

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

UMA ABORDAGEM BAYESIANA SOBRE SUBSCRIÇÃO DE RISCOS DE
SEGURO EM AUTOMÓVEL ATRAVÉS DA APLICAÇÃO DO MODELO
DE FRONTEIRA ESTOCÁSTICA

Briza Maria de Oliveira Farias

2016

UMA ABORDAGEM BAYESIANA SOBRE SUBSCRIÇÃO DE RISCOS DE
SEGURO EM AUTOMÓVEL ATRAVÉS DA APLICAÇÃO DO MODELO
DE FRONTEIRA ESTOCÁSTICA

Briza Maria de Oliveira Farias

Projeto Final de Conclusão de Curso
apresentado ao Departamento de Métodos
Estatísticos do Instituto de Matemática da
Universidade Federal do Rio de Janeiro
como parte dos requisitos necessários para a
obtenção do título de Bacharel em Ciências
Atuariais.

Orientador: Ralph dos Santos Silva

Rio de Janeiro, 31 de agosto de 2016.

UMA ABORDAGEM BAYESIANA SOBRE SUBSCRIÇÃO DE RISCOS DE
SEGURO EM AUTOMÓVEL ATRAVÉS DA APLICAÇÃO DO MODELO
DE FRONTEIRA ESTOCÁSTICA

Briza Maria de Oliveira Farias

Orientador: Ralph dos Santos Silva

Projeto Final de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Métodos Estatísticos do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Atuariais.

Prof. Ralph dos Santos Silva
IM – UFRJ

Prof. Flávia Maria Pinto Ferreira Landim
IM – UFRJ

Prof^ª Marina Silva Paez
IM – UFRJ

Rio de Janeiro, 31 de agosto de 2016.

RESUMO

UMA ABORDAGEM BAYSESIANA SOBRE SUBSCRIÇÃO DE RISCOS DE SEGURO EM AUTOMÓVEL ATRAVÉS DA APLICAÇÃO DO MODELO DE FRONTEIRA ESTOCÁSTICA

Briza Maria de Oliveira Farias

Orientador: Ralph dos Santos Silva

Resumo do Projeto Final de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Métodos Estatísticos do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Atuariais.

Mediante uma conjuntura nacional e internacional de incerteza econômica, o papel da gestão de riscos se torna mais relevante. No segmento de seguro, o ramo de automóveis tem uma parcela expressiva no mercado brasileiro, e as empresas podem não estar sendo eficientes. Este trabalho visa a mensuração da ineficiência da subscrição de riscos desse ramo, atividade que se torna parte da estratégia empresarial no atual contexto, medindo o quão distante as seguradoras operam da fronteira de eficiência ideal. Para tal, utiliza-se a inferência bayesiana no modelo de fronteira de produção estocástica.

Palavras-chave: Abordagem de riscos, inferência bayesiana, fronteira de produção estocástica, função de Cobb-Douglas, ramos de automóveis.

ABSTRACT

UMA ABORDAGEM BAYESIANA SOBRE SUBSCRIÇÃO DE RISCOS DE SEGURO EM AUTOMÓVEL ATRAVÉS DA APLICAÇÃO DO MODELO DE FRONTEIRA ESTOCÁSTICA

Briza Maria de Oliveira Farias

Advisor: Ralph dos Santos Silva

Abstract do Projeto Final de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Métodos Estatísticos do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Atuariais.

Through a national and international conjuncture of economic uncertainty, the role of risks management becomes more relevant. In insurance segment, the automotive industry has a significant portion in Brazilian's market; and some companies might still not be as efficient as it could be. This work aims to measure the inefficiency of automotive risk subscription, activity which has become part of corporation's strategy in the current context, calculating how far as insurers operate from the ideal efficiency frontier. To do this, it will be used Bayesian inference applied on stochastic production frontier model.

Key-words: Automotive segment, Bayesian inference, Cobb-Douglas function, risks approach, stochastic production frontier.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Ralph dos Santos Silva;

À Rosana e Wilson de Oliveira.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	ii
LISTA DE FIGURAS	iii
Capítulo 1	1
Introdução.....	1
1.1. Objetivo	2
Capítulo 2	3
Metodologia.....	3
2.1. Fronteira estocástica	3
2.2. Função Cobb-Duglas de produção	4
2.3 Inferência Bayesiana e algumas definições	4
2.4. Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC).....	6
2.5. Testes de normalidade e independência dos resíduos	7
2.6. DIC – Critério de Informação de Desvio.....	9
Capítulo 3	10
Aplicação.....	10
3.1. Sobre as seguradoras selecionadas	10
3.2. Análise Exploratória de dados	12
3.3. Descrição do modelo utilizado	15
3.4 Resultados obtidos.....	16
Capítulo 4	25
Considerações Finais	25
Referência Bibliográficas	26
Apêndice A.....	28
Apêndice B	30
Apêndice C	32
Apêndice D.....	34
Apêndice E	36
Apêndice F.....	38

LISTA DE TABELAS

3.1. Análise exploratória das variáveis sob estudo	13
3.2. Análises e testes sobre o prêmio ganho	14
3.3. Resultados do DIC referentes à seguradora Liberty	16
3.4. Resultados para os parâmetros do modelo referentes à seguradora Liberty	17
3.5. Resultados do DIC referentes à seguradora Porto Seguro	19
3.6. Resultados para os parâmetros do modelo referentes à seguradora Porto Seguro	20
3.7. Resultados do DIC referentes à seguradora Zurich	21
3.8. Resultados para os parâmetros do modelo referentes à seguradora Zurich	21
3.9. Resultados do DIC referentes à seguradora Sulamérica	23
3.10. Resultados para os parâmetros do modelo referentes à seguradora Sulamérica	24
A.1. Desempenho mensal da seguradora Liberty, sendo u normal truncada	28
A.2. Desempenho mensal da seguradora Liberty, sendo u exponencial	29
B.1. Desempenho mensal da seguradora Porto Seguro, sendo u normal truncada	30
B.2. Desempenho mensal da seguradora Porto Seguro, sendo u exponencial	31
C.1. Desempenho mensal da seguradora Zurich, sendo u normal truncada	32
C.2. Desempenho mensal da seguradora Zurich, sendo u exponencial	33
D.1. Desempenho mensal da seguradora Sulamérica, sendo u normal truncada	34
D.2. Desempenho mensal da seguradora Sulamérica, sendo u exponencial	35

LISTA DE FIGURAS

3.1. Comportamento da variável prêmio ganho	14
3.2. Análises de prêmio ganho <i>versus</i> demais variáveis sob estudo referentes à seguradora Liberty	18
3.3. Comportamento do prêmio ganho da seguradora Liberty ao longo do tempo	19
3.4. Análises de prêmio ganho <i>versus</i> demais variáveis sob estudo referentes à seguradora Zurich	22
3.5. Comportamento do prêmio ganho da seguradora Zurich ao longo do tempo	23

Capítulo 1

Introdução

O mercado brasileiro viveu um período de grande crescimento durante os últimos vinte anos. Na década de 90 o plano real veio para estabilizar a moeda brasileira e foi o início do crescimento econômico no país. Já nos anos 2000, boa parcela desse bom desenvolvimento ocorreu graças a incentivos fiscais e programas federais, que proporcionaram ao brasileiro um maior poder de compra. No setor automobilístico não foi diferente. O Brasil chegou ao quarto lugar no ranking mundial de emplacamentos, atrás apenas da China, Estados Unidos e Japão.

Em contra partida, a economia internacional, a partir de 2008, veio apresentando baixas taxas de crescimento com elevada instabilidade financeira e tendência à deflação de preços. A taxa de juros básica dos Estados Unidos se elevou, os países em desenvolvimento começaram a ter suas moedas desvalorizadas, a China contraiu a demanda, e a contração de crédito também ocorreu.

No ano de 2015, essa conjuntura internacional começou a impactar mais fortemente o panorama econômico brasileiro. A instabilidade política no país também se agravou, e em 2016 deu-se início ao processo de impeachment sobre a presidente Dilma Rousseff. Pode-se citar como um indicador da queda na economia a diminuição do índice de grau de investimento (*ratings*) em 2 níveis, que são atribuídos pelas principais agências de classificação de risco: Standard & Poor's, Moody's e Fitch. Todo esse cenário contribuiu para a retração da economia brasileira, e conseqüentemente para o mercado automobilístico.

Sendo assim, entende-se que a subscrição de riscos assume um papel de alta importância para a condução de negócios. Em um panorama onde diminuir custos passa a ser cada vez mais imprescindível, a gestão de riscos ganha destaque na estratégia das companhias. Este estudo tratará sobre a ineficiência na subscrição dos riscos, propondo um modelo para tal medida.

Para Randall (2000), a subscrição de risco é o processo para: 1) decidir quais riscos são aceitáveis; 2) determinar qual prêmio deve ser cobrado, os termos e condições do contrato de seguro; e 3) monitorar cada uma dessas decisões. Assim, a subscrição é fundamental para

que a seguradora seja capaz de cumprir dois objetivos: fornecer cobertura securitária e obter um lucro razoável.

1.1. Objetivo

Este trabalho tem como objetivo mensurar a ineficiência na subscrição de riscos de automóveis através do modelo de fronteira estocástica, mas com viés bayesiano. O modelo que será visto foi inicialmente proposto por três grupos de pesquisadores simultaneamente: Aigner, Lovell, e Schmidt (1977), Meeusen e Van den Broeck (1977) e Battese (1977). Esta abordagem consiste em uma tentativa de superar as limitações das fronteiras determinísticas que não permitiam a presença de um erro aleatório (fora do controle das firmas), considerando todo resíduo como sendo ineficiência técnica.

Capítulo 2

Metodologia

Serão apresentados neste capítulo, os principais conceitos utilizados neste trabalho. São definições e abordagens objetivas relacionadas aos modelos, testes estatísticos e critérios adotados para o desenvolvimento da aplicação apresentada no capítulo 3.

2.1. Fronteira estocástica

A função de produção por fronteira estocástica foi independentemente proposta por Aigner, Lovell e Schmidt (1977) e Meeusen e van den Broeck (1977). A especificação original envolve uma função de produção específica para dados de painel com um termo de erro com dois componentes, um para contabilizar os efeitos aleatórios e outro para contabilizar a ineficiência tecnológica. Segue o modelo original:

$$y = f(\mathbf{x}^t \boldsymbol{\beta}) + \varepsilon,$$

onde os vetores possuem dimensão p , ou seja, $\mathbf{x}^t = (x_1, x_2, \dots, x_p)^t$ e $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$. Além disso, $\varepsilon = v - u$, sendo v um erro simétrico que captura qualquer choque aleatório fora do controle do produtor, e u , um erro aleatório que assume apenas valores não negativos e que captura o efeito da ineficiência técnica.

O método da fronteira estocástica permite que sejam contabilizados os erros aleatórios, que não são controláveis pela empresa. Os desvios em relação à função fronteira refletem falhas na otimização do processo de produção. Ou seja, para estar eficiente, deve-se estar na fronteira.

Para modelar as duas componentes do erro, u e v , Aigner et al. (1977) propõe as seguintes distribuições:

$$v \sim N(0, \sigma^2) \text{ e } u \sim NT_{[0, \infty]}(0, k^2),$$

que serão utilizadas neste trabalho, isto é, o modelo normal para o erro de medida e a distribuição normal truncada para as ineficiências, porém, utilizaremos um enfoque

bayesiano. A inferência é feita, condicional aos valores gerados ou estimada dos parâmetros. E portanto, encontra-se a distribuição das eficiências, dados todos os parâmetros.

2.2. Função Cobb-Douglas de produção

A função de Cobb-Douglas possui grande uso em estudos econômicos, e possui a seguinte forma:

$$Y = \delta L^\beta K^\theta \quad (1)$$

onde $\beta > 0$, $\theta > 0$. Define-se também que Y é a produção, L o trabalho, K o capital, δ a produtividade total dos fatores, β a elasticidade do produto em relação ao trabalho, e θ , a elasticidade do produto em relação ao capital.

A fim de linearizarmos a função, aplicamos o logaritmo tal que $y = \ln Y$. Acrescentando também um erro, temos que a fórmula fica da seguinte maneira:

$$\ln(Y) = \ln(\delta) + \beta \times \ln(L) + \theta \times \ln(K) + \varepsilon \quad (2)$$

Assim, escrita desta maneira, a função de Cobb-Douglas chega ao formato do modelo de fronteira estocástica citado na seção 2.1.

Neste trabalho, os coeficientes adotados não terão esta notação (δ, β, θ) , e sim $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$. O modelo utilizado será descrito mais a frente, na seção 3.3.

2.3 Inferência Bayesiana e algumas definições

A informação disponível sobre uma quantidade de interesse θ possui grande importância na Estatística. Sabe-se que o real valor que θ assume não é conhecido, porém, a incerteza a respeito de θ pode assumir diferentes graus. Por isso, não é incomum que pesquisadores atribuam diferentes modelos para este parâmetro, pois estes modelos probabilísticos é que traduzem a incerteza sobre ele.

Seguem nas próximas seções algumas definições atreladas à inferência bayesiana, que serão necessárias para o entendimento global deste estudo, pois técnicas relativas a este tipo inferência serão utilizadas para a aplicação do modelo proposto.

Para maior detalhamento sobre este tópico, indica-se DeGroot e Schervish (2012).

2.3.1. Distribuição a priori

A distribuição atribuída a um parâmetro antes da observação dos dados é chamada de distribuição a priori deste parâmetro. Em outras palavras, essa distribuição traduz a crença do especialista sobre o parâmetro de interesse θ sobre o espaço paramétrico Ω . Assim, a informação prévia sobre θ é traduzida pela distribuição a priori, $f(\theta)$.

2.3.2. Função de verossimilhança

Se a função densidade de probabilidade conjunta ou a função de densidade conjunta das observações de uma amostra aleatória é considerada como função de θ dado os valores observados x_1, \dots, x_n , então esta função é chamada de função de verossimilhança. E mais, a função de verossimilhança conecta a priori à posteriori usando os dados do experimento. É denotada por $f(x|\theta)$.

2.3.3. Distribuição a posteriori

Considere um problema de inferência estatística com parâmetro de interesse θ e variáveis aleatórias (X_1, \dots, X_n) a serem observadas. A distribuição condicional de θ dado X_1, \dots, X_n é chamada de distribuição a posteriori de θ . E, portanto, a função de probabilidade ou função de densidade de probabilidade de θ dado $X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n$ é denominada função de probabilidade ou função densidade de probabilidade a posteriori de θ .

De maneira mais prática, pode-se obter a função a posteriori de θ através do teorema de Bayes, uma vez que se tem definidas a distribuição a priori de θ e a função de verossimilhança. Ou seja:

$$f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta})}{f(\mathbf{x})},$$

e, como $f(\mathbf{x})$ não depende do parâmetro $\boldsymbol{\theta}$, também costuma-se descrever a posteriori como:

$$f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) \propto f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta})$$

2.4. Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC)

Os métodos de Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC) são uma alternativa aos métodos não iterativos em problemas complexos. Considere que $\boldsymbol{\theta}_j$ é sequência de variáveis aleatórias. A ideia é obter uma amostra da distribuição a posteriori e calcular estimativas amostrais de características desta distribuição.

Um algoritmo Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC) para simular $\pi(\cdot)$ é qualquer método que produza uma cadeia de Markov homogênea, ergódica e irreduzível cuja distribuição estacionária seja $\pi(\cdot)$. Uma cadeia é ergódica se ela é aperiódica e recorrente positiva, e uma cadeia é recorrente positiva quando o número médio de passos até que a cadeia retorne a qualquer estado é finito.

Usa-se este algoritmo quando amostrar de uma dada distribuição $\pi(\mathbf{x})$ – conhecida a menos de uma constante multiplicativa – é custoso, complicado ou quando não tem como amostrar diretamente dela.

Mais detalhes sobre este método podem ser obtidos em Robert & Casella (1999) e Gamerman & Lopes (2006).

2.4.1. Amostragem de Gibbs

Os algoritmos MCMC estão presentes no software OpenBUGS através de um caso particular, a amostragem de Gibbs. Este, Geman and Geman (1984), Gelfand and Smith (1990), é um algoritmo que gera uma sequência $\{\boldsymbol{\theta}^{(0)}, \boldsymbol{\theta}^{(1)}, \boldsymbol{\theta}^{(2)}, \dots\}$ a partir de uma cadeia de Markov cuja distribuição limite é $\pi(\boldsymbol{\theta})$ e cujo núcleo de transição é formado pelo produto das distribuições condicionais completas. Segue seu algoritmo:

$$1) \theta^{(0)} = \{ \theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}, \dots, \theta_p^{(0)} \}$$

2) $\theta^{(j)}$ é obtido a partir de $\theta^{(j-1)}$

$$\theta_1^{(j)} \sim \pi(\theta_1 | \theta_2^{(j-1)}, \dots, \theta_p^{(j-1)})$$

$$\theta_2^{(j)} \sim \pi(\theta_2 | \theta_1^{(j)}, \theta_3^{(j-1)}, \dots, \theta_p^{(j-1)})$$

⋮

$$\theta_p^{(j)} \sim \pi(\theta_p | \theta_1^{(j)}, \theta_2^{(j)}, \dots, \theta_{p-1}^{(j)})$$

A convergência das cadeias de Markov é esperada após um período chamado de aquecimento. Para diminuir a autocorrelação dos parâmetros pode-se usar o que denomina-se de espaçamento.

2.5. Testes de normalidade e independência dos resíduos

Nesta seção, serão apresentados os testes que serão utilizados no capítulo 3 para verificar a normalidade e independência dos resíduos da regressão de mínimos quadrados.

2.5.1. Teste de Jarque-Bera

Proposto por Jarque e Bera (1980), este teste possui como hipótese nula a normalidade dos dados, com média μ e variância σ^2 . Para isso, este se utiliza dos coeficientes de curtose e assimetria como parâmetros. A estatística de teste J é da seguinte forma:

$$J = n \left[\frac{A^2}{6} + \frac{(C-3)^2}{24} \right],$$

onde n é o número de observações, A representa o coeficiente de assimetria amostral, e C , o coeficiente de curtose amostral. Assintoticamente, sob H_0 , a estatística J possui aproximadamente uma distribuição qui-quadrado com 2 graus de liberdade.

2.5.2. Teste de Shapiro-Wilk

Este teste verifica se uma amostra de tamanho n provém de uma distribuição normal, sendo esta suposição a sua hipótese nula. Ele foi proposto por Shapiro e Wilk (1965), e tem estatística de teste dada por W , de forma:

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i X_{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2},$$

onde os X_i 's são os valores amostrais ordenados e os a_i 's são constantes geradas das médias, variâncias e covariâncias das estatísticas de ordem de uma amostra aleatória de tamanho n de uma distribuição normal.

2.5.3. Teste de Ljung-Box

O teste de Ljung-Box se trata de uma adaptação do teste de Box-Pierce (Box e Pierce, 1970) para pequenas amostras e valores elevados da ordem de autocorrelação. Testa-se a hipótese de que um certo conjunto de coeficientes sob uma certa quantidade de defasagens é igual a zero. Para isso, é usada a estatística L :

$$L = n(n + 2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{\rho}_k^2}{n - k}$$

sendo n o tamanho da amostra, m o número de defasagens e $\hat{\rho}_k^2$ o coeficiente de correlação entre os valores da mesma variável defasados k períodos.

Sob a hipótese nula de que os dados são independentes e identicamente distribuídos, a estatística L tem distribuição qui-quadrado com m graus de liberdade. Portanto, valores pequenos de L sugerem que as autocorrelações para qualquer defasagem sejam próximas de zero. Por outro lado, valores altos sugerem presença de autocorrelação para pelo menos uma defasagem.

2.6. DIC – Critério de Informação de Desvio

O DIC (*Deviance Information Criterion*, em inglês) é muito utilizado para selecionar modelos bayesianos onde as distribuições a posteriores destes modelos tenham sido obtidos através de Cadeias de Markov via Monte Carlo, que será o método utilizado neste trabalho. Por esse motivo, a fim de se realizar análises sobre a eficiência de cada seguradora, o DIC será tomado como medida de comparação entre modelos que serão descritos no capítulo 3, seção 3.4.

Assim, este é um critério de identificação de modelos que melhor se ajustam aos dados observados com a expectativa de que esses minimizem a incerteza associada às observações que foram geradas.

Sua definição é estimativa clássica do ajuste mais duas vezes o número efetivo dos parâmetros (p_D), isto é:

$$DIC = \overline{D(\theta)} + p_D = D(\bar{\theta}) + 2p_D,$$

onde $\bar{\theta} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \theta^{(i)}$, sendo $(\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(M)})$ uma amostra da distribuição a posteriori, $\overline{D(\theta)} = E_{\theta|x} D(\theta)$, $p_D = \overline{D(\theta)} - D(\bar{\theta})$ e $D(\theta) = -2 \ln f(x|\theta) + 2 \ln f(x) = -2 L(\theta) + 2 \ln f(x)$.

A equação $DIC = \overline{D(\theta)} + p_D$ mostra que o DIC também pode ser considerado uma medida bayesiana de ajuste, penalizada por um termo adicional p_D .

Capítulo 3

Aplicação

A produção de qualquer bem ou serviço é um processo onde um conjunto de insumos (*inputs*) é transformado em um conjunto de produtos (*outputs*). Esta transformação pode ser feita de diversas maneiras, todas representadas no conjunto de possibilidades de produção, para o caso de x unidades de um tipo de *input* ser usado na produção de y unidades de um tipo de produto (Varian, 1999).

No contexto de subscrição de riscos, Contador, Consenza, Lins, e Gonçalves-Neto (2000) sugerem que as variáveis sinistro e despesas administrativas sejam os *inputs*, e que o prêmio ganho seja o *output* dentro do modelo.

Portanto, foram extraídos os valores referentes às variáveis prêmio ganho, sinistro retido ou ocorrido (mais detalhes na seção 3.3) e despesas administrativas relativas à série 0531 (automóvel-casco), de abril de 2008 a fevereiro de 2016. Estes dados são disponibilizados pela Superintendência de Seguros Privados (SUSEP) por meio de uma base eletrônica própria de estatísticas.

Para selecionar as seguradoras utilizadas neste trabalho, dois critérios foram aplicados. Primeiro, selecionou-se as dez seguradoras com maior prêmio ganho de acordo com a base do Sistema de Estatísticas da SUSEP. Verificou-se também se estas seguradoras compunham o quadro de maiores seguradoras do Brasil no *ranking* do Sindicato de Corretores de São Paulo (SINCOR-SP). Depois, foram selecionadas as empresas que melhor se adequaram aos testes conduzidos na análise exploratória de dados citados na seção 2.5, onde foi persuadida a autocorrelação nula residual da regressão feita por mínimos quadrados – em razão da hipótese de erros não correlacionados requeridos pelos modelos que serão utilizados neste estudo.

3.1. Sobre as seguradoras selecionadas

Esta seção do trabalho descreve um pouco sobre as seguradoras analisadas. Trata-se um pouco da história de cada uma, bem como suas inserções e colocações no mercado brasileiro de automóveis.

3.1.1. Liberty

A companhia foi fundada em 1906, quando São Paulo despontava como capital financeira do país, foi fundada a Companhia Paulista de Seguros Marítimos e Terrestres, e sempre se manteve independente de bancos. No ano de 1996, foi incorporada à Companhia Paulista de Seguros pelo Grupo Liberty Mutual, um dos maiores grupos seguradores do mundo. Ao longo dos anos, a companhia vem consolidando uma sólida estratégia multimarca e multicanal. Em 2010 tornou-se a maior operação internacional do Grupo Liberty Mutual. No mercado nacional, é a 6ª maior seguradora de automóveis, com mais de 1 milhão de veículos segurados, ela representa 6,73% do ramos de automóveis brasileiro.

3.1.2. Porto Seguro

A Porto Seguro teve origem com a fundação da Porto Seguro Cia. de Seguros Gerais em 1945. Na época de sua constituição, operava em seguros e resseguros de ramos elementares. Hoje, com 70 anos de existência, atua em todos os ramos de Seguros, Patrimoniais e de Pessoas. A empresa fechou o ano de 2015 como a líder do mercado brasileiro de automóveis, detendo 27,36% do mesmo. Sua mais recente aquisição foi a compra da carteira de automóveis da Chubb do Brasil Companhia de Seguro em maio de 2016.

3.1.3. Zurich

Com início em 1872 na Suíça, a Zurich é uma seguradora líder que opera em mercados globais e locais. Com mais de 55 mil colaboradores, oferece uma ampla gama de soluções de seguros gerais e de vida. A Zurich no Brasil pertence ao Zurich Insurance Group e tem mais de 70 anos de experiência. Atua em vários ramos, e um dos seus principais é o de automóvel. Em 2016, a empresa ocupou a posição de 10ª maior seguradora no ramo automobilístico do Brasil, e representa 1,34% deste mercado.

3.1.4. Sulamérica

Com 122 anos de atuação no mercado, a Sulamérica é a maior grupo segurador independente do Brasil. Em maio de 2013, o IFC, braço financeiro do banco mundial, adquiriu 7,9% da companhia. Já em novembro do mesmo ano, a Swiss Re – maior grupo segurador e ressegurador do mundo – adquiriu 14,9% da companhia. A Sulamérica possui diversas parcerias com bancos e instituições financeiras, além de atuar nos ramos de saúde, automóveis, ramos elementares, vida, previdência e capitalização.

Segundo o SINCOR-SP, a empresa terminou o ano de 2015 como a 4ª maior fatia do mercado de automóveis do Brasil, representando mais de 3 bilhões de reais.

3.2. Análise Exploratória de dados

Nesta seção serão apresentadas análises exploratórias de dados que forneceram mais entendimento sobre o comportamento dos dados em estudo. Além da média e desvio padrão, tabela e gráficos apresentam características das variáveis quanto à assimetria e curtose.

A Tabela 3.1 mostra que o prêmio ganho de todas as seguradoras tem forma platicúrtica. Porém, quanto à assimetria, elas se dividem. Enquanto que a Liberty e a Sulamérica possuem assimetria negativa, as demais apresentam assimetria positiva. Repare que o comportamento da assimetria se repete para as demais variáveis, sinistro e despesas administrativas.

Tabela 3.1. Análise exploratória das variáveis: prêmio ganho, sinistro retido e despesas administrativas.

Seguradora	Média	Desvio padrão	Assimetria	Curtose
Prêmio Ganho				
Liberty	18,1505	0,2485	-1,0191	-0,0935
Porto Seguro	19,1777	0,1928	0,3840	-1,1435
Zurich	16,9134	0,5293	0,2139	-1,6294
Sulamérica	18,6837	0,2326	-0,3564	-0,8038
Sinistro (retido ou ocorrido)				
Liberty	17,8569	0,2693	-0,80268	0,0020
Porto Seguro	18,5776	0,2233	0,1292	-0,9831
Zurich	16,5932	0,5894	0,4283	-1,0146
Sulamérica	18,2368	0,2513	-0,3891	-0,6916
Despesas administrativas				
Liberty	16,5806	0,2385	-0,8946	-0,4013
Porto Seguro	17,7236	0,1791	0,6060	-0,6802
Zurich	15,2424	0,5446	0,0787	-1,6336
Sulamérica	17,2865	0,2513	-0,5936	-0,7403

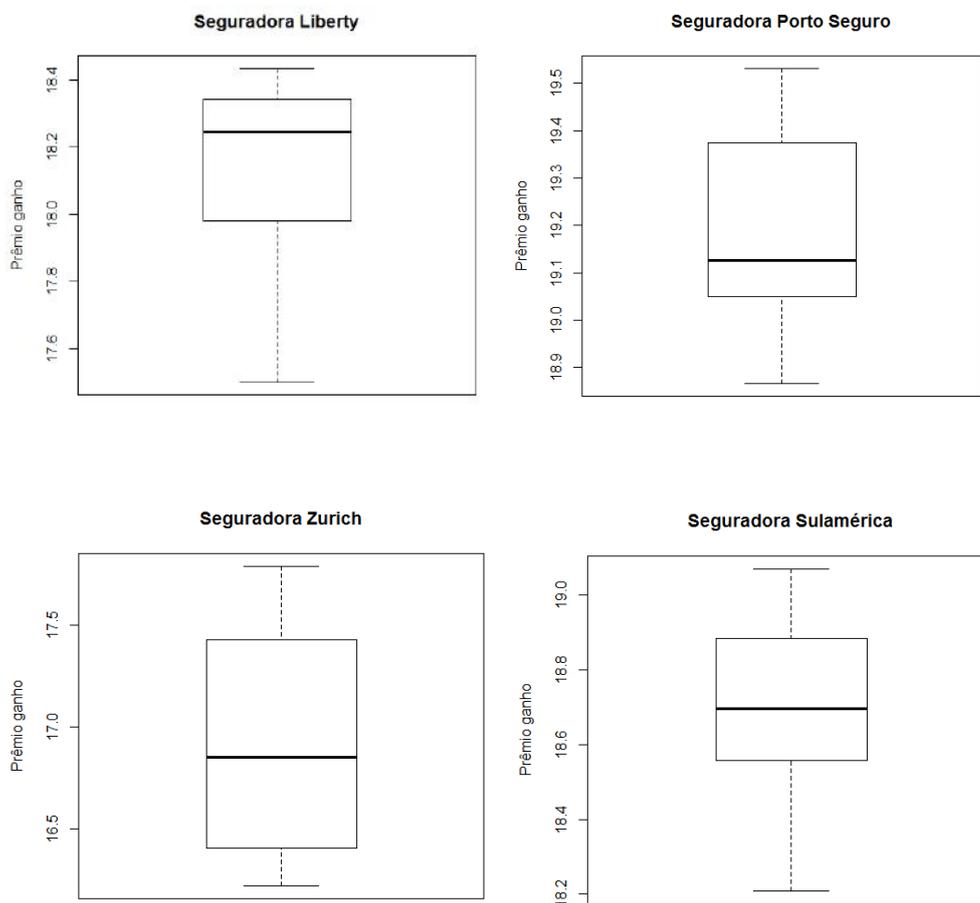
Testes de normalidade e independência sobre o ajuste dos resíduos da regressão por mínimos quadrados foram efetuados, e estão dispostos na tabela 3.2 através dos valores p . Analisando a independência, pelo teste de Ljung-Box, apenas a seguradora Zurich corresponde à hipótese requerida. Mesmo assim, vale ressaltar que o estudo será conduzindo considerando a independência, pois se tratando de uma pré-análise, espera-se a que a componente u capture anomalias na análise bayesiana.

Além dos resultados destes testes, a tabela traz informações sobre assimetria e curtose relativos ao prêmio ganho. Pode-se explicar que a assimetria do prêmio ganho não é sempre positiva, como em geral é apresentada na teoria, pois há variações no desempenho das empresas. Portanto, não é necessário tratar esta constatação como uma anomalia.

Tabela 3.2. Análises e testes sobre o prêmio ganho.

Seguradora	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera	Shapiro	Ljung-Box
Liberty	-1,0191	-0,0935	0,4446	0,5936	0,0001
Porto Seguro	0,3840	-1,1435	0,6126	0,2753	0,0000
Zurich	0,2139	-1,6234	0,0000	0,0042	0,1657
Sulamérica	-0,3564	-0.8038	0,9304	0,9695	0,0013

Figura 3.1. Boxplots referentes ao prêmio ganho por seguradora.



3.3. Descrição do modelo utilizado

O modelo utilizado para mensurar a ineficiência relativa à subscrição de riscos das seguradoras tem com referência o modelo de fronteira de produção estocástica. Uma abordagem bayesiana foi feita embasada na função de produção de Cobb-Douglas. Como relatado na seção 2.2, a função original de Cobb-Douglas não é linear. Assim, a mesma foi linearizada através da função logarítmica, como explicitado na fórmula (2). Além da linearização, foi necessária a adição de duas covariáveis ao modelo: uma indicadora e o tempo.

A utilização de uma indicadora deveu-se ao fim do conceito de sinistro retido a partir de dezembro de 2013. Ocorreu que a SUSEP descontinuou esta variável e alterou o significado da variável sinistro ocorrido, incorporando o sinistro retido. Para melhor compreensão destas alterações citadas, a Circular SUSEP 508/2013. Portanto, o efeito desta troca de variáveis foi considerado pelo modelo através da indicadora.

Através da análise exploratória de dados foi notada a necessidade da adição da covariável tempo. Esta mostrou relevante significância ao modelo, e, portanto, foi acrescentada. Desta forma, temos que o modelo final segue a forma abaixo:

$$\ln(\text{prêmio ganho}) = \beta_1 + \beta_2 \times \ln(\text{sinistro retido ou ocorrido}) + \beta_3 \times \ln(\text{despesas administrativas}) + \beta_4 \times \text{tempo} + \beta_5 \times \text{indicadora} + \varepsilon,$$

sendo $\varepsilon = v - u$, onde v seguirá uma distribuição normal com média μ e variância σ_y^2 .

Serão comparadas na próxima seção duas distribuições para o erro aleatório u , são elas: distribuição normal truncada nos reais positivos com parâmetro de posição igual a 0 e precisão τ_u , e distribuição exponencial com média $1/\lambda$. Foram atribuídas prioris vagas aos hiperparâmetros τ_u , λ , β_1 , β_2 , β_3 , β_4 e β_5 por conta da falta de informação sobre os mesmos. No caso dos dois primeiros, a designou-se uma distribuição gama com parâmetros de forma e taxa iguais a 0,01 e 0,01. Já para os betas, a distribuição adotada para eles foi a normal com média 0 e precisão 0,001. Foi assumida independência de todos os parâmetros a priori. E para concluir o grupo de parâmetros em estudo, assumiu-se que $\sigma_y^2 = 1/\tau_y$, onde τ_y tem distribuição gama (0,01, 0,01); e, que $\sigma_u^2 = 1/\tau_u$.

Alguns autores apresentam outras propostas para descrever a ineficiência para u , como a distribuição log-normal (Medrano, 2003). Esta foi testada para efeitos deste estudo, porém, não houve sucesso no ajuste para o conjunto de dados sob análise e dificuldade na convergência das cadeias.

3.4 Resultados obtidos

O programa OpenBUGS (Spiegelhalter, Thomas, Best, e Lunn, 2014) foi o escolhido para analisar os dados referentes às seguradoras selecionadas. O modelo considerado foi o proposto na seção 3.3, e utilizando-se duas cadeias, foram realizadas 600 mil iterações por seguradora. As 10 mil primeiras iterações foram desconsideradas. Um ponto que vale a pena ressaltar, é que para melhor convergência dos parâmetros β_1 , β_2 e β_3 , o ideal é que mais iterações sejam realizadas, pois são muito autocorrelacionados, e esta característica persiste em aparecer no gráficos iterações *versus* valor gerado.

Os apêndices A,B,C e D contém tabelas com os resultados obtidos em relação à u tanto quando este segue distribuição normal truncada, tanto quando exponencial, que descrevem as médias e desvios-padrão da ineficiência.

Para avaliação e escolha do melhor modelo para cada seguradora, serão agora comparados os valores dos DIC's entre as suposições de u seguindo uma distribuição normal truncada e uma exponencial. O menor valor indicará qual modelagem é a mais adequada.

3.4.1. Seguradora Liberty

Tabela 3.3. Resultados do DIC referente à seguradora Liberty.

	\bar{D}	$D(\theta)$	DIC	p_D
Exponencial				
Y	-345.6	-358.4	-332.8	12.85
Normal				
Y	-368.8	-407.6	-329.9	38.85

Ao analisar os resultados da tabela acima, observa-se que a diferença entre o modelo considerando u uma exponencial ao que considera uma normal truncada é pequena. Ainda assim, o primeiro leva vantagem sobre o segundo.

Tabela 3.4. Resultados da seguradora Liberty, onde $\sigma_u^2 = 1/\tau_u$, onde u segue uma distribuição normal truncada; e, $\sigma_u^2 = 1/\lambda^2$ para u exponencial.

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	2,5%	Mediana	97,5%
Normal truncada					
β_1	5,7920	0,9926	3,9630	5,7850	7,5790
β_2	0,2561	0,05207	0,1622	0,2539	0,3547
β_3	0,4752	0,06042	0,3544	0,4745	0,5910
β_4	0,0038	0,7005	0,0024	0,0038	0,0051
β_5	-0,1191	0,02198	-0,1623	-0,1189	-0,0772
σ_u^2	0,0024	0,7538	0,0012	0,0023	0,0041
σ_y^2	0,0014	0,3049	0,9131	0,0013	0,0021
Exponencial					
β_1	5,8380	0,9440	4,2260	5,7010	7,7210
β_2	0,2417	0,0434	0,1602	0,2417	0,3294
β_3	0,4864	0,0524	0,3575	0,4929	0,5749
β_4	0,0038	0,6738	0,0027	0,0038	0,0052
β_5	-0,1224	0,0212	-0,1655	-0,1217	-0,0823
σ_u^2	0,0001	0,1696	0,0095	0,0048	0,0006
σ_y^2	0,0017	0,2962	0,0012	0,0017	0,0024

Ao olhar para os resultados dos parâmetros, observa-se que conforme a função de produção supõe e requer, os intervalos de credibilidade de β_2 e β_3 – que acompanham as covariáveis sinistro e despesa administrativa – são estritamente positivos. O que de fato faz sentido, uma vez que estes valores no contexto real são sempre positivos, não há seguradoras

com valores de sinistros negativos. O mesmo pensamento se aplica para as despesas administrativas, pois sem as mesmas, a seguradora não consegue realizar suas operações.

A aplicação de positividade restrita não é necessária para β_5 , e neste caso em específico, até é negativo. Isso se deve a importância que a indicadora colocou para os últimos meses observados. Durante este período, o logaritmo do prêmio foi fortemente influenciado pelas bruscas alterações no logaritmo das despesas administrativas, como mostra a figura 3.2, e não pela mudança na alteração de conceito e cálculo do sinistro. Assim, pode-se concluir que esta variação nos valores da despesa foi produzida por motivos inerentes à própria empresa, e não se pode explicar pelas informações disponíveis para este estudo. E mais, na figura 3.3, nota-se que ao longo do tempo o prêmio volta a crescer, o que coincide com o modelo utilizado. De fato, é o que acontece nas seguradoras.

Em relação às variâncias obtidas, pode-se dizer que são pequenas, o que indica pouca variabilidade da ineficiência ao longo dos 95 meses analisados. Destaque para a variância relativa à distribuição exponencial, que é bem menor que a da distribuição normal, mostrando grande improbabilidade de mudança do nível de eficiência.

Figura 3.2. Análises de prêmio ganho *versus* sinistro, prêmio *versus* despesas administrativas; utilização das variáveis em escala logarítmica – seguradora Liberty.

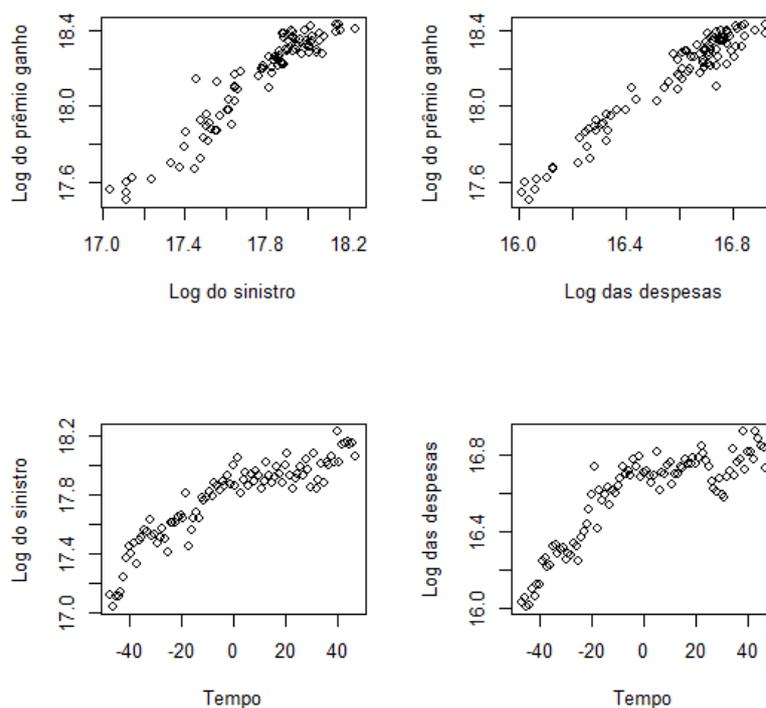
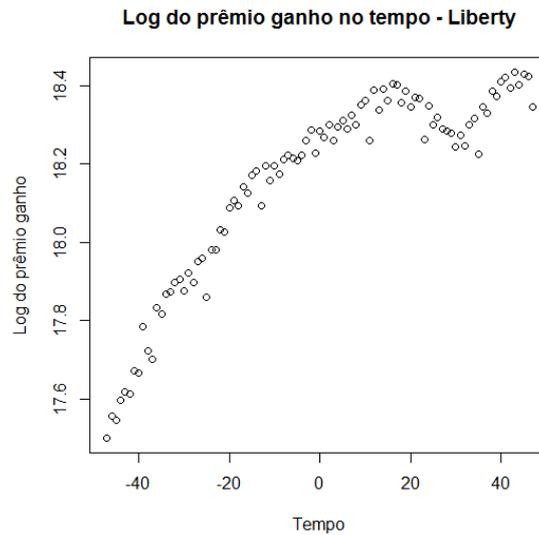


Figura 3.3. Log do prêmio ganho da seguradora Liberty ao longo do tempo.



3.4.2. Seguradora Porto Seguro

Tabela 3.5. Resultados de DIC referente à seguradora Porto Seguro.

	\bar{D}	$D(\theta)$	DIC	p_D
Exponencial				
Y	-382,0	-395,4	-368,7	13,31
Normal				
Y	-401,7	-447,1	-367,1	39,97

O caso da Porto Seguro é equivalente ao da seguradora anterior. A diferença entre o modelo que u segue uma distribuição normal truncada e uma exponencial é bem pequeno, mas mais um vez a exponencial apresenta mínima vantagem, sendo então a melhor escolha.

Tabela 3.6. Resultados da seguradora Porto Seguro, onde $\sigma_u^2 = 1/\tau_u$, onde u segue uma distribuição normal truncada; e, $\sigma_u^2 = 1/\lambda^2$ para u exponencial.

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	2,5%	Mediana	97,5%
Normal truncada					
β_1	10,0700	1,1330	8,1190	9,8930	12,4800
β_2	0,0673	0,0348	0,0015	0,0676	0,1358
β_3	0,4445	0,0800	0,2535	0,4551	0,5628
β_4	0,0030	0,3561	0,0023	0,0029	0,0037
β_5	0,0456	0,0174	0,0127	0,0453	0,0808
σ_u^2	0,0019	0,0005	0,0010	0,0018	0,0032
σ_y^2	0,0010	0,2146	0,6676	0,0010	0,0015
Exponencial					
β_1	9,5630	1,0010	7,4590	9,6670	11,3000
β_2	0,0850	0,0377	0,0161	0,0878	0,1488
β_3	0,4532	0,0546	0,3645	0,4476	0,5598
β_4	0,0028	0,3254	0,0022	0,0028	0,0035
β_5	0,0440	0,0160	0,0123	0,0441	0,0753
σ_u^2	0,1187	0,1198	0,0084	0,0803	0,4413
σ_y^2	0,0013	0,2118	0,8867	0,0012	0,0017

Assim como a seguradora Liberty, os resultados Porto Seguro β_2 e β_3 possuem intervalo de credibilidade estritamente positivos. No entanto, a variância da ineficiência relativa ao modelo escolhido, exponencial, é relativamente alta em comparação às demais seguradoras. Ou seja, a ineficiência não está tão concentrada em torno da média, implicando que ao longo dos anos, uma alteração significativa de seus valores pode ocorrer.

3.4.3 Seguradora Zurich

Tabela 3.7. Resultados de DIC referente à seguradora Zurich.

	\bar{D}	$D(\theta)$	DIC	p_D
Exponencial				
Y	-128,8	-145,8	-111,7	17,07
Normal				
Y	-138,4	-165,7	-111,2	27,25

Os resultados sobre a seguradora Zurich só se diferem na casa decimal. E como seguindo as seguradoras anteriores, a modelagem que considera u seguindo uma distribuição exponencial é a mais vantajosa.

Tabelas 3.8. Resultados da seguradora Zurich, onde $\sigma_u^2 = 1/\tau_u$, onde u segue uma distribuição normal truncada; e, $\sigma_u^2 = 1/\lambda^2$ para u exponencial.

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	2,5%	Mediana	97,5%
Normal truncada					
β_1	4,2850	0,6543	3,0810	4,2550	5,6180
β_2	0,5250	0,0415	0,4439	0,5240	0,6066
β_3	0,2642	0,0519	0,1600	0,2660	0,3658
β_4	0,0048	0,0010	0,0029	0,0049	0,0069
β_5	-0,0887	0,0512	-0,1893	-0,0893	0,0145
σ_u^2	0,0126	0,0068	0,0034	0,0111	0,0287
σ_y^2	0,0142	0,0030	0,0090	0,0140	0,0206
Exponencial					
β_1	4,2960	0,6171	3,0400	4,3130	5,4870
β_2	0,5309	0,0423	0,4528	0,5297	0,6159
β_3	0,2542	0,0523	0,1588	0,2533	0,3560
β_4	0,0048	0,0010	0,0028	0,0048	0,0068
β_5	-0,0824	0,0505	-0,1818	-0,0822	0,0164
σ_u^2	0,0025	0,0026	0,0276	0,0017	0,0091
σ_y^2	0,0157	0,0033	0,0099	0,0155	0,0226

Mais uma vez pode-se constatar que a variância da ineficiência é baixa, e β_2 e β_3 são estritamente positivos. Curiosamente, o coeficiente β_5 é negativo como no caso da seguradora Liberty, porém, as razões se diferem. No caso da primeira, o motivo era atrelado às despesas administrativas. Já na Zurich, através da figura 3.4, leva-se a crer que a alteração no conceito de sinistro retido para ocorrido levou a uma queda do mesmo nos últimos 27 meses. Deve-se considerar também a aleatoriedade da ocorrência de sinistros, que também pode ser um fator indicativo da redução desta variável. Nota-se que o comportamento das despesas não é tão relevante quanto o da variável sinistro no caso desta seguradora.

Figura 3.4. Análises de prêmio ganho *versus* sinistro, prêmio *versus* despesas administrativas; utilização das variáveis em escala logarítmica – seguradora Zurich.

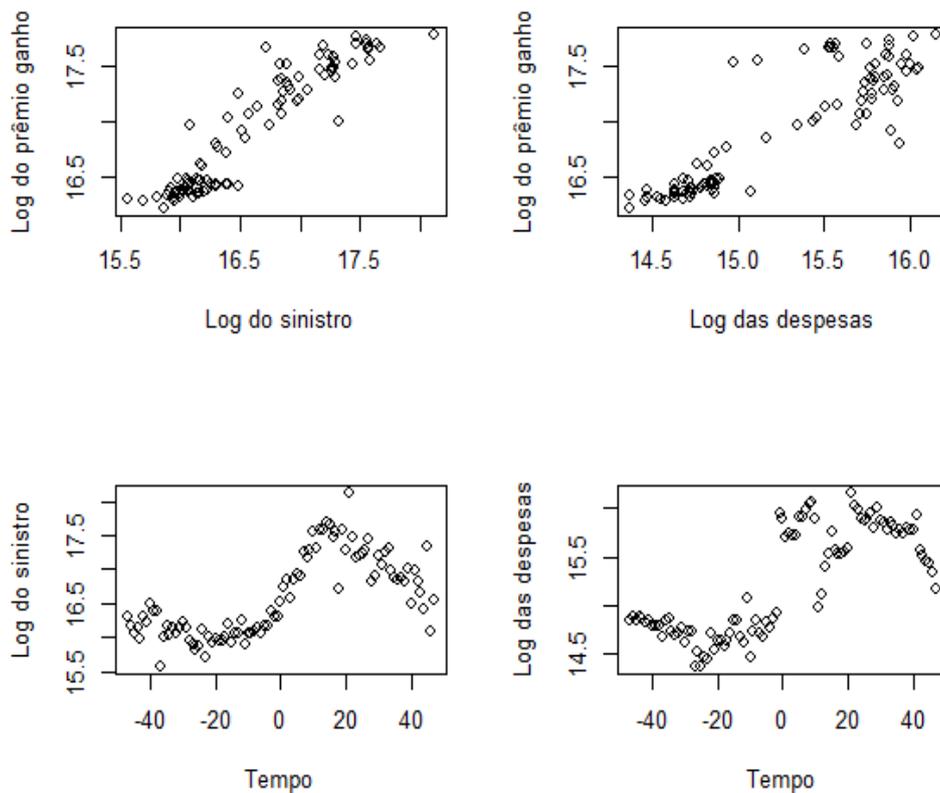
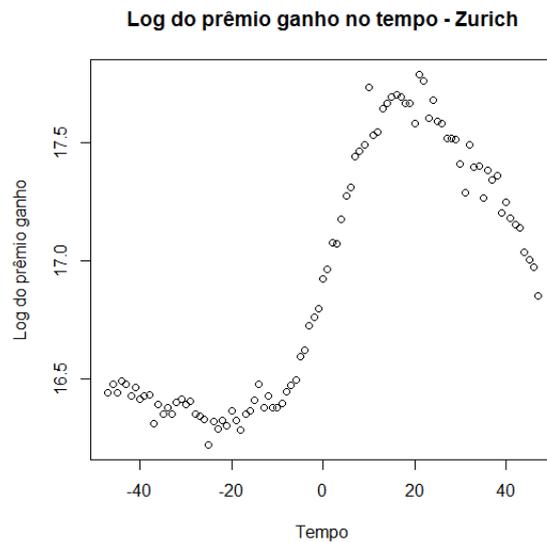


Figura 3.5. Log do prêmio ganho da seguradora Zurich ao longo do tempo.



A figura 3.5 relewa quão semelhante é o comportamento do prêmio ganho com o comportamento do sinistro. Mesmo em queda, o modelo prevê que o prêmio tornará a subir, que é o curso natural da realidade das seguradoras. Vale lembrar que dois anos de experiência – pós alterações conceituais – não é quantidade de período suficiente para indicar que o comportamento futuro será sempre de queda.

3.4.4 Seguradora Sulamérica

Tabela 3.9. Resultados de DIC referente à seguradora Sulamérica.

	\bar{D}	$D(\theta)$	DIC	p_D
Exponencial				
Y	-283,3	-297,5	-269,1	14,21
Normal				
Y	-314,2	-353,7	-274,8	39,47

Pelos resultados acima descritos, vemos que esta é a única seguradora em que a atribuição da distribuição normal truncada à variável u é melhor do que a utilização da distribuição exponencial. Ainda assim, vale ressaltar que a diferença entre os DIC's também é pequenas, como nas seguradoras anteriores.

Tabela 3.10. Resultados da seguradora Sulamérica, onde $\sigma_u^2 = 1/\tau_u$, onde u segue uma distribuição normal truncada; e, $\sigma_u^2 = 1/\lambda^2$ para u exponencial.

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	2,5%	Mediana	97,5%
Normal truncada					
β_1	10,8300	0,8579	9,1190	10,8800	12,5100
β_2	0,14340	0,05858	0,03369	0,14280	0,24430
β_3	0,30510	0,06189	0,20300	0,30430	0,42800
β_4	0,00381	0,60620	0,00260	0,00382	0,00496
β_5	0,05513	0,02486	0,00628	0,05515	0,10480
σ_u^2	0,00441	0,00166	0,00188	0,00418	0,00836
σ_y^2	0,00241	0,61080	0,00138	0,00235	0,00374
Exponencial					
β_1	11,5000	0,7963	9,8710	11,6200	12,7900
β_2	0,1442	0,0545	0,0187	0,1480	0,2348
β_3	0,2632	0,0537	0,1707	0,2591	0,3794
β_4	0,0042	0,5773	0,0030	0,0042	0,0053
β_5	0,0530	0,0242	0,0057	0,0528	0,1008
σ_u^2	0,4001	0,4636	0,0142	0,2346	0,0017
σ_y^2	0,0032	0,6043	0,0021	0,0032	0,0045

Assim como as demais seguradoras vistas previamente, os coeficientes β_2 e β_3 da Sulamérica também são positivos, bem como seus intervalos de credibilidade, o que garante a condição inicial.

Também nota-se que a variância de u referente ao modelo escolhido através do DIC, ou seja, da normal truncada, é significativamente menor que a variância referente ao modelo descartado. Assim, tem-se razões para acreditar que a ineficiência sofrerá pouca alteração ao longo dos meses.

Capítulo 4

Considerações Finais

O presente trabalho tentou mensurar o desempenho de algumas das principais companhias seguradoras do mercado brasileiro através da estimação de modelos de fronteira de produção que pudessem explicar o comportamento das ineficiências ao longo do tempo de 95 meses. O papel do ramo de automóveis é comprovadamente importante para o mercado segurador, sendo um dos propulsores do mesmo durante as últimas décadas. Devido a instabilidades econômicas no Brasil e mundo, o mercado tem seguido perto da estagnação. Assim, a importância de avaliar a eficiência relativa aos riscos dessas companhias se intensifica.

As seguradoras selecionadas foram: Liberty, Porto Seguro, Zurich e Sulamérica. Este conjunto foi escolhido após análises qualitativas e quantitativas. A função de produção de Cobb-Douglas foi a utilizada para o modelo, e através do programa OpenBUGS conduziu-se uma abordagem bayesiana. O intuito era desenvolver modelos para ajustar a ineficiência, u ; atribuiu-se então duas distribuições a priori para este parâmetro de interesse: normal truncada e exponencial.

Algumas questões inerentes a limitações computacionais devem ser consideradas, como por exemplo, o tempo e o número de iterações até a convergência das cadeias. A fim de conseguir a autocorrelação nula dos parâmetros, faz-se necessária uma grande quantidade de iterações, que nem sempre é possível de rodar em qualquer computador por falta de capacidade de memória. Mesmo que seja viável utilizar uma máquina de grande capacidade, pode-se dizer que ainda assim as cadeias de Markov podem não convergir. Foi o caso que ocorreu ao se tentar utilizar a função translogarítmica no lugar da função de produção de Cobb-Douglas. Pode-se relatar também problemas na especificação dos hiperparâmetros da distribuição a priori.

Portanto, deixa-se em aberto para trabalhos futuros propostas e aplicações de métodos computacionais mais eficientes, bem como a utilização de outras funções de produção e distribuições para modelar u . Acredita-se que o tema é relevante no contexto atual, por isso, o aprofundamento e ampliação de seu estudo de fato contribuirá para a compreensão do mercado e apoio ao mesmo..

Referência Bibliográfica

- Aigner, D., Lovell, K. A. K., e Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics* , 6, 21-37.
- Albert, J. (2007) *Bayesian Computation with R*. New York: Springer
- Contador, C. R., Consenza, C. A. N., Lins, A. C., e Gonçalves-Neto, A. C. (2000). Avaliações da performance do mercado segurador brasileiro através do método dea (data envelopment analysis) no primeiro semestre de 1999. *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional* , 32.
- Fonseca, T. (2005). *Fronteira de produção estocástica: uma abordagem bayesiana* (Tech. Rep.). Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada
- Gamerman, D. *Markov Chain Monte Carlo*. Chapman-Hall, 1997.
- Gelfand, A., e Smith, A. (1990). Sampling based approaches to calculating marginal densities. *Journal of the American Statistical Association*, 85, 395-409.
- Gerardus,
- Gilks, W. R., Richardson, S., e Spiegelhalter, D. J. (1996). *Markov chain Monte Carlo in practice* (1st ed.). London: Chapman & Hall.
- Greene, W. A gamma distributed stochastic frontier model. *Journal of Econometrics*, v. 46, p. 141-164, 1990.
- Jarque, C. M., e Bera, A. K. (1980). Efficient teste for normality, homoscedasticity and serialindependence of regression residuals. *Economics Letters* , 6, 255-259.
- Ljung, G. M., e Box, G. E. P. (1978). On a measure of lack of t in time series models. *Biometrika*, 65, 290-303.
- Medrano, L. A. T. (2003). *Análise bayesiana de modelos de fronteira de produção estocástica*. Unpublished master's thesis, UFRJ, Rio de Janeiro.

- Meeusen, W., e Van den Broeck, J. (1977). E-ciency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. *International Economic Review* , 18, 435-444.
- Schmidt, P., Lin, T. F. Simple test of alternative specifications in stochastic frontier models. *Journal of Econometrics*, v. 24, n. 3, p. 349-361, Mar. 1984.
- Shapiro, S., e Wilk, M. (1965). An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, 52, 591-611.
- Spiegelhalter, D. J., Thomas, A., Best, N. G., e Lunn, D. J. (2014). *Openbugs user manual* [Computer software manual]. Retrieved from <http://www.openbugs.net/w/Downloads>
- Van den Broeck, J., Koop, G., Osiewalski, J., e Steel, M. F. J. (1994). Stochastic frontier models: A bayesian perspective. *Journal of Econometrics* , 61, 273-303.

Apêndice A

DESEMPENHO DA EFICIÊNCIA: SEGURADORA LIBERTY**Tabela A.1.:** Desempenho da seguradora Liberty, onde u é a ineficiência técnica que segue distribuição normal truncada.

Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.
u[1]	0,0737	0,0325	u[36]	0,0238	0,0179	u[71]	0,0409	0,0254
u[2]	0,0422	0,0261	u[37]	0,0310	0,0216	u[72]	0,0175	0,0147
u[3]	0,0467	0,0272	u[38]	0,0290	0,0205	u[73]	0,0282	0,0202
u[4]	0,0302	0,0215	u[39]	0,0493	0,0271	u[74]	0,0195	0,0157
u[5]	0,0416	0,0254	u[40]	0,0428	0,0258	u[75]	0,0200	0,0162
u[6]	0,0490	0,0277	u[41]	0,0434	0,0259	u[76]	0,0265	0,0198
u[7]	0,0522	0,0283	u[42]	0,0491	0,0273	u[77]	0,0336	0,0223
u[8]	0,0670	0,0310	u[43]	0,0449	0,0261	u[78]	0,0243	0,0185
u[9]	0,0350	0,0231	u[44]	0,0684	0,0314	u[79]	0,0302	0,0216
u[10]	0,0808	0,0326	u[45]	0,0394	0,0244	u[80]	0,0381	0,0243
u[11]	0,0631	0,0301	u[46]	0,0475	0,0270	u[81]	0,0310	0,0217
u[12]	0,0272	0,0196	u[47]	0,0473	0,0267	u[82]	0,0624	0,0299
u[13]	0,0560	0,0290	u[48]	0,0432	0,0257	u[83]	0,0584	0,0295
u[14]	0,0408	0,0251	u[49]	0,0369	0,0236	u[84]	0,0379	0,0240
u[15]	0,0318	0,0218	u[50]	0,0416	0,0256	u[85]	0,0467	0,0267
u[16]	0,0343	0,0229	u[51]	0,0285	0,0205	u[86]	0,0641	0,0307
u[17]	0,0254	0,0189	u[52]	0,0315	0,0216	u[87]	0,0268	0,0199
u[18]	0,0277	0,0200	u[53]	0,0563	0,0289	u[88]	0,0504	0,0276
u[19]	0,0188	0,0155	u[54]	0,0228	0,0176	u[89]	0,0263	0,0196
u[20]	0,0265	0,0194	u[55]	0,0316	0,0219	u[90]	0,0430	0,0258
u[21]	0,0245	0,0184	u[56]	0,0354	0,0232	u[91]	0,0588	0,0293
u[22]	0,0185	0,0155	u[57]	0,0332	0,0222	u[92]	0,0705	0,0312
u[23]	0,0280	0,0203	u[58]	0,0303	0,0213	u[93]	0,0463	0,0267
u[24]	0,0252	0,0190	u[59]	0,0407	0,0250	u[94]	0,0495	0,0273
u[25]	0,0319	0,0218	u[60]	0,0176	0,0148	u[95]	0,0543	0,0286
u[26]	0,0238	0,0181	u[61]	0,0397	0,0249			
u[27]	0,0410	0,0250	u[62]	0,0235	0,0183			
u[28]	0,0342	0,0227	u[63]	0,0288	0,0206			
u[29]	0,0571	0,0300	u[64]	0,0263	0,0194			
u[30]	0,0224	0,0178	u[65]	0,0301	0,0210			
u[31]	0,0153	0,0134	u[66]	0,0433	0,0259			
u[32]	0,0182	0,0150	u[67]	0,0329	0,0222			
u[33]	0,0178	0,0148	u[68]	0,0182	0,0152			
u[34]	0,0208	0,0167	u[69]	0,0217	0,0174			
u[35]	0,0316	0,0216	u[70]	0,0209	0,0169			

Tabela A.2.: Desempenho da seguradora Liberty, onde u é a ineficiência técnica que segue distribuição exponencial.

Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.
u[1]	0,0197	0,0225	u[36]	0,0084	0,0092	u[71]	0,0118	0,0133
u[2]	0,0120	0,0136	u[37]	0,0098	0,0108	u[72]	0,0073	0,0078
u[3]	0,0128	0,0145	u[38]	0,0094	0,0103	u[73]	0,0093	0,0102
u[4]	0,0096	0,0106	u[39]	0,0133	0,0150	u[74]	0,0075	0,0081
u[5]	0,0118	0,0133	u[40]	0,0122	0,0136	u[75]	0,0076	0,0082
u[6]	0,0131	0,0148	u[41]	0,0120	0,0134	u[76]	0,0088	0,0096
u[7]	0,0136	0,0154	u[42]	0,0133	0,0149	u[77]	0,0101	0,0112
u[8]	0,0171	0,0195	u[43]	0,0125	0,0139	u[78]	0,0085	0,0092
u[9]	0,0105	0,0116	u[44]	0,0181	0,0205	u[79]	0,0094	0,0103
u[10]	0,0216	0,0244	u[45]	0,0114	0,0127	u[80]	0,0112	0,0125
u[11]	0,0164	0,0187	u[46]	0,0130	0,0146	u[81]	0,0098	0,0108
u[12]	0,0089	0,0098	u[47]	0,0129	0,0144	u[82]	0,0163	0,0185
u[13]	0,0145	0,0164	u[48]	0,0119	0,0133	u[83]	0,0154	0,0174
u[14]	0,0115	0,0128	u[49]	0,0109	0,0121	u[84]	0,0109	0,0122
u[15]	0,0097	0,0107	u[50]	0,0116	0,0129	u[85]	0,0127	0,0142
u[16]	0,0102	0,0113	u[51]	0,0094	0,0103	u[86]	0,0170	0,0194
u[17]	0,0087	0,0095	u[52]	0,0099	0,0109	u[87]	0,0090	0,0098
u[18]	0,0090	0,0099	u[53]	0,0150	0,0169	u[88]	0,0132	0,0148
u[19]	0,0075	0,0080	u[54]	0,0083	0,0090	u[89]	0,0089	0,0098
u[20]	0,0088	0,0096	u[55]	0,0099	0,0108	u[90]	0,0118	0,0132
u[21]	0,0085	0,0092	u[56]	0,0106	0,0117	u[91]	0,0155	0,0176
u[22]	0,0074	0,0080	u[57]	0,0102	0,0112	u[92]	0,0185	0,0209
u[23]	0,0092	0,0101	u[58]	0,0097	0,0107	u[93]	0,0125	0,0140
u[24]	0,0087	0,0095	u[59]	0,0116	0,0129	u[94]	0,0132	0,0149
u[25]	0,0098	0,0108	u[60]	0,0072	0,0078	u[95]	0,0143	0,0161
u[26]	0,0084	0,0091	u[61]	0,0114	0,0127			
u[27]	0,0116	0,0128	u[62]	0,0085	0,0092			
u[28]	0,0104	0,0115	u[63]	0,0095	0,0104			
u[29]	0,0154	0,0177	u[64]	0,0090	0,0098			
u[30]	0,0080	0,0087	u[65]	0,0096	0,0105			
u[31]	0,0068	0,0074	u[66]	0,0122	0,0136			
u[32]	0,0075	0,0080	u[67]	0,0103	0,0114			
u[33]	0,0073	0,0079	u[68]	0,0073	0,0079			
u[34]	0,0079	0,0086	u[69]	0,0079	0,0086			
u[35]	0,0099	0,0109	u[70]	0,0079	0,0086			

Apêndice B

DESEMPENHO DA EFICIÊNCIA: SEGURADORA PORTO SEGURO**Tabela B.1.:** Desempenho da seguradora Porto Seguro, onde u é a ineficiência técnica que segue distribuição normal truncada.

Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.
$u[1]$	0,01889	0,01509	$u[36]$	0,02174	0,01612	$u[71]$	0,04229	0,02432
$u[2]$	0,02010	0,01572	$u[37]$	0,02238	0,01668	$u[72]$	0,02248	0,01692
$u[3]$	0,04013	0,02304	$u[38]$	0,03281	0,02080	$u[73]$	0,02608	0,01876
$u[4]$	0,03784	0,02259	$u[39]$	0,02533	0,01801	$u[74]$	0,02099	0,01597
$u[5]$	0,03545	0,02197	$u[40]$	0,03158	0,02027	$u[75]$	0,02431	0,01770
$u[6]$	0,04593	0,02439	$u[41]$	0,03356	0,02095	$u[76]$	0,02241	0,01663
$u[7]$	0,03380	0,02166	$u[42]$	0,03915	0,02264	$u[77]$	0,02444	0,01743
$u[8]$	0,06484	0,02766	$u[43]$	0,05334	0,02538	$u[78]$	0,02701	0,01864
$u[9]$	0,03631	0,02229	$u[44]$	0,05803	0,02643	$u[79]$	0,02719	0,01860
$u[10]$	0,03959	0,02325	$u[45]$	0,04372	0,02358	$u[80]$	0,03170	0,02031
$u[11]$	0,06697	0,02720	$u[46]$	0,05658	0,02611	$u[81]$	0,02733	0,01880
$u[12]$	0,03469	0,02152	$u[47]$	0,06991	0,03001	$u[82]$	0,02592	0,01829
$u[13]$	0,04010	0,02277	$u[48]$	0,05990	0,02683	$u[83]$	0,05590	0,02593
$u[14]$	0,02915	0,01946	$u[49]$	0,06551	0,02812	$u[84]$	0,03227	0,02075
$u[15]$	0,03895	0,02248	$u[50]$	0,04172	0,02363	$u[85]$	0,03439	0,02130
$u[16]$	0,04454	0,02402	$u[51]$	0,06376	0,02720	$u[86]$	0,02497	0,01779
$u[17]$	0,03919	0,02243	$u[52]$	0,03646	0,02220	$u[87]$	0,03165	0,02036
$u[18]$	0,01725	0,01417	$u[53]$	0,03536	0,02190	$u[88]$	0,02845	0,01925
$u[19]$	0,02544	0,01786	$u[54]$	0,04266	0,02368	$u[89]$	0,02643	0,01851
$u[20]$	0,02117	0,01616	$u[55]$	0,03780	0,02228	$u[90]$	0,03108	0,02008
$u[21]$	0,01918	0,01492	$u[56]$	0,03622	0,02192	$u[91]$	0,02770	0,01883
$u[22]$	0,02366	0,01742	$u[57]$	0,01986	0,01554	$u[92]$	0,03807	0,02257
$u[23]$	0,03769	0,02239	$u[58]$	0,02305	0,01695	$u[93]$	0,03580	0,02168
$u[24]$	0,01688	0,01382	$u[59]$	0,03256	0,02107	$u[94]$	0,02874	0,01933
$u[25]$	0,01997	0,01547	$u[60]$	0,01723	0,01389	$u[95]$	0,04379	0,02365
$u[26]$	0,01410	0,01203	$u[61]$	0,02362	0,01737			
$u[27]$	0,01949	0,01500	$u[62]$	0,01976	0,01517			
$u[28]$	0,01834	0,01472	$u[63]$	0,02255	0,01661			
$u[29]$	0,01958	0,01531	$u[64]$	0,02612	0,01834			
$u[30]$	0,02662	0,01828	$u[65]$	0,02184	0,01651			
$u[31]$	0,01934	0,01520	$u[66]$	0,02518	0,01800			
$u[32]$	0,04775	0,02465	$u[67]$	0,02374	0,01732			
$u[33]$	0,01305	0,01135	$u[68]$	0,04929	0,02538			
$u[34]$	0,01941	0,01532	$u[69]$	0,02105	0,01607			
$u[35]$	0,03306	0,02085	$u[70]$	0,02480	0,01767			

Tabela B.2.: Desempenho da seguradora Porto Seguro, onde u é a ineficiência técnica que segue distribuição exponencial.

Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.
u[1]	0,0069	0,0075	u[36]	0,0076	0,0082	u[71]	0,0116	0,0128
u[2]	0,0070	0,0075	u[37]	0,0076	0,0081	u[72]	0,0076	0,0081
u[3]	0,0110	0,0122	u[38]	0,0097	0,0106	u[73]	0,0082	0,0090
u[4]	0,0103	0,0113	u[39]	0,0082	0,0090	u[74]	0,0075	0,0083
u[5]	0,0098	0,0106	u[40]	0,0094	0,0102	u[75]	0,0081	0,0088
u[6]	0,0118	0,0132	u[41]	0,0098	0,0107	u[76]	0,0077	0,0083
u[7]	0,0095	0,0103	u[42]	0,0108	0,0118	u[77]	0,0080	0,0086
u[8]	0,0172	0,0191	u[43]	0,0140	0,0155	u[78]	0,0083	0,0090
u[9]	0,0097	0,0108	u[44]	0,0152	0,0170	u[79]	0,0087	0,0094
u[10]	0,0111	0,0123	u[45]	0,0112	0,0125	u[80]	0,0093	0,0102
u[11]	0,0174	0,0194	u[46]	0,0148	0,0165	u[81]	0,0085	0,0091
u[12]	0,0097	0,0105	u[47]	0,0187	0,0210	u[82]	0,0086	0,0093
u[13]	0,0108	0,0118	u[48]	0,0154	0,0172	u[83]	0,0143	0,0161
u[14]	0,0088	0,0095	u[49]	0,0171	0,0190	u[84]	0,0095	0,0104
u[15]	0,0105	0,0116	u[50]	0,0109	0,0121	u[85]	0,0098	0,0109
u[16]	0,0121	0,0134	u[51]	0,0162	0,0179	u[86]	0,0080	0,0086
u[17]	0,0105	0,0114	u[52]	0,0099	0,0110	u[87]	0,0092	0,0100
u[18]	0,0065	0,0069	u[53]	0,0100	0,0109	u[88]	0,0087	0,0094
u[19]	0,0082	0,0087	u[54]	0,0110	0,0121	u[89]	0,0084	0,0091
u[20]	0,0072	0,0076	u[55]	0,0103	0,0114	u[90]	0,0090	0,0099
u[21]	0,0069	0,0074	u[56]	0,0098	0,0107	u[91]	0,0087	0,0096
u[22]	0,0081	0,0088	u[57]	0,0067	0,0072	u[92]	0,0106	0,0116
u[23]	0,0103	0,0113	u[58]	0,0077	0,0083	u[93]	0,0102	0,0112
u[24]	0,0065	0,0070	u[59]	0,0091	0,0101	u[94]	0,0089	0,0096
u[25]	0,0071	0,0076	u[60]	0,0065	0,0071	u[95]	0,0115	0,0128
u[26]	0,0059	0,0062	u[61]	0,0078	0,0087			
u[27]	0,0071	0,0076	u[62]	0,0069	0,0074			
u[28]	0,0068	0,0074	u[63]	0,0074	0,0079			
u[29]	0,0069	0,0074	u[64]	0,0083	0,0090			
u[30]	0,0083	0,0089	u[65]	0,0075	0,0082			
u[31]	0,0070	0,0075	u[66]	0,0080	0,0086			
u[32]	0,0125	0,0138	u[67]	0,0078	0,0084			
u[33]	0,0057	0,0060	u[68]	0,0125	0,0139			
u[34]	0,0071	0,0075	u[69]	0,0073	0,0079			
u[35]	0,0094	0,0104	u[70]	0,0082	0,0089			

Apêndice C

DESEMPENHO DA EFICIÊNCIA: SEGURADORA ZURICH**Tabela C.1:** Desempenho da seguradora Zurich, onde u é a ineficiência técnica que segue distribuição normal truncada.

Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.
u[1]	0,0815	0,0599	u[36]	0,1091	0,0714	u[71]	0,0550	0,0447
u[2]	0,0636	0,0497	u[37]	0,1077	0,0723	u[72]	0,0444	0,0379
u[3]	0,0611	0,0474	u[38]	0,0855	0,0623	u[73]	0,0573	0,0458
u[4]	0,0618	0,0494	u[39]	0,1015	0,0698	u[74]	0,0640	0,0485
u[5]	0,0502	0,0427	u[40]	0,1017	0,0683	u[75]	0,1037	0,0690
u[6]	0,0885	0,0629	u[41]	0,0998	0,0686	u[76]	0,0410	0,0355
u[7]	0,0733	0,0533	u[42]	0,0736	0,0557	u[77]	0,0526	0,0431
u[8]	0,1262	0,0807	u[43]	0,0798	0,0572	u[78]	0,1000	0,0705
u[9]	0,1063	0,0701	u[44]	0,0689	0,0532	u[79]	0,1138	0,0757
u[10]	0,1060	0,0731	u[45]	0,0798	0,0585	u[80]	0,0826	0,0601
u[11]	0,0433	0,0371	u[46]	0,0659	0,0524	u[81]	0,1231	0,0805
u[12]	0,0708	0,0519	u[47]	0,1289	0,0796	u[82]	0,0756	0,0562
u[13]	0,1049	0,0709	u[48]	0,1197	0,0784	u[83]	0,0861	0,0620
u[14]	0,0734	0,0557	u[49]	0,1326	0,0846	u[84]	0,0639	0,0494
u[15]	0,0946	0,0644	u[50]	0,1224	0,0771	u[85]	0,0721	0,0550
u[16]	0,0698	0,0528	u[51]	0,0783	0,0577	u[86]	0,0647	0,0519
u[17]	0,0826	0,0574	u[52]	0,0888	0,0617	u[87]	0,1362	0,0825
u[18]	0,0914	0,0658	u[53]	0,0879	0,0626	u[88]	0,0572	0,0462
u[19]	0,0815	0,0596	u[54]	0,0786	0,0591	u[89]	0,1624	0,0947
u[20]	0,0765	0,0589	u[55]	0,0986	0,0689	u[90]	0,1099	0,0740
u[21]	0,0572	0,0468	u[56]	0,0855	0,0627	u[91]	0,0842	0,0611
u[22]	0,0582	0,0463	u[57]	0,0964	0,0673	u[92]	0,0773	0,0576
u[23]	0,0768	0,0563	u[58]	0,0647	0,0483	u[93]	0,2636	0,1264
u[24]	0,0900	0,0637	u[59]	0,0425	0,0367	u[94]	0,0553	0,0473
u[25]	0,0550	0,0434	u[60]	0,0685	0,0519	u[95]	0,1345	0,0873
u[26]	0,0945	0,0663	u[61]	0,0630	0,0506			
u[27]	0,0808	0,0593	u[62]	0,0757	0,0590			
u[28]	0,0779	0,0566	u[63]	0,0821	0,0597			
u[29]	0,0880	0,0622	u[64]	0,0548	0,0458			
u[30]	0,0909	0,0632	u[65]	0,0635	0,0504			
u[31]	0,0898	0,0660	u[66]	0,0253	0,0241			
u[32]	0,1237	0,0785	u[67]	0,0701	0,0536			
u[33]	0,0832	0,0606	u[68]	0,0494	0,0403			
u[34]	0,0816	0,0593	u[69]	0,1408	0,0870			
u[35]	0,0983	0,0681	u[70]	0,0561	0,0468			

Tabela C.2: Desempenho da seguradora Zurich, onde u é a ineficiência técnica que segue distribuição exponencial.

Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.
u[1]	0,0386	0,0434	u[36]	0,0541	0,0606	u[71]	0,0272	0,0304
u[2]	0,0311	0,0348	u[37]	0,0505	0,0567	u[72]	0,0233	0,0258
u[3]	0,0294	0,0327	u[38]	0,0421	0,0476	u[73]	0,0290	0,0324
u[4]	0,0300	0,0335	u[39]	0,0478	0,0537	u[74]	0,0321	0,0362
u[5]	0,0258	0,0287	u[40]	0,0482	0,0541	u[75]	0,0515	0,0586
u[6]	0,0424	0,0477	u[41]	0,0457	0,0514	u[76]	0,0221	0,0244
u[7]	0,0356	0,0399	u[42]	0,0363	0,0409	u[77]	0,0262	0,0292
u[8]	0,0628	0,0699	u[43]	0,0371	0,0418	u[78]	0,0481	0,0547
u[9]	0,0504	0,0565	u[44]	0,0335	0,0376	u[79]	0,0560	0,0633
u[10]	0,0510	0,0572	u[45]	0,0370	0,0416	u[80]	0,0394	0,0449
u[11]	0,0227	0,0249	u[46]	0,0322	0,0360	u[81]	0,0612	0,0689
u[12]	0,0341	0,0382	u[47]	0,0622	0,0699	u[82]	0,0357	0,0404
u[13]	0,0487	0,0546	u[48]	0,0576	0,0648	u[83]	0,0412	0,0467
u[14]	0,0344	0,0387	u[49]	0,0642	0,0713	u[84]	0,0312	0,0351
u[15]	0,0436	0,0490	u[50]	0,0575	0,0644	u[85]	0,0357	0,0404
u[16]	0,0343	0,0383	u[51]	0,0362	0,0407	u[86]	0,0326	0,0369
u[17]	0,0397	0,0445	u[52]	0,0415	0,0468	u[87]	0,0715	0,0796
u[18]	0,0442	0,0498	u[53]	0,0405	0,0457	u[88]	0,0288	0,0324
u[19]	0,0395	0,0444	u[54]	0,0366	0,0414	u[89]	0,0891	0,0963
u[20]	0,0356	0,0400	u[55]	0,0462	0,0522	u[90]	0,0536	0,0609
u[21]	0,0282	0,0315	u[56]	0,0400	0,0452	u[91]	0,0408	0,0466
u[22]	0,0290	0,0324	u[57]	0,0452	0,0512	u[92]	0,0369	0,0419
u[23]	0,0364	0,0408	u[58]	0,0315	0,0354	u[93]	0,2097	0,1896
u[24]	0,0439	0,0495	u[59]	0,0230	0,0256	u[94]	0,0281	0,0316
u[25]	0,0276	0,0307	u[60]	0,0333	0,0380	u[95]	0,0713	0,0802
u[26]	0,0445	0,0500	u[61]	0,0310	0,0350			
u[27]	0,0385	0,0433	u[62]	0,0371	0,0420			
u[28]	0,0370	0,0416	u[63]	0,0389	0,0441			
u[29]	0,0410	0,0459	u[64]	0,0274	0,0307			
u[30]	0,0445	0,0501	u[65]	0,0308	0,0346			
u[31]	0,0421	0,0473	u[66]	0,0158	0,0171			
u[32]	0,0609	0,0677	u[67]	0,0346	0,0391			
u[33]	0,0378	0,0425	u[68]	0,0260	0,0290			
u[34]	0,0387	0,0435	u[69]	0,0770	0,0864			
u[35]	0,0472	0,0531	u[70]	0,0278	0,0312			

Apêndice D

DESEMPENHO DA EFICIÊNCIA: SEGURADORA SULAMÉRICA**Tabela D.1.:** Desempenho da seguradora Sulamérica, onde u é a ineficiência técnica que segue distribuição normal truncada.

Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.
u[1]	0,0696	0,0383	u[36]	0,0232	0,0195	u[71]	0,0703	0,0374
u[2]	0,0671	0,0371	u[37]	0,0500	0,0322	u[72]	0,0352	0,0257
u[3]	0,0570	0,0345	u[38]	0,0360	0,0262	u[73]	0,0394	0,0277
u[4]	0,0571	0,0341	u[39]	0,0825	0,0452	u[74]	0,0408	0,0283
u[5]	0,0553	0,0339	u[40]	0,0655	0,0374	u[75]	0,0511	0,0323
u[6]	0,0857	0,0419	u[41]	0,0371	0,0275	u[76]	0,0409	0,0284
u[7]	0,0391	0,0274	u[42]	0,0462	0,0304	u[77]	0,0419	0,0290
u[8]	0,0935	0,0430	u[43]	0,0867	0,0424	u[78]	0,0448	0,0298
u[9]	0,0271	0,0216	u[44]	0,0264	0,0213	u[79]	0,0424	0,0288
u[10]	0,0557	0,0340	u[45]	0,1054	0,0494	u[80]	0,0470	0,0310
u[11]	0,0916	0,0429	u[46]	0,1187	0,0478	u[81]	0,0320	0,0247
u[12]	0,0488	0,0313	u[47]	0,1126	0,0473	u[82]	0,0390	0,0275
u[13]	0,0691	0,0375	u[48]	0,0502	0,0327	u[83]	0,0666	0,0368
u[14]	0,0483	0,0314	u[49]	0,0934	0,0433	u[84]	0,0482	0,0308
u[15]	0,0612	0,0351	u[50]	0,0760	0,0393	u[85]	0,0551	0,0335
u[16]	0,0477	0,0311	u[51]	0,0886	0,0421	u[86]	0,0410	0,0283
u[17]	0,0361	0,0263	u[52]	0,0706	0,0384	u[87]	0,0548	0,0328
u[18]	0,0502	0,0318	u[53]	0,0784	0,0399	u[88]	0,0434	0,0292
u[19]	0,0313	0,0240	u[54]	0,1211	0,0481	u[89]	0,0372	0,0267
u[20]	0,0382	0,0272	u[55]	0,0307	0,0237	u[90]	0,0429	0,0288
u[21]	0,0203	0,0179	u[56]	0,0783	0,0404	u[91]	0,0441	0,0296
u[22]	0,0528	0,0327	u[57]	0,0494	0,0329	u[92]	0,0456	0,0304
u[23]	0,0547	0,0337	u[58]	0,0531	0,0332	u[93]	0,0395	0,0274
u[24]	0,0227	0,0192	u[59]	0,0832	0,0416	u[94]	0,0459	0,0302
u[25]	0,0348	0,0258	u[60]	0,0480	0,0317	u[95]	0,0645	0,0361
u[26]	0,0250	0,0203	u[61]	0,0497	0,0319			
u[27]	0,0303	0,0234	u[62]	0,0392	0,0278			
u[28]	0,0285	0,0222	u[63]	0,0285	0,0226			
u[29]	0,0271	0,0216	u[64]	0,0343	0,0254			
u[30]	0,0259	0,0208	u[65]	0,0274	0,0220			
u[31]	0,0239	0,0198	u[66]	0,0307	0,0240			
u[32]	0,0297	0,0231	u[67]	0,0246	0,0203			
u[33]	0,0174	0,0157	u[68]	0,0387	0,0273			
u[34]	0,0629	0,0362	u[69]	0,0306	0,0236			
u[35]	0,0285	0,0225	u[70]	0,0399	0,0279			

Tabela D.2.: Desempenho da seguradora Sulamérica, onde u é a ineficiência técnica que segue distribuição exponencial.

Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.	Parâmetro	Média	Desv.Pd.
u[1]	0,0215	0,0248	u[36]	0,0099	0,01079	u[71]	0,022	0,02485
u[2]	0,0206	0,0234	u[37]	0,0157	0,01763	u[72]	0,0133	0,01469
u[3]	0,0184	0,0208	u[38]	0,0128	0,01416	u[73]	0,0143	0,01586
u[4]	0,0179	0,0203	u[39]	0,0219	0,02644	u[74]	0,0144	0,01592
u[5]	0,0178	0,0201	u[40]	0,0185	0,02117	u[75]	0,0169	0,01894
u[6]	0,0261	0,0298	u[41]	0,0127	0,01412	u[76]	0,0146	0,01616
u[7]	0,0141	0,0157	u[42]	0,0157	0,01762	u[77]	0,0148	0,01646
u[8]	0,0292	0,0333	u[43]	0,0246	0,02835	u[78]	0,0154	0,01726
u[9]	0,0116	0,0127	u[44]	0,0114	0,01246	u[79]	0,015	0,01668
u[10]	0,0179	0,0203	u[45]	0,0297	0,03547	u[80]	0,0161	0,01808
u[11]	0,0290	0,0330	u[46]	0,0366	0,04128	u[81]	0,0126	0,01405
u[12]	0,0165	0,0185	u[47]	0,0348	0,03974	u[82]	0,0143	0,01581
u[13]	0,0214	0,0243	u[48]	0,0157	0,01779	u[83]	0,0213	0,02411
u[14]	0,0162	0,0183	u[49]	0,0277	0,03192	u[84]	0,0162	0,01814
u[15]	0,0194	0,0219	u[50]	0,022	0,02527	u[85]	0,018	0,02031
u[16]	0,0159	0,0178	u[51]	0,0261	0,03016	u[86]	0,0147	0,01639
u[17]	0,0136	0,0151	u[52]	0,0212	0,02423	u[87]	0,0178	0,02003
u[18]	0,0167	0,0188	u[53]	0,0229	0,02636	u[88]	0,0149	0,01657
u[19]	0,0124	0,0137	u[54]	0,0398	0,04457	u[89]	0,0138	0,0152
u[20]	0,0138	0,0154	u[55]	0,0124	0,01367	u[90]	0,015	0,01672
u[21]	0,0098	0,0106	u[56]	0,0234	0,02699	u[91]	0,0152	0,01688
u[22]	0,0168	0,0189	u[57]	0,0163	0,01868	u[92]	0,0156	0,01743
u[23]	0,0175	0,0198	u[58]	0,0171	0,0194	u[93]	0,0143	0,01589
u[24]	0,0103	0,0112	u[59]	0,0257	0,02962	u[94]	0,0157	0,01747
u[25]	0,0130	0,0143	u[60]	0,016	0,01814	u[95]	0,0205	0,02308
u[26]	0,0109	0,0119	u[61]	0,0166	0,01881			
u[27]	0,0121	0,0133	u[62]	0,0141	0,01573			
u[28]	0,0116	0,0127	u[63]	0,0121	0,01338			
u[29]	0,0112	0,0122	u[64]	0,0134	0,01492			
u[30]	0,0110	0,0120	u[65]	0,0117	0,01286			
u[31]	0,0104	0,0113	u[66]	0,0125	0,01377			
u[32]	0,0117	0,0128	u[67]	0,0111	0,01207			
u[33]	0,0088	0,0095	u[68]	0,0142	0,01575			
u[34]	0,0186	0,0211	u[69]	0,0124	0,01358			
u[35]	0,0117	0,0128	u[70]	0,0144	0,01592			

Apêndice E

CÓDIGOS OpenBUGS**Modelo para u , normal truncada**

```

model{
  # funcao de verossimilhanca
  for(t in 1:95){
    y[t] <- log(ya[t])
    x[t] <- log(xa[t])
    z[t] <- log(za[t])
    mu[t] <- ( beta[1] + beta[2]*x[t] + beta[3]*z[t]
              + beta[4]*tempo[t] + beta[5]*indicadora[t] -
u[t] )
    y[t] ~ dnorm(mu[t],tau.y)
    u[t] ~ dnorm(0,tau.u)I(0,)
  }

  # distribuicao a priori
  beta[1] ~ dnorm(0,0.001)
  beta[2] ~ dnorm(0,0.001)
  beta[3] ~ dnorm(0,0.001)
  beta[4] ~ dnorm(0,0.001)
  beta[5] ~ dnorm(0,0.001)
  tau.y ~ dgamma(0.01,0.01)
  tau.u ~ dgamma(0.01,0.01)

  # variancias
  sig2y <- 1/tau.y
  sig2u <- 1/tau.u
}

```

Modelo para u , exponencial

```

model{
  # funcao de verossimilhanca
  for(t in 1:95){
    y[t] <- log(ya[t])
    x[t] <- log(xa[t])
    z[t] <- log(za[t])
    mu[t] <- ( beta[1] + beta[2]*x[t] + beta[3]*z[t]
              + beta[4]*tempo[t] + beta[5]*indicadora[t] -
u[t] )
    y[t] ~ dnorm(mu[t],tau.y)
    u[t] ~ dexp(lambda)
    r[t] <- exp(-u[t])
  }

  # distribuicao a priori
  beta[1] ~ dnorm(0,0.001)
  beta[2] ~ dnorm(0,0.001)
  beta[3] ~ dnorm(0,0.001)
  beta[4] ~ dnorm(0,0.001)
  beta[5] ~ dnorm(0,0.001)
  tau.y ~ dgamma(0.01,0.01)
  lambda ~ dgamma(0.01,0.01)

  # variancias
  sig2y <- 1/tau.y
  sig2u <- 1/(lambda*lambda)

}

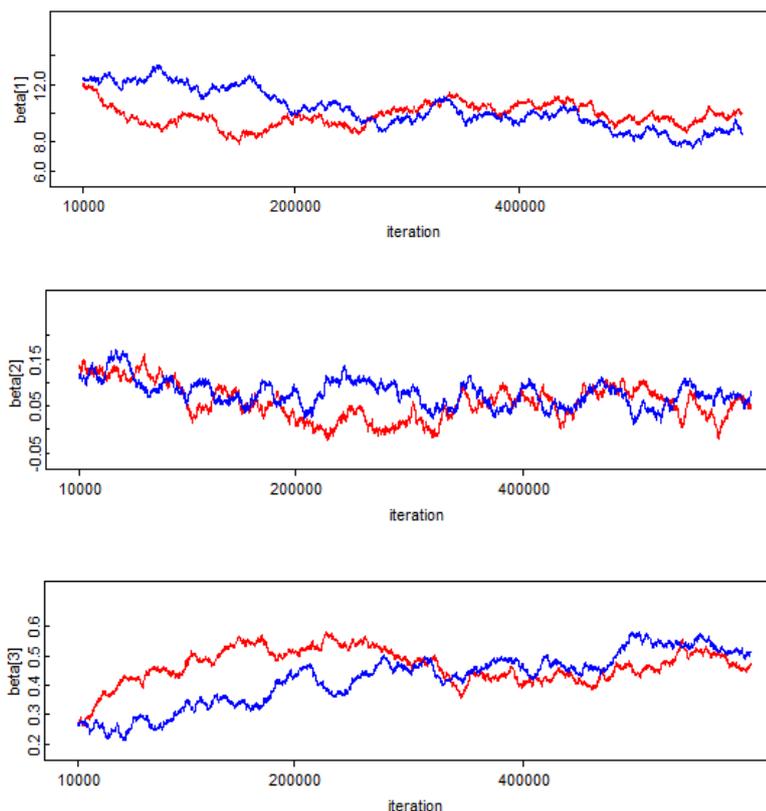
```

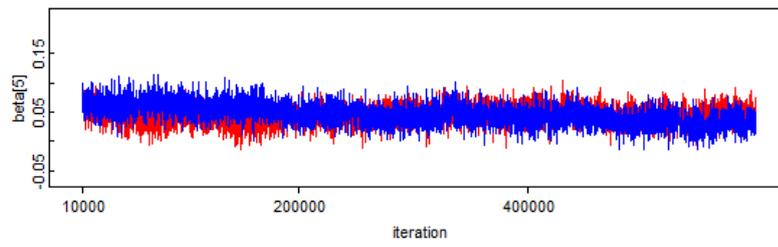
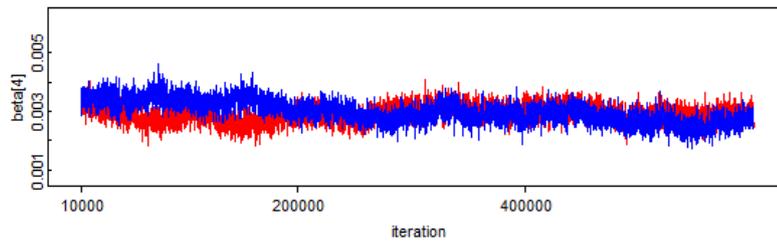
Apêndice F

GRÁFICO DAS CADEIAS: OUTPUT OpenBUGS

Neste apêndice serão dispostos alguns gráficos obtidos pelo programa OpenBUGS, afim de ilustrar a necessidade de um grande número de iterações para a obtenção de convergência para, principalmente, β_1, β_2 e β_3 . Para estes, nota-se o indicativo de que irão convergir, porém, o ideal seria a realização de mais iterações. No caso de β_4 e β_5 , observa-se que as 600 mil iterações já são basicamente suficientes.

Quanto a u , σ_u^2 e σ_y^2 , a convergência se obteve com poucas iterações. Assim, seus gráficos representativos não foram dispostos. Os gráficos de todas as seguradoras foram extremamente parecidos. Assim, selecionou-se a empresa Porto Seguro para ilustrar o comportamento obtido, pois esta foi a seguradora que teve pior desempenho gráfico.

Resultados para u normal truncada:



Resultados para u exponencial:

