

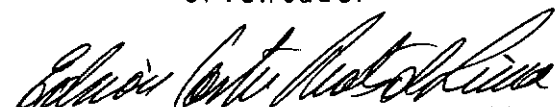
RESPOSTA DINÂMICA NÃO-LINEAR DA INTERAÇÃO  
SOLO-ESTRUTURA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

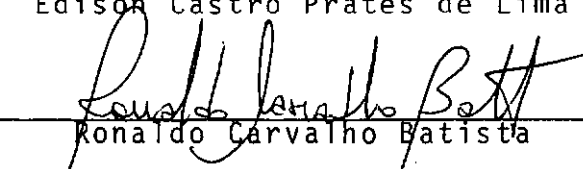
José Manoel Morales Sánchez

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.) EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

  
Nelson Francisco Favilla Ebecken  
Orientador

  
Edison Castro Prates de Lima

  
Ronaldo Carvalho Batista

  
Alvaro Maia da Costa

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
MARÇO DE 1986

MORALES S., JOSÉ M.

Resposta Dinâmica Não-Linear da Interação Solo-Estrutura no Domínio da Frequência (Rio de Janeiro) 1986.

vii, 179 p. 29 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc. Engenharia Civil, 1986).

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Desenvolvimento de um sistema computacional para análise dinâmica não-linear da interação solo-estrutura no domínio da frequência, utilizando-se o Método dos Elementos Finitos. I. COPPE/UFRJ. II. Título (Série).

A meus pais  
A minha esposa

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Nelson Francisco Favilla Ebecken pela orientação, apoio e estímulo decisivos em todas as fases deste trabalho.

Ao Professor Danilo Sili Borges pelo apoio e permissão de utilização do Centro de Processamento de Dados da UnB.

Ao Professor Eldon Londe Melo e aos analistas e programadores do CPD na UnB pela colaboração dispensada.

Aos amigos de mestrado de Brasília em especial a Paulo Batista Gonçalves pelo apoio em todas as fases deste trabalho.

A Eneida de Almeida Mendonça e a Ivalto Cardoso da Silva pela esmerada confecção gráfica deste trabalho.

Resumo da Tese Apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

RESPOSTA DINÂMICA NÃO-LINEAR DA INTERAÇÃO  
SOLO-ESTRUTURA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

José Manoel Morales Sánchez

março de 1986

Orientador: Nelson Francisco Favilla Ebecken  
Programa : Engenharia Civil

A finalidade deste trabalho é apresentar o sistema DINAF/NL que permite a análise dinâmica não-linear da interação solo-estrutura de modelos bi-dimensionais submetidos a solicitações externas, utilizando-se o método dos elementos finitos.

A solução da equação dinâmica do movimento é feita no domínio da frequência, através da solução direta do sistema de equações lineares a valores complexos. O amortecimento é considerado através do módulo de cisalhamento complexo. Desta maneira, para uma excitação harmônica, obtém-se a resposta permanente do sistema.

O comportamento não-linear do solo é obtido através de uma análise iterativa linear (Método Linear Equivalente), sendo os valores do módulo de cisalhamento e do amortecimento ajustados a cada ciclo através de curvas experimentais compatíveis com a deformação do solo.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

NON-LINEAR DYNAMIC RESPONSE OF THE SOIL-STRUCTURE  
INTERACTION IN THE FREQUENCY DOMAIN

José Manoel Morales Sánchez

March, 1986

Chairman : Nelson Francisco Favilla Ebecken  
Department: Civil Engineering

The purpose of this work is to present the system DI NAF/NL which allows the nonlinear soil-structure interaction dynamic analysis of bi-dimensional models with applied external loadings using the finite element method.

The solution of the dynamic equilibrium equations is done in the frequency domain, through the direct solution of a complex values linear equations. The material damping is considered through the complex shear moduli. In this way, the system steady-state response for an harmonic excitations is obtained.

The nonlinear soil behavior is considered by performing a iterative linear analysis (Equivalent Linear Method) with values of shear moduli and damping adjusted in each cycle through experimental strain-compatible soil curves.

## ÍNDICE

I	- INTRODUÇÃO .....	1
II	- RESPOSTA DINÂMICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA - CÁLCULO DA RESPOSTA PERMANENTE .....	4
	2.1 - INTRODUÇÃO .....	4
	2.2 - EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DO MOVIMENTO .....	5
	2.3 - SOLUÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA .....	7
	2.4 - CONSIDERAÇÕES SOBRE O AMORTECIMENTO .....	11
III	- ANÁLISE NÃO-LINEAR DA INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA .....	16
	3.1 - INTRODUÇÃO .....	16
	3.2 - COMPORTAMENTO NÃO-LINEAR DO SOLO .....	17
	3.3 - CURVAS NÃO-LINEARES DAS CARACTERÍSTICAS DO SOLO .....	24
IV	- DESCRIÇÃO DO SISTEMA COMPUTACIONAL .....	35
	4.1 - INTRODUÇÃO .....	35
	4.2 - O SISTEMA DINAF/NL .....	36
	4.3 - DETALHES DE PROGRAMAÇÃO .....	43
V	- ELEMENTOS IMPLEMENTADOS .....	52
	5.1 - INTRODUÇÃO .....	52
	5.2 - ELEMENTOS ESCALARES .....	53
	5.3 - ELEMENTO DE PÓRTICO PLANO .....	54
	5.4 - ELEMENTO SUPERPARAMÉTRICO DE PÓRTICO PLANO ...	57
	5.5 - ELEMENTO ISOPARAMÉTRICO .....	69
	5.6 - ELEMENTO INFINITO .....	72
VI	- ANÁLISE DE RESULTADOS .....	79
	6.1 - INTRODUÇÃO .....	79
	6.2 - EXEMPLO 1 .....	80
	6.3 - EXEMPLO 2 .....	86
	6.4 - EXEMPLO 3 .....	92
VII	- CONCLUSÕES .....	98
VIII	- BIBLIOGRAFIA .....	101
IX	- APÊNDICE - MANUAL DO USUÁRIO - SISTEMA DINAF/NL ....	104

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

A análise dinâmica de sistemas estruturais, tais como torres de prospecção de petróleo, fundações de máquinas rotativas e usinas nucleares, requerem para uma adequada modelação estrutural a consideração do efeito da interação solo-estrutura. O sistema DINAF/NL, cuja formulação é apresentada neste trabalho, constitui-se em um modelo de elementos finitos para análise bidimensional de sistemas contínuos da interação solo-estrutura, submetidos a solicitações externas.

A solução da equação dinâmica do movimento deste modelo é feita no domínio da frequência, através da solução direta do sistema de equações lineares a valores complexos. Nesta formulação o amortecimento é considerado através do módulo de cisalhamento complexo. Desta maneira, para uma excitação harmônica, obtêm-se a resposta permanente do sistema.

O comportamento não-linear do solo é obtido através de um procedimento iterativo linear equivalente (método linear equivalente) com valores de módulo de cisalhamento e amortecimento ajustados a cada ciclo em função do nível de deformação cisalhante resultante do ciclo anterior, até que o módulo de cisalhamento e o coeficiente de amortecimento em duas iterações consecutivas difiram de uma tolerância especificada. Nesta análise, portanto, o módulo de cisalhamento e o coeficiente de amor



tecimento devem ser compatíveis com o nível de deformações cisalhante alcançado. Para tanto utilizam-se curvas de solos (areia, argila, etc) compatíveis com a deformação, curvas essas obtidas de dados experimentais. A deformação efetiva, ou característica, utilizada é a deformação média do histórico de resposta da deformação cisalhante máxima, sendo utilizado no caso de resposta permanente  $1/\sqrt{2}$  da máxima deformação cisalhante.

O sistema DINAF/NL foi programado em FORTRAN IV. Procurou-se utilizar os comandos padrão desta linguagem, de modo a tornar o sistema independente de máquina. O sistema possui uma estrutura modular permitindo facilmente sua expansão com a inclusão de novos comandos, elementos ou procedimentos numéricos. A entrada de dados é feita por comandos de instrução seguidos por tabelas de dados. A entrada de dados é dividida em duas partes: módulo de entrada de dados da malha e pré-processador; e módulo de solução e pós-processador. Os dados internos são armazenados em vetores de trabalho, sendo as matrizes da equação do movimento armazenadas por perfil. A aritmética complexa da resolução do sistema de equações é simulada por programação em aritmética real.

O sistema possui uma biblioteca de elementos com cinco elementos finitos que permitem a discretização dos diversos tipos de elementos que compõe a modelação de problemas da interação solo-estrutura. Os elementos implantados são os seguintes:

- . Elementos de pórtico plano
- . Elemento superparamétrico de pórtico plano
- . Elemento isoparamétrico
- . Elemento infinito
- . Elemento escalar de massa e mola

Os elementos isoparamétrico e infinito permitem a solução de problemas de estado plano de tensão, estado plano de deformação e axissimétricos.

Nos capítulos seguintes apresenta-se a formulação e os procedimentos desenvolvidos na implantação do sistema DINAF/NL. No capítulo VI apresentam-se alguns exemplos de aplicação e no apêndice o manual de entrada de dados com um exemplo de entrada de dados e os relatórios emitidos pelo programa.

## CAPÍTULO II

### RESPOSTA DINÂMICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA - CÁLCULO DA RESPOSTA PERMANENTE

#### 2.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentadas as equações diferenciais do equilíbrio dinâmico da interação solo-estrutura e o método dos elementos finitos como procedimento numérico para discretização do meio contínuo.

Apresenta-se, também, o método de solução das equações diferenciais do movimento que será feito no domínio da frequência, com solução direta do sistema linear de equações obtido.

Finalmente, serão apresentadas algumas considerações sobre o amortecimento e a maneira pela qual será levado em conta nas equações diferenciais do movimento.

## 2.2. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DO MOVIMENTO

As equações diferenciais do movimento são geralmente estabelecidas utilizando-se o princípio dos trabalhos virtuais [5] em conjugação com o princípio de D'ALEMBERT [4] ou através do princípio de HAMILTON [4,5].

A aplicação do método dos elementos finitos supõe inicialmente a discretização do meio contínuo em subregiões denominadas elementos. O contorno de cada subregião é definido por um número finito de pontos nodais. As variáveis que atuam no interior do elemento e que definem o comportamento do meio contínuo, são aproximadas por funções de interpolação definidas em termos de parâmetros situados nos pontos nodais [6].

Desta forma, a aplicação dos princípios mencionados acima é feita no interior dos elementos. As equações diferenciais do movimento do meio contínuo são obtidas pelo acoplamento das equações dos elementos através dos pontos nodais que definem os contornos dos elementos. Assim, chega-se ao seguinte sistema matricial de equações [1-4,6].

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{C} \dot{\underline{U}} + \underline{K} \underline{U} = \underline{P} \quad (2.1)$$

onde

$\underline{M}$  - matriz de massa do meio contínuo

$\underline{C}$  - matriz de amortecimento do meio contínuo

$\underline{K}$  - matriz de rigidez do meio contínuo

$\underline{P}$  - vetor de forças de superfícies e de campo que atuam

no meio contínuo

$\underline{U}$  - vetor de deslocamentos nodais da malha de elementos em que foi dividido o meio contínuo

As matrizes globais acima, são obtidas a partir das matrizes definidas em cada elemento. A obtenção das matrizes dos elementos é feita através dos princípios mencionados acima e de uma matriz  $\underline{N}$  que interpola os deslocamentos do elemento em função dos deslocamentos nodais e de uma matriz  $\underline{B}$  obtida derivando-se convenientemente  $\underline{N}$ , e que relaciona as deformações do elemento com as deformações nodais. Portanto, as matrizes globais são definidas em função das matrizes dos elementos da seguinte forma [1-4,6].

$$\underline{M} = \sum_{NE} \int_V \rho \underline{N}^t \underline{N} dV \quad (a)$$

$$\underline{C} = \sum_{NE} \int_V \mu \underline{N}^t \underline{N} dV \quad (b) \quad (2.2)$$

$$\underline{K} = \sum_{NE} \int_V \underline{B}^t \underline{D} \underline{B} dV \quad (c)$$

onde:

$\rho$  - massa específica do elemento

$\mu$  - amortecimento específico do elemento

$\underline{D}$  - matriz de relações constitutivas do elemento

Do exposto, conclui-se que a primeira etapa na aplicação do método dos elementos finitos na análise dinâmica de uma estrutura, consiste na divisão do meio contínuo em uma malha apropriada de elementos, definindo-se os pontos nodais que represen

tam os graus de liberdade da mesma [ 6 ]. Num segundo passo, deve-se determinar as matrizes características dos elementos e da estrutura (equações 2.2). A seguir formam-se as equações totais do sistema (equação 2.1) e introduz-se as condições de contorno do problema. Finalmente, procede-se à solução do sistema de equações e a determinação de resultados secundários, tais como tensões e esforços [ 7 ].

O método dos elementos finitos permite a solução numérica discreta de sistemas contínuos. Esta solução será tanto melhor, quanto maior for o refinamento da malha que se utilizar. Contudo, a garantia da convergência para a solução analítica do problema requer que as funções de interpolação dos elementos satisfaçam determinados critérios de continuidade e completidade [ 1-4,6,7 ].

### 2.3. SOLUÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

A solução do sistema de equações diferenciais do movimento pode ser obtida por três métodos básicos:

1. Integração das equações do movimento, resolvendo simultaneamente o sistema diferencial de equações, através de um procedimento numérico de integração passo a passo, no domínio do tempo.
2. Solução direta simultânea do sistema de equações no domínio da frequência.
3. Análise modal.

Dos três procedimentos apresentados, o método de integração passo a passo no domínio do tempo, é o único método rigoroso na consideração do comportamento não-linear. Para se obter uma convergência e precisão adequadas, a integração passo a passo ao longo do tempo requer a utilização de um intervalo de tempo relativamente pequeno. Desta forma, o esforço computacional para solução de um sistema com um número grande de graus de liberdade e para transientes de longa duração, pode ser considerável.

O terceiro método representado pode ser utilizado tanto na solução no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Este método, através de uma transformação de coordenadas, permite o desacoplamento do sistema de equações diferenciais do movimento, reduzindo o problema à solução de um sistema de equações independentes de um grau de liberdade. Embora este método seja um dos mais utilizados em análise dinâmica estrutural, o seu emprego em análise da interação solo-estrutura tem sido restrito, uma vez que a interpretação dos modos de vibração de uma massa de solo não é fácil e nem significativa.

O método de solução no domínio da frequência é usualmente empregado em análises de solicitações de natureza periódica, uma vez que se obtém a resposta permanente do problema diretamente da solução de um sistema linear de equações. Estas restrições de linearidade de propriedades e periodicidades de carregamento podem ser contornadas pelos procedimentos apresentados a seguir, para o caso de periodicidade, e no Capítulo III, para o caso de linearidade de propriedades.

Neste trabalho será utilizado para solução do sistema di

ferencial de equações do movimento o método de solução direto no domínio da frequência, cuja formulação apresenta-se a seguir.

O método de solução no domínio da frequência baseia-se na propriedade dos sistemas lineares de ao serem solicitados por uma ação periódica de frequência  $\omega$ , produzirem um movimento harmônico de mesma frequência [4,6,10].

A linearidade do método permite a superposição dos efeitos. Desta forma, pode-se admitir que o vetor de forças de excitação pode ser obtido pela soma finita de seus harmônicos, ou seja, uma série truncada de Fourier. Assim, pode-se admitir que a fonte de excitação é representada pela parte real da seguinte série:

$$\tilde{p}^r = \sum_{s=0}^n \tilde{p}_s e^{i\omega_s t} \quad (2.3)$$

onde:

$\tilde{p}_s$  - vetor complexo

$\omega_s$  - frequência do termo "s"

Nestas condições a resposta permanente do sistema será dada pela parte real da seguinte série:

$$\tilde{u}^r = \sum_{s=0}^n \tilde{u}_s e^{i\omega_s t} \quad (a)$$

$$\dot{\tilde{u}}^r = \sum_{s=0}^n i \omega_s \tilde{u}_s e^{i\omega_s t} \quad (b) \quad (2.4)$$

$$\ddot{\tilde{u}}^r = \sum_{s=0}^n -\omega_s^2 \tilde{u}_s e^{i\omega_s t} \quad (c)$$



onde:

$\underline{U}_s$  - vetor de amplitudes complexas.

Substituindo-se estas equações em (2.1) obtêm-se o seguinte sistema linear de equações a valores complexos:

$$[\underline{K} - \omega_s^2 \underline{M} + i \omega_s \underline{C}] \underline{U}_s = \underline{P}_s \quad s = 0, n \quad (2.5)$$

Resolvendo-se o sistema (2.5), obtêm-se o vetor  $\underline{U}_s$ , para  $s = 0, n$ , das amplitudes da resposta, para cada frequência  $\omega_s$ . A resposta do sistema será a parte real da equação (2.4a), que pode ser posta na forma:

$$\underline{u} = \sum_{s=0}^n |\underline{U}_s| \cos (\omega_s t + \phi_s) \quad (2.6)$$

onde:

$|\underline{U}_s|$  - amplitude da resposta do termo "s"

$\phi_s$  - ângulo de fase do termo "s"

Da mesma maneira obtêm-se as velocidades e acelerações da resposta do sistema utilizando-se as equações (2.4b e c). A equação (2.3), do vetor das forças de excitação, pode ser colocada na mesma forma da equação (2.6), assim:

$$\underline{P} = \sum_{s=0}^n |\underline{P}_s| \cos (\omega_s t + \theta_s) \quad (2.7)$$

onde:

$|\underline{P}_s|$  - amplitude da excitação do termo "s"

$\theta_s$  - ângulo de fase do termo "s"

A equação (2.7) permite que se considere atuando no sistema uma fonte de excitação periódica de forma arbitrária, bastando para isso, que esta fonte seja decomposta em harmônicos de uma série de Fourier truncada.

No caso de sistemas que possuam grande capacidade de amortecimento, como é o caso do solo, pode-se estender o procedimento acima para a solução de sistemas com solicitações transientes [4,9,10]. Isto é feito, incluindo-se uma zona quieta, onde a fonte de excitação toma valor nulo, dentro do período de duração da referida fonte.

## 2.4. CONSIDERAÇÕES SOBRE O AMORTECIMENTO

Os três tipos mais comuns de amortecimento são definidos como viscoso, Coulomb e o histerético [11]. O amortecimento viscoso é usualmente associado ao comportamento do movimento de corpos através de fluidos a uma baixa velocidade. O amortecimento viscoso depende da velocidade do movimento, e é função da frequência em que se dá o movimento. Em condições normais as estruturas exibem uma quantidade insignificante de viscosidade. As perdas de energia (amortecimento) de um sistema são devidas, principalmente, à fricção e ao comportamento não-linear do material.

O amortecimento de Coulomb ou amortecimento de fricção está associado com o deslizamento de corpos sobre uma superfície.

O amortecimento histerético, também chamado de amortecimento interno ou estrutural, está associado com a fricção interna do material. Este amortecimento é independente da frequência e é aproximadamente proporcional à amplitude do movimento ou da deformação. Um material com este tipo de amortecimento tem um comportamento não-linear e sob a ação de uma excitação cíclica apresenta uma curva força-deslocamento na forma da Figura 2.1, denominada ciclo de histerese. A área dentro da curva representa a energia dissipada em cada ciclo.

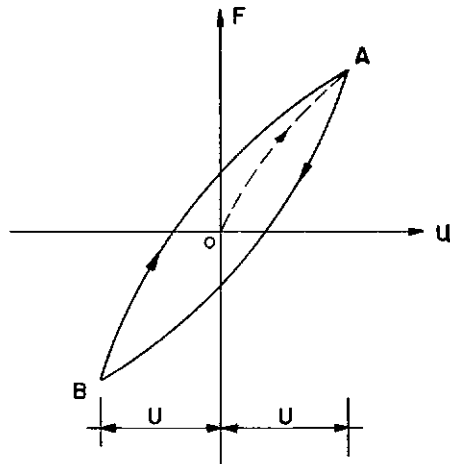


FIGURA 2.1

O tratamento analítico rigoroso do amortecimento histerético requer a solução de um sistema não-linear de equações do movimento. Por outro lado, o amortecimento viscoso conduz a solução de um sistema linear de equações diferenciais (equação 2.5).

Devido a esta simplicidade, procura-se representar as perdas de energia em cada ciclo de histerese por um amortecimento viscoso equivalente, de modo que a energia dissipada nos dois tipos de amortecimento sejam iguais [ 4 ].

O amortecimento interno de materiais pode ser determinado medindo-se o ângulo em que a deformação está defasada da tensão em uma amostra submetida a uma excitação senoidal. Se o material é admitido como sendo um material visco-elástico, o módulo de cisalhamento complexo  $G^*$  é composto de uma parte real e outra complexa, ambas função da frequência [12,13], assim

$$G^*(\omega) = G_1(\omega) + i G_2(\omega) \quad (2.8)$$

onde:

$G_1(\omega)$  - componente elástica

$G_2(\omega)$  - componente viscosa

O ângulo de fase da equação (2.8) vale:

$$\operatorname{tg} \delta_L = \frac{G_2}{G_1} \quad (2.9)$$

Para os tipos de ensaios mencionados acima, nos quais a excitação harmônica é interrompida e a amostra entra num processo de vibração livre amortecida, HARDIN [14] apresentou a seguinte relação entre o decremento logarítmico e o ângulo de fase:

$$\delta = \pi \operatorname{tg} \delta_L \quad (2.10)$$

O decremento logarítmico, no caso de vibração livre amortecida, se relaciona com o coeficiente de amortecimento pela equação:

$$\delta = \frac{2 \pi \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (2.11)$$

onde:

$\beta$  - coeficiente de amortecimento

O módulo de cisalhamento complexo pode ser colocado na forma:

$$G^* = G(\cos \delta_L + i \operatorname{sen} \delta_L) \quad (2.12)$$

onde:

$G$  - módulo de cisalhamento elástico linear do material

Igualando-se as equações (2.11) e (2.10), obtêm-se a  $\operatorname{tg} \delta_L$  em função do coeficiente de amortecimento. Desta forma, fazendo-se as operações necessárias obtêm-se:

$$G^* = G(1 - 2 \beta^2 + 2 i \beta \sqrt{1 - \beta^2}) \quad (2.13)$$

$$G^* \cong G e^{2i\beta}$$

A inclusão das fórmulas (2.13) no processo de análise dinâmica por elementos finitos é bastante conveniente, uma vez que permite que se atribua um coeficiente de amortecimento para cada elemento. Este procedimento permite que se leve em conta o amortecimento, sem que seja necessária a formação da matriz

da equação (2.2b), que geralmente é de difícil definição. A utilização da equação (2.13) leva à formação de uma matriz de rigidez a valores complexos  $\underline{K}^*$ , dita matriz de rigidez complexa. Deste modo, a equação (2.5) se transforma em:

$$[\underline{K}^* - \omega^2 \underline{M}] \underline{U}_s = \underline{P}_s \quad s = 0, n \quad (2.14)$$

A utilização do módulo de cisalhamento complexo na análise dinâmica no domínio da frequência, tem sido bastante difundida, notadamente na análise da interação solo-estrutura [8]. Este procedimento será adotado neste trabalho.

Utilizando-se diretamente o conceito de amortecimento viscoso equivalente ao amortecimento histerético [4], obtêm-se a seguinte expressão para o módulo de cisalhamento complexo [15],

$$G^* = G(1 + 2 \beta i) \quad (2.15)$$

Ambas as formulações podem ser utilizadas indistintamente, dentro do âmbito dos valores dos coeficientes de amortecimentos existentes nos problemas da interação solo-estrutura.

## CAPÍTULO III

### ANÁLISE NÃO-LINEAR DA INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

#### 3.1. INTRODUÇÃO

Uma amostra de solo submetida a um carregamento cíclico apresenta uma curva tensão-deformação não-linear, na forma da Figura (2.1). Desta forma, a consideração do solo dentro de um processo de análise dinâmica da interação solo-estrutura, pressupõe o reconhecimento deste comportamento não-linear.

A influência da não-linearidade do solo na resposta dinâmica do sistema, depende do tipo de solo, no qual a estrutura está assentada, e da intensidade da excitação que a estrutura está submetida [16].

Como visto anteriormente, a solução no domínio da frequência somente pode ser obtida de sistemas com propriedades lineares. Neste capítulo será introduzido o método linear equivalente e um procedimento iterativo que permite a obtenção da resposta dinâmica não-linear da interação solo-estrutura no domínio da frequência.

Neste capítulo são apresentadas, ainda, curvas experimentais que permitem a obtenção do módulo de cisalhamento e do coeficiente de amortecimento do solo compatíveis com o nível de deformação existente no solo. Estas curvas viabilizam a utilização do processo iterativo mencionado acima.

O módulo de cisalhamento a ser utilizado na análise dinâmica do solo deve representar o comportamento dinâmico do solo. Neste capítulo apresentam-se, por fim, parâmetros para a determinação do módulo de cisalhamento dinâmico, a partir de dados básicos obtidos de ensaios convencionais do solo.

### 3.2. COMPORTAMENTO NÃO-LINEAR DO SOLO

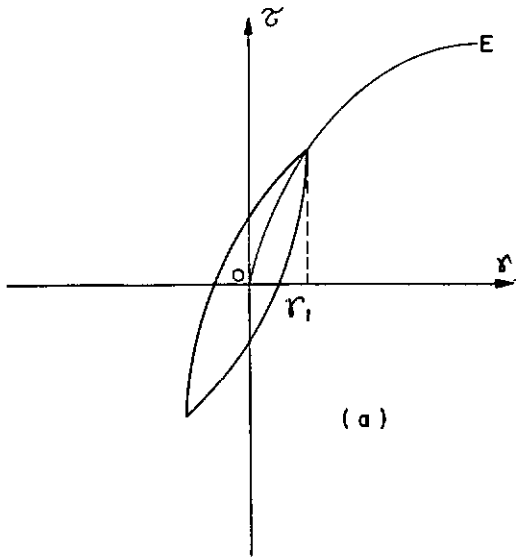
O comportamento não-linear do solo, pode ser simulado em uma análise por elementos finitos, basicamente por dois modelos:

- . modelo baseado em teorias de plasticidade ou elasto-plasticidade;
- . modelo baseado em resultados experimentais.

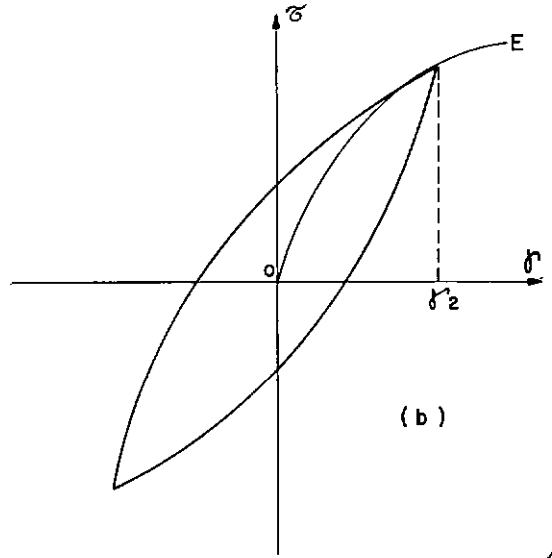
Na análise dinâmica da interação solo-estrutura são utilizados, usualmente, modelos baseados em resultados experimentais [17,18]. Neste trabalho será utilizado o modelo baseado em resultados experimentais apresentados por SEED e IDRIS [16].

Seja uma amostra de solo que possui uma curva tensão-deformação, não-linear, representada pela curva OE na figura (3.1). No caso desta amostra ser submetida a uma excitação cíclica que

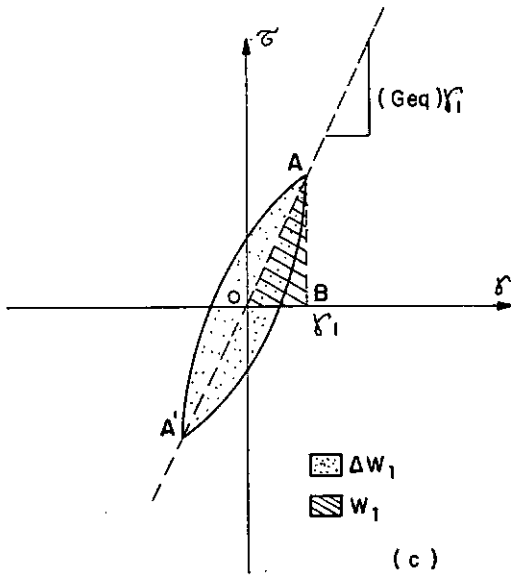




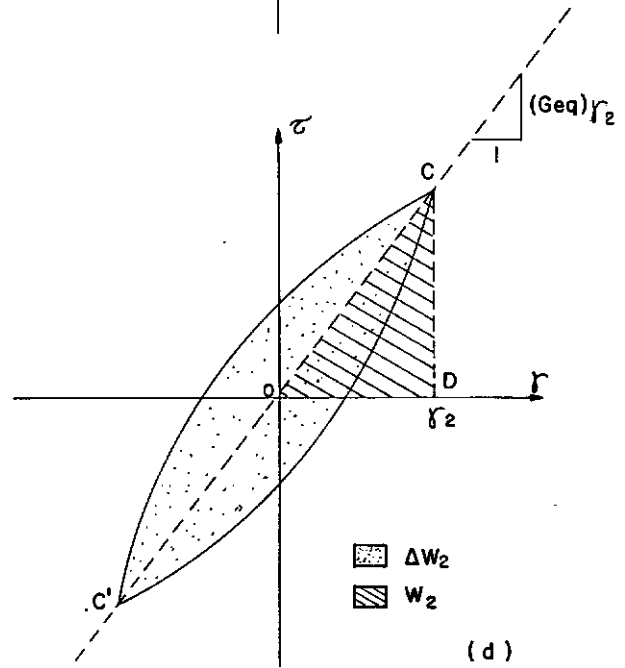
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURA 3.1

provoca uma deformação cisalhante média de intensidade  $\gamma_1$ , ocorrerá o aparecimento do ciclo de histerese na forma da Figura (3.1a). Para o caso de uma excitação cíclica de maior intensidade, cuja deformação média seja  $\gamma_2$ , ocorrerá o aparecimento do ciclo de histerese na forma da Figura (3.1b).

Na simulação do comportamento não-linear do solo será utilizado o módulo de cisalhamento linear equivalente dado pela reta secante OA para a deformação  $\gamma_1$ , na Figura (3.1c), e pela reta secante OC para a deformação  $\gamma_2$ , na Figura (3.1d). Verifica-se, observando-se a Figura (3.1), que quanto menor a intensidade da deformação, maior será o módulo de cisalhamento linear equivalente, e inversamente, quanto maior a intensidade da deformação, menor será o módulo de cisalhamento.

A consideração do amortecimento histerético, na simulação do comportamento não-linear do solo, será feita utilizando-se o conceito de amortecimento viscoso equivalente apresentado no item 2.4. Assim, para a deformação  $\gamma_1$ , o coeficiente de amortecimento viscoso equivalente é dado por [16]:

$$(\beta_{eq})_{\gamma_1} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Delta W_1}{W_1} = \frac{\text{Área do ciclo de histerese AA'}}{4\pi \cdot \text{Área OAB}} \quad (3.1)$$

Analogamente, para o nível de deformação  $\gamma_2$ , o coeficiente de amortecimento viscoso equivalente é dado por:

$$(\beta_{eq})_{\gamma_2} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\Delta W_2}{W_2} = \frac{\text{Área do ciclo de histerese CC'}}{4\pi \cdot \text{Área OCD}} \quad (3.2)$$

Analisando-se os ciclos de histerese para as deformações  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ , observa-se que quanto maior o nível de deformação alcançado, maior será a área do ciclo de histerese, e portanto,

maior será a energia dissipada, ou seja, maior será o coeficiente de amortecimento viscoso equivalente.

Desta forma, o comportamento do solo depende da intensidade da excitação a que está submetido, sendo portanto, o seu módulo de cisalhamento equivalente e o seu coeficiente de amortecimento viscoso equivalente, dependentes do nível de deformação induzido no solo.

A utilização do módulo de cisalhamento equivalente e do coeficiente de amortecimento equivalente, permite a substituição de um sistema com comportamento não-linear por outro que possui comportamento linear e cujas propriedades são dependentes da deformação do solo. Este procedimento se constitui no "Método Linear Equivalente".

Na utilização deste tipo de procedimento é necessário assegurar-se que as propriedades do solo utilizadas sejam compatíveis com as deformações induzidas no solo pela excitação. Com este propósito devem ser realizadas diversas iterações. Em cada iteração a análise é linear mas as propriedades do solo são ajustadas de iteração para iteração até que as deformações calculadas sejam compatíveis com as propriedades utilizadas na análise.

A obtenção da solução não-linear através do procedimento iterativo acima, depende da existência de curvas que correlacionem o módulo de cisalhamento e o coeficiente de amortecimento com o nível de deformação cisalhante do solo, e que permitam o ajustamento destas propriedades a cada iteração. Estas curvas podem ser obtidas experimentalmente em laboratório por diversos métodos e para diferentes níveis de deformação do solo. No item 3.3 são apresentadas curvas para os principais tipos de solo, e

que viabilizam a utilização deste procedimento iterativo.

A utilização do procedimento descrito acima no método dos elementos finitos, permite que diferentes propriedades do solo sejam atribuídos a cada elemento, não existindo, portanto, dificuldade na consideração da variação das características do solo com a profundidade. Por outro lado, o procedimento iterativo permite a consideração do comportamento não-linear das propriedades do solo.

O procedimento iterativo mencionado acima, pode ser formalizado para uma abordagem computacional, nos seguintes passos [ 8 ]:

- 1 - Estimativa inicial dos valores do módulo de cisalhamento e do coeficiente de amortecimento para cada elemento do modelo discretizado de elementos finitos.
- 2 - Obtenção da solução do sistema linear de equações para cada frequência de excitação aplicada.
- 3 - Cálculo da deformação cisalhante efetiva ( $\gamma_{ef}$ ) a partir da resposta de deformações cisalhantes de cada elemento.
- 4 - Verificação através das curvas de propriedades dos materiais se o nível de deformação alcançado é compatível com os valores do módulo de cisalhamento e coeficiente de amortecimento usados na obtenção da resposta do sistema.
- 5 - Se as propriedades do solo não são compatíveis, as curvas fornecem novos valores do módulo de cisalha-

mento e do coeficiente de amortecimento para a próxima iteração (Passo 2).

O procedimento acima deve ser repetido até que a convergência ocorra. Geralmente são necessárias de 3 a 5 iterações, dentro de uma precisão de 1% a 5%, para se obter a convergência. A resposta da última iteração é tomada como sendo a resposta não-linear do sistema.

A deformação cisalhante a ser utilizada na determinação das propriedades do solo, deve ser representativa de todo o histórico de resposta da deformação cisalhante. A deformação cisalhante efetiva (ou característica) adotada é a raiz da média quadrática do histórico de resposta da deformação cisalhante máxima.

A raiz da média quadrática, que define a deformação cisalhante efetiva, é a raiz quadrada do valor quadrático médio. O valor quadrático médio da deformação cisalhante máxima é definido por:

$$(\gamma_{ef})^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (\gamma_{max})^2 dt \quad (3.3)$$

onde

$\gamma_{ef}$  - deformação cisalhante efetiva

$\gamma_{max}$  - deformação cisalhante máxima

T - período de  $\gamma_{max}$

A deformação cisalhante máxima é calculada por:

$$(\gamma_{\max})^2 = (\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy})^2 + (\gamma_{xy})^2 \quad (3.4)$$

Substituindo-se em (3.3), tem-se:

$$(\gamma_{EF})^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy})^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T (\gamma_{xy})^2 dt \quad (3.5)$$

Por se tratar de um movimento periódico, as deformações da equação (3.4) são da forma:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &\stackrel{r}{=} \sum_{s=0}^n A_s e^{i\omega_s t} \\ \epsilon_{yy} &\stackrel{r}{=} \sum_{s=0}^n B_s e^{i\omega_s t} \\ \gamma_{xy} &\stackrel{r}{=} \sum_{s=0}^n C_s e^{i\omega_s t} \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde:

$A_s$ ,  $B_s$  e  $C_s$  - amplitudes complexas

Os termos da direita da equação (3.5) podem ser calculados no domínio da frequência utilizando-se a identidade de Parseval para valores complexos:

$$\frac{1}{T} \int_0^T [f(t)]^2 dt = \frac{1}{2} \sum_{s=0}^n |F_s|^2 \quad (3.7)$$

onde  $F_s$  são as amplitudes complexas da série de Fourier

$$f(t) \stackrel{r}{=} \sum_{s=0}^n F_s e^{i\omega_s t} \quad (3.8)$$

Aplicando-se a equação (3.7) em (3.5) e levando-se em conta (3.6), tem-se

$$(\gamma_{ef})^2 = \frac{1}{2} \sum_{s=0}^n (|A_s - B_s|)^2 + \frac{1}{2} \sum_{s=0}^n (|C_s|)^2 \quad (3.9)$$

Desta forma a deformação cisalhante efetiva vale:

$$\gamma_{ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \sum_{s=0}^n [(|A_s - B_s|)^2 + (|C_s|)^2] \right\}^{1/2} \quad (3.10)$$

A deformação cisalhante efetiva  $\bar{\gamma}$  é obtida, portanto, no domínio da frequência, diretamente a partir das amplitudes da resposta das deformações do elemento.

A definição adotada para a deformação cisalhante efetiva no domínio da frequência é bastante eficiente sob o ponto de vista computacional. Outras definições necessitariam da obtenção da máxima deformação cisalhante máxima no domínio do tempo, o que significaria um elevado custo computacional, notadamente em excitações de caráter transiente, e levando-se em conta que esta análise deve ser feita para cada elemento finito a cada iteração.

### 3.3. CURVAS NÃO-LINEARES DAS CARACTERÍSTICAS DO SOLO

O processo iterativo descrito no item 3.2, que leva em conta a não-linearidade do solo, está baseado na utilização das curvas que correlacionam o módulo de cisalhamento e o coeficiente de amortecimento com a deformação cisalhante. Deste modo, o sucesso da aplicação deste procedimento, na análise dinâmica da interação solo-estrutura, é essencialmente dependente da incorporação na análise de curvas representativas das proprieda-

des do solo.

A determinação do módulo de cisalhamento e do coeficiente de amortecimento pode ser feita por uma grande gama de procedimentos de campo e de laboratório. Dentre estes procedimentos, pode-se citar, a obtenção de curvas tensão-deformação com características histeréticas, como as da Figura (3.1), que podem ser estabelecidas através de testes cíclicos de cisalhamento simples ou testes cíclicos triaxiais. Destas curvas pode-se obter o módulo de cisalhamento equivalente e o coeficiente de amortecimento viscoso equivalente, descritos no item 3.2, para diferentes níveis de deformação cisalhante. O módulo de cisalhamento equivalente pode também ser determinado em ensaios de vibração forçada ou vibração livre de uma amostra de solo. Estes testes permitem ainda a determinação do coeficiente de amortecimento viscoso equivalente. A determinação do módulo de cisalhamento, a um nível muito baixo de deformação cisalhante, pode ser feita através de ensaios de campo medindo-se a velocidade de propagação das ondas de cisalhamento no solo.

Uma descrição detalhada dos procedimentos acima, bem como dos instrumentos utilizados para se obter as características do solo, pode ser encontrada nas referências [12,19].

Diversos são os fatores que afetam o módulo de cisalhamento e o coeficiente de amortecimento. Dentre eles pode-se citar a amplitude da deformação cisalhante, a tensão principal média efetiva, o índice de vazios, etc. HARDIN e DRNEVICH [21] apresentaram equações que, levando em conta estes fatores, permitem determinar o módulo de cisalhamento e o coeficiente de amortecimento dos solos para diferentes níveis de deformação cisa-



lhante. Estas equações apresentam bons resultados para areias, mas para argilas a discrepância entre os valores das equações e os resultados experimentais de campo são bastante significativos. A aplicação prática destas curvas é dificultada pela necessidade da determinação de inúmeros parâmetros experimentais.

SEED e IDRIS [20] analisando estas curvas em cotejo com uma extensa compilação de resultados experimentais de campo e de laboratório, de diversos autores, obtiveram curvas tanto para areias como para argilas, que se tornaram bastante utilizadas na análise dinâmica de estruturas submetidas a terremotos.

Nas Figuras (3.2) e (3.4) encontram-se as curvas da variação do módulo de cisalhamento com a deformação cisalhante para areias e argilas, respectivamente. Estas curvas foram obtidas normalizando-se o módulo de cisalhamento a uma deformação  $\gamma$  em relação ao módulo de cisalhamento a uma baixa deformação cisalhante ( $\gamma_{bai} = 10^{-4}\%$  para as areias e  $\gamma_{bai} = 3 \times 10^{-4}\%$  para as argilas). Estes valores de deformação foram adotados, uma vez que para deformações a níveis inferiores a estes valores, já não são significativos os efeitos dos diversos parâmetros que influem no módulo de cisalhamento. Esta normalização revelou que a faixa de dispersão dos resultados é relativamente estreita, podendo-se adotar, então, a curva média apresentada, sem que a sensibilidade da resposta seja afetada.

Estas curvas permitem a determinação do módulo de cisalhamento a um nível prático qualquer de deformação cisalhante desde que se disponha do módulo de cisalhamento a uma baixa deformação. Este módulo de cisalhamento pode ser determinado por ensaios *in loco* de propagação de ondas de cisalhamento ou atra-

Tabela 3.1 - Propriedades do solo compatíveis com o nível de deformação

Deformação cisalhante efetiva $\gamma_{ef}$ (%)	$\log (\gamma_{ef})$	Fator de redução do módulo de cisalhamento		Coeficiente de amortecimento (%)	
		Argila	Areia	Argila	Areia
$\leq 1,0 \times 10^{-4}$	- 4,0	1,000	1,000	2,50	0,50
$3,16 \times 10^{-4}$	- 3,5	0,913	0,984	2,50	0,80
$1,00 \times 10^{-3}$	- 3,0	0,761	0,934	2,50	1,70
$3,16 \times 10^{-3}$	- 2,5	0,565	0,826	3,50	3,20
$1,00 \times 10^{-2}$	- 2,0	0,400	0,656	4,75	5,60
$3,16 \times 10^{-2}$	- 1,5	0,261	0,443	6,50	10,0
$1,00 \times 10^{-1}$	- 1,0	0,152	0,246	9,25	15,5
0,316	- 0,5	0,076	0,115	13,8	21,0
1,00	0,0	0,037	0,049	20,0	24,6
3,16	0,5	0,013	0,049	26,0	24,6
$\geq 10,00$	1,0	0,004	0,049	29,0	24,6

vês de dados experimentais práticos como os apresentados abaixo.

As Figuras (3.3) e (3.5) apresentam as curvas com a faixa de dispersão de resultados experimentais compilados para o coeficiente de amortecimento das areias e argilas, respectivamente. A curva média, representada pela linha cheia nas figuras, pode ser utilizada como boa aproximação do coeficiente de amortecimento das areias e argilas para a maioria dos casos práticos.

Resultados para outros tipos de solos podem ser obtidos diretamente através de ensaios, como os descritos no início deste item, ou podem ser avaliados em função das curvas apresentadas.

A Tabela (3.1) apresenta valores práticos obtidos em função das curvas apresentadas [8], e que permitem uma maior facilidade de tratamento analítico dentro de um procedimento computacional iterativo como o descrito no item 3.2. Valores intermediários podem ser obtidos por interpolação linear dos valores apresentados.

A aplicação das curvas de variação do módulo de cisalhamento com a deformação cisalhante apresentadas, depende fundamentalmente da determinação do módulo de cisalhamento a uma baixa deformação. Esta determinação pode ser feita, como já mencionado, através de ensaios de propagação de ondas de cisalhamento. Na falta destes valores experimentais, pode-se utilizar, no caso das areias, a seguinte expressão [20]:

$$G_{\max} = 6914 (K_2)_{\max} (\sigma'_m)^{1/2} \quad (3.11)$$

onde:

$G_{\max}$  - módulo de cisalhamento à baixa deformação cisalhante ( $N/m^2$ )

$(K_2)_{\max}$  - coeficiente em função da densidade relativa

$\sigma'_m$  - tensão principal média efetiva ( $N/m^2$ )

A tensão média efetiva [12,19] de um ponto de uma massa de solo é dada por:

$$\sigma'_m = \frac{(1 + 2 K_0)}{3} \Sigma (h_i \gamma_e + h_2 \gamma'_e) \quad (3.12)$$

onde:

$K_0$  - coeficiente de empuxo no repouso

$h_1$  - coluna de solo não-saturado com um peso específico  $\gamma_e$

$h_i$  - coluna de solo saturado com um peso específico submerso  $\gamma'_e$

O coeficiente de empuxo no repouso [22] pode ser calculado por:

$$K_0 = 1 - \text{sen} \phi \quad (3.13)$$

onde:

$\phi$  - ângulo de atrito interno da areia

O valor de  $(K_2)_{\max}$  pode ser determinado em função da densidade relativa pela seguinte expressão [17], derivada dos re-

sultados obtidos por SEED e IDRIS [20]:

$$(K_2)_{\max} = 61 \left( 1 + \frac{Dr - 75}{100} \right) \quad (3.14)$$

onde:

Dr - densidade relativa em %

Na falta de valores experimentais, a densidade relativa pode ser estimada aproximadamente em função do tipo de areia, conforme a tabela abaixo:

Tabela 3.2 - Densidade relativa em função do tipo de areia

Tipo de Areia	Dr (%)
Fofa	25,0
Média	50,0
Densa	82,5

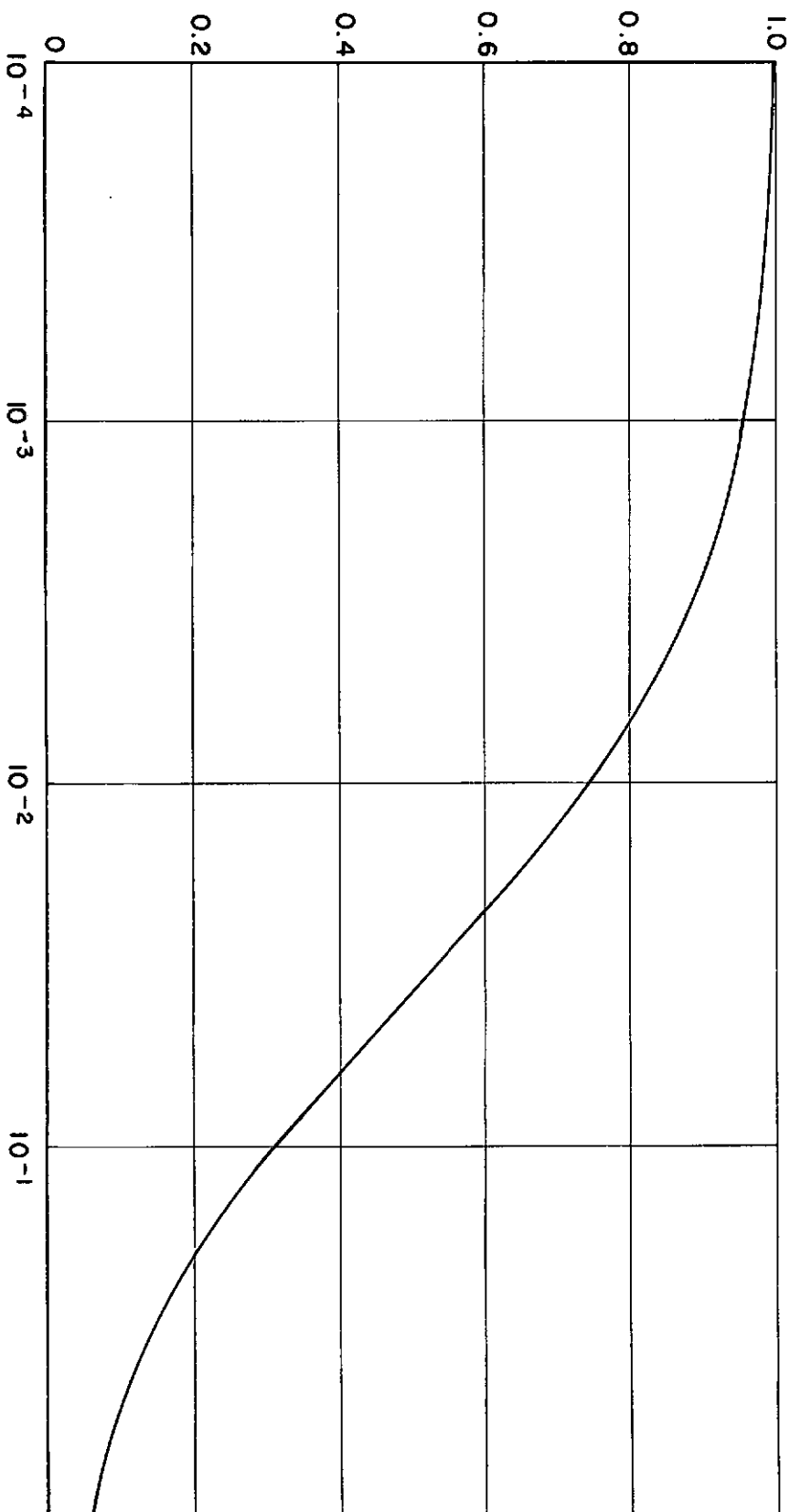
Para o caso das argilas saturadas, a determinação do módulo de cisalhamento a baixa deformação pode ser feita considerando-se que a relação entre o módulo de cisalhamento e a resistência ao cisalhamento das argilas é praticamente constante [20]. Assim, o valor desta relação a baixa deformação vale:

$$\frac{G_{\max}}{Su} = 2250 \quad (3.15)$$

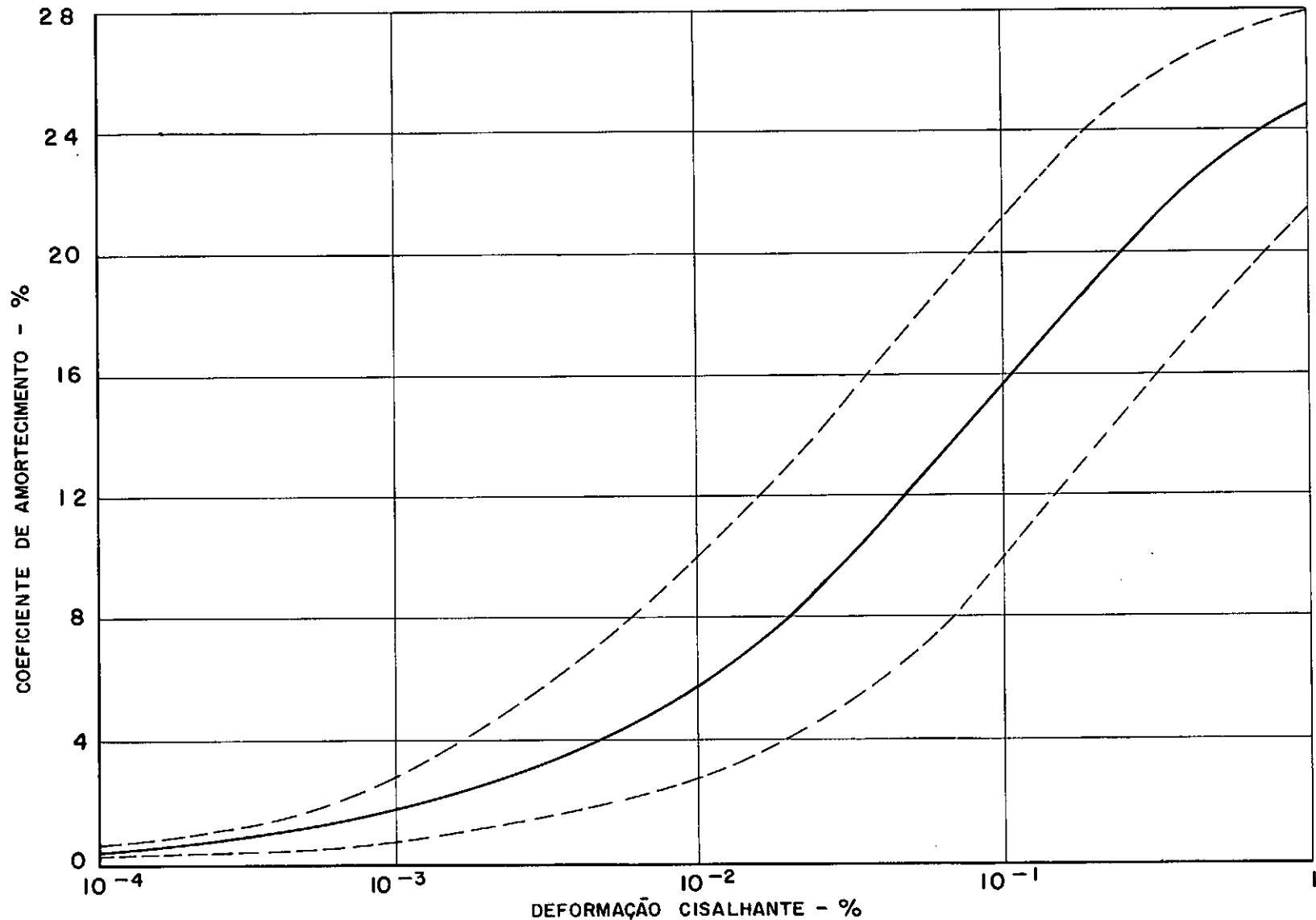
onde:

Su - resistência ao cisalhamento não-drenada.

MÓDULO DE CISALHAMENTO À DEFORMAÇÃO  $\gamma'$   
MÓDULO DE CISALHAMENTO À DEFORMAÇÃO  $\gamma' = 10^{-4}\%$

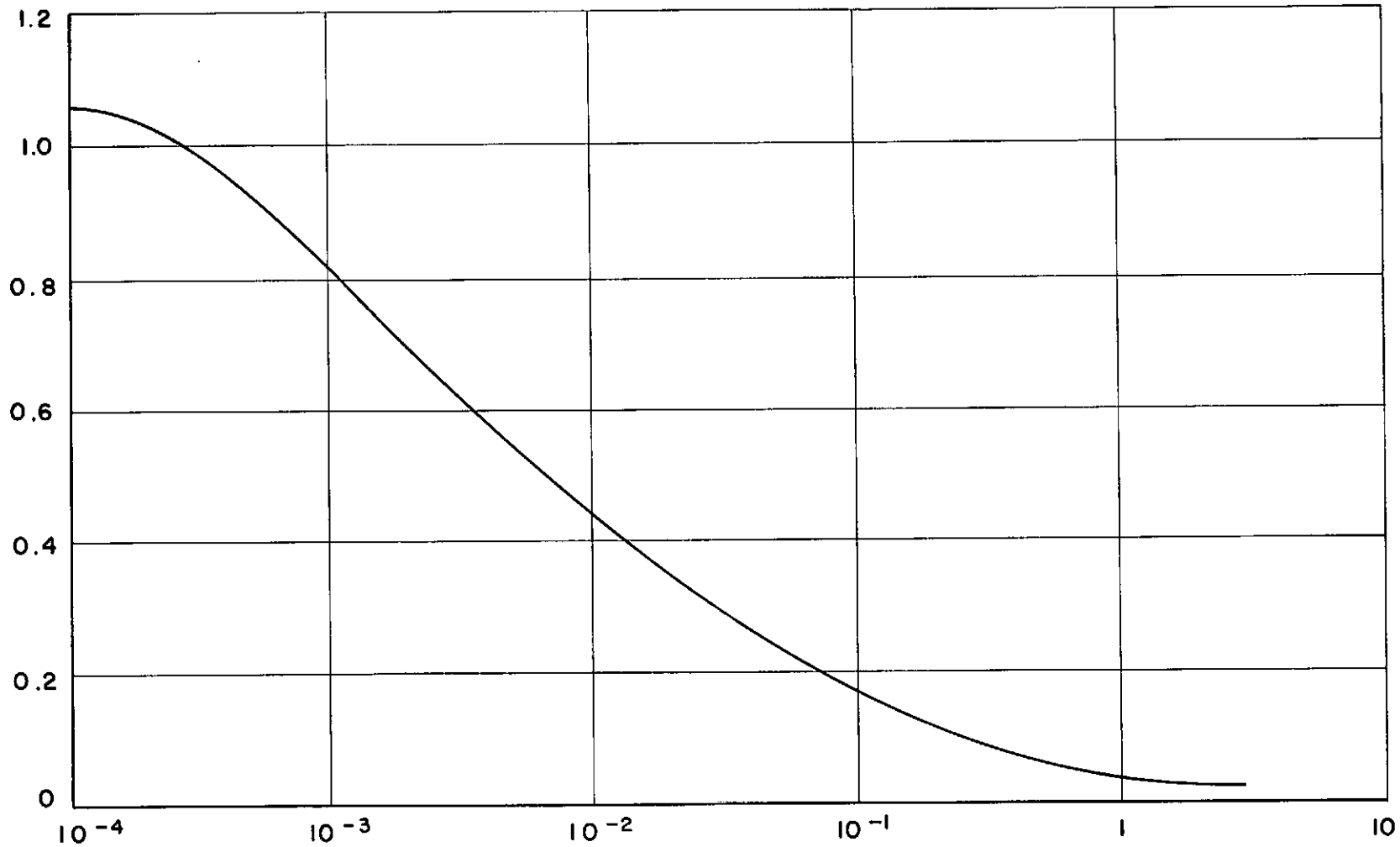


DEFORMAÇÃO CISALHANTE - %  
FIGURA 3.2



DEFORMAÇÃO CISALHANTE - %  
FIGURA 3.3

MÓDULO DE CISALHANTE À DEFORMAÇÃO  $\gamma$   
MÓDULO DE CISALHANTE À DEFORMAÇÃO  $\gamma = 3 \times 10^{-4} \%$



DEFORMAÇÃO CISALHANTE - %

FIGURA 3.4



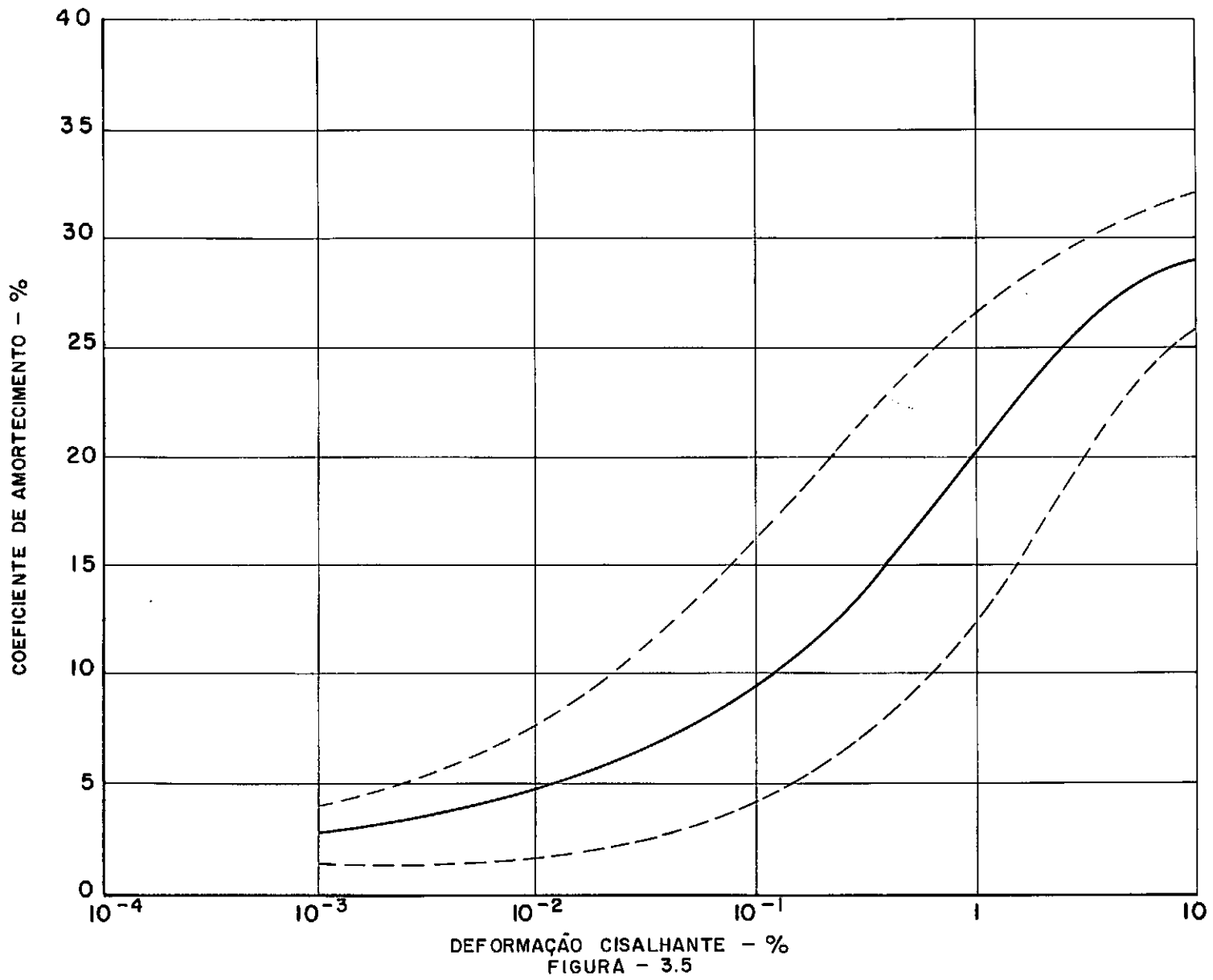


FIGURA - 3.5

## CAPÍTULO IV

### DESCRIÇÃO DO SISTEMA COMPUTACIONAL

#### 4.1. INTRODUÇÃO

O sistema DINAF/NL foi desenvolvido tendo como objetivo a implementação dos procedimentos numéricos descritos nos capítulos anteriores utilizando-se a formulação do método dos elementos finitos.

Desta forma, o sistema DINAF/NL permite a análise dinâmica não-linear da interação solo-estrutura no domínio da frequência, de estruturas submetidas a solicitações externas de caráter periódico ou, eventualmente, transiente. De modo a permitir a solução de problemas realísticos de engenharia da interação solo-estrutura, foram implantados 5 elementos que permitem a modelação do solo, de fundações diretas, de estacas, da superestrutura e de massas concentradas ou molas lineares.

A concepção do sistema foi baseada nas técnicas de programação do método dos elementos finitos apresentadas por Taylor na referência [ 1 ].

O sistema DINAF/NL possui uma estrutura modular que permite a sua expansão através de novos comandos, elementos ou procedimentos numéricos, sem que a sua estrutura básica necessite de alterações.

Outra característica levada em conta na concepção do sistema foi a sua portabilidade. O sistema foi desenvolvido em FORTRAN-IV padrão e implantado em um computador Burroughs B-6700. Contudo, procurou-se não utilizar as características e facilidades de programação particulares desta máquina, de modo que o sistema pudesse ser o máximo possível independente de máquina.

Neste capítulo são descritas as principais características da concepção do sistema DINAF/NL, tais como entrada de dados, organização interna e saída de resultados. Apresentam-se ainda, detalhes de programação, tais como descrição das subrotinas, árvore do sistema e descrição dos arquivos gerados. Maiores detalhes sobre a forma da entrada de dados e resultados obtidos, podem ser encontrados no "Manual do Usuário - Sistema DINAF/NL", apresentado no apêndice.

## 4.2. O SISTEMA DINAF/NL

A estrutura de entrada de dados do sistema DINAF/NL é baseada em comandos de instrução que podem ou não ser seguidos por um bloco numérico de dados. Estes comandos além de permitirem a introdução de definição topológica na estrutura permitem o controle das ações que o sistema deve tomar.

Estes comandos estão divididos em dois módulos básicos:

. Módulo de entrada de dados da malha e pré-processador.

. Módulo de solução e saída de resultados.

Dentro de cada módulo, os comandos não necessitam estar em uma ordem particular, principalmente no módulo de entrada de dados. Os comandos devem, contudo, guardar uma seqüência lógica, inerente ao processo de análise estrutural.

Estas características conferem à entrada de dados do sistema DINAF/NL um caráter de linguagem elementar, que facilita a interação usuário-sistema.

A organização interna do sistema DINAF/NL é dividida basicamente em dois módulos, seguindo a modulação da entrada de dados mencionada acima. Existe, portanto, uma subrotina encarregada da introdução dos dados da malha e outra encarregada da obtenção da solução e apresentação de resultados. Estas subrotinas são gerenciadas por uma única subrotina que controla o fluxo de dados de uma a outra, bem como da alocação da memória necessária a cada uma.

A alocação da memória é feita através de ponteiros de endereçamento em vetores de trabalho. Estes ponteiros são definidos em função dos dados de entrada do problema em análise e são redefinidos dependendo das necessidades de memória de cada subrotina. Esta técnica, denominada de método de dimensionamento automático, permite uma otimização das necessidades de memória do programa.

Os ponteiros mencionados acima, permitem ainda a determi

nação da máxima memória requerida. Deste modo, pode-se verificar se a memória alocada para os vetores de trabalho é suficiente para o problema em análise. O dimensionamento dos vetores de trabalho é feito no programa principal, que possui outra atribuição que é chamar a subrotina de controle de dados.

Na subrotina de entrada de dados são introduzidas as coordenadas nodais, a incidência dos elementos, os grupos de propriedades dos materiais, as restrições nodais, as curvas de variação do módulo de cisalhamento e do coeficiente de amortecimento, o vetor espessura dos nós dos elementos tipo superparamétrico de pórtico plano, e existe ainda nesta subrotina um comando para impressão da imagem da malha. A modularidade desta subrotina permite que novos comandos sejam acrescentados sem causar alterações na sua estrutura.

A entrada de dados das coordenadas nodais, da incidência dos elementos e das restrições nodais, possui características de geração automática. As coordenadas de nós, não fornecidas entre duas coordenadas consecutivas, são interpoladas linearmente, tomando-se como pontos extremos estas coordenadas fornecidas. O mesmo acontece com as incidências de elementos não fornecidas entre dois elementos consecutivos. Neste caso, os nós de incidência dos elementos intermediários são obtidos a partir do inicial através de um incremento de geração. As restrições nodais possuem um esquema de geração semelhante à geração dos elementos, sendo que as restrições dos nós intermediários podem ou não ser iguais à do nó inicial dependendo do código de sua restrição.

As propriedades dos materiais são fornecidas através de grupos de propriedades, de modo que não seja necessária a intro

dução das propriedades de cada elemento. O grupo de propriedades que um determinado elemento possui é atribuído quando da especificação de sua incidência. Como no sistema DINAF/NL existem 5 tipos de elementos finitos, cada um com propriedades peculiares a sua formulação, estas propriedades são introduzidas através das subrotinas específicas de cada elemento. Além da introdução de suas propriedades, a subrotina do elemento é responsável por todas as demais operações necessárias no processo de análise, tais como, cálculo da matriz de rigidez e de massa, cálculo de tensões, etc. Deste modo, a ampliação da biblioteca de elementos é facilitada pela centralização de operações de um tipo de elemento em uma única subrotina.

Na subrotina de entrada de dados existe ainda um módulo que permite a obtenção de uma imagem gráfica dos dados de entrada via impressora [23]. Trata-se de um comando que permite, portanto, a um baixo custo a verificação da consistência dos dados de entrada. Este comando possui uma série de facilidades que permite a impressão de elementos, nós, grupo de propriedades de elementos, condições de contorno de nós, e possibilita a impressão seletiva ou parcial de trechos da malha.

A subrotina de controle do módulo de solução realiza diversos procedimentos através de seus comandos, tais como a verificação de singularidade da matriz de rigidez dos elementos, a introdução dos carregamentos nodais, a obtenção da solução iterativa não-linear no domínio da frequência, e a obtenção dos resultados dos nós e elementos tanto no domínio da frequência quanto no tempo. Esta subrotina possui também um caráter modular facilitando a introdução de novos comandos e procedimentos numéricos.

O comando para verificação de singularidade da matriz da rigidez do elemento tem também por finalidade a depuração dos dados de entrada antes que se proceda ao processo iterativo de solução do problema. Este comando verifica se os elementos finitos possuem jacobiano nulo, se os elementos de pórtico plano possuem comprimento nulo, ou se os elementos escalares possuem constante de mola nula.

O carregamento é especificado na forma da equação (2.7) para todos os graus de liberdade com forças aplicadas. Todos os graus de liberdade solicitados devem possuir a mesma frequência de excitação para cada termo da série aplicado. Assim, não é possível aplicar em graus de liberdade diferentes, séries de carregamentos com frequências de excitação diferentes. Cada série de carregamento deve ser considerada como um novo caso de carregamento e como tal deve ser introduzido na análise após a obtenção da solução e da resposta do caso de carregamento anterior.

Como mencionado anteriormente, estão incluídos nas subrotinas dos elementos todos os procedimentos a eles relacionados. Para se utilizar uma determinada subrotina de elemento necessita-se ter o conhecimento dos vetores de dados específicos do elemento, tais como coordenadas, nós de incidência, numeração das equações do elemento, etc. No sistema DINAF/NL existe uma subrotina específica que controla a formação destes valores para todos os tipos de elementos. A formulação desta subrotina permite que se utilize simultaneamente tipos de elementos finitos com diferente número de nós de incidência e diferente número de graus de liberdade. Esta subrotina controla ainda a formação das matrizes globais de rigidez e de massa.

O armazenamento dos coeficientes das matrizes globais é feito por perfil das colunas, tipo *skyline*. A solução do sistema é feita na memória central. Como método de solução do sistema linear obtido, a cada iteração da análise, utilizou-se o método de triangularização de Crout. O sistema de equações lineares possui valores complexos, como apresentado no Capítulo II. A subrotina de solução do sistema foi programada em aritmética real, sendo simuladas desta forma as operações com números complexos.

O sistema DINAF/NL possui comandos para obtenção dos resultados dos nós (deslocamentos, velocidades e acelerações) e dos elementos (tensões ou esforços). Estes resultados podem ser tanto no domínio da frequência quanto no tempo. No domínio da frequência são fornecidas as amplitudes e os ângulos de fase para cada frequência da análise. No domínio do tempo pode-se obter a resposta impressa para cada intervalo de tempo ou plotada na impressora para um determinado período de tempo. A resposta dos elementos (tensões ou esforços) são fornecidas para os nós do elemento, sendo feita extrapolação dos pontos gaussianos quando necessário. Os relatórios de saída bem como a imagem dos dados de entrada são impressos de forma padronizada no formato A4, com o objetivo de se obter uma maior facilidade no arquivamento dos relatórios emitidos. Após a obtenção dos resultados pode-se permanecer no módulo de solução e proceder à análise de um novo caso de carregamento, voltar ao módulo de entrada de dados da malha para análise de um novo problema, ou retornar ao sistema operacional do computador.

Finalmente, de modo a facilitar a depuração dos dados de entrada foram incorporados ao sistema DINAF/NL procedimentos de



detecção e emissão de mensagens de erro que realizam uma completa verificação da consistência de todos os dados de entrada.

No sistema DINAF/NL foram implantados 5 elementos finitos que permitem a discretização de modelos que levam em conta a interação solo-estrutura. A formulação destes elementos encontra-se apresentada no Capítulo V. A seguir relacionam-se os elementos implantados e a sua aplicação no modelo da interação solo-estrutura:

- 1 - Elemento linear de pórtico plano: modelação da superestrutura.
- 2 - Elemento superparamétrico de pórtico plano com 2 ou 3 nós: discretização de estacas ou superestruturas.
- 3 - Elemento isoparamétrico com número variável de nós (3 a 9): discretização do solo e de suas características não-lineares, discretização de fundações (blocos e sapatas), e de superestruturas.
- 4 - Elemento infinito com 5 nós e formulação isoparamétrica: modelação das condições de contorno do semi-espaço.
- 5 - Elementos escalares de mola e massa: solução de sistemas discretos tipo massa-mola e associação com sistemas contínuos.

Os elementos isoparamétricos e infinito permitem a solução de problemas de estado plano de tensão, estado plano de deformação e axissimétricos.

### 4.3. DETALHES DE PROGRAMAÇÃO

O sistema DINAF/NL consiste de um programa principal e 44 subrotinas escritas em FORTRAN IV padrão com aproximadamente 5000 cartões de instrução. O sistema foi implantado em um computador Burroughs B-6700. A árvore do sistema com a seqüência de chamada das subrotinas encontra-se na Figura (4.1) e na Tabela (4.1) tem-se a referência cruzada das subrotinas. A seguir apresenta-se uma descrição resumida de cada subrotina.

- 1 - ADDSTF - Monta as matrizes globais de rigidez (real e complexa) e de massa.
- 2 - AMPTD - Calcula a amplitude de um número complexo.
- 3 - ANGFA - Calcula o ângulo de fase de um número complexo.
- 4 - BTAB3 - Efetua a operação matricial  $A=B^T.A.B$ , onde A e B são matrizes quadradas.
- 5 - BOB1 - Determina as matrizes necessárias ao cálculo da matriz de rigidez do elemento superparamétrico de pórtico plano.
- 6 - CAPA - Imprime a capa do relatório de saída com a data.
- 7 - CONCAT - Subrotina intrínseca do computador Burroughs B6700 que efetua a manipulação de bits em uma palavra.
- 8 - CURV - Efetua a interpolação linear nas curvas não-lineares de propriedades dos materiais.

- 9 - DOTI - Produto escalar de dois vetores complexos (parte imaginária).
- 10 - DOTR - Produto escalar de dois vetores complexos (parte real)
- 11 - ECHO - Imprime a imagem dos dados de entrada.
- 12 - ELMLIB - Biblioteca de elementos, efetua a chamada das subrotinas dos elementos.
- 13 - ELMT01 - Elemento linear de pórtico plano.
- 14 - ELMT02 - Elemento superparamétrico de pórtico plano (seção retangular).
- 15 - ELMT03 - Elemento isoparamétrico e elemento infinito.
- 16 - ELMT04 - Elementos escalares (massa e mola).
- 17 - ENCODE - Codifica um número inteiro no seu equivalente alfanumérico, e posicionando-o nos bytes a direita de uma palavra.
- 18 - EXTPN2 - Extrapolação das tensões para os pontos nodais (elemento superparamétrico de pórtico plano).
- 19 - EXTPN3 - Extrapolação das tensões para os pontos nodais (elemento isoparamétrico).
- 20 - FETCH - Extrai um caracter de um byte de uma palavra e o insere no byte mais a esquerda de outra palavra.
- 21 - INCA - Transforma um número interior positivo em uma cadeia de caracteres.

- 22 - MESHPL - Gera uma imagem alfanumérica de uma malha bi-dimensional de elementos finitos em uma impressora de linha.
- 23 - MOVECH - Extrai um caracter de um byte de uma palavra e o insere em um byte de outra palavra.
- 24 - NON1 - Determina as matrizes necessãrias ao cálculo da matriz de massa do elemento superparamétrico de pórtico plano.
- 25 - PCOMP - Compara caracteres alfanuméricos.
- 26 - PCONTR - Controla o fluxo de informações entre os módulos básicos do sistema e a alocação da memória necessãria.
- 27 - PFORM - Forma os vetores de elementos e controla a formação das matrizes globais.
- 28 - PGAUSS - Estabelece os pontos gaussianos e pesos de integração numérica para elementos bi-dimensionais.
- 29 - PGUNI - Estabelece os pontos gaussianos e pesos de integração numérica para elementos uni-dimensionais.
- 30 - PMACR - Controla o módulo de solução e de obtenção da resposta da análise.
- 31 - PMALHA - Controla a entrada de dados da malha e pré-processador.
- 32 - PROFIL - Determina o perfil das colunas das matrizes glo

bais e numera as equações.

- 33 - PZERO - Zera um vetor real.
- 34 - RESPG - Resposta gráfica no tempo plotada na impressora.
- 35 - RESPT - Resposta no tempo.
- 36 - ROTSP - Rotação das tensões nodais para o sistema local dos nós (elem. superparamétrico de pórtico plano).
- 37 - SETMEM - Verifica se existe memória suficiente no vetor de trabalho.
- 38 - SHAPE - Funções de forma do elemento isoparamétrico.
- 39 - SHAP2 - Funções de forma quadráticas do elemento isoparamétrico.
- 40 - SHAPIN - Funções de forma do elemento infinito.
- 41 - SHASPP - Funções de forma do elemento superparamétrico de pórtico plano.
- 42 - SOLVE - Solução do sistema de equações a valores complexos pelo método de triangularização de Crout.
- 43 - STORCH - Extrai um caracter do byte mais a esquerda de uma palavra e o insere em um byte de outra palavra.
- 44 - STRMOV - Move caracteres de uma palavra para um vetor.
- 45 - TENSOR - Calcula o tensor de segunda ordem.

- 46 - TIME - Subrotina intrínseca do computador Burroughs B6700 que fornece a data atual.
- 47 - DINAF/NL - Programa principal do sistema onde são dimensionados os vetores de trabalho e é chamada a subrotina "PCONTR".

O sistema DINAF/NL possui 15 arquivos para armazenamento de dados fora da memória central. São arquivos seqüenciais que podem, portanto, ser simulados em fitas magnéticas. A seguir apresenta-se a relação destes arquivos com sua denominação interna, número e descrição.

- 1 - NLOR(11) - Vetor de carga (parte real).
- 2 - NLOI(12) - Vetor de carga (parte imaginária).
- 3 - NRIRE(13)- Matriz de rigidez real do elemento.
- 4 - NRIRN(14)- Matriz de rigidez real do elemento modificada.
- 5 - NRIGR(15)- Matriz de rigidez real global.
- 6 - NRIME(16)- Matriz de rigidez imaginária do elemento.
- 7 - NRI MN(17)- Matriz de rigidez imaginária do elemento modificada.
- 8 - NRIGI(18)- Matriz de rigidez imaginária global.
- 9 - NMASE(19)- Matriz de massa do elemento.
- 10 - NMASG(20)- Matriz de massa global.
- 11 - NSOR(21) - Vetor solução (parte real).
- 12 - NSOI(22) - Vetor solução (parte imaginária).

- 13 - NRRPP(23)- Matriz de rigidez real do elemento de p $\bar{o}$ rtico plano.
- 14 - NRIPP(24)- Matriz de rigidez imagin $\bar{a}$ ria do elemento de p $\bar{o}$ r $\bar{t}$ ico plano.
- 15 - NMAPP(25)- Matriz de massa do elemento de p $\bar{o}$ rtico plano.

Tabela 4.1 - Refer $\bar{e}$ ncia cruzada das subrotinas do sistema DINAF/NL

Subrotina	Subrotinas chamadas	Chamada por
ADDSTF		PFORM
AMPTD		PMACR
ANGFA		PMACR
BTAB3		ELMT02
BOB1		ELMT02
CAPA	CONCAT; TIME	PCONTR
CONCAT		CAPA; ENCODE; FETCH; MOVECH; STORCH; STRMOV
CURV		PMACR
DOTI		SOLVE
DOTR		SOLVE
ECHO		ELMT01; ELMT02; ELMT03; ELMT04; PCONTR; PMACR; PMALHA; SETMEM
ELMLIB	ELMT01; ELMT02; ELMT03; ELMT04	PFORM; PMALHA
ELMT01	ECHO	ELMLIB
ELMT02	BTAB3; BOB1; ECHO; EXTPN2; NON1; PGUN1; ROTSP; SHASPP; TENSOR	ELMLIB

Subrotina	Subrotinas chamadas	Chamada por
ELMT03	ECHO;EXTPN3;PGAUSS; SHAPE;SHAP2;SHAPIN	ELMLIB
ELMT04	ECHO	ELHLIB
ENCODE	CONCAT	MESHPL
EXTPN2		ELMT02
EXTPN3		ELMT03
FETCH	CONCAT	MESHPL
INCA		PMACR;RESPG
MESHPL	ENCODE;FETCH;MOVECH STORCH;STRMOV	PMALHA
MOVECH	CONCAT	MESHPL
NON1		ELMT02
PCOMP		PCONTR;PMACR;PMALHA
PCONTR	CAPA;ECHO;PCOMP;PMACR; PMALHA;PROFIL;PZERO; SETMEM	DINAF/NL
PFORM	ELMLIB;ADDSTF	PMACR
PGAUSS		ELMT03
PGUNI		ELMT02
PMACR	AMPTD;ANGFA;CURV;ECHO; INCA;PCOMP;PFORM; PZERO;RESPG;RESPT; SOLVE	PCONTR
PMALHA	ECHO;ELMLIB;MESHPL;	PCONTR
PROFIL	PCOMP	PCONTR
PZERO		PCONTR;PMACR
RESPG	INCA	PMACR
RESPT		PMACR



---

Subrotina	Subrotinas chamadas	Chamada por
ROTSPP		ELMT02
SETMEM		PCONTR
SHAPE	SHAP2	ELMT03
SHAP2		ELMT03
SHAPIN		ELMT03
SHASPP		ELMT02
SOLVE	DOTR, DOTI	PMACR
STORCH	CONCAT	MESHPL
STRMOV	CONCAT	MESHPL
TENSOR		ELMT02
TIME		CAPA
DINAF/NL	PCONTR	-

---

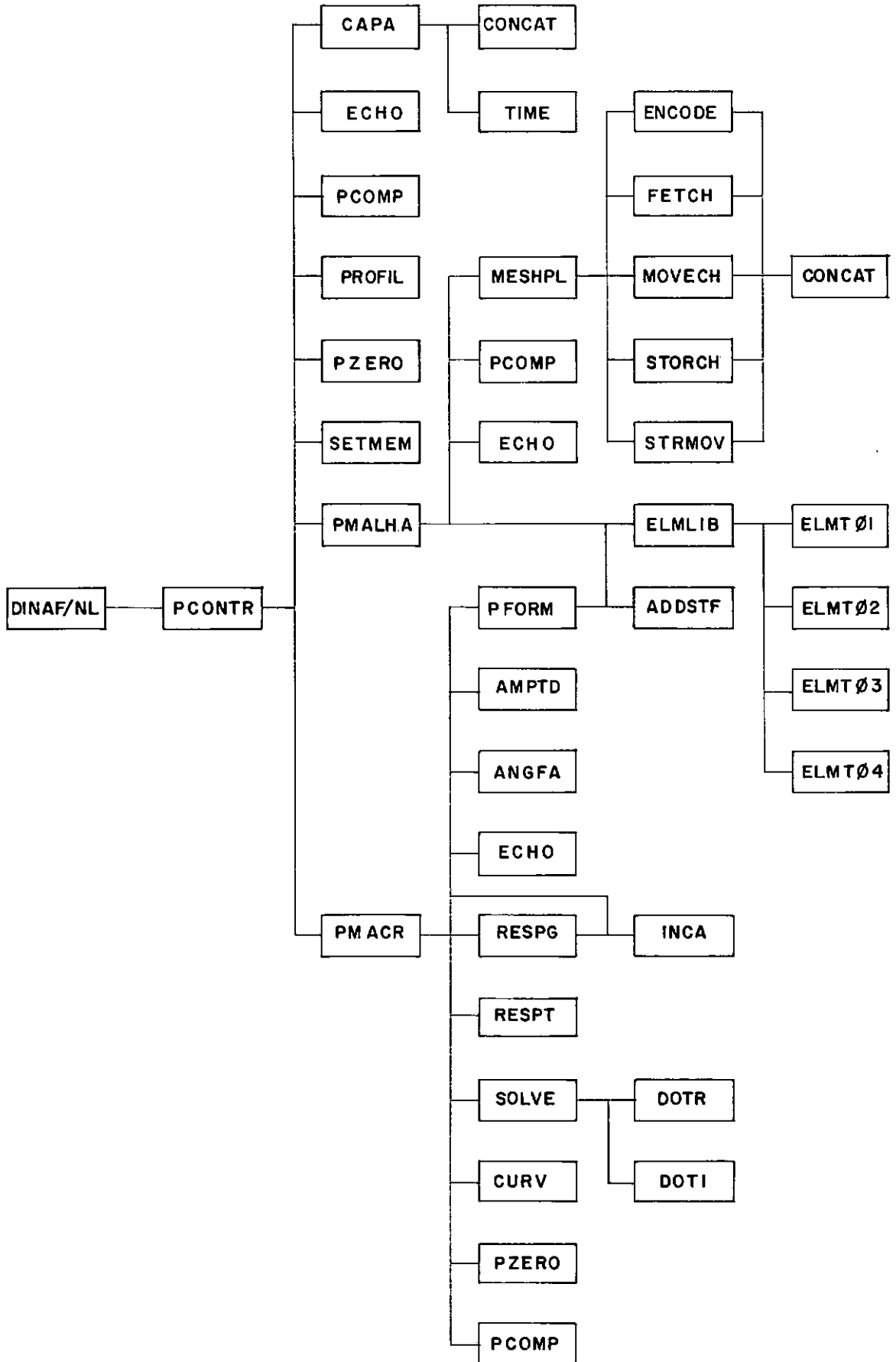


FIGURA 4.1

## CAPÍTULO V

### ELEMENTOS IMPLEMENTADOS

#### 5.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se a formulação dos elementos finitos implantados no sistema DINAF/NL. Apresentam-se as linhas gerais da formulação de cada elemento e as principais características implantadas, levando-se em conta as necessidades dos procedimentos numéricos desenvolvidos.

Procurou-se dar ênfase à exposição das formulações particulares implantadas e que não se constituem em procedimento padrão difundido na literatura. Desta forma procedimentos padrão como a determinação das matrizes de rigidez e de massa dos elementos isoparamétricos não são abordados detalhadamente, procedendo-se, no entanto, a uma referenciação adequada na literatura pertinente.

## 5.2. ELEMENTOS ESCALARES

Define-se como elemento escalar [ 6 ] aos elementos que ligam dois pontos escalares. Um ponto escalar é um ponto associado a um único grau de liberdade, não sendo sua posição no espaço definida através de coordenada. Note-se que é possível associar um ponto escalar para cada grau de liberdade de um ponto geométrico que é definido no espaço por suas coordenadas. Pode-se, inclusive, ligar graus de liberdade de pontos geométricos distintos através de elementos escalares.

Os elementos escalares implantados no sistema DINAF/NL são do tipo mola e do tipo massa. A matriz de rigidez de um elemento tipo mola que conecta dois graus de liberdade é definida por:

$$\begin{bmatrix} k^* & -k^* \\ -k^* & k^* \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

onde:

$$k^* = k(1 - 2\beta + 2i\beta \sqrt{1 - \beta^2})$$

$k$  = constante da mola

$\beta$  = coeficiente de amortecimento

Os termos da matriz de rigidez levam em conta o amortecimento histerético viscoso equivalente através do coeficiente de amortecimento  $\beta$ .

No caso do elemento escalar estar associado a apenas um

grau de liberdade, a sua matriz de rigidez fica reduzida ao termo da diagonal  $k^*$ . A matriz de massa do elemento escalar tipo massa é definida de modo análogo.

Estes elementos podem ser utilizados para modelar sistemas discretos tipo massa-mola. Outra aplicação importante é a possibilidade da associação destes sistemas discretos com sistemas contínuos de elementos finitos ou a modelação de massa concentradas e de molas lineares em modelos contínuos.

### 5.3. ELEMENTO DE PÓRTICO PLANO

O elemento de pórtico plano [24] é assumido como uma barra de eixo reto e seção transversal constante e que pode apenas se deslocar no seu próprio plano. Os deslocamentos presentes são os deslocamentos lineares nas direções  $x$  e  $y$  e o deslocamento de rotação em torno do eixo  $z$ , perpendicular ao plano do elemento. A matriz de rigidez do elemento, que pode opcionalmente considerar as deformações por efeito de corte, é dada por:

$$\phi_y = \frac{12 E^* I_z}{G^* A L^2} \chi \quad (5.2)$$



$$\tilde{M}_e = \rho AL \begin{bmatrix}
 \frac{1}{3} & & & & & \\
 0 & \frac{13}{35} & & & & \\
 0 & \frac{11L}{210} & \frac{L^2}{105} & & & \\
 \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & & \\
 0 & \frac{9}{70} & \frac{13L}{420} & 0 & \frac{13}{35} & \\
 0 & -\frac{13L}{420} & -\frac{L^2}{140} & 0 & -\frac{11L}{210} & \frac{L^2}{105}
 \end{bmatrix} \quad \text{simétrico} \quad (5.4)$$

onde:

$\rho$  - massa específica

A matriz de massa concentrada foi adotada concentrando-se metade da massa do elemento em cada grau de liberdade de translação.

As matrizes de massa consistente e concentrada podem ser associadas originando uma nova matriz de massa para o elemento. Esta associação é feita através de um coeficiente que pondera a parte de cada matriz na nova matriz de massa. Geralmente este coeficiente é adotado como 0,5, o que significa que a nova matriz de massa é a metade da matriz de massa consistente somada a metade da matriz de massa concentrada. Este procedimento também é adotado nos demais elementos finitos.

As matrizes de rigidez e de massa definidas acima encontram-se no sistema local de coordenadas do elemento. De modo a permitir a análise pelo método dos elementos finitos, estas matrizes devem ser transformadas para o sistema global de coordenadas [ 3 ].

Uma vez determinado os deslocamentos para uma frequência  $\omega_s$ , os esforços são calculados por:

$$\underline{P}_s^e = [ \underline{K}_e^* - \omega_s^2 \underline{M}_e ] \underline{U}_s^e \quad (5.5)$$

Estes esforços são transformados para o sistema local de coordenadas do elemento.

Este elemento foi implantado tendo em vista, principalmente, sua aplicação na discretização da superestrutura de modelos da interação solo-estrutura, tais como torres de plataformas de prospecção de petróleo, pórticos de sustentação de máquinas rotativas, etc.

#### 5.4. ELEMENTO SUPERPARAMÉTRICO DE PÓRTICO PLANO

O elemento superparamétrico de pórtico plano implantado é uma particularização do elemento superparamétrico de pórtico espacial [25]. Este elemento é arbitrariamente curvo no seu plano, possui dois ou três nós ao longo do seu eixo, como na Figura (5.1). Cada nó possui 3 graus de liberdade, duas translações  $u_i$  e  $v_i$  nas direções globais X e Y, e uma rotação  $\beta_i$  em torno do eixo local perpendicular ao plano do elemento.



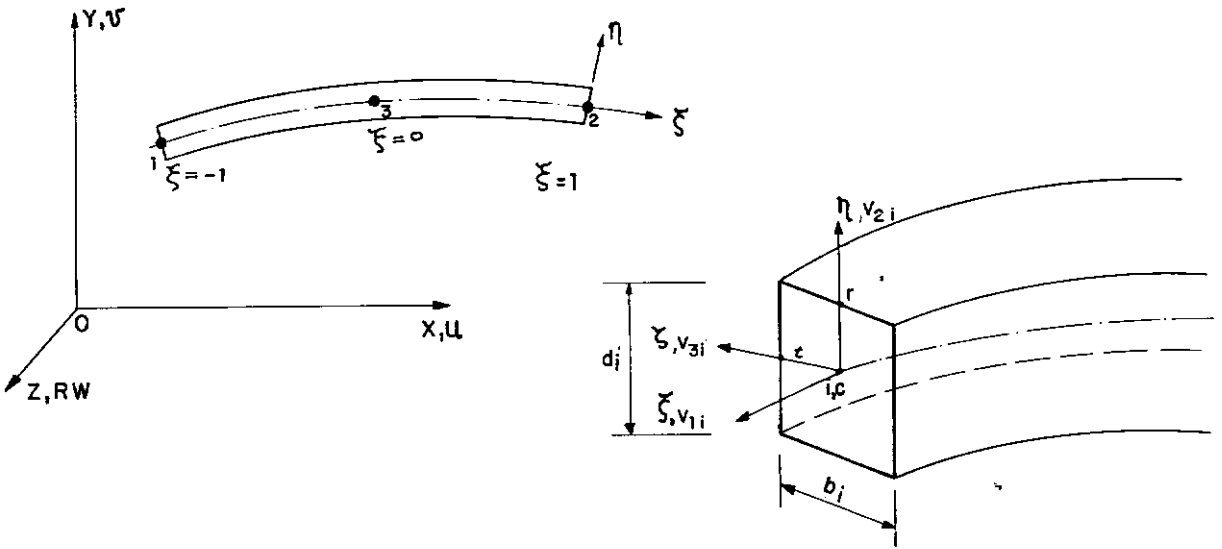


FIGURA 5.1

A formulação do elemento está baseada em duas hipóteses básicas. A primeira é de que a seção transversal é retangular, mas pode ter suas dimensões variáveis ao longo do eixo que é curvo no espaço. A outra hipótese é de que a normal à superfície média permanece reta durante a deformação mas não permanece perpendicular a superfície média. Deste modo não é considerado o empenamento da seção transversal mas as deformações por corte são levadas em conta.

Para qualquer nó  $i$  os vetores da semi-largura ( $\bar{V}_{2i}$ ) e semi-altura ( $\bar{V}_{3i}$ ) são expressos por:

$$V_{2i} = \{x_i; y_i; z_i\}_r - \{x_i; y_i; z_i\}_c = \{V_{2x_i}; V_{2y_i}; V_{2z_i}\} \quad (5.6)$$

$$V_{3i} = \{x_i; y_i; z_i\}_t - \{x_i; y_i; z_i\}_c = \{V_{3x_i}; V_{3y_i}; V_{3z_i}\}$$

No caso de pórtico plano tem-se

$$V_{2i} = \{V_{2x_i}; V_{2y_i}; 0\} \quad (5.7)$$

$$V_{3i} = \{0; 0; V_{3z_i}\}$$

A geometria do elemento pode, então, ser definida em termos das coordenadas da superfície média e dos vetores  $\bar{V}_{2i}$  e  $\bar{V}_{3i}$

$$\{x, y, z\} = \sum_{i=1}^n N_i \{x_i, y_i\}_c + \sum_{i=1}^n N_i \eta \bar{V}_{2i} + \sum_{i=1}^n N_i \zeta \bar{V}_{3i} \quad (5.8)$$

onde:

$n$  - número de nós existentes

As funções de forma  $N_i$  são dadas por:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{2} (1 - \xi) \dots \dots \dots \cdot - \frac{1}{2} (1 - \xi^2) \dots \dots \dots \cdot \\ N_2 &= \frac{1}{2} (1 + \xi) \dots \dots \dots \cdot - \frac{1}{2} (1 - \xi^2) \dots \dots \dots \cdot \\ N_3 &= (1 - \xi^2) \dots \dots \dots \cdot \end{aligned} \quad (5.9)$$

Incluído no caso  
do nó 3 estar presente

O campo de deslocamentos do elemento  $\bar{e}$  formado por parcelas devidas aos deslocamentos lineares e por uma parcela devida à rotação. O deslocamento devido à rotação  $\beta_i$  na direção do

vetor  $\bar{V}_{1i}(\xi)$ , ilustrado na Figura (5.2), vale:

$$u' = -\frac{1}{2} \eta \, di \, \beta_i \quad (5.10)$$

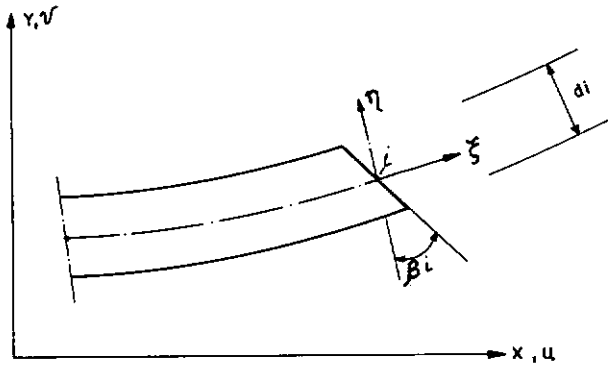


FIGURA 5.2

As componentes do deslocamento nas direções globais devido à rotação  $\beta_i$ , são dadas por:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \ell_{1i} \\ n_{1i} \end{Bmatrix} u' \quad (5.11)$$

onde:

$\ell_{1i}$  e  $n_{1i}$  são os co-senos diretores de  $\bar{V}_{1i}$  nas direções  $x$  e  $y$

O campo completo de deslocamentos  $\bar{e}$  é definido por:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^n N_i \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^n N_i \eta \frac{di}{2} \begin{Bmatrix} -\ell_{1i} \\ -n_{1i} \end{Bmatrix} \beta_i \quad (5.12)$$

Para o cálculo da matriz de rigidez do elemento  $\bar{e}$  necessária a determinação da matriz que relaciona as deformações no elemento com os deslocamentos nodais. Esta determinação é similar à dos elementos isoparamétricos [1-3].

As deformações  $\underline{\varepsilon}$  nas direções globais são expressas em termos das derivadas globais por:

$$\underline{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{,x} \\ u_{,y} \\ u_{,z} \\ v_{,x} \\ v_{,y} \\ v_{,z} \end{Bmatrix} \quad (5.13)$$

$$\underline{\varepsilon} = \underline{S} \{u_{,x} \ u_{,y} \ u_{,z} \ v_{,x} \ v_{,y} \ v_{,z}\}^T$$

As derivadas em relação ao sistema global se relacionam com as derivadas em relação ao sistema local por:

$$\{u_{,x} \ u_{,y} \ u_{,z} \ v_{,x} \ v_{,y} \ v_{,z}\}^T = \underline{A}_J \{u_{,\xi} \ u_{,\eta} \ u_{,\zeta} \ v_{,\xi} \ v_{,\eta} \ v_{,\zeta}\}^T \quad (5.14)$$

onde:

$$\underline{A}_J = \begin{bmatrix} \underline{J}^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{J}^{-1} \end{bmatrix}$$

$\underline{J}^{-1}$  - é a inversa da matriz jacobiano  $\underline{J}$

A matriz jacobiano para o elemento  $\bar{e}$  é dado por:

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} x_{,\xi} & y_{,\xi} & z_{,\xi} \\ x_{,\eta} & y_{,\eta} & z_{,\eta} \\ x_{,\zeta} & y_{,\zeta} & z_{,\zeta} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Os termos desta matriz são obtidos diretamente da definição da geometria do elemento. Devido à particularização para pórtico plano alguns destes termos tomam valor zero. A matriz jacobiano possui alguns termos onde se encontram parcelas em função de  $\eta$  e  $\zeta$ . Estas parcelas são função também de uma das dimensões da seção transversal. Nestes mesmos termos, as demais parcelas são em essência função do comprimento da barra. Levando-se em conta a hipótese de que essas barras são prismáticas, pode-se assumir que as parcelas que contêm  $\eta$  e  $\zeta$  podem ser desprezadas. Assim a matriz jacobiano torna-se independente de  $\eta$  e  $\zeta$ , e toma a forma:

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} x_{,\xi} & y_{,\xi} & 0 \\ x_{,\eta} & y_{,\eta} & 0 \\ 0 & 0 & x_{,\zeta} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

onde

$$x_{,\xi} = \sum_{i=1}^n N_{i,\xi} x_{ic}$$

$$y_{,\xi} = \sum_{i=1}^n N_{i,\xi} y_{ic}$$

$$x_{,\eta} = \sum_{i=1}^n N_i V_{2xi} \quad (5.17)$$

$$y_{,\eta} = \sum_{i=1}^n N_i V_{2yi}$$

$$z_{,\zeta} = \sum_{i=1}^n N_i V_{3zi}$$

A partir da equação (5.12) pode-se obter as derivadas dos deslocamentos em relação ao sistema local, que podem ser colocadas na forma:

$$\{u_{,\xi} \quad u_{,\eta} \quad u_{,\zeta} \quad v_{,\xi} \quad v_{,\eta} \quad v_{,\zeta}\}^T = \sum_{i=1}^n H_i \{u_i \quad v_i \quad \beta_i\}^T \quad (5.18)$$

onde

$$H_i = \begin{bmatrix} N_{i,\xi} & 0 & -\eta N_{i,\xi} \frac{di}{2} l_{1i} \\ 0 & 0 & -N_i \frac{di}{2} l_{1i} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{i,\xi} & -\eta N_{i,\xi} \frac{di}{2} n_{1i} \\ 0 & 0 & -N_i \frac{di}{2} n_{1i} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Substituindo-se a equação (5.18) na equação (5.19) e esta na equação (5.13) obtêm-se a relação entre as deformações e

os deslocamentos:

$$\underline{\varepsilon} = \sum_{i=1}^n \underline{B}_i \{u_i \quad v_i \quad \beta_i\}^T \quad (5.20)$$

onde

$$\underline{B}_i = \underline{S} \underline{A}_i \underline{H}_i \quad (5.21)$$

Efetuada-se as operações necessárias obtêm-se  $\underline{B}_i$ , que pode ser posta na forma:

$$\underline{B}_i = \underline{B}_i^0 + \eta \underline{B}_i^1 \quad (5.22)$$

A matriz  $\underline{B}$  será formada agrupando-se as matrizes  $\underline{B}_i$  dos nós do elemento, desta forma tem-se

$$\underline{B} = \underline{B}^0 + \eta \underline{B}^1 \quad (5.23)$$

As matrizes  $\underline{B}_i^0$  e  $\underline{B}_i^1$  são dadas por:

$$\underline{B}_i^0 = \begin{bmatrix} J_{11}^{-1} N_{i,\xi_1} & 0 & -\frac{d_i}{2} \ell_{1i} J_{12}^{-1} N_i \\ 0 & J_{21}^{-1} N_{i,\xi} & -\frac{d_i}{2} n_{1i} J_{22}^{-1} N_i \\ J_{21}^{-1} N_{i,\xi_1} & J_{11}^{-1} N_{i,\xi} & -\frac{d_i}{2} (\ell_{1i} J_{22}^{-1} N_i + n_{1i} J_{12}^{-1} N_i) \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

$$\tilde{B}_i^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{di}{2} \ell_{1i} J_{11}^{-1} N_{i,\xi} \\ 0 & 0 & -\frac{di}{2} n_{1i} J_{21}^{-1} N_{i,\xi} \\ 0 & 0 & -\frac{di}{2} (\ell_{1i} J_{21}^{-1} N_{i,\xi} + n_{1i} J_{11}^{-1} \tilde{N}_{i,\xi}) \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Como a matriz jacobiano depende de  $\xi$ , conforme verifica-se pelas equações (5.17), as matrizes  $\tilde{B}_i^0$  e  $\tilde{B}_i^1$  também dependerão apenas de  $\xi$ .

A relação constitutiva será estabelecida considerando-se o comportamento dentro das hipóteses da teoria técnica de vigas [5]. Portanto a relação entre tensões  $\tilde{\sigma}_e$  e deformações  $\tilde{\epsilon}_e$  no sistema local  $\bar{e}$  é dada por:

$$\tilde{\sigma}_e = \underline{D}_e \tilde{\epsilon}_e \quad (5.26)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_\xi \\ \sigma_\eta \\ \tau_{\xi\eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G^*/\chi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_\xi \\ \epsilon_\eta \\ \gamma_{\xi\eta} \end{Bmatrix} \quad (5.27)$$

onde

$$E^* = 2(1 + \nu) G^*$$

$G^*$  - módulo de cisalhamento complexo

$\nu$  - coeficiente de Poisson

$\chi$  - fator de forma que leva em conta a distribuição de



tensões cisalhantes na seção, adotado igual a 1,2

A matriz de propriedades elásticas  $\underline{D}$  utilizada para determinação da matriz de rigidez, equação (2.2-c) deve estar no sistema global de coordenadas, uma vez que a matriz  $\underline{B}$  também foi definida no sistema global. Obtêm-se a matriz de propriedades elásticas no sistema global operando-se a seguinte transformação:

$$\underline{D} = \underline{TR}^T \underline{D} \underline{TR} \quad (5.28)$$

onde a matriz  $\underline{TR}$  é dada em termos dos co-senos diretores dos eixos  $\xi$ ,  $\eta$  e  $\zeta$  por:

$$\underline{TR} = \begin{bmatrix} l_1^2 & n_1^2 & n_1 l_1 \\ l_2^2 & n_2^2 & n_2 l_2 \\ 2 l_2 l_1 & 2 n_2 n_1 & n_2 l_1 + n_1 l_2 \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

A determinação destes co-senos diretores [1,3] é feita nos pontos de integração gaussianos adotados no cálculo da matriz de rigidez.

A matriz de rigidez do elemento é obtida através da equação (2.2-c). Levando-se em conta a formulação dos elementos isoparamétricos, a integração de volume da equação (2.2-c) se transforma em:

$$\underline{k}_e^* = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} \det \underline{J} d\xi d\eta d\zeta \quad (5.30)$$

Substituindo a equação (5.23) em (5.30) obtêm-se:

$$\underline{k}_e^* = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \underline{B}_0^T \underline{D} \underline{B}_0 + \eta \underline{B}_0^T \underline{D} \underline{B}_1 + \eta \underline{B}_1^T \underline{D} \underline{B}_0 + \eta^2 \underline{B}_1^T \underline{D} \underline{B}_1 \det \underline{J} \, d\xi \, d\eta \, d\zeta \quad (5.31)$$

Como demonstrado anteriormente as matrizes  $\underline{B}_0$  e  $\underline{B}_1$  independem de  $\eta$  e  $\zeta$ . Neste caso, a integração explícita pode ser efetuada ao longo da altura  $\eta$  e da largura  $\zeta$ .

$$\underline{k}_e^* = \int_{-1}^1 4 \underline{B}_0^T \underline{D} \underline{B}_0 + \frac{4}{3} \underline{B}_1^T \underline{D} \underline{B}_1 \det \underline{J} \, d\xi \quad (5.32)$$

Portanto, a integração numérica será feita utilizando-se dois pontos gaussianos [3], apenas na direção  $\xi$ .

A determinação da matriz de massa é feita utilizando-se a equação (2.2-a). A matriz  $\underline{N}$ , que interpola os deslocamentos, é obtida agrupando-se as matrizes  $\underline{N}_i$  para os nós do elemento, e que neste caso são dadas por:

$$\underline{N}_i = \begin{bmatrix} N_i & 0 & -\eta \frac{d_i}{2} \ell_{1i} N_i \\ 0 & N_i & -\eta \frac{d_i}{2} n_{1i} N_i \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Esta matriz pode ser posta na forma:

$$\underline{N}_i = \underline{N}_i^0 + \eta \underline{N}_i^1 \quad (5.34)$$

$$\underline{\tilde{N}} = \underline{\tilde{N}}^0 + \eta \underline{\tilde{N}}^1 \quad (5.35)$$

Substituindo-se (5.35) na equação (2.2-a) e pelos motivos expostos para a matriz de rigidez, integrando-se explicitamente em relação a  $\eta$  e  $\zeta$ , obtêm-se:

$$\underline{\tilde{M}}_e = \int_{-1}^1 \rho \left\{ 4 \underline{\tilde{N}}_0^T \underline{\tilde{N}}_0 + \frac{4}{3} \underline{\tilde{N}}_1^T \underline{\tilde{N}}_1 \right\} \det \underline{J} \, d\xi \quad (5.36)$$

A integração é feita novamente com dois pontos gaussianos na direção  $\xi$ .

A matriz de massa concentrada foi adotada tomando-se para cada grau de liberdade de translação a massa correspondente ao volume de influência de cada nó.

As tensões são obtidas no sistema global, uma vez determinados os deslocamentos nodais, substituindo-se na relação constitutiva as deformações obtidas pela equação (5.20).

As tensões assim determinadas são obtidas nos pontos gaussianos. Estas tensões são, então, extrapoladas para os pontos nodais utilizando-se a equação abaixo [26,27], obtidas admitindo-se integração em dois pontos gaussianos:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \sigma_I + \left( \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \sigma_{II} \\ \sigma_2 &= \left( \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \sigma_I + \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \sigma_{II} \end{aligned} \quad (5.37)$$

$$\sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$$

onde:

$\sigma_I$  e  $\sigma_{II}$  - tensões nos pontos gaussianos

$\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  - tensões nos pontos nodais

Estas tensões nodais são transformadas para o sistema local de coordenadas [ 3 ] e utilizando-se fórmulas básicas da teoria técnica de vigas são obtidos os esforços no sistema local levando-se em conta que a seção é retangular. Os esforços obtidos são aqueles existentes no elemento de pórtico plano tendo sido adotada, inclusive, a mesma convenção de sinais.

Este elemento foi implantado no sistema DINAF/NL tendo em vista a sua aplicação na discretização de estacas em modelos da interação solo-estrutura que possuam fundações em estacas. A sua necessidade se justifica pelo fato dos elementos que discretizam o solo serem do tipo isoparamétrico com função de interpolação linear ou quadrática, que são as mesmas do elemento superparamétrico de pórtico plano. Esta compatibilidade de funções de interpolação entre elementos finitos adjacentes é um dos requisitos necessários à convergência do método dos elementos finitos.

Estes elementos podem também ser utilizados para modelação da superestrutura, embora a um custo computacional bem mais elevado que o elemento de pórtico plano.

## 5.5. ELEMENTO ISOPARAMÉTRICO

O elemento isoparamétrico quadrilátero de segunda ordem para solução de problemas de estado plano de tensão, deformação

e axissimétrico tem sua formulação bastante difundida na literatura [1-3].

A Figura (5.3) apresenta a numeração local dos nós de incidência do elemento isoparamétrico implantado no sistema DINAF/NL. A característica principal deste elemento é a flexibilidade quanto ao número de nós utilizados. Pode-se obter um elemento triangular de três nós, ou quadrilátero de contorno linear ou quadrático. O elemento triangular é obtido se apenas os três primeiros nós de incidência forem fornecidos. Caso algum dos nós intermediários não seja fornecido tornará o lado linear. Deste modo, pode-se construir elementos de transição entre elementos lineares e quadráticos.

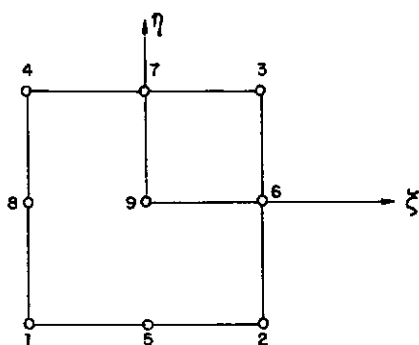


FIGURA 5.3

A obtenção das matrizes de rigidez e da matriz de massa consistente é feita através da integração numérica em coordenadas paramétricas das equações (2.2) dentro dos procedimentos da formulação dos elementos isoparamétricos [1].

A matriz de massa concentrada (diagonal) é obtida da matriz de massa consistente tomando-lhe os coeficientes da diago-

nal e multiplicando-os pela relação entre a massa total do elemento e a soma dos coeficientes da diagonal associados com os graus de liberdade de translação.

As tensões são obtidas nos pontos de integração gaussianos (ordem 2x2) a partir da substituição na relação constitutiva das deformações obtidas em função dos deslocamentos nodais do elemento. Estas tensões são extrapoladas para os pontos nodais utilizando-se as relações abaixo [27]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_I \\ \sigma_{II} \\ \sigma_{III} \\ \sigma_{IV} \end{Bmatrix}$$

(5.38)

$$\sigma_5 = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$$

$$\sigma_6 = (\sigma_2 + \sigma_3)/2$$

$$\sigma_7 = (\sigma_3 + \sigma_4)/2$$

$$\sigma_8 = (\sigma_4 + \sigma_1)/2$$

$$\sigma_9 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)/4$$

onde:

$\sigma_I \dots \sigma_{IV}$  - tensões nos pontos gaussianos

$\sigma_1 \dots \sigma_9$  - tensões nos pontos nodais

O elemento isoparamétrico é utilizado para discretização do solo nos modelos de problemas da interação : solo-estrutura. Deste modo este elemento permite a variação do módulo de cisalhamento e do coeficiente de amortecimento compatíveis com o nível de deformação que atinge o solo. A determinação da reformação cisalhante efetiva que permite a obtenção das novas propriedades do elemento é feita tomando-se como ponto de referência a origem do sistema de coordenadas local do elemento.

Este elemento pode também ser utilizado para a discretização de bases de fundações ou até mesmo superestruturas. Neste caso não deverão ser fornecidas as curvas de variação das propriedades do elemento.

## 5.6. ELEMENTO INFINITO

Um dos principais problemas na discretização de modelos que considerem a interação solo-estrutura está relacionado com as condições de contorno a serem aplicadas no modelo e que levem em conta o comportamento real de semi-espaço infinito.

A natureza infinita do semi-espaço provoca que as ondas geradas por uma fonte de excitação ao se propagarem pelo meio percam energia diminuindo de amplitude. Este efeito de amorte-

cimento devido a radiação das ondas pelo meio é denominado de amortecimento geométrico ou por radiação.

No caso do contorno imposto estar muito próximo da fonte de excitação ou se o contorno não for capaz de absorver a energia presente nas ondas naquele ponto, estas ondas serão refletidas com sua energia para a área em estudo, podendo mascarar a solução obtida. No entanto, se o solo possuir algum amortecimento histerético, o que ocorre usualmente, e se o contorno for suficientemente afastado, a amplitude das ondas que alcançam o contorno será muito pequena. Neste caso a quantidade de energia refletida para a área de interesse será insignificante, diminuindo o efeito de mascaramento da solução.

As formulações existentes na literatura para discretização de domínios infinitos podem ser classificadas em três grupos [28]:

- 1 - Condições de contorno elementares: consiste em se aplicar diretamente na malha de elementos finitos condições de contorno convencionais adequadas.
- 2 - Condições de contorno locais: consistem na aplicação de amortecedores viscosos nos nós do contorno infinito, com propriedades baseadas no comportamento da propagação de ondas pelo semi-espaco [29]. Neste tipo de condição de contorno também são classificados os elementos infinitos [30,31], que são elementos "finitos" estendidos até o infinito através de funções de forma especiais.
- 3 - Condições de contorno consistentes: consiste na for



mulação de uma matriz de rigidez de contorno dependente da frequência baseada em soluções fundamentais de propagação de ondas no semi-espaço utilizando-se o método dos elementos de contorno ou o método dos elementos finitos [8,28].

No sistema DINAF/NL a consideração do contorno infinito pode ser feita de três maneiras. A primeira delas consiste em se estender a malha de elementos infinitos até uma distância conveniente da fonte de excitação, levando-se em conta o amortecimento histerético do solo, e colocar restrições nodais no contorno adequadas. A segunda consiste em simular amortecedores viscosos no contorno utilizando-se elementos escalares com constante de mola e coeficiente de amortecimento adequados [29]. A terceira maneira consiste na utilização de elementos infinitos cuja formulação é apresentada abaixo.

O elemento infinito implementado baseia-se no trabalho apresentado na referência [32]. Este elemento permite a solução de problemas de estado plano de tensão, estado plano de deformação e axissimétricos, sendo que a sua formulação assemelha-se à formulação dos elementos isoparamétricos. A Figura (5.4) apresenta a numeração local dos nós de incidência do elemento.

A descrição geométrica do elemento é feita utilizando-se funções de forma serendipity multiplicada por um termo que estende a geometria ao infinito, através de uma singularidade para a coordenada natural  $\xi = +1$ . A função obtida tem a forma:

$$\phi = (a_1 + a_2 \xi + a_3 \eta + a_4 \xi \eta + a_5 \eta^2) \frac{1}{(1 - \xi)} \quad (5.39)$$

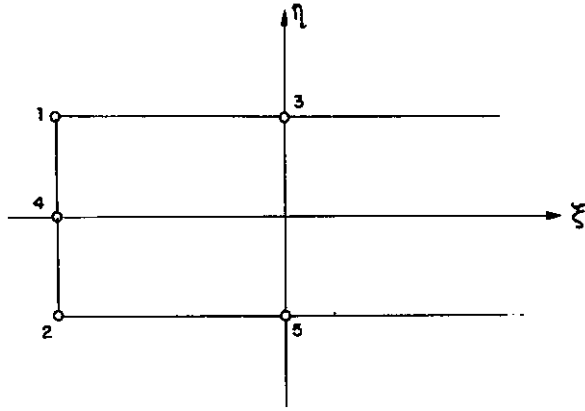


FIGURA 5.4

As funções de interpolação de cada ponto nodal são obtidas substituindo-se as coordenadas naturais de cada ponto na equação (5.39). Utilizando-se os procedimentos normais do método dos elementos finitos, obtêm-se os coeficientes  $a_j$  que permitem determinar-se as funções de interpolação  $N_j$ . A geometria do elemento é descrita, então, por:

$$x = \bar{N}_j x_j \quad (5.40)$$

$$y = \bar{N}_j y_j$$

onde:  $\bar{N}_j = N_j \cdot N_j^\alpha$ , sendo  $N_j^\alpha$  o termo com a singularidade para  $\xi = +1$ .

As funções de forma que interpolam os deslocamentos são obtidas a partir da equação (5.39) sem o termo com singularidade. As funções de interpolação obtidas,  $H_j$ , são multiplicadas por uma função de decaimento  $f\left(\frac{r_j}{r}\right)$ , que devem levar em conta ade-

quadamente o comportamento dos deslocamentos no meio. Desta forma os deslocamentos são interpolados por:

$$u = H_j f\left(\frac{r_j}{r}\right) u_j \quad (5.41)$$

$$v = H_j f\left(\frac{r_j}{r}\right) v_j$$

A função de decaimento utilizada no elemento implantado tem a forma:

$$f\left(\frac{r_j}{r}\right) = \frac{r_j}{r} \quad (5.42)$$

onde:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (5.43)$$

A determinação da matriz de rigidez é feita pelo procedimento padrão dos elementos isoparamétricos, como exemplificado no caso do elemento superparamétrico de pórtico plano. Para tal é necessária a obtenção da matriz  $B$  que correlaciona as deformações no sistema global com os deslocamentos nodais.

Os termos da matriz jacobiano são dados por:

$$\begin{aligned} x_{,\xi} &= \bar{N}_{j,\xi} x_j & ; & & x_{,\eta} &= \bar{N}_{j,\eta} x_j \\ y_{,\xi} &= \bar{N}_{j,\xi} y_j & ; & & y_{,\eta} &= \bar{N}_{j,\eta} y_j \end{aligned} \quad (5.44)$$

$$\bar{N}_{j,\xi} = N_{j,\xi} N_j^\alpha + N_j N_{j,\xi}^\alpha$$

$$\bar{N}_{j,\eta} = N_{j,\eta} N_j^\alpha$$

As derivadas dos deslocamentos em relação às coordenadas naturais são dadas por:

$$\begin{aligned}
 u_{, \xi} &= H_{j, \xi} u_j \quad f_j + f_{j, \xi} H_j u_j \\
 u_{, \eta} &= H_{j, \eta} u_j \quad f_j + f_{j, \eta} H_j u_j \\
 v_{, \xi} &= H_{j, \xi} v_j \quad f_j + f_{j, \xi} H_j v_j \\
 v_{, \eta} &= H_{j, \eta} v_j \quad f_j + f_{j, \eta} H_j v_j
 \end{aligned}
 \tag{5.45}$$

As derivadas das funções de forma são obtidas por:

$$\begin{aligned}
 f_{j, \xi} &= f_{j, r} \cdot r_{, \xi} \\
 f_{j, \eta} &= f_{j, r} \cdot r_{, \eta} \\
 r_{, \xi} &= \frac{1}{r} [(\bar{N}_j x_j) (\bar{N}_{j, \xi} x_j) + (\bar{N}_j \cdot y_j) (\bar{N}_{j, \xi} \cdot y_j)] \\
 r_{, \eta} &= \frac{1}{r} [(\bar{N}_j x_j) (\bar{N}_{j, \eta} x_j) + (\bar{N}_j \cdot y_j) (\bar{N}_{j, \eta} \cdot y_j)] \\
 r^2 &= (\bar{N}_j x_j)^2 + (\bar{N}_j y_j)^2 \\
 f_{j, r} &= - \frac{r_j}{r^2}
 \end{aligned}
 \tag{5.46}$$

Substituindo-se a equação (5.46) em (5.45) obtêm-se as derivadas dos deslocamentos em relação às coordenadas naturais. A matriz  $\underline{B}$  é obtida, então, considerando-se estas derivadas, a

matriz jacobiano e o tipo de problema analisado (estado plano de tensões, etc).

As matrizes de rigidez e de massa consistente e concentrada são determinadas da mesma forma que no elemento isoparamétrico, inclusive estes cálculos são efetuados na mesma subrotina. A matriz de massa consistente é obtida utilizando na matriz  $N$  as funções de forma que interpolam os deslocamentos. As tensões no elemento infinito são determinadas diretamente nos pontos nodais.

## CAPÍTULO VI

### ANÁLISE DOS RESULTADOS

#### 6.1. INTRODUÇÃO

Na fase de implantação do sistema DINAF/NL foram elaborados 8 exemplos de teste de modo a permitir uma completa depuração do programa. Foram testadas exaustivamente as diversas possibilidades do sistema, envolvendo análise linear, dinâmica linear e dinâmica não-linear com todos os elementos implantados.

Neste capítulo apresentam-se três exemplos de aplicação com o objetivo de ilustrar algumas possibilidades do sistema e comparação dos resultados obtidos com soluções analíticas ou obtidas por outros métodos.

No exemplo 1 analisa-se uma barra solicitada por uma força de tração periódica e levando em conta o amortecimento histerético. No exemplo 2 analisa-se um semi-espaço infinito solicitado por um carregamento circular periódico que simula uma fundação rígida. Estes exemplos fizeram parte dos testes realizados na fase de implantação do sistema. No exemplo 3 faz-se a análise da inte-

ração solo-estrutura envolvendo uma estaca cravada em semi-espaço. Neste caso será feita a comparação dos resultados obtidos com os apresentados na referência [18].

## 6.2. EXEMPLO 1: BARRA SOLICITADA A TRAÇÃO PERIÓDICA COM AMORTECIMENTO HISTERÉTICO

Seja a barra da Figura (6.1) submetida a carga periódica indicada e considerando-se o amortecimento histerético de seu material.

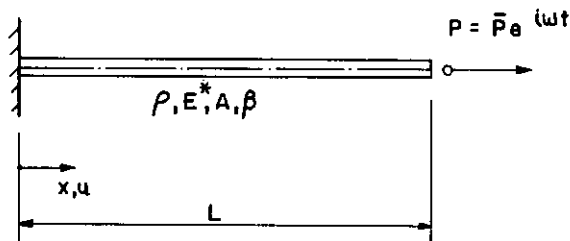


FIGURA 6.1

A equação diferencial do movimento é dada por:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\rho}{E^*} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (6.1)$$

onde:

$\rho$  - massa específica

$E^* = E e^{2\beta i}$  - m\u00f3dulo de elasticidade complexo

A substitui\u00e7\u00e3o do m\u00f3dulo de elasticidade real pelo m\u00f3dulo de elasticidade complexo \u00e9 garantida pelo princ\u00edpio da correspond\u00eancia [28]. Este princ\u00edpio estabelece que a solu\u00e7\u00e3o amortecida pode ser obtida da solu\u00e7\u00e3o el\u00e1stica substituindo-se as constantes el\u00e1sticas pelas suas correspondentes complexas. Neste caso a solu\u00e7\u00e3o deste problema deixa de ser obtida atrav\u00e9s da solu\u00e7\u00e3o de uma equa\u00e7\u00e3o diferencial de segunda ordem a valores reais, mas sim a valores complexos.

Como se trata de um problema de resposta permanente, a resposta tem a forma:

$$u = U(x) e^{i\omega t} \quad (6.2)$$

Substituindo-se a equa\u00e7\u00e3o (6.2) em (6.1) obt\u00eam-se a seguinte equa\u00e7\u00e3o diferencial de segunda ordem a valores complexos:

$$\frac{d^2 U}{dx^2} + \frac{\omega^2 \rho}{E^*} U = 0 \quad (6.3)$$

As condi\u00e7\u00f5es de contorno do problema representado na Figura (6.1) s\u00e3o dadas por:

$$U(0) = 0$$

$$\left. \frac{dU}{dx} \right|_{x=L} = \frac{P}{E^* A} \quad (6.4)$$

Resolvendo-se a equa\u00e7\u00e3o (6.3) submetida \u00e0s condi\u00e7\u00f5es de contorno (6.4) obt\u00eam-se os deslocamentos:



$$u = \frac{[\sinh(q \sin \beta x) \cdot \cos(q \cos \beta x) + \dots + i \cosh(q \sin \beta x) \cdot \sin(q \cos \beta x)]}{q(\sin \beta + i \cos \beta) [\cosh(q \sin \beta L) \cdot \cos(q \cos \beta L) + \dots + i \sinh(q \sin \beta L) \cdot \sin(q \cos \beta L)]} \cdot \frac{\bar{P}}{E^* A} \cdot e^{i\omega t} \quad (6.5)$$

onde:

$$q = \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}}$$

$$E^* = E(\cos 2\beta + i \sin 2\beta)$$

$$\bar{P} = P_0 + P_1 i$$

As tensões na barra podem ser obtidas a partir de (6.5) utilizando-se:

$$\sigma = E^* \frac{\partial u}{\partial x} \quad (6.6)$$

Assim:

$$\sigma = \frac{[\cosh(q \sin \beta x) \cdot \cos(q \cos \beta x) + \dots + i \sinh(q \sin \beta x) \cdot \sin(q \cos \beta x)]}{[\cosh(q \sin \beta L) \cdot \cos(q \cos \beta L) + \dots + i \sinh(q \sin \beta L) \cdot \sin(q \cos \beta L)]} \cdot \frac{\bar{P}}{A} e^{i\omega t} \quad (6.7)$$

A deformação em um ponto qualquer da barra é dada por:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\sigma}{E^*}$$

(6.8)

$$\epsilon_x = \frac{\sigma}{E(\cos 2\beta + i \sin 2\beta)}$$

A deformação cisalhante efetiva definida pela equação (3.4) vale:

$$\gamma_{ef} = \sqrt{\frac{|\epsilon_x|^2}{2}}$$

(6.9)

A Figura (6.2) apresenta os dados para a análise numérica do problema. Utilizou-se para discretizar a malha 10 elementos finitos de 8 nós. De modo a se processar uma análise não-linear, utilizou-se a curva não-linear de variação do módulo de cisalhamento e do coeficiente de amortecimento de areias, apresentada na Tabela (3.1).

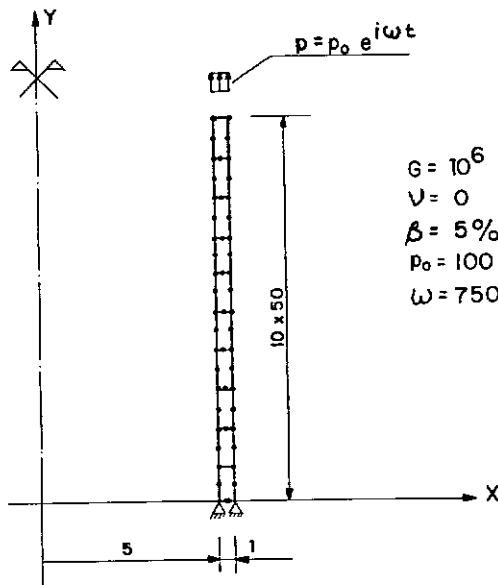


FIGURA 6.2

A solução não-linear analítica foi obtida utilizando-se as fórmulas da solução analítica apresentadas. Na Tabela (6.1) encontram-se as iterações efetuadas sendo que o procedimento convergiu em 5 iterações com uma precisão de 1%. A deformação cisalhante efetiva foi calculada para uma coordenada  $x = 250$ . Os deslocamentos no topo da barra e a tensão na base valem, respectivamente:

$$u(500) = 0,048647 \cos(750 t - 0,138) \quad (6.10)$$

$$\sigma(0) = 157,096 \cos(750 t - 0,052)$$

Na Tabela (6.2) encontram-se as iterações obtidas utilizando-se o sistema DINAF/NL. Esta tabela é uma imagem da saída fornecida pelo programa. A deformação cisalhante efetiva e os demais dados da tabela foram tomados como a média dos valores encontrados para os elementos 5 e 6, para efeito de comparação com os resultados analíticos obtidos na coordenada  $x = 250$ . O deslocamento no topo da barra e a tensão na base valem respectivamente:

$$u(500) = 0,048471 \cos(750 t - 0,137) \quad (6.11)$$

$$\sigma(0) = 157,933 \cos(759 t - 0,054)$$

As diferenças observadas (erro  $< 0,6\%$ ) são praticamente desprezíveis, e se devem ao fato de que no sistema DINAF/NL considerou-se um módulo de elasticidade diferente para cada elemento, ao contrário da solução analítica onde o módulo de elasticidade foi considerado constante para toda a barra.

Tabela 6.1 - Exemplo 1: Análise iterativa solução analítica

Iteração	Def. cis. ef. (%)	G. usado	G. novo	Dif-G (%)	Amort. usado (%)	Amort. novo (%)	Dif-Amort. (%)
1	$4,46534 \times 10^{-3}$	1000000,00	775049,459	29,0	5,000	3,919	27,6
2	$6,25183 \times 10^{-3}$	775049,459	725357,566	6,9	3,919	4,621	15,2
3	$6,85231 \times 10^{-3}$	725357,566	711815,419	1,9	4,621	4,812	4,0
4	$7,03636 \times 10^{-3}$	711815,419	707902,166	0,6	4,812	4,867	1,1
5	$7,09139 \times 10^{-3}$	707902,166	706751,334	0,2	4,867	4,884	0,3

Tabela 6.2 - Exemplo 1: Análise iterativa sistema DINAF/NL

Iteração	Def. cis. ef. (%)	G. usado	G. novo	Dif-G (%)	Amort. usado (%)	Amort. novo (%)	Dif-Amort. (%)
1	$4,46127 \times 10^{-3}$	1 000000,00	775199,54	29,0	5,000	3,917	27,7
2	$6,25099 \times 10^{-3}$	775199,54	725412,58	6,9	3,917	4,621	15,2
3	$6,85939 \times 10^{-3}$	725412,58	711709,22	1,9	4,621	4,814	4,0
4	$7,04941 \times 10^{-3}$	711709,22	707678,94	0,6	4,814	4,871	1,2
5	$7,10763 \times 10^{-3}$	707678,94	706466,06	0,2	4,871	4,888	0,4

### 6.3. EXEMPLO 2: BASE RÍGIDA APOIADA EM SEMI-ESPAÇO INFINITO SUBMETIDA A CARREGAMENTO PERIÓDICO

Neste exemplo faz-se a análise de uma base rígida, Figura (6.3), apoiada em um semi-espaço infinito e submetida a um carregamento periódico. LYSMER e RICHART [9] apresentam a solução analítica deste problema para  $\nu = 1/3$ , bem como estabelecem um sistema análogo de 1 grau de liberdade que permite que se obtenha a solução aproximada do problema para solicitações periódicas ou transientes.

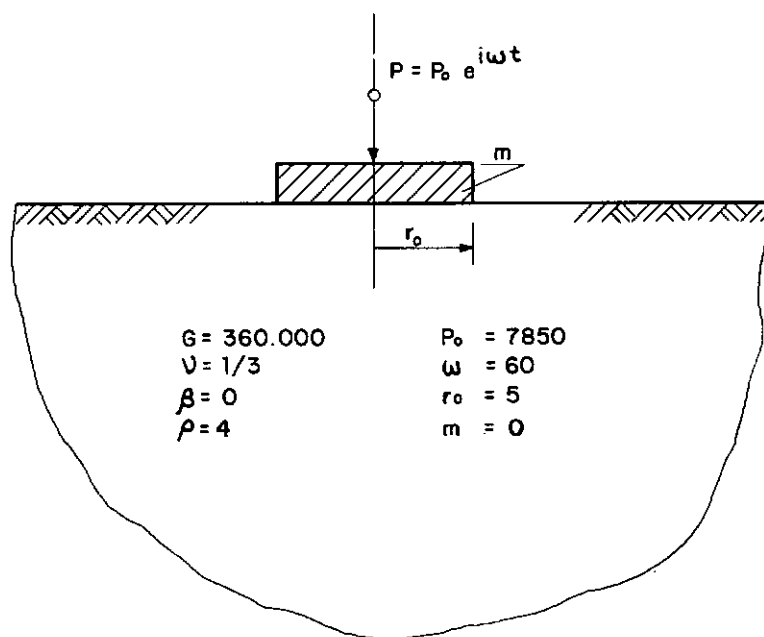


FIGURA 6.3

A Figura (6.4) apresenta a discretização do problema para uma distância de consideração do contorno de 4 vezes o raio da base. As cargas nodais foram determinadas de modo a simular a base rígida. No contorno da malha foram aplicadas condições de contorno elementares, amortecedores viscosos e elementos in-

finitos.

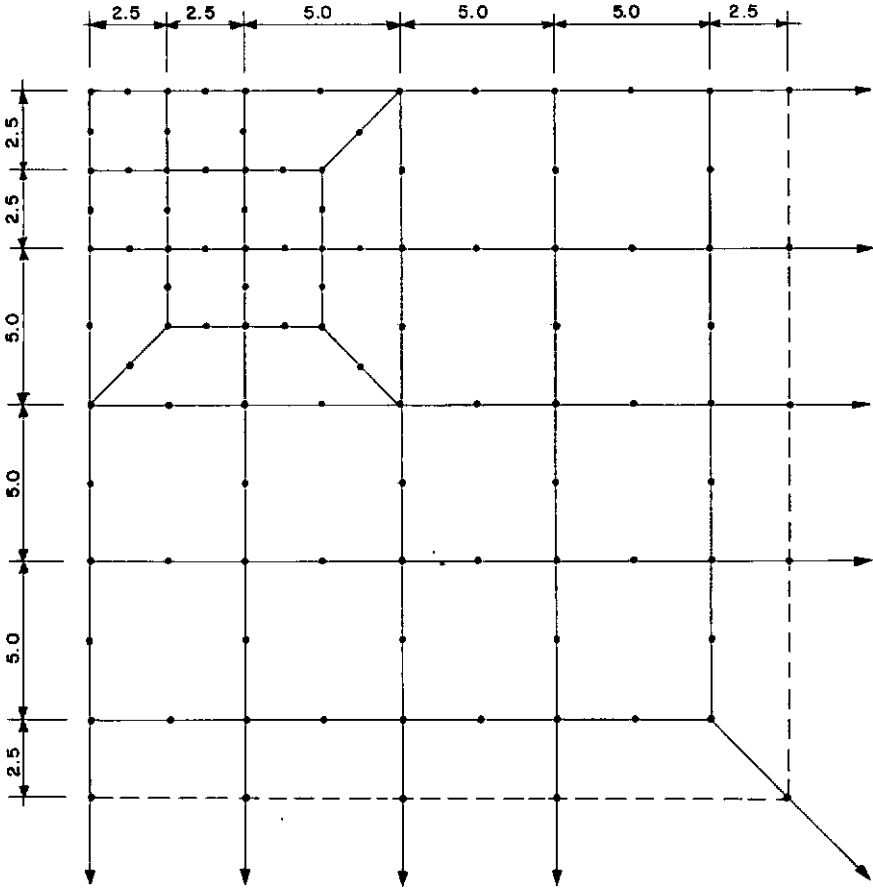


FIGURA 6.4

A aplicação de amortecedores viscosos em malhas de elementos finitos para simular contornos infinitos, foi proposta por LYSMER e KUHLEMEYER [29]. Estes amortecedores tem a finalidade de absorver as ondas de cisalhamento e de pressão geradas por uma excitação em um meio elástico. Estas ondas podem ser absorvidas através da aplicação das seguintes tensões no contorno [29]:

$$\sigma = - \rho V_p \dot{v} \quad (6.12)$$

$$\tau = - \rho V_s \dot{u}$$

onde

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

$$V_p = \frac{V_s}{S} \quad (6.13)$$

$$S^2 = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}$$

$\sigma$  - tensão normal

$\tau$  - tensão cisalhante

$\dot{v}$  - velocidade normal

$\dot{u}$  - velocidade tangencial

Levando-se em conta que o movimento é periódico tem-se:

$$\sigma = - \omega V_p i v \quad (6.14)$$

$$\tau = -\omega \rho V_s i u$$

Estas tensões aplicadas no contorno geram forças nodais dependentes do deslocamento. Pode-se então admitir que se tratam de molas com constante complexa que podem ser adicionadas à matriz de rigidez da estrutura de modo a simular o contorno in-

finito.

No sistema DINAF/NL, estas molas com constante complexa equivalente a um amortecedor viscoso, podem ser consideradas utilizando-se elementos escalares com os seguintes valores:

$$k_{s,p} = \omega \rho V_{s,p} \quad (6.15)$$

$$\beta_v = \sqrt{\frac{1 + \beta}{2}}$$

onde:

$\beta$  - coeficiente de amortecimento do meio

$\beta_v$  - coeficiente de amortecimento a ser aplicado no elemento escalar de modo a simular o amortecimento viscoso

A resposta analítica estática e dinâmica, para efeito de comparação, utilizando-se os dados da Figura (6.3), valem:

$$\delta_{est} = 0,000727 \quad (6.16)$$

$$\delta_{din} = 0,000572 \cos(60 t - \pi/4)$$

A Tabela (6.3) apresenta os resultados da solução estática obtida para malhas se estendendo de 2 a 5 vezes o raio da base, utilizando-se contorno elementares e elementos infinitos. Nota-se que a utilização de elementos infinitos apresenta bons resultados mesmo para as malhas próximas à base. O contorno elementar não apresenta uma boa solução mesmo para as malhas que mais se afastam da base.



A Tabela (6.4) apresenta os resultados da solução dinâmica, para as mesmas malhas mencionadas acima, utilizando-se contorno elementar, viscoso e elementos infinitos. Para o contorno elementar observa-se nos resultados o mascaramento da solução devido à sua aplicação. A solução com contorno viscoso poderia ser melhorada utilizando-se amortecedores capazes de absorver ondas de propagação tipo RAYLEIGH [29]. É importante notar que no caso do elemento infinito obteve-se apenas a amplitude do movimento, e que não apresentaram convergência para a solução do problema, ao passo que no contorno viscoso obteve-se a amplitude e o ângulo de fase.

Verifica-se, portanto, que o elemento infinito implantado não atende completamente à solução do problema no caso dinâmico. Isto se deve ao fato de que as funções de interpolação utilizadas não possuem um termo que incorpore a forma de propagação das ondas elásticas pelo meio [30,31], não atendendo, portanto, à condição de radiação de SOMMERFELD [28].

Tabela 6.3 - Base r̄gida apoiada em semi-esp̄o -  
Soluç̄o est̄tica

Malha $r/r_0$	Contorno elementar	Elemento infinito
2	0,000383	0,000700
3	0,000481	0,000711
4	0,000534	0,000720
5	0,000568	0,000728

Tabela 6.4 - Base r̄gida apoiada em semi-esp̄o -  
Soluç̄o din̄mica

Malha $r/r_0$	Contorno elementar	Amortecedor viscoso		Elemento infinito
		Amplitude	Fase	
2	0,000523	0,000525	-0,787	0,001139
3	0,001178	0,000590	-0,715	0,004092
4	-0,000323	0,000658	-0,694	0,000444
5	0,000792	0,000728	-0,872	0,000150

## 6.4. EXEMPLO 3: ANÁLISE NÃO-LINEAR DE UMA ESTACA CRAVADA NO SOLO

A Figura (6.4) ilustra o problema analisado neste exemplo que é a interação solo-estrutura de uma estaca cravada no solo. A estaca possui 104 m de comprimento, sendo que 44 m se encontram cravados no solo. No topo da estaca existe uma massa concentrada de valor  $M = 5 \text{ t.m.}$  A estaca consiste de um tubo de aço com as seguintes características:

- . Diâmetro externo = 1,8288 m
- . Espessura = 0,0508 m
- . Módulo de Elasticidade = 21088000 tf/m<sup>2</sup>
- . Coeficiente de Poisson = 0,3
- . Peso específico = 7,98763 tf/m<sup>3</sup>
- . Coeficiente de amortecimento = 5%

O solo consiste de uma areia de compactidade média, com peso específico submerso de 0,8 tf/m<sup>3</sup> e com ângulo de atrito de 30°.

Considerando-se para a areia de compactidade média uma densidade relativa  $D_r = 50\%$ , o módulo de cisalhamento máximo pode ser determinado utilizando-se as recomendações contidas no item 3.3. Neste caso tem-se:

$$G_{\max} = 2310 y^{1/2} \quad (6.17)$$

A não-linearidade da areia será considerada através das curvas de variação do módulo de cisalhamento e do coeficiente de

amortecimento, também apresentadas no item 3.3. O coeficiente de Poisson foi adotado como sendo  $\nu = 1/3$  [12,22].

A estaca será analisada para dois casos de carregamento. Para o primeiro caso de carregamento (Caso A), tem-se as seguintes cargas aplicadas (em tf):

$$P_1 = 4,0 \text{ sen}(2\pi ft)$$

$$P_2 = 2,0 \text{ sen}(2\pi ft)$$

$$P_3 = 1,0 \text{ sen}(2\pi ft)$$

(6.18)

$$P_4 = 0,5 \text{ sen}(2\pi ft)$$

$$P_5 = 0,25 \text{ sen}(2\pi ft)$$

$$P_6 = 0,12 \text{ sen}(2\pi ft)$$

onde:

$$f = 0,1 \text{ Hz}$$

No segundo caso de carregamento as cargas aplicadas são majoradas por um fator igual a 2, de modo a se obter resultados com um maior nível de não-linearidade.

A Figura (6.6) apresenta a malha de elementos finitos utilizada para a análise da interação solo-estaca. A malha possui um maior refinamento junto à estaca e próximo ao nível do solo onde o efeito da não-linearidade é mais pronunciado. O contorno foi aplicado a uma distância considerável do eixo da estaca, de modo a minimizar os efeitos do meio infinito sobre a solução obtida. A estaca foi discretizada utilizando-se elementos de pórtico plano na parte não cravada e elementos superparamétricos

cos de pórtico plano de 3 nós na parte cravada. Os resultados obtidos se encontram nas Tabelas (6.5) e (6.6).

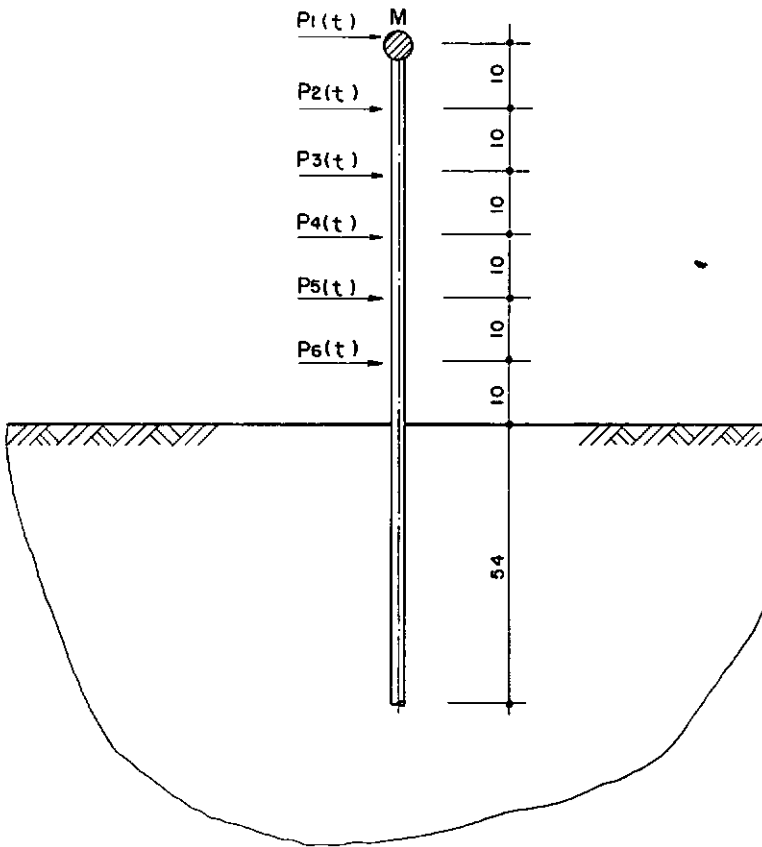


FIGURA 6.5

Este problema também foi analisado na referência [18] utilizando-se para modelar o comportamento do solo elementos escalares (hipótese de Winkler) com características não-lineares preconizadas pelas normas do *American Petroleum Institute* (API). Nas Tabelas (6.5) e (6.6) se encontram os resultados obtidos para este modelo, onde foram efetuadas as seguintes análises:

1. Análise dinâmica linear (LINEAR) - A solução foi obtida no domínio da frequência considerando-se a parte linear da curva força-deslocamento do elemento escalar.
2. Análise dinâmica não-linear equivalente (MEM) - A solução foi obtida no domínio da frequência utilizando

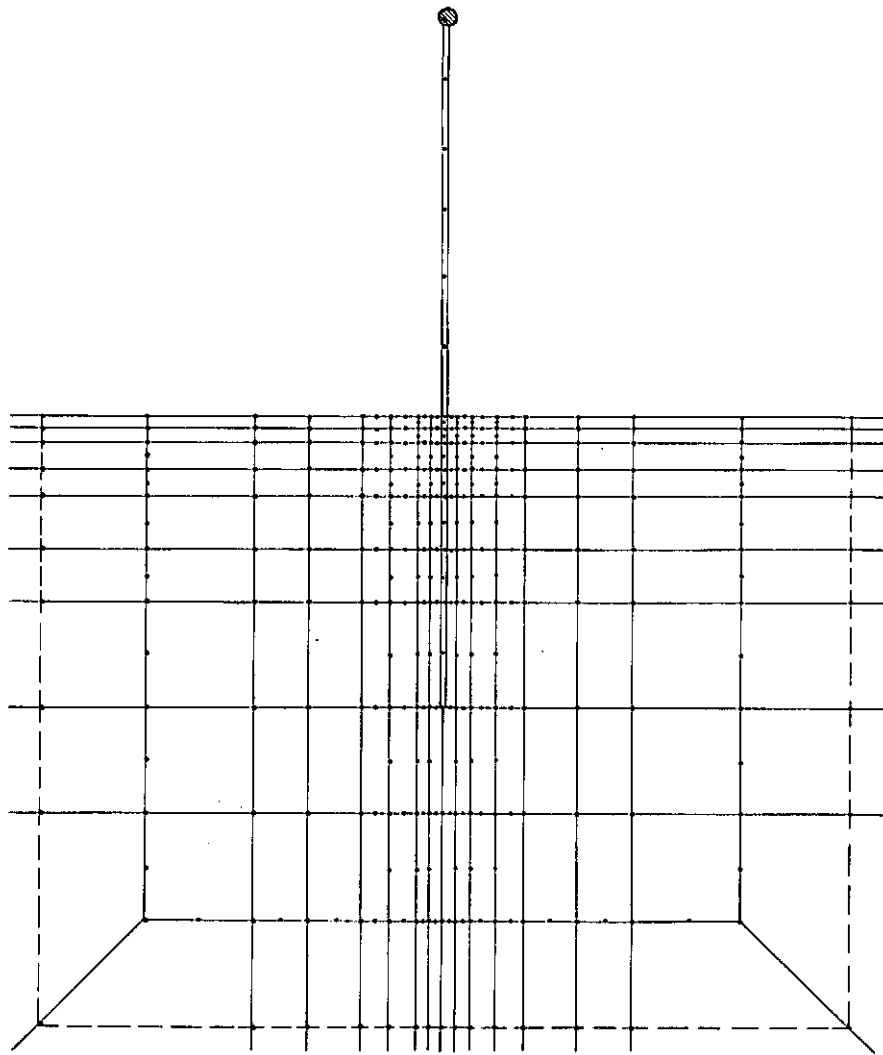


FIGURA 6.6

do-se como técnica de linearização equivalente o método da minimização do erro médio (MEM) [33].

3. Análise dinâmica não-linear (NÃO-LINEAR) - A solução foi obtida no domínio do tempo através da integração das equações do movimento sendo que os termos não-lineares são tratados como pseudo-forças [33].

Os resultados obtidos pelo sistema DINAF/NL foram inferiores aos obtidos considerando-se o modelo de elementos escalares. Os resultados salientam as diferenças na consideração do contínuo e de sua não-linearidade pelos dois métodos. Os elementos escalares utilizados procuram caracterizar a não-linearidade local próximo ao nível do solo, não levando em conta o meio contínuo que se estende ao infinito, o que poderia ser feito associando-se um amortecedor viscoso que absorvesse as ondas elásticas geradas, como no exemplo 2. Deve-se levar em conta também que as curvas do API, por sua generalidade, se constituem em um limite superior da característica não-linear do solo, considerando, portanto, os efeitos mais desfavoráveis.

Tabela 6.5 - Amplitudes dos deslocamentos caso de carregamento (A)

Tipo de análise	Deslocamento do topo (m)	Deslocamento da base (m)
Linear	0,326	0,007
MEM	0,346	0,009
Não-linear	0,340	0,008
DINAF/NL	0,236	0,001

Tabela 6.6 - Amplitudes dos deslocamentos caso de carregamento (B)

Tipo de análise	Deslocamento do topo (m)	Deslocamento da base (m)
Linear	0,652	0,013
MEM	0,762	0,027
Não-linear	0,752	0,025
DINAF/NL	0,472	0,002



## CAPÍTULO VII

### CONCLUSÕES

O sistema DINAF/NL foi desenvolvido com o intuito de se constituir em uma ferramenta que possibilitasse ao projetista de problemas da interação solo-estrutura, a análise dinâmica não-linear de estruturas submetidas a solicitações externas. Para tal utilizou-se o método dos elementos finitos e dotou-se o sistema com uma biblioteca de elementos que permitem a modelação dos principais tipos de estruturas onde ocorre a interação solo-estrutura, tais como plataformas marítimas de prospecção de petróleo, fundações de máquinas rotativas, usinas nucleares, etc.

Os exemplos apresentados ilustram algumas das possibilidades do sistema e a comparação de resultados com o modelo de elementos escalares enfatiza a necessidade de se dispor de dados experimentais, obtidos em laboratório ou de monitoramento de estruturas reais, de modo que a comprovação ou até mesmo o aprimoramento do modelo possam ser feitos.

Um dos principais problemas da análise da interação solo-estrutura é a modelação do meio contínuo infinito. A utilização de elementos finitos se mostra bastante vantajosa já que estes podem facilmente ser incorporados dentro da formulação de um programa de elementos finitos sem interferir substancialmen-

te na sua estrutura interna como ocorreria com a utilização de outros procedimentos com este fim. Contudo, o elemento utilizado, como visto no exemplo 2, não atende completamente às condições necessárias à simulação do meio infinito em uma análise dinâmica. O desenvolvimento e a implantação de um elemento infinito com formulação semelhante às apresentadas nas referências [30, 31], e a implantação dos amortecedores viscosos, inclusive com não-linearidade de propriedades, como um comando do sistema, possibilitaria uma maior eficiência do sistema na modelação de domínios infinitos.

O esforço computacional exigido pode ser significativo. Este problema comum na modelação de grandes estruturas pelo método dos elementos finitos é plenamente compensado pelas vantagens inerentes ao próprio método. A análise de estruturas de grande porte se depara, em alguns computadores, com a impossibilidade de se resolver o sistema de equações em sua memória central. A incorporação de uma rotina que permitisse a solução utilizando-se a partição por blocos do sistema de equações armazenado fora da memória central, aumentaria substancialmente a capacidade do sistema em resolver problemas realísticos de engenharia.

O custo computacional de uma análise iterativa de uma estrutura de grande porte é bastante considerável. A implantação de um comando de "RESTART" possibilitaria a minimização do número de iterações que atenda a solução prática do problema. Este comando permitiria ainda, uma vez terminado o processo iterativo, a obtenção de resultados parciais sem a necessidade da emissão de grandes relatórios de uma única vez.

O fato da análise dinâmica ser do domínio da frequência

não restringe a análise às solicitações periódicas. A incorporação de solicitações de caráter transiente pode ser feita utilizando-se a técnica de transformadas rápidas de Fourier (FFT), associadas com procedimentos de interpolação das amplitudes no domínio da frequência como os expostas da referência [8].

As expansões mencionadas acima, bem como a necessidade de análises experimentais comparativas, evidenciam que o sistema DINAF/NL se constitui em uma ferramenta útil não só na solução de problemas da interação solo-estrutura, mas também no desenvolvimento de técnicas computacionais e como subsídio às imprescindíveis análises experimentais.

## BIBLIOGRAFIA

- 1 - ZIENKIEWICZ, O.C. - "The Finite Element Method-Third Edition"  
- Mc Graw-Hill, London, 1977.
- 2 - BATHE, KLAUS-JÜRGEN - "Finite Element Procedures in Engineering  
Analysis", Prentice - Hall, 1982.
- 3 - COOK, R.D. - "Concepts and Applications of Finite Element  
Analysis", John Wiley & Sons. Inc., 1974.
- 4 - CLOUGH, RAY W. and PENZIEN, J. - "Dynamics of Structures",  
Mc Graw-Hill, 1975.
- 5 - DYM, C.L. and SHAMES, I.M. - "Solid Mechanics - A Variational  
Approach" - Mc Graw-Hill, 1973.
- 6 - LIMA, E.C.P. - "Lorane-Dina - Uma Linguagem Orientada para  
Análise Dinâmica de Estruturas" - PTS 14 - 77 COPPE/  
UFRJ, 1977.
- 7 - BREBBIA, C.A. and FERRANTE, A.J. - "Computational Methods  
for the Solution of Engineering Problems", Pentech  
Press, London, 1979.
- 8 - LYSMER, J., UDAKA, T., TSAI, C.F., and SEED, H.B. - "FLUSH  
A Computer Program for Approximate 3-D Analysis of  
Soil-Structure Interaction Problems", Report No. EERC  
75-30, Earthquake Engineering Research Center, Univ.  
of California, Berkeley, Calif. Nov., 1975.
- 9 - LYSMER, J.M. and RICHART, F.E. Jr. - "Dynamic Response of  
Footings to Vertical Loading", Journal of the Soil  
Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.92, No.  
SM1, pp. 65 - 91, January, 1966.
- 10 - PAZ, M. - "Structural Dynamics - Theory and Computation,  
Van Nostrand Reinhold, 1980.
- 11 - FERTIS, D.G. - "Dynamics and Vibration of Structures", John  
Wiley & Sons, 1973.
- 12 - RICHART, F.E., Jr, et al. - "Vibrations of Soils and  
Foundations", Prentice-Hall, 1970.

- 13 - CHISTENSEN, R.M. - "Theory of Viscoelasticity: An Introduction", Academic Press, 1971.
- 14 - HARDIN, B.O. - "The Nature of Damping in Sands", J. of the Soil Mechanics and Foundations D., ASCE, No. SM1, pp. 63 - 97, January, 1965.
- 15 - MATHEES, W. - "A Strategy for the Solution of Soil Dynamic Problems Involving Plasticity by Transform", Int. Journal for Num. Methods in Engineering, Vol. 18, pp. 1601 - 1611, John Wiley & Sons, 1982.
- 16 - SEED, H.B. and IDRIS, M.I. - "Influence of Soil Conditions on Ground Motions During Earthquakes", J. of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 95, No. SM1, January, 1969.
- 17 - MARTIN, F.P. and SEED, H.B. - "One-Dimensional Dynamic Ground Response Analyses", J. of the Soil Mechanics and Foundations Div., ASCE, Vol. 108, No. GT7, July, 1982.
- 18 - AYABE, C. - "A Técnica da Linearização Equivalente no Cálculo da Resposta Permanente de Plataformas Marítimas Fixas" - COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1983.
- 19 - PRAKASH, S. - "Soil Dynamics", Mc Graw-Hill Book Company, 1981.
- 20 - SEED, M.B. and IDRIS, - "Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis", Earthquake Engineering Research Center; Report No. EERC 70 - 10, University of California, Berkeley, December, 1970.
- 21 - HARDIN, B.O. and DRNEVICH, - "Shear Modulus and Damping in Soils: Design Equations and Curves", J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, Vol. 98, No. SM7, pp. 667-692, 1972.
- 22 - BOWLES, J.E. - "Foundation Analysis and Design - Second Edition", Mc Graw-Hill, 1977.
- 23 - FELLIPPA, C.A. - "An Alphanumeric Finite Element Mesh Plotter", Int. J. for Num. Methods in Eng., Vol. 5, pp. 217 - 236, John Wiley & Sons, 1972.
- 24 - PRZEMIENIECKY, J.S. - "Theory of Matrix Structural Analysis" - Mc Graw-Hill, 1968.

- 25 - BURAGOHAİN, D.N., et. al. - "A Matching Superparametric Beam Element for Shell Beam Systems", Computer & Structures, Vol. 9, pp. 175-182, Pergamon Press, 1978.
- 26 - HINTON, E. and CAMPELL, J.S. - "Local and Global Smoothing of Discontinuous Finite Element Functions Using a Least Squares Method", Int. J. for Num. Methods in Eng., Vol. 8, pp. 461-480, John Wiley & Sons., 1974.
- 27 - HINTON, E. and OWEN, D.R.J. - "Finite Element Programming" - Academic Press, 1977.
- 28 - WOLF, J.P. - "Dynamic Soil-Structure Interaction" - Prentice Hall, 1985.
- 29 - LYSMER, J, and KUHLEMEYER, R.L. - "Finite Dynamic Model for Infinite Media", J. of the Eng. Mechanics Div., Vol. 95, EM4 pp. 859-877, August, 1969.
- 30 - CHOW, Y.K. and SMITH, J.M. - "Static and Periodic Infinite Solid Elements", Int. J. for Num. Met. in Eng., Vol. 17 pp. 503-526, John Wiley & Sons, 1981.
- 31 - MEDINA, F. and TAYLOR, R.L. - "Finite Element Techniques for Problems of Unbounded Domains", Int. J. for Num. Met. in Eng., Vol. 19, pp. 1209-1226, John Wiley & Sons, 1983.
- 32 - COSTA, A.M. e EBECKEN, N. - "Análise de Modelos para a Discretização de Domínios Infinitos" - Anales del III Congreso Latino Americano sobre Métodos Computacionales para Ingenieria, Buenos Aires, Argentina, Mayo, 1982.
- 33 - EBECKEN, N.F.F. et al. - "Analysis of the Dynamic Nonlinear Soil-Structure Interaction on Offshore Structures", International Conference on Numerical Methods for Transient and Coupled Problems, Venice, Italy, July, 1984.

## APÊNDICE

### MANUAL DO USUÁRIO

#### SISTEMA DINAF/NL

##### 1. INTRODUÇÃO

O sistema DINAF/NL foi desenvolvido com o objetivo de resolver problemas dinâmicos não-lineares da interação solo-estrutura, e para isto utilizou-se o método direto no domínio da frequência (*steady-state*). Este procedimento permite ainda a solu<sup>ç</sup>ão de problemas estáticos (*steady-state* com frequência nula) e problemas dinâmicos lineares.

Com este objetivo foram implementados no sistema DINAF/NL os seguintes elementos:

- . elementos de pórtico plano;
- . elemento super-paramétrico de pórtico plano (com 2 e 3 nós);
- . elemento isoparamétrico, com número variável de nós: (de 3 a 9), para análise de problemas de estado plano

- de tensões, deformações e axissimétricos;
- . elemento infinito, para discretização de contorno infinito, permitindo análise de problemas de estado plano de tensões, deformações e axissimétricos;
- . elementos escalares de massa e mola, para solução de sistemas discretos e associação com sistemas contínuos.

Os dados de entrada para análise da estrutura podem ser divididos em dois módulos básicos:

- . módulo de dados da malha e pré-processador;
- . módulo de solução e saída de resultados.

No módulo de dados da malha é introduzida a topologia do modelo a ser estudado, incluindo-se as coordenadas, incidências, condições de contorno, propriedades dos materiais, etc.

Através do módulo de solução são introduzidas as cargas nodais e obtém-se a solução do problema, bem como a resposta do sistema para os nós e elementos, tanto no domínio da frequência quanto no tempo.

Para a introdução dos dados na estrutura são utilizados comandos de instrução que podem ou não ser seguidos por um bloco numérico de dados. Estes comandos são descritos nas seções seguintes. A Tabela 1 apresenta os comandos implantados, a sua descrição e o módulo a que pertencem.

O sistema DINAF/NL possui características de geração automática dos dados de entrada. As coordenadas são geradas através de interpolação linear dos pontos extremos dados por duas



coordenadas consecutivas. A incidência dos elementos também po de ser feita por geração automática especificando-se um incremento específico para a geração dos nós de incidência dos elementos existentes entre dois elementos consecutivos fornecidos.

Para uma maior facilidade na depuração dos dados de entrada, o sistema possibilita que se obtenha uma imagem gráfica da malha de dados via impressora. O sistema possibilita ainda, por intermédio do comando CHEC, verificar se os elementos fini tos possuem Jacobiano nulo, se os elementos de pórtico plano pos suem comprimento nulo, ou se os elementos escalares possuem cons tante de mola ou massa nula.

Outra característica implementada é uma completa verificação dos dados de entrada através de um sistema de detecção de erros que possui 57 mensagens de erro. Estas mensagens estão apresentadas no item 5.

Tabela 1 - Comandos de entrada do sistema DINAF/NL

COMANDO	DESCRIÇÃO	Módulo
DINL	Título e dados de controle (deve ser o primeiro comando)	Entrada
COOR	Coordenadas nodais	Entrada
ELEM	Dados dos elementos (incidências e grupo de materiais)	Entrada
MATE	Dados dos grupos de materiais	Entrada
REST	Restrições nodais	Entrada
CURV	Curvas não-lineares dos materiais	Entrada
ESPE	Vetor espessura dos elementos superparamétricos de pórtico plano	Entrada
PLOT	Imprime a imagem da malha	Entrada
IMPR	Imprime dados subseqüentes da malha	Entrada
NIMP	Não imprime dados subseqüentes da malha (default)	Entrada
PAG	Salta página a cada grupo de dados (Formato A4)	Entrada
FIM	Indica fim de dados da malha ou fim do módulo de solução	Entrada Solução
IMAG	Gera imagem dos dados de entrada subseqüentes	Entrada Solução
SOLC	Inicia módulo de solução	Solução
CHEC	Verifica os dados da malha	Solução
FORC	Forças nodais	Solução
FREQ	Solução do sistema no domínio da frequência	Solução
RSPN	Saída da resposta dos nós	Solução
RSPE	Saída da resposta dos elementos	Solução
PARE	Volta ao sistema operacional	Entrada Solução

## 2. MÓDULO DE DADOS DA MALHA

### 2.1. COMANDO DINL

#### 2.1.1. FUNÇÃO

O comando DINL tem por finalidade a inicialização do sistema, através do fornecimento dos parâmetros básicos que caracterizam uma estrutura (número de nós, número de elementos, etc), e a introdução de um título para a estrutura.

#### 2.1.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'DINL'
	5-72	17A4	Informação alfanumérica a ser impressa como cabeçário de cada página

- (1) O comando 'DINL' deve ser o primeiro comando da massa de dados. Cada problema a ser analisado deve começar com este comando.

### 2.1.3. CARTÃO TIPO 2

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
	1-5	I5	Número de pontos nodais
	6-10	I5	Número de elementos
	11-15	I5	Número de conjuntos de materiais
	16-20	I5	Número de curvas de propriedades
	21-25	I5	Número de termos da série (máximo)
	26-30	I5	Número de graus de liberdade por nó
	31-35	I5	Número de nós por elemento (máximo)
	36-40	I5	Número de vetores espessura
(1)	41-45	I5	Número inicial da página

(1) Caso não seja fornecido será assumido o valor 1 (um).

## 2.2. COMANDO COOR

### 2.2.1. FUNÇÃO

Neste comando são introduzidas as coordenadas dos pontos nodais da discretização da estrutura.

## 2.2.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'COOR'
	5-80	-	Não utilizadas

(1) Este comando deve terminar com um ou mais cartões em branco.

## 2.2.3. CARTÃO TIPO 2

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	I5	Número do n̄o
(2)	6-10	I5	Incremento de geração
	11-20	F10.0	Coordenada-X
	21-30	F10.0	Coordenada-Y

(1) As coordenadas nodais devem ser definidas para todos os n̄os declarados em DINL. As coordenadas podem ser introduzidas individualmente (cada n̄o em um cartão) ou através de geração (nota 2). Os n̄os não precisam ser introduzidos em ordem.

(2) As coordenadas nodais podem ser geradas linearmente através dos valores fornecidos em dois cartões consecutivos. O valor do número do n̄o gerado é calculado a partir do número do n̄o (N) e do incremento de geração (NG) do primeiro car-

tão através da seqüência  $N, N+NG, N+2NG$ , etc. O valor do incremento de geração pode ser negativo, permitindo que a seqüência seja ascendente ( $NG > 0$ ) ou descendente ( $NG < 0$ ). Caso o sinal não seja correto o incremento de geração terá seu sinal alterado.

## 2.3. COMANDO ELEM

### 2.3.1. FUNÇÃO

Através do comando ELEM são introduzidas as incidências dos nós e as propriedades dos materiais dos elementos que compõem a estrutura.

### 2.3.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-11	A4	Deve conter 'ELEM'
	5-80	-	Não utilizadas

(1) Este comando deve terminar com um ou mais cartões em branco.

## 2.3.3. CARTÃO TIPO 2

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	I5	Número do elemento
(2)	6-10	I5	Número do conjunto de materiais
(3)	11-15	I5	Incremento de geração
(4)	16-20	I5	Número do n <sup>o</sup> 1
	21-25	I5	Número do n <sup>o</sup> 2
	etc	⋮	⋮
	56-60	I5	Número do n <sup>o</sup> 9

- (1) Os elementos devem ser fornecidos em ordem.
- (2) O número do conjunto de materiais indica as propriedades e o tipo de elemento que será definido no comando MATE.
- (3) Caso algum elemento seja omitido, os dados deste elemento serão gerados a partir dos dados do elemento anterior tendo o mesmo número de conjunto de material. Os n<sup>os</sup> de incidência serão gerados acrescentando-se o valor do incremento de geração aos n<sup>os</sup> do elemento anterior.
- (4) A seqüência dos n<sup>os</sup> do elemento deve obedecer a ordem apre-tada no comando MATE para cada tipo de elemento. Caso o número de n<sup>os</sup> seja inferior ao número máximo fornecido no comando DINL, deve-se deixar os campos restantes em branco ou preenchido com zeros. No caso do elemento isoparamétrico se algum n<sup>o</sup> intermediário não existir (variação linear) deve-se preencher o campo com zero ou branco.

## 2.4. COMANDO MATE

### 2.4.1. FUNÇÃO

Neste comando são fornecidos os conjuntos de materiais com os tipos de elementos e suas respectivas propriedades.

### 2.4.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'MATE'
	5-80	-	Não utilizadas

(1) Este comando deve terminar com um ou mais cartões em branco.

### 2.4.3. CARTÃO TIPO 2

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	I5	Número do conjunto de materiais
(2)	6-10	I5	Tipo de elemento (1 a 9)
(3)	11-70	15A4	Comentário sobre o conjunto

(1) Os conjuntos de materiais não precisam ser fornecidos em ordem.



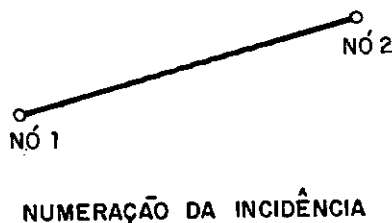
(2) O tipo de elemento deve ser escolhido de acordo com a tabela abaixo:

TIPO	ELEMENTO
1	Elemento de pórtico plano
2	Elemento superparamétrico de pórtico plano
3	Elemento isoparamétrico-estado plano de tensão
4	Elemento isoparamétrico-estado plano de deformação
5	Elemento isoparamétrico-axissimétrico
6	Elemento infinito: estado plano de tensão
7	Elemento infinito: estado plano de deformação
8	Elemento infinito: axissimétrico
9	Elemento escalar (massa ou mola)

#### 2.4.4. CARTÃO TIPO 3

O cartão tipo 3 do comando MATE pode ter um dos seguintes formatos dependendo do tipo de elemento.

##### 2.4.4.1. ELEMENTO DE PÓRTICO PLANO



NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
	1-10	F10.0	Coefficiente de Poisson
	11-20	F10.0	Módulo de cisalhamento
	21-25	F5.0	Percentagem do amortecimento crítico
	26-35	F10.0	Massa específica
(1)	36-40	F5.0	Relação entre matrizes de massa
	41-50	F10.0	Área da seção transversal
	51-60	F10.0	Momento de inércia
(2)	61-65	F5.0	Coefficiente de forma da seção

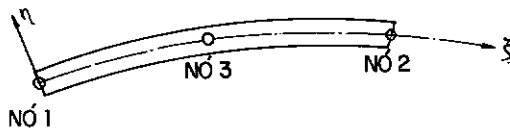
(1) O programa permite a associação das matrizes de massa consistente e concentrada do elemento. O valor da relação indica a percentual da matriz de massa consistente que será utilizado. A tabela abaixo exemplifica algumas possibilidades.

Relação	Massa consistente	Massa concentrada
1	100%	0%
0	0%	100%
0.4	40%	60%
0.5	50%	50%

(2) O coeficiente de forma da seção indica a distribuição das tensões cisalhantes na seção da barra. Para seção retangular, por exemplo, adota-se igual a 1,2. Caso este valor seja nulo não serão consideradas as deformações devido ao ci-

salhamento.

#### 2.4.4.2. ELEMENTO SUPERPARAMÉTRICO DE PÓRTICO PLANO



NUMERAÇÃO DA INCIDÊNCIA

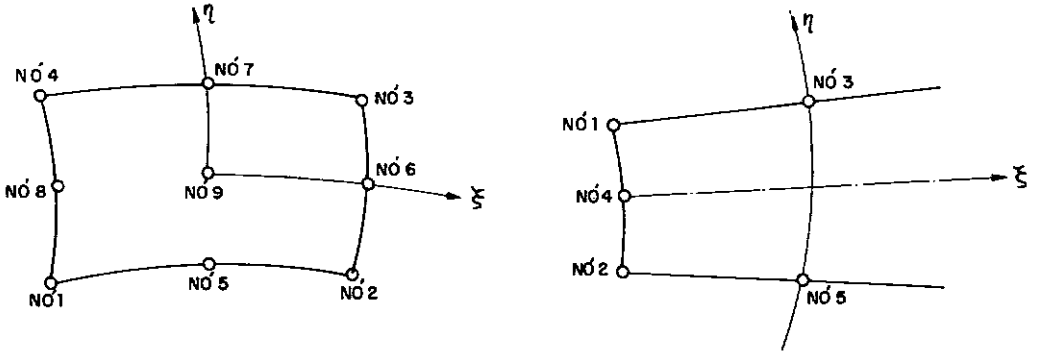
NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	I5	Número do vetor espessura
	6-15	F10.0	Coefficiente de Poisson
	16-25	F10.0	Módulo de cisalhamento
	26-30	F5.0	Coefficiente de amortecimento
	31-40	F10.0	Massa específica
(2)	41-45	F5.0	Relação entre matrizes de massa
(3)	46-50	F5.0	Coefficiente de forma da seção

(1) Indica o número do vetor espessura que será fornecido no comando 'ESPE', com as características que permitem calcular as propriedades geométricas da seção.

(2) Vide nota (1) item 2.4.4.1.

(3) Vide nota (2) item 2.4.4.1.

## 2.4.4.3. ELEMENTO ISOPARAMÉTRICO E ELEMENTO INFINITO

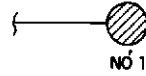


SEQUÊNCIA DA INCIDÊNCIA DOS NÓS

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	I5	Número da curva de material;
	6-15	F10.0	Coefficiente de Poisson
(2)	16-25	F10.0	Módulo de cisalhamento a baixa deformação
(3)	26-35	F10.0	Módulo de cisalhamento inicial
(4)	36-40	F5.0	Coefficiente de amortecimento inicial
	41-50	F10.0	Densidade específica
(5)	51-55	F5.0	Relação entre matrizes de massa
(6)	56-60	I5	Ordem de integração da matriz de rigidez (2x2 ou 3x3)
(7)	61-65	I5	Ordem de integração dos esforços (2x2 ou 3x3)
(8)	66-70	F5.0	Espessura do problema (estado plano de tensões)

- (1) Indica o número da curva não-linear de variação do módulo de cisalhamento e do coeficiente de amortecimento do solo.
- (2) Módulo de cisalhamento a uma deformação de  $10^{-4}\%$ . Este valor permite calcular o módulo de cisalhamento a uma deformação qualquer a partir da curva de material do elemento.
- (3) Módulo de cisalhamento a ser utilizado na primeira iteração. Pode ser arbitrado como 0,7 a 0,8 do módulo de cisalhamento a baixa deformação.
- (4) Coeficiente de amortecimento a ser utilizado na primeira iteração. Pode ser arbitrado como sendo igual a 5%. No caso de se fazer uma análise não-linear (iterativa), este valor não deve ser nulo.
- (5) Vide nota (1) item 2.4.4.1.
- (6) Caso seja deixado em branco será assumido ordem 2x2.
- (7) Para o elemento isoparamétrico esta ordem deve ser 2x2, para o elemento infinito pode ser 2x2 ou 3x3.
- (8) No caso de estado plano de tensão deve-se fornecer a espessura do problema, nos demais casos pode ser deixado em branco.

## 2.4.4.4. ELEMENTOS ESCALARES



## SEQUÊNCIA DA INCIDÊNCIA DOS NÓS

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	I5	Tipo de elemento
(2)	6-10	F10.0	Constante do elemento
(3)	11-15	F5.0	Coeficiente de amortecimento
(4)	16-20	I5	Grau de liberdade do primeiro n <sup>o</sup> do elemento escalar
(5)	21-25	I5	Idem, segundo n <sup>o</sup>

(1) O tipo do elemento pode ser:

- 1 - elemento mola
- 2 - elemento massa.

(2) A constante do elemento será a constante da mola para elemento tipo 1, e igual a massa concentrada ou momento de inércia da massa (caso de grau de liberdade de rotação), para elemento tipo 2.

(3) Para elemento tipo 2 deve ser nulo.

(4) O grau de liberdade a que o elemento está associado é dado pela tabela abaixo.

DIREÇÃO	GRAUS DE LIBERDADE
U(X)	1
V(Y)	2
RW(RZ)	3

Quando o problema for discreto (associação de elementos escalares) o grau de liberdade deve ser 1.

(5) No caso de elemento tipo massa deve ser deixado em branco. Para o elemento tipo mola, deve-se deixar em branco, se o ponto escalar estiver fixo, caso contrário deve-se colocar o número do grau de liberdade do segundo nó. Um elemento escalar conecta pontos escalares, que não possuem coordenada geométrica. Assim, no caso de um problema discreto não há necessidade de se definir coordenadas nodais, o mesmo ocorre quando em um sistema contínuo um elemento escalar tem um ponto fixo, como dito anteriormente.

## 2.5. COMANDO REST

### 2.5.1. FUNÇÃO

Para cada nó com algum grau de liberdade impedido de se deslocar utiliza-se o comando REST para fornecer as restrições nodais.

## 2.5.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	A4	Deve conter 'REST'
	5-80	-	Não utilizadas

(1) Este comando deve terminar com um ou mais cartões em branco.

## 2.5.3. CARTÃO TIPO 2

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	I5	Número do $n\bar{o}$
(2)	6-10	I5	Incremento de geração
(3)	11-15	I5	Grau de liberdade "U(X)"
	16-20	I5	Grau de liberdade "V(Y)"
(4)	21-25	I5	Grau de liberdade "RW(Z)"

(1) Para cada  $n\bar{o}$  com ao menos um grau de liberdade com restrição nodal deve ser fornecido um cartão com condição de contorno.

(2) Quando o incremento de geração for maior que zero, serão geradas restrições nodais para os  $n\bar{o}$ s subseqüentes ao  $n\bar{o}$  do primeiro cartão, acrescentando-se o valor do incremento de geração ao  $n\bar{o}$  anteriormente gerado, dentro do intervalo entre dois cartões consecutivos.



(2) A convenção utilizada para restrição nodal na direção de um grau de liberdade é a seguinte:

=0 sem restrição;

≠0 restringido.

Para os nós gerados as restrições nodais serão geradas como zero (sem restrição) se o nó do cartão inicial possuir restrição  $\geq 0$  naquela direção, e será gerada igual a -1 (restringido) se o nó do cartão inicial possuir restrição  $< 0$  naquela direção.

(4) O número máximo de graus de liberdade deve ser aquele indicado através do comando 'DINL'.

O número de graus de liberdade necessários para a definição de um elemento é dado na tabela abaixo:

Elemento	Nº DE G.L.
Pórtico plano	3
Superparamétrico de P.P.	3
Isoparamétrico/Infinito	2
Escalar	1

## 2.6. COMANDO CURV

### 2.6.1. FUNÇÃO

Caso o modelo analisado possua interação não-linear com o solo, as características não-lineares do mesmo devem ser in-

troduzidas através do comando CURV.

### 2.6.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'CURV'
	5-80	-	Não utilizadas

(1) Este comando deve terminar com um ou mais cartões em branco.

### 2.6.3. CARTÃO TIPO 2

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	I5	Número da curva de material
	6-65	15A4	Comentário da curva de material

(1) As curvas de material não precisam ser fornecidas em ordem.

## 2.6.4. CARTÃO TIPO 3

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	F5.0	Fração do módulo de cisalhamento a $10^{-4},^0\%$ de deformação
	6-10	F5.0	Fração do módulo de cisalhamento a $10^{-3},^5\%$ de deformação
	11-15	F5.0	Fração do módulo de cisalhamento a $10^{-3},^0\%$ de deformação
	16-20	F5.0	Fração do módulo de cisalhamento a $10^{-2},^5\%$ de deformação
	21-25	F5.0	Fração do módulo de cisalhamento a $10^{-2},^0\%$ de deformação
	26-30	F5.0	fração do módulo de cisalhamento a $10^{-1},^5\%$ de deformação
	31-35	F5.0	Fração do módulo de cisalhamento a $10^{-1},^0\%$ de deformação
	36-40	F5.0	Fração do módulo de cisalhamento a $10^{-0},^5\%$ de deformação
	41-45	F5.0	Fração do módulo de cisalhamento a $10^0,^0\%$ de deformação
	46-50	F5.0	Fração do módulo de cisalhamento a $10^0,^5\%$ de deformação
	51-55	F5.0	Fração do módulo de cisalhamento a $10^1,^0\%$ de deformação

(1) A fração do módulo de cisalhamento a uma dada deformação ci salhante  $\bar{e}$  um dado experimental obtido no ensaio dinâmico

de um dado tipo de solo (argila, areia, etc). Na falta de valores experimentais, podem ser utilizados, como uma estimativa, os dados da tabela do item 2.6.5.

## 2.6.5. CARTÃO TIPO 4

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	F5.0	Fração do amortecimento crítico a $10^{-4},^0\%$ de deformação
	6-10	F5.0	Fração do amortecimento crítico a $10^{-3},^5\%$ de deformação
	11-15	F5.0	Fração do amortecimento crítico a $10^{-3},^0\%$ de deformação
	16-20	F.50	Fração do amortecimento crítico a $10^{-2},^5\%$ de deformação
	21-25	F5.0	Fração do amortecimento crítico a $10^{-2},^0\%$ de deformação
	26-30	F5.0	Fração do amortecimento crítico a $10^{-1},^5\%$ de deformação
	31-35	F5.0	Fração do amortecimento crítico a $10^{-1},^0\%$ de deformação
	36-40	F5.0	Fração do amortecimento crítico a $10^{-0},^5\%$ de deformação
	41-45	F5.0	Fração do amortecimento crítico a $10^0,^0\%$ de deformação
	46-50	F5.0	Fração do amortecimento crítico a $10^0,^5\%$ de deformação
	51-55	F5.0	Fração do amortecimento crítico a $10^1,^0\%$ de deformação

(1) A fração do amortecimento crítico a uma dada deformação cisalhante é também obtida experimentalmente do ensaio dinâmico

co de uma amostra de solo. A tabela abaixo apresenta valores médios experimentais obtidos por Seed e Idriss (*Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analyses* - Report No. EERC-70-10, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkely, Calif. Dec., 1979).

Deformação cisalhante efetiva $\gamma_{ef}$ (%)	$\log (\gamma_{ef})$	Fator de redução do módulo de cisalhamento		Fração do amorteci- mento crítico (%)	
		Argila	Areia	Argila	Areia
$\leq 1,0 \times 10^{-4}$	- 4,0	1,000	1,000	2,50	0,50
$3,16 \times 10^{-4}$	- 3,5	0,913	0,984	2,50	0,80
$1,00 \times 10^{-3}$	- 3,0	0,761	0,934	2,50	1,70
$3,15 \times 10^{-3}$	- 2,5	0,565	0,826	3,50	3,20
$1,00 \times 10^{-2}$	- 2,0	0,400	0,656	4,75	5,60
$3,16 \times 10^{-2}$	- 1,5	0,261	0,443	6,50	10,00
$1,00 \times 10^{-1}$	- 1,0	0,152	0,246	9,25	15,50
$3,16 \times 10^{-1}$	- 0,5	0,076	0,115	13,80	21,00
$1,00 \times 10^0$	0,0	0,037	0,049	20,00	24,60
$3,16 \times 10^0$	0,5	0,013	0,049	26,00	24,60
$\geq 1,00 \times 10^1$	1,0	0,004	0,049	29,00	24,60

O fator de redução do módulo de cisalhamento é o coeficiente que deve ser aplicado ao módulo de cisalhamento a baixa deformação (aqui definido como  $10^{-4}\%$ ), introduzido no comando MATE, para se obter o módulo de cisalhamento a um nível de deformação maior.

A curva de materiais permite obter um módulo de cisalhamento e um coeficiente de amortecimento crítico compatíveis com

as deformações cisalhantes calculadas a cada iteração do processo de análise não-linear

## 2.7. COMANDO ESPE

### 2.7.1. FUNÇÃO

No elemento superparamétrico de pórtico plano a definição da geometria da seção transversal é feita através do vetor espessura de cada ponto nodal. A função do comando ESPE é a introdução dos vetores espessura destes elementos.

### 2.7.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'ESPE'
	5-80	-	Não utilizadas

(1) Este comando deve terminar com um ou mais cartões em branco.

## 2.7.3. CARTÃO TIPO 2

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	I5	Número do vetor espessura
(2)	6-10	I5	Número de nós do vetor espessura
	11-70	15A4	Comentário do vetor espessura

(1) Os vetores espessura não precisam estar em ordem.

(2) O número de nós do vetor espessura deve ser 2 ou 3.

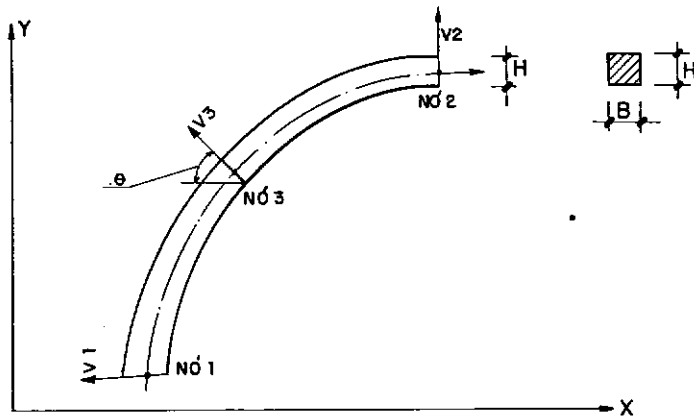
## 2.7.4. CARTÃO TIPO 3

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-10	F10.0	Componente Y da semi-altura do nó 1
	11-20	F10.0	Componente Y da semi-altura do nó 1
(2)	21-30	F10.0	Componente Z da semi-largura do nó 1
	31-40	F10.0	Componente X da semi-altura do nó 2
	41-50	F10.0	Componente Y da semi-altura do nó 2
	51-60	F10.0	Componente Z da semi-largura do nó 2
	61-70	F10.0	Componente X da semi-altura do nó 3
	71-80	F10.0	Componente Y da semi-altura do nó 3
(3)	1-10	F10.0	Componente Z da semi-largura do nó 3

(1) As componentes X e Y da semi-altura são as projeções do vetor definido pela altura da seção nas direções X e Y do sistema global de coordenadas. Este vetor não necessita ser



perpendicular ao vetor normal da seção transversal do ponto nodal, contudo esta perpendicularidade é aconselhável. A Figura abaixo ilustra algumas possibilidades.



$$V_1 = \{- H_1/2 ; 0 ; B_1/2\}$$

$$V_3 = \{- H_3/2 \cos\theta ; H_3/2 \sin\theta ; B_3/2\}$$

$$V_2 = \{0 ; H_2/2 ; B_2/2\}$$

- (2) A componente Z da semi-largura deve ser sempre igual a  $B/2$ , onde  $B$  é a largura da seção transversal do ponto nodal.
- (2) Caso o elemento possua 3 nós a sua componente Z da semi-largura deverá ser colocada em um novo cartão.

## 2.8. COMANDO PLOT

### 2.8.1. FUNÇÃO

A função do comando PLOT é a de apresentar a imagem dos

dados da malha de elementos finitos na impressora, funcionando como um pré-processador de baixo custo e permitindo uma análise visual da consistência dos dados de entrada.

### 2.8.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'PLOT'
	6-80	-	Não utilizadas

(1) Este comando deve ser precedido pelos comandos COOR, ELEM e MATE.

O bloco de dados deste comando deve terminar com um ou mais cartões em branco.

### 2.8.3. CARTÃO TIPO 2

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
	1-5	I5	Número da plotagem
	6-65	15A4	Comentário da plotagem

## 2.8.4. CARTÃO TIPO 3

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	I5	Opções de plotagem
	6-10	I5	Número do primeiro elemento a ser plotado
	11-15	I5	Número do último elemento a ser plotado
(2)	16-20	I5	Largura da plotagem
(3)	21-25	I5	Comprimento estimado em cms
(4)	26-30	I5	Plano da plotagem
(5)	31-35	I5	Tipo de label dos elementos
(6)	36-40	I5	Número de itens do vetor de exclusão de elementos

(1) As opções possíveis de plotagem são dadas na tabela abaixo.

OPÇÃO	DESCRIÇÃO
0	Plota todos os elementos incluídos no conjunto a ser plotado
1	Plota apenas elementos lineares
2	Plota apenas elementos bi-dimensionais
10,11,12	0 mesmo que 0, 1 e 2, mas o número do elemento ou número de seu conjunto de materiais será plotado no centro do elemento dependendo da opção escolhida conforme a nota (5).
20,21,22	0 mesmo que 10, 11 e 12, respectivamente, mas os lados dos elementos não serão plotados
-1	Plota apenas o local dos pontos nodais pertencentes ao conjunto de elementos a ser plotado

OPÇÃO	DESCRIÇÃO
-2	Plota o local dos n̄s e o n̄mero dos n̄s
-3	Plota o local dos n̄s e a sua condiçãõ de contorno pr̄ximo do n̄õ correspondente

(2) A largura da plotagem pode ser de 1, 2, ... 11 polegadas o que corresponde a 10, 20 ... 100, 110 colunas, respectivamente. Em todos os casos a plotagem serã centralizada na folha.

(3) Comprimento estimado, em centĩmetros, que deverã ocupar o desenho na direçãõ da folha da impressora.

(4) O plano de plotagem deve ser escolhido como abaixo.

OPÇÃO	DESCRIÇÃO
0	Plano X da estrutura coincidindo com a direçãõ da linha da impressora
1	Plano X da estrutura coincidindo com a direçãõ da pãgina da impressora

(5) O tipo de label dos elementos deve ser escolhido como abaixo.

OPÇÃO	DESCRIÇÃO
0	O n̄mero do elemento serã colocado no centro do elemento
1	O conjunto de material do elemento serã colocado em seu centro

Esta opção somente é utilizada caso a opção de plotagem seja 10, 11, 12, 20, 21 ou 22.

- (6) Dentro do conjunto de elementos a serem plotados poderá ser de interesse excluir alguns. Neste caso este campo deverá conter o número de itens da lista de exclusão de elementos a ser definida no cartão tipo 4. Este número deverá ser menor ou igual a 100.

#### 2.8.5. CARTÃO TIPO 4

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	I5	Primeiro número de elemento
	6-10	I5	Segundo número de elemento
	etc	I5	N-ésimo número de elemento

- (1) Estes dados permitem a exclusão de elementos dentro do conjunto de elementos escolhidos para plotagem. Os números dos elementos devem ser fornecidos em ordem numérica crescente. A lista deve terminar com um elemento de número zero. Um número negativo na lista de exclusão tal como:

..., N1, -N2, N3, ... (na qual  $N1 < N2 < N3$ )

indica que os elementos de número N1 até N2 inclusive deverão ser excluídos da plotagem. Esta opção em conjunto com a opção de plotagem e os números de elementos que definem o conjunto de plotagem visam aumentar as possibilidades de se fazer plotagens parciais da malha.

## 2.9. COMANDO IMPR

### 2.9.1. FUNÇÃO

Este comando indica que os dados da malha a partir deste ponto deverão ser impressos.

### 2.9.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'IMPR'
	5-80	-	Não utilizadas

(1) Este comando deve seguir ao comando DINL, no caso da impressão dos dados da malha ser necessária. Este comando não necessita ser seguido de cartões em branco, no entanto, este procedimento proporciona maior clareza à massa de dados.

## 2.10. COMANDO NIMP

### 2.10.1. FUNÇÃO

No processo de depuração dos dados de entrada pode não ser necessária a impressão de alguns dados da malha. Este comando inibe a impressão dos dados da malha a partir do ponto onde foi colocado. A utilização dos comandos IMPR e NIMP permite a impressão seletiva de dados da malha. A opção NIMP é assumida como *default*.

## 2.10.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'NIMP'
	5-80	-	Não utilizadas

(1) Este comando não necessita ser seguido de cartões em branco, no entanto este procedimento proporciona maior clareza à massa de dados.

## 2.11. COMANDO PAG

### 2.11.1. FUNÇÃO

Com o objetivo de se obter uma maior facilidade no arquivamento dos relatórios emitidos pelo programa DINAF/NL, procurou-se padronizar a saída de dados no formato A4. O comando PAG permite a paginação do relatório no formato A4.

### 2.11.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'PAG'
	5-80	-	Não utilizadas

(1) Este comando deve seguir ao comando DINL, no caso de se desejar a formatação A4 da listagem desde o início dos dados da

malha. Este comando não necessita ser seguido de cartões em branco, no entanto, este procedimento proporciona maior clareza a massa de dados.

### 3. MÓDULO DE SOLUÇÃO DO SISTEMA

#### 3.1. COMANDO SOLC

##### 3.1.1. FUNÇÃO

O comando SOLC tem como finalidade a inicialização do módulo de solução. Este comando deve ser, portanto, o primeiro na massa de dados do módulo de solução.

##### 3.1.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'SOLC'
	5-80	-	Não utilizadas

(1) Este comando não necessita ser seguido de cartões em branco, no entanto, este procedimento proporciona maior clareza à massa de dados.



## 3.2. COMANDO CHEC

### 3.2.1. FUNÇÃO

Uma das atividades mais importantes dentro do processo de análise de um modelo estrutural por computador é a verificação da consistência dos dados de entrada que discretizam este modelo. O comando CHEC auxilia neste processo fazendo uma verificação da consistência dos elementos.

### 3.2.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'CHEC'
	5-80	-	Não utilizadas

(1) O comando CHEC realiza as seguintes verificações:

- . elementos finitos: verifica se o Jacobiano é nulo;
- . elementos de pórtico plano: verifica se o comprimento é nulo;
- . elementos escalares: verifica se as constantes de massa ou mola são nulas.

Estas verificações são importantes, já que os valores a serem verificados influem diretamente na matriz de rigidez dos respectivos elementos.

Caso ocorra alguns desses erros o sistema emite uma mensagem de erro e interrompe a execução. Estes erros geralmente indicam problemas com os dados da malha dos elementos. Este comando poderá ser colocado em qualquer ponto do módulo de solução, contudo, por uma questão lógica deve ser colocado antes do comando `FREQ` (item 3.4).

Este comando não necessita ser seguido de cartões em branco, no entanto, este procedimento proporciona maior clareza à massa de dados.

### 3.3. COMANDO FORC

#### 3.3.1. FUNÇÃO

O comando `FORC` tem a função de introduzir as forças nodais aplicadas e as frequências de oscilações que a estrutura está submetida. Cada caso de carregamento deve ser especificado por um comando `FORC`.

#### 3.3.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'FORC'
	5	-	Não utilizadas
(2)	6-10	I5	Número de termos da série
	11-80	-	Não utilizadas

(1) Cada caso de carregamento deve ser especificado por um co-

mando FORC. Este comando deve preceder ao comando FREQ de análise do carregamento, e aos comandos RSPN e RSPE de saída de dados para o carregamento. Após a emissão dos resultados de um caso de carregamento poderá ser procedido a análise de outro caso de carregamento com a utilização de outro comando FORC. Os casos de carregamento no sistema DINAF/NL, para um dado grau de liberdade são especificados da seguinte forma:

$$p_1 = \sum_{k=1}^{NTERM} A_k \cos(\omega_k + \phi_k)$$

onde:

$i$  = grau de liberdade  $i$ ;

$A_k$  = amplitude do termo  $k$ ;

$\omega_k$  = freqüência do termo  $k$ ;

$\phi_k$  = ângulo de fase do tempo  $k$ ;

NTERM = número de termos da série.

Todos os graus de liberdade carregados, em um caso de carregamento, devem possuir a mesma freqüência  $\omega_k$  para um dado termo ' $k$ '.

Este comando deve terminar com um ou mais cartões em branco.

- (2) O número de termos da série de um caso de carregamento deve ser menor ou igual ao número de termos da série máximo especificado no comando DINL.

## 3.3.3. CARTÃO TIPO 2

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
	1-60	15A4	Título do caso de carregamento
	61-80	-	Não utilizadas

## 3.3.4. CARTÃO TIPO 3

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-10	F10.0	Frequência do 1º termo
	11-20	F10.0	Frequência do 2º termo
	21-30	F10.0	Frequência do 3º termo
	:	:	:
	:	:	:
	:	:	:

(1) As frequências devem ser especificadas no formato indicado até o número de termos indicado no cartão tipo 1. Podem ser utilizados tantos cartões tipo 3 quanto sejam necessários.

## 3.3.5. CARTÃO TIPO 4

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	I5	Não início
(2)	5-10	I5	Não fim
(3)	11-15	I5	Incremento de geração
(4)	16-20	I5	Grau de liberdade
(5)	21-30	F10.0	Amplitude do 1º termo
(6)	31-40	F10.0	Ângulo de fase do 1º termo
(7)	41-50	F10.0	Amplitude do 2º termo
	51-60	F10.0	Ângulo de fase do 2º termo
	.	.	.
	.	.	.
	.	.	.

- (1) Não início que possui grau de liberdade com o carregamento especificado.
- (2) Não fim que possui grau de liberdade com o carregamento especificado.
- (3) Incremento de geração a ser acrescentado ao não início.
- (4) O número do grau de liberdade deve ser:

Número do grau de liberdade	Direção
1	U(X)
2	V(Y)
3	RW(Z)

- (5) Amplitude do primeiro termo da série do grau de liberdade especificado.
- (6) Ângulo de fase em radianos do primeiro termo da série do grau de liberdade especificado.
- (7) Caso o número de termos da série seja maior que 3 deve-se utilizar tantos cartões subseqüentes quanto necessário no formato indicado.

Deve-se utilizar tanto cartões do tipo 4 quanto sejam necessários para especificar os nós e os graus de liberdade carregados de um caso de carregamento.

### 3.4. COMANDO FREQ

#### 3.4.1. FUNÇÃO

O comando 'FREQ' tem por finalidade proceder a análise iterativa não-linear de interação solo-estrutura no domínio da frequência. Dependendo dos dados de entrada esta análise poderá ser estática ou dinâmica linear no domínio da frequência (regime permanente).

### 3.4.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'FREQ'
	5	-	Não utilizada
(2)	6-10	I5	Número de iterações
(3)	11-15	F5.0	Tolerância
	16-80	-	Não utilizadas

- (1) Este comando não necessita ser seguido de cartões em branco, no entanto este procedimento proporciona uma maior clareza à massa de dados.
- (2) No processo de análise iterativa não-linear a convergência é obtida entre 3 e 5 iterações. No caso de análise linear este número deverá ser 1.
- (3) A tolerância deve ser fornecida em percentagem, e indica a máxima diferença percentual que poderá ocorrer entre o módulo de cisalhamento e o amortecimento de duas iterações consecutivas. Geralmente esta tolerância poderá chegar até 5% sem perda de precisão do modelo estrutural utilizado na análise. Esta tolerância deverá ser sempre maior que zero.

### 3.5. COMANDO RSPN

#### 3.5.1. FUNÇÃO

O comando RSPN permite a obtenção da saída dos resulta-

dos dos n̄os da estrutura. Para cada n̄o e grau de liberdade especificado s̄ao obtidos os deslocamentos, as velocidades e : as acelerações do caso de carregamento em an̄alise. O comando permite a resposta no dom̄nio da freq̄uência e do tempo.

### 3.5.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'RSPN'
	5-80	-	Não utilizadas

(1) Este comando somente pode ser utilizado ap̄os a obtenção da solução da estrutura pelo comando `FREQ`.

Este comando deve ser sucedido por um ou mais cartões em branco.



## 3.5.3. CARTÃO TIPO 2

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	I5	Não início
(2)	6-10	I5	Não fim
(3)	11-15	I5	Incremento de geração
(4)	16-20	I5	Tipo de resposta
(5)	21-25	I5	Grau de liberdade
(6)	26-30	I5	Número de pontos
(7)	31-40	F10.0	Intervalo de tempo
	41-42	-	Não utilizadas
(8)	43-45	I3	Código de resposta

(1), (2), (3) e (5) Vide item 3.3.5. notas (1), (2), (3) e (4) respectivamente.

(4) O tipo de resposta é dado na tabela abaixo:

Tipo	Descrição
1	Resposta no domínio da frequência. Para cada frequência são fornecidas as amplitudes e os ângulos da fase dos deslocamentos, velocidades e acelerações.
2	Resposta no domínio do tempo. Para cada tempo definido a partir do número de pontos (colunas 26-30) e do intervalo de tempo (colunas 31-40) são listadas as amplitudes dos deslocamentos velocidades e acelerações.
3	Resposta no domínio do tempo. Igual a 2, somente que a resposta é gráfica, plotada na impressora e de acordo com o solicitado pelo código de resposta (colunas 43-45).

- (6) É o número total de pontos que se deseja obter a resposta no domínio do tempo.
- (7) Indica a que intervalo de tempo se deseja a solução no domínio do tempo. Para o tipo de resposta igual a 3, a resposta é obtida para o tempo total definido pelo número de pontos vezes o intervalo de tempo.
- (8) O código de resposta é apenas necessário no caso de tipo de resposta igual a 3. Caso o campo da coluna 43 contenha o número 1, indica que se deseja a resposta gráfica no tempo dos deslocamentos. O mesmo ocorre com as colunas 44 e 45 para as velocidades e acelerações respectivamente. No caso de não se desejar alguma dessas grandezas deve-se colocar um zero na coluna correspondente.

## 3.6. COMANDO RSPE

### 3.6.1. FUNÇÃO

Através do comando RSPE são obtidos os resultados dos elementos, ou seja, esforços e tensões. A resposta pode ser fornecida no domínio da frequência e do tempo.

### 3.6.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'RSPE'
	5-80	-	Não utilizadas

(1) Este comando somente pode ser utilizado após a obtenção da solução da estrutura pelo comando `FREQ`. Este comando deve ser sucedido por um ou mais cartões em branco.

### 3.6.3. CARTÃO TIPO 2

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-5	I5	Elemento início
(2)	6-10	I5	Elemento fim
(3)	11-15	I5	Incremento de geração
(4)	16-20	I5	Tipo de resposta
(5)	21-25	I5	Tipo de esforço/tensão
(6)	26-30	I5	Número de pontos
(7)	31-40	F10.0	Intervalo de tempo
	41	-	Não utilizada
(8)	42-50	I9	Código de resposta

(1), (2) e (3) Possuem o mesmo significado empregado no item 3.3.5, somente que agora para os elementos.

(4) Vide item 3.5.3.

(5) Este campo indica o tipo de esforço ou tensão, dependendo do tipo de elemento, que se deseja resposta gráfica no tempo. O valor do tipo de esforço/tensão é dado abaixo em função do tipo de elemento.

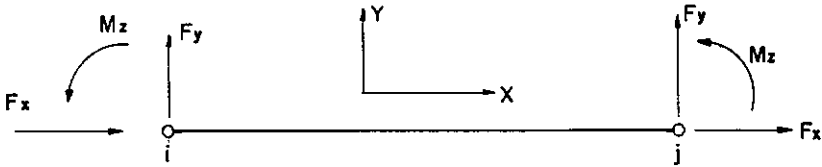
ELEMENTO	TIPO DE ESFORÇO/TENSÃO	ESFORÇO/TENSÃO
Pórtico plano e superparamétrico de pórtico plano	1	Esforço normal
	2	Esforço cortante
	3	Momento fletor
Isoparamétrico e infinito - Estado plano de tensão	1	Tensão-XX
	2	Tensão-YY
	3	Tensão-XY
Isoparamétrico e infinito - Estado plano de deformação	1	Tensão-XX
	2	Tensão-YY
	3	Tensão-XY
	4	Tensão-ZZ
Isoparamétrico e infinito - Axissimétrico	1	Tensão-RR
	2	Tensão-ZZ
	3	Tensão-RZ
	4	Tensão-TETA

(6) e (7) Vide item 3.5.3.

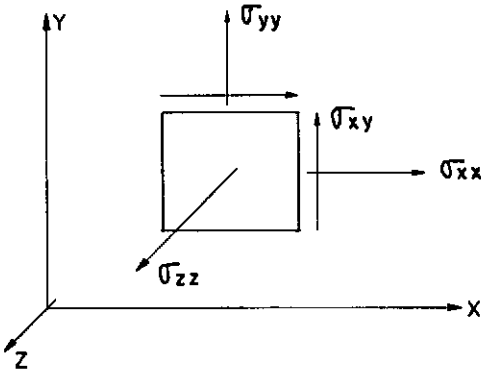
(8) O código de resposta é apenas necessário no caso de tipo de resposta igual a 3.

Caso o campo da coluna 42 contenha o número 1, indica que se deseja a resposta gráfica no tempo do esforço/tensão, especificado no campo tipo de esforço/tensão, do primeiro nó do elemento corrente. O mesmo ocorre com as colunas 43 a 50 para os demais nós de um dado elemento. No caso de não se desejar o resultado em um desses nós deve-se colocar um zero na coluna correspondente.

A figura a seguir apresenta as convenções de sinais dos esforços obtidos nos elementos.

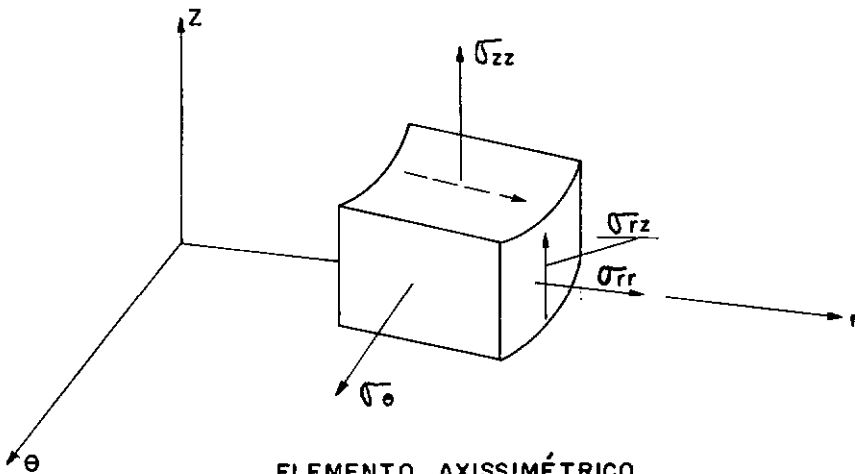


ELEMENTOS DE PÓRTICO PLANO E SUPERPARAMÉTRICO DE PÓRTICO PLANO



$\sigma_{zz}$  - ELEMENTO DE ESTADO PLANO DE DEFORMAÇÃO

ELEMENTO DE ESTADO PLANO DE TENSÃO



ELEMENTO AXISSIMÉTRICO

## 4. COMANDOS DE CONTROLE

### 4.1. COMANDO IMAG

#### 4.1.1. FUNÇÃO

O comando IMAG tem a finalidade de gerar a imagem dos cartões com dados de entrada a partir do ponto sua inclusão.

#### 4.1.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-4	A4	Deve conter 'IMAG'
	5-80	-	Não utilizadas

(1) Este comando não necessita ser seguido de cartões em branco, no entanto, este procedimento proporciona maior clareza à massa de dados.

### 4.2. COMANDO FIM

#### 4.2.1. FUNÇÃO

O comando FIM indica o fim do módulo de dados da malha ou o fim da solução de um caso de carregamento. Após este comando deverá vir um dos seguintes comandos DINL, SOLC ou PARE.

#### 4.2.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
(1)	1-3	A3	Deve conter 'FIM'
	4-8	-	Não utilizadas

(1) Este comando não necessita ser seguido de cartões em branco, no entanto, este procedimento proporciona maior clareza à massa de dados.

#### 4.3. COMANDO PARE

##### 4.3.1. FUNÇÃO

O comando PARE tem por finalidade indicar ao programa que se deseja voltar ao sistema operacional. Este comando pode ser colocado em qualquer ponto da massa de dados, desde que, seja precedido pelo comando FIM.

##### 4.3.2. CARTÃO TIPO 1

NOTA	COLUNAS	FORMATO	DESCRIÇÃO
	1-4	A4	Deve conter 'PARE'
	5-80	-	Não utilizadas

## 5. MENSAGENS DE ERRO

Na tabela das páginas seguintes encontram-se as mensagens de erro geradas pelo sistema DINAF/NL.



- \*\*\*\*\* E R R O 100 \*\*\* COMANDO 'AAAA' NAO IDENTIFICADO
- \*\*\*\*\* E R R O 101 \*\*\* NUMERO TOTAL DE PONTOS NODAIS MENOR OU IGUAL A ZERO
- \*\*\*\*\* E R R O 102 \*\*\* NUMERO TOTAL DE ELEMENTOS MENOR OU IGUAL A ZERO
- \*\*\*\*\* E R R O 103 \*\*\* NUMERO DE PROPRIEDADES DOS MATERIAIS MENOR OU IGUAL A ZERO OU MAIOR OU IGUAL  
AO NUMERO TOTAL DE ELEMENTOS
- \*\*\*\*\* E R R O 104 \*\*\* NUMERO DE CURVAS NAO LINEARES MENOR QUE ZERO OU MAIOR QUE C NUMERO DE CONJUN-  
TOS DE PROPRIEDADES DOS MATERIAIS
- \*\*\*\*\* E R R O 105 \*\*\* NUMERO DE TERMOS MAXIMO DA SERIE DE FOURIER DO CARREGAMENTO MENOR OU IGUAL A  
ZERO
- \*\*\*\*\* E R R O 106 \*\*\* NUMERO DE GRAUS DE LIBERDADE MENOR QUE 1 OU MAIOR QUE 3
- \*\*\*\*\* E R R O 107 \*\*\* NUMERO MAXIMO DE NOS POR ELEMENTO MENOR QUE 2 OU MAIOR QUE 9
- \*\*\*\*\* E R R O 108 \*\*\* NUMERO MAXIMO DE NOS POSSIVEIS NA ESTRUTURA MENOR QUE O NUMERO DE NOS ESPECI-  
FICADO
- \*\*\*\*\* E R R O 109 \*\*\* NUMERO DE VETORES ESPESSURA MENOR QUE ZERO OU MAIOR QUE O NUMERO DE CONJUNTOS  
DE PROPRIEDADES DE MATERIAIS
- \*\*\*\*\* E R R O 110 \*\*\* O COMANDO 'DINL', COM OS DADOS DE CONTROLE, DEVE SER O PRIMEIRO COMANDO DA  
MASSA DE DADOS
- \*\*\*\*\* E R R O 111 \*\*\* MEMORIA INSUFICIENTE NO VETOR DE TRABALHO 'VT'  
REQUERIDA = 15000                   DISPONIVEL = 10000
- \*\*\*\*\* E R R O 112 \*\*\* FOI DETECTADO ERRO DE LEITURA

- \*\*\*\*\* E R R O 201 \*\*\* NO' GERADO COM NUMERACAO MENOR OU IGUAL A ZERO OU MAIOR OU IGUAL QUE O NUMERO DE PONTOS NODAIS
- \*\*\*\*\* E R R O 202 \*\*\* NO' 9999 NAO E' DADO DE ENTRADA NEM FOI GERADO
- \*\*\*\*\* E R R O 203 \*\*\* FOI DETECTADA A EXISTENCIA DE 9999 NO(S) COM COORDENADA(S) IDENTICA(S)
- \*\*\*\*\* E R R O 204 \*\*\* ELEMENTO 9999 APARECE APOS O ELEMENTO 9999
- \*\*\*\*\* E R R O 205 \*\*\* NUMERO DO CONJUNTO DE PROPRIEDADES DOS MATERIAIS MENOR OU IGUAL A ZERO OU MAIOR QUE O NUMERO TOTAL DE CONJUNTOS
- \*\*\*\*\* E R R O 206 \*\*\* NUMERO DE NO' DE INCIDENCIA MENOR QUE ZERO OU MAIOR QUE O NUMERO TOTAL DE NOS
- \*\*\*\*\* E R R O 207 \*\*\* VERIFICAR POR QUE O NO' 9999 NAO APARECE NA LISTA DE INCIDENCIA DOS ELEMENTOS
- \*\*\*\*\* E R R O 208 \*\*\* VERIFICAR POR QUE EXISTEM NOS REPETIDOS NA INCIDENCIA DO ELEMENTO 9999
- \*\*\*\*\* E R R O 210 \*\*\* TIPO DE ELEMENTO INEXISTENTE
- \*\*\*\*\* E R R O 211 \*\*\* NUMERO DE NO' RESTRINGIDO MENOR QUE ZERO OU MAIOR QUE O NUMERO DE PONTOS NODAIS
- \*\*\*\*\* E R R O 212 \*\*\* NUMERO DA CURVA DOS MATERIAIS MENOR QUE ZERO OU MAIOR QUE O NUMERO TOTAL DE CURVAS DE MATERIAIS
- \*\*\*\*\* E R R O 213 \*\*\* NUMERO DO VETOR ESPESSURA MENOR QUE ZERO OU MAIOR QUE O NUMERO TOTAL DE VETORES ESPESSURA
- \*\*\*\*\* E R R O 214 \*\*\* CODIGO DO TIPO DE SAIDA INVALIDO

\*\*\*\*\* E R R O 215 \*\*\* NO' INICIAL MENOR OU IGUAL A ZERO OU MAIOR QUE O NUMERO TOTAL DE PONTOS NO-  
DAIS

\*\*\*\*\* E R R O 216 \*\*\* NO' FINAL MENOR OU IGUAL A ZERO OU MAIOR QUE O NUMERO TOTAL DE PONTOS NODAIS

\*\*\*\*\* E R R O 217 \*\*\* NO' FINAL MENOR QUE O NO' INICIAL

\*\*\*\*\* E R R O 218 \*\*\* VALOR DA LARGURA DE PLOTAGEM INVALIDO

\*\*\*\*\* E R R O 219 \*\*\* COMPRIMENTO DA PLOTAGEM MENOR OU IGUAL A ZERO OU MEMORIA ALOCADA (65000) NAO  
COMPORTA O COMPRIMENTO ESPECIFICAO

\*\*\*\*\* E R R O 220 \*\*\* CODIGO DE PLANO DE PLOTAGEM INVALIDO

\*\*\*\*\* E R R O 221 \*\*\* CODIGO DE LABEL DE ELEMENTO INVALIDO

\*\*\*\*\* E R R O 222 \*\*\* NUMERO DE ITENS DE EXCLUSAO DE ELEMENTOS MENOR QUE ZERO OU MAIOR QUE 100

\*\*\*\*\* E R R O 223 \*\*\* FOI(RAM) DETECTADO(S) 9999 NUMERO(S) DE ELEMENTO(S) MAIOR(ES) QUE O NUMERO  
TOTAL DE ELEMENTOS NO VETOR DE EXCLUSAO

\*\*\*\*\* E R R O 224 \*\*\* COMANDO 'PLOT' DEVE VIR APOS OS COMANDOS 'COOR', 'ELEM' E 'MATE'

\*\*\*\*\* E R R O 225 \*\*\* NUMERO DE NOS DO VETOR ESPESSURA DEVE SER 2 OU 3

\*\*\*\*\* E R R O 226 \*\*\* ELEMENTO 9999 COM COMPRIMENTO NULO, VALOR = .100000E-29

\*\*\*\*\* E R R O 228 \*\*\* ELEMENTO 9999 COM JACOBIANO NULO, VALOR = .100000E-29

\*\*\*\*\* E R R O 230 \*\*\* ELEMENTO 9999 COM CONSTANTE NULA, VALOR = .100000E-29

- \*\*\*\*\* E R R O 301 \*\*\* NUMERO DE TERMOS DA SERIE MENOR OU IGUAL A ZERO OU MAIOR QUE O NUMERO MAXIMO DE TERMOS
- \*\*\*\*\* E R R O 302 \*\*\* NO' INICIO MENOR OU IGUAL A ZERO OU MAIOR QUE O NUMERO TOTAL DE PONTOS NODAIS
- \*\*\*\*\* E R R O 303 \*\*\* NO' FIM MENOR OU IGUAL A ZERO OU MAIOR QUE O NUMERO TOTAL DE PONTOS NODAIS
- \*\*\*\*\* E R R O 304 \*\*\* NO' INICIO MAIOR QUE O NO' FIM
- \*\*\*\*\* E R R O 305 \*\*\* DIRECAO MENOR QUE 1 OU MAIOR QUE 3
- \*\*\*\*\* E R R O 306 \*\*\* TIPO DE RESPUESTA MENOR QUE 1 OU MAIOR QUE 3
- \*\*\*\*\* E R R O 307 \*\*\* NUMERO DE INTERVALOS DE TEMPO MENOR OU IGUAL A ZERO OU INTERVALO DE TEMPO MENOR OU IGUAL A ZERO
- \*\*\*\*\* E R R O 308 \*\*\* DIRECAO MENOR QUE 1 OU MAIOR QUE 4
- \*\*\*\*\* E R R O 309 \*\*\* O COMANDO 'FORC' DEVE SER O PRIMEIRO COMANDO DO MODULO DE EXECUCAO
- \*\*\*\*\* E R R O 310 \*\*\* O COMANDO 'FORC' DEVE VIR APOS UM DOS COMANDOS DE SAIDA DE DADOS ('RSPN' OU 'RSPE')
- \*\*\*\*\* E R R O 311 \*\*\* O COMANDO 'FREQ' DEVE VIR APOS O COMANDO 'FORC'
- \*\*\*\*\* E R R O 312 \*\*\* OS COMANDOS DE SAIDA DE DADOS DEVEM VIR APOS O COMANDO 'FREQ'
- \*\*\*\*\* E R R O 313 \*\*\* NUMERO DE ITERACOES MENOR OU IGUAL A ZERO
- \*\*\*\*\* E R R O 314 \*\*\* TOLERANCIA DA PRECISAO DO PROCESSO ITERATIVO MENOR OU IGUAL A ZERO

\*\*\*\*\* E R R O 315 \*\*\* ELEMENTO INICIO MENOR OU IGUAL A ZERO OU MAIOR QUE O NUMERO TOTAL DE ELEMENTOS

\*\*\*\*\* E R R O 316 \*\*\* ELEMENTO FIM MENOR OU IGUAL A ZERO OU MAIOR QUE O NUMERO TOTAL DE ELEMENTOS

\*\*\*\*\* E R R O 317 \*\*\* ELEMENTO INICIO MENOR QUE O ELEMENTO FIM

## 6. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Como exemplo de aplicação da entrada de dados e da forma da apresentação do relatório de saída do sistema DINAF/NL, apresentam-se nas páginas seguintes a imagem dos dados de entrada do Exemplo 1: Barra Solicitada a Tração Periódica com Amortecimento Histerético e a respectiva listagem dos resultados obtidos.

I M A G E M D O S D A D O S D E E N T R A D A \*\*\*\*\*

DINL EXEMPLO TESTE - TRACAO DINAMICA NAO-LINEAR - ELEM. AXISSIMETRICO  
 53 10 1 1 1 2 8 0 0

IMPR

PAG

COORD

51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ELEM

1	1	5	1	3	8	6	2	5	7	4
10	1	0	46	48	53	51	47	50	52	49

MATE

1	5	MATERIAL DOS ELEMENTOS 1 A 10								
1	0	1000000	1000000	5	.00000785	1	3	2		

CURV

1	CURVA N.L. AREIA - SEED E IDRIS									
1.0000	.9840	.9340	.8260	.6560	.4430	.2460	.1150	.0490	.0490	.049
0.5	0.8	1.7	3.2	5.6	10.0	12.5	21.0	24.6	24.6	24.6

REST

1	0	0	1
2	0	1	1
3	0	0	1

FIM

SOLC

FORC

CARGA 1 DINAMICA APLICADA NOS NOS 51,52 E 53

51	51	1	2	83.333333	0
52	52	1	2	366.666667	0
53	53	1	2	100	0

I M A G E M   D O S   D A D O S   D E   E N T R A D A   \*\*\*\*\*

RSPN  
  51    53    1    1    2  
  52    52    1    3    2   200   0.0001   100

RSPE  
  1    1    1    1

FIM

PARE

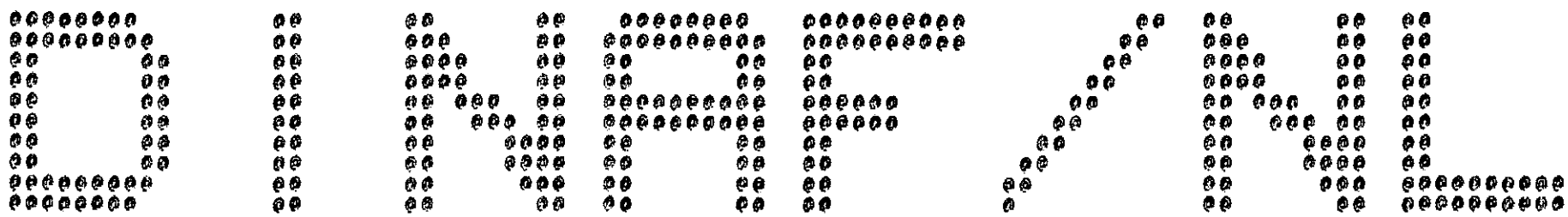


1

```

=====
RESPOSTA DINAMICA NAO-LINEAR DA
INTERACAO SOLO-ESTRUTURA NO DOMINIO DA FREQUENCIA
TESE DE MESTRADO - COPPE/UFRRJ - 1986
JOSE MANOEL MORALES SANCHEZ
=====

```



EXEMPLO TESTE - TRACAO DINAMICA NAO-LINEAR - ELEM. AXISSIMETRICO

D A D O S   D A   E S T R U T U R A   \*\*\*\*\*

NUMERO DE PONTOS NODAIS . . . . . :	53
NUMERO DE ELEMENTOS . . . . . :	10
NUMERO DE CONJUNTOS DE MATERIAIS . . . . :	1
NUMERO DE CURVAS DE PROPRIEDADES . . . . :	1
NUMERO MAXIMO DE TERMOS DA SERIE . . . . :	1
DIMENSAO DO ESPACO DE COORDENADAS . . . :	2
GRAUS DE LIBERDADE POR NO . . . . . :	2
NUMERO DE NOS POR ELEMENTO (MAXIMO) . . :	8
NUMERO DE VETORES ESPESSURA . . . . . :	0

C O O R D E N A D A S    N O D A I S    \*\*\*\*\*

NO	X	Y
1	0.000000	0.000000
2	0.500000	0.000000
3	0.000000	0.000000
4	0.000000	0.000000
5	0.000000	0.000000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	0.000000	0.000000
9	0.000000	0.000000
10	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.000000
15	0.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000
18	0.000000	0.000000
19	0.000000	0.000000
20	0.000000	0.000000
21	0.000000	0.000000
22	0.000000	0.000000
23	0.000000	0.000000
24	0.000000	0.000000
25	0.000000	0.000000
26	0.000000	0.000000
27	0.000000	0.000000
28	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000
30	0.000000	0.000000
31	0.000000	0.000000
32	0.000000	0.000000
33	0.000000	0.000000
34	0.000000	0.000000
35	0.000000	0.000000
36	0.000000	0.000000
37	0.000000	0.000000
38	0.000000	0.000000

C O O R D E N A D A S    N O D A I S    \*\*\*\*\*

NO	X	Y
49	5.00000	475.00000
50	6.00000	475.00000
51	5.00000	500.00000
52	5.50000	500.00000
53	6.00000	500.00000

C O N E T I V I D A D E D O S E L E M E N T O S \*\*\*\*\*

ELEMENTO	MATERIAL	N	O	S
1	1	1	3	
2	1	1	3	
3	1	1	3	
4	1	1	3	
5	1	1	3	
6	1	1	3	
7	1	1	3	
8	1	1	3	
9	1	1	3	
10	1	1	3	

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS \*\*\*\*\*

MATERIAL 1 TITULO : MATERIAL DOS ELEMENTOS 1 A 10

ELEMENTO TIPO : AXISSIMETRICO

NUMERO DA CURVA DE MATERIAL. . . . . :	1
COEFICIENTE DE POISSON . . . . . :	0,000
MODULO DE CISAL. A BAIXA DEFOR. . . . . :	1000000,000
MODULO DE CISALHAMENTO INICIAL . . . . . :	1000000,000
COEF. DE AMORTECIMENTO INICIAL . . . . . :	5,000
MASSA ESPECIFICA . . . . . :	0,00001
RELACAO ENTRE AS MATRIZES DE MASSA . . . . . :	1,000
ORDEM DE INTEGRACAO MAT. RIGIDEZ . . . . . :	3
ORDEM DE INTEGRACAO DOS ESFORÇOS . . . . . :	2

CURVAS N.L. DOS MATERIAIS \*\*\*\*\*

CURVA : 1 TITULO : CURVA N.L. AREIA - SEED E IDRIS

DEFORMACAO (%)	FRACAO DO MODULO DE CISALHAMENTO	AMORTECIMENTO CRITICO (%)
10** ( 4.0 )	1.0000	0.5000
10** ( 3.5 )	0.9840	0.8000
10** ( 3.0 )	0.9340	1.7000
10** ( 2.5 )	0.8260	3.2000
10** ( 2.0 )	0.6560	5.6000
10** ( 1.5 )	0.4430	10.0000
10** ( 1.0 )	0.2460	12.5000
10** ( 0.5 )	0.1150	21.0000
10** ( 0.0 )	0.0490	24.6000
10** ( 0.0 )	0.0490	24.6000
10** ( 1.0 )	0.0490	24.6000

R E S T R I C O E S    N O D A I S    \*\*\*\*\*

NO	U	V
1	0	1
2	1	1
3	0	1



F O R C A S    N O D A I S    \*\*\*\*\*

TITULO :    CARGA DINAMICA APLICADA NOS NOS 51,52 E 53

NO	DIRECAO	TERMO	FREQUENCIA	AMPLITUDE	ANG.DE FASE
51	2	1	750.00000	83.33333	0.000
52	2	1	750.00000	366.66667	0.000
53	2	1	750.00000	100.00000	0.000

R E S P O S T A   N O   D O M I N I O   D A   F R E Q U E N C I A   \*\*\*\*\*

NUMERO DE ITERACOES . . . . . : 6

TOLERANCIA DA PRECISAO . . . . . : 1.0

ITERACAO NUMERO 1 \*\*\*\*\*

ELEMENTO	DEF. CIS. EF (%)	G=USADO	G=NOVO	DIF=G (%)	AMORT=USADO (%)	AMORT=NOVO (%)	DIF=AMORT (%)
1	.478600E+02	1000000.00	764809.41	30.8	0.000	4.064	23.0
2	.475972E+02	1000000.00	765622.19	30.6	0.000	4.052	23.4
3	.470733E+02	1000000.00	767256.70	30.3	0.000	4.029	24.1
4	.462910E+02	1000000.00	769731.16	29.9	0.000	3.994	25.2
5	.452548E+02	1000000.00	773074.00	29.4	0.000	3.947	26.7
6	.439705E+02	1000000.00	777325.08	28.6	0.000	3.887	28.6
7	.424454E+02	1000000.00	782537.67	27.8	0.000	3.814	31.1
8	.406880E+02	1000000.00	788781.48	26.8	0.000	3.725	34.2
9	.387083E+02	1000000.00	796146.49	25.6	0.000	3.621	38.1
10	.365177E+02	1000000.00	804748.68	24.3	0.000	3.500	42.9

ITERACAO NUMERO 2 \*\*\*\*\*

ELEMENTO	DEF. CIS. EF (%)	G-USADO	G-NOVO	DIF-G (%)	AMORT-USADO (%)	AMORT-NOVO (%)	DIF-AMORT (%)
1	.694959	764809.41	709733.83	7.8	4.064	4.841	16.1
2	.689232	765622.19	710955.80	7.7	4.052	4.824	16.0
3	.677847	767256.70	713415.24	7.5	4.029	4.789	15.9
4	.660943	769731.16	717144.14	7.3	3.994	4.737	15.7
5	.638728	773074.00	722192.68	7.0	3.947	4.666	15.4
6	.611470	777325.08	728632.47	6.7	3.887	4.575	15.0
7	.579502	782537.67	736561.26	6.2	3.814	4.463	14.5
8	.543213	788781.48	746110.11	5.7	3.725	4.328	13.9
9	.503044	796146.49	757453.97	5.1	3.621	4.168	13.1
10	.459485	804748.68	770827.68	4.4	3.500	3.979	12.0

ITERACAO NUMERO 3 \*\*\*\*\*

ELEMENTO	DEF. CIS. EF (%)	G-USADO	G-NOVO	DIF-G (%)	AMORT-USADO (%)	AMORT-NOVO (%)	DIF-AMORT (%)
1	.774461E+02	709733.83	693740.24	2.3	4.841	5.067	4.5
2	.767151E+02	710955.80	695140.55	2.3	4.824	5.047	4.4
3	.752647E+02	713415.24	697958.97	2.2	4.789	5.008	4.4
4	.731178E+02	717144.14	702232.22	2.1	4.737	4.947	4.3
5	.703081E+02	722192.58	708018.26	2.0	4.666	4.866	4.1
6	.668796E+02	728632.47	715400.17	1.8	4.575	4.761	3.9
7	.628857E+02	736561.26	724492.44	1.7	4.463	4.633	3.7
8	.583880E+02	746110.11	735450.01	1.4	4.328	4.478	3.4
9	.534553E+02	757453.97	748482.19	1.2	4.168	4.294	3.9
10	.481642E+02	770827.68	763873.78	0.9	3.979	4.077	2.4

ITERACAO NUMERO 4 \*\*\*\*\*

ELEMENTO	DEF. CIS. EF (%)	G-USADO	G-NOVO	DIF-G (%)	AMORT-USADO (%)	AMORT-NOVO (%)	DIF-AMORT (%)
1	.800671E+02	693740.24	688825.59	0.7	5.067	5.137	1.4
2	.792740E+02	695140.55	690295.57	0.7	5.047	5.116	1.3
3	.777016E+02	697958.97	693253.79	0.7	5.008	5.074	1.3
4	.753774E+02	702232.22	697738.03	0.6	4.947	5.011	1.3
5	.723416E+02	708018.26	703808.07	0.6	4.866	4.925	1.2
6	.686465E+02	715400.17	711549.80	0.5	4.761	4.816	1.1
7	.643549E+02	724492.44	721082.14	0.5	4.633	4.681	1.0
8	.595393E+02	735450.01	732566.69	0.4	4.478	4.519	0.9
9	.542798E+02	748482.19	746223.10	0.3	4.294	4.326	0.7
10	.486632E+02	763873.78	762351.85	0.2	4.077	4.099	0.5

ITERACAO NUMERO S \*\*\*\*\*

ELEMENTO	DEF.CIS.EF (%)	G-USADO	G-NOVO	DIF=G (%)	AMORT-USADO (%)	AMORT-NOVO (%)	DIF-AMORT (%)
1	.809007E-10	68882.59	687296.21	0.000000	5.137	5.158	0.021
2	.800856E-10	690229.57	688791.42	0.000000	5.116	5.137	0.021
3	.784703E-10	693255.79	691800.11	0.000000	5.074	5.095	0.021
4	.760841E-10	697733.03	696336.05	0.000000	5.011	5.030	0.019
5	.729697E-10	703808.07	702531.05	0.000000	4.925	4.943	0.018
6	.691828E-10	711549.80	710400.05	0.000000	4.816	4.833	0.017
7	.647901E-10	721082.14	720087.05	0.000000	4.681	4.695	0.014
8	.598679E-10	732566.69	731734.91	0.000000	4.519	4.531	0.012
9	.545004E-10	746226.10	745623.99	0.000000	4.326	4.335	0.009
10	.487789E-10	762351.85	762001.24	0.000000	4.099	4.104	0.005

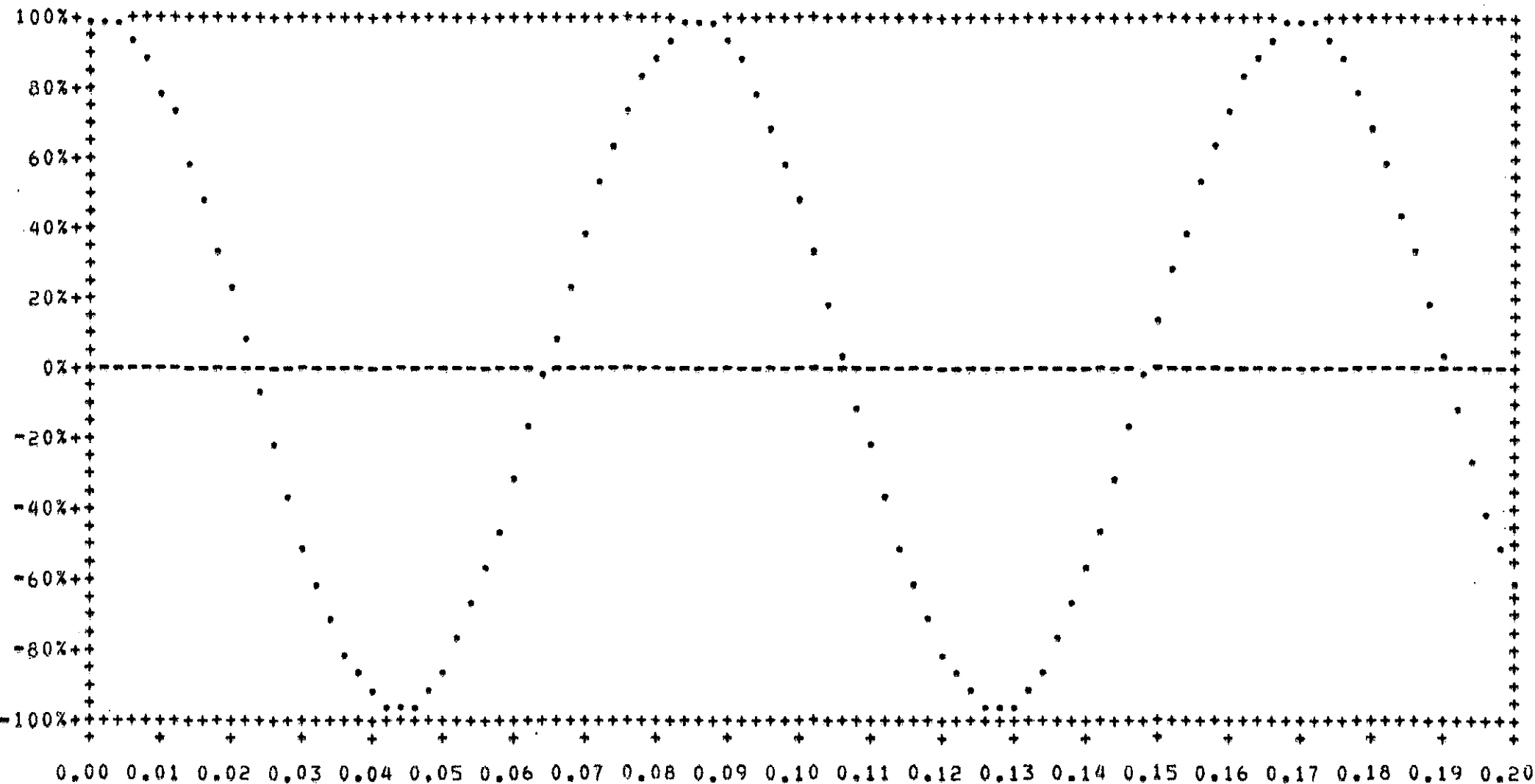
R E S P O S T A    D O S    N O S    \*\*\*\*\*

NO	DIRECAO	TERMO	FREQUENCIA	DESLOCAMENTO		VELOCIDADE		ACELERACAO	
				AMPLITUDE	FASE	AMPLITUDE	FASE	AMPLITUDE	FASE
51	2	1	750,00000	0,048471	-0,137	36,353380	1,434	-27265,035045	-0,137
52	2	1	750,00000	0,048471	-0,137	36,353380	1,434	-27265,035044	-0,137
53	2	1	750,00000	0,048471	-0,137	36,353380	1,434	-27265,035044	-0,137



RESPOSTA : DESLOCAMENTO NA DIRECAO 2 DO NO 52

100 % = 0.048467



R E S P O S T A D O S E L E M E N T U S \*\*\*\*\*

ELEM	NO	TERMO	FREQUENCIA	TENSAO = RR		TENSAO = ZZ		TENSAO = RZ		TENSAO = TETA	
				AMPLITUDE	FASE	AMPLITUDE	FASE	AMPLITUDE	FASE	AMPLITUDE	FASE
1	1	1	750.00000	0.000	0.028	157.933	-0.054	-0.000	-0.157	0.000	-0.059
1	3	1	750.00000	-0.000	0.002	157.933	-0.054	-0.000	-0.056	0.000	-0.059
1	8	1	750.00000	-0.000	-1.072	157.304	-0.054	0.000	-0.075	-0.000	0.085
1	6	1	750.00000	0.000	-0.963	157.304	-0.054	0.000	-0.257	-0.000	0.090
1	2	1	750.00000	-0.000	-0.145	157.933	-0.054	-0.000	-0.097	0.000	-0.059
1	5	1	750.00000	-0.000	-0.243	157.618	-0.054	0.000	-0.096	0.000	-0.092
1	7	1	750.00000	-0.000	-1.134	157.304	-0.054	0.000	-0.104	-0.000	0.088
1	4	1	750.00000	0.000	-0.082	157.618	-0.054	-0.000	-0.042	0.000	-0.093