasil é denominado “intraplaca”, que corresponde a terremotos que ocorrem fora das regiões de fronteira entre placas, e têm sua origem em falhas internas de uma placa tectônica.

Conforme explanado por RÔLO (2009) ^[18], a um sismo intraplacas estão associados sismos de magnitude baixa a moderada, de curta duração e com predominância de componentes de frequências mais elevadas. O próprio EC8, de maneira a proporcionar uma maior abrangência e cobertura para os espectros da norma, apresenta duas tipologias para o espectro regulamentar, denominadas tipo 1 e tipo 2 (ver Figura 8). Este último, relacionado à atividade sísmica intraplacas, é recomendado por BISCH et al (2011) ^[19] quando a magnitude da onda de superfície no local não ultrapassa 5,5.



Espectros de resposta do EC8 dos solos de classes A a E para: (a) sismo tipo 1; (b) sismo tipo 2
 Figura 8 - Diferença nos espectros de resposta dos sismos tipo 1 e tipo 2 no EC8.
 Fonte: EN 1998-1

2.4. Influência do fator de amortecimento

Percebe-se, pelas equações que definem o espectro de projeto na norma brasileira, que a amplificação espectral é fixada em 2,5 para o trecho de aceleração espectral constante. Este valor é consistente para uma análise com amortecimento viscoso, com fator de amortecimento crítico fixado em 5%, valor este considerado de uma maneira geral nas normas de projeto. Apesar de mencionar que deve ser feita uma correção para casos em que a estrutura ou parte dela apresente uma fração de amortecimento crítico diferente de 5%, o próprio documento não apresenta tal ferramenta de correção.

No espectro de projeto do EC8, todavia, é estabelecido que o formato do espectro deva ser ajustado, para valores de amortecimento diferentes de 5%, através do fator de correção apresentado na equação (2.12). O fator é aplicado diretamente às equações que compõem o espectro, de maneira a deslocar para baixo o patamar do trecho de acelerações constantes.

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0,55 \quad (2.12)$$

Onde:

η é o fator de correção do espectro pelo amortecimento.

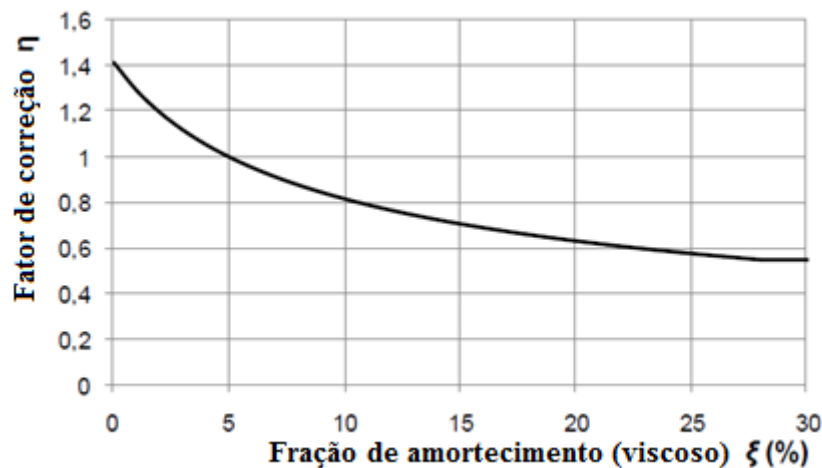


Figura 9 - Fator de correção η em função da fração de amortecimento.
 Fonte: BISCH et al, 2011

2.5. Espectros de aceleração vertical

Segundo a norma brasileira, pode-se definir, quando necessário, um espectro elástico de projeto para as acelerações verticais. Este terá aspecto similar ao espectro de acelerações horizontais, mas as acelerações serão a metade das correspondentes definidas nos espectros para acelerações horizontais.

O EC8, quando trata dessa matéria, deixa a critério das autoridades de cada país que adota a norma estabelecer a proporção entre a aceleração característica vertical e a horizontal. Mesmo assim, valores são recomendados: 0,9 para ações do tipo 1 (grande magnitude) e 0,45 para ações do tipo 2 (baixa magnitude). Isso demonstra, mais uma vez, a concordância entre a ação sísmica regulamentar estabelecida para o Brasil e a ação tipo 2, intraplaca e de menor magnitude, apresentada pela norma europeia.

A aceleração vertical recebe menor importância em todas estas abordagens porque a margem de segurança que o projeto oferece para as forças estáticas induzidas pela gravidade usualmente é suficiente para cobrir os efeitos sísmicos, em contraste com as forças induzidas por acelerações horizontais.

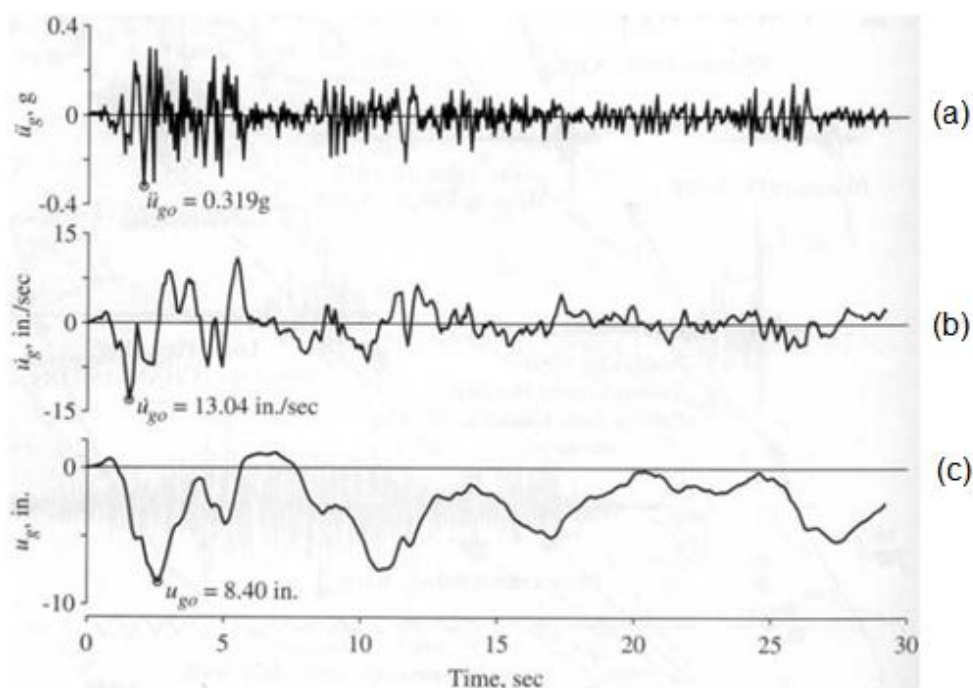
3. GERAÇÃO DE ACELEROGRAMAS SÍSMICOS ARTIFICIAIS

3.1. Motivação

No dimensionamento sísmico de estruturas importantes pode ser necessário que a análise computacional seja feita no domínio do tempo ou da frequência, em resposta a um movimento na base prescrito. Nos diversos casos em que esta análise passo-a-passo é utilizada, são requeridos registros temporais de aceleração do solo, representativos dos terremotos esperados para o local de implantação do empreendimento.

São muito poucas as regiões no planeta onde se encontra disponível um conjunto de registros reais de acelerações de sismos ocorridos nas proximidades do local, com as características de interesse. Como mostrado por KUMAR (2004) ^[20], mesmo se tais registros estão disponíveis, não há garantia de se esperar que um terremoto futuro venha a proporcionar o mesmo movimento de solo, ou similar.

Registros de acelerações de terremotos famosos amplamente estudados, como o sismo de El Centro (1940) ^[21], reproduzido na Figura 10, tem sido por vezes utilizados para este propósito em todo o mundo, mesmo sendo largamente reconhecido que suas características específicas não são verdadeiramente aplicáveis em qualquer caso.



(a) histórico de acelerações; (b) histórico de velocidades; (c) histórico de deslocamentos.

Figura 10 - Componente N-S do registro do movimento horizontal do sismo de El Centro (1940)

Fonte: db.cosmos-eq.org.

Devido à raridade dos fortes terremotos, à sua ocorrência em áreas muito localizadas e o fato terremotos ocorrerem muitas vezes em áreas não instrumentadas, existem grandes lacunas na atual coleção de acelerogramas de sismos intensos.

Tendo em vista que serão necessários ainda muitos anos até que registros dos mais diversos tipos tenham sido feitos e catalogados, os pesquisadores têm se empenhado no desenvolvimento de modelos e métodos para geração de terremotos artificiais.

Terremotos artificiais são definidos como acelerogramas que são compatíveis com um espectro de projeto, isto é, os espectros de resposta obtidos através deles devem ser aproximadamente iguais ao espectro regulamentar de interesse. Os modelos para geração destes movimentos simulados são deduzidos a partir das propriedades estatísticas dos sismos reais registrados, onde a intensidade e o conteúdo de frequências são, em geral, funções do tempo.

3.2. Metodologias disponíveis

3.2.1. Geração no domínio do tempo

Modelos matemáticos e estatísticos de distintas complexidades têm sido sugeridos para modelagem de acelerogramas, cada um deles incorporando alguma propriedade importante dos eventos sísmicos de grande intensidade.

Algumas dessas características, para sistemas elásticos amortecidos, podem ser bem simuladas através de um modelo de “ruído branco”, proposto por BYCROFT (1960) ^[22], apesar de ser conhecido que o conteúdo de frequência torna-se impreciso.

O ruído branco (do inglês “white noise”) é definido por AZEVEDO ^[23] como um processo estacionário, de banda larga, que é caracterizado por ter igual contribuição em todas as frequências. É um conceito meramente teórico, mas pode ser utilizado para inferir características da resposta de sistemas a processos de banda larga.

HOUSNER e JENNINGS (1964) ^[24] mostraram que a porção central dos acelerogramas poderia ser modelada por um trecho de processo gaussiano estacionário, com densidade espectral derivada a partir do espectro de velocidades.

Um processo gaussiano estacionário, neste caso, pode ser obtido através da filtragem do conteúdo de frequências de um sinal de ruído branco, imprimindo ao processo uma função densidade de espectro de potência que lhe condicione características específicas de frequências.

Apesar de satisfatório para a maioria dos estudos, os sismos artificiais gerados por este processo não são apropriados para modelar movimentos de longa duração com baixa intensidade, como demonstrado por SEED e WILSON ^[25] ^[26] em estudos de liquefação por carregamento cíclico.

Para se levar em consideração os trechos crescimento e de atenuação e para modelar terremotos mais brandos (magnitude até 5,5) seria necessário um modelo de processo não estacionário. Nas últimas décadas, diversos autores trabalharam nesta matéria. Inicialmente, este efeito era simulado por uma soma de senóides com decaimento no tempo ao sinal estacionário.

Entretanto, o método mais utilizado e mais simples de simular um processo não estacionário, sem perder as facilidades da premissa de estacionaridade do processo, consiste em multiplicar um processo estacionário por uma função envoltória que descreve os incrementos e decrementos da amplitude do movimento, dependente no tempo.

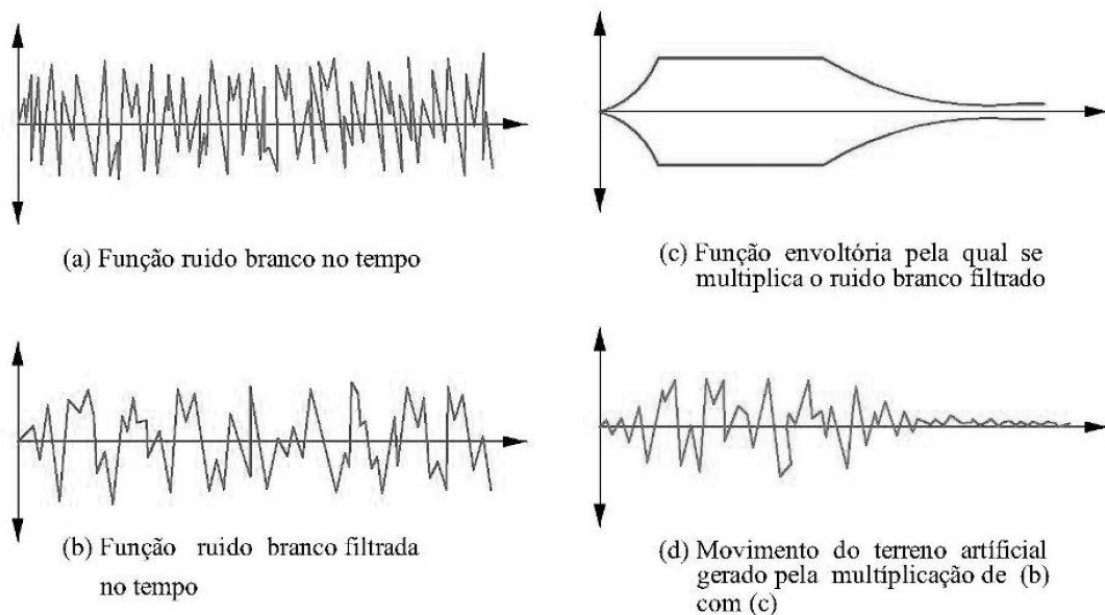


Figura 11 - Geração de acelerogramas no domínio do tempo.
Fonte: KRAMER, 1996 (adaptado).

AMIM e ANG (1966) ^[27] mostraram que um processo gaussiano filtrado, modificado por uma função envelope, é um modelo satisfatório tanto para terremotos de altas quanto baixas magnitudes, estabelecendo um método consolidado de geração de sismos artificiais no domínio do tempo, descrito na Figura 11.

3.2.2. Geração no domínio da frequência

Como os espectros de respostas de sismos são bastante irregulares e diferentes entre si, reconheceu-se que os acelerogramas a serem considerados no projeto devam cobrir de forma mais uniforme, e em uma faixa larga de frequências, os espectros de resposta de projeto, garantido o conservadorismo da análise.

Não há garantia, porém, que o espectro de resposta obtido através da formulação descrita anteriormente, no domínio do tempo, corresponda ao espectro de projeto, como costuma ser requerido para este tipo de abordagem. Torna-se necessário então definir um procedimento, no domínio da frequência, que modifique o sinal sísmico obtido anteriormente, de tal maneira que o seu espectro de resposta se ajuste ao espectro regulamentar, procurando, todavia, causar o menor impacto possível nos demais parâmetros para não descaracterizá-lo.

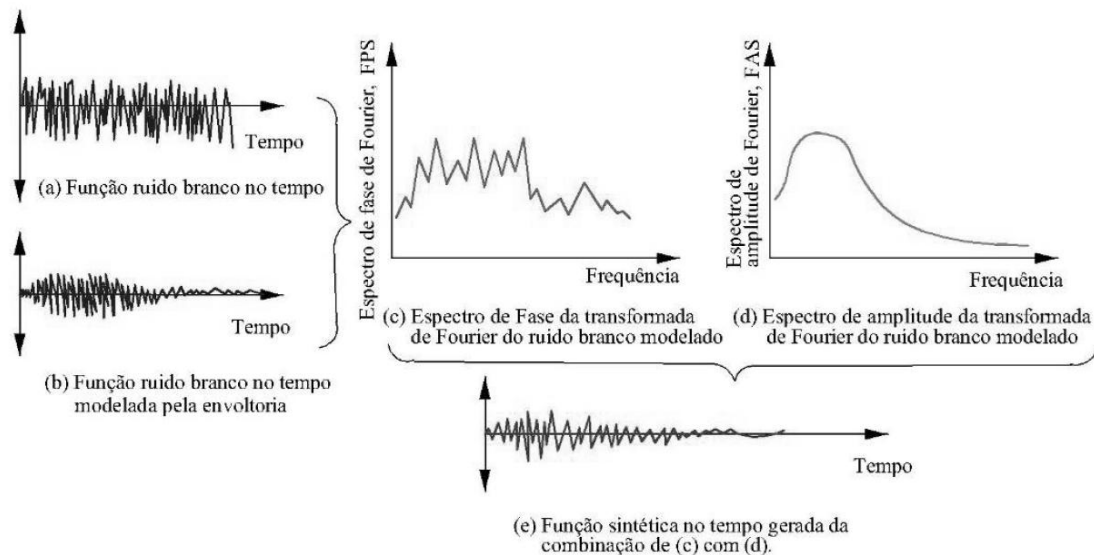


Figura 12 - Geração de acelerograma no domínio da frequência.
Fonte: Kramer, 1996 (adaptado).

A geração de uma história sintética no domínio da frequência é realizada por meio da combinação dos espectros de amplitude e de fase de Fourier. O método deve, portanto, obter os valores no tempo de um processo gaussiano filtrado modelado por uma função envoltória para, finalmente, através de um processo iterativo, avaliar e alterar o conteúdo de amplitudes do sinal até que este seja considerado ajustado ao espectro alvo, sem com isso alterar o seu conteúdo de ângulos de fase.

3.3. Metodologia adotada

Partindo do conceito básico de que qualquer função periódica (e conseqüentemente, também qualquer processo estacionário) pode ser expandida para uma série harmônica, foram desenvolvidos métodos que procurassem reproduzir os acelerogramas sísmicos através da superposição de várias componentes harmônicas, dentro da faixa de frequência típica de sismos reais. Seguindo esta linha, LEVY e WILKINSON (1976) ^[28] propuseram a geração de acelerogramas artificiais através da seguinte expressão:

$$\ddot{u}_g(t) = F(t) \sum_{i=1}^n A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (3.1)$$

Onde:

$\ddot{u}_g(t)$ é o histórico de acelerações do solo para o sismo artificial gerado, em função do tempo;

$F(t)$ é uma função envelope, que confere ao acelerograma o caráter não estacionário;

$i = 1, \dots, N$ são os termos da série harmônica considerados;

A_i é a amplitude de cada termo da série harmônica, parâmetro a ser determinado através de um processo iterativo;

ω_i é cada uma das frequências consideradas na série harmônica;

φ_i são os ângulos de fase de cada harmônico, gerados aleatoriamente.

Através de um processo iterativo, são testados valores para a amplitude cada um dos harmônicos considerados, até que se obtenha um sinal cujo espectro de resposta de acelerações seja adequado ao espectro de projeto adotado, com base em algum critério a se definir. O caráter aleatório do processo de geração é introduzido através dos ângulos de fase, gerados a partir de uma distribuição uniforme de probabilidade entre 0 e 2π .

3.3.1. Duração

A duração é um parâmetro da maior importância para a avaliação dos efeitos sísmicos em estruturas, principalmente em análises não lineares ou de interação solo-estrutura. Além disso, é um parâmetro de ampla variabilidade, e então uma previsão confiável desta duração é difícil de ser feita, mesmo possuindo registros anteriores de movimentos para a região.

Para a geração dos sismos artificiais, este deve ser um parâmetro de entrada, uma definição que deve ser tomada pelos projetistas antes do processo de geração, e é necessário que critérios sejam estabelecidos para guiá-los nessa decisão. DOBRY e IDRIS (1978) ^[29] correlacionaram, para a região oeste dos EUA, a duração dos terremotos em terrenos de rocha com as suas magnitudes e propuseram o gráfico reproduzido na Figura 13.

Há que se esclarecer que as durações previstas nessa correlação dizem respeito somente ao trecho do acelerograma dito de alta intensidade de movimento (em inglês “strong motion”), que é apenas a região central do histórico de acelerações, entre o trecho de crescimento de amplitude e a região de decaimento, que concentra a maior parcela da energia envolvida no evento sísmico.

A definição exata dos limites de classificação do trecho de alta intensidade ainda é controversa. A medida mais indicada é a definida como o tempo decorrido entre os instantes em que o terremoto mobiliza, respectivamente, 5% e 95% de toda a energia envolvida, baseada na equação de intensidade de ARIAS (1970) ^[30], definida pela expressão (3.2).

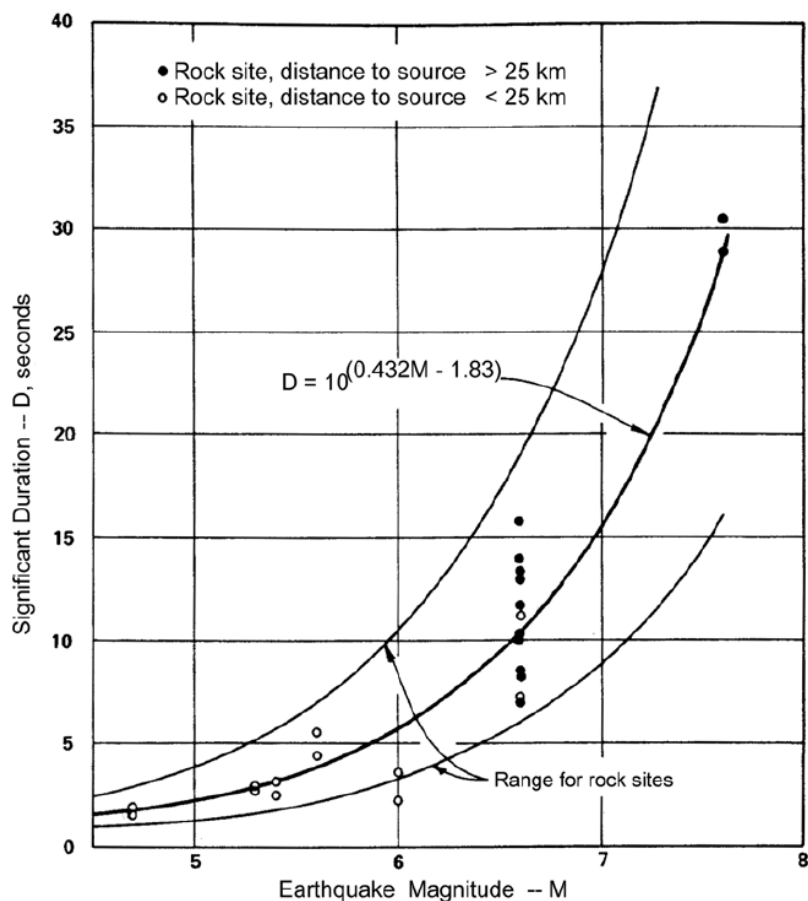


Figura 13 - Correlação entre a magnitude e a duração para sismos no oeste dos EUA.
 Fonte: DOBRY e IDRIS, 1978

$$I_A = \frac{\pi}{2g} \int_0^{t_f} \ddot{u}_g^2(t) dt \quad (3.2)$$

Onde:

I_A é a Intensidade de Arias (em unidades de velocidade);

t_f é a duração total do sismo, ou seja, o instante em que o movimento da base cessa e se retorna à situação de repouso.

A NBR 15421:2006 não estabelece nenhum requisito quanto à duração dos acelerogramas a serem utilizados em projeto. Também não o faz a norma europeia. Algumas normas norte-americanas tratam deste assunto. A norma canadense CSA N289.3 ^[31] estabelece uma duração total mínima de 15 s, enquanto a USNRC estipula uma duração total entre 10 s e 15 s, sendo que o trecho de movimento intenso deve durar, no mínimo, 6 s .

Recomenda-se que a estimativa da duração total seja feita multiplicando-se a duração de movimento intenso prevista na Figura 13 pelo fator 1,5. A superestimação da duração do terremoto é sempre menos problemática que a sua subestimação.

3.3.2. Função envoltória

O próprio processo estacionário, por si só, já contém muitas das características desejadas para o acelerograma simulado, sendo o propósito principal da função envelope determinar como a intensidade da aceleração variará com o tempo. Existe uma vasta gama de funções envoltórias propostas, e cada uma se aplica com mais precisão para um tipo de sismo. Sendo assim, a decisão da função a empregar é uma prerrogativa do projetista para cada caso em análise.

Seja qual for a tipologia da função envoltória empregada, ela deve sumariamente representar as fases características dos sismos reais no tempo: crescimento inicial, desde a situação de repouso; região de movimento intenso, em que se atinge a intensidade máxima do movimento; e, por último, o decaimento de intensidade até o retorno à situação de repouso.

Vale ressaltar que, sendo esta uma função que modela um sismo gerado artificialmente e, portanto, com características idealizadas, espera-se que o sistema saia à partida de uma situação de repouso absoluto e que retorne à essa condição, fixando assim que as acelerações inicial e final do terremoto sejam ambas iguais a zero. O mesmo valerá para a velocidade e o deslocamento, conforme será abordado mais adiante neste trabalho.

Logo, qualquer função no tempo com essas características pode, a princípio, ser avaliada como um possível envelope de acelerações. Muitas alternativas já foram propostas e estudadas, com níveis variáveis de complexidade, como o modelo trapezoidal (de HOU), o exponencial (de LIU), o modelo composto, com crescimento quadrático e caimento exponencial (de JENNINGS), entre outros ^[32].

Neste trabalho, opta-se pelo uso da mais simples entre as opções listadas, que corresponde ao modelo trapezoidal ^[33], representado na Figura 14. Esta escolha deriva do fato de que o foco do processo de geração reside no ajuste do seu conteúdo de frequências, e que a tipologia do sismo no domínio do tempo é, por si só, uma

característica de grande variabilidade, não existindo assim garantia de que um modelo específico seja mais representativo que um outro que atenda também aos critérios definidos acima.

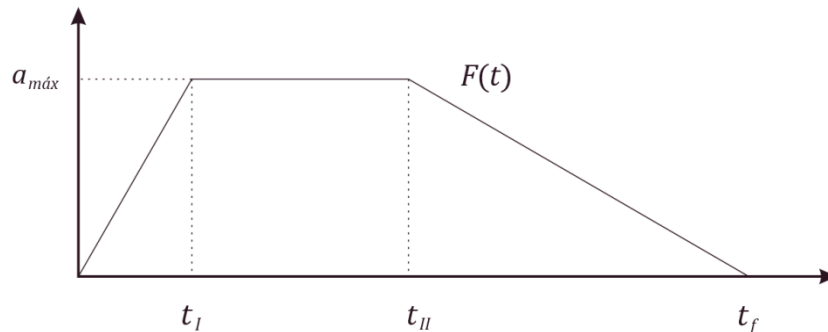


Figura 14 - Função envoltória trapezoidal.
Fonte: HOU, 1968 (adaptado)

$$F(t) = \begin{cases} a_{máx} \frac{t}{t_I}, & 0 \leq t < t_I & (3.3a) \\ a_{máx}, & t_I \leq t < t_{II} & (3.3b) \\ a_{máx} \frac{(t - t_f)}{(t_{II} - t_f)}, & t_{II} \leq t \leq t_f & (3.3c) \end{cases}$$

Onde:

$a_{máx}$ é a amplitude máxima de aceleração, que normaliza a função envoltória;

t_I é instante de tempo correspondente ao fim da fase de crescimento;

t_{II} é instante de tempo correspondente ao início da fase de atenuação.

A amplitude máxima do acelerograma pode ser estimada pela aceleração característica de projeto no local para o qual se deseja simular o sismo, obtida através do mapa de zoneamento sísmico da região. Porém, uma vez que a aceleração de projeto corresponde, segundo a NBR 15421:2006, à aceleração sísmica horizontal característica normalizada em relação aos terrenos de Classe B (rocha), é mais correto adotar o valor da aceleração espectral para o período zero a_{gs0} , definida na equação (2.10).

$$a_{máx} = a_{gs0} \quad (3.4)$$

De fato, a aceleração espectral de resposta para sistemas de um grau de liberdade muito pouco flexíveis (ou seja, com período de vibração próximo de zero) tende para o valor da máxima aceleração do solo. Esta torna-se, portanto, mais uma forma de validação dos resultados obtidos pela metodologia avaliada.

Os tempos de intensificação e de decaimento são uma fração da duração total do sismo, e são parâmetros que podem variar em função da magnitude do sismo, do tipo de evento sísmico, da proximidade entre a falha e o local a aplicar o acelerograma gerado e da própria duração do evento, aspectos esses não tratados neste trabalho.

3.3.3. Discretização dos domínios

Para se alcançar através do método uma representação acurada dos movimentos sísmicos, deve-se ter o cuidado de definir convenientemente a discretização dos resultados em termos de períodos e de frequências estruturais, de maneira a equilibrar a qualidade dos resultados e o esforço computacional necessário para se chegar até eles.

Não é possível tratar de maneira totalmente separada a discretização em termos de períodos e de frequências, pois o passo de tempo escolhido deve ser pequeno o suficiente para abrigar as componentes de altas frequências e a duração escolhida deve ser grande o suficiente para abrigar as componentes de baixas frequências das ondas sísmicas.

Da mesma maneira, as frequências das componentes da série harmônica gerada devem estar limitadas em seus valores mínimo e máximo, de maneira a simular da forma mais provável as características de terremotos reais. Uma participação elevada de componentes de alta frequência no conteúdo do acelerograma gerado pode provocar um aumento excessivo na quantidade de ciclos de movimento, prejudicando análises não lineares, enquanto as frequências muito baixas são as principais responsáveis por resultados inconsistentes muitas vezes encontrados nos históricos de velocidade e deslocamento do sismo.

Entre as recomendações da USNRC, é definido que a energia contida nas componentes de frequência superior a 25 Hz para as regiões central e oeste dos EUA, e superiores a 50 Hz na sua região leste, é tão pequena que estas podem ser desconsideradas na análise. Similarmente, a energia nas componentes abaixo de 0,3 Hz

não tem influência e pode-se desprezá-las em estruturas de usinas nucleares, objeto da referida norma ^[34].

Contudo, ao se realizar as iterações relacionando-se a amplitude das frequências dos harmônicos com o espectro de resposta objetivo, é necessário que seja adotado um único conjunto de valores de frequências, tanto para a geração das componentes da série quanto para o cálculo dos espectros de resposta. Assim, seria incorreto limitar os valores de frequências pelos valores mínimo e máximo das frequências das componentes de interesse, penalizando assim a análise da resposta espectral.

A solução aqui aplicada foi a de definir um domínio suficientemente extenso para possibilitar o cálculo consistente dos espectros de resposta e distinguir, dentro deste domínio, uma faixa de pontos aos quais interessa gerar as componentes e fazer o ajuste ao espectro, fixando o valor das amplitudes das demais componentes fora dessa faixa em zero. Definem-se então as seguintes grandezas:

$f_{mín}, \omega_{mín}$ é a frequência mínima, ou seja o menor valor do domínio (em Hz e rad/s, respectivamente);

$f_{máx}, \omega_{máx}$ é a frequência máxima, ou seja o maior valor do domínio (em Hz e rad/s, respectivamente);;

f_{inf}, ω_{inf} é o limite inferior da faixa de frequência de interesse, em que se deseja ajustar ao espectro (em Hz e rad/s, respectivamente);

f_{sup}, ω_{sup} é o limite superior da faixa de frequência de interesse, em que se deseja ajustar ao espectro (em Hz e rad/s, respectivamente).

Sendo:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (3.5)$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (3.6)$$

Teremos, desta forma:

$T_{máx}$ é o período máximo, $T_{máx} = 1/f_{mín}$;

$T_{mín}$ é o período máximo, $T_{mín} = 1/f_{máx}$.

Outra peculiaridade desse ponto é a possibilidade de se trabalhar alternativamente com frequências ou com períodos de vibração. A escolha da grandeza a trabalhar é facultada ao projetista, porém sabe-se que os espectros de resposta são usualmente dados como função do período, por ser esta uma grandeza mais familiar aos engenheiros, no caso do projeto de prédios. Já os cálculos numéricos envolvidos nas séries harmônicas são a princípio preparados para se trabalhar com frequências.

Seria, portanto, conveniente discretizar a faixa das frequências de maneira a se obter intervalos idênticos de frequência, facilitando os cálculos a realizar. Mas, como o período é o inverso da frequência, ao se definir um conjunto de frequência dessa forma, não se obtém conjunto de períodos equivalentes com espaçamento adequado.

Bem ao contrário disso, a densidade de pontos na faixa dos períodos se torna absolutamente desequilibrada, resultando em um excesso de pontos para períodos baixos e em uma escassez de pontos em altos períodos, o que inviabiliza a geração adequada dos espectros de resposta. O mesmo aconteceria com os valores de frequência de fossem adotados incrementos constantes na faixa dos períodos.

Para contornar essa dificuldade, a USNRC estabelece um conjunto pré-definido de valores de frequências não uniformemente distribuídos para serem utilizados nas análises, reproduzidos na Tabela 3.

Tabela 3 - Sugestão de frequências da USNRC

Intervalos de frequências sugeridos para o cálculo do espectro de resposta	
Faixa de frequências (Hz)	Incremento
0,2 - 3,0	0,10
3,0 - 3,6	0,15
3,6 - 5,0	0,20
5,0 - 8,0	0,25
8,0 - 15,0	0,50
15,0 - 18,0	1,00
18,0 - 22,0	2,00
22,0 - f_{sup}	3,00

Fonte: USNRC RG1.60

O único inconveniente deste conjunto é que ele estabelece os incrementos de frequência por faixa de forma invariante, levando a que o número de pontos cresça apenas ao se elevar a frequência superior de interesse. Assim, limitando a faixa em 34 Hz teríamos apenas 75 pontos para a construção do espectro de resposta. Como esta faixa será a mesma para a geração das componentes harmônicas do sismo, será necessário um número maior de pontos de frequência para se obter um bom resultado.

Como uma abordagem alternativa a este problema, sugere-se neste trabalho a definição de uma equação que defina os incrementos de frequência, em função da própria frequência, de maneira não uniforme, dependente unicamente dos limites do intervalo de frequências considerado. Uma função linear seria uma solução simples e adequada para este problema. Considerem-se as seguintes expressões:

$$f_i = f_{i-1} + \delta f_i \quad (3.7)$$

$$\delta f_i = \delta f(i) = a \cdot (i - 1) + b \quad (3.8)$$

Onde:

- i é o índice do ponto de frequência no intervalo;
- f_i é a i ésima frequência do conjunto;
- δf_i é o i ésimo incremento de frequência;
- a é o coeficiente de ordem 1 da função;
- b é o coeficiente de ordem 0 da função.

Para um intervalo $m \leq i \leq n$ sabe-se, portanto, que:

$$f_{m+n} = f_m + \sum_{i=m+1}^{m+n} \delta f_i \quad (3.9)$$

Sendo:

$$\sum_{i=m+1}^{m+n} \delta f_i = \int_{m+1}^{m+n} \delta f(i) di \quad (3.10)$$

Substituindo (3.10) em (3.9) teremos:

$$f_{m+n} - f_m = \int_{m+1}^{m+n} \delta f(i) di \quad (3.11)$$

$$f_{m+n} - f_m = \int_{m+1}^{m+n} [a(i-1) + b] di \quad (3.12)$$

$$f_{m+n} - f_m = \frac{1}{2} a[n^2 + 2m(n-1) - 1] + (b-a)(n-1) \quad (3.13)$$

Quaisquer pares de a e b que sejam solução para a equação (3.13) podem ser utilizados para descrever a função de incremento. Deseja-se, porém, o caso mais simples, em que $b = 0$. Impondo-se esta condição e isolando a na equação (3.13), teremos:

$$a = \frac{2(f_{m+n} - f_m)}{n^2 + 2(m-1)(n-1) - 1} \quad (3.14)$$

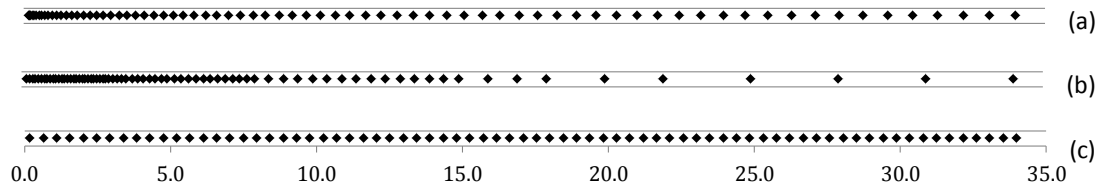
Arbitra-se um intervalo qualquer de frequência Δf , o qual se deseja dividir em $N - 1$ trechos determinados pela função de incremento, no intervalo $1, \dots, N$. Conhece-se deste intervalo apenas os seus valores extremos de frequência. Sendo assim:

$$\delta f_i = \frac{2\Delta f}{N(N-1)} \cdot i \quad (3.15)$$

Sendo:

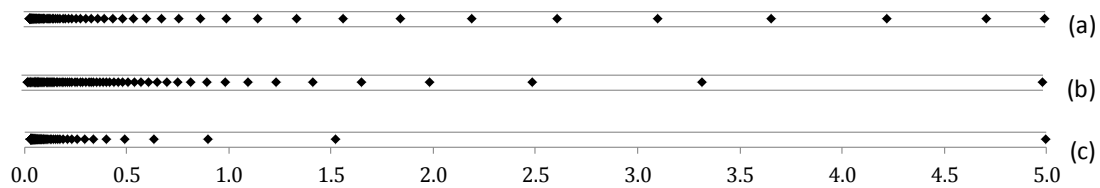
$$\Delta f = f_N - f_1 \quad (3.16)$$

Ou seja, a partir da escolha da mínima e da máxima frequências do intervalo, podem-se calcular através da equação (3.15) os valores intermediários de frequência, com distribuição não uniforme. A Figura 15 e a Figura 16 comparam os resultados obtidos através dessa formulação com a densidade de pontos alcançada com o conjunto definido pela USNRC e com um espaçamento constante de frequências, para a mesma quantidade de pontos.



(a) frequências com incremento linear; (b) conjunto da USNRC; (c) frequências igualmente espaçadas.

Figura 15 - Comparação entre densidade de pontos no domínio da frequência



(a) frequências com incremento linear; (b) conjunto da USNRC; (c) frequências igualmente espaçadas.
 Figura 16 - Comparação entre densidade de pontos no domínio do período

LEVY e WILKINSON estabeleceram também um critério para limitar o espaçamento máximo entre duas frequências adjacentes, em função da fração de amortecimento crítico. Atendendo a este critério, é garantida uma cobertura uniforme do espectro de resposta de projeto para esse amortecimento.

$$\delta f_i < 2\xi f_i \quad (3.17)$$

A quantidade total de pontos para discretizar o domínio das frequências varia entre os autores que abordam esse tema. A USNRC aconselha a serem empregados pelo menos 100 pontos por dezena de frequências. Define-se que é preciso diminuir o incremento de tempo proporcionalmente ao se diminuir o incremento de frequências.

O incremento de tempo deve ser selecionado baseado no conteúdo de frequências da ação sísmica e na frequência limite superior de interesse (menor período de interesse). Em geral, a adoção do intervalo de tempo em 10% do menor período significativo gera resultados aceitáveis, a não ser que seja necessário se considerar frequências muito altas.

$$\delta t \leq \frac{T_{mín}}{10} \quad (3.18)$$

Algumas normas como as da USNRC requerem que um limite mínimo para a frequência de Nyquist em 50 Hz, sendo essa grandeza definida na equação (3.19). Isso corresponde a um intervalo de tempo de 0,01 s.

$$f_{nyq} = \frac{1}{2\delta t} \quad (3.19)$$

3.3.4. Filtro de frequências inicial

Para atingir a convergência mais rapidamente no processo de iteração e também para se garantir ao sismo gerado características mais fiéis às desejadas, submetendo-o a uma menor alteração das suas características iniciais durante o processo de ajuste, é definido um valor inicial para as amplitudes dos harmônicos.

Reitera-se que a estimativa inicial do conteúdo de frequências deve procurar ser a mais próxima possível daquela desejada após o processo de ajuste ao espectro de norma. Em metodologias estabelecidas anteriormente, alguns autores estipularam um valor constante idêntico para todos os termos da série harmônica, o que corresponde a um ruído branco gaussiano dentro da faixa de frequências de interesse. Todavia, este não é, seguramente, o caráter de sismos reais e nem daqueles obtidos após o ajuste ao espectro de norma.

Mais eficiente seria aplicar sobre o ruído branco um filtro de frequências que lhe imponha, de partida, características próximas às dos sismos reais previstos para a localidade de interesse. Este filtro pode ser um espectro de densidade de potência (PSD) estimado para a região, já considerando as propriedades do terreno local e de amortecimento da estrutura em análise.

SEED et al. (1976) ^[35] mostraram que os terremotos exibem espectros de resposta similares em áreas com características de solo similares. Em geral, terremotos em solos mais rígidos tendem a conter mais energia em frequências relativamente maiores. HWANG ^[36] sugeriu distribuições de PSD baseadas na classificação de rigidez dos solos, como reproduzido na Figura 17.

Entretanto, algumas fórmulas tradicionais, como citado em NIU et al. (2008) ^[37], são capazes de fazer uma correlação direta entre os espectros de resposta de projeto e a densidade espectral. A partir disso, a amplitude inicial das séries harmônicas pode ser estimada através da equação (3.20):

$$A_{i,0} = \sqrt{4S(\omega_i)\delta\omega_i} \quad (3.20)$$

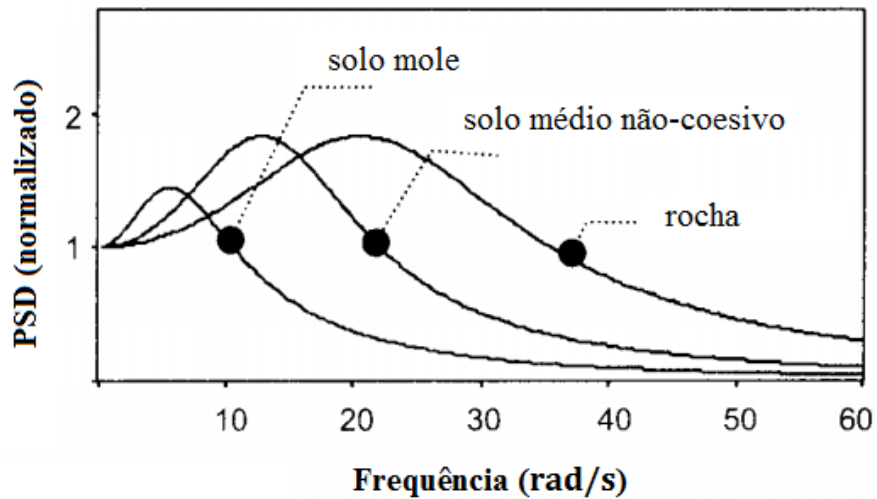


Figura 17 - Distribuição do PSD de acordo com as condições do solo
 Fonte: ARMOUTI, 2003

Onde:

$A_{i,0}$ é a amplitude inicial do termo i da série harmônica;

$S(\omega_i)$ é o espectro de potência da aceleração de um processo gaussiano estacionário;

$\delta\omega_i$ é a banda de influência da frequência ω_i , em rad/s , obtida por:

$$\delta\omega_i = \frac{\omega_i - \omega_{i-1}}{2} \quad (3.21)$$

O espectro de potência pode ser obtido a partir do espectro de projeto que se deseja alcançado pela expressão:

$$S(\omega_i) = \frac{\xi}{\pi\omega_i} [S_a^T(\omega_i)]^2 \frac{1}{\ln \left[-\frac{\pi}{\omega_i t_f} \ln[1 - P] \right]} \quad (3.22)$$

Onde:

$S_a^T(\omega_i)$ é a pseudo-aceleração espectral de projeto para a frequência ω_i ;

P é a probabilidade de excedência admitida (até 15%).

Entre as vantagens de adotar essa abordagem está a ligação do parâmetro inicial diretamente com o parâmetro que se deseja alcançar e também a consideração imediata da classe do terreno e do amortecimento, aplicadas anteriormente na obtenção do espectro regulamentar de projeto.

3.4. Ajuste ao espectro de norma

3.4.1. Método de iteração

A tarefa principal da geração de acelerogramas é a determinação das amplitudes dos harmônicos da série, através de um processo iterativo, até que um resultado considerado aceitável seja atingido, ou seja, uma boa concordância entre o espectro de resposta da ação sísmica e o espectro de projeto.

O procedimento original de LEVY e WILKINSON consiste na determinação dos valores dos coeficientes A_i , em cada iteração, pela multiplicação do seu valor na iteração anterior pela razão entre o valor desejado de aceleração espectral e o valor obtido no espectro de resposta da iteração anterior, para a frequência que define o harmônico em questão. Ou seja:

$$A_{i,k+1} = A_{i,k} \frac{S_a^T(\omega_i)}{S_{a,k}(\omega_i)} \quad (3.23)$$

Onde:

$A_{i,k}$ é a amplitude do termo i da série harmônica, na iteração k ;

$S_{a,k}(\omega_i)$ é a pseudo-aceleração espectral para a frequência natural ω_i , obtida na resposta dinâmica ao sinal sísmico resultante da iteração k .

Recorda-se que o valor inicial $A_{i,0}$ do vetor de coeficientes A_i é aquele definido anteriormente na equação (3.20) pelo espectro de densidade de potência. Para se obter os valores seguintes, é necessário calcular o espectro de resposta do acelerograma na iteração anterior. Para isso, procede-se à determinação da resposta dinâmica de um sistema de um grau de liberdade para o carregamento dinâmico.

3.4.2. Cálculo da resposta dinâmica

CHOPRA (2012) ^[38] estabelece que soluções analíticas da equação de movimento de sistemas com um grau de liberdade não podem ser obtidas se a excitação – seja uma força aplicada ou acelerações impostas na base – varia arbitrariamente com o tempo ou quando o sistema é não linear. Tais problemas podem ser atacados através de

métodos numéricos passo-a-passo no tempo para integração de equações diferenciais de movimento. Existem diversos métodos disponíveis e ampla bibliografia sobre o assunto.

O principal fator que influencia na escolha do método de integração da ação sísmica é a sua eficiência, uma vez que se transfere ao computador o esforço de cálculo necessário para atingir os objetivos da análise. A precisão em si não é o fator determinante, tendo em vista que se podem alcançar bons níveis de precisão por qualquer método, se os intervalos de tempo forem suficientemente pequenos para obter uma definição adequada da ação.

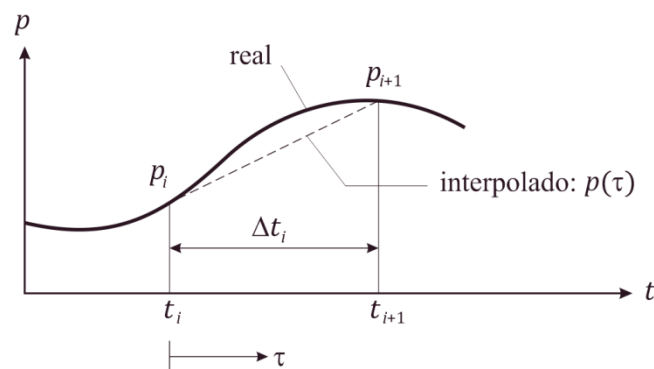


Figura 18 - Notação para excitação interpolada linearmente.
Fonte: CHOPRA, 2012 (adaptado).

Um procedimento altamente eficiente pode ser desenvolvido para sistemas lineares, pela interpolação da excitação em cada intervalo de tempo e o subsequente desenvolvimento da solução exata para ela. Se o intervalo de tempo for suficientemente pequeno, uma interpolação linear é usualmente satisfatória. A Figura 18 mostra que para o intervalo de tempo $t_j \leq t \leq t_{j+1}$, a função de excitação é dada pela equação (3.24):

$$p(\tau) = p_j + \frac{\Delta p_j}{\Delta t_j} \tau \quad (3.24)$$

Onde:

- τ é uma variável de tempo que varia entre 0 e Δt ;
- $p(\tau)$ é a função de excitação em função de τ , no intervalo;
- p_j é valor da excitação no instante de tempo t_j ;

Δp_j é a diferença de valores da excitação no intervalo de tempo j , dada por:

$$\Delta p_j = p_{j+1} - p_j \quad (3.25)$$

Por simplificação algébrica, primeiro consideremos um sistema sem amortecimento; adiante, o procedimento será estendido para incluir o amortecimento. A equação a ser resolvida é:

$$m\ddot{u} + ku = p_j + \frac{\Delta p_j}{\Delta t_j} \tau \quad (3.26)$$

Onde:

\ddot{u} é a resposta de aceleração do sistema;

u é a resposta de deslocamentos do sistema;

m é a massa do sistema;

k é a rigidez do sistema.

A resposta $u(\tau)$ no intervalo de tempo $0 \leq \tau \leq \Delta t_j$ será a soma de três partes: vibração livre provocada pelo deslocamento inicial u_j e velocidade inicial \dot{u}_j em $\tau = 0$; a resposta à força p_j do início do intervalo, com condições iniciais iguais a zero; e a resposta à excitação linear $(\Delta p_j/\Delta t_j)\tau$ com condições iniciais também iguais a zero. Utilizando as soluções analíticas disponíveis para as excitações das funções definidas para os três casos, teremos como resultado as equações (3.27) e (3.28).

$$u(\tau) = u_j \cos \omega_n \tau + \frac{\dot{u}_j}{\omega_n} \sin \omega_n \tau + \frac{p_j}{k} (1 - \cos \omega_n \tau) + \frac{\Delta p_j}{k} \left(\frac{\tau}{\Delta t_j} - \frac{\sin \omega_n \tau}{\omega_n \Delta t_j} \right) \quad (3.27)$$

$$\frac{\dot{u}(\tau)}{\omega_n} = -u_j \sin \omega_n \tau + \frac{\dot{u}_j}{\omega_n} \cos \omega_n \tau + \frac{p_j}{k} \sin \omega_n \tau + \frac{\Delta p_j}{k} \frac{1}{\omega_n \Delta t_j} (1 - \cos \omega_n \tau) \quad (3.28)$$

Avaliando estas equações para $\tau = \Delta t_j$ obtém-se o deslocamento u_{j+1} e a velocidade \dot{u}_{j+1} no instante $j + 1$:

$$u_{j+1} = u_j \cos(\omega_n \Delta t_j) + \frac{\dot{u}_j}{\omega_n} \sin(\omega_n \Delta t_j) + \frac{p_j}{k} [1 - \cos(\omega_n \Delta t_j)] + \frac{\Delta p_j}{k} \frac{1}{\omega_n \Delta t_j} [\omega_n \Delta t_j - \sin(\omega_n \Delta t_j)] \quad (3.29)$$

$$\frac{\dot{u}_{j+1}}{\omega_n} = -u_j \sin(\omega_n \Delta t_j) + \frac{\dot{u}_j}{\omega_n} \cos(\omega_n \Delta t_j) + \frac{p_j}{k} \sin(\omega_n \Delta t_j) + \frac{\Delta p_j}{k} \frac{1}{\omega_n \Delta t_j} [1 - \cos(\omega_n \Delta t_j)] \quad (3.30)$$

As equações (3.29) e (3.30) podem ser reescritas isolando-se e substituindo algumas variáveis de maneira a fazer uma fórmula de recorrência, já estendida para atender aos sistemas subcriticamente amortecidos:

$$u_{j+1} = Au_j + B\dot{u}_j + Cp_j + Dp_{j+1} \quad (3.31)$$

$$\dot{u}_{j+1} = A'\dot{u}_j + B'\dot{u}_j + C'p_j + D'p_{j+1} \quad (3.32)$$

Sendo:

$$A = e^{-\xi \omega_n t} \left(\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \omega_D \Delta t + \cos \omega_D \Delta t \right) \quad (3.33)$$

$$B = e^{-\xi \omega_n t} \left(\frac{1}{\omega_D} \sin \omega_D \Delta t \right) \quad (3.34)$$

$$C = \frac{1}{k} \left\{ \frac{2\xi}{\omega_n \Delta t} + e^{-\xi \omega_n t} \left[\left(\frac{1 - 2\xi^2}{\omega_D \Delta t} - \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right) \sin \omega_D \Delta t - \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_n \Delta t} \right) \cos \omega_D \Delta t \right] \right\} \quad (3.35)$$

$$D = \frac{1}{k} \left[1 - \frac{2\xi}{\omega_n \Delta t} + e^{-\xi \omega_n t} \left(\frac{2\xi^2 - 1}{\omega_D \Delta t} \sin \omega_D \Delta t - \frac{2\xi}{\omega_n \Delta t} \cos \omega_D \Delta t \right) \right] \quad (3.36)$$

$$A' = -e^{-\xi \omega_n t} \left(\frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \omega_D \Delta t \right) \quad (3.37)$$

$$B' = e^{-\xi \omega_n t} \left(\cos \omega_D \Delta t - \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \omega_D \Delta t \right) \quad (3.38)$$

$$C' = \frac{1}{k} \left\{ -\frac{1}{\Delta t} + e^{-\xi \omega_n t} \left[\left(\frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \xi^2}} + \frac{\xi}{\Delta t \sqrt{1 - \xi^2}} \right) \sin \omega_D \Delta t + \frac{1}{\Delta t} \cos \omega_D \Delta t \right] \right\} \quad (3.39)$$

$$D' = \frac{1}{k \Delta t} \left[1 - e^{-\xi \omega_n t} \left(\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \omega_D \Delta t + \cos \omega_D \Delta t \right) \right] \quad (3.40)$$

Onde:

- ξ é a fração de amortecimento crítico do sistema;
- ω_n é a frequência circular de vibração livre do sistema;
- ω_D é a frequência circular de vibração amortecida do sistema, dada por:

$$\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.41)$$

Uma vez que estas fórmulas de recorrência são derivadas da solução exata da equação do movimento, a única restrição ao intervalo de tempo Δt é que este permita uma boa aproximação para a função de excitação e que produza uma resposta com intervalos pouco espaçados no domínio do tempo, de tal maneira que nenhum pico de resposta seja omitido.

Este procedimento numérico é especialmente útil quando a excitação é definida em instantes pouco afastados de tempo, como são definidos os históricos de aceleração dos sismos. Assim, a interpolação linear é essencialmente perfeita. Se adotarmos um intervalo de tempo constante Δt , os coeficientes A, B, \dots, D' só precisam ser computados uma vez.

A solução exata das equações de movimento empregadas neste método é aplicável apenas a sistemas lineares. Foi convenientemente desenvolvida acima apenas para sistemas de um grau de liberdade, mas poderia ser aplicada em sistemas de vários graus de liberdade, sendo que a resposta seria obtida por superposição modal das respostas.

Como será preferível trabalhar adimensionalmente no programa elaborado, eliminam-se as variáveis massa m e rigidez k , para que seja obtida sempre a resposta para um sistema de massa unitária, tendo como variável livre apenas o período natural de vibração da estrutura. A resposta será, portanto determinada através das grandezas $ku, k\dot{u}$ e kp . Para isso, as equações (3.35), (3.36), (3.39) e (3.40) devem ser multiplicadas pelo fator k/ω_n^2 .

$$C = \frac{1}{\omega_n^2} \left\{ \frac{2\xi}{\omega_n \Delta t} + e^{-\xi \omega_n t} \left[\left(\frac{1 - 2\xi^2}{\omega_D \Delta t} - \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right) \sin \omega_D \Delta t - \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_n \Delta t} \right) \cos \omega_D \Delta t \right] \right\} \quad (3.42)$$

$$D = \frac{1}{\omega_n^2} \left[1 - \frac{2\xi}{\omega_n \Delta t} + e^{-\xi \omega_n t} \left(\frac{2\xi^2 - 1}{\omega_D \Delta t} \sin \omega_D \Delta t - \frac{2\xi}{\omega_n \Delta t} \cos \omega_D \Delta t \right) \right] \quad (3.43)$$

$$C' = \frac{1}{\omega_n^2} \left\{ -\frac{1}{\Delta t} + e^{-\xi \omega_n t} \left[\left(\frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \xi^2}} + \frac{\xi}{\Delta t \sqrt{1 - \xi^2}} \right) \sin \omega_D \Delta t + \frac{1}{\Delta t} \cos \omega_D \Delta t \right] \right\} \quad (3.44)$$

$$D' = \frac{1}{\omega_n^2 \Delta t} \left[1 - e^{-\xi \omega_n t} \left(\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \omega_D \Delta t + \cos \omega_D \Delta t \right) \right] \quad (3.45)$$

3.4.3. Critérios de validação dos acelerogramas

A única exigência da NBR 15421:2006 para um conjunto de históricos de acelerações no tempo, em relação ao seu conteúdo, é que o valor médio do espectro de resposta dessa ação na direção considerada, para o amortecimento de 5%, não seja inferior ao do espectro de projeto definido pela norma, para uma faixa entre $0,2T$ e $1,5T$, sendo T o período fundamental da estrutura nesta direção.

A USNRC vai além, e estabelece que o espectro de resposta do acelerograma só possa ser inferior ao espectro de projeto no máximo em 5 pontos do domínio, quando utilizado o conjunto de valores de frequências estipulado na Tabela 1. O CSA N289.3 permite que até 6% do total de pontos estejam abaixo. Em ambas é fixado que a diferença não deve superar 10% do valor do espectro de projeto nesses pontos.

Para atender a estes critérios, eventualmente multiplica-se o acelerograma com bom ajuste por um fator de escala de forma que os valores mais baixos alcancem os mínimos estabelecidos.

O número total de históricos de acelerações a utilizar na análise também deve ser observado. A distribuição de energia em um acelerograma não é homogênea. Sendo assim, ao se utilizar apenas um acelerograma, corre-se o risco de que este registro em particular não tenha energia suficiente na frequência principal da estrutura avaliada. MA et al. (1989) ^[39] estudaram os impactos de acelerogramas com conteúdo de energia insuficiente na resposta estrutural. Uma verificação do espectro de densidade de potência seria suficiente para verificar esta possibilidade.

Porém, a produção de acelerogramas que se ajustem concomitantemente ao espectro de acelerações e ao espectro de densidade de potência de projeto é bastante problemática. A alternativa é empregar um número maior de acelerogramas independentes estatisticamente, de forma que, na média, o conteúdo energético do conjunto cubra a faixa de frequências de interesse.

A NBR 15421:2006 exige que um conjunto de acelerogramas em direções ortogonais independentes entre si sejam utilizados na análise, mas não estipula nem a quantidade total de registros necessários, nem se um acelerograma vertical é obrigatório, ficando a critério do engenheiro decidir o que é necessário para o projeto.

O EC8, por sua vez, estipula que devem ser cobertas as três direções ortogonais, e que um mesmo acelerograma não pode ser usado duas vezes na mesma análise. O manual EM 1110-2-6051 do Corpo de Engenheiros do Exército dos EUA ^[40] estipula que, para uma análise linear, apenas um conjunto com acelerações nas três direções ortogonais é suficiente; já para uma análise não linear, pelo menos cinco conjuntos são necessários.

A USNRC, além de exigir que a média dos espectros de potência dos acelerogramas empregados supere em 80% o espectro de densidade de potência dado pela norma, exige também uma verificação do fator de correlação entre os acelerogramas, de forma a garantir a independência estatística entre os registros.

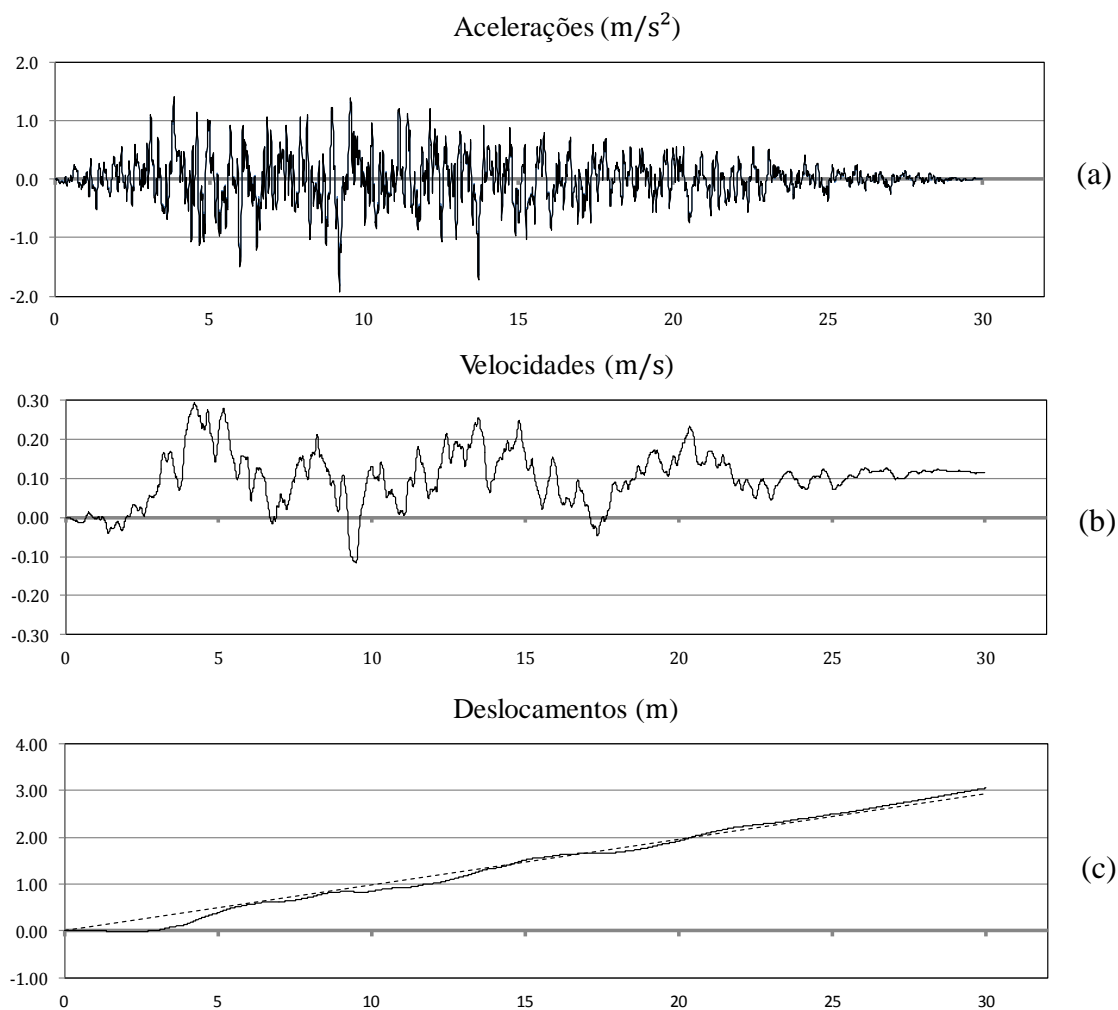
3.5. Correção da linha de base

3.5.1. Caracterização do problema

Registros de movimentos sísmicos simulados pela metodologia apresentada até aqui, normalmente produzem resultados satisfatórios. Porém, os históricos de velocidades e deslocamentos, obtidos por simples e dupla integração do acelerograma, respectivamente, podem apresentar desvios consideráveis em relação ao esperado. Este, na verdade, não é um problema exclusivo dos registros artificiais, mas também dos registros reais de terremotos feitos por acelerógrafos, por problemas numéricos.

A Figura 19 apresenta um acelerograma sísmico de 30 s de duração, gerado artificialmente, e os históricos de velocidade e deslocamento obtidos a partir dele por

integração. É fácil notar que os valores finais de velocidade e deslocamento são diferentes de zero, e percebe-se claramente que existe um desvio na linha de base dessas grandezas. No histórico de deslocamentos este efeito fica ainda mais evidente, onde um desvio de tendência linear leva a resultados incompatíveis fisicamente: um deslocamento final de cerca de 3,00 m.



(a) histórico de acelerações; (b) histórico de velocidades com desvio de linha de base; (c) histórico de deslocamentos com grande desvio de tendência linear.

Figura 19 - Histórico de velocidades e acelerações com desvio de linha de base.

A principal causa desse desvio é a presença de componentes de longo período de vibração no conteúdo do sismo. Quando uma análise não-linear é feita para uma estrutura, é requerido que o acelerograma compatível com o espectro de projeto gerado satisfaça as leis fundamentais da física.

Se tratando aqui de um registro sísmico simulado e, portanto, em condições ideais, as seguintes condições de contorno devem ser atendidas:

$$\ddot{u}_g^C(0) = \ddot{u}_g^C(t_f) = 0 \quad (3.46)$$

$$\dot{u}_g^C(0) = \dot{u}_g^C(t_f) = 0 \quad (3.47)$$

$$u_g^C(0) = u_g^C(t_f) = 0 \quad (3.48)$$

Onde a inscrição C sobre as equações do movimento (3.46), (3.47) e (3.48) indica os históricos corrigidos de aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente. Ou seja, o sistema parte do repouso e retorna a esta condição após a ação sísmica. Ressalte-se que o deslocamento final do solo deve ser nulo pois trabalha-se aqui com a resposta elástica do sistema, não se admitindo uma condição deformada após o evento sísmico.

A correção do acelerograma se dará pela adição de uma função $\bar{a}(t)$ no tempo:

$$\ddot{u}_g^C(t) = \ddot{u}_g(t) + \bar{a}(t) \quad (3.49)$$

O desafio desta etapa de geração é alterar o sismo artificial gerado para obter velocidades e deslocamentos físicos aceitáveis, sem afetar a compatibilidade do acelerograma com o espectro de resposta.

3.5.2. Correção por adição de polinômio

A solução mais simples de ajuste é a soma de um polinômio ao histórico de acelerações que faça com que a primeira e segunda integração levem o acelerograma corrigido a atender as condições de contorno desejadas nos históricos de velocidades e deslocamentos.

Uma função do terceiro grau, expressa pela equação (3.50), para correção das acelerações é suficiente para atender a estas condições, resultando num ajuste do quinto grau no deslocamento, após duas integrações.

$$\bar{a}(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (3.50)$$

Onde:

$\bar{a}(t)$ é o polinômio de correção do histórico de acelerações;

a_n é o coeficiente do elemento de ordem n do polinômio.

Desenvolvendo convenientemente a equação (3.50) através das expressões que relacionam aceleração, velocidade e deslocamentos, e aplicando-se as condições de contorno estipuladas, o seguinte resultado é obtido:

$$a_0 = 0 \quad (3.51)$$

$$a_1 = \frac{60v_f t_f - 120d_f}{t_f^5} \quad (3.52)$$

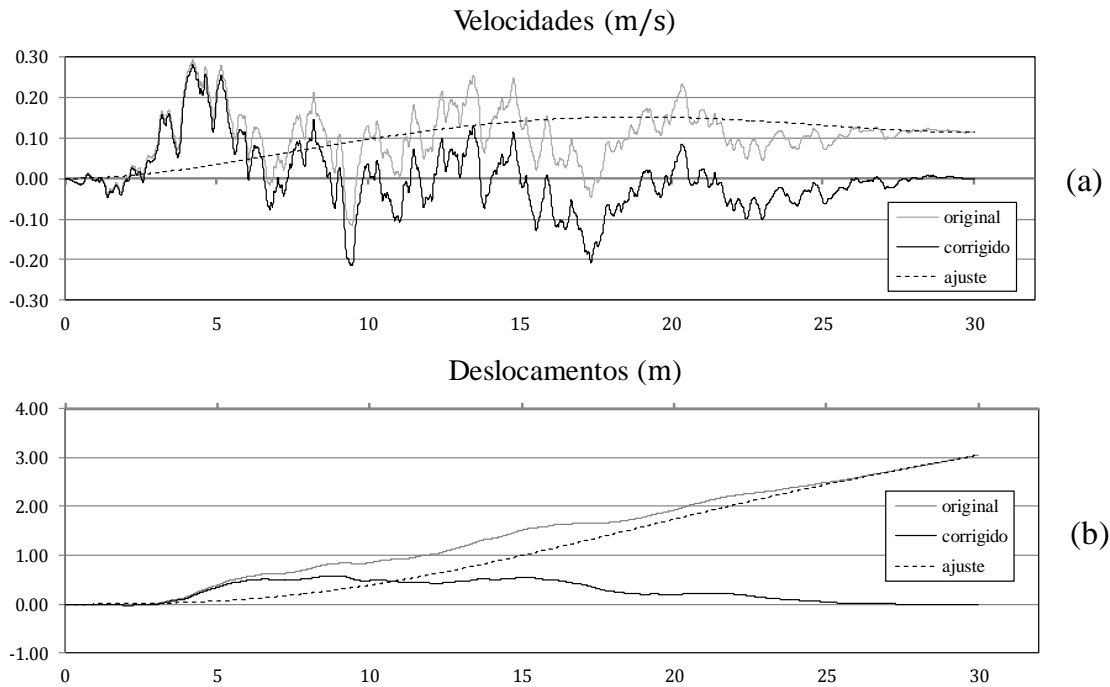
$$a_2 = \frac{-84v_f t_f + 180d_f}{t_f^4} \quad (3.53)$$

$$a_3 = \frac{24v_f t_f - 60d_f}{t_f^3} \quad (3.54)$$

Onde:

d_f é o deslocamento final do histórico não corrigido, $u_g(t_f)$;

v_f é a velocidade final do histórico não corrigida, $\dot{u}_g(t_f)$.



Comparação entre registros original e corrigido de (a) velocidades; (b) deslocamentos
 Figura 20 - Correção de um acelerograma por adição de polinômio

O problema desta formulação é que a amplitude da função de correção aumenta proporcionalmente à duração do sismo, e para históricos de deslocamentos com desvios muito grandes em relação à abscissa do tempo, a amplitude do polinômio nos

deslocamentos pode ser da mesma ordem de grandeza e muitas vezes maior que a dos próprios valores do histórico de deslocamentos.

Devido a isso, o histórico de deslocamentos obtido, apesar de guardar as condições de contorno desejadas, pode possuir valores discrepantes de deslocamentos, muito maiores que os esperados, ao longo da duração do terremoto.

Isto pode ser observado na Figura 20, onde o mesmo sismo mostrado na Figura 19 é corrigido pelo método da adição de polinômio, e o seu histórico de deslocamentos, depois de corrigido, tem um comportamento duvidoso: o sistema não oscila em torno da posição inicial, com valor médio bem diferente de zero, e registra deslocamento máximo de 80 *cm*, incompatível com a intensidade deste sismo.

3.5.3. Correção por mínimos quadrados com base não-nula

Na solução alternativa proposta por NIU (2008), o método dos mínimos quadrados é utilizado para simular o valor médio do histórico de acelerações, resultando num acelerograma corrigido cuja linha de base não é zero, ou seja, apresenta valores de aceleração próximos de zero, mas não nulos, tanto para o instante inicial quanto para o instante final do terremoto.

Um polinômio do segundo grau para ajuste das acelerações (quarto grau nos deslocamentos) é utilizado porque este faz com que o deslocamento se distribua uniformemente em ambos os lados da linha de valor médio e, além disso, a ordem do polinômio é baixa. Considere a função (3.55):

$$\bar{\bar{d}}(t) = a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 \quad (3.55)$$

Onde:

$\bar{\bar{d}}(t)$ é a linha de valores médios ajustada ao histórico de deslocamentos;

a_n é o coeficiente do elemento de ordem n do polinômio;

Considerando as relações de integração da aceleração, velocidade e deslocamento, as linhas de ajuste dos históricos de velocidade e aceleração serão expressas por:

$$\bar{v}(t) = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 + 4a_4t^3 \quad (3.56)$$

$$\bar{a}(t) = a_2 + 6a_3t + 12a_4t^2 \quad (3.57)$$

Fixando o valor da velocidade inicial em zero, temos que:

$$a_1 = 0 \quad (3.58)$$

Assim, a equação (3.57) é a expressão do ajuste da aceleração com linha de base não nula. Se a ordem do polinômio fosse mais alta, o cálculo da expressão poderia se tornar bastante trabalhoso. Além disso, o polinômio de quarto grau é capaz de filtrar as componentes cujo período seja igual até o dobro da duração do terremoto. A função de ajuste obtida por esse método deve ser então somada ao acelerograma original.

De forma a facilitar os cálculos seguintes, os coeficientes dos polinômios serão renomeados e ajustados à expressão (3.57). Supõe-se que a expressão do ajuste na aceleração seja agora dada por:

$$\bar{a}(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 \quad (3.59)$$

De fato, determinar a expressão $\bar{a}(t)$ é equivalente a encontrar os valores mínimos de (a_0^*, a_1^*, a_2^*) de $\varphi(a_0, a_1, a_2)$, em termos de cálculo diferencial de funções multivariáveis. A solução deste problema é satisfeita por:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial a_0} = 2 \sum_{i=1}^n [a_0 + a_1t_i + a_2t_i^2 - \ddot{u}_g(t_i)] = 0 & (3.60a) \\ \frac{\partial \varphi}{\partial a_1} = 2 \sum_{i=1}^n t_i [a_0 + a_1t_i + a_2t_i^2 - \ddot{u}_g(t_i)] = 0 & (3.60b) \\ \frac{\partial \varphi}{\partial a_2} = 2 \sum_{i=1}^n t_i^2 [a_0 + a_1t_i + a_2t_i^2 - \ddot{u}_g(t_i)] = 0 & (3.60c) \end{cases}$$

Que pode ser reescrita da forma:

$$\begin{cases} (n+1)a_0 + \left(\sum_{i=1}^n t_i\right)a_1 + \left(\sum_{i=1}^n t_i^2\right)a_2 = \sum_{i=1}^n \ddot{u}_g(t_i) & (3.61a) \\ \left(\sum_{i=1}^n t_i\right)a_0 + \left(\sum_{i=1}^n t_i^2\right)a_1 + \left(\sum_{i=1}^n t_i^3\right)a_2 = \sum_{i=1}^n t_i \ddot{u}_g(t_i) & (3.61b) \\ \left(\sum_{i=1}^n t_i^2\right)a_0 + \left(\sum_{i=1}^n t_i^3\right)a_1 + \left(\sum_{i=1}^n t_i^4\right)a_2 = \sum_{i=1}^n t_i^2 \ddot{u}_g(t_i) & (3.61c) \end{cases}$$

Sendo:

$$S_k = \sum_{i=1}^n t_i^k, \quad (k = 0, 1, 2, 3, 4) \quad (3.62)$$

$$g_j = \sum_{i=1}^n t_i^j \ddot{u}_g(t_i), \quad (j = 0, 1, 2) \quad (3.63)$$

A equação pode ser reescrita como:

$$\begin{cases} S_0 a_0 + S_1 a_1 + S_2 a_2 = g_0 \\ S_1 a_0 + S_2 a_1 + S_3 a_2 = g_1 \\ S_2 a_0 + S_3 a_1 + S_4 a_2 = g_2 \end{cases} \quad (3.64)$$

Quando resolvido o sistema, os valores dos coeficientes podem ser obtidos por:

$$a_0 = \frac{-g_0(S_2 S_4 - S_3^2) + g_1(S_1 S_4 - S_2 S_3) - g_2(S_1 S_3 - S_2^2)}{S_0(S_2 S_4 - S_3^2) - S_1^2 S_4 + 2S_1 S_2 S_3 - S_2^3} \quad (3.65)$$

$$a_1 = \frac{g_0(S_1 S_4 - S_2 S_3) - g_1(S_0 S_4 - S_2^2) + g_2(S_0 S_3 - S_1 S_2)}{S_0(S_2 S_4 - S_3^2) - S_1^2 S_4 + 2S_1 S_2 S_3 - S_2^3} \quad (3.66)$$

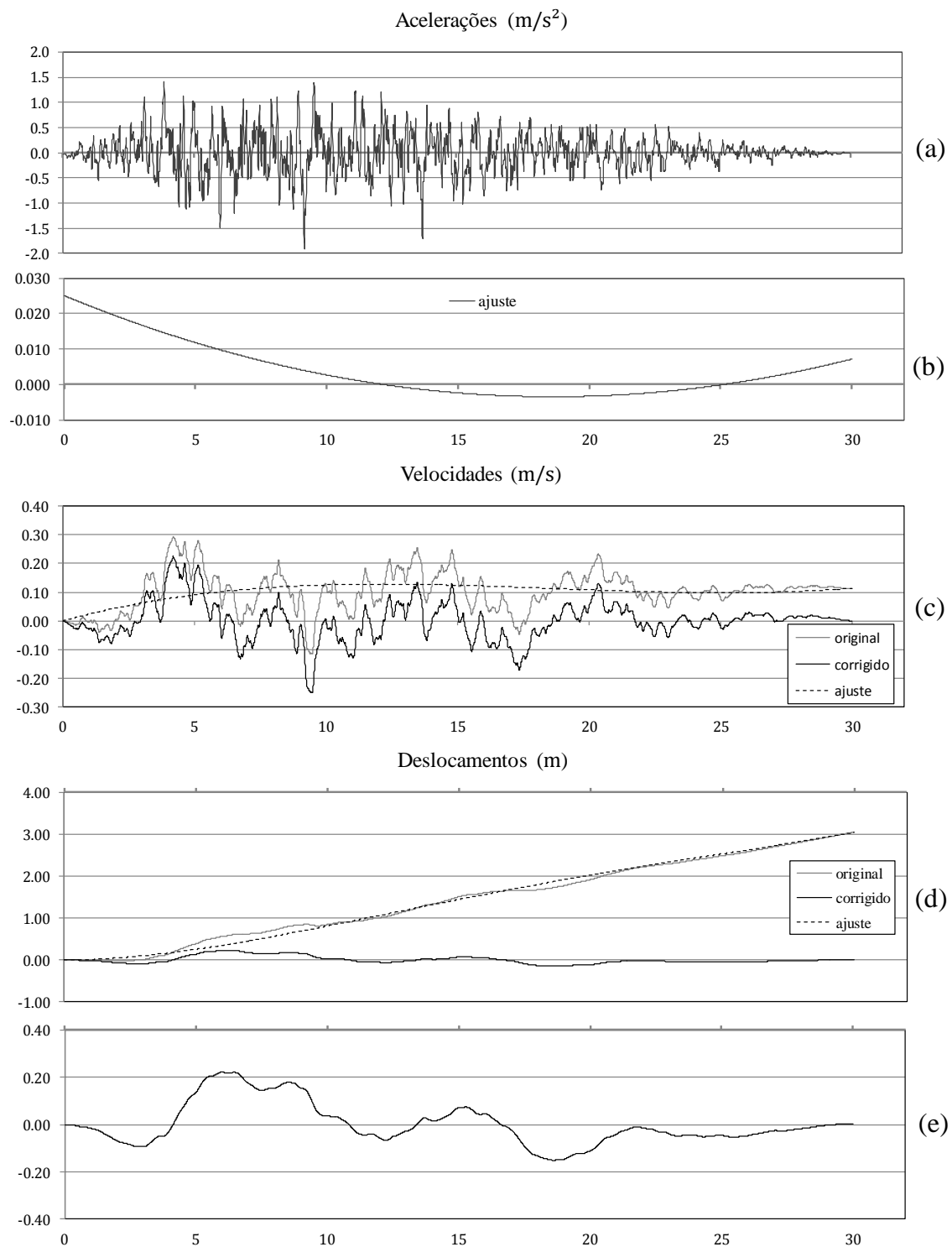
$$a_2 = \frac{-g_0(S_1 S_3 - S_2^2) - g_1(S_0 S_3 - S_1 S_2) - g_2(S_0 S_2 - S_1^2)}{S_0(S_2 S_4 - S_3^2) - S_1^2 S_4 + 2S_1 S_2 S_3 - S_2^3} \quad (3.67)$$

O método descrito é altamente eficiente na eliminação do desvio da linha de base do histórico de deslocamentos, que passa a ter valores que variam coerentemente em torno da abscissa do tempo. Da mesma forma resultam os históricos de velocidade corrigidos.

O inconveniente encontrado ao se aplicar essa metodologia é justamente o fato de que, como a equação do segundo grau que define a função de correção nas acelerações tem um termo independente não nulo, os valores extremos do histórico de aceleração não são iguais a zero. Esse não é um efeito desejável, pelos motivos que já foram apresentados anteriormente, e vai de encontro às condições de contorno definidas na equação (3.46).

A Figura 21 ilustra a correção do mesmo acelerograma apresentado na Figura 19, através da metodologia apresentada. Apesar de não ser perceptível em (a), a aceleração nos instantes inicial e final não são nulas. De fato, isso ocorre ao se somar o acelerograma com a função de ajuste descrita por (b), que possui amplitude muito

menor que a dos valores do registro de acelerações, de modo que o histórico de acelerações corrigido é praticamente indistinguível do original.



(a) histórico de acelerações corrigido; (b) detalhe da amplitude da função de ajuste da aceleração; (c) comparação entre o histórico de velocidades original e corrigido pela função de ajuste; (d) comparação entre o histórico de deslocamentos original e corrigido pela função de ajuste; (e) aspecto final do histórico de deslocamentos corrigido

Figura 21 - Correção de um acelerograma por mínimos quadrados com linha de base não-nula.

Apesar do ligeiro contratempo com as condições de contorno nas acelerações, tanto o histórico de velocidades quanto o de deslocamentos se mostram bastante satisfatórios após corrigidos pelo método. Diferentemente do resultado por adição de polinômios, os valores de deslocamento oscilam em torno da abscissa, e o valor médio deste processo é próximo de zero, com deslocamento máximo da ordem de 0,20 m.

3.5.4. Correção por composição de soluções

A proposta apresentada neste trabalho é que seja feita uma composição das duas soluções mostradas, de maneira a minimizar os inconvenientes e potencializar os benefícios de cada uma delas.

Nesta perspectiva, pode-se aplicar numa primeira etapa a correção do histórico de movimentos por mínimos quadrados com linha de base não-nula. Na segunda etapa, propõe-se corrigir manualmente o histórico de acelerações para atender as condições de contorno de aceleração nula nos instantes inicial e final do movimento.

Como no acelerograma resultante da correção por mínimos quadrados a amplitude do desvio nos contornos em relação à abscissa é pequena se comparada à amplitude dos valores da própria aceleração, uma alteração manual dos valores de aceleração nos instantes próximos ao início e ao fim do terremoto não é capaz de provocar nenhuma modificação relevante nas características globais do acelerograma, como mostrado por JENNINGS e HOUSNER (1968) ^[41].

Essa alteração nos extremos do acelerograma pode, portanto, ser ajustada para ser tão sutil que a modificação dos históricos de velocidade e deslocamento obtidos por integração, que já haviam sido corrigidos, seja pequena. Uma função linear pode ser ajustada e somada a pequenos trechos bem definidos de tempo, no início e no fim do histórico de acelerações, levando seus valores nos instantes inicial e final a zero. Pelos testes realizados, convencionou-se que estes trechos podem ser definidos pela seguinte proporção:

$$\varepsilon \cong \frac{N_t}{30} \quad (3.68)$$

Onde:

N_t é número total de pontos utilizados para discretizar o histórico de acelerações;

ε é o número de pontos de aceleração que o trecho de correção manual deve incluir, no início e no fim do histórico de acelerações.

Sendo:

t_ε a duração dos trechos de correção manual

$$t_\varepsilon = \varepsilon \delta t \quad (3.69)$$

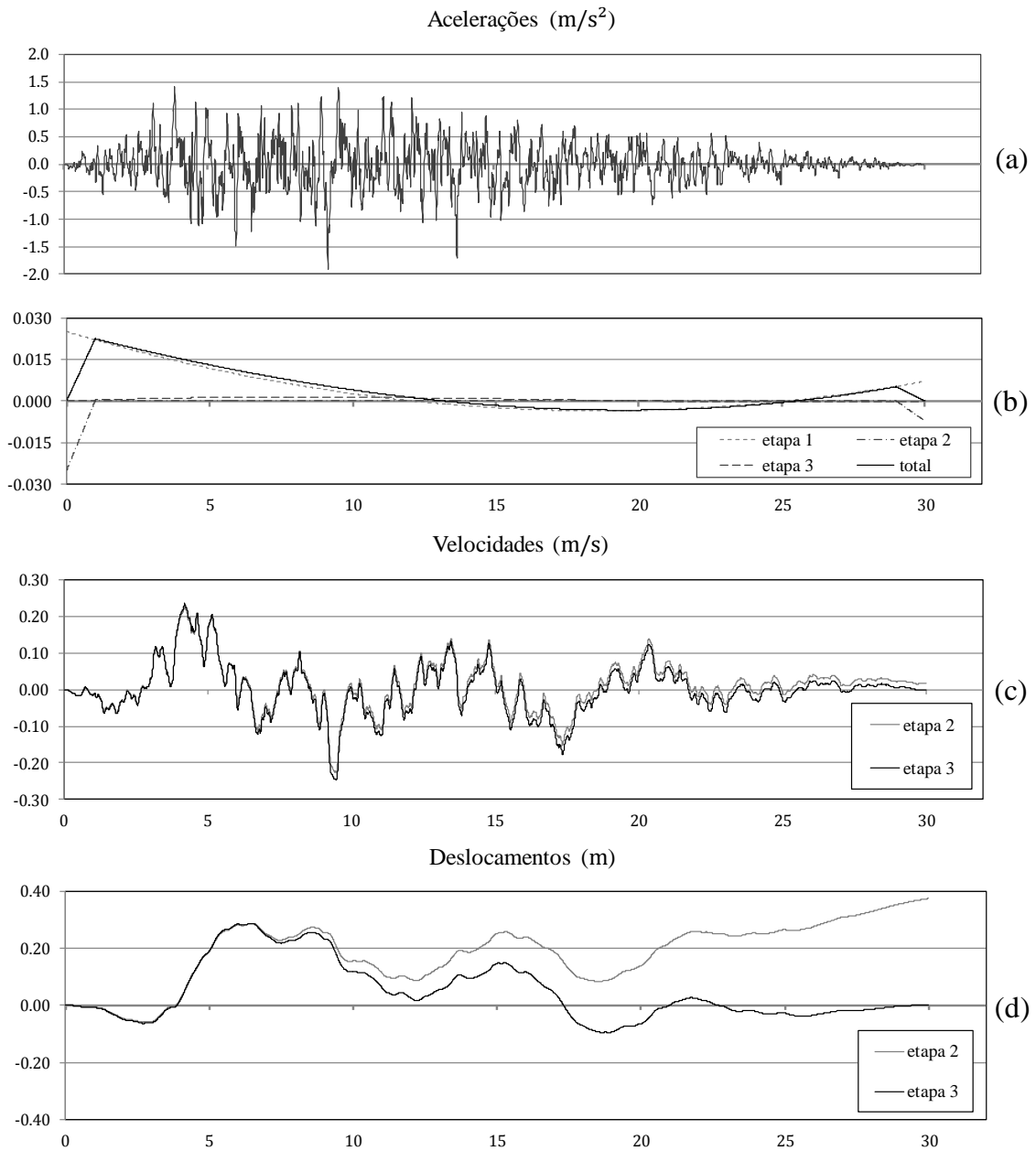
Portanto, a expressão que define a correção manual será:

$$\bar{a}(t) = \begin{cases} \ddot{u}_0 \left(\frac{t}{t_\varepsilon} - 1 \right), & 0 \leq t < \varepsilon & (3.70a) \\ 0, & \varepsilon \leq t < t_f - \varepsilon & (3.70b) \\ -\ddot{u}_f \left(\frac{t - t_f - \varepsilon}{t_f - t_f - \varepsilon} \right), & t_f - \varepsilon \leq t < t_f & (3.70c) \end{cases}$$

O produto dessa segunda etapa de correção será, portanto, um registro sísmico com o mesmo caráter geral do originalmente gerado, também com acelerações inicial e final iguais a zero, mas com desvios de velocidade e deslocamento relativamente bem menores do que aqueles que eram obtidos antes de executar estas duas primeiras etapas de correção.

Por fim, a terceira etapa consiste em corrigir as demais condições de contorno de velocidade e deslocamento pela adição do polinômio de terceiro grau às acelerações. O inconveniente apresentado anteriormente não será mais relevante, visto que o desvio a ser corrigido é agora pequeno.

A Figura 22 apresenta o resultado da aplicação da metodologia proposta ao sismo artificial da Figura 19. Percebe-se que não há alterações visíveis no aspecto do acelerograma, pelo item (a). Em (b) são mostradas as funções de ajuste em cada etapa, e a composição delas, que possui pequena amplitude se comparada aos valores do histórico de acelerações. Os itens (c) e (d) mostram que o desajuste provocado pela fixação manual das condições de contorno, na etapa dois, é pequeno e pode ser corrigido sem dificuldades pelo método da adição de polinômio.



(a) histórico de acelerações corrigido; (b) aspecto das funções de ajuste em cada etapa do processo;
(c) comparação entre o histórico de velocidades deslocado após o ajuste manual na etapa 2 e o corrigido;
(d) comparação entre o histórico de deslocamentos deslocado após o ajuste manual na etapa 2 e o corrigido

Figura 22 - Correção de um acelerograma pelo método da composição de soluções

4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

4.1. Programa ARTQUAKE

Para ilustrar a aplicabilidade e a eficácia da metodologia proposta nesse trabalho, serão apresentados os resultados de dois testes de geração de sismos artificiais, calculados através de um programa escrito na linguagem FORTRAN 95 para esse propósito, denominado ARTQUAKE.

A escolha da linguagem é justificada pela facilidade de escrita e rapidez de cálculos com grandes vetores e matrizes de números, e do tratamento eficiente de memória. Além disso, é facultada a preparação de uma biblioteca de funções que pode ser facilmente aproveitada em outras plataformas computacionais, até mesmo para o desenvolvimento de uma interface gráfica.

4.2. Parametrização do teste

Foram produzidos dois sismos artificiais com parâmetros diferentes, para estudar a influência da variação desses fatores nos resultados obtidos e a flexibilidade da metodologia. Apesar disso, as condições de terreno (classe C) e de amortecimento ($\xi = 5\%$) serão idênticas para os dois casos. Os sismos serão referenciados neste trabalho como sismo A e sismo B.

O sismo A tem por objetivo simular um sismo de projeto adequado para o dimensionamento sísmico no território brasileiro, por exemplo, para o estado do Acre. Portanto, trata-se de um sismo intraplaca, de magnitude moderada (abaixo de 5,5), com aceleração básica de projeto $a_g = 0,15g$. O espectro de projeto será calculado pelas prescrições da NBR 15421:2006. A duração total adotada, estimada pelo gráfico na Figura 13, é $t_f = 15,0$ s. A função envoltória trapezoidal tem sua região central delimitada pelos valores de tempo $t_I = 2,5$ s e $t_{II} = 5,0$ s.

O sismo B, por sua vez, tem por objetivo representar um evento sísmico forte, de magnitude aproximadamente 7,0, como o terremoto histórico ocorrido em El Centro, Califórnia (1940), com aceleração básica de projeto $a_g = 0,30g$. O espectro de projeto será calculado, neste caso, pelas prescrições do EC8 (sismo tipo 1), uma vez que esta

aceleração característica não é prevista pela norma brasileira. A duração total adotada, estimada pelo gráfico na Figura 13, é $t_f = 40,0$ s. A função envoltória trapezoidal tem sua região central delimitada pelos valores de tempo $t_I = 5,0$ s e $t_{II} = 15,0$ s.

A mesma discretização foi feita para ambos os casos. A faixa de frequências avaliada foi entre 0,1 Hz e 50,0 Hz, sendo que as componentes usadas para gerar e ajustar os acelerogramas são aquelas contidas entre 0,2 Hz e 33,0 Hz.

Estipula-se um total de 400 valores de frequência a serem distribuídos de maneira não uniforme na faixa total do domínio. Ao se aplicar a discretização pela função de incremento de frequência dada pela equação (3.15), resulta em que 302 destes pontos sejam incluídos na faixa de frequências de interesse, o que respeita a recomendação de 10 pontos por dezena de frequências da USNRC. O maior intervalo entre frequências adjacentes obtido foi 0,25 Hz, para a frequência final do domínio, o que também respeita ao critério da equação (3.17).

Sendo $T_{inf} = 0,03$ s, o incremento de tempo adotado, segundo o critério (3.18), foi $\delta t = 0,005$ s. A frequência de Nyquist será então $f_{nyq} = 100$ Hz, novamente dentro dos limites apresentados. Portanto, o acelerograma do sismo A foi discretizado, no tempo, com 3000 pontos e o do sismo B, com 8000 pontos.

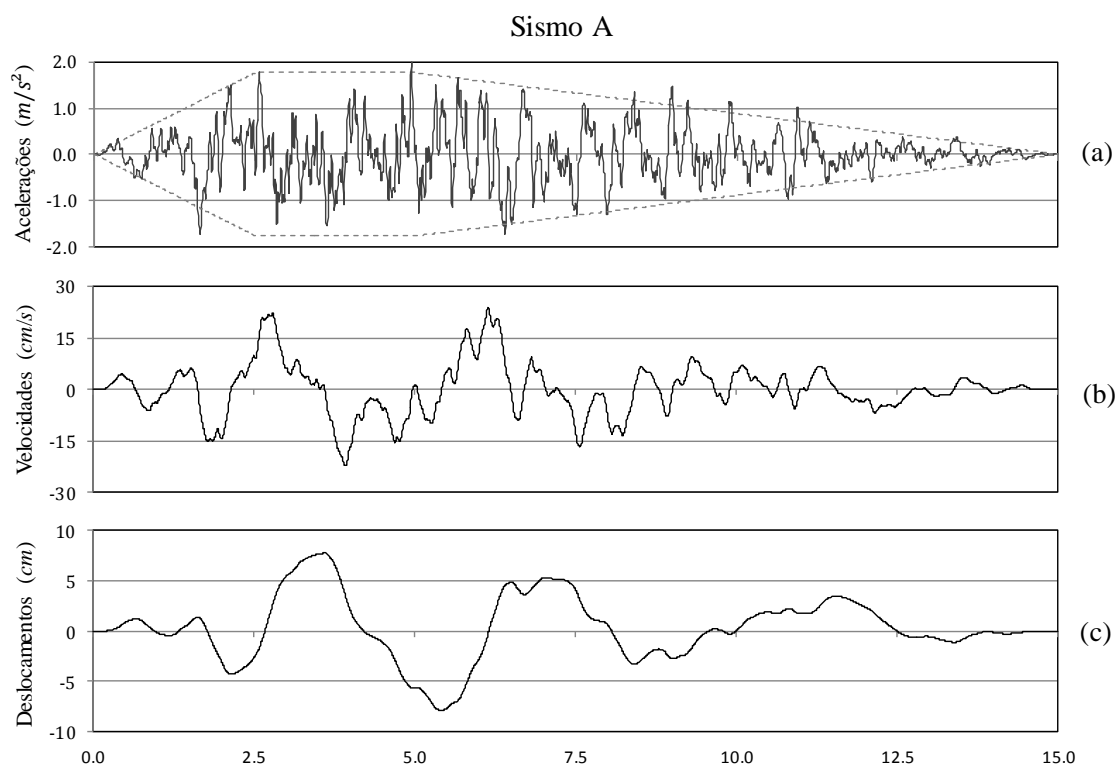
O critério de ajuste adotado foi o proposto pelo CSA N289.3: no máximo 6% pontos do espectro de resposta abaixo do espectro de projeto e com valores não inferiores a 90% do valor do espectro de projeto. Para o filtro de frequências inicial, foi adotada uma probabilidade de excedência $P = 15\%$ no cálculo da estimativa do PSD. O número de iterações do ajuste foi limitado entre um mínimo de 10 e um máximo de 20 tentativas.

4.3. Avaliação do teste

4.3.1. Sismo A

O programa levou 9,5 s para gerar o sismo A, ajustá-lo ao espectro de projeto e escrever os seus dados de saída. O número de iterações necessário para atingir este resultado foi 14.

Os históricos de aceleração, velocidade e deslocamento do sismo A estão apresentados na Figura 23. A duração de movimento intenso, calculado pela equação (3.2) foi de 9,15 s, entre os instantes $t = 1,65$ s e $t = 10,80$ s.



Históricos de: (a) acelerações e função envelope; (b) velocidades; (c) deslocamentos.

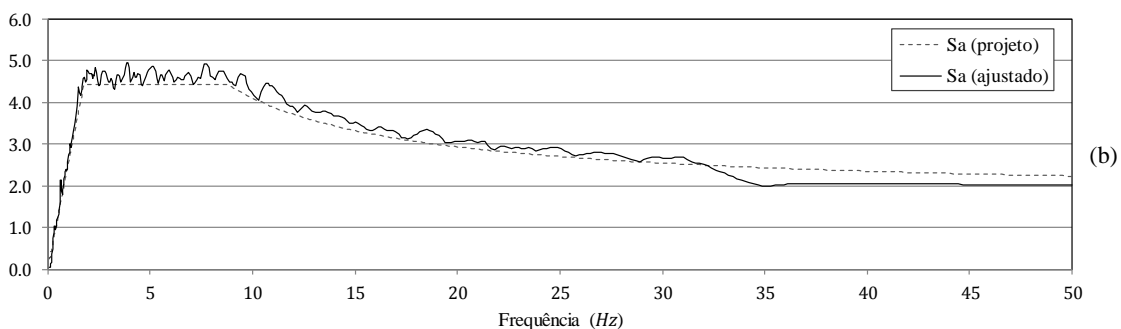
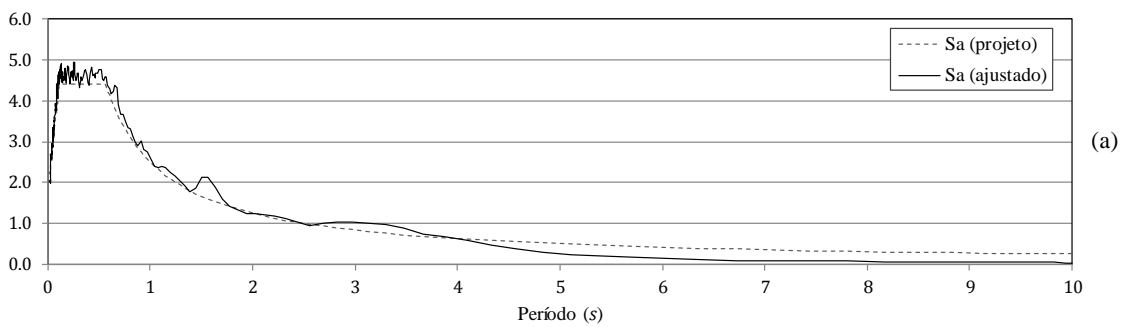
Figura 23 - Históricos de aceleração, velocidade e deslocamento do sismo A

Percebe-se que a correção de linha de base aplicada produziu o resultado desejado, e todas as condições de contorno foram garantidas. As amplitudes máximas dos valores dos históricos de aceleração, velocidade e deslocamento foram, respectivamente, $\ddot{u}_g \text{ máx} = 0,20g$, $\dot{u}_g \text{ máx} = 24$ cm/s e $u_g \text{ máx} = 7,8$ cm.

As figuras a seguir (Figura 24, Figura 25 e Figura 26) apresentam a comparação entre os espectros de resposta de aceleração, velocidade e deslocamento do sismo A e os respectivos espectros de projeto da NBR 15421:2006 para o qual este foi ajustado.

Verifica-se que a aceleração máxima do histórico está de acordo com a aceleração de período zero do espectro. Igualmente, verifica-se que o deslocamento espectral para períodos longos é proporcional ao valor máximo do histórico de deslocamentos.

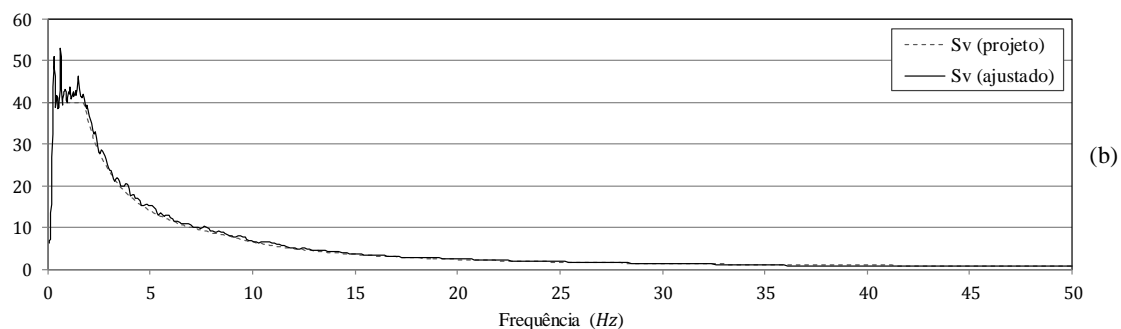
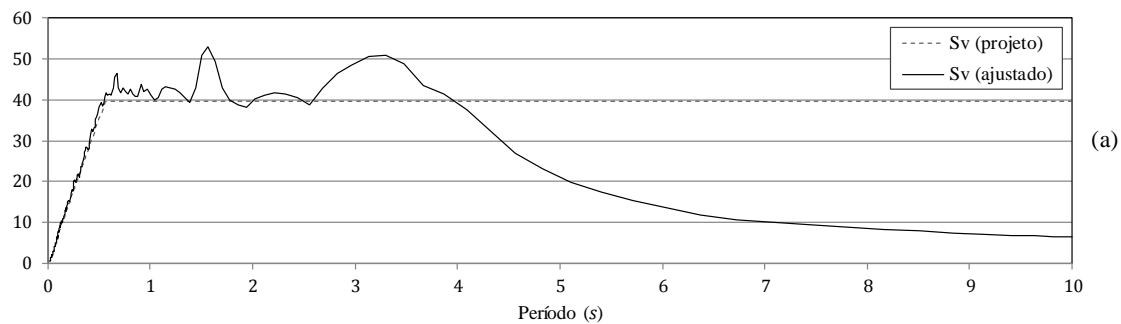
Espectro de pseudo-acelerações (m/s^2)



Comparação entre o espectro de pseudo-acelerações ajustado e de projeto em função: (a) do período; (b) da frequência.

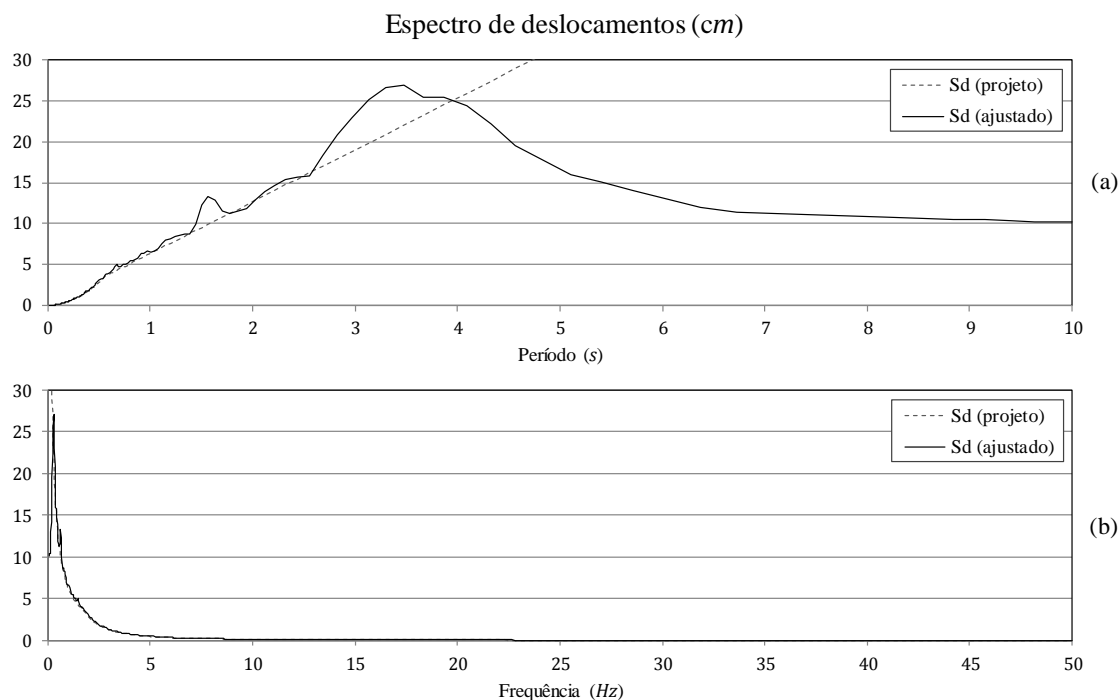
Figura 24 - Ajuste ao espectro de acelerações do sismo A.

Espectro de pseudo-velocidades (cm/s)



Comparação entre o espectro de pseudo-velocidades ajustado e de projeto em função: (a) do período; (b) da frequência.

Figura 25 - Ajuste ao espectro de velocidades do sismo A.



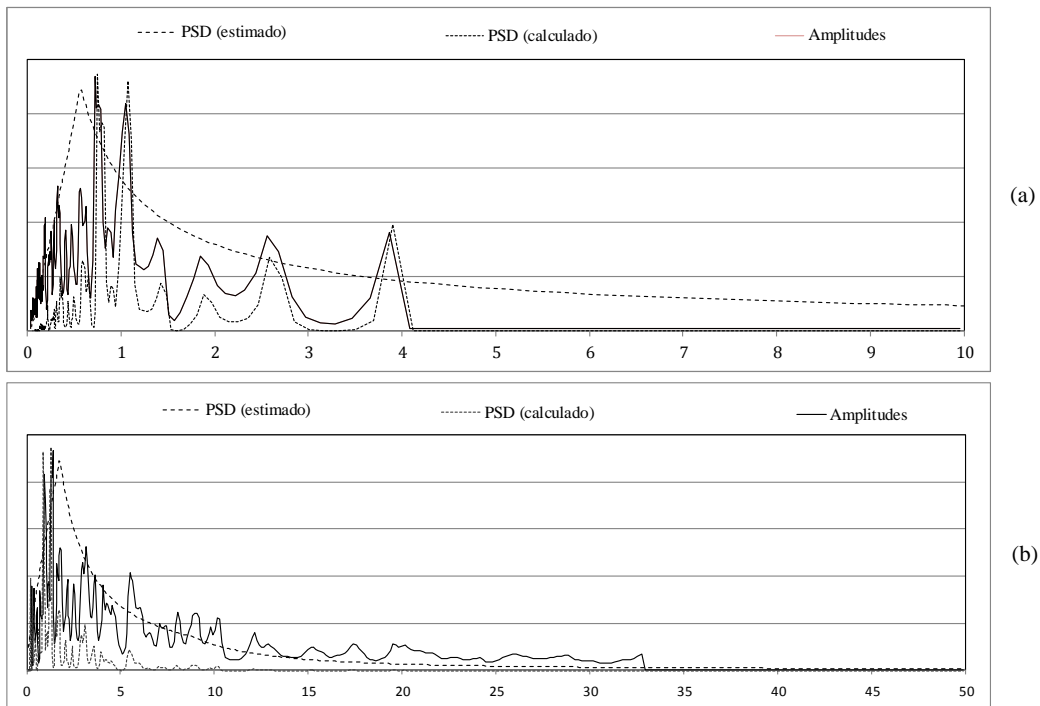
Comparação entre o espectro de deslocamentos ajustado e de projeto em função: (a) do período; (b) da frequência.

Figura 26 - Ajuste ao espectro de deslocamentos do sismo A.

Apenas 13 pontos do espectro de acelerações tiveram valores abaixo do espectro de norma dentro da faixa de interesse (4,3% dos pontos de interesse). Os valores mínimo e máximo da razão entre o espectro de projeto e o espectro de resposta ajustado, dentro da faixa de interesse, foram 0,93 e 1,33, respectivamente.

É possível notar, pela Figura 26, que os valores de deslocamento para longos períodos, que ficaram fora da faixa de interesse e, portanto, não foram ajustados pelo espectro da NBR 15421:2006, tendem para um comportamento constante, com o valor do deslocamento máximo do solo. Esta é mais uma evidência de que a inclusão do trecho final de deslocamentos constantes é a tendência mais natural para a atualização da norma brasileira.

A Figura 27 mostra uma comparação entre as amplitudes dos harmônicos, o PSD calculado (um lado apenas) pela equação (4.1) ^[42] e o PSD estimado a partir do espectro de resposta, usado como estimativa inicial das amplitudes. Nota-se que há uma concordância bastante razoável entre essas grandezas, demonstrando que a estimativa feita do espectro de potência é um bom parâmetro inicial para o cálculo das amplitudes.



Comparação entre amplitudes dos harmônicos, PSD calculado e PSD estimado a partir do espectro de projeto no domínio: (a) do período; (b) da frequência.
 Figura 27 - Comparação entre amplitudes e PSD para o sismo A.

$$G(f_i) = \frac{A_i^2}{2\delta f_i} \quad (4.1)$$

O momento de ordem zero dessa função, definido pela expressão (4.2), é numericamente avaliado.

$$M_0 = \int_0^{\infty} G(f) df \quad (4.2)$$

Que resulta em:

$$M_0 = 0,3022 \text{ m}^2/\text{s}^4$$

Uma das principais propriedades estatísticas associadas a funções de densidade é:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{M_0} \quad (4.3)$$

Onde:

$\bar{\sigma}$ é o desvio-padrão.

Numericamente, o resultado obtido para o sismo A é:

$$\bar{\sigma} = 0,5497 \text{ m/s}^2$$

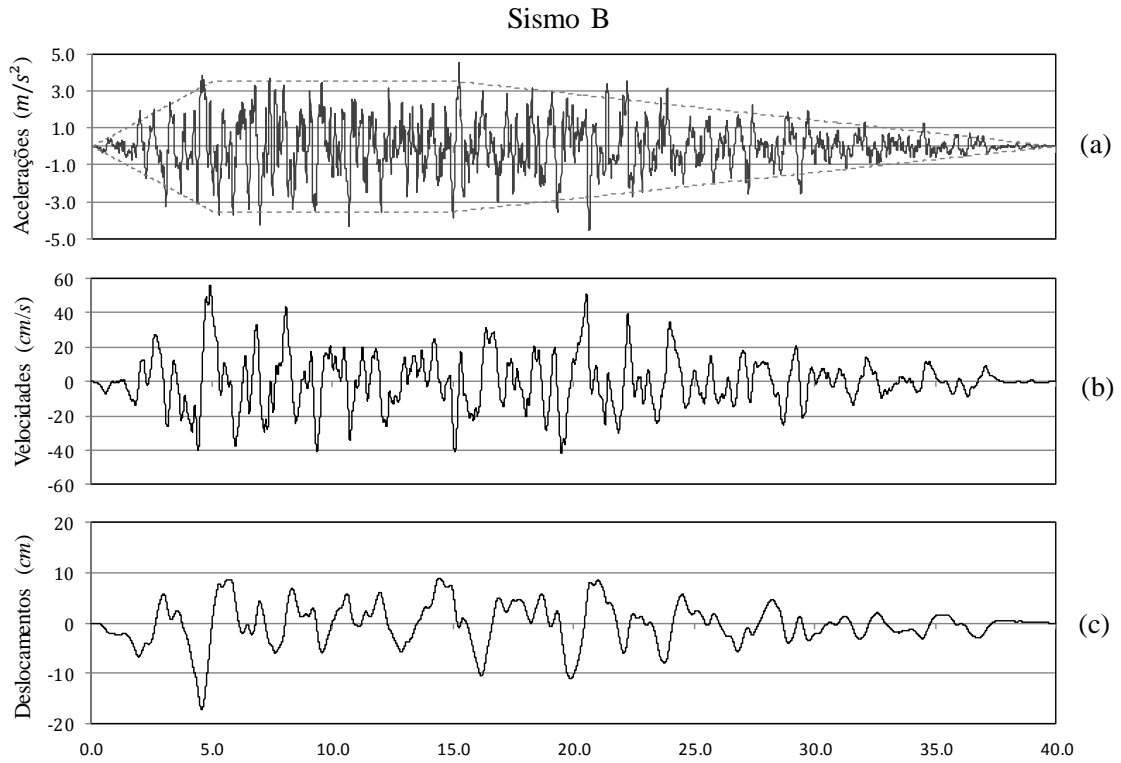
4.3.2. Sismo B

O programa levou 27,8 s para gerar o sismo B, ajustá-lo ao espectro de projeto e escrever os seus dados de saída. O número de iterações necessário para atingir este resultado foi 16.

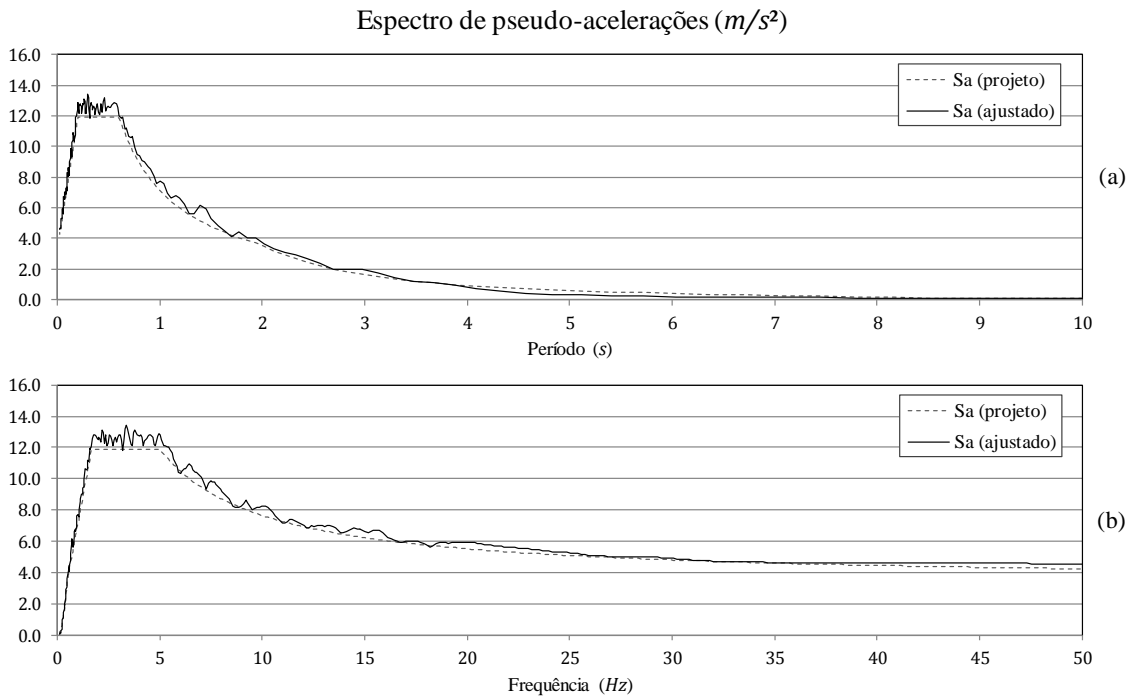
Os históricos de aceleração, velocidade e deslocamento do sismo B estão apresentados na Figura 28. A duração de movimento intenso, calculado pela equação (3.2) foi de 25,12 s, entre os instantes $t = 3,67 \text{ s}$ e $t = 28,79 \text{ s}$.

Percebe-se que a correção de linha de base aplicada produziu o resultado desejado, e todas as condições de contorno foram garantidas. As amplitudes máximas dos valores dos históricos de aceleração, velocidade e deslocamento foram, respectivamente, $\ddot{u}_g \text{ máx} = 0,46g$, $\dot{u}_g \text{ máx} = 56 \text{ cm/s}$ e $u_g \text{ máx} = 17,2 \text{ cm}$.

As figuras a seguir (Figura 29, Figura 30 e Figura 31) apresentam a comparação entre os espectros de resposta de aceleração, velocidade e deslocamento do sismo A e os respectivos espectros de projeto do EC8 (EN 1998-1) para o qual este foi ajustado.

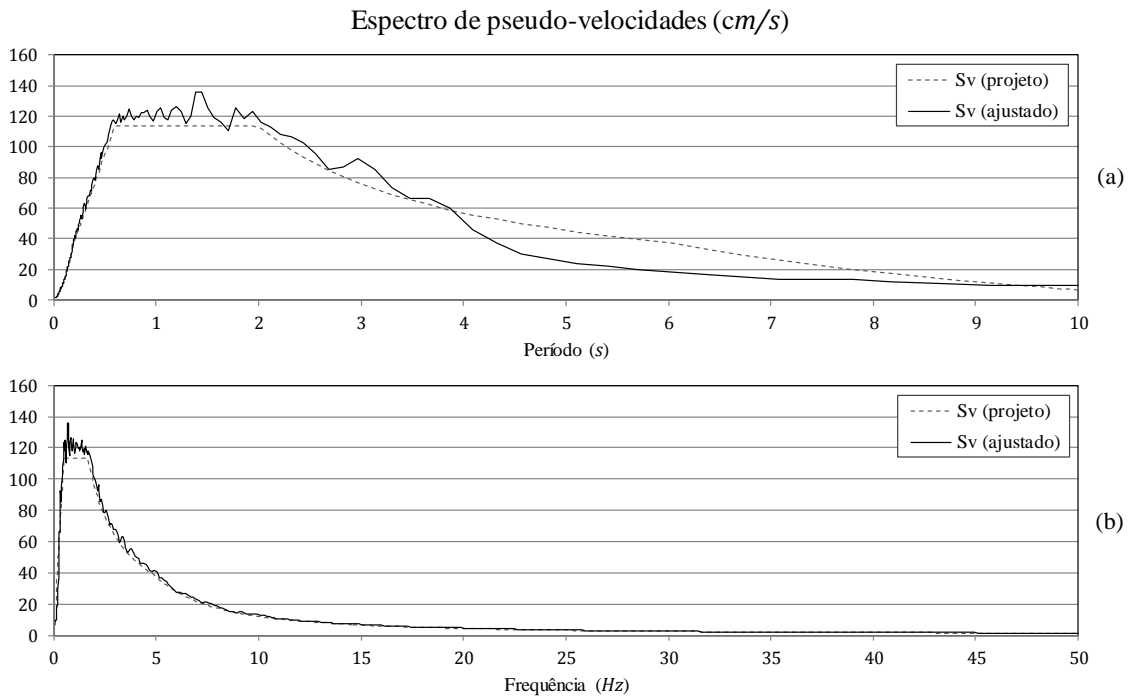


Históricos de: (a) acelerações e função envelope; (b) velocidades; (c) deslocamentos.
 Figura 28 - Históricos de aceleração, velocidade e deslocamento do sismo B.



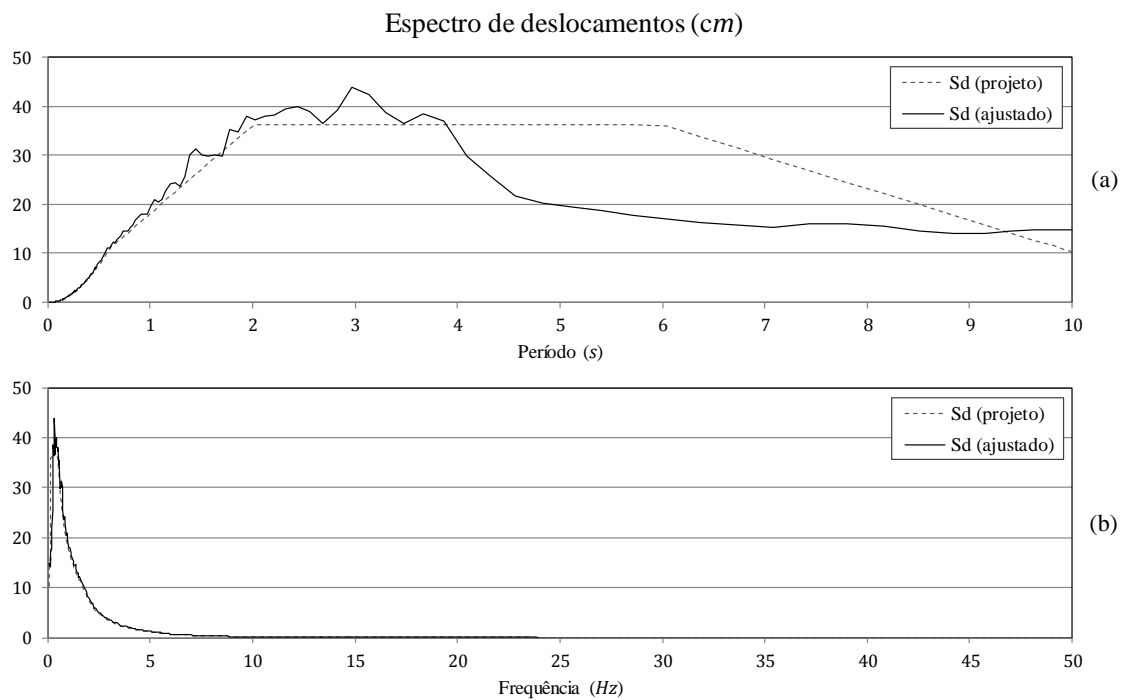
Comparação entre o espectro de pseudo-acelerações ajustado e de projeto em função: (a) do período;
 (b) da frequência.

Figura 29 - Ajuste ao espectro de acelerações do sismo B.



Comparação entre o espectro de pseudo-velocidades ajustado e de projeto em função: (a) do período; (b) da frequência.

Figura 30 - Ajuste ao espectro de velocidades do sismo B.



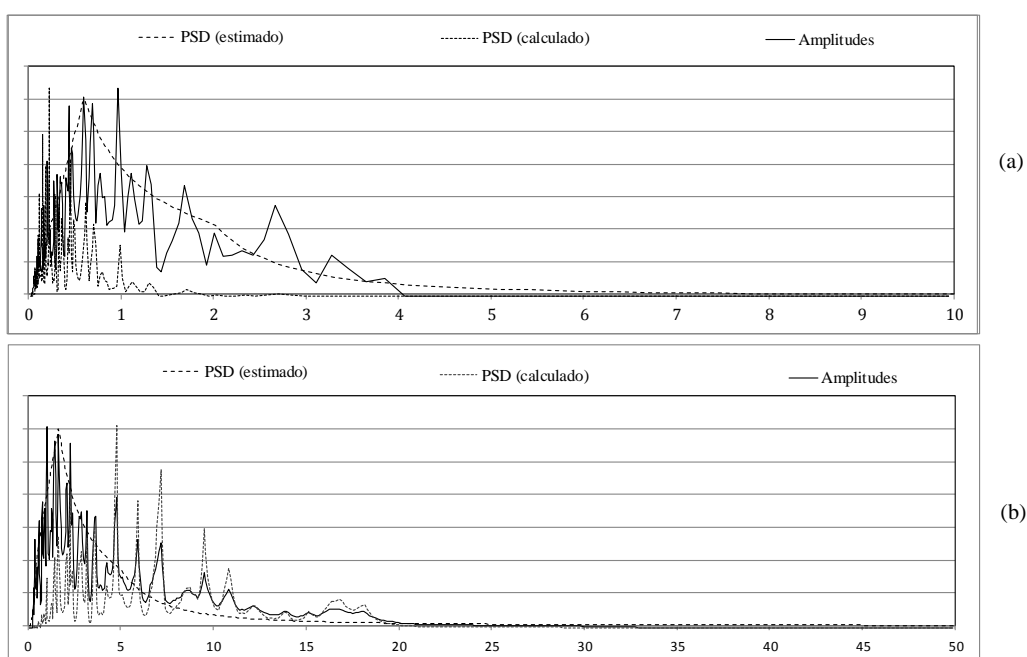
Comparação entre o espectro de deslocamentos ajustado e de projeto em função: (a) do período; (b) da frequência.

Figura 31 - Ajuste ao espectro de deslocamentos do sismo B.

Verifica-se que a aceleração máxima do histórico está de acordo com a aceleração de período zero do espectro. Igualmente, verifica-se que o deslocamento espectral para períodos longos é proporcional ao valor máximo do histórico de deslocamentos.

Apenas 12 pontos do espectro de acelerações tiveram valores abaixo do espectro de norma dentro da faixa de interesse (4,0% dos pontos de interesse). Os valores mínimo e máximo da razão entre o espectro de projeto e o espectro de resposta ajustado, dentro da faixa de interesse, foram 0,97 e 1,21, respectivamente.

A Figura 32 mostra a mesma comparação entre as amplitudes dos harmônicos, o PSD calculado e o PSD estimado a partir do espectro de resposta, usado como estimativa inicial das amplitudes. Para o sismo B uma concordância também bastante razoável é verificada entre essas grandezas, demonstrando novamente a conveniência da estimativa do espectro de potência como parâmetro inicial para o cálculo das amplitudes.



Comparação entre amplitudes dos harmônicos, PSD calculado e PSD estimado a partir do espectro de projeto no domínio: (a) do período(s); (b) da frequência (Hz).

Figura 32 - Comparação entre amplitudes e PSD para o sismo B.

É possível notar que o sismo B, calculado para o espectro de resposta do Eurocódigo 8, possui um conteúdo de frequências mais coerente para componentes de

longos períodos do que o sismo A, calculado pela NBR 15421. Isto deriva da ausência do patamar de deslocamentos espectrais constantes no espectro da norma brasileira.

O momento de ordem zero dessa função, pela equação (4.2), é numericamente avaliado:

$$M_0 = 0,2316 \text{ m}^2/\text{s}^4$$

Calculando o desvio padrão para o sismo B, pela equação (4.3):

$$\bar{\sigma} = 0,4813 \text{ m}/\text{s}^2$$

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1. Conclusão

Foi apresentada uma metodologia para geração de históricos de acelerações no tempo com conteúdo de frequências compatível com um espectro regulamentar, que pode ser aplicado em análises sísmicas não lineares, interação solo-estrutura e em qualquer análise em que se deseje avaliar a ação sísmica discretizada em função do tempo.

Alguns pontos principais do processo de geração foram tratados com mais detalhes e novas soluções foram propostas para a discretização dos pontos de frequência, para a estimativa inicial das amplitudes das componentes da série harmônica e para a correção da linha de base.

Um programa computacional foi desenvolvido para exemplificar a metodologia apresentada e dois sismos com características distintas foram simulados para testar a eficácia dos resultados. Os testes mostraram que a metodologia proposta é satisfatória e que as características gerais dos sismos gerados são compatíveis com os critérios de diversas normas internacionais.

5.2. Desenvolvimento futuro

Este Projeto de Graduação se desenvolveu dentro da linha de pesquisa Projeto de Estruturas Resistentes a Sismos do DES (Departamento de Estruturas) da Escola Politécnica da UFRJ.

O aprofundamento do programa computacional ARTQUAKE desenvolvido para o propósito deste trabalho pode vir a formar uma ferramenta de grandiosa utilidade na análise de estruturas sísmo-resistentes por métodos de aplicação direta da ação sísmica, sob a forma de acelerogramas de movimentação do solo.

O desenvolvimento de uma aplicação que implemente uma interface gráfica ao programa apresentado parece ser o passo mais óbvio para continuação deste trabalho, pois permitiria a execução de testes mais exaustivos da metodologia proposta. Nesse

sentido, a variação dos parâmetros de entrada poderia ser estudada com mais profundidade.

Outras medidas de avaliação podem ser feitas com os resultados dos sismos artificiais gerados por esta abordagem. Há ainda parâmetros que não foram tratados, como a diferença imposta aos acelerogramas originais pela correção da linha de base nos moldes do que foi apresentado.

A inclusão de espectros de projeto e critérios de diferentes normas também pode ser um caminho para se alcançar novas proposições para os aspectos da norma brasileira. Apesar disso do marco que representa para a engenharia sísmica nacional, a norma brasileira é ainda muito recente e ainda tem alguns pontos em que pode evoluir.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BUCHHOLDT, H. A. *An introduction to cable roof structures*. 2nd ed. London: Thomas Telford, 1999. 285p.
- [2] CORBANI, S. *Análise dinâmica elasto-plástica de estruturas metálicas sujeitas a excitação aleatória de sismos*. Dissertação de mestrado – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006
- [3] USNRC, *Design response spectra for seismic design of nuclear power plants*. Regulatory Guide 1.60, Washington, DC: United States Nuclear Regulatory Commission, 1973
- [4] ABNT, *NBR 15421:2006 – Projeto de estruturas resistentes a sismos – Procedimento*. Rio de Janeiro. 2006
- [5] SILVA, F. C. M. *Avaliação do risco sísmico nas regiões nordeste e sudeste do Brasil*. Projeto final de graduação – DME, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2009
- [6] SANTOS, S. H. C.; SOUZA LIMA, S. “Subsídios para uma futura normalização brasileira para resistência anti-sísmica das estruturas de concreto dos edifícios”. *Revista IBRACON*, São Paulo, v3 1, n3 1, p.55-62, 2005
- [7] GUERREIRO, L. M. C. *Acção sísmica – Engenharia sísmica de pontes*. Texto didático, Mestrado em Engenharia de Estruturas, Instituto Superior Técnico. Lisboa. 2011. Disponível em: <http://www.civil.ist.utl.pt/~luisg/>. Acesso em: 12 nov. 2012, 17:22:00
- [8] LANAMME. *Evaluación del impacto ingenieril de um terremoto em La península de Nicoya: Informe final*. Universidad de Costa Rica, Programa de Ingeniería Sísmica. San José, CR. 1999
- [9] KRAMER, S. L., *Geotechnical earthquake engineering*. Publ. Prentice Hall, 1996
- [10] TELES, L. D. V. *Considerações sobre a redução das forças sísmicas devido aos efeitos de não-linearidade física nas estruturas de concreto armado*. Projeto Final de Graduação – DME, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2010

- [11] VALENCIA, L. A. M. *Generation and analysis of spectrum-compatible time-histories using wavelets*. M.Sc. dissertation, University of Puerto Rico, Mayagüez Campus, Mayagüez, 2004
- [12] JTC1/SC22/WG5. *ISO/IEC 1539-1:1997 FORTRAN 95 base language standard*. Disponível em: <http://www.nag.co.uk/sc22wg5/>. Acessado em: 12 nov. 2012, 18:25:00
- [13] CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. *Dynamics of structures*, 2nd edition, McGraw Hill, New York, 1993
- [14] SOUZA LIMA, S.; SANTOS, S. H. C. *Análise dinâmica das estruturas*. Ed. Ciência Moderna Ltda., Rio de Janeiro, 2008
- [15] HOUSNER, G. W. *An investigation of the effects of earthquakes on buildings*. Ph.D. thesis, California Institute of Technology, Pasadena, 1941
- [16] BIOT, M. A. *Transient oscillations in elastic systems. General theorems. Vibrations of buildings during earthquake. Critical torsion vibrations of accelerated rotating shafts*. Ph.D. thesis, California Institute of Technology, Pasadena, 1932
- [17] EUROCODE 8. *EN 1998-1: Design of structures for earthquake resistance – General rules, seismic actions and rules for buildings*. Commission of the European Community, 2005
- [18] RÔLO, R. A. G. *Geração de pares de sismos compatíveis com um espectro de resposta*. Dissertação de mestrado, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 2009
- [19] BISCH, P.; CARVALHO, E.; DEGEE, H. et al. Eurocode 8: Seismic design of buildings. Worked examples. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2012. 515pp.
- [20] KUMAR, A. *Software for generation of spectrum compatible time history*. Proc. 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, B. C., Paper n° 2096. Canadá, 2004
- [21] COSMOS VIRTUAL DATA CENTER. *El Centro 1940-05-19 04:36:41 UTC*. Disponível em <http://db.cosmos-eq.org/scripts/event.plx?evt=88>. Acesso em: 13 nov. 2012, 01:56:00

- [22] BYCROFT, G. N. White noise representation of earthquakes. J. Engrg. Mech. Div., ASCE, 86(2), 1-16. 1960
- [23] AZEVEDO, J. J. R. T. *Vibrações aleatórias – Dinâmica estocástica*. Texto didático, disciplina: Dinâmica e Engenharia Sísmica. Mestrado em Engenharia de Estruturas, Instituto Superior Técnico. Lisboa. 2011. Disponível em: <http://www.civil.ist.utl.pt/~luisg/>. Acesso em: 13 nov. 2012, 12:50:30
- [24] HOUSNER, G. W., JENNINGS, P. C. *Generation of artificial earthquakes*, J. Eng. Mech. Div., ASCE 90, n° EM1, pp 113-150. 1964
- [25] SEED, H. B. “Landslides caused by soil liquefaction”, Eng. Vol. P. 73 ff. Reprinted from Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, *Landslides during Earthquakes due to soil liquefaction*. 1968
- [26] SEED, H. B.; WILSON, D. S. “Turnagain heights landslides”, reprinted from Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, *Turnagain heights landslides*. Alaska, 1967
- [27] AMIN, M.; ANG, A. H.-S. *Nonstationary stochastic model of earthquake motions*. J. Engrg. Mech. Div., ASCE, 94(2), 559-583. 1968
- [28] LEVY, S.; WILKINSON, J. P. D. “Generation of artificial time histories, rich in all frequencies, for given response spectra”, *Nuclear Engineering and Design*, London, 1976. Vol. 38, pp.241-251
- [29] DOBRY, R.; IDRIS, I. M.; NG, E. “Duration characteristics of horizontal components of strong-motion earthquake records”, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Albany, California, 1978. Vol 68, n° 5, pp 1487-1520
- [30] ARIAS, A. “A measure of earthquake intensity”. in Hansen, R., ed., *Seismic design for nuclear power plants*: Cambridge, Massachusetts, 1970. MIT Press, p. 438-483
- [31] CSA N289.3-M81 – *Design procedures for seismic qualification of nuclear power plants*. 2nd ed. Canadian Standards Association, Ottawa, 2010
- [32] Computer program SEISMOARTIF – version 1.0.0. *SeismoArtif's help system* - © 2002-2012 Seismosoft Ltd. All rights reserved.
- [33] HOU, S. *Earthquake simulation models and their applications*. M.I.T.,

Department of Civil Engineering Research Report T68-17, 1968

[34] NUREG/CR-3509, *Power spectral density functions compatible with NRC Regulatory Guide 1.6 response spectra*. June 1988

[35] SEED, H. B.; UGAS, C.; LYSMER, J. “Site-dependent spectra for earthquake resistant design”. *Bull. of the Seismological Society of America*, 1976. Vol. 66, n°1

[36] HWANG, H. H.; JAW, J. W. “Statistical evaluation of response modification factors for reinforced concrete structures”, Report No. NCEER-89-0002, *National Center for Earthquake Engineering Research*, State University of New York and Buffalo, Buffalo, New York, 1989.

[37] NIU, Z.; LI, T.; HU, S. *The synthesis and correction of simulated Earthquake waves*. 14th World Conference on Earthquake Engineering. Beijing, China, 2008

[38] CHOPRA, A. K. *Dynamics of structures*. New York: McGraw-Hill, Fourth Edition, 2012. 944p.

[39] MA, D. C.; GVILDYS, J.; CHANG, Y. W.; SEIDENSTICKER, R. W. “Impact of insufficient energy content in the design time history on the structure response”. in: *10th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMIRT)*, Anaheim, CA, USA, 1989

[40] EM 1110-2-6051. *Engineering and design – Time-history dynamic analysis of concrete hydraulic structures*. Department of the Army, U.S. Army Corps of Engineers. Washington, DC. 2003

[41] JENNINGS, P. C.; HOUSNER, G. W.; TSAI, N. C., *Simulated Earthquake Motions*, Report of Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, 1968

[42] SANTOS, S. H. C.; JÓIA, L. A. “Seismic analysis of structures using spectrum - compatible power spectral density functions”. In: *8th European Conference on Earthquake Engineering*, 1986, Lisbon. Proceedings of the 8th European Conference on Earthquake Engineering, 1986.