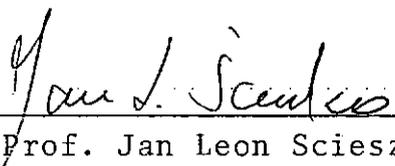


ESTUDO DE MECANISMO ARTICULADO

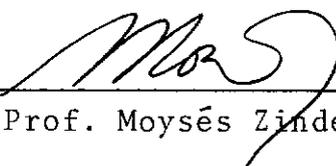
José Luiz Ferreira Martins

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.) EM ENGENHARIA MECÂNICA.

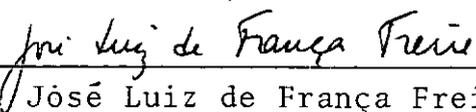
Aprovado por:



Prof. Jan Leon Scieszko



Prof. Moysés Zindeluk



Prof. José Luiz de França Freire

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 1985

MARTINS, JOSÉ LUIZ FERREIRA

Estudo de Mecanismo Articulado, (Rio de Janeiro) 1985.

viii , 141 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Mecânica, 1985)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Estudo de Mecanismo Articulado

I. COPPE/UFRJ II. Estudo de Mecanismo Articulado.

A minha esposa e
filhas

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Jan Leon Scieszko além
de orientador, um amigo;
ao TEM/CTC/UFF pelo acordo de
cavalheiros;
a todos que, direta ou indireta-
mente, sempre incentivaram para
a realização deste trabalho.

Resumo da Tese Apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica (M.Sc.).

ESTUDO DE MECANISMO ARTICULADO

José Luiz Ferreira Martins

JULHO, 1985

Orientador: Jan Leon Scieszko

Programa: Engenharia Mecânica

O trabalho consiste de um estudo de comportamento de mecanismo articulado controlado por cabos com três tipos de ligamentos destes aos elementos que o compõe.

É feita a descrição da estrutura e dos ligamentos propostos, seguida da análise da estabilidade de cada articulação.

São apresentados os sistemas de equações dos tipos de ligamentos abordados que simulam o comportamento da estrutura face a variação de forças aplicadas nos cabos e/ou, forças externas.

Rotinas para o cálculo numérico e resultados são apresentados.

A construção de um protótipo com um dos tipos de ligamentos fez-se necessária para verificação das tendências apresentadas pelo modelo matemático, comprovando a consistência deste.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

STUDY OF A MOVABLE JOINT MECHANISM

José Luiz Ferreira Martins

JULE, 1985

Chairman: Jan Leon Scieszko

Department: Mechanical Engineering

The main concern of this work is to develop the analysis of a movable joint mechanism that is controlled by cables with three types of connections between the components.

A description of the structure and of the proposed connections is made, which is followed by a stability analysis of each joint.

The systems of equations for the connection types studied which simulates the behavior of the structure under the variation of the forces applied in the cable as well as external forces are presented.

Routines for the computations and some results are included.

A prototype with one type of connection was built to verify the tendencies presented by the mathematical model proposed to prove its consistence.

ÍNDICE

I.	INTRODUÇÃO	1
II.	DESCRIÇÃO DA COLUNA	4
	II.1. Ligamento TIPO 1	8
	II.2. Ligamento TIPO 2	10
	II.3. Ligamento TIPO 3	10
III.	ANÁLISE DA ESTABILIDADE DA ESTRUTURA	14
	III.1. Análise Geométrica de uma Articulação	17
	III.2. Equacionamento da Articulação	20
	III.3. Análise da Influência do Ângulo Φ no comportamen to da Articulação	21
	III.4. Análise das Forças Tensoras dos Cabos	28
IV.	EQUACIONAMENTO DA COLUNA	32
	IV.1. Equacionamento dos Parâmetros Internos da Coluna	32
	IV.2. Equacionamento dos Parâmetros Externos da Coluna	70
	IV.3. Formulação do Sistema Global de Equações	76
	IV.4. Limitação Angular dos Elementos	78

V.	RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES	81
V.1.	Descrição do Funcionamento do Programa para solu ção do Sistema Não Linear de N Equações	82
V.2.	Resolução de Uma Estrutura com Cinco Elementos Móveis	87
VI.	CONCLUSÕES	105
VI.1.	Gerais	105
VI.2.	Específicas	106
	BIBLIOGRAFIA	109
	APÊNDICE I	111
	APÊNDICE II	129

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem o objetivo de desenvolver estudo de um mecanismo em forma de coluna, composto de elementos articulados para analisar a tendência de seu comportamento quanto à variação das forças internas, responsáveis pela sua estabilidade, aplicadas em cada um dos elementos móveis que integram a estrutura e/ou a influência da aplicação de forças externas em um ou mais elementos.

O trabalho é originado a partir da idéia de se obter uma estrutura que permita maior flexibilidade de deslocamento, o que se pode conseguir através da ação direta em cada elemento móvel, independentemente, e a análise do comportamento da mesma em diferentes tipos de ligamentos dos cabos nos elementos.

O ponto de partida deste estudo assenta-se em outro estudo [1] onde é analisado um mecanismo articulado em que a força de agregação e estabilização dos elementos transmite-se através de cabos tensionados numa extremidade da estrutura, passando por cada elemento até a fixação na outra extremidade. Foi desenvolvido com o fim de realizar projeto de um braço para manipulação remota de substâncias químicas ou radioativas. Analisou o autor em referido trabalho a influência de aplicação

de carga nas extremidades do braço, variando nas partes móveis o atrito, que foi introduzido em razão de os raios de ação das forças de atrito serem grandes e não haver sido considerada a limitação angular nos elementos móveis, desta forma os momentos resistentes resultantes dessas forças, em cada articulação, foram significativos.

Tendo em vista a semelhança na conceituação do comportamento da geometria do elemento constituinte da estrutura utilizada no referido trabalho, faz-se a revisão e adaptação da mesma ao objetivo presente,

Como este trabalho não tem aplicação específica, analisa-se qualitativamente a estrutura para os tipos de ligamentos propostos; ou seja, estuda-se a estabilidade e tendência dela com os mesmos, a solicitações internas e/ou externas impostas. Assim sendo, o trabalho pode ser encarado como um desenvolvimento de bases a análises futuras de estruturas do tipo, com configurações mais ou menos complexas, para aplicações específicas, face à versatilidade da geometria dos elementos integrantes da estrutura e dos ligamentos dos cabos dos mencionados elementos nas referências consideradas, relacionadas à necessidade de varredura de posições e configurações em projetos de manipuladores, colunas de sustentação e orientação, braços, pinças; enfim, aplicações desses elementos mecânicos, por exemplo, em Robótica.

Outros estudos foram consultados, dando vários enfoques na abordagem de mecanismos articulados usados na construção de robos e manipuladores [2, 4 a 12], não se encontrando porém em nenhum deles similaridade com o que se propõe neste trabalho.

Os Capítulos seguintes encontram-se organizados numa sequência lógica para facilitar o entendimento da exposição. O Capítulo II descreve a coluna com os tipos de ligamentos, procurando familiarizar o leitor com a estrutura analisada; O Capítulo III enfoca o problema da estabilidade da estrutura, considerando inicialmente a geometria dos elementos que a compõem e em seguida as forças internas atuantes nos mesmos; O Capítulo IV aborda o equacionamento da coluna, tendo em vista a formação de conjuntos, cuja progressão dá resultados parciais e por fim faz a ligação dos elos, atingindo a aplicação geral; ou seja, inicialmente analisa a ação dos momentos gerados pelas forças internas na estrutura e após a ação de momentos causados por forças externas. Ao final, unem-se as análises e chega-se ao sistema geral que define o comportamento da estrutura, considerando a limitação angular dos elementos móveis; o Capítulo V propõe a solução do sistema obtido onde é feita a descrição do funcionamento do programa computacional construído para resolver o sistema geral de equações da estrutura com 'N' elementos móveis, posteriormente faz-se a adaptação do sistema para uma estrutura composta de cinco elementos móveis acompanhada de resultados; e finalmente, o Capítulo VI descreve as conclusões sobre o comportamento do mecanismo, obtidas a partir do programa e do protótipo.

CAPÍTULO II

DESCRIÇÃO DA COLUNA

A coluna é constituída de um elemento fixo em uma estrutura de suporte e N elementos móveis idênticos, acoplados entre si por eixos nos centros de rotação de cada um. Desta forma têm os mesmos a possibilidade de rotação relativa a cada elemento imediatamente anterior, em relação ao elemento fixo.

Cada elemento móvel integrante da coluna possui um cabo de cada lado, tensionado por elemento elástico com regulador de tensão inicial. Consequentemente, o cabo pode ser considerado inestensível, pois qualquer variação no comprimento dele é absorvido pelo elemento elástico, que tem rigidez inferior.

Surge inicialmente a questão de como se configuram os ligamentos dos cabos de cada elemento móvel e, em consequência, qual o comportamento da estrutura para cada tipo de ligamento proposto ?

Pode-se imaginar um grande número de tipos de ligamentos dos cabos em uma estrutura com N elementos móveis se N for um número grande e considerando que cada elemento estável pode orientar outro ou outros elementos, levando-se em conta o ligamento dos cabos destes ao elemento estável, o que conduz a

diferentes comportamentos da estrutura.

Dessa forma, neste trabalho analisam-se alguns tipos de ligamentos, que englobam as possibilidades de ação de forças internas, consideradas estas como as forças exercidas pelos cabos em cada elemento móvel.

Para uma coluna com $N = 1$, ou seja, um elemento móvel, existe apenas a possibilidade de ligamento dos cabos da quele ao elemento fixo. Para uma coluna com $N = 2$, há três possibilidades de ligamento, que constituem a base das análises feitas neste trabalho e descritas mais adiante. Estruturas com mais elementos móveis permitem imaginar um número maior de possibilidades de ligamentos.

Foi montado um programa computacional representativo do comportamento da estrutura com N elementos, sendo este um número qualquer até o limite imposto pelo dimensionamento das matrizes e vetores utilizados, para os tipos de ligamentos analisados.

Como o consumo de tempo de processamento do programa para cada tipo é crescente a cada elemento que se adiciona na estrutura, optou-se por uma coluna com $N = 5$, levando-se em consideração o tempo consumido em cada problema e por configurar este um número suficiente para se chegar a conclusões sobre as tendências no comportamento da estrutura.

A construção do programa se justifica face à possibilidade de se variar os dados necessários à definição da estrutura e o tipo de ligamento desejado dos cabos, com um número qualquer de elementos na estrutura e rapidez de respostas.

Como os resultados da posição de equilíbrio da estrutura com um dos tipos de ligamentos analisados, obtidos no programa, não eram em nada parecidos com a tendência intuitivamente esperada*, justificou-se a construção de um protótipo com esse tipo de ligamento para verificar as tendências apresentadas no programa.

No protótipo cada elemento tem a forma apresentada (figura 1), sendo constituído simetricamente em relação a seu eixo transversal. Na base do elemento foi fresado um rasgo com $\varnothing = 5\text{mm}$, comprimento de 19mm e profundidade de 15mm, para acoplamento do elemento anterior. Duas séries de furos igualmente espaçados, com $\varnothing = 1,5\text{mm}$, vasados, foram feitos para passagem de cada elemento, simetricamente distantes do eixo longitudinal de $R = 20\text{mm}$. Na direção do eixo longitudinal de simetria, a uma distância $AZ = 5\text{mm}$ da base do elemento, está posicionado o furo do centro de rotação do elemento** e este distante $ALAMB = 25\text{mm}$ do centro de rotação do elemento imediatamente superior. Em relação à base do elemento, a uma distância de 22,1mm, existe um

* esses resultados são abordados no Capítulo V

** esta medida, de grande importância na estabilidade do elemento, é analisada no Capítulo III.

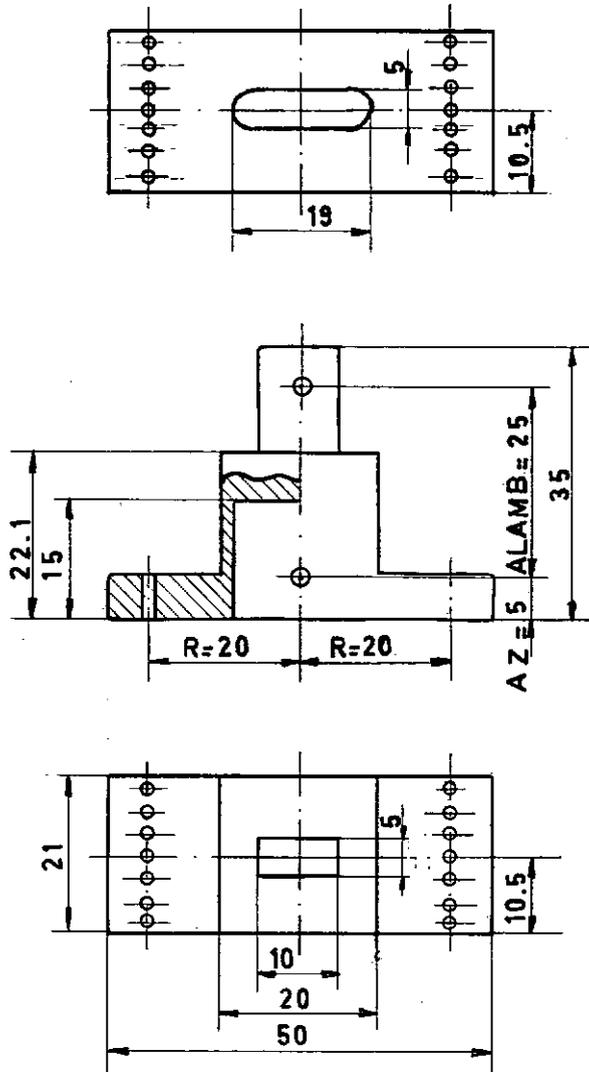


FIG.-1 ELEMENTO COMUM DA COLUNA

plano perpendicular à linha do eixo longitudinal e simetricamente a este eixo, com 10mm, este plano termina em duas aretas com a função de limitar angularmente o elemento superior a ele acoplado.

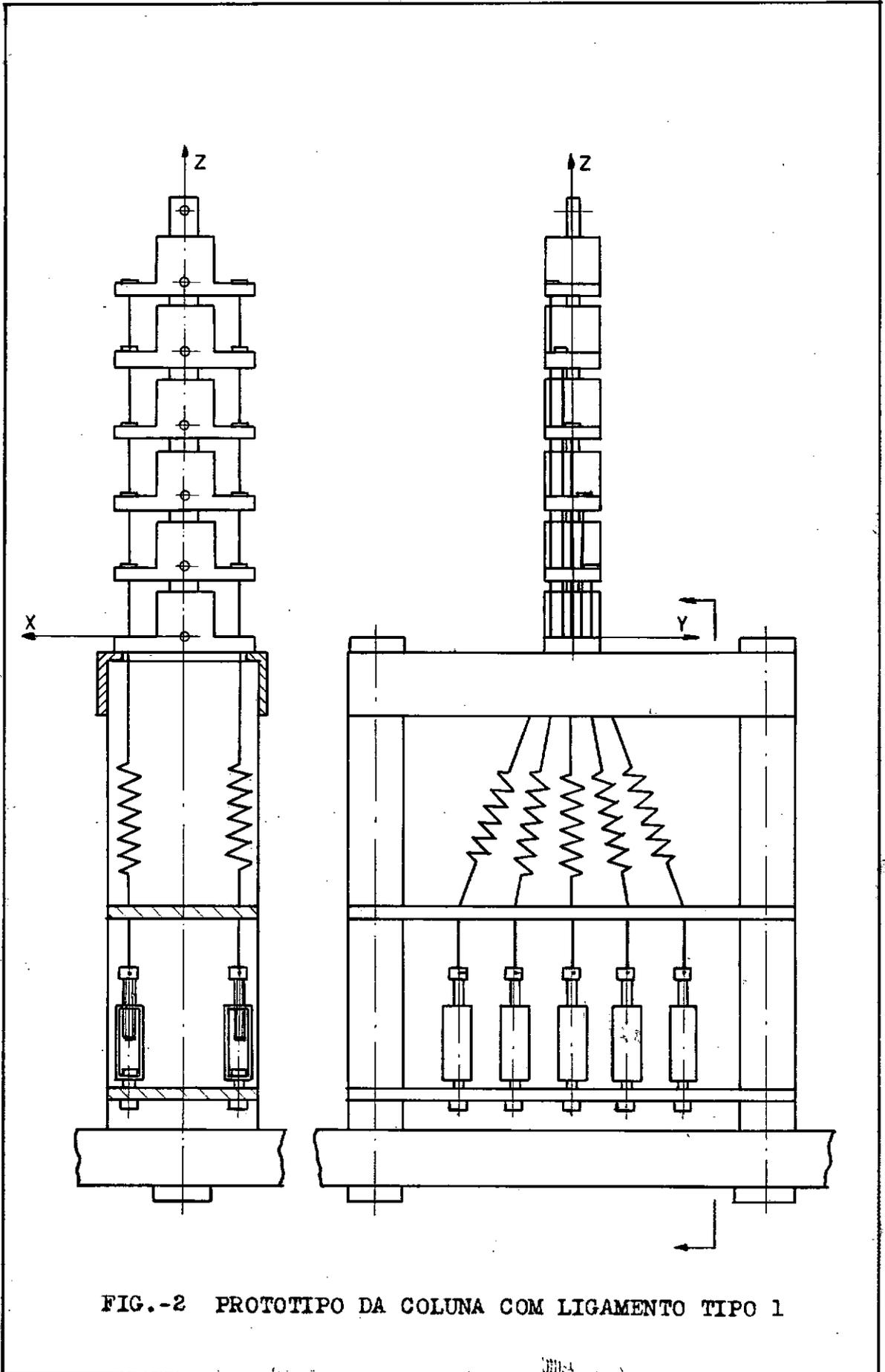
Dada a forma à estrutura, resta descrever os tipos de ligamentos abordados.

II.1. Ligamento Tipo 1

Neste tipo, os cabos de cada elemento são referenciados ao elemento fixo; ou seja, os cabos de cada elemento passam pelos correspondentes orifícios dos elementos anteriores até ao elemento fixo (figura 2).

Na vista de frente de referida figura observam-se os elementos móveis acoplados a seus respectivos centros de rotação e o corte da estrutura de suporte que é utilizada na sustentação e fixação da coluna, dos elementos tensores e dos reguladores de tensão.

Na vista lateral mostra-se o tipo de ligamento de cada elemento. Os cabos do elemento próximo ao elemento fixo passam por este e são fixados, semelhantemente, em elementos elásticos fixados a reguladores de tensão que por sua vez são fixados à estrutura de suporte. Os cabos do segundo elemento móvel passam pelo primeiro elemento e pelo elemento fixo, sendo fixados a elementos tensores, fixados a reguladores de tensão ,



estes fixados à estrutura de suporte, e assim sucessivamente até o quinto elemento.

II.2. Ligamento Tipo 2

Neste tipo de ligamento, os cabos de cada elemento móvel são referenciados ao elemento imediatamente anterior. Assim, os cabos do elemento móvel mais próximo ao elemento fixo são referenciados a este. Os cabos do segundo elemento móvel são referenciados ao primeiro e assim sucessivamente até ao último elemento.

Como mostrado (figura 3), os parafusos de cada elemento funcionam como reguladores de tensão fixados aos cabos que são fixados aos elementos elásticos e estes ao elemento anterior.

II.3. Ligamento Tipo 3

Este tipo apresenta os cabos dos elementos móveis intermediários, referenciados ao elemento móvel mais afastado do elemento fixo da coluna e este referenciado ao elemento fixo; ou seja, o elemento fixo contém os reguladores de tensão do quinto elemento móvel, fixados aos elementos tensores e estes aos cabos que passam pelos elementos intermediários, sendo fixa

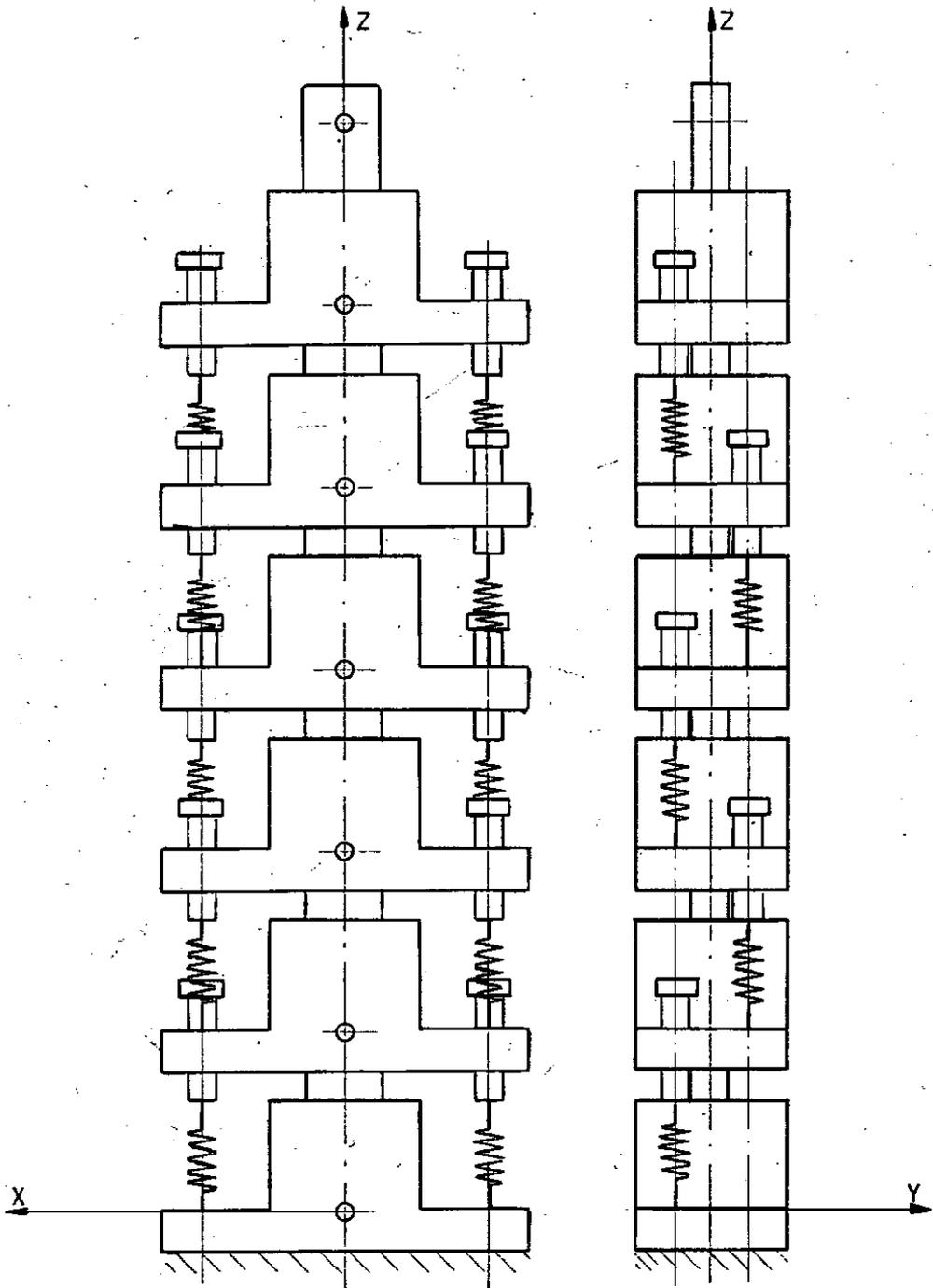


FIG.-3 COLUNA COM LIGAMENTO TIPO 2

dos ao quinto elemento. Da mesma forma, o primeiro elemento móvel contém reguladores de tensão fixados aos elementos tensores do mesmo e estes aos cabos que passam pelos elementos superiores sendo fixados ao quinto elemento. Procedimentos idênticos ao do primeiro elemento móvel são tomados para o ligamento dos elementos móveis restantes, como pode ser visto (figura 4).

No Capítulo seguinte analisa-se a estabilidade da coluna, que depende totalmente da estabilidade de cada articulação dos elementos móveis.

CAPÍTULO III

ANÁLISE DA ESTABILIDADE DA ESTRUTURA

Como estabelecido no Capítulo anterior, a estrutura é composta de elementos articulados, tensionados por cabos, com possibilidade de movimento de rotação de cada articulação.

Na análise da estabilidade da articulação de cada elemento móvel, devem ser observados alguns aspectos para facilitar a abordagem do problema, a saber:

- a) para efeito de análise das articulações em relação ao equilíbrio estático, é considerado que a coluna se encontra localizada em um sistema de coordenadas (X, Y, Z) , ao longo do eixo Z e com a articulação do primeiro elemento móvel, posicionada na origem do sistema;
- b) a possibilidade de rotação de cada elemento restringe-se ao plano $X - Z$;
- c) a aceleração da gravidade atua no sentido contrário a Z ;
- d) os cabos tensores são inestensíveis, considerando a ação de elementos elásticos, sendo pré-tensionados por estes com reguladores de tensão;
- e) a influência dos momentos resistentes gerados pelas forças

de atrito pode ser desprezada face à devida lubrificação das partes móveis da estrutura, à pequena dimensão dos raios dos eixos dos centros de rotação dos elementos móveis ($r_{cg} = 0,75\text{mm}$) e à limitação em pequenos ângulos ($\Delta\theta = 10^\circ$) da variação angular de cada elemento. Pelo que, as forças de sustentação e movimentação se propagam de modo uniforme ao longo dos cabos e são iguais em qualquer ponto dos mesmos;

- f. a análise se restringe a uma articulação onde se pode supor ser o elemento inferior fixo e o elemento considerado procura encontrar sua posição de equilíbrio, uma vez que as articulações são idênticas e as forças atuantes nos cabos são as mesmas em qualquer ponto da estrutura; e,
- g. como se observa (figura 5), para que haja equilíbrio estático, o momento criado pelo peso do elemento móvel deve ser contrabalançado pelas forças F_1 e F_2 . Em princípio é suficiente a existência de F_1 para equilibrar o sistema, porém, levando-se em consideração a possibilidade de girar o elemento móvel em qualquer sentido, deve haver equilíbrio entre as tensões iniciais dos cabos, de modo que para $\theta \ll 0^\circ$ o momento criado por F_2 equilibra o sistema.

Feitas essas considerações, pode-se atacar o problema inicialmente pela análise geométrica das variáveis da articulação.

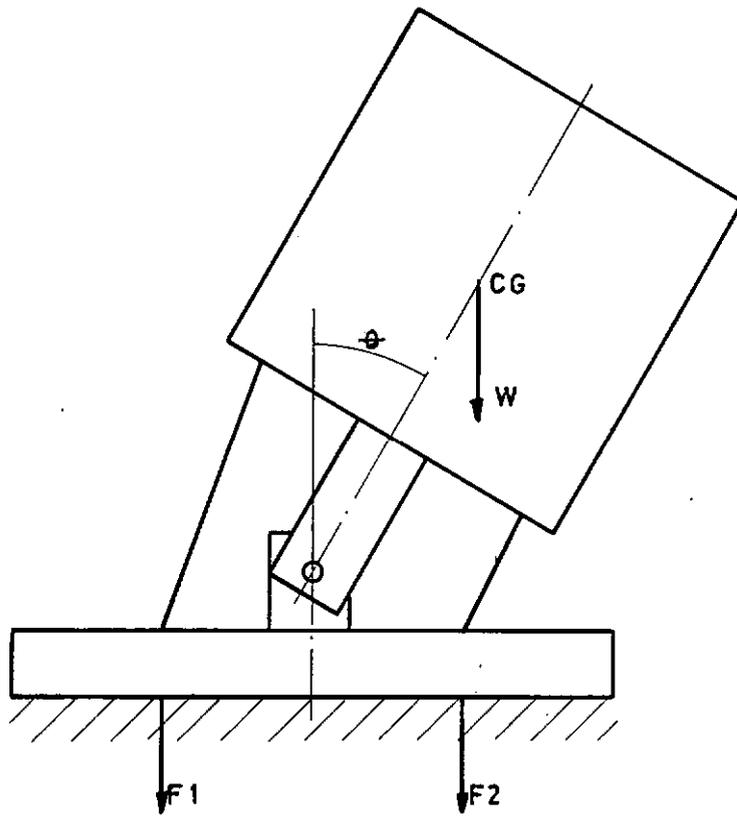


FIG.-5 FORÇAS ATUANTES NO ELEMENTO MOVEL

III.1. Análise Geométrica de uma Articulação

Neste item encontram-se as coordenadas que definem a geometria da articulação para ângulo de giro igual e maior que zero graus, (figuras 6a e 6b), respectivamente; a saber:

- índice 1 - refere-se ao cabo lado 1;
- índice 2 - idem lado 2;
- EF - elemento fixo;
- EM - elemento móvel;
- CR - centro de rotação;
- CG - centro de gravidade;
- W - peso do E.M.;
- R - distância do furo de passagem dos cabos ao eixo longitudinal do EM;
- H - distância do CR ao CG do EM;
- θ - ângulo de giro do EM a partir do eixo X com orientação horária;
- AZ - distância do CR ao orifício de entrada do cabo no EM, no eixo Z para $\theta = 0^\circ$;
- BZ - idem no EF, no eixo Z para $\theta = 0^\circ$;
- r - distância do CR ao orifício de entrada do cabo no EM;
- ϕ - ângulo que depende da geometria do elemento, a partir do eixo X com orientação horária,

$$\sin \phi = \frac{AZ}{r}$$

e

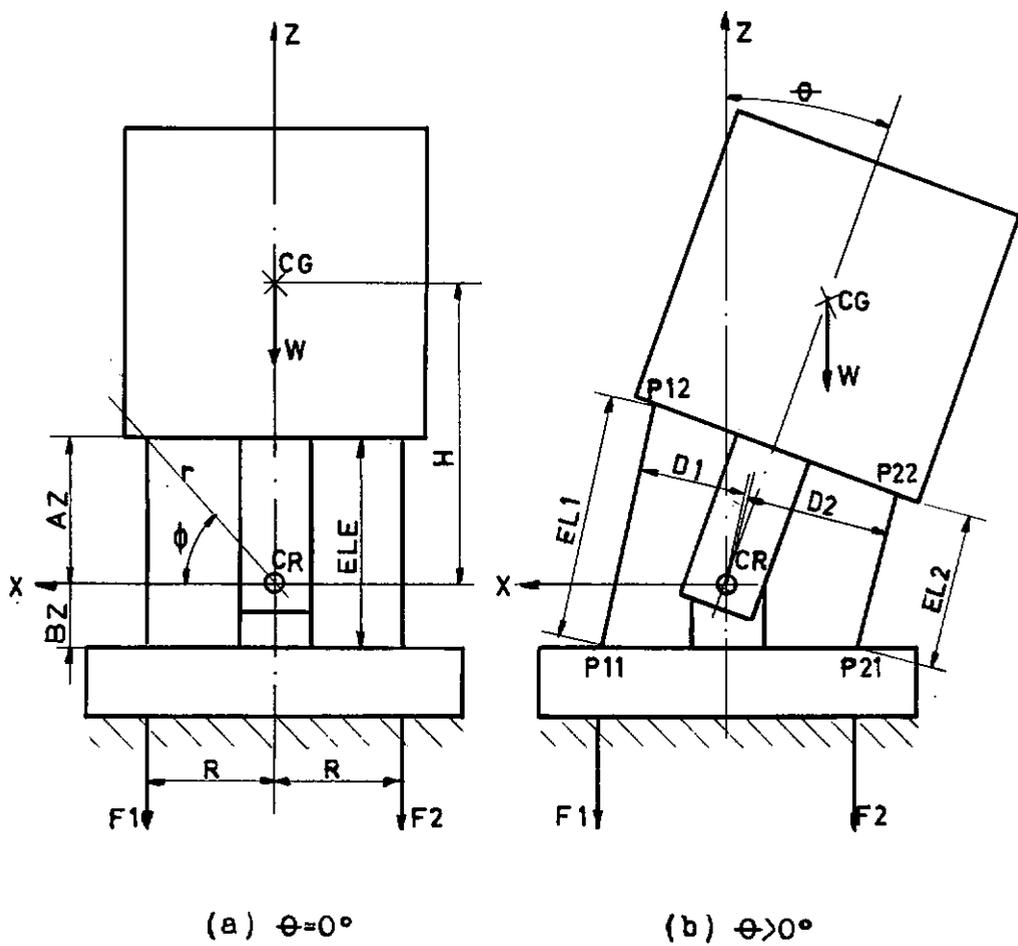


FIG.-6 ARTICULAÇÃO DO ELEMENTO MOVEL

$$\cos \phi = \frac{R}{r}$$

ou

$$\phi = \arcsin \left(\frac{AZ}{R} \right);$$

- ELE - comprimento dos cabos para $\theta = 0^\circ$, $ELE = BZ - AZ$;
- EL1 - comprimento do cabo lado 1 para qualquer θ ;
- EL2 - idem lado 2
- D1 - distância da linha de ação da força F1 até o CR, para giro de θ° do EM;
- D2 - idem F2;
- P11 - ponto representativo da entrada do cabo lado 1 no EF
- P12 - idem no EM
- P21 - ponto representativo da entrada do cabo lado 2 no EF
- P22 - idem no EM

Vê-se (figura 6b) que com a rotação do EM, F1, F2 e W causam momentos em relação ao CR e há variação na distância entre a linha de ação das forças e o CR e nos comprimentos dos cabos. Assim, o momento causado por F1 deve equilibrar os momentos causados por F2 e W alterando desse modo o momento equilibrador do sistema.

Dessa forma, o próximo passo é equacionar o comportamento do comprimento dos cabos e a distância da linha de ação das forças até o CR, quando o EM gira de θ° .

III.2. Equacionamento da Articulação

Considerando o que foi estabelecido no item anterior e como se pode ver (figura 6b), quando o EM gira de θ^0 , os orifícios de entrada dos cabos neste elemento também variam de posição. Assim, os pontos de referência do EF e do EM podem ser definidos como:

$$P11 = (R, -BZ)$$

$$P12 = (r \cdot \cos(\Phi + \theta), r \sin(\Phi + \theta))$$

e

$$P21 = (-R, -BZ)$$

$$P22 = (-r \cdot \cos(\Phi - \theta), r \sin(\Phi - \theta))$$

Da geometria analítica chega-se a:

$$EL1 = (r \cdot \sin(\Phi + \theta) + BZ)^2 + (r \cdot \cos(\Phi + \theta) - R)^2)^{1/2} \quad (III.1)$$

$$EL2 = (r \cdot \sin(\Phi - \theta) + BZ)^2 + (r \cdot \cos(\Phi - \theta) - R)^2)^{1/2} \quad (III.2)$$

e também:

$$D1 = \frac{BZ \cdot r \cdot \cos(\Phi + \theta) + R \cdot r \cdot \sin(\Phi + \theta)}{EL1} \quad (III.3)$$

$$D2 = \frac{BZ \cdot r \cdot \cos(\Phi - \theta) + R \cdot r \cdot \sin(\Phi - \theta)}{EL2} \quad (III.4)$$

Sendo a articulação simétrica em relação a seu eixo longitudinal, pode-se analisar somente as equações correspondentes a um dos lados. Para o outro lado basta adotar um ângulo de mesmo valor θ com sinal contrário. Assim:

$$EL2(\theta) = EL1(-\theta)$$

e

$$D2(\theta) = D1(-\theta)$$

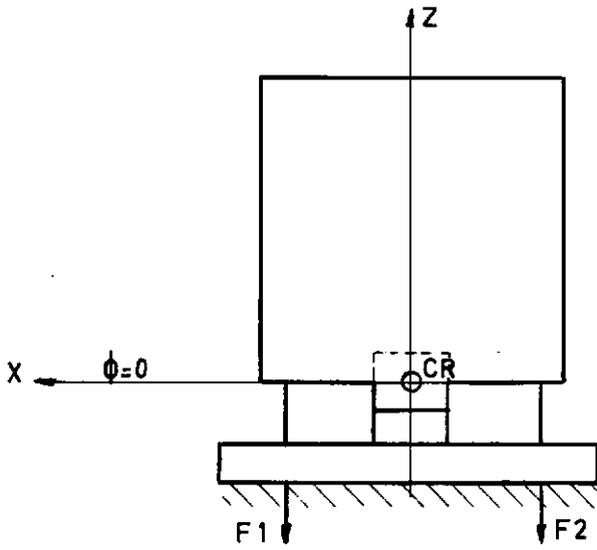
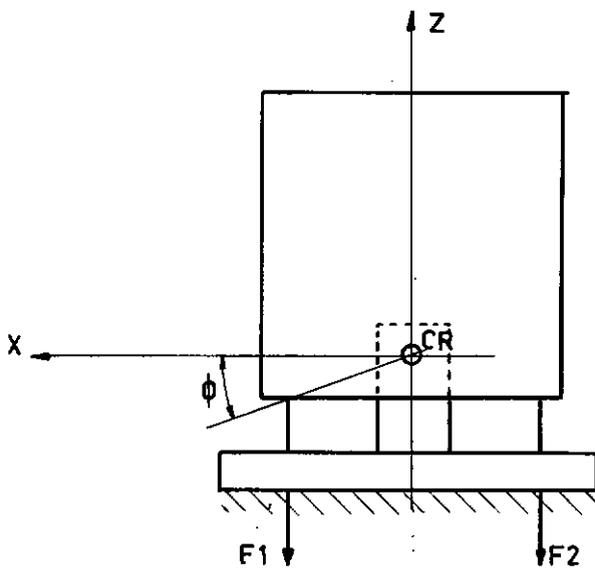
A seguir analisa-se a influência do ângulo ϕ no comportamento da articulação.

III.3. Análise da Influência do Ângulo ϕ no comportamento da articulação.

Como visto anteriormente, o ângulo ϕ depende da geometria do elemento e tem orientação horária a partir do eixo X.

Considere-se que o elemento móvel pode ser construído com $\phi > 0^\circ$, $\phi = 0^\circ$ ou $\phi < 0^\circ$ (figuras 6a, 7 e 8) respectivamente.

Para $\phi > 0^\circ$ as equações - (III.1) a (III.4) - podem ser simplificadas, chegando-se a:

FIG.-7 $\phi=0$ FIG.-8 $\phi < 0$

$$EL1 = \left[(BZ + AZ)^2 + 2 (R^2 + AZ \cdot BZ) \cdot (1 - \cos(\theta)) + 2 \cdot R \cdot (BZ + AZ) \cdot \sin(\theta) \right]^{1/2} \quad (III.5)$$

$$EL2 = \left[(BZ + AZ)^2 + 2 (R^2 + AZ \cdot BZ) \cdot (1 - \cos(\theta)) - 2 \cdot R \cdot (BZ + AZ) \cdot \sin(\theta) \right]^{1/2} \quad (III.6)$$

$$D1 = \frac{(BZ + AZ) \cdot R \cdot \cos(\theta) + (R^2 + AZ \cdot BZ) \cdot \sin(\theta)}{EL1} \quad (III.7)$$

$$D2 = \frac{(BZ + AZ) \cdot R \cdot \cos(\theta) - (R^2 + AZ \cdot BZ) \cdot \sin(\theta)}{EL2} \quad (III.8)$$

Para $\phi = 0^\circ$ da mesma forma chega-se a:

$$EL1 = \left[BZ^2 + 2 \cdot R^2 \cdot (1 - \cos(\theta)) + 2 \cdot R \cdot BZ \cdot \sin(\theta) \right]^{1/2} \quad (III.9)$$

$$EL2 = \left[BZ^2 + 2 \cdot R^2 \cdot (1 - \cos(\theta)) - 2 \cdot R \cdot BZ \cdot \sin(\theta) \right]^{1/2} \quad (III.10)$$

$$D1 = \frac{BZ \cdot R \cdot \cos(\theta) + R^2 \cdot \sin(\theta)}{EL1} \quad (III.11)$$

$$D2 = \frac{BZ \cdot R \cdot \cos(\theta) - R^2 \cdot \sin(\theta)}{EL2} \quad (III.12)$$

Para $\phi \leq 0^a$, como anteriormente:

$$EL1 = \left[(BZ - AZ)^2 + 2 \cdot (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot (1 - \cos(\theta)) + 2 \cdot R \cdot (BZ - AZ) \cdot \sin(\theta) \right]^{1/2} \quad (III.13)$$

$$EL2 = \left[(BZ - AZ)^2 + 2 \cdot (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot (1 - \cos(\theta)) - 2 \cdot R \cdot (BZ - AZ) \cdot \sin(\theta) \right]^{1/2} \quad (III.14)$$

$$D1 = \frac{(BZ - AZ) \cdot R \cdot \cos(\theta) + (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot \sin(\theta)}{EL1} \quad (III.15)$$

$$D2 = \frac{(BZ - AZ) \cdot R \cdot \cos(\theta) - (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot \sin(\theta)}{EL2} \quad (III.16)$$

Para avaliar a variação no comprimento dos cabos considere-se que:

$$\Delta L1 = EL1 - ELE \quad (III.17)$$

$$\Delta L2 = EL2 - ELE \quad (III.18)$$

onde

ΔL_1 -- representa a variação do comprimento do cabo lado 1, para giro θ^a do EM;

ΔL_2 - idem para o cabo lado 2.

Se $\theta > 0^0$ acarreta:

- $\Delta L_1 > 0$; ou seja, o cabo lado 1 foi estirado

- $\Delta L_2 < 0$; ou seja, o cabo lado 2 foi afrouxado.

Fazendo

$$\beta = \Delta L_1 + \Delta L_2 \quad (\text{III.19})$$

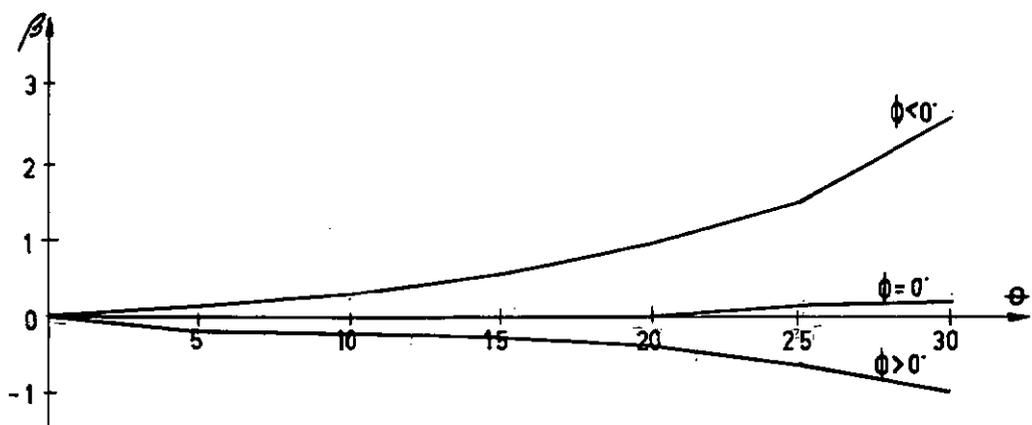
pode dizer-se que:

- se $\beta > 0$, o estiramento do cabo lado 1 é maior que o afrouxamento do cabo lado 2;

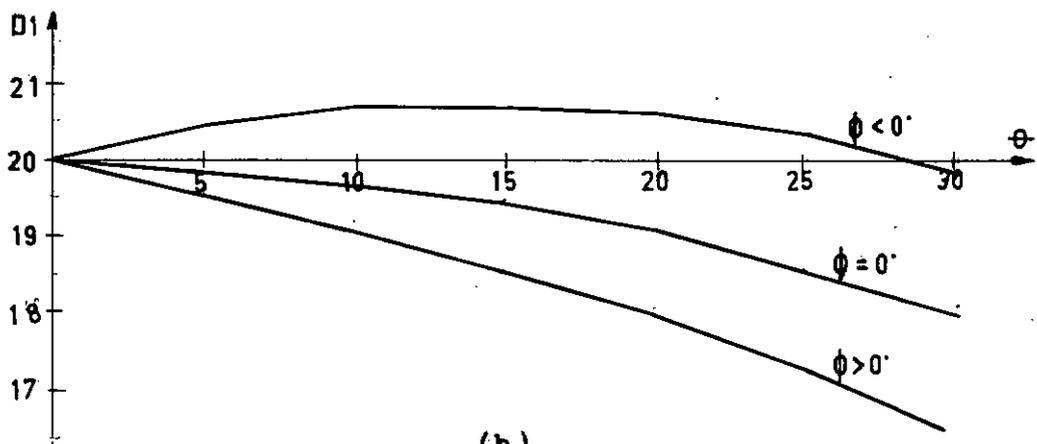
- se $\beta < 0$, o estiramento do cabo lado 1 é menor que o afrouxamento do cabo lado 2.

Feita a análise de D_1 , D_2 e β para cada ϕ , empregando dimensões compatíveis com o protótipo, chega-se aos resultados plotados nos gráficos (figura 9).

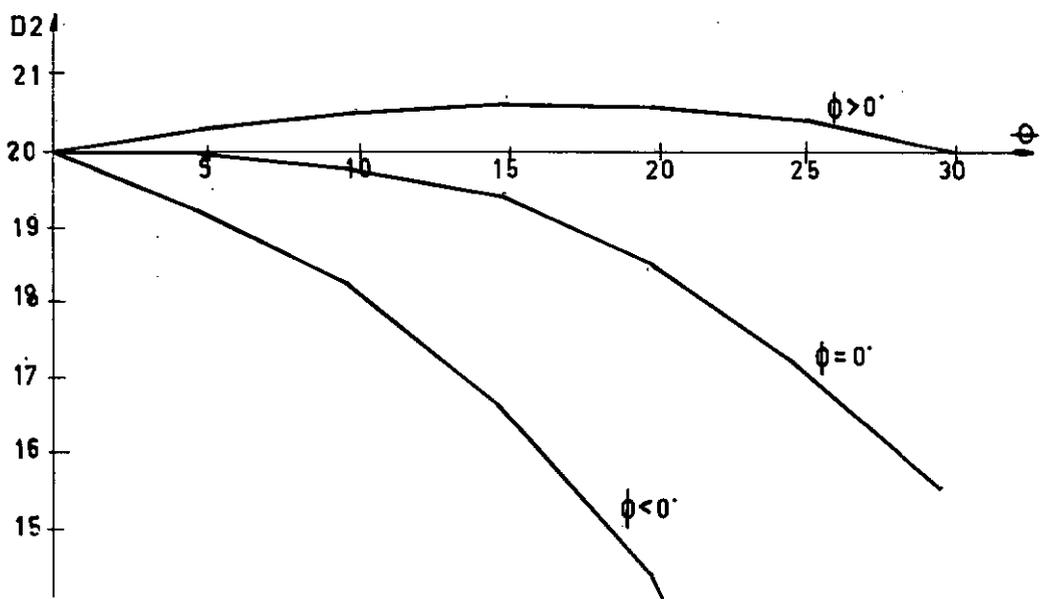
As conclusões da análise podem ser resumidas em:



(a)



(b)



(c)

FIG.-9 VARIAÇÃO DOS PARAMETROS DA ARTICULAÇÃO

- a - para $\phi > 0^\circ$, verifica-se que D1 diminui e D2 aumenta à medida em que θ assume valores maiores que zero, desta forma não haverá momento restaurador da posição de equilíbrio em θ inicial; ou seja, F1 não conseguirá em hipótese alguma equilibrar os momentos causados pelo peso (W) do elemento móvel e por F2. Nota-se também que β é menor que zero; ou seja, a variação de $\Delta L1$ é menor que $\Delta L2$, isto é, EL1 cresce mais devagar em relação ao decrescimento de EL2. Pode-se concluir, portanto, que a adoção de geometria do elemento com $\phi > 0^\circ$ não é recomendada, pois causa a instabilidade do elemento móvel;
- b - para $\phi = 0^\circ$, verifica-se que D1 é igual ou maior que D2, para valores de θ maiores que zero, desta forma haverá momento restaurador da posição de equilíbrio em θ inicial. Pode-se verificar também que β é igual ou maior que zero; ou seja, $\Delta L1$ é igual ou maior que $\Delta L2$, isto é, EL1 cresce, no mínimo na mesma proporção em que EL2 decresce. Com isso, neste tipo de geometria existe estabilidade do EM, visto que os momentos são concorrentes;
- c - para $\phi < 0^\circ$, verifica-se que D1 é sempre maior que D2, para valores de θ maiores que zero, desta forma o momento restaurador da posição de equilíbrio em θ inicial tem intensidade maior que para $\phi = 0$. O mesmo pode ser verificado no comportamento de β .

Resumindo, pode-se concluir que a construção de cada elemento móvel deve ser feita de forma que a geometria do elemento tenha $\phi \leq 0^\circ$.

Os elementos integrantes do protótipo foram construídos com $\phi < 0^\circ$; ou seja, $\phi = -14^\circ$.

O próximo passo é a análise do comportamento das forças F1 e F2 atuantes nos cabos do elemento móvel...

III.4. Análise das Forças Tensóras dos Cabos.

Com anteriormente dito, os cabos lado 1 e 2 são tensionados por elementos elásticos de rigidez conhecida e estes quando distendidos ou comprimidos, dependendo da forma de tensionamento adotada, obedecem a:

$$F1 = K1 \cdot X1 \quad (III.20)$$

e

$$F2 = K2 \cdot X2 \quad (III.21)$$

onde

F1 e F2 = força exercida pelo elemento elástico no cabo lado 1 e lado 2, respectivamente;

K1 e K2 = rigidez de cada elemento elástico; e

X1 e X2 = distensão total de cada elemento elástico.

Sendo:

$$X1 = X11 + (AL1 - ELE) \quad (III.22)$$

e

$$X2 = X21 + (AL2 - ELE) \quad (III.23)$$

em que:

$X11$ e $X21$ = distensão inicial do elemento tensor dos cabos la
do 1 e 2, respectivamente;

$$ELE = BZ - AZ$$

$$AL1 = EL1, \text{ dado por (III.13)}$$

e

$$AL2 = EL2, \text{ dado por (III.14)}$$

Dessa forma, de (III.20) e (III.21) tem-se:

$$F1 = K1 [X11 + (AL1 - ELE)] \quad (III.24)$$

e

$$F2 = K2 [X21 + (AL2 - ELE)] \quad (III.25)$$

Estabelecendo-se pré-tensões idênticas nos cabos, com $\theta = 0^\circ$, as forças F_1 e F_2 são iguais e correspondem às mesmas, pois $EL_1 = EL_2 = ELE$, o peso do EM não causa momento em relação ao CR, desta forma o sistema está em equilíbrio.

A partir dessa posição de equilíbrio, se F_2 for aumentada gradativamente de modo que faça o EM girar até um ângulo θ , neste caso $\theta > 0^\circ$ (figura 6b), o equilíbrio será conseguido mediante a variação dos momentos causados por F_1 e F_2 , processando-se da seguinte maneira:

- a - como é visto (figuras 9b e 9c), para $\phi \leq 0$, a medida ϕ em que θ aumenta no sentido horário, D_1 torna-se maior que D_2 . Portanto, o momento causado por F_1 torna-se maior, tendendo a equilibrar os momentos causados por F_2 e pelo peso (W) do EM. O pré-tensionamento dos cabos auxilia o processo de equilíbrio;
- b - com o ângulo θ aumentando no sentido horário, há uma variação nos comprimentos livres dos cabos; ou seja, ΔL_1 é positivo, significando que o cabo 1 está sendo encurtado em seu comprimento livre, aumentando a deflexão do elemento elástico correspondente e, conseqüentemente, aumentando o valor de F_1 até equilibrar os momentos causados pela F_2 imposta e o peso do EM.

Deve notar-se que para fazer inicialmente $F_2 > F_1$,

provocando assim a rotação do EM até o equilíbrio em $\theta \approx 0^\circ$, de vem-se desbalancear as tensões iniciais aplicadas a cada cabo ; ou seja, a pré-tensão no cabo 1 deve ser menor que a pré-tensão dada no cabo 2, isto pode fazer-se pela variação de posição do regulador de tensão deste cabo.

Donde se pode concluir, que para variações gradativas das forças nos cabos, ter-se-á equilíbrio estático para qualquer θ .

Os elementos da coluna têm limitadores angulares (figura 2); ou seja, $\theta_{\max} = \text{ANLI}$ (ângulo limite). O acréscimo gradativo da força F2 é significativo até que o EM atinja θ_{\max} , a partir daí não há mais influência no elemento em que a ela é aplicada, mas sim no elemento anterior de sustentação*.

Levando-se em conta a conceituação ora estabelecida, pode-se partir para o equacionamento da coluna, o que é feito no Capítulo seguinte.

* a limitação angular é enfocada no Capítulo IV.

CAPÍTULO IV

EQUACIONAMENTO DA COLUNA

Este Capítulo analisa primeiramente a ação das forças internas atuantes nos elementos móveis que compõem a coluna, posteriormente a ação das forças externas, finalmente o sistema de equações que define o comportamento da coluna com N elementos móveis pela variação de forças internas e/ou externas impostas e faz considerações sobre a limitação angular dos elementos da estrutura.

IV.1. Equacionamento dos Parâmetros Internos da Coluna

Propõe-se neste item um modelo matemático representativo da deflexão estática da coluna, submetida a seu próprio peso e à variação da tensão aplicada nos cabos.

Como foi visto no Capítulo anterior, a coluna é constituída de elementos articulados equilibrados por cabos, tensionados por elementos elásticos que obedecem a $F = K \cdot X$.

À análise da estrutura aplicam-se todas as observações do Capítulo III, aplicadas a cada elemento móvel componente da mesma.

Os três tipos de ligamentos dos cabos (figuras 2, 3 e 4) são analisados separadamente para uma melhor visualização da diferença na abordagem de cada tipo.

A seguir é apresentada a evolução de uma coluna, supondo-se inicialmente que ela tem um elemento móvel.

IV.1.1. Equacionamento de uma Coluna com um Elemento Móvel.

Pelas considerações anteriormente feitas, na coluna com um elemento móvel (figura 10) chega-se a:

$$\Sigma M_{cr} = 0 ;$$

ou seja, considerando que o somatório dos momentos atuantes na estrutura estão em equilíbrio, tem-se que:

$$F1 \cdot D1 - F2 \cdot D2 - W \cdot CRG = 0 \quad (IV.2)$$

onde

F1 é dado por (III.24)

Dessa forma,

$$F1 = K1 [X11 + (AL1 - ELE)] \quad (IV.3)$$

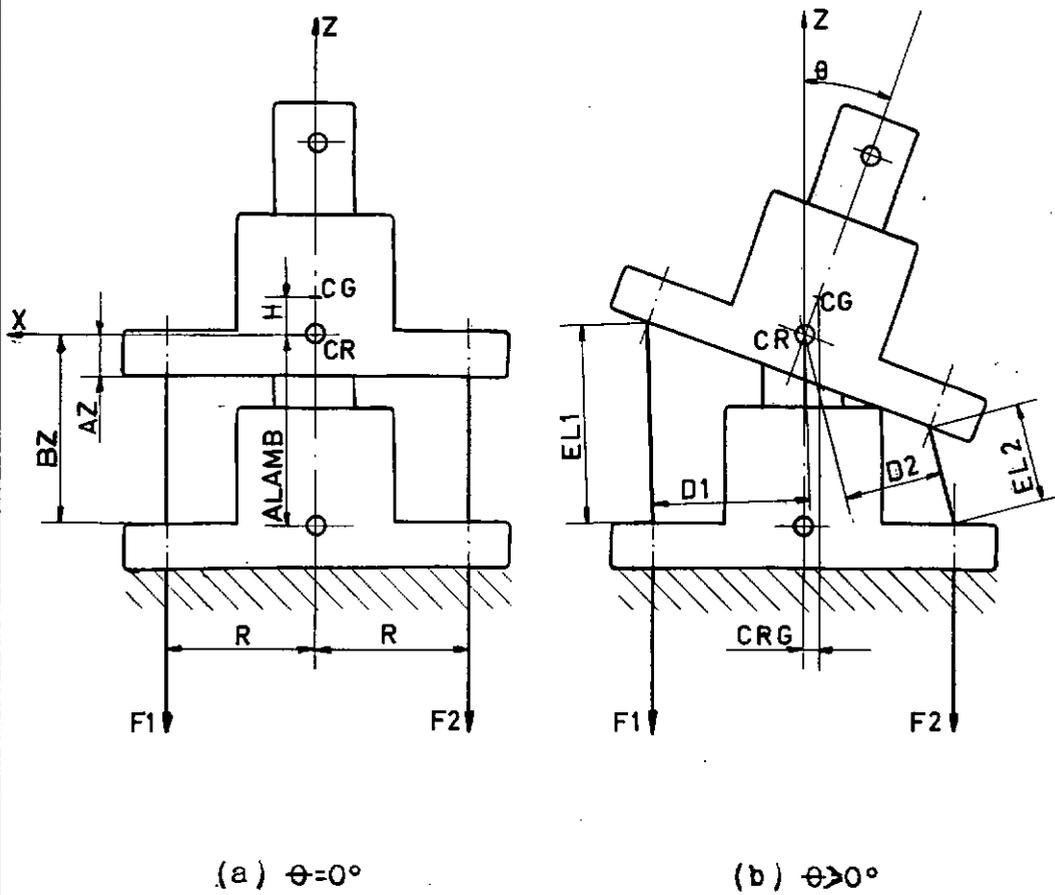


FIG.-10 COLUNA COM UM ELEMENTO MÓVEL

sendo

$AL1 = EL1$, dado por (III.13).

Assim,

$$EL1 = \left[(BZ - AZ)^2 + 2 \cdot (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot (1 - \cos(\theta)) + 2 \cdot R \cdot (BZ - AZ) \cdot \sin(\theta) \right]^{1/2} \quad (IV.4)$$

$D1$ é dado por (III.15).

Assim,

$$D1 = \frac{(BZ - AZ) \cdot R \cdot \cos(\theta) + (R^2 - AZ \cdot BZ) \sin(\theta)}{EL1} \quad (IV.5)$$

Analogamente,

$F2$ é dado por (III.25).

Dessa forma:

$$F2 = K2 \cdot [X21 + (AL2 - ELE)] \quad (IV.6)$$

onde

$AL2 = EL2$, dado por (III.14).

Sabe-se que:

$$EL2(\theta) = EL1(-\theta),$$

assim,

$$EL2 = \left[(BZ - AZ)^2 + 2 \cdot (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot (1 - \cos(\theta)) - 2 \cdot R \cdot (BZ - AZ) \sin(\theta) \right]^{1/2} \quad (IV.7)$$

D2 é dado por (III.16)

mas,

$$D2(\theta) = D1(-\theta)$$

assim,

$$D2 = \frac{(BZ - AZ) \cdot R \cdot \cos(\theta) - (R^2 - AZ \cdot BZ) \sin(\theta)}{EL2} \quad (IV.8)$$

$$CRG = H \cdot \sin(\theta)$$

Há que se notar que se $F2 < 0$ adotar-se-á $F2 = 0$, pois se $F2 \leq 0$ significa que o cabo 2 não está atuando no sistema; ou seja, está totalmente afrouxado.

A seguir faz-se a análise de uma coluna composta de dois elementos móveis, objetivando melhor entendimento do me

canismo de equilíbrio do sistema, para os tipos possíveis de ligamento dos cabos nos elementos.

IV.1.2. Equacionamento de uma Coluna com Dois Elementos Móveis.

Para que se possa abordar o problema com mais de um elemento móvel, deve-se ampliar a simbologia proposta no item III.1, observando-se que a mesma é estruturada com o fim de obter similaridade na construção do programa computacional (figura 11). Assim:

K - número do elemento móvel da coluna, crescente a partir do primeiro elemento móvel. (K = 1, 2, ..., N).

CR(K) - centro de rotação do elemento K.

$\theta(K)$ - ângulo de giro do elemento K, com origem no eixo de simetria do elemento anterior e orientação positiva no sentido do horário.

ELE(K) - comprimento total de cada cabo do elemento K, para

$$\sum_{J=1}^K \theta(J) = 0^\circ$$

EL1(K) e EL2(K) - comprimentos dos segmentos dos cabos lado 1 e 2, respectivamente, pela variação angular do elemento K de $\theta(K)$

AL1(K) e AL2(K) - comprimentos totais dos cabos lado 1 e 2, respectivamente, pela variação de cada elemento envolvido

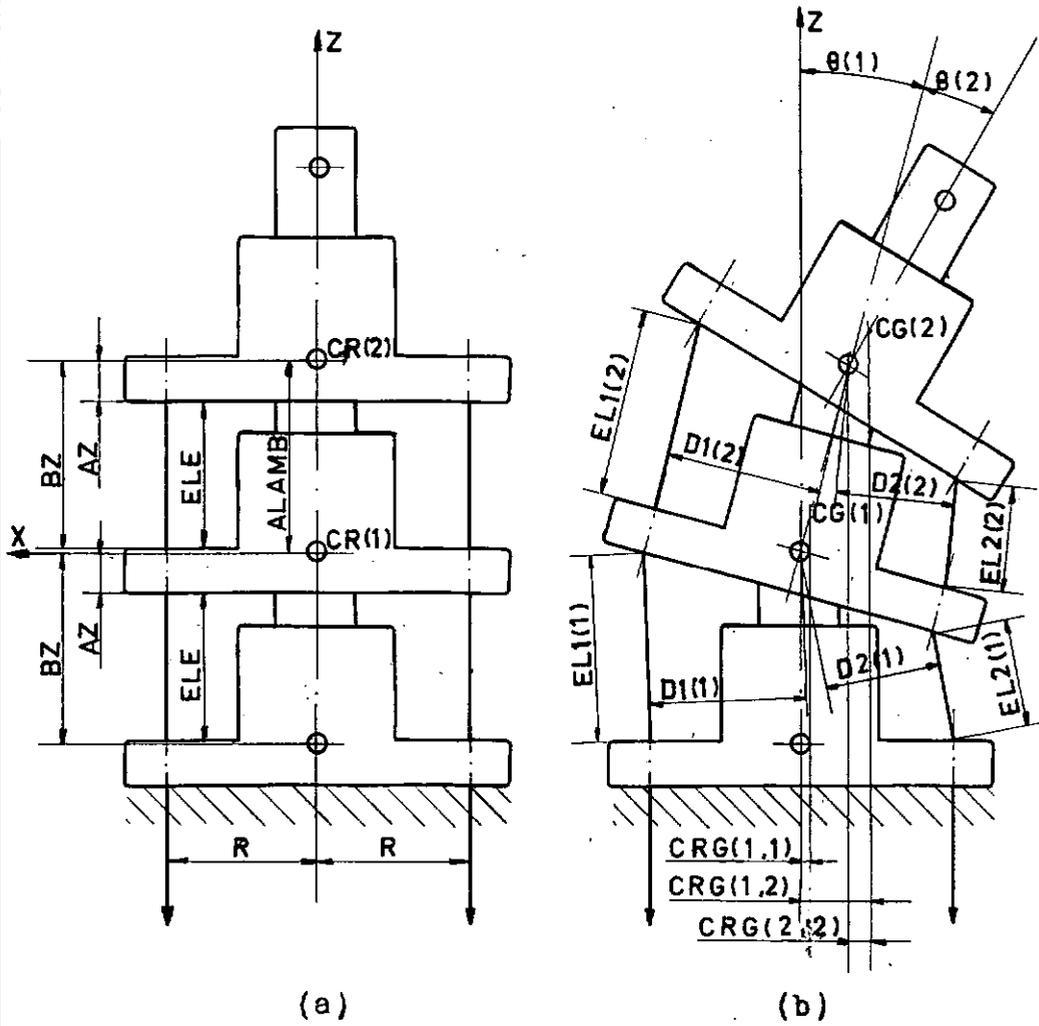


FIG.-11 COLUNA COM DOIS ELEMENTOS MÓVEIS

$$\text{ou } \sum_{J=1}^K \theta(J) \neq 0^{*..}$$

F1(K) e F2(K) - forças atuantes nos cabos lado e 1 e 2, respectivamente, no elemento K.

W(K) - peso do elemento K

CRG(K,J) - distância do CR(K) ao CG(J), (J = K, K + 1, ..., N)

ALAMB - distância do CR(K) ao CR(K + 1)

Para maior clareza das variáveis envolvidas, vê-se a coluna com $\theta(1) = 0$ e $\theta(2) = 0$ (Figura 11.a) e o restante da simbologia com $\theta(1) > 0$ e $\theta(2) > 0$ (figura 11.b).

No equacionamento de uma coluna com dois elementos, utilizam-se as idéias apresentadas no item anterior, empregadas, entretanto, uma vez para cada articulação; ou seja, estabelece-se a equação de equilíbrio do elemento mais próximo ao elemento fixo, em seguida pode-se estabelecer a equação de equilíbrio do segundo elemento, pois a porção inferior da coluna considera-se rígida.

Há quatro possibilidades de ligamento dos cabos nos elementos, a saber:

* - observar que se $\sum_{J=1}^K \theta(J) = 0$ acarreta $AL1(K) = ELE(K)$ e $AL2(K) = ELE(K)$ ou $AL1(K) = AL2(K)$

- 1º Tipo - um só cabo de cada lado tensionando os elementos a partir do elemento extremo; ou seja, do elemento mais afastado do elemento fixo de referência (figura 12) , sendo $F1(1) = F1(2) = 0$;
- 2º Tipo - um cabo de cada lado para cada elemento móvel, tendo como referência o elemento fixo ; ou seja, o segundo elemento possui um cabo tensor em cada lado passando pelo primeiro elemento e este possui também um cabo tensor de cada lado, ambos até ao elemento fixo (figura 12)*;
- 3º Tipo - os cabos de cada elemento tem como referência o elemento imediatamente anterior** ;
- 4º Tipo - os cabos do elemento extremo tem como referência o elemento fixo e os cabos do primeiro elemento móvel tem como referência o elemento móvel extremo***.

Os quatro tipos de ligamentos apresentados, como visto no item III.4, distinguem-se no seguinte:

- a. no primeiro tipo todos elementos estão sujeitos a variação apenas das forças dos dois cabos tensores; ou seja, à variação entre $F1(2)$ e $F2(2)$.

* - corresponde ao TIPO1 (figura 2), descrito no Capítulo II.

** - idem TIPO 2 (figura 3)

*** - corresponde ao TIPO 3 (figura 4), descrito no Capítulo II.

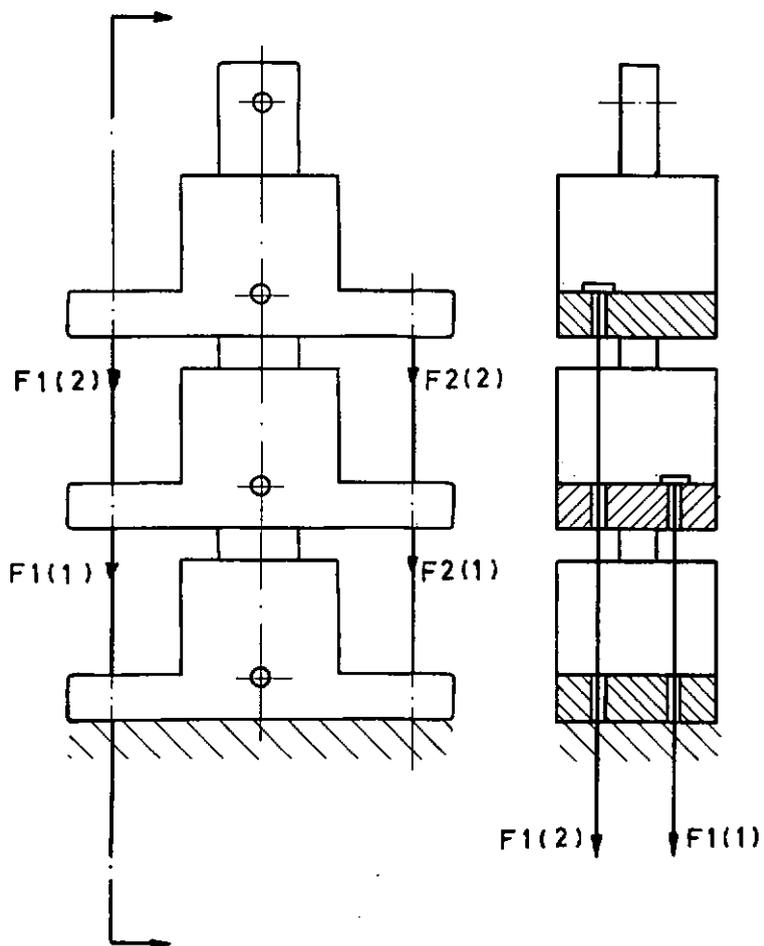


FIG.-12 LIGAMENTO DOS CABOS

- b. no segundo tipo além da variação das forças $F1(2)$ e $F2(2)$, também existe a possibilidade de se fazer a variação de $F1(1)$ e $F2(1)$ no primeiro elemento, o que permite maior flexibilidade da coluna, pois há possibilidade de agir em cada elemento independentemente;
- c. no terceiro tipo a variação das forças de cada elemento está diretamente a este relacionada sem acarretar, todavia, variação nos cabos dos outros elementos; ou seja, cada elemento sofre apenas a influência da variação de forças nos seus cabos; e
- d. no quarto tipo a variação das forças dos cabos em cada elemento intermediário é influenciada pelos elementos que ficam acima dele, até ao elemento extremo, que é comandado por seus cabos que vão até ao elemento fixo. Neste tipo, o equilíbrio da coluna depende diretamente dos cabos do elemento extremo.

IV.1.2.1. Equacionamento do 1º Tipo*

Para o primeiro tipo de ligamento ora abordado , pode-se escrever a equação de equilíbrio para o primeiro elemento. Assim:

* ver (figura 11)

$$\Sigma M(1) = 0;$$

ou seja, o somatório dos momentos na articulação do primeiro elemento estão em equilíbrio, desta forma:

$$F1(2) \cdot D1(1) - F2(2) \cdot D2(1) - W(1) \cdot CRG(1,1) - W(2) \cdot CRG(1,2) = 0$$

Encontrando-se o primeiro elemento em equilíbrio e considerando que as forças se propagam ao longo dos cabos sem alteração, pode-se escrever a equação de equilíbrio para o segundo elemento. Assim:

$$\Sigma M(2) = 0$$

ou

$$F1(2) \cdot D1(2) - F2(2) \cdot D2(2) - W(2) \cdot CRG(2,2) = 0$$

Então, o sistema representativo da coluna com ligamento do primeiro tipo é:

$$F1(2) \cdot D1(1) - F2(2) \cdot D2(1) - W(1) \cdot CRG(1,1) - W(2) \cdot CRG(1,2) = 0$$

$$F1(2) \cdot D1(2) - F2(2) \cdot D2(2) - W(2) \cdot CRG(2,2) = 0$$

(IV.9)

A explicitação dos termos das equações do sistema estão em IV.1.2.5.

IV.1.2.2. Equacionamento do 2º Tipo*

Considerando o ligamento dos cabos com o segundo tipo e tendo em vista as considerações anteriores, pode-se escrever que:

$$\Sigma M(1) = 0$$

$$[F1(1) + F1(2)] \cdot D1(1) - [F2(1) + F2(2)] \cdot D2(1) - W(1) \cdot$$

$$\cdot CRG(1,1) - W(2) \cdot CRG(1,2) = 0$$

e

$$\Sigma M(2) = 0$$

ou

$$F1(2) \cdot D1(2) - F2(2) \cdot D2(2) - W(2) \cdot CRG(2,2) = 0$$

* ver (figura 11)

O sistema representativo para o segundo tipo fica:

$$\begin{aligned}
 & [F1(1) + F1(2)] \cdot D1(1) - [F2(1) + F2(2)] \cdot D2(1) - W(1) \\
 & \cdot CRG(1,1) - W(2) \cdot CRG(1,2) = 0
 \end{aligned}
 \tag{IV.10}$$

$$F1(2) \cdot D1(2) - F2(2) \cdot D2(2) - W(2) \cdot CRG(2,2) = 0$$

Note-se que se $F1(1) = F2(1) = 0$ o sistema (IV.10) fica idêntico ao (IV.9); ou seja, (IV.10) é um sistema que pode descrever o comportamento do primeiro ou do segundo tipo, dependendo das condições que lhe sejam impostas.

A declaração dos termos das equações do sistema estão em IV.1.2.5.

IV.1.2.3. Equacionamento do 3º Tipo*

Como anteriormente, considerando o ligamento dos cabos com este tipo, pode-se escrever que:

$$\Sigma M(1) = 0$$

* ver (figura 11)

ou

$$F1(1) \cdot D1(1) - F2(1) \cdot D2(1) - W(1) \cdot CRG(1,1) - W(2) \cdot CRG(1,2) = 0$$

e

$$\Sigma M(2) = 0$$

ou

$$F1(2) \cdot D1(2) - F2(2) \cdot D2(2) - W(2) \cdot CRG(2,2) = 0$$

O sistema de equações representativo para o terceiro tipo fica:

$$F1(1) \cdot D1(1) - F2(1) \cdot D2(1) - W(1) \cdot CRG(1,1) - W(2) \cdot CRG(1,2) = 0$$

(IV.11)

$$F1(2) \cdot D1(2) - F2(2) \cdot D2(2) - W(2) \cdot CRG(2,2) = 0$$

A explicitação dos termos das equações do sistema estão em IV.1.2.5.

IV.1.2.4. Equacionamento do 4º Tipo*

Da mesma forma como estabelecido anteriormente , a estrutura com este tipo de ligamento é definida por:

$$\Sigma M(1) = 0$$

ou

$$F1(2) \cdot D1(1) - F1(1) \cdot D1(2) - F2(2) \cdot D2(1) + F2(1) \cdot D2(2) - W(1) \cdot CRG(1,1) - W(2) \cdot CRG(1,2) = 0$$

e

$$\Sigma M(2) = 0$$

ou

$$[F1(2) + F1(1)] \cdot D1(2) - [F2(2) + F2(1)] \cdot D2(2) - W(2) \cdot CRG(2,2) = 0$$

Assim, o sistema representativo para este tipo fica:

* ver (figura 11)

$$\begin{aligned}
 & F1(2) \cdot D1(1) - F1(1) \cdot D1(2) - F2(2) \cdot D2(1) + F2(1) \cdot D2(2) - \\
 & W(1) \cdot CRG(1,1) - W(2) \cdot CRG(1,2) = 0
 \end{aligned}
 \tag{IV.12}$$

$$\begin{aligned}
 & [F1(2) + F1(1)] \cdot D1(2) - [F2(2) + F2(1)] \cdot D2(2) - W(2) \cdot \\
 & CRG(2,2) = 0
 \end{aligned}$$

Como no primeiro tipo, se $F1(1) = F2(1) = 0$, o sistema fica idêntico ao sistema estabelecido em (IV.9). Assim como (IV.10), o sistema (IV.12) pode descrever o comportamento do primeiro e do quarto tipo, dependendo das condições que lhe sejam impostas.

IV.1.2.5. Explicitação dos Termos que Compõem as Equações dos Sistemas (IV.9), (IV.10), (IV.11) e (IV.12)*

$F1(1)$, $F2(1)$; $F1(2)$ e $F2(2)$ são determinadas de modo análogo a (IV.3) e (IV.6). Assim:

$$F1(1) = K1(1) [X1(1) + (AL1(1) - ELE(1))] \tag{IV.13}$$

onde

$$AL1(1) = EL1(1)$$

* ver (figura 11)

Sendo

EL1(1) idêntico a (IV.4)

assim

$$\begin{aligned} \text{EL1}(1) = & \left[(\text{BZ} - \text{AZ})^2 + 2 \cdot (\text{R}^2 - \text{AZ} \cdot \text{BZ}) \cdot (1 - \cos(\theta(1))) \right. \\ & \left. + 2 \cdot \text{R} \cdot (\text{BZ} - \text{AZ}) \cdot \sin(\theta(1)) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (\text{IV.14})$$

e

$$\text{ELE}(1) = \text{BZ} - \text{AZ} ; \quad (\text{IV.15})$$

da mesma forma,

$$\text{F2}(1) = \text{K2}(1) \left[\text{X2}(1) + (\text{AL2}(1) - \text{ELE}(1)) \right] \quad (\text{IV.16})$$

onde

$$\text{AL2}(1) = \text{EL2}(1)$$

Sendo

EL2(1) idêntico a (IV.7)

assim

$$EL2(1) = \left[(BZ - AZ)^2 + 2 \cdot (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot (1 - \cos(\theta(1))) - 2 \cdot R \cdot (BZ - AZ) \cdot \sin(\theta(1)) \right]^{1/2} \quad (IV.17)$$

e

ELE(1), idêntico a (IV.15);

analogamente

$$F1(2) = K1(2) \left[X1(2) + (AL1(2) - ELE(2)) \right] \quad (IV.18)$$

onde

$$AL1(2) = EL1(1) + EL1(2) + AZ \quad (IV.19)$$

sendo

EL1(1) idêntico a (IV.14),

$$EL1(2) = \left[(BZ - AZ)^2 + 2 \cdot (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot (1 - \cos(\theta(2))) + 2 \cdot R \cdot (BZ - AZ) \cdot \sin(\theta(2)) \right]^{1/2} \quad (IV.20)$$

e

$$ELE(2) = 2 \cdot BZ - AZ ; \quad (IV.21)$$

da mesma forma

$$F2(2) = K2(2) [X2(2) + (AL2(2) - ELE(2))] \quad (IV.22)$$

onde

$$AL2(2) = EL2(1) + EL2(2) + AZ \quad (IV.23)$$

sendo

EL2(1) idêntico a (IV.17),

$$EL2(2) = [(BZ - AZ)^2 + 2 \cdot (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot (1 - \cos(\theta(2))) - 2 \cdot R \cdot (BZ - AZ) \cdot \sin(\theta(2))]^{1/2} \quad (IV.24)$$

e

ELE(2) idêntico a (IV.21).

D1(1), D2(1), D1(2) e D2(2) são determinados de modo análogo a (IV.5) e (IV.8). Assim:

$$D1(1) = \frac{(BZ - AZ) \cdot R \cdot \cos(\theta(1)) + (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot \sin(\theta(1))}{EL1(1)} \quad (IV.25)$$

$$D2(1) = \frac{(BZ - AZ) \cdot R \cdot \cos(\theta(1)) - (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot \sin(\theta(1))}{EL2(1)} \quad (IV.26)$$

$$D1(2) = \frac{(BZ - AZ) \cdot R \cdot \cos(\theta(2)) + (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot \sin(\theta(2))}{EL1(2)} \quad (IV.27)$$

$$D2(2) = \frac{(BZ - AZ) \cdot R \cdot \cos(\theta(2)) - (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot \sin(\theta(2))}{EL2(2)} \quad (IV.28)$$

Resta definir os comprimentos CRG(K, J). Assim:

$$CRG(2, 2) = H \cdot \sin(\theta(1) + \theta(2)) \quad (IV.29)$$

$$CRG(1, 1) = H \cdot \sin(\theta(1)) \quad (IV.30)$$

$$CRG(1, 2) = H \cdot \sin(\theta(1) + \theta(2)) + ALAMB \cdot \sin(\theta(1))$$

Conclui-se que as únicas incógnitas dos sistemas de equações são os ângulos $\theta(1)$ e $\theta(2)$. Assim, os sistemas são solucionáveis.

A seguir são apresentados os três tipos de ligamentos analisados, por quanto, como já examinando neste item, a adição de mais elementos móveis na estrutura possibilita outros tipos de ligamentos dos cabos com várias combinações.

IV.1.3. Equacionamento dos tipos de Ligamentos na Coluna com N Elementos Móveis

Como visto anteriormente, a cada elemento móvel que se adiciona à coluna, surge uma nova equação de equilíbrio e, conseqüentemente, mais uma incógnita; ou seja, um novo ângulo a ser determinado. Desta forma, para uma coluna com N elementos móveis tem-se N incógnitas a determinar, sendo N qualquer inteiro maior que zero.

A coluna é analisada a partir do elemento fixo em direção à extremidade. Assim, considera-se que o sistema está em equilíbrio e estabelece-se a equação para a articulação do elemento móvel mais próximo ao elemento fixo. Passa-se, então, para a articulação do elemento seguinte, baseando-se no fato de que, estando o conjunto em equilíbrio, pode-se considerar a porção da coluna que fica em direção ao elemento fixo como sendo rígida, obtendo-se a segunda equação do sistema e assim sucessivamente até a articulação do elemento extremo.

IV.1.3.1. Ligamento Tipo 1*

Neste tipo, cada elemento é fixado por seus cabos e tem como referência o elemento fixo, sendo que os cabos de cada elemento móvel acrescentado na estrutura, passam em orífi-

* ver (figuras 13 e 14)

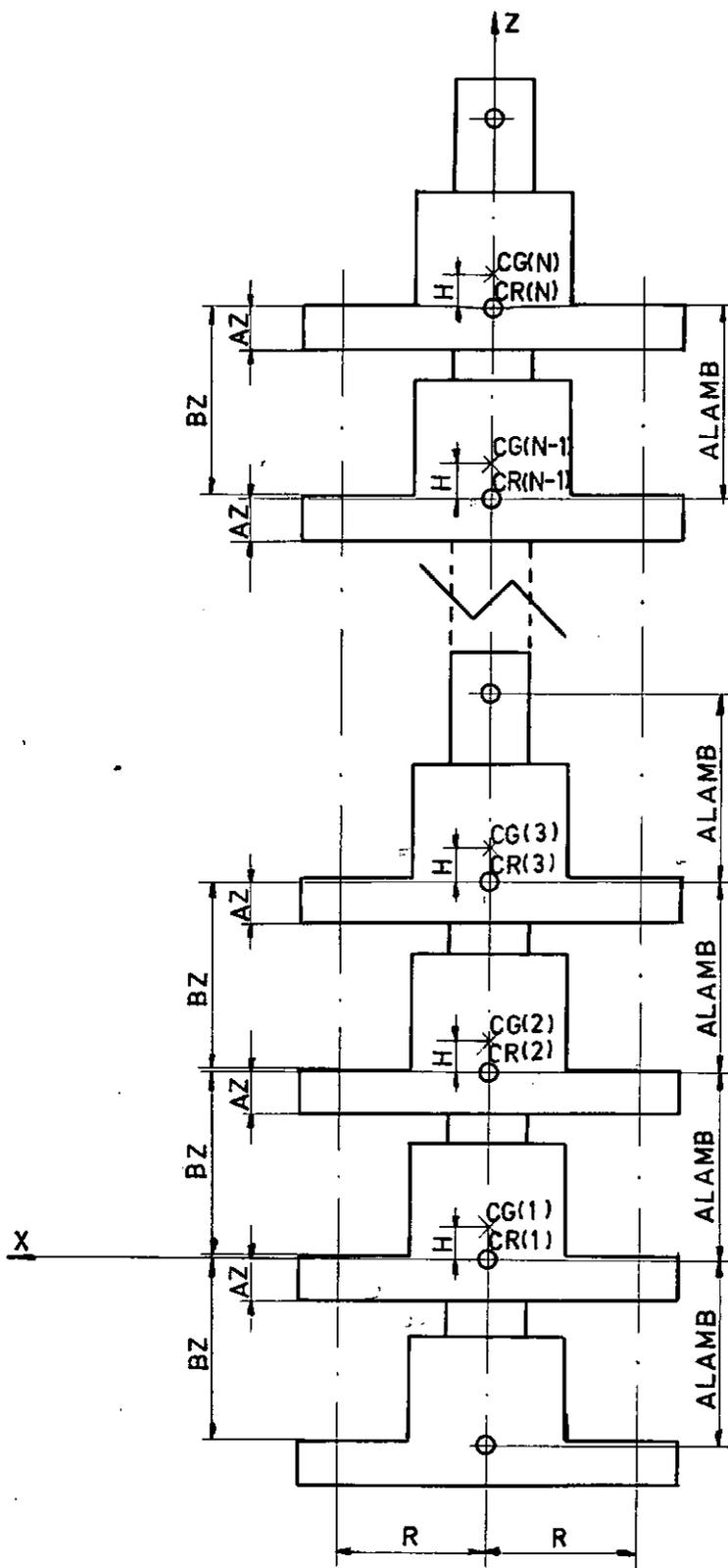


FIG.-13 COLUNA COM N ELEMENTOS - $\theta(i) = 0^\circ$ ($i = 1, 2, \dots, N$)

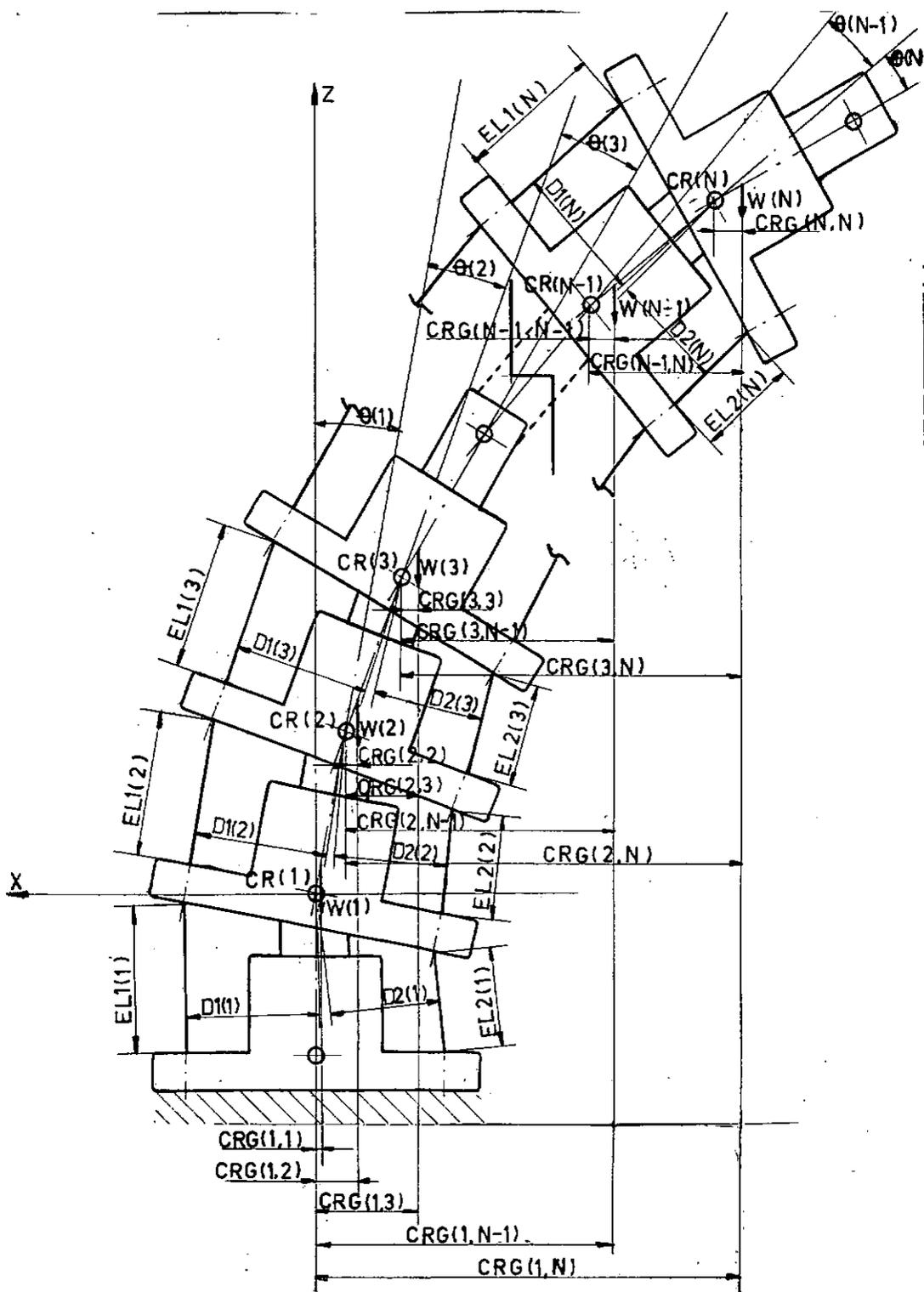


FIG.-14 COLUNA COM N ELEMENTOS - $\theta(I) > 0^\circ$ ($I=1,2,\dots,N$)

cios, a si destinados, dos elementos anteriores até o elemento fixo. Com visto (figura 2) onde $N = 5$.

Do que foi estabelecido, pode-se, portanto, escrever que:

$$\Sigma M(1) = 0$$

ou

$$\begin{aligned} & [F1(1) + F1(2) + \dots + F1(N)] \cdot D1(1) - [F2(1) + F2(2) + \dots \\ & F2(N)] \cdot D2(1) - W(1) \cdot CRG(1,1) - W(2) \cdot CRG(1,2) - \dots - \\ & - W(N) \cdot CRG(1,N) = 0 \end{aligned}$$

$$\Sigma M(2) = 0$$

ou

$$\begin{aligned} & [F1(2) + F1(3) + \dots + F1(N)] \cdot D1(2) - [F2(2) + F2(3) + \\ & \dots + F2(N)] \cdot D2(2) - W(2) \cdot CRG(2,2) - W(3) \cdot CRG(2,3) - \\ & - \dots - W(N) \cdot CRG(2,N) = 0 \end{aligned}$$

·
·
·

$$\Sigma M(N) = 0$$

$$F1(N) \cdot D1(N) - F2(N) \cdot D2(N) - W(N) \cdot CRG(N,M) = 0$$

Desta forma, o sistema de equações fica:

$$\left[\sum_{K=1}^N F1(K) \right] \cdot D1(1) - \left[\sum_{K=1}^N F2(K) \right] \cdot D2(1) - W(1) \cdot CRG(1,1) -$$

$$- W(2) \cdot CRG(1,2) - \dots - W(N) \cdot CRG(1,N) = 0$$

$$\left[\sum_{K=2}^N F1(K) \right] \cdot D1(2) - \left[\sum_{K=2}^N F2(K) \right] \cdot D2(2) - W(2) \cdot CRG(2,2) - \dots -$$

$$- W(N) \cdot CRG(2,N) = 0$$

(IV.31)

·
·
·

$$F1(N) \cdot D1(N) - F2(N) \cdot D2(N) - W(N) \cdot CRG(N,N) = 0$$

Como visto na coluna com dois elementos, se $F1(1) = F1(2) = \dots = F1(N-1) = 0$ e também $F2(1) = F2(2) = \dots = F2(N-1) = 0$, tem-se o sistema de equações de uma coluna com N elementos com apenas um cabo tensor de cada lado, que vai do elemento extremo ao elemento fixo, passando nos elementos intermediários em orifícios próprios para esse fim.

Ressalte-se ainda que se $F1(K) < 0$ ou $F2(K) < 0$, para $K = 1, 2, \dots, N$, deve-se adotar $F1(K) = 0$ ou $F2(K) = 0$, isto para que os valores negativos das forças não influam no sistema, pois não têm estas significação física alguma.

A seguir são definidos os termos do sistema de equações (IV.31). Assim:

- $F1(K)$ e $F2(K)$ são determinados de modo análogo a (IV.18) e (IV.22). ($K = 1, 2, \dots, N$)

$$F1(K) = K1(K) [X1(K) + (AL1(K) - ELE(K))] \quad (IV.32)$$

onde

$$AL1(K) = \left[\sum_{I=1}^K EL1(I) \right] + (K - 1) \cdot AZ \quad (IV.33)$$

sendo

$EL1(I)$ idêntico a (IV.20),

$$EL1(I) = \left[(BZ - AZ)^2 + 2 \cdot (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot (1 - \cos(\theta(I))) + 2 \cdot R \cdot (BZ - AZ) \cdot \sin(\theta(I)) \right]^{1/2} \quad (IV.34)$$

e

$$ELE(K) = BZ \cdot K - AZ \quad (IV.35)$$

Da mesma forma

$$F2(K) = K2(K) [X2(K) + (AL2(K) - ELE(K))] \quad (IV.36)$$

onde

$$AL2(K) = \left[\sum_{I=1}^K EL2(I) \right] + (K-1) \cdot AZ \quad (IV.37)$$

sendo

EL2(I) idêntico a (IV.24)

$$EL2(I) = \left[(BZ - AZ)^2 + 2 \cdot (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot (1 - \cos(\theta(I))) - 2 \cdot R \cdot (BZ - AZ) \cdot \sin(\theta(I)) \right]^{1/2} \quad (IV.38)$$

e

ELE(K) idêntico a (IV.35)

- D1(K) e D2(K) são determinados semelhantemente a (IV.27) e (IV.28). Assim.

$$D1(K) = \frac{(BZ - AZ) \cdot R \cdot \cos(\theta(K)) + (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot \sin(\theta(K))}{EL1(K)} \quad (IV.39)$$

$$D2(K) = \frac{(BZ - AZ) \cdot R \cdot \cos(\theta(K)) - (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot \sin(\theta(K))}{EL2(K)} \quad (IV.40)$$

$K = 1, 2, \dots, N$

- Resta definir os comprimentos $CRG(I, J)$. Pela análise da coluna com dois elementos, vê-se que é mais conveniente começar a definição pela sua extremidade livre. Para maior simplificação, estabeleça-se que:

$$\begin{aligned}
 SS(1) &= \sin(\theta(1)) \\
 SS(2) &= \sin(\theta(1) + \theta(2)) \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 SS(N) &= \sin \left[\sum_{K=1}^N \theta(K) \right]
 \end{aligned}
 \tag{IV.41}$$

Desta forma:

$$CRG(N, N) = H \cdot SS(N) \tag{IV.42}$$

$$CRG(N-1, N-1) = H \cdot SS(N-1) \tag{IV.43}$$

$$CRG(N-1, N) = H \cdot SS(N-1) + ALAMB \cdot SS(N-1)$$

$$CRG(N-2, N-2) = H \cdot SS(N-2)$$

$$CRG(N-2, N-1) = H \cdot SS(N-1) + ALAMB \cdot SS(N-2) \tag{IV.44}$$

$$CRG(N-2, N) = H \cdot SS(N) + ALAMB \cdot [SS(N-2) + SS(N-1)]$$

·
·
·

$$CRG(2, 2) = H \cdot SS(2)$$

$$CRG(2, 3) = H \cdot SS(3) + ALAMB \cdot SS(2) \tag{IV.45}$$

·
·
·

$$CRG(2, N) = H \cdot SS(N) + ALAMB \cdot \left[\sum_{K=2}^{N-1} SS(K) \right]$$

$$\begin{aligned}
 \text{CRG}(1,1) &= H \cdot \text{SS}(1) \\
 \text{CRG}(1,2) &= H \cdot \text{SS}(2) + \text{ALAMB} \cdot \text{SS}(1) \\
 \text{CRG}(1,3) &= H \cdot \text{SS}(3) + \text{ALAMB} \cdot [\text{SS}(1) + \text{SS}(2)] \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 \text{CRG}(1,N) &= H \cdot \text{SS}(N) + \text{ALAMB} \cdot \left[\sum_{K=1}^{N-1} \text{SS}(K) \right]
 \end{aligned} \tag{IV.46}$$

Esse conjunto de relações pode ser representado numa forma condensada, como:

$$\text{CRG}(I,J) = H \cdot \text{SS}(I) \quad \text{para } I = J \tag{IV.47}$$

$$\text{CRG}(I,J) = H \cdot \text{SS}(J) + \text{ALAMB} \cdot \left[\sum_{K=I}^{J-1} \text{SS}(K) \right] \quad \text{para } I < J \tag{IV.48}$$

Sendo

$$I = 1, 2, \dots, N$$

e

$$J = I, I+1, I+2, \dots, N$$

Desse modo, está definido o sistema para resolução da coluna com ligamento TIPO 1, sujeita a variação de forças internas.

IV.1.3.2. Ligamento Tipo 2*

Neste tipo de ligamento, cada elemento da coluna é fixado por seus cabos ao elemento anterior como visto (figura 3).

Do que foi estabelecido anteriormente, pode-se, portanto, escrever que:

$$\Sigma M(1) = 0$$

ou

$$F1(1) \cdot D1(1) - F2(1) \cdot D2(1) - W(1) \cdot CRG(1,1) - W(2) \cdot CRG(1,2) - \dots - W(N) \cdot CRG(1,N) = 0$$

$$\Sigma M(2) = 0$$

ou

$$F1(2) \cdot D1(2) - F2(2) \cdot D2(2) - W(2) \cdot CRG(2,2) - \dots - W(N) \cdot CRG(2,N) = 0$$

·
·
·

$$\Sigma M(N) = 0$$

ou

$$F1(N) \cdot D1(N) - F2(N) \cdot D2(N) - W(N) \cdot CRG(N,N) = 0$$

* ver (figuras 13 e 14)

Assim, o sistema de equações fica:

$$\begin{aligned}
 & F1(1) \cdot D1(1) - F2(1) \cdot D2(1) - W(1) \cdot CRG(1,1) - W(2) \cdot \\
 & \cdot CRG(1,2) - \dots - W(N) \cdot CRG(1,N) = 0 \\
 & F1(2) \cdot D1(2) - F2(2) \cdot D2(2) - W(2) \cdot CRG(2,2) - \dots - W(N) \cdot \\
 & \cdot CRG(2,N) = 0 \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & F1(N) \cdot D1(N) - F2(N) \cdot D2(N) - W(N) \cdot CRG(N,N) = 0
 \end{aligned}
 \tag{IV.49}$$

Como lembrado em IV.1.3.1., $F1(K)$ e $F2(K)$ podem ser iguais ou maiores que zero, nunca menores que zero, para que o sistema tenha sentido físico.

A seguir são definidos os termos do sistema de equações (IV.49).

Assim:

- $F1(K)$ e $F2(K)$ são determinados de modo análogo a (IV.32) e (IV.36), respectivamente, considerando para este tipo de ligamento que:

$$AL1(K) = EL1(K) \tag{IV.50}$$

Sendo

$EL1(K)$ idêntico a (IV.34),

$$AL2(K) = EL2(K) \tag{IV.51}$$

sendo

$EL2(K)$ idêntico a (IV.38),

e

$$ELE(K) = BZ - AZ \quad (IV.52)$$

- $D1(K)$ e $D2(K)$ são idênticos a (IV.39) e (IV.40), respectivamente.
- $CRG(I, J)$ são idênticos a (IV.47) e (IV.48), respectivamente.

Desse modo, está definido o sistema para resolução da coluna com ligamento TIPO 2, sujeita a variação de forças internas.

IV.1.3.3. Ligamento Tipo 3*

Neste tipo de ligamento, os cabos de todos elementos móveis intermediários da coluna são fixados ao elemento móvel extremo e os cabos deste são fixados ao elemento fixo (figura 4).

Do que foi estabelecido anteriormente, pode-se escrever:

* Ver (figuras 13 e 14)

$$\Sigma M(1) = 0$$

ou

$$\begin{aligned} & F1(N) \cdot D1(1) - F2(N) \cdot D2(1) - F1(1) \cdot D1(2) + F2(1) \cdot \\ & \cdot D2(2) - W(1) \cdot CRG(1,1) - W(2) \cdot CRG(1,2) - \dots - W(N) \cdot \\ & \cdot CRG(1,N) = 0 \end{aligned}$$

$$\Sigma M(2) = 0$$

ou

$$\begin{aligned} & F1(N) \cdot D1(2) - F2(N) \cdot D2(2) - [F1(1) + F1(2)] \cdot D1(3) + \\ & + [F2(1) + F2(2)] \cdot D2(3) - W(2) \cdot CRG(2,2) - W(3) \cdot \\ & \cdot CRG(2,3) - \dots - W(N) \cdot CRG(2,N) = 0 \end{aligned}$$

·
·
·

$$\Sigma M(N-1) = 0$$

$$\begin{aligned} & F1(N) \cdot D1(N-1) - F2(N) \cdot D2(N-1) - \left[\sum_{K=1}^{N-1} F1(K) \right] \cdot D1(N) + \\ & + \left[\sum_{K=1}^{N-1} F2(K) \right] \cdot D2(N) - W(N-1) \cdot CRG(N-1, N-1) - W(N) \cdot \\ & \cdot CRG(N-1, N) = 0 \end{aligned}$$

$$\Sigma M(N) = 0$$

ou

$$\left[\sum_{K=1}^N F1(K) \right] \cdot D1(N) - \left[\sum_{K=1}^N F2(K) \right] \cdot D2(N) - W(N) \cdot CRG(N,N) = 0$$

O sistema de equações fica:

$$F1(N) \cdot D1(1) - F2(N) \cdot D2(1) - \left[\sum_{K=1}^1 F1(K) \right] \cdot D1(2) + \left[\sum_{K=1}^1 F2(K) \right] \cdot D2(2) - \sum_{\substack{J=K \\ K=1}}^N (W(J) \cdot CRG(K,J)) = 0$$

$$F1(N) \cdot D1(2) - F2(N) \cdot D2(2) - \left[\sum_{K=1}^2 F1(K) \right] \cdot D1(3) + \left[\sum_{K=1}^2 F2(K) \right] \cdot D2(3) - \sum_{\substack{J=K \\ K=2}}^N (W(J) \cdot CRG(K,J)) = 0$$

⋮

$$F1(N) \cdot D1(N-1) - F2(N) \cdot D2(N-1) - \left[\sum_{K=1}^{N-1} F1(K) \right] \cdot D1(N) +$$

$$+ \left[\sum_{K=1}^{N-1} F2(K) \right] \cdot D2(N) - \sum_{\substack{J=K \\ K=N-1}}^N (W(J) \cdot CRG(K,J)) = 0$$

$$\left[\sum_{K=1}^N F1(K) \right] \cdot D1(N) - \left[\sum_{K=1}^N F2(K) \right] \cdot D2(N) - W(N) \cdot CRG(N,N) = 0$$

Conforme lembrado anteriormente, se $F1(1) = F1(2) = \dots = F1(N-1) = 0$ e $F2(1) = F2(2) = \dots = F2(N-1) = 0$, tem-se o sistema de equações de uma coluna de N elementos com apenas um cabo tensor de cada lado do elemento extremo ao elemento fixo, passado pelos elementos intermediários nos orifícios próprios para esse fim. Não esquecer também que se $F1(K) < 0$ ou $F2(K) < 0$ para $K = 1, 2, \dots, N$ deve-se adotar $F1(K) = 0$ ou $F2(K) = 0$, pois, como já foi dito, os valores negativos das forças não têm significação no sistema.

A seguir são definidos os termos do sistema de equações (IV.53).

- $F1(N)$ e $F2(N)$ são as forças que agem no elemento extremo, $F1(K)$ e $F2(K)$ são as forças que agem nos elementos intermediários. São determinados do modo análogo a (IV.32) e (IV.36). Assim:

$$F1(N) = K1(N) [X1(N) + (AL1(N) - ELE(N))] \quad (IV.54)$$

Sendo

$$AL1(N) = \left[\sum_{I=1}^N EL1(I) \right] + (N-1) \cdot AZ \quad (IV.55)$$

onde

$EL1(I)$ é idêntico a (IV.34)

e

$$ELE(N) = BZ \cdot N - AZ \quad (IV.56)$$

$$F2(N) = K2(N) [X2(N) + (AL2(N) - ELE(N))] \quad (IV.57)$$

$$AL2(N) = \left[\sum_{I=1}^N EL2(I) \right] + (N-1) \cdot AZ \quad (IV.58)$$

onde

$EL2(I)$ é idêntico a (IV.38)

e

$ELE(N)$ idêntico a (IV.56)

$$F1(K) = K1(K) [X1(K) + (AL1(K) - ELE(K))] \quad (IV.59)$$

$$K = 1, 2, \dots, N - 1$$

Sendo

$$AL1(K) = \sum_{J=K+1}^{N-1} EL1(J) + (N - (K + 1)) \cdot AZ \quad (IV.60)$$

onde

$EL1(J)$ é idêntico a (IV.34)

e

$$ELE(K) = (N - K) \cdot BZ - AZ \quad (IV.61)$$

$$F2(K) = K2(K) [X2(K) + (AL2(K) - ELE(K))] \quad (IV.62)$$

sendo

$$AL2(K) = \sum_{J=K+1}^{N-1} EL2(J) + (N - (K + 1)) \cdot AZ \quad (IV.63)$$

$EL2(J)$ é idêntico a (IV.38)

e

$ELE(K)$ idêntico a (IV.61)

- $D1(K)$ e $D2(K)$ são determinados analogamente a (IV.39) e (IV.40), respectivamente.
- $CRG(I,J)$ idêntica a (IV.47) e (IV.48).

Desse modo, está definido o sistema para resolução da coluna com ligamento TIPO 3.

Note-se que as incógnitas em qualquer dos sistemas obtidos são os $\theta(K)$ ($K = 1, 2, \dots, N$); ou seja, os ângulos de rotação de cada elemento.

Os três sistemas de equações propostos acima são não-lineares. No Capítulo V é proposta solução para eles.

IV.2. Equacionamento dos Parâmetros Externos da Coluna

Neste item são feitas considerações sobre a aplicação de forças externas nos N elementos móveis da coluna (figura 15).

A simbologia adotada na figura significa:

- FEX(J) - força externa atuante no elemento J
 $J = 1, 2, \dots, N$
- FES(J) - componente da força FEX(J) no eixo Z
- FEC(J) - idem no eixo X
- LV(I,J) - distância do CR(I) ao ponto de atuação de FEX(J) no eixo Z
 $I = 1, 2, \dots, N$
 $J = I, I + 1, \dots, N$
- LH(I,J) - idem no eixo X
- ALF(J) - ângulo de FEX(J), com origem no eixo X e orientação positiva no sentido horário.

Convencionando-se que FEX(J) é positivo ou negativo, conforme o sentido adotado (figura 15), e ainda que os momentos gerados por suas componentes são positivos no sentido horário e negativos no sentido oposto, pode-se, assim, escrever as

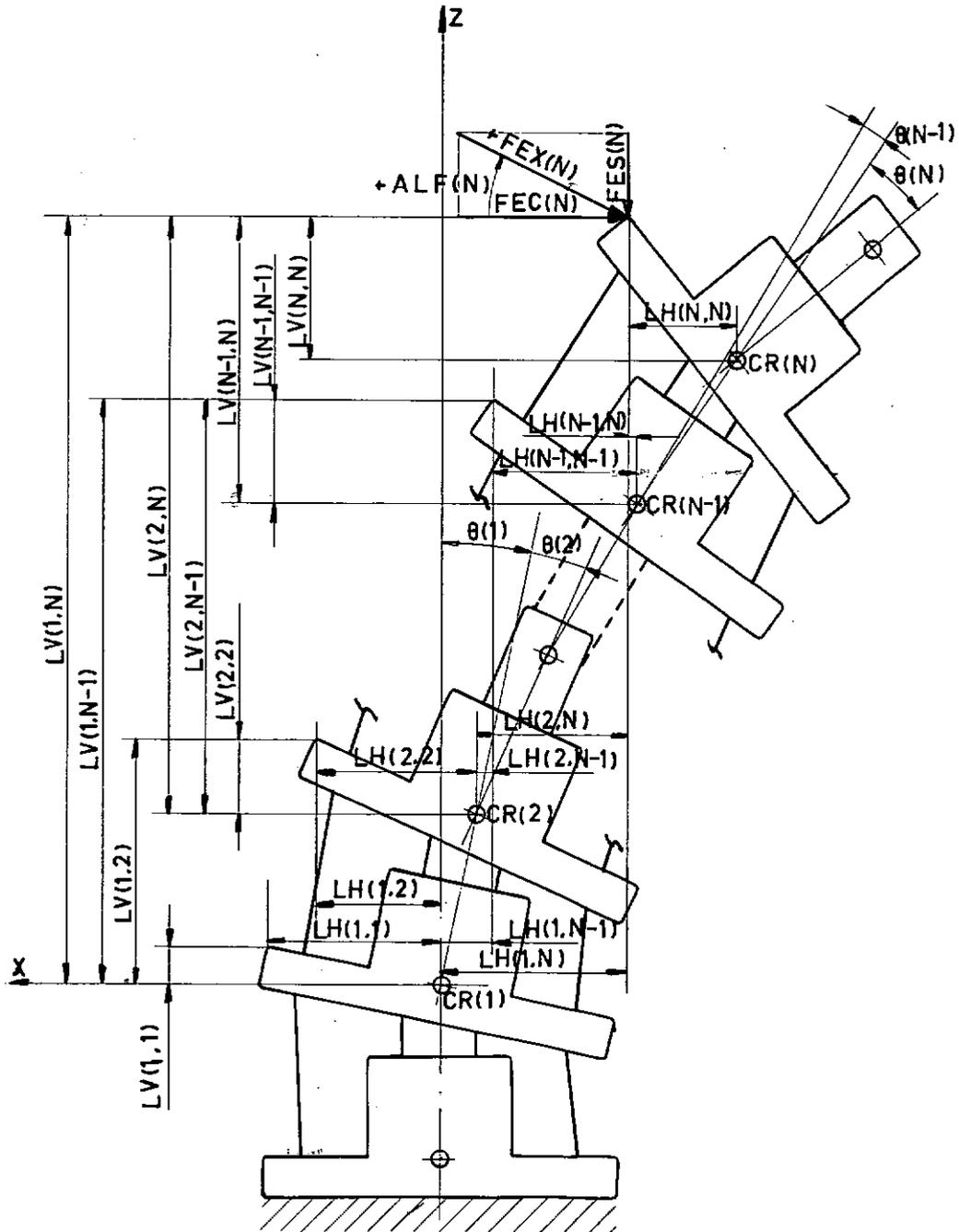


FIG.-15 AÇÃO DE FORÇAS EXTERNAS NA COLUNA

equações de influência destas forças nas articulações dos elementos móveis da coluna.

Considerando inicialmente as distâncias de cada centro de rotação ao ponto de atuação de cada força externa tem-se:

- utilizando-se a notação estabelecida em (IV.41), aqui repetida.

$$SS(1) = \sin(\theta(1))$$

$$SS(2) = \sin(\theta(1) + \theta(2))$$

·
·
·

$$SS(N) = \sin\left(\sum_{K=1}^N \theta(K)\right)$$

- e analogamente fazendo

$$SC(1) = \cos(\theta(1))$$

$$SC(2) = \cos(\theta(1) + \theta(2)) \quad (IV.64)$$

·
·

$$SC(N) = \cos\left(\sum_{K=1}^N \theta(K)\right)$$

- pode-se escrever para o eixo Z que:

$$LV(1,1) = R \cdot SS(1)$$

$$LV(1,2) = R \cdot SS(2) + ALAMB \cdot SC(1)$$

$$LV(1,3) = R \cdot SS(3) + ALAMB \cdot (SC(1) + SC(2))$$

·
·
·

$$LV(1, N-1) = R \cdot SS(N-1) + ALAMB \cdot \left(\sum_{K=1}^{N-2} SC(K) \right)$$

$$LV(1, N) = R \cdot SS(N) + ALAMB \cdot \left(\sum_{K=1}^{N-1} SC(K) \right)$$

$$LV(2,2) = R \cdot SS(2)$$

$$LV(2,3) = R \cdot SS(3) + ALAMB \cdot SC(2)$$

·
·
·

$$LV(2, N-1) = R \cdot SS(N-1) + ALAMB \cdot \left(\sum_{K=2}^{N-2} SC(K) \right)$$

$$LV(2, N) = R \cdot SS(N) + ALAMB \cdot \left(\sum_{K=2}^{N-1} SC(K) \right)$$

·
·
·

$$LV(N-1, N-1) = R \cdot SS(N-1)$$

$$LV(N-1, N) = R \cdot SS(N) + ALAMB \cdot SC(N-1)$$

$$LV(N) = R \cdot SS(N)$$

Esse conjunto pode ser representado de uma forma condensada como:

$$LV(I, J) = R \cdot SS(J) \quad \text{para } I = J \quad (\text{IV.65})$$

$$LV(I, J) = R \cdot SS(J) + ALAMB \cdot \left(\sum_{K=I}^{J-1} SC(K) \right) \quad \text{para } I < J \quad (\text{IV.66})$$

- para o eixo X:

$$LH(1,1) = R \cdot SC(1)$$

$$LH(1,2) = R \cdot SC(2) - ALAMB \cdot SS(1)$$

$$LH(1,3) = R \cdot SC(3) - ALAMB \cdot (SS(1) + SS(2))$$

·
·
·

$$LH(1, N-1) = R \cdot SC(N-1) - ALAMB \cdot \left(\sum_{K=1}^{N-2} SS(K) \right)$$

$$LH(1, N) = R \cdot SC(N) - ALAMB \cdot \left(\sum_{K=1}^{N-1} SS(K) \right)$$

$$LH(2,2) = R \cdot SC(2)$$

$$LH(2,3) = R \cdot SC(3) - ALAMB \cdot SS(2)$$

·
·
·

$$LH(2, N-1) = R \cdot SC(N-1) - ALAMB \cdot \left(\sum_{K=2}^{N-2} SS(K) \right)$$

$$LH(2, N) = R \cdot SC(N) - ALAMB \cdot \left(\sum_{K=2}^{N-1} SS(K) \right)$$

·
·
·

$$LH(N-1, N-1) = R \cdot SC(N-1)$$

$$LH(N-1, N) = R \cdot SC(N) - ALAMB \cdot SS(N-1)$$

$$LH(N, N) = R \cdot SC(N)$$

Esse conjunto apresentado de uma forma condensada fica:

$$LH(I, J) = R \cdot SC(J) \text{ para } I = J \quad (\text{IV.67})$$

$$LH(I, J) = R \cdot SC(J) - ALAMB \cdot \left(\sum_{K=I}^{J-1} SS(K) \right) \text{ para } I < J \quad (\text{IV.68})$$

Lembrandô que:

R - distância dos cabos ao eixo longitudinal de cada elemento.

ALAMB - distância entre centros de rotação consecutivos.

Considerando cada força externa representada por suas componentes, pôde-se escrever que:

$$\begin{aligned} \text{FEC}(1) &= \text{FEX}(1) \cdot \cos(\text{ALF}(1)) \\ \text{FEC}(2) &= \text{FEX}(2) \cdot \cos(\text{ALF}(2)) \\ &\vdots \end{aligned} \tag{IV.69}$$

$$\begin{aligned} \text{FEC}(N) &= \text{FEX}(N) \cdot \cos(\text{ALF}(N)) \\ \text{FES}(1) &= \text{FEX}(1) \cdot \sin(\text{ALF}(1)) \\ \text{FES}(2) &= \text{FEX}(2) \cdot \sin(\text{ALF}(2)) \\ &\vdots \end{aligned} \tag{IV.70}$$

$$\text{FES}(N) = \text{FEX}(N) \cdot \sin(\text{ALF}(N)).$$

Convencionando-se que $\text{MEX}(I)$ representa o momento gerado no elemento I pelas forças externas, sendo ($I = 1, 2, \dots, N$).

As equações de influência das forças externas em cada articulação dos elementos móveis são:

$$\begin{aligned} \Sigma \text{MEX}(1) &= \text{FEC}(1) \cdot \text{LV}(1,1) - \text{FES}(1) \cdot \text{LH}(1,1) + \text{FEC}(2) \cdot \\ &\quad \cdot \text{LV}(1,2) - \text{FES}(2) \cdot \text{LH}(1,2) + \dots + \text{FEC}(N) \cdot \text{LV}(1,N) - \\ &\quad - \text{FES}(N) \cdot \text{LH}(1,N) \end{aligned}$$

$$\Sigma \text{MEX}(2) = \text{FEC}(2) \cdot \text{LV}(2,2) - \text{FES}(2) \cdot \text{LH}(2,2) + \text{FEC}(3) \cdot$$

$$\text{LV}(2,3) - \text{FES}(3) \cdot \text{LH}(2,3) + \dots + \text{FEC}(N) \cdot \text{LV}(2,N) -$$

$$- \text{FES}(N) \cdot \text{LH}(2,N)$$

·
·
·

$$\Sigma \text{MEX}(N-1) = \text{FEC}(N-1) \cdot \text{LV}(N-1, N-1) - \text{FES}(N-1) \cdot \text{LH}(N-1, N-1) +$$

$$+ \text{FEC}(N) \cdot \text{LV}(N-1, N) - \text{FES}(N) \cdot \text{LH}(N-1, N)$$

$$\Sigma \text{MEX}(N) = \text{FEC}(N) \cdot \text{LV}(N,N) - \text{FES}(N) \cdot \text{LH}(N,N)$$

A influência de forças externas em cada elemento móvel da estrutura deve ser incorporada aos sistemas de equilíbrio já estabelecidos, a ser examinada no próximo item.

IV.3. Formulação do Sistema Global de Equações

Como visto em (IV.31), (IV.49) e (IV.53), que representam os sistemas de equações de equilíbrio da coluna com N elementos móveis para os ligamentos tipo 1, 2 e 3, respectivamente, os sistemas consideram apenas as forças internas atuantes e em cada um se chegou a:

$$\Sigma M(1) = 0$$

$$\Sigma M(2) = 0$$

·
·

$$\vdots$$

$$\Sigma M(N) = 0$$

Considerando-se a ação de forças externas, cada sistema de equações de equilíbrio deve ser alterado para:

$$\Sigma M(1) = \Sigma MEX(1)$$

$$\Sigma M(2) = \Sigma MEX(2)$$

$$\vdots$$

$$\Sigma M(N) = \Sigma MEX(N)$$

ou

$$\Sigma M(1) - \Sigma MEX(1) = 0$$

$$\Sigma M(2) - \Sigma MEX(2) = 0$$

$$\vdots$$

(IV.71)

$$\Sigma M(N) - \Sigma MEX(N) = 0$$

Que representa os sistemas de equações de forma mais abrangente, para novos resultados em relação à posição de equilíbrio da coluna. Note-se que as únicas incógnitas dos sistemas são os N ângulos de posição dos elementos.

No item seguinte são feitas considerações sobre a intervenção dos limitadores no deslocamento angular de cada elemento.

IV.4. Limitação Angular dos Elementos Móveis

A limitação angular dos elementos móveis se faz necessária devido à impossibilidade física de cada elemento assumir grandes ângulos ou mesmo dar voltas em torno de seu centro de rotação, devido à aplicação de grandes variações iniciais entre as forças internas e/ou pela geração de momentos externos muito grandes, em relação aos momentos equilibradores do sistema.

Desconsiderando-se a resistência da estrutura, após determinado valor de variação das forças internas iniciais e/ou de ação de forças externas em qualquer elemento móvel, os ângulos correspondentes são limitados e a partir de tais valores de força em diante, elas podem ser aumentadas que a posição da estrutura fica inalterada; ou seja, tem comportamento rígido.

Como visto no Capítulo II, cada elemento componente da estrutura (figura 1) apresenta duas aretas que funcionam como batentes do elemento móvel imediatamente superior, no elemento considerado, a partir do elemento fixo. Uma aresta é utilizada quando o ângulo do elemento superior considerado é positivo e a outra quanto negativo; ou seja, as arestas funcionam como limitadores da rotação do elemento.

A construção de cada aresta está relacionada com a distância da linha que passa no CR do elemento superior considerado à linha de ação das arestas (CD1) e da distância do eixo longitudinal até a aresta (CD2), (figura 16). Desta forma pode-se escrever:

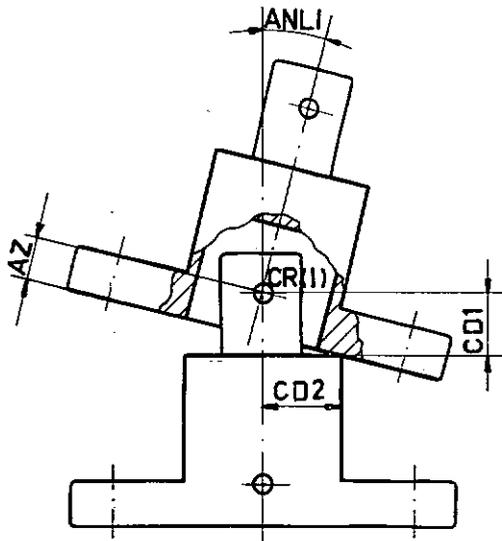


FIG.-16 LIMITAÇÃO ANGULAR

$$CD1 = \left[(CD2)^2 \cdot (1/\cos^2(ANLI) - 1) \right]^{1/2} + AZ/\cos(ANLI)$$

(IV.72)

Sendo

ANLI - ângulo limitador da rotação dos elementos móveis.

Assim está estabelecida a relação entre CD1 e CD2 para o ângulo limite (ANLI) considerado.

Para os elementos da estrutura tem-se:

$$CD2 = 10\text{mm}$$

e

$$ANLI = 15^\circ$$

assim,

$$CD1 = 7.9\text{mm}$$

No próximo Capítulo é proposta a solução do sistema de equações.

CAPÍTULO V

RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

Como mostrado em (IV.71), nota-se que os sistemas de equações obtidos são não lineares e a resolução de cada um constitui problema bastante complexo. Há que se levar em consideração que a resolução por método analítico é muito trabalhosa e para uma estrutura com muitos elementos; ou seja, um sistema com muitas incógnitas, pode ser até impossível. Considere-se ainda a possibilidade de erro face ao elevado número de cálculos das variáveis. Foi então empregado um método numérico.

O método utilizado foi desenvolvido por BROWN e CONTE [3]. "Esse algoritmo tem convergência aproximadamente quadrática e é computacionalmente mais rápido que o algoritmo de Newton-Raphson. Ele requer $(N^2/2 + 3N/2)$ avaliações de função por passo de iteração contra $(N^2 + N)$ avaliações requeridas pelo método de Newton".

O algoritmo está sendo empregado na forma da subrotina NLSYS1 [4].

A seguir descreve-se o programa e a forma de utilização da subrotina NLSYS1.

V.1. Descrição do Funcionamento do Programa para Solução do Sistema Não Linear de N Equações.

A descrição do programa esta dividida nos passos principais, assim:

1 - O PROGRAMA PRINCIPAL chama a subrotina INPUT, que faz a leitura do arquivo de dados, definindo:

N - número de equações incógnitas ou de elementos da coluna;

MAXIT - número máximo de iterações permitido;

I PRINT- impressão de valores intermediários de NLSYS1, se
I PRINT = 1;

ANLI - ângulo de rotação máximo permitido de cada elemento da estrutura;

KTIPO - direcionador de cálculo do tipo de ligamento dos cabos na estrutura que se quer calcular, sendo:

KTIPO = 1 - estrutura com ligamento dos cabos de todos os elementos móveis ao elemento fixo; ou seja, LIGAMENTO TIPO 1;

KTIPO = 2 - estrutura com ligamento dos cabos de cada elemento móvel ao elemento anterior mais próximo; ou seja, LIGAMENTO TIPO 2;

KTIPO = 3 - estrutura com ligamento dos cabos dos

elementos intermediários ao último elemento móvel e este ao elemento fixo; ou seja, LIGAMENTO TIPO 3;

INPUT define também os parâmetros apresentados em III.1 e IV.2, mostrados (figuras 6 e 11), a saber:

R - distância dos furos de passagem dos cabos em cada elemento ao eixo longitudinal;

H - distância do centro de rotação ao centro de gravidade de cada elemento;

AZ - distância do centro de rotação ao orifício de entrada do cabo, no eixo longitudinal do próprio elemento móvel;

BZ - distância do centro de rotação de um elemento ao orifício de entrada do cabo no elemento anterior, no eixo Z para giro de zero graus dos elementos.

ALAMB - distância do centro de rotação de um elemento em relação ao centro de rotação do elemento vizinho;

W(J) - peso do elemento J ($J = 1, 2, \dots, N$);

AK1(J) e AK2(J) - rigidez dos elementos elásticos dos cabos do elemento J;

X1(J) e X2(J) - deflexão inicial desses elementos elásticos;

FEX(J) - força externa atuante no elemento J;

ALF(J) - ângulo da força externa FEX(J), com origem no eixo X e orientação positiva no sentido horário.

- 2 - O PROGRAMA PRINCIPAL de posse dos dados chama a subrotina PRINCI que assume o controle geral para a solução do problema.
- 3 - A subrotina PRINCI, em consequência, chama inicialmente a subrotina OUTDAD que escreve os dados lidos para posterior identificação do problema.
- 4 - Em seguida chama a subrotina NLSYS1, esta então inicia o processo iterativo.
- 5 - A subrotina NLSYS1 utiliza as subrotinas auxiliares BACK e AUXFCN. A subrotina BACK realiza operações intermediárias de NLSYS1, permanecendo, todavia, inalterada posto que independe do problema em análise.
- 6 - AUXFCN é a subrotina responsável pela estruturação de cada equação do sistema ora analisado.

O sistema de equações é da forma:

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0$$

·
·
·

$$\begin{aligned} & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \\ f_N(x_1, x_2, \dots, x_N) &= 0 \end{aligned} \quad (V.1)$$

Para se montar AUXFCN, o sistema acima é modificado para:

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_N) = F_1$$

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_N) = F_2$$

$$f_N(x_1, x_2, \dots, x_N) = F_N$$

ou

$$f_I(x_1, x_2, \dots, x_N) = F_I \quad (I = 1, 2, \dots, N) \quad (V.2)$$

pois durante a operação de NLSYS1, é gerado dentro desta subrotina o contador orientador K, que varia entre 1 e N, orientando AUXFCN a calcular o valor de F para o K enviado. Esse cálculo é feito a partir do vetor X, que corresponde à estimativa dos valores das incógnitas do sistema proposto e é enviado por NLSYS1 à AUXFCN. Após o cálculo do valor de F correspondente, retorna este à NLSYS1. Este procedimento, a cada iteração, é realizado N vezes, fazendo-se a avaliação dos valores de F calculados para obter a aproximação seguinte de X e, assim, sucessivamente até que todos os valores de F calculados estejam dentro da aproximação estabelecida pa

ra o resultado do sistema ou que se atinja o número máximo de iterações permitido.

- 7 - AUXFCN é auxiliada pela subrotina VAUX1 que calcula os momentos internos e externos atuantes na estrutura para o cálculo de F em AUXFCN. VAUX1 é controlada pelo contador "I" gerado por AUXFCN.
- 8 - Encontrada a melhor solução do sistema ou atingido o número máximo de iterações permitido, NLSYS1 devolve o comando à subrotina PRINCI.
- 9 - Neste ponto a subrotina PRINCI inicia, passo a passo, o processo seletivo dos valores de X entregue por NLSYS1, a partir do valor corresponde ao primeiro elemento da estrutura, em relação ao ângulo limitador (ANLI) previamente estabelecido. Se algum valor for maior em módulo que ANLI, PRINCI torna este valor igual a \pm ANLI e chama a subrotina VAUX2 para reajustar os valores das variáveis diretamente relacionadas com o elemento limitado.
- 10 - Desta forma, tem-se um novo sistema a menos uma incógnita. Então, PRINCI chama NLSYS1 e se reinicia o processo a partir do passo - 4 -. Este procedimento se repete quantas vezes forem necessárias, de acordo com os valores devolvidos por NLSYS1 e no máximo (N-1) vezes, desde que todos os elementos componentes da estrutura tenham passado pelo processo de limitação.

- 11 - Com a solução final do sistema, PRINCI chama a subrotina FORMUL que recebe os valores finais obtidos e recalcula as variáveis envolvidas; ou seja, realimenta o sistema para testar estes valores e recalcular os momentos internos e externos na solução final.
- 12 - Quando FORMUL devolve o comando à PRINCI, esta chama a subrotina OUTPUT que faz a publicação da solução do problema abordado e após devolve o comando à PRINCI.
- 13 - Finalmente PRINCI transfere o comando ao PROGRAMA PRINCIPAL. Este pode estabelecer novas condições para a estrutura, repetindo-se, em consequência, os procedimentos a partir do passo - 2. -, ou, então, encerrar o programa.

No Apêndice I são encontradas as listagens correspondentes às subrotinas aqui citadas.

V.2. Resolução de uma Estrutura com Cinco Elementos Móveis.

Neste item fazem-se as adaptações necessárias para adequar o problema genérico ao protótipo construído com as características descritas no Capítulo II e são apresentados gráficos de comportamento da estrutura submetida a solicitações internas e externas.

Como mencionado em referido Capítulo, o tempo de processamento de cada problema é crescente a cada elemento mó-

vêl que se adicione na estrutura. Desta forma, considerada a necessidade de calcula-la submetida a várias solicitações com cada tipo de ligamento dos cabos, optou-se por uma coluna constituída de cinco elementos móveis ($N = 5$) por configurar este um número bom, tendo em vista o tempo de processamento, e suficiente para se tirar conclusões sobre o comportamento dela*.

Adota-se os seguintes dados:

a) Geométricos (conforme figs. 1, 13 e 16)

$$R = 20.0\text{mm}$$

$$H = 10.1\text{mm}$$

$$AZ = 25.0\text{mm}$$

$$ALAMB = 25.0\text{mm}$$

$$CD1 = 7.9\text{mm}$$

$$CD2 = 10.0\text{mm}$$

b) Rigidez dos Elementos Tensores.

No protótipo foram utilizados como elementos tensores molas com rigidez medida em torno de $0,1 \text{ Kg/mm.}$.

Nos problemas calculados através do programa é adotada rigidez idêntica a do protótipo, sendo que a estrutura com ligamento dos cabos TIPO 3 teve a rigidez dos elementos tensores dos cabos do elemento extremo elevada para $K1(5) = K2(5) = 5\text{Kg/mm.}$

(*) Foram realizados alguns testes no programa supondo-se uma estrutura com dez elementos móveis, apresentando comportamento idêntico à com $N = 5$. Da mesma forma, na montagem do protótipo foram realizados testes da estrutura, acrescentados um a um, com até sete elementos.

c) Tensões Iniciais.

Na construção do protótipo, a cada elemento móvel adicionado fez-se ajustagem dos reguladores de tensão dos cabos de cada elemento em torno de 10mm, ou até que o eixo principal do referido elemento se posicionasse no eixo Z. Assim, cada cabo ficou tensionado com $F_1(I) = F_2(I) = 1 \text{ Kg}$ para $\theta(I) = 0^\circ$, sendo $I = 1, 2, \dots, N$.

Da mesma forma como no protótipo, nos problemas calculados através do programa, os cabos de todos elementos foram tensionados com $F_1(I) = F_2(I) = 1 \text{ Kg}$ sendo $I = 1, 2, \dots, N$, nos tipos de ligamentos abordados, exceto para os cabos do elemento extremo na estrutura com ligamento TIPO 3 onde se estabeleceu $X_1(5) = X_2(5) = 2\text{mm}$ sendo estes cabos, portanto, tensionados com $F_1(5) = F_2(5) = 10 \text{ Kg}$, na posição de equilíbrio inicial da estrutura.

d) Pesos dos Componentes.

Como os elementos componentes da estrutura são semelhantes e os cabos tem peso desprezível, considerou-se que eles têm pesos idênticos, assim $W(I) = 0.1 \text{ Kg}$ sendo $I = 1, 2, \dots, N$.

e) Variação de Forças Internas e Forças Externas Impostas.

A variação das forças internas é realizada utilizando-se os reguladores de tensão dos cabos dos elementos móveis da estrutura, aumentando as distensões dos elementos elásticos.

ticos de cada*, foram adotados valores destas em 30mm.

As forças externas foram consideradas aplicadas estaticamente, por vez em cada elemento com sentido e ângulo de incidência positivos**. Para a estrutura com ligamento dos cabos TIPO 1 adotou-se $FEX(I) = 1.5 \text{ Kg}$, com ligamento TIPO 2 estabeleceu-se $FEX(I) = 0.2 \text{ Kg}$ e com ligamento TIPO 3 adotou-se $FEX(I) = 1.0 \text{ Kg}$ sendo $I = 1, 2, \dots, N$.

A seguir são apresentados alguns gráficos onde são plotados os resultados angulares da posição final dos elementos da estrutura, obtidos a partir do programa***. Nestes gráficos são representados os eixos principais dos elementos móveis, ligando seus centros de rotação.

As linhas de eixos A, B, C, D e E, de cada figura apresentada, correspondem a variação de forças interna ou ação de força externa aplicada no primeiro ao quinto elemento respectivamente.

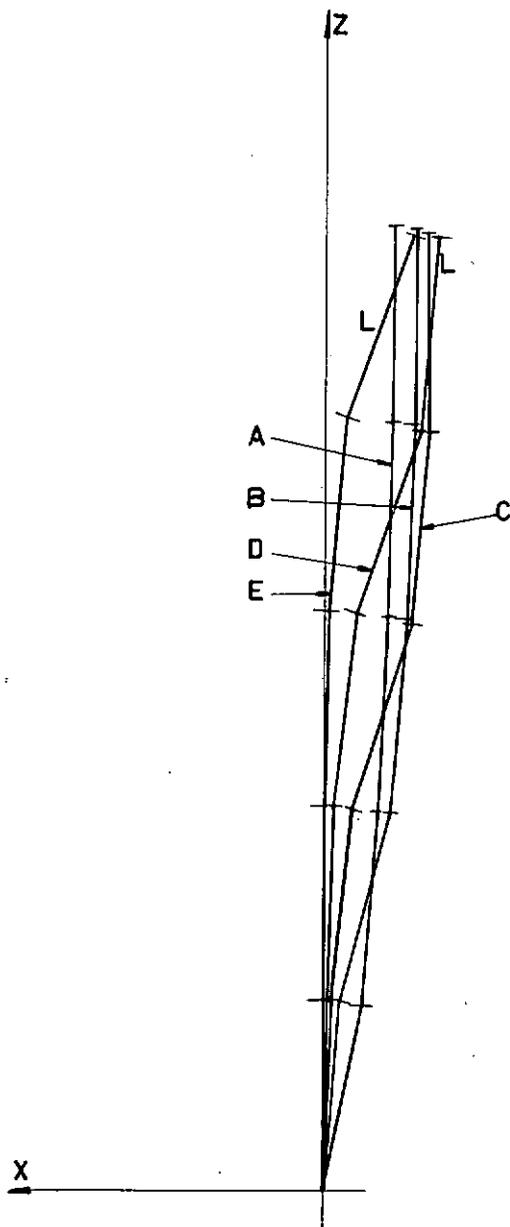
Da figura 17 à figura 20 mostram-se os gráficos de comportamento da estrutura com ligamento dos cabos TIPO 1.

Na figura 17 mostra-se o comportamento da estrutura submetida a variação de força interna. Com exceção da li

(*) Ver item III.4

(**) Conforme convencionado (fig. 15)

(***) No Apêndice II são apresentadas algumas listagens de crestas mostrando sua forma.



L - limitação angular

FIG.-17 TIPO 1 - FORÇA INTERNA

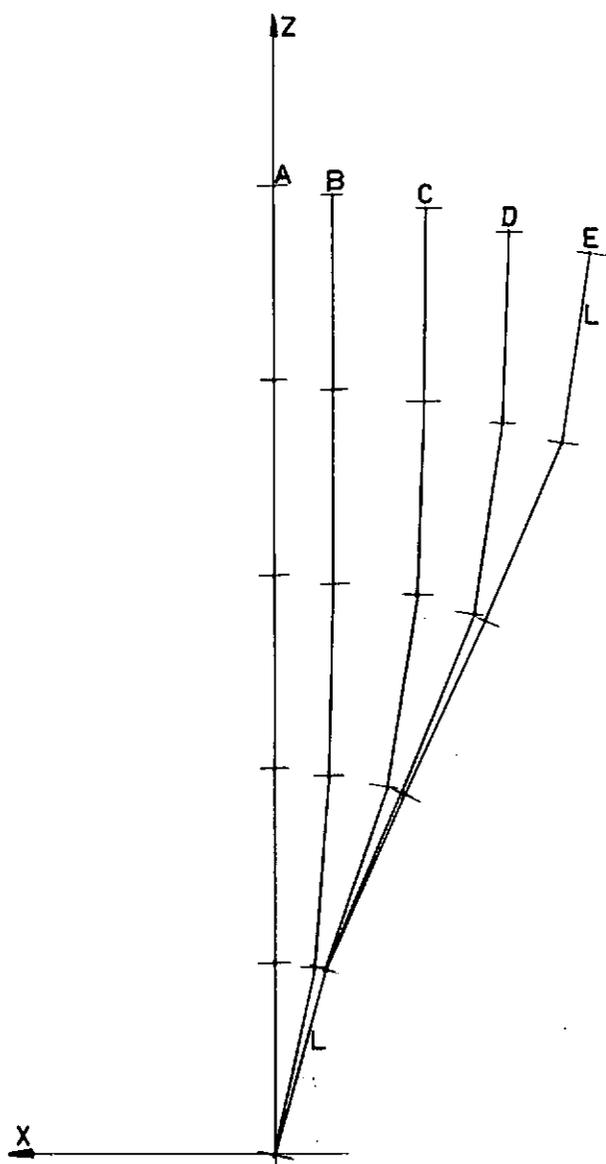
nha E, todas as outras linhas representativas da estrutura mostram tendência de compensação angular; ou seja, o somatório dos ângulos alcançados por cada elemento móvel tendem a zero, com isto, o eixo principal do elemento extremo tende a se posicionar paralelamente ao eixo Z.

Nas figuras 18, 19 e 20 estão representadas essas posições finais da estrutura quando da aplicação de força externa em cada elemento móvel com ângulo de incidência de 0° , 45° e 90° respectivamente.

Ve-se na figura 18 que a linha A permanecesse inalterada na posição de equilíbrio inicial pois a linha de ação da força aplicada passa pelo centro de rotação do primeiro elemento móvel, que é fixo, não gerando momento desequilibrador no sistema. Nota-se que para um mesmo valor de força externa aplicada por vez em cada elemento, aumenta-se a deflexão da estrutura, apresentando como anteriormente tendência de compensação angular.

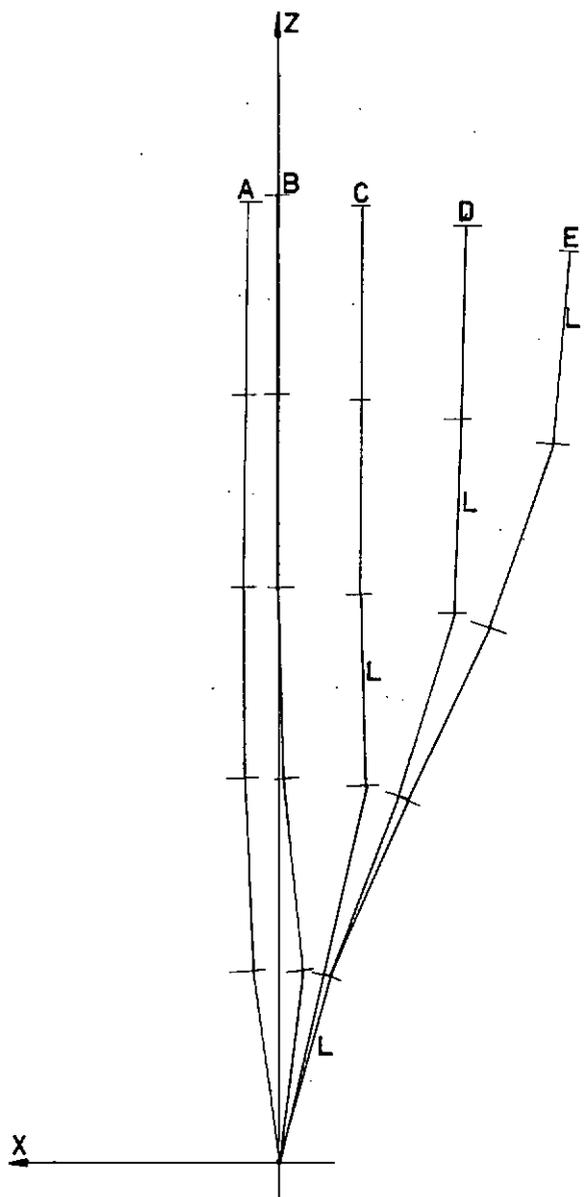
Na figura 19 apresenta-se comportamento semelhante ao descrito para a figura 18, sendo outra a forma final da estrutura devido a variação do ângulo de ataque da força em cada elemento móvel.

A figura 20 apresenta semelhança com a figura 17; ou seja, o comportamento da estrutura é semelhante tanto para aplicação de força externa com ângulo de incidência de 90° ou com variação de força interna no cabo do lado oposto ao considerado em referida figura.



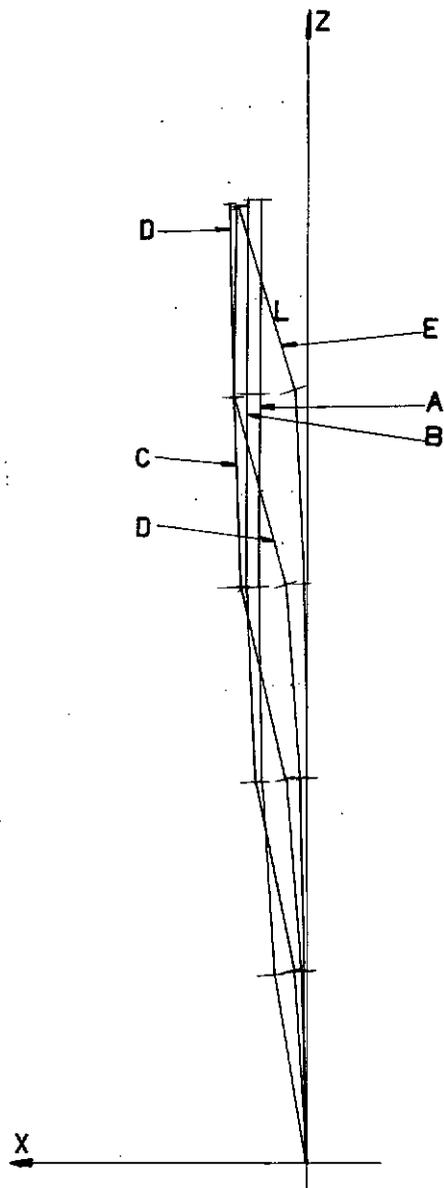
L - limitação angular

FIG.-18 TIPO 1 - FORÇA EXTERNA - $\alpha F(I) = 0^\circ$



L-limitação angular

FIG.-19 TIPO 1 - FORÇA EXTERNA - $\alpha F(I) = 45^\circ$

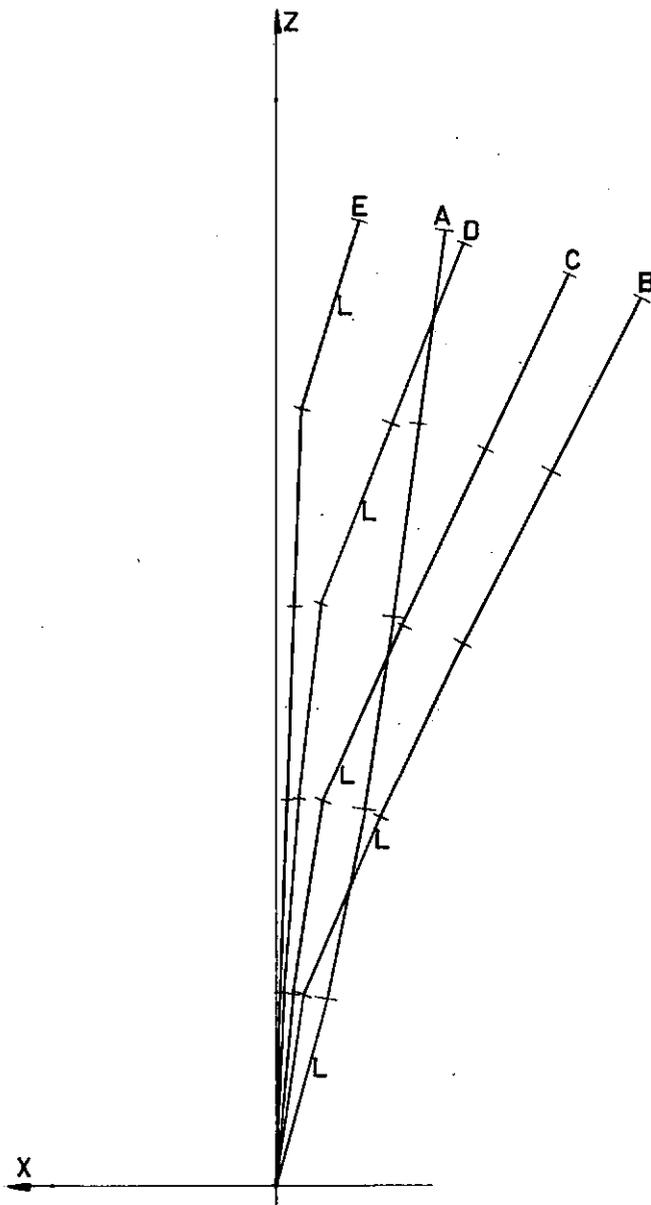


L-limitação angular

FIG.-20 TIPO 1 - FORÇA EXTERNA - $ALF(I)=90^\circ$

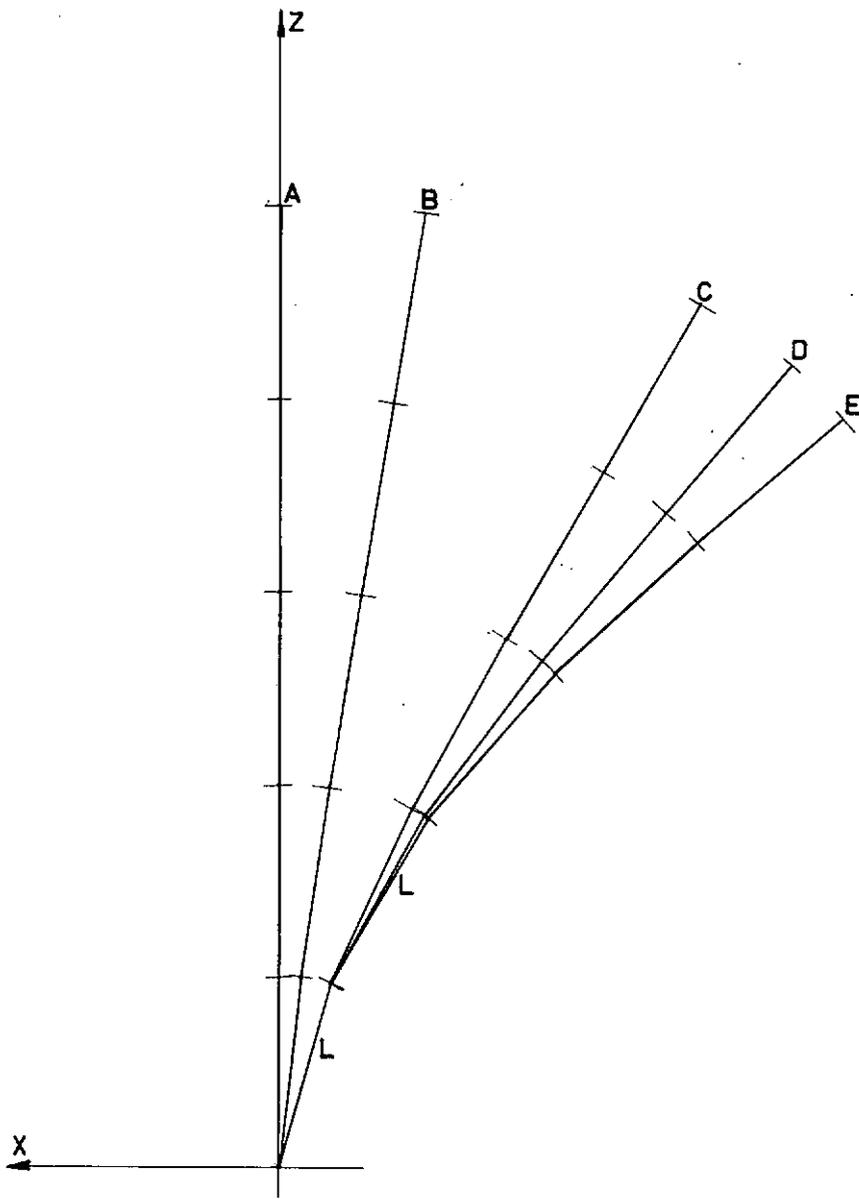
Nas figuras 21 a 24 mostram-se os gráficos de comportamento da estrutura com ligamento dos cabos TIPO 2. Neste tipo de ligamento nota-se que quando há variação de força interna apenas o elemento em que é aplicada sente essa variação, os ângulos alcançados pelos outros elementos são devidos aos momentos gerados pelos pesos de cada e de seus superiores até o elemento extremo, como pode ser notado na figura 21. O mesmo pode ser constatado para os elementos superiores quanto a aplicação de força externa em cada elemento móvel, como mostram as figuras 22, 23 e 24, onde estão representadas as posições da estrutura para ângulos dessa força com 0° , 45° e 90° respectivamente, sendo que nestes casos a força externa influi no elemento em que é aplicada e nos elementos anteriores, até ao primeiro elemento móvel.

As figura 25 a 28 mostram os gráficos de comportamento da estrutura com ligamento dos cabos TIPO 3. Neste tipo de ligamento constatou-se a necessidade de aumentar a rigidez dos elementos elásticos dos cabos do elemento extremo pois deste depende a estabilidade de todos os outros elementos, quando submetidos a solicitações internas ou externas, e por ser nele a única ligação de cabos com o elemento fixo. Assim sendo, a figura 25 apresenta a configuração da estrutura submetida a variação de forças internas; as figura 26, 27 e 28 mostram as posições da estrutura quando submetida a força externa com ângulo de incidência de 0° , 45° e 90° respectivamente. Como visto na estrutura com ligamento dos cabos TIPO 1, neste tipo também se apresentam tendências de compensação angular.



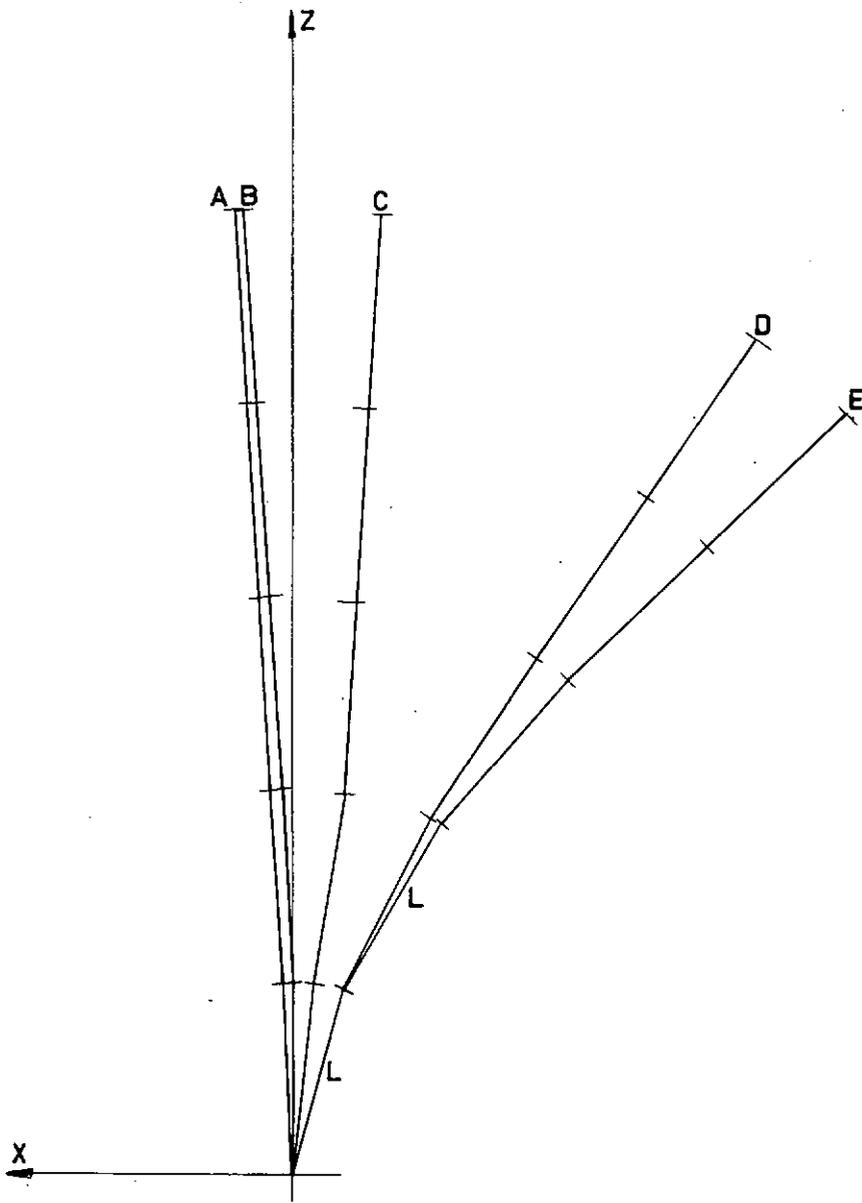
L-limitação angular

FIG.-21 TIPO 2 - FORÇA INTERNA



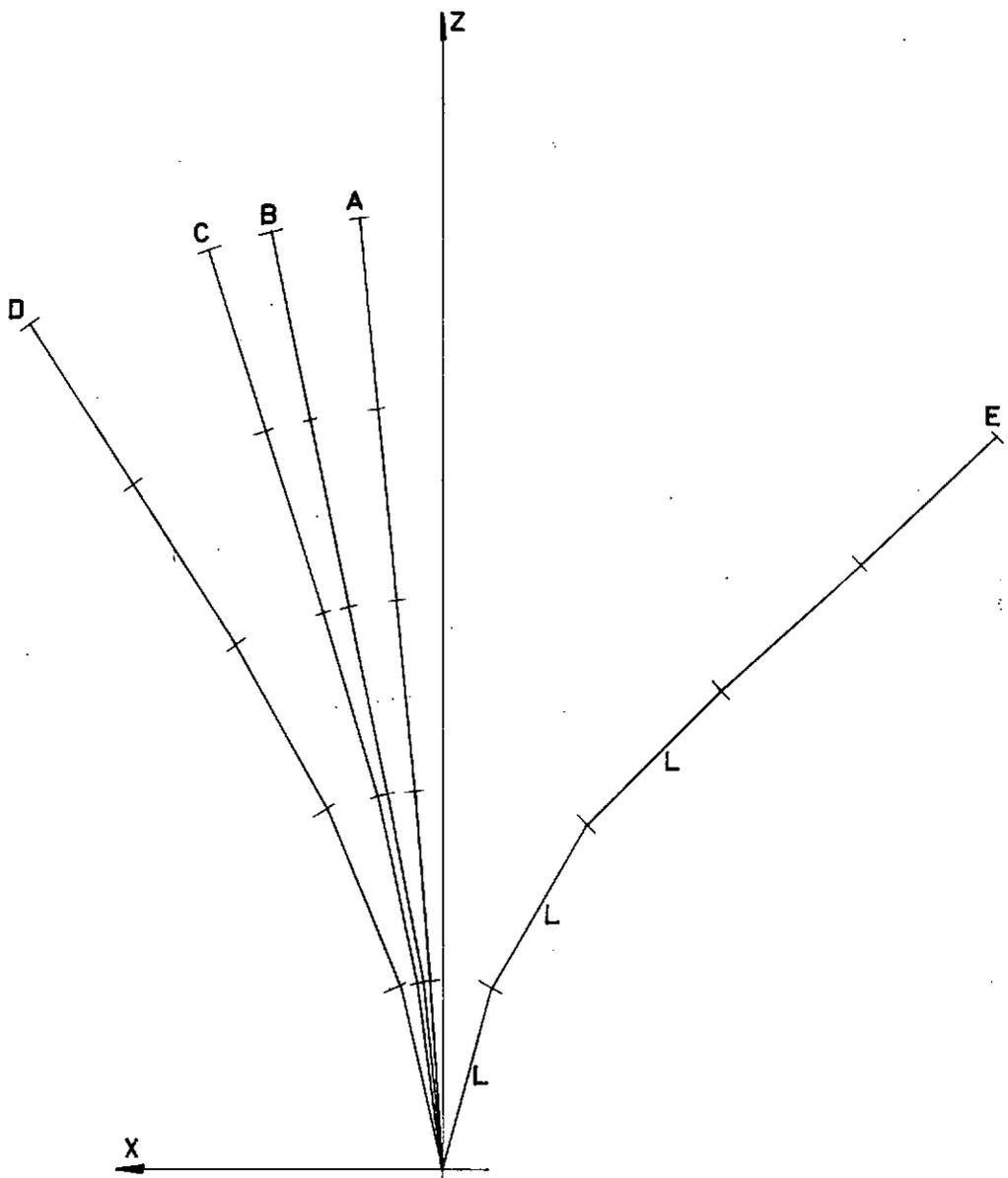
L - limitação angular

FIG.-22 TIPO 2 - FORÇA EXTERNA - $\alpha F(I) = 0^\circ$



L - limitação angular

FIG.-23 TIPO 2 - FORÇA EXTERNA - $\alpha F(I) = 45^\circ$



L - limitação angular

FIG.-24 TIPO 2 - FORÇA EXTERNA - $\text{ALF}(I)=90^\circ$

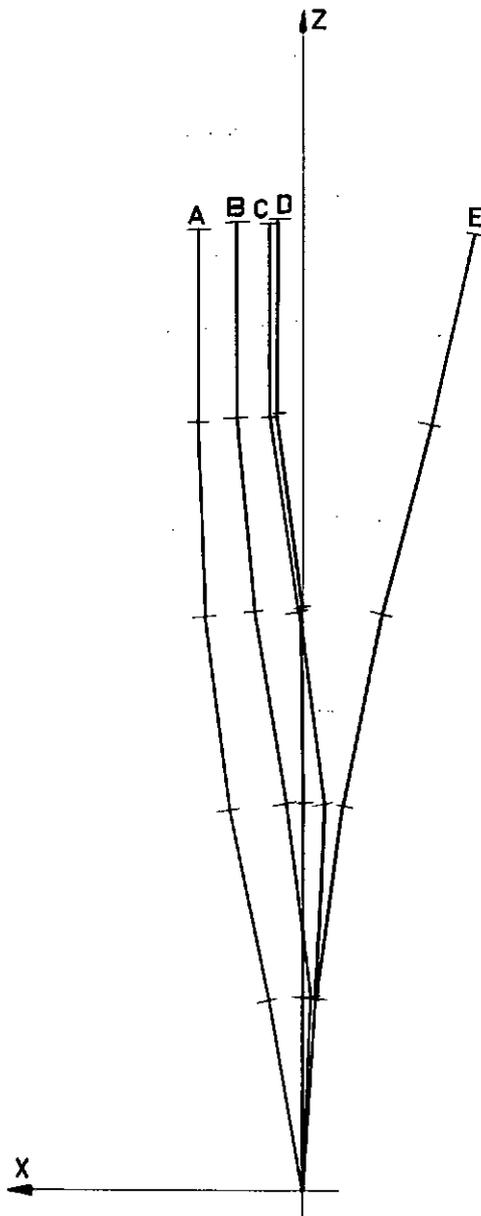
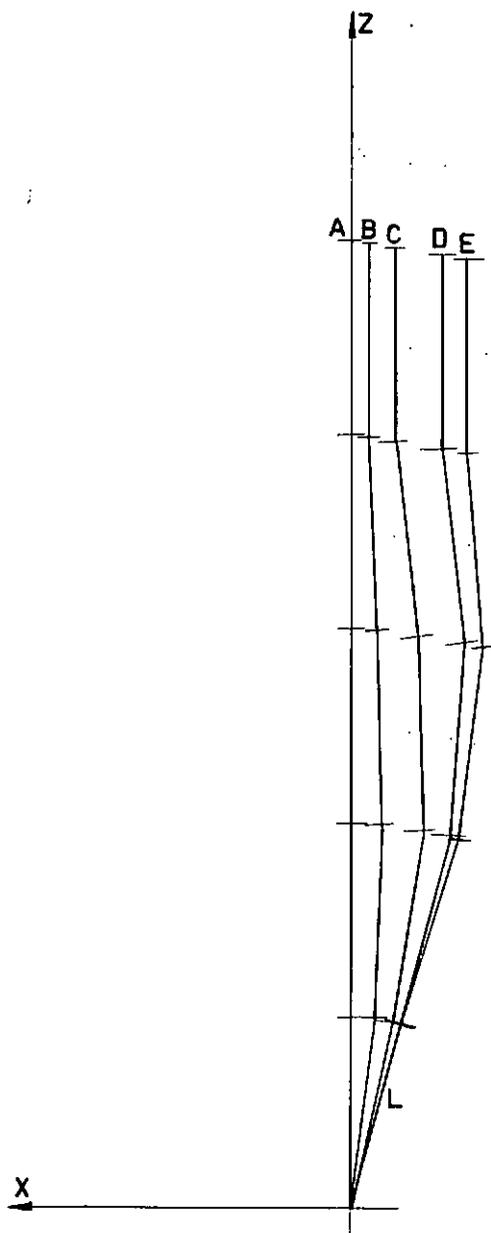


FIG.-25 TIPO 3 - FORÇA INTERNA



L - limitação angular

FIG.-26 TIPO 3 - FORÇA EXTERNA - $ALF(I)=0^\circ$

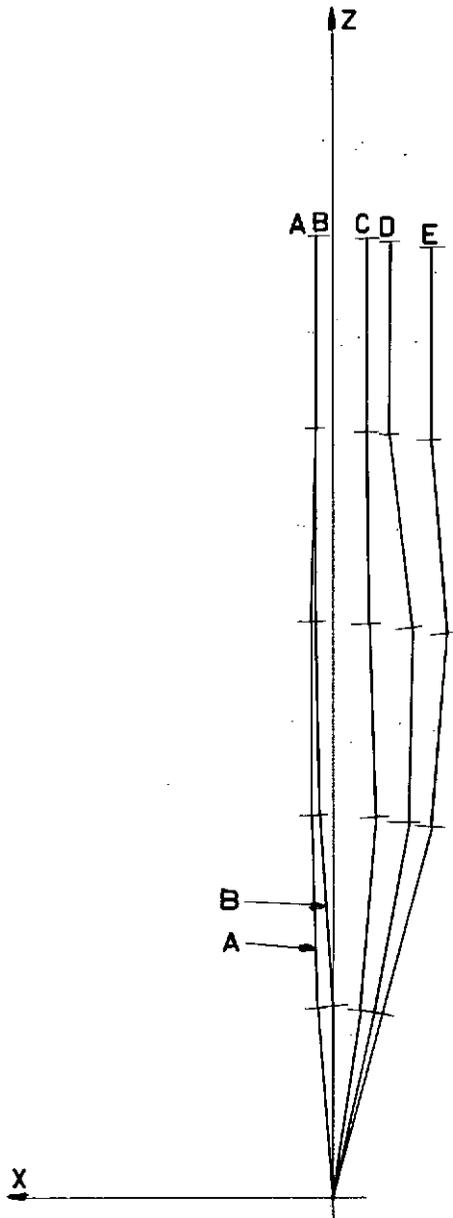


FIG.-27 TIPO 3 - FORÇA EXTERNA - $\alpha(I)=45^\circ$

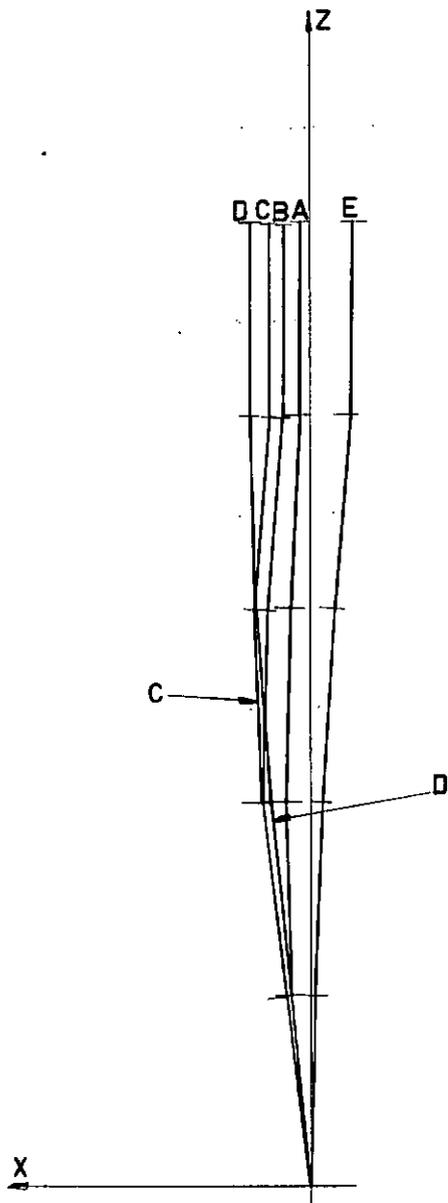


FIG.-28 TIPO 3 - FORÇA EXTERNA - $\alpha(I)=90^\circ$

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

VI.1. Gerais

O trabalho apresentou resultados satisfatórios face ao que se propunha, constituindo um primeiro passo para futuras análises de estruturas do tipo para utilização diversa.

A construção de um protótipo, com ligamento dos cabos TIPO 1, se mostrou adequada, pois permitiu melhor visualização do comportamento da estrutura face aos resultados teóricos inicialmente obtidos, permitindo ainda estrapolar o entendimento dos outros tipos analisados.

Na análise geométrica da articulação chegou-se a conclusão que o centro geométrico da mesma deve ser o mais afastado possível do centro de rotação e o mais próximo possível do elemento de referência.

Como foi estabelecido, a coluna é constituída de elementos articulados equilibrados por cabos, sendo estes tensionados por elementos elásticos, que obedecem a $F = K \cdot X$, com regulagens de tensão por meio de parafusos. Naturalmente, podem-se imaginar outras formas de tensionamento e regulagem, como por exemplo, com acionamento hidráulico de cada cabo.

A rotação dos elementos móveis da estrutura foi analisada em duas dimensões, se feitas algumas alterações na configuração das articulações dos elementos e trabalhando-se com pares de cabos, formando planos de comportamento, poderá ser adaptada para uma estrutura com a rotação de seus elementos móveis em três dimensões.

Para estruturas onde seja necessário considerar o atrito, ou outra característica qualquer, a introdução de momentos por estes gerados, pode ser feita considerando ditos momentos como ações externas, face a flexibilidade de introdução de novas características ao programa computacional.

VI.2. Específicas

VI.2.1. Ligamento Tipo 1

Os resultados de posição obtidos no programa têm comportamento compatível com os do protótipo; ou seja, as tendências apresentadas pelos elementos móveis da estrutura no programa são semelhantes as apresentadas no protótipo.

Neste tipo de ligamento, quando se impõe variação inicial de forças internas e/ou ação de forças externas em qualquer elemento móvel, obtém-se resultados de posição com todos os elementos móveis tendendo a se compensar.

Tornando a rigidez dos cabos do elemento móvel extremo bem maior que a dos elementos intermediários, a estrutura sempre se compensa; ou seja, o elemento extremo permanece paralelo ao elemento fixo.

O programa permite retirar os cabos de elementos, ficando apenas os que interessam e os do último elemento móvel, apresentando também comportamento de compensação.

VI.2.2. Ligamento TIPO 2

Neste tipo de ligamento, quando se impõe variação de força interna em algum elemento móvel, apenas ele sente essa variação, os ângulos alcançados pelos outros elementos são devidos aos momentos gerados pelos pesos de cada um, até ao elemento extremo. Da mesma forma, quando da aplicação de força externa em algum elemento, apenas ele e os elementos anteriores sentem essa aplicação, até o primeiro elemento móvel.

VI.2.3. Ligamento TIPO 3

Este tipo de ligamento comporta-se semelhantemente ao TIPO 1, considerando que a rigidez dos elementos elásticos dos cabos do elemento extremo deve ser bem superior à dos outros, pois dele depende a estabilidade total da estrutura.

Um fato interessante é que esse tipo de ligamento, com forças internas equilibradas e sem ações externas, apresenta

resultados de posição da estrutura próximos de zero, deveriam ser zero. Isto ocorre provavelmente por ser um sistema mal condicionado, pois consome o número máximo permitido de iterações, mesmo quando este é aumentado.

BIBLIOGRAFIA

- [1] RODRIGUES, F.J.M. - "Estudo Analítico-Experimental de um Mecanismo Articulado para Manipulação Remota", Tese de M.Sc., Engenharia Mecânica, COPPE/UFRJ, 1978.
- [2] HIRATA, T. - "Estudo Analítico-Experimental de Precisão de Posicionamento de um Manipulador", Tese de M.Sc., Engenharia Mecânica, COPPE/UFRJ, 1983.
- [3] BROWN, K.M.; CONTE, S.D. - "Proceedings of the 22nd National Conference of the Association of Computing Machinery, pp. 111-114, 1972.
- [4] GEORGE, A. - "NLSYS1 programer", Computer Science Department, Stanford University, programa em poder do Departamento de Mecânica da COPPE/UFRJ, 1978.
- [5] HANNENBERG, J.G.; VIEDENBREGT, J. - "Um Robo Experimental de Montagem". Ciência e Técnica, vol. 1(3): pp. 69-81, 1982.
- [6] TSAI, Y.C.; SONI, A.H. - "Accessible Region and Synthesis of Robot Arms", Journal of Mechanical Design, vol. 103: pp.803-811, 1981.
- [7] VERTUT, J.; LIÉGEOIS, A. - "General Design Criteria for Manipulators". Mechanism and Machine Theory, vol. 16: pp. 65-70, 1981.
- [8] HONG, S.W.; SUSH, C.H. - "Computer Simulation of the Human Spine", Proceedings of the Second International Computer Engineering Conference, pp.269-287, 1982.

- [9] KUMAR, A.; PRAKASH, S. - "Analysis of Mechanical Errors in Manipulators", Proceedings of the Sixth World Congress of Theory of Machines and Mechanisms, pp. 960-964, 1984.
- [10] MOLINARO, L.F.R.; SOUZA, A.L. - "Determinação de Equações Cinematicas para Controle da Posição e Orientação de um Robo Industrial, 5º C.B. AUTOMATICA/1º C.L.A. AUTOMATICA, Campina Grande, pp. 388-394, 1984.
- [11] OKAMOTO, J.; OKAY, T.C. - "Controle Adaptativo Digital Aplicado a um Rôbo Industrial com Chaveamento de Controle de Velocidade para Posição", 5º C.B. AUTOMATICA/ 1º C.L.A. AUTOMATICA, Campina Grande, pp. 817-822, 1984.
- [12] RAMOS, J.Jr.G.; ALVES, J.B.M.; TOZZI, C.L. - "Aplicação de Uma Metodologia para Resolução do Problema Cinemático de Robô", 5º C.B. AUTOMATICA/ 1º C.L.A. AUTOMATICA, Campina Grande, pp. 812-816, 1984.

APÊNDICE I

Neste Apêndice é apresentada a listagem do programa utilizado na resolução dos modelos matemáticos propostos.

SUBROUTINE NLSYS1 (N, X, NUMSIG, MAXIT, IPRINT, IRF)

ESTA SUBROTINA RESOLVE UM SISTEMA DE N EQUACOES SIMULTANEAS NAO LINEARES. O ALGORITMO UTILISADO E DE CONVERGENCIA APROXIMADAMENTE QUADRATICA E COMPUTACIONALMENTE MAIS RAPIDO QUE O METODO DE NEWTON-RAPHSON. NECESSITA SOMENTE $(N^2/2 + 3N/2)$ AVALIACOES DE FUNCOES POR PASSO DE ITERACAO, EM COMPARACAO COM $(N^2 + N)$ AVALIACOES NECESSARIAS AO METODO DE NEWTON.

REFERENCIA - BROWN, KENNETH M. AND S.D. CONTE
PROC. OF THE 22 ND NAT. CONF. OF THE ACM.
PP 111 - 114

PROGRAMADOR: ALAN GEORGE
COMPUTER SCIENCE DEPARTMENT,
STANFORD UNIVERSITY

PARAMETROS DE ENTRADA:
N= NUMERO DE EQUACOES (OU NUMERO DE INCOGNITAS)

X= VETOR DE APROXIMACAO INICIAL
NUMSIG= NUMERO DE ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS DESEJADOS
MAXIT= NUMERO MAXIMO DE ITERACOES PERMITIDO
IPRINT= IMPRESSAO DE RESPOSTAS SE IPRINT=1
IRF= INDICE DE REFERENCIA

PARAMETROS DE SAIDA

X= SOLUCAO DO SISTEMA OU MELHOR APROXIMACAO CONSEGUIDA
MAXIT= NUMERO DE ITERACOES EMPREGADO

```

DIMENSION ISUB(30),LOOKUP(30,30),X(30),PART(30),TEMP(30),
*COE(30,31),YXX(30)
RELCON = 10.0 ** (-NUMSIG)
JTEST = 1
IF(IPRINT.EQ.1) WRITE(6,48)
48 FORMAT(1H1)
DO 700 M=1,MAXIT
M1=M-1
IF(IPRINT.NE.1) GO TO 9
DO 8000 IJK=1,N
YXX(IJK)=X(IJK)
8000 YXX(IJK)=YXX(IJK)*180./3.14159
WRITE(6,49)M1,(YXX(I),I=1,N)
49 FORMAT(15,4E28.16/(E33.16,3E28.16))
9 DO 10 J=1,N

```

A MATRIZ LOOKUP PERMITE UM EFEITO DE PIVOTAMENTO PARCIAL SEM TER QUE FISICAMENTE TROCAR LINHAS OU COLUNAS.

```

10 LOOKUP(1,J)=J
DO 500 K=1,N
IF(K-1)134,134,131
131 KMIN = K - 1
CALL BACK (KMIN,N,X,ISUB,COE,LOOKUP)

```

ELABORACAO DAS DERIVADAS PARCIAIS DA K-ESIMA FUNCAO.

```

134 CALL AUXFCN (X,F,K,IRF)
FACTOR = .001
135 ITALLY = 0

```

```

DO 200 I=K,N
ITEMP = LOOKUP (K,I)
HOLD = X (ITEMP)
H = FACTOR * HOLD
IF(H.EQ.0.000) H=.001
X(ITEMP)=HOLD+H
IF(K-1)161,161,151

```

```

151 CALL BACK(KMIN,N,X,ISUB,COE,LOOKUP)
161 CALL AUXFCN(X,FPLUS,K,IRF)
PART(ITEMP)=(FPLUS-F)/H
C
X(ITEMP)=HOLD
IF(ABS(PART(ITEMP)).EQ.0.000) GO TO 199
IF(ABS(F/PART(ITEMP)).LT.1.0E+10) GO TO 200
199 ITALLY = ITALLY + 1
200 CONTINUE
C
IF(ITALLY.LE.N - K) GO TO 202
FACTOR = FACTOR * 10.0
IF(FACTOR.GT.15.0) GO TO 775
GO TO 135
202 IF(K.LT.N) GO TO 203
IF(ABS(PART(ITEMP)).EQ.0.000) GO TO 775
COE (K,N+1) = 0.0
KMAX = ITEMP
GO TO 499
C
C
C PROCURA DA DERIVADA PARCIAL DE MAIOR VALOR ABSOLUTO.
C
203 KMAX=LOOKUP(K,K)
DERMAX= ABS(PART(KMAX))
KPLUS= K+1
C
DO 210 I=KPLUS,N
JSUB=LOOKUP(K,I)
TEST= ABS(PART(JSUB))
IF(TEST.LT.DERMAX) GO TO 209
DERMAX=TEST
LOOKUP (KPLUS,I) = KMAX
KMAX = JSUB
GO TO 210
209 LOOKUP(KPLUS,I)=JSUB
210 CONTINUE
C
IF(ABS(PART(KMAX)).EQ.0.000) GO TO 775
C
C
C ELABORACAO DOS COEFICIENTES DA K-ESIMA LINHA DO SISTEMA LI-
C
C
C NEAR TRIANGULARIZADO UTILISADO PARA RESOLVER O SISTEMA PA-
C
C
C RA OS PRIMEIROS KX(I) VALORES.
C
ISUB(K)=KMAX
COE(K,N+1)=0.0
DO 220 J=KPLUS,N
JSUB=LOOKUP(KPLUS,J)
COE(K,JSUB)=-PART(JSUB)/PART(KMAX)
COE(K,N+1)=COE(K,N+1)+PART(JSUB)*X(JSUB)
220 CONTINUE
C
499 COE(K,N+1)=(COE(K,N+1)-F)/PART(KMAX)+X(KMAX)
500 CONTINUE
C
C
C SUBSTITUICAO DE RETORNO PARA OBTER A PROXIMA APROXIMACAO
C
C
C DE X
C
X(KMAX)=COE(N,N+1)
IF(N.EQ.1) GO TO 610
CALL BACK(N-1,N,X,ISUB,COE,LOOKUP)
610 IF(M-1)650,650,625
C
C
C TESTE DE CONVERGENCIA
C
625 DO 630 I=1,N
IF(X(I).NE.0.000) GO TO 627
IF(ABS(TEMP(I)-X(I)).LT.RELCUN) GO TO 630
GO TO 649
C
627 IF(ABS((TEMP(I)-X(I))/X(I))-RELCUN)630,630,649
630 CONTINUE
C
JTEST = JTEST + 1
IF(JTEST -3)650,725,725

```

```

649 JTEST=1
650 DO 660 I=1,N
660 TEMP(I)=X(I)
700 CONTINUE

```

```

C      IF(IPRINT.EQ.1) WRITE(6,1753)

```

```

1753 FORMAT(1H1,//////////,'NA SOLUCAO APRESENTADA NA PAGINA SEGUINTE NAO
* HOUE CONVERGENCIA. FDI UTILIZADO O NUMERO MAXIMO DE ITERACOES.')
```

```

725 IF(IPRINT.NE.1) GO TO 800

```

```

DO 750 K=1,N

```

```

CALL AUXFCN(X,PART(K),K,IRF)

```

```

750 CONTINUE

```

```

WRITE(6,751)(PART(K),K=1,N)

```

```

751 FORMAT('1',3X,'OS VALORES DA FUNCAO CALCULADOS NA APROXIMAC'
```

```

*, 'AO FINAL FORAM: ' / / (E39.15,2E40.16))

```

```

GO TO 800

```

```

775 WRITE(6,752)

```

```

752 FORMAT(1H1,//////////,15X,'NA SOLUCAO APRESENTADA NA PAGINA SEGUINTE
*, O JACOBIANO MODIFICADO E SINGULAR, TENTAR UMA APROXIMACAO CIFERE
* NTE.')
```

```

800 MAXIT = M1 + 1

```

```

WRITE(6,850)MAXIT

```

```

850 FORMAT(/, 3X,'NUMERO DE ITERACOES UTILIZADO....MAXIT= ',13,X,'ITE
1RACOES')
```

```

RETURN

```

```

END

```

```

C      SUBROUTINE BACK(KMIN,N,X,ISUB,COE,LOOKUP)

```

```

C
C
C
C
C
C

```

ESSA SUBROTINA RESOLVE AS PRIMEIRAS KMIN LINHAS DE UM SISTEMA LINEAR TRIANGULARIZADO PARA VALORES MELHORADOS DE X EM TERMOS DOS VALORES ANTERIORES DO PROPRIO X.

```

DIMENSION ISUB(30),LOOKUP(30,30),X(30),COE(30,31)

```

```

DO 200 KK=1,KMIN

```

```

KM=KMIN-KK+2

```

```

KMAX=ISUB(KM-1)

```

```

X(KMAX)=0.0

```

```

DO 100 J=KM,N

```

```

JSUB=LOOKUP(KM,J)

```

```

X(KMAX)=X(KMAX)+COE(KM-1,JSUB)*X(JSUB)

```

```

100 CONTINUE

```

```

X(KMAX)=X(KMAX)+COE(KM-1,N+1)

```

```

200 CONTINUE

```

```

RETURN

```

```

END

```

```

C*****
C SUBROUTINE AUXFCN(X,F,K,IRF)
C ESTA SUBROTINA E RESPONSAVEL PELA ESTRUTURACAO DE CADA EQUACAO DO
C SISTEMA
C
C PARAMETROS DE ENTRADA
C X-VETOR DE APROXIMACAO DA SOLUCAO, ENVIADO POR NLSYS1
C K-CONTADOR DE ORIENTACAO DO CALCULO, ENVIADO POR NLSYS1
C IRF-CONTADOR DE ORIENTACAO PELA LIMITACAO ANGULAR, ENVIADO POR
C PRINCI
C
C PARAMETROS DE SAIDA
C F-VALOR DA EQUACAO PARA O K CORRESPONDENTE, ENVIADO PARA NLSYS1
C*****
COMMON/S1/N,R,H,ALAMB,AY,BY,CD1,CD2,FEX(10),AK1(10),AK2(10),X1(10)
*,X2(10),W(10),ALF(10),ANLI
COMMON/S3/I
COMMON/S4/EL1(10),EL2(10)
COMMON/S5/SS(10),SC(10)
COMMON/S8/SM(10),SMEX(10)
COMMON/S9/AL1(10),AL2(10),F1(10),F2(10),D1(10),D2(10)
COMMON/S12/Y(10)
DIMENSION X(10)
ANGULO=6.28318531
DO 5 J=1,N-IRF
10 IF(X(J).GT.ANGULO)X(J)=X(J)-ANGULO
15 IF(X(J).LT.-ANGULO)X(J)=X(J)+ANGULO
IF(X(J).GT.ANGULO)GOTO 10
IF(X(J).LT.-ANGULO)GOTO 15
5 CONTINUE
DO 20 J=IRF+1,N
Y(J)=X(J-IRF)
20 CONTINUE
V=0.
DO 50 J=1,N
V=V+Y(J)
SC(J)=COS(V)
SS(J)=SIN(V)
50 CONTINUE
DO 60 J=IRF+1,N
EL1(J)=ABS(SQRT((BY-AY)**2+2.*(R**2+AY*BY)*(1.-COS(Y(J)))+2.*R*(BY
*-AY)*SIN(Y(J))))
EL2(J)=ABS(SQRT((BY-AY)**2+2.*(R**2+AY*BY)*(1.-COS(Y(J)))-2.*R*(BY
*-AY)*SIN(Y(J))))
D1(J)=ABS(((BY-AY)*R*COS(Y(J))+(R**2+AY*BY)*SIN(Y(J)))/EL1(J))-
D2(J)=ABS(((BY-AY)*R*COS(Y(J))-(R**2+AY*BY)*SIN(Y(J)))/EL2(J))
60 CONTINUE
I=K+IRF
CALL VAUX1
F=SM(I)-SMEX(I)
RETURN
END

```

```

C*****
C SUBROUTINE VAUX1
C ESTA SUBROTINA AUXILIA AUXFCN NO CALCULO DE CADA EQUACAO, E CON-
C TROLADA POR AUXFCN ATRAVEZ DO CONTADOR 'I'
C*****
COMMON/S1/N,R,H,ALAMB,AY,BY,CD1,CO2,FEX(10),AK1(10),AK2(10),X1(10)
*,X2(10),WK(10),ALF(10),ANLI
COMMON/S3/I
COMMON/S4/EL1(10),EL2(10)
COMMON/S5/SS(10),SC(10)
COMMON/S6/ELE(10)
COMMON/S7/FEC(10),FES(10)
COMMON/S8/SM(10),SMEX(10)
COMMON/S9/AL1(10),AL2(10),F1(10),F2(10),D1(10),D2(10)
COMMON/S11/CRG(10,10),XLV(10,10),YLH(10,10)
COMMON/S12/Y(10)
COMMON/S13/KTIPO
COMMON/S15/LIGA
DIMENSION SF1(10),SF2(10)
C CRG(I,J) DISTANCIA DE CADA CR AOS CG DE CADA ELEMENTO
DO 24 J=1,N
IF(I-J)20,21,24
C*****
20 CONTINUE
SOMA=0.
DO 25 KKJ=I,J-1
SOMA=SOMA+SS(KKJ)
25 CONTINUE
CRG(I,J)=(H*SS(J)+ALAMB*SOMA)
GOTO 24
C*****
21 CRG(I,J)=(H*SS(I))
GOTO 24
C*****
22 SOMA=0.
DO 26 KKJ=J,I-1
SOMA=SOMA+SS(KKJ)
26 CONTINUE
CRG(I,J)=(ALAMB*SOMA-H*SS(J))
24 CONTINUE
C*****
DO 28 J=1,N
IF(I-J)29,30,28
C*****
29 CONTINUE
SOMA1=0.
SOMA2=0.
DO 27 KKK=I,J-1
SOMA1=SOMA1+SC(KKK)
SOMA2=SOMA2+SS(KKK)
27 CONTINUE
XLV(I,J)=(R*SS(J)+ALAMB*SOMA1)
YLH(I,J)=(R*SC(J)-ALAMB*SOMA2)
GOTO 28
C*****
30 CONTINUE
XLV(I,J)=(R*SS(J))
YLH(I,J)=(R*SC(J))
GOTO 28
C*****
31 CONTINUE
SOMA1=0.
SOMA2=0.
DO 32 KKK=J,I-1
SOMA1=SOMA1+SC(KKK)
SOMA2=SOMA2+SS(KKK)
32 CONTINUE
XLV(I,J)=(ALAMB*SOMA1-R*SS(J))
YLH(I,J)=(ALAMB*SOMA2+R*SC(J))
28 CONTINUE
C*****
GOTO(50,100,150),KTIPO
C*****
50 CONTINUE
DO 5 JJ=I,N
ASOMA1=0.

```

```

ASOMA2=0.
DO 30 J=1, JJ
ASOMA1=ASOMA1+EL1(J)
ASOMA2=ASOMA2+EL2(J)
10 CONTINUE
AL1(JJ)=ASOMA1+(JJ-1)*AY
AL2(JJ)=ASOMA2+(JJ-1)*AY
F1(JJ)=AK1(JJ)*(X1(JJ)+(AL1(JJ)-ELE(JJ)))
F2(JJ)=AK2(JJ)*(X2(JJ)+(AL2(JJ)-ELE(JJ)))
IF(LIGA.EQ.1)AL1(N)=ELE(N)
IF(LIGA.EQ.1)AL2(N)=ELE(N)
IF(LIGA.EQ.1)F1(N)=AK1(N)*X1(N)
IF(LIGA.EQ.1)F2(N)=AK2(N)*X2(N)
IF(LIGA.EQ.1)D1(N)=R
IF(LIGA.EQ.1)D2(N)=R
IF(F1(JJ).LT.0)F1(JJ)=0.
IF(F2(JJ).LT.0)F2(JJ)=0.
5 CONTINUE
SOMA1=0.
SOMA2=0.
DO 34 J=1,N
SOMA1=SOMA1+F1(J)
SOMA2=SOMA2+F2(J)
34 CONTINUE
SF1(I)=SOMA1
SF2(I)=SOMA2
SOMATO=0.
DO 35 KK=1,N
SOMATO=SOMATO+W(KK)*CRG(I, KK)
35 CONTINUE
SM(I)=SF1(I)*D1(I)-SF2(I)*D2(I)-SOMATO
GOTO 500
C*****
100 CONTINUE
AL1(I)=EL1(I)
AL2(I)=EL2(I)
F1(I)=AK1(I)*(X1(I)+(AL1(I)-ELE(I)))
F2(I)=AK2(I)*(X2(I)+(AL2(I)-ELE(I)))
IF(F1(I).LT.0)F1(I)=0.
IF(F2(I).LT.0)F2(I)=0.
SOMATO=0.
DO 40 KK=1,N
SOMATO=SOMATO+W(KK)*CRG(I, KK)
40 CONTINUE
SM(I)=F1(I)*D1(I)-F2(I)*D2(I)-SOMATO
GOTO 500
C*****
150 CONTINUE
IF(I.EQ.N)GOTO 200
SOMA1=0.
SOMA2=0.
DO 160 JJ=I+1,N
SOMA1=SOMA1+EL1(JJ)
SOMA2=SOMA2+EL2(JJ)
160 CONTINUE
AL1(I)=SOMA1+(N-(I+1))*AY
AL2(I)=SOMA2+(N-(I+1))*AY
F1(I)=AK1(I)*(X1(I)+(AL1(I)-ELE(I)))
F2(I)=AK2(I)*(X2(I)+(AL2(I)-ELE(I)))
IF(F1(I).LT.0)F1(I)=0.
IF(F2(I).LT.0)F2(I)=0.
SOMA3=0.
SOMA4=0.
DO 156 J=1,N
SOMA3=SOMA3+EL1(J)
SOMA4=SOMA4+EL2(J)
156 CONTINUE
AL1(N)=SOMA3+(N-1)*AY
AL2(N)=SOMA4+(N-1)*AY
F1(N)=AK1(N)*(X1(N)+(AL1(N)-ELE(N)))
F2(N)=AK2(N)*(X2(N)+(AL2(N)-ELE(N)))
IF(LIGA.EQ.1)AL1(N)=ELE(N)
IF(LIGA.EQ.1)AL2(N)=ELE(N)
IF(LIGA.EQ.1)F1(N)=AK1(N)*X1(N)
IF(LIGA.EQ.1)F2(N)=AK2(N)*X2(N)
IF(LIGA.EQ.1)D1(N)=R

```

```

IF(LIGA.EQ.1)D2(N)=R
IF(F1(N).LT.0)F1(N)=0.
IF(F2(N).LT.0)F2(N)=0.
SOMA1=0.
SOMA2=0.
DO 158 J=1,I
SOMA1=SOMA1+F1(J)
SOMA2=SOMA2+F2(J)
158 CONTINUE
SF1(I)=SOMA1
SF2(I)=SOMA2
SOMATD=0.
DO 170 KK=I,N
SOMATD=SOMATD+W(KK)*CRG(I, KK)
170 CONTINUE
SMC(I)=F1(N)*D1(I)-F2(N)*D2(I)-SF1(I)*D1(I+1)+SF2(I)*D2(I+1)-SOMATD
200 GOTO 500
CONTINUE
SOMA3=0.
SOMA4=0.
DO 210 J=1,N
SOMA3=SOMA3+EL1(J)
SOMA4=SOMA4+EL2(J)
210 CONTINUE
AL1(N)=SOMA3+(N-1)*AY
AL2(N)=SOMA4+(N-1)*AY
F1(N)=AK1(N)*(X1(N)+(AL1(N)-ELE(N)))
F2(N)=AK2(N)*(X2(N)+(AL2(N)-ELE(N)))
IF(LIGA.EQ.1)AL1(N)=ELE(N)
IF(LIGA.EQ.1)AL2(N)=ELE(N)
IF(LIGA.EQ.1)F1(N)=AK1(N)*X1(N)
IF(LIGA.EQ.1)F2(N)=AK2(N)*X2(N)
IF(LIGA.EQ.1)D1(N)=R
IF(LIGA.EQ.1)D2(N)=R
IF(F1(N).LT.0)F1(N)=0.
IF(F2(N).LT.0)F2(N)=0.
SOMA1=0.
SOMA2=0.
DO 215 J=1,N
SOMA1=SOMA1+F1(J)
SOMA2=SOMA2+F2(J)
215 CONTINUE
SF1(N)=SOMA1
SF2(N)=SOMA2
SOMATD=0.
DO 220 KK=I,N
SOMATD=SOMATD+W(KK)*CRG(I, KK)
220 CONTINUE
SMC(N)=SF1(N)*D1(N)-SF2(N)*D2(N)-SOMATD
C*****
500 CONTINUE
FFEC=0.
FFES=0.
DO 600 KK=I,N
FFEC=FFEC+FEC(KK)*XLV(I, KK)
FFES=FFES+FES(KK)*YLH(I, KK)
600 CONTINUE
SMEX(I)=FFEC-FFES
RETURN
END

```

```

C *****
C SUBROUTINE VAUX2
C ESTA SUBROTINA FAZ O REAJUSTAMENTO DOS VALORES DAS VARIÁVEIS DO E-
C LEMENTO QUE TEVE SEU ANGULO LIMITADO, E CONTROLADA POR PRINCIPAL-
C TRAVEZ DO CONTADOR 'I'.
C *****
COMMON/S1/N,R,H,ALAMB,AY,BY,CD1,CD2,FEX(10),AK1(10),AK2(10),X1(10)
*,X2(10),W(10),ALF(10),ANLI
COMMON/S4/EL1(10),EL2(10)
COMMON/S6/ELE(10)
COMMON/S9/AL1(10),AL2(10),F1(10),F2(10),D1(10),D2(10)
COMMON/S12/Y(10)
COMMON/S13/KTIPO
COMMON/S14/I
EL1(I)=ABS(SQRT((BY-AY)**2+2.*(R**2+AY*BY)*(1.-COS(Y(I)))+2.*R*(BY
*-AY)*SIN(Y(I))))
EL2(I)=ABS(SQRT((BY-AY)**2+2.*(R**2+AY*BY)*(1.-COS(Y(I)))-2.*R*(BY
*-AY)*SIN(Y(I))))
D1(I)=ABS(((BY-AY)*R+COS(Y(I)))+(R**2+AY*BY)*SIN(Y(I)))/EL1(I))
D2(I)=ABS(((BY-AY)*R+COS(Y(I)))-(R**2+AY*BY)*SIN(Y(I)))/EL2(I))
C *****
GOTO(50,100,150),KTIPO
C *****
50 CONTINUE
ASOMA1=0.
ASOMA2=0.
DO 10 J=1,I
ASOMA1=ASOMA1+EL1(J)
ASOMA2=ASOMA2+EL2(J)
10 CONTINUE
AL1(I)=ASOMA1+(I-1)*AY
AL2(I)=ASOMA2+(I-1)*AY
GOTO 500
C *****
100 CONTINUE
AL1(I)=EL1(I)
AL2(I)=EL2(I)
GOTO 500
C *****
150 CONTINUE
IF(I.EQ.N)GOTO 200
SOMA1=0.
SOMA2=0.
DO 160 JJ=1+1,N
SOMA1=SOMA1+EL1(JJ)
SOMA2=SOMA2+EL2(JJ)
160 CONTINUE
AL1(I)=SOMA1+(N-(I+1))*AY
AL2(I)=SOMA2+(N-(I+1))*AY
GOTO 500
200 CONTINUE
SOMA3=0.
SOMA4=0.
DO 210 J=1,N
SOMA3=SOMA3+EL1(J)
SOMA4=SOMA4+EL2(J)
210 CONTINUE
AL1(N)=SOMA3+(N-1)*AY
AL2(N)=SOMA4+(N-1)*AY
C *****
500 CONTINUE
F1(I)=AK1(I)*(X1(I)+(AL1(I)-ELE(I)))
F2(I)=AK2(I)*(X2(I)+(AL2(I)-ELE(I)))
IF(F1(I).LT.0)F1(I)=0.
IF(F2(I).LT.0)F2(I)=0.
RETURN
END

```

```

C *****
C SUBROUTINE FORMUL
C ESTA SUBROTINA FAZ A REALIMENTACAO DO SISTEMA E FORNECE O RESUL-
C TADO FINAL DO PROBLEMA
C *****
COMMON/S1/N,R,H,ALAMB,AY,BY,CD1,CD2,FEX(10),AK1(10),AK2(10),X1(10)
*,X2(10),W(10),ALF(10),ANLI
COMMON/S4/EL1(10),EL2(10)
COMMON/S5/SS(10),SC(10)
COMMON/S6/ELE(10)
COMMON/S7/FEC(10),FES(10)
COMMON/S8/SM(10),SMEX(10)
COMMON/S9/AL1(10),AL2(10),F1(10),F2(10),D1(10),D2(10)
COMMON/S11/CRG(10,10),XLV(10,10),YLH(10,10)
COMMON/S12/Y(10)
COMMON/S13/KTIPO
DIMENSION SF1(10),SF2(10)
V=0.
DO 4 I=1,N
V=V+Y(I)
SC(I)=COS(V)
SS(I)=SIN(V)
4 CONTINUE
C EL1(I), EL2(I) COMPRIMENTO DE CADA CABO ELEMENTO A ELEMENTO PELA
C *VARIACAO ANGULAR
DO 8 J=1,N
EL1(J)=ABS(SQRT((BY-AY)**2+2.*(R**2+AY*BY)*(1.-COS(Y(J)))+2.*R*(BY
*-AY)*SIN(Y(J))))
EL2(J)=ABS(SQRT((BY-AY)**2+2.*(R**2+AY*BY)*(1.-COS(Y(J)))-2.*R*(BY
*-AY)*SIN(Y(J))))
D1(J)=ABS(((BY-AY)*R*COS(Y(J))+(R**2+AY*BY)*SIN(Y(J)))/EL1(J))
D2(J)=ABS(((BY-AY)*R*COS(Y(J))-(R**2+AY*BY)*SIN(Y(J)))/EL2(J))
8 CONTINUE
C CRG(I,J) DISTANCIA DE CADA CR AOS CG DE CADA ELEMENTO
C *****
DO 1000 I=1,N
DO 24 J=1,N
IF(I-J)20,21,24
C *****
20 CONTINUE
SOMA=0.
DO 25 KKJ=I,J-1
SOMA=SOMA+SS(KKJ)
25 CONTINUE
CRG(I,J)=(H*SS(J)+ALAMB*SOMA)
GOTO 24
C *****
21 CRG(I,J)=(H*SS(I))
GOTO 24
C *****
22 SOMA=0.
DO 26 KKJ=J,I-1
SOMA=SOMA+SS(KKJ)
26 CONTINUE
CRG(I,J)=(ALAMB*SOMA-H*SS(J))
24 CONTINUE
C *****
DO 28 J=1,N
IF(I-J)29,30,28
C *****
29 CONTINUE
SOMA1=0.
SOMA2=0.
DO 27 KKK=I,J-1
SOMA1=SOMA1+SC(KKK)
SOMA2=SOMA2+SS(KKK)
27 CONTINUE
XLV(I,J)=(R*SS(J)+ALAMB*SOMA1)
YLH(I,J)=(R*SC(J)-ALAMB*SOMA2)
GOTO 28
C *****
30 CONTINUE
XLV(I,J)=(R*SS(J))
YLH(I,J)=(R*SC(J))
GOTO 28
C *****

```

```

31 CONTINUE
SOMA1=0.
SOMA2=0.
DO 32 KKK=J,I-1
SOMA1=SOMA1+SC(KKK)
SOMA2=SOMA2+SS(KKK)
32 CONTINUE
XLV(I,J)=(ALAMB*SOMA1-R*SS(J))
YLH(I,J)=(ALAMB*SOMA2+R*SC(J))
26 CONTINUE
C*****
1000 CONTINUE
C*****
C*****
DO 2000 I=1,N
GOTO(50,100,150),KTIPO
C*****
50 CONTINUE
DO 5 JJ=1,N
ASOMA1=0.
ASOMA2=0.
DO 10 J=1,JJ
ASOMA1=ASOMA1+EL1(J)
ASOMA2=ASOMA2+EL2(J)
10 CONTINUE
AL1(JJ)=ASOMA1+(JJ-1)*AY
AL2(JJ)=ASOMA2+(JJ-1)*AY
F1(JJ)=AK1(JJ)*(X1(JJ)+(AL1(JJ)-ELE(JJ)))
F2(JJ)=AK2(JJ)*(X2(JJ)+(AL2(JJ)-ELE(JJ)))
5 CONTINUE
SOMA1=0.
SOMA2=0.
DO 34 J=1,N
SOMA1=SOMA1+F1(J)
SOMA2=SOMA2+F2(J)
34 CONTINUE
SF1(I)=SOMA1
SF2(I)=SOMA2
SOMATO=0.
DO 35 KK=I,N
SOMATO=SOMATO+W(KK)*CRG(I,KK)
35 CONTINUE
SM(I)=SF1(I)*D1(I)-SF2(I)*D2(I)-SOMATO
GOTO 500
C*****
100 CONTINUE
AL1(I)=EL1(I)
AL2(I)=EL2(I)
F1(I)=AK1(I)*(X1(I)+(AL1(I)-ELE(I)))
F2(I)=AK2(I)*(X2(I)+(AL2(I)-ELE(I)))
SOMATO=0.
DO 40 KK=I,N
SOMATO=SOMATO+W(KK)*CRG(I,KK)
40 CONTINUE
SM(I)=F1(I)*D1(I)-F2(I)*D2(I)-SOMATO
GOTO 500
C*****
150 CONTINUE
IF(I.EQ.N)GOTO 200
SOMA1=0.
SOMA2=0.
DO 160 JJ=I+1,N
SOMA1=SOMA1+EL1(JJ)
SOMA2=SOMA2+EL2(JJ)
160 CONTINUE
AL1(I)=SOMA1+(N-(I+1))*AY
AL2(I)=SOMA2+(N-(I+1))*AY
F1(I)=AK1(I)*(X1(I)+(AL1(I)-ELE(I)))
F2(I)=AK2(I)*(X2(I)+(AL2(I)-ELE(I)))
SOMA3=0.
SOMA4=0.
DO 156 J=1,N
SOMA3=SOMA3+EL1(J)
SOMA4=SOMA4+EL2(J)
156 CONTINUE
AL1(N)=SOMA3+(N-1)*AY

```

```

AL2(N)=SOMA4+(N-1)*AY
F1(N)=AK1(N)*(X1(N)+(AL1(N)-ELE(N)))
F2(N)=AK2(N)*(X2(N)+(AL2(N)-ELE(N)))
SOMA1=0.
SOMA2=0.
DO 158 J=1,I
SOMA1=SOMA1+F1(J)
SOMA2=SOMA2+F2(J)
158 CONTINUE
SF1(I)=SOMA1
SF2(I)=SOMA2
SOMAT0=0.
DO 170 KK=I,N
SOMAT0=SOMAT0+W(KK)*CRG(I, KK)
170 CONTINUE
SM(I)=F1(N)*D1(I)-F2(N)*D2(I)-SF1(I)*D1(I+1)+SF2(I)*D2(I+1)-SOMAT0
GO TO 500
200 CONTINUE
SOMA3=J.
SOMA4=0.
DO 210 J=1,N
SOMA3=SOMA3+EL1(J)
SOMA4=SOMA4+EL2(J)
210 CONTINUE
AL1(N)=SOMA3+(N-1)*AY
AL2(N)=SOMA4+(N-1)*AY
F1(N)=AK1(N)*(X1(N)+(AL1(N)-ELE(N)))
F2(N)=AK2(N)*(X2(N)+(AL2(N)-ELE(N)))
SOMA1=0.
SOMA2=0.
DO 215 J=1,N
SOMA1=SOMA1+F1(J)
SOMA2=SOMA2+F2(J)
215 CONTINUE
SF1(N)=SOMA1
SF2(N)=SOMA2
SOMAT0=0.
DO 220 KK=I,N
SOMAT0=SOMAT0+W(KK)*CRG(I, KK)
220 CONTINUE
SM(N)=F1(N)*D1(N)-F2(N)*D2(N)-SOMAT0
C*****
500 CONTINUE
FFEC=0.
FFES=0.
DO 600 KK=I,N
FFEC=FFEC+FEC(KK)*XLV(I, KK)
FFES=FFES+FES(KK)*VLH(I, KK)
600 CONTINUE
SMEX(I)=FFEC-FFES
C*****
2000 CONTINUE
C*****
RETURN
END

```

```
C*****
C SUBROUTINE INPUT
C ESTA SUBROTINA LE OS DADOS DE ENTRADA
C*****
COMMON/S1/N,R,H,ALAMB,AY,BY,CD1,CD2,FEX(10),AK1(10),AK2(10),X1(10)
*,X2(10),W(10),ALF(10),ANLI
COMMON/S2/MAXIT,NUMSIG,IPRINT
COMMON/S13/KTIPO
COMMON/S15/LIGA
LR=5
READ(LR,/)N
READ(LR,/)R,ALAMB,H,AY,BY,CD1,CD2
READ(LR,/)(FEX(J),J=1,N)
READ(LR,/)(AK1(J),J=1,N)
READ(LR,/)(AK2(J),J=1,N)
READ(LR,/)(X1(J),J=1,N)
READ(LR,/)(X2(J),J=1,N)
READ(LR,/)(W(J),J=1,N)
READ(LR,/)(ALF(J),J=1,N)
READ(LR,/)NUMSIG,MAXIT,IPRINT
READ(LR,/)ANLI
READ(LR,/)LIGA
READ(LR,/)KTIPO
RETURN
END
```

```

C*****
SUBROUTINE OUTDAD
C  ESTA SUBROTINA IMPRIME OS DADOS DO PROBLEMA
C*****
COMMON/S1/N,R,H,ALAMB,AY,BY,CD1,CD2,FEX(10),AK1(10),AK2(10),X1(10)
*,X2(10),W(10),ALF(10),ANLI
COMMON/S13/KTIPO
DIMENSION BBB(10)
AA=180./3.141592655
DO 100 I=1,N
BBB(I)=ALF(I)*AA
100 CONTINUE
CCC=ANLI*AA
LW=6
IF(KTIPO.EQ.1)WRITE(LW,50)
50 FORMAT(1H1,3X,'TIPO 1 - TODOS ELEMENTOS AO ELEMENTO FIXO')
IF(KTIPO.EQ.2)WRITE(LW,60)
60 FORMAT(1H1,3X,'TIPO 2 - CADA ELEMENTO A SEU ANTERIOR')
IF(KTIPO.EQ.3)WRITE(LW,70)
70 FORMAT(1H1,3X,'TIPO 3 - ELEMENTOS INTERMEDIARIOS AO ULTIMO E ESTE
*AO ELEMENTO FIXO')
WRITE(LW,5)N,R,ALAMB,H,AY,BY
5 FORMAT(3X,'NUMERO DE ELEMENTOS MOVEIS DA ESTRUTURA (N)='/,I2,/,3X,'
*DISTANCIA DO CR AO ORIFICIO DO CABO DE CADA ELEMENTO (R)='/,F5.2,X,
*'MM'/,3X,'DISTANCIA ENTRE CRS (ALAMB)='/,F5.2,X,'MM'/,3X,'DISTANC
*IA DO CR AO CG DE CADA ELEMENTO (H)='/,F5.2,X,'MM'/,3X,'GEOMETRIA
*DO ELEMENTO',3X,'AY='/,F5.2,'MM',3X,'BY='/,F5.2,'MM')
WRITE(LW,7)CCC
7 FORMAT(3X,'ANGULO LIMITADOR (ANLI)='/,F5.2,X,'GRAUS',/)
WRITE(LW,10)
10 FORMAT(3X,'CARACTERISTICAS INTERNAS DE CADA ELEMENTO',/,3X,'PESO',
*8X,'RIGIDEZ DE CADA MOLLA',3X,'DEFLEXAO INICIAL DE CADA MOLLA',/,3X,
*'(KG)',8X,'(KG/MM)',17X,'(MM)')
DO 200 J=1,N
WRITE(LW,15)J,W(J),J,AK1(J),J,AK2(J),J,X1(J),J,X2(J)
15 FORMAT(3X,'W',I2,'='/,F5.2,2X,'K1',I2,'='/,F5.2,2X,'K2',I
*2,'A='/,F5.2,6X,'X1',I2,'='/,F5.2,2X,'X2',I2,'='/,F5.2)
200 CONTINUE
WRITE(LW,20)
20 FORMAT(/,3X,'FORCAS EXTERNAS APLICADAS',3X,'ANGULOS DAS FORCAS EXT
*ERNAS')
DO 300 J=1,N
WRITE(LW,25)J,FEX(J),J,BBB(J)
25 FORMAT(8X,'FEX',I2,'='/,F5.2,'KG',14X,'ALFA',I2,'='/,F5.2,'GRAUS')
300 CONTINUE
RETURN
END

```

```

C*****
C SUBROUTINE OUTPUT
C ESTA SUBROTINA IMPRIME A SOLUCAO DO PROBLEMA
C*****
COMMON/S1/N,R,H,ALAMB,AY,BY,CD1,CD2,FEX(10),AK1(10),AK2(10),X1(10)
*,X2(10),W(10),ALF(10),ANLI
COMMON/S8/SM(10),SMEX(10)
COMMON/S9/AL1(10),AL2(10),F1(10),F2(10),D1(10),D2(10)
COMMON/S12/Y(10)
DIMENSION AAA(10),BBB(10)
A=ANLI
B=-A
DO 100 I=1,N
AAA(I)=Y(I)*180./3.141592655
100 CONTINUE
LW=6
WRITE(LW,50)
50 FORMAT(/,20X,'***** SOLUCAO DO PROBLEMA *****')
DO 60 J=1,N
WRITE(LW,70)J,AAA(J)
70 FORMAT(24X,'TETA',I2,'=',E12.6,'GRAUS')
60 CONTINUE
DO 80 J=1,N
WRITE(LW,90)J,F1(J),J,F2(J),J,D1(J),J,D2(J)
90 FORMAT(3X,'F1',I2,'=',F8.3,'KG',X,'F2',I2,'=',F8.3,'KG',3X,'D1',I2
*,',',F8.3,'MM',X,'D2',I2,'=',F8.3,'MM')
80 CONTINUE
DO 150 J=1,N
WRITE(LW,200)J,AL1(J),J,AL2(J),J,SM(J),J,SMEX(J)
200 FORMAT(3X,'L1',I2,'=',F8.3,'MM',X,'L2',I2,'=',F8.3,'MM',3X,'SM',
*,I2,'=',F8.3,3X,'SMEX',I2,'=',F8.3)
150 CONTINUE
RETURN
END

```

```

C *****
SUBROUTINE PRINCI(X,F,K,IRF)
C     ESTA SUBROTINA COMANDA TODAS AS OPERACOES NECESSARIAS A SOLUCAO
C     DO PROBLEMA.
C *****
COMMON/S1/N,R,H,ALAMB,AY,BY,CD1,CD2,FEX(10),AK1(10),AK2(10),X1(10)
*,X2(10),W(10),ALF(10),ANLI
COMMON/S2/MAXIT,NUMSIG,IPRINT
COMMON/S6/ELE(10)
COMMON/S7/FEC(10),FES(10)
COMMON/S12/Y(10)
COMMON/S13/KTIPO
COMMON/S14/I
DIMENSION X(10)
DO 5 J=1,N
FEC(J)=FEX(J)*COS(ALF(J))
FES(J)=FEX(J)*SIN(ALF(J))
5 CONTINUE
C *****
C     ELE(I) COMPRIMENTO INICIAL DE CADA CABO
GOTO(10,13,16),KTIPO
C *****
10 CONTINUE
DO 6 J=1,N
ELE(J)=BY*J-AY
6 CONTINUE
GOTO 18
C *****
13 CONTINUE
DO 14 J=1,N
ELE(J)=3Y-AY
14 CONTINUE
GOTO 18
C *****
16 CONTINUE
DO 17 J=1,N-1
ELE(J)=(N-J)*BY-AY
17 CONTINUE
ELE(N)=N*BY-AY
C *****
18 CONTINUE
IRF=0
N1=N
MAX=MAXIT
CALL OUTDAD
C     CALCULO DO VETOR SOLUCAO A PARTIR DE UMA APROXIMACAO
CALL NLSYS1(N1,X,NUMSIG,MAX,IPRINT,IRF)
DO 20 J=1,N
Y(J)=X(J)
20 CONTINUE
A=ANLI
B=-A
C     LIMITACAO ANGULAR
DO 100 I=1,N
IF(ABS(Y(I))-ABS(ANLI))100,100,150
150 CONTINUE
IF(Y(I).GT.A)Y(I)=A
IF(Y(I).LT.B)Y(I)=B
IRF=I
CALL VAUX2
N1=N-IRF
IF(N1.EQ.0)GOTO 500
DO 160 J=1,N1
X(J)=X(IRF+J)
160 CONTINUE
DO 170 J=IRF+1,N
Y(J)=0.
170 CONTINUE
MAX=MAXIT
CALL NLSYS1(N1,X,NUMSIG,MAX,IPRINT,IRF)
DO 200 J=IRF+1,N
Y(J)=X(J-IRF)
200 CONTINUE
100 CONTINUE
500 CALL FORMUL
WRITE(6,1000)

```

```
1000 FORMAT(/,3X,'REALIMENTACAO DO SISTEMA')  
      CALL OUTPUT  
      DO 2000 J=1,N  
        X(J)=0.  
2000 CONTINUE  
      F=0.  
      K=0  
      RETURN  
      END
```

```
C*****  
C***** P R O G R A M A   P R I N C I P A L *****  
C*****  
COMMON/S1/N,R,H,ALAMB,AY,BY,CD1,CD2,FEX(10),AK1(10),AK2(10),X1(10)  
*,X2(10),W(10),ALF(10),ANLI  
COMMON/S2/MAXIT,NUMSIG,IPRINT  
COMMON/S13/KTIPD  
COMMON/S15/LIGA  
DIMENSION X(10)  
CALL INPUT  
A=3.141592655/180.  
ANLI=ANLI*A  
DO 4 I=1,N  
ALF(I)=ALF(I)*A  
4 CONTINUE  
CALL PRINCI(X,F,K,IRF)  
CALL EXIT  
END
```

APÊNDICE II

Aqui são apresentadas algumas listagens de resultados das posições angulares finais dos elementos móveis da estrutura mostrando a forma de apresentação desses resultados.

TIPO 1 - TODOS ELEMENTOS AO ELEMENTO FIXO
 NUMERO DE ELEMENTOS MOVEIS DA ESTRUTURA (N) = 5
 DISTANCIA DO CR AO ORIFICIO DO CABO DE CADA ELEMENTO (R) = 20.00 MM
 DISTANCIA ENTRE CRS (ALAMB) = 25.00 MM
 DISTANCIA DO CR AO CG DE CADA ELEMENTO (H) = 10.10 MM
 GEOMETRIA DO ELEMENTO AY = 5.00MM BY = 25.00MM
 ANGULO LIMITADOR (ANLI) = 15.00 GRAUS

CARACTERISTICAS INTERNAS DE CADA ELEMENTO

PESO (KG)	RIGIDEZ DE CADA MOLA (KG/MM)	DEFLEXAO INICIAL DE CADA MOLA (MM)
W 1 = 0.10	K1 1 = 0.10	X1 1 = 10.00
W 2 = 0.10	K1 2 = 0.10	X1 2 = 10.00
W 3 = 0.10	K1 3 = 0.10	X1 3 = 10.00
W 4 = 0.10	K1 4 = 0.10	X1 4 = 10.00
W 5 = 0.10	K1 5 = 0.10	X1 5 = 10.00

FORÇAS EXTERNAS APLICADAS ANGULOS DAS FORÇAS EXTERNAS

FEX 1 = 0.00KG	ALFA 1 = 0.00GRAUS
FEX 2 = 0.00KG	ALFA 2 = 0.00GRAUS
FEX 3 = 0.00KG	ALFA 3 = 0.00GRAUS
FEX 4 = 0.00KG	ALFA 4 = 0.00GRAUS
FEX 5 = 0.00KG	ALFA 5 = 0.00GRAUS

NUMERO DE ITERACOES UTILIZADO... MAXIT = 5 ITERACOES

REALIMENTACAO DO SISTEMA

***** SOLUCAO DO PROBLEMA *****

TETA 1 = .118563E+02GRAUS			
TETA 2 = -.753090E+01GRAUS			
TETA 3 = -.296759E+01GRAUS			
TETA 4 = -.951605E+00GRAUS			
TETA 5 = -.242362E+00GRAUS			
F1 1 = 1.422KG	F2 1 = 2.800KG	D1 1 = 20.614MM	D2 1 = 17.655MM
F1 2 = 1.166KG	F2 2 = 0.873KG	D1 2 = 18.791MM	D2 2 = 20.528MM
F1 3 = 1.064KG	F2 3 = 0.978KG	D1 3 = 19.621MM	D2 3 = 20.274MM
F1 4 = 1.031KG	F2 4 = 1.011KG	D1 4 = 19.891MM	D2 4 = 20.099MM
F1 5 = 1.022KG	F2 5 = 1.019KG	D1 5 = 19.973MM	D2 5 = 20.026MM
L1 1 = 24.223MM	L2 1 = 18.063MM	SM 1 = 0.000	SMEX 1 = 0.000
L1 2 = 46.865MM	L2 2 = 43.733MM	SM 2 = 0.000	SMEX 2 = 0.000
L1 3 = 70.638MM	L2 3 = 59.776MM	SM 3 = 0.000	SMEX 3 = 0.000
L1 4 = 95.307MM	L2 4 = 95.109MM	SM 4 = -0.000	SMEX 4 = 0.000
L1 5 = 120.222MM	L2 5 = 120.194MM	SM 5 = 0.000	SMEX 5 = 0.000

LISTAGEM 1/A (FIG.-17)

TIPO 1 - TODOS ELEMENTOS AO ELEMENTO FIXO
 NUMERO DE ELEMENTOS MOVEIS DA ESTRUTURA (N)= 5
 DISTANCIA DO CR AO CRIFICIO DO CABO DE CADA ELEMENTO (R)=20.00 MM
 DISTANCIA ENTRE CRS (ALAMB)=25.00 MM
 DISTANCIA DO CR AO CG DE CADA ELEMENTO (H)=10.10 MM
 GEOMETRIA DO ELEMENTO AY= 5.00MM BY=25.00MM
 ANGULO LIMITADOR (ANLI)=15.00 GRAUS

CARACTERISTICAS INTERNAS DE CADA ELEMENTO
 PESO RIGIDEZ DE CADA MOLA DEFLEXAO INICIAL DE CADA MOLA
 (KG) (KG/MM) (MM)

W 1= 0.10	K1 1= 0.10	K2 1= 0.10	X1 1=10.00	X2 1=10.00
W 2= 0.10	K1 2= 0.10	K2 2= 0.10	X1 2=10.00	X2 2=10.00
W 3= 0.10	K1 3= 0.10	K2 3= 0.10	X1 3=10.00	X2 3=10.00
W 4= 0.10	K1 4= 0.10	K2 4= 0.10	X1 4=10.00	X2 4=10.00
W 5= 0.10	K1 5= 0.10	K2 5= 0.10	X1 5=10.00	X2 5=10.00

FORÇAS EXTERNAS APLICADAS ANGULOS DAS FORÇAS EXTERNAS

FEX 1= 1.50KG	ALFA 1= 0.00GRAUS
FEX 2= 0.00KG	ALFA 2= 0.00GRAUS
FEX 3= 0.00KG	ALFA 3= 0.00GRAUS
FEX 4= 0.00KG	ALFA 4= 0.00GRAUS
FEX 5= 0.00KG	ALFA 5= 0.00GRAUS

NUMERO DE ITERACOES UTILIZADO...MAXIT= 3 ITERACOES

REALIMENTACAO DO SISTEMA

***** SOLUCAO DO PROBLEMA *****

	TETA 1=0.		GRAUS				
	TETA 2=0.		GRAUS				
	TETA 3=0.		GRAUS				
	TETA 4=0.		GRAUS				
	TETA 5=0.		GRAUS				
F1 1=	1.000KG	F2 1=	1.000KG	D1 1=	20.000MM	D2 1=	20.000MM
F1 2=	1.000KG	F2 2=	1.000KG	D1 2=	20.000MM	D2 2=	20.000MM
F1 3=	1.000KG	F2 3=	1.000KG	D1 3=	20.000MM	D2 3=	20.000MM
F1 4=	1.000KG	F2 4=	1.000KG	D1 4=	20.000MM	D2 4=	20.000MM
F1 5=	1.000KG	F2 5=	1.000KG	D1 5=	20.000MM	D2 5=	20.000MM
L1 1=	20.000MM	L2 1=	20.000MM	SM 1=	0.000	SMEX 1=	0.000
L1 2=	45.000MM	L2 2=	45.000MM	SM 2=	0.000	SMEX 2=	0.000
L1 3=	70.000MM	L2 3=	70.000MM	SM 3=	0.000	SMEX 3=	0.000
L1 4=	95.000MM	L2 4=	95.000MM	SM 4=	0.000	SMEX 4=	0.000
L1 5=	120.000MM	L2 5=	120.000MM	SM 5=	0.000	SMEX 5=	0.000

LISTAGEM 2/A (FIG.-18)

TIPO 1 - TODOS ELEMENTOS AO ELEMENTO FIXO
 NUMERO DE ELEMENTOS MOVEIS DA ESTRUTURA (N)= 5
 DISTANCIA DO CR AO ORIFICIO DO CABO DE CADA ELEMENTO (R)=20.00 MM
 DISTANCIA ENTRE CRS (ALAMB)=25.00 MM
 DISTANCIA DO CR AO CG DE CADA ELEMENTO (H)=10.10 MM
 GEOMETRIA DO ELEMENTO AY= 5.00MM BY=25.00MM
 ANGULO LIMITADOR (ANLI)=15.00 GRAUS

CARACTERISTICAS INTERNAS DE CADA ELEMENTO
 PESO RIGIDEZ DE CADA MOLA DEFLEXAO INICIAL DE CADA MOLA
 (KG) (KG/MM) (MM)
 W 1= 0.10 K1 1= 0.10 K2 1= 0.10 X1 1=10.00 X2 1=10.00
 W 2= 0.10 K1 2= 0.10 K2 2= 0.10 X1 2=10.00 X2 2=10.00
 W 3= 0.10 K1 3= 0.10 K2 3= 0.10 X1 3=10.00 X2 3=10.00
 W 4= 0.10 K1 4= 0.10 K2 4= 0.10 X1 4=10.00 X2 4=10.00
 W 5= 0.10 K1 5= 0.10 K2 5= 0.10 X1 5=10.00 X2 5=10.00

FORCAS EXTERNAS APLICADAS ANGULOS DAS FORCAS EXTERNAS
 FEX 1= 1.50KG ALFA 1=45.00GRAUS
 FEX 2= 0.00KG ALFA 2=45.00GRAUS
 FEX 3= 0.00KG ALFA 3=45.00GRAUS
 FEX 4= 0.00KG ALFA 4=45.00GRAUS
 FEX 5= 0.00KG ALFA 5=45.00GRAUS

NUMERO DE ITERACOES UTILIZADO...MAXIT= 5 ITERACOES

REALIMENTACAO DO SISTEMA

***** SOLUCAO DO PROBLEMA *****

TETA 1= -.821835E+01GRAUS
 TETA 2= .533592E+01GRAUS
 TETA 3= .201882E+01GRAUS
 TETA 4= .538074E+00GRAUS
 TETA 5= .160031E+00GRAUS

F1 1= 0.722KG	F2 1= 1.292KG	D1 1= 18.635MM	D2 1= 20.551MM
F1 2= 0.910KG	F2 2= 1.109KG	D1 2= 20.429MM	D2 2= 19.232MM
F1 3= 0.981KG	F2 3= 1.039KG	D1 3= 20.197MM	D2 3= 19.755MM
F1 4= 1.003KG	F2 4= 1.016KG	D1 4= 20.067MM	D2 4= 19.928MM
F1 5= 1.009KG	F2 5= 1.011KG	D1 5= 20.017MM	D2 5= 19.982MM
L1 1= 17.217MM	L2 1= 22.916MM	SM 1= -24.028	SMEX 1= -24.028
L1 2= 44.102MM	L2 2= 46.086MM	SM 2= -0.000	SMEX 2= 0.000
L1 3= 69.810MM	L2 3= 70.386MM	SM 3= -0.000	SMEX 3= 0.000
L1 4= 95.033MM	L2 4= 95.163MM	SM 4= -0.000	SMEX 4= 0.000
L1 5= 120.089MM	L2 5= 120.107MM	SM 5= -0.000	SMEX 5= 0.000

TIPO 1 - TODOS ELEMENTOS AD ELEMENTO FIXO
 NUMERO DE ELEMENTOS MOVEIS DA ESTRUTURA (N)= 5
 DISTANCIA DO CR AO DRIFICIO DE CABO DE CADA ELEMENTO (R)=20.00 MM
 DISTANCIA ENTRE CRS (ALAMB)=25.00 MM
 DISTANCIA DO CR AO CG DE CADA ELEMENTO (H)=10.10 MM
 GEOMETRIA DO ELEMENTO AY= 5.00MM BY=25.00MM
 ANGULO LIMITADOR (ANLI)=15.00 GRAUS

CARACTERISTICAS INTERNAS DE CADA ELEMENTO
 PESO RIGIDEZ DE CADA MOLLA DEFLEXAO INICIAL DE CADA MOLLA
 (KG) (KG/MM) (MM)

W 1= 0.10	K1 1= 0.10	K2 1= 0.10	X1 1=10.00	X2 1=10.00
W 2= 0.10	K1 2= 0.10	K2 2= 0.10	X1 2=10.00	X2 2=10.00
W 3= 0.10	K1 3= 0.10	K2 3= 0.10	X1 3=10.00	X2 3=10.00
W 4= 0.10	K1 4= 0.10	K2 4= 0.10	X1 4=10.00	X2 4=10.00
W 5= 0.10	K1 5= 0.10	K2 5= 0.10	X1 5=10.00	X2 5=10.00

FORCAS EXTERNAS APLICADAS ANGULOS DAS FORCAS EXTERNAS

FEX 1= 1.50KG	ALFA 1=90.00GRAUS
FEX 2= 0.00KG	ALFA 2=90.00GRAUS
FEX 3= 0.00KG	ALFA 3=90.00GRAUS
FEX 4= 0.00KG	ALFA 4=90.00GRAUS
FEX 5= 0.00KG	ALFA 5=90.00GRAUS

NUMERO DE ITERACOES UTILIZADO...MAXIT= 5 ITERACOES

REALIMENTACAO DO SISTEMA

***** SOLUCAO DO PROBLEMA *****

TETA 1= -.100205E+02GRAUS		TETA 2= .644189E+01GRAUS		TETA 3= .248341E+01GRAUS		TETA 4= .789985E+00GRAUS		TETA 5= .199503E+00GRAUS			
F1 1= 0.664KG	F2 1= 1.356KG	D1 1= 18.184MM	D2 1= 20.594MM	F1 2= 0.892KG	F2 2= 1.136KG	D1 2= 20.484MM	D2 2= 19.020MM	F1 3= 0.979KG	F2 3= 1.050KG	D1 3= 20.236MM	D2 3= 19.691MM
F1 4= 1.007KG	F2 4= 1.023KG	D1 4= 20.083MM	D2 4= 19.910MM	F1 5= 1.014KG	F2 5= 1.016KG	D1 5= 20.022MM	D2 5= 19.978MM	L1 1= 16.638MM	L2 1= 23.563MM	SM 1= -29.542	SMEX 1= -29.542
L1 2= 43.918MM	L2 2= 46.364MM	SM 2= 0.000	SMEX 2= 0.000	L1 3= 69.790MM	L2 3= 70.504MM	SM 3= 0.000	SMEX 3= 0.000	L1 4= 95.066MM	L2 4= 95.228MM	SM 4= 0.000	SMEX 4= 0.000
L1 5= 120.136MM	L2 5= 120.159MM	SM 5= 0.000	SMEX 5= 0.000								

TIPO 2 - CADA ELEMENTO A SEU ANTERIOR

NUMERO DE ELEMENTOS MÓVEIS DA ESTRUTURA (N)= 5
 DISTANCIA DO CR AO OFIFICIO DO CABO DE CADA ELEMENTO (R)=20.00 MM
 DISTANCIA ENTRE CRS (ALAMB)=25.00 MM
 DISTANCIA DO CR AO CG DE CADA ELEMENTO (H)=10.10 MM
 GEOMETRIA DO ELEMENTO AY=5.00MM BY=25.00MM
 ANGULO LIMITADOR (ANLI)=15.00 GRAUS

CARACTERISTICAS INTERNAS DE CADA ELEMENTO

PESO (KG)	RIGIDEZ DE CADA MOLA (KG/MM)	DEFLEXAO INICIAL DE CADA MOLA (MM)
W 1= 0.10	K1 1= 0.10 K2 1= 0.10	X1 1=10.00 X2 1=30.00
W 2= 0.10	K1 2= 0.10 K2 2= 0.10	X1 2=10.00 X2 2=10.00
W 3= 0.10	K1 3= 0.10 K2 3= 0.10	X1 3=10.00 X2 3=10.00
W 4= 0.10	K1 4= 0.10 K2 4= 0.10	X1 4=10.00 X2 4=10.00
W 5= 0.10	K1 5= 0.10 K2 5= 0.10	X1 5=10.00 X2 5=10.00

FORÇAS EXTERNAS APLICADAS	ANGULOS DAS FORÇAS EXTERNAS
FEX 1= 0.00KG	ALFA 1= 0.00GRAUS
FEX 2= 0.00KG	ALFA 2= 0.00GRAUS
FEX 3= 0.00KG	ALFA 3= 0.00GRAUS
FEX 4= 0.00KG	ALFA 4= 0.00GRAUS
FEX 5= 0.00KG	ALFA 5= 0.00GRAUS

NUMERO DE ITERACOES UTILIZADO....MAXIT= 5 ITERACOES

NUMERO DE ITERACOES UTILIZADO....MAXIT= 4 ITERACOES

REALIMENTACAO DO SISTEMA

***** SOLUCAO DE PROBLEMA *****

TETA 1= .150000E+02GRAUS
 TETA 2= .420897E+01GRAUS
 TETA 3= .246315E+01GRAUS
 TETA 4= .108575E+01GRAUS
 TETA 5= .244471E+00GRAUS

F1 1= 1.535KG	F2 1= 2.512KG	D1 1= 20.598MM	D2 1= 16.563MM
F1 2= 1.148KG	F2 2= 0.855KG	D1 2= 20.362MM	D2 2= 19.428MM
F1 3= 1.087KG	F2 3= 0.915KG	D1 3= 20.234MM	D2 3= 19.694MM
F1 4= 1.038KG	F2 4= 0.962KG	D1 4= 20.112MM	D2 4= 19.874MM
F1 5= 1.009KG	F2 5= 0.991KG	D1 5= 20.026MM	D2 5= 19.973MM
L1 1= 25.354MM	L2 1= 15.124MM	SM 1= -0.000	SMEX 1= 0.000
L1 2= 21.484MM	L2 2= 18.550MM	SM 2= -0.000	SMEX 2= 0.000
L1 3= 20.865MM	L2 3= 19.147MM	SM 3= -0.000	SMEX 3= 0.000
L1 4= 20.380MM	L2 4= 19.622MM	SM 4= -0.000	SMEX 4= 0.000
L1 5= 20.085MM	L2 5= 19.915MM	SM 5= -0.000	SMEX 5= 0.000

TIPO 2 - CADA ELEMENTO A SEC ANTERIOR
 NUMERO DE ELEMENTOS MOVEIS DA ESTRUTURA (N)= 5
 DISTANCIA DO CRS AO ORIFICIO DO CABO DE CADA ELEMENTO (R)=20.00 MM
 DISTANCIA ENTRE CRS (ALAMB)=25.00 MM
 DISTANCIA DO CRS AO CC DE CADA ELEMENTO (C)=10.10 MM
 GEOMETRIA DO ELEMENTO AY= 5.00MM BY=25.00MM
 ANGULO LIMITADOR (ALTI)=15.00 GRAUS

CARACTERISTICAS INTERNAS DE CADA ELEMENTO
 PESO RIGIDEZ DE CADA MOLA DEFLEXAO INICIAL DE CADA MOLA
 (KG) (KG/MM) (MM)

W 1= 0.10	K1 1= 0.10	K2 1= 0.10	X1 1=10.00	X2 1=10.00
W 2= 0.10	K1 2= 0.10	K2 2= 0.10	X1 2=10.00	X2 2=10.00
W 3= 0.10	K1 3= 0.10	K2 3= 0.10	X1 3=10.00	X2 3=10.00
W 4= 0.10	K1 4= 0.10	K2 4= 0.10	X1 4=10.00	X2 4=10.00
W 5= 0.10	K1 5= 0.10	K2 5= 0.10	X1 5=10.00	X2 5=10.00

FORÇAS EXTERNAS APLICADAS ANGULOS DAS FORÇAS EXTERNAS

FEX 1= 0.20KG	ALFA 1= 0.00GRAUS
FEX 2= 0.00KG	ALFA 2= 0.00GRAUS
FEX 3= 0.00KG	ALFA 3= 0.00GRAUS
FEX 4= 0.00KG	ALFA 4= 0.00GRAUS
FEX 5= 0.00KG	ALFA 5= 0.00GRAUS

NUMERO DE ITERACOES UTILIZADO....MAXIT= 3 ITERACOES

REALIMENTACAO DO SISTEMA

***** SOLUCAO DO PROBLEMA *****

TETA 1=0. GRAUS
 TETA 2=0. GRAUS
 TETA 3=0. GRAUS
 TETA 4=0. GRAUS
 TETA 5=0. GRAUS

F1 1= 1.000KG	F2 1= 1.000KG	D1 1= 20.000MM	D2 1= 20.000MM
F1 2= 1.000KG	F2 2= 1.000KG	D1 2= 20.000MM	D2 2= 20.000MM
F1 3= 1.000KG	F2 3= 1.000KG	D1 3= 20.000MM	D2 3= 20.000MM
F1 4= 1.000KG	F2 4= 1.000KG	D1 4= 20.000MM	D2 4= 20.000MM
F1 5= 1.000KG	F2 5= 1.000KG	D1 5= 20.000MM	D2 5= 20.000MM
L1 1= 20.000MM	L2 1= 20.000MM	SM 1= 0.000	SMEX 1= 0.000
L1 2= 20.000MM	L2 2= 20.000MM	SM 2= 0.000	SMEX 2= 0.000
L1 3= 20.000MM	L2 3= 20.000MM	SM 3= 0.000	SMEX 3= 0.000
L1 4= 20.000MM	L2 4= 20.000MM	SM 4= 0.000	SMEX 4= 0.000
L1 5= 20.000MM	L2 5= 20.000MM	SM 5= 0.000	SMEX 5= 0.000

LISTAGEM 6/A (FIG.-22)

TIPO 2 - CADA ELEMENTO A SEU ANTERIOR
 NUMERO DE ELEMENTOS MOVEIS DA ESTRUTURA (N)= 5
 DISTANCIA DO CR AO ORIFICIO DO CABO DE CADA ELEMENTO (R)=20.00 MM
 DISTANCIA ENTRE CRS (ALAMB)=25.00 MM
 DISTANCIA DO CR AO CG DE CADA ELEMENTO (H)=10.10 MM
 GEOMETRIA DO ELEMENTO AY= 5.00MM BY=25.00MM
 ANGULO LIMITADOR (ANLI)=15.00 GRAUS

CARACTERISTICAS INTERNAS DE CADA ELEMENTO
 PESO RIGIDEZ DE CADA MOLLA DEFLEXAO INICIAL DE CADA MOLLA
 (KG) (KG/MM) (MM)
 W 1= 0.10 K1 1= 0.10 K2 1= 0.10 X1 1=10.00 X2 1=10.00
 W 2= 0.10 K1 2= 0.10 K2 2= 0.10 X1 2=10.00 X2 2=10.00
 W 3= 0.10 K1 3= 0.10 K2 3= 0.10 X1 3=10.00 X2 3=10.00
 W 4= 0.10 K1 4= 0.10 K2 4= 0.10 X1 4=10.00 X2 4=10.00
 W 5= 0.10 K1 5= 0.10 K2 5= 0.10 X1 5=10.00 X2 5=10.00

FORÇAS EXTERNAS APLICADAS ANGULOS DAS FORÇAS EXTERNAS
 FEX 1= 0.20KG ALFA 1=45.00GRAUS
 FEX 2= 0.00KG ALFA 2=45.00GRAUS
 FEX 3= 0.00KG ALFA 3=45.00GRAUS
 FEX 4= 0.00KG ALFA 4=45.00GRAUS
 FEX 5= 0.00KG ALFA 5=45.00GRAUS

NUMERO DE ITERACOES UTILIZADO....MAXIT= 4 ITERACOES

REALIMENTACAO DO SISTEMA

***** SOLUCAO DO PROBLEMA *****

TETA 1=-.312058E+01GRAUS
 TETA 2=-.898069E+00GRAUS
 TETA 3=-.529272E+00GRAUS
 TETA 4=-.234012E+00GRAUS
 TETA 5=-.527354E-01GRAUS

F1 1=	0.892KG	F2 1=	1.110KG	D1 1=	19.599MM	D2 1=	20.286MM
F1 2=	0.969KG	F2 2=	1.031KG	D1 2=	19.897MM	D2 2=	20.093MM
F1 3=	0.982KG	F2 3=	1.019KG	D1 3=	19.941MM	D2 3=	20.056MM
F1 4=	0.992KG	F2 4=	1.008KG	D1 4=	19.974MM	D2 4=	20.025MM
F1 5=	0.998KG	F2 5=	1.002KG	D1 5=	19.994MM	D2 5=	20.006MM
L1 1=	18.921MM	L2 1=	21.098MM	SM 1=	-2.978	SMEX 1=	-2.978
L1 2=	19.687MM	L2 2=	20.315MM	SM 2=	0.000	SMEX 2=	0.000
L1 3=	19.816MM	L2 3=	20.185MM	SM 3=	0.000	SMEX 3=	0.000
L1 4=	19.916MM	L2 4=	20.082MM	SM 4=	-0.000	SMEX 4=	0.000
L1 5=	19.982MM	L2 5=	20.018MM	SM 5=	0.000	SMEX 5=	0.000

TIPO 2 - CADA ELEMENTO A SEU ANTERIOR
 NUMERO DE ELEMENTOS MOVEIS DA ESTRUTURA (N)= 5
 DISTANCIA DO CR AO GRIFICIO DO CABO DE CADA ELEMENTO (R)=20.00 MM
 DISTANCIA ENTRE CRS (ALAMB)=25.00 MM
 DISTANCIA DO CR AO CG DE CADA ELEMENTO (H)=10.10 MM
 GEOMETRIA DO ELEMENTO AY= 5.00MM BY=25.00MM
 ANGULO LIMITADOR (ANLI)=15.00 GRAUS

CARACTERISTICAS INTERNAS DE CADA ELEMENTO
 PESO RIGIDEZ DE CADA MOLA DEFLEXAO INICIAL DE CADA MOLA
 (KG) (KG/MM) (MM)
 W 1= 0.10 K1 1= 0.10 K2 1= 0.10 X1 1=10.00 X2 1=10.00
 W 2= 0.10 K1 2= 0.10 K2 2= 0.10 X1 2=10.00 X2 2=10.00
 W 3= 0.10 K1 3= 0.10 K2 3= 0.10 X1 3=10.00 X2 3=10.00
 W 4= 0.10 K1 4= 0.10 K2 4= 0.10 X1 4=10.00 X2 4=10.00
 W 5= 0.10 K1 5= 0.10 K2 5= 0.10 X1 5=10.00 X2 5=10.00

FORCAS EXTERNAS APLICADAS ANGULOS DAS FORCAS EXTERNAS
 FEX 1= 0.20KG ALFA 1=90.00GRAUS
 FEX 2= 0.00KG ALFA 2=90.00GRAUS
 FEX 3= 0.00KG ALFA 3=90.00GRAUS
 FEX 4= 0.00KG ALFA 4=90.00GRAUS
 FEX 5= 0.00KG ALFA 5=90.00GRAUS

NUMERO DE ITERACOES UTILIZADO...MAXIT= 4 ITERACOES

REALIMENTACAO DO SISTEMA

***** SOLUCAO DO PROBLEMA *****

TETA 1=-.418816E+01GRAUS
 TETA 2=-.120523E+01GRAUS
 TETA 3=-.709498E+00GRAUS
 TETA 4=-.313682E+00GRAUS
 TETA 5=-.706824E-01GRAUS

F1 1=	0.856KG	F2 1=	1.148KG	D1 1=	19.431MM	D2 1=	20.361MM
F1 2=	0.958KG	F2 2=	1.042KG	D1 2=	19.860MM	D2 2=	20.123MM
F1 3=	0.975KG	F2 3=	1.025KG	D1 3=	19.920MM	D2 3=	20.074MM
F1 4=	0.989KG	F2 4=	1.011KG	D1 4=	19.965MM	D2 4=	20.034MM
F1 5=	0.998KG	F2 5=	1.002KG	D1 5=	19.992MM	D2 5=	20.008MM
L1 1=	18.557MM	L2 1=	21.476MM	SM 1=	-3.989	SMEX 1=	-3.989
L1 2=	19.581MM	L2 2=	20.422MM	SM 2=	-0.000	SMEX 2=	0.000
L1 3=	19.753MM	L2 3=	20.248MM	SM 3=	-0.000	SMEX 3=	0.000
L1 4=	19.891MM	L2 4=	20.110MM	SM 4=	-0.000	SMEX 4=	0.000
L1 5=	19.975MM	L2 5=	20.025MM	SM 5=	-0.000	SMEX 5=	0.000

LISTAGEM 8/A (FIG.-24)

TIPO 3 - ELEMENTOS INTERMEDIARIOS AO ULTIMO E ESTE AO ELEMENTO FIXO
 NUMERO DE ELEMENTOS MOVEIS DA ESTRUTURA (N)= 5
 DISTANCIA DO CR AO OFIFICIO DO CABO DE CADA ELEMENTO (R)=20.00 MM
 DISTANCIA ENTRE CRS (ALAMB)=25.00 MM
 DISTANCIA DO CR AO CG DE CADA ELEMENTO (H)=10.10 MM
 GEOMETRIA DO ELEMENTO AY= 5.00MM BY=25.00MM
 ANGULO LIMITADOR (ANLI)=15.00 GRAUS

CARACTERISTICAS INTERNAS DE CADA ELEMENTO

PESO (KG)	RIGIDEZ DE CADA MOLA (KG/MM)	DEFLEXAO INICIAL DE CADA MOLA (MM)
W 1= 0.10	K1 1= 0.10	X1 1=10.00
W 2= 0.10	K1 2= 0.10	X1 2=10.00
W 3= 0.10	K1 3= 0.10	X1 3=10.00
W 4= 0.10	K1 4= 0.10	X1 4=10.00
W 5= 0.10	K1 5= 5.00	X1 5= 2.00

FORCAS EXTERNAS APLICADAS	ANGULOS DAS FORCAS EXTERNAS
FEX 1= 0.00KG	ALFA 1= 0.00GRAUS
FEX 2= 0.00KG	ALFA 2= 0.00GRAUS
FEX 3= 0.00KG	ALFA 3= 0.00GRAUS
FEX 4= 0.00KG	ALFA 4= 0.00GRAUS
FEX 5= 0.00KG	ALFA 5= 0.00GRAUS

NUMERO DE ITERACOES UTILIZADO...MAXIT= 35 ITERACOES

REALIMENTACAO DO SISTEMA

***** SOLUCAO DO PROBLEMA *****

TETA 1=	-0.945710E+01GRAUS
TETA 2=	-0.153233E+01GRAUS
TETA 3=	-0.391013E+01GRAUS
TETA 4=	-0.471445E+01GRAUS
TETA 5=	-0.217844E+01GRAUS

F1 1=	1.327KG	F2 1=	2.681KG	D1 1=	18.332MM	D2 1=	20.583MM
F1 2=	1.381KG	F2 2=	0.628KG	D1 2=	19.819MM	D2 2=	20.154MM
F1 3=	1.243KG	F2 3=	0.762KG	D1 3=	20.342MM	D2 3=	19.476MM
F1 4=	1.076KG	F2 4=	0.924KG	D1 4=	20.394MM	D2 4=	19.342MM
F1 5=	10.452KG	F2 5=	10.866KG	D1 5=	20.211MM	D2 5=	19.733MM
L1 1=	98.273MM	L2 1=	91.813MM	SM 1=	-0.000	SMEX 1=	0.000
L1 2=	73.806MM	L2 2=	66.276MM	SM 2=	0.015	SMEX 2=	0.000
L1 3=	47.428MM	L2 3=	42.624MM	SM 3=	0.046	SMEX 3=	0.000
L1 4=	20.765MM	L2 4=	19.244MM	SM 4=	0.099	SMEX 4=	0.000
L1 5=	120.090MM	L2 5=	120.173MM	SM 5=	-3.185	SMEX 5=	0.000

LISTAGEM 9/A (FIG.-25)

TIPO 3 - ELEMENTOS INTERMEDIARIOS AO ULTIMO E ESTE AO ELEMENTO FIXO
 NUMERO DE ELEMENTOS MOVEIS DA ESTRUTURA (N)= 5
 DISTANCIA DO CR AO ORIFICIO DO CABO DE CADA ELEMENTO (R)=20.00 MM
 DISTANCIA ENTRE CFS (ALAMB)=25.00 MM
 DISTANCIA DO CR AO CG DE CADA ELEMENTO (H)=10.10 MM
 GEOMETRIA DO ELEMENTO AY= 5.00MM BY=25.00MM
 ANGULO LIMITADO (ANLI)=15.00 GRAUS

CARACTERISTICAS INTERNAS DE CADA ELEMENTO

PESC (KG)	RIGIDEZ DE CADA MCLA (KG/MM)		DEFLEXAO INICIAL DE CADA MCLA (MM)	
W 1= 0.10	K1 1= 0.10	K2 1= 0.10	X1 1=10.00	X2 1=10.00
W 2= 0.10	K1 2= 0.10	K2 2= 0.10	X1 2=10.00	X2 2=10.00
W 3= 0.10	K1 3= 0.10	K2 3= 0.10	X1 3=10.00	X2 3=10.00
W 4= 0.10	K1 4= 0.10	K2 4= 0.10	X1 4=10.00	X2 4=10.00
W 5= 0.10	K1 5= 5.00	K2 5= 5.00	X1 5= 2.00	X2 5= 2.00

FORÇAS EXTERNAS APLICADAS ANGULOS DAS FORÇAS EXTERNAS

FEX 1= 1.00KG	ALFA 1= 0.00GRAUS
FEX 2= 0.00KG	ALFA 2= 0.00GRAUS
FEX 3= 0.00KG	ALFA 3= 0.00GRAUS
FEX 4= 0.00KG	ALFA 4= 0.00GRAUS
FEX 5= 0.00KG	ALFA 5= 0.00GRAUS

NUMERO DE ITERACOES UTILIZADO...MAXIT= 35 ITERACOES

REALIMENTACAO DO SISTEMA

***** SOLUCAO DO PROBLEMA *****

TETA 1= .260511E-01GRAUS

TETA 2= .248708E-01GRAUS

TETA 3= .327215E-01GRAUS

TETA 4= .208406E-01GRAUS

TETA 5= -.105226E+00GRAUS

F1 1= 0.999KG	F2 1= 1.001KG	D1 1= 20.003MM	D2 1= 19.997MM
F1 2= 0.998KG	F2 2= 1.002KG	D1 2= 20.003MM	D2 2= 19.997MM
F1 3= 0.997KG	F2 3= 1.003KG	D1 3= 20.004MM	D2 3= 19.996MM
F1 4= 0.996KG	F2 4= 1.004KG	D1 4= 20.002MM	D2 4= 19.998MM
F1 5= 0.999KG	F2 5= 10.001KG	D1 5= 19.988MM	D2 5= 20.011MM
L1 1= 94.991MM	L2 1= 95.009MM	SM 1= 0.009	SMEX 1= 0.009
L1 2= 69.982MM	L2 2= 70.018MM	SM 2= 0.075	SMEX 2= 0.000
L1 3= 44.971MM	L2 3= 45.029MM	SM 3= 0.218	SMEX 3= 0.000
L1 4= 19.963MM	L2 4= 20.037MM	SM 4= 0.453	SMEX 4= 0.000
L1 5= 120.000MM	L2 5= 120.000MM	SM 5= -0.281	SMEX 5= 0.000

LISTAGEM 10/A (FIG.-26)

TIPO 3 - ELEMENTOS INTERMEDIARIOS AO ULTIMO E ESTE AO ELEMENTO FIXO
 NUMERO DE ELEMENTOS MOVEIS DA ESTRUTURA (N)= 5
 DISTANCIA DO CR AO ORIFICIO DO CABO DE CADA ELEMENTO (R)=20.00 MM
 DISTANCIA ENTRE CRS (ALAMB)=25.00 MM
 DISTANCIA DO CR AO CG DE CADA ELEMENTO (H)=10.10 MM
 GEOMETRIA DO ELEMENTO AY= 5.00MM BY=25.00MM
 ANGULO LIMITADOR (ANLI)=15.00 GRAUS

CARACTERISTICAS INTERNAS DE CADA ELEMENTO

PESO (KG)	RIGIDEZ DE CADA MOLA (KG/MM)		DEFLEXAO INICIAL DE CADA MOLA (MM)	
W 1= 0.10	K1 1= 0.10	K2 1= 0.10	X1 1=10.00	X2 1=10.00
W 2= 0.10	K1 2= 0.10	K2 2= 0.10	X1 2=10.00	X2 2=10.00
W 3= 0.10	K1 3= 0.10	K2 3= 0.10	X1 3=10.00	X2 3=10.00
W 4= 0.10	K1 4= 0.10	K2 4= 0.10	X1 4=10.00	X2 4=10.00
W 5= 0.10	K1 5= 5.00	K2 5= 5.00	X1 5= 2.00	X2 5= 2.00

FORÇAS EXTERNAS APLICADAS ANGULOS DAS FORÇAS EXTERNAS

FEX 1= 1.00KG	ALFA 1=45.00GRAUS
FEX 2= 0.00KG	ALFA 2=45.00GRAUS
FEX 3= 0.00KG	ALFA 3=45.00GRAUS
FEX 4= 0.00KG	ALFA 4=45.00GRAUS
FEX 5= 0.00KG	ALFA 5=45.00GRAUS

NUMERO DE ITERACOES UTILIZADO...MAXIT= 35 ITERACOES

REALIMENTACAO DO SISTEMA

***** SOLUCAO DO PROBLEMA *****

TETA 1=-.461693E+01GRAUS							
TETA 2= .335210E+01GRAUS							
TETA 3= .232430E+01GRAUS							
TETA 4= .417851E+00GRAUS							
TETA 5=-.145976E+01GRAUS							
F1 1=	1.163KG	F2 1=	0.840KG	D1 1=	19.359MM	D2 1=	20.368MM
F1 2=	1.045KG	F2 2=	0.956KG	D1 2=	20.303MM	D2 2=	19.564MM
F1 3=	0.964KG	F2 3=	1.037KG	D1 3=	20.223MM	D2 3=	19.713MM
F1 4=	0.949KG	F2 4=	1.051KG	D1 4=	20.045MM	D2 4=	19.953MM
F1 5=	10.233KG	F2 5=	10.154KG	D1 5=	19.828MM	D2 5=	20.147MM
L1 1=	98.634MM	L2 1=	93.402MM	SM 1=	-15.228	SMEX 1=	-15.235
L1 2=	70.455MM	L2 2=	69.560MM	SM 2=	-0.163	SMEX 2=	0.000
L1 3=	44.639MM	L2 3=	45.366MM	SM 3=	-0.501	SMEX 3=	0.000
L1 4=	19.493MM	L2 4=	20.511MM	SM 4=	-1.063	SMEX 4=	0.000
L1 5=	120.047MM	L2 5=	120.031MM	SM 5=	-1.674	SMEX 5=	0.000

LISTAGEM 11/A (FIG.-27)

TIPO 3 - ELEMENTOS INTERMEDIARIOS AO ULTIMO E ESTE AO ELEMENTO FIXO
 NUMERO DE ELEMENTOS MOVEIS DA ESTRUTURA (N)= 5
 DISTANCIA DO CR AO ORIFICIO DO CABO DE CADA ELEMENTO (R)=20.00 MM
 DISTANCIA ENTRE CRS (ALAMB)=25.00 MM
 DISTANCIA DO CR AO CG DE CADA ELEMENTO (H)=10.10 MM
 GEOMETRIA DO ELEMENTO AY= 5.00MM BY=25.00MM
 ANGULO LIMITADOR (ANLI)=15.00 GRAUS

CARACTERISTICAS INTERNAS DE CADA ELEMENTO

PESO (KG)	RIGIDEZ DE CADA MOLA (KG/MM)		DEFLEXAO INICIAL DE CADA MOLA (MM)	
W 1= 0.10	K1 1= 0.10	K2 1= 0.10	X1 1=10.00	X2 1=10.00
W 2= 0.10	K1 2= 0.10	K2 2= 0.10	X1 2=10.00	X2 2=10.00
W 3= 0.10	K1 3= 0.10	K2 3= 0.10	X1 3=10.00	X2 3=10.00
W 4= 0.10	K1 4= 0.10	K2 4= 0.10	X1 4=10.00	X2 4=10.00
W 5= 0.10	K1 5= 5.00	K2 5= 5.00	X1 5= 2.00	X2 5= 2.00

FORÇAS EXTERNAS APLICADAS ANGULOS DAS FORÇAS EXTERNAS

FEX 1= 1.00KG	ALFA 1=90.00GRAUS
FEX 2= 0.00KG	ALFA 2=90.00GRAUS
FEX 3= 0.00KG	ALFA 3=90.00GRAUS
FEX 4= 0.00KG	ALFA 4=90.00GRAUS
FEX 5= 0.00KG	ALFA 5=90.00GRAUS

NUMERO DE ITERACOES UTILIZADO...MAXIT= 35 ITERACOES

REALIMENTACAO DO SISTEMA

***** SOLUCAO DO PROBLEMA *****

TETA 1=-.587753E+01GRAUS

TETA 2= .430747E+01GRAUS

TETA 3= .307656E+01GRAUS

TETA 4= .625710E+00GRAUS

TETA 5=-.211548E+01GRAUS

F1 1= 1.209KG	F2 1= 0.798KG	D1 1= 19.131MM	D2 1= 20.457MM
F1 2= 1.057KG	F2 2= 0.946KG	D1 2= 20.366MM	D2 2= 19.411MM
F1 3= 0.948KG	F2 3= 1.052KG	D1 3= 20.283MM	D2 3= 19.605MM
F1 4= 0.927KG	F2 4= 1.074KG	D1 4= 20.066MM	D2 4= 19.929MM
F1 5= 10.372KG	F2 5= 10.278KG	D1 5= 19.742MM	D2 5= 20.205MM
L1 1= 97.086MM	L2 1= 92.977MM	SM 1= -19.894	SMEX 1= -19.895
L1 2= 70.567MM	L2 2= 69.460MM	SM 2= -0.057	SMEX 2= 0.000
L1 3= 44.485MM	L2 3= 45.524MM	SM 3= -0.174	SMEX 3= 0.000
L1 4= 19.266MM	L2 4= 20.742MM	SM 4= -0.371	SMEX 4= 0.000
L1 5= 120.074MM	L2 5= 120.056MM	SM 5= -2.906	SMEX 5= 0.000

LISTAGEM 12/A (FIG.-28)