

"ESTUDOS HIDROLÓGICOS PARA CAPACIDADE DE RESERVATÓRIOS"

Carlos Rodrigo Zeas Domínguez

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO
DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

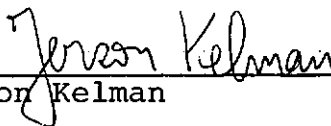
APROVADA POR:



Pedro L. A. Guerrero Salazar
(Presidente)



Dirceu Machado Olive



Jerson Kelman

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MAIO DE 1977

A

Evita, mi esposa

Carmela, mi madre

María, mi abuelita

AGRADECIMENTOS

A la COPPE, en las personas de su Director Prof. Sergio Neves Monteiro; del Prof. Luiz Lobo B. Carneiro, Coordinador del programa de Ingeniería Civil; del Prof. Rui Carlos Vieira da Silva, responsable por el Sector de Hidráulica; y en particular, del Prof. Pedro Guerrero Salazar, orientador de la presente Tesis.

A la CAPES y a la CIA. ASTEC, por el apoyo financiero ofrecido.

A todas aquellas personas que directa o indirectamente contribuyeron para la realización de este trabajo.

Finalmente, un destaque especial a mi esposa Evita, por el cariño y amor con el cual acompañó mis estudios.

RESUMO

No presente trabalho, se realizou uma revisão bibliográfica dos estudos hidrológicos para a estimativa da capacidade de reservatórios. Utilizou-se uma classificação das metodologias divididas em três grupos: empíricas, experimentais e analíticas. Foram selecionadas técnicas pertencentes a cada grupo as quais foram estudadas, analisadas e aplicadas para casos específicos com diferentes níveis de regularização (consideradas como porcentagens das médias), quais sejam: a) Técnica dos fluxos baixos e algoritmo de picos sequências (metodologias empíricas); b) Algoritmo de picos sequências aplicado a séries e ajustadas a distribuição de frequências teóricas da família Pearson (metodologia experimental); e, c) Técnica de Moran e análise do deficit (metodologias analíticas).

As aplicações foram realizadas para as bacias dos rios São Francisco e Iguaçu nos postos Três Maria e Salto Osório respectivamente. Os resultados de cada técnica são apresentados e discutidos.

RESUMEN

En el presente trabajo, se realizó una revisión bibliográfica de estudios hidrológicos para la estimación de capacidad de embalses. Se utilizó una clasificación de las metodologías, divididas en tres grupos: empíricas, experimentales y analíticas. Se eligieron técnicas pertenecientes a cada grupo, las cuales fueron estudiadas, analizadas y aplicadas para casos específicos con diferentes niveles de regularización (consideradas como porcentajes de las medias), las mismas que son: a) Técnica de flujos bajos y algoritmo de picos subsecuentes (metodologías empíricas); b) Algoritmo de picos subsecuentes aplicada a series generadas y ajustadas a distribuciones de frecuencias teóricas de la familia Pearson (metodología experimental); y, c) Técnica de Moran y análisis del déficit (metodologías analíticas).

Las aplicaciones fueron realizadas para las cuencas de los ríos São Francisco e Iguaçu en los puestos Três Marias y Salto Osorio respectivamente. Los resultados de cada técnica son presentados y discutidos.

ABSTRACT

In this work, a survey was made on hydrological studies dealing with capacity estimates of reservoirs. A classification of methodologies was used by dividing the subject into three groups: empirical, experimental and analytical. Techniques pertaining to each group were selected, being studied, analysed and applied to specific cases with different regulating values (considered as percentages of the means), which are the following: a) Low flow techniques and sequent peak algorithms (empirical methodologies); b) Sequent peak algorithms applied to series generated and adjusted to theoretical distribution frequencies of the Pearson family (experimental methodology); and, c) Dam theory (Moran) and deficit analysis (analytical methodologies).

The applications were made for the river basins of São Francisco and Iguaçu located at Três Marias and Salto Osorio, respectively. The results of each technique is presented and discussed.

INDICE

CAPÍTULO I - INTRODUCCION	1
1.1. Generalidades	1
1.2. El Problema de la Regularización.....	4
1.3. Criterios para la Estimación de la Capacidad de Embalses	6
1.4. Objetivos del Trabajo	8
CAPÍTULO II - REVISION DE LITERATURA	10
CAPÍTULO III - METODOLOGIAS EMPLEADAS	26
3.1. Análisis de la Estructura de Series Mensuales y Anuales	26
3.1.1. Hipótesis Básicas y Finalidades del Análisis.....	27
3.1.2. Técnicas Utilizadas en el Análisis de la Estructura	30
3.1.2.1. Transformación de las Variables de la Serie	30
3.1.2.2. Identificación de Transientes.. (Análisis de Consistencia y Homogeneidad)	31
3.1.2.3. Análisis de Autocorrelación ...	33
3.1.2.4. Análisis Espectral	36
3.1.2.5. Estructura Periódica Estocástica..	40
3.1.2.6. Modelos de Dependencia de la componente Estocástica	48

3.1.2.7.	Distribución de Probabilidades de la Componente Estocástica Independiente	56
3.2.	Técnica de Flujos Bajos (Stall)	63
3.2.1.	Descripción de la Técnica de Stall	63
3.2.2.	Comentarios	66
3.3.	Técnica de los Picos Subsecuentes	68
3.3.1.	Algoritmo (Caso de un Embalse)	69
3.3.2.	Extensión del Algoritmo para Múltiple Embalses	72
3.3.3.	Algoritmo (Caso de Múltiples Embalses)	75
3.3.4.	Comentarios	77
3.4.	Técnica de Moran	79
3.4.1.	Caso de Almacenamiento Anual	79
3.4.2.	Caso de Almacenamiento Mensual	88
3.4.3.	Regla de Operación Modificada	93
3.5.	Técnica que usa el Análisis del Déficit	96
3.5.1.	Definiciones	97
3.5.2.	Formulación del Problema	98
3.5.3.	Distribución del Máximo Déficit (D_n) para el Caso Discreto	100
3.5.4.	Expresión Alternativa para la Distribución de D_n para el Caso Discreto	103
3.5.5.	Distribución del Máximo Déficit (D_n) para el Caso Continuo	105
3.5.6.	Resultados de la Distribución Asintótica de D_n e Ingresos Netos con Distribución Normal ...	107

3.5.7. Comentarios	110
CAPÍTULO IV - CASOS DE APLICACION	112
4.1. Series de Escorrentías Utilizadas	112
4.2. Resultados del Análisis de la Estructura de Series Temporales	116
4.2.1. Identificación de Transientes en las Series	118
4.2.2. Componentes Periódicas y su Remoción	121
4.2.3. Componente Estocástica Dependiente y Remoción de la Dependencia	130
4.2.4. Componente Estocástica Independiente	135
4.2.5. Distribución de Probabilidades Teórica de la Componente Estocástica Independiente.....	141
4.3. Resultados de la Técnica de Flujos Bajos	146
4.4. Resultados de la Técnica de Picos Subsecuentes	162
4.5. Resultados de la Técnica de Moran	174
4.5.1. Resultados Preliminares	174
4.5.2. Resultados para el Caso de Almacenamiento Anual	181
4.5.3. Resultados para el Caso de Almacenamiento Mensual	193
4.6. Resultados de la Técnica que usa el Análisis del Déficit	201
4.7. Análisis y Discusión de Resultados	209
CAPÍTULO V - CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	218
BIBLIOGRAFIA	221

CAPÍTULO I

INTRODUCCION

1.1. GENERALIDADES

En el proceso histórico de la evolución del hombre se puede observar que las civilizaciones más florecientes en toda época, han tenido su desarrollo junto a fuentes y manantiales de agua.

En el inicio de la humanidad, las necesidades no eran significativas en relación con las disponibilidades, pero a medida de su crecimiento, cada vez los excedentes de recursos naturales fueron disminuyendo. Visando evitar deficiencias de abastecimiento, surgió la necesidad de canalizar el uso de los recursos naturales, imaginándose formas y maneras de controlar y conservar las fuentes de los mismos.

La Historia narra hechos trascendentales en la vida humana relacionados con el mejor aprovechamiento de las aguas, y así, nos habla de los antiguos pozos de agua de Arabia, los proyectos de irrigación de Egipto y Mesopotamia, los acueductos de Roma, los proyectos de abastecimiento de agua y drenaje en los

válles de la India, los sistemas de irrigación, canales y control de inundaciones en la China, las redes de distribución de agua para riego en el Perú en la época de los Incas, etc. Estos hechos muestran la preocupación por el control de las aguas para su aprovechamiento en tiempos que se remontan a un pasado distante.

Inicialmente, el uso de agua se restringía al consumo humano y para la producción de alimentos. Conforme el consumo fue aumentando, y las necesidades de producción de alimentos se incrementaban, las aguas disponibles comenzaron a no ser suficientes en ciertas épocas del año.

Ante este problema, observando la variabilidad de la precipitación y las corrientes de los ríos a lo largo del año y que la demanda de agua era mayor que la mínima disponible, surgieron las primeras ideas de regularización del caudal de un río. Para este efecto, se construían diques de tal manera que en la época húmeda, (abundancia de agua) se la almacenaba para suplir en la época seca, solucionando el problema de consumo de agua para las poblaciones y en forma parcial la producción de alimentos en las zonas ribereñas. Las zonas más alejadas de las riberas del río, necesitaron de un tratamiento complementario que consistía en la construcción de canales de conducción hasta los lugares de cultivo.

Conforme las civilizaciones tomaban auge, las necesidades crecían y los sistemas de aprovechamiento de las aguas

se volvían más sofisticados, debido a que el uso que se daba a las aguas se incrementaba. Y así, los diques de construcción precaria eran substituidos por presas de construcción pesada y eficientes, formándose grandes lagos artificiales.

Ya en nuestra era, y especialmente en el período del inicio de la Industria, en la cual surge el aprovechamiento de agua como fuente de energía y otros usos, la sofisticación en estos sistemas es mayor, debido a los incrementos en las demandas. Estos últimos son función directa del uso o usos que se da a las aguas, tales como: abastecimiento para el consumo, irrigación, regularización del caudal para navegación, control de polución originada por desechos industriales y domiciliarios, control de avenidas, producción de energía eléctrica, recreación, etc.

La consideración de estos factores que afectan a las demandas, trae como consecuencia el uso de técnicas perfeccionadas a través de la experiencia para obtener el máximo aprovechamiento de los recursos de agua disponibles.

En la actualidad, cuando hablamos de sistemas de aprovechamientos hidráulicos, el término encierra dentro de sí, uno o varios embalses, dependiendo de las demandas exigidas para el uso simple o múltiple de las aguas. Cuando la capacidad máxima de un embalse no abastece satisfactoriamente la demanda, se piensa en sistemas integrados de embalses dentro de la cuenca

de drenaje; y , si eso no es suficiente, se recurre a transferen
cias de agua entre cuencas, o a la transferencia de sus subproducto
s (energía eléctrica por ejemplo).

1.2. EL PROBLEMA DE LA REGULARIZACION

Al hablar de regularización del caudal de un río, entendemos como el control de la descarga (aguas abajo del punto de regularización), con finalidades que pueden ser diversas, tales como el garantizar un cierto nivel de las aguas con fines de navegación; mantener una determinada velocidad para la disper
ción de poluentes, sean estos conservativos o no conservativos; o simplemente, mantener un caudal que satisfaga las demandas para los diversos propósitos de las aguas del río represado.

Los embalses de regularización pueden ser de tipo anual o plurianual. El primero, se refiere a abastecer una demanda exigida durante un período de un año hidrológico, en otras palabras, almacena agua durante la época húmeda para suplir las necesidades en la época seca del mismo año. En el segundo caso, la capacidad del embalse es proyectada para abastecer una deman
da dada, durante un período de varios años de flujos bajos; en es
te caso se almacena un volumen de agua suficiente para suplir las necesidades durante un estiaje prolongado (varios años).

La regularización de un río puede ser hecha en función de la media anual de escorrentía, cabiendo en estos términos una división caso de regularización total y caso de regularización parcial, entendiéndose el primero como la obtención de la capacidad del embalse para garantizar una salida igual a la media anual del registro histórico, y el segundo, el obtener la capacidad del embalse para garantizar una salida igual a un porcentaje de la media del registro.

El problema de la regularización de un río , encierra como objetivo inmediato la estimación de la capacidad del embalse. Siendo que los únicos datos que se disponen, son las observaciones de las descargas en un período de tiempo dado, esta estimación estará sujeta a riesgos e incertezas debido a los propios errores de muestreo en las observaciones y por no existir un registro lo suficientemente grande del cual se puedan extraer informaciones que representen exactamente al fenómeno hidrológico de escorrentía.

Para el caso de embalses de regularización anual, es posible evaluar el riesgo y la incerteza debido a que los registros de los que se disponen contienen información de algunos años, pudiendo obtener para cada año la capacidad del embalse y luego definir una distribución de probabilidades de las capacidades de los almacenamientos estimados.

Ya en el caso de regularización plurianual esto no es posible. Para cuantificar el riesgo y la incerteza en

la estimación del parámetro capacidad, se necesitará de algunas secuencias de escorrentías, cada una de ellas conteniendo información de algunos años, para con esos datos montar una distribución de probabilidades.

Debido a que las escorrentías tienen un fuerte comportamiento casual, que hacen que cualquier intento de predicción a largo plazo no sea factible, se requiere estudiar las características estocásticas en las series observadas. De acuerdo a ésta naturaleza, la investigación se encamina hacia el análisis estadístico del registro histórico con el fin de obtener características que reflejen la variabilidad de las observaciones, de tal manera que se pueda reproducir secuencias con iguales características que la original, para utilizarlas en la determinación de capacidad de embalse y con ellas valorar el riesgo y la incerteza mediante una distribución de probabilidades de las capacidades estimadas de esa forma.

1.3. CRITERIOS PARA LA ESTIMACIÓN DE LA CAPACIDAD DE EMBALSES

En las investigaciones para la definición de la capacidad de embalses, es necesario tomar en cuenta ciertos criterios que decidirán la factibilidad de una obra determinada. Los criterios más importantes son:

a) Criterio hidrológico; que trata de estimar las disponibilida

des de agua, comparando con las demandas y definir la capacidad necesaria para obtener el mejor uso de los recursos para satisfacer las demandas.

b) Criterio físico; debido a que la función principal de un embalse es el almacenamiento de agua, la característica física más importante es la capacidad de almacenamiento. La topografía del local seleccionado para la construcción de una presa deberá ser favorable a los intereses del proyecto, en otras palabras, la curva cota-volumen-área tendrá que ser compatible con el estudio de la capacidad del embalse o viceversa. Desde este mismo punto de vista, el lugar del posible embalse deberá presentar características topográficas y geológicas favorables para la construcción de la presa.

c) Criterio económico; es el más importante y es el que definirá la ejecución de un proyecto. Desde este punto de vista será necesario hacer un balance de costos, cuantificando los beneficios con la vida económica del proyecto.

d) Criterios sociales; es un factor obligatorio en un proyecto de represamiento, debido a los prejuicios y beneficios que traerá a los moradores del lugar del embalse (si lo hubieran). Es importante analizar las consecuencias sociales que acarrea la inundación de zonas que en otra hora podrían haber sido fuente de sobrevivencia para un determinado número de personas y de igual forma la repercusión de los beneficios en las sociedades de lugares ve

cinos al vaso.

Además de estos criterios, pueden existir otros , siendo que todos ellos están interligados y trabajan juntos, y un proyecto que se consideraría óptimo, será aquel que llegue a un punto de equilibrio, luego de haber dado un peso según la importancia que tenga cada uno de estos criterios dentro de un proyecto específico.

1.4. OBJETIVOS DEL TRABAJO

El trabajo aquí presentado, estudia los criterios hidrológicos para la estimación de la capacidad de embalses.

Al analizar los diferentes estudios realizados en el problema de capacidad de embalses, se nota que existe una gama de técnicas que pueden ser usadas, siempre que se tome en consideración las premisas establecidas por ellas.

En estos términos, los objetivos del trabajo pueden ser delineados de la siguiente manera:

- a) Presentar en forma resumida los estudios más importantes realizados hasta el momento sobre el problema de almacenamiento.
- b) Mostrar en detalle y exhaustivamente las técnicas consideradas

como más eficientes y que serán aplicadas a problemas prácticos de estimación de capacidad de embalses.

c) Las técnicas definidas en el ítem b, serán aplicadas a casos prácticos, utilizando datos reales de cada cuenca de drenaje en estudio.

En el Capítulo II se presenta la revisión de literatura sobre el problema; en el Capítulo III se hace la presentación de las técnicas que se han considerado las más representativas; en el Capítulo IV se aplican las técnicas presentadas en el Capítulo III, y se analizan los resultados obtenidos; y, finalmente en el Capítulo V se presentan las conclusiones y recomendaciones de este trabajo.

CAPÍTULO IIREVISION DE LITERATURA

Los problemas relacionados con almacenamiento de agua en embalses, fueron inicialmente levantados y estudiados por Rippl³⁵ que propuso una metodología para obtener la capacidad requerida de un embalse satisfaciendo una demanda dada (considerada constante y uniforme) y simultáneamente, determina el período de tiempo para el cual está garantizado el abastecimiento de esa demanda. Este período de tiempo que más adelante se denominó "período crítico", es definido analizando el registro histórico de los escorrentías, viene a ser el período de tiempo en el que un embalse de cierta capacidad comienza lleno y termina vacío. Este método tiene mucha aplicación e inclusive en la actualidad es comunmente utilizado por gran número de hidrólogos, a veces con técnicas modificadas y que serán descritas más adelante.

Tratando de generalizar una metodología, Hazen²¹ estandarizó las series de escorrentías, realizó pruebas con diferentes capacidades de embalses y consideró una diversidad de períodos de déficit de agua (períodos críticos). Este estudio, proporcionó una tabla en la que únicamente se requiere conocer el coeficiente de variación y el nivel de utilización del embalse (descarga anual proyectada dividida para la media anual de escorrentía), para determinar la capacidad necesaria. Estas tablas así obtenidas , ,

son limitadas por el hecho de que solamente son posible aplicarlas a regiones para las cuales fueron elaboradas o para otros de características hidrológicas semejantes.

Estos métodos presentados por Rippl y Hazen , tienen defectos similares que son:

- a) El análisis está basado en el registro histórico y es improbable que esas secuencias se repitan en años futuros.
- b) La capacidad del embalse, es una función directa del tamaño del registro y comunmente sucede que el número de años del registro son completamente diferentes a la vida económica del embalse.
- c) El diagrama de volúmenes (masas) acumulado que se emplea, no permite la estimación del riesgo con el cual el proyectista pueda tomar decisiones con respecto al déficit de agua, en períodos de escorrentía baja.

Posteriormente, Sudler³⁹, presentó un primer esquema de generación de datos sintéticos, asumiendo que las series anuales de escorrentía son independientes y de igual probabilidad de ocurrencia. Para llegar a su objetivo, colocó los valores de la serie anual de cincuenta años en un naipe de barajas de cincuenta cartas. Una vez impresas las cincuenta cartas, fueron mezcladas al azar (barajando), se retiró cada carta anotando el valor y retornándolas, hasta formar una serie sintética de cincuenta

valores (correspondientes a 50 años) o más.

Mediante este procedimiento, fue factible la determinación de la probabilidad de falla para una determinada razón de descarga y una capacidad de embalse dado. Los registros así obtenidos pueden ser divididos en secuencias de duración igual a la vida económica del proyecto, obteniéndose una curva de distribución de capacidades.

En este sentido, se dió, un avance singular a la metodología de Rippl^{3,5}, tratando de superar las deficiencias del método señaladas anteriormente.

Este esquema, tiene las desventajas de que los valores máximos y mínimos de las series sintéticas son iguales a los del registro histórico, y que destruye la dependencia secuencial que pudiera existir en la serie.

Propiamente en las dos últimas décadas, se comenzó a investigar más profundamente los problemas de almacenamiento de agua, surgiendo hasta el momento estudios que presentan nuevas metodologías o que mejoran los ya existentes.

Thomson^{4,3}, clasifica los flujos según una duración particular (subsecuencias), atribuyendo una probabilidad de acuerdo con la clasificación del flujo. De este modo, deriva una curva de sequía, basada en las severidades relativas. Esta metodo

dología, tiene el inconveniente de asumir que la probabilidad de ocurrencia del período crítico es igual a la probabilidad del fracaso del almacenamiento.

Las subsecuencias formadas con la misma duración pero severidades iguales o mayores que el período crítico de diseño, exige que un fracaso característico ocurra en cada una de esas subsecuencias. En este caso, se tiende a subestimar el número característico de fracasos debido al desconocimiento de la repetición de los mismos y consecuentemente se subestima el tamaño del almacenamiento requerido.

En términos generales Thomson, tiende a subestimar el almacenamiento requerido para períodos críticos pequeños y a sobreestimar para períodos críticos grandes.

Hurst²², mediante el empleo de series anuales de escorrentía, dá una solución al problema de la determinación de la capacidad requerida, para mantener una descarga igual a la media anual para cada período. La capacidad del embalse se obtiene sumando algebráicamente las desviaciones de la media para formar una serie de totales acumulados. La diferencia entre el más alto y el más bajo de esos totales acumulados se define como Amplitud (Rango) que puede ser:

a) El mayor exceso (surplus) acumulado cuando no existe déficit.

- b) El mayor déficit acumulado cuando no existe exceso (surplus).
- c) La suma del mayor exceso y mayor déficit acumulados cuando hay excesos y déficits.

La capacidad requerida del embalse, es estimada por la amplitud (rango) obtenida. Como la amplitud viene a ser una variable casual, la capacidad podrá ser definida para una probabilidad seleccionada.

Moran²⁹ y Barnes³ en 1954, presentan dos metodologías completamente diferentes, el primero se basa en una técnica estocástica y el segundo en una generación de secuencias sintéticas.

Moran, deriva expresiones relacionando la distribución de probabilidades del almacenamiento a la probabilidad de la distribución de los influentes, en función de una regla de operación dada. En esta técnica el autor asume independencia en los influentes, y en otro trabajo posterior³⁰, modifica la regla de operación y considera flujos anuales y mensuales. Para este último caso, preparar una matriz de probabilidades de almacenamiento para cada mes.

En cuanto a Barnes³, sigue las líneas trazadas por Sudler, partiendo de la consideración que las escorrentías anuales son independientes y están normalmente distribuidas. Con el

auxilio de una tabla de números "randómicos" genera mil años de flujos anuales, con la ventaja sobre la técnica de Sudler que substituye el naipe de barajas por una tabla de números "randómicos". Los valores del almacenamiento anual obtenidos fueron basados en un almacenamiento semi-infinito.

En 1955, Gani y Moran¹⁴ obtienen una solución utilizando la teoría estadística de las Filas y el método de Monte Carlo, restringiéndose este análisis a la distribución de los influentes del tipo binomial negativa y Poisson, las mismas que no son muy realistas. De cualquier manera este estudio es considerado como una contribución significativa, por ser uno de los primeros estudios en donde se incluyen consideraciones económicas para su solución.

Fathy y Shukry¹¹ en 1956, utilizaron las consideraciones de Hurst; es decir, que los fenómenos hidrológicos son tratados como secuencias de eventos casuales libres de cualquier tendencia periódica. Para este caso muestran que para las condiciones dadas, un factor que gobierna la capacidad es la desviación estandar. Los autores conociendo que las secuencias de los fenómenos hidrológicos tienden a agruparse entre valores de años altos o bajos, tratan el problema desde un ángulo diferente al de Hurst.

En este trabajo, las desviaciones de la media aritmética para grupos de observaciones son utilizados en lugar de la desviación de una observación en particular; desde este punto

de vista, cualquier peculiaridad de la secuencia del fenómeno es tomada en cuenta. Con esta consideración se determina la capacidad necesaria del embalse utilizando el análisis estadístico de la amplitud (Rango) de igual manera que lo hizo Hurst.

En 1958, Langbein²⁵, desarrolló una solución del problema específico de capacidad del embalse requerido para manterner una descarga mínima de regularización, mediante el uso de la teoría estadística de las Filas (o líneas de espera). Partiendo de la premisa de que los influentes son independientes y normalmente distribuidos, los relacionó a la influencia de la correlación serial en el almacenamiento. En este sentido, modifica la técnica de Moran tratando con el coeficiente de correlación serial de los influentes.

Fiering¹³, en 1961, encontró que los métodos de Moran y Langbein se tornan demasiado complejos cuando existe correlación serial en las escorrentías. Para dar solución al problema, presenta en su trabajo una metodología que permite tomar en cuenta la correlación serial mediante un esquema de generación de series sintéticas.

El trabajo se fundamenta en la teoría de las filas por medio del cual se obtiene la distribución de probabilidades de la descarga; introduce funciones de beneficio para un propósito específico del embalse y realiza un análisis económico para la determinación de la capacidad óptima del mismo. La determina -

ción de la distribución de probabilidades de las descargas es realizada a partir de la distribución de probabilidades de los influentes, los mismos que son simulados por un esquema de generación sintética de flujos, utilizando un modelo determinístico - estocástico.

En ese mismo año, Gould²⁰, siguiendo las líneas trazadas por Moran y con principios similares a los presentados por Langbein, ofrece otra variación de la técnica, la cual permite considerar los efectos de la correlación serial y estacional.

El autor, establece una matriz de transición de probabilidades del contenido del embalse, siendo sus elementos obtenidos por contaje de la proporción del tiempo. Registrando el número de fracasos desde el inicio hasta el final, se puede construir esta matriz y la probabilidad condicional del fracaso dentro del año (fracaso anual a partir de los datos mensuales), sujeto al contenido del embalse al comienzo del año, utilizando una regla de operación similar a la empleada por Moran. Con estas consideraciones la probabilidad de fracaso es definida de la siguiente manera:

$$\text{prob} = \sum_{i=1}^{\kappa} Q_i Y_i$$

en donde, κ es la capacidad del embalse; Q_i , es la probabilidad del contenido del represamiento en el estado i ; y, Y_i es la pro

babilidad condicional en el estado i .

En este mismo estudio, la técnica es modificada de tal manera que la probabilidad condicional de fracaso es también determinada para fracasos mensuales a partir de flujos mensuales. Con esta alteración la probabilidad de fracaso durante la estación j , es definida por:

$$\text{prob}(j) = \sum_{i=1}^{\kappa} Q'_{ij} Y'_{ij}$$

en donde, κ es la capacidad del embalse; Q'_{ij} , es la probabilidad del contenido del represamiento en el estado i , durante la estación j ; y, Y'_{ij} es la probabilidad condicional de fracaso en el estado i , durante la estación j .

En 1962, Stall⁴⁰ extiende la idea de Thomson (1951) estableciendo una serie de flujos bajos, por una clasificación en subsecuencias. Aplica la técnica con el análisis de diagrama de masas, convierte las clases de subsecuencias en intervalos de recurrencia y mediante el método de Rippl, determina la capacidad del embalse para una razón de descarga establecida y un intervalo de recurrencia determinado. En este análisis se tiende a sobrestimar el comportamiento del almacenaje para períodos críticos pequeños y a subestimar para períodos críticos grandes.

Alexander¹ en ese mismo año, asume que los flujos anuales son independientes y que siguen una distribución

gama con dos parámetros, de la cual deriva la curva teórica de sé
quía. Este estudio parte de dos suposiciones probabilísticas bá
sicas, que son: escorrentías independientes e igual probabilidad
de ocurrencia; este análisis como muchos otros se restringen a con
siderar flujos anuales y una descarga constante y uniforme.

En resultados obtenidos por Joy y McMahon²⁴ ti
po de análisis, se muestra que para períodos críticos pequeños, se
tiende a sobrestimar la capacidad requerida y para períodos críti
cos grandes su estimación es bien comportada.

En 1963, Thomas⁴² propone un algoritmo de cál
culo para la estimación de la capacidad requerida; éste es denomi-
nado "algoritmo de picos subsecuentes", está basado en la técnica
de masas de Rippl.

La ventaja de su utilización es que el trata-
miento del problema puede considerar cualquier tipo de serie de es
correntías, sea ésta mensual, estacional o anual; consecuentemente
esto trae mejoras notables sobre otras metodologías. Por otro la
do el algoritmo permite considerar descargas periódicas repitiendo
se estacionalmente, en este sentido es el primer trabajo que hace
esta consideración, siendo que todos los anteriores tratan la des
carga como una razón constante y uniforme (la media anual o un por
centaje de ella).

Para completar la técnica, el autor propone un

esquema de generación de series sintéticas, basadas en el orden del momento de la serie histórica que se pretende conservar.

Lloyd²⁷ en ese mismo año, utilizando una técnica estocástica, considera el coeficiente de correlación, pero no estacional. La técnica de correlación es basada en una matriz de transición bivariada de los influentes en lugar del simple histograma de Moran. En el año siguiente, Lloyd y Odom²⁸, ofrecen un proceso parecido pero esta vez consideran los influentes estacionales.

A partir del año de 1964 otros autores han venido investigando y estudiando la determinación de la capacidad requerida de uno o varios embalses, siendo que con la ayuda de computadores de mayor porte y velocidad se ha obtenido mejorar los procesos de cálculos de las diferentes técnicas. En los últimos años no ha habido una notable modificación en las metodologías y técnicas mencionadas, y todos los estudios se han volcado a tomar en cuenta ciertas consideraciones que tratando de sofisticar y hacer un estudio más real de lo que ocurre en la naturaleza.

Las modificaciones más importantes que se han realizado básicamente se concentran, en las metodologías que utilizan series sintéticas y las que tienden a obtener resultados analíticos.

Entre los trabajos recientes, cabe destacar los presentados por Joy y McMahon²⁴ y Gomide^{16,17}

Joy y McMahon²⁴ en 1972, aplicaran diferentes técnicas a seis ríos Australianos. En el trabajo presentado se hace una clasificación de las técnicas de acuerdo a la tendencia de cada uno de los investigadores, dividiendo como sigue:

a) Técnicas de período crítico - En ésta se hace una subdivisión correspondiente a técnicas de flujos bajos y miscelaneos.

1 - Técnicas de flujos bajos; trabajos presentados por: Waitt* , Thomson⁴³ , Stall⁴⁰ , Alexander¹, Hardison*

2 - Técnicas Misceláneas ; trabajos presentados por: Rippl³⁵ , Wilson* , Law* , Hurst²² , Fathy y Shukry¹¹

b) Técnicas estocásticas - Los autores subdividen en los que tienen tendencia a las líneas trazadas por Moran y otros miscelaneos.

1 - Técnicas tipo Moran; trabajos presentados por: Moran^{29,30} , Lloyd²⁷ , Lloyd y Odoom²⁸ , Dearlove y Harris* , Venetis*

2 - Técnicas Miscelaneas ; trabajos presentados por: Langbein²⁵ , Gould²⁰ , Melentijevich* , Klemes* , Loucks*

c) Técnicas de datos sintéticos; trabajos presentados por: Hazen²¹ Sudler³⁹ , Barnes³ , Fiering¹³ , Gould²⁰ , Young* , Kartvelichvili*

*Ver referencias en Joy y McMahon²⁴

Después de hacer un breve comentario sobre cada una de las técnicas y los trabajos desenvueltos sobre cada una de ellas, muestran resultados obtenidos utilizando como parámetros de comparación un gráfico, en cuyas ordenadas corresponde al almacenamiento calculado por diferentes técnicas divididas para la desviación estandar y en las abscisas el almacenamiento mensual característico estandarizado, el mismo que es determinado por los flujos mensuales através de un embalse de tamaño semi-infinito. La dificultad en la aplicación de este criterio radica en la forma de estimación del almacenamiento mensual característico.

Entre las conclusiones presentadas, resaltan la importancia de la clasificación de las técnicas para el estudio de un proyecto de capacidad de embalses. Así, los autores proponen que las técnicas de período crítico sean utilizadas en un diseño preliminar y las técnicas estocásticas y de generación de datos sintéticos deban usarse para el diseño final y definitivo. Además de esto, recomiendan el uso de algunas metodologías específicas para cada una de las técnicas clasificadas, por haber encontrado como más satisfactorias y eficientes.

16, 17

Gomide, estudia las propiedades amplitud (rango) y máximo déficit acumulado de la suma parcial de variables aleatorias. La importancia de esta investigación, radica en el hecho de que la amplitud (o amplitud ajustada) es usada para el diseño de capacidad de almacenamiento para una regularización total (regularización de la media de la serie de escorrentías) de la descarga de un río, y el máximo déficit acumulado (concepto sugerido

por el autor) es usado en el caso de regularización parcial (un porcentaje de la media).

En el estudio presentado por el autor, se obtiene la distribución de la amplitud y el máximo déficit acumulado de variables casuales discretas independientes, mediante la aplicación de la teoría de "cadenas de Markov"; en el primer caso considera cuando el estado de espacio es tal que los estados de frontera son absorbentes, y en el segundo caso, uno de los estados de frontera es absorbente y el otro es reflectante. Por analogía obtiene las distribuciones de las propiedades de sumas parciales para el caso de variables casuales continuas.

Tanto la solución analítica para el caso discreto como también para el caso continuo, presentan dificultades en la obtención de sus resultados cuando el horizonte de proyecto (n) es grande. Los únicos resultados particulares que se han obtenido, es para el caso de regularización total, lo cual está representado por la distribución asintótica, mientras que para el caso de regularización parcial, no se han llegado a obtener soluciones particulares.

La teoría expuesta por el autor es extendida en el sentido de considerar la correlación serial de las variables.

La revisión bibliográfica presentada a lo largo de este Capítulo, tiene por objeto ilustrar al lector algunos métodos y técnicas que han sido investigadas por diferentes autores en el recorrer del tiempo, mostrando las tendencias e innovaciones ocurridas en el tratamiento del problema de almacenamiento de agua.

De acuerdo con estos estudios que se considera como los más representativos, se concluye que los métodos de dimensionamiento de embalses de acuerdo a un criterio hidrológico pueden ser clasificados de la siguiente forma:

a) Métodos empíricos; destaca la aplicación del llamado "diagrama de masas de Rippl", y dentro de esta clasificación están todos los que usan esa técnica.

b) Métodos experimentales; son aquellos basados en lo que se acostumbra a llamar "Métodos de Monte Carlo". Pertenecen a este grupo aquellos trabajos que utilizan generación de datos sintéticos y que pretenden obtener una distribución de probabilidades del almacenamiento.

c) Métodos analíticos; existen tres tendencias:

i) los basados en la teoría estocástica de embalses iniciado por Moran^{29,30} (1954), y desarrollado por Lloyd^{27,28}

ii) los basados en el análisis del estadístico

"amplitud" (rango) de sumas parciales, iniciado por Hurst²² y Feller¹² en 1951, y desarrollada por Yevjevich¹⁴ en 1965 y sus seguidores (Gomide¹⁶ 1975)

iii) los basados en el análisis del déficit, tratado por Gomide^{16,17} en 1975.

En el Capítulo siguiente, se pretende mostrar en detalle la utilización de algunas técnicas y metodologías que se consideran como las más significativas en el proceso de dimensionamiento de embalses de agua.

CAPÍTULO III

METODOLOGIAS EMPLEADAS

3.1. ANALISIS DE LA ESTRUCTURA DE SERIES MENSUALES Y ANUALES

En general, las series de tiempo hidrológicas poseen características definidas en términos de sus componentes ; por esta razón y en base a resultados anteriormente obtenidos, (Yevjevich,^{4 5} Roesner y Yevjevich^{3 7}), podemos sumarizar esas características.

Así, secuencias de precipitación anual, precipitación efectiva anual (precipitación menos evaporación) y la escorrentía anual de un río, son aproximadamente series de tiempo estacionarias; las secuencias de precipitación anual son aproximadamente series independientes, y las series de precipitación efectiva y escorrentía anual pueden ser consideradas variables estocásticas dependientes o independientes, siendo que en el primer caso la dependencia es simple y lineal y puede ser expresada adecuadamente por un modelo lineal autoregresivo de 1º o 2º orden.

Las secuencias mensuales de precipitación, precipitación efectiva y escorrentía, tienen componentes periódicas con

un ciclo fundamental de un año, explicándose esta característica por los factores astronómicos que afectan nuestro planeta. Estas componentes periódicos pueden ser separadas de las series mensuales, quedando una variable que se considera un proceso estacionario linealmente dependiente. Similares principios son aplicados para series temporales de escorrentía semanal o diaria.

La serie estocástica independiente obtenida por la remoción de componentes periódicas (si existieran) y dependencia lineal, tiene como interpretación física los "ruidos" provocados por fenómenos tales como la turbulencia de los diferentes capas atmosféricas, la transmisión de calor, la nebulosidad en la atmósfera, la translación de ondas de diferentes frecuencias, etc.

3.1.1. HIPOTESIS BASICAS Y FINALIDADES DEL ANALISIS

El análisis de la estructura de series de tiempo hidrológicas, básicamente parte de las siguientes hipótesis (Yevjevich⁴⁵)

a) Su composición consiste en la suma de componentes determinísticas y estocásticas.

Las componentes determinísticas son entendidas como las transientes y periodicidades presentes en la serie. En

el primer caso, puede ser tendencias en la media y en la desviación estandar o saltos debido a inconsistencias en la serie. En el segundo caso, la periodicidad puede presentarse en parámetros estadísticos tales como media, desviación estandar y/o coeficiente de autocorrelación.

Los componentes estocásticas comprenden la dependencia e independencia serial.

b) La "aleatoriedad" de la serie está contenida prácticamente en la componente estocástica independiente.

c) La componente estocástica obtenida por la remoción de los componentes determinísticas es aproximadamente un proceso estacionario.

d) La inconsistencia y no-homogeneidad de la serie deben ser estudiadas y retiradas antes del análisis de periodicidad y dependencia de la serie, al igual que las transientes existentes.

e) Deben ser estimados el menor número de parámetros estadísticos y coeficientes, porque cuanto más estadísticos son calculados, menor es el número de grados de libertad restante para otras estimativas.

f) La componente estocástica dependiente se puede ajustar a un modelo de dependencia a fin de obtener la componente estocástica independiente.

g) Se asume que la componente estocástica independiente es el ruido producido por los factores descritos, y siendo un proceso estacionario con igual probabilidad de ocurrencia, se podrá estimar los parámetros para ajustar a una distribución de probabilidades teórica.

Obedeciendo todas estas hipótesis y teniendo en consideración ciertas propiedades que caracterizan la estructura, podemos concluir que las finalidades y objetivos de este análisis es el obtener la información necesaria para representar la serie temporal con un modelo matemático.

La ecuación algébrica que nos representa las características y propiedades de la serie de tiempo estudiada viene a ser el "Modelo matemático" del comportamiento del fenómeno hidrológico en la naturaleza.

Las respuestas que se obtendrán del modelo serán de gran utilidad para la solución de varios problemas de recursos hidráulicos. Así, se podrán obtener otras series con los mismas características de la serie estudiada a través de la generación de números "pseudo-aleatorios", pudiendo disponer de un gran número de series sintéticas con las mismas características básicas de la serie original, para luego realizar un análisis de frecuencias de la respuesta deseada de la serie.

3.1.2. TECNICAS UTILIZADAS EN EL ANALISIS DE LA ESTRUCTURA

Las técnicas utilizadas en el presente estudio, están basados en los trabajos realizados por Yevjevich ^{4:5747} (1972)

De acuerdo con las hipótesis planteadas en 3.1.1, se efectuarán varios etapas de análisis, las cuales son discutidas a continuación.

3.1.2.1. TRANSFORMACION DE LAS VARIABLES EN LAS SERIES

En algunos casos, es conveniente transformar la serie original a valores con los cuales se facilite el análisis de la estructura de series, y sus resultados sean más eficientes.

En el presente caso, con la idea de normalizar la secuencia de valores, la transformación de las variables, se efectuó a través de la obtención de logaritmos neperianos, mediante la expresión

$$X_{p,\tau} = \ln (X'_{p,\tau}) \quad (3.1)$$

La serie obtenida de esta forma, presenta un a

mortiguamiento en sus magnitudes, lo que se traduce en una disminución de la amplitud de los ruidos que caracterizan a la componente estocástica independiente. De este modo la distribución de probabilidades esperada podrá ser la Normal. En nuestros casos de aplicación, esta transformación fue efectuada después de obtener resultados no satisfactorios en el análisis de la estructura de las series originales.

3.1.2.2. IDENTIFICACION DE TRANSIENTES (ANALISIS DE CONSISTENCIA Y HOMOGENEIDAD)

Las series de tiempo hidrológicas, suelen a veces presentar transientes como tendencias o saltos ocasionados por la inconsistencia de datos (errores sistemáticos).

De cualquier forma, es necesario la identificación de su posible existencia y para este efecto se puede hacer uso de una evaluación cualitativa (gráfica) y, cuantitativa mediante la cual se prueba si es que estadísticamente existe igualdad en las medias y en las varianzas de series anuales.

Con esta finalidad, son planteadas dos hipótesis:

$$\text{hipótesis nula: } H_0 : \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_3 = \dots = \bar{X}_n \quad (3.2)$$

$$\text{hipótesis contraria: } H_1 : \bar{X}_1 \neq \bar{X}_2 \neq \bar{X}_3 \neq \dots \neq \bar{X}_n \quad (3.3)$$

Cuando la hipótesis nula se acepta, esto puede ser un indicio de inexistencia de transientes y se concluye que los datos son homogéneos y consistentes; caso contrario, puede ocurrir dos posibilidades; que exista una transiente o que los datos sean no-homogéneos e/o inconsistentes.

En el caso que exista transiente, si ésta es una tendencia, se puede remover haciendo la diferencia de los valores originales con valores de la tendencia, estimados a través de:

- a) un polinomio ajustado por el método de los mínimos cuadrados;
- b) una variable ajustada por el método de medias móviles.

Si la transiente, resulta ser un salto, éste se puede corregir mediante la suma algébrica de la magnitud del salto.

La remoción de la transiente identificada se realiza, cuando existen informaciones fidedignas de las causas físicas de tales transientes, siendo que ellos también pueden presentarse por factores casuales (aleatorios) en la naturaleza.

Un estudio más detallado sobre este tema puede ser consultado en el trabajo presentado por Salas La Cruz y Yevjevich³⁸.

3.1.2.3. ANALISIS DE AUTOCORRELACION

El análisis de autocorrelación, es usado como una técnica estadística clásica para la investigación de propiedades secuenciales de una serie de tiempo. Este análisis nos permite verificar la presencia de componentes periódicas y determinar la dependencia lineal entre valores sucesivos de una serie.

En el estudio de autocorrelación, existen dos alternativas;

- a) Considerar la serie como circular: y ,
- b) Considerar la serie como abierta

La autocorrelación o coeficiente de correlación serial para series discretas finitas, consideradas como abiertas (esquema empleado en este trabajo), está definido mediante la siguiente expresión

$$\rho_K = \frac{\text{cov}(X_i, X_{i+K})}{[\text{Var}(X_i) \text{Var}(X_{i+K})]^{1/2}} \quad (3.4)$$

que es estimada de la muestra por r_K , a través de:

$$r_K = \frac{\frac{1}{N-K} \sum_{i=1}^{N-K} X_i X_{i+K} - \frac{1}{(N-K)^2} \left(\sum_{i=1}^{N-K} X_i \right) \left(\sum_{i=1}^{N-K} X_{i+K} \right)}{\left[\frac{1}{N-K} \sum_{i=1}^{N-K} X_i^2 - \frac{1}{(N-K)^2} \left(\sum_{i=1}^{N-K} X_i \right)^2 \right]^{1/2} \left[\frac{1}{N-K} \sum_{i=1}^{N-K} X_{i+K}^2 - \frac{1}{(N-K)^2} \left(\sum_{i=1}^{N-K} X_{i+K} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (3.5)$$

La razón de la utilización de la alternativa de series abiertas, es por que en las series circulares la primera y última parte de la serie pueden ser independientes, en cuanto su correspondiente parte adyacente pueden ser altamente dependiente. En otras palabras, la serie circular puede crear una dependencia artificial. Comparativamente, la serie circular tiene una ventaja sobre la serie abierta y es que toma los N valores de la muestra, mientras que esta última toma N-K valores.

La función de autocorrelación $\rho_K = f(K)$ denominada de correlograma, presenta propiedades relacionadas a la dependencia autocorrelativa o independencia de series. Las expresiones (3.4) y (3.5) muestran que

$$r_0 = 1 \quad \text{y} \quad r_K = r_{-K} \quad (3.6)$$

de lo que se deduce que son simétricos a lo largo del eje K.

Los coeficientes de correlación poseen una distribución de probabilidades, la cual permite la colocación de límites de tolerancia que son dados por Anderson (referencia utilizada por Yevjevich⁴⁷) para series circulares y cuyas expresiones son:

$$r_1 (5\%) = \frac{-1 \pm 1.645 \sqrt{N-2}}{N-1} \quad (3.7)$$

$$r_1 (1\%) = \frac{-1 \pm 2.326 \sqrt{N-2}}{N-1} \quad (3.8)$$

Para series abiertas, estas expresiones son válidas, siempre que se realice la modificación de N por $N - K + 1$, lo cual da una muy buena aproximación.

En el caso concreto de series de tiempo hidrológicas, la presencia de componentes periódicas en alguno de los estadísticos de la serie, se refleja por la forma ondulada del correlograma con valores positivos y negativos de r_K , para series discretas.

La dependencia de la serie puede ser inferida a partir del correlograma. Cuando una serie es independiente, los valores del coeficiente de correlación para cualquier orden K (series discretas), tienden a tomar el valor esperado de ρ_K , es decir todos ellos se aproximarán a cero. Una serie puede ser con

siderada independiente cuando el porcentaje de valores del coeficiente de correlación que son menores en valor absoluto a los del límite están dentro de lo establecido.

Otra de las propiedades del correlograma a más de identificar la dependencia, es que por medio de su forma (cualitativamente), se puede identificar el modelo autoregresivo al cual corresponde. Esta identificación puede ser evaluada cuantitativamente, mediante el uso de los coeficientes de determinación (Yevjevich⁴⁵) que son funciones de los tres primeros coeficientes de correlación, los cuales permiten determinar el orden del modelo autorregresivo al que mejor se ajusta.

3.1.2.4. ANALISIS ESPECTRAL

De igual forma que el análisis de autocorrelación, el análisis espectral constituye una herramienta por medio de la cual se podrá identificar las propiedades de una secuencia hidrológica.

Para efectos de la definición de espectro de series discretas, usaremos una serie X_t , como si fuese una función trigonométrica ajustada por la expresión.

$$X_t = \mu_x + C_1 \cos(2\pi f_1 t + \theta_1) + C_2 \cos(2\pi f_2 t + \theta_2) + \dots$$

$$+ \dots + C_n \cos(2\pi f_n t + \theta_n) \quad (3.9)$$

en donde, los valores de, C_j , son las amplitudes; f_j , son las frecuencias; y, θ_j , son los ángulos de fase. En nuestro caso, utilizaremos la frecuencia ordinaria f_j , en lugar de la frecuencia angular λ_j .

Cada valor particular discreto f_j , con la amplitud C_j , y la fase θ_j , tiene varianza $C_j^2 / 2$. Si graficamos $C_j^2 / 2$, contra la frecuencia f_j , se obtiene el espectro-linea o espectro discreto o periodograma.

La función espectro de acuerdo con lo anterior será (para frecuencia ordinaria)

$$C_j^2 / 2 = \phi(f_j) \quad (3.10)$$

que es la varianza del espectro-linea de X_t , con

$$\sum C_j^2 / 2 = \text{Var}(X_t) = \sigma_x^2 \quad j = 1, 2, \dots \quad (3.11)$$

Si los intervalos Δf , de f - linea son empleados, la varianza de la función trigonométrica ajustada es definida por ΔD , tal que,

$$\lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{\Delta D}{\Delta f} = v_f \quad (3.12)$$

en donde $\Delta D/\Delta f$, representa la densidad de varianza; y la función

$$v_f = \psi(f) \quad (3.13)$$

$$0 \leq f \leq 0.5$$

es el espectro de densidad de varianza o espectro continuo.

En el caso concreto de aplicación, la función espectro (de variables descretas) de frecuencia ordinaria, considerando una integración de cero a infinito, es definida mediante

$$\gamma(f) = 2 \left[1 + 2 \sum_{K=1}^{\infty} \rho(K) \cos(2\pi fK) \right] \quad (3.14)$$

$$0 \leq f \leq 0.5$$

y,

$$\Delta f = \frac{0.5}{N-1} \quad (3.15)$$

Con N , igual al tamaño de la muestra.

El estimador de $\gamma(f)$, es $g(f)$, que presenta dificultades por ser un estimador "bias" y no eficiente. A éste respecto, Jenkins y Watts en 1968 (referencia dada por Yevjevich⁴⁷), demostraron que el estimador tiene una varianza que no crece con el tamaño de la muestra, de forma que se debe introducir una modificación a fin de tener un estimador "no-bias" y eficiente. Así;

$$\gamma(f) = 2 \left[1 + 2 \sum_{K=1}^{N-1} D(K) \rho(K) \cos (2\pi fK) \right] \quad (3.16)$$

$$0 \leq f \leq 0.5$$

La función $D(K)$, equivale a una función de a chatamiento, conocida también con los nombres de filtro, ventana, esquema de medias móviles, modelos, pesos, etc. En el caso de es tudio, fue utilizada la expresión:

$$D(K) = \frac{1 + \cos (2\pi fK)}{2} \quad (3.17)$$

Existen otras expresiones que pueden ser utili zadas.

En hidrología, la teoría espectral es utiliza- da para identificar algunos propiedades de las secuencias. Así , por intermedio del espectrograma (gráfico de la función $\gamma(f)$ con tra f), se puede observar la existencia de periodicidad en algunos de sus parámetros estadísticos, lo que se refleja en el gráfico en forma de picos en sus correspondientes frecuencias dominantes. Además de identificar esta periodicidad, podemos comprobar el período base de acuerdo al tipo de serie que se esté utilizando . El período base se obtiene a través de la expresión

$$\omega = \frac{1}{f} \quad (3.18)$$

La dependencia e independencia serial, es observado y definida mediante el análisis cualitativo del espectrograma; sabiendo que, el valor esperado del espectro es:

$$E [\gamma (f)] = 2, \quad (3.19)$$

entonces se puede concluir que, para que una variable hidrológica sea independiente, es necesario que los valores de su espectro continuo tiendan al valor esperado.

Otra aplicación importante del espectrograma es la determinación del modelo de dependencia de la serie, que se obtiene a partir de las características cualitativas del espectrograma y por comparación con espectrogramas de modelos dependientes conocidos.

3.1.2.5. ESTRUCTURA PERIODICA ESTOCASTICA

Las series de tiempo hidrológicas, pueden ser considerados como un proceso continuo periódico-estocástico, compuesta por una función periódica en algunos parámetros y una componente estocástica. Este proceso continuo es aproximado en forma de series discretas finitas $X_{p,\tau}$. El símbolo $\tau = 1, 2, \dots, \omega$, representa valores discretos en el ciclo básico, siendo que el pe

ríodo ω , puede ser 365 días o 12 meses, según sea el caso de series diarias o mensuales respectivamente. El símbolo $p = 1, 2 \dots n$, representa los años, con n , igual a su número total. De esta forma se tiene una matriz de valores de la serie de tiempo de tamaño $n \times \omega$, o un vector $N = n\omega$, valores que representan la muestra total.

Los parámetros estadísticos de la serie son estimados a través de los momentos mediante la expresión

$$m_{\tau}^c = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n \sum_{\tau=1}^{\omega} (X_{p,\tau} - A)^c \quad (3.20)$$

en donde:

m_{τ}^c , es el momento de orden c , en el mes τ ;

$c = 1, 2, 3, 4$, es el orden del momento;

$X_{p,\tau}$, representa los valores observados;

A , es la referencia del momento. Así, si $A = 0$ el momento será con respecto al origen; y, si $A = \bar{X}$, el momento será con respecto a la media.

Los parámetros estadísticos estimados por (3.20), deben ser corregidos para pequeñas muestras lo cual es presentado por Yevjevich.⁴⁶

Tanto la media μ_{τ} , como la desviación estándar σ_{τ} , correspondientes a la población y estimados por \bar{X}_{τ} y S_{τ}

son generalmente funciones periódicas de τ , en el caso de series mensuales. De modo similar, el coeficiente de autocorrelación $\rho_{K,\tau}$, estimada por $r_{K,\tau}$, puede ser periódico como función de τ .

La evaluación de existencia de periodicidad en cualquiera de estos parámetros estadísticos se realiza mediante la prueba de constancia del parámetro, usando el "test" de hipótesis de igualdad de parámetros (tests "t" y "f"). La mecánica de esta evaluación, es simple y consiste en dividir la muestra del parámetro en dos submuestras de igual tamaño y, haciendo variaciones en forma rotativa se realiza la prueba estadística para cada par de submuestras; el parámetro es considerado periódico, cuando una de las hipótesis nula es rechazada.

Los resultados de los "tests" de constancia de parámetros, pueden resultar en alternativas para su representación, las cuales están resumidos en el cuadro 1.

PARAMETROS TIPO	MEDIA	DESV. ESTANDAR	COEF. VARIACION	MODELOS DE REMOCION
I	constante	periódico	periódico	$\epsilon_{p,\tau} = \frac{X_{p,\tau} - \mu_x}{\sigma_\tau} \quad (3.21)$
II	periódico	constante	periódico	$\epsilon_{p,\tau} = \frac{X_{p,\tau} - \mu_\tau}{\sigma_x} \quad (3.22)$
III A	periódico	periódico	constante	$\epsilon_{p,\tau} = \frac{X_{p,\tau} - \mu_\tau}{\eta_0 \mu_\tau} \quad (3.23)$
III B	periódico	periódico	periódico	$\epsilon_{p,\tau} = \frac{X_{p,\tau} - \mu_\tau}{\sigma_\tau} \quad (3.24)$

CUADRO 1 - ALTERNATIVAS DE REMOCION DE PERIODICIDAD

En el tipo III A, se puede utilizar la siguiente transformación:

$$\ln X_{p,\tau} = \ln \mu_\tau + \ln \varepsilon_{p,\tau}^* \quad (3.25)$$

con $X_{p,\tau} > 0$, $\mu_\tau > 0$ y $\varepsilon_{p,\tau}^* > 0$, siendo $\varepsilon_{p,\tau}^* = (1 + \eta_0 \varepsilon_{p,\tau})$

En las expresiones de (3.21) a (3.25), tenemos que:

$\varepsilon_{p,\tau}$, es la componente estocástica;

μ_x , es la media total de la población, estimada por \bar{X} de la muestra;

σ_x , es la desviación estandar de la población, estimada por S ;

η_0 , es el coeficiente de variación de la población, estimada por CV; y,

μ_τ y σ_τ , es la media y la desviación estandar de la población consideradas como funciones periódicas de τ y estimadas por \bar{X}_τ y S_τ respectivamente.

Para efecto de remoción de periodicidad, se dispone de dos métodos.

A) Método no-paramétrico

La separación de las componentes se realiza a través de las expresiones de (3.21) a (3.25) y los parámetros a ser utilizados son los obtenidos a partir de la muestra.

En esta metodología, son necesarios 2ω parámetros estadísticos; ω de \bar{X}_T y ω de S_T , o en lo mínimo $(\omega+1)$ parámetros para el caso de las expresiones (3.21), (3.22) o (3.23). Por esta razón, este método es inconveniente cuando el número de parámetros a ser estimados es muy grande, como es el caso de series diarias. Su comportamiento es satisfactorio cuando $\omega \leq 12$.

B) Método Paramétrico

La utilidad de este método, se refleja en la economía del número de estadísticos, siendo que en este caso la periodicidad es representada en términos de una sumatoria de armónicos.

La función periódica (para cualquier parámetro), es ajustada mediante la serie de Fourier, a través de la expresión

$$v_T = v_x + \sum_{j=1}^m (A_j \cos \lambda_j \tau + B_j \operatorname{sen} \lambda_j \tau) \quad (3.26)$$

en donde:

v_{τ} , es el parámetro estadístico a ser ajustado;

v_x , es el valor medio del parámetro;

m , es el número de armónicos significativos;

$\lambda_j = 2\pi j/\omega$, es la frecuencia angular; y,

A_j y B_j , son los coeficientes de Fourier, estimados por

$$A_j = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} v_{\tau} \cos \lambda_j \tau \quad (3.27)$$

$$B_j = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} v_{\tau} \operatorname{sen} \lambda_j \tau \quad (3.28)$$

siendo, $j = 1, 2, \dots, \omega/2$ o $(\omega-1)/2$, si ω es un número impar. Para el último armónico, es decir cuando $j=\omega/2$ o $j=(\omega-1)/2$, los coeficientes son

$$A_{\omega/2} = A_j/2 \quad (3.29)$$

$$B_{\omega/2} = B_j = 0$$

El máximo número de armónicos en series discretas de ω valores de v_{τ} , es $\omega/2$, siendo ω , el número de

intervalos discretos del año. Así, para series mensuales $m_{\text{máx}} = 6$ y para series diarias $m_{\text{máx}} = 182$.

Para la evaluación del número de armónicos significativos se dispone de varios procedimientos presentados por Fisher y Yevjevich (procedimientos empíricos). Todos ellos encuéntanse detallados en el trabajo presentado por Yevjevich.⁴⁷ En el presente caso, fue utilizado uno de los métodos empíricos que consiste en lo siguiente:

Un armónico, es representado por h_j y su evaluación se realiza a través de su varianza explicada Δp_j que está dada por la expresión

$$\Delta p_j = \frac{\text{Var } h_j}{S^2 (V_\tau)} \quad (3.30)$$

Donde $\text{Var } h_j$, es la varianza del armónico h_j y $S^2 (V_\tau)$, es la varianza del parámetro V_τ . De la sumatoria de Δp_j , resulta P , que es la parte de la varianza de los V_τ , explicada por los armónicos h_j .

El número de armónicos significativos es determinado por el establecimiento de una faja de aceptación, definido por dos valores críticos $P_{\text{mín}}$ y $P_{\text{máx}} = 1 - P_{\text{mín}}$. Cuando $P \leq P_{\text{mín}}$, ningún armónico es significativo; si, $P_{\text{mín}} < P \leq P_{\text{máx}}$, todos los armónicos son significativos; y, si $P > P_{\text{máx}}$, apenas una parte de los armónicos son significativos. En este último caso, los armónicos son clasificados en orden decreciente

de variancias y serán considerados significativos hasta el har mónico h_j , que cumpla la condición

$$\sum_{i=1}^j P_i > P \text{ máx} \quad (3.31)$$

Las expresiones de los valores críticos de P son dadas por

$$P \text{ mín} = a \sqrt{\frac{\omega}{cn}} \quad \text{y} \quad P \text{ máx} = 1 - a \sqrt{\frac{\omega}{cn}} \quad (3.32)$$

en donde; ω , es el número de intervalos discretos en el año; n , el número de años; a , una constante igual a 0.033; y , c es el mayor orden del momento utilizado.

3.1.2.6. MODELOS DE DEPENDENCIA DE LA COMPONENTE ESTOCASTICA.

Muchas variables hidrológicas, tienen com ponentes estocásticas que son series de tiempo estacionarias de pendientes, que pueden ser representadas por un modelo. La apli cación de modelos de dependencia se realiza indiferente de la exis tencia de periodicidad en parámetros estadísticos de orden más altos.

En la investigación de modelos de dependen

cia, muchos autores (Yevjevich^{4,5,7}; Box y Jenkins⁶) coinciden en decir que los más adecuados son los presentados como esquema de medias móviles y los modelos lineales de Markov o también llamados modelos lineales autoregresivos. En este trabajo, fueron utilizados estos últimos tipos de modelos de dependencia.

La forma general del modelo autoregresivo de orden m , para la componente estocástica es:

$$\varepsilon_{p,\tau} = \sum_{j=1}^m \alpha_{j,\tau} \varepsilon_{p,\tau-j} + \sigma \xi_{p,\tau} \quad (3.33)$$

siendo $\alpha_{j,\tau}$, los coeficientes autoregresivos; σ , el desvío estandar; $\varepsilon_{p,\tau}$, la componente dependiente y $\xi_{p,\tau}$ la componente estocástica independiente.

El valor de σ , de (3.33) es

$$\sigma = \left[1 - \sum_{j=1}^m \alpha_{j,\tau}^2 - 2 \sum_{i>K} \alpha_{i,\tau} \alpha_{K,\tau} \rho_{i-K} \right]^{1/2} \quad (3.34)$$

De modo general, la dependencia puede ser descrita satisfactoriamente, usando los modelos lineales autoregresivos hasta de tercer orden ($m=3$).

Los parámetros del modelo lineal dependiente pueden ser periódicos; en consecuencia, surgen dos alternativas

vas basadas en el coeficiente de correlación serial.

A) Estimación del coeficiente autoregresivo, cuando el coeficiente de autocorrelación no es periódico; y ,

B) Estimación del coeficiente autoregresivo, cuando el coeficiente de correlación es periódico.

En la primera alternativa, las estimaciones del coeficiente autoregresivo para los tres primeros modelos son:

i) Modelo lineal autoregresivo de primer orden

Cuando $m=1$, la expresión (3.33), se transforma en:

$$\varepsilon_{p,\tau} = \alpha_1 \varepsilon_{p,\tau-1} + \sigma \xi_{p,\tau} \quad (3.35)$$

siendo $\alpha_1 = f(\rho_1)$; y, en general $\alpha_k = f(\rho_k)$

Obteniendo σ , de la expresión (3.34), la variable estocástica independiente para este modelo, se estima por

$$\xi_{p,\tau} = \frac{\varepsilon_{p,\tau} - \alpha_1 \varepsilon_{p,\tau-1}}{\sqrt{1 - \alpha_1^2}} \quad (3.36)$$

En las expresiones (3.35) y (3.36), α_1 y ρ_1 , son estimados de la muestra por a_1 y r_1 , que en este caso son iguales.

ii) Modelo lineal autoregresivo de segundo orden

Cuando $m=2$, la expresión (3.33), se transforma en:

$$\varepsilon_{p,\tau} = \alpha_1 \varepsilon_{p,\tau-1} + \alpha_2 \varepsilon_{p,\tau-2} + \sigma \xi_{p,\tau} \quad (3.37)$$

siendo $\alpha_j = f(\rho_K)$.

De la ecuación (3.34), se obtiene la desviación estandar

$$\sigma = \sqrt{1 - (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + 2\alpha_1\alpha_2\rho_1)} \quad (3.38)$$

Substituyendo, α_1 , α_2 y ρ_1 , ρ_2 por sus estimados a_1 , a_2 y r_1 , r_2 respectivamente, y resolviendo la ecuación $\rho_K = \sum_{j=1}^m \alpha_j \rho_{K-j}$ para $m = 2$, se obtiene la estimación de a_1 y a_2 por:

$$a_1 = \frac{r_1 - r_1 r_2}{1 - r_1^2} \quad (3.39)$$

$$a_2 = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} \quad (3.40)$$

La variable estocástica independiente para el modelo autoregresivo de segundo orden es obtenida por

$$\xi_{p,\tau} = \frac{\varepsilon_{p,\tau} - a_1 \varepsilon_{p,\tau-1} - a_2 \varepsilon_{p,\tau-2}}{\sqrt{1 - (a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 r_1)}} \quad (3.41)$$

con a_1 y a_2 estimados por (3.39) y (3.40) respectivamente .

iii) Modelo lineal autoregresivo de tercer orden

Cuando $m=3$, la expresión (3.33) se transforma en:

$$\varepsilon_{p,\tau} = \alpha_1 \varepsilon_{p,\tau-1} + \alpha_2 \varepsilon_{p,\tau-2} + \alpha_3 \varepsilon_{p,\tau-3} + \sigma \xi_{p,\tau} \quad (3.42)$$

y la desviación estandar , obtenido de (3.34) es

$$\sigma = \sqrt{1 - (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + 2\alpha_1 \alpha_2 \rho_1 + 2\alpha_1 \alpha_3 \rho_2 + 2\alpha_2 \alpha_3 \rho_1)} \quad (3.43)$$

Reemplazando, α_j y ρ_K , por sus estimadas a_j y r_K , y como en el caso anterior, resolviendo el sistema $\bar{\rho}_K = \sum_{j=1}^m \alpha_j \rho_{K-j}$ para $j = 1, 2, 3$, se tiene:

$$a_1 = \frac{(1-r_1^2) \cdot (r_1 - r_3) - (1-r_2) \cdot (r_2 r_1 - r_3)}{(1-r_2) (1 - 2r_1^2 + r_2)} \quad (3.44)$$

$$a_2 = \frac{(1-r_2) (r_2 + r_2^2 - r_1^2 - r_1 r_3)}{(1-r_2) (1 - 2r_1^2 + r_2)} \quad (3.45)$$

$$a_3 = \frac{(r_1 - r_3) (r_1^2 - r_2) - (1 - r_2) (r_1 r_2 - r_3)}{(1-r_2) (1 - 2r_1^2 + r_2)} \quad (3.46)$$

De esta forma, la variable estocástica independiente, correspondiente al tercer modelo autoregresivo es:

$$\xi_{p,\tau} = \frac{\varepsilon_{p,\tau} - a_1 \varepsilon_{p,\tau-1} - a_2 \varepsilon_{p,\tau-2} - a_3 \varepsilon_{p,\tau-3}}{\sqrt{1 - (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + 2a_1 a_2 r_1 + 2a_1 a_3 r_2 + 2a_2 a_3 r_1)}} \quad (3.47)$$

En el caso de modelos autoregresivos de orden mayor que tres, los coeficientes α_j , pueden ser estimados usando el análisis de múltiple regresión. El valor residual de

$(\varepsilon_{p,\tau} - \sum_{j=1}^m \alpha_j \varepsilon_{p,\tau-j})$ nos da $\sigma \xi_{p,\tau}$, y sabiendo que $\text{Var } \xi_{p,\tau} = 1$,

podremos estimar el parámetro σ . Con estos valores así

estimados se substituye en la expresión (3.33), obteniéndose la variable independiente $\xi_{p,\tau}$, para cualquier orden $m > 3$.

En la segunda alternativa, es decir cuando el coeficiente de autocorrelación es periódico, el valor de $\rho_{K,\tau}$, estimado por $r_{K,\tau}$, mediante la siguiente expresión

$$r_{K,\tau} = \frac{\sum_{p=1}^n (\varepsilon_{p,\tau} - \bar{\varepsilon}_{p,\tau}) (\varepsilon_{p,\tau+K} - \bar{\varepsilon}_{p,\tau+K})}{\left[\sum_{p=1}^n (\varepsilon_{p,\tau} - \bar{\varepsilon}_{p,\tau})^2 \sum_{p=1}^n (\varepsilon_{p,\tau+K} - \bar{\varepsilon}_{p,\tau+K})^2 \right]^{1/2}} \quad (3.48)$$

y su ajuste puede ser efectuado a través de la serie de Fourier al igual que se realizó en la sección 3.1.2.5, para el caso paramétrico.

En esta segunda alternativa, los modelos autoregresivos continúan siendo los mismos y para su utilización se deberá modificar los coeficientes autoregresivos constantes por sus correspondientes periódicos; Así, α_1 , será substituido por $\alpha_{1,\tau}$; α_2 por $\alpha_{2,\tau}$; y, α_3 por $\alpha_{3,\tau}$.

Para las estimaciones de los coeficientes autoregresivos periódicos, se utilizan las siguientes expresiones.

i) Modelo de primer orden

$$\alpha_{1,\tau} = \rho_{1,\tau-1} \quad (3.49)$$

ii) Modelo de segundo orden

$$\alpha_{1,\tau} = \frac{\rho_{1,\tau-1} - \rho_{1,\tau-2} \rho_{2,\tau-2}}{1 - (\rho_{1,\tau-2})^2} \quad (3.50)$$

$$\alpha_{2,\tau} = \frac{\rho_{2,\tau-2} - \rho_{1,\tau-1} \rho_{1,\tau-2}}{1 - (\rho_{1,\tau-2})^2} \quad (3.51)$$

iii) Modelo de tercer orden

$$\begin{aligned} A\alpha_{1,\tau} = & \rho_{1,\tau-1} (1 - \rho_{1,\tau-3}^2) + \rho_{1,\tau-3} \rho_{1,\tau-2} \rho_{3,\tau-3} - \\ & - \rho_{1,\tau-2} \rho_{2,\tau-2} - \rho_{2,\tau-3} \rho_{3,\tau-3} + \rho_{1,\tau-3} \rho_{2,\tau-2} \rho_{2,\tau-3} \quad (3.52) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A\alpha_{2,\tau} = & \rho_{2,\tau-2} (1 - \rho_{2,\tau-3}^2) + \rho_{1,\tau-2} \rho_{2,\tau-3} \rho_{3,\tau-3} - \\ & - \rho_{1,\tau-2} \rho_{1,\tau-1} - \rho_{1,\tau-3} \rho_{3,\tau-3} + \rho_{1,\tau-3} \rho_{2,\tau-3} \rho_{1,\tau-1} \quad (3.53) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A\alpha_{3,\tau} = & \rho_{3,\tau-3} (1 - \rho_{1,\tau-2}^2) + \rho_{1,\tau-3} \rho_{1,\tau-2} \rho_{1,\tau-1} - \\
 & - \rho_{1,\tau-3} \rho_{2,\tau-2} - \rho_{2,\tau-3} \rho_{1,\tau-1} + \rho_{1,\tau-2} \rho_{2,\tau-2} \rho_{2,\tau-3}
 \end{aligned}
 \tag{3.54}$$

$$A = 1 + 2\rho_{1,\tau-2} \rho_{2,\tau-3} \rho_{1,\tau-3} - \rho_{1,\tau-3}^2 - \rho_{1,\tau-3}^2 - \rho_{1,\tau-2}^2 - \rho_{2,\tau-3}^2
 \tag{3.55}$$

En las expresiones (3.49) a (3.55), los coeficientes $\alpha_{1,\tau}$, $\alpha_{2,\tau}$, $\alpha_{3,\tau}$ y $\rho_{k,\tau}$, son estimados de la muestra por $a_{1,\tau}$, $a_{2,\tau}$, $a_{3,\tau}$ y $r_{k,\tau}$ respectivamente.

Las estimaciones de los coeficientes autoregresivos, fueron realizados en base a estas expresiones, existiendo otra versión (Tao et al⁴¹), en la que no coinciden algunas de las expresiones.

3.1.2.7. DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES DE LA COMPONENTE ESTOCÁSTICA INDEPENDIENTE

Una vez obtenida la componente estocástica independiente, es necesario realizar un estudio del comportamiento

"aleatoreo" que ella posee. Para éste efecto son utilizadas distribuciones de probabilidades que contengan el menor número de parámetros para ser estimados y se evalúa el mejor ajustamiento, mediante los pruebas clásicas de bondad de ajuste como son los llamados "Chi-cuadrado" y "Smirnov-Kolmogorov"

En este trabajo, fueron empleados tres tipos de distribuciones de probabilidades y sus parámetros fueron estimados por el método de Máximo verosimilitud.

A) Distribución de probabilidades Normal

La función de densidad de probabilidades es representado por la siguiente expresión

$$f(\xi) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \frac{(\xi - \mu)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (3.56)$$

$$- \infty < \xi < \infty$$

siendo que ξ , es la variable estocástica independiente; μ y σ , la media y desviación estandar correspondientes a la población y estimados por \bar{X} y S respectivamente.

La estimación de \bar{X} y S de la muestra ξ_1 , se realiza a través de las expresiones

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i \quad (3.57)$$

$$S = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\xi_i - \bar{X})^2 \right]^{1/2} \quad (3.58)$$

B) Distribución de probabilidades lognormal de tres parámetros

Cuando los logaritmos de la variable ξ_i , son normalmente distribuidos, esta variable obedece a la distribución lognormal, siendo que la función densidad de probabilidades para el caso de tres parámetros es:

$$f(\xi) = \frac{1}{(\xi - \beta) \sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{[\ln(\xi - \beta) - \mu_n]^2}{2\sigma_n^2} \right\} \quad (3.59)$$

en donde β , es el límite inferior y es estimada a partir de un proceso "iterativo" que resuelve la siguiente ecuación

$$\left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{\xi_i - \beta} \right) \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln^2(\xi_i - \beta) - \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(\xi_i - \beta) \right]^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(\xi_i - \beta) \right\} + \sum_{i=1}^N \frac{\ln(\xi_i - \beta)}{\xi_i - \beta} = 0 \quad (3.60)$$

μ_n , es la media de la población de los logaritmos de las desviaciones $(\xi_i - \beta)$ y es estimado por \bar{X}_n de la expresión

$$\bar{X}_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln (\xi_i - \beta) \quad (3.61)$$

σ_n , es la desviación estandar de la población de los logaritmos de $(\xi_i - \beta)$, estimada por S_n a través de:

$$S_n = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\ln (\xi_i - \beta) - \bar{X}_n]^2 \right\}^{1/2} \quad (3.62)$$

C) Distribución de probabilidades gama de tres parámetros

La función densidad para esta distribución de probabilidades es expresada por

$$f(\xi) = \frac{1}{\beta \Gamma(\alpha)} \left(\frac{\xi - \gamma}{\beta} \right)^{\alpha-1} \exp \left\{ - \left(\frac{\xi - \gamma}{\beta} \right) \right\} \quad (3.63)$$

en donde α , representa el parámetro de forma; β , parámetro de escala; γ , γ es límite inferior. Este último parámetro (γ) es obtenido por un proceso "iterativo" que resuelve la ecuación:

$$\frac{1 + (1 + \frac{4}{3} A)^{1/2}}{1 + (1 + \frac{4}{3} A)^{1/2} - 4A} - (\mu - \gamma) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\xi_i - \gamma} = 0 \quad (3.64)$$

siendo:

$$A = \ln(\mu - \gamma) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(\xi_i - \gamma) \quad (3.65)$$

en estas dos expresiones, μ es la media de la población, estimada por \bar{X} de los N valores de ξ_i , obtenida por la expresión (3.57).

Una vez estimado el parámetro γ , los cálculos de α y β son obtenidos por las expresiones

$$\alpha = \frac{1 + (1 + \frac{4}{3} A)^{1/2}}{4A} - \Delta\alpha \quad (3.66)$$

en donde A está dada por (3.65) y $\Delta\alpha$ aproximado por

$$\Delta\alpha = 0.04475 (0.26)^\alpha \quad (3.67)$$

El parámetro de escala β , es estimada por:

$$\beta = \frac{1}{\alpha} (\bar{X} - \gamma) \quad (3.68)$$

Para la evaluación del grado de ajustamiento de la distribución empírica de ξ_i , con las distribuciones teóricas planteadas, puedese dividir la muestra total en K clases de intervalos, de igual probabilidad ($p_i = 1/K$) o de igual clase ($\Delta \xi$). Para el presente caso, se consideró más conveniente la primera alternativa.

En el "test Chi-cuadrado", representado por el estadístico χ^2 , tiene una distribución Chi-cuadrada con $K - m - 1$ grados de libertad para un valor suficientemente grande del tamaño de la muestra (N), en la cual m, es el número de parámetros que son estimados de la muestra. El estadístico χ^2 es obtenii mediante la expresión

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(N_i - N p_i)^2}{N p_i} \quad (3.69)$$

Los $K - 1$ límites de clases son determinados para cada una de los distribuciones teóricas a partir de las funciones inversas de las mismas (ver Yevjevich^{45, 46}, Barreto^{4, 5}).

Esta evaluación de bondad de ajuste, compara el valor calculado por (3.69), con un valor crítico obtenida de la distribución Chi-cuadrada para un determinado nivel de significancia (α) y un cierto grado de libertad. Si el valor calculado es inferior que el crítico, el ajuste de la distribución empírica a la teórica es aceptado, caso contrario se rechaza. Puede también ser

evaluado en términos de probabilidades, siendo que si el valor calculado tiene una probabilidad inferior a la unidad menos el nivel de significancia el ajuste es aceptado, caso contrario se rechaza.

Para el "test Smirnov-Kolmogorov" es necesario ordenar los valores de ξ_i en forma decreciente, $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m$. Se considera la posición del gráfico de ξ_m obtenida por

$$p(\xi_m) = \frac{m}{N}, \quad (3.70)$$

y el valor de la función de la distribución teórica ajustada $f(\xi_m)$; de esta forma se define el estadístico

$$\Delta = \text{máx} | f(\xi_i) - p(\xi_i) | \quad (3.71)$$

el cual tiene una distribución que no depende de $f(\xi)$.

De igual forma que en el caso anterior, para un cierto nivel de significancia (α) y un determinado número de grados de libertad, se tiene un valor crítico Δ_0 , obtenida de la distribución.

Si el valor calculado es inferior que el valor crítico la hipótesis de buen ajuste es aceptada, caso contrario se rechaza. En términos de probabilidades, se procede de igual forma que en el caso de bondad de ajuste por Chi-cuadrado.

3.2. TECNICA DE FLUJOS BAJOS (STALL⁴⁰)

La técnica descrita por el autor, fundamentalmente se basa en la aplicación del análisis de diagrama de masas para series no-secuenciales, formadas por valores de escorrentías bajas ocurridas para diferentes duraciones.

Para el análisis, se realiza una clasificación de las series no-secuenciales en orden creciente, de acuerdo a su magnitud, transformándose esa clasificación en intervalos de recurrencia en función del número de años del registro del cual se dispone.

El análisis de diagrama de masas, se efectúa para cada intervalo de recurrencia y para una determinada razón de descarga (tomada como un porcentaje de la media del registro). De esta forma, se obtiene la capacidad necesaria del embalse para diferentes intervalos de recurrencia y diferentes razones de descarga.

3.2.1. DESCRIPCION DE LA TECNICA DE STALL⁴⁰

En términos concretos, la técnica presentada por Stall, tiene como pasos fundamentales los siguientes.

a) Separar las escorrentías mas bajas, ocurridas para diferentes duraciones de tiempo. El criterio de separación usado es el siguiente: "dada una cierta duración de tiempo (en meses, ya que la serie utilizada será mensual), se obtiene los totales de escorrentía para esa duración, en todos los casos posibles de combinaciones y en orden secuencial. Una vez obtenidos aquellos valores, se selecciona el de menor valor, tomando en consideración el mes que comienza y el mes que termina. Seleccionado el primer valor, se repite el proceso, solo que en esta vez y en las posteriores no se tomará en cuenta aquellos que ya fueron seleccionados y todos los que se sobrepongan a esos". El proceso de separación se continúa hasta obtener un valor cuya magnitud sea igual o mayor a la media de la serie multiplicada por la duración en estudio.

b) Cuando han sido seleccionados los menores valores para una determinada duración, el criterio se extiende para diversas duraciones. En nuestro caso de aplicación, se consideró duraciones de uno a sesenta meses. Así, se dispone de una serie no-secuencial de escorrentías bajas, para cada duración, en particular.

c) Las series de escorrentías bajas son clasificadas en orden creciente de acuerdo a su magnitud.

d) Con esta clasificación, se realiza una transformación a intervalos de recurrencia en función del tamaño del registro en cuestión, mediante la expresión

$$T = \frac{N}{m} \quad (3.72)$$

en donde, T es el intervalo de recurrencia; N , es el número de años del registro; y , m es el número del orden de clasificación de las escorrentías bajas para cada duración (correspondiendo la unidad al de menor valor).

e) Procediendo de esta forma, se obtiene una familia de series no-secuenciales de escorrentías bajas, con las cuales se construyen curvas de duración contra volumen de escorrentía. El número de curvas que componen esa familia, es igual al número de intervalos de recurrencia; en otras palabras, cada curva corresponde a un intervalo de recurrencia determinado.

f) Para una cierta razón de descarga (porcentaje de la media) se realiza el análisis del tipo diagrama de masas, del cual se obtiene la capacidad necesaria del embalse para satisfacer esa razón de descarga. El criterio para la determinación de la capacidad del embalse, es la "máxima diferencia entre una determinada razón de descarga y una curva para un determinado intervalo de recurrencia ". La duración del período crítico es aquel en donde ocurre la máxima diferencia.

g) Para un intervalo de recurrencia de interés, se construye una curva , graficando en la escala vertical las descargas en porcentaje de la media y en la horizontal, la capacidad del embalse expresada en volumen. Considerando la forma de la curva, podemos seleccionar la capacidad óptima de un proyecto. Así, cuando la inclinación de la curva es muy fuerte, pequeños incrementos de la

capacidad del embalse produce grandes aumentos en la razón de descarga y cuando la inclinación de la curva es leve, grandes aumentos de la capacidad, produce pequeños incrementos en la razón de descarga; por lo tanto, el proyecto óptimo será aquel en que exista un punto de equilibrio en ese particular.

h) Por último, existe la posibilidad de relacionar esta técnica con un análisis de costos, haciendo la relación costo-capacidad - beneficio. De esta forma se obtendrá un proyecto óptimo desde el punto de vista hidrológico y económico. En los ejemplos de aplicación, se utilizan los seis primeros ítems, ampliándose la explicación en la presentación de resultados (sección 4.3).

3.2.2. COMENTARIOS

Con respecto a la técnica presentada, Joy y McMahan²⁴ muestra que ésta, tiende a sobrestimar el comportamiento del almacenaje para períodos críticos pequeños y subestimar para períodos críticos grandes.

Siendo que la técnica utiliza el registro histórico para la determinación de la capacidad de un embalse, no se podrá obtener situaciones críticas mayores que la histórica. Por otro lado, una vez que las duraciones de estudio de escorrentías bajas son impuestas, el período crítico más desfavorable no podrá ser superior a la duración máxima.

La forma de separación de las series no-secuenciales, aunque teóricamente es simple, se requiere de un tiempo e levado de procesamiento en computador, el mismo que está en función de la duración máxima seleccionada.

Trabajos realizados con este tipo de técnica en el caso de dimensionamiento de embalses para regularización anual de descargas (Gomide¹⁵), muestran que el método es adecuado, te niendo la ventaja de considerar periodos de déficit que pueden lo calizarse entre dos años consecutivos. En los casos de aplicación, se pretenderá, estudiar el comportamiento del método de separación de flujos bajos para el caso de regularización plurianual de la descarga.

La originalidad del proceso de separación en series de flujos bajos (no-secuenciales) o también denominadas se cas no-secuenciales, es atribuido² a Stall⁴⁰.

3.3. TECNICA DE LOS PICOS SUBSECUENTES

En el Capítulo II, al referimos al diagrama de masas presentado por Rippl^{3 5}, se hizo la observación de los defectos que ella posee, por lo que su aplicación no es conveniente. Sin embargo, cuando son realizados algunas modificaciones, su aplicación puede ser de mucho interés.

Thomas^{4 2}, basandose en esos defectos, propuso una técnica, la cual es denominada de "algoritmo de picos subsecuentes", que indudablemente sigue el rotero trazado por Rippl.

El autor, hace la suposición que los influentes (X_i) y consumos (D_i), se repiten ciclicamente en grupos sucesivos de T años; con esta consideración, se desea establecer la capacidad del embalse necesaria para satisfacer los consumos demandados, sin correr el riesgo de que el agua fornecida por la presa, escacee (T es el período de observación de la muestra).

Designando por ω_i , la cantidad de agua derra

mada de la presa en el mes i (caso mensual) y D_i , el consumo en i , el volumen total derramado del embalse es

$$\sum_{i=1}^T \omega_i = \sum_{i=1}^T X_i - \sum_{i=1}^T D_i \quad (3.73)$$

Por consiguiente, una solución del problema, será la identificación de un óptimo programa de derramamiento de agua.

3.3.1. ALGORITMO (CASO DE UN EMBALSE)

- a) Cálculo de $X_i - D_i$ para cada período $1 \leq i \leq 2T$; y, cálculo de $\sum_{i=1}^t (X_i - D_i)$, siendo $1 \leq t \leq 2T$
- b) Localización del primer pico P_1 , de $\sum_{i=1}^t (X_i - D_i)$, con $1 \leq t \leq 2T$.
- c) Localización del pico subsecuente P_2 , siendo que $P_2 > P_1$
- d) Entre los dos picos P_1 y P_2 , se encuentra una depresión correspondiente al valor mínimo de $\sum_{i=1}^t (X_i - D_i)$, el cual es designado

por T_1 , siguiéndose el cálculo de $P_1 - T_1$.

e) Con el mismo procedimiento empleado para determinar P_1 y P_2 , encontramos el próximo pico subsecuente P_3 , siendo $P_3 > P_2$.

f) Entre P_2 y P_3 , determinase el valor más bajo T_2 , correspondiente a la segunda depresión; calcúlase $P_2 - T_2$.

g) Siguiendo T_3 , entre los dos picos; determinamos $P_3 - T_3$.

h) Repítase con P_4 , etc. para toda la serie en los $2T$ años.

i) La capacidad del embalse requerido es

$$S_m = \text{Máx} (P_j - T_j) = P_m - T_m \quad (3.74)$$

donde j , es el índice para la secuencia de los picos (P), y las depresiones (T).

j) El embalse, estará vacío al final del primer período en el que ocurrió la mínima depresión T_m , entre el par de picos subsecuentes P_m y P_{m+1} . Al final del próximo período, el almacenamiento estará aumentado por una cantidad igual al influente neto $(X_i - D_i)$, siendo que éste es menor que S_m ; si éste resulta ser mayor que S_m , el almacenamiento aumentará para S_m , y lo restante será derramado.

k) El almacenamiento S_i , al final del período i , y el flujo de

ramado durante esta estación, son obtenidos por las siguientes relaciones continuas.

$$S_i = \text{Mín} [S_m, (S_{i-1} + X_i - D_i)] \quad (3.75)$$

$$\omega_i = \text{Máx} [0, (X_i - D_i - S_i - 1)] \quad (3.76)$$

Quando el algoritmo es utilizado, con la serie histórica, la solución propuesta por Thomas es determinística y la ventaja que trae comparando con la técnica de masas de Rippl; es que en este caso los consumos demandados pueden ser considerados como una variable.

Para que surta los efectos deseados, el autor presenta un esquema de generación de series sintéticas, en la cual preserva los dos primeros momentos y el coef. de correlación. En nuestro caso de aplicación se substituyó el esquema de generación, por un modelo determinístico-estocástico obtenida de la sección 3.1, con el cual se generó cincuenta series sintéticas que a mas de preservar los dos primeros momentos, preserva los características básicas de la estructura de la serie original. Aplicando el algoritmo a cada serie, se obtuvieron las capacidades del embalse para cada una de ellas y para diferentes razones de descarga (porcentajes de la media).

Los resultados así obtenidos fueron ajustados a

curvas de frecuencia tipo Pearson^{9, 19, 32}

3.3.2. EXTENSION DEL ALGORITMO PARA MULTIPLE EMBALSES

Para estimar la capacidad requerida en un sistema de multiple embalses, Young y Puentes,⁴⁸ dan una alternativa de cálculo utilizando el algoritmo de picos subsecuentes dado por Thomas.

Considerando que las escorrentías y las demandas exigidas sobre la vida económica del proyecto, para cada uno de los embalses del sistema son conocidos, la técnica que se presenta a continuación, se vuelve más poderosa, cuando el estudio es tratado con series sintéticos, para estimar la probabilidad asociada a la confianza del proyecto.

La alternativa, hace consideraciones adicionales sobre los elementos estructurales constitutivos del proyecto, como es la capacidad de establecer transferencias de agua entre varios embalses del sistema; tales transferencias, requieren de un sistema de bombas de retorno que facilitan el esquema, cuando se tiene embalses en serie (puede ser en cascada) y de redes de tubería o canales, cuando los embalses están en paralelo.

La técnica de los picos subsecuentes como una

extensión al estudio de multiple embalses, requiere rédefiniciones de los influentes y efluentes (demandas) del sistema. Así, Q_i representa los flujos no regularizados de todo el sistema; en otras palabras, es la suma total de los influentes de cada embalse en el período i , y D_i , representa el total de los consumos o demandas exigidas en el período i .

Designando por S_i los almacenamientos totales en i , y considerando que existe una presa de capacidad infinita, que representa al sistema total, el cual almacena todos los S_i (incluyendo excesos y déficits).

El balance de masas para el sistema requiere que

$$S_{i+1} + D_i = S_i + Q_i \quad (3.77)$$

Asumiendo que $S_0 = 0$ (comienza vacío), los S_i , son calculados recursivamente

$$S_1 = Q_1 - D_1$$

$$S_2 = Q_2 - D_2 + S_1 = Q_2 - D_2 + Q_1 - D_1$$

$$S_3 = Q_3 - D_3 + S_2 = Q_3 - D_3 + Q_2 - D_2 + Q_1 - D_1$$

siguiendo con este razonamiento, podemos generalizar para todo S_j

$$S_j = \sum_{i=1}^j (Q_i - D_i) \quad (3.78)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Comparando la expresión (3.78) con (3.73) , se observa que son idénticas, siendo que en este caso por tratarse de un embalse de capacidad infinita, no existe derramamiento de agua.

Graficando S_i contra i , se obtiene una curva, que la designaremos como "curva S".

Cuando los puntos adyacentes en la curva S, tienen

$$S_i > S_{i-1} , \quad (3.79)$$

el embalse de capacidad infinita, está llenándose y por lo tanto la curva S, está creciendo hacia arriba. De igual forma, cuando

$$S_i < S_{i-1} \quad (3.80)$$

el embalse está vaciándose, por lo que la curva S, descenderá.

Los puntos, en los que estas condiciones se separan, son los puntos más elevados (picos) o los puntos más bajos (depresiones).

Para que S_j , sea un pico, tiene que cumplir la condición

$$S_{j-1} < S_j > S_{j+1} \quad , \quad (3.81)$$

y para que S_j , sea una depresión, la condición es

$$S_{j-1} > S_j < S_{j+1} \quad (3.82)$$

Una vez definido los picos y los depresiones, se define un límite de almacenamiento, el mismo que deberá ser determinado por V_i , que significa el volumen requerido en el período i . Por lo tanto, la solución del problema, es la determinación de V_i .

3.3.3. ALGORITMO (CASO MULTIPLE EMBALSES)

- 1) Hacer $i=1$ y $V_k = 0$, para todo k .
- 2) Evaluar S_i , contra S_{i-1}
 - a) Caso, $S_i > S_{i-1}$, hacer $i = i+1$ y repetir el paso 2
 - b) Caso, $S_i < S_{i-1}$, continuar con el paso 3

- 3) Encontrar el punto precedente sobre la curva S , S_j , para el cual $S_j < S_i$
- 4) Encontrar el punto de valor máximo de la curva S , en el intervalo de j para i
- 5) Hacer V_j , igual a la diferencia entre el punto máximo de la curva S y S_i
- 6) Hacer $i = i+1$ y repetir el paso 2

PASOS ESPECIALES

- A) El paso 3, es una búsqueda hacia atrás hasta un punto menor que S_i ; el límite de la búsqueda, ocurre para $j = 0$, que es el anterior a $S_j < S_i$, luego se prosigue con el paso 4. Esta condición implica la necesidad de una cantidad de agua inicial en el embalse, tal que $S_0 > 0$.
- B) En el paso 5, $i=K$ e $i=l$; cuando $l > K$, puede dar dos valores diferentes de V_j , para un mismo j , de esta forma, si $i = l$, el que es mayor deberá ser retenido.
- C) Siguiendo los pasos de 1 a 6, para $i = 1, 2, 3, \dots, n$, V_i representa la secuencia de volúmenes requeridos, pero éste puede ser menor que V_{i-K} . Con $i = 1, 2, 3, \dots, (n-1)$, y verificando V_i

y V_{i-1} , el volumen requerido puede ser ajustado, de tal manera que las demandas sean satisfechas, para i igual a 1 hasta n . Si $V_i > V_{i+1}$, hacer $V_{i+1} = V_i$ y verificar el próximo volumen V_{i+2} . Si $V_i < V_{i+1}$, verificar V_{i+2} .

El resultado del paso C, es un aumento monótono de la función V_i , que define el volumen requerido del sistema.

3.3.4. COMENTARIOS

La técnica presentada, elimina los defectos que el tradicional diagrama de Rippl adolece; es decir:

- a) El análisis, ya no se basa solamente en los registros históricos de escorrentía y en su lugar se utiliza series sintéticas.
- b) El tamaño de la población de escorrentías, puede ser considerado igual o superior a la vida económica del proyecto.
- c) Con el auxilio del esquema de generación de series sintéticas se obtiene una distribución de probabilidades del almacenamiento, con la cual se podrá evaluar el riesgo.

Una de las mayores ventajas de la técnica, es el hecho de que las demandas, pueden ser consideradas como varia-

bles. La importancia se refleja, cuando el propósito del embalse es la producción de agua para irrigación o abastecimiento, en las que esas demandas son variables de acuerdo al tipo de cultivo y estación en el primer caso y puede ser una función periódica en el segundo caso. Además, si los fenómenos de evaporación e infiltración son factores significativos, pueden ser considerados como pérdidas del sistema y ser incluidos como consumos (demandas).

En el caso de un sistema de múltiple embalses, se determinará el volumen total necesario para las demandas totales exigidas del sistema. De esta forma, el parámetro capacidad total del sistema, será de mucha importancia, al realizar transferencia de agua entre los embalses del sistema.

Si las demandas totales del sistema de varios embalses, fueran energías y no agua, en ese caso, se suma las energías y no el agua.

3.4. TECNICA DE MORAN

Con la finalidad de proporcionar un tratamiento teórico en el estudio de la capacidad de embalses. Moran presentó dos trabajos en el año 1954^{29,30}, en los cuales investiga el problema de almacenamiento durante una época húmeda para luego ser usada la época seca (regularización anual, por ejemplo).

Con este propósito, parte de la suposición que todos las entradas al embalse ocurren durante la época húmeda y todas las descargas ocurren durante la época seca; por supuesto, esta consideración está fuera de la realidad, pero es válida para efectos de simplificación del problema.

3.4.1. CASO DE ALMACENAMIENTO ANUAL

Este caso fue estudiado y presentado en 1954,²⁹ en la cual las entradas al sistema, son considerados como un proceso de series de tiempo discretas, que ocurren con intervalos de un año. Los volúmenes de agua que fluyen al embalse varían de año para año independiente uno del otro, teniendo una distribución de probabilidades conocida.

Indiferente de los posibles transbordos en el

embalse, esa agua es almacenada hasta la estación seca y luego es liberada de acuerdo con una regla definida, conocida como "regla de operación", que en nuestro caso fue tomada como un porcentaje de la media anual, la cual fue denominada por la letra M. El propósito de este represamiento, es el obtener una salida uniformizada en algún sentido estadístico.

Planteado de esta forma el problema, se tiene que al comienzo de cada año, existe una entrada X_t de agua en el embalse; con la consideración que la serie $\{X_t\}$ es serialmente independiente, suponemos que tiene una distribución de probabilidades continua $f(X_t)$, en el intervalo $(0, \infty)$ y cuya media es igual al valor esperado $E(X_t)$.

Imaginemos que el embalse tiene una capacidad K , y que antes del ingreso de X_t existe una cantidad de agua Z_t , en el mismo; entonces, si

$$X_t + Z_t > K \quad (3.83)$$

existe una cantidad ω_t , de agua que se transborda. Por consiguiente, la cantidad de transbordamiento de agua será:

$$\omega_t = X_t + Z_t - K \quad (3.84)$$

si $(3.84) < 0$, es decir $\omega_t < 0$, no existe transbordamiento, y la cantidad de agua $X_t + Z_t$, puede ser almacenada en el embalse.

Designando por Y_t , la cantidad de agua a ser liberada del embalse, de acuerdo con la regla de operación preestablecida, existirá una extensa gama de valores que estará en función de la variación de reglas de operación posibles.

Si, la regla de operación permite liberar una cantidad M , de agua (porcentaje de la media), ésta podrá ser liberada, si se cumple la condición

$$X_t + Z_t \geq M \quad (3.85)$$

Desde este punto de vista, se desea estudiar la distribución de probabilidades de la secuencia $\{Z_t\}$. Una vez conocida la distribución de Z_t , se obtiene la de $X_t + Z_t$, que en el presente caso es de interés por representar la distribución de probabilidades del contenido de agua en el embalse. De manera similar, se puede obtener las distribuciones de las secuencias $\{Y_t\}$ y $\{Y_t + \omega_t\}$.

Cuando la serie $\{X_t\}$, tiene una distribución continua, la solución analítica del problema es dificultosa; así, comenzamos por considerar una teoría aproximada, la cual proporciona lo que sería el método más práctico de procedimiento, con un problema numérico. Considerando X_t , como una variable discreta, se toma solamente los integrales múltiples de una cantidad de agua unitaria. La solución será más próxima cuando estas unidades sean más pequeñas. La capacidad K , y la cantidad M , de

la regla de operación, son también tomados como integrales múltiples de esas unidades.

Sea $X_t = 0, 1, \dots$, con probabilidades p_0, p_1, \dots , respectivamente y sea $Z_t = 0, 1, \dots, K$, con probabilidades P_0, P_1, \dots, P_K , al tiempo t ; y Z_{t+1} , con probabilidades P'_0, P'_1, \dots, P'_K , al tiempo $t+1$. Tomando en cuenta la consideración, de que las necesidades sean satisfechas en el período siguiente, Moran asume:

$$K - M \geq M \quad (3.86)$$

y se tiene el siguiente sistema de ecuaciones, que aproximar a la solución requerida, mediante el uso de cadenas finitas de Markov.

$$\begin{aligned} P'_0 &= P_0 (p_0 + p_1 + \dots + p_M) + P_1 (p_0 + p_1 + \dots + p_{M-1}) + \dots + P_M p_0 \\ P'_1 &= P_0 p_{M+1} + P_1 p_M + \dots + P_{M+1} p_0 \\ P'_2 &= P_0 p_{M+2} + P_1 p_{M+1} + \dots + P_{M+2} p_0 \\ &\dots \dots \dots \\ P'_{K-M} &= P_0 (p_K + \dots) + P_1 (p_{K-1} + \dots) + \dots + P_{K-M} (p_M + \dots) \end{aligned} \quad (3.87)$$

Claramente para la presente regla de operación se tiene:

$$P_{K-M+1} = \dots = P_K = 0 \quad (3.88)$$

Conociendo la distribución inicial de Z_t , al tiempo t (se puede suponer que Z_t , tiene un valor prescrito), se puede obtener la distribución de Z_{t+1} , al tiempo $t+1$, luego la de Z_{t+2} , y así hasta la de Z_{t+n} .

Si, $p_0 > 0, p_1 > 0, \dots, p_K > 0$, la distribución de probabilidades de Z_{t+n} , convergirá para una distribución estable e independiente de las condiciones iniciales cuando n , aumenta y es ésta la distribución que deseamos encontrar.

Para las condiciones iniciales se puede considerar que

$$P'_i = P_i, \text{ para } i=0,1,\dots,K-M \quad (3.89)$$

y, substituyendo en el sistema (3.87), se obtiene un conjunto de ecuaciones homogéneas que tiene como respuesta la solución trivial, cuando el determinante de los coeficientes no es nulo; de otra forma, se tendrá un número infinito de soluciones.

Para transformar el sistema en no-homogéneo, hacemos uso de la condición

$$P_0 + P_1 + \dots + P_{K-M} = 1 \quad (3.90)$$

la misma, que podrá reemplazar a cualquier ecuación del sistema (3.87); por lo general, se substituye $\sum P_i = 1$, en lugar de la última ecuación de (3.87), y se obtiene una solución única del sistema.

Es frecuente representar el sistema (3.87), en forma matricial; para este efecto, designamos por \underline{P}' y \underline{P} , las columnas vectores de los elementos P'_i y P_i respectivamente, y por T , la matriz cuadrada de los coeficientes del conjunto de ecuaciones de (3.87). De esta forma, (3.87) queda representado por:

$$\underline{P}' = T \underline{P} \quad (3.91)$$

Si \underline{P} , es cualquier vector, la suma de sus elementos es igual a la unidad (condición (3.90)), y por la tanto $T^n \underline{P}$, convergirá a la solución requerida cuando n , sea suficientemente grande. T^n , es mejor estimado, elevando T , al cuadrado sucesivas veces; así, se calcularía T^{2s} , siendo el valor de s , en la práctica del orden de 6 a 7 y así, el método de cálculo, aunque fácil se torna moderadamente lento. Por supuesto, esto tiene la ventaja que el efecto de las condiciones iniciales (un embalse vacío al comenzar las operaciones), puede ser encontrado explícitamente.

La forma matricial mostrada en (3.91), tiene la ventaja de que la solución puede ser en forma triangular (esquema mostrado por el autor en 1954³⁰), factorizando la matriz de los coeficientes en dos matrices triangulares; de esta forma se consigue hacer que $T = AB$, en donde A , es una matriz triangular superior, cuyos elementos son ceros y unidades y es función únicamente de la regla de operación; B , es una matriz triangular inferior, cuyos elementos son p_i , o la suma de p_i , y es función únicamente

de la distribución de probabilidades de las entradas al embalse.

La expresión (3.91) puede ser reescrita utilizando la condición inicial de la expresión (3.89), en el siguiente sistema homogéneo:

$$(T-I)\underline{P} = \underline{0} \quad (3.92)$$

en donde $T = AB$; I , es la matriz identidad; \underline{P} es el vector columna de las incógnitas del sistema.

La matriz A , tiene esta forma (triangular superior):

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & & & & \cdot \\ \cdot & & & 0 & 1 & & & & \cdot \\ \cdot & & & 0 & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & & & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & & & \cdot \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \cdot & & & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & & & \cdot \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.93)$$

como se puede observar, esta matriz es función únicamente de la regla de operación M , siendo los $M+1$, elementos de la primera fila unidades y el resto todos ceros; a partir de la segunda fila y después de la columna $M+1$, se tiene la unidad en forma diagonal

hasta cuando falte M , filas y todos los otros elementos restantes, son ceros.

La matriz B , tiene la siguiente forma (triangular inferior):

$$B = \begin{bmatrix} p_0 & 0 & \cdot & \cdots & \cdot & 0 \\ p_1 & p_0 & & & & \cdot \\ p_2 & p_1 & p_0 & & & \cdot \\ \cdot & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & \cdot \\ p_{K-1} & p_{K-2} & p_{K-3} & \cdots & p_0 & 0 \\ p_{K+\dots} & p_{K-1+\dots} & p_{K-2+\dots} & \cdots & p_1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.94)$$

En este caso, la matriz depende únicamente de las probabilidades de las entradas de agua al embalse.

Tanto la matriz A , como la matriz B , son cuadradas y de un tamaño $(K+1) \times (K+1)$; las últimas M , filas del producto AB , son ceros. De esta forma, la matriz T , de la ecuación (3.91) puede ser factorizada en dos matrices triangulares, agregando M , filas y columnas de ceros.

La solución de (3.92), será única si se utiliza la condición (3.90), y el sistema será no homogéneo.

Una vez obtenida la distribución de probabilidades de la cantidad de agua (Z_t) en el embalse de capacidad K , podemos encontrar la distribución de probabilidades de la salida Y_t .

Considerando primero, la distribución de

$$U_t = Z_t + X_t \quad (3.95)$$

en donde $U_t = 0, 1, 2, \dots$, con probabilidades R_0, R_1, R_2, \dots , las mismas que son definidas por:

$$R_0 = P_0 p_0$$

$$R_1 = P_0 p_1 + P_1 p_0$$

.....

$$R_{K-M} = P_0 p_{K-M} + P_1 p_{K-M-1} + \dots + P_{K-M} p_0$$

$$R_{K-M+S} = P_0 p_{K-M+S} + P_1 p_{K-M-1+S} + \dots + P_{K-M+S} p_S \quad (3.96)$$

siendo $S > 0$

Si la salida de agua de la presa, está representada por Y_t , teniendo como distribución de probabilidades Q_0, Q_1, \dots , vemos que:

$$\begin{aligned}
 Q_0 &= R_0 \\
 Q_1 &= R_1 \\
 &\cdot \quad \cdot \\
 &\cdot \quad \cdot \\
 &\cdot \quad \cdot \\
 Q_M &= R_M + R_{M+1} + \dots
 \end{aligned}
 \tag{3.97}$$

y de manera similar puede encontrarse la distribución de $Y_t + \omega_t$.

3.4.2. CASO DE ALMACENAMIENTO MENSUAL

Planteado el problema para el caso de almacenamiento anual, Moran³⁰ presentó un esquema similar para el caso de almacenamiento mensual. Si bien es cierto, que en este caso, las consideraciones realizadas para el almacenamiento anual no son válidas, ellas tenían su efecto únicamente para la simplificación del problema, por lo que sus resultados pueden ser aplicados para cada mes, indiferente de las suposiciones iniciales.

En cuanto a la regla de operación que se debe usar, ésta no tiene restricciones, siendo que el autor considera una cierta cantidad M , que se libera de la presa. Por consiguiente, la regla de operación puede ser diferente de mes a mes, de

acuerdo con la finalidad del estudio. En nuestro caso de aplicación, se usó las mismas reglas de operación que en el caso anual, es decir un porcentaje de la media anual y considerada la misma para todos los meses.

Supongamos que deseamos obtener la distribución de probabilidades del almacenamiento, cuando se dispone de la distribución de probabilidades de las entradas con su correspondiente regla de operación para cada mes.

Usando un modelo discreto como en el caso anterior, (sección 3.4.1), y designando por $\underline{P}^{(1)}$, la columna vector representativa de la distribución de probabilidades de Z_t , al comienzo del mes de Enero, podemos obtener la distribución de Z_t , para el comienzo del mes siguiente que corresponde a Febrero. Entonces:

$$\underline{P}^{(2)} = T_1 \underline{P}^{(1)} \quad (3.98)$$

en donde $\underline{P}^{(2)}$, es la columna vector de la distribución de probabilidades al comienzo del mes de Febrero; T_1 , es la matriz de los coeficientes correspondientes al mes de Enero. De manera similar, se puede plantear las correspondientes expresiones para los otros meses:

$$\begin{aligned}
 \underline{P}^{(2)} &= T_1 \underline{P}^{(1)} && \text{Febrero} \\
 \underline{P}^{(3)} &= T_2 \underline{P}^{(2)} && \text{Marzo} \\
 \underline{P}^{(4)} &= T_3 \underline{P}^{(3)} && \text{Abril} \\
 \underline{P}^{(5)} &= T_4 \underline{P}^{(4)} && \text{Mayo} \\
 \cdot & && \cdot \\
 \cdot & && \cdot \\
 \cdot & && \cdot \\
 \underline{P}^{(12)} &= T_{11} \underline{P}^{(11)} && \text{Diciembre} \\
 \underline{P}^{(1)} &= T_{12} \underline{P}^{(12)} && \text{Enero}
 \end{aligned} \tag{3.99}$$

Substituyendo en forma secuencial la última expresión de (3.99), se obtiene

$$\underline{P}^{(1)} = T_{12} T_{11} \dots T_2 T_1 \underline{P}^{(1)} \tag{3.100}$$

Si hacemos

$${}^{(1)}T = T_{12} T_{11} \dots T_2 T_1 \tag{3.101}$$

y reemplazando en (3.100), obtenemos una expresión similar a (3.91) y (3.92) que con la (3.89) y (3.90) nos dá la solución de $\underline{P}^{(1)}$.

De manera similar, para los otros meses; así, para la distribución de probabilidades al comienzo del mes de Febrero

se tiene:

$$\begin{aligned}
 \tilde{P}^{(3)} &= T_2 \tilde{P}^{(2)} \\
 \tilde{P}^{(4)} &= T_3 \tilde{P}^{(3)} \\
 &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 \tilde{P}^{(12)} &= T_{11} \tilde{P}^{(11)} \\
 \tilde{P}^{(1)} &= T_{12} \tilde{P}^{(12)} \\
 \tilde{P}^{(2)} &= T_1 \tilde{P}^{(1)}
 \end{aligned}
 \tag{3.102}$$

Substituyendo en forma secuencial la última expresión de (3.102), se obtiene

$$\tilde{P}^{(2)} = T_1 T_{12} T_{11} \dots T_3 T_2 \tilde{P}^{(2)}
 \tag{3.103}$$

y para su solución se sigue como el caso anterior

$${}^{(2)}T = T_1 T_{12} T_{11} \dots T_3 T_2
 \tag{3.104}$$

Las matrices de los coeficientes para todos los meses es como sigue:

$$\begin{array}{lcl}
 \text{Enero} & (1)_T & = T_{12} T_{11} T_{10} \cdots T_2 T_1 \\
 \text{Febrero} & (2)_T & = T_1 T_{12} T_{11} \cdots T_3 T_2 \\
 \text{Marzo} & (3)_T & = T_2 T_1 T_{12} \cdots T_4 T_3 \\
 \cdot & \cdot & \cdot \cdot \cdot \cdots \cdot \cdot \\
 \text{Noviembre} & (11)_T & = T_{10} T_9 T_8 \cdots T_{12} T_{11} \\
 \text{Diciembre} & (12)_T & = T_{11} T_{10} T_9 \cdots T_1 T_{12}
 \end{array} \tag{3.105}$$

Por lo tanto, con (3.105), substituido en la forma de (3.100), con sus correspondientes vector columna ($\tilde{P}^{(i)}$, $i = 1,12$) y utilizando la condición (3.91), se puede obtener la distribución de probabilidades del almacenamiento (Z_t) para cada mes.

Este método no toma en cuenta la posible correlación entre los meses sucesivos ya que de otra forma el problema se vuelve demasiado complejo y su solución muy difícil.

La regla de operación considerada, marca la cantidad de agua liberada como una función definida de la entrada X_t , y la cantidad de agua del embalse Z_t . Algunas veces es posible usar reglas de operación, las cuales dependen también de algún factor externo del azar, por ejemplo las condiciones atmosféricas en el área de irrigación; de acuerdo con esto, se procede con esas reglas en la presente teoría, providenciando ese factor externo, sin introducir

correlación o dependencia serial que pueda ocurrir para cualquier intervalo de tiempo.

3.4.3. REGLAS DE OPERACION MODIFICADA

Moran³⁰ presentó sugerencias para modificar la regla de operación, con objeto de obtener una distribución de probabilidades del almacenamiento, con una regla de operación que más se ajuste a la realidad. En este sentido propone lo siguiente:

Designando por L ($<K$), el límite inferior del almacenamiento; D ($<M$), la mínima descarga deseada del embalse, además, por simplicidad se toma $D < L$ y $L+M < K$. Si Z_t , es la cantidad de agua al comienzo de cada período y X_t , las entradas, la regla de operación podrá ser así:

a) Si, $Z_t + X_t > K+M$, entonces la cantidad M , es liberada del embalse y la cantidad $(Z_t + X_t - K - M)$ se transborda, quedando $Z_{t+1} = K$ (al final del período).

b) Si, $L+M < Z_t + X_t < K+M$, puede ser liberada la cantidad M , y el estado final será:

$$Z_{t+1} = Z_t + X_t - M$$

c) Si, $L+D < Z_t + X_t < L+M$, será liberada la cantidad $Z_t + X_t - L$ y

su estado final al tiempo $t+1$, será: $Z_{t+1} = L$

d) Si, $D < Z_t + X_t < L+D$, la cantidad D , es liberada y al fin del período, queda en el embalse: $Z_{t+1} = Z_t + X_t - D$

e) Si, $Z_t + X_t < D$, $Z_t + X_t$ deberá ser liberada y $Z_{t+1} = 0$

Si P_0, \dots, P_K , es la distribución de probabilidades de Z_t , entonces las expresiones (3.91) y (3.92), son válidas y la matriz T , será modificada de acuerdo al siguiente esquema:

D	$D-1$	\dots	1	p_0	0	\dots	\dots	0
Σp_i	Σp_i	\dots	Σp_i	p_0	0	\dots	\dots	0
P_{D+1}	P_D	\dots	P_2	P_1	P_0	0	\dots	0
\cdot	\cdot	\dots	\cdot	\cdot	\cdot	\dots	\dots	\cdot
P_{D+L-1}	P_{D+L-2}	\dots	P_L	P_{L-1}	\cdot	\dots	P_0	\dots
$M+L$	$M+L-1$	\dots	$L+M-D+1$	$L+M-D$	\cdot	\dots	Σp_i	$P_0 \dots 0$
Σp_i	Σp_i	\dots	Σp_i	Σp_i	\cdot	\dots	Σp_i	$P_0 \dots 0$
$D+L$	$D+L-1$	\dots	$L+1$	L	\cdot	\dots	1	\dots
P_{L+M+1}	P_{L+M}	\dots	$P_{L+M-D-2}$	$P_{L+M-D-1}$	\cdot	\dots	P_{M-D+2}	\dots
\cdot	\cdot	\dots	\cdot	\cdot	\cdot	\dots	\cdot	\dots
\cdot	\cdot	\dots	\cdot	\cdot	\cdot	\dots	\cdot	\dots
\cdot	\cdot	\dots	\cdot	\cdot	\cdot	\dots	\cdot	\dots
P_K	P_{K-1}	\dots	P_{K-D}	P_{K-D-1}	\cdot	\dots	$P_{K-L-D+1}$	$\dots P_0$
\cdot	\cdot	\dots	\cdot	\cdot	\cdot	\dots	\cdot	\dots
\cdot	\cdot	\dots	\cdot	\cdot	\cdot	\dots	\cdot	\dots
\cdot	\cdot	\dots	\cdot	\cdot	\cdot	\dots	\cdot	\dots
P_{K+M-1}	P_{K+M-2}	\dots	P_{K+M-D}	$P_{K+M-D-1}$	\cdot	\dots	$P_{K+M-D-L}$	$\dots P_{M-1}$
q_{K+M}	q_{K+M-1}	\dots	$q_{K+M-D+1}$	q_{K+M-D}	\cdot	\dots	$q_{K+M-D-L+1}$	$\dots q_M$

(3.106)

En esta matriz q_i , es $\sum_{n=i}^{\infty} p_n$, y p_i , es la distribución de

probabilidades de X_t (tomando como variable discreta). Utilizando esta matriz de tamaño $(K+1) \times (K+1)$, en las expresiones (3.91) y (3.92) y combinando con (3.90), se resuelve el sistema como en los casos anteriores.

De este modo, los efectos de varias reglas de operación pueden ser estudiadas e investigadas.

En el presente trabajo, fueron aplicados en los estudios de regularización, los casos de las secciones 3.4.1 y 3.4.2, para series anuales y mensuales de escorrentías respectivamente, en las cuales se usaron reglas de operación simples (porcentaje de la media anual). El caso de regla de operación modificada (sección 3.4.3), puede ser aplicado fácilmente, pues significa, solamente una modificación en la regla de operación.

3.5. TECNICA QUE USA EL ANALISE DEL DEFICIT

El análisis de sumas parciales de variables casuales (aleatorias), tales como la amplitud (rango) y el déficit, también pueden ser usados para la estimación de la capacidad de embalses, cuando el objetivo del mismo es la regularización del caudal de un río.

Algunos investigadores, tales como Hurst²², Feller¹², Yevjevich⁴⁴ y Gomide¹⁶ (entre otros) han venido estudiando estas propiedades, encontrando resultados que son considerados como satisfactorios. El análisis de la amplitud (rango), fue utilizado para el caso de regularización total de la media, quedando el análisis del máximo déficit acumulado (Gomide¹⁶) para el caso de regularización parcial (porcentaje de la media).

En el presente trabajo, es de interés el obtener la capacidad del embalse para una regularización parcial de la media, por esta razón, utilizaremos el análisis del déficit para llegar a nuestro objetivo.

En el estudio sobre el análisis del déficit, realizado por Gomide^{16, 17}, se obtuvo la distribución de probabilidades del máximo déficit acumulado (definido en la sección 3.5.2) para variables casuales discretas y continuas. En esta investigación, la capacidad de almacenamiento, es concebido al máximo déficit acumulado de

las sumas parciales con respecto a la descarga que se desea regularizar. De esta forma, la estimación de la capacidad del embalse, consiste en la obtención de la función de densidad de la variable casual D_n (máximo déficit) y la subsecuente determinación del percentil correspondiente a una determinada probabilidad de suceso.

Uno de los procesos modernos de dimensionamiento de embalses, es el generar registros sintéticos, con los que se obtiene la distribución de frecuencias del máximo déficit acumulado; en términos generales, el valor medio muestral es tomado como el almacenamiento requerido. Sin embargo, si se torna posible la estimación de la distribución en forma analítica, se evitará los costos de generación de series. En este sentido, el estudio presentado por Gomide¹⁶, da solución al problema de almacenamiento en la forma analítica deseada.

En lo que sigue a continuación, se hace una transcripción de la técnica empleada por Gomide^{16,17} para la obtención de los resultados analíticos de la distribución del máximo déficit acumulado.

3.5.1. DEFINICIONES

Se define como entradas netas (X_t), a la diferencia entre los influentes y efluentes de un sistema de regularización, teniéndose como valor esperado de esas entradas, el valor cero cuando los efluentes son constantes e iguales a la media de los

influentes. Si el valor esperado de los mismos es positivo, la descarga regularizada es menor que la media de los influentes; y, si es negativa, no es de interés, por que no es posible regularizar una descarga mayor que la media natural para grandes períodos; sin embargo, el método que se describe a continuación, permite aplicar el proceso a los dos casos.

El estudio de problemas de almacenamiento en los que se considera regularización parcial (media de las entradas netas positiva), es denominado como "análisis del máximo déficit acumulado" (Gomide¹⁶)

En aplicaciones prácticas, es conveniente representar en nivel de regularización mediante el parámetro α , que es definido por:

$$\alpha = \left[1 - \frac{E(X_t)}{E(Y_t)} \right] \cdot 100\% \quad (3.107)$$

en donde, $E(X_t)$ es el valor esperado de las entradas netas (X_t) y $E(Y_t)$ es el valor esperado de los influentes (Y_t). Si $E(X_t) = 0$, $\alpha = 100\%$

3.5.2. FORMULACION DEL PROBLEMA

Se considera como entradas netas, un conjunto de variables casuales (aleatorias) discretas, distribuidas idénticamen-

te e independiente el uno del otro.

$$X_t ; t = 1, 2, \dots, n \quad (3.108)$$

y considerando las sumas parciales

$$\begin{aligned} S_{-1} &= S_0 = 0 \\ S_t &= X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_t \end{aligned} \quad (3.109)$$

con $t = 1, 2, \dots, n$

y en particular las sumas parciales, las cuales son consideradas como máximos; así:

$$\{ S_{t_i} : S_{t_i} \geq \max (S_{t_i-1}, S_{t_i+1}) ; \quad (3.110)$$

$$i = 1, 2, \dots, J, t_i < t_K, \text{ para } i < K \}$$

en donde J es el número de máximo local entre

$$\{S_t ; t = 0, 1, \dots, n-1\}$$

Para cada máximo local S_{t_i} , se considera las sumas parciales inmediatas, siguiendo aquellas que son iguales o más pequeñas que S_{t_i} . Sea u_i , el mayor entero tal que:

$$\{S_{t_i+v} \leq S_{t_i} ; v=1, 2, \dots, u_i\} \quad (3.111)$$

$$\text{Sea } s_{t_i} = \min_{1 \leq v \leq u_i} S_{t_i+v} \quad (3.112)$$

y definiendo el déficit d_{t_i} , por

$$d_{t_i} = S_{t_i} - s_{t_i} ; i=1,2,\dots,J \quad (3.113)$$

En base a esto, el máximo déficit acumulado puede ser definido por

$$D_n = \max_{1 \leq i \leq J} d_{t_i} \quad (3.114)$$

Como puede observarse, algunos de los conjuntos de la expresión (3.111), pueden ser subconjuntos de una mayor y así, el correspondiente déficit requerido no necesita ser considerado, por que puede no ser el máximo déficit.

3.5.3. DISTRIBUCION DEL MAXIMO DEFICIT (D_n) PARA EL CASO DISCRETO

Considerando que la capacidad del embalse es $K+1$, y haciendo la suposición que cuando vacío, éste continúe vacío con una probabilidad igual a uno y cuando lleno, continúe lleno únicamente si la entrada neta siguiente no es negativa. De esta forma, el volumen de agua acumulado sigue un proceso simple de cadena de Markov homogénea, con una situación de espacio $\{0,1,2,\dots,K+1\}$ y una matriz de transición de probabilidades P'_{K+2} , dado por:

$$P'_{K+2} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{K+1}^T \\ 0_{K+1} & P_{K+1} \end{bmatrix} \quad (3.115)$$

en donde:

$\vec{0}_{K+1}$, es una columna vector de tamaño $k+1$, y cuyos elementos son todos nulos;

$$\vec{l}_{K+1}^T = [l_{-1} \ l_{-2} \ \dots \ l_{-K} \ l_{-K-1}], \text{ siendo que:}$$

$$l_{-j} = p_{-j} + p_{-j-1} + p_{-j-2} + \dots \quad (j=1,2,\dots,K+1)$$

P_{K+1} , es una matriz que es función de la distribución de probabilidades de las entradas netas ($P(X_i=i)=p_i$) y está dada por:

$$P_{K+1} = \begin{bmatrix} p_0 & p_{-1} & p_{-2} & \dots & p_{-K+2} & p_{-K+1} & p_{-K} \\ p_{+1} & p_0 & p_{-1} & \dots & p_{-K+3} & p_{-K+2} & p_{-K+1} \\ p_{+2} & p_{+1} & p_0 & \dots & p_{-K+4} & p_{-K+3} & p_{-K+2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_{+K-2} & p_{+K-3} & p_{+K-4} & \dots & p_0 & p_{-1} & p_{-2} \\ p_{+K-1} & p_{+K-2} & p_{+K-3} & \dots & p_{+1} & p_0 & p_{-1} \\ u_{+K} & u_{+K-1} & u_{+K-2} & \dots & u_{+2} & u_{+1} & u_0 \end{bmatrix} \quad (3.116)$$

en la cual, $u_j = p_j + p_{j+1} + p_{j+2} + \dots \quad (j=0,1,2,\dots,K)$

De esta forma, la matriz de n-pasos de transición estará dada por:

$$P_{K+2}^{n} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{K+1}^T (I_{K+1} + P_{K+1} + P_{K+1}^2 + \dots + P_{K+1}^{n-1}) \\ 0 & P_{K+1}^n \end{bmatrix} \quad (3.117)$$

La matriz P_{K+1}^n fue denominada de matriz de transición restricta, la cual es definida por la expresión (3.116) elevada al poder n, y I_{K+1} , es la matriz identidad.

Las entradas (s,u) a la matriz P_{K+1}^n , representado por $P_{K+1}^n(s,u)$, denotan la probabilidad de transición de un estado $u=1,2,\dots,K+1$, al estado $s=1,2,\dots,K+1$, sin pasar por el estado cero.

Así, $\sum_{s=1}^{s=K+1} P_{K+1}^{(n)}(s,K+1)$, representa la probabilidad que el sistema no llegue al estado cero en los n primeros pasos, siendo que el estado inicial $u=K+1$. Pero esto simplemente es $P(D_n \leq K)$, y siendo que el proceso adoptado preserva unicamente el déficit d_{t_i} , la distribución del máximo déficit es:

$$P(D_n \leq K) = \sum_{s=1}^{s=K+1} P_{K+1}^{(n)}(s,K+1) \quad (3.118)$$

$$P(D_n = K) = \sum_{s=1}^{s=K+1} P_{K+1}^{(n)}(s,K+1) - \sum_{s=1}^{s=K} P_K^{(n)}(s,K) \quad (3.119)$$

Escribiendo en forma matricial estas expresiones se tiene:

$$P(D_n \leq K) = \underset{\sim K+1}{1}^T P_{K+1}^n \underset{\sim K+1}{\theta} \quad (3.120)$$

$$P(D_n = K) = P(D_n \leq K) - \underset{\sim K}{1}^T P_K^n \underset{\sim K}{\theta} \quad (3.121)$$

en donde T , es el estado transpuesto; los subíndices, denotan el tamaño del vector y matrices; y,

$$\underset{\sim K+1}{1}^T = [1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 1], \quad \underset{\sim K+1}{\theta}^T = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]$$

3.5.4. EXPRESION ALTERNATIVA PARA LA DISTRIBUCION DE D_n PARA EL CASO DISCRETO

Otro camino de aproximación al problema es la separación de la matriz P_{K+2} , esto trae sus ventajas al tratar con entradas netas continuas. Reescribiendo P'_{K+2} en la forma separada, se tiene:

$$P'_{K+2} = \begin{bmatrix} 1 & \underset{\sim K}{\ell}^T & \underset{\sim K-1}{\ell} \\ \underset{\sim K}{0} & Q_K & P_K \\ 0 & \underset{\sim K}{u}^T & u_0 \end{bmatrix} \quad (3.122)$$

en donde, $\underset{\sim K}{p}^T = [p_{-K} \ p_{-K+1} \ \dots \ p_{-2} \ p_{-1}]$; Q_K , es la matriz de transi

ción restricta sin la última fila y la última columna (expresión (3.116)); y, los otros términos son los mismos ya definidos ante riormente.

Tomando en consideración las expresiones (3.117) y (3.120), y recordando que la suma de los elementos de cada columna de la matriz $P'_{K+2}{}^n$, es la unidad, se sigue que los elementos de la primera fila y última columna de esta matriz es $\{1 - P(D_n \leq K) = P(D_n > K)\}$.

La conveniencia de este particular, es el trabajar solamente con la primera fila de $P'_{K+2}{}^n$, teniendo en cuenta que únicamente el último elemento en esa fila es de interés. Esta primera fila es escrita de la siguiente manera.

$$[1 \quad d_K^{(n)T} \quad d_0^{(n)}] \quad (3.123)$$

en donde $d_K^{(n)}$, es un vector de tamaño K ; T , es el estado transpuesto; $d_0^{(n)}$, es un número (igual $P(D_n > K)$); y, la preservación del escalar uno, está de manifiesto en la matriz $P'_{K+2}{}^n$.

Claramente se ve que para $n=1$:

$$d_K^{(1)T} = l_K^T \quad ; \quad d_0^{(1)} = l_{-K-1}$$

y en general, continuando con las relaciones recursivas, se obtiene

$$[1 \quad d_K^{(n)T} \quad d_O^{(n)}] = [1 \quad d_K^{(n-1)T} \quad d_O^{(n-1)}] \begin{bmatrix} 1 & \ell_K^T & \ell_{-K-1} \\ 0 & Q_K & P_K \\ 0 & u_K^T & u_O \end{bmatrix} \quad (3.124)$$

o las expresiones equivalentes:

$$d_K^{(n)T} = \ell_K^T + d_K^{(n-1)T} Q_K + d_O^{(n-1)} u_K^T \quad (3.125)$$

$$d_O^{(n)} = \ell_{-K-1} + d_K^{(n-1)T} P_K + d_O^{(n-1)} u_O \quad (3.126)$$

3.5.5. DISTRIBUCION DEL MAXIMO DEFICIT D_n PARA EL CASO CONTINUO

Los resultados obtenidos en el caso discreto, fueron aplicados para entradas netas continuas (Gomide¹⁶).

De las expresiones (3.125) y (3.126), se obtienen las expresiones análogas para el caso continuo.

$$d_n(v_n, y) = \ell(v_n, y) + \int_0^y d_{n-1}(v_{n-1}, y) f(v_n - v_{n-1}) dv_{n-1} + d_{n-1}(0, y) \cdot u(v_n) \quad (3.127)$$

en donde $0 < v_n < y$, y

$$d_n(0, y) = \ell(0, y) + \int_0^y d_{n-1}(v_{n-1}, y) f(-v_{n-1}) dv_{n-1} + d_{n-1}(0, y) \cdot u(0) \quad (3.128)$$

En cada una de estas expresiones, $f(\cdot)$ es la función de densidad de las entradas netas; y , es análogo de K (capa-

idad del embalse); $d_n(0, y)$ es $P(D_n > y) = 1 - P(D_n \leq y) = 1 - F_{D_n}(y)$.

Por otro lado:

$$\ell(v_n, y) = \int_{-\infty}^{-y+v_n} f(x) dx \quad (3.129)$$

$$u(v_n) = \int_{v_n}^{+\infty} f(x) dx \quad (3.130)$$

De las relaciones recursivas de las expresiones (3.127) y (3.128) se obtiene:

$$\begin{aligned} d_n(0, y) &= d_{n-1}(0, y)u(0) + d_{n-2}(0, y) \int_0^y u(v_{n-1})f(-v_{n-1})dv_{n-1} + \\ &+ d_{n-3}(0, y) \int_0^y \int_0^y u(v_{n-2})f(v_{n-1}-v_{n-2})f(-v_{n-1})dv_{n-2} dv_{n-1} + \\ &+ \dots \\ &+ d_1(0, y) \int_0^y \dots (n-2) \dots \int_0^y u(v_2)f(v_3-v_2) \dots f(v_{n-1}-v_{n-2}) \\ &f(-v_{n-1}) \dots dv_2 dv_3 \dots dv_{n-1} + \ell(0, y) + \int_0^y \ell(v_{n-1}, y)f(-v_{n-1}) \\ &dv_{n-1} + \int_0^y \int_0^y \ell(v_{n-2}, y)f(v_{n-1}-v_{n-2})f(-v_{n-1})dv_{n-2} dv_{n-1} + \\ &+ \dots \\ &+ \int_0^y \dots (n-1) \dots \int_0^y \ell(v_1, y)f(v_2-v_1) \dots f(v_{n-1}-v_{n-2}) \\ &f(-v_{n-1})dv_1 dv_2 \dots dv_{n-1} \end{aligned} \quad (3.131)$$

en donde $d_1(0, y) = \int_{-y}^{-\infty} f(x) dx = 1 - F_{D_1}(y)$

3.5.6. RESULTADOS DE LA DISTRIBUCION ASINTOTICA DE D_n E INGRESOS NETOS CON DISTRIBUCION NORMAL

A) Distribución asintótica

El máximo déficit acumulado es una función de las sumas parciales, la cual es independiente de la distribución de las entradas netas (X_t). Siendo que las sumas parciales son asintóticamente-normalmente distribuidas, la distribución asintótica del máximo déficit acumulado también es independiente de la distribución de las entradas. Gomide¹⁶ (1975), encontró que esta distribución para el caso de regularización total, está dada por:

$$f_{D_n/\sqrt{n}}(x) = 4 \sum_{\substack{j+1 = \infty \\ j-1 = 1}} (-1)^{\frac{j-1}{2}} \cdot j \cdot \phi(jx), \quad (3.132)$$

donde: $\phi(\mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\{-\frac{1}{2}\mu^2\}$

Los momentos son obtenidos integrando término a término; así;

$$E(D_n) = 1.2533 \sqrt{n} \cdot \sigma$$

$$\text{Var}(D_n) = 0.2611 \cdot n \cdot \sigma^2$$

B) Ingresos netos normalmente distribuidos

Sea la función densidad de los ingresos ne

tos.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x-\mu)^2 \right\} = \phi(x-\mu) \quad (3.133)$$

en donde la media es μ y la varianza es la unidad (para regularización total $\mu=0$).

Para $n=1$, de la expresión (3.131), se obtiene:

ne:

$$d_1(0, y) = \int_{-\infty}^{-y} \phi(x-\mu) dx = \Phi(-y-\mu) = 1 - \Phi(y+\mu) \quad (3.134)$$

y así:

$$F_{D_1}(y) = \Phi(y+\mu) \text{ para } y > 0 \quad (3.135)$$

y la función de densidad está dada por:

$$f_{D_1}(y) = \phi(y+\mu) \text{ para } y > 0 \quad (3.136)$$

y los dos primeros momentos son:

$$E(D_1) = \phi(\mu) - \mu[1-\Phi(\mu)] \quad (3.137)$$

$$E(D_1^2) = (1+\mu^2) [1-\Phi(\mu)] - \mu \phi(\mu) \quad (3.138)$$

Para $n=2$, de la expresión (3.131), se obtiene

$$d_2(0, y) = d_1(0, y)u(0) + \ell(0, y) + \int_0^y \ell(v_1, y) f(-v_1) dv_1 \quad (3.139)$$

Haciendo las respectivas substituciones se obtiene que:

$$d_2(0,y) = [1 + \Phi(\mu)] [1 - \Phi(\mu+y)] + \int_0^y \Phi(v_1 - y - \mu) \phi(v_1 + \mu) dv_1 \quad (3.140)$$

y consecuentemente

$$\begin{aligned} F_{D_2}(y) &= 1 - d_2(0,y) = \\ &= \Phi(\mu+y) - \Phi(\mu) + \int_0^y \Phi(v_1 - y - \mu) \phi(v_1 + \mu) dv_1 \end{aligned} \quad (3.141)$$

realizando las respectivas transformaciones, se llega:

$$f_{D_2}(y) = 2 \Phi(\mu) \phi(\mu+y) + \frac{1}{\sqrt{2}} \phi\left(\frac{-y}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}\mu\right) \left[2 \phi\left(\frac{-y}{\sqrt{2}}\right) - 1 \right] \quad (3.142)$$

y el primer momento, está dado por:

$$E(D_2) = 2\phi(\mu) - 2\mu[1 - \Phi(\mu)] \quad (3.143)$$

Para valores más altos de n , el problema es similar, solo que la substitución en (3.131) envuelve la resolución de integrales múltiples, lo cual no existe una formula directa para su cálculo, requiriendose realizar una evaluación numérica para obtener la solución.

Gomide¹⁶, presente resultados analíticos para el caso de ingresos netos con una distribución Laplaciana y un $n=3$, y diferentes niveles de regularización.

3.5.7. COMENTARIOS

El análisis del déficit presentado por Gomide¹⁶, representa una contribución bastante significativa, en la investigación del problema de almacenamiento de agua.

Considerando que el almacenamiento requerido de un embalse, es el máximo déficit acumulado durante un tiempo de n años, encuentra la distribución de probabilidades de ese estadístico. Para ésto, comienza tratando las entradas netas como variables aleatorias independientes, cuyos volúmenes acumulados siguen un simple proceso de cadenas de Markov, limitada por estados, uno de los cuales es absorbente y el otro es reflectante; por analogía, obtiene la distribución del máximo déficit (D_n), para el caso de variables casuales aleatorias continuas e independientes.

El análisis del déficit es extendido para el caso de entradas netas correlacionadas. Para obtener la distribución del máximo déficit acumulado, practicamente procede de la misma forma que en el caso de entradas independientes, con la diferencia de que el proceso Markoviano no es simple y es considerado de "dos-pasos", es decir que para la cadena de Markov bivariada, ninguna de las entradas en la matriz de transición son idénticamente iguales a cero.

Para el caso de entradas Markovianas simples, los efectos de la correlación serial, hace que la capacidad requere-

rida del almacenamiento aumente, por lo que deberán ser corregidos multiplicando por el factor $\sqrt{(1+\rho)/(1-\rho)}$ (unicamente cuando la capacidad es estimado por el valor esperado del máximo déficit acumulado).

Uno de los resultados importantes en el estudio de recursos hidráulicos, es la obtención de la relación "almacenamiento-producción", la cual se consigue graficando la media de las entradas netas (que puede ser relacionado con el nivel de regularización) versus el valor esperado del máximo déficit (si éste se considera como capacidad requerida), o un valor de acuerdo con una probabilidad de suceso.

CAPÍTULO IV

CASOS DE APLICACION

La aplicación de las metodologías presentadas en el Capítulo III, a dos series de escorrentías mensuales, son expuestas en este Capítulo.

Los resultados obtenidos de las técnicas y metodologías empleadas, serán referenciadas a sus correspondientes expresiones y para dar una continuidad a la presentación de éstos, se mantendrá su misma secuencia.

Para los casos de aplicación de este trabajo, fue empleado el Computador BURROUGHS B6700, con 1600 K de memoria física. Este computador está a cargo del Núcleo de Computación Electrónica (NCE) de la Universidad Federal de Rio de Janeiro (UFRJ). Los programas fueron realizados en lenguaje FORTRAN IV.

4.1. SERIES DE ESCORRENTIAS UTILIZADAS

La selección de secuencias hidrológicas de escorrentía, se basó en un criterio de tipo geográfico. Visando observar y comparar resultados de la aplicación, para diferentes condiciones de las técnicas de estimación de capacidad de embalses, se

prefirió trabajar con dos series temporales, correspondientes a cuencas hidrológicas de drenaje con características físicas diferentes.

Teniendo en consideración la importancia que las cuencas de drenaje seleccionadas, puede representar en el contexto de la infraestructura hidroeléctrica del Brasil, se eligieron las cuencas del río SÃO FRANCISCO y del río IGUAÇU. Los puestos seleccionados en cada cuenca, son el de TRES MARIAS y SALTO OSORIO, que tienen una área de contribución de 50560 y 46415 km^2 respectivamente, y corresponden a centrales hidroeléctricas en funcionamiento (Tres Mariás) o en construcción (Salto Osorio).

Como no siempre existen puestos de colección de datos hidrométricos en los lugares del proyecto, se requiere realizar una transferencia de información (caso de los puestos en estudio), utilizando diversas metodologías. En el caso de los afluentes al embalse de Tres Mariás, algunos datos fueron obtenidos por relaciones entre áreas y han sido corregidos por la Canambra (1931-1960) y por la Meco/Caeb (1961-1970)⁸; la serie de afluentes, se obtuvo de los archivos de datos de la empresa ELETROBRAS y corresponde a los años de 1931 a 1970. En el caso de los afluentes al embalse de Salto Osorio, la información fue proporcionada por la empresa ELETROSUL y la serie corresponde a los años de 1941 a 1972. Las series temporales de escorrentías de los dos puestos, presentados en las tablas 1 y 2, son series mensuales y están expresada en metros cúbicos por segundo.

AÑO	ENERO	FEBR.	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPT.	OCTUB.	NOV.	DIC.
1931	1340	3680	2260	1490	825	600	430	312	372	453	488	960
1932	1970	1950	1440	680	494	455	317	236	248	356	403	1380
1933	1190	540	510	435	288	224	204	200	180	264	177	509
1934	1050	512	568	324	208	167	144	125	146	164	197	1170
1935	1810	3020	1470	1200	730	492	385	311	284	430	360	494
1936	419	408	1810	760	448	285	227	220	292	217	427	1180
1937	2940	1540	945	648	650	446	301	230	188	640	825	2420
1938	1950	1590	1340	768	668	460	345	324	326	608	745	1680
1939	2270	2120	896	772	548	389	325	256	218	360	425	740
1940	1210	1570	1490	575	389	270	220	177	168	310	1150	1350
1941	1900	940	960	1020	468	375	340	253	270	305	420	1110
1942	1670	1000	1290	710	446	350	270	221	232	350	780	1630
1943	3700	2200	1810	940	605	480	375	320	275	378	506	1290
1944	814	1330	1190	714	457	350	295	247	198	211	350	854
1945	1230	2180	1360	1450	726	524	413	314	233	277	965	1960
1946	2620	1000	1200	1250	642	461	364	286	269	360	682	756
1947	1410	1780	2400	1270	590	448	370	310	406	353	625	1370
1948	1320	1290	1220	740	435	312	242	186	106	250	690	1860
1949	2250	3350	1600	900	715	541	441	364	299	300	497	1120
1950	1160	1850	1080	850	510	367	295	230	220	303	880	1280
1951	1300	1980	1750	1410	650	460	340	280	230	290	270	545
1952	1030	2100	3120	1270	655	510	390	289	279	279	568	684
1953	367	592	731	750	367	260	201	168	162	243	535	1020
1954	520	697	355	465	304	197	151	123	109	115	440	439
1955	948	568	521	559	218	182	135	109	94	214	396	1350
1956	1000	607	978	360	415	349	230	205	186	178	286	1130
1957	1490	1170	1450	1580	662	400	322	268	261	254	646	1520
1958	775	825	630	450	345	269	261	189	242	324	326	484
1959	888	588	925	422	268	190	160	131	117	218	528	543
1960	1020	1210	1450	600	410	320	265	216	183	225	470	1030
1961	2500	1520	1860	810	600	400	310	245	190	200	340	605
1962	1490	1620	1200	590	370	300	230	188	210	345	570	2350
1963	1720	1140	615	362	250	215	185	160	123	165	240	148
1964	1060	1700	850	435	300	202	197	159	137	280	690	1100
1965	1860	2760	2900	1130	660	460	366	300	230	605	740	1130
1966	2620	2160	1450	802	560	416	330	260	220	365	900	1280
1967	2200	2060	1470	960	565	430	345	275	230	268	795	1520
1968	1590	1300	1350	665	405	318	262	235	228	350	384	1210
1969	850	820	520	377	254	226	184	155	136	310	1090	1220
1970	1490	995	700	510	300	235	210	170	220	327	515	350

TABLA 1 - SERIE MENSUAL DE ESCORRENTIA (MC/S) DEL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO (1931-1970)

AÑO	ENERO	FEBR.	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPT.	OCTUB.	NOV.	DIC.
1941	1075	1860	840	601	824	1069	688	1819	920	974	1183	1157
1942	686	1431	1074	1406	954	1256	1161	836	659	723	387	286
1943	335	531	420	264	219	972	690	1108	913	1119	804	416
1944	689	419	1070	468	211	175	157	118	315	220	692	627
1945	202	380	638	279	191	323	1288	405	345	552	466	470
1946	929	3301	2465	989	769	1125	2162	826	796	1648	1129	1295
1947	957	1393	1105	637	450	1193	863	1237	2485	2240	834	939
1948	745	1038	919	707	966	733	531	1872	670	918	1236	363
1949	370	211	405	943	745	944	404	363	430	468	308	259
1950	975	906	1455	536	646	465	536	306	445	2135	906	662
1951	760	1497	1824	562	285	268	332	173	159	1350	1480	1057
1952	408	439	301	320	150	762	506	308	1124	2344	1537	643
1953	631	716	553	544	421	526	332	245	1031	1561	2086	847
1954	1457	860	914	597	2872	2294	1296	674	1024	1925	844	518
1955	450	342	505	806	1456	3279	3365	1400	1270	464	342	385
1956	585	822	434	1371	1800	994	820	1323	1017	663	348	219
1957	432	1115	534	433	421	1090	3262	4796	5206	1887	1498	823
1958	538	387	928	478	259	517	485	865	1905	1031	936	980
1959	724	1024	518	475	603	764	482	587	868	556	331	238
1960	273	515	429	551	491	706	497	1423	1447	1451	1694	661
1961	579	511	1772	996	926	871	495	258	1294	1704	2240	1032
1962	638	1057	1247	553	352	512	369	271	1045	2192	978	477
1963	580	1135	942	842	328	280	178	159	192	1697	2742	983
1964	455	653	512	973	971	938	1106	1547	1506	946	512	588
1965	438	765	760	475	2456	893	2119	1115	1063	2487	1732	1992
1966	1180	2186	1417	524	425	647	956	465	1151	1710	1532	1238
1967	1475	1190	1588	780	332	771	594	608	764	542	674	980
1968	601	548	325	387	320	244	284	217	222	407	744	542
1969	1251	845	827	1722	1036	2116	1489	567	551	1333	1335	772
1970	736	625	517	456	651	1575	2121	541	693	1303	561	1147
1971	3323	1212	1166	1238	2006	2537	1818	822	754	1003	437	398
1972	694	1394	1235	861	331	832	1070	1913	3459	2846	1164	1170

TABLA 2 - SERIE MENSUAL DE ESCORRENTIA (MC/S) DEL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU (1941-1972)

El puesto Três Mariás, en el río São Francisco, está localizado en el municipio de Barreiro Grande, en el estado de Minas Gerais, en latitud de $18^{\circ} 10'$ y longitud de $45^{\circ} 18'$. La Central hidroeléctrica de Três Mariás, es de propiedad de la CEMIG-SUVALE¹⁸, y su finalidad, es la regularización del río para generación de energía eléctrica y navegación.

El puesto Salto Osorio, en el río Iguaçu, está localizado en la Foz de Iguaçu, situándose entre los municipios de Salto Iguaçu y São Jorge, en el estado de Paraná, en latitud de $25^{\circ} 32'$ y longitud de $53^{\circ} 03'$. La represa en construcción, es de propiedad de la ELECTROSUL¹⁸, y su finalidad es la generación de energía eléctrica.

Como el objetivo del presente trabajo, es la evaluación de los criterios hidrológicos, supondremos inicialmente que en los dos puestos anteriormente señalados, existen las condiciones necesarias para el diseño de un embalse de cualquier capacidad de almacenamiento de agua.

4.2. RESULTADOS DEL ANALISIS DE LA ESTRUCTURA DE SERIES TEMPORALES.

El objetivo de este análisis, es el extraer de la serie histórica, la mayor información posible sobre la estructura de la serie. Una de las finalidades principales (como ya fue mencionado en la sección 3.1.1), es generar series sintéticas con

las mismas características que la original, las cuales serán utilizadas para el estudio de la capacidad del embalse de regularización.

Las series temporales de esorrentía mensual, fueron transformadas a lógaritos neperianos, mediante la expresión (3.1), con el fin de intentar normalizar las variables. Los parámetros estadísticos de la serie global, fueron obtenidos a partir del cálculo de los momentos, utilizando la expresión (3.20), en la cual se substituye $X_{p,T}$ por X_i , con $i=1,2,\dots,N$, siendo N , el tamaño del vector que representar la serie total. Los resultados obtenidos, son mostrados en la tabla 3.

SERIE PARAMETROS	TRES MARIAS (R.S.FSCO)		SALTO OSORIO (R. IGUAÇU)	
	ORIGINAL	TRANSFORMADA	ORIGINAL	TRANSFORMADA
MEDIA	.726E+03	.626E+01	.946E+03	.663E+01
VARIANZA	.407E+06	.636E+00	.476E+06	.455E+00
DES. ESTAN.	.638E+03	.798E+00	.690E+03	.674E+00
COEF. VARC.	.879E+00	.127E+00	.729E+00	.102E+00
COEF. ASSIM	.175E+01	.292E+00	.214E+01	-.374E-01
COEF. KURT.	.627E+01	.220E+01	.101E+02	.281E+01
EXCESO	.327E+01	-.802E+00	.712E+01	-.189E+00
PERIODO	1931 - 1970		1941 - 1972	

TABLA 3 - PARAMETROS ESTADÍSTICOS GLOBALES DE LAS SERIES

4.2.1. IDENTIFICACION DE TRANSIENTES EN LAS SERIES

Este análisis, se realizó con las medias anuales (tablas 4 y 5) de cada serie. Para el efecto de la identificación de transientes (tendencias o saltos), se dividió la serie de valores en dos submuestras, correspondiendo cada una de ellas a la mitad de la muestra total. Usando la evaluación de constancia de parámetros, y aplicando las hipótesis planteadas en las expresiones (3.2) y (3.3), se obtuvieron los resultados presentados en la tabla 6.

1	1100.8	2	827.4	3	393.4	4	397.9	5	915.5	6	557.8
7	981.1	8	900.3	9	776.6	10	739.9	11	696.8	12	745.8
13	1073.2	14	584.2	15	969.3	16	824.2	17	944.3	18	725.4
19	1031.4	20	752.1	21	792.1	22	926.2	23	444.4	24	326.2
25	441.2	26	493.7	27	835.3	28	426.7	29	414.8	30	616.6
31	881.7	32	788.6	33	443.6	34	592.5	35	1095.1	36	948.4
37	926.5	38	691.4	39	511.8	40	501.8				

TABLA 4 - MEDIAS ANUALES (MC/S) DEL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO (1931-1970)

1	1084.2	2	904.9	3	649.3	4	430.1	5	461.6	6	1452.8
7	1194.4	8	891.5	9	487.5	10	831.1	11	812.3	12	745.2
13	791.1	14	1268.4	15	1172.0	16	866.3	17	1791.4	18	775.7
19	597.5	20	844.8	21	1056.5	22	807.6	23	838.2	24	892.3
25	1361.7	26	1119.2	27	858.2	28	403.4	29	1153.7	30	910.5
31	1392.8	32	1414.1								

TABLA 5 - MEDIAS ANUALES (MC/S) DEL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU (1941-1972)

S E R I E S		T R E S M A R I A S				S A L T O O S O R I O			
PARAMETROS	ESTADIST.	ORIGINAL	OBSERV.	TRANSF.	OBSERV.	ORIGINAL	OBSERV.	TRANSF.	OBSERV.
IGUALDAD DE MEDIAS (DISTRIB. t-STUDENT) CON N1+N2-2 GR. DE LIB.	t-CALC.	2.086	LA HIPOTESIS NULA ES RECHAZADA	2.125	LA HIPOTESIS NULA ES RECHAZADA	1.188	LA HIPOTESIS NULA ES ACEPTADA	1.123	LA HIPOTESIS NULA ES ACEPTADA
	t-CRITICO	1.687		1.687		1.697			
	α (SIG.)	0.050		0.050		0.050			
	Nº GR.LIB.	38		38		30			
IGUALDAD DE VARIANZAS (F-DISTRIB) CON (N1-1) Y (N2-1) GR.DE LIB.	F-CALC.	0.802	LA HIPOTESIS NULA ES ACEPTADA	0.689	LA HIPOTESIS NULA ES ACEPTADA	0.729	LA HIPOTESIS NULA ES ACEPTADA	0.996	LA HIPOTESIS NULA ES ACEPTADA
	F1-CRIT.	0.389		0.389		0.344			
	F2-CRIT.	2.568		2.568		2.905			
	$\alpha/2$ (SIG)	0.025		0.025		0.025			
	Nº GR.L1	19		19		15			
Nº GR.L2	19	19	15						

TABLA 6 - IDENTIFICACIÓN DE TRANSIENTES; "TEST DE HIPOTESIS", PARA LAS SERIES DEL RIO SÃO FRANCISCO Y RIO IGUAÇU (CALC. = Calculado; CRIT = Crítico;

Nº GR. LIB. = número de grados de libertad; α (sig) = nivel de significancia; t y F = estadísticos).

Como se puede observar en la tabla 6, en la serie Trés Marías, la prueba estadística de igualdad de medias es rechazada, lo que implica que puede existir alguna transiente. Con el auxilio del gráfico de las medias anuales, se detectó que entre los años de 1952 y 1953, existe un salto, en donde los primeros años, muestran valores medios altos en comparación con los últimos. Buscando una razón física para justificar esta transiente, se encontró que en el trabajo presentado por Pinto³⁴, se plantea la hipótesis de la existencia de un ciclonegativo en esta última década; esta hipótesis, se basó en la constatación de ciclos positivos y negativos de la serie pluviométrica del puesto Mina de Morro Velho, a largo de los 120 años de observaciones. En el mismo trabajo, analizando el gráfico de los afluentes naturales que ingresan al embalse Trés Marías, se muestra un período abundante a mediados de la década del 60 que siguió a una disminución de los caudales en la década anterior (en donde se detectó el salto). Sin embargo, este hecho puede ser considerado puramente "aleatoreo", pues estudios realizados por Rodrigues Iturbe³⁶, con series de duraciones similares, no indican la existencia y motivación de ciclos en series anuales.

Para el caso de la serie Salto Osorio, las pruebas estadísticas de igualdad de medias y varianzas, fueron aceptadas, lo que se puede interpretar como carencia de transientes en la serie.

4.2.2. COMPONENTES PERIODICAS Y SU REMOCION

A) CASO DE SERIES ANUALES

Como ya fue dicho en la parte introductoria de la sección 3.1, las series anuales de escurrentía en genral no presentan componentes periódicas, verificandose ésto, a través del análisis culitativo realizado con el correlograma y espectrograma conforme lo expuesto en las secciones 3.1.2.3. y 3.1.2.4.

Los correlogramas, obtenidos mediante la expresión (3.5) y expuestos en los figuras 1 y 3 y los espectrogramas , obtenidos de (3.16) y presentados en las figuras 2 y 4, corresponden a las series anuales Trés Mariñas (Tabla 4) y Salto Osorio (Tabla 5) respectivamente. Como se puede observar, los dos correlogramas no presentan la ondulación que caracteriza a las series que contienen componentes periódicas; y a su vez, los dos espectrogramas también no presentan los picos característicos en sus frecuencias dominantes, que son esperados en los series periódicas.

B) CASO DE SERIES MENSUALES

En las series mensuales, cuyas variables fueron transformadas a logaritmos neperianos, se observan correlogra-

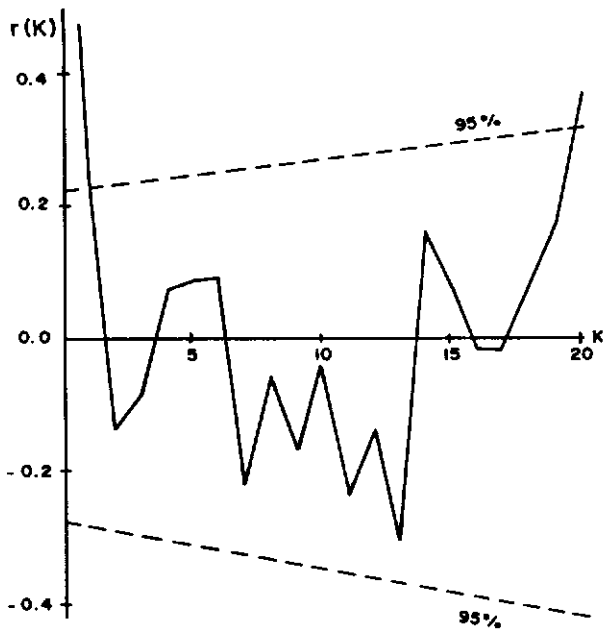


FIG.1.- CORRELOGRAMA DE LA SERIE ANUAL (ORIGINAL)
DEL RIO SÃO FRANCISCO EN EL PUESTO TRES MARIAS

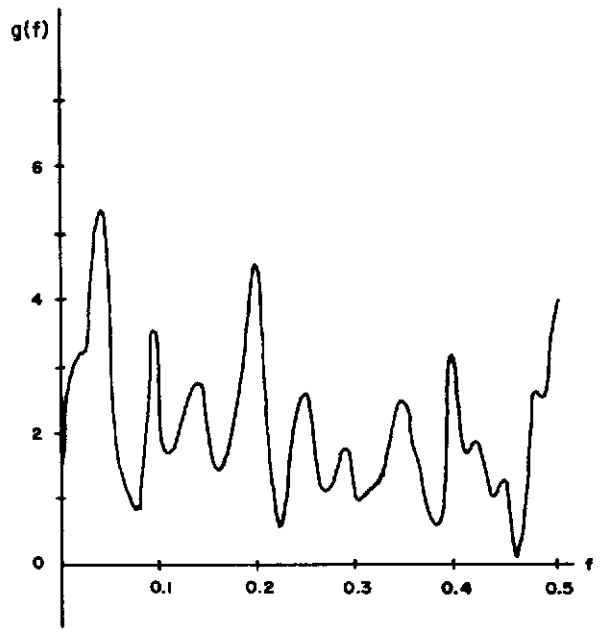


FIG.2.- ESPECTROGRAMA DE LA SERIE ANUAL (ORIGINAL)
DEL RIO SÃO FRANCISCO EN EL PUESTO TRES MARIAS

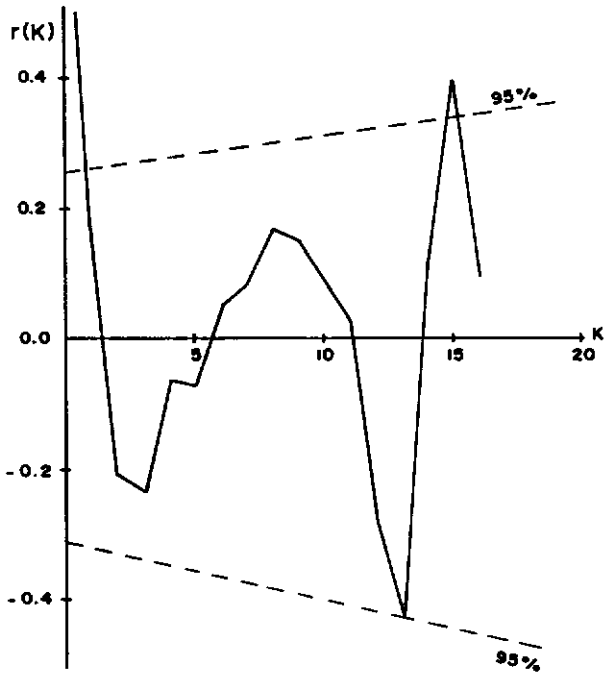


FIG.3.- CORRELOGRAMA DE LA SERIE ANUAL (ORIGINAL) DEL
RIO IGUAÇU EN EL PUESTO SALTO OSORIO

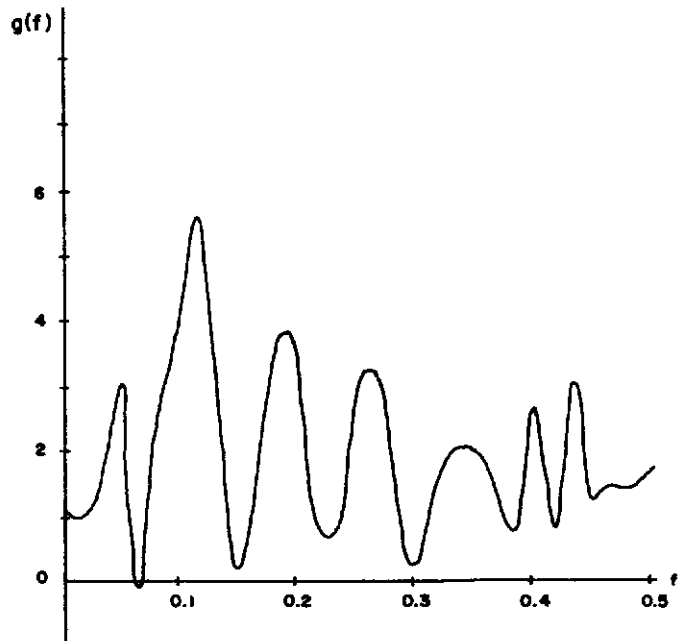


FIG.4.- ESPECTROGRAMA DE LA SERIE ANUAL (ORIGINAL) DEL
RIO IGUAÇU EN EL PUESTO SALTO OSORIO

mas y espectrogramas con características cualitativas diferentes , por causa de su grado de periodicidad.

En el caso de la serie mensual de escorrentía Trés Mariás (Tabla 1), el correlograma obtenido por la expresión (3.5) (figura 5) y espectrograma obtenido con la expresión (3.16) (figura 6), muestran claramente la presencia de componentes periódicas. La forma ondulada del correlograma y los picos presentes en el espectrograma, nos indican la existencia de periodicidad en algunos de sus parámetros estadísticos, los mismos que serán investigados y removidos más adelante.

En la serie mensual de escorrentía Salto Oso - rio (Tabla 2), el correlograma (figura 7) y espectrograma (figura 8), no presentan en forma clara y categorica las características que identifican a las componentes periódicas. Así, el correlograma no muestra la forma ondulada esperada y el espectrograma, a pesar de presentar un pico, éste no es muy significativo como para asegurar la existencia de componentes periódicas; con todo, existiendo la duda a este respecto, se decidió asumir periodicidad en los parámetros estadísticos de la media y la desviación estándar, quedando sujeta a una comprobación analítica (evaluación de constancia de parámetros).

Observada cualitativamente la estructura periódica de las series, se investigó cuantitativamente los parámetros estadísticos que podrían tener una influencia directa en es

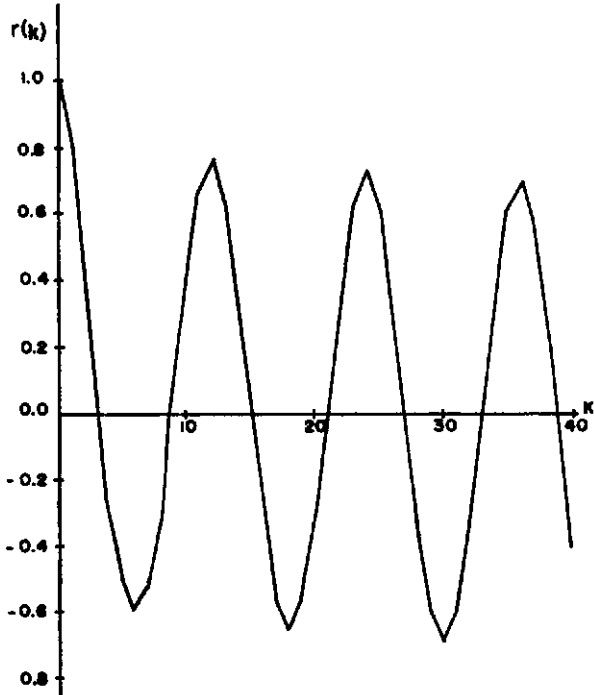


FIG. 5 - CORRELOGRAMA DE LA SERIE MENSUAL DEL RIO SÃO FRANCISCO EN EL PUESTO TRES MARIAS (SERIE TRANSFORMADA)

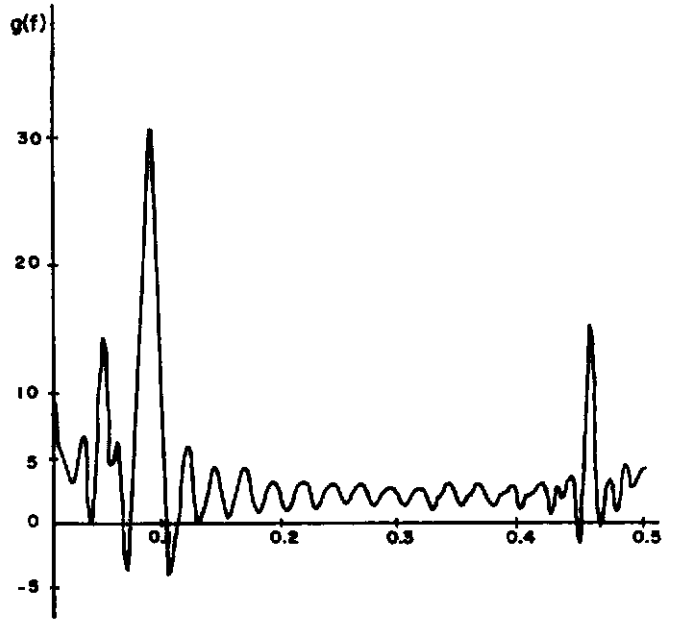


FIG. 6 - ESPECTROGRAMA DE LA SERIE MENSUAL DEL RIO SÃO FRANCISCO EN EL PUESTO TRES MARIAS (SERIE TRANSFORMADA)

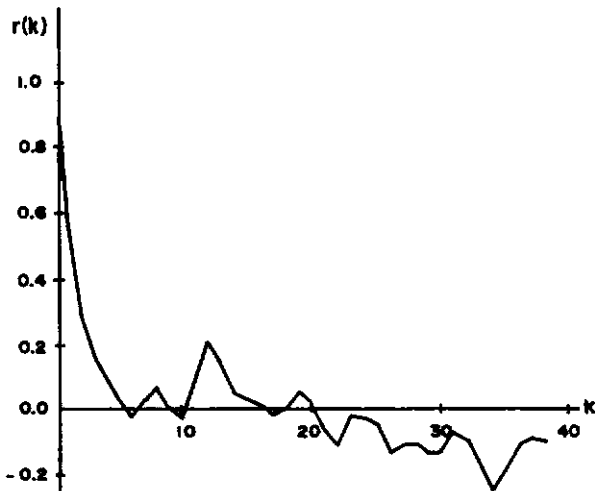


FIG. 7 - CORRELOGRAMA DE LA SERIE MENSUAL DEL RIO IGUAÇU EN EL PUESTO SALTO OSORIO (SERIE TRANSFORMADA)

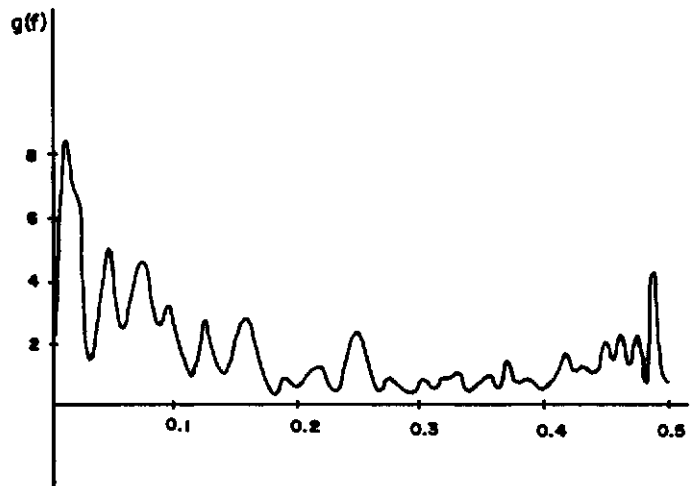


FIG. 8 - ESPECTROGRAMA DE LA SERIE MENSUAL DEL RIO IGUAÇU EN EL PUESTO SALTO OSORIO (SERIE TRANSFORMADA)

MES	MEDIA	VARIANZA	DESV. EST.	COEF. VAR.	COEF. ASIM.	COEF. KURT	EXCESO
1	.7215E+01	.2532E+00	.5031E+00	.6973E-01	-.5478E+00	.3527E+01	.5274E+00
2	.7184E+01	.3282E+00	.5729E+00	.7975E-01	-.2950E+00	.2277E+01	-.7231E+00
3	.7050E+01	.2477E+00	.4956E+00	.7031E-01	-.2912E+00	.2868E+01	-.1318E+00
4	.6594E+01	.1906E+00	.4365E+00	.6620E-01	-.2089E-01	.2214E+01	-.7859E+00
5	.6121E+01	.1379E+00	.3714E+00	.6068E-01	-.4550E+00	.2258E+01	-.7424E+00
6	.5827E+01	.1196E+00	.3458E+00	.5935E-01	-.4428E+00	.2166E+01	-.8341E+00
7	.5604E+01	.1009E+00	.3176E+00	.5668E-01	-.5242E+00	.2431E+01	-.5690E+00
8	.5401E+01	.9099E-01	.3016E+00	.5584E-01	-.5829E+00	.2664E+01	-.3361E+00
9	.5340E+01	.1075E+00	.3269E+00	.6140E-01	-.4395E+00	.3069E+01	.6890E-01
10	.5679E+01	.1255E+00	.3543E+00	.6238E-01	-.3226E-01	.3740E+01	.7396E+00
11	.6229E+01	.2007E+00	.4480E+00	.7193E-01	-.3159E+00	.2817E+01	-.1829E+00
12	.6893E+01	.3129E+00	.5594E+00	.8115E-01	-.1145E+01	.4933E+01	.1933E+01

TABLA 7 - PARAMETROS ESTADISTICOS MENSUALES DEL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO
(SERIE TRANSFORMADA)

MES	MEDIA	VARIANZA	DESV. EST.	COEF. VAR.	COEF. ASIM.	COEF. KURT	EXCESO
1	.6510E+01	.2968E+00	.5448E+00	.8368E-01	.4873E+00	.4413E+01	.1413E+01
2	.6713E+01	.3556E+00	.5963E+00	.8883E-01	.8984E-03	.3040E+01	.4030E-01
3	.6690E+01	.2960E+00	.5441E+00	.8133E-01	.4117E-01	.2238E+01	-.7622E+00
4	.6463E+01	.2127E+00	.4612E+00	.7136E-01	.2007E+00	.2740E+01	-.2605E+00
5	.6361E+01	.5829E+00	.7635E+00	.1200E+00	.4352E+00	.2529E+01	-.4714E+00
6	.6681E+01	.4654E+00	.6822E+00	.1021E+00	-.1755E+00	.3130E+01	.1295E+00
7	.6630E+01	.6112E+00	.7818E+00	.1179E+00	.8165E-01	.2580E+01	-.4202E+00
8	.6459E+01	.7523E+00	.8674E+00	.1343E+00	.2628E-01	.2620E+01	-.3802E+00
9	.6736E+01	.5911E+00	.7688E+00	.1141E+00	-.9514E-01	.3551E+01	.5514E+00
10	.7024E+01	.3938E+00	.6276E+00	.8934E-01	-.6773E+00	.2890E+01	-.1104E+00
11	.6789E+01	.3724E+00	.6103E+00	.8989E-01	-.1774E+00	.2184E+01	-.8157E+00
12	.6489E+01	.3050E+00	.5522E+00	.8511E-01	-.3095E+00	.2490E+01	-.5098E+00

TABLA 8 - PARAMETROS ESTADISTICOS MENSUALES DEL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU
(SERIE TRANSFORMADA)

ta componente determinística. Con esta finalidad, se empleó la prueba estadística de constancia de parámetros, mediante los "tests de hipótesis", de la forma explicada en la sección 3.1.2.5.

Los resultados obtenidos del estudio de constancia de parámetros, mediante la aplicación de los estadísticos t y F , que tienen distribución de probabilidades t -Student y F Fisher, de los parámetros estadísticos de las tablas 7 y 8, son presentados en la tabla 9

SERIE PARAMETROS	TRES MARIAS				SALTO OSORIO			
	ESTADÍSTICOS		CONST.	PERIO.	ESTADÍSTICOS		CONST.	PERIO.
	t-CM	F-CM			t-CM	F-CM		
MEDIA	5.788	-			1.873	-		
	*5.284	*0.065		X	*3.555	*-		X
DESV. ESTANDAR	5.872	-			4.896	14.565		
	*5.194	*0.029		X	*4.137	*-		X
COEF. VARIACIÓN	4.604	-			4.291	35.296		
	*8.218	*-		X	*3.027	*5.288		X

*.- Para las series sin transformación (original)
 -.- Indica que todos sus valores fueron aceptados
 X.- Indica que es constante o periódico

TABLA 9 - CONSTANCIA DE PARAMETROS Y ESTADÍSTICOS CON EL VALOR MÁXIMO CALCULADO (t -CM = estadístico t de máximo valor; F -CM = estadístico F de máximo o mínimo valor)

Los valores t -CM y F -CM, de la tabla 9, son los máximos valores (o también mínimos, caso distribución F), para los cuales la hipótesis nula (expresión (3.2)), no fue aceptada.

Como se puede observar en las dos series, t_o

dos los parámetros estadísticos estudiados son periódicos y bajo estas condiciones, la remoción de la periodicidad se realizó a través de la expresión (3.24) del cuadro 1.

En este trabajo, se utilizó el método paramétrico para la remoción de la periodicidad, por ser el más eficiente y por las ventajas ya comentados en la sección 3.1.2.5, al hablar sobre este particular.

Mediante la serie de Fourier, la representación de los parámetros periódicos, son hechos a partir del cálculo de sus coeficientes, que son obtenidos por las expresiones (3.27) y (3.28), siendo sus resultados los expuestos en las tablas 10 y 11.

PARAMETROS COEF.	MEDIA			DESV. ESTANDAR		
	A(j)	B(j)	C(j) ² /2	A(j)	B(j)	C(j) ² /2
j-HARM.						
1	0.498	0.800	0.444	0.089	0.088	0.008
2	0.081	0.113	0.010	0.012	0.012	0.000
3	0.033	-0.034	0.001	0.004	-0.010	0.000
4	0.016	0.023	0.000	0.013	-0.012	0.000
5	0.002	0.021	0.000	0.014	-0.014	0.000
6	0.002	0.000	0.000	0.009	0.000	0.000
PARAM. ESTADIST.	$\bar{X}=6.2614$	$S^2(\bar{X}_T)=0.455$		$\bar{S}=0.4195$	$S^2(\bar{S}_T)=0.009$	

TABLA 10 - COEFICIENTE DE FOURIER PARA LOS PARAMETROS DE LA SERIE TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO

PARAMETROS		MEDIA			DESV. ESTANDAR		
j-HARM.	COEF.	A(j)	B(j)	C(j) ² /2	A(j)	B(j)	C(j) ² /2
	1	0.081	-0.098	0.008	-0.087	-0.108	0.010
2	-0.073	-0.047	0.004	-0.001	0.047	0.001	
3	-0.168	-0.084	0.018	-0.004	0.023	0.000	
4	0.020	0.044	0.001	-0.013	-0.061	0.002	
5	-0.008	-0.009	0.000	0.026	0.019	0.001	
6	0.009	0.000	0.000	0.019	0.000	0.000	
PARAM. ESTADIST.		$\bar{X}=6.6284$	$S^2(\bar{X}_T)=0.031$		$\bar{S}=0.6500$	$S^2(\bar{S}_T)=0.014$	

TABLA 11 - COEFICIENTES DE FOURIER PARA LOS PARAMETROS DE LA SERIE SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU

De acuerdo con el método paramétrico, la aproximación es realizada en función de la varianza explicada y, utilizando el criterio empírico, explicado en la sección 3.1.2.5, se obtiene el número de armónicos significativos y su orden de significancia, los cuales son expuestos en la tabla 12.

PARAMETROS SERIES	MEDIA			DESV. ESTANDAR		
	Nº Hs	H. SIG.	VAR EXPLI.	Nº Hs	H.SIG.	VAR EXPLI.
TRES MARIAS (R.S.FSCO.)	2	1	0.975	5	1	0.927
		2	0.996		5	0.949
					4	0.967
					2	0.984
					6	0.993
SALTO OSORIO (R. IGUAÇU)	4	3	0.573	6	1	0.694
		1	0.833		4	0.835
		2	0.956		2	0.916
		4	0.995		5	0.953
					6	0.979
			3	1.000		

TABLA 12 - HARMONICOS SIGNIFICATIVOS Y VARIANZA EXPLICADA (SERIES MENSUALES)

La expresión (3.26), representa los valores del parámetro periódico con los armónicos significativos; así por ejemplo, para las medias de la serie Salto Osorio, su representación estará dada por:

$$\begin{aligned} \bar{X}_\tau = & 6.6284 - 0.168 \cos (0.5\pi\tau) - 0.084 \operatorname{sen} (0.5\pi\tau) + \\ & + 0.081 \cos (0.17\pi\tau) - 0.098 \operatorname{sen} (0.17\pi\tau) - \\ & - 0.073 \cos (0.33\pi\tau) - 0.047 \operatorname{sen} (0.33\pi\tau) + \\ & + 0.020 \cos (0.67\pi\tau) + 0.044 \operatorname{sen} (0.67\pi\tau) \end{aligned}$$

en donde $\tau = 1, 2, \dots, 12$.

La componente estocástica obtenida de la remoción de la periodicidad, en cada uno de sus parámetros, dió como

resultado una serie estacionaria y excenta de periodicidad (conforme lo indican los correlogramas (figs 9 y 11) y espectrogramas (figs 10 y 12) , de las series en estudio)

4.2.3. COMPONENTE ESTOCASTICA DEPENDIENTE Y REMOCION DE LA DEPENDENCIA

Verificada la inexistencia de componentes periódicas en las dos series en estudio, se investigó la dependencia serial. Para este efecto y recordando lo expuesto en los secciones 3.1.2.3 y 3.1.2.4, se utilizó el análisis de autocorrelación como detector e identificador cualitativo y cuantitativo y el análisis espectral como identificador cualitativo de las componentes dependientes que están presentes en las series.

En el caso cualitativo, se usó el correlograma, obtenido de la expresión (3.5) y el espectrograma, obtenido de la expresión (3.16), en donde las entradas corresponden a la serie sin componentes periódicas.

En el caso cuantitativo, se establecieron límites, que están dados por la expresión (3.7) y se procedió de la forma expuesta en la sección 3.1.2.3, al hablar de la propiedad de identificación de dependencia. Para la selección del orden del modelo autoregresivo de dependencia lineal, fue empleado los coeficientes de determinación, referenciados en la misma sección.

Procediendo de esta forma, se obtuvieron los siguientes resultados.

A) CASO DE SERIES ANUALES

Siendo que los series de escorrentía anual, carecen de periodicidad (lo cual fue verificado en la sección 4.2.2), se estudió la dependencia serial, utilizando los correlogramas y espectrogramas de las series históricas.

Los correlogramas de las figuras 1 y 3, correspondientes a Trés Marías y Salto Osorio respectivamente, muestran sus valores alrededor del eje $r_K = 0$, que en su mayor parte están dentro de los límites impuestos. Obedeciendo rigurosamente, el porcentaje de aceptación (5%) de valores que están fuera de los límites, para considerar la serie como independiente, podemos observar que en nuestro caso, se tiene 10% (Trés Marías) y 12.5% (Salto Osorio) que están fuera, por lo que se concluye que las series son dependientes.

En cuanto a los espectrogramas de las figuras 2 y 4, correspondientes a Trés Marías y Salto Osorio, la forma que presentan, no nos dan una información clara de la propiedad en estudio; contodo, se puede observar que sus valores están alrededor del valor esperado del espectro ($E(\gamma) = 2$).

La identificación del modelo lineal autoregresivo, se realizó únicamente con el método cuantitativo, debido a

que el método cualitativo no mostró formas definidas en sus correspondientes figuras. Así, mediante los coeficientes de determinación se encontró que la serie anual de Trés Marías corresponde a un modelo lineal autoregresivo de primer orden, y la serie anual de Salto Osorio corresponde a un modelo lineal autoregresivo de tercer orden, lo cual desde el punto de vista físico no tiene sentido.

Debido a que esta determinación analítica no es considerada como la más segura, se resolvió utilizar un modelo de primer orden, para las dos series en cuestión.

Para la remoción de la dependencia, se utilizó la expresión (3.36), substituyendo los valores de $\varepsilon_{p,\tau}$ por ε_i y $\xi_{p,\tau}$ por ξ_i . El valor de ε_0 se tomó igual a la media de los ε_i ; α_1 , es estimado por a_1 , através de r_1 , cuyos valores son:

$$\text{Serie Trés Marías} \quad r_1 = 0.250$$

$$\text{Serie Salto Osorio} \quad r_1 = 0.146$$

B) CASO DE SERIES MENSUALES

La respuesta del item B, de la sección 4.2.2, casi siempre constituye un proceso estacionario dependiente, y esto se prueba fácilmente a partir de sus correlogramas (figuras 9 y 11) y de sus espectrogramas (figuras 10 y 12), correspondientes a

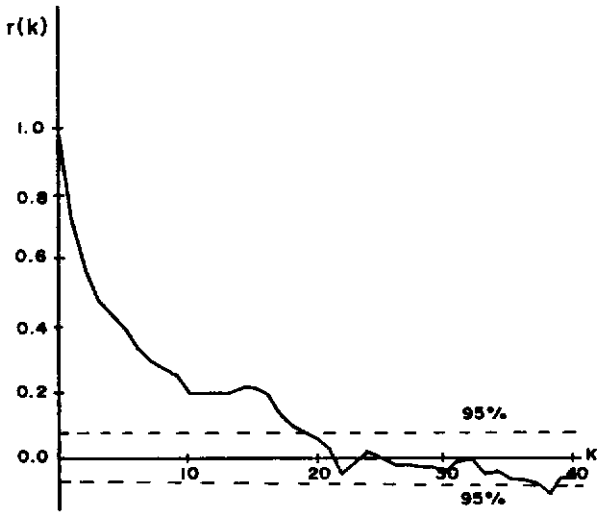


FIG. 9 - CORRELOGRAMA DE LA COMPONENTE ESTOC. DEPEND. DEL RIO SÃO FRANCISCO EN EL PUESTO TRES MARIAS (S. MENS. TRANSF.)

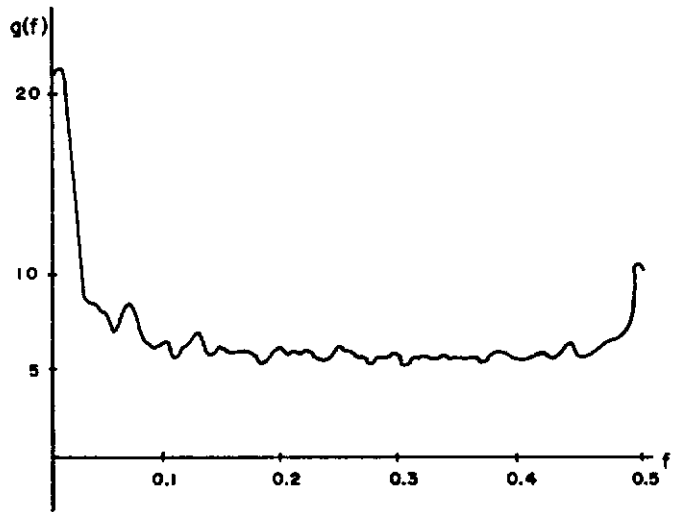


FIG. 10 - ESPECTROGRAMA DE LA COMP. ESTOC. DEPEND. DEL RIO SÃO FRANCISCO EN EL PUESTO TRES MARIAS (S. MENS. TRANSF.)

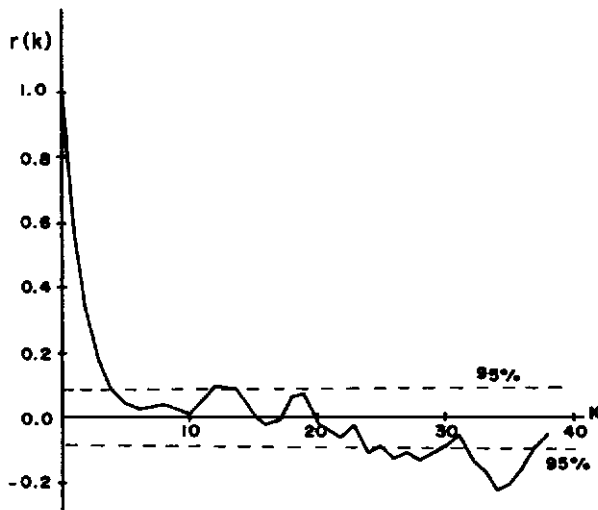


FIG. 11 - CORRELOGRAMA DE LA COMP. ESTOC. DEPEND. DEL RIO IGUAÇU EN EL PUESTO SALTO OSORIO (S. MENS. TRANSF.)

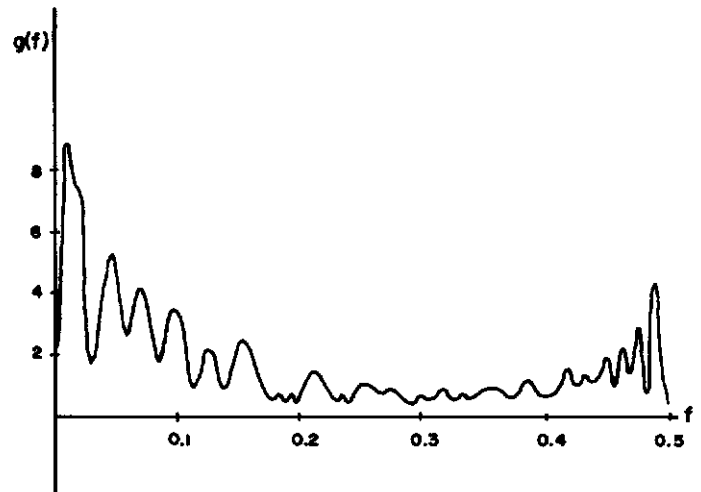


FIG. 12 - ESPECTROGRAMA DE LA COMP. ESTOC. DEPEND. DEL RIO IGUAÇU EN EL PUESTO SALTO OSORIO (S. MENS. TRANSF.)

las componentes estocásticas de Tres Marías y Salto Osorio respectivamente.

Los correlogramas de las componentes estocásticas de Trés Marías y Salto Osorio (figuras 9 y 11), muestran formas que caen suavemente en el eje de $r_K = 0$, para después tomar formas quebradas sobre y bajo este eje. Esta característica nos indica que las dos componentes estocásticas son dependientes. Además, utilizando los límites dados en la expresión (3.7), podemos observar que el porcentaje de valores que se encuentran fuera de los límites es muy grande; así, para Trés Marías, se tiene un 47.9% y para Salto Osorio, 50% de valores fuera de los límites. Por lo tanto, se concluye que las componentes estocásticas de las dos series son dependientes.

En cuanto a la identificación del modelo lineal autoregresivo, las formas presentadas en sus correlogramas son características cualitativas del correlograma de un modelo de primer orden. Esto queda verificado cuantitativamente, para la componente estocástica dependiente de Salto Osorio, en la cual los valores de los coeficientes de determinación, indicaron un modelo lineal autoregresivo de primer orden. En el caso de Tres Marías, esos coeficientes no identificaron el orden del modelo, por lo que se asume el dado por el método cualitativo.

Observando las formas presentadas por los espectrogramas (figuras 10 y 12) de las componentes estocásticas depen-

dientes de Trés Marías y Salto Osorio en su orden, se verifica lo dicho anteriormente sobre el orden del modelo, por que ellos tienen ala forma de la teórica esperada.

Para la remoción de la componente dependiente presente en las series, se podía realizar un estudio de constancia del coeficiente de autocorrelación $r_{1,\tau}$, sin embargo para el presente, fue considerado el coeficiente de autocorrelación constante.

El coeficiente de autocorrelación $r_{1,\tau}$, fue obtenido utilizando la expresión (3.48), y sus valores son presentados en la tabla 13, para los dos casos en estudio.

Considerando inexistencia de periodicidad en el coeficiente de autocorrelación, se procedió a remover la dependencia, utilizando el modelo de la expresión (3.36), en el cual α_1 es el coeficiente autoregresivo constante, estimado por a_1 , a través de r_1 , cuyos valores son calculados de la expresión (3.5), para $K=1$, y sus valores son:

Serie Trés Marías $r_1 = 0.725$

Serie Salto Osorio $r_1 = 0.595$

4.2.4. COMPONENTE ESTOCASTICA INDEPENDIENTE

Removida la periodicidad y la dependencia de las

SERIES	TRES MARIAS	SALTO OSORIO
τ	$r_{1,\tau}$	$r_{1,\tau}$
1	0.625	0.592
2	0.641	0.626
3	0.736	0.335
4	0.842	0.595
5	0.962	0.684
6	0.947	0.770
7	0.973	0.674
8	0.874	0.728
9	0.587	0.437
10	0.448	0.657
11	0.552	0.711
12	0.443	0.442
MEDIA	0.719	0.604
VARIANZA	0.039	0.018

TABLA 13 - COEFICIENTES DE AUTOCORRELACIÓN PARA CADA MES ($r_{1,\tau}$), DE LAS SERIES DE LOS RIOS SÃO FRANCISCO E IGUAÇU.

series, lo que resta es una componente estocástica independiente; en otras palabras, es aquel ruido que se definió en la parte introductoria de la sección 3.1.

La verificación de independencia serial, también se realiza utilizando las propiedades del análisis de autocorrelación y del análisis espectral. En el presente caso, los resultados que se obtuvieron fueron, los siguientes.

A) CASO DE SERIES ANUALES

Los correlogramas de las figuras 13 y 15, correspondientes a las componentes estocásticas obtenidas de la expresión (3.36), para el puesto Trés Marías y Salto Osorio respectivamente, muestran una línea quebrada alrededor del eje $r_K = 0$. Auxiliados por los límites obtenidos de la expresión (3.7), se tiene que, en el caso de Trés Marías, 5% están fuera de los límites y en el caso de Salto Osorio, 6.3%, quedaron fuera de estos límites. Con estos resultados podemos decir que existe independencia serial en la componente estocástica.

En cuanto a los espectrogramas de las figuras 14 y 16, correspondientes a Trés Marías y Salto Osorio, vienen a verificar lo ya dicho sobre la independencia serial, presentando una línea quebrada alrededor de su valor esperado ($E(\gamma) = 2$).

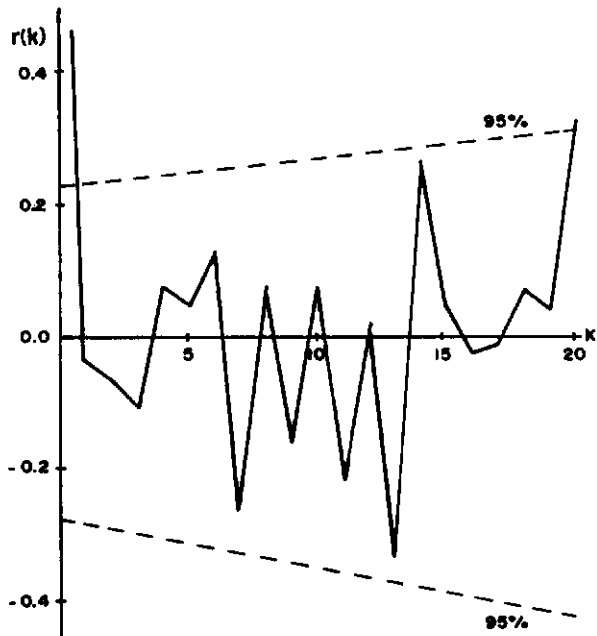


FIG. 13 - CORRELOGRAMA DE LA COMP. ESTOC. INDEP. DEL RIO SÃO FRANCISCO EN EL PUESTO TRES MARIAS (ANUAL.)

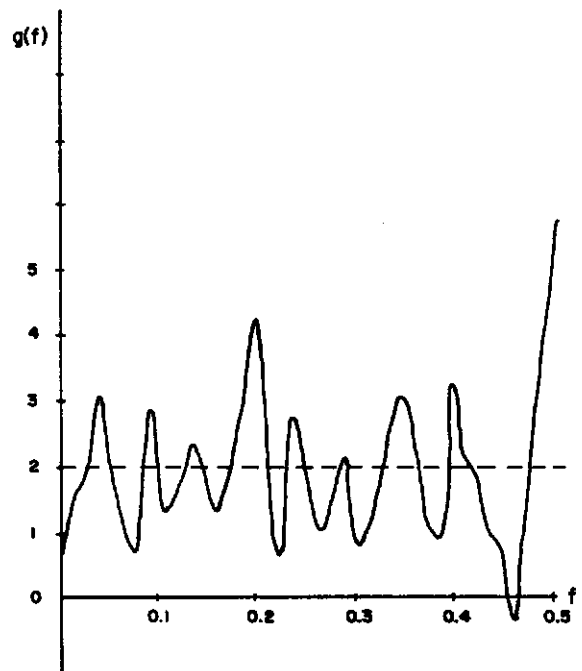


FIG. 14 - ESPECTROGRAMA DE LA COMP. ESTOC. INDEP. DEL RIO SÃO FRANCISCO EN EL PUESTO TRES MARIAS (ANUAL.)

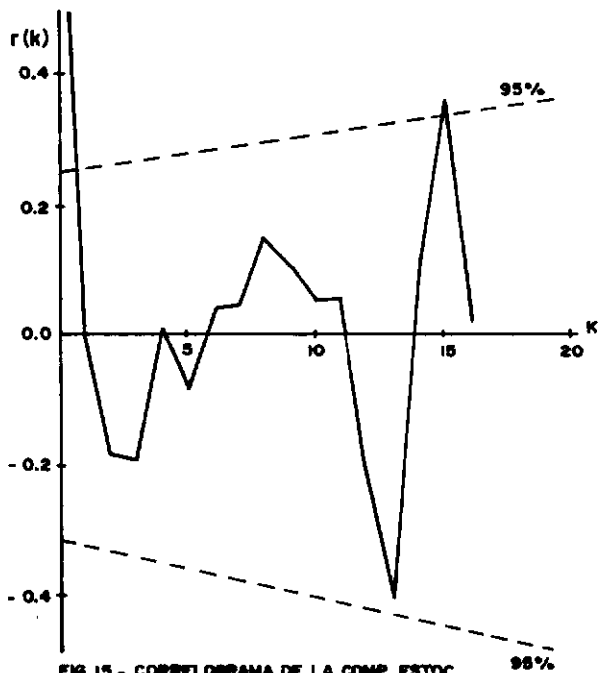


FIG. 15 - CORRELOGRAMA DE LA COMP. ESTOC. INDEP. DEL RIO IGUAÇU EN EL PUESTO SALTO OSÓRIO (ANUAL.)

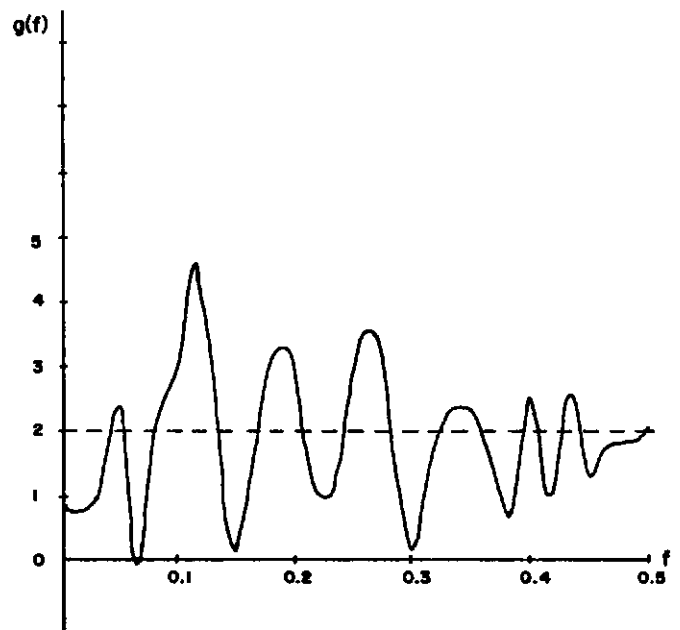


FIG. 16 - ESPECTROGRAMA DE LA COMP. ESTOC. INDEP. DEL RIO IGUAÇU EN EL PUESTO SALTO OSÓRIO (ANUAL.)

B) CASO DE SERIES MENSUALES

Las figuras 17 y 19, muestran los correlogramas correspondientes a las componentes estocásticas de Trés Marías y Salto Osorio respectivamente. Como se puede observar, estas dos figuras, presentan una línea quebrada que se mueve alrededor del eje $r_K = 0$, con valores que tienden para su valor esperado ($E(r_K) = 0$). Por otra parte, los puntos que están fuera de los límites de la expresión (3.7), corresponden a $\pm 18\%$ y $\pm 13,2\%$, lo que analíticamente nos indica que no existe independencia serial, requiriéndose un 5% para aceptar la hipótesis.

Observando los espectrogramas de las figuras 18 y 20, correspondientes a Trés Marías y Salto Osorio, se nota que sus valores están alrededor del valor esperado ($E(\gamma) = 2$), lo que nos induce a pensar que realmente existe independencia en las componentes estocásticas.

Apoyados por las propiedades cualitativas que presentan los correlogramas y espectrogramas, asumimos que las componentes estocásticas son independientes, no considerando los resultados analíticos, obtenidos con los límites impuestos. Por otro lado, resultados obtenidos con la aplicación de modelos autoregresivos de mayor orden, no trajo mejoras notables, por lo que se decidió que la remoción de la dependencia era suficiente con un modelo de primer orden.

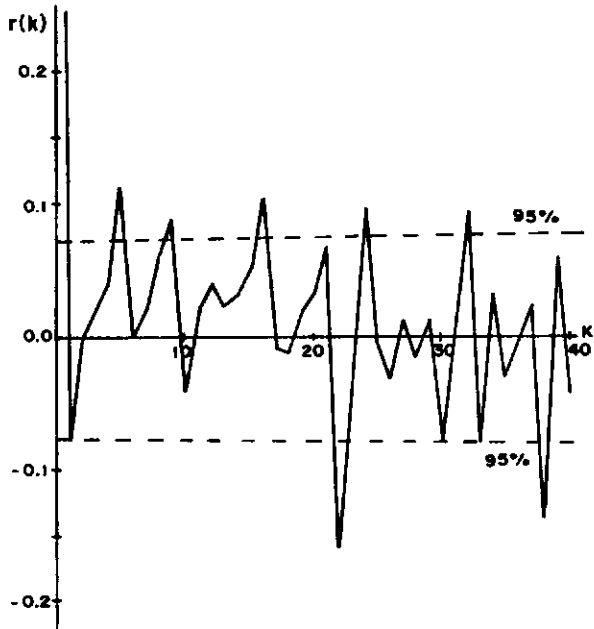


FIG. 17 - CORRELOGRAMA DE LA COMPONENTE ESTOC. INDEP. DEL RIO SÃO FRANCISCO EN EL PUESTO TRES MARIAS (S. MENS. TRANSF.)

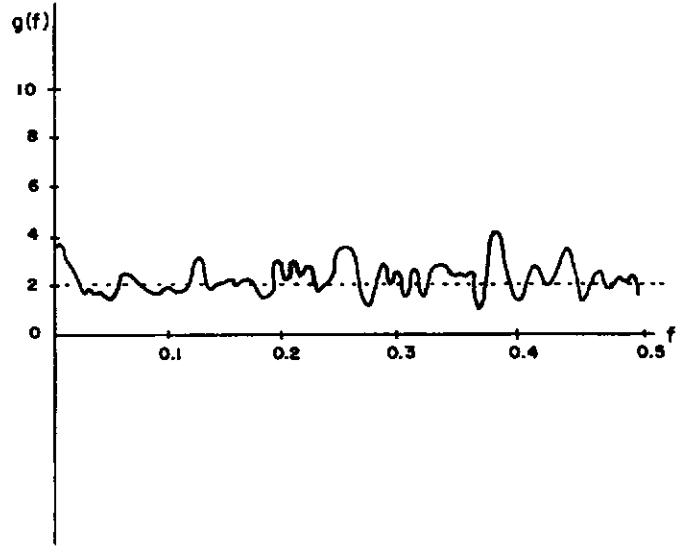


FIG. 18 - ESPECTROGRAMA DE LA COMP. ESTOC. INDEP. DEL RIO SÃO FRANCISCO EN EL PUESTO TRES MARIAS (S. MENS. TRANSF.)

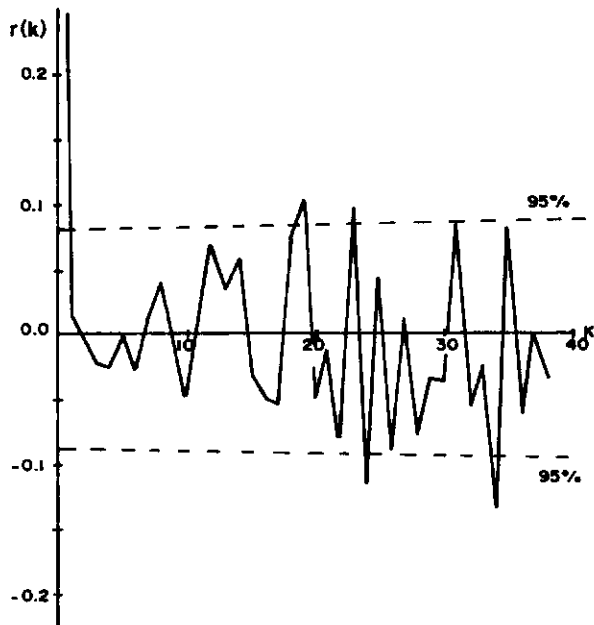


FIG. 19 - CORRELOGRAMA DE LA COMP. ESTOC. INDEP. DEL RIO IGUAÇU EN EL PUESTO SALTO OSORIO (S. MENS. TRANSF.)

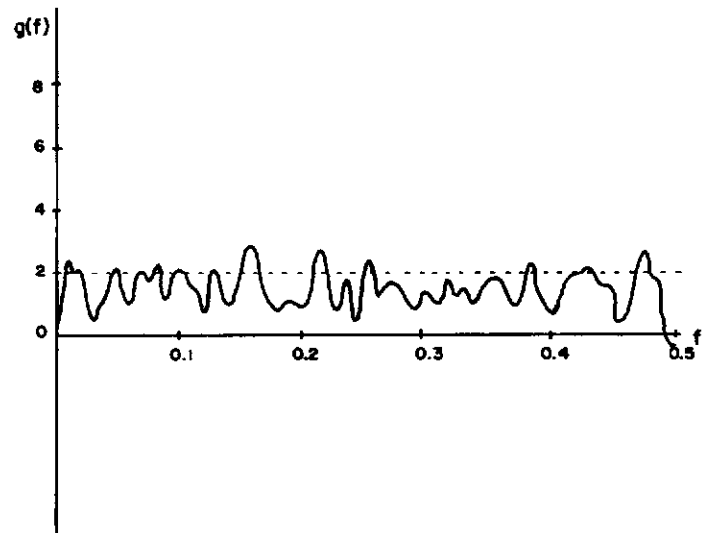


FIG. 20 - ESPECTROGRAMA DE LA COMP. ESTOC. INDEP. DEL RIO IGUAÇU EN EL PUESTO SALTO OSORIO (S. MENS. TRANSF.)

4.2.5. DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDADES TEORICA DE LA COMPONENTE ESTOCASTICA INDEPENDIENTE

Como hipótesis básica, se asumió que la aleatoriedad de la serie, está contenida prácticamente en la componente estocástica independiente (Capítulo III, sección 3.1.1.), y siendo un proceso estacionario con igual probabilidad de ocurrencia, se puede estimar los parámetros para ajustar a una distribución de probabilidades teórica.

En los presentes casos de aplicación, se obtuvieron resultados para los tres tipos de distribuciones expuestas en la sección 3.1.2.7 y que son mostrados a seguir:

A) CASO DE SERIES ANUALES

Para las dos series en estudio, las componentes estocásticas independientes fueron obtenidas, una vez que se retiró la componente dependiente de las series estandarizadas, siendo sus parámetros de estandarización los mostrados en la tabla 14.

PARAMETROS COMP. EST. IND.	\bar{x}_{ξ}	S_{ξ}	MODELO DE ESTANDARIZACIÓN
TRES MARIAS (R. SÃO FRANCISCO)	725.898	224.282	$\xi'_i = \frac{\xi_i - \bar{x}_{\xi}}{S_{\xi}}$
SALTO OSORIO (R. IGUAÇU)	945.630	325.655	

TABLA 14 - PARAMETROS Y MODELO DE ESTANDARIZACIÓN DE LA COMPONENTE ESTOCASTICA INDEPENDIENTE PARA LAS SERIES ANUALES

Con la variable independiente ξ_i , se obtuvo los parametros y la bondad de ajuste para cada una de las distribuciones teóricas, las cuales son presentados en la tabla 15 y 16

DISTRIBUCIONES (CON 3. GR.LIB)	PARAMETROS	BONDAD DE AJUSTE				OBSERVACIONES
		χ^2	SK	P(χ^2)	P(SK)	
NORMAL	$\bar{X} = 0.000$ $S = 0.987$	7.2	0.080	0.794	0.039	AJUSTE BUENO
LOG NORMAL DE TRES PARAMETROS	$\bar{X}_n = 2.205$ $S_n = 0.108$ $\beta = -9.127$	3.6	0.074	0.392	0.018	AJUSTE EXCELENTE
GAMA DE TRES PARAMETROS	$\alpha = 16.220$ $\beta = 0.249$ $\gamma = 4.039$	4.4	0.072	0.507	0.015	AJUSTE MUY BUENO

TABLA 15- PARAMETROS Y BONDAD DE AJUSTE DE LAS DISTRIBUCIONES TEORICAS DE LA COMP. ESTOCASTICA INDEPENDIENTE DEL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO (ANUAL)

DISTRIBUCIONES (CON 3. GR.LIB)	PARAMENTROS	BONDAD DE AJUSTE				OBSERVACIONES
		χ^2	SK	P(χ^2)	P(SK)	
NORMAL	$\bar{X} = 0.000$ $S = 0.984$	10.750	0.140	0.987	0.440	NO AJUSTA
LOG NORMAL DE TRES MARIAS	$\bar{X}_n = 1.232$ $S_n = 0.275$ $\beta = -3.560$	5.875	0.086	0.882	0.028	AJUSTE MUY BUENO
GAMA DE TRES PARAMETROS	$\alpha = 5.490$ $\beta = 0.427$ $\gamma = -2.346$	6.250	0.089	0.899	0.040	AJUSTE BUENO

TABLA 16 - PARAMETROS Y BONDAD DE AJUSTE DE LAS DISTRIBUCIONES TEORICAS DE LA COMP. ESTOCASTICA INDEPENDIENTE DEL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU (ANUAL)

Como conclusión del análisis de distribución de probabilidades, podemos afirmar que la componente estocástica independiente de la serie anual de Trés Marías, obedece a una distribución de probabilidades del tipo Lognormal de tres parámetros, (tabla 15) que es la que mejor ajuste presentó; sin embargo, las distribuciones Normal y Gama de tres parámetros, pueden ser utilizadas para obtener las probabilidades de la variable aleatoria estudiada. Para el caso del puesto Salto Osorio, la componente estocástica independiente ajustó mejor a la distribución de probabilidades Lognormal de tres parámetros (tabla 16), pudiendo utilizarse la distribución gama de tres parámetros que también presentó buen ajuste.

B) CASO DE SERIES MENSUALES

En este caso, las componentes estocásticas independientes no fueron estandarizadas, por tener una media en torno de cero y una desviación estandar en torno de la unidad.

Como las series históricas (tablas 1 y 2), fueron transformadas a logaritmos neperianos con el fin de normalizar la variable, la distribución de probabilidades esperada de la variable estocástica independiente, deberá ser la Normal.

Los resultados obtenidos con las distribuciones teóricas son expuestos en las tablas 17 e 18.

DISTRIBUCIONES (CON 17 GR.LIB)	PARAMETROS	BONDAD DE AJUSTE				OBSERVACIONES
		χ^2	SK	P(χ^2)	P(SK)	
NORMAL	$\bar{X} = -0.004$ $S = 0.992$	19.583	0.039	0.704	0.544	AJUSTE BUENO
LOGNORMAL DE TRES PARAMETROS	$\bar{X}_n = 4.098$ $S_n = 0.016$ $\beta = -60.255$	19.167	0.037	0.681	0.474	AJUSTE MUY BUENO
GAMA DE TRES PARAMETROS	$\alpha = 1598.583$ $\beta = 0.022$ $\gamma = -43.908$	-	-	-	-	NO SE ENCONTRO VALORES DE LA BONDAD DE AJUSTE

TABLA 17 - PARAMETROS Y BONDAD DE AJUSTE DE LAS DISTRIBUCIONES TEORICAS DE LA COMP. ESTOCASTICA INDEPENDIENTE DEL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO (MENSUAL)

DISTRIBUCIONES (CON 17 GR.LIB)	PARAMETROS	BONDAD DE AJUSTE				OBSERVACIONES
		χ^2	SK	P(χ^2)	P(SK)	
NORMAL	$\bar{X} = 0.003$ $S = 0.985$	30.271	0.065	0.975	0.922	NO AJUSTA χ^2 ; SK ACEPTA EL AJUSTE
LOGNORMAL DE TRES PARAMETROS	$\bar{X}_n = 6.454$ $S_n = 0.001$ $\beta = -635.406$	31.208	0.065	0.971	0.920	NO AJUSTA
GAMA DE TRES PARAMETROS	$\alpha = .485E+06$ $\beta = 0.001$ $\gamma = -685.986$	-	-	-	-	EL VALOR DE α ES MUY GRANDE NO AJUSTA

TABLA 18 - PARAMETROS Y BONDAD DE AJUSTE DE LAS DISTRIBUCIONES TEORICAS DE LA COMP. ESTOCASTICA INDEPENDIENTE DEL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU (MENSUAL)

Como puede observar en la tabla 17, el mejor ajuste para la componente estocástica independiente del puesto Trés Marías, es la distribución Lognormal de tres parámetros, pero como también el ajuste a la normal es satisfactorio y siendo la distribución esperada, preferimos esta última como el modelo de distribución de probabilidades de la variable aleatoria.

Para el caso del puesto Salto Osorio (tabla 18), ninguna de las distribuciones teóricas satisfacen al "test" chi-cuadrado (χ^2), pero con el "test" Smirnov-Kolmogorov (SK), la distribución normal es aceptada, y siendo que ella es la esperada asumimos ésta como el modelo de distribución de la variable aleatoria.

4.3. RESULTADOS DE LA TECNICA DE FLUJOS BAJOS

La técnica descrita en la sección 3.2, fue aplicada a las series de los puestos en estudio en los ríos São Francisco e Iguaçu. Los resultados obtenidos son presentados en esta sección.

De acuerdo con el ítem a, de la sección 3.2.1., los resultados obtenidos de la separación de las escorrentías más bajas, para una duración de 30 meses (por ejemplo), son expuestos en las tablas 19 y 20, para los puestos Três Mariás y Salto Osorio respectivamente.

ORDEN DE MAGNITUD CRECIENTE	INIERV. DE REC. EN AÑOS	VOLUMENES DEL FLUJO (MC) PARA 30 MESES	OCURRENCIA DE FLUJOS BAJOS			
			COMIENZA		TERMINA	
			MES	AÑO	MES	AÑO
1	40.0	.2732E+11	MAY	1953	OCT	1955
2	20.0	.3087E+11	JUN	1932	NOV	1934
3	13.3	.3473E+11	JUN	1957	NOV	1959
4	10.0	.3856E+11	MAY	1968	OCT	1970
5	8.0	.3975E+11	MAY	1962	OCT	1964
6	6.7	.4924E+11	MAY	1935	OCT	1937
7	5.7	.4936E+11	JUN	1939	NOV	1941
8	5.0	.5207E+11	MAY	1943	OCT	1945
9	4.4	.5581E+11	MAY	1946	OCT	1948
10	4.0	.5620E+11	JUN	1949	NOV	1951
11	3.6	.6453E+11	MAY	1965	OCT	1967

TABLA 19 - SEPARACION DE FLUJOS BAJOS DE 30 MESES DE DURACION PARA EL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO

ORDEN DE MAGNITUD CRECIENTE	INTERV. DE REC. EN AÑOS	VOLUMENES DEL FLUJO (MC) PARA 30 MESES	OCURRENCIA DE FLUJOS BAJOS			
			COMIENZA		TERMINA	
			MES	AÑO	MES	AÑO
1	32.0	.3922E+11	DIC	1942	MAY	1945
2	16.0	.5082E+11	FEB	1958	JUL	1960
3	10.7	.5149E+11	ABR	1951	SEP	1953
4	8.0	.5295E+11	ABR	1948	SEP	1950
5	6.4	.5589E+11	ABR	1967	SEP	1969
6	5.3	.6325E+11	ABR	1961	SEP	1963
7	4.6	.7332E+11	DIC	1954	MAY	1957
8	4.0	.8657E+11	DIC	1969	MAY	1972

TABLA 20 - SEPARACION DE FLUJOS BAJOS DE 30 MESES DE DURACION PARA EL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU

En estas tablas, se presentan los volúmenes de los flujos bajos seleccionados para una duración de 30 meses, con sus respectivos intervalos de recurrencia, obtenidos de la expresión (3.72) y se indica el mes y año en que comienza y termina la ocurrencia de estos flujos.

En las figuras 21 y 22, se muestran los volúmenes y los tiempos de ocurrencia de los eventos de flujos bajos para la duración de 30 meses, entendiendos éstos como las series parciales para los respectivos puestos de los ríos en cuestión y durante sus correspondientes períodos de información de las series históricas.

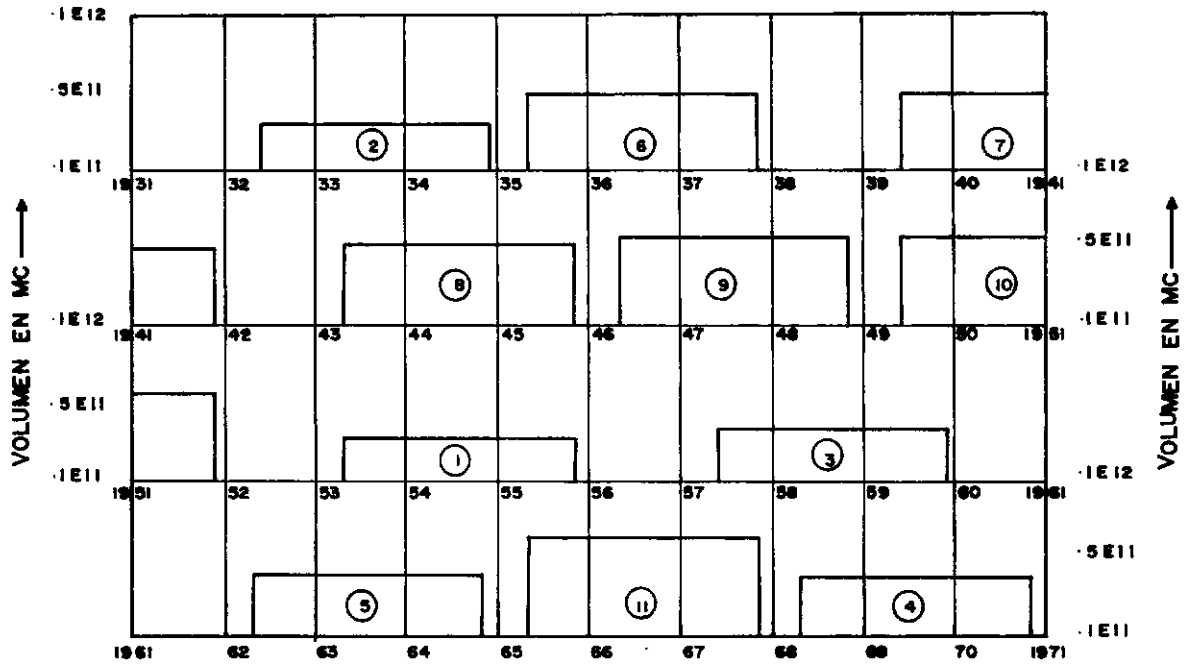


FIG. 21 - VOLUMENES Y TIEMPO DE OCURRENCIA DE FLUJOS BAJOS PARA UNA DURACION DE 30 MESES, PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO (1931-1970)

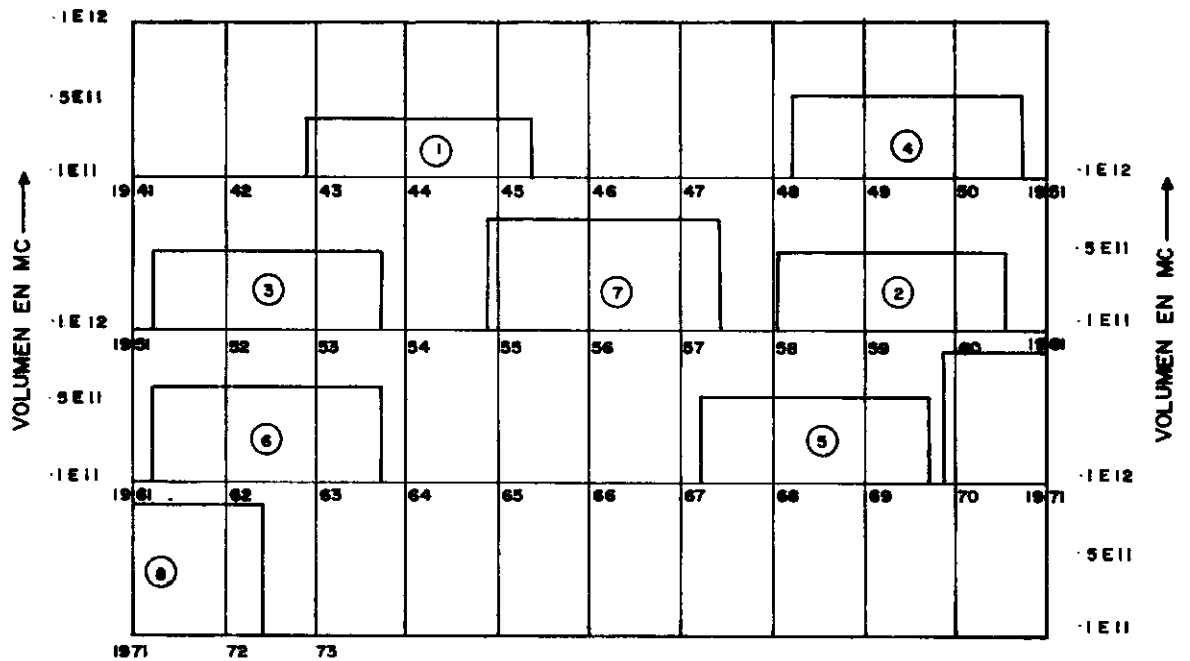


FIG. 22 - VOLUMENES Y TIEMPO DE OCURRENCIA DE FLUJOS BAJOS PARA UNA DURACION DE 30 MESES, PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU (1941-1972)

Procediendo de acuerdo al item b, de la sección 3.2.1, se obtuvieron las series no-secuenciales para duraciones de 1 a 60 meses, con sus correspondientes períodos de recurrencia y cuyos resultados son presentados en las figuras 23 y 24, para algunas de las 60 duraciones.

Para cada intervalo de recurrencia, se dispone de una serie parcial de eventos de flujos bajos, con los cuales se construye un gráfico, de la forma indicada en el item e, de la sección 3.2.1. Los gráficos obtenidos para los diferentes intervalos de recurrencia, constituyen la familia de curvas de escomen^utías bajas, las mismas que son presentadas en las figuras 25 y 26, que corresponden a los puestos Três Mariás y Salto Osorio en los ríos São Francisco e Iguaçu respectivamente.

Utilizando las series parciales y mediante un análisis similar al diagrama de masas, se obtuvo las capacidades de los embalses, para diferentes razones de descarga, de acuerdo con el criterio establecido en el item f, de la sección 3.2.1, para los casos de los ríos São Francisco e Iguaçu en sus puestos correspondientes.

Los resultados obtenidos con el análisis semejante al diagrama de masas, son presentados de la siguiente forma: Para el río São Francisco, en el puesto Três Mariás (Figura 25 y tabla 21), se muestra el caso de un intervalo de recurrencia de 40 años y una razón de descarga del 50% de su media anual; para

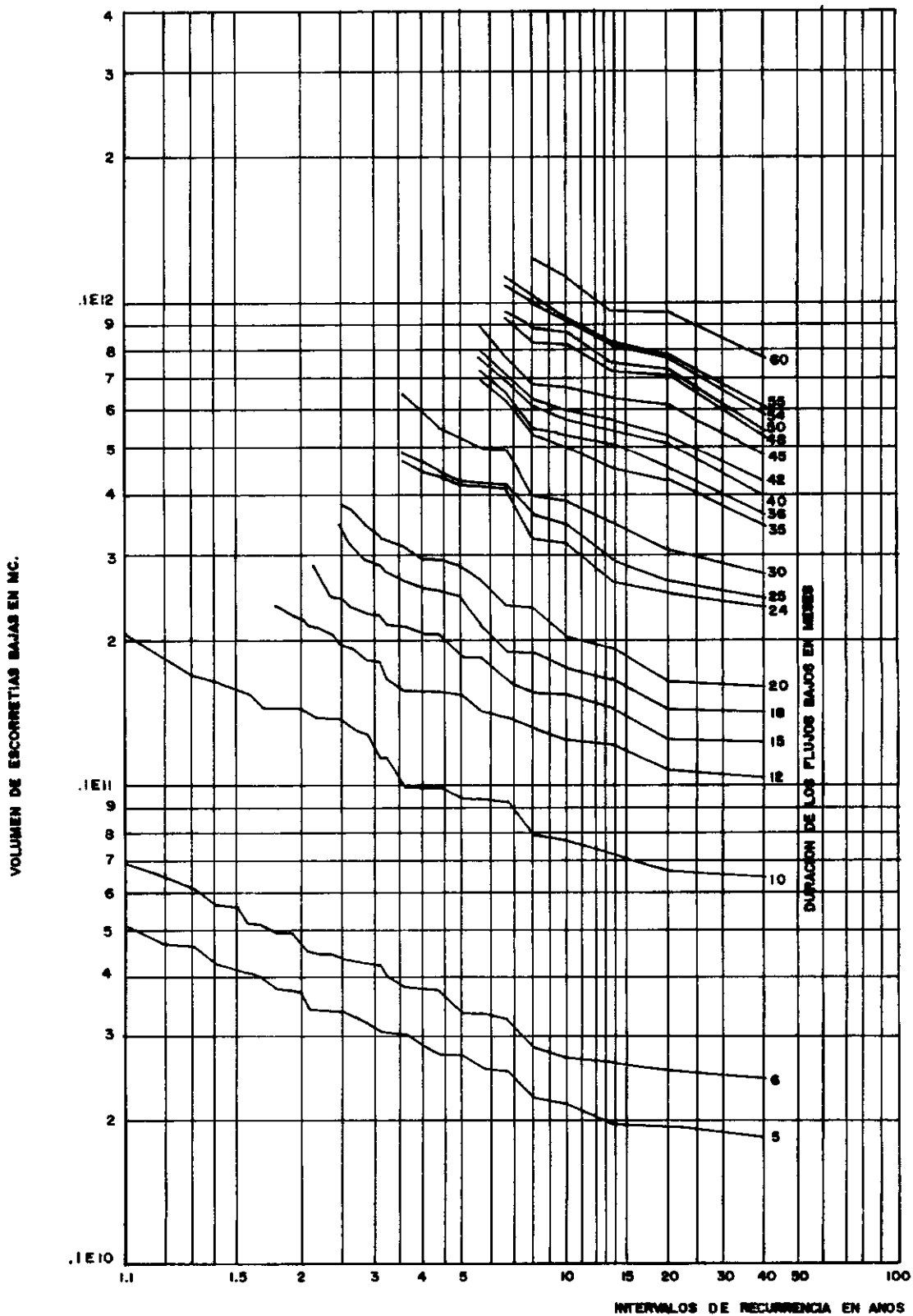


FIG. 23 - SERIES DE FLUJOS BAJOS PARA DIFERENTES DURACIONES CORRESPONDIENTES AL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO (1931-1970)

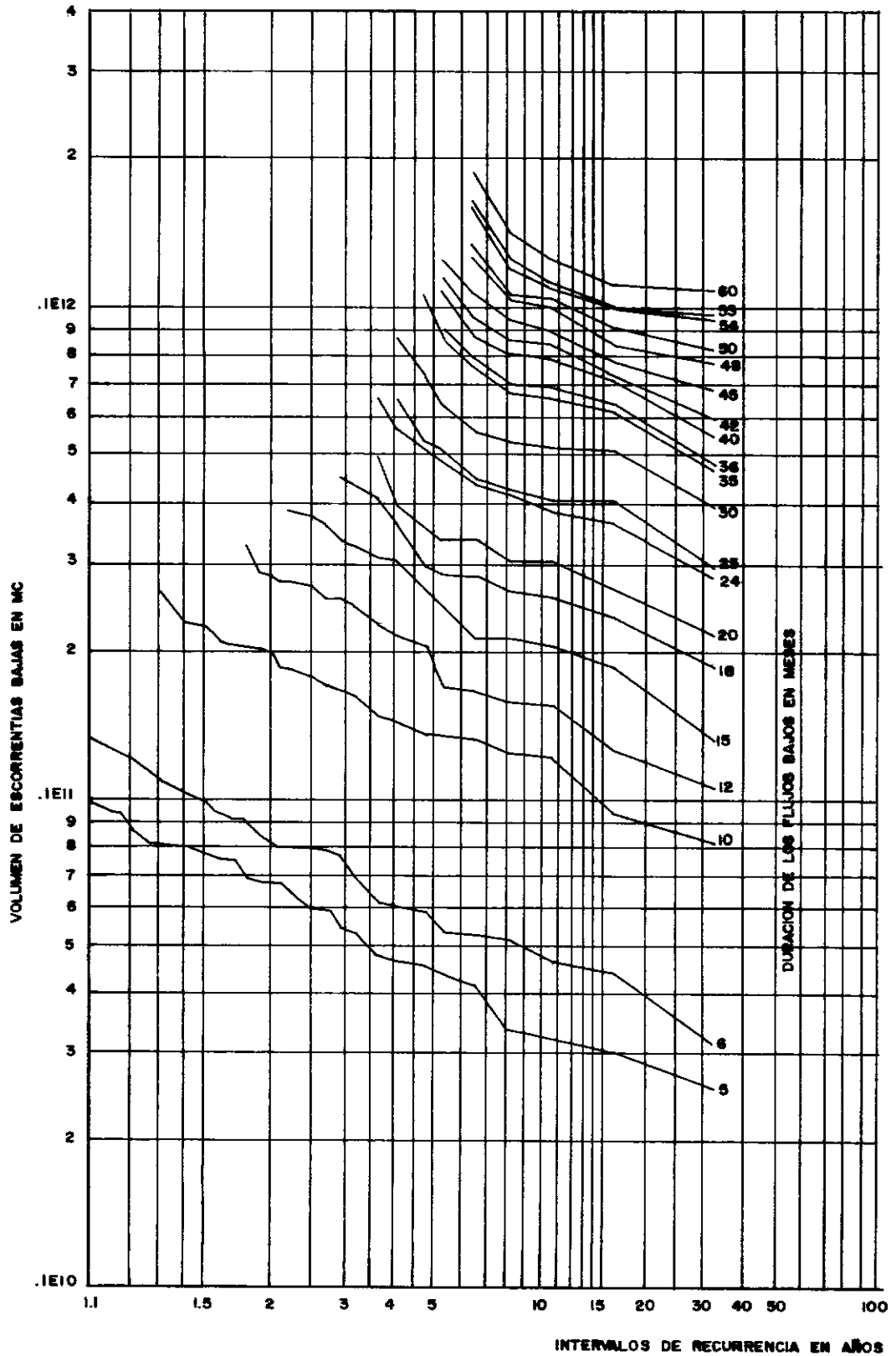


FIG24 - SERIES DE FLUJOS PARA DIFERENTES DURACIONES, CORRESPONDIENTES AL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU (1941-1972)

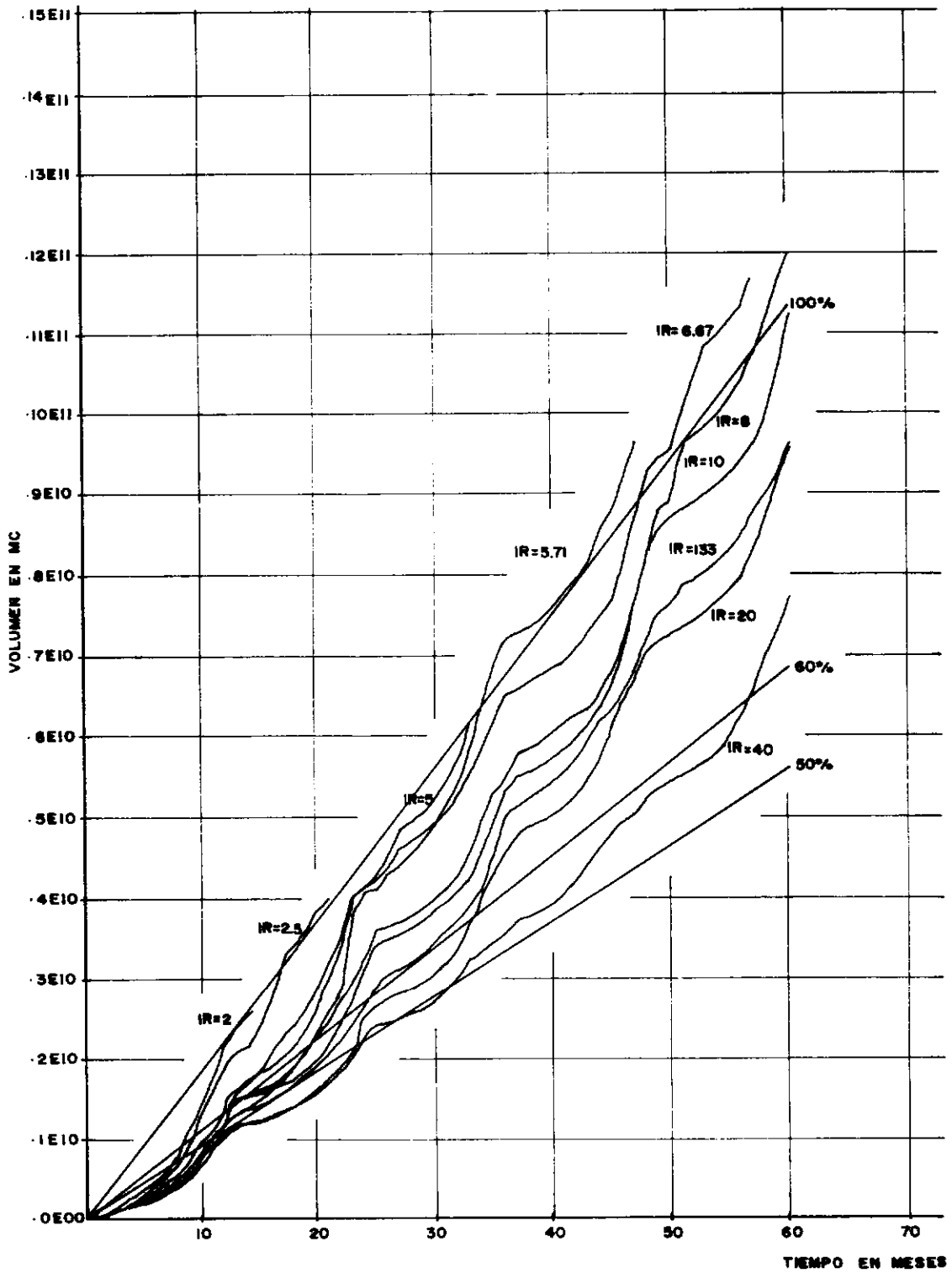


FIG. 25 - DETERMINACION DE LA CAPACIDAD DE EMBALSE POR EL ANALISIS DEL TIPO DIAGRAMA DE MASAS, PARA EL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO

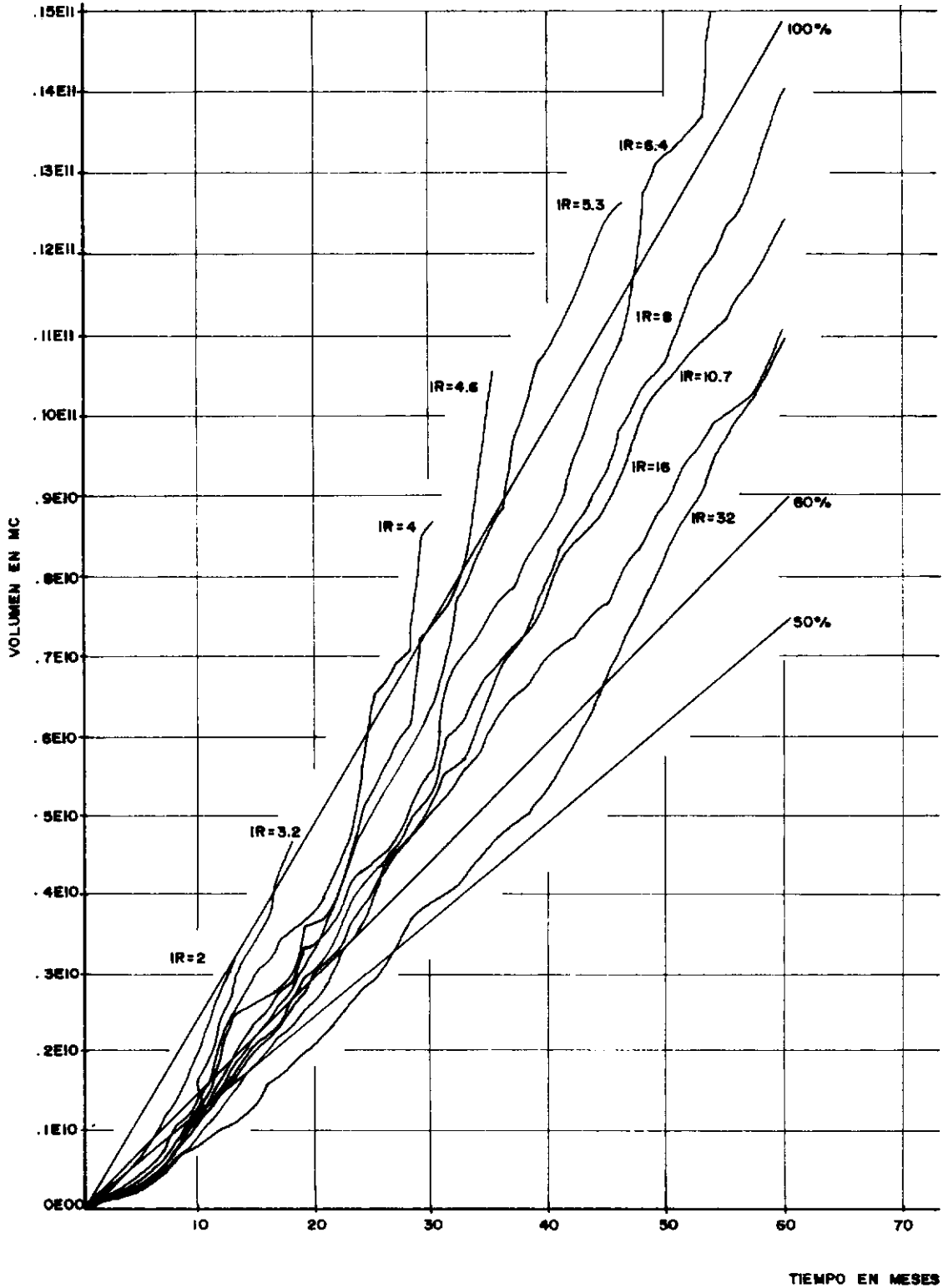


FIG. 26 - DETERMINACION DE LA CAPACIDAD DEL EMBALSE POR EL ANALISIS DEL TIPO DIAGRAMA DE MASAS, PARA EL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU

DUR. (MESES)	VOL. ENT. (MC)	VOL. SAL. (MC)	VOL. AIM. (MC)	DET. DE CAP.
1	.2436E+09	.9489E+09	.7053E+09	CAP. REQ.
2	.5356E+09	.1898E+10	.1362E+10	
3	.8972E+09	.2847E+10	.1950E+10	
4	.1324E+10	.3696E+10	.2471E+10	
5	.1835E+10	.4745E+10	.2910E+10	
6	.2482E+10	.5693E+10	.3212E+10	
7	.3039E+10	.6642E+10	.3604E+10	
8	.3879E+10	.7591E+10	.3713E+10	
9	.4868E+10	.8540E+10	.3672E+10	
10	.6516E+10	.9489E+10	.2973E+10	
11	.8808E+10	.1044E+11	.1630E+10	
12	.1020E+11	.1139E+11	.1186E+10	
13	.1127E+11	.1234E+11	.1063E+10	
14	.1194E+11	.1328E+11	.1349E+10	
15	.1235E+11	.1423E+11	.1883E+10	
16	.1286E+11	.1518E+11	.2321E+10	
17	.1347E+11	.1613E+11	.2697E+10	
18	.1411E+11	.1708E+11	.2971E+10	
19	.1438E+11	.1803E+11	.3149E+10	
20	.1601E+11	.1898E+11	.2970E+10	

TABLA 21 - DETERMINACION DE LA CAPACIDAD DEL EMBALSE REQUERIDO PARA UN INTERVALO DE RECURRENCIA DE 40 AÑOS Y UNA RAZON DE DESCARGA DEL 50% DE LA MEDIA ANUAL. (RIO SÃO FRANCISCO)

DUR. (MESES)	VOL. ENT. (MC)	VOL. SAL. (MC)	VOL. AIM. (MC)	DET. DE CAP.
1	.3161E+09	.1242E+10	.9258E+09	CAP. REQ.
2	.7366E+09	.2484E+10	.1746E+10	
3	.1190E+10	.3726E+10	.2336E+10	
4	.2755E+10	.4968E+10	.3212E+10	
5	.2562E+10	.6209E+10	.3638E+10	
6	.3161E+10	.7451E+10	.4290E+10	
7	.4374E+10	.8693E+10	.4319E+10	
8	.6168E+10	.9935E+10	.3767E+10	
9	.7175E+10	.1118E+11	.4002E+10	
10	.8094E+10	.1242E+11	.4325E+10	
11	.9307E+10	.1366E+11	.4353E+10	
12	.1047E+11	.1490E+11	.4430E+10	
13	.1104E+11	.1614E+11	.5107E+10	
14	.1188E+11	.1739E+11	.5511E+10	
15	.1309E+11	.1863E+11	.5540E+10	
16	.1595E+11	.1987E+11	.3916E+10	
17	.1697E+11	.2111E+11	.4144E+10	
18	.1852E+11	.2235E+11	.3837E+10	
19	.1993E+11	.2360E+11	.3669E+10	
20	.2120E+11	.2484E+11	.3635E+10	

TABLA 22 - DETERMINACIÓN DE LA CAPACIDAD DEL EMBALSE REQUERIDO PARA UN INTERVALO DE RECURRENCIA DE 32 AÑOS Y UNA RAZON DE DESCARGA DEL 50% DE LA MEDIA ANUAL (RIO IGUAÇU)

el río Iguaçu, en el puesto Salto Osorio (figura 26 y tabla 22) , se expone el caso de un intervalos de recurrencia de 32 años y una razón de descarga del 50% de su media anual. Las tablas 23 y 24 , muestran los resultados obtenidos para diferentes intervalos de recurrencia, con una descarga del 50% de la media anual de los dos ríos en estudio; y, los resultados para diferentes intervalos de recurrencia con diversas razones de descarga, son presentados en las figuras 27 (río São Francisco - Três Mariás) y 28 (río Iguaçu-Salto Osorio).

INT. REC.	DURACION PER. CR.	TOTAL DESCARGA	VOLUMEN TOT. ENT.	CAPACIDAD DE EMBAL.	CAPACIDAD UNID. MEDIA
40.0	8	.7589E+10	.3879E+10	.3710E+10	2.05
20.0	8	.7589E+10	.3910E+10	.3659E+10	2.02
13.3	7	.6640E+10	.3552E+10	.3088E+10	1.71
10.0	6	.5692E+10	.2703E+10	.2989E+10	1.65
8.0	6	.5692E+10	.2877E+10	.2815E+10	1.56
6.7	7	.6640E+10	.4067E+10	.2574E+10	1.42
5.7	6	.5692E+10	.3357E+10	.2335E+10	1.29
5.0	6	.5692E+10	.3386E+10	.2306E+10	1.27
4.4	5	.4743E+10	.2733E+10	.2010E+10	1.11
4.0	6	.5692E+10	.3770E+10	.1922E+10	1.06
3.6	6	.5692E+10	.3877E+10	.1815E+10	1.00
3.3	5	.4743E+10	.3029E+10	.1714E+10	0.95
3.1	5	.4743E+10	.3039E+10	.1704E+10	0.94
2.9	5	.4743E+10	.3195E+10	.1548E+10	0.86
2.7	5	.4743E+10	.3274E+10	.1469E+10	0.81
2.5	5	.4743E+10	.3366E+10	.1378E+10	0.76
2.4	5	.4743E+10	.3396E+10	.1347E+10	0.74
2.2	5	.4743E+10	.3398E+10	.1346E+10	0.74
2.1	5	.4743E+10	.3437E+10	.1306E+10	0.72
2.0	5	.4743E+10	.3684E+10	.1059E+10	0.59
1.9	3	.2846E+10	.1833E+10	.1013E+10	0.56

TABLA 23 - CAPACIDADES DEL EMBALSE DEL RIO SÃO FRANCISCO EN EL PUESTO TRES MARIAS, PARA DIFERENTES INTERVALOS Y UNA RAZÓN DE DESCARGA DEL 50%

INT. REC.	DURACION PER. CR.	TOTAL DESCARGA	VOLUMEN TOT. ENT.	CAPACIDAD DE EMBAL.	CAPACIDAD UNID. MEDIA
32.0	15	.1863E+11	.1309E+11	.5540E+10	2.23
16.0	8	.9935E+10	.6371E+10	.3565E+10	1.44
10.7	5	.6209E+10	.3223E+10	.2987E+10	1.20
8.0	5	.6209E+10	.3407E+10	.2803E+10	1.13
6.4	6	.7451E+10	.5241E+10	.2210E+10	0.89
5.3	6	.7451E+10	.5344E+10	.2108E+10	0.85
4.6	5	.6209E+10	.4578E+10	.1632E+10	0.66
4.7	5	.6209E+10	.4622E+10	.1588E+10	0.64
3.6	5	.7209E+10	.4832E+10	.1377E+10	0.55
3.2	3	.3726E+10	.2493E+10	.1233E+10	0.50
2.9	3	.3726E+10	.2646E+10	.1080E+10	0.43
2.7	3	.3726E+10	.2666E+10	.1059E+10	0.43
2.5	2	.2484E+10	.1460E+10	.1023E+10	0.41
2.3	2	.2484E+10	.1489E+10	.9952E+09	0.40
2.1	2	.2484E+10	.1492E+10	.9917E+09	0.40
2.0	2	.2484E+10	.1501E+10	.9823E+09	0.40
1.9	2	.2484E+10	.1545E+10	.9384E+09	0.38
1.8	2	.2484E+10	.1604E+10	.8795E+09	0.35
1.7	2	.2484E+10	.1663E+10	.8205E+09	0.33
1.6	2	.2484E+10	.1714E+10	.7696E+09	0.31
1.5	2	.2484E+10	.1860E+10	.6236E+09	0.25

TABLA 24 - CAPACIDADES DEL EMBALSE DEL RIO IGUAÇU EN EL PUESTO SALTO OSCRIO, PARA DIFERENTES INTERVALOS Y UNA RAZÓN DE DESCARGA DEL 50%

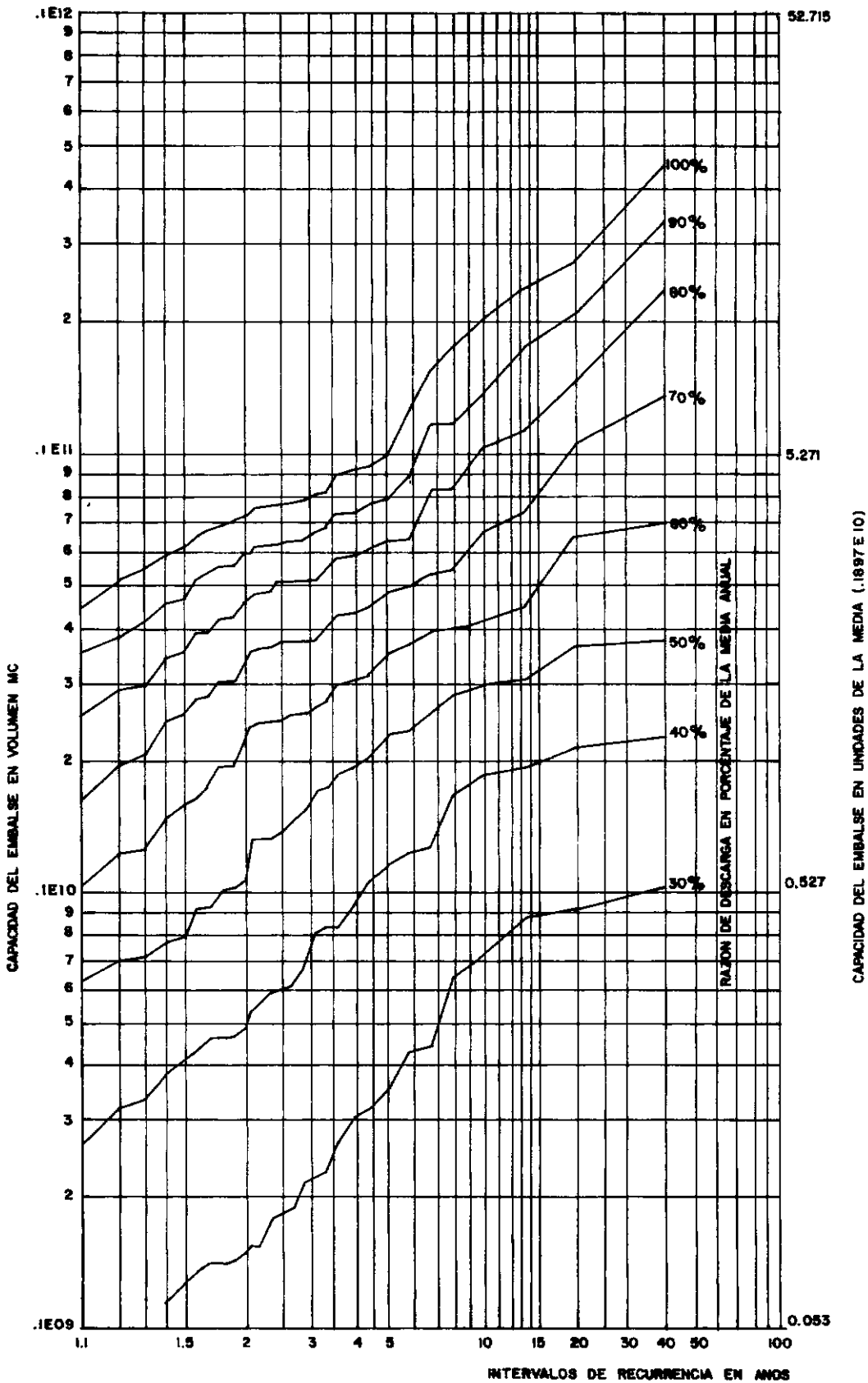


FIG. 27 - CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO NECESARIO PARA DIFERENTES RAZONES DE DESCARGA Y VARIOS INTERVALOS DE RECURRENCIA PARA EL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO

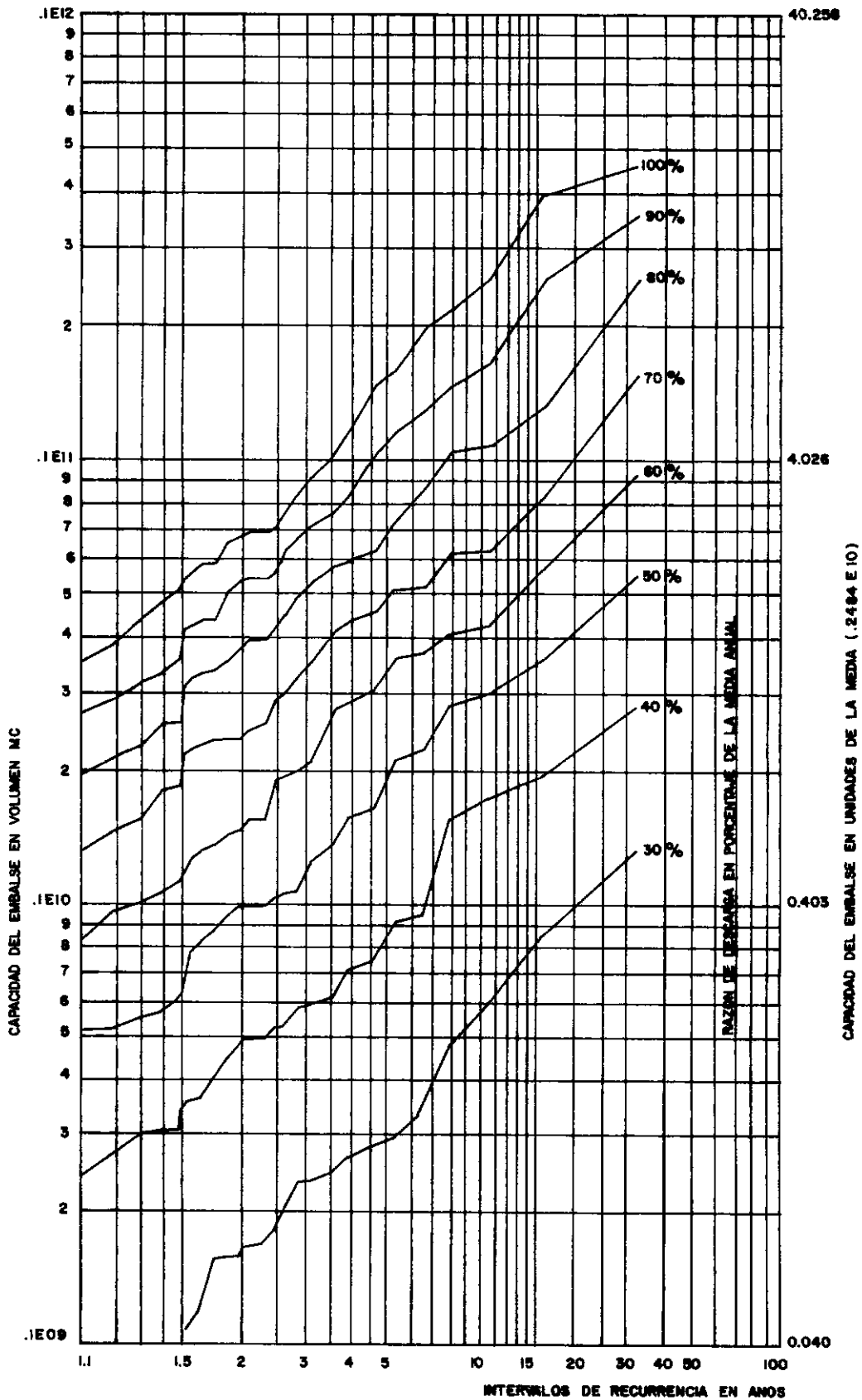


FIG. 28 - CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO NECESARIO PARA DIFERENTES RAZONES DE DESCARGA Y VARIOS INTERVALOS DE RECURRENCIA, PARA EL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU

Si el objetivo del estudio, es la determinación de la capacidad óptima del embalse, se procede de acuerdo al ítem g, de la sección 3.2.1. En los presentes casos de aplicación, como es de interés comparar esta técnica con otros, un resultado conveniente es una curva de probabilidades, la misma que se obtiene disminuyendo de la unidad el inverso del intervalo de recurrencia ($P(\text{Cap} \leq \text{cap})$). Procediendo de esta forma, se obtuvieron resultados para los dos puestos en estudio, los cuales son presentados en las figuras 29 y 30.

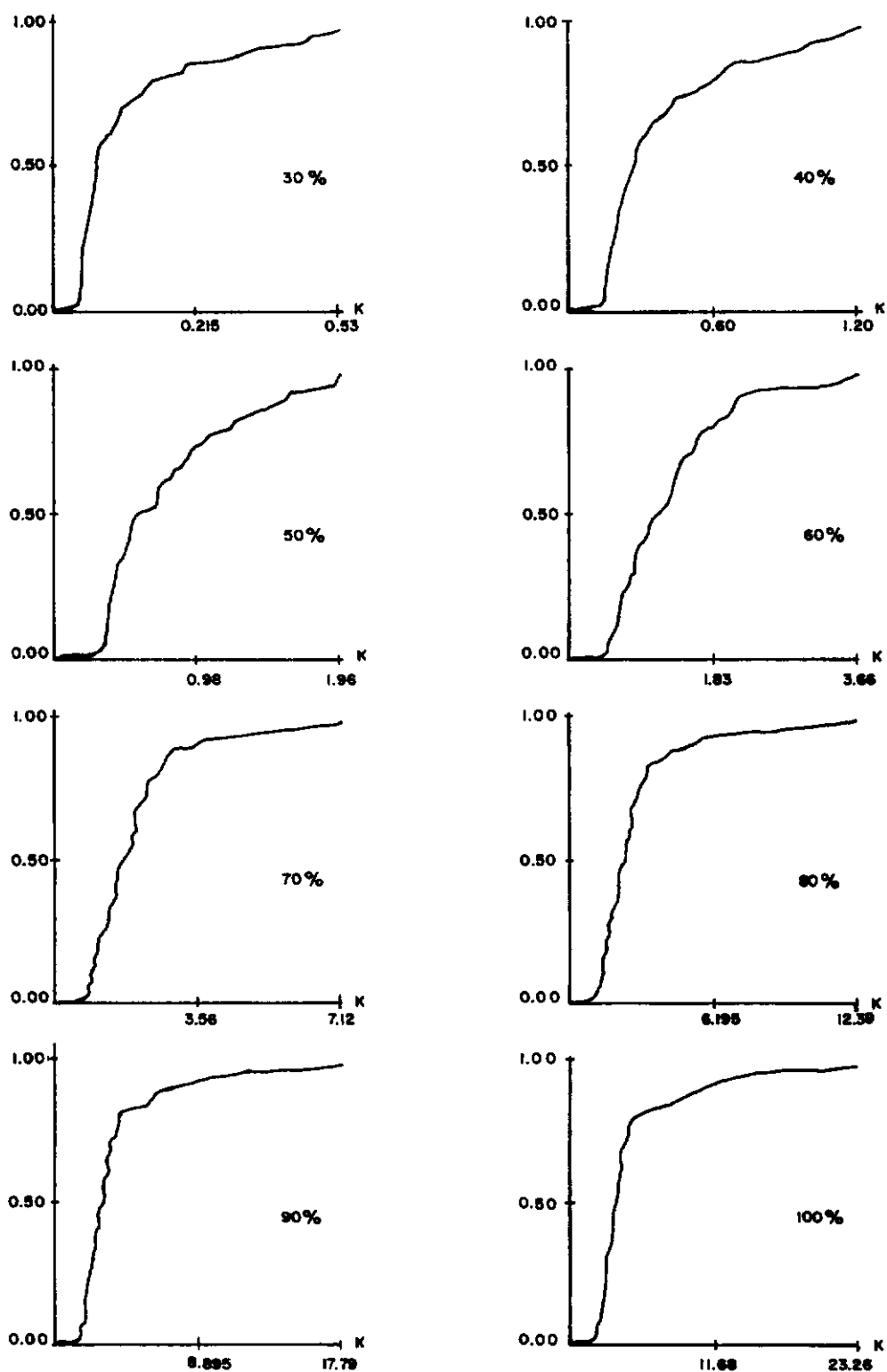


FIG. 29 - CURVAS DE PROBABILIDADES ($P(\text{Cap} \leq \text{cap})$) DE CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO PARA DIFERENTES RAZONES DE DESCARGA EN EL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO (K=CAPACIDAD EN UNIDADES DE LA MEDIA)

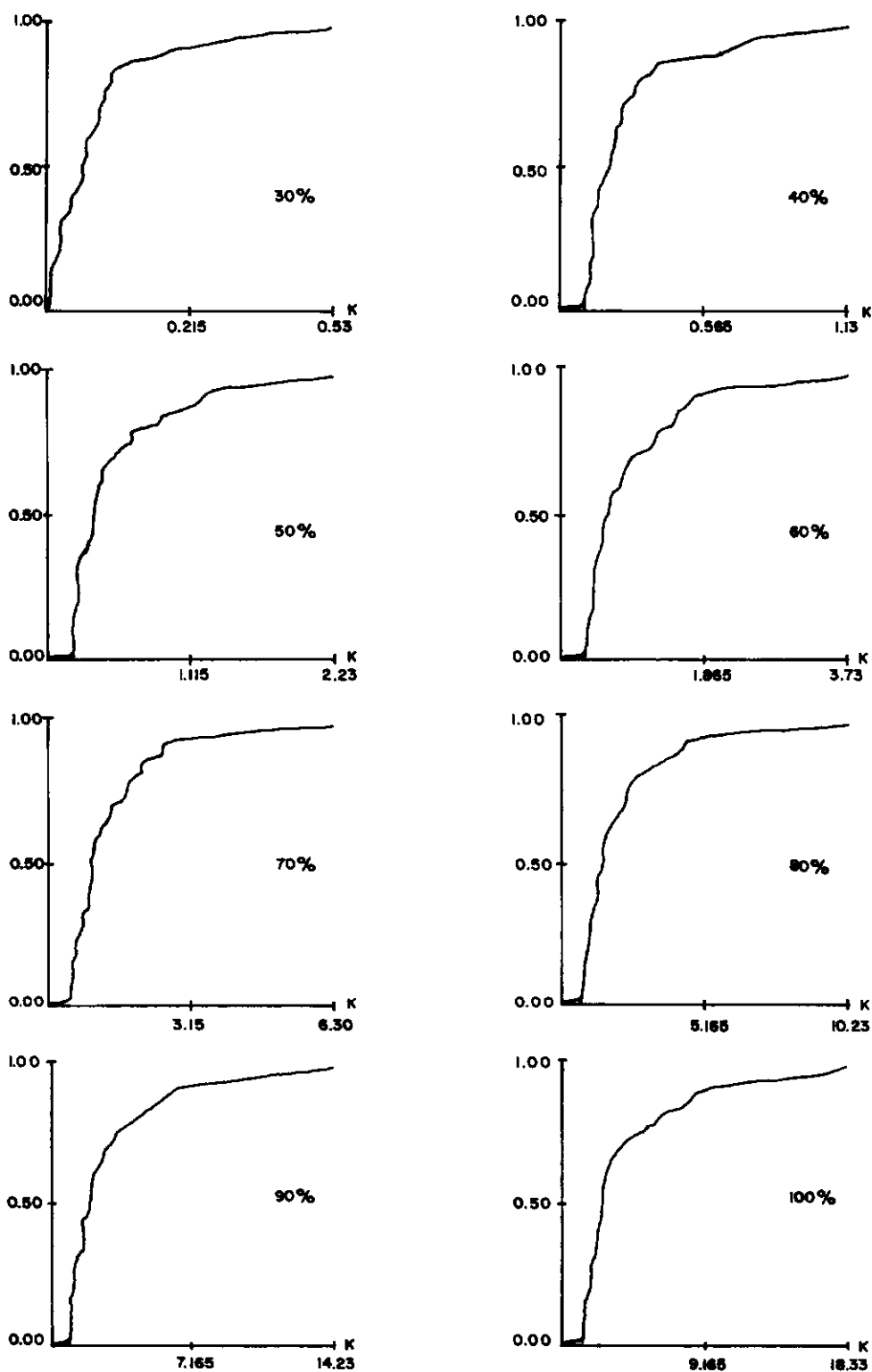


FIG. 30 - CURVAS DE PROBABILIDADES ($P(Cap \leq cap)$) DE CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO PARA DIFERENTES RAZONES DE DESCARGA EN EL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU (K =CAPACIDAD EN UNIDADES DE LA MEDIA)

4.4. RESULTADOS DE LA TECNICA DE PICOS SUBSECUENTES

La técnica descrita en el Capítulo III, sección 3.3, fue aplicada a las series de los ríos São Francisco en el puesto Três Mariás (Tabla 1) e Iguaçu en el puesto Salto Osorio (Tabla 2). Las escorrentías de estas dos series, fueron trabajados en una dimensión correspondiente a sus volúmenes (metros cúbicos) y sus resultados son presentados en esta sección.

El algoritmo de picos subsecuentes, expuesto en la sección 3.3.1. se aplicó a las dos series en cuestión. Para los propósitos de este trabajo, la obtención de la capacidad de los embalses, se realizó para diferentes razones de descarga (porcentaje de la media anual de cada serie), las cuales se consideraron como constantes y uniformes, con el fin de que sus resultados puedan ser comparados con el de otras técnicas.

En las tablas 26 y 27, se presentan los resultados obtenidos para las series históricas. Así, se muestra las capacidades obtenidas de la expresión (3.74), para diferentes razones de descarga, con la duración de su correspondiente período crítico. Para el proceso de cálculo, se inició con un volumen de almacena-miento de 0.1E16 metros cúbicos, con el fin de que no se produzca valores negativos.

Al comparar estos resultados con los obtenidos en la técnica de flujos bajos (sección 4.3), para el caso del mayor

intervalos de recurrencia en general las estimaciones son iguales (excepto en el caso de la razón de descarga del 100%). Este hecho se debe, a que en ambos casos, se cae en la aplicación del diagrama de masas, debido a que al considerar en la técnica de picos subsecuentes, la descarga como constante, estamos procediendo de forma similar al análisis de Rippl, es decir estimando la capacidad por el máximo déficit acumulado.

DESCARGA EN % DE LA MEDIA	DESCARGA EN VOLUMEN MC.	CAP.REQ. DEL EMBALSE MC.	PERIODO CRITICO EN MESES	CAP.EMBAL. EN UNIDADES DE LA MEDIA
20.0	.3795E+09	.2412E+09	3	0.13
30.0	.5692E+09	.1011E+10	5	0.53
40.0	.7589E+09	.2274E+10	7	1.20
50.0	.9486E+09	.3710E+10	8	1.96
60.0	.1138E+10	.6944E+10	31	3.66
70.0	.1328E+10	.1351E+11	42	7.12
80.0	.1518E+10	.2396E+11	102	12.63
90.0	.1708E+10	.4331E+11	102	22.83
100.0	.1897E+10	.6939E+11	151	26.58

TABLA 26 - RESULTADOS DE LA TECNICA DE PICOS SUBSECUENTES PARA LA SERIE HISTORICA Y DIVERSAS RAZONES DE DESCARGAS PARA EL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO.

DESCARGA EN % DE LA MEDIA	DESCARGA EN VOLUMEN MC.	CAP.REQ. DEL EMBALSE MC.	PERIODO CRITICO EN MESES	CAP.EMBAL. EN UNIDADES DE LA MEDIA
20.0	.4968E+09	.3001E+09	3	0.12
30.0	.7451E+09	.1310E+10	6	0.53
40.0	.9935E+09	.2800E+10	6	1.13
50.0	.1242E+10	.5540E+10	15	2.23
60.0	.1490E+10	.9266E+10	15	3.73
70.0	.1739E+10	.1564E+11	38	6.30
80.0	.1987E+10	.2541E+11	40	10.23
90.0	.2235E+10	.3534E+11	40	14.23
100.0	.2484E+10	.6184E+11	133	24.90

TABLA 27 - RESULTADOS DE LA TECNICA DE PICOS SUBSECUENTES PARA LA SERIE HISTORICA Y DIVERSAS RAZONES DE DESCARGAS PARA EL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU.

Con la finalidad de estimar el riesgo y la incerteza de las capacidades obtenidas, utilizando los registros históricos de los ríos en estudio y para obtener una distribución de probabilidades de los almacenamientos, se generó cincuenta series sintéticas y a cada una de ellas se aplicó el algoritmo de picos subsecuentes de la sección 3.2.1.

Los series sintéticas fueron generados a partir de las características de la estructura, las mismas que fueron estudiadas en la sección 3.1 y cuyos resultados se presentaron en la sección 4.2 (para el caso de series mensuales). La secuencia de obtención de las series generadas, fue la siguiente:

a) A partir de los modelos de distribución de probabilidades, obtenido del análisis de 3.1 y expuestos en el item B, de la sección 4.2.5., para las series de los dos puestos en estudio, se generó cincuenta grupos (para cada puesto) de números pseudoaleatores (pseudorandómicos), correspondiendo cada grupo a 600 valores, que representan las variables independientes de series mensuales de cincuenta años cada una. La mecánica de generación de números pseudorandómicos, se basó en la metodología presentada por Naylor³¹ y programada en el Manual de Programación de la IBM²³, para el caso de distribución normal (que es el modelo de distribución, en nuestros dos casos de aplicación), lo cual exige iniciar la generación con un número impar, que en los presentes casos de aplicación fue 31 adicionando 10 unidades para cada serie generada.

b) A cada una de las componentes estocásticas independientes generadas, se agregó la dependencia, utilizando para este fin la expresión (3.35), que corresponde a una dependencia lineal autoregresiva de primer orden.

c) A las cien series en total (cincuenta para Trés Mariás y cincuenta para Salto Osorio), fueron agregadas sus correspondientes componentes periódicas, usandose para este fin, la aproximación por la serie de Fourier de la expresión (3.26). Los parámetros periódicos, son estimados de acuerdo al número de armónicos significativos (tabla 12) con sus respectivos coeficientes (tabla 10 y 11). De la expresión (3.24), se obtuvo $X'_{p,\tau}$, para todas las series, correspondiendo éstas a series periódicas estocásticas.

d) Como las series históricas fueron transformadas por la expresión (3.1), los valores generados en los dos puestos, corresponden a series de logaritmos neperianos, por lo que es necesario su transformación, lo cual se obtiene exponenciando la expresión (3.1).

De esta forma se obtuvo cincuenta series de es correntías (para cada una de los puestos en estudio), con las mismas características básicas de sus correspondientes series histó ricos.

En cada uno de los puestos que se están estudiando, se aplicó el algoritmo de la sección 3.3.1. para cada una de los cincuenta series generadas, considerando diversas razones de descarga (como en los casos de las series históricas). Asi, pa

ra una de las series generadas del puesto Três Mariás en el río São Francisco y del puesto Salto Osorio en el río Iguaçu, se obtuvieron los resultados mostrados en las tablas 28 y 29.

DESCARGA EN % DE LA MEDIA	DESCARGA EN VOLUMEN MC.	CAP.REQ. DEL EMBALSE MC.	PERIODO CRITICO EN MESES	CAP.EMBAL. EN UNIDADES DE LA MEDIA
20.0	.3902E+09	.2242E+09	2	0.11
30.0	.5853E+09	.1117E+10	7	0.57
40.0	.7804E+09	.2581E+10	8	1.32
50.0	.9755E+09	.4721E+10	18	2.42
60.0	.1171E+10	.8233E+10	18	4.22
70.0	.1366E+10	.1207E+11	43	6.19
80.0	.1561E+10	.2116E+11	92	10.85
90.0	.1756E+10	.4739E+11	260	24.29
100.0	.1951E+10	.7736E+11	932	39.65

TABLA 28 - RESULTADOS DE LA TECNICA DE PICOS SUBSECUENTES PARA UNA SERIE SINTETICA Y DIVERSAS RAZONES DE DESCARGA, PARA EL PUESTO TRES MARIAS EN EL R.S.FSCO. (50 AÑOS)

DESCARGA EN % DE LA MEDIA	DESCARGA EN VOLUMEN MC.	CAP.REQ. DEL EMBALSE MC.	PERIODO CRITICO EN MESES	CAP.EMBAL. EN UNIDADES DE LA MEDIA
20.0	.4911E+09	.2893E+09	1	0.12
30.0	.7367E+09	.1183E+10	4	0.48
40.0	.9822E+09	.2168E+10	4	0.88
50.0	.1228E+10	.5558E+10	16	2.26
60.0	.1473E+10	.9487E+10	16	3.86
70.0	.1719E+10	.1406E+11	38	5.72
80.0	.1964E+10	.2409E+11	56	9.81
90.0	.2210E+10	.6376E+11	285	25.97
100.0	.2456E+10	.1362E+12	296	55.47

TABLA 29 - RESULTADOS DE LA TECNICA DE PICOS SUBSECUENTES PARA UNA SERIES SINTETICA Y DIVERSAS RAZONES DE DESCARGA, PARA EL PUESTO SALTO OSORIO EN EL R. IGUAÇU (50 AÑOS)

Obtenido los resultados de la capacidad de almacenamiento para las cincuenta series, con diferentes razones de descarga y en cada uno de los puestos, se procedió a hacer un análisis de frecuencias. Para este efecto, se realizó una división de la muestra en intervalos de igual clase; se utilizó un criterio para la selección del número de intervalos, el cual nos sugiere^{4,6} un número entre 10 y 25. Para no perder información de la muestra, se prefirió el criterio empírico:

$$CI = \frac{N}{5} + 1$$

siendo N, el tamaño de la muestra y CI, el número de intervalos de clase.

En los caso de aplicación, el tamaño de las muestras para cada puesto y para cada razón de descarga, es de cincuenta, lo que aplicando el criterio empírico indicó once intervalos de clase, lo cual se encuadra dentro del otro criterio mencionado.

Los resultados obtenidos del análisis de frecuencia, fueron estudiados a través de la familia de curvas de Pearson^{9,19,32}, verificandose la bondad de ajuste por el estadístico chi-cuadrado (χ^2) para los curvas del tipo I, III y IV. En las tablas 30 y 31, se presentan los resultados parciales del análisis de frecuencias y frecuencias esperadas para los capacidades estimadas en los puestos del rio São Francisco y del río Iguazu, para una descarga del 60% de las medias anuales correspondientes.

INT.DE CLASE	CLASE MEDIA	FREC. OBSERVADAS		FREC. ESPERADA P.T-I	
		ABS.	REL.ACUM.	ABS.	REL.ACUM.
2.188 2.631	2.409	7	0.140	10.171	0.203
2.631 3.073	2.852	16	0.460	11.398	0.431
3.073 3.516	3.295	8	0.620	8.423	0.600
3.516 3.959	3.737	3	0.680	6.260	0.725
3.959 4.401	4.180	7	0.820	4.811	0.821
4.401 4.844	4.623	4	0.900	3.505	0.891
4.844 5.286	5.065	2	0.940	2.395	0.939
5.286 5.729	5.508	2	0.980	1.592	0.971
5.729 6.172	5.950	0	0.980	0.915	0.989
6.172 6.614	6.393	1	1.000	0.414	0.998
6.614 7.057	6.836	0	1.000	0.116	1.000

TABLA 30 - FRECUENCIAS OBSERVADAS Y FRECUENCIAS ESPERADAS (AJUSTE A LA PEARSON TIPO I), PARA LAS CAPACIDADES ESTIMADAS CON UNA DESCARGA DEL 60% DE LA MEDIA ANUAL DE LAS SERIES GENERADAS DEL RIO SÃO FRANCISCO EN EL PUESTO TRES MARIAS (Las capacidades están expresadas en unidades de la media mensual)

INT.DE CLASE	CLASE MEDIA	FREC. OBSERVADAS		FREC. ESPERADA P.T-I	
		ABS.	REL.ACUM.	ABS.	REL.ACUM.
1.964 2.380	2.172	8	0.160	9.481	0.190
2.380 2.796	2.588	6	0.280	8.764	0.365
2.796 3.212	3.004	11	0.500	8.384	0.533
3.212 3.628	3.420	4	0.580	7.341	0.679
3.628 4.044	3.836	9	0.760	5.999	0.799
4.044 4.460	4.252	5	0.860	4.298	0.885
4.460 4.876	4.668	4	0.940	2.912	0.944
4.876 5.292	5.084	1	0.960	1.662	0.977
5.292 5.708	5.500	1	0.980	0.814	0.993
5.708 6.124	5.916	1	1.000	0.300	0.999
6.124 6.540	6.332	0	1.000	0.045	1.000

TABLA 31 - FRECUENCIAS OBSERVADAS Y FRECUENCIAS ESPERADAS (AJUSTE A LA PEARSON TIPO I), PARA LAS CAPACIDADES ESTIMADAS CON UNA DESCARGA DEL 60% DE LA MEDIA ANUAL DE LAS SERIES GENERADAS DEL RIO IGUAÇU EN EL PUESTO SALTO OSÓ RIO (Las capacidades están expresadas en unidades de la media mensual)

En las tablas 32 y 33, se presenta la estimación de parámetros y bondad de ajuste de las curvas de Pearson que fueron aceptadas como el modelo de distribución de frecuencias, de las capacidades estimadas, a partir de la aplicación del algoritmo de 3.3.1. a las series sintéticas generadas, considerando diversas razones de descargas.

La hipótesis de buen ajuste es aceptada, si el estadístico (χ^2) calculado, es menor que el crítico, o cuando la probabilidad de ocurrencia de χ^2 ($P(\chi^2)$, de las tablas 32 y 33), es menor que la unidad menos el nivel de significancia. Los grados de libertad ($K-N-1$, siendo K el número de intervalos de clase y N el número de parámetros estimados), fueron 6 para las distribuciones I y IV y 7 para la distribución tipo III y el nivel de significancia (α) de 5%.

Las distribuciones de frecuencia observadas y esperadas, son mostrados en las figuras 31 y 32. para los ríos São Francisco e Iguazu en sus puestos correspondientes.

RAZON DE DESCARGA	PARAMETROS ESTADIST.	PEARSON TIPO I			PEARSON TIPO III			OBSERVACIONES
		PARAMETROS	χ^2 -CALC.	P(χ^2)	PARAMETROS	χ^2 -CALC.	P(χ^2)	
30%	$\bar{X} = 0.503$ S = 0.092 AS= 0.038	m ₁ = 2.672 m ₂ = 2.902 A ₁ = 0.260 A ₂ = 0.276 Ye=198.102	1.652	0.051	-	-	-	AJUSTA TIPO I
40%	$\bar{X} = 1.107$ S = 0.220 AS= 2.864	-	-	-	-	-	-	NO SE OBTUVIERON VALORES DE LOS PARAMETROS
50%	$\bar{X} = 2.008$ S = 0.520 AS= 1.724	m ₁ = -0.499 m ₂ = 2.417 A ₁ = 0.437 A ₂ = 2.979 Ye= 29.606	19.924	0.997	$\gamma = 2.327$ p = 0.433 A = 0.186 Ye= 36.621	15.209	0.966	AJUSTES RECHAZADOS; SE ASUME TIPO III
60%	$\bar{X} = 3.507$ S = 0.960 AS= 0.997	m ₁ = -0.157 m ₂ = 1.778 A ₁ = 1.126 A ₂ = 3.708 Ye= 16.775	7.572	0.729	$\gamma = 2.177$ p = 3.280 A = 1.507 Ye= 20.583	10.591	0.840	AJUSTA TIPOS I y III
70%	$\bar{X} = 6.022$ S = 1.341 AS= 0.762	m ₁ = 1.721 m ₂ = 10.003 A ₁ = 2.534 A ₂ = 10.246 Ye= 14.046	4.699	0.315	$\gamma = 2.039$ p = 6.329 A = 3.104 Ye= 14.852	5.274	0.366	AJUSTA TIPOS I y III
80%	$\bar{X} = 10.049$ S = 2.339 AS= 0.246	m ₁ = 0.176 m ₂ = 0.574 A ₁ = 3.878 A ₂ = 5.187 Ye= 6.731	2.625	0.143	-	-	-	AJUSTA TIPO I
90%	$\bar{X} = 17.647$ S = 4.393 AS= 0.752	m ₁ = 1.111 m ₂ = 6.013 A ₁ = 7.592 A ₂ = 25.222 Ye= 4.175	4.461	0.379	$\gamma = 0.631$ p = 6.530 A = 10.349 Ye= 4.536	5.463	0.390	AJUSTA TIPOS I y III
100%	$\bar{X} = 32.994$ S = 10.940 AS= -0.056	m ₁ = 14.325 m ₂ = 12.169 A ₁ = 63.480 A ₂ = 54.551 Ye= 1.793	3.913	0.312	-	-	-	AJUSTA TIPO I

TABLA 32 - PARAMETROS Y BONDAD DE AJUSTE PARA LAS CURVAS PEARSON AJUSTADAS A LAS DISTRIBUCIONES DE FRECUENCIAS DE LAS CAPACIDADES DEL EMBALSE TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO.

RAZON DE DESCARGA	PARAMETROS ESTADIST.	PEARSON TIPO I			PEARSON TIPO III			OBSERVACIONES
		PARAMETROS	χ^2 -CALC.	P(χ^2)	PARAMETROS	χ^2 -CALC.	P(χ^2)	
30%	$\bar{X} = 0.480$ S = 0.175 AS= 0.743	m ₁ = 0.579 m ₂ = 3.489 A ₁ = 0.273 A ₂ = 0.776 Ye=100.869	8.187	0.775	$\gamma = 16.039$ p = 6.707 A = 0.418 Ye=114.006	5.880	0.446	AJUSTA TIPOS I y III
40%	$\bar{X} = 1.023$ S = 0.290 AS= 0.987	-	-	-	$\gamma = 7.292$ p = 3.373 A = 0.462 Ye= 68.253	8.827	0.735	AJUSTA TIPO III
50%	$\bar{X} = 1.930$ S = 0.553 AS= 1.252	m ₁ = 0.267 m ₂ = 7.203 A ₁ = 0.696 A ₂ = 4.507 Ye= 32.437	6.088	0.587	$\gamma = 3.010$ p = 1.716 A = 0.570 Ye= 35.335	7.372	0.609	AJUSTA TIPOS I y III
60%	$\bar{X} = 3.412$ S = 0.938 AS= 0.561	m ₁ = 0.828 m ₂ = 3.047 A ₁ = 1.636 A ₂ = 3.622 Ye= 18.865	7.441	0.718	$\gamma = 3.964$ p = 12.544 A = 3.164 Ye= 21.356	5.517	0.403	AJUSTA TIPOS I y III
70%	$\bar{X} = 5.697$ S = 1.355 AS= 0.283	m ₁ = 0.634 m ₂ = 1.355 A ₁ = 2.495 A ₂ = 3.597 Ye= 12.463	4.707	0.418	-	-	-	AJUSTA TIPO I
80%	$\bar{X} = 9.401$ S = 1.829 AS= 0.187	m ₁ = 0.629 m ₂ = 1.065 A ₁ = 3.484 A ₂ = 4.417 Ye= 9.129	6.479	0.628	-	-	-	AJUSTA TIPO I
90%	$\bar{X} = 16.901$ S = 3.786 AS= 0.472	m ₁ = 0.015 m ₂ = 0.770 A ₁ = 5.523 A ₂ = 9.629 Ye= 4.144	2.785	0.165	$\gamma = 1.165$ p = 18.078 A = 15.513 Ye= 5.299	6.197	0.493	AJUSTA TIPOS I y III
100%	$\bar{X} = 30.111$ S = 11.740 AS= 0.088	m ₁ = 0.701 m ₂ = 0.901 A ₁ = 23.586 A ₂ = 26.359 Ye= 1.417	6.165	0.595	-	-	-	AJUSTA TIPO I

TABLA 33 - PARAMETROS Y BONDAD DE AJUSTE PARA LAS CURVAS PEARSON AJUSTADAS A LAS DISTRIBUCIONES DE FRECUENCIAS DE LAS CAPACIDADES DEL EMBALSE SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU.

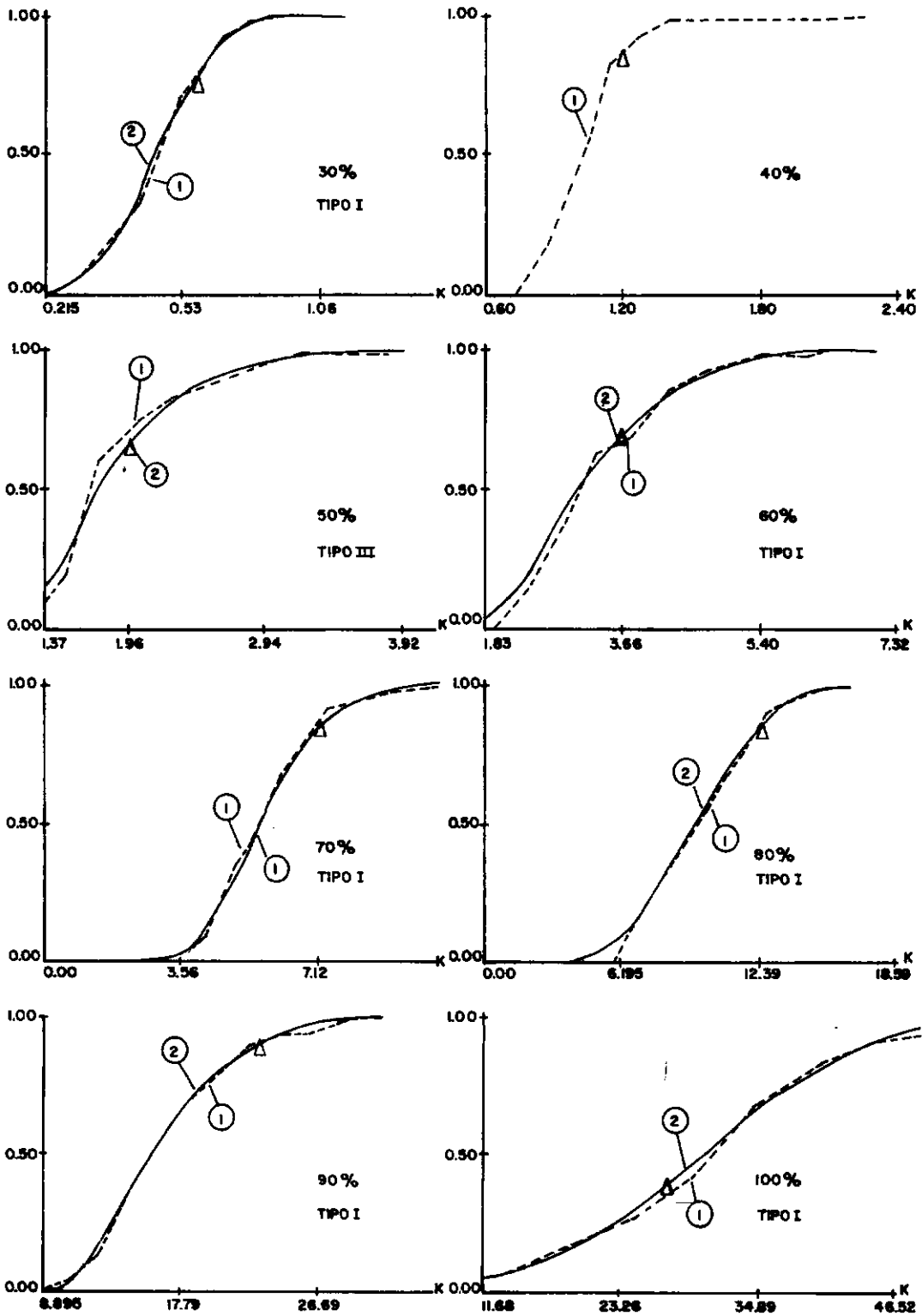


FIG. 31 - FRECUENCIAS RELATIVAS OBSERVADAS (1) Y ESPERADAS (2) (AJUSTE CON LAS CURVAS TEORICAS TIPO PEARSON), DE LA CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO PARA DIFERENTES RAZONES DE DESCARGA EN EL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO
 Δ almacenamiento histórico

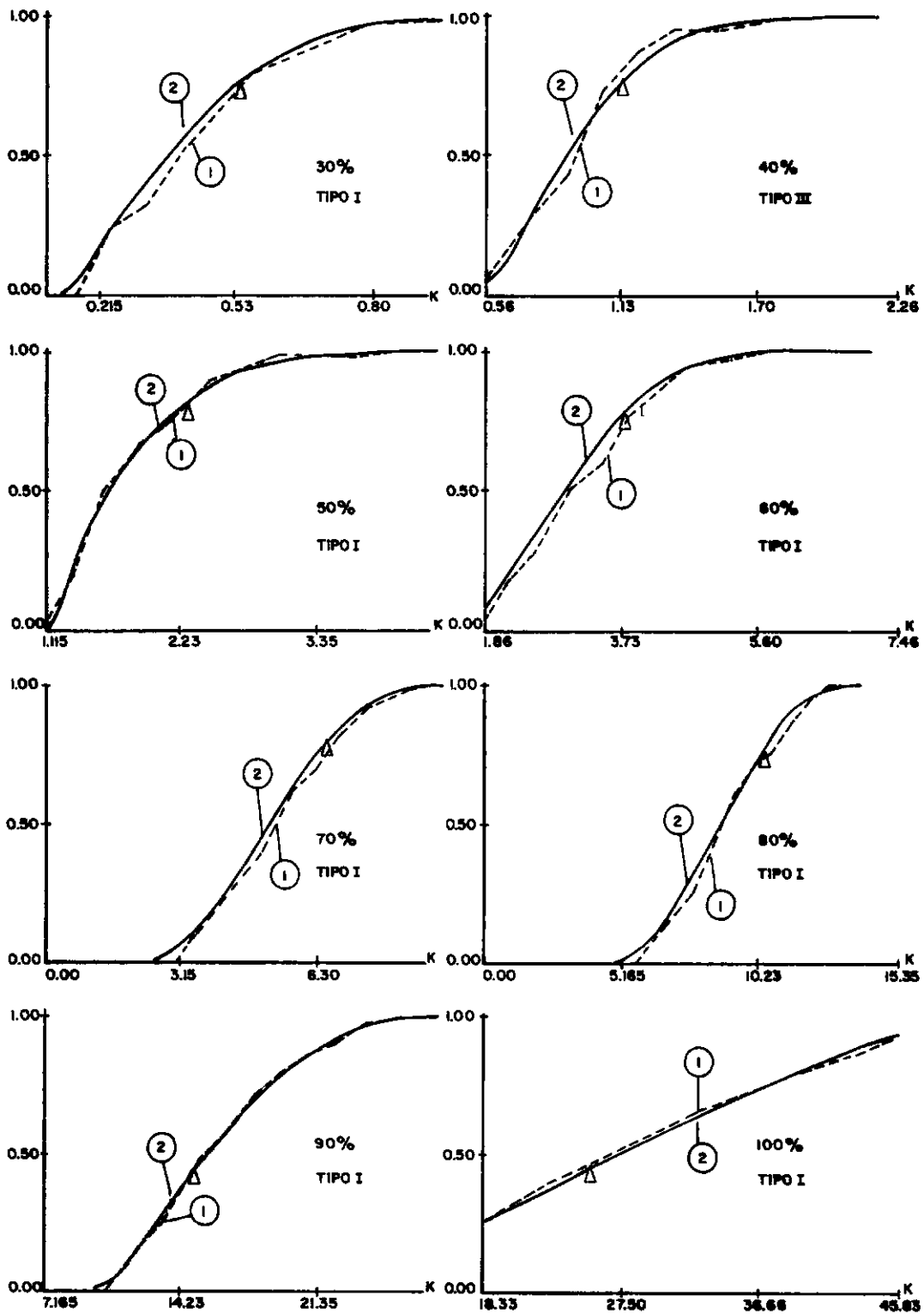


FIG. 32 - FRECUENCIAS RELATIVAS OBSERVADAS (1) Y ESPERADAS (2) (AJUSTE CON LAS CURVAS TEÓRICAS TIPO PEARSON), DE LA CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO PARA DIFERENTES RAZONES DE DESCARGA EN EL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU
 Δ almacenamiento histórico

4.5. RESULTADOS DE LA TÉCNICA DE MORAN

La técnica de Moran³⁰, descrita en la sección 3.4 fue aplicada a las series de escorrentía anual y mensual de los ríos São Francisco e Iguazu en los puestos Três Mariás y Salto Osorio, respectivamente. Los resultados obtenidos de esta técnica, son presentados en esta sección.

Con el fin de aplicar las premisas establecidas por la técnica, fue necesario realizar una transformación de los valores de las series, procediéndose a trabajar con variables adimensionales, expresadas en unidades de las medias anuales. De esta forma, y por conveniencia se dividieron los valores para un decimo de sus medias correspondientes, obteniéndose la media total en cada serie transformada el valor de 10, lo que nos representa a la media original de las series en estudio.

Los parámetros como capacidad del embalse (K) y regla de operación (M), están en función del valor de 10; así, una capacidad de 20 corresponderá a 2 veces la media original y una regla de operación igual a 5, corresponderá a una descarga del 50% de la media original (unidades del decimo de la media).

4.5.1. RESULTADOS PRELIMINARES

Siendo que una de las premisas establecidas en la técnica, es el conocer la distribución de probabilidades de

las entradas, se procedió a investigar el modelo de distribución , tanto para el caso de series anuales, como también las distribuciones para cada mes, conforme se plantea para el caso mensual (sección 3.4.2).

Asumiendo que las series anuales son serialmente independientes, se realizó la evaluación de adherencia a las distribuciones teóricas de la normal, lognormal de tres parámetros y gama de tres parámetros, obteniéndose los resultados que son presentados en las tablas 34 y 35.

DISTRIBUCIONES CON 5 GR.LIB.	PARAMETROS	BONDAD DE AJUSTE				OBSERVACIONES
		χ^2	P(χ^2)	SK	P(SK)	
NORMAL	$\bar{X} = 10.000$ $S = 3.051$	6.400	0.731	0.101	0.195	AJUSTE MUY BUENO
LOGNORMAL DE TRES PARAMETROS	$\bar{X}_n = 3.095$ $S_n = 0.140$ $\beta = -12.290$	8.000	0.844	0.098	0.165	AJUSTE BUENO
GAMA DE TRES PARAMETROS	$\alpha = 52.117$ $\beta = 0.423$ $\gamma = -12.284$	8.400	0.864	0.098	0.166	AJUSTE BUENO

TABLA 34 - PARAMETROS Y BONDAD DE AJUSTE A LAS DISTRIBUCIONES TEORICAS DE LA SERIE ANUAL (EN 1/10 UNIDADES DE LA MEDIA) DEL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO.

DISTRIBUCIONES CON 3GR. LIB.	PARAMETROS	BONDAD DE AJUSTE				OBSERVACIONES
		χ^2	P(χ^2)	SK	P(SK)	
NORMAL	$\bar{X} = 10.000$ $S = 3.390$	7.750	0.948	0.150	0.530	AJUSTE BUENO
LOGNORMAL DE TRES PARAMETROS	$\bar{X}_n = 2.859$ $S_n = 0.190$ $\beta = -7.758$	14.875	0.998	0.113	0.188	NO SE ACEPTA EL AJUSTE
GAMA DE TRES PARAMETROS	$\alpha = 10.805$ $\beta = 1.040$ $\gamma = -1.240$	10.750	0.987	0.109	0.160	NO SE ACEPTA EL AJUSTE

TABLA 35 - PARAMETROS Y BONDAD DE AJUSTE A LAS DISTRIBUCIONES TEORICAS DE LA SERIE ANUAL (EN 1/10 UNIDADES DE LA MEDIA) DEL PUESTO SALTO OSO RIO EN EL RIO IGUAÇU.

Siendo que los mejores ajustes para las dos series anuales, fue la distribución normal, se usó ésta como el modelo de probabilidades de los ingresos a sus respectivos embalses. Em la tabla 36 se presenta los valores de las probabilidades de las entradas, para los puestos seleccionados en los ríos São Francisco e Iguaçú.

PUESTO i	TRES MARIAS	SALTO OSORIO
0	0.0004	0.0010
1	0.0011	0.0024
2	0.0028	0.0052
3	0.0065	0.0103
4	0.0137	0.0189
5	0.0260	0.0317
6	0.0443	0.0489
7	0.0678	0.0691
8	0.0933	0.0895
9	0.1155	0.1064
10	0.1285	0.1160
11	0.1285	0.1160
12	0.1155	0.1064
13	0.0933	0.0895
14	0.0678	0.0691
15	0.0443	0.0489
16	0.0260	0.0317
17	0.0137	0.0189
18	0.0065	0.0103
19	0.0028	0.0052
20	0.0011	0.0024
21	0.0004	0.0010
22	0.0001	0.0004
23	0.0000	0.0001

TABLA 36 - VALORES DE LAS PROBABILIDADES DE LAS ENTRADAS AL EMBALSE ($P(X_i)=i$), DE LA SERIES ANUALES DE LOS RIOS SÃO FRANCISCO E IGUAÇU.

En el estudio de distribución de probabilidades de cada mes, se consideró los valores serialmente independientes y se realizó los "test" de adherencia a distribuciones teóricas de manera similar al caso anual, obteniéndose los modelos de distribución de probabilidades con sus correspondientes parámetros, los cuales son presentados en la tabla 37. En la tabla 38 y 39, se presentan los valores correspondientes a las probabilidades para cada mes de las series de los puestos Tres Mariás y Salto Osorio en los ríos São Francisco e Iguaçú respectivamente, obtenidos del empleo de las distribuciones ajustadas (Tabla 37).

PUESTO MESES	TRES MARIAS						SALTO OSORIO					
	DISTRIB.	PARAMETROS			BOND. DE AJUS.		DISTRIB.	PARAMETROS			BOND. DE AJUS.	
		A	B	C	P(χ^2)	P(SK)		A	B	C	P(χ^2)	P(SK)
ENERO	GAMA 3P.	4.700	4.522	-0.265	0.023	0.000	LOGN. 3P.	1.825	0.611	0.771	0.374	0.063
FEBRERO	NORMAL	21.077	11.069		0.099	0.076	LOGN. 3P.	2.137	0.602	0.188	0.453	0.003
MARZO	NORMAL	17.793	8.471		0.653	0.487	NORMAL	9.795	5.305		0.374	0.398
ABRIL	LOGN. 3P.	2.133	0.513	1.455	0.507	0.011	LOGN. 3P.	1.700	0.558	1.150	0.861	0.016
MAYO	NORMAL	6.671	2.252		0.694	0.181	LOGN. 3P.	1.505	0.989	1.146	0.199	0.000
JUNIO	NORMAL	4.937	1.559		0.653	0.160	LOGN. 3P.	2.201	0.626	-0.491	0.453	0.029
JULIO	NORMAL	3.918	1.135		0.392	0.077	LOGN. 3P.	1.972	0.854	0.596	0.374	0.019
AGOSTO	NORMAL	3.185	0.876		0.269	0.003	LOGN. 3P.	1.763	0.980	0.604	0.031	0.026
SEPTIEMBRE	NORMAL	3.021	0.933		0.653	0.033	LOGN. 3P.	2.235	0.721	-0.332	0.739	0.057
OCTUBRE	LOGN. 3P.	1.461	0.327	-0.263	0.694	0.132	NORMAL	14.012	7.249		0.453	0.043
NOVIEMBRE	LOGN. 3P.	2.211	0.337	-1.987	0.451	0.407	NORMAL	11.134	6.350		0.199	0.065
DICIEMBRE	NORMAL	15.419	7.015		0.794	0.064	NORMAL	7.985	4.095		0.589	0.168

TABLA 37 - MODELOS, PARAMETROS Y BONDAD DE AJUSTE DE LAS DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDADES PARA CADA MES, DE LAS SERIES MENSUALES (EN 1/10 UNIDADES DE LA MEDIA) DE LOS RIOS SÃO FRANCISCO E IGUAÇU. PARA LA DISTRIBUCION NORMAL: $A = \bar{X}$, $B = S$, $C = 0$; LOGNORMAL (3P): $A = \bar{X}_n$, $B = S_n$, $C = \beta$; GAMA (3P): $A = \alpha$, $B = \beta$, $C = \gamma$.

MES	ENERO	FEBR.	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPT.	OCTUB.	NOV.	DIC.
P_i DIS	G3P	NOR	NOR	L3P	NOR	NOR	NOR	NOR	NOR	L3P	L3P	NOR
0	.0000	.0054	.0046	.0000	.0012	.0007	.0003	.0001	.0006	.0000	.0000	.0043
1	.0000	.0064	.0059	.0000	.0043	.0050	.0048	.0062	.0145	.0001	.0004	.0059
2	.0003	.0075	.0054	.0000	.0130	.0240	.0405	.0818	.1218	.0243	.0065	.0080
3	.0013	.0088	.0092	.0035	.0322	.0772	.1638	.3284	.3542	.1730	.0293	.0105
4	.0032	.0102	.0114	.0092	.0658	.1659	.3194	.4075	.3620	.2893	.0683	.0134
5	.0061	.0117	.0138	.0357	.1108	.2422	.3010	.1569	.1300	.2427	.1084	.0170
6	.0099	.0134	.0164	.0683	.1535	.2362	.1370	.0185	.0162	.1440	.1322	.0209
7	.0143	.0151	.0194	.0926	.1752	.1548	.0300	.0006	.0007	.0713	.1358	.0254
8	.0190	.0170	.0225	.1036	.1647	.0681	.0032	.0000	.0000	.0320	.1238	.0301
9	.0239	.0189	.0258	.1035	.1275	.0201	.0002	.0000	.0000	.0136	.1038	.0350
10	.0285	.0209	.0292	.0961	.0813	.0040	.0000	.0000	.0000	.0057	.0818	.0398
11	.0328	.0228	.0325	.0852	.0427	.0005	.0000	.0000	.0000	.0023	.0617	.0445
12	.0365	.0248	.0357	.0731	.0185	.0000	.0000	.0000	.0000	.0010	.0450	.0486
13	.0396	.0267	.0387	.0614	.0066	.0000	.0000	.0000	.0000	.0004	.0320	.0521
14	.0419	.0285	.0414	.0508	.0019	.0000	.0000	.0000	.0000	.0002	.0224	.0547
15	.0436	.0302	.0436	.0417	.0005	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0155	.0563
16	.0445	.0317	.0454	.0339	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0106	.0568
17	.0448	.0331	.0465	.0274	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0072	.0562
18	.0445	.0342	.0470	.0222	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0048	.0544
19	.0437	.0351	.0469	.0179	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0033	.0516
20	.0425	.0357	.0461	.0144	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0022	.0480
21	.0409	.0360	.0447	.0116	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0015	.0437
22	.0390	.0360	.0428	.0094	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0010	.0391
23	.0369	.0357	.0403	.0076	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0007	.0342
24	.0347	.0352	.0375	.0061	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0004	.0293
25	.0324	.0343	.0344	.0050	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0003	.0246
26	.0301	.0333	.0311	.0040	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0002	.0203
27	.0277	.0320	.0278	.0033	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0164
28	.0255	.0305	.0244	.0027	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0129
29	.0233	.0288	.0212	.0022	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0100
30	.0212	.0270	.0181	.0018	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0076

TABLA 38 - VALORES DE LAS PROBABILIDADES $(P(X_i)=i)$, PARA CADA MES DE LA SERIE DEL PUESTO TRES MARIAS (EN 1/10 UNIDADES DE LA MEDIA) EN EL RIO SÃO FRANCISCO

MES	ENERO	FEBR.	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPT.	OCTUB.	NOV.	DIC.
p_i \ DIS	L3P	L3P	NOR	L3P	L3P	L3P	L3P	L3P	L3P	NOR	NOR	NOR
0	.0000	.0000	.0115	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0072	.0118	.0115
1	.0000	.0000	.0163	.0000	.0000	.0020	.0000	.0000	.0034	.0095	.0155	.0184
2	.0040	.0052	.0222	.0000	.0000	.0177	.0275	.0694	.0236	.0121	.0199	.0279
3	.0429	.0283	.0293	.0255	.1384	.0445	.0719	.1098	.0492	.0153	.0249	.0398
4	.0957	.0588	.0372	.0952	.1375	.0677	.0909	.1086	.0669	.0189	.0305	.0535
5	.1228	.0813	.0457	.1431	.1151	.0811	.0924	.0960	.0751	.0228	.0364	.0678
6	.1246	.0919	.0542	.1500	.0927	.0856	.0861	.0819	.0765	.0272	.0424	.0809
7	.1129	.0928	.0620	.1332	.0743	.0837	.0771	.0691	.0736	.0317	.0481	.0910
8	.0962	.0878	.0684	.1087	.0599	.0782	.0676	.0582	.0686	.0363	.0533	.0965
9	.0793	.0796	.0729	.0848	.0486	.0709	.0588	.0492	.0625	.0408	.0576	.0964
10	.0641	.0703	.0750	.0645	.0398	.0630	.0509	.0417	.0562	.0449	.0607	.0908
11	.0513	.0609	.0744	.0484	.0329	.0553	.0440	.0356	.0501	.0486	.0624	.0806
12	.0408	.0522	.0713	.0361	.0274	.0480	.0381	.0305	.0444	.0515	.0627	.0674
13	.0324	.0444	.0660	.0269	.0230	.0415	.0330	.0263	.0392	.0536	.0613	.0531
14	.0257	.0376	.0589	.0201	.0194	.0357	.0287	.0228	.0345	.0548	.0586	.0394
15	.0204	.0317	.0507	.0150	.0165	.0307	.0249	.0198	.0304	.0549	.0546	.0276
16	.0163	.0267	.0422	.0113	.0142	.0263	.0218	.0173	.0268	.0540	.0496	.0182
17	.0130	.0225	.0339	.0085	.0122	.0226	.0191	.0152	.0236	.0521	.0439	.0113
18	.0104	.0190	.0262	.0064	.0106	.0193	.0167	.0134	.0208	.0493	.0380	.0066
19	.0084	.0160	.0196	.0049	.0092	.0166	.0147	.0118	.0183	.0458	.0321	.0037
20	.0068	.0135	.0142	.0037	.0080	.0143	.0130	.0105	.0162	.0417	.0264	.0019
21	.0055	.0114	.0099	.0029	.0070	.0123	.0115	.0093	.0143	.0373	.0212	.0009
22	.0045	.0096	.0066	.0022	.0062	.0106	.0102	.0083	.0127	.0328	.0166	.0004
23	.0037	.0082	.0043	.0017	.0055	.0091	.0091	.0075	.0112	.0282	.0127	.0002
24	.0030	.0069	.0027	.0013	.0049	.0079	.0081	.0067	.0100	.0238	.0095	.0001
25	.0025	.0059	.0016	.0010	.0043	.0068	.0073	.0060	.0089	.0197	.0069	.0000
26	.0020	.0050	.0010	.0008	.0039	.0059	.0065	.0055	.0079	.0161	.0049	.0000
27	.0017	.0043	.0005	.0007	.0035	.0051	.0058	.0049	.0071	.0128	.0034	.0000
28	.0014	.0037	.0003	.0005	.0031	.0044	.0053	.0045	.0063	.0100	.0023	.0000
29	.0012	.0032	.0002	.0004	.0028	.0039	.0047	.0041	.0057	.0077	.0015	.0000
30	.0010	.0027	.0001	.0003	.0025	.0034	.0043	.0037	.0051	.0058	.0010	.0000

TABLA 39 - VALORES DE LAS PROBABILIDADES $(P(X_i)=i)$, PARA CADA MES DE LA SERIE DEL PUESTO SALTO OSORIO (EN 1/10 UNIDADES DE LA MEDIA) EN EL RIO IGUAÇU

4.5.2. RESULTADOS PARA EL CASO DE ALMACENAMIENTO ANUAL.

Los resultados preliminares presentados en la sección anterior, para el caso de series anuales, sirvieron de datos de entrada para la aplicación de la técnica descrita en la sección 3.4.1. y cuyos resultados son presentados a continuación.

Las reglas de operación utilizadas en la presente aplicación, son semejantes a las empleadas en los casos de resultados obtenidos en las secciones 4.3 y 4.4; es decir, fueron utilizadas como reglas de operación, descargas equivalente al porcentaje de las medias anuales. En este caso esas descargas están representadas por números enteros que van de 3 a 10, correspondiendo a valores de 30 a 100% respectivamente.

De acuerdo con la técnica descrita, se trabajó con el producto de matrices triangulares. Así por ejemplo, para el caso de un embalse de capacidad 12 (corresponde a 1.2 veces la media anual) y una regla de operación del 60% ($M=6$), la matriz triangular superior (A) de la expresión (3.93), que es la misma para los dos casos en estudio es mostrada en la tabla 40 y las matrices triangulares inferiores (B), de la expresión (3.94), son presentados en las tablas 41 y 42, para los puestos Trés Mariñas y Salto Osorio en sus ríos correspondientes.

1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLA 40 - MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR (A), PARA UNA CAPACIDAD (K) DE 12 (1,2 VECES LA MEDIA) Y UNA REGLA DE OPERACION (M) DE 6 (60% DE LA MEDIA), PARA LOS CASOS DE LOS RIOS SÃO FRANCISCO E IGUAÇU

.37E-03
.11E-02 .37E-03
.28E-02 .11E-02 .37E-03
.65E-02 .28E-02 .11E-02 .37E-03
.14E-01 .65E-02 .28E-02 .11E-02 .37E-03
.26E-01 .14E-01 .65E-02 .28E-02 .11E-02 .37E-03
.44E-01 .26E-01 .14E-01 .65E-02 .28E-02 .11E-02 .37E-03
.68E-01 .44E-01 .26E-01 .14E-01 .65E-02 .28E-02 .11E-02 .37E-03
.93E-01 .68E-01 .44E-01 .26E-01 .14E-01 .65E-02 .28E-02 .11E-02 .37E-03
.12E+00 .93E-01 .68E-01 .44E-01 .26E-01 .14E-01 .65E-02 .28E-02 .11E-02 .37E-03
.13E+00 .12E+00 .93E-01 .68E-01 .44E-01 .26E-01 .14E-01 .65E-02 .28E-02 .11E-02 .37E-03
.13E+00 .13E+00 .12E+00 .93E-01 .68E-01 .44E-01 .26E-01 .14E-01 .65E-02 .28E-02 .11E-02 .37E-03
.37E+00 .50E+00 .63E+00 .74E+00 .84E+00 .91E+00 .95E+00 .98E+00 .99E+00 .10E+01 .10E+01 .10E+01 .10E+01

TABLA 41 - MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR (B), PARA UNA CAPACIDAD (K) DE 12 (1.2 VECES LA MEDIA), PARA EL PUES TO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO.

.10E-02
.24E-02 .10E-02
.52E-02 .24E-02 .10E-02
.10E-01 .52E-02 .24E-02 .10E-02
.19E-01 .10E-01 .52E-02 .24E-02 .10E-02
.32E-01 .19E-01 .10E-01 .52E-02 .24E-02 .10E-02
.49E-01 .32E-01 .19E-01 .10E-01 .52E-02 .24E-02 .10E-02
.69E-01 .49E-01 .32E-01 .19E-01 .10E-01 .52E-02 .24E-02 .10E-02
.90E-01 .69E-01 .49E-01 .32E-01 .19E-01 .10E-01 .52E-02 .24E-02 .10E-02
.11E+00 .90E-01 .69E-01 .49E-01 .32E-01 .19E-01 .10E-01 .52E-02 .24E-03 .10E-02
.12E+00 .11E+00 .90E-01 .69E-01 .49E-01 .32E-01 .19E-01 .10E-01 .52E-02 .24E-02 .10E-02
.12E+00 .12E+00 .11E+00 .90E-01 .69E-01 .49E-01 .32E-01 .19E-01 .10E-01 .52E-02 .24E-02 .10E-02
.38E+00 .50E+00 .62E+00 .72E+00 .81E+00 .88E+00 .93E+00 .96E+00 .98E+00 .10E+01 .10E+01 .10E+01 .10E+01

TABLA 42 - MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR (B), PARA UNA CAPACIDAD (K) DE 12 (1.2 VECES LA MEDIA), PARA EL PUES TO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU.

El producto de las matrices triangulares A y B, da como resultado una matriz al cual el autor³⁰ la denominó de "Matriz de transición de probabilidades" (T), que en otras palabras es la matriz de los coeficientes del sistema de la expresión (3.87). En las tablas 43 y 44, se exponen las matrices obtenidas para los casos en estudio.

Para resolver la ecuación matricial de la expresión (3.91) de tal forma que converja a la solución requerida, se elevó la matriz T al cuadrado por 4 veces consecutivas, obteniéndose un poder de 16, que se estimó suficiente (T^{16}); estas matrices son mostradas en las tablas 45 y 46. Aplicando la condición de la expresión (3.90), lo que significa substituir la línea M+1, de la matriz T, por los coeficientes de $\sum P_i=1$ y resolviendo de la forma de la expresión (3.92), se obtuvo la distribución de probabilidades de la cantidad de agua Z_i , en el embalse. Las tablas 47 y 48, presentan los valores de las probabilidades ($P(Z_i)=i$), para diferentes capacidades y una regla de operación del 60% de las medias anuales de los casos en estudio.

Para las reglas de operación de 3 a 10 (30 a 100% de la media anual), se procedió de la misma forma como en el caso de M=6 (60% de la media anual), descrita anteriormente. Así, se obtuvo la distribución de probabilidades de Z_i para una gama de capacidades de los embalses y con diferentes reglas de operación.

.95E-01	.50E-01	.24E-01	.11E-01	.42E-01	.14E-01	.37E-02	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.68E-01	.44E-01	.26E-01	.14E-01	.65E-02	.28E-02	.11E-02	.37E-03	.0	.0	.0	.0	.0
.93E-01	.68E-01	.44E-01	.26E-01	.14E-01	.65E-02	.28E-02	.11E-02	.37E-03	.0	.0	.0	.0
.12E+00	.93E-01	.68E-01	.44E-01	.26E-01	.14E-01	.65E-02	.28E-02	.11E-02	.37E-03	.0	.0	.0
.13E+00	.12E+00	.93E-01	.68E-01	.44E-01	.26E-01	.14E-01	.65E-02	.28E-02	.11E-02	.37E-03	.0	.0
.13E+00	.13E+00	.12E+00	.93E-01	.68E-01	.44E-01	.26E-01	.14E-01	.65E-01	.28E-02	.11E-02	.37E-03	.0
.37E+00	.50E+00	.63E+00	.74E+00	.84E+00	.91E+00	.95E+00	.98E+00	.99E+00	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0

TABLA 43 - MATRIZ DE TRANSICION DE PROBABILIDADES (T=A*B), PARA UNA CAPACIDAD (K) DE 12 (1.2 VECES LA MEDIA) Y UNA REGLA DE OPERACION (M) DE 6 (60% DE LA MEDIA), PARA EL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO.

.12E+00	.70E-01	.38E-01	.19E-01	.85E-02	.34E-02	.10E-02	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.69E-01	.49E-01	.32E-01	.19E-01	.10E-01	.52E-02	.24E-02	.10E-02	.0	.0	.0	.0	.0
.90E-01	.69E-01	.49E-01	.32E-01	.19E-01	.10E-01	.52E-02	.24E-02	.10E-02	.0	.0	.0	.0
.11E+00	.90E-01	.69E-01	.49E-01	.32E-01	.19E-01	.10E-01	.52E-02	.24E-02	.10E-02	.0	.0	.0
.12E+00	.11E+00	.90E-01	.69E-01	.49E-01	.32E-01	.19E-01	.10E-01	.52E-02	.24E-02	.10E-02	.0	.0
.12E+00	.12E+00	.11E+00	.90E-01	.69E-01	.49E-01	.32E-01	.19E-01	.10E-01	.52E-02	.24E-02	.10E-02	.0
.38E+00	.50E+00	.62E+00	.72E+00	.81E+00	.88E+00	.93E+00	.96E+00	.98E+00	.99E+00	.10E+01	.10E+01	.10E+01
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0

TABLA 44 - MATRIZ DE TRANSICION DE PROBABILIDADES (T=A*B), PARA UNA CAPACIDAD (K) DE 12 (1.2 VECES LA MEDIA) Y UNA REGLA DE OPERACION (M) DE 6 (60% DE LA MEDIA), PARA EL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU.

.77E-03	.77E-03	.77E-03	.77E-03	.77E-03	.77E-03	.77E-03	.77E-03	.77E-03	.77E-03	.77E-03	.77E-03	.77E-03	.77E-03
.15E-02	.15E-02	.15E-02	.15E-02	.15E-02	.15E-02	.15E-02	.15E-02	.15E-02	.15E-02	.15E-02	.15E-02	.15E-02	.15E-02
.35E-02	.35E-02	.35E-02	.35E-02	.35E-02	.35E-02	.35E-02	.35E-02	.35E-02	.35E-02	.35E-02	.35E-02	.35E-02	.35E-02
.77E-02	.77E-02	.77E-02	.77E-02	.77E-02	.77E-02	.77E-02	.77E-02	.77E-02	.77E-02	.77E-02	.77E-02	.77E-02	.77E-02
.15E-01	.15E-01	.15E-01	.15E-01	.15E-01	.15E-01	.15E-01	.15E-01	.15E-01	.15E-01	.15E-01	.15E-01	.15E-01	.15E-01
.28E-01	.28E-01	.28E-01	.28E-01	.28E-01	.28E-01	.28E-01	.28E-01	.28E-01	.28E-01	.28E-01	.28E-01	.28E-01	.28E-01
.94E+00	.94E+00	.94E+00	.94E+00	.94E+00	.94E+00	.94E+00	.94E+00	.94E+00	.94E+00	.94E+00	.94E+00	.94E+00	.94E+00
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0

TABLA 45 - MATRIZ DE TRANSICION DE PROBABILIDADES ELEVADO AL PODER 16 (T^{16}), PARA UNA CAPACIDAD (K) DE 12 (1.2 VECES LA MEDIA) Y UNA REGLA DE OPERACION (M) DE 6 (60% DE LA MEDIA), PARA EL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO.

.22E-02	.22E-02	.22E-02	.22E-02	.22E-02	.22E-02	.22E-02	.22E-02	.22E-02	.22E-02	.22E-02	.22E-02	.22E-02	.22E-02
.33E-02	.33E-02	.33E-02	.33E-02	.33E-02	.33E-02	.33E-02	.33E-02	.33E-02	.33E-02	.33E-02	.33E-02	.33E-02	.33E-02
.66E-02	.66E-02	.66E-02	.66E-02	.66E-02	.66E-02	.66E-02	.66E-02	.66E-02	.66E-02	.66E-02	.66E-02	.66E-02	.66E-02
.12E-01	.12E-01	.12E-01	.12E-01	.12E-01	.12E-01	.12E-01	.12E-01	.12E-01	.12E-01	.12E-01	.12E-01	.12E-01	.12E-01
.21E-01	.21E-01	.21E-01	.21E-01	.21E-01	.21E-01	.21E-01	.21E-01	.21E-01	.21E-01	.21E-01	.21E-01	.21E-01	.21E-01
.35E-01	.35E-01	.35E-01	.35E-01	.35E-01	.35E-01	.35E-01	.35E-01	.35E-01	.35E-01	.35E-01	.35E-01	.35E-01	.35E-01
.91E+00	.91E+00	.91E+00	.91E+00	.91E+00	.91E+00	.91E+00	.91E+00	.91E+00	.91E+00	.91E+00	.91E+00	.91E+00	.91E+00
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0

TABLA 46 - MATRIZ DE TRANSICION DE PROBABILIDADES ELEVADO AL PODER 16 (T^{16}), PARA UNA CAPACIDAD (K) DE 12 (1.2 VECES LA MEDIA) Y UNA REGLA DE OPERACION (M) DE 6 (60% DE LA MEDIA), PARA EL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU.

i \ K	12	14	16	18	20	40	42	70
0	.0008	.0001						
1	.0015	.0001						
2	.0035	.0006						
3	.0077	.0015	.0001					
4	.0155	.0036	.0006					
5	.0282	.0078	.0015	.0001				
6	.9427	.0155	.0036	.0006				
7		.0282	.0078	.0015	.0001			
8		.9426	.0155	.0036	.0006			
9			.0282	.0078	.0015			
10			.9426	.0155	.0036			
11				.0282	.0078			
12				.9426	.0155			
13					.0282			
14					.9426			
.								
.								
25						.0001		
26						.0006		
27						.0015	.0001	
28						.0036	.0006	
29						.0078	.0015	
30						.0155	.0036	
31						.0282	.0078	
32						.9426	.0155	
33							.0282	
34							.9426	
.								
.								
56								.0001
57								.0006
58								.0015

TABLA 47 - VALORES DE LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES DE LA CANTIDAD DE AGUA EN EL EMBALSE $(P(Z_i) = i)$, CON DIFERENTES CAPACIDADES Y UNA REGLA DE OPERACION DEL 60% DE LA ME DIA ANUAL DEL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO.

$i \backslash K$	12	14	16	18	20		40	42		70
0	.0022	.0003	.0001							
1	.0033	.0004	.0001							
2	.0067	.0016	.0002							
3	.0124	.0034	.0004	.0001						
4	.0216	.0067	.0016	.0002						
5	.0348	.0124	.0034	.0004	.0001					
6	.9189	.0216	.0067	.0016	.0002					
7		.0348	.0125	.0034	.0004					
8		.9188	.0216	.0067	.0016					
9			.0348	.0125	.0034					
10			.9187	.0216	.0067					
11				.0348	.0125					
12				.9187	.0216					
13					.0348					
14					.9187					
.						.				
.						.				
.						.				
25							.0001			
26							.0002			
27							.0004	.0001		
28							.0016	.0002		
29							.0034	.0004		
30							.0067	.0016		
31							.0125	.0034		
32							.0216	.0067		
33							.0348	.0125		
34							.9186	.0216		
35								.0348		
36								.9187		
.									.	
.									.	
.									.	
55										.0001
56										.0002
57										.0004

TABLA 48 - VALORES DE LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES DE LA CANTIDAD DE AGUA EN EL EMBALSE $(P(Z_i) = i)$, CON DIFERENTES CAPACIDADES Y UNA REGLA DE OPERACION DEL 60% DE LA ME DIA ANUAL DEL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU.

Con las distribuciones de Z_i , se obtuvo las distribuciones de probabilidades del contenido del embalse ($U_i = X_i + Z_i$), utilizando para este efecto, la expresión (3.96). Los resultados obtenidos para una capacidad (K), de 12 y una regla de operación (M) de 6, son presentados en la tabla 49 para los puestos Três Mariás y Salto Osorio en los ríos São Francisco e Iguaçu respectivamente.

Otros resultados, son expuestos en las figuras 33 y 34, para diferentes reglas de operación y una gama de valores de capacidades.

Cuando se desea obtener la capacidad del almacenamiento de un embalse, se obtiene la distribución de las salidas (Y_t) de la presa, conforme la expresión (3.97). De acuerdo a una cierta probabilidad de suceso, se realiza un gráfico, plotando la capacidad versus la descarga obtenida para el nivel de suceso impuesto; de esta forma se obtiene la curva de dimensionamiento hidrológico de las capacidades del embalse. Un estudio de aplicación a este respecto fue presentado por Papp³³, en el cual se encuentra más detallado el proceso de dimensionamiento.

PUESTO i	TRES MARIAS		SALTO OSORIO	
	$P(U_i)=i$	$P(U_i)\leq i$	$P(U_i)=i$	$P(U_i)\leq i$
0	.0000	.0000	.0000	.0000
1	.0000	.0000	.0000	.0000
2	.0000	.0000	.0000	.0000
3	.0000	.0000	.0001	.0001
4	.0000	.0001	.0002	.0003
5	.0001	.0002	.0004	.0006
6	.0006	.0008	.0016	.0022
7	.0015	.0023	.0033	.0055
8	.0035	.0058	.0067	.0122
9	.0077	.0136	.0124	.0246
10	.0155	.0291	.0216	.0462
11	.0282	.0573	.0348	.0811
12	.0467	.1040	.0520	.1331
13	.0700	.1741	.0717	.2047
14	.0948	.2689	.0911	.2958
15	.1158	.3848	.1066	.4024
16	.1276	.5123	.1148	.5171
17	.1265	.6389	.1136	.6307
18	.1130	.7519	.1033	.7340
19	.0908	.8427	.0863	.8203
20	.0657	.9085	.0662	.8865
21	.0428	.9512	.0466	.9331
22	.0250	.9763	.0301	.9632
23	.0132	.9894	.0179	.9811
24	.0062	.9957	.0097	.9908
25	.0027	.9983	.0049	.9957
26	.0010	.9993	.0022	.9979
27	.0004	.9997	.0008	.9989
28	.0001	.9998	.0004	.9992
29	.0000	.9998	.0001	.9994
30	.0000	.9998	.0000	.9994

TABLA 49 - DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES DEL CONTENIDO DE LOS EMBALSES ($P(U_i)=i$, $P(U_i)\leq i$; $U_i = X_i+Z_i$) DE CAPACIDAD (K) 12 (1.2 VECES LA MEDIA) Y UNA REGLA DE OPERACION (M) DE 6 (60% DE LA MEDIA) DE LOS RIOS SÃO FRANCISCO E IGUAÇU.

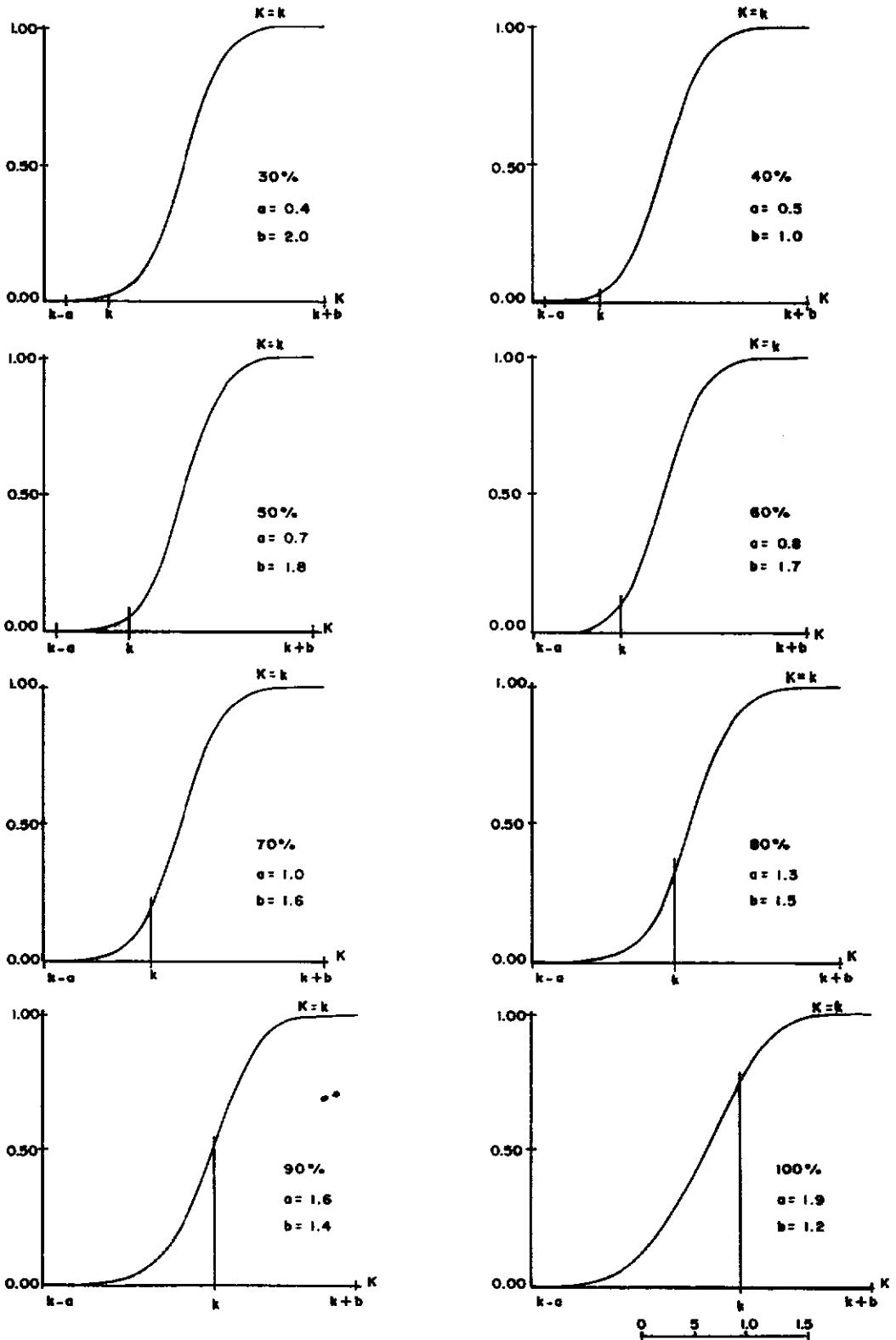


FIG. - 33 - DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES DEL CONTENIDO DEL EMBALSE ($P(U_i) < 1$, $U_i = X_i + Z_i$). PARA DIFERENTES REGLAS DE OPERACION Y DIVERSAS CAPACIDADES K , PARA EL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO

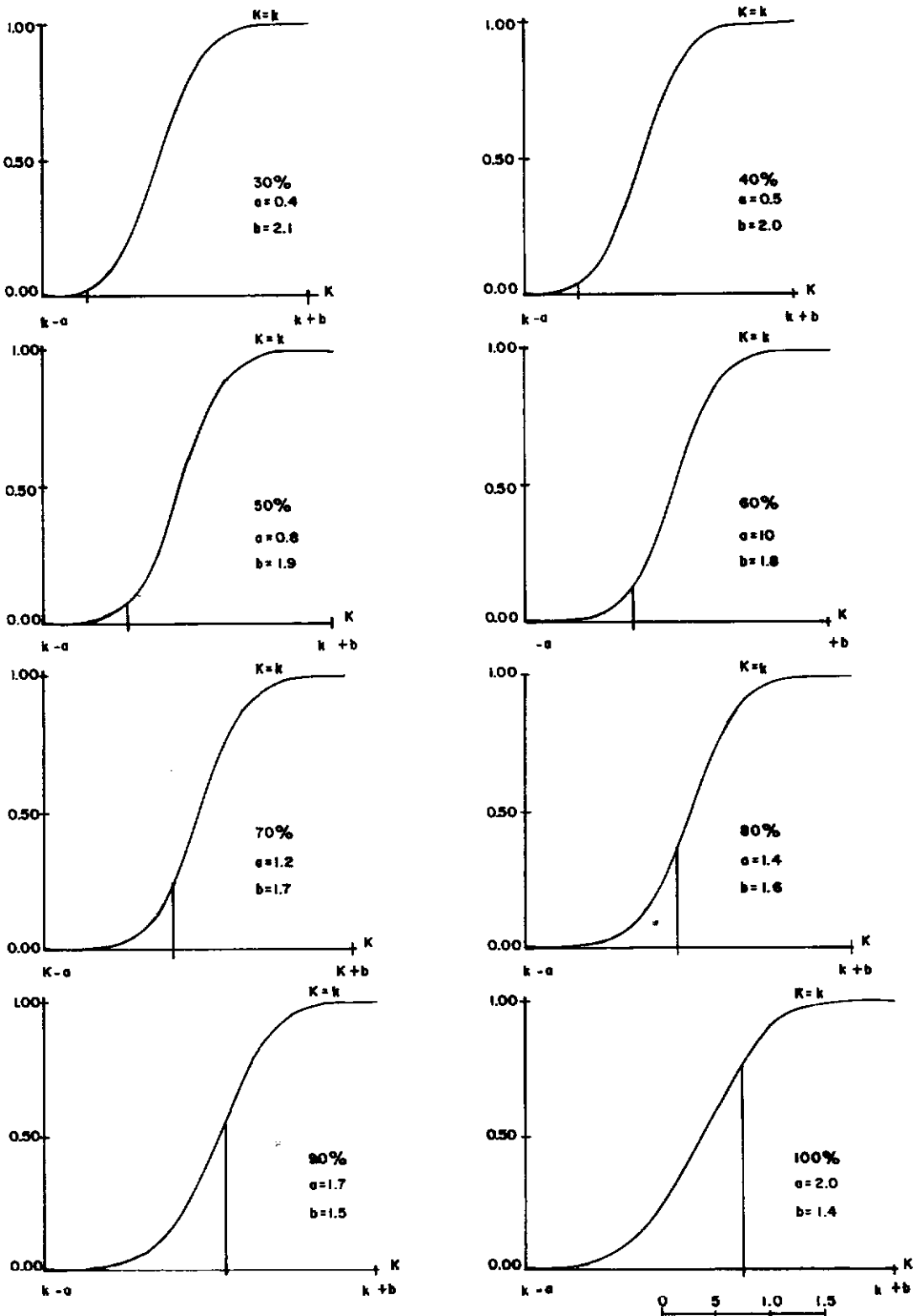


FIG. 34 - DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES DEL CONTENIDO DEL EMBALSE ($P(U_i) \leq i$), $U_i = X_i + Z_i$), PARA DIFERENTES REGLAS DE OPERACION Y DIVERSAS CAPACIDADES K , PARA EL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU

4.5.3. RESULTADOS PARA EL CASO DE ALMACENAMIENTO MENSUAL

La técnica expuesta en la sección 3.4.2, fue aplicada a los casos en estudio, con el fin de obtener las distribuciones de probabilidades del contenido del embalse para cada mes en particular.

Siendo que los datos de entrada necesarios para la aplicación de la técnica, son los valores obtenidos de la función de distribución de probabilidades de los ingresos al sistema y la regla de operación para cada mes, supondremos para efectos de aplicación, que todos los meses el embalse trabaja con la misma regla de operación.

La matriz A de la expresión (3.93), depende únicamente de la regla de operación, esto es, que para una cierta capacidad y una determinada regla de operación, ésta será la misma para todos los meses e igual que en el caso anual. La matriz B de la expresión (3.94), es formada para cada mes, utilizando las correspondientes funciones de distribución de probabilidades, las cuales para los presentes casos de aplicación están expuestas en las tablas 38 y 39. Procediendo de forma similar al caso de almacenamiento anual (sección 4.5.2), se obtiene la matriz de transición de probabilidades para cada mes. Con estas matrices, se continua el proceso de cálculo de acuerdo a la expresión (3.105), en la cual se obtiene la matriz ${}^{(n)}T$ para cada mes ($n=1,2,\dots,12$).

Así por ejemplo, para una capacidad (K) de 12 unidades del decimo de la media y una regla de operación (M) de 6 (60% de la media) y considerando el mes de Enero, se obtuvo la matriz ${}^{(1)}T$ (${}^{(1)}T = T_{12}T_{11} \dots T_1$), de la expresión (3.105), las mismas que son presentadas en las tablas 50 y 51 para los dos casos de estudio.

Resolviendo el sistema matricial de la expresión (3.100), para cada uno de los meses, al igual que se efectuó para el caso anual, se obtuvo la distribución de probabilidades de la cantidad de agua (Z_i) en el embalse; estos resultados son presentados en las tablas 52 y 53 para todos los meses.

Una vez obtenida la distribución de probabilidades de la cantidad de agua Z_i , para cada mes, procedemos como en el caso de almacenamiento anual, y aplicando la expresión (3.96) para cada mes en particular, se obtiene la distribución de probabilidades del contenido del embalse, es decir $P(U_i)=i$, siendo $U_i = X_i + Z_i$.

Así, en el caso del ejemplo que se está presentando, se tiene que para el mes de Enero, los valores de la distribución de probabilidades de contenido del embalse son los mostrados en la tabla 54 para los dos casos de estudio.

.41E-01	.41E-01	.41E-01	.41E-01	.41E-01	.41E-01	.41E-01	.41E-01	.41E-01	.41E-01	.41E-01	.41E-01	.41E-01	.42E-01
.16E-01	.16E-01	.16E-01	.16E-01	.16E-01	.16E-01	.16E-01	.16E-01	.16E-01	.16E-01	.16E-01	.16E-01	.16E-01	.16E-01
.19E-01	.19E-01	.19E-01	.19E-01	.19E-01	.19E-01	.19E-01	.19E-01	.19E-01	.19E-01	.19E-01	.19E-01	.19E-01	.19E-01
.23E-01	.23E-01	.23E-01	.23E-01	.23E-01	.23E-01	.23E-01	.23E-01	.23E-01	.23E-01	.23E-01	.23E-01	.23E-01	.23E-01
.27E-01	.27E-01	.27E-01	.27E-01	.27E-01	.27E-01	.27E-01	.27E-01	.27E-01	.27E-01	.27E-01	.27E-01	.27E-01	.27E-01
.31E-01	.31E-01	.31E-01	.31E-01	.31E-01	.31E-01	.31E-01	.31E-01	.31E-01	.31E-01	.31E-01	.31E-01	.31E-01	.31E-01
.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0

TABLA 50 - MATRIZ $T^{(1)}$ ($T^{(1)} = T_{12} \cdot T_{11} \dots T_2 \cdot T_1$) CORRESPONDIENTE AL MES DE ENERO, PARA UNA CAPACIDAD (K) DE 12 (1.2 VECES LA MEDIA) Y UNA REGLA DE OPERACION (M) DE 6 (60% DE LA MEDIA), PARA EL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO.

.25E-01	.25E-01	.25E-01	.25E-01	.25E-01	.25E-01	.25E-01	.25E-01	.25E-01	.25E-01	.25E-01	.25E-01	.25E-01	.25E-01
.20E-01	.20E-01	.20E-01	.20E-01	.20E-01	.20E-01	.20E-01	.20E-01	.20E-10	.20E-01	.20E-01	.20E-01	.20E-01	.20E-01
.29E-01	.29E-01	.29E-01	.29E-01	.29E-01	.29E-01	.29E-01	.29E-01	.29E-01	.29E-01	.29E-01	.29E-01	.29E-01	.29E-01
.38E-01	.38E-01	.38E-01	.38E-01	.38E-01	.38E-01	.38E-01	.38E-01	.38E-01	.38E-01	.38E-01	.38E-01	.38E-01	.38E-01
.49E-01	.49E-01	.49E-01	.49E-01	.49E-01	.49E-01	.49E-01	.49E-01	.49E-01	.49E-01	.49E-01	.49E-01	.49E-01	.49E-01
.60E-01	.60E-01	.60E-01	.60E-01	.60E-01	.60E-01	.60E-01	.60E-01	.60E-01	.60E-01	.60E-01	.60E-01	.60E-01	.60E-01
.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01	.10E+01
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0

TABLA 51 - MATRIZ $T^{(1)}$ ($T^{(1)} = T_{12} \cdot T_{11} \dots T_2 \cdot T_1$) CORRESPONDIENTE AL MES DE ENERO, PARA UNA CAPACIDAD (K) DE 12 (1.2 VECES LA MEDIA) Y UNA REGLA DE OPERACION (M) DE 6 (60% DE LA MEDIA), PARA EL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU.

MES i	ENERO	FEBR.	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPT.	OCTUB.	NOV.	DIC.
0	.0414	.0012	.0056	.0056	.0010	.0025	.0153	.0878	.3871	.7800	.7718	.2900
1	.0157	.0010	.0062	.0059	.0013	.0055	.0218	.0868	.1830	.0905	.0842	.1222
2	.0192	.0017	.0073	.0074	.0021	.0144	.0484	.1391	.1719	.0439	.0424	.1155
3	.0230	.0031	.0086	.0091	.0034	.0332	.0985	.1929	.1196	.0150	.0198	.1002
4	.0270	.0053	.0099	.0112	.0121	.0648	.1652	.2085	.0561	.0034	.0087	.0816
5	.0312	.0082	.0114	.0135	.0361	.1058	.2089	.1468	.0141	.0005	.0037	.0633
6	.8425	.9794	.9510	.9474	.9440	.7737	.4419	.1382	.0682	.0668	.0694	.2273
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000

TABLA 52 - PROBABILIDADES DE LA CANTIDAD DE AGUA EN EL EMBALSE ($P(Z_i) = i$), DE CAPACIDAD (K) 12 (1.2 VECES LA MEDIA) Y UNA REGLA DE OPERACION (M) DE 6 (60% DE LA MEDIA), PARA EL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO.

MES i	ENERO	FEBR.	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPT.	OCTUB.	NOV.	DIC.
0	.0246	.0211	.0124	.0220	.0171	.0242	.0265	.0297	.0490	.0393	.0180	.0179
1	.0204	.0149	.0109	.0173	.0124	.0222	.0219	.0182	.0275	.0238	.0108	.0149
2	.0286	.0226	.0197	.0227	.0167	.0368	.0351	.0376	.0661	.0367	.0133	.0188
3	.0384	.0496	.0373	.0288	.0370	.1133	.0504	.0633	.0852	.0497	.0163	.0231
4	.0491	.0817	.0565	.0354	.0832	.1069	.0614	.0726	.0809	.0573	.0195	.0278
5	.0597	.0959	.0690	.0422	.1124	.0886	.0662	.0714	.0708	.0596	.0229	.0326
6	.7792	.7142	.7943	.8317	.7212	.6081	.7386	.7072	.6205	.7336	.8992	.8650
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
8	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000

TABLA 53 - PROBABILIDADES DE LA CANTIDAD DE AGUA EN EL EMBALSE ($P(Z_i) = i$), DE CAPACIDAD (K) 12 (1.2 VECES LA MEDIA) Y UNA REGLA DE OPERACION (M) DE 6 (60% DE LA MEDIA), PARA EL PUESTO SALTO OSCRIO EN EL RIO IGUAÇU.

i	TRES MARIAS		SALTO OSORIO	
	$P(U_i)=i$	$P(U_i)\leq i$	$P(U_i)=i$	$P(U_i)\leq i$
0	.0000	.0000	.0000	.0000
1	.0000	.0000	.0000	.0000
2	.0000	.0000	.0000	.0000
3	.0000	.0000	.0001	.0001
4	.0001	.0001	.0011	.0012
5	.0002	.0002	.0033	.0046
6	.0003	.0006	.0063	.0109
7	.0006	.0012	.0101	.0211
8	.0010	.0022	.0148	.0359
9	.0017	.0039	.0233	.0593
10	.0031	.0071	.0571	.1163
11	.0054	.0125	.0983	.2146
12	.0085	.0210	.1172	.3318
13	.0124	.0334	.1155	.4473
14	.0168	.0502	.1032	.5505
15	.0214	.0715	.0873	.6378
16	.0259	.0975	.0717	.7094
17	.0303	.1277	.0578	.7672
18	.0342	.1619	.0462	.8134
19	.0375	.1995	.0368	.8502
20	.0402	.2397	.0292	.8794
21	.0422	.2819	.0232	.9026
22	.0435	.3255	.0185	.9210
23	.0442	.3697	.0147	.9358
24	.0442	.4139	.0118	.9476
25	.0437	.4576	.0095	.9570
26	.0427	.5004	.0076	.9646
27	.0414	.5417	.0062	.9708
28	.0397	.5814	.0050	.9758
29	.0377	.6192	.0041	.9799
30	.0356	.6548	.0033	.9832
31	.0334	.6882	.0027	.9860
32	.0311	.7193	.0023	.9882
33	.0288	.7482	.0019	.9901
34	.0266	.7747	.0015	.9916
35	.0243	.7991	.0013	.9929
36	.0222	.8213	.0011	.9940
37	.0202	.8415	.0009	.9949
38	.0183	.8597	.0008	.9956
39	.0165	.8762	.0006	.9962
40	.0148	.8909	.0005	.9968
41	.0132	.9042	.0005	.9972
42	.0118	.9160	.0004	.9976
43	.0105	.9265	.0003	.9979
44	.0093	.9358	.0003	.9982

TABLA 54 - DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES DEL CONTENIDO DE LOS EMBALSES ($P(U_i)=i$, $U_i=X_i+Z_i$) DE CAPACIDAD (K) 12 (1.2 VECES LA MEDIA) Y UNA REGLA DE OPERACION (M) DE 6 (60% DE LA MEDIA) DE LOS RIOS SÃO FRANCISCO E IGUAÇU, EN EL MES DE ENERO.

Para los otros meses, la distribución de probabilidades del contenido del embalse, de capacidad (K) 12 (1.2 veces la media) y con una regla de operación (M) de 6 (60% de la media), son mostradas en las figuras 35 y 36.

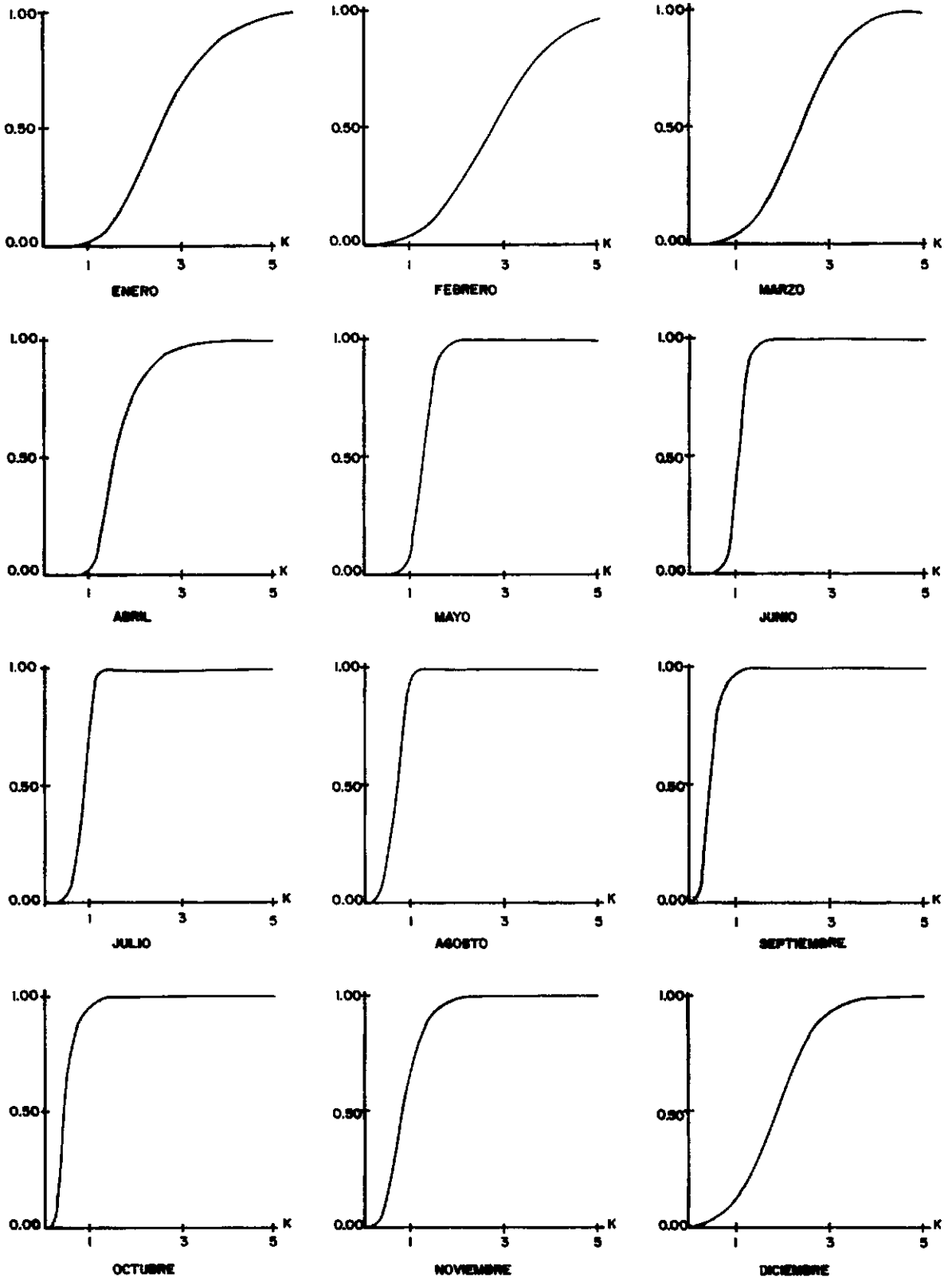


FIG. 35 - DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES PARA CADA MES DEL CONTENIDO DEL EMBALSE ($P(U_i) \leq 1$, $U_i = X_i + Z_i$) PARA UNA REGLA DE OPERACION DE 60% DE LA MEDIA ($M=6$) Y UNA CAPACIDAD DE 1.2 VECES LA MEDIA ($K=12$), PARA EL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO

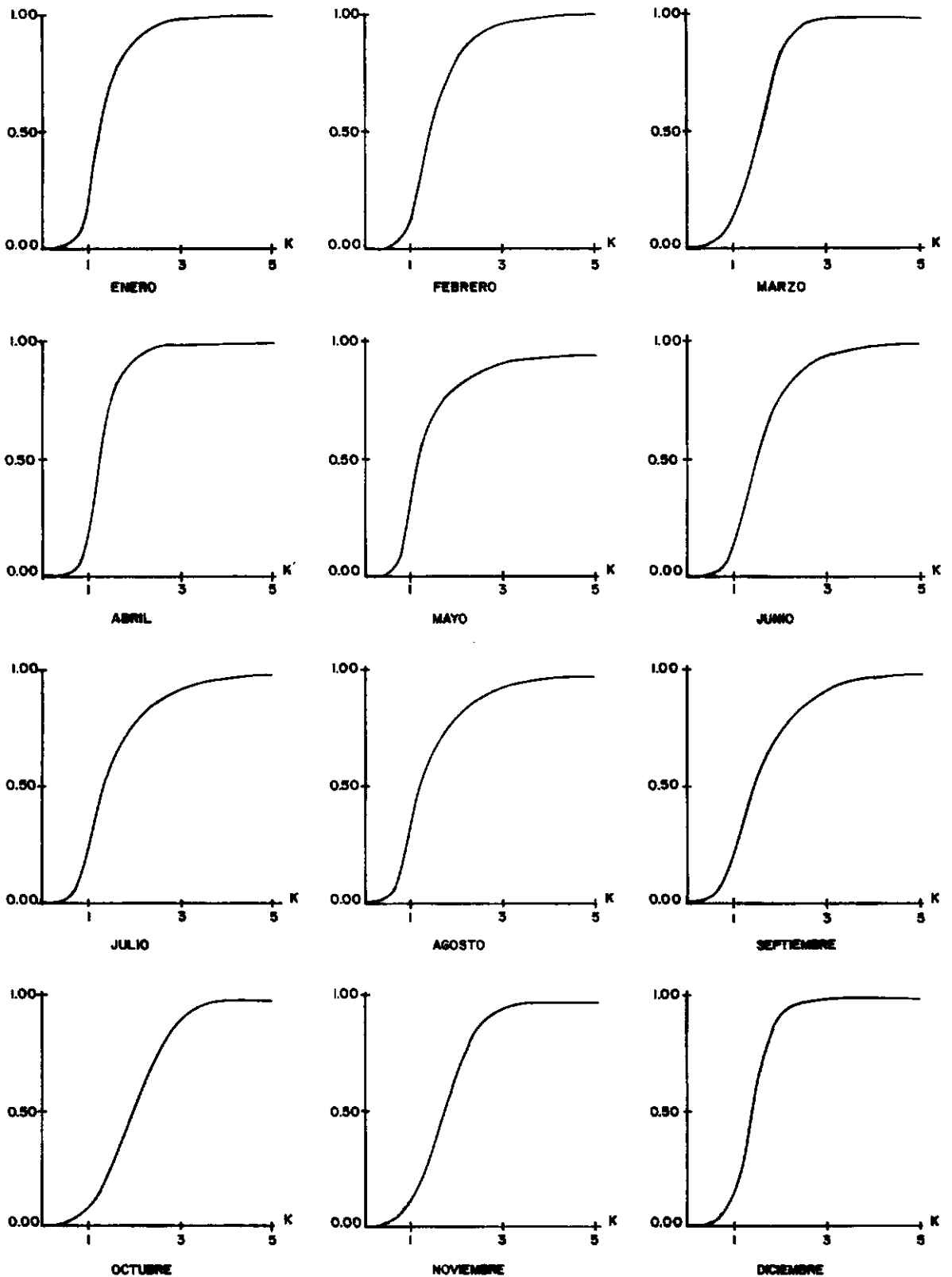


FIG. 36 - DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES PARA CADA MES DEL CONTENIDO DEL EMBALSE ($P(U_i) \leq 1$, $U_i = Z_i + Z_i$), PARA UNA REGLA DE OPERACION DEL 60% DE LA MEDIA ($M=6$) Y UNA CAPACIDAD DE 1.2 VECES LA MEDIA ($K=12$), PARA EL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU

4.6. RESULTADOS DE LA TECNICA QUE USA EL ANALISIS DEL DEFICIT.

La técnica descrita en la sección 3.5, fue utilizada en la obtención de la distribución de probabilidades de la capacidad de almacenamiento, de los embalses situados en los puestos Trés Mariás y Salto Osorio, correspondientes a los ríos São Francisco e Iguaçu.

La aplicación de la técnica, se realizó para diferentes niveles de regularización de descarga, usandose para este efecto las series anuales expresadas en unidades del decimo de la media (al igual que en la sección 4.5), correspondientes a los ingresos netos a la presa, las mismas que fueron consideradas como variables casuales, independientes uno del otro y que tienen como modelo de distribución de probabilidades la función teórica normal, conforme fue comprobado en la sección 4.5 y cuyos "tests" de adherencia se expusieron en las tablas 34 y 35, para los dos casos en estudio.

Utilizando las definiciones dadas por Gomide^{16,17}, y considerando que el almacenamiento requerido es concebido como el máximo déficit acumulado (D_n) durante n años (n , es el número de años de la vida económica del proyecto), el propósito entonces, encontrar la distribución de probabilidades del estadístico D_n . Con este fin, mediante el uso de la teoría de cadenas de Markov, se obtiene la distribución de acuerdo a lo expresado en

la sección 3.5.3, para el caso discreto, ya que para el caso continuo (sección 3.5.4) para un $n > 2$, el problema envuelve integración múltiple, lo que se traduce en el uso de un método numérico para su solución.

De acuerdo a lo establecido en la sección 3.5.3, la distribución del máximo déficit acumulado (D_n), está dado por la solución de la expresión matricial (3.120) y la función densidad se obtiene de la expresión (3.121). Así por ejemplo, para un nivel de regularización del 60% de las medias de los ríos en estudio, los valores de la función normal de probabilidades de los ingresos netos, son expuestos en la tabla 55 (se considera una regularización total cuando μ de la distribución normal (expresión (3.56)) , es igual a -10 y una regularización del 60% será cuando $\mu = -6$).

i	PUESTOS	TRES MARIAS	SALTO OSORIO
-10		0.0440	0.0490
- 9		0.0680	0.0690
- 8		0.0930	0.0900
- 7		0.1200	0.1100
- 6		0.1300	0.1200
- 5		0.1300	0.1200
- 4		0.1200	0.1100
- 3		0.0930	0.0900
- 2		0.0680	0.0690
- 1		0.0440	0.0490
- 0		0.0260	0.0320
1		0.0140	0.0190
2		0.0650	0.0100
3		0.0028	0.0052
4		0.0011	0.0024
5		0.0004	0.0010
6		0.0001	0.0004
7		0.0000	0.0001

TABLA 55 - VALORES DE LA FUNCION DE PROBABILIDADES (NORMAL), DE LAS ENTRADAS NETAS (NIV.REG. 60%) ($P(X_i)=i$) A LOS EM BALSES DE LOS RIOS SÃO FRANCISCO E IGUAÇU.

La matriz de transición restringida $(P_{K+1}^{(n)})$, de la expresión (3.120), está dada por la expresión (3.116), y en nuestros casos de aplicación para una capacidad $K=9$ (0.9 veces la media) y $n=1$, éstas son presentados en las tablas 56 y 57. En estos dos casos, la solución de (3.120) es:

$$\text{Trés Marías: } P(D_1 \leq 9) = 0.9051$$

$$\text{Salto Osorio: } P(D_1 \leq 9) = 0.8810$$

Obteniendose $P(D_1 \leq 8)$, y aplicando (3.121) se tiene $P(D_1 = 9)$, que en nuestros casos son:

$$\text{Trés Marías: } P(D_1 = 9) = 0.0678$$

$$\text{Salto Osorio: } P(D_1 = 9) = 0.0691$$

Los resultados obtenidos para diferentes valores de la capacidad k y diversos valores de n , para el caso de un nivel de regularización del 60%, son expuestos en las tablas 58 y 59, conjuntamente con los estadísticos de sus correspondientes distribuciones.

En los casos de otros niveles de regularización (del 30 al 100%), se encontró la distribución del máximo déficit (D_n) , para diferentes valores de n ; los resultados obtenidos, son sintetizados en las figuras 39 y 40, en las cuales se presentan los gráficos de la función densidad de probabilidades contra los valores estandarizados de las capacidades de almacenamiento. Estos resultados solo fueron obtenidos para valores de n pequeños, debido a dificultades computacionales explicados más adelante.

.26E-01	.44E-01	.68E-01	.93E-01	.12E+00	.13E+00	.13E+00	.12E+00	.93E-01	.68E-01
.14E-01	.26E-01	.44E-01	.68E-01	.93E-01	.12E+00	.13E+00	.13E+00	.12E+00	.93E-01
.65E-02	.14E-01	.26E-01	.44E-01	.68E-01	.93E-01	.12E+00	.13E+00	.13E+00	.12E+00
.28E-02	.65E-02	.14E-01	.26E-01	.44E-01	.68E-01	.93E-01	.12E+00	.13E+00	.13E+00
.11E-02	.28E-02	.65E-02	.14E-01	.26E-01	.44E-01	.68E-01	.93E-01	.12E+00	.13E+00
.37E-03	.11E-02	.28E-02	.65E-02	.14E-01	.26E-01	.44E-01	.68E-01	.93E-01	.12E+00
.11E-03	.37E-03	.11E-02	.28E-02	.65E-02	.14E-01	.26E-01	.44E-01	.68E-01	.93E-01
.32E-04	.11E-03	.37E-03	.11E-02	.28E-02	.65E-02	.14E-01	.26E-01	.44E-01	.68E-01
.79E-05	.32E-04	.11E-03	.37E-03	.11E-02	.28E-02	.65E-02	.14E-01	.26E-01	.44E-01
.22E-05	.10E-04	.42E-04	.16E-03	.52E-03	.16E-02	.44E-02	.11E-01	.25E-01	.51E-01

TABLA 56 - MATRIZ DE TRANSICION RESTRICTA (P_{K+1}^n ; K=9, n=1), PARA UN NÍVEL DE REGULARIZACION DEL 60% DEL RIO SÃO FRANCISCO EN EL PUESTO TRES MARIAS.

.32E-01	.49E-01	.69E-01	.90E-01	.11E+00	.12E+00	.12E+00	.11E+00	.90E-01	.69E-01
.19E-01	.32E-01	.49E-01	.69E-01	.90E-01	.11E+00	.12E+00	.12E+00	.11E+00	.90E-01
.10E-01	.19E-01	.32E-01	.49E-01	.69E-01	.90E-01	.11E+00	.12E+00	.12E+00	.11E+00
.52E-02	.10E-01	.19E-01	.32E-01	.49E-01	.69E-01	.90E-01	.11E+00	.12E+00	.12E+00
.24E-02	.52E-02	.10E-01	.19E-01	.32E-01	.49E-01	.69E-01	.90E-01	.11E+00	.12E+00
.10E-02	.24E-02	.52E-02	.10E-01	.19E-01	.32E-01	.49E-01	.69E-01	.90E-01	.11E+00
.39E-03	.10E-02	.24E-02	.52E-02	.10E-01	.19E-01	.32E-01	.49E-01	.69E-01	.90E-01
.14E-03	.39E-03	.10E-02	.24E-02	.52E-02	.10E-01	.19E-01	.32E-01	.49E-01	.69E-01
.45E-04	.14E-03	.39E-03	.10E-02	.24E-02	.52E-02	.10E-01	.19E-01	.32E-01	.49E-01
.18E-04	.63E-04	.20E-03	.59E-03	.16E-02	.40E-02	.91E-02	.19E-01	.38E-01	.70E-01

TABLA 57 - MATRIZ DE TRANSICION RESTRICTA (P_{K+1}^n ; K=9, n=1), PARA UN NIVEL DE REGULARIZACION DEL 60% DEL RIO IGUAÇU EN EL PUESTO SALTO OSORIO.

n i	1		2		3		4	
	Prob. $P_i=i$	$P_i \leq i$	$P_i=i$	$P_i \leq i$	$P_i=i$	$P_i \leq i$	$P_i=i$	$P_i \leq i$
0	0.0506	0.0506	0.0026	0.0026	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000
1	0.0443	0.0949	0.0045	0.0070	0.0004	0.0005	0.0000	0.0000
2	0.0678	0.1627	0.0088	0.0159	0.0010	0.0015	0.0001	0.0001
3	0.0933	0.2561	0.0155	0.0313	0.0020	0.0035	0.0002	0.0004
4	0.1155	0.3715	0.0246	0.0559	0.0037	0.0072	0.0005	0.0009
5	0.1285	0.5000	0.0359	0.0918	0.0062	0.0134	0.0009	0.0018
6	0.1285	0.6285	0.0488	0.1405	0.0097	0.0231	0.0016	0.0035
7	0.1155	0.7439	0.0621	0.2026	0.0144	0.0376	0.0027	0.0061
8	0.0933	0.8373	0.0744	0.2770	0.0204	0.0579	0.0041	0.0103
9	0.0678	0.9051	0.0844	0.3614	0.0275	0.0854	0.0062	0.0164
10	0.0443	0.9494	0.0909	0.4523	0.0357	0.1211	0.0089	0.0253
11	0.0260	0.9754	0.0929	0.5452	0.0444	0.1656	0.0124	0.0377
12	0.0137	0.9891	0.0901	0.6353	0.0532	0.2188	0.0167	0.0544
13	0.0065	0.9956	0.0830	0.7183	0.0614	0.2802	0.0218	0.0761
14	0.0028	0.9984	0.0725	0.7908	0.0683	0.3485	0.0276	0.1037
15	0.0011	0.9995	0.0602	0.8510	0.0732	0.4218	0.0339	0.1376
16	0.0004	0.9998	0.0473	0.8983	0.0757	0.4975	0.0405	0.1782
17	0.0001	1.0000	0.0353	0.9336	0.0756	0.5731	0.0471	0.2252
18	0.0000	1.0000	0.0250	0.9586	0.0728	0.6459	0.0532	0.2784
19	0.0000	1.0000	0.0168	0.9753	0.0677	0.7136	0.0584	0.3368
20	0.0000	1.0000	0.0107	0.9860	0.0608	0.7744	0.0624	0.3992
21	0.0000	1.0000	0.0064	0.9924	0.0527	0.8270	0.0649	0.4642
22	0.0000	1.0000	0.0037	0.9961	0.0440	0.8711	0.0658	0.5299
23	0.0000	1.0000	0.0020	0.9981	0.0356	0.9066	0.0648	0.5948
24	0.0000	1.0000	0.0010	0.9991	0.0277	0.9344	0.0622	0.6570
25	0.0000	1.0000	0.0005	0.9996	0.0209	0.9552	0.0582	0.7152
26	0.0000	1.0000	0.0002	0.9998	0.0152	0.9704	0.0529	0.7681
27	0.0000	1.0000	0.0001	0.9999	0.0106	0.9810	0.0469	0.8150
28	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0072	0.9882	0.0405	0.8555
29	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0047	0.9929	0.0340	0.8895
MEDIA	5.5422		11.0839		16.4270		22.0923	
VARIANZ.	8.8278		17.6473		24.8814		36.2286	
DES.EST.	2.9712		4.2009		4.9881		6.0190	
C.VAR.	0.5361		0.3790		0.3037		0.2124	
C.ASIM.	0.1759		0.1226		-0.0684		0.0574	
C.KURT	2.6986		2.8423		2.6435		2.9284	
EXCESO	-0.3014		-0.1577		-0.3565		-0.0716	

TABLA 58 - DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES ($P(K=k)$ y $P(K < k)$) DE LA CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO (EN UNIDADES DEL 1/10 DE LA MEDIA), PARA UN NIVEL DE REGULARIZACION DE 60%, CON DIVERSOS VALORES DE N, PARA EL EMBALSE DEL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO SÃO FRANCISCO.

n	1		2		3		4	
Prob.	$P_i=i$	$P_i \leq i$	$P_i=i$	$P_i \leq i$	$P_i=i$	$P_i \leq i$	$P_i=i$	$P_i \leq i$
i								
0	0.0701	0.0701	0.0049	0.0049	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.0489	0.1190	0.0069	0.0118	0.0008	0.0012	0.0001	0.0001
2	0.0691	0.1881	0.0121	0.0238	0.0018	0.0029	0.0002	0.0004
3	0.0895	0.2776	0.0193	0.0431	0.0033	0.0063	0.0005	0.0009
4	0.1064	0.3840	0.0284	0.0716	0.0056	0.0119	0.0010	0.0019
5	0.1160	0.5000	0.0390	0.1106	0.0087	0.0206	0.0017	0.0037
6	0.1160	0.6160	0.0503	0.1609	0.0127	0.0333	0.0028	0.0065
7	0.1064	0.7224	0.0613	0.2223	0.0177	0.0510	0.0042	0.0106
8	0.0895	0.8119	0.0711	0.2934	0.0235	0.0744	0.0061	0.0167
9	0.0691	0.8810	0.0786	0.3720	0.0301	0.1045	0.0085	0.0252
10	0.0489	0.9299	0.0832	0.4551	0.0372	0.1418	0.0115	0.0366
11	0.0317	0.9616	0.0844	0.5395	0.0446	0.1864	0.0151	0.0517
12	0.0189	0.9805	0.0821	0.6216	0.0517	0.2381	0.0193	0.0710
13	0.0103	0.9909	0.0766	0.6982	0.0581	0.2962	0.0241	0.0950
14	0.0052	0.9960	0.0686	0.7667	0.0634	0.3596	0.0292	0.1243
15	0.0024	0.9984	0.0588	0.8255	0.0670	0.4266	0.0347	0.1589
16	0.0010	0.9994	0.0484	0.8739	0.0688	0.4954	0.0401	0.1991
17	0.0004	0.9998	0.0381	0.9120	0.0687	0.5641	0.0454	0.2445
18	0.0001	0.9999	0.0288	0.9408	0.0665	0.6306	0.0501	0.2946
19	0.0000	1.0000	0.0208	0.9616	0.0626	0.6933	0.0541	0.3488
20	0.0000	1.0000	0.0144	0.9760	0.0573	0.7506	0.0572	0.4059
21	0.0000	1.0000	0.0096	0.9856	0.0510	0.8016	0.0590	0.4650
22	0.0000	1.0000	0.0061	0.9917	0.0441	0.8456	0.0596	0.5246
23	0.0000	1.0000	0.0037	0.9954	0.0370	0.8826	0.0589	0.5836
24	0.0000	1.0000	0.0022	0.9975	0.0302	0.9129	0.0570	0.6405
25	0.0000	1.0000	0.0012	0.9987	0.0240	0.9368	0.0539	0.6945
26	0.0000	1.0000	0.0006	0.9994	0.0185	0.9553	0.0499	0.7444
27	0.0000	1.0000	0.0003	0.9997	0.0139	0.9692	0.0452	0.7896
28	0.0000	1.0000	0.0002	0.9999	0.0101	0.9793	0.0401	0.8297
29	0.0000	1.0000	0.0001	0.9999	0.0071	0.9864	0.0348	0.8645
MEDIA	5.5734		11.1442		16.3657		23.8855	
VARIANZ.	10.5652		21.0867		28.6586		39.6013	
DES. EST.	3.2504		4.5920		5.3534		6.2930	
C. VAR.	0.5832		0.4121		0.3271		0.2635	
C. ASIM.	0.2397		0.1627		-0.0908		-0.0991	
C. KURT	2.6582		2.8047		2.5512		2.6220	
EXCESO	-0.3418		-0.1953		-0.4488		-0.3780	

TABLA 59 - DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES ($P(K=k)$ y $P(K \leq k)$) DE LA CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO (EN UNIDADES DEL 1/10 DE LA MEDIA), PARA UN NÍVEL DE REGULARIZACION DE 60% , CON DIVERSOS VALORES DE N, PARA EL EMBALSE DEL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU.

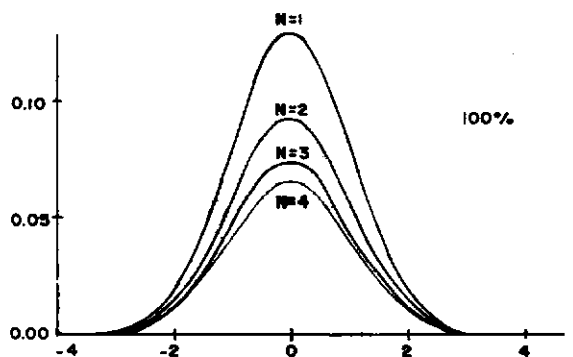
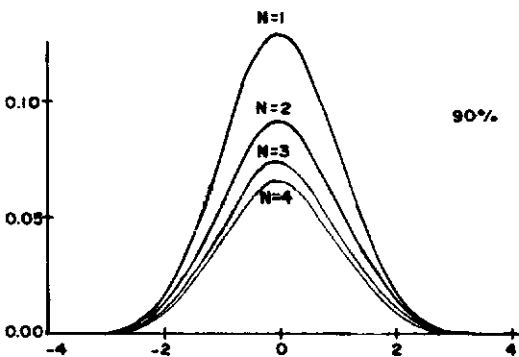
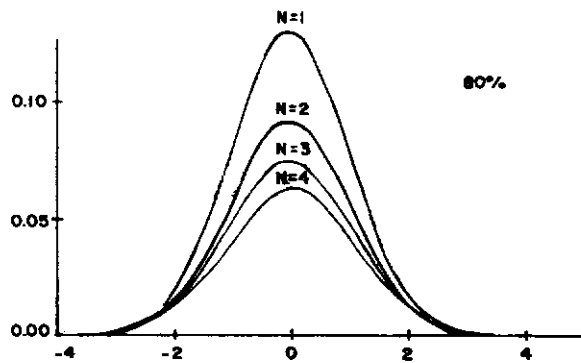
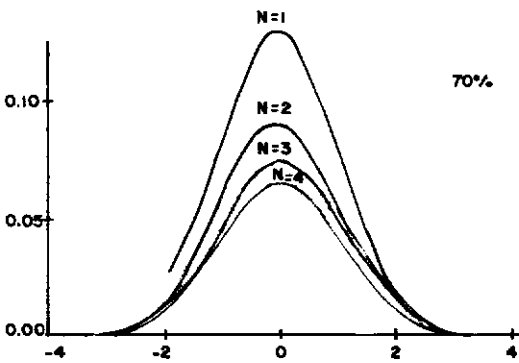
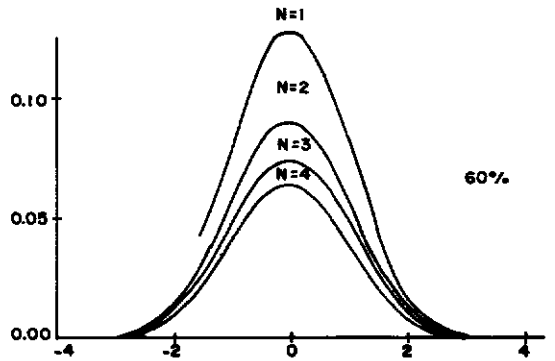
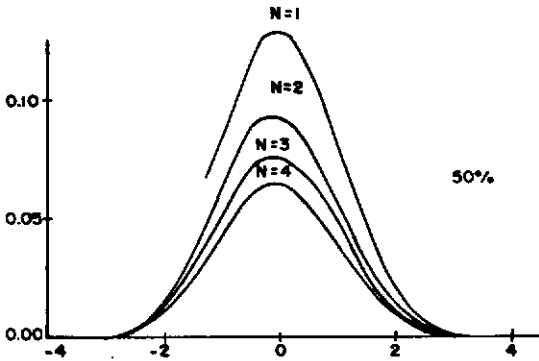
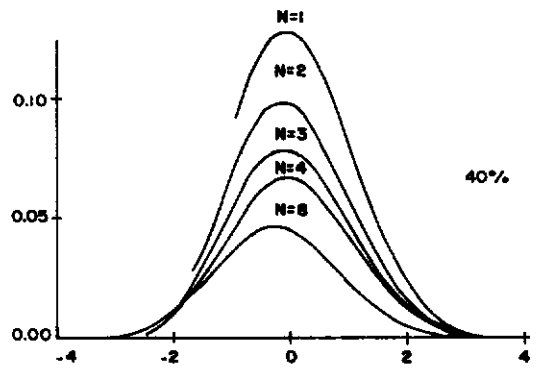
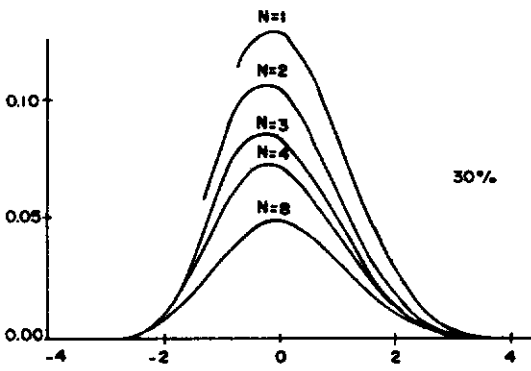


FIG. 37 - FUNCION DENSIDAD DE PROBABILIDADES ($P(D_n=K)$), PARA LAS CAPACIDADES DE ALMACENAMIENTO ESTANDARIZADAS ($[D_n - E(D_n)] / \sqrt{\text{Var}(D_n)}$), PARA DIFERENTES VALORES DE n Y DIVERSOS NIVELES DE REGULARIZACION; PARA EL PUESTO TRES MARIAS EN EL RIO S\~{A}O FRANCISCO

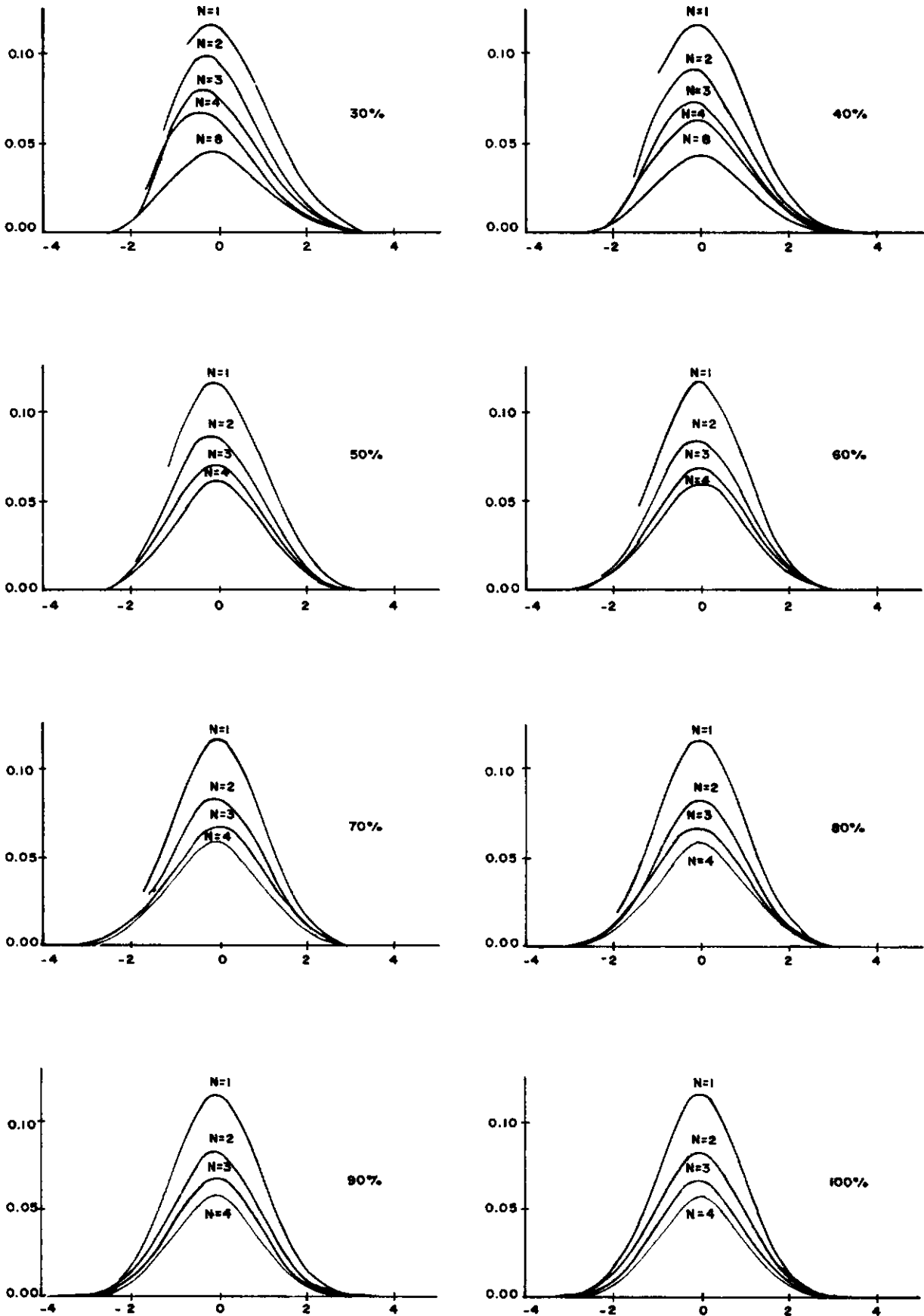


FIG. 38 - FUNCION DENSIDAD DE PROBABILIDADES ($P(D_n=K)$), PARA LAS CAPACIDADES DE ALMACENAMIENTO ESTANDARIZADAS ($[D_n - E(D_n)] / \sqrt{\text{Var}(D_n)}$) PARA DIFERENTES VALORES DE n Y DIVERSOS NIVELES DE REGULARIZACION; PARA EL PUESTO SALTO OSORIO EN EL RIO IGUAÇU

4.7. ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS

Los resultados presentados en las secciones anteriores, son analizados y discutidos en esta sección.

a) La técnica de flujos bajos (sección 3.2), cuyos resultados fueron presentados en la sección 4.3, es uno de los métodos empíricos, en la clasificación realizada al final del Capítulo II.

Siendo que la técnica trabaja con la serie histórica, las situaciones más desfavorables no podrán ser superiores a la histórica. Como la técnica en sí, realiza una selección de series no-secuenciales de flujos bajos, la duración más desfavorable no podrá ser mayor que la impuesta. Por otro lado, las series seleccionadas son clasificadas en orden creciente y el autor⁴⁰, utiliza el concepto de período de retorno, en función del número de años del registro y puede interpretarse como que en el futuro la serie de escorrentías observadas, deberán repetirse en media un cierto número de veces en los n años.

La forma de separación de las menores escorrentías es una solución elegante que presenta la técnica de flujos bajos y para el caso exclusivo de dimensionamiento de embalses, se puede substituir este análisis, por un método menos elegante y que nos conduce a los mismos resultados. Esto, consiste en hacer un análisis similar al de Rippl, considerando todos los posibles

almacenamientos, para luego clasificarlos en orden decreciente. Concebido así el problema, el concepto de período de retorno utilizado por Stall, puede usarse en este caso, obteniéndose los intervalos de recurrencia de la expresión (3.72), siendo m , el orden de la clasificación. La ventaja de esta substitución, radica en una posible disminución del tiempo de computación, ya que la técnica de separación de escorrentias bajas sugerido por Stall, requiere de un elevado tiempo de procesamiento en computador.

En términos generales, se puede decir que la técnica de flujos bajos, realiza la selección de los menores flujos para diferentes duraciones, con los cuales, se contruyen las curvas no-secuenciales para los diversos intervalos de recurrencia, obteniéndose la capacidad del embalse, mediante la aplicación del análisis del tipo diagrama de masas, para cada uno de los intervalos, lo que constituyen los déficits acumulados. Por lo tanto, las distribuciones de probabilidades mostrados en las figuras 29 y 30, corresponden a la distribución de los déficits acumulados para los respectivos niveles de referencias (niveles de regularización).

Las desventajas presentadas en la técnica de Rippl (Capítulo II), continuan existiendo en la técnica de flujos bajos, debido a que se da solución al problema a partir de la serie histórica, y la probabilidad asociado es obtenida de las frecuencias observadas, lo que para el caso de regularización pluri-anual, no es recomendable ya que los eventos observados son muy pocos. En el caso de regularización anual, en donde las duraciones

son menores que el año hidrológico, pueden observarse un gran número de eventos, incluyendo eventos que son comunes a dos años consecutivos, con lo que se obtiene una probabilidad asociada de mayor confiabilidad.

La interpretación que se da, para la separación de los menores flujos en diferentes duraciones, es la consideración de las situaciones más desfavorables, que en base a las observaciones efectuadas podríaes ocurrir en el futuro; así, los ingresos al embalse son considerados como una serie de valores correspondientes a esos menores flujos.

b) La técnica de picos subsecuentes planteado por Thomas⁴², fue aplicado a los dos casos en estudio y sus resultados, fueron presentados en la sección 4.4. Esta técnica pertenece a los métodos experimentales de la clasificación del Capítulo II.

En la sección 3.3, se decía que el algoritmo si que la línea trazada por Rippl y eso, realmente sucede si no se hace la consideración de que tanto las entradas como las descargas se repiten ciclicamente, en períodos de T años. La razón fundamental para doblar la serie, es el garantizar la estimación de la capacidad del embalse, a través del estadístico amplitud (rango), ya que de otro modo, se estaría garantizando el déficit como la capacidad requerida.

En ciertos casos, resulta que la capacidad del embalse estimado por el algoritmo de picos subsecuentes, es igual

al estimado por aquellos que usan el análisis de diagrama de ma sas. En los ejemplos de aplicación se obtuvo que para el mayor intervalo de recurrencia (técnica de flujos bajos) y diferentes ra zones de descarga (figuras 27 y 28), las estimaciones resultaron ser iguales a las expuestas en las tablas 26 y 27 (técnica de pi cos subsecuentes), que corresponden a la serie histórica, excepto para una razón de descarga del 100% de la media (regularización to tal). Esto se debe al hecho de que la amplitud (rango) en los ca sos de regularización menor que el 100%, viene a ser el máximo dé ficit acumulado al no existir excesos, lo cual no es válido para el caso de la razón de descarga del 100%.

Cuando la técnica de picos subsecuentes, es utilizada con series sintéticas de escorrentía, en general lo que se está encontrando son diferentes valores de amplitudes, de un número igual al nú mero de series sintéticas disponibles, con las cuales, se puede hacer un estudio de frecuencias, por ser variables casuales (aleatorias). En nuestros casos de aplicación se obtuvieron 50 valores de capa cidad de almacenamiento (amplitudes) para cada razón de descarga en estudio; luego de realizar un estudio de bondad de ajuste con las distribuciones teóricas de frecuencias de la familia Pearson (tipos I, III, IV e VI), se comprobó que la mayor parte de los distribu ciones de frecuencias empíricas, se ajustan muy bien a las teóricas tipo I y III conforme se muestra en las tablas 32 y 33 y en las figuras 31 y 32. Resultados semejantes, fueron encontrados por Burges⁷, cuando realizó un estudio de comparación operacional usando el algoritmo de picos subsecuentes, para estimar la distribución

de probabilidades de los almacenamientos de 1000 secuencias de es correntía anual, cada una de 40 años de duración, lo cual fue apro ximado por una distribución de valores extremos tipo I.

El algoritmo de picos subsecuentes, sirve de herramienta para obtener la amplitud en función de un cierto nivel regularización. Las distribuciones obtenidos, pueden ser claramente identificadas como distribuciones de las amplitudes (rangos) para diferentes niveles de referencia.

c) La técnica de Moran^{29,30} que fue presentada en la sección 3.4 y aplicada a problemas específicas tales como los mostrados en la sección 4.5, corresponde a los métodos analíticos de la clasificación del capítulo II.

El tratamiento teórico dado por el autor, es el punto de partida de lo que podríamos llamar estudios estocásticas de embalses, usando la teoría de cadenas de Markov. La consideración de las entradas independientes, no se aleja mucho de la realidad, cuando la técnica es aplicada a series de valores medios anuales (como fue en los casos de aplicación), cuyos coeficientes de correlación serial son pequeños (0.25 y 0.14) y en nuestro caso, fueron considerados como series independientes.

De acuerdo a las premisas establecidas por la técnica, la teoría serviría únicamente para el estudio de regularización anual, ya que se plantea el problema haciendo la suposición

de que se almacena agua durante la estación húmeda para liberarla durante la estación seca, lo que es semejante a la definición de regularización anual. En estos términos, al aplicar al caso de regularización plurianual, se obtiene una matriz estacionaria, lo cual se consigue elevando la matriz de transición de probabilidades a un poder n suficientemente grande (en el caso de descarga constante a lo largo del año).

Por otro lado, la técnica expuesta utiliza la teoría de cadenas de Markov, cuyos estados límites son reflectantes (teoría de las imágenes). Esto se hace mención, por el hecho de que Moran no considera como el almacenamiento requerido la amplitud (rango) ni el déficit, por que en el análisis de la amplitud, cuando se utiliza el proceso markoviano, considera los dos estados límites como absorbentes y en el análisis del déficit se considera un estado límite absorbente y el otro reflectante. (Gomi de ¹⁶)

La teoría, fue concebida suponiendo que la presa ya está construida, es decir que su función es para operación, en la cual se dispone de la capacidad de almacenamiento y de la regla de operación con la que se obtiene las distribuciones de probabilidades necesarias para una operación adecuada.

En los casos de aplicación presentados, se obtuvieron distribuciones de probabilidades del contenido de embalse, para diferentes capacidades y diversas reglas de operación. Estos resultados, pueden ser utilizados en la determinación de la capacidad de

proyecto, procediendo en forma similar al ejemplo de aplicación presentado por Papp³³.

La técnica de Moran, aplicada para el caso de almacenamiento mensual, en donde se consideran los ingresos de agua como variables aleatorias independientes y cuyos modelos probabilísticos son obtenidos de las características aleatorias de cada mes de las series, muestran su posible utilidad para el problema de operación de embalses, en donde se puede tener diferentes reglas de operación para cada mes, como es el caso de la utilización de agua para irrigación y abastecimiento.

d) La técnica que usa el análisis del déficit, también pertenece al grupo de los métodos analíticos de la clasificación del capítulo II. La técnica, fue expuesta en la sección 3.5, y su aplicación a casos prácticos, fue presentada en la sección 4.6.

De acuerdo con las consideraciones realizadas por el autor¹⁶, la definición del máximo déficit acumulado, se ajusta exactamente a lo que Rippl³⁵, llamó de Capacidad de almacenamiento. En estos términos, cabe destacar la importancia de esta consideración, ya que siendo el máximo déficit concebido como la capacidad de almacenamiento de un embalse, el investigador, es el pionero en la utilización de esta definición para el dimensionamiento de los mismos, dentro del contexto probabilístico analítico.

Debido a que es de interés, la aplicación de la

técnica para el caso de regularización parcial, fue necesario dividir la capacidad del embalse en unidades menores que la media (se consideró como unidad, el decimo de la media). Esta división, perjudicó la obtención de la solución para el caso discreto (expresión (3.120)). En el primer caso, a un valor de n grande, corresponden valores de K (Capacidades) grandes, con lo cual la matriz de la expresión (3.116), crece de tamaño y siendo que ésta tiene que ser elevada al poder n , el tiempo de computación se torna muy grande, lo que no justifica su utilización.

En el presente trabajo, la aplicación se limitó hasta un valor de $n=8$, para un nivel de regularización del 30 y 40% y de $n=4$, para los de mayor nivel de regularización, considerando la solución para el caso discreto. Las funciones densidad ($P_i=i$) presentadas en las figuras 37 y 38, cuyas variables fueron estandarizadas, muestran diversas características de acuerdo a la variación del valor de n y de acuerdo al nivel de regularización.

Analizando las figuras correspondientes a las funciones densidad (fig.37 y 38), en términos de la variación de n , existe una tendencia a que la distribución sea independiente de n , cuando su valor aumenta. De las figuras se puede observar, que para $n=8$, para el 30 y 40% de regularización, en los dos casos de

aplicación, existe una pequeña diferencia, siendo sus formas iguales. Los otros casos de regularización y para un $n=4$, ocurre la misma cosa.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

De las técnicas presentadas en el Capítulo III y sus correspondientes aplicaciones, expuestas en el capítulo IV, se puede concluir lo siguiente:

1) El uso de la técnica de flujos bajos, al igual que otras técnicas que utilizan el análisis de diagrama de masas, permiten estimar la capacidad del embalse, mediante el estadístico déficit. Así, en el caso del tradicional método de Rippl ³⁵, la capacidad es estimada por el máximo déficit acumulado histórico; en el caso de la técnica de flujos bajos, el máximo déficit acumulado corresponde al mayor intervalo de recurrencia y los demás déficits acumulados, son las capacidades del embalse, estimada para intervalos de recurrencia menores (en su orden).

2) El uso de la técnica de picos subsecuentes, garantiza el estadístico amplitud (rango), como la capacidad requerida del embalse, lo cual se obtiene al doblar la serie y suponiendo que las observaciones (o series generados), se repitan en el futuro. Si el algoritmo, fuese aplicado a una serie sin duplicar, la estimación se reduciría a la obtención del máximo déficit acumulado, ya que su planteamiento teórico, es el mismo que la definición del máximo déficit acumulado, dado en la sección 3.5. Se puede decir que el algoritmo obtiene el máximo déficit acumulado para un horizonte de

proyecto de $2N$ (N es el tamaño de la muestra o el horizonte de proyecto).

3) Utilizando series sintéticas generadas a partir de las características estructurales de las series en estudio (sección 4.2), se encontró que las capacidades estimadas por la aplicación del algoritmo de picos subsecuentes, se ajustan a distribuciones de frecuencias del tipo I y III de Pearson para diversos niveles de regularización.

4) De acuerdo a los resultados obtenidos, en la técnica que usa el análisis del déficit se nota que la función densidad de probabilidades del máximo deficit acumulado tiende a la estacionariedad conforme aumenta el valor de n , existiendo pequeñas diferencias que van disminuyendo conforme aumenta el nivel de regularización.

5) El valor esperado del máximo deficit acumulado, obtenido de la función densidad crece de acuerdo al incremento de los valores de n y proporcional al nivel de descarga.

El presente trabajo puede ser interpretado, como una motivación para la investigación de alternativas en el estudio de los problemas de almacenamiento de agua, por lo que se recomienda que en trabajos posteriores, sean estudiados los siguientes

tes tópicos.

a) Influencia de la dependencia serial y de los componentes periódicos en la estimación de la capacidad de embalses, para el caso de almacenamiento mensual.

b) Estudios hidrológicos para la estimación de capacidad de embalses cuando las demandas siguen un proceso estocástico.

c) Análisis del déficit usando cadenas de markov para el caso de almacenamiento mensual.

d) Extensión de los criterios hidrológicos de estimación de capacidad de embalses, para el caso de multiple embalses.

e) Análisis de estimación de capacidad de embalses usando criterios hidrológicos y criterios económicos.

BIBLIOGRAFIA

- 1 - ALEXANDER, G.N - "The Use of the Gamma Distribution in Estimating Regulated Output from Storages"; Civ. Engg. Trans. I. E. Aust., vol. CE4, nº 1, March, 1962, pp. 29-34
- 2 - ALLEN, T.; HJELMFEL, JR.; JOHN J. CASSIDY - "Reservoir Yield", Hydrology for Engineers and planners, Iowa State Univ. press/ames, Iowa (First Edition) 1975, pp. 137 - 151
- 3 - BARNES, F.B. - "Storage: Required for a City Water Supply" , Jour. I.E. Aust., vol.26, nº 9, Sept., 1954, pp.198-203.
- 4 - BARRETO LATTARI, L. A. - "Otimização Implícita Estocástica para Operação de Reservatórios", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1974
- 5 - BARRETO, L.L.A; GUERRERO, P. - "Modelagem Hidrológica para Estudos de Operação a Longo Prazo de Sistemas Hidrelétricos", Rev. Bras. de Energia Elétrica, Nº 30, Janeiro/Junho, 1975
- 6 - BOX, G.E.P.; JENKINS, G.M. - "Time Series Analysis Forecasting and Control", Holden Day, 1970
- 7 - BURGESS, S.J.; LETTNMAIER, D.P. "Operation Comparison of Stochastic Streamflow Generation Procedures", Technical Report nº 45, Washington Univ. Seattle Dep. of Civil Engineering, Nov. 1975
- 8 - CAEEB-MECO Group - "Updated Streamflow Records for Southeast Brazil" - Eng. Report nº 15, (Eletrobras), May 1972

- 9 - ELDERTON, Sir W.P. - "Frequency Curves and Correlation" ,
Harren Press, Washington, D.C., Fourth ed., 1953, pp.51
- 10 - EID, N.J. - "Probabilidade de Duração de Seca Empregando a
Teoria de Runs", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Set. 1976
- 11 - FATHY, A; SHUKRY, A.S.- "The Problem of Reservoir Capacity
for Long-Term Storage", Proc. A.S.C.E., Jour. Hydraulic
Div. vol. 82, Nº HY4, Oct., 1956 (Paper 1082)
- 12 - FELLER, W. - "The Asymtotic Distribution of the Range of
Sums of Independent Random Variables", Ann. Moth. Statist.,
vol. 22, 1951, pp. 427-432
- 13 - FIERING, M.B. - "Queueing Theory and Simulation in Reservoir
Design", Proc. A.S.C.E., Jour Hydraulic Div., vol. 87, nº
HY6, Nov., 1961, pp. 39-69
- 14 - GANI, J.; MORAN, P.A.P. - "The Solution of Dam equations by
Monte Carlo Methods", Aust., Jour. of. Applied Science,
Vol. 6, nº 3, Sep., 1955.
- 15 - GOMIDE, F.L.S.- "Contribuição ao Estudo de Períodos de Estia-
gem", IV Congresso Latinoamericano de Hidráulica. (AIRH) ,
Mexico, 1970
- 16 - GOMIDE, F.L.S. - "Range and Deficit Analysis Using Markov
Chains", Hydrology Papers, vol.3, nº 79, Colorado State
University, Fort Collins, Colorado, 1975

- 17 - GOMIDE, F.L.S. - "O Máximo Déficit Acumulado de Uma Sequência de Variáveis Aleatórias", Seminario, COPPE/UFRJ, Setembro de 1976
- 18 - GRANDES BARRAGENS BRASILEIRAS. - "Ficha Técnica das Maiores Barragens", Dev. Construção Pesada, Ano 5, Nº 47/48, Rio de Janeiro, Dezembro 1974/Janeiro 1975
- 19 - GUERRERO, P.; YEVJEVICH, V. - "Analysis of Drought Characteristics by the Theory of Runs", Hydrology Papers, Nº 80, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, Sept. 1975
- 20 - GOULD, B.W. - "Statistical Methods for Estimating the Design Capacity of Dams", Jour, I.E., Aust., vol.33, nº 12, Dec., 1961, pp.405-416.
- 21 - HAZEN, A. - "Storage to be Provided in Impounding Reservoirs for Municipal Water Supply", Trans. A.S.C.E., vol.39, nº 9, Nov., 1913, pp. 1943-2044
- 22 - HURST, H.E. - "Long-Term Storage Capacity of Reservoirs", Trans.A.S.C.E. , vol. 116 nº 11, 1951, pp. 770-808
- 23 - I.B.M. Application Program - "System/360 Scientific Subroutine Package", Version III, Programmer's Manual, Program Number 360A-CM-03X (GH20-0205-4)
- 24 - JOY, C.S; McMAHON, T.A. - "Reservoir-Yield Estimation Procedures", Civ. Engg. Trans., I.E. Aust., vl. CE14, nº1, April, 1972, pp. 28-36

- 25 - LANGBEIN , W.B. - "Queueing Theory and Water Storage", Proc. A.S.C.E., Jour of Hydraulic Div., vol. 84, nº HY5, Oct., 1958 (Paper 1181)
- 26 - LINSLEY; KOHLER; PAULHUS - " Hydrology for Engineers", Cap.12, McGraw-Hill Series in Water Resources and Enviromental Engineering, (2th. Edition)
- 27 - LLOYD, E.H. - "A Probability Theory of Reservoirs with Serially Corre_lated Inputs", Jour.of Hydrology, vol.1.nº2, Sept., 1963, pp. 99-128
- 28 - LLOYD, E.H.; ODOOM, S. - "Probability Theory of Reservoirs with Seasonal Inputs", Jour. of Hydrology, vol. 2, nº 1, 1964 , pp. 1-10
- 29 - MORAN, P.A.P. - "A Probability Theory for Dams and Storage Systems", Aust. Jour. Applied Science, vol. 5, nº 2, June, 1954, pp. 116-124
- 30 - MORAN, P.A.P. - "A Probability Theory for Dams and Storage Systems: Modifications of the Release Rules", Aust. Jour. Applied Science, vol. 6, nº 2, June, 1955, pp. 117-130
- 31 - NAYLOR, T.H. et al. - "Técnicas de Simulação em Computação", Ed. Vozes, 1971
- 32 - ORD, J.K. - "Families of Frecuency Distributions, Griffin's Statistical Monographs and Courses", Griffin London, 1972
- 33 - PAPP, G. - "On the Hidrological Dimensioning of Császárvíz", Colloquia Mathematica Societatis Janos Bolyoi, Inventory Control and Water Storage Győr (Hungary), Edited by

PREKOPA, A., North - Holland Publishing Company, Amsterdam - London, 1971

- 34 - PINTO, E.F. et al - "Aspectos Hidrológicos da Bacia do Rio Francisco", Brasília, DNAEE, 1976
- 35 - RIPPL; W. - "Capacity of Storage Reservoirs for Water Supply", Proc. Instn. Civ. Engrs., vol. 71, 1883, pp. 270-278
- 36 - RODRIGUES ITURBE, I. - "The Investigation of Relationship Between Hydrologic Time Series and Sunspot Numbers", Hydrology Paper nº 26, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1968
- 37 - ROESNER, L. A; YEVJEVICH, V. - "Mathematical Models for Time Series of Monthly Precipitation and Monthly Runoff", Hydrology Paper nº 15, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1966
- 38 - SALAS-LA CRUZ, J.D.; YEVJEVICH, V., "Stochastic Structure of Water Use Time Series", Hydrology Paper nº 52, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1972
- 39 - SUDLER, C.E. - "Storage Required for the Regulation of Streamflow", Trans. A.S.C.E., vol.91, 1927, pp. 622-660
- 40 - STALL, J.B. - "Reservoir Mass Analysis by a Low Flow Series", Proc. A.S.C.E., Jour. Sanitary Engg. Div., vol. 88, nº SA5, Sept., 1962, pp. 21-40

- 41 - TAO, P.; YEVJEVICH, V.; KOTTEGODA, N. - "Distributions of Hydrology Independent Stochastic Components", Hydrology Papers, n^o 82, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1976
- 42 - THOMAS, H.A.P. - "Statistical Analysis of the Reservoir Storage - Yield relation", chap.I, Oper.Research in Water Quality Manegement, Report Harvard Water Resources, Group, Cambridge, Mass, 1963
- 43 - THOMSON, R.W.S. - "Aplication of Statistical Methods in the Determination of the Yield of a Catchment from Runoff Data", Jour. I. Water, E., vol.4, n^o 5, Aug. 1950, pp. 394-428
- 44 - YEVJEVICH, V. - "The Aplication of Surplus, Deficit and Range in Hydrology", Hydrology Papers, n^o 10, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1965
- 45 - YEVJEVICH, V. - "Structural Analysis of Hydrologic Time Series", Hydrology Papers, n^o 56, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1972
- 46 - YEVJEVICH, V. - "Probability and Statistics in Hydrology", Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado . 1972a
- 47 - YEVJEVICH, V. - "Stochastic Processes in Hydrology", Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado 1972b

- 48 - YOUNG, G.K.; PUENTES, C.D.- "Storage Yield:Extending the
Sequent Peak Algorithm to Multiple Reservoirs",
Water Resources Research, vol. 5, n^o 5, Oct,1969,
pp. 1110-1114