APLICABILIDADE DA HIPÓTESE DAS SEÇÕES PLANAS A PEÇAS COM VARIAÇÃO LINEAR OU PARABÓLICA DA ALTURA DA SEÇÃO TRANSVERSAL

Webe João Mansur

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M. Sc.)

Aprovada por:

Fernando L. Lobo Carneiro
Presidente

Yosiaki Nagato

ESTADO DO RIO DE JANEIRO-BRASIL
DEZEMBRO DE 1975

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Fernando Luiz Lobo B. Carneiro que orientou o trabalho dando para este uma valiosa contribuição;

A Roberto Fernandes de Oliveira e Luiz Fernando Taborda Garcia;

À COPPE/UFRJ;

Ao Núcleo de Computação Eletrônica e ao RDC/PUC;

Ao Conselho Nacional de Pesquisas;

Aos Colegas e demais Professores da COPPE/UFRJ.

RESUMO

No presente trabalho é feito um estudo visando comprovar a limitação estabelecida no Capítulo 2, item A.9 da NB-1, a qual não permite que se considere para a fixação da altura de lajes e vigas nos apoios, no cálculo de dimensionamento, inclinações de mísulas maiores que 1/3.

O estudo consiste na comparação do comportamento de uma haste simétrica bi-engastada, analisada pelo método dos elementos finitos e pela teoria da resistência dos materiais, admitindo-se nesta última análise duas considerações para o eixo da haste:

1. O eixo é reto
2. O eixo passa pelos pontos médios das alturas das seções.

A limitação preconizada pela NB-1, (inclinações menores que 1/3) foi confirmada.

A análise da haste com a consideração do eixo passando pelos pontos médios das alturas conduz a resultados melhores que a análise com a consideração de eixo reto.

É também apresentado um programa automático para a análise de pórticos planos que contenham elementos com mísula.

ABSTRACT

The purpose of this work is to verify the correctness of the limitations established in Chapter 2, Item A.9, of the Brazilian Standard Code NB-1 according to which the inclination of haunchs used to settle the height of slabs and beams at the supports must be 1/3 as a maximum.

This study embodies a comparation of the behaviour of a symmetric fixed-end beam with retangular cross section analysed by the finite element method and by the theory of mechanics of materials, adopting in the last analysis two hypotheses relative to the axis of the beam:

1. The axis is straight
2. The axis is the line passing through the mid-height of the cross section.

The analysis of the beam, according to the second hypothesis,leads to better results than the first one.

The limitation imposed by NB-1 Standard Code (inclination of haunchs smaller than 1/3) is correct.

There is a computer program herein, for the analysis of plane frames with haunched members.

ÍNDICE

NOTAÇÕES

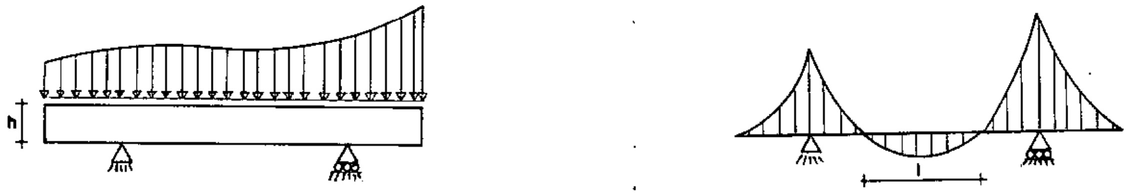
[ ]	Matriz
{ }	Vetor
T	Transposição de matriz
V	Relação entre o comprimento do trecho de altura variável e o comprimento total do elemento com mísula.
VN	Relação entre a inércia do trecho de seção constante e do apoio do elemento com mísula
α	Ângulo que a tangente a mísula no apoio faz com a horizontal
P	Carga concentrada
q	Carga uniformemente distribuida
E	Módulo de elasticidade longitudinal
A_x	Área da seção transversal do elemento
I_z	Momento de inércia em relação ao eixo ZM do elemento
h_x	Altura da seção transversal correspondente a uma abscissa x
h	Altura do trecho de seção constante de elementos com mísula
H	Altura dos apoios de elementos com mísula
Ni	Função de interpolação relativa ao nó i
ξ, η	Coordenadas normalizadas
$[SM]_i$	Matriz de rigidez do elemento referida aos eixos locais
$[SMD]_i$	Matriz de rigidez do elemento referida aos eixos da estrutura
$[SJ]$	Matriz de rigidez global da estrutura

$[S]$	Matriz de rigidez correspondente aos graus de liberdade da estrutura
$\{A\}$	Ações aplicadas diretamente aos nós
$\{AML\}_i$	Ações de engastamento perfeito devido as cargas aplicadas ao elemento
$\{AE\}$	Vetor de cargas nodais equivalentes
$\{AC\}$	Vetor de cargas nodais combinadas
$\{AD\}$	Vetor de cargas nodais combinadas correspondente aos graus de liberdade
$\{D\}$	Deslocamentos dos nós da estrutura referidos aos eixos globais
$\{AM\}_i$	Ações de extremo do elemento
$\{DJ\}_i$	Deslocamentos dos extremos do elemento referidos as direções globais
L	Comprimento de um elemento
$[FM]$	Matriz de flexibilidade do elemento
$[R]$	Matriz de rotação
$[RT]$	Matriz de rotação transformada
$\{DL\}$	Deslocamentos no extremo do elemento devido as cargas atuantes no elemento.

INTRODUÇÃO

Uma análise baseada na Teoria da Elasticidade pode ter sua formulação altamente complexa, sendo necessário, em certos casos, adotar métodos numéricos de resolução ou então procurar simplificações que permitam proceder a análise por teorias mais elementares.

Uma simplificação usual é a hipótese das seções planas, comprovada experimentalmente, desde que sejam obedecidas certas limitações. Por exemplo, para a viga da Fig. I.1, tal hipótese se aproxima bem das da Teoria da Elasticidade, desde que a relação h/ℓ não ultrapasse 1/2.



(a) carregamento (b) diagrama de momentos

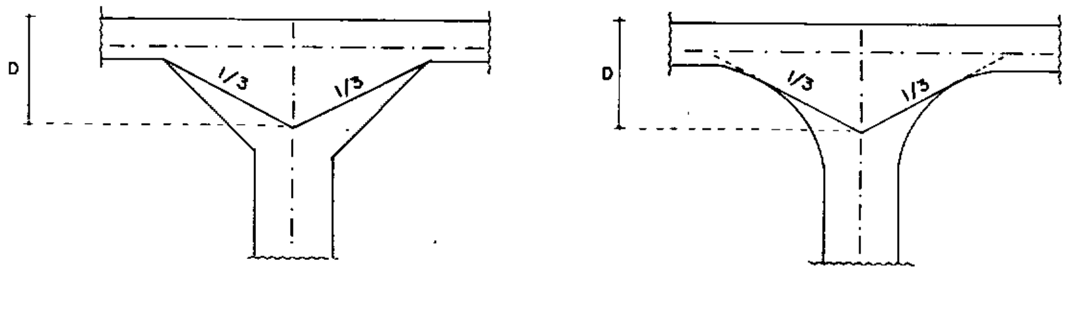
Fig. I.1 - Limitações da hipótese das seções planas

Se se quer analisar a viga da Fig. I.1 para relações h/ℓ maiores que 1/2, métodos numéricos poderiam ser adotados, sendo os mais usuais o das diferenças finitas e o dos elementos finitos. Atualmente o segundo, em geral, é o preferido.

O objetivo principal deste trabalho é verificar até que limites o comportamento, segundo a Teoria da Elasticidade, de um elemento com mísula é bem representado pelas hipóteses simplificadoras assumidas na Resistência dos Materiais (hipótese das seções planas e consideração de eixo reto passando pelo ponto médio da menor altura).

A esse respeito o Capítulo II item A.9, da NB-1, recomenda:

"Para a fixação da altura de lajes e vigas, nos apoios, no cálculo de dimensionamento, não se consideram inclinações de mísulas maiores que 1/3".



(a) mísula reta (b) mísula parabólica

Fig. I.2 - Fixação da altura de lajes e vigas nos apoios segundo a NB-1

Será também pesquisado se a consideração de eixo passando pelos pontos médios das alturas fornece resultados mais satisfatórios que a hipótese de eixo reto mencionada acima.

O estudo se baseia numa comparação entre os resultados obtidos segundo as hipóteses já citadas e os fornecidos por uma análise pelo método dos elementos finitos. Neste último caso, utiliza-se o elemento isoparamétrico quadrático, para estado plano, com oito pontos nodais. O uso deste elemento permite alcançar resultados suficientemente próximos dos obtidos por uma análise mais rigorosa pela teoria da elasticidade.

CAPÍTULO 1

COMPARAÇÕES EFETUADAS E HIPÓTESES

1.1 - Preliminares

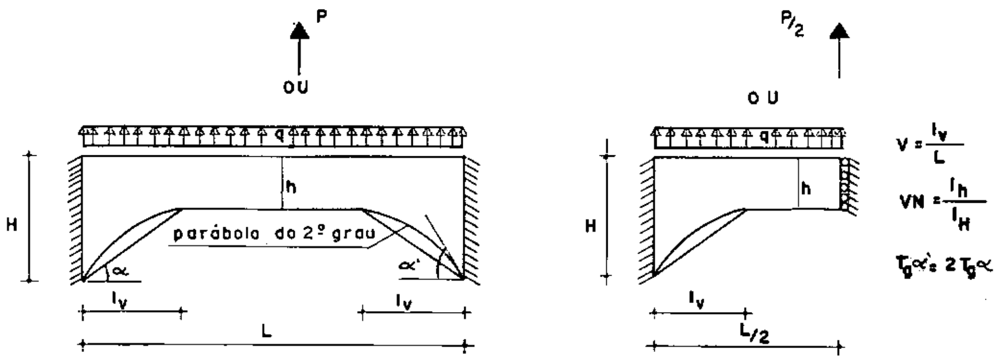
Neste capítulo serão discutidas as comparações efetuadas no decorrer do trabalho, as hipóteses assumidas e algumas conseqüências destas hipóteses, tais como o princípio da superposição dos efeitos e a maneira de aplicar o princípio dos trabalhos virtuais na análise de estruturas reticuladas.

1.2 - Comparações Efetuadas

Será estudado o comportamento de uma haste simétrica, biengastada, com mísula reta ou parabólica, sujeita a um carregamento concentrado (P) no meio do vão, ou a um carregamento uniformemente distribuido total (q).

Serão analisadas as hipóteses de eixo reto (item 1.4.1) e de eixo passando pelos pontos médios das alturas (item 1.4.2) e os resultados obtidos serão comparados com os da análise pelo método dos elementos finitos (item 1.4.3), para valores das relações V, VN e tgα indicadas na Fig. 1.1a.

Tendo em vista a simetria da haste e do carregamento aplicado, o deslocamento horizontal de qualquer ponto da seção do meio do vão é nulo. Assim sendo, em termos de utilização do computador, visando minimizar os possíveis erros de truncamento na análise pelo método dos elementos finitos, bem como por questões de economia, o elemento da Fig. 1.1.a será substituido pelo da Fig. 1.1.b.



(a) Elemento a ser analisado (b) utilização da simetria

Fig. 1.1 - Geometria, condições de apoio e carregamento do elemento

1.3 - Hipóteses Gerais e Princípios

1.3.1 - Hipóteses da Teoria da Elasticidade

São as seguintes as hipóteses básicas da Teoria da Elasticidade, para a análise a ser efetuada:

a) material homogêneo e continuamente distribuído sobre o volume do corpo
b) material isotrópico
c) material linear (que segue a lei de Hooke)
d) pequenas deformações e pequenos deslocamentos que não afetem substancialmente a ação das forças externas ou seja, os cálculos são sempre baseados nas dimensões iniciais e na forma inicial.

Comentários

Os quesitos c e d dão origem a Teoria da Elasticidade Linear para a qual se pode aplicar o princípio da superposição dos efeitos, que diz:

"Os efeitos produzidos por várias causas podem ser obtidos combinando-se os efeitos produzidos por cada uma das causas atuando isoladamente".

Mesmo admitindo-se as hipóteses enunciadas em a, b, c e d, ainda assim torna-se bastante difícil, para a peça em estudo (vide Fig. 1.1), proceder a uma análise segundo os desenvolvimentos usuais da Teoria Matemática da Elasticidade. Assim sendo, recorre-se a uma solução aproximada, pelo método dos elementos finitos, que como já se frisou anteriormente, permite alcançar resultados suficientemente próximos dos que seriam obtidos por uma análise mais rigorosa.

Acrescente-se ainda que, face a natureza do problema em estudo, se está diante de um estado plano de tensões, ou seja, as tensões são nulas na direção normal ao plano da peça.

1.3.2 - Hipóteses da Resistência dos Materiais

A formulação de acordo com a resistência dos materiais (Teoria Elementar) inclui, além das hipóteses a, b, c e d indicadas no item 1.3.1, duas simplificações:

a) a peça pode ser representada por um eixo
b) hipótese das seções planas

"Após o carregamento as seções continuam planas e normais ao eixo da peça".

Comentários

A hipótese das seções planas, juntamente com o princípio da superposição dos efeitos, permitem derivar, diretamente do princípio dos trabalhos virtuais, o método da carga unitária,que é extremamente vantajoso para a análise de estruturas reticuladas. No que se segue procura-se mostrar como a utilização do princípio dos trabalhos virtuais permite formular o método da carga unitária, para análise de pórticos planos.

O princípio dos trabalhos virtuais pode ser enunciado da seguinte maneira:

"Se a um sistema deformável, em equilíbrio, se dão pequenos deslocamentos virtuais, compatíveis, o trabalho virtual das forças externas sobre os deslocamentos virtuais é igual ao trabalho virtual das forças internas".

Considere-se uma ação $A_i = 1$, correspondente a direção i de um deslocamento D_i. Imponha-se como deslocamento virtual da estrutura, os deslocamentos devidos às cargas reais atuantes. O trabalho total da força externa A_i sobre o deslocamento virtual D_i, correspondente, vale $1 \times D_i$. O trabalho virtual dos esforços internos $N_{x,i}$, $N_{y,i}$ e $M_{z,i}$ sobre os deslocamentos virtuais $\frac{N_x}{EA_x}$, $\frac{N_y}{GA_y}$, $\frac{M_z}{EI_z}$ vale:

$$\int_{est} \left(\frac{N_x . N_{x,i}}{E\ A_x} + \frac{N_y . N_{y,i}}{G\ A_y} + \frac{M_z . M_{z,i}}{E\ I_z} \right) ds$$

onde:

$N_{x,i}$, $N_{y,i}$ e $M_{z,i}$ são os esforços internos para $A_i = 1$

N_x, N_y e M_z são os esforços internos para as cargas reais atuantes

A_x e A_y são as áreas da seção transversal e área da seção transversal reduzida

I_z é o momento de inércia relativo ao eixo z

E e G são os módulos de elasticidade longitudinal e transversal.

Pode-se então escrever:

$$1 \times D_i = \int_{est} \left(\frac{N_x . N_{x,i}}{E\ A_x} + \frac{N_y . N_{y,i}}{G\ A_y} + \frac{M_z . M_{z,i}}{E\ I_z} \right) ds \qquad (1.1)$$

O efeito da parcela $\frac{N_y . N_{y,i}}{G\ A_y}$ tem pequena influência na análise de estruturas compostas de hastes de fraca curvatura e pode neste caso ser desprezado. A eq. 1.1 se reduz então a:

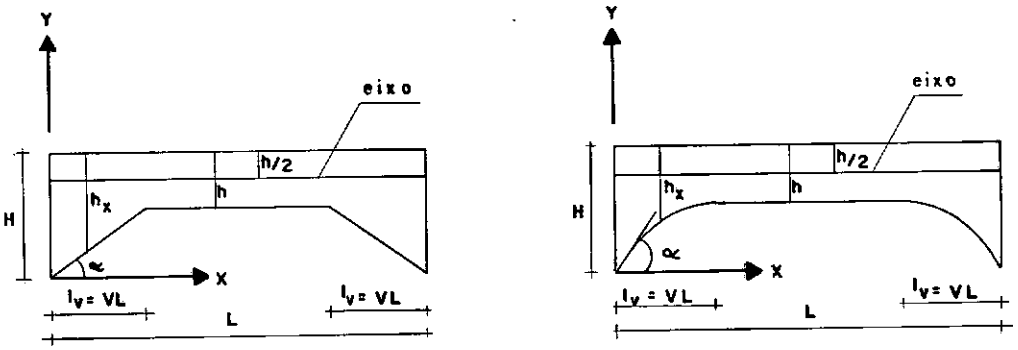
$$D_i = \int_{est} \left(\frac{N_x . N_{x,i}}{E\ A_x} + \frac{M_z . M_{z,i}}{E\ I_z} \right) ds \qquad (1.2)$$

Nas formulações apresentadas neste trabalho, para análise de pórticos planos pelos métodos da flexibilidade e da rigidez, o método da carga unitária será aplicado, a partir da equação 1.2.

1.4 - Hipóteses Particulares

1.4.1 - Hipótese de Eixo Reto

Esta é a maneira usual de se proceder a análise. Além de se admitir o comportamento elástico linear e a hipótese das seções planas, o eixo do elemento e a altura correspondente a uma abscissa x, para o cálculo dos esforços solicitantes, são os indicados na fig. 1.2. Por outro lado, o diagrama de tensões normais é obtido para o eixo passando pelo centro de gravidade da seção.



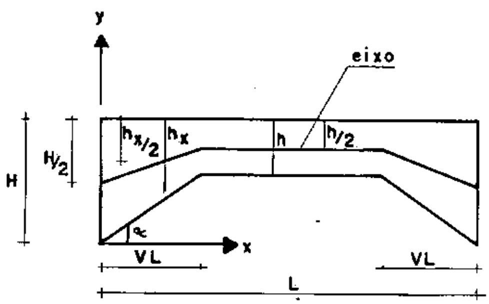
(a) mísula reta (b) mísula parabólica

Fig. 1.2 - Hipótese de eixo reto passando pelo ponto médio da menor altura

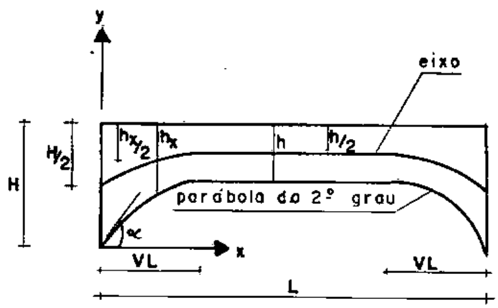
É importante observar que para carregamentos verticais não se obtêm esforço normal no elemento, o que evidentemente não está correto.

1.4.2 - Hipótese de Eixo Passando pelos Pontos Médios das Alturas

Além de se admitir o comportamento elástico linear e a hipótese das seções planas (tal como no item 1.4.1), o eixo do elemento, tanto para a determinação dos esforços solicitantes como para o traçado dos diagramas de tensões normais nas seções, é considerado na posição indicada na fig. 1.3. A consideração da altura h_x, correspondente a uma abscissa x, é idêntica a do item 1.4.1.



(a) mísula reta



(b) mísula parabólica

Fig. 1.3 - Hipótese de eixo passando pelos pontos médios das alturas

Deve ser observado que para carregamentos verticais esta hipótese conduz ao aparecimento de esforço normal no elemento.

1.4.3 - <u>Análise Utilizando o Método dos Elementos Finitos</u>

O elemento utilizado é o isoparamétrico quadrático, com oito pontos nodais (fig. 1.4) e dois graus de liberdade por nó (duas translações).

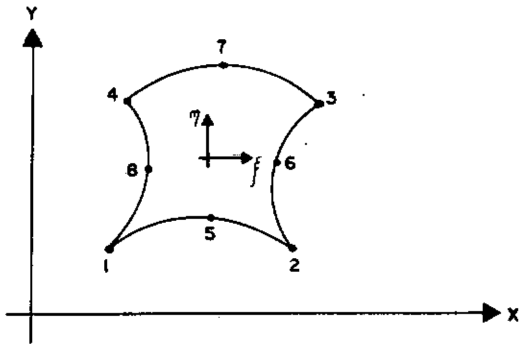


Fig. 1.4 - Elemento para estado plano utilizado na análise

O elemento é para estado plano com quatro pontos nodais de canto e quatro pontos nos meios dos lados. As funções de interpolação assumidas para os deslocamentos são as mesmas que definem a geometria do elemento e estão indicadas a seguir:

$$N_i = 1/4(1 + \xi_o)(1 + \eta_o)(\xi_o + \eta_o - 1) \qquad i = 1,2,3,4$$

$$N_i = 1/2(1 - \xi^2)(1 + \eta_o) \qquad i = 5,7$$

$$N_i = 1/2(1 - \eta^2)(1 + \xi_o) \qquad i = 6,8$$

$$\xi_o = \xi\xi_i \quad e \quad \eta_o = \eta\eta_i$$

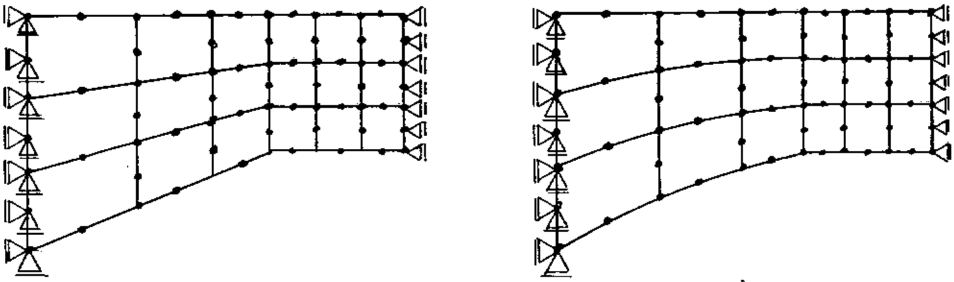
O programa utilizado na análise é o que consta do trabalho

"Programa General para Analisis Estãtico de Estruturas", de Raul A. Feijoo e Luis F. Rojas Monteiro, publicação tẽcnica 16-74, COPPE/UFRJ, setembro de 1974.

O programa estã apresentado para uso em computadores IBM-1130, tendo sido adaptado inicialmente para o computador IBM/370/45 (R. D. C. - PUC), onde foi desenvolvida parte da anãlise, e posteriormente para o computador Burroughs B6700 (NCE-UFRJ), onde os trabalhos foram concluidos.

Outras adaptações foram feitas, tais como geração automãtica de malha, saida em cartões etc., para facilitar a entrada de dados e a anãlise dos resultados.

Nas figs. 1.5.a e 1.5.b estão indicadas as malhas adotadas e condições de apoio, utilizando-se a simetria.



(a) mísula reta (b) mísula parabólica

Fig. 1.5 - Malha e condições de apoio, para análise do elemento pelo método dos elementos finitos

1.5 - Representação do Comportamento do Elemento

Para a análise do comportamento do elemento da fig. 1.1, de acordo com os itens 1.4.1, 1.4.2 e 1.4.3 foram escolhidos para termos de comparação:

- momento fletor na seção do engaste
- esforço na direção horizontal, na seção do engaste (que é igual ao esforço normal na seção do meio do vão)
- momento fletor na seção do meio do vão
- deslocamento vertical do ponto médio da altura da seção do meio do vão

- diagramas de tensões normais nas seções do engaste e do meio do vão.

CAPÍTULO 2

PROCEDIMENTOS PARA A ANÁLISE SEGUNDO A TEORIA DA RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

2.1 - Preliminares

Embora não sendo o objetivo principal do trabalho, foi desenvolvido um programa para a análise de pórticos planos, pelo método da rigidez, através do qual se faz a análise do membro para as considerações de eixo reto e eixo passando pelos pontos médios das alturas.

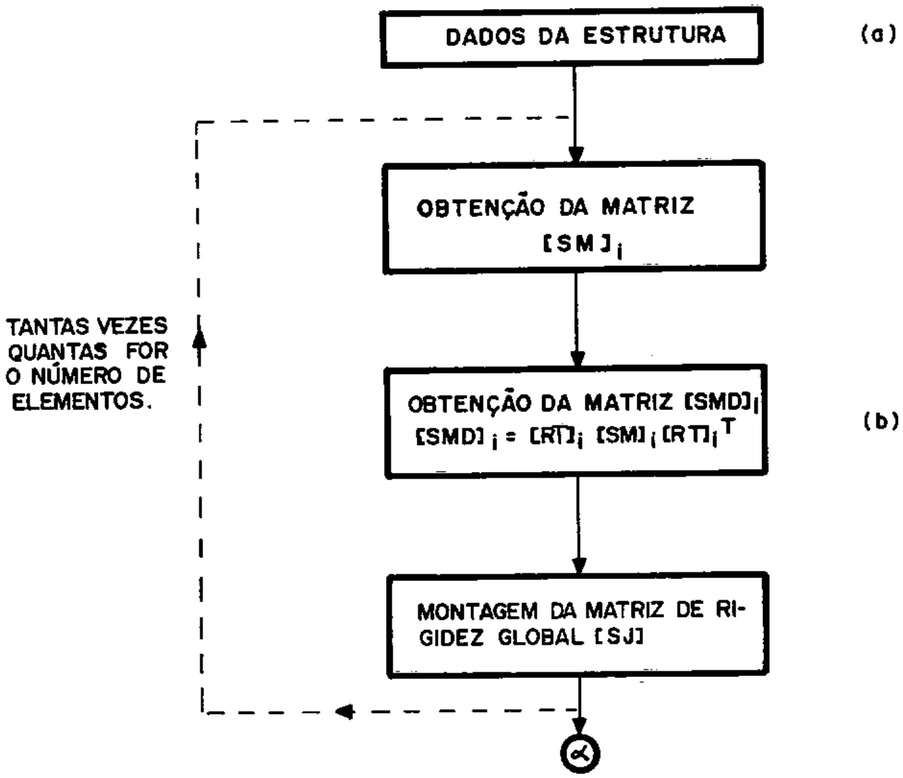
2.2 - Considerações sobre a Análise de Estruturas Reticuladas pelo Método da Rigidez

2.2.1 - Automatização do Método de Rigidez

Neste método, as incógnitas são os deslocamentos livres dos nós da estrutura, também chamados graus de liberdade.

Para pórticos planos o número de graus de liberdade por nó é 3 (translações x e y e rotação z).

Os passos fundamentais para a automatização da análise de estruturas reticuladas pelo método da rigidez podem ser resumidos no esquema da fig. 2.1, indicado a seguir:



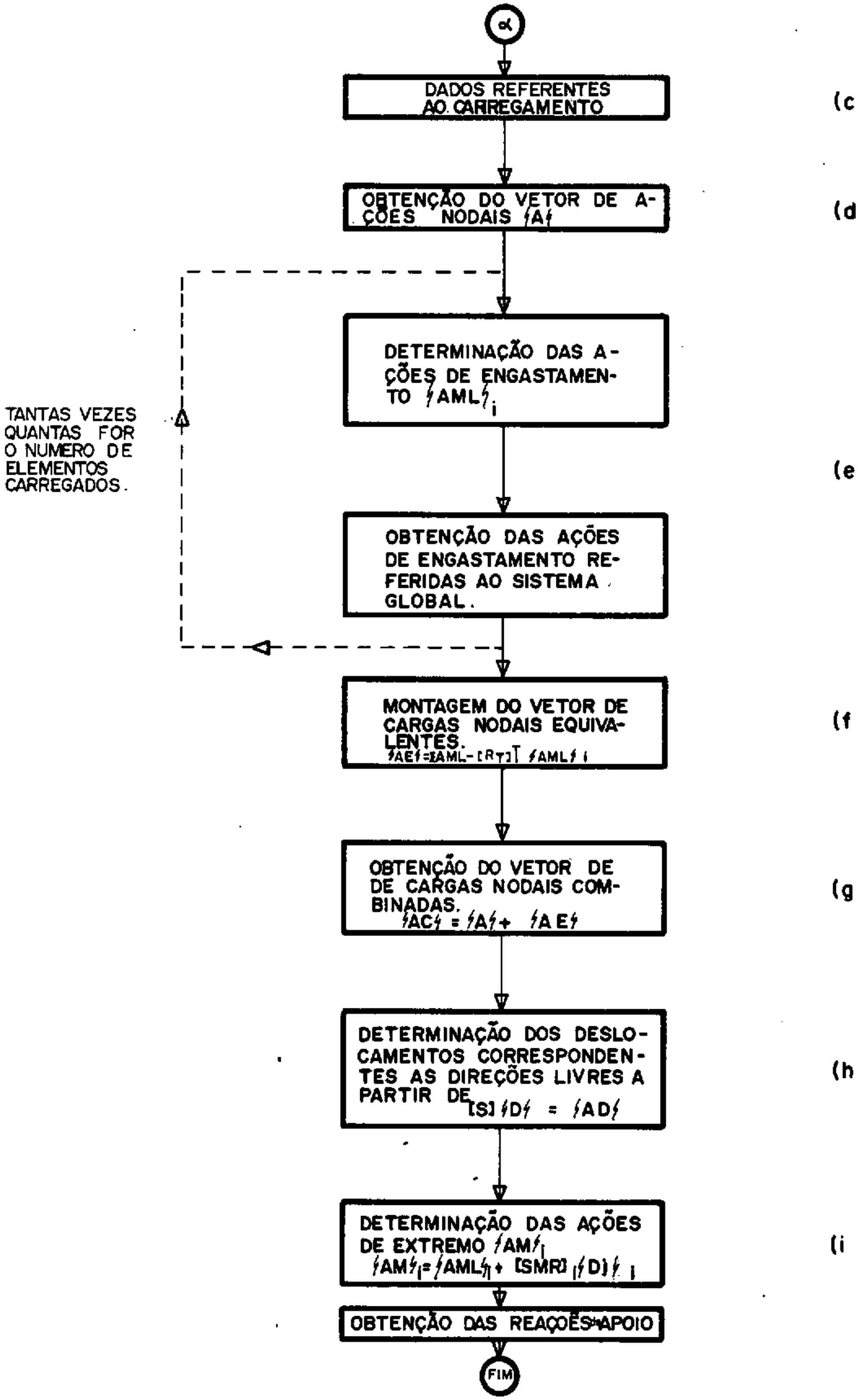


Fig. 2.1 - Passos fundamentais para a automatização da análise de estruturas reticuladas pelo método da rigidez

Comentários

(a) Os dados da estrutura são fornecidos em relação a um sistema de referência global, devendo ser numerados previamente todos os nós e membros. À numeração dos nós está associado, para cada elemento, um sistema de referência local, em relação ao qual se fornecem os dados relativos ao elemento.

(b) Determina-se a matriz de rigidez do elemento i, $[SM]_i$, referida ao sistema de eixos locais.

A seguir obtem-se a matriz de rigidez do elemento i, $[SMD]_i$, referida aos eixos da estrutura, pela operação matricial $[SMD]_i = [RT]_i^T \, [SM]_i \, [RT]_i$ onde $[RT]$ representa a matriz de rotação transformada.

Os coeficientes de $[SMD]_i$ são acumulados nas posições adequadas da matriz de rigidez global $[SJ]$, de maneira que coeficientes de $[SMD]_i$, de membros que concorrem no mesmo nó, se somem.

Repetida esta sistemática para todos elementos monta-se a matriz de rigidez global $[SJ]$.

(c) São fornecidos certos dados preliminares, relativos ao carregamento aplicado à estrutura.

(d) As ações que atuam diretamente nos nós são montadas em um vetor de ações nodais {A}, referido às direções globais.

(e) As ações aplicadas nos membros são manobradas indiretamente na forma de ações de engastamento perfeito, $\{AML\}_i$, aplicadas ao extremo do elemento i, com sinal trocado (ações nodais equivalentes). Tais ações são calculadas nas direções locais e transformadas para as direções globais, através do produto das matrizes $[RT]_i^T$ e $\{AML\}_i$. Este procedimento se estende a todos os elementos com carregamento.

(f) As ações de engastamento perfeito, referidas as direções globais, são acumuladas nas posições convenientes do vetor de cargas nodais equivalentes, {AE}, de maneira que os termos de $[RT]_i^T$ $\{AML\}_i$, para elementos que concorram num mesmo nó, se somem. Na equação $\{AE\} = \sum AML - [RT]_i^T \{AML_i\}$ (escrita de forma simbólica), $\sum AML$ representa as contribuições de elementos já considerados anteriormente ao elemento i.

(g) O vetor de cargas nodais combinadas {AC} = {A} + {AE} é tal que fornece os mesmos deslocamentos da estrutura para as cargas reais. Os termos de {AC} correspondentes às direções livres constituem o vetor {AD}.

(h) Os deslocamentos dos nós da estrutura, correspondentes às direções livres, são obtidos pela resolução do sistema de equações {AD} = [S]{D}, uma vez que são considerados nulos os deslocamentos de apoio. Esta expressão é derivada diretamen te da equação $\{AJ\} = \{AJL\} + [SJ]\{DJ\}$ que traduz a condição de equilíbrio para todos os nós da estrutura e decorre diretamente da aplicação do princípio da superposição dos efeitos. O significado dos seus termos é o seguinte:

$\{AJ\}$ ações nos nós da estrutura real

$\{AJL\}$ ações nos nós da estrutura fixa (com todos os deslocamentos impedidos) devidas as cargas atuantes

$[SJ]$ ações que surgem na estrutura fixa, em todas as direções possíveis de haver deslocamentos, causadas por valores unitários destes mesmos deslocamentos.

(i) As ações de extremo de membro, $\{AM\}_i$, consistirão na superposição das ações de engastamento perfeito $\{AML\}_i$, e dos efeitos causados pelos deslocamentos dos extremos do elemento:

$$\{AM\}_i = \{AML\}_i + [SM]_i \{DM\}_i$$

Nesta expressão, $\{DM\}_i$ representa o vetor de deslocamentos do membro, referido às direções locais. Pode-se obtê-lo por intermédio da operação matricial $\{DM\}_i = [RT]_i\{DJ\}_i$, onde no vetor $\{DJ\}_i$ estão contidos os deslocamentos dos nós, do membro i, referidos às direções globais.

Pode-se escrever então:

$$\{AM\}_i = \{AML\}_i + [SM]_i [RT]_i \{DJ\}_i$$

O produto $[SM]_i [RT]_i$, na expressão acima, irá constituir a matriz $[SMR]_i$. Sendo assim a equação anterior toma o seguintes aspecto:

$$\{AM\}_i = \{AML\}_i + [SMR]_i \{DJ\}_i$$

(j) A obtenção das reações de apoio é imediata e encerra a análise. Neste trabalho tais reações são obtidas somando-se, nas direções restringidas, as contribuições das ações de extremo do membro e as cargas nodais aplicadas nestas direções com sinal invertido.

2.2.2 - Obtenção da Matriz de Rigidez do Elemento

a) Matriz de rigidez no sistema local

A associação de um elemento i (considerado isoladamente) com a estrutura é feita indicando o nó inicial j e o nó final k, interligados por este elemento. Tais nós definem o sistema de eixos locais XM, YM, ZM. O eixo XM é dirigido do nó j para o nó k, com o sentido positivo de j para k (fig. 2.2). O eixo ZM, perpendicular ao plano da estrutura é dirigido da figura para o observador. Determina-se o eixo YM de modo que o triedro XM, YM, ZM seja direto. Se o elemento é reto seu eixo coincide com XM. Para elementos de eixo curvo pode ser considerado ainda um sistema de referência para cada seção S, XS, YS e ZS, tendo o eixo XS a direção da tangente ao eixo do elemento, na seção. O eixo ZS é paralelo a ZM e o eixo YS é normal ao plano XS, ZS. Os esforços solicitantes no elemento são referidos a este sistema de eixos.

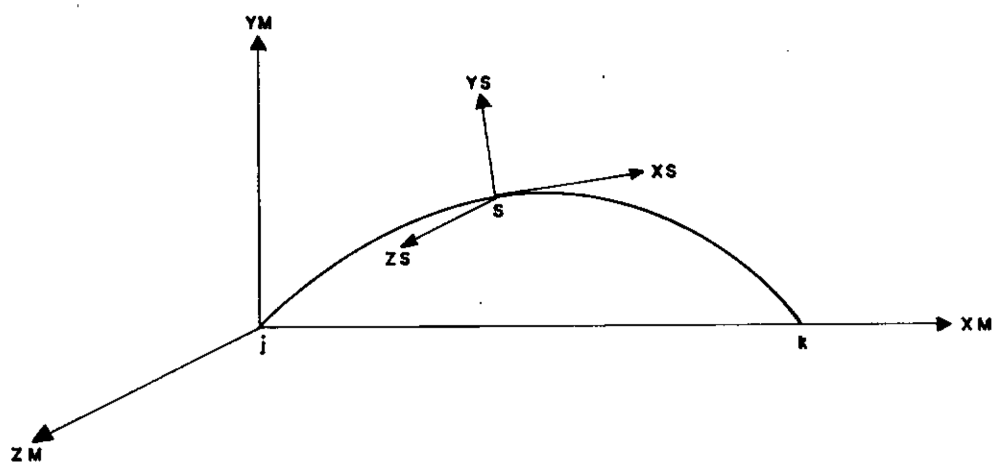


Fig. 2.2 - Eixos locais e na seção S

Os coeficientes da matriz de rigidez do elemento, [SM], são as ações de engastamento que surgem nas direções de 1 a 6, do elemento engastado da fig. 2.3, devidas a deslocamentos unitários sucessivos nestas direções (o primeiro índice dos coeficientes in dica causa e o segundo o efeito).

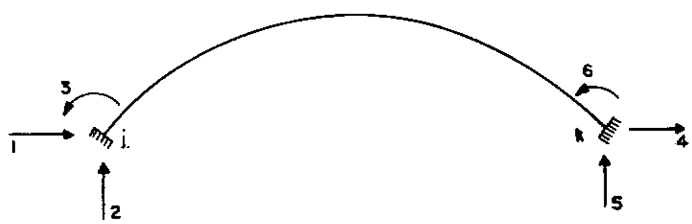


Fig. 2.3 - Direções das ações e deslocamentos no elemento

A matriz [SM] é simétrica, quadrada (6 x 6), e pode ser dividida em quatro submatrizes:

$$[SM] = \left[\begin{array}{c|c} SM_{jj} & SM_{jk} \\ \hline SM_{kj} & SM_{kk} \end{array}\right]$$

A submatriz $[SM_{kk}]$ é constituida pelas ações na extremidade de k do elemento, devidas a deslocamentos unitários na própria extermidade k. Seus coeficientes se referem às direções 4, 5 e 6 e podem ser obtidos pela inversão da matriz de flexibilidade $[FM_{kk}]$, correspondente a estas direções, do elemento haste em balanço indicado na fig. 2.4 (os coeficientes de $[FM_{kk}]$ são deslocamentos na extremidade k, decorrentes de ações unitárias aplicadas na própria extremidade k).

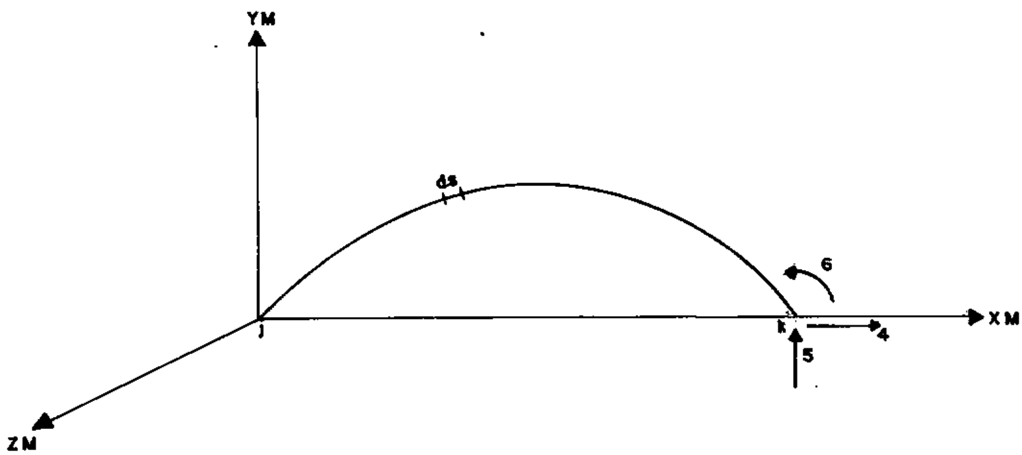


Fig. 2.4 - Elemento haste em balanço para a otenção dos coeficientes de $[FM_{kk}]$

As matrizes $[FM_{kk}]$ e $[SM_{kk}]$ são quadradas (3 x 3) e simétricas, com o seguinte aspecto:

$$
\left[FM_{kk}\right] = \begin{bmatrix} FM_{44} & FM_{45} & FM_{46} \\ FM_{54} & FM_{55} & FM_{56} \\ FM_{64} & FM_{65} & FM_{66} \end{bmatrix} \qquad \left[SM_{kk}\right] = \left[FM_{kk}\right]^{-1} = \begin{bmatrix} SM_{44} & SM_{45} & SM_{46} \\ SM_{54} & SM_{55} & SM_{56} \\ SM_{64} & SM_{65} & SM_{66} \end{bmatrix}
$$

Um coeficiente de $[FM_{kk}]$ é obtido pela aplicação direta do método da carga unitária (equação 1.2):

$$FM_{ij} = \int_{elemento} \left(\frac{N_{x,i} \cdot N_{x,j}}{E\ A_x} + \frac{M_{z,i} \cdot M_{z,j}}{E\ I_z} \right) ds$$

Nesta expressão, FM_{ij} é o deslocamento na direção i produzido por um esforço unitário aplicado na direção j; $N_{x,i}$ ou $N_{x,j}$ e $M_{z,i}$ ou $M_{z,j}$ são esforços solicitantes numa seção s do elemento em balanço (referidos ao sistema XS, YS e ZS), produzidos por um esforço unitário aplicado nas direções i ou j; E, A_x e I_z são, respectivamente, o módulo de elasticidade longitudinal, a área da seção transversal e o momento de inércia com relação ao eixo ZM.

Uma vez obtida $[SM_{kk}]$, pode-se então construir a matriz $[SM_{jk}]$ como se segue.

Um deslocamento unitário na extremidade k do elemento dá origem a esforços nas extremidades j e k (vide fig. 2.5), que irão constituir, respectivamente, colunas correspondentes das submatrizes $[SM_{jk}]$ e $[SM_{kk}]$, conforme indicado no esquema abaixo.

$$
\begin{array}{cl}
\overbrace{\hphantom{- \quad - \quad - \quad - \quad SM_{1k} \quad -}}^{\substack{\text{coeficientes devidos a} \\ DM_k \,=\, 1}} & \\
\begin{bmatrix}
- & - & - & - & SM_{1k} & - \\
- & - & - & - & SM_{2k} & - \\
- & - & - & - & SM_{3k} & - \\
- & - & - & - & SM_{4k} & - \\
- & - & - & - & SM_{5k} & - \\
- & - & - & - & SM_{6k} & -
\end{bmatrix}
&
\begin{array}{l}
\left.\vphantom{\begin{array}{c}1\\1\\1\end{array}}\right\} \text{esforços na extremidade } j \\
\left.\vphantom{\begin{array}{c}1\\1\\1\end{array}}\right\} \text{esforços na extremidade } k
\end{array}
\end{array}
$$

Os esforços na extremidade j (Fig. 2.5), devidos ao deslocamento $DM_k = 1$, podem então ser determinados em função dos esforços na extremidade k, pelas condições de equilíbrio:

$$SM_{1k} + SM_{4k} = 0 \quad \therefore \quad SM_{1k} = - SM_{4k}$$

$$SM_{2k} + SM_{5k} = 0 \quad \therefore \quad SM_{2k} = - SM_{5k}$$

$$SM_{3k} + SM_{5k}L + SM_{6k} = 0 \quad \therefore \quad SM_{3k} = - (SM_{5k}L + SM_{6k})$$

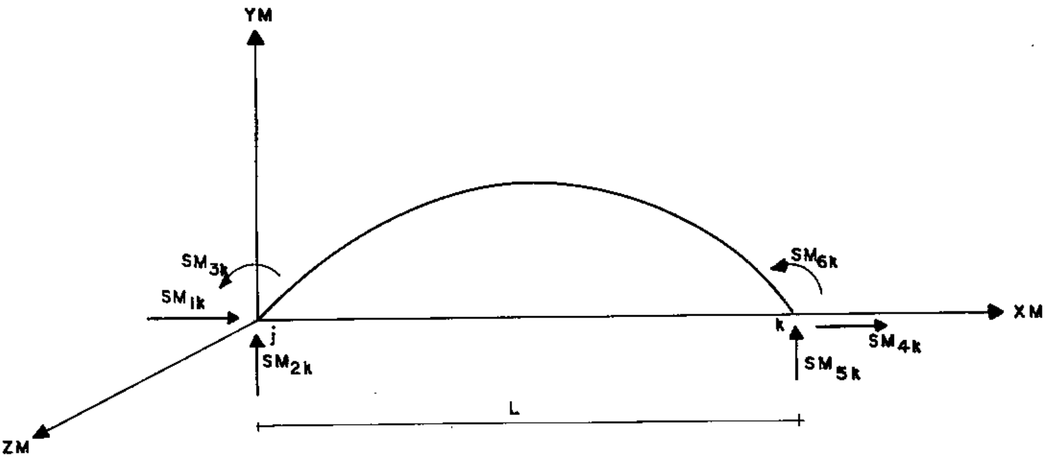


Fig. 2.5 - Esforços nas extremidades j e k devidos a um deslocamento $DM_k = 1$

Determinada a submatriz $\left[SM_{jk}\right]$, a submatriz $\left[SM_{kj}\right]$ pode ser obtida por simetria e a submatriz $\left[SM_{jj}\right]$ pode ser construida a partir dos coeficientes de $\left[SM_{kj}\right]$, novamente a partir das condições de equilíbrio. Pode-se, portanto, determinar a matriz $[SM]$ a partir dos seis coeficientes independentes da submatriz $\left[SM_{kk}\right]$, resultando então nas relações indicadas na Fig. 2.6.

$SM_{11} =$ $= SM_{44}$	$SM_{12} =$ $= SM_{45}$	$SM_{13} =$ $= SM_{45}L +$ $+ SM_{46}$	$SM_{14} =$ $= - SM_{44}$	$SM_{15} =$ $= -SM_{45}$	$SM_{16} =$ $= - SM_{46}$
$SM_{21} =$ $= SM_{45}$	$SM_{22} =$ $= SM_{55}$	$SM_{23} =$ $= SM_{55}L +$ $+ SM_{56}$	$SM_{24} =$ $= - SM_{45}$	$SM_{25} =$ $= -SM_{55}$	$SM_{26} =$ $= - SM_{56}$
$SM_{31} =$ $= SM_{45}L +$ $+ SM_{46}$	$SM_{32} =$ $= SM_{55}L +$ $+ SM_{56}$	$SM_{33} =$ $= SM_{55}L^2 +$ $+ 2SM_{56}L + SM_{66}$	$SM_{34} =$ $= -SM_{54}L -$ $- SM_{46}$	$SM_{35} =$ $= -SM_{55}L -$ $- SM_{56}$	$SM_{36} =$ $= -SM_{56}L -$ $-SM_{66}$
$SM_{41} =$ $= - SM_{44}$	$SM_{42} =$ $= - SM_{45}$	$SM_{43} =$ $= -SM_{54}L -$ $- SM_{46}$	SM_{44}	SM_{45}	SM_{46}
$SM_{51} =$ $= - SM_{45}$	$SM_{52} =$ $= - SM_{55}$	$SM_{53} =$ $= -SM_{55}L -$ $- SM_{56}$	SM_{54}	SM_{55}	SM_{56}
$SM_{61} =$ $= - SM_{46}$	$SM_{62} =$ $= - SM_{56}$	$SM_{63} =$ $= -SM_{56}L -$ $- SM_{66}$	SM_{64}	SM_{65}	SM_{66}

Fig. 2.6 - Obtenção dos coeficientes da matriz de rigidez do elemento, $[SM]$, a partir dos seis coeficientes in dependentes da submatriz $[SM_{kk}]$

Eventualmente pode ser vantajosa a determinação de $[SM_{kk}]$ tomando como base o elemento-haste simplesmente apoiada, sendo um dos apoios fixo nas direções XM e YM e o outro fixo apenas na direção YM. Ambos os apoios, no entanto, são livres para a rotação em torno do eixo ZM (fig. 2.7).

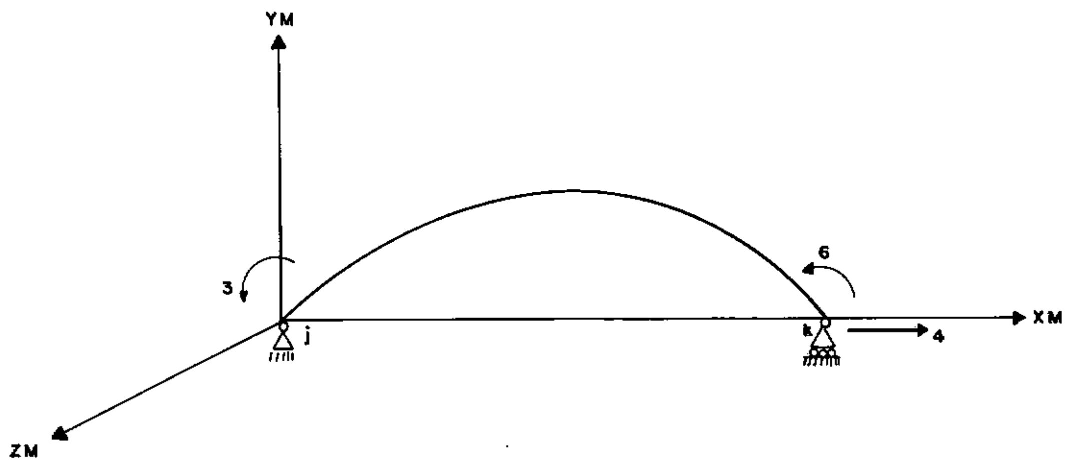


Fig. 2.7 - Elemento haste simplesmente apoiada

A determinação dos coeficientes da matriz de flexibilidade $[FM_{haste}]$, segundo as direções 4, 3 e 6 é feita a partir da equação 1.2, obviamente para esforços solicitantes $N_{x,i}$, $N_{x,j}$, $M_{z,i}$ e $M_{z,j}$ diferentes dos do elemento em balanço.

Ordenando os termos de $\left[FM_{haste}\right]$ tal que os coeficientes correspondentes as direções 4,3 e 6 fiquem em primeiro, segundo e terceiro lugares, respecitvamente, e procedendo em seguida a inversão de $\left[FM_{haste}\right]$ para a obtenção de $\left[SM_{haste}\right]$, resulta:

$$\left[FM_{haste}\right] = \begin{bmatrix} FM_{44} & FM_{43} & FM_{46} \\ FM_{34} & FM_{33} & FM_{36} \\ FM_{64} & FM_{63} & FM_{66} \end{bmatrix}$$

$$\left[SM_{haste}\right] = \left[FM_{haste}\right]^{-1} = \begin{bmatrix} SM_{44} & SM_{43} & SM_{46} \\ SM_{34} & SM_{33} & SM_{36} \\ SM_{64} & SM_{63} & SM_{66} \end{bmatrix}$$

Os coeficientes restantes de $\left[SM_{haste}\right]$ necessários para completar $\left[SM_{kk}\right]$ são obtidos por equilíbrio:

$$SM_{45} = SM_{54} = - \frac{SM_{43} + SM_{46}}{L}$$

$$SM_{65} = SM_{56} = - \frac{SM_{36} + SM_{66}}{L} \qquad (2.1)$$

$$SM_{55} = - \frac{- SM_{33} + 2SM_{56}L + SM_{66}}{L^2}$$

Uma vez obtida $\left[SM_{kk}\right]$ os passos a seguir para a determinação dos demais coeficientes de $\left[SM\right]$ já foram indicados.

b) <u>Matriz de rigidez do elemento referida ao sistema global</u>

A matriz de rigidez $\left[SM\right]$ pode ser referida as direções globais por intermédio de uma matriz $\left[RT\right]$.

O sistema de referência global escolhido para pórtico plano é o indicado na fig. 2.8. O plano X-Y contém o plano da estrutura, o eixo Z é dirigido da figura para o observador, e o triedro X-Y-Z deve ser direto.

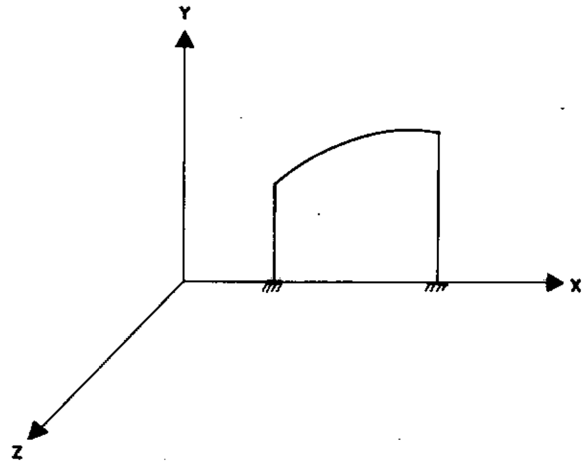


Fig. 2.8 - Eixos globais

Considere o elemento que une os nós j e k da estrutura, cujo eixo XM forma um ângulo γ com o eixo X (fig. 2.9). A matriz de rotação $[RT]$ através da qual o grupo de ações e deslocamentos para o sistema de eixos locais será referido ao sistema de eixos globais é ortogonal, ou seja $[RT]^T = [RT]^{-1}$, e da forma:

$$[RT] = \left[\begin{array}{c|c} R & 0 \\ \hline 0 & R \end{array}\right] \qquad \text{onde} \quad [R] = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \operatorname{sen}\gamma & 0 \\ -\operatorname{sen}\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

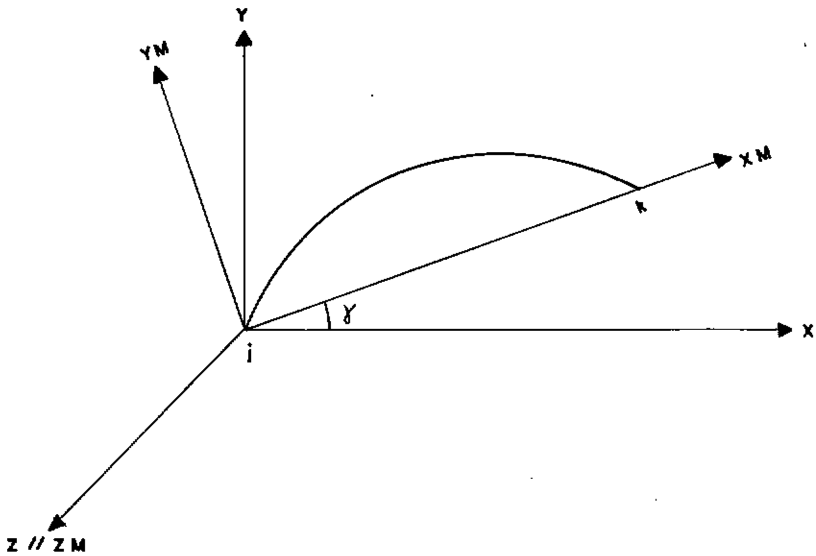


Fig. 2.9 - Rotação de eixos

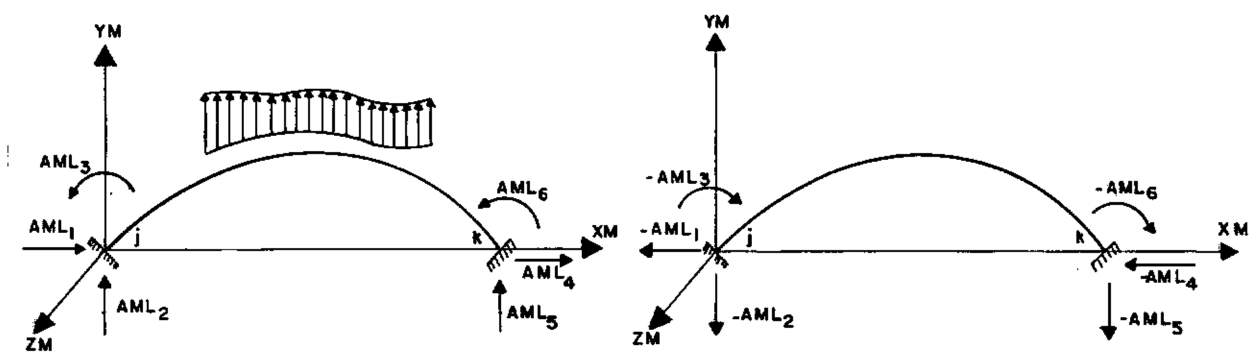
A transformação da matriz [SM] para o sistema global é feita pela seguinte operação matricial:

$$[SMD] = [RT]^T \; [SM] \, [RT]$$

Os coeficientes de [SMD] são esforços nas direções globais que surgem nas extremidades do membro bi-engastado, para deslocamentos unitários também nestas direções.

2.2.3 - Ações de Engastamento Perfeito nas Extremidades dos Elementos

As ações aplicadas nos elementos da estrutura são manobradas indiretamente na forma de ações de engastamento {AML} (fig. 2.10.a) aplicadas aos extremos com sinal trocado (fig. 2.10.b).

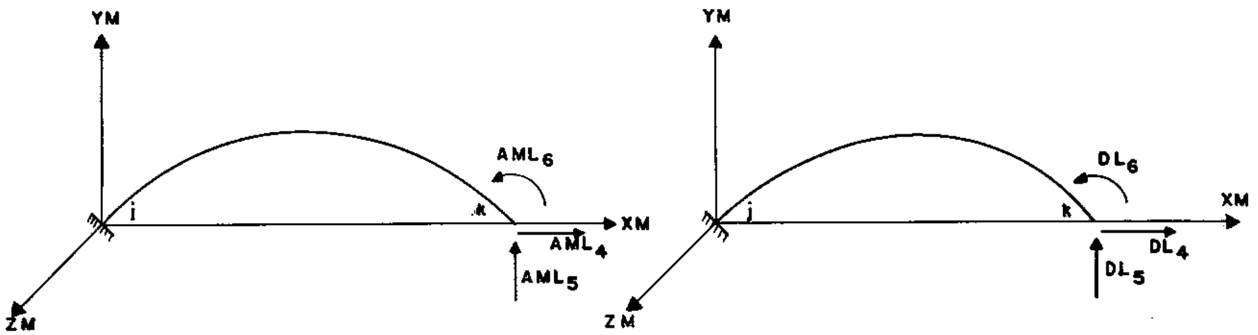


(a) ações de engastamento perfeito referidas as direções locais

(b) ações de extremo equivalentes referidas as direções locais

Fig. 2.10 - Tratamento das cargas no elemento

As ações de engastamento perfeito da extremidade k serão obtidas pelo método da flexibilidade e as da extremidade j decorrem do equilíbrio, da maneira indicada a seguir. Inicialmente, são liberados os vínculos nas direções dos AML_4, AML_5 e AML_6 pro curados (redundantes estáticas) obtendo-se o elemento em balanço da fig. 2.11.a. Os deslocamentos correspondentes as direções 4, 5 e 6 devidos às cargas no membro irão constituir o vetor {DKL} (fig. 2.11.b). A seguir é determinada a matriz de flexibilidade $[FM_{kk}]$ (item 2.2.2a).



(a) redundantes estáticas (b) deslocamentos nas direções das redundantes, devidos ao carregamento

Fig. 2.11 - Haste em balanço obtida pela liberação dos vínculos nas direções das redundantes AML_4. AML_5 e AML_6 procuradas.

O princípio da superposição dos efeitos e o fato de se conhecer os deslocamentos nas direções em que foram liberados os vínculos permite escrever a equação de compatibilidade do método da flexibilidade para o elemento em balanço, ou seja:

$$\{DL_k\} + [FM_{kk}]\{AML_k\} = \{0\}$$

Os $\{AML_k\}$ decorrem então de:

$$\{AML_k\} = - [FM_{kk}]^{-1} \{DL_k\}$$

ou:

$$\{AML_k\} = - [SM_{kk}]\{DL_k\}$$

Que escrita em forma expandida:

$$\begin{Bmatrix} AML_4 \\ AML_5 \\ AML_6 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} SM_{44} & SM_{45} & SM_{46} \\ SM_{54} & SM_{55} & SM_{56} \\ SM_{64} & SM_{65} & SM_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DL_4 \\ DL_5 \\ DL_6 \end{Bmatrix}$$

Estando $[SM_{kk}]$ determinada (item 2.2.2.a), é necessário no sistema de equações anterior, para a obtenção do vetor $\{AML_k\}$ o cálculo dos deslocamentos que irão constituir o vetor $\{DL_k\}$.

Um deslocamento DL_i, na direção i, produzido pelas cargas que atuam sobre o elemento será obtido pela aplicação direta do método da carga unitária (eq. 1.2):

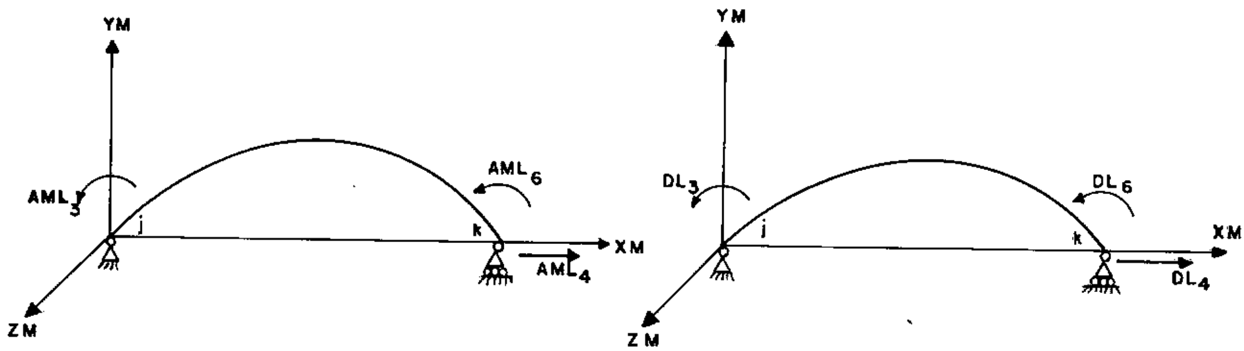
$$DL_i = \int_{elemento} \left(\frac{N_{x,i} \cdot N_{x,L}}{E\ A_x} + \frac{M_{z,i} \cdot M_{z,L}}{E\ I_z} \right) ds$$

Nesta expressão $N_{x,i}$ e $M_{z,i}$ são os esforços solicitantes na seção transversal do elemento em balanço (referidos aos eixos XS, YS e ZS), devidos a um esforço unitário aplicado na direção i do deslocamento procurado.

$N_{x,L}$ e $M_{z,L}$ são os esforços solicitantes na seção transversal do elemento em balanço (referidos aos eixos XS, YS e ZS) devidos as cargas.

Uma vez obtido o vetor $\{AML_k\}$, as ações de engastamento perfeito nas direções 1, 2 e 3 da extremidade j, que irão constituir o vetor $\{AML_j\}$, são obtidas por equilíbrio.

Se se quer obter os $\{AML\}$ tendo por base o sistema haste biapoiada a marcha a seguir é a mesma anterior. Os vínculos são liberados nas direções dos $\{AML_{haste}\}$ (redundantes estáticas) indicados na fig. 2.12.a. Na fig.2.12.b estão indicados os deslocamentos nas direções liberadas devidos aos carregamentos do elemento, que irão constituir o vetor $\{DL_{haste}\}$.



(a) redundantes estáticas (b) deslocamentos nas direções das redundantes devidos aos carregamentos aplicados

Fig. 2.12 - Elemento haste bi-apoiada obtido pela liberação dos vínculos nas direções das redundantes AML_3, AML_4 e AML_6 procuradas

Seguindo a mesma sequência indicada anteriormente e ordenando as equações de maneira que as direções 4, 3 e 6 apareçam em primeiro, segundo e terceiro lugares respectivamente, obtem-se:

$$\{AML_{haste}\} = - \left[SM_{haste}\right] \{DL_{haste}\}$$

Que escrita em forma expandida:

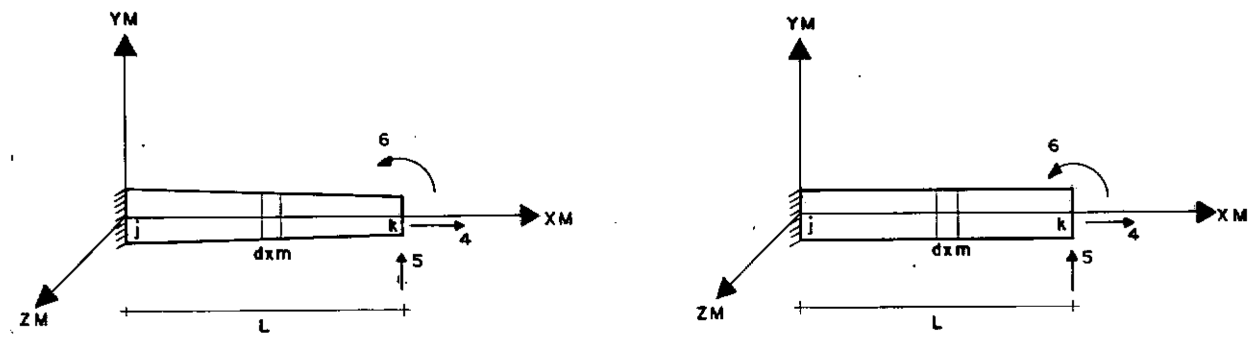
$$\begin{Bmatrix} AML_4 \\ AML_5 \\ AML_6 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} SM_{44} & SM_{43} & SM_{46} \\ SM_{34} & SM_{33} & SM_{36} \\ SM_{64} & SM_{63} & SM_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DL_4 \\ DL_3 \\ DL_6 \end{Bmatrix}$$

No sistema acima, $[SM_{haste}]$ foi obtida em 2.2.2.a, $\{DL_{haste}\}$ é obtido pela aplicação direta do método da carga unitária (eq. 1.2). As ações AML referentes as direções 1, 2 e 5 são obtidas por equilíbrio.

2.3 - Matriz de Rigidez para Elementos com Seção Constante, com Mísula Reta e com Mísula Parabólica

2.3.1 - Matriz de Rigidez para Elementos com Eixo Reto e Seção Constante

A matriz de rigidez para o elemento de eixo reto e seção variável (ou em particular seção constante) é obtida usualmente a partir da matriz de flexibilidade $[FM_{kk}]$ associada as direções 4, 5 e 6 do elemento em balanço, indicado na fig. 2.13.



(a) seção variável (b) seção constante

Fig. 2.13 - Elemento de eixo reto

A matriz $[FM_{kk}]$ para o elemento de eixo reto é a seguinte:

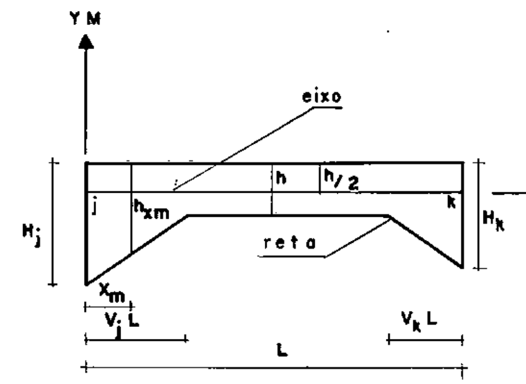
$$[FM_{kk}] = \begin{bmatrix} \int_0^L \frac{1}{EA_x}\,dxm & 0 & 0 \\ 0 & \int_0^L \frac{(L-xm)^2}{EI_z}\,dxm & \int_0^L \frac{(L-xm)}{EI_z}\,dxm \\ 0 & \int_0^L \frac{(L-xm)}{EI_z}\,dxm & \int_0^L \frac{1}{EI_z}\,dxm \end{bmatrix}$$

Fazendo A_x e I_z constantes nas integrais anteriores, obtem-se facilmente $[FM_{kk}]$ para elementos de eixo reto e seção constante, que invertida fornece $[SM_{kk}]$, a partir da qual os coeficientes restantes de $[SM]$ são determinados, da maneira indicada na Fig. 2.6, obtendo-se:

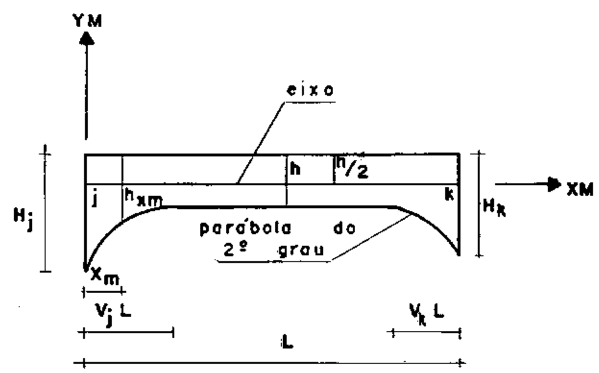
$$[SM] = \begin{bmatrix} \frac{EA_x}{L} & & & & & \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & & & & \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{4EI_z}{L} & & \text{Simétrica} & \\ -\frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & \frac{EA_x}{L} & & \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{2EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

2.3.2 - Matriz de Rigidez para Elementos com Mísula Reta ou Parabólica e Eixo Reto

O elemento é o indicado na Fig. 2.14:



(a) mísula reta



(b) mísula parabólica

Fig. 2.14 - Elemento com mísula reta ou parabólica e eixo reto

sendo:

$V_{j \text{ ou } k}$ o comprimento da mísula correspondente ao nó j (inicial) ou k (final)

$$VN_{j \text{ ou } k} = \frac{\text{momento de inércia da parte constante}}{\text{momento de inércia dos apoios (j ou k)}}$$

Para elementos com mísula reta ou parabólica e eixo reto é vantajoso trabalhar com o sistema viga-biapoiada (Fig. 2.15) pois os coeficientes FM_{33}, FM_{66} e $FM_{36} = FM_{63}$ das extremidades j e k encontram-se tabelados em obras clássicas de autores tais como Guldan e Strassner, bastando determinar FM_{44} para completar a matriz $\left[FM_{viga}\right]$.

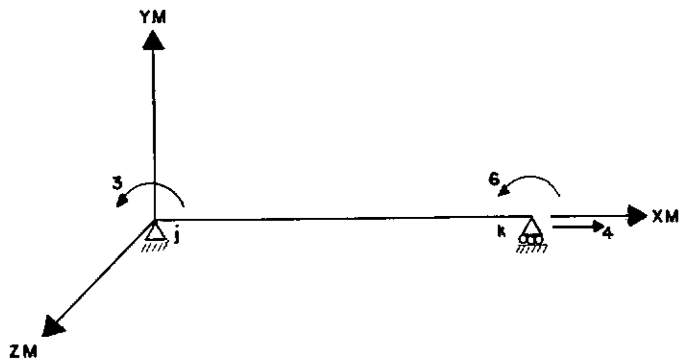


Fig. 2.15 - Elemento viga bi-apoiada

A matriz $\left[FM_{viga}\right]$ para o elemento de eixo reto e seção variável, ordenados seus termos, tal que os coeficientes correspondentes as direções 4,3 e 6 fiquem em primeiro, segundo e terceiro lugares respectivamente ē a seguinte:

$$\left[FM_{viga}\right] = \begin{bmatrix} \int_0^L \frac{1}{EA_x}\, dxm & 0 & 0 \\ 0 & \int_0^L \frac{(L-xm)^2}{EI_z}\, dxm & -\int_0^L \frac{xm(L-xm)}{EI_z}\, dxm \\ 0 & -\int_0^L \frac{xm(L-xm)}{EI_z}\, dxm & \int_0^L \frac{xm^2}{EI_z}\, dxm \end{bmatrix}$$

A resolução das integrais acima para elementos com mísula reta ou parabólica e eixo reto conduz a uma matriz $\left[FM_{viga}\right]$, cujo aspecto é o seguinte:

$$\left[FM_{viga}\right] = \begin{bmatrix} \frac{L}{EA_h}\varphi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{3EI_h}\varphi_{33} & -\frac{L}{6EI_h}\varphi_{36} \\ 0 & -\frac{L}{6EI_h}\varphi_{63} & \frac{L}{3EI_h}\varphi_{66} \end{bmatrix}$$

Os coeficientes que faltam em $\left[SM_{viga}\right] = \left[FM_{viga}\right]^{-1}$ para completar $\left[SM_{kk}\right]$ são obtidos por equilíbrio conforme indicado no item 2.2.2.a.

A partir de $\left[SM_{kk}\right]$ os termos restantes de $\left[SM\right]$ são obtidos conforme indicado na Fig. 2.6, resultando:

$\left(\frac{1}{\varphi_{44}}\right) \times \frac{EA_h}{L}$					
0	$\left(\frac{\varphi_{66}+\varphi_{36}+\varphi_{33}}{\Delta}\right) \times \left(\frac{12EI_h}{L^3}\right)$				
0	$\left(\frac{2\varphi_{66}+\varphi_{36}}{\Delta}\right) \times \left(\frac{6EI_h}{L^2}\right)$	$\left(\frac{3\varphi_{66}}{\Delta}\right) \times \left(\frac{4EI_h}{L}\right)$			
$\left(\frac{1}{\varphi_{44}}\right) \times \left(\frac{-EA_h}{L}\right)$	0	0	$\left(\frac{1}{\varphi_{44}}\right) \times \left(\frac{EA_h}{L}\right)$		
0	$\left(\frac{\varphi_{66}+\varphi_{36}+\varphi_{33}}{\Delta}\right) \times \left(-\frac{12EI_h}{L^3}\right)$	$\left(\frac{2\varphi_{66}+\varphi_{36}}{\Delta}\right) \times \left(-\frac{6EI_h}{L^2}\right)$	0	$\left(\frac{\varphi_{66}+\varphi_{36}+\varphi_{33}}{\Delta}\right) \times \left(\frac{12EI_h}{L^3}\right)$	
0	$\left(\frac{2\varphi_{33}+\varphi_{36}}{\Delta}\right) \times \left(-\frac{6EI_h}{L^3}\right)$	$\left(\frac{3\varphi_{36}}{\Delta}\right) \times \left(\frac{2EI_h}{L}\right)$	0	$\left(\frac{2\varphi_{33}+\varphi_{36}}{\Delta}\right) \times \left(-\frac{6EI_h}{L^2}\right)$	$\left(\frac{3\varphi_{33}}{\Delta}\right) \times \left(\frac{4EI_h}{L}\right)$

$$\Delta = 4\varphi_{33}\,\varphi_{66} - \varphi_{36}^2$$

Fig. 2.16 - Matriz de rigidez para o elemento com mísula reta ou parabólica e eixo reto.

Um coeficiente SM_{ij} da matriz indicada na Fig. 2.16 é expresso pelo produto do coeficiente de rigidez correspondente para o membro com inércia constante e igual à do trecho central, $SM_{ij\,constante}$, por um coeficiente CR_{ij}:

$$SM_{ij} = CR_{ij}\ SM_{ij\ constante}$$

As expressões que fornecem os coeficientes φ são as seguintes:

$$\varphi_{44} = [1 - V_j - V_k + V_j\ K_{j5} + V_k\ K_{k5}]$$

$$\varphi_{33} = [1 - 3V_j(1-K_{j1}) + 3V_j^2(1-2K_{j1}+2K_{j2}) - V_j^3(1 - 3K_{j1} + 6K_{j2} - 3K_{j3}) - V_k^3(1-3K_{k1} + 6K_{k2} - 3K_{k3})]$$

$$\varphi_{66} = [1 - 3V_k(1 - K_{k1}) + 3V_k^2(1 - 2K_{k1} + 2K_{k2}) - V_k^3(1 - 3K_{k1} + 6K_{k2} - 3K_{k3}) - V_j^3(1 - 3K_{j1} + 6K_{j2} - 3K_{j3})]$$

$$\varphi_{36} = \varphi_{63} = [1 - 3V_j^2(1 - 2K_{j1} + 2K_{j2}) + 2V_j^3(1 - 3K_{j1} + 6K_{j2} - 3K_{j3}) - 3V_k^2(1 - 2K_{k1} + 2K_{k2}) + 2V_k^3(1 - 3K_{k1} + 6K_{k2} - 3K_{k3})]$$

A seguir estão apresentadas as 6 constantes K_{mi} (m = j ou k, i = 1 a 6) para o elemento com mísula reta ou parabólica. Para a determinação dos coeficientes de [SM], apenas K_{m1}, K_{m2}, K_{m3} e K_{m5} (m = j ou k) serão utilizadas, porém as 6 constantes indicadas são necessárias quando da determinação das ações de engastamento perfeito nas extremidades dos elementos.

- Constantes K_m (m = j ou k) para elementos com mísula reta:

$$K_{m1} = S_m \frac{S_m C_m + 2}{2(S_m C_m + 1)^2}$$

$$K_{m2} = S_m^2 \frac{1}{2(S_m C_m + 1)^2}$$

$$K_{m3} = \frac{1}{C_m^3} \left[Ln(S_m C_m + 1) - \frac{S_m C_m (3 S_m C_m + 2)}{2(S_m C_m + 1)^2} \right]$$

$$K_{m4} = \frac{1}{C_m^4} \left[- 3Ln(S_m C_m + 1) + \frac{S_m C_m (6 + 9 S_m C_m + 2 S_m^2 C_m^2)}{2(S_m C_m + 1)^2} \right]$$

$$K_{m5} = \frac{1}{C_m} Ln(S_m C_m + 1)$$

$$K_{m6} = \frac{1}{C_m^2} \left[S_m C_m - Ln(S_m C_m + 1) \right]$$

- Constantes K_m (m = j ou k) para elementos com mísula parabólica

$$K_{m1} = \frac{1}{8}\left[S_m \frac{5+3S_m^2C_m}{(S_m^2C_m+1)^2} + \frac{3}{\sqrt{C_m}} \operatorname{arctg}\,(S_m\sqrt{C_m})\right]$$

$$K_{m2} = S_m^2 \frac{S_m^2C_m + 2}{4(S_m^2C_m+1)^2}$$

$$K_{m3} = \frac{1}{8}\left[S_m \frac{S_m^2\,C_m - 1}{C_m(1+S_m^2C_m)^2} + \frac{1}{C_m\sqrt{C_m}} \operatorname{arctg}\,(S_m\sqrt{C_m})\right]$$

$$K_{m4} = S_m^4 \frac{1}{4(S_m^2C_m+1)^2}$$

$$K_{m5} = \frac{1}{\sqrt{C_m}} \operatorname{arctg}\,(S_m\sqrt{C_m})$$

$$K_{m6} = \frac{1}{2C_m} \operatorname{Ln}\,(S_m^2C_m+1)$$

sendo:

$$C_{m(m=jouk)} = \frac{1}{\sqrt{VN_{m(m=jouk)}}} - 1$$

Para a determinação dos coeficientes de [SM] deve-se adotar S = 1. Se a mísula for apenas em um lado do elemento (Figura 2.17) o valor de V adotado para o outro lado deve ser igual a zero.

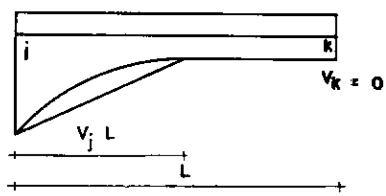


Fig. 2.17 - Elemento com mísula em apenas um extremo

Para esta situação a tendência natural seria adotar $VN_k = 1$ ou seja $C_k = 0$, o que deve ser contornado. De uma maneira geral, para programação deve-se evitar relações VN próximas de 1. A mísula cuja relação VN for maior que .90 não será considerada, sendo a inércia nesta extremidade admitida constante e igual a do trecho central.

2.3.3 - Matriz de Rigidez para Elementos com Mísula Reta e Eixo Passando pelos Pontos Médios das Alturas

Neste trabalho não foi desenvolvida a matriz de rigidez para este elemento. O que se faz é sua substituição por um elemento com seção constante, i+1, e dois outros com mísula reta e eixo reto, i e i+2, indicados na fig. 2.18, introduzindo-se nós nos pontos J2 e J3 onde o eixo muda de inclinação.

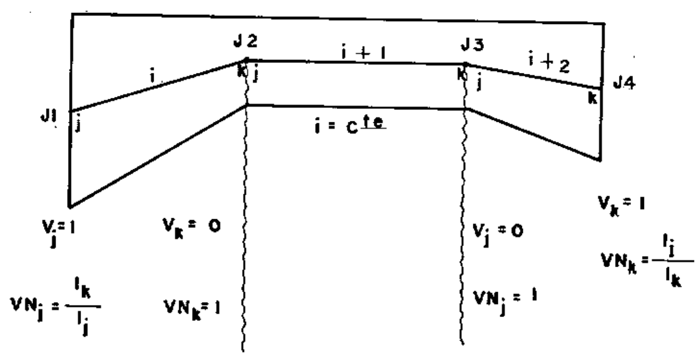


Fig. 2.18 - Elemento com mísula reta e eixo passando pelos pontos médios das alturas

2.3.4 - Matriz de Rigidez para o Elemento com Mísula Parabólica e Eixo Passando pelos Pontos Médios das Alturas

Como em 2.3.3, este elemento será substituido por um elemento com inércia constante, i+1, e dois outros, i e i+2, com altura e eixo variando parabolicamente, indicados na fig. 2.19, introduzindo-se nós nos pontos J2 e J3 onde o eixo passa a ser curvo.

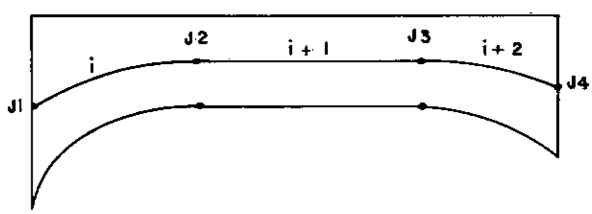


Fig. 2.19 - Elemento com mísula parabólica e eixo passando pelos pontos médios das alturas

Deve-se então determinar a matriz de rigidez para os elementos i e i+2 da fig. 2.19, com inércia variável e eixo curvo.

As expressões que fornecem ym, A_x e I_z e tgα, para o elemento i+2 da fig. 2.19, com relação ao sistema de eixos de referência do elemento (fig. 2.20) são:

$$ym = \left(xm + \frac{1}{2a\ \text{sen}\beta}\right)\cot\beta - \frac{\sqrt{\cos^2\beta + 4axm\ \text{sen}\beta}}{2a\ \text{sen}^2\beta}$$

$$\text{tg}\alpha = \cot\beta - \frac{1}{\text{sen}\beta\sqrt{\cos^2\beta + 4axm\ \text{sen}\beta}} \qquad (2.2)$$

$$A_x = A_h\left[1 + \frac{(H-h)}{h} \times \frac{(xm - ym\ \text{tg}\beta)^2}{L^2}\right]$$

$$I_z = I_h\left[1 + \frac{(H-h)}{h} \times \frac{(xm - ym\text{tg}\beta)^2}{L^2}\right]^3$$

sendo:

$$\beta = \text{arctg}\ \frac{h-H}{2\ell} \quad \text{e} \quad a = \frac{h-H}{2\ell^2}$$

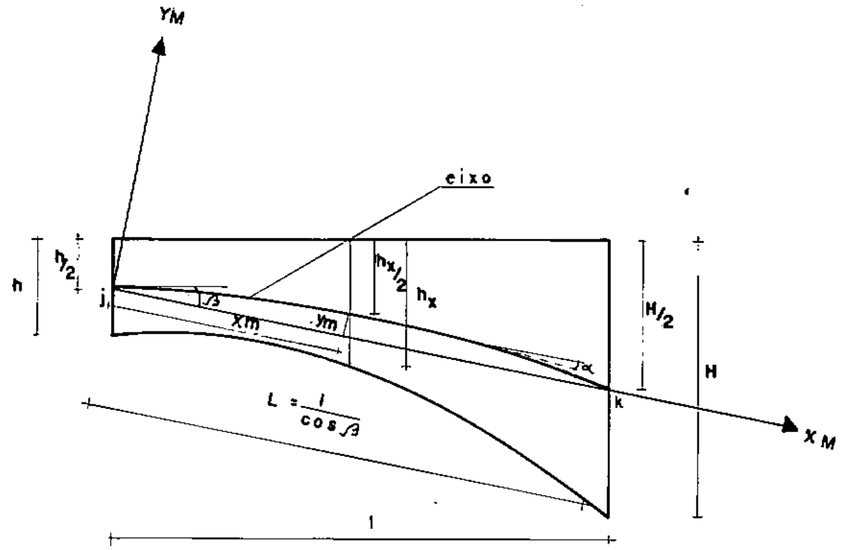


Fig. 2.20 - Elemento com mísula parabólica e eixo parabólico passando pelos pontos médios das alturas

A matriz de rigidez deste elemento é obtida a partir da matriz $[FM_{kk}]$ da haste em balanço da fig. 2.21. As expressões que fornecem os coeficientes de $[FM_{kk}]$ para elementos de eixo curvo e seção variável são as seguintes:

$$FM_{44} = \int_0^L \left(\frac{\cos\alpha}{EA_x} + \frac{ym^2}{EI_z\cos\alpha} \right) dxm$$

$$FM_{45} = FM_{54} = \int_0^L \left(\frac{\text{sen}\alpha}{EA_x} + \frac{(L-xm)\,ym}{EI_z \cos\alpha} \right) dxm$$

$$FM_{46} = FM_{64} = \int_0^L \frac{ym}{EI_z \cos\alpha}\, dxm \qquad (2.3)$$

$$FM_{55} = \int_0^L \left(\frac{\text{sen}^2\alpha}{EA_x \cos\alpha} + \frac{(L-xm)^2}{EI_z \cos\alpha} \right) dxm$$

$$FM_{56} = FM_{65} = \int_0^L \frac{L-xm}{EI_z \cos\alpha}\, dxm$$

$$FM_{66} = \int_0^L \frac{1}{EI_z \cos\alpha}\, dxm$$

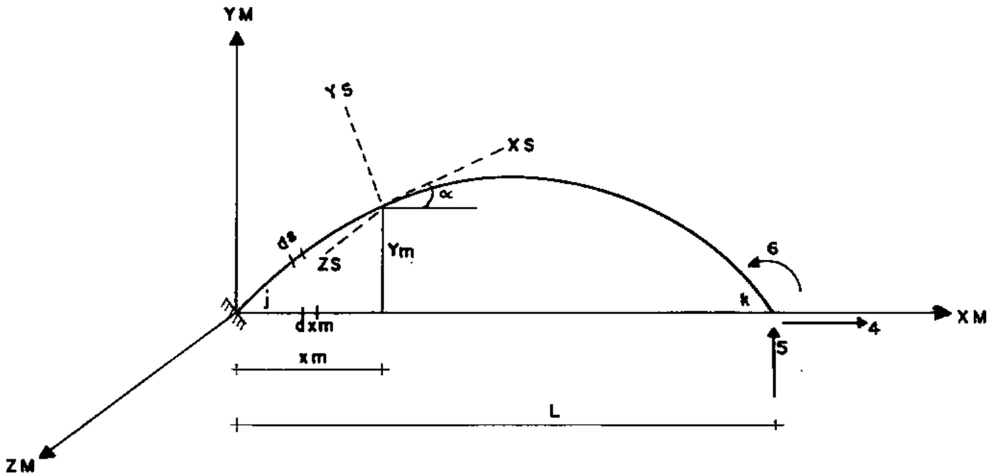


Fig. 2.21 - Direções a que correspondem os coeficientes de $[FM_{kk}]$ e $[SM_{kk}]$ para o elemento de eixo curvo

A matriz $[FM_{kk}]$ para o elemento em questão é determinada por integração numérica, a partir de (2.2) e (2.3). A matriz de rigidez é então obtida de acordo com o indicado na fig. 2.6, a partir de $[SM_{kk}] = [FM_{kk}]^{-1}$.

Este elemento (ou de uma maneira geral um elemento de eixo curvo e seção variável) é tratado indiretamente, fornecendo-se ao programa os coeficientes SM_{44}, SM_{54}, SM_{55}, SM_{64}, SM_{65}, SM_{66}.

2.4 - Ações de Engastamento Perfeito para Elementos com Seção Constante, com Mísula Reta e com Mísula Parabólica

2.4.1 - Elemento com Eixo Reto e Seção Constante

As expressões que fornecem as ações de engastamento perfeito para este tipo de elemento são facilmente encontradas em formulários. Este trabalho trata apenas de carga concentrada,ou distribuida parcial com variação linear.

2.4.2 - Ações de Engastamento Perfeito para Elementos com Mísula Reta ou Parabólica e Eixo Reto

Para a obtenção das ações de engastamento perfeito {AML} para elementos com mísula reta ou parabólica é conveniente trabalhar com o sistema viga-biapoiada da fig. 2.22, pois os coeficientes do vetor $\{DL_{viga}\}$ correspondentes as direções 3 e 6 encontram-se tabelados para certos casos de carregamento. Os coeficientes do vetor $\{AML_{viga}\}$ segundo as direções 3, 4 e 6 são determinados pela eq. 2.4, e os restantes por equilíbrio.

$$\{AML_{viga}\} = \left[SM_{viga}\right]\{DL_{viga}\} \tag{2.4}$$

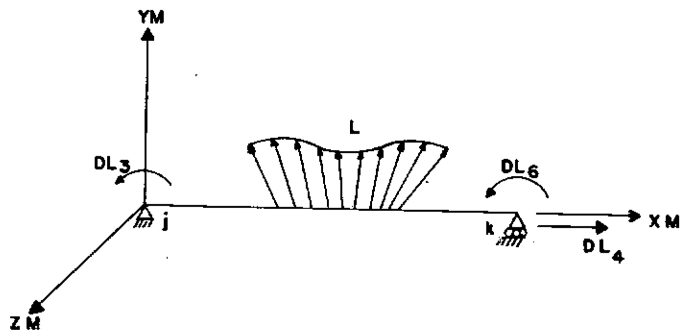


Fig. 2.22 - Coeficientes do vetor $\{DL_{viga}\}$ para o elemento viga simplesmente apoiada

a) <u>Carga Concentrada</u>

As expressões que fornecem os coeficientes correspondentes as direções 4, 3 e 6 (fig. 2.22), do vetor $\{DL_{viga}\}$, para elementos de eixo reto e seção variável sujeitos a um carregamento concentrado P, de componentes P_x e P_y nas direções dos eixos locais XM e YM (fig. 2.23) são:

$$DL_4 = P_x \int_0^a \frac{1}{EA_x} \, d\,xm$$

$$DL_3 = \frac{P_y\ b}{L^2} \int_0^a \frac{xm(L-xm)}{EI_z}\, dxm + \frac{P_y\ a}{L^2} \int_a^L \frac{(L-xm)^2}{EI_z}\, dxm$$

$$DL_6 = -\frac{P_y\ b}{L^2} \int_0^a \frac{xm^2}{EI_z}\, dxm - \frac{P_y\ a}{L^2} \int_a^L \frac{xm(L-xm)}{EI_z}\, dxm$$

Para elementos com mísula reta ou parabólica, da resolução das integrais acima, resulta um vetor $\{DL_{viga}\}$ cujo aspecto é o indicado em (2.5):

$$\{DL_{viga}\} = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{P_x\ L}{EA_h}\ \varphi_{L_4} \\ \\ \dfrac{P_y\ L^2}{6EI_h}\ \varphi_{L_3} \\ \\ -\dfrac{P_y\ L^2}{6EI_h}\ \varphi_{L_6} \end{array} \right\} \qquad (2.5)$$

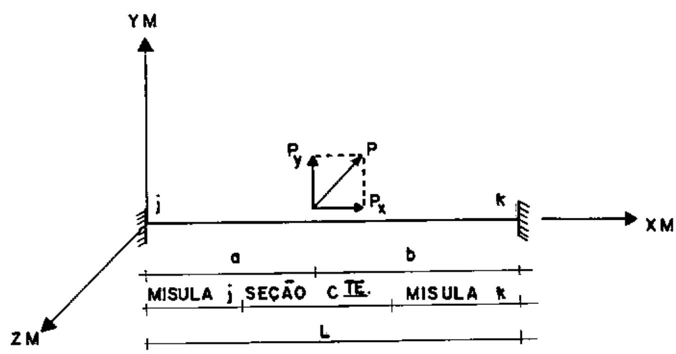


Fig. 2.23 - Componentes da carga concentrada no elemento de eixo reto

Da operação matricial indicada pela eq. 2.4 e do vetor $\{DL_{viga}\}$ indicado em 2.5 decorrem os coeficientes AML_4, AML_3 e AML_6 e do equilíbrio do membro os restantes, sendo as seguintes suas expressões:

$$AML_1 = (-\ P_x)\ \varphi M_1 \qquad AML_4 = (-\ P_x)\ \varphi M_4$$

$$AML_2 = (-\ \frac{P_y}{3})\ \varphi M_2 \qquad AML_5 = (-\ \frac{P_y}{3})\ \varphi M_5$$

$$AML_3 = (-\ \frac{P_y\ L}{3})\ \varphi M_3 \qquad AML_6 = (\frac{P_y\ L}{3})\ \varphi M_6$$

onde:

$$\varphi M_1 = (1 - CR_{44}\,\varphi L_4) \qquad \varphi M_4 = CR_{44}\,\varphi L_4$$

$$\varphi M_2 = \varphi M_3 - \varphi M_6 + 3(1-\mu) \qquad \varphi M_5 = -(\varphi M_3 - \varphi M_6) + 3\mu$$

$$\varphi M_3 = 2CR_{33}\,\varphi L_3 - CR_{36}\,\varphi L_6 \qquad \varphi M_6 = 2CR_{66}\,\varphi L_6 - CR_{36}\,\varphi L_3$$

Os coeficientes CR estão indicados na fig. 2.16.

Cada coeficiente φL_i é determinado por três expressões, conforme a carga P atue na mísula j, na mísula K ou no trecho de seção constante (fig. 2.23), indicadas a seguir:

- carga concentrada P atuando no trecho de seção constante:

$$\varphi L_4 = V_j(K_{j5}-1) + \mu$$

$$\varphi L_3 = (1+\mu)\left[6V_j^2\,(K_{j1}-K_{j2}) - 6V_j^3\,(K_{j1} - 2K_{j2} + K_{j3}) + \right.$$
$$\left. + 3\mu^2 - 3V_j^2 - 2\mu^3 + 2V_j^3\right] + \mu\left[6V_k(K_{k1} - 2K_{k2} + \right.$$
$$\left. + K_{k3}) + 2(1-\mu)^3 - 2V_k^3\right]$$

$$\varphi L_6 = \mu\left[6V_k^2\,(K_{k1} - K_{k2}) - 6V_k^3\,(K_{k1} - 2K_{k2} + K_{k3}) + \right.$$
$$\left. + 3(1-\mu)^2 - 3V_k^2 - 2(1-\mu)^3 + 2V_k^3\right] + (1-\mu)\left[6V_j^3(K_{j1} - \right.$$
$$\left. - 2K_{j2} + K_{j3}) + 2\mu^3 - 2V_j^3\right]$$

- carga concentrada P atuando no trecho da mísula j:

$$\varphi L_4 = V_j\ (K_{j5} - KS_{j5})$$

$$\varphi L_3 = 6(1-\mu)\{V_j^2(K_{j1} - KS_{j1} - K_{j2} + KS_{j2}) -$$

$$- V_j^3\ [K_{j1} - KS_{j1} - 2(K_{j2} - KS_{j2}) + K_{j3} - KS_{j3}]\} +$$

$$+ 2\mu\ [3KS_{j1}(V_j - 2V_j^2 + V_j^3) + 6KS_{j2}(V_j^2 - V_j^3) +$$

$$+ 3V_j^3\ KS_{j3} + 1 - 3V_j + 3V_j^2 - V_j^3 - V_k^3 + 3V_k^3(K_{k1} -$$

$$- 2K_{k2} + K_{k3})]$$

$$\varphi L_6 = \mu[6V_k^2\ (K_{k1} - K_{k2}) - 6V_k^3(K_{k1} - 2K_{k2} + K_{k3}) +$$

$$+ 1 - 3V_k^2 + 2V_k^3 - 3V_j^2 + 2V_j^3 + 6V_j^2\ (KS_{j1} -$$

$$- KS_{j2}) - 6V_j^3(KS_{j1} - 2KS_{j2} + KS_{j3})] +$$

$$+ 6(1+\mu)\{V_j^3\ [K_{j1} - KS_{j1} - 2(K_{j2}-KS_{j2}) +$$

$$+ K_{j3} - KS_{j3}]\}$$

- carga concentrada P atuando no trecho da mísula K:

$$\varphi L_4 = V_jK_{j5} + 1 - V_j - V_k + V_kKS_{j5}$$

$$\varphi L_3 = (1-\mu)[6V_j^2(K_{j1}-K_{j2}) - 6V_j^3(K_{j1}-2K_{j2}+K_{j3}) +$$

$$+ 1 - 3V_j^2 + 2V_j^3 - 3V_k^2 + 2V_k^3 + 6V_k^2(KS_{k1} -$$

$$- KS_{k2}) - 6V_k^3(KS_{k1} - 2KS_{k2} + KS_{k3})] +$$

$$+ 6\mu\{V_k^3[K_{k1} - KS_{k1} - 2(K_{k2} - KS_{k2}) + K_{k3} - KS_{k3}]\}$$

$$\varphi L_6 = 6\mu\{V_k^2(K_{k1} - KS_{k1} - K_{k2} + KS_{k2}) - V_k^3[K_{k1} -$$

$$- KS_{k1} - 2(K_{k2} - KS_{k2}) + K_{k3} - KS_{k3}]\} +$$

$$+ 2(1-\mu)[3KS_{k1}(V_k - 2V_k^2 + V_k^3) + 6KS_{k2}(V_k^2 -$$

$$- V_k^3) + 3V_k^3\ KS_{k3} + 1 - 3V_k + 3V_k^2 - V_k^3 - V_j^3 +$$

$$+ 3V_j^3(K_{j1} - 2K_{j2} + K_{j3})]$$

As expressões que fornecem K e KS estão indicadas no item 2.3.2. Para a determinação de K_j ou K_k deve-se adotar S = 1. Os valores de S_j ou S_k para a obtenção de KS_j ou KS_k são:

$$S_j = 1 - \frac{\mu}{V_j}, \quad S_k = 1 - \frac{1-\mu}{V_k} \quad e \quad \mu = \frac{a}{L},$$

sendo <u>a</u> a distância do nó j à carga P (vide fig. 2.23).

b) <u>Carga Uniformemente Distribuida Total</u>

As expressões que fornecem os coeficientes correspondentes as direções 4, 3 e 6 (fig. 2.22), do vetor $\{DL_{viga}\}$ para elementos de eixo reto e seção variável, sujeitos a um carregamento uniformemente distribuido total, Q, de componentes Q_x e Q_y nas direções dos eixos locais XM e YM (fig. 2.24) são:

$$DL_4 = Q_x \int_0^L \frac{(L-xm)}{EA_x} \, dxm$$

$$DL_3 = \frac{Q_y}{2L} \int_0^L \frac{(Lxm-xm^2)(L-xm)}{EI_z} \, dxm$$

$$DL_6 = -\frac{Q_y}{2L} \int_0^L \frac{(Lxm-xm^2)x_m}{EI_z} \, dxm$$

Para elementos com mísula reta ou parabólica, o vetor DL_{viga} que resulta da resolução das integrais acima tem o seguinte aspecto:

$$\{DL_{viga}\} = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{Q_x \; L^2}{2EA_h} \varphi L_4 \\[2ex] \dfrac{Q_y \; L^3}{24EI_h} \varphi L_3 \\[2ex] -\dfrac{Q_y \; L^3}{24EI_h} \varphi L_6 \end{array} \right\} \qquad (2.6)$$

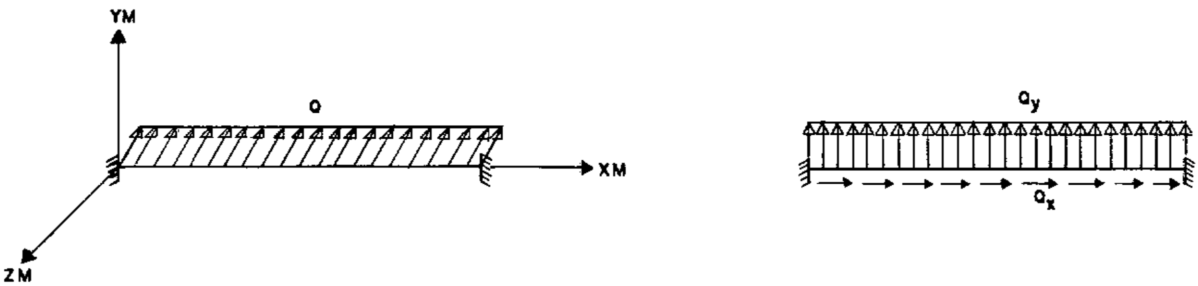


Fig. 2.24 - Componentes da carga uniformemente distribuida total no elemento de eixo reto

Da operação matricial indicada na eq. 2.4 e do vetor $\{DL_{viga}\}$ indicado em 2.6 decorrem os coeficientes AML_4, AML_3 e AML_6, e do equilíbrio do membro os restantes, sendo as seguintes suas expressões:

$$AML_1 = \left(-\frac{Q_x L}{2}\right) \varphi M_1 \qquad AML_4 = \left(-\frac{Q_x L}{2}\right) \varphi M_4$$

$$AML_2 = \left(-\frac{Q_y L}{2}\right) \varphi M_2 \qquad AML_5 = \left(-\frac{Q_y L}{2}\right) \varphi M_5$$

$$AML_3 = \left(-\frac{Q_y L^2}{12}\right) \varphi M_3 \qquad AML_6 = \left(\frac{Q_y L^2}{12}\right) \varphi M_6$$

onde:

$$\varphi M_1 = (2 - CR_{44}\,\varphi L_4) \qquad \varphi M_4 = CR_{44}\,\varphi L_4$$

$$\varphi M_2 = \frac{1}{6}\,(\varphi M_3 - \varphi M_6) + 1 \qquad \varphi M_5 = -\frac{1}{6}(\varphi M_3 - \varphi M_6) + 1$$

$$\varphi M_3 = 2CR_{33}\varphi L_3 - CR_{36}\varphi L_6 \qquad \varphi M_6 = 2CR_{66}\varphi L_6 - CR_{36}\varphi L_3$$

Os coeficientes CR estão indicados na fig. 2.16.

As expressões para os coeficientes φL_i são as seguintes:

$$\varphi L_4 = 2V_jK_{j5} - 2V_j^2(K_{j5} - K_{j6}) + (1-V_j)^2 - V_k^2 + 2V_k^2(K_{k5} - K_{k6})$$

$$\varphi L_3 = 1-6V_j^2\,(1-2K_{j1}+2K_{j2}) + 8V_j^3(1-3K_{j1}+6K_{j2}-3K_{j3}) - 3V_j^4(1-4K_{j1}+12K_{j2}-12K_{j3}+4K_{j4}) - 4V_k^3(1-3K_{k1} + 6K_{k2}-3K_{k3}) + 3V_k^4(1-4K_{k1}+12K_{k2}-12K_{k3}+4K_{k4})$$

$$\varphi L_6 = 1-6V_k^2(1-2K_{k1}+2K_{k2}) + 8V_k^3(1-3K_{k1} + 6K_{k2} - 3K_{k3}) - 3V_k^4(1-4K_{k1}+12K_{k2}-12K_{k3}+4K_{k4}) - 4V_j^3(1 - 3K_{j1} + 6K_{j2}-3K_{j3}) + 3V_j^4(1-4K_{j1}+12K_{j2}-12K_{j3}+4K_{j4})$$

As expressões que fornecem K_j ou K_k estão indicadas em 2.3.2 sendo os valores adotados para S_j ou S_k iguais a 1.

2.4.3 - Ações de Engastamento Perfeito para o Elemento com Mísula Reta e Eixo Passando pelos Pontos Médios das Alturas

A maneira através da qual este elemento é tratado foi descrita no item 2.3.3, onde o elemento é dividido em um com seção constante, e dois outros com mísula reta, para os quais as ações de engastamento perfeito são obtidas como indicado nos itens 2.4.1 e 2.4.2.

2.4.4 - Ações de Engastamento Perfeito para o Elemento com Mísula Parabólica e Eixo Passando pelos Pontos Médios das Alturas

A maneira pela qual este elemento é tratado é descrita no item 2.3.4, bastando então determinar as ações de engastamento perfeito para o elemento i ou i+2 indicado na fig. 2.19, com eixo curvo e inércia variável. Para estes elementos é usual trabalhar com o sistema haste em balanço da fig. 2.25, onde o vetor $\{DL_k\}$ se refere as direções 4, 5 e 6. Os coeficientes do vetor $\{AML_k\}$ segundo as direções 4, 5 e 6 são obtidos através da equação 2.7 e os restantes por equilíbrio.

$$\{AML_k\} = [SM_k]\ \{DL_k\} \tag{2.7}$$

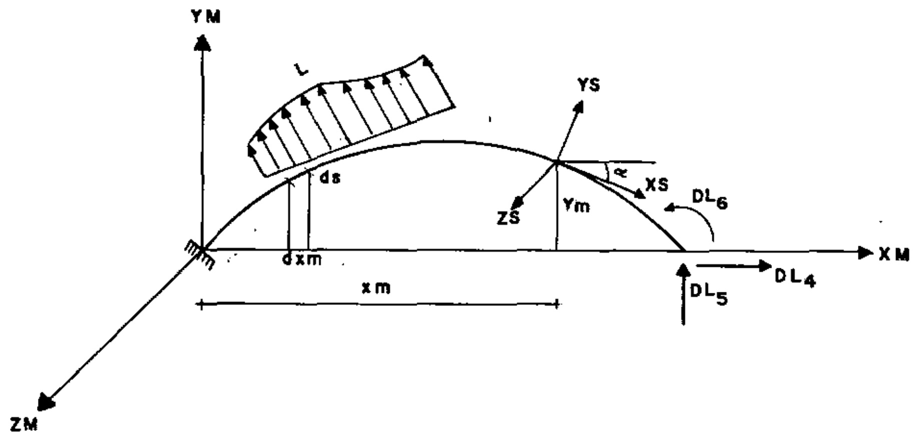


Fig. 2.25 - Coeficientes do vetor $\{DL_k\}$ para o elemento em balanço

a) Carga Concentrada

Devem ser fornecidas diretamente as ações de extremo do elemento, cujas expressões não são indicadas por não interessarem na análise.

b) Carga Uniformemente Distribuida Total

As expressões para M_Q e N_Q, momento e normal devidos ao carregamento distribuido Q, em um ponto do eixo definido por suas coordenadas XM e YM, para o elemento em balanço da fig. 2.26, são as seguintes:

$$M_Q = Q\frac{[(L-xm) + ymtg\beta]^2}{2} \tag{2.8}$$

$$N_Q = Q\ [(L-xm) + ymtg\beta]\ cos\beta sen(\alpha+\beta)$$

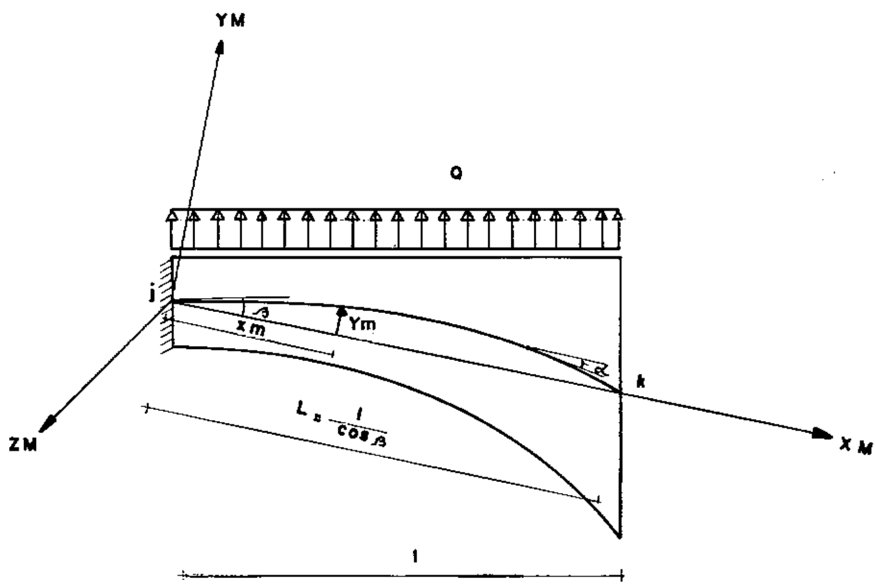


Fig. 2.26 - Carga uniformemente distribuida total no elemento com mísula parabólica e eixo passando pelos pontos médios das alturas

Os coeficientes de $\{DL_k\}$ serão obtidos pelas seguintes expressões:

$$DL_4 = \int_0^L \left(\frac{M_Q\ ym}{EI_z\cos\alpha} + \frac{N_Q}{EA_x} \right) dxm$$

$$DL_5 = \int_0^L \left[\frac{M_Q(L-xm)}{EI_z\cos\alpha} + \frac{N_Q\mathrm{sen}\alpha}{EA_x\cos\alpha} \right] dxm \qquad (2.9)$$

$$DL_6 = \int_0^L \frac{M_Q}{EI_z\cos\alpha}\, dxm$$

O vetor $\{DL_k\}$ é determinado por integração numérica, a partir das expressões 2.8 e 2.9. O vetor $\{AML_k\}$ pode ser então determinado pela operação matricial indicada na eq. 2.7, e os coeficientes restantes decorrem do equilíbrio. Este elemento não está programado, devendo o vetor {AML} ser fornecido diretamente.

CAPÍTULO 3

PROGRAMAÇÃO AUTOMÁTICA

3.1 - Considerações Gerais sobre o Programa

Tendo por base o que foi descrito no Capítulo II, foi elaborado um programa automático para a análise de pórticos planos constituidos por elementos de seção constante ou com mísula reta ou parabólica. Se se quer analisar pórticos planos, que contenham elementos de forma qualquer, tanto a matriz de rigidez como as ações de engastamento perfeito, devem ser fornecidas diretamente, em relação ao sistema de eixos do elemento.

3.1.1 - Identificação da Estrutura

a) Numeração dos Elementos e dos nós

Antes de se iniciar a análise da estrutura, é necessário numerar seus membros e nós. Os nós são numerados de 1 a NJ, sendo NJ o número total de nós. Os membros são numerados de 1 a M, sendo M o número total de membros (fig. 3.1).

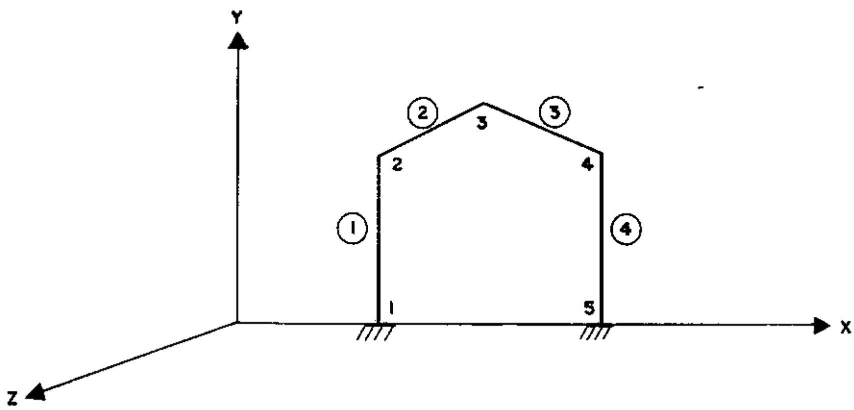


Fig. 3.1 - Eixos globais e numeração da estrutura

Neste trabalho é adotada a técnica da matriz banda. Sendo assim, dentre as maneiras possíveis de numerar os nós da estrutura, a mais eficiente é a que fornece o menor valor para a largura da semibanda UBW. O valor de UBW é o máximo dentre os obtidos pela aplicação da equação 3.1 a todos os elementos da estrutura.

$$UBW = \left[ndj(|K-j| + 1) - r\right]_{máx} \qquad (3.1)$$

onde: j e K - são os números dos nós dos dois extremos do elemento

ndj - é o número de graus de liberdade por nó, igual a 3 para pórtico plano.

r - é o número de restrições dentro do campo de numeração abrangido pelo produto ndj(|K-j| + 1)

Sendo adotado UBW $\leqslant$ 21, a diferença máxima de numeração entre os nós inicial e final de um elemento para o qual r = 0 é 6.

b) Incidências dos Elementos

Para cada elemento deve ser estabelecido, de maneira arbitrária, qual o nó considerado inicial (nó j) e o nó considerado final (nó K). Se para o elemento 2 da fig. 3.1 diz-se que a incidência é 2-3, o nó 2 é o inicial (está em primeiro lugar) e o nó 3 é o final. Se a incidência deste elemento é 3-2, o nó 3 é o inicial e o nó 2 é o final.

3.1.2 - Eixos

a) Eixos Globais

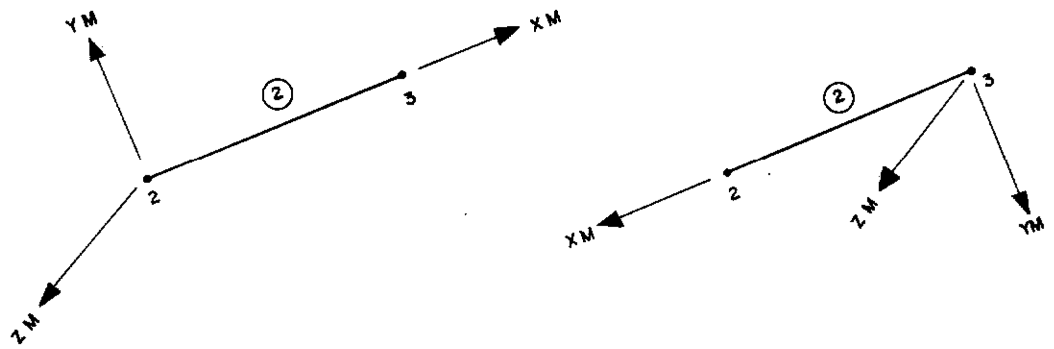
O sistema de eixos globais, também denominado sistema de referência da estrutura, deve ser tal que o plano X, Y contenha o plano da estrutura. O eixo Z é dirigido da figura para o observador e o triedro X, Y, Z deve ser direto (fig. 3.1).

b) Eixos do Elemento

O sistema de eixos do elemento, também denominado sistema de referência do elemento, é definido pelas incidências.

O eixo XM é dirigido do nó inicial j para o nó final K, sendo seu sentido positivo de j para K. O eixo ZM é perpendicular ao plano da estrutura e é dirigido da figura para o observador. O eixo YM é tal que o triedro XM, YM, ZM seja direto.

Nas figs. 3.2.a e 3.2.b estão indicados os eixos locais XM, YM e ZM, admitindo-se que a incidência do elemento ② da figura 3.1 seja 2-3 ou 3-2 respectivamente.



(a) incidência 2-3 (b) incidência 3-2

Fig. 3.2 - Definição dos eixos do elemento XM, YM e ZM

c) Sentido Positivo para Ações e Deslocamentos

Tanto para os eixos globais como para os eixos locais,as translações e forças são positivas quando seu sentido é o dos eixos X ou XM e Y ou YM. As rotações ou momentos são positivos quando seu sentido coincide com o que leva o eixo X ou XM a coincidir com o eixo Y ou YM, percorrendo o menor caminho.

3.2 - Tratamento das Cargas Aplicadas

a) Ações Nodais

As ações aplicadas aos nós da estrutura são tratadas em relação ao sistema de eixos globais.

b) Ações nos Elementos

As ações aplicadas nos elementos são tratadas em relação ao sistema de eixos locais.

3.3 - Resultados

a) Deslocamentos

Para cada nó da estrutura são obtidos como resultados 3 deslocamentos, duas translações nas direções do eixos globais X e Y, e uma rotação em torno do eixo global Z.

b) Ações do Extremo do Elemento

Para cada elemento, tem-se como resultado 6 ações de extremo, 3 em cada nó, sendo os esforços nas direções dos eixos XM e YM e os momentos em torno do eixo ZM ou Z.

c) Reações de Apoio

O terceiro e último tipo de resultado fornecido pelo programa são as reações de apoio. Tais reações serão forças nas direções dos eixos globais X e Y ou momentos em torno do eixo Z, conforme as restrições impeçam respectivamente os deslocamentos nas direções X e Y ou a rotação em torno do eixo Z.

3.4 - Subrotinas do Programa

3.4.1 - Subrotina RGDIW

Esta subrotina calcula a matriz de rigidez, do elemento de eixo reto e seção constante, indicada no item 2.3.1.

3.4.2 - Subrotina KINW

Esta subrotina determina as constantes K_{m1}, K_{m2}, K_{m3} e K_{m5} (m = j ou K), para elementos com mísula reta ou parabólica e eixo reto, cujas expressões estão indicadas no item 2.3.2.

3.4.3 - Subrotina FINW

Através desta subrotina se obtém os coeficientes φ_{44}, φ_{33}, φ_{63} e φ_{36} para elementos com mísula reta ou parabólica e eixo reto, cujas expressões estão indicadas no item 2.3.2.

3.4.4 - Subrotina CIVRW

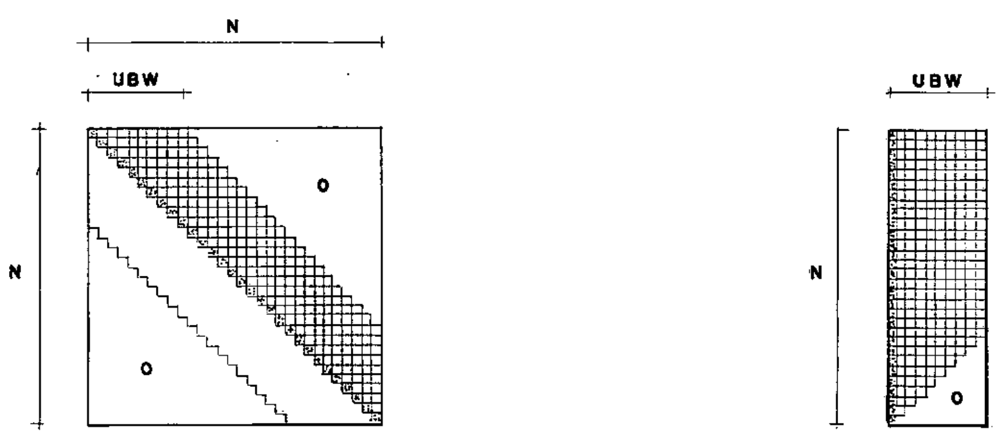
Esta subrotina determina os coeficientes CR indicados na fig. 2.16 do item 2.3.2. O produto dos coeficientes CR pelos correspondentes coeficientes de rigidez do elemento de eixo reto e seção constante e igual a do trecho central resulta nos coeficientes de rigidez para o elemento com mísula reta ou parabólica e eixo reto.

3.4.5 - Subrotina RDRIW

Esta subrotina monta a matriz de rigidez do elemento a partir de seus coeficientes SM_{44}, SM_{54}, SM_{55}, SM_{64}, SM_{65} e SM_{66}. Pode-se então analisar com o programa estruturas com elementos de forma qualquer, bastando determinar externamente os coeficientes de rigidez já referidos.

3.4.6 - Subrotina MONTW

Esta subrotina renumera a estrutura de maneira que os deslocamentos correspondentes as direções livres se situem em primeiro lugar, e simultaneamente monta a matriz de rigidez [S] correspondente as direções livres da estrutura. A matriz indicada na fig. 3.3.a é armazenada no arranjo retangular indicado na fig. 3.3.b.



(a) matriz banda

(b) armazenamento da matriz banda em um arranjo retangular

Fig. 3.3 - Característica de banda da matriz de rigidez global [S]

3.4.7 - Subrotina DEBAW

Esta subrotina decompõe a matriz de rigidez [S] em uma matriz triangular superior que multiplicada por sua transposta fornece a matriz [S]. Esta nova matriz é armazenada no mesmo arranjo retangular anteriormente ocupado por [S].

3.4.8 - Subrotina CONW

Esta subrotina determina as ações de engastamento perfeito para o elemento de eixo reto e seção constante, submetido a ação de cargas concentradas nas direções dos eixos do elemento XM e YM. A posição da carga é indicada pela sua distância a ao nó inicial (nó j) do elemento, conforme indicado na fig. 3.4.

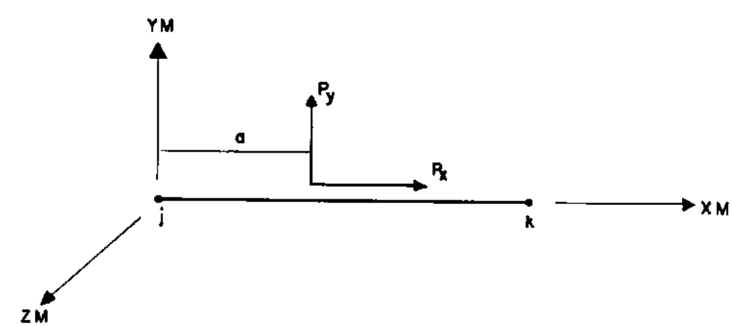


Fig. 3.4 - Carga concentrada no membro

3.4.9 - Subrotina CONCW

Esta subrotina determina as ações de engastamento perfeito para elementos com mísula reta ou parabólica e eixo reto, submetidos a ação de cargas concentradas nas direções dos eixos do elemento XM e YM. A posição da carga concentrada é indicada como no item anterior.

3.4.10 - Subrotina DISCW

Esta subrotina determina as ações de engastamento perfeito para elementos de eixo reto e seção constante, submetido a ação de cargas distribuidas parciais, de variação linear. A carga é definida pelas distâncias a e b e pelos valores QE_y, QD_y, QE_x e QD_x indicados na fig. 3.5, e deve atuar na direção dos eixos do elemento XM e YM.

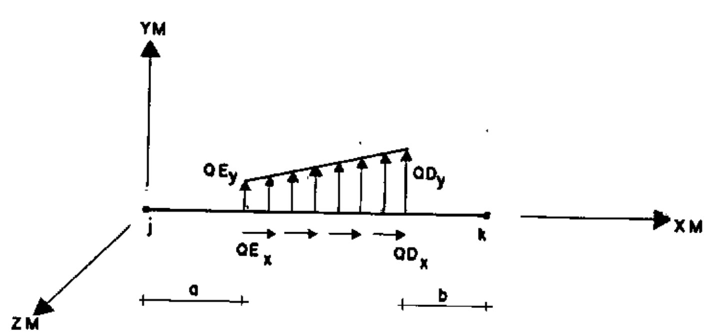


Fig. 3.5 - Carga distribuida ho elemento de eixo reto e seção constante

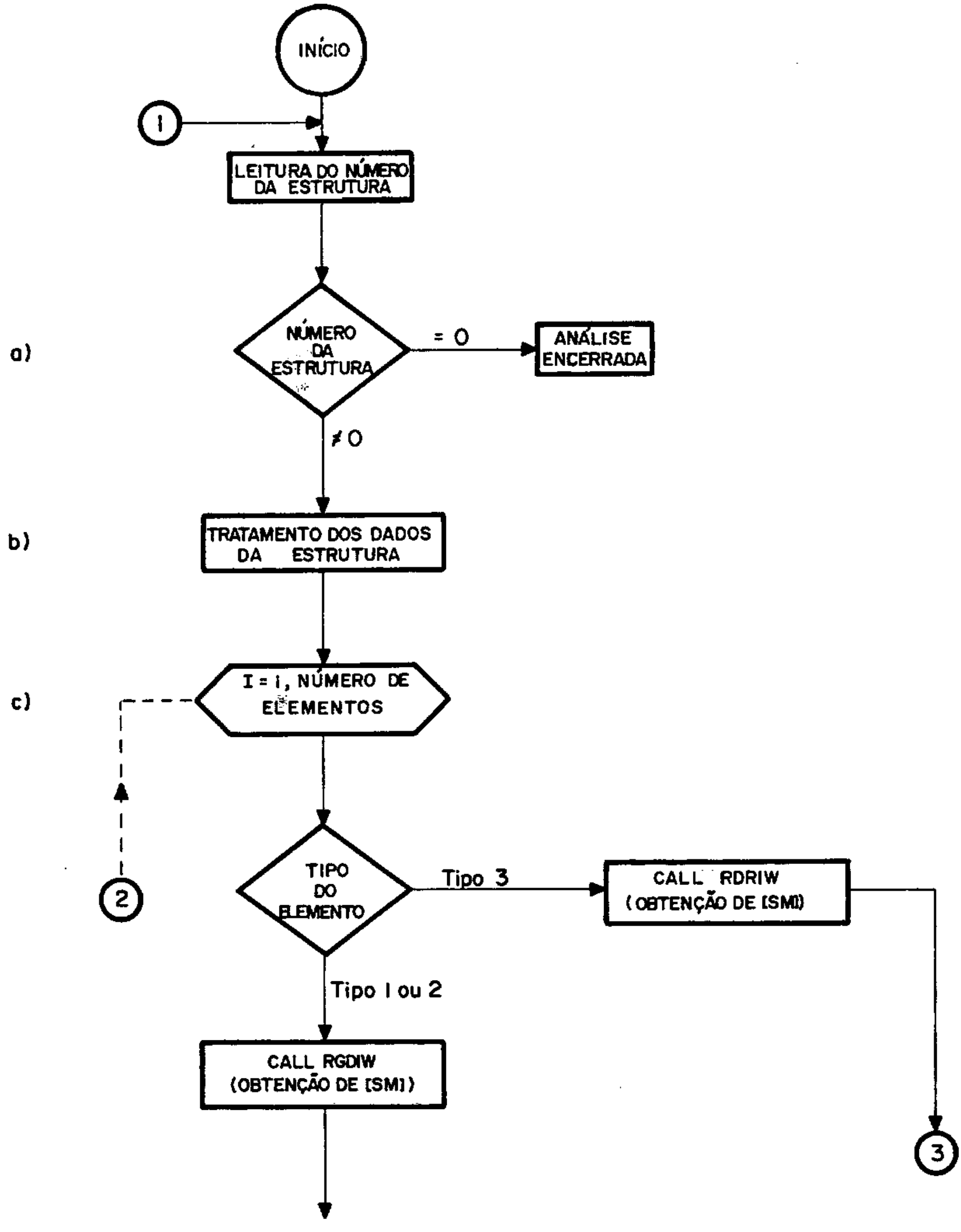
3.4.11 - Subrotina CADTW

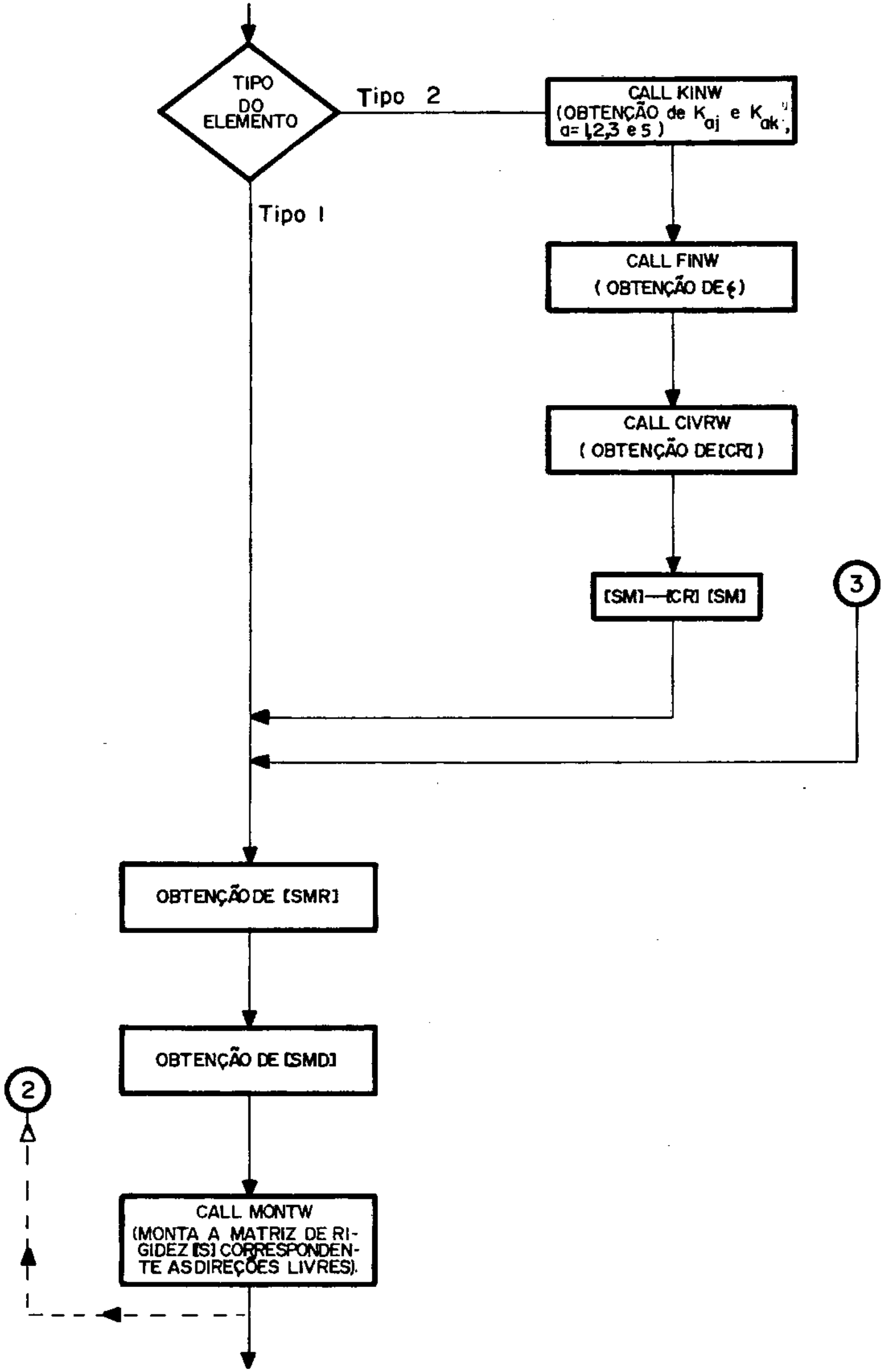
Esta subrotina calcula as ações de engastamento perfeito para o elemento com mísula reta ou parabólica e eixo reto, submetido a ação de uma carga uniformemente distribuida nas direções dos eixos do elemento XM e YM, atuando ao longo de todo o elemento.

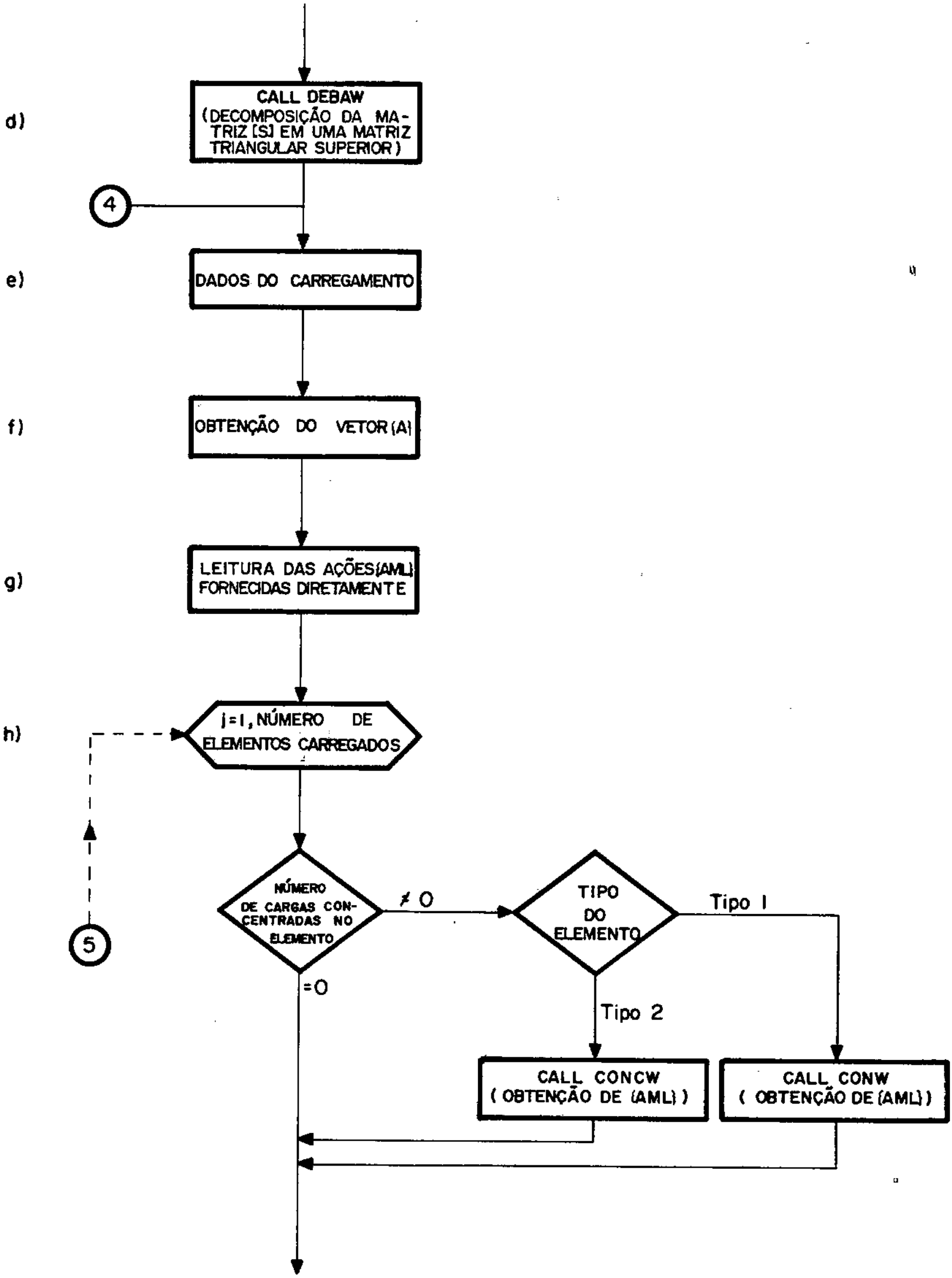
3.4.12 - Subrotina SBANW

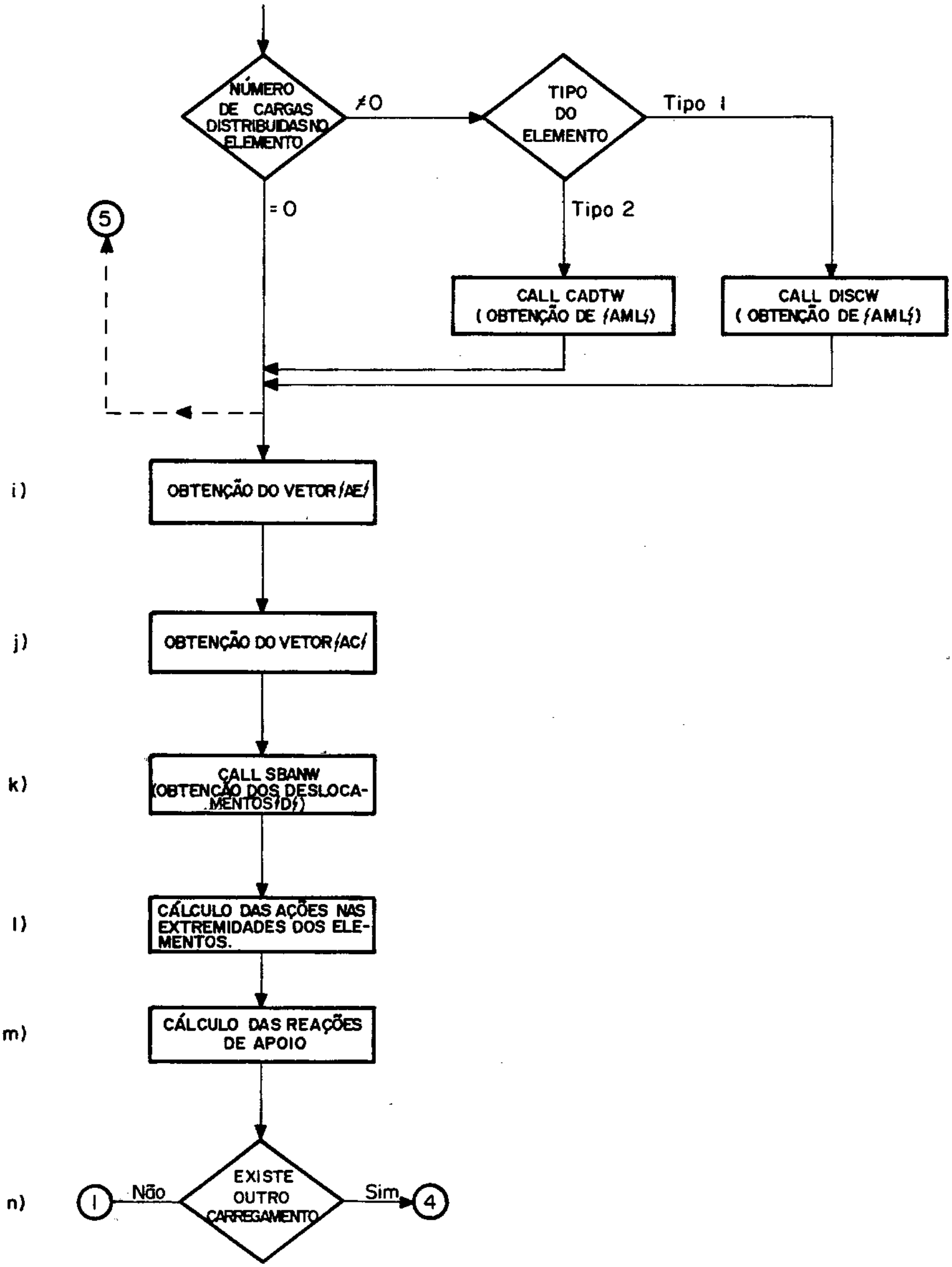
Esta subrotina calcula os deslocamentos {D} nas direções livres da estrutura, a partir da matriz triangular superior obtida pela subrotina DEBAW e do vetor de ações nodais combinadas correspondente as direções livres da estrutura {AD}.

DIAGRAMA DE BLOCOS SIMPLIFICADO
(3.5)




TIPO DO ELEMENTO
Tipo 2
CALL KINW (OBTENÇÃO de K_{aj} e K_{ak}, a= 1,2,3 e 5)
Tipo 1
CALL FINW (OBTENÇÃO DE ϕ)
CALL CIVRW (OBTENÇÃO DE [CR])
[SM] ← [CR] [SM]
3
OBTENÇÃO DE [SMR]
OBTENÇÃO DE [SMD]
2
CALL MONTW (MONTA A MATRIZ DE RIGIDEZ [S] CORRESPONDENTE AS DIREÇÕES LIVRES).


d)
CALL DEBAW
(DECOMPOSIÇÃO DA MATRIZ [S] EM UMA MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR)
4
e)
DADOS DO CARREGAMENTO
f)
OBTENÇÃO DO VETOR {A}
g)
LEITURA DAS AÇÕES {AML} FORNECIDAS DIRETAMENTE
h)
j = 1, NÚMERO DE ELEMENTOS CARREGADOS
NÚMERO DE CARGAS CONCENTRADAS NO ELEMENTO
≠ 0
= 0
5
TIPO DO ELEMENTO
Tipo 1
Tipo 2
CALL CONCW
(OBTENÇÃO DE {AML})
CALL CONW
(OBTENÇÃO DE {AML})


NÚMERO DE CARGAS DISTRIBUIDAS NO ELEMENTO
≠0
=0
TIPO DO ELEMENTO
Tipo 1
Tipo 2
CALL CADTW (OBTENÇÃO DE {AML})
CALL DISCW (OBTENÇÃO DE {AML})
5
i)
OBTENÇÃO DO VETOR {AE}
j)
OBTENÇÃO DO VETOR {AC}
k)
CALL SBANW (OBTENÇÃO DOS DESLOCA-MENTOS {D})
l)
CÁLCULO DAS AÇÕES NAS EXTREMIDADES DOS ELE-MENTOS.
m)
CÁLCULO DAS REAÇÕES DE APOIO
n)
1
Não
EXISTE OUTRO CARREGAMENTO
Sim
4

Comentários

a) A condição para que a análise se encerre é que o número da estrutura a ser examinada seja igual a zero.

b) Antes de se iniciar a análise propriamente dita, devem ser fornecidos ao programa os dados relativos a estrutura, que ainda nesta etapa são escritos.

Maiores esclarecimentos sobre a entrada de dados são fornecidos no Apêndice A.

c) Inicialmente é testado o tipo do elemento. Se a matriz de rigidez é obtida a partir da leitura direta dos coeficientes SM_{44}, SM_{54}, SM_{55}, SM_{64}, SM_{65} e SM_{66}, o elemento é do tipo 3 e os coeficientes de rigidez restantes são obtidos pela subrotina RDRIW. O elemento com seção constante e eixo reto é do tipo 1 e sua matriz de rigidez é obtida pela subrotina RGDIW. Se o elemento é com mísula (tipo 2), inicialmente a subrotina RGDIW calcula os coeficientes de rigidez como se sua seção fosse constante e igual à do trecho central. A seguir obtem-se, por intermédio da subrotina CIVRW, a partir de constantes calculadas nas subrotinas KINW e FINW, os coeficientes CR. O produto dos coeficientes CR pelos correspondentes coeficientes da matriz de rigidez do elemento de eixo reto e seção constante e igual a do trecho central, resulta nos coeficientes de rigidez para o elemento com mísula.

A seguir é obtida a matriz $[SMR] = [SM][RT]$.

Os coeficientes da matriz $[SMD] = [RT]^T[SMR]$ são acumulados nas posições convenientes de um arranjo retangular pela subrotina MOTW.

Repetida esta operação para todos os elementos está montada a matriz de rigidez da estrutura, [S], correspondente as direções livres.

d) O arranjo onde estão armazenados os coeficentes de [S] será agora ocupado pelos coeficientes de uma matriz triangular superior que multiplicada por sua transposta fornece [S]. A operação é feita por intermédio da subrotina DEBAW.

e) São lidos dados relativos aos carregamentos, que neste estágio são: o número de carregamentos, número de nós carregados, número de elementos com ações de extremo fornecidas diretamente, e o número de elementos carregados.

f) O vetor de ações nodais {A} é obtido pela leitura direta das ações que atuam em nós carregados em pelo menos uma direção.

g) São lidas as ações de engastamento perfeito {AML}, para os elementos em que elas são fornecidas diretamente.

h) As subrotinas CONCW e CONW calculam as ações de engastamento perfeito, nos elementos do tipo 1 ou do tipo 2, respectivamente, para carga concentrada atuando nestes elementos. Se a carga é distribuida, estas ações são calculadas pelas subrotinas CADTW (elemento tipo 1) e DISCW (elemento tipo 2).

i) O vetor de ações equivalentes {AE} é obtido pela equação sim bólica $\{AE\} = \sum AML - [RT]^T\{AML\}$, cujo significado já foi discutido no item 2.2.1.

j) O vetor de cargas nodais combinadas é obtido por: $\{AC\} = \{A\} + \{AE\}$.

k) Os deslocamentos $\{D\}$ correspondentes as direções livres são determinados pela subrotina SBANW, a partir da matriz triangular superior obtida pela DEBAW indicada em d. Estas duas subrotinas resolvem o sistema de equações simbolicamente representado por $\{AD\} = [S]\{D\}$, onde o vetor $\{AD\}$ é constituido pelos termos de $\{AC\}$ correspondentes as direções livres.

l) As ações de extremo do elemento são obtidas pela aplicação da equação $\{AM\} = \{AML\} + [SMR]\{DJ\}$ para todos os elementos. $\{DJ\}$ são os deslocamentos na extremidade do elemento, referidos aos eixos globais.

m) As reações de apoio são obtidas somando-se nas direções restringidas as contribuições das ações de extremo do elemento e as cargas nodais com sinal invertido, ou seja fazendo-se o equilíbrio dos nós segundo as direções restringidas.

n) Terminada a análise deve-se testar se há outro carregamento a ser examinado. Em caso afirmativo, o ciclo referente ao carregamento é novamente percorrido.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 - Valores Adotados na Análise

A haste simétrica, biengastada, com mísula reta ou parabólica, sujeita a um carregamento concentrado no meio do vão ou uniformemente distribuido total (fig. 4.1) foi analisada para os seguintes valores numéricos:

- Relações V, VN e tgα:

V	.10	.20	.30	.40					
VN	.01	.03	.05	.10	.15	.25	.50	.60	.80
tgα	1/12	1/6	1/3	2/3	1/1				

- Comprimento: L = 10c
- Espessura: b = 1c
- Carga concentrada: P = 10F
- Carga distribuida: Q = 1F/c
- Módulo de elasticidade: E = 1F/c^2
- Coeficiente de Poisson: ν = .20

sendo: F - unidade de força

c - unidade de comprimento

Os valores grifados são adotados para a comparação dos diagramas de tensões normais nas seções do engaste e do vão (item 4.4).

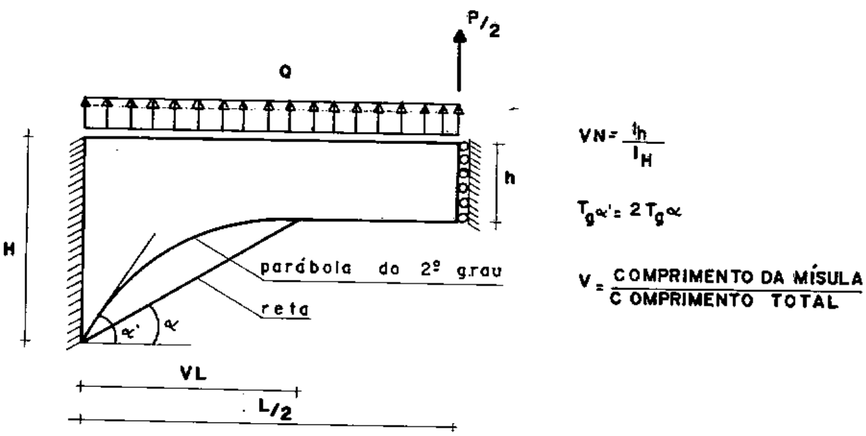


Fig. 4.1 - Utilização da simetria no elemento a ser analisado

4.2 - Análise dos Esforços Solicitantes nas Seções do Meio do Vão e do Engaste e dos Deslocamentos Verticais da Seção do Meio do Vão

Os resultados para esforços solicitantes e deslocamentos obtidos da análise do elemento da fig. 4.1, para os valores indicados no item 4.1 são apresentados sob a forma de ábacos (figs.

4.2.1 a 4.2.32) contendo dois grupos de cinco curvas. Cada curva corresponde a um valor de tgα, e cada grupo se refere as hipóteses de eixo reto ou eixo passando pelos pontos médios das alturas. O eixo horizontal é o das relações entre inércias VN, e o vertical o das relações entre resultados obtidos da análise segundo a consideração de eixo reto ou eixo passando pelos pontos médios das alturas e os decorrentes da análise pelo método dos elementos finitos.

Cada ábaco corresponde a um valor de V, a um tipo de resultado a ser analisado e a uma das seguinte situações:

- elemento com mísula reta sujeito a carga concentrada
- elemento com mísula parabólica sujeito a carga concentrada
- elemento com mísula reta sujeito a carga distribuida
- elemento com mísula parabólica sujeito a carga distribuida

O tipo de resultado a ser analisado correspondente a cada ábaco é indicado no eixo vertical pela seguinte nomenclatura:

M/MEE - refere-se a relação entre o momento no engaste devido a consideração de eixo reto ou eixo passando pelos pontos médios das alturas e o momento resultante do diagrama de tensões normais, na seção do engaste, obtido da análise pelo método dos ele mentos finitos.

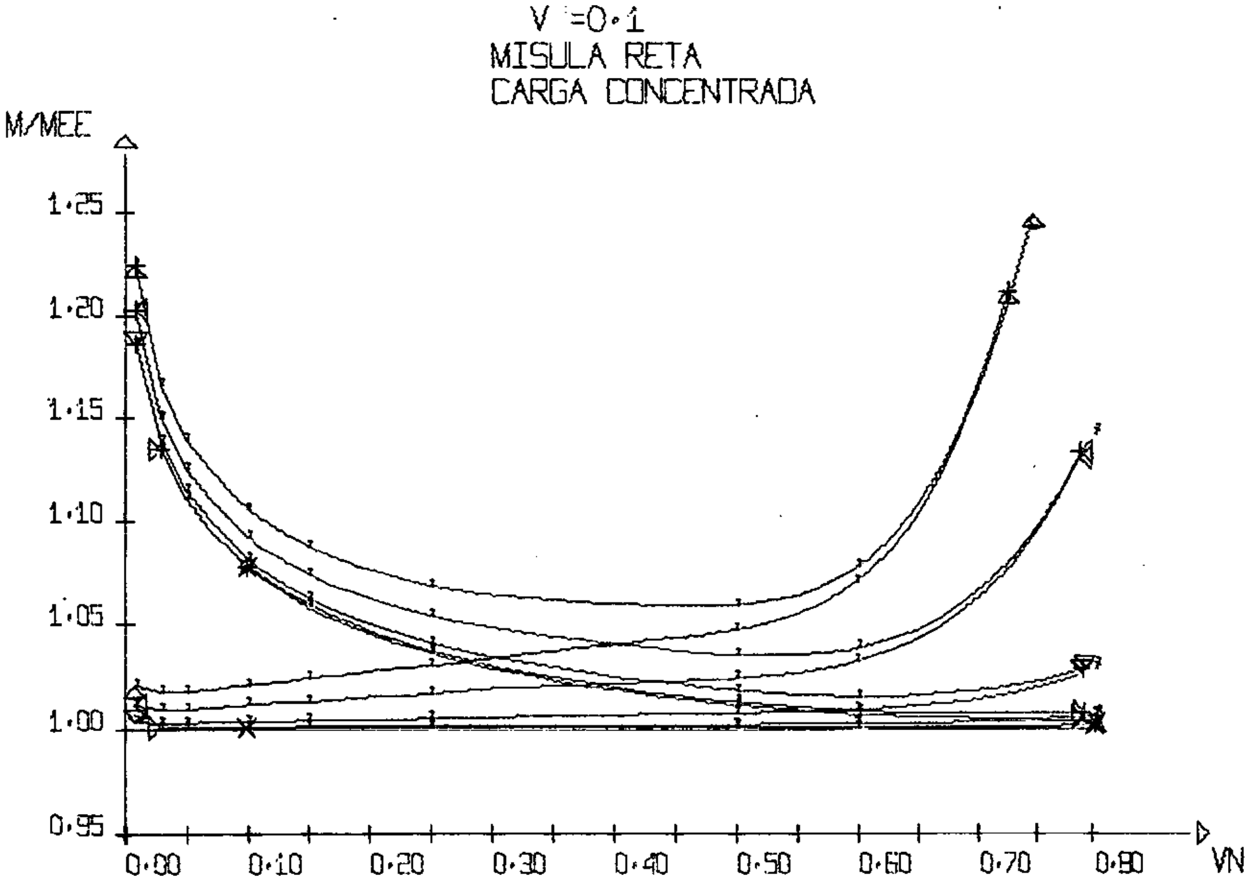
M/MEM - idem para momento no meio do vão.

N/NE - refere-se a relação entre o esforço normal ã seção do engaste (que ẽ igual ao esforço normal à seção do meio do vão) devido a consideração de eixo passando pelos pontos médios das alturas e o esforço resultante do diagrama de tensões normais, na seção do engaste, obtido da análise pelo método dos elementos finitos. Estes ábacos terão apenas cinco curvas pois a consideração de eixo reto não fornece esforço normal para carregamentos verticais.

D/DEM - refere-se a relação entre o deslocamento no meio do vão devido a consideração de eixo reto ou eixo passando pelos pontos médios das alturas e o deslocamento do ponto médio da altura da seção do meio do vão obtido da análise pelo método dos elementos finitos.

O valor de tgα correspondente a cada curva de um ábaco é caracterizado por um símbolo desenhado em seus extremos, como indicado no quadro a seguir:

TANGENTE \ HIPÓTESE	EIXO RETO	EIXO PASSANDO PELOS Ptos MÉDIOS DAS ALTURAS
1/12	✳	×
1/6	▷+	▷
1/3	▽+	▽
2/3	+◁	◁
1/1	△+	△


V =0·1
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
M/MEE
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

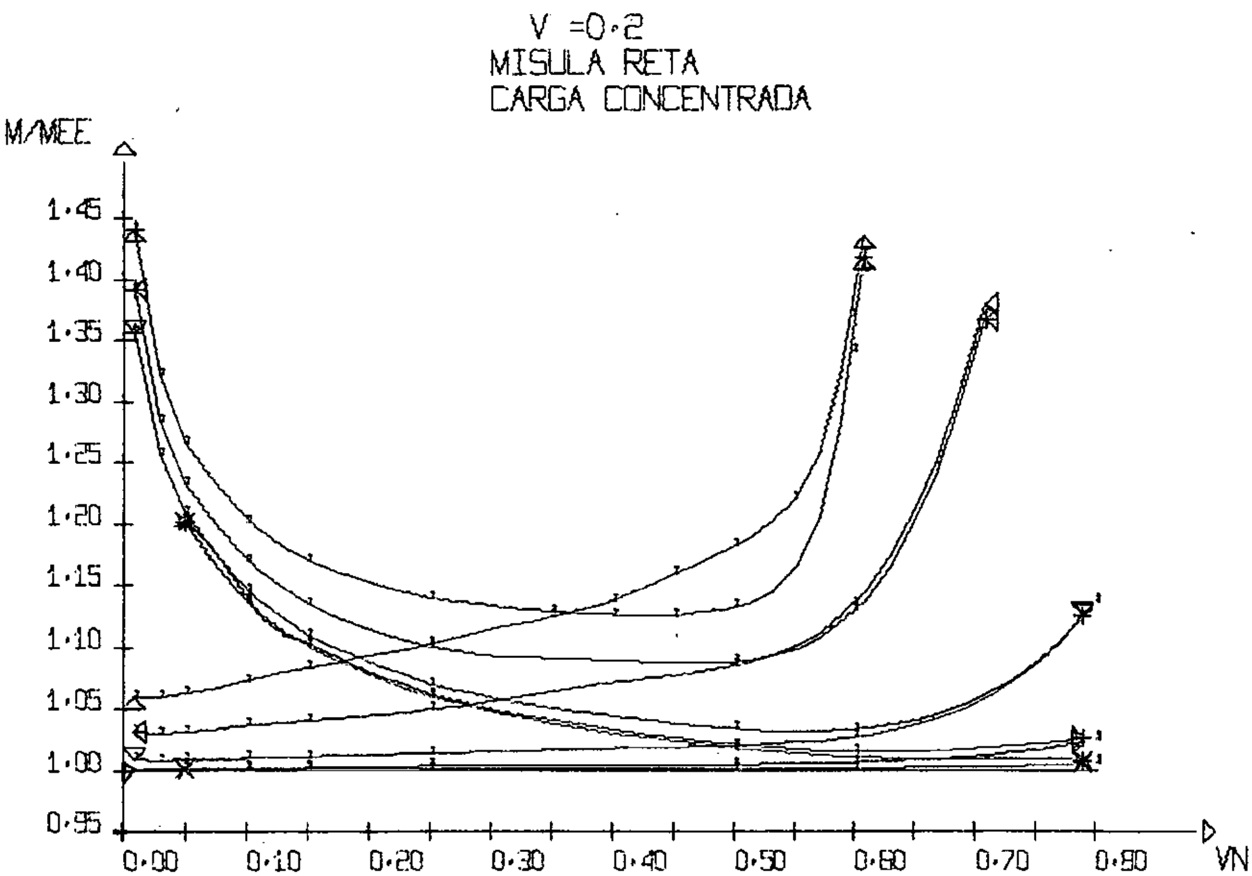
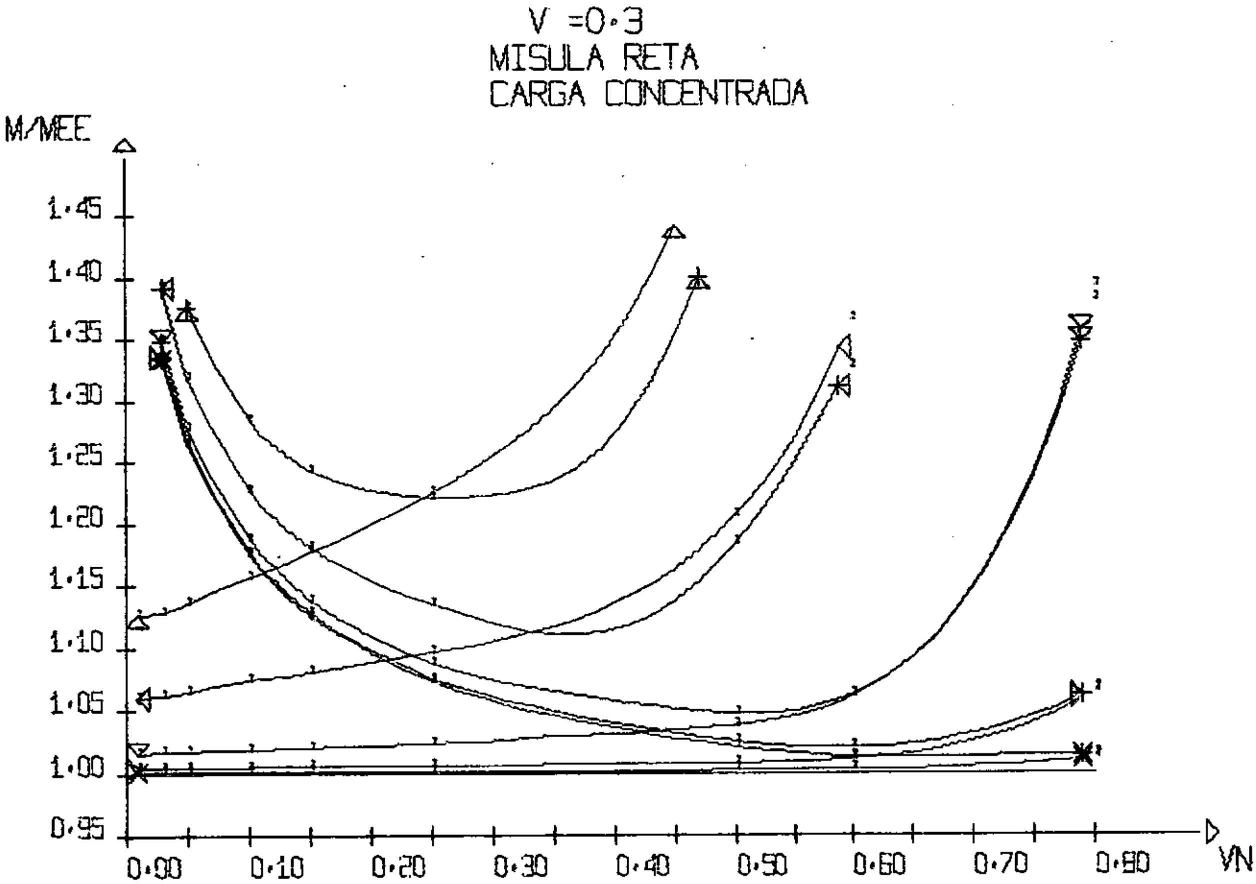

V =0·2
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.1


V =0·3
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

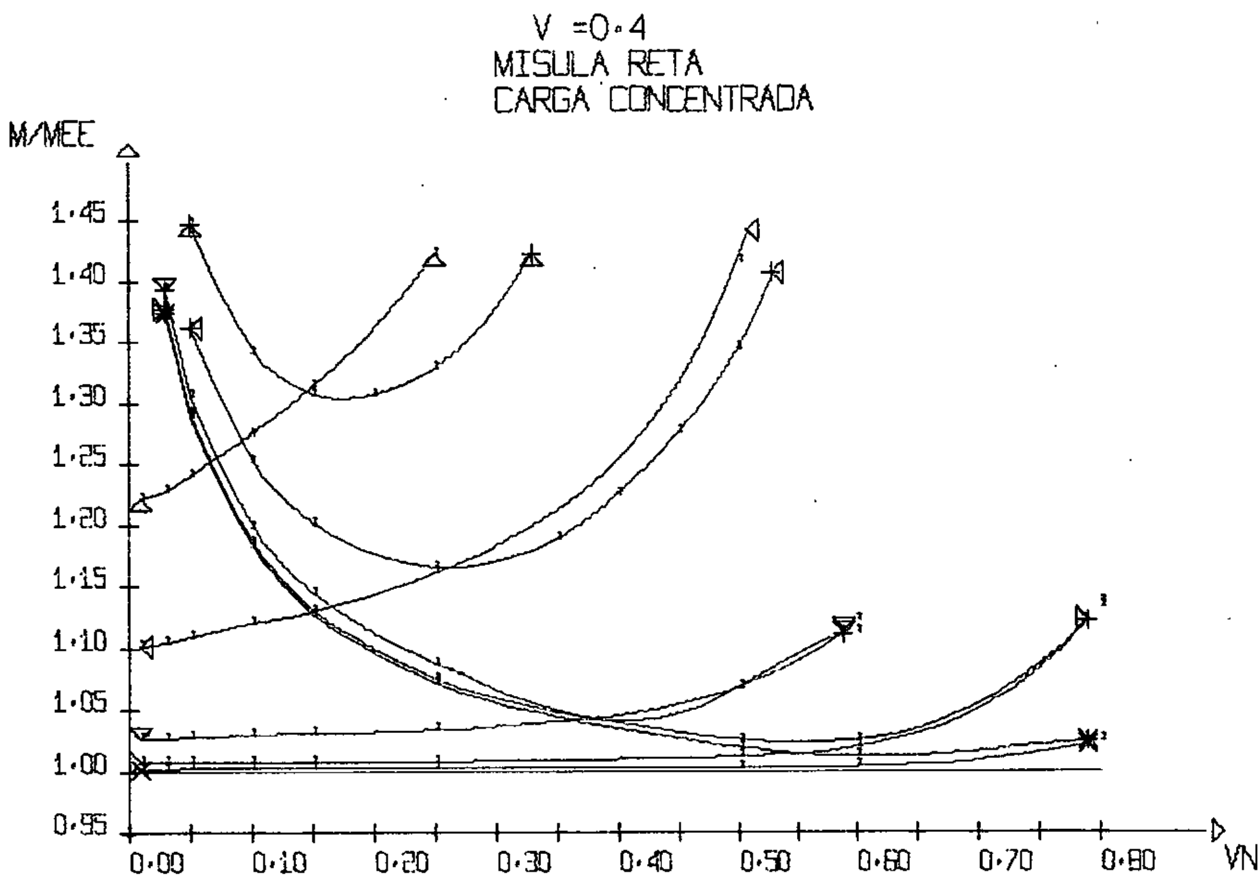
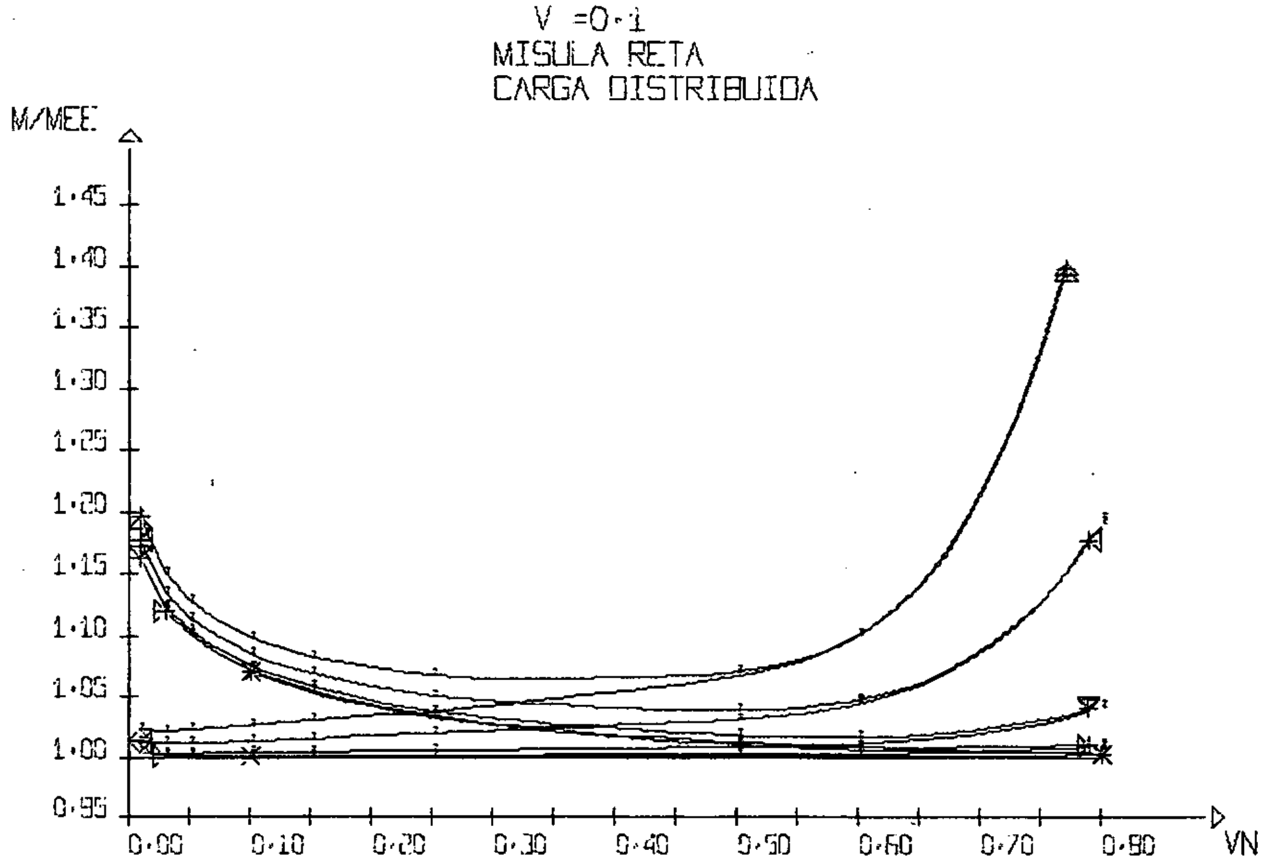

V =0·4
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.2


V =0·1
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

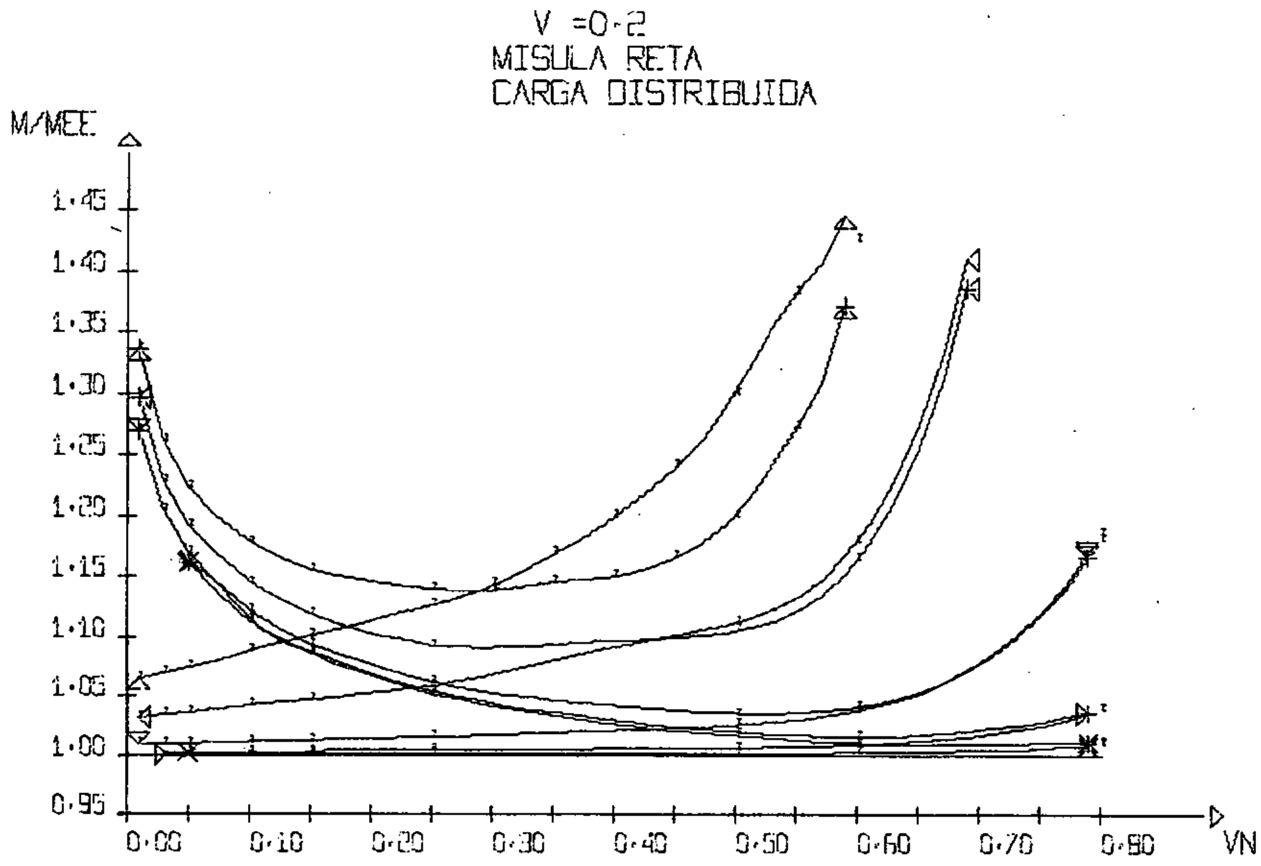
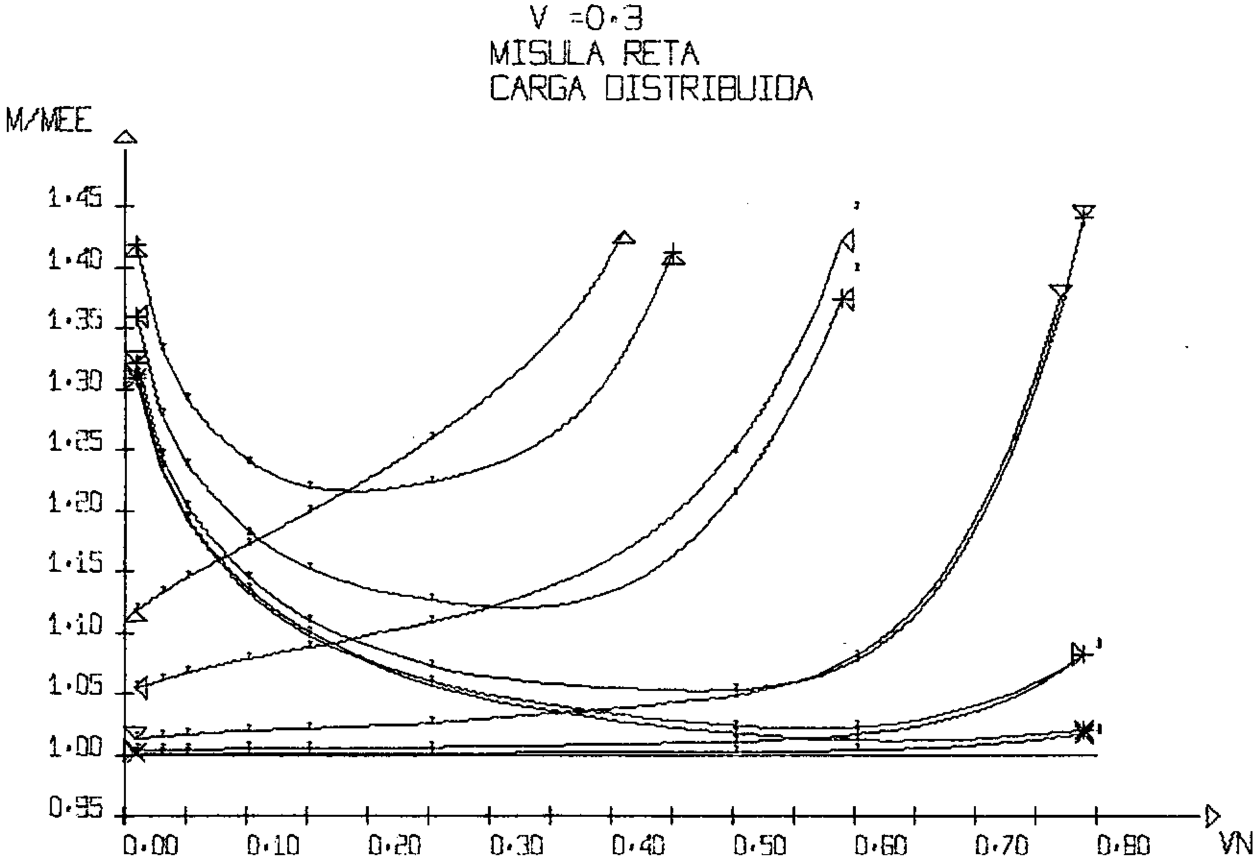

V =0·2
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.3


V =0·3
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

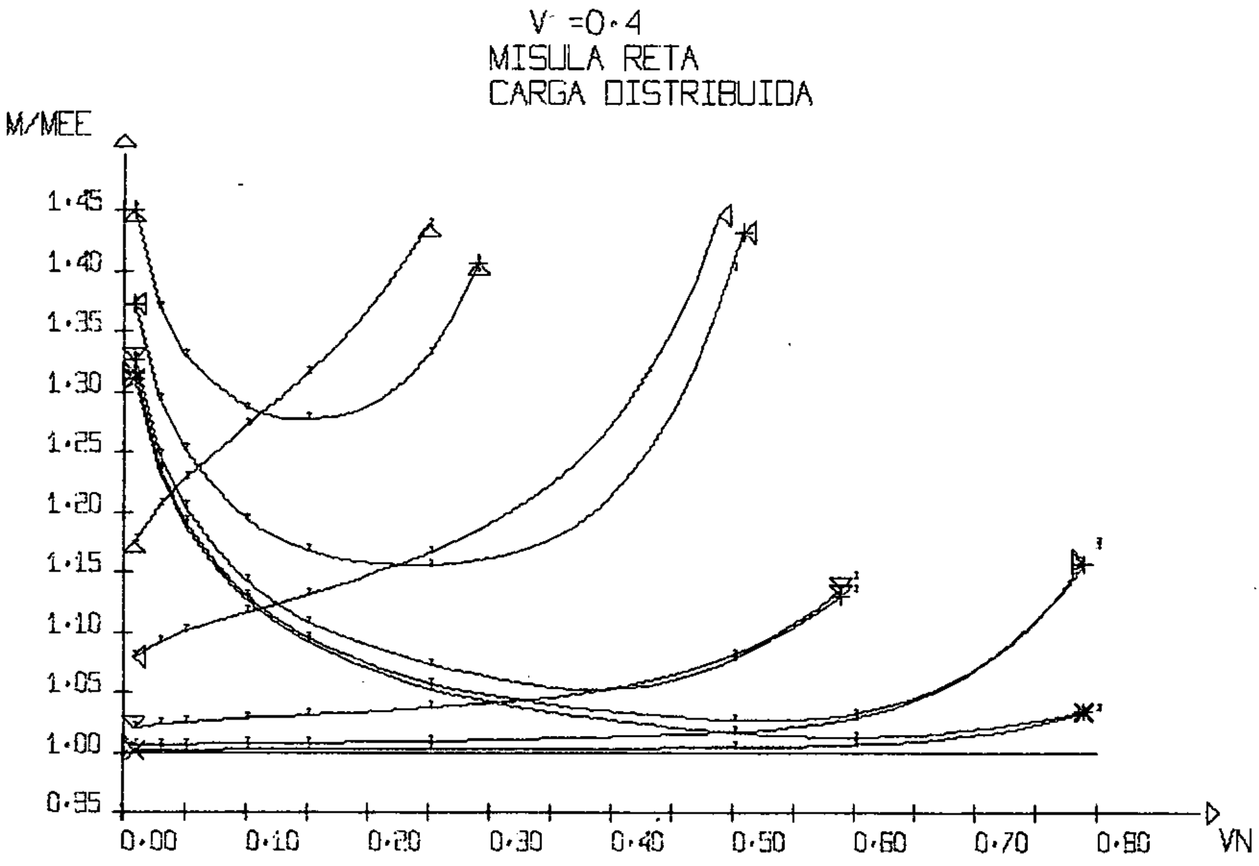
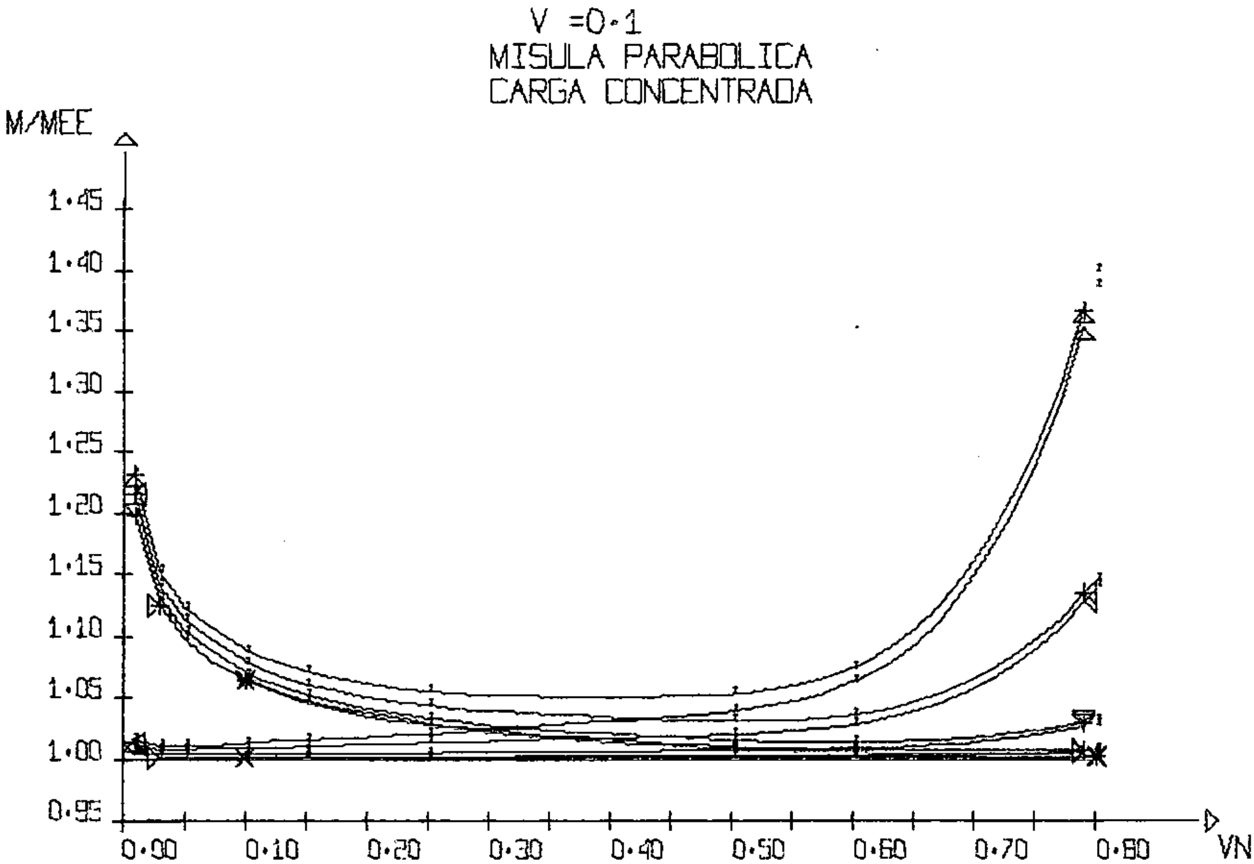

V =0·4
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.4


V =0·1
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

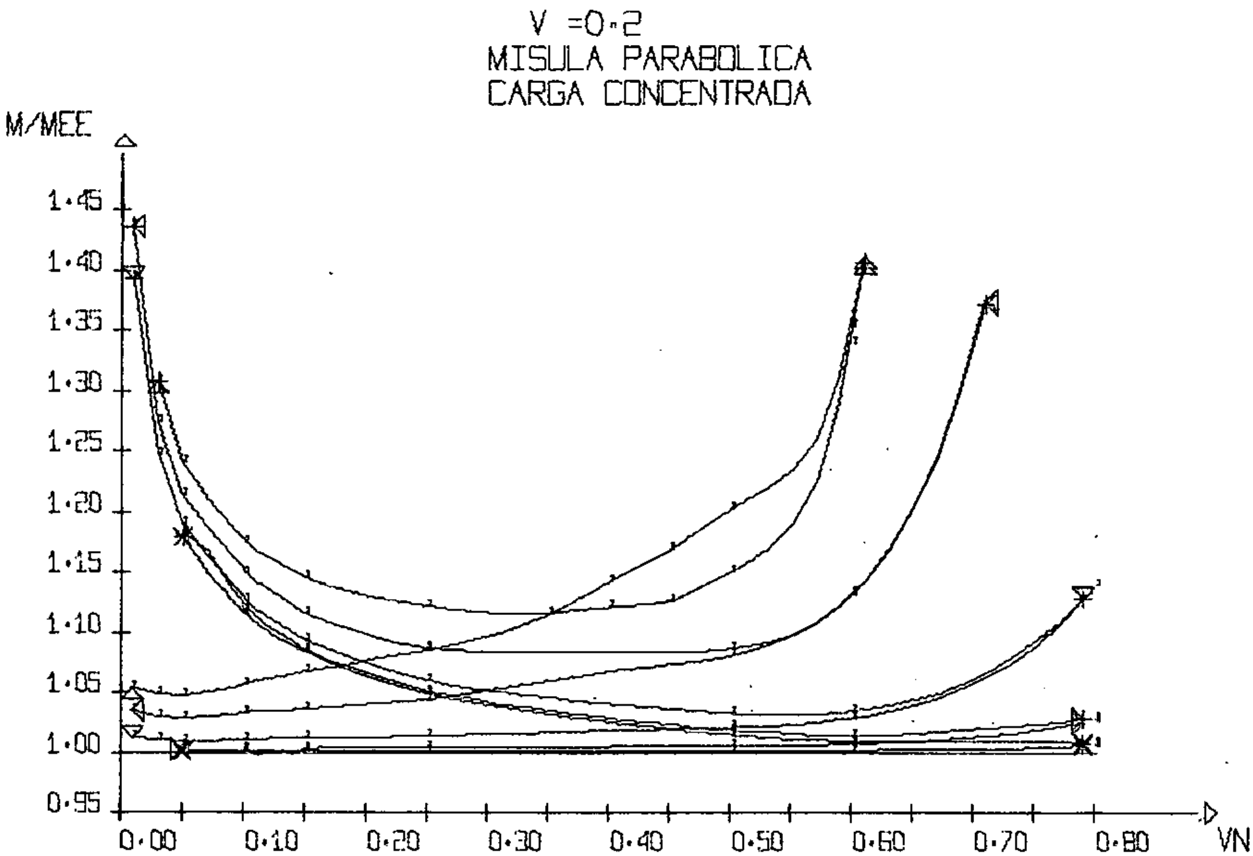
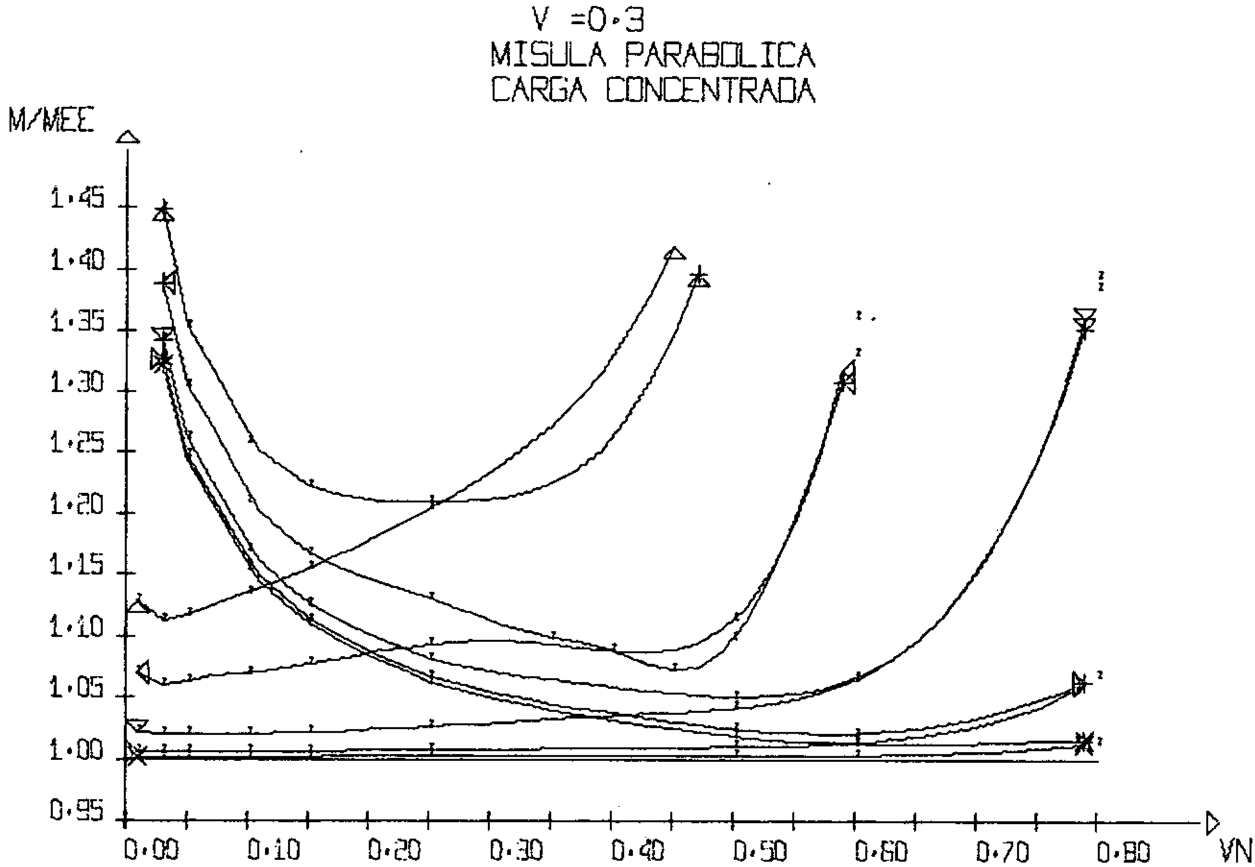

V =0·2
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.5


V =0·3
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

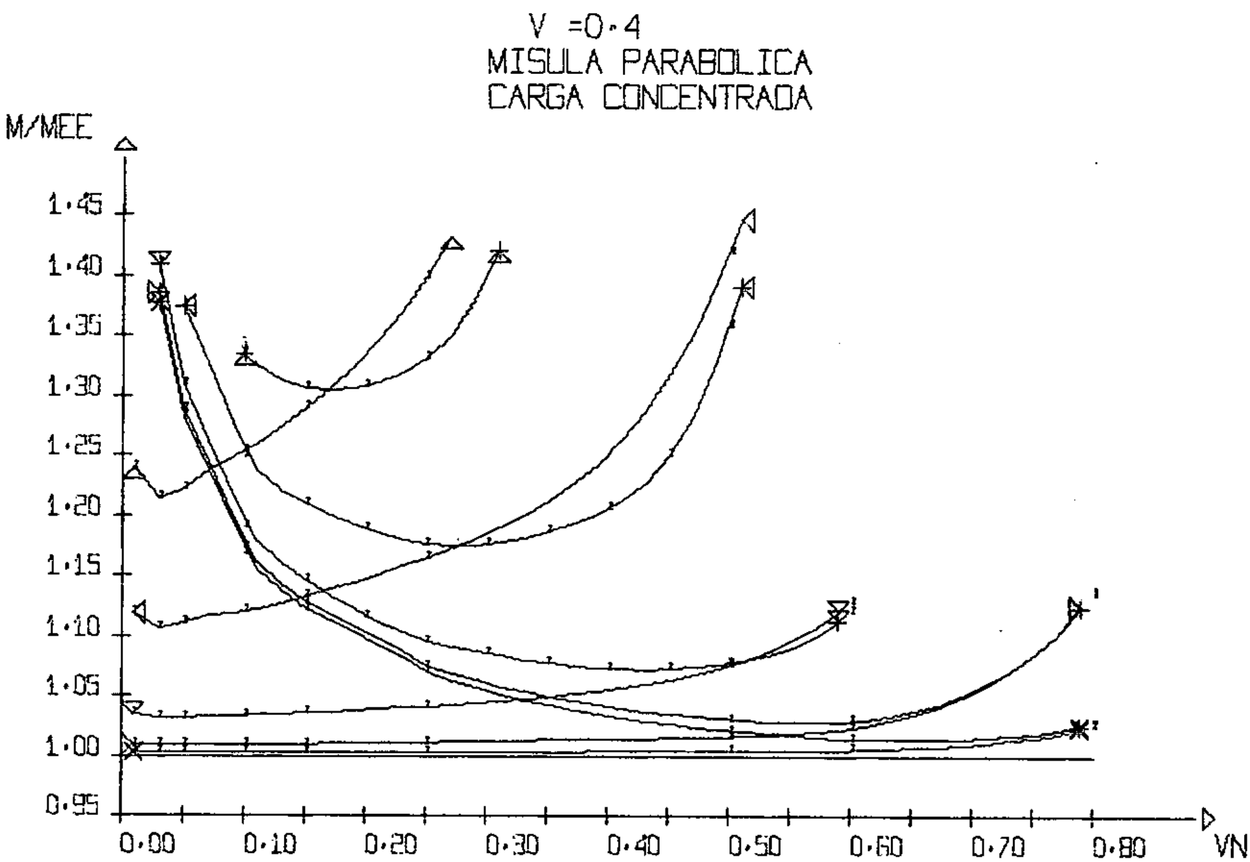
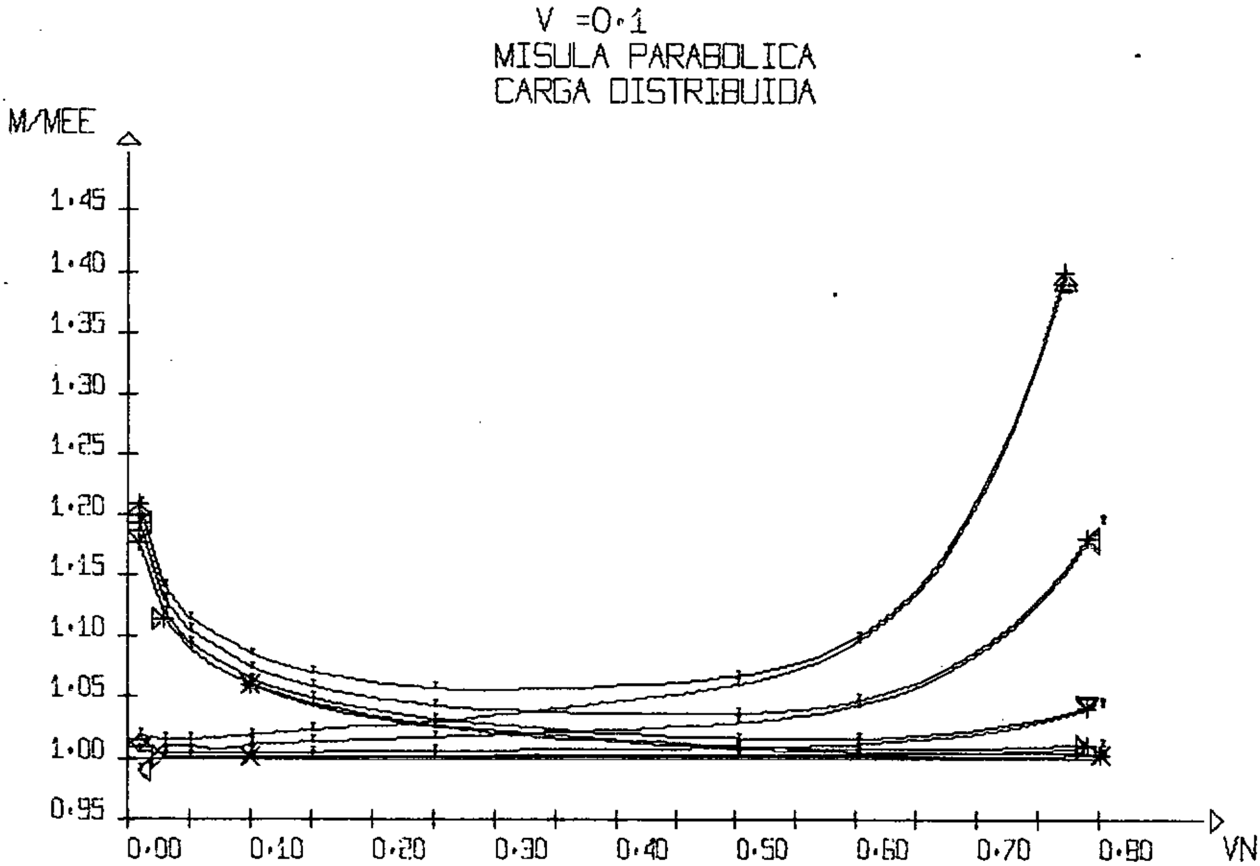

V =0·4
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4,2,6


V =0·1
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

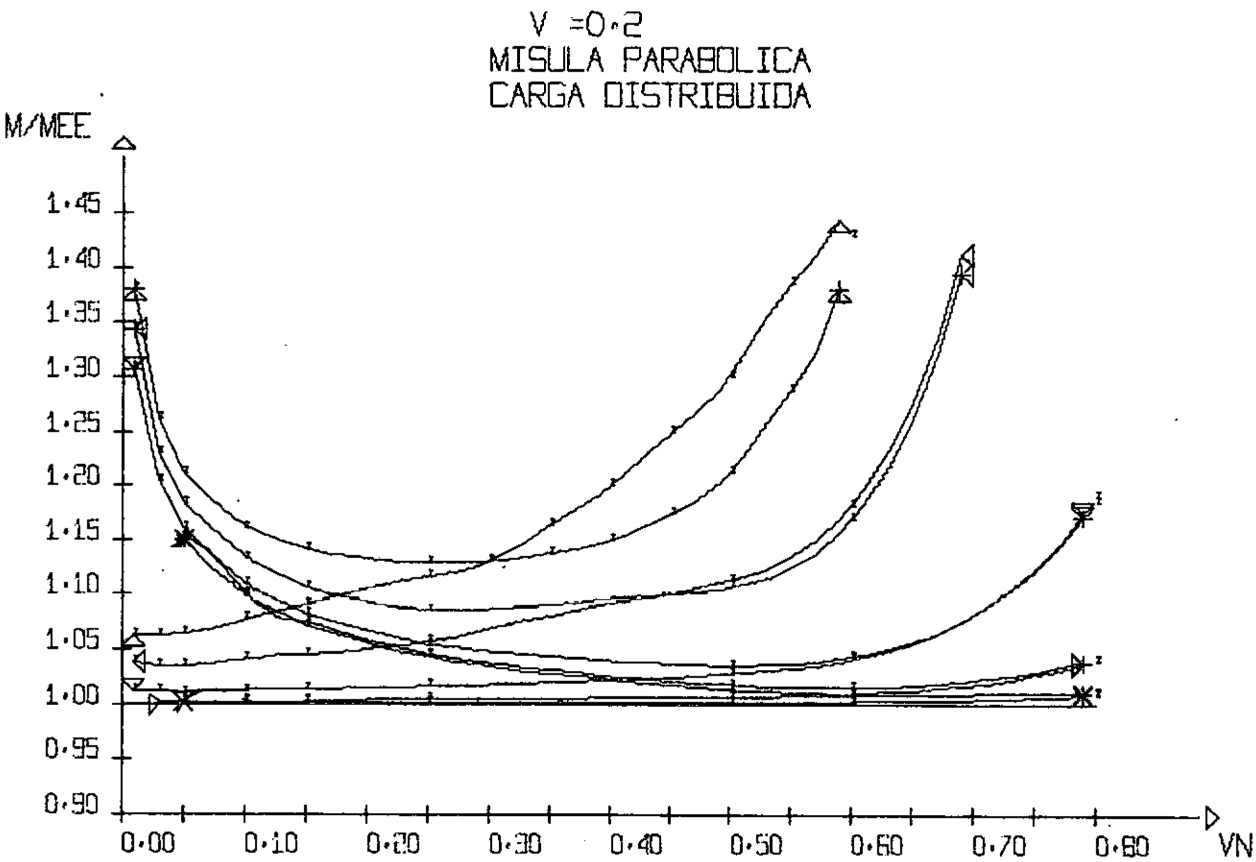
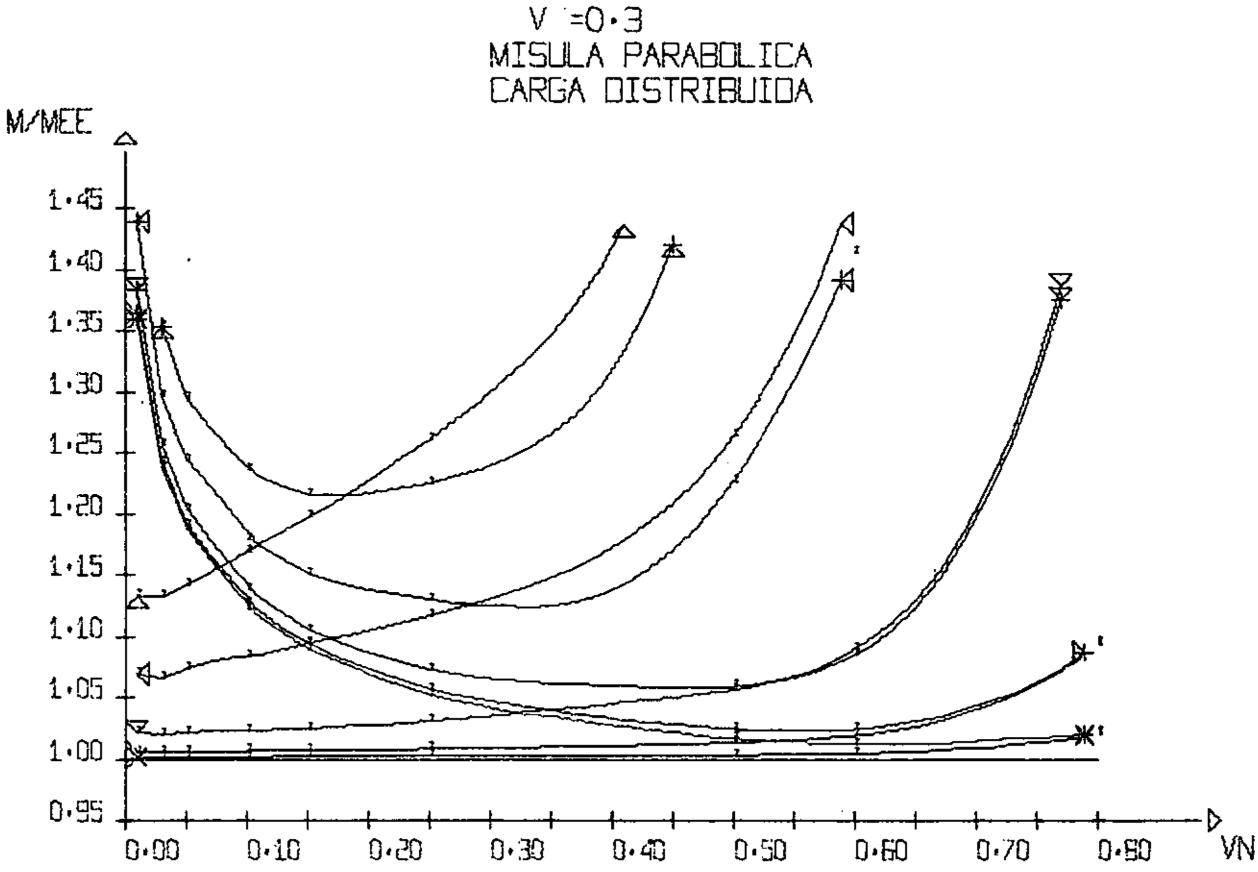

V =0·2
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.7


V =0·3
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

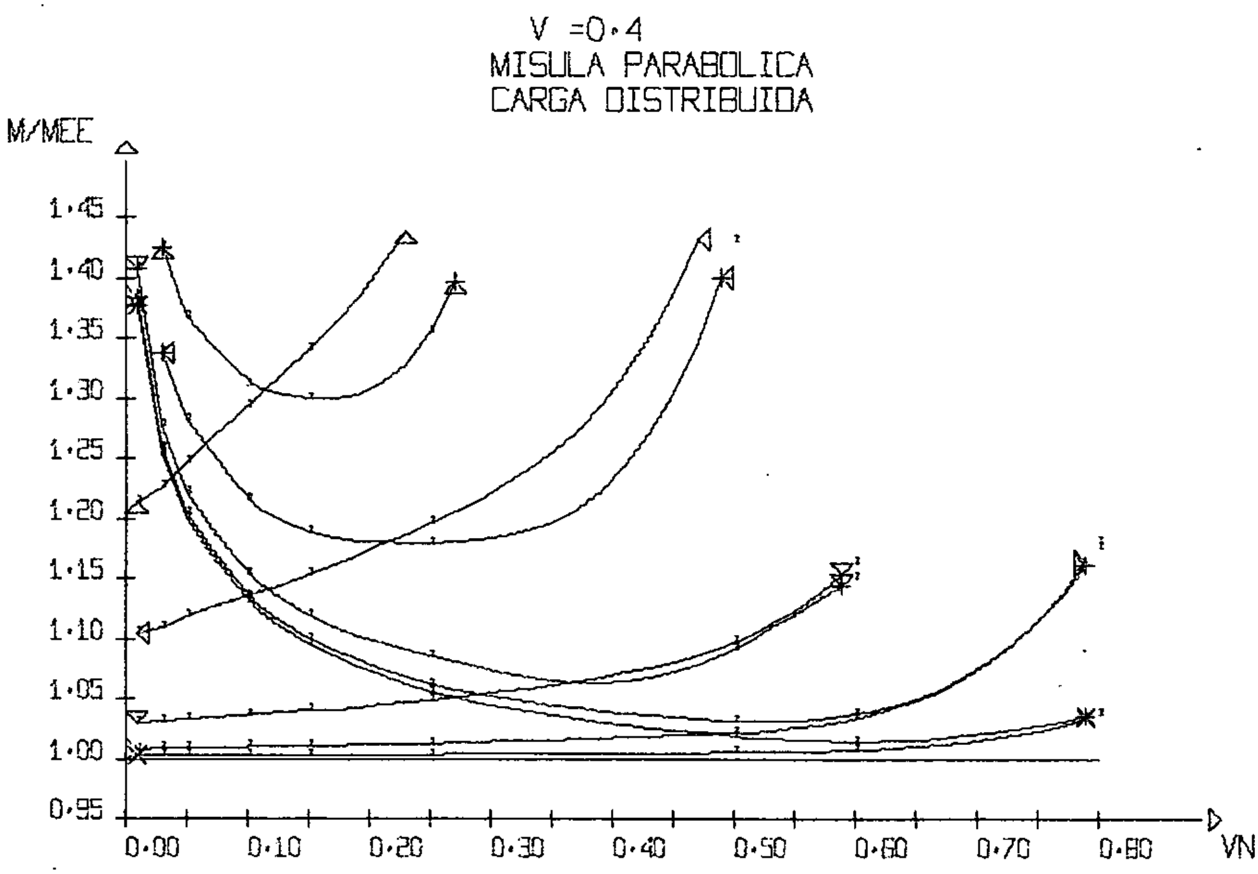
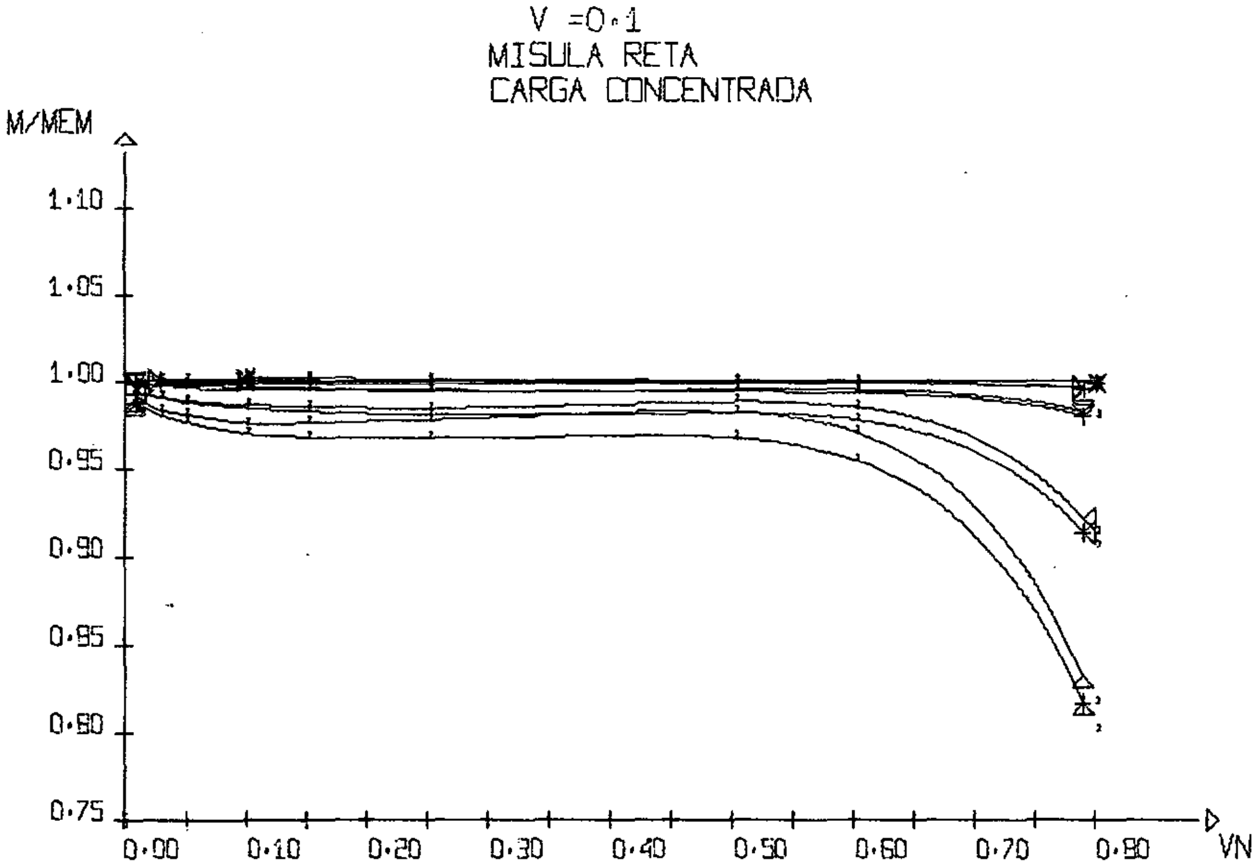

V =0·4
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEE
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.8


V =0·1
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
M/MEM
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

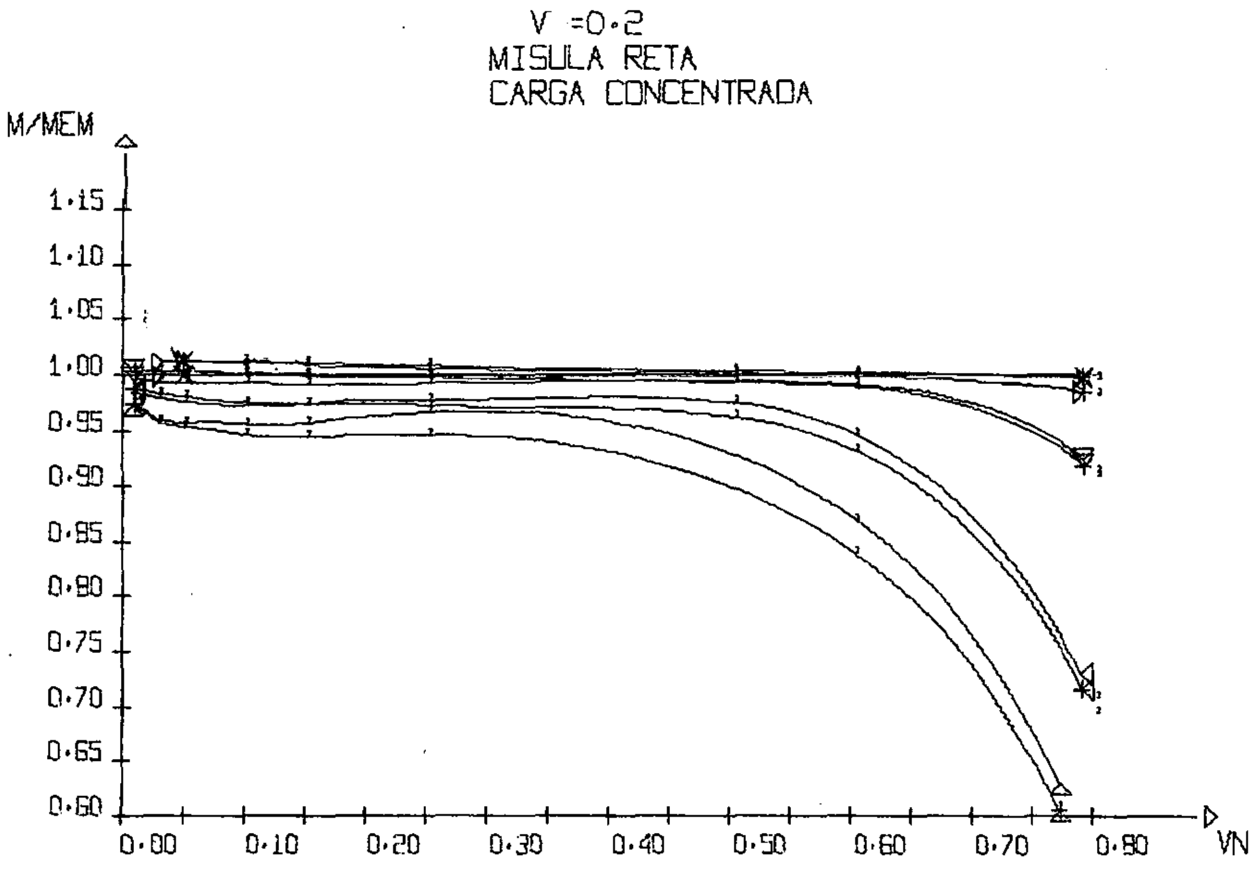

V =0·2
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
M/MEM
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.9

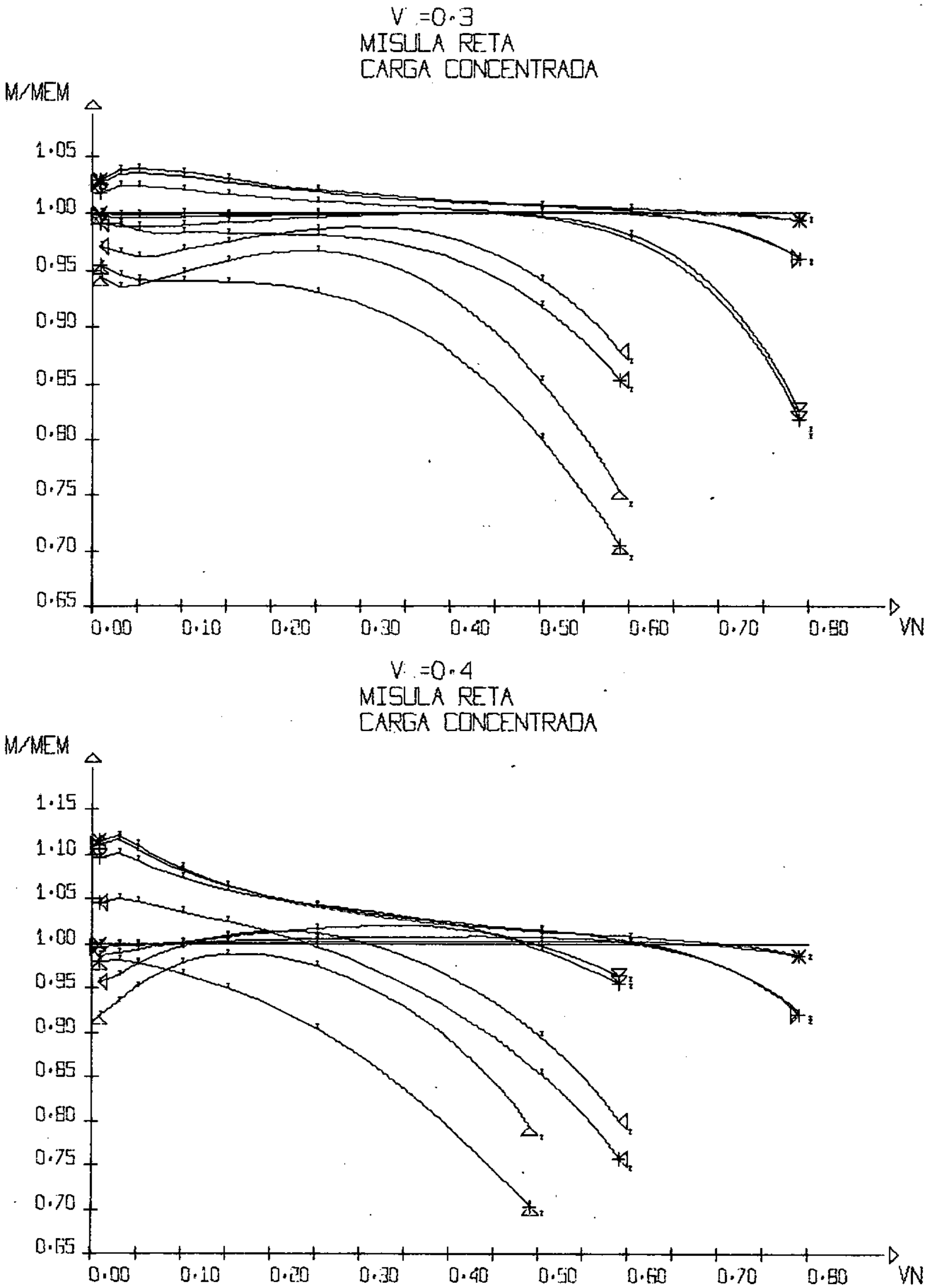
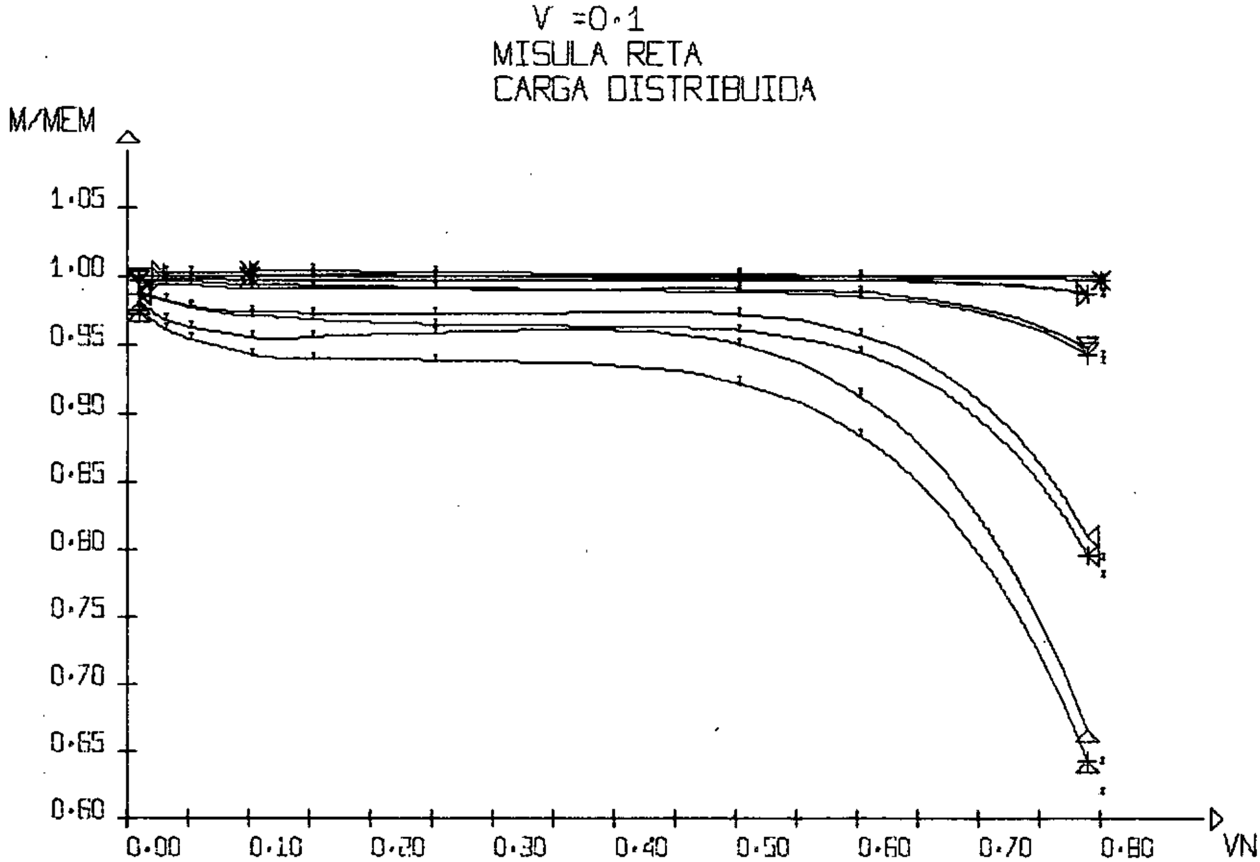

V =0·3
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
M/MEM
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN
V =0·4
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
M/MEM
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.10


V =0·1
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEM
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

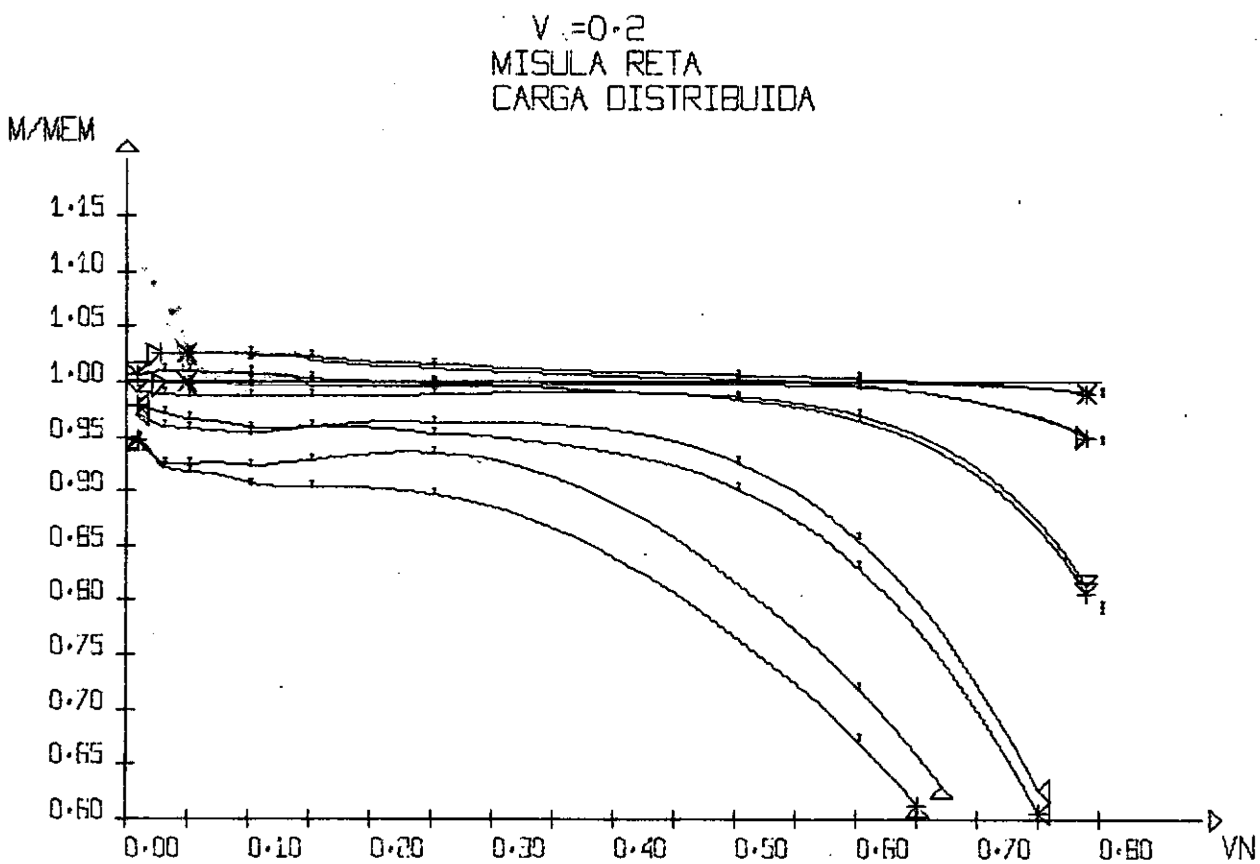
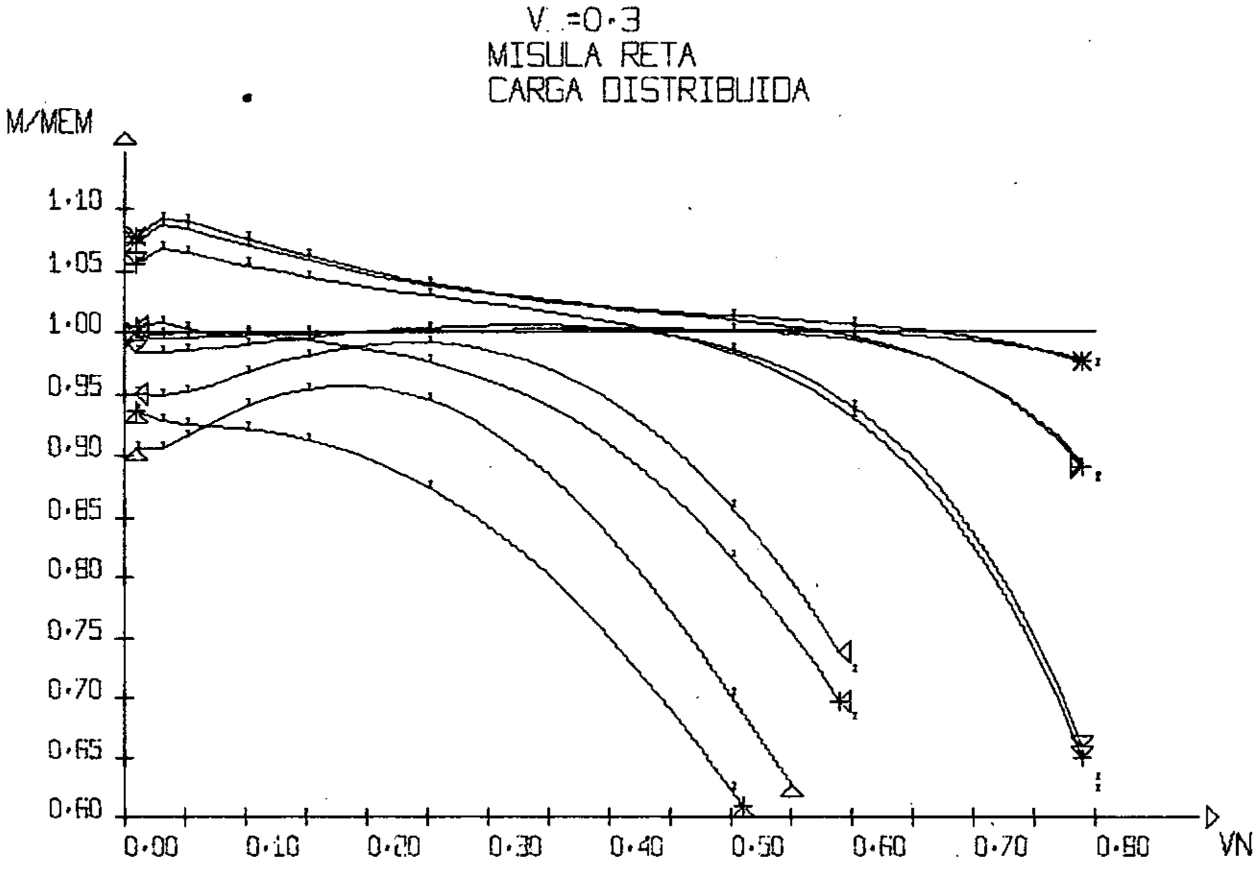

V =0·2
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEM
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.11


V =0·3
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEM
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

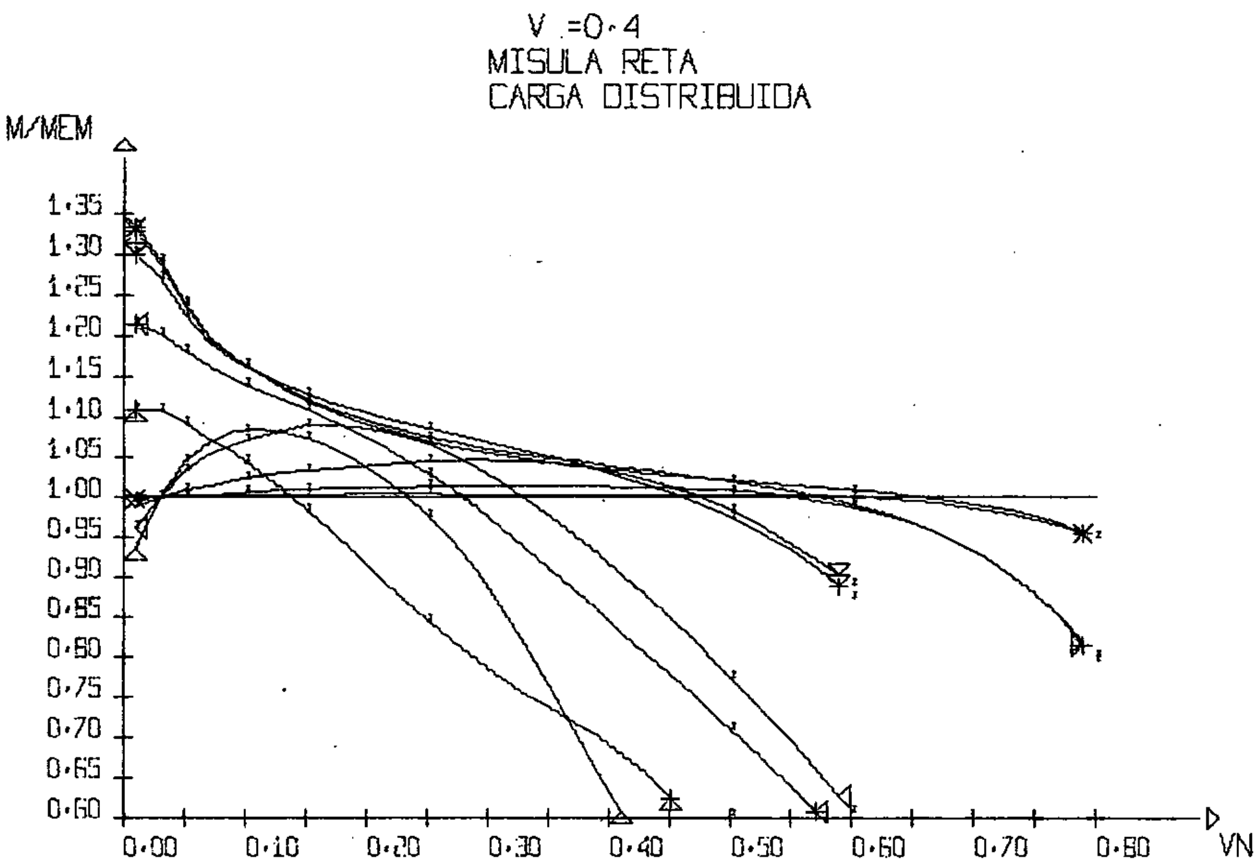
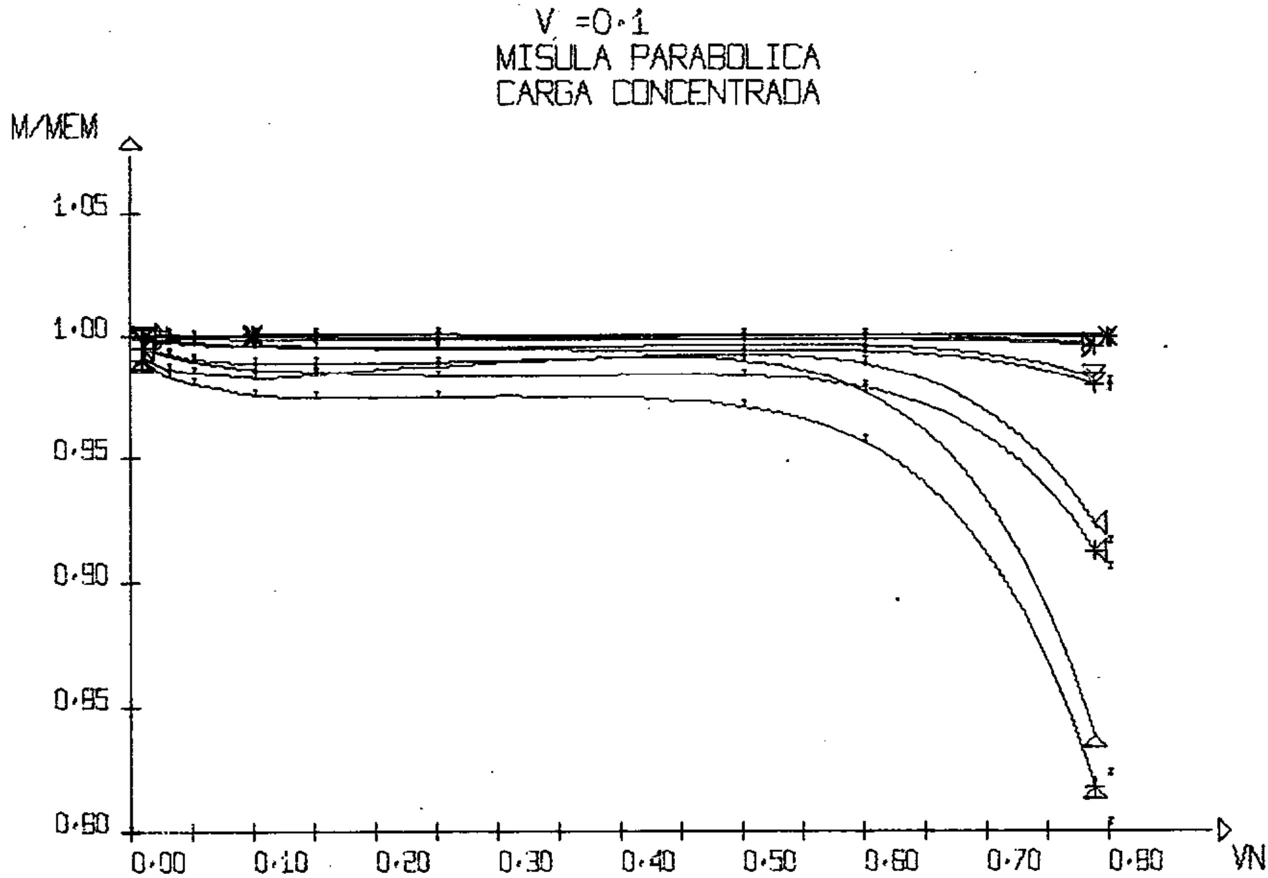

V =0·4
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEM
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.12


V =0·1
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
M/MEM
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

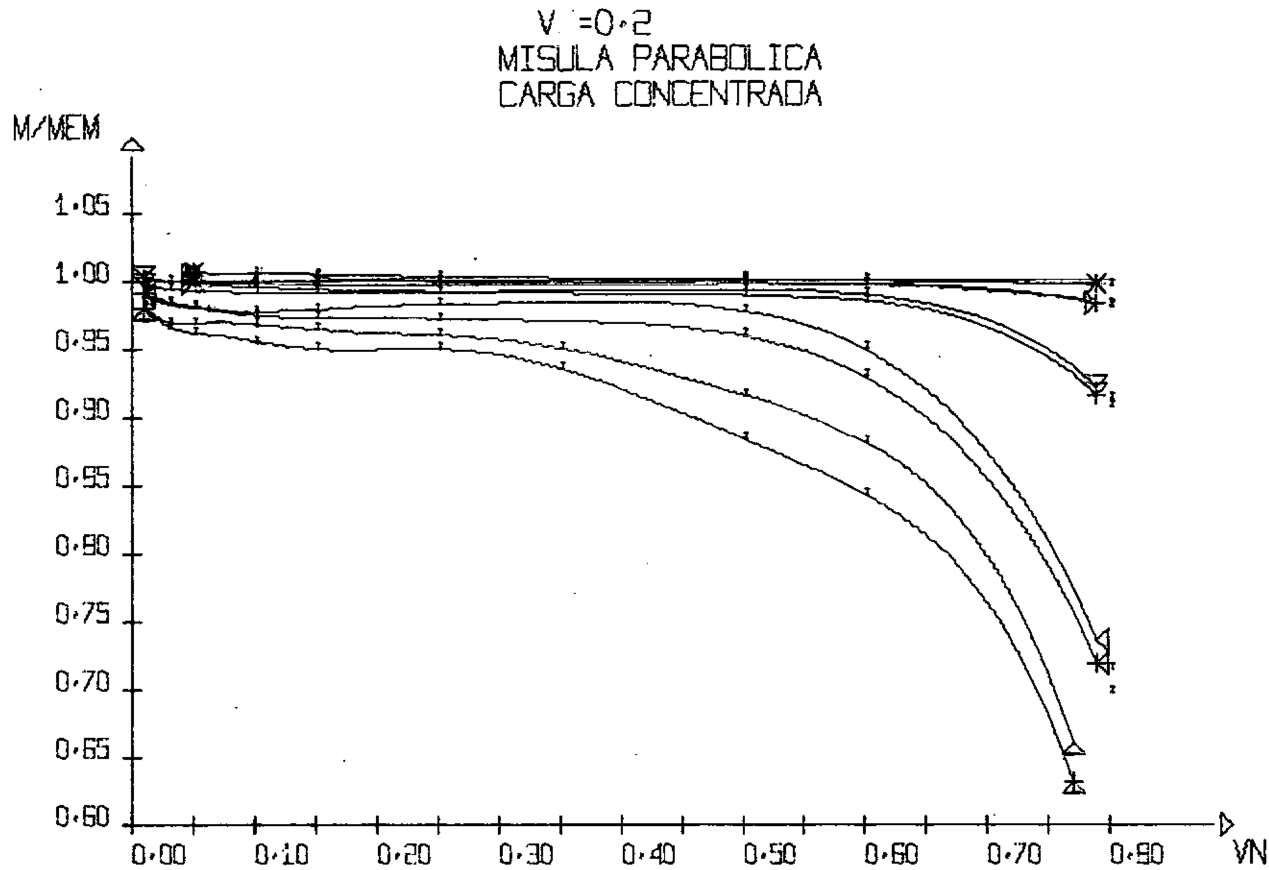
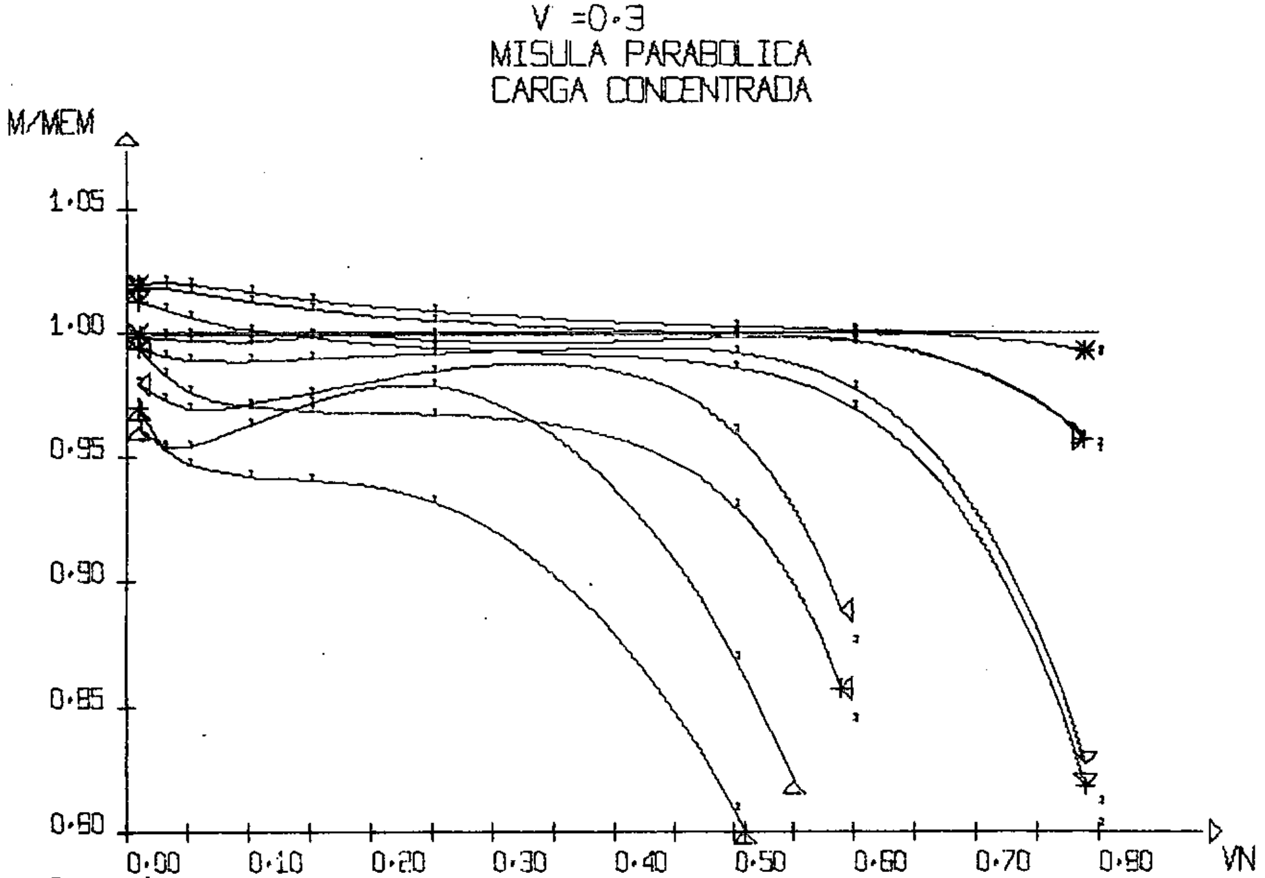

V =0·2
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
M/MEM
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.13


V =0·3
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
M/MEM
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

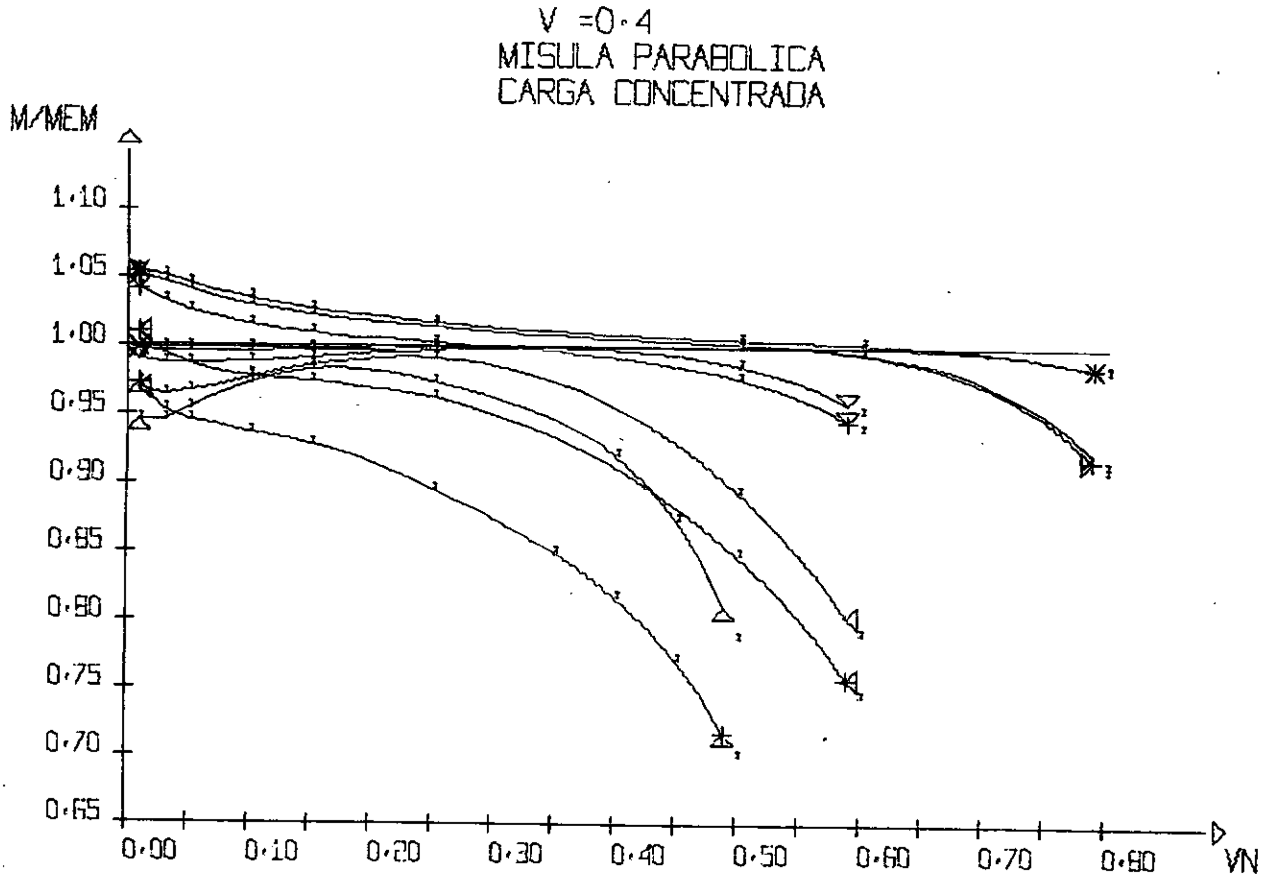
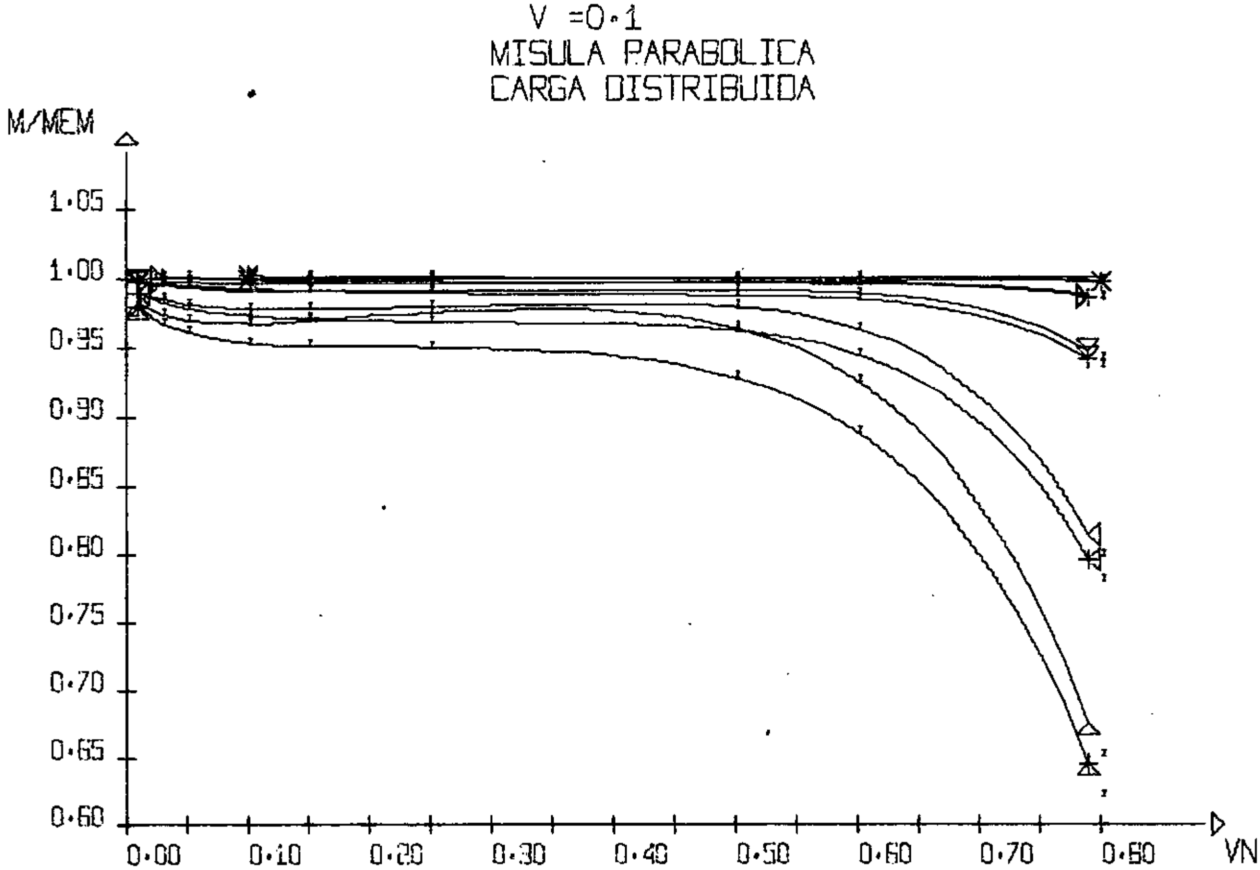

V =0·4
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
M/MEM
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.14


V =0·1
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEM
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

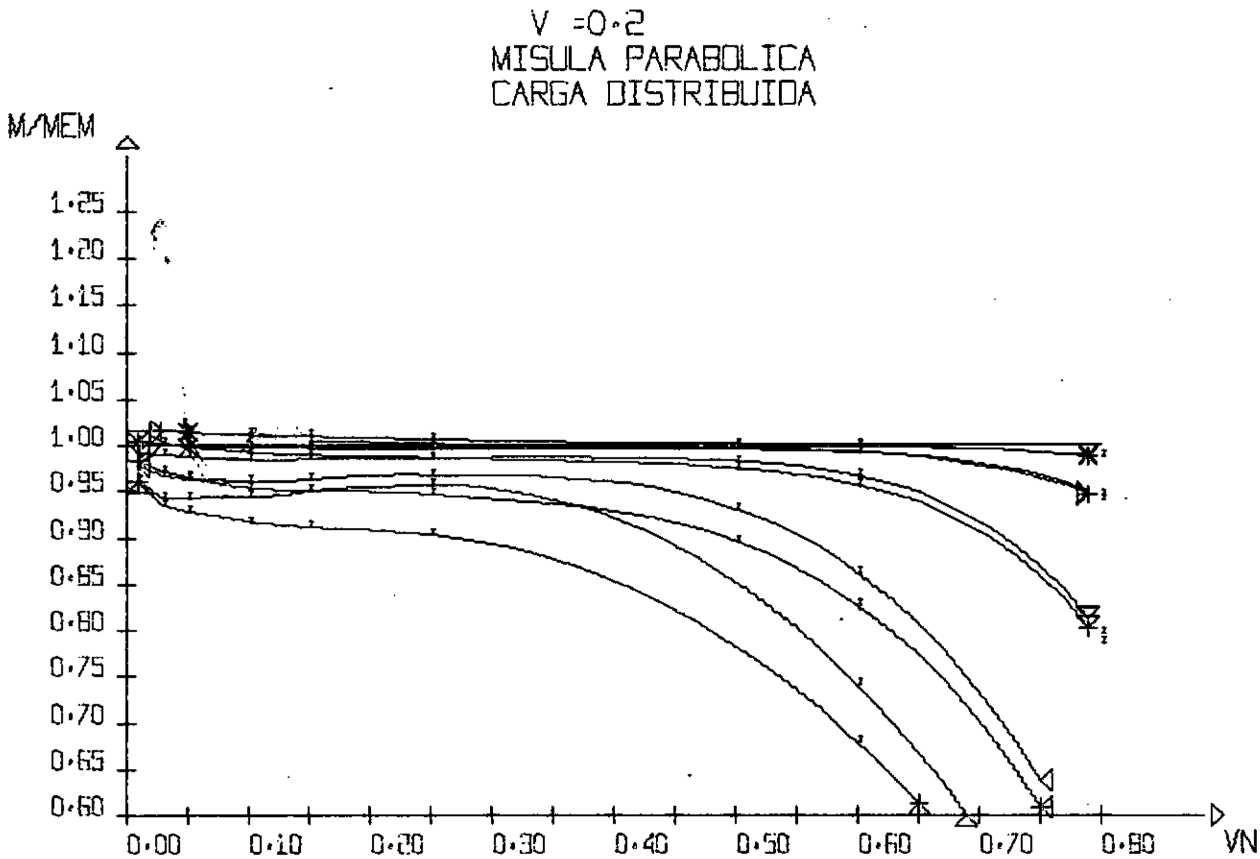
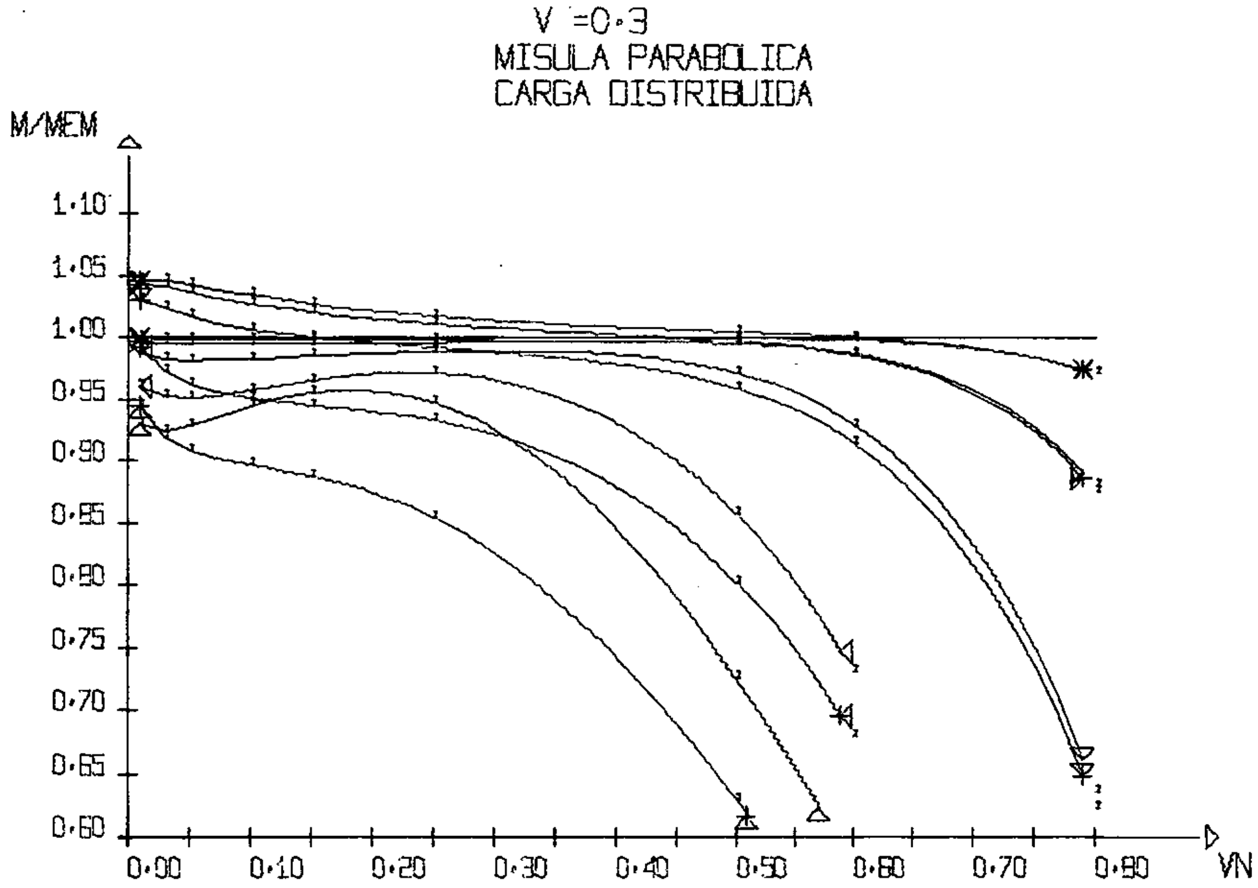

V =0·2
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEM
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.15


V =0·3
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEM
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

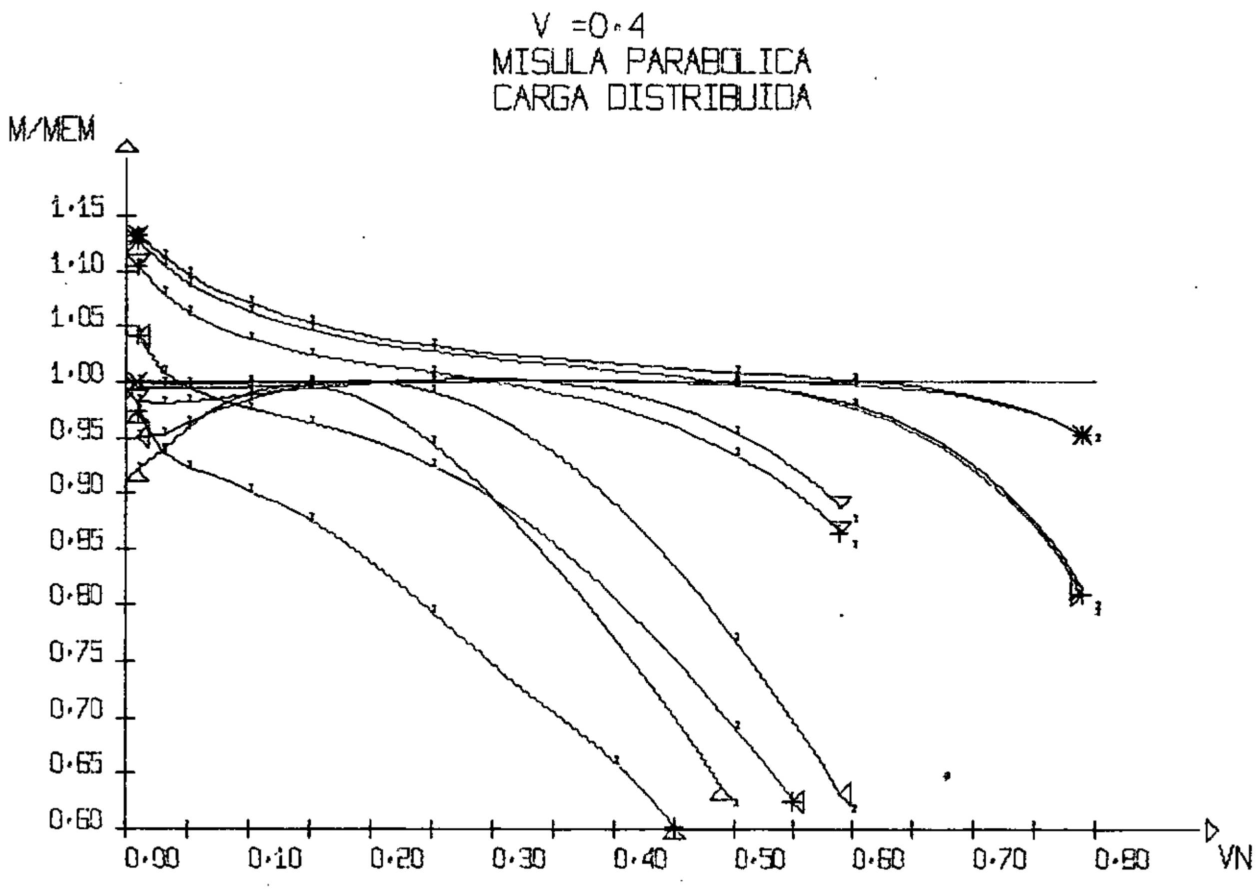
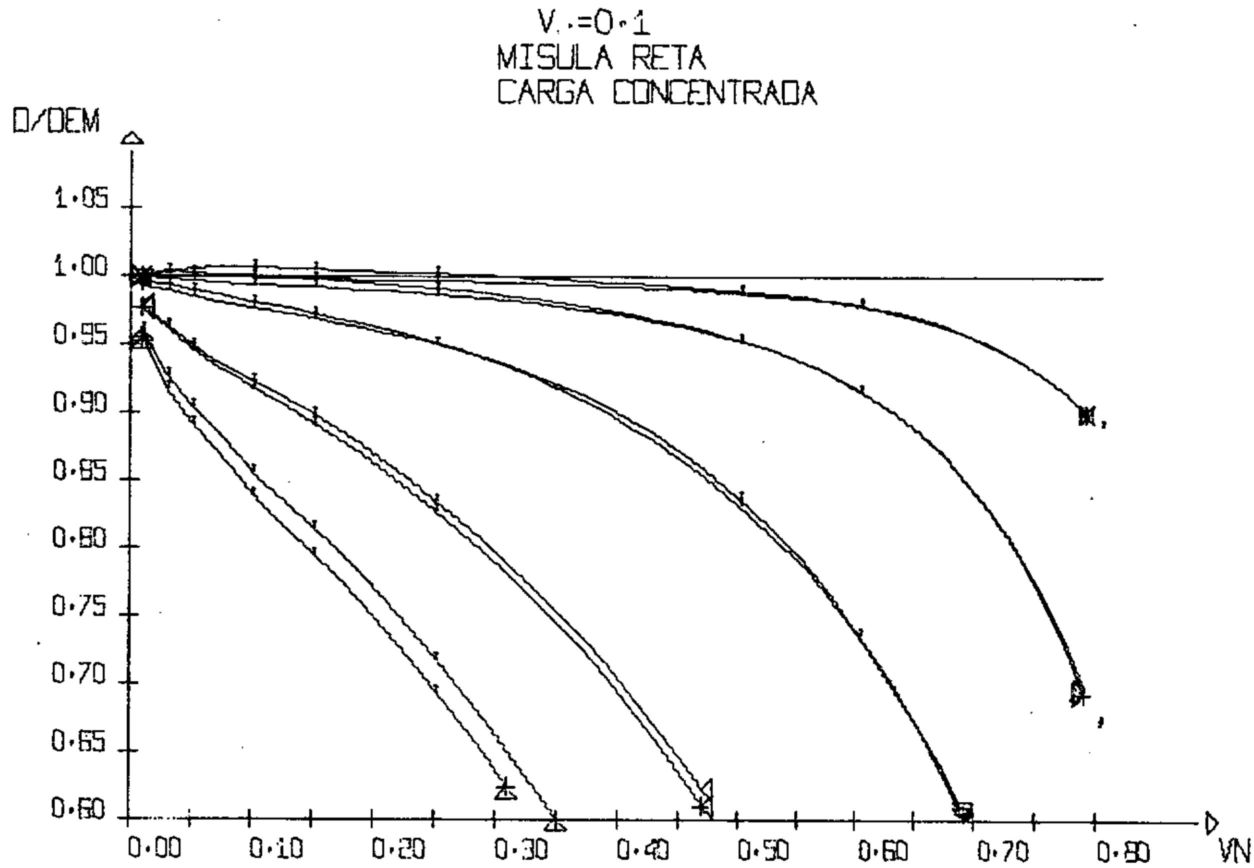

V =0·4
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
M/MEM
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.16


V =0·1
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
D/DEM
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

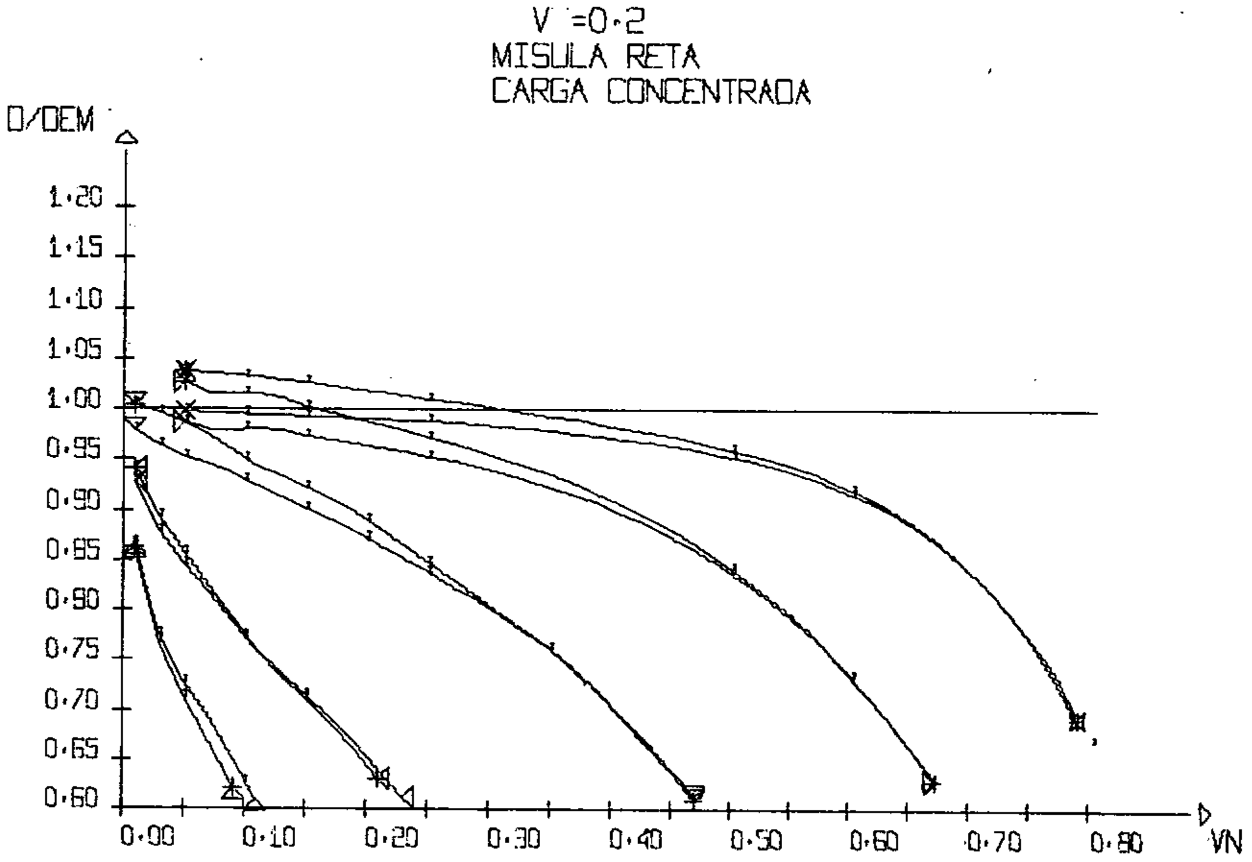
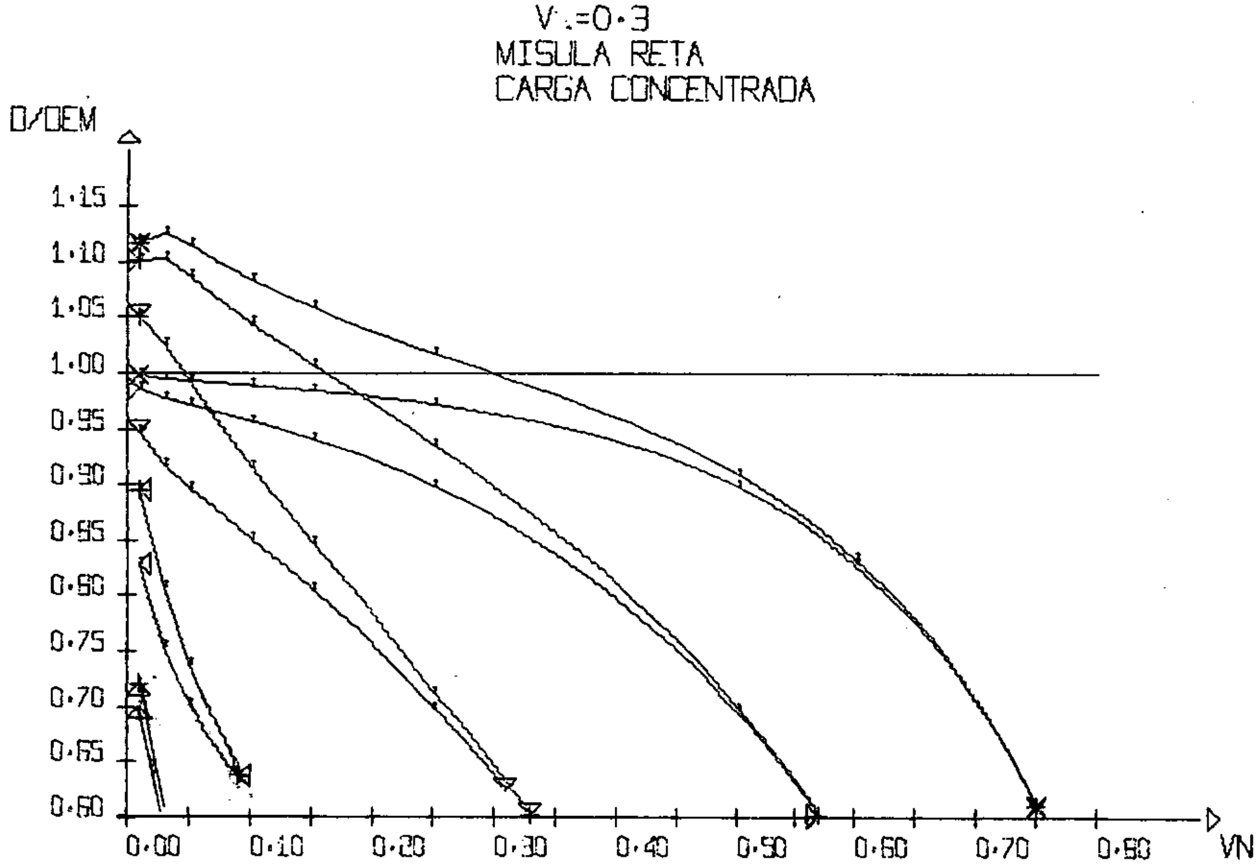

V =0·2
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
D/DEM
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·90
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.17


V =0·3
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
D/DEM
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

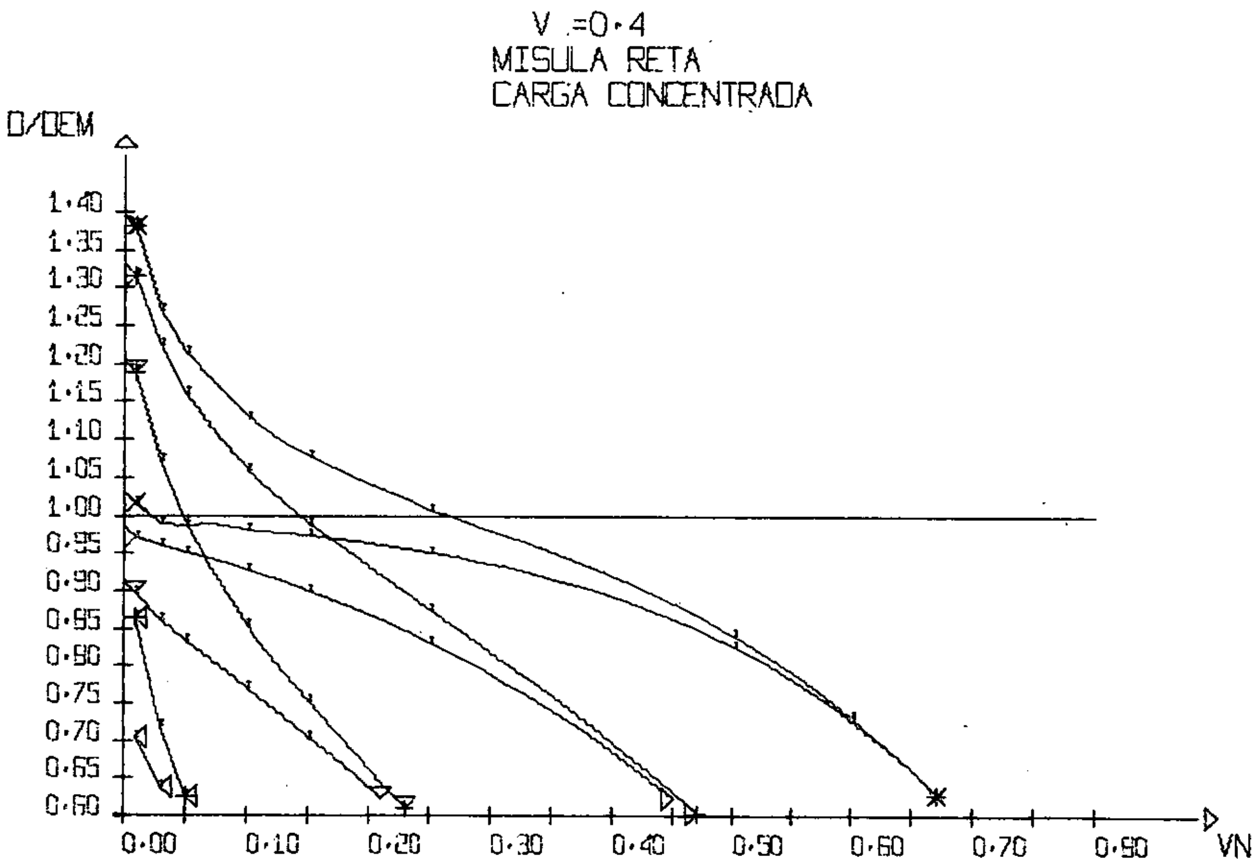
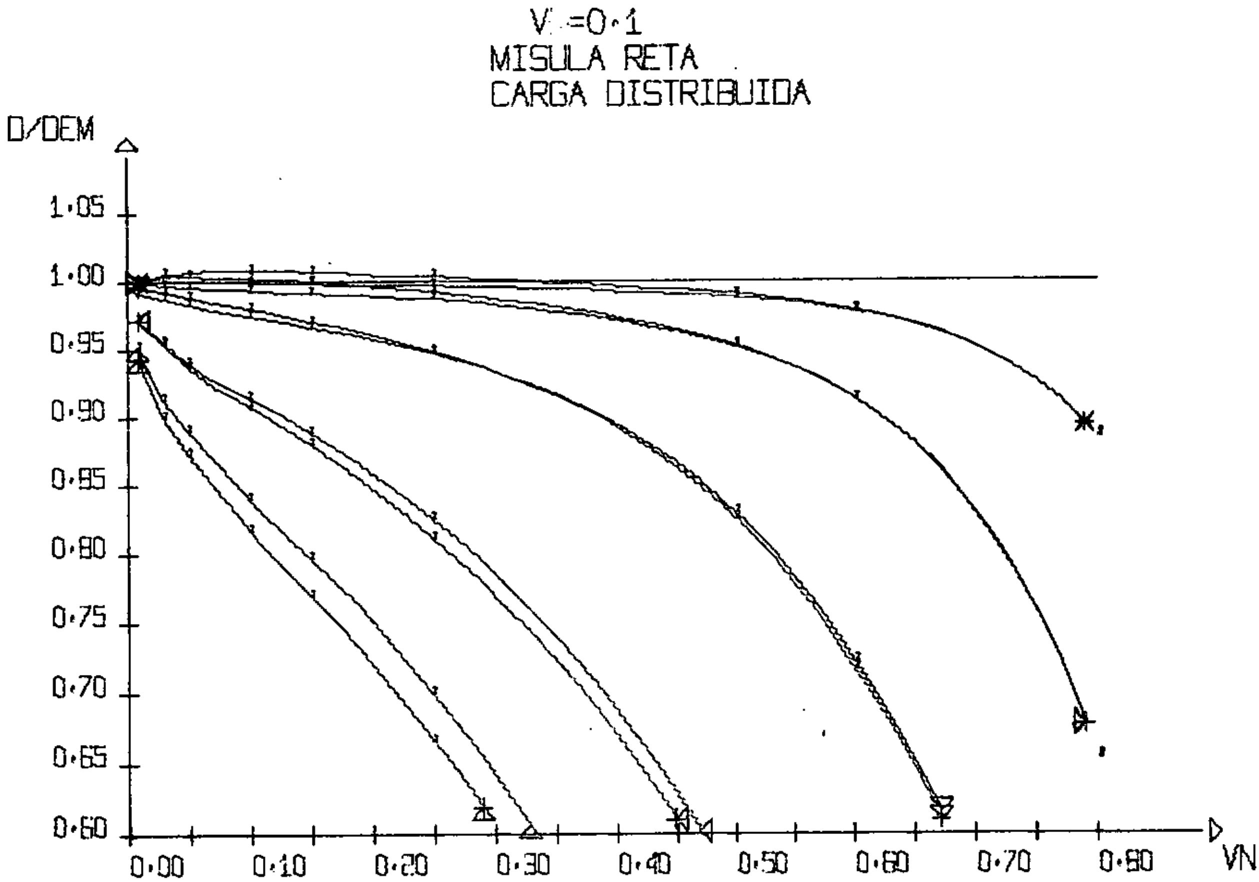

V =0·4
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
D/DEM
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.18


V =0·1
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
D/DEM
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

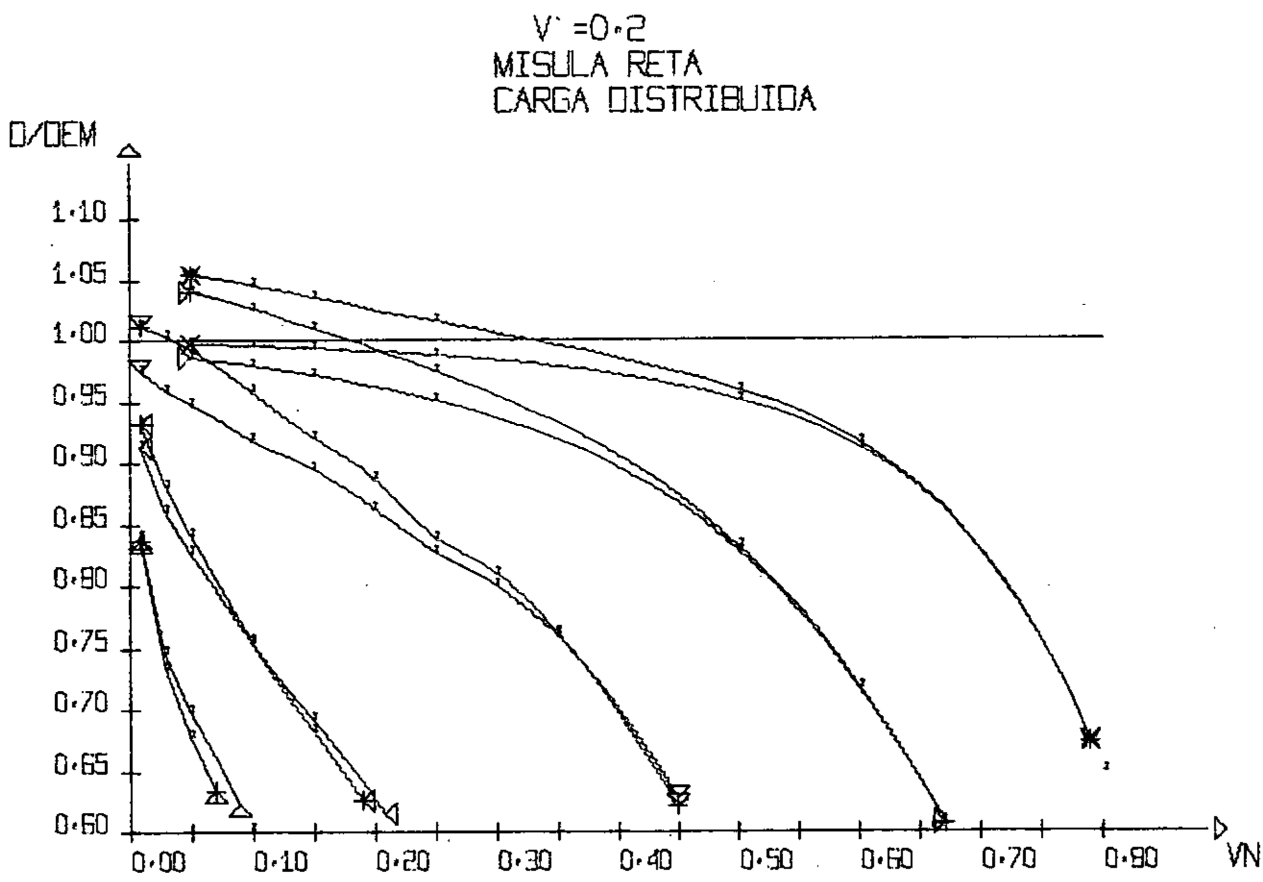
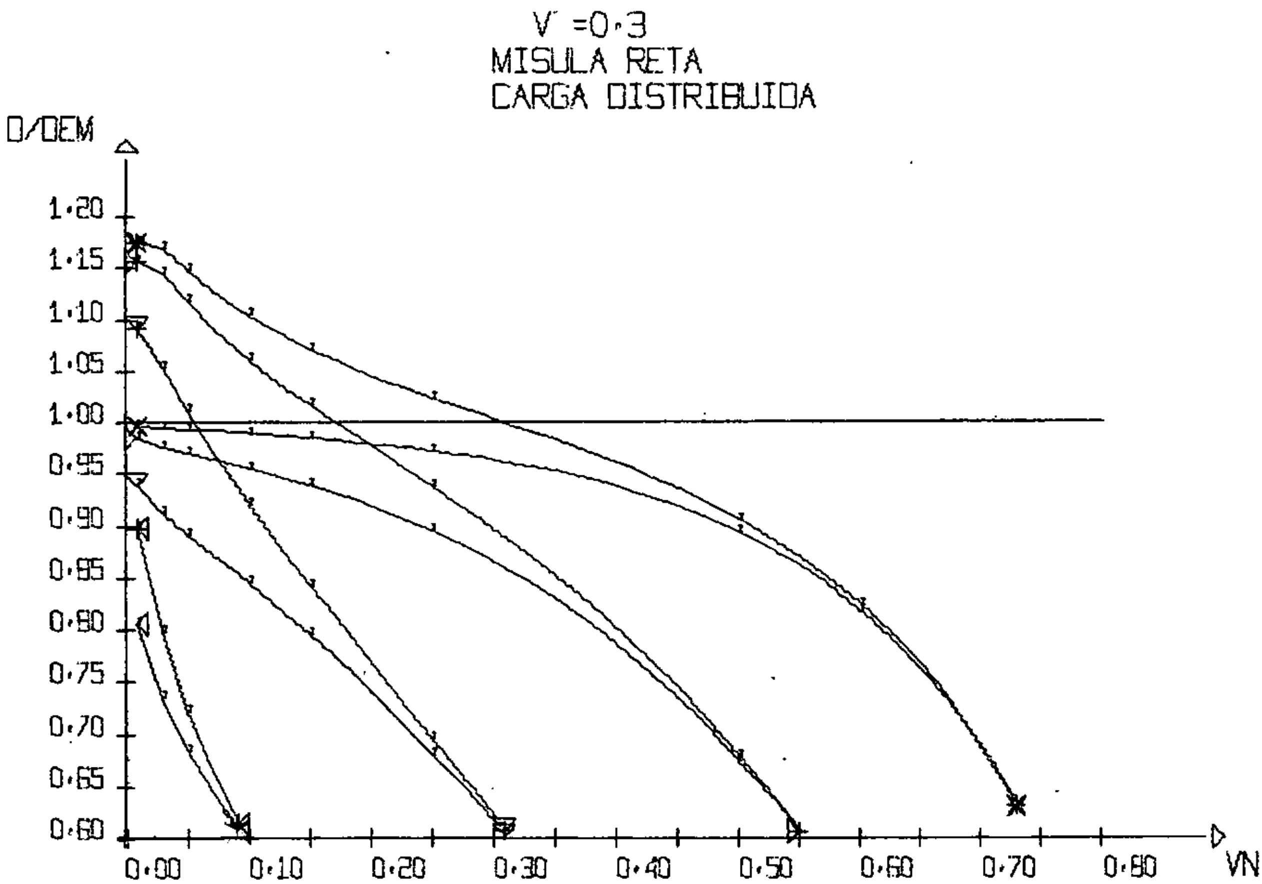

V =0·2
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
D/DEM
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.19


V' =0·3
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
D/DEM
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

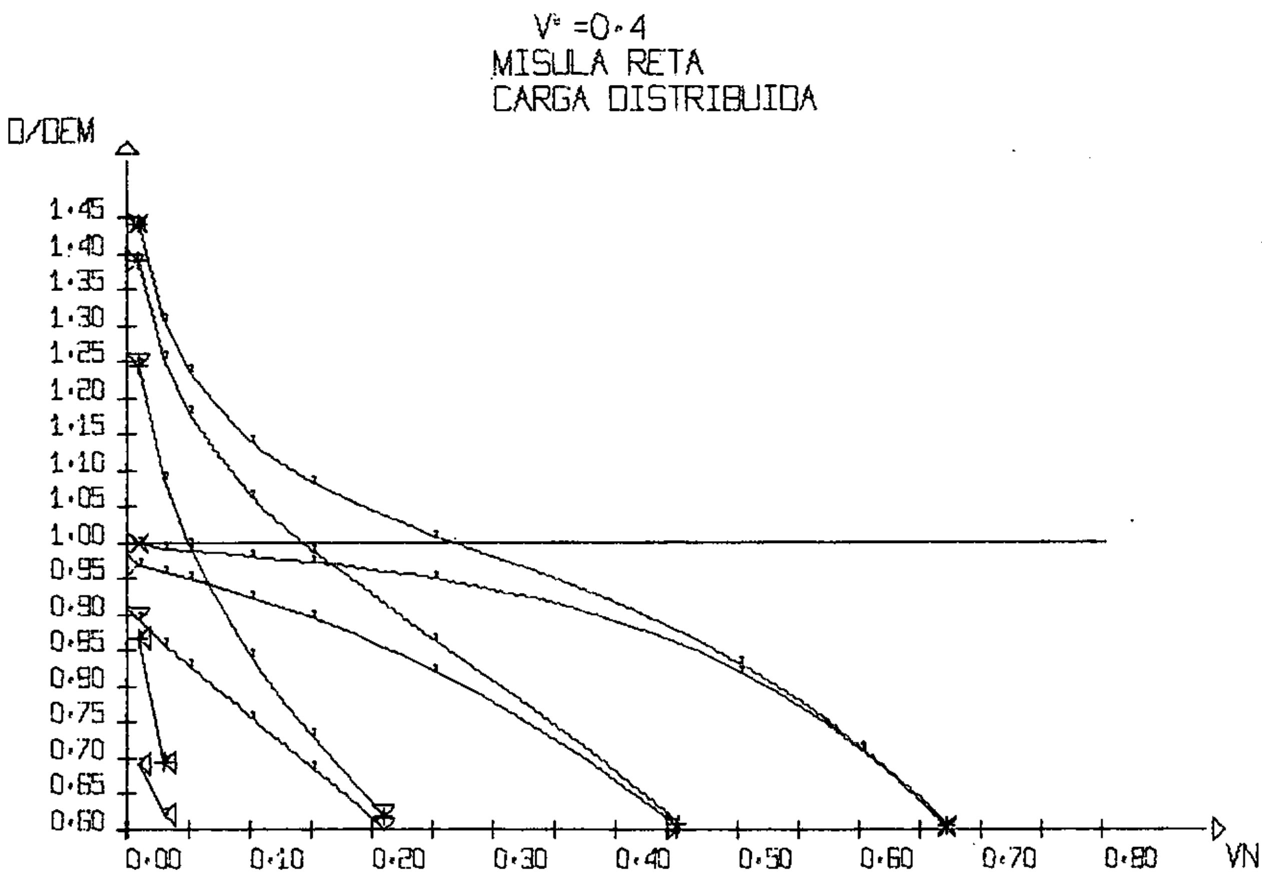
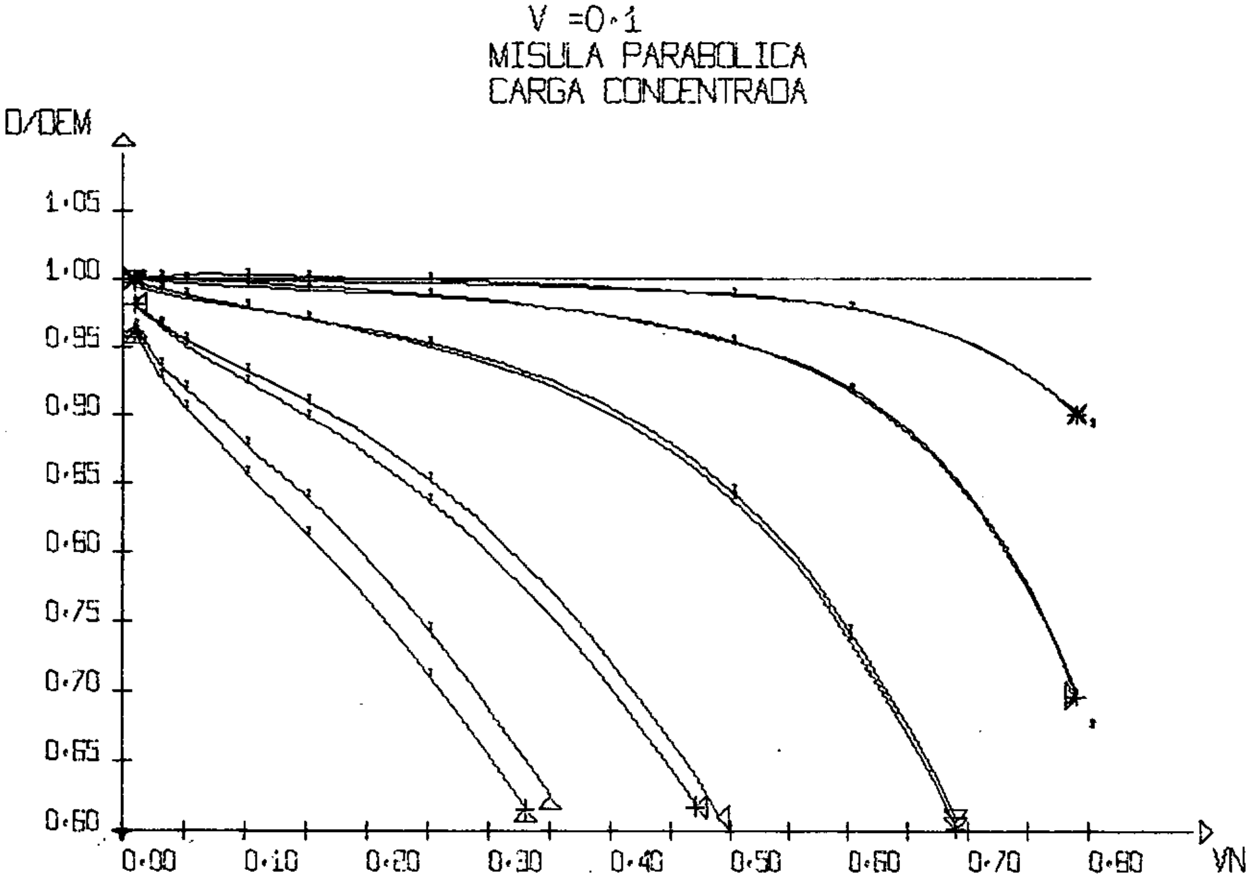

V' =0·4
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
D/DEM
1·45
1·40
1·35
1·30
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.20


V =0·1
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
D/DEM
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

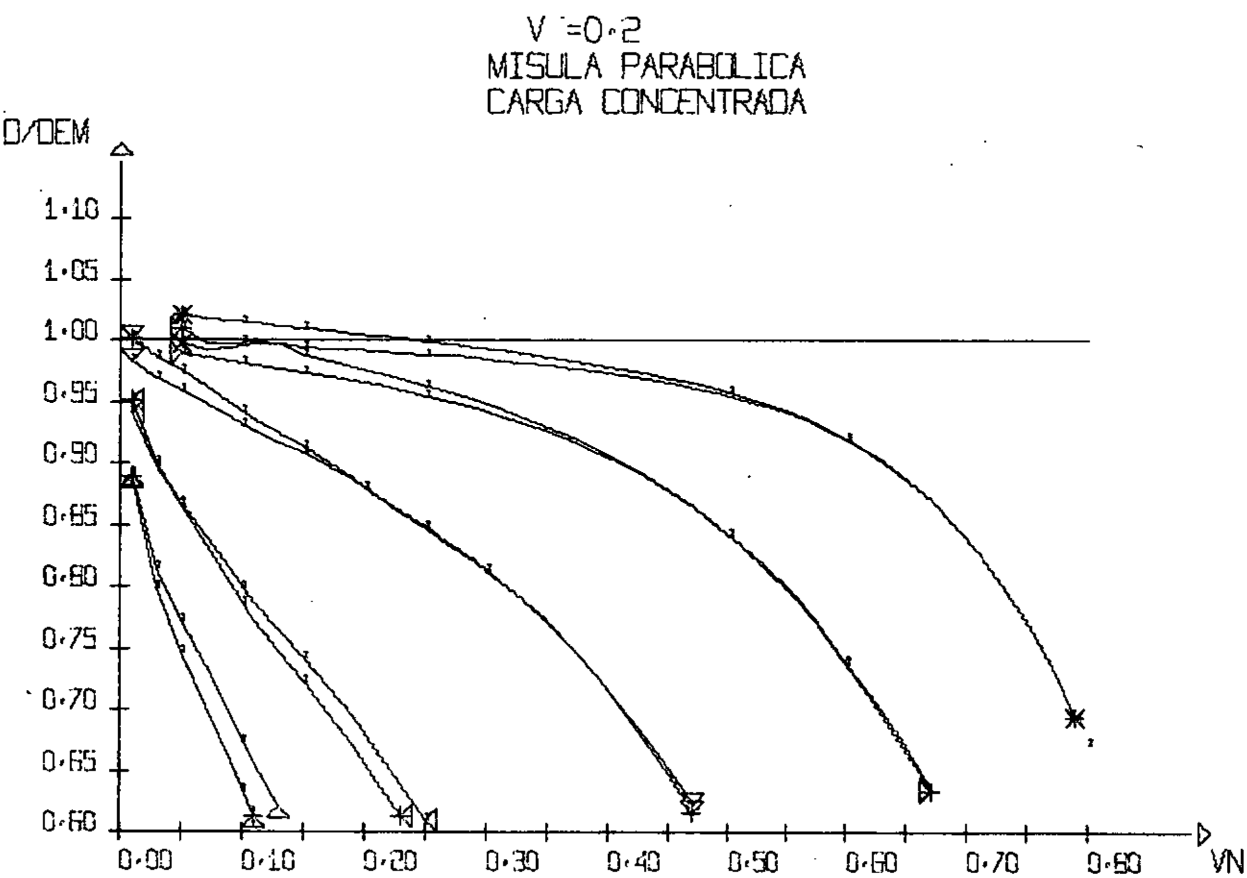
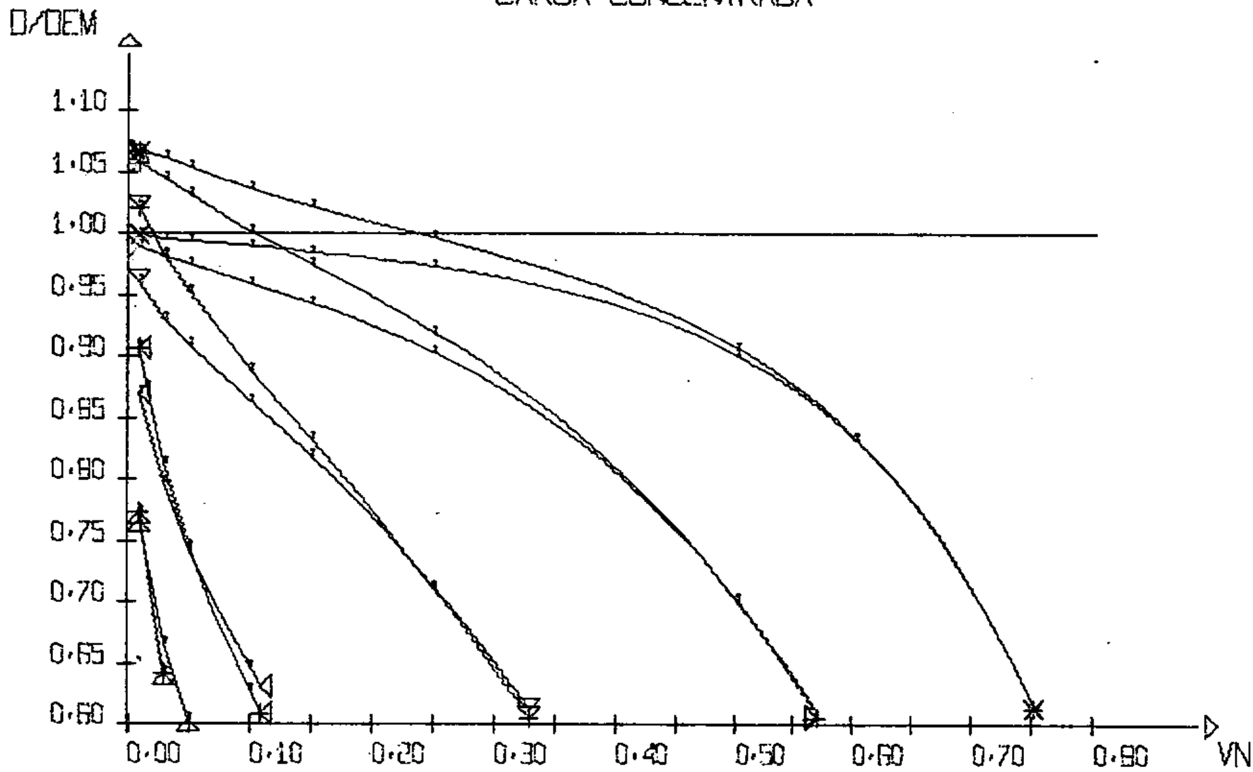

V =0·2
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
D/DEM
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.21

V =0·3
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA



V =0·4
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA

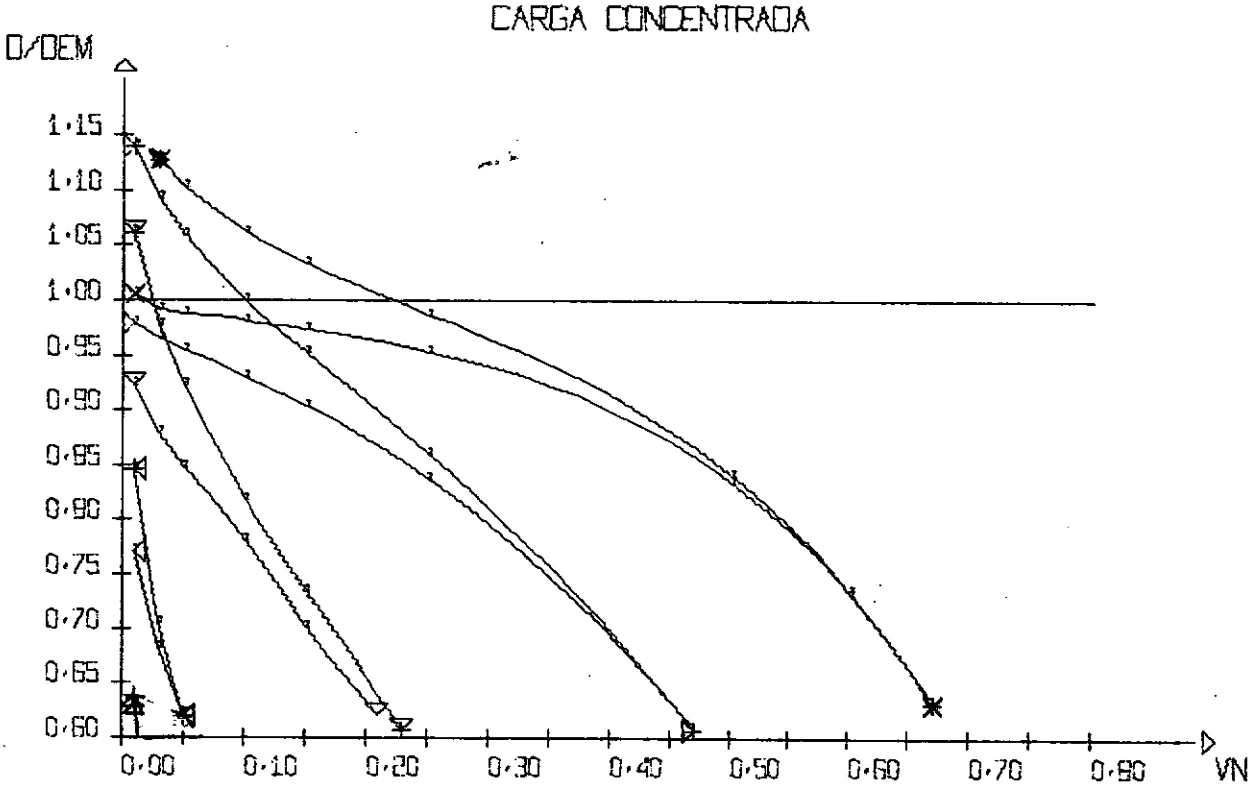
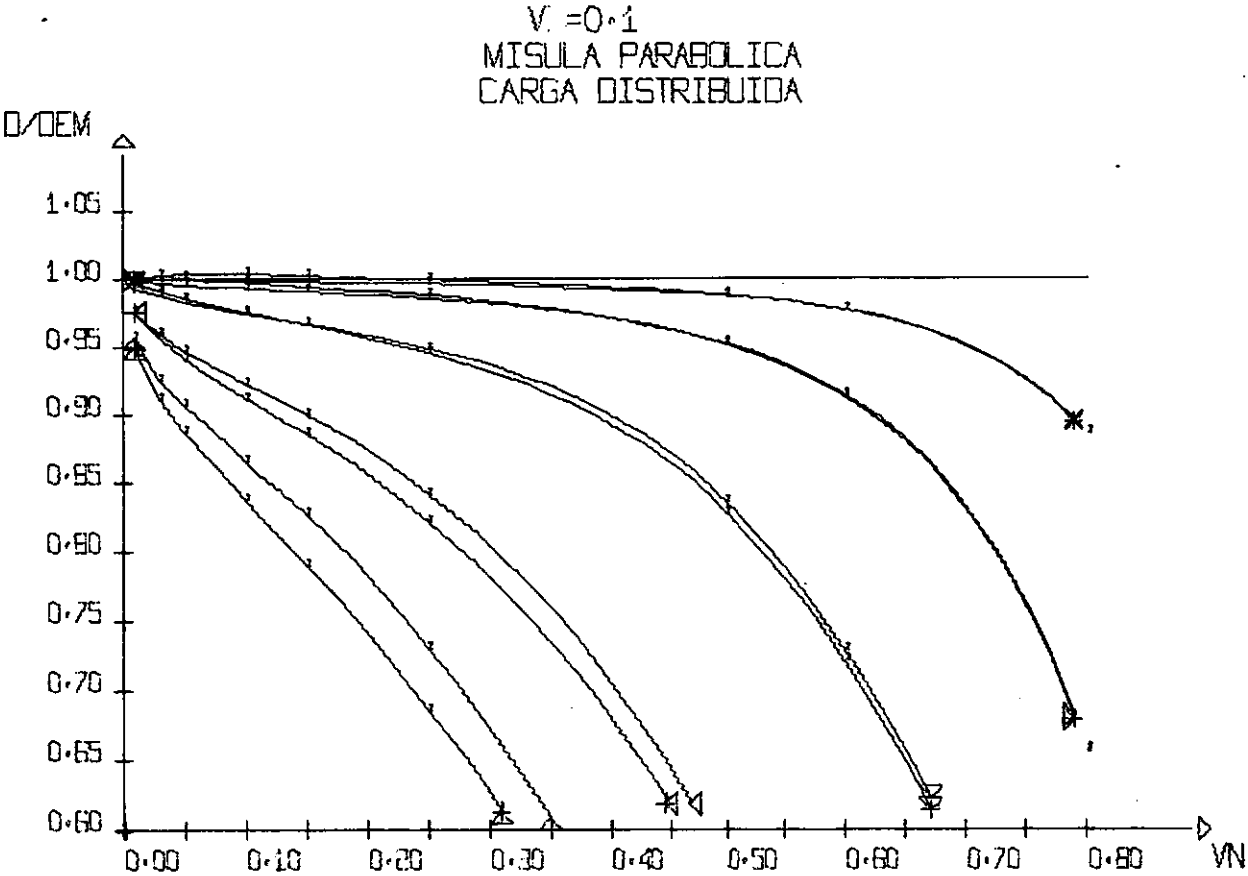


Figura 4.2.22


V. =0·1
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
D/DEM
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

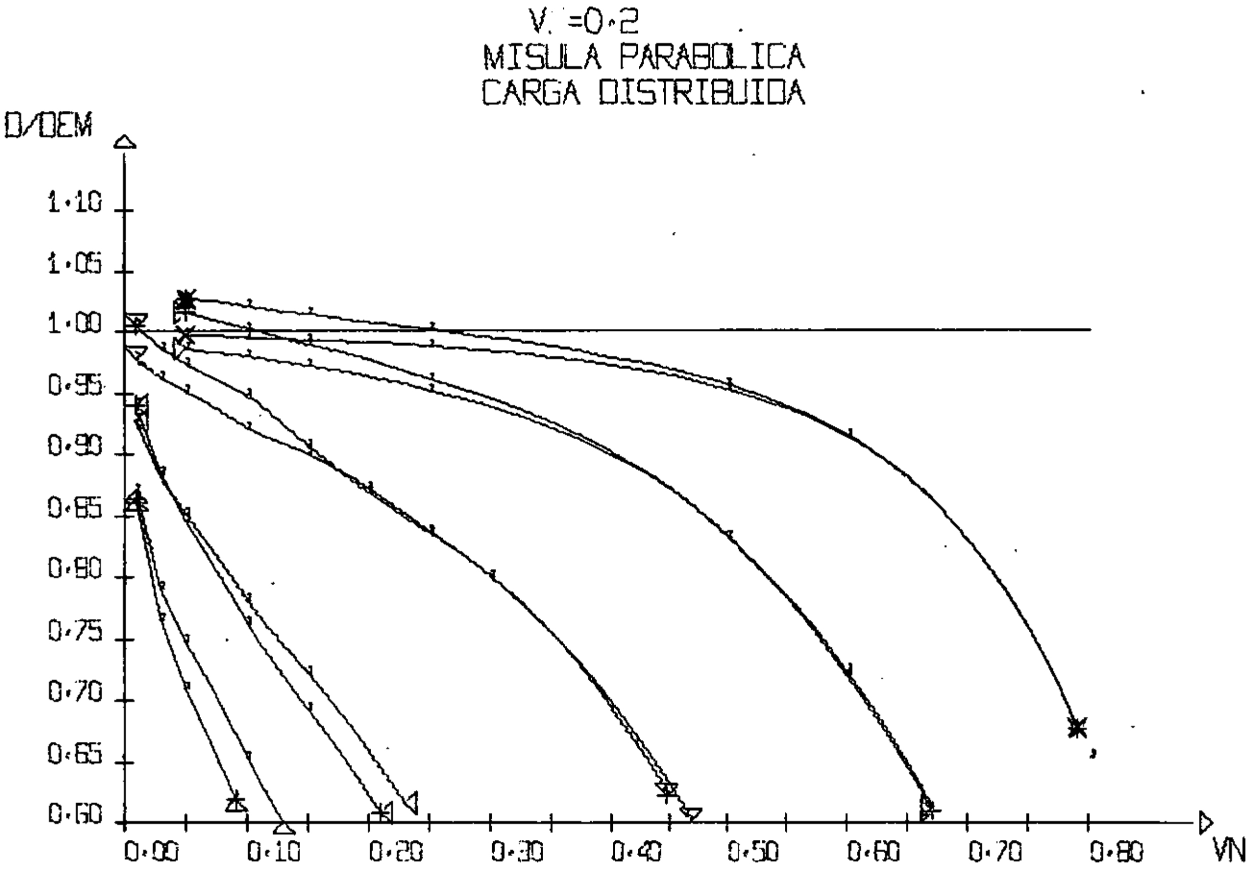
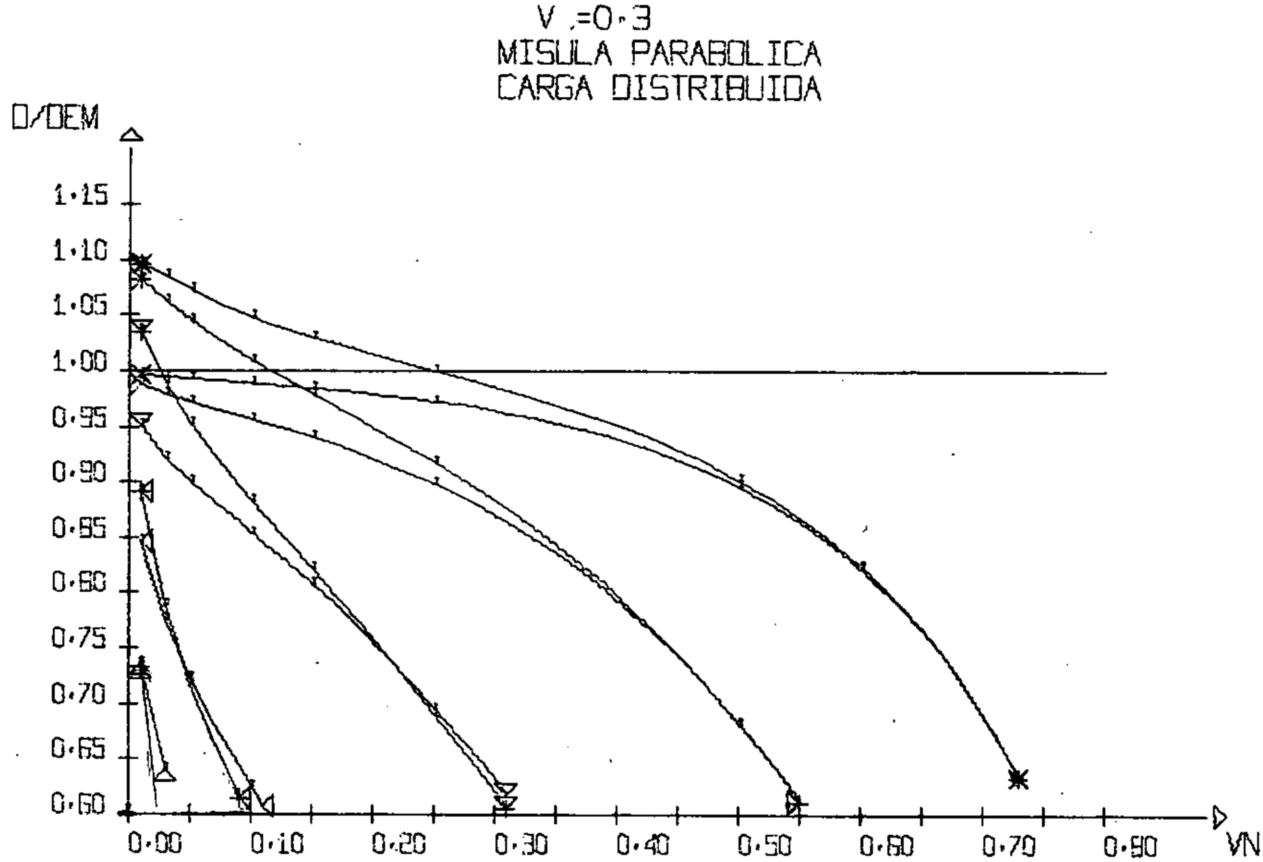

V. =0·2
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
D/DEM
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.23


V =0·3
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
D/DEM
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

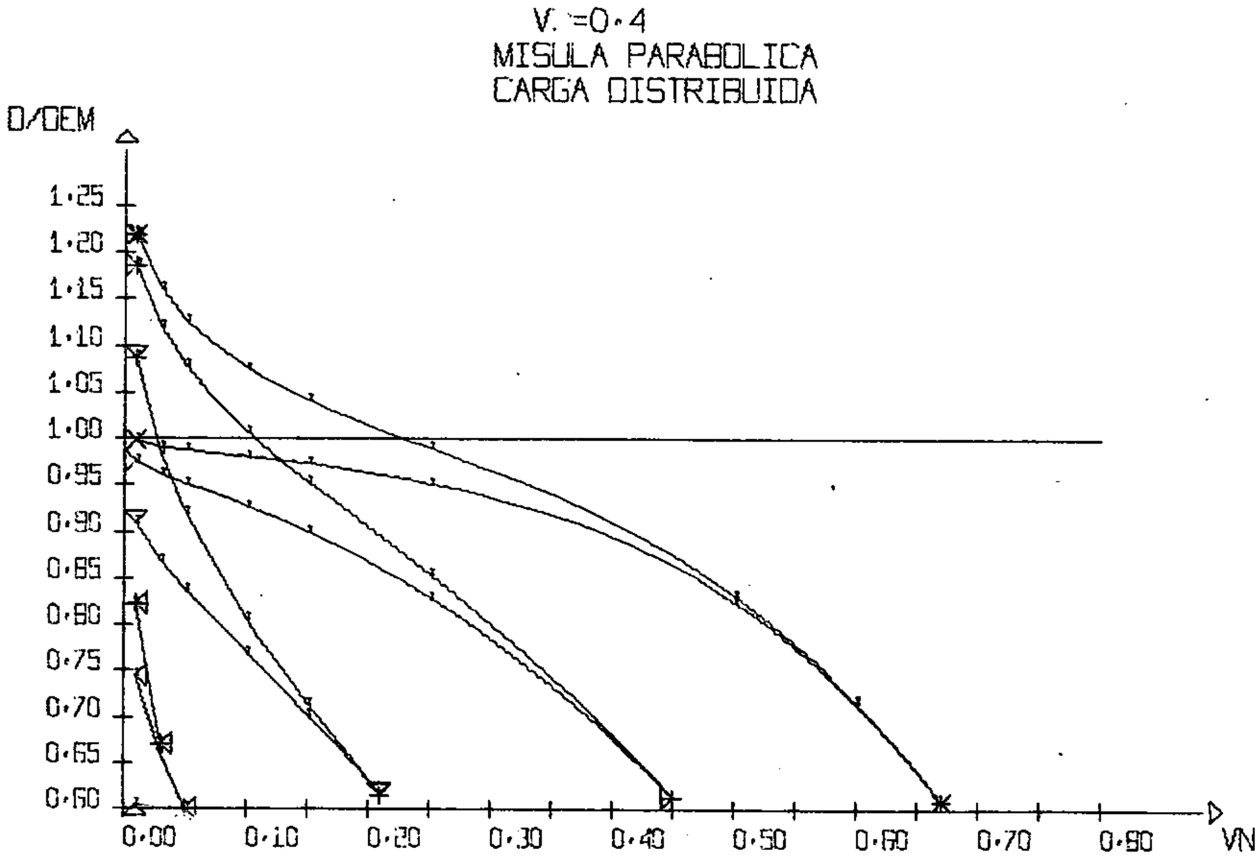
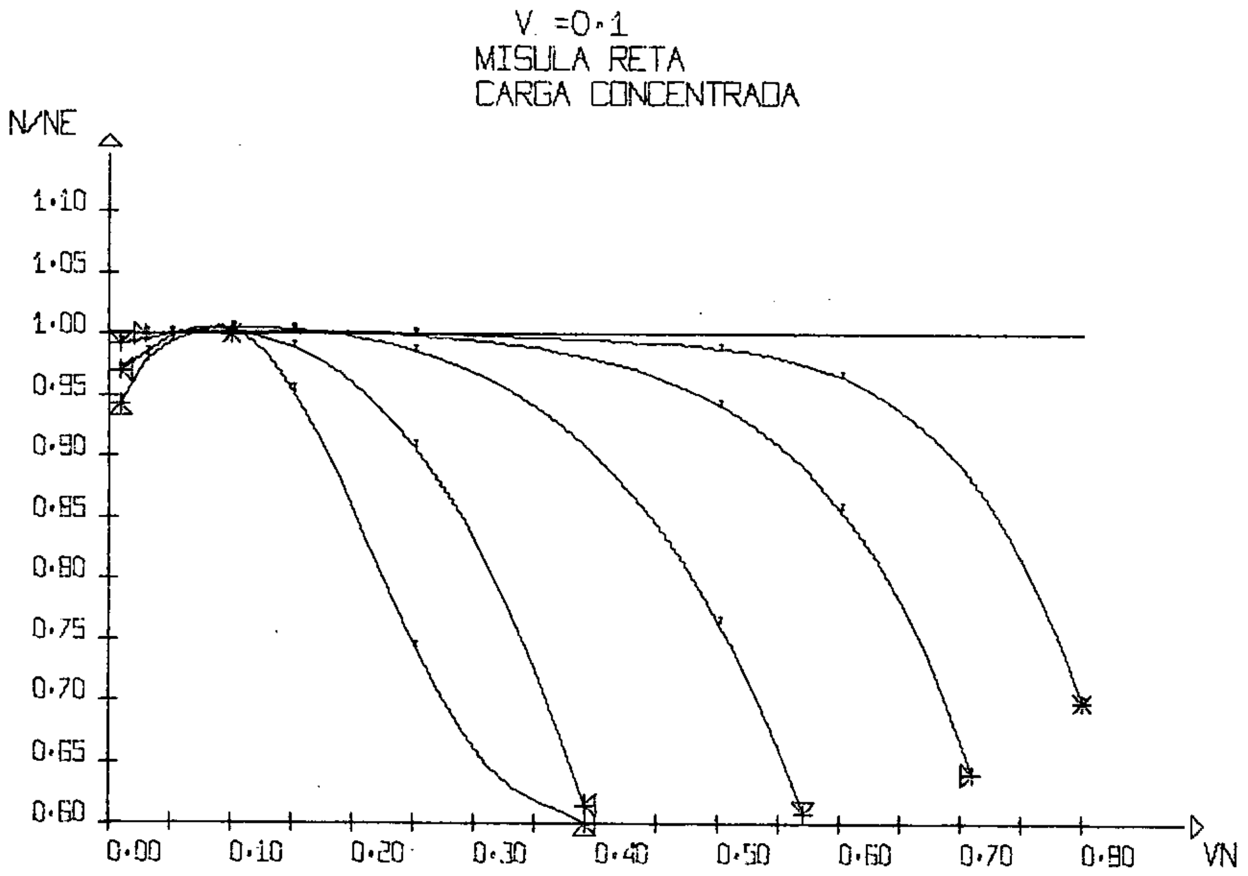

V =0·4
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
D/DEM
1·25
1·20
1·15
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.24


V =0·1
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
N/NE
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

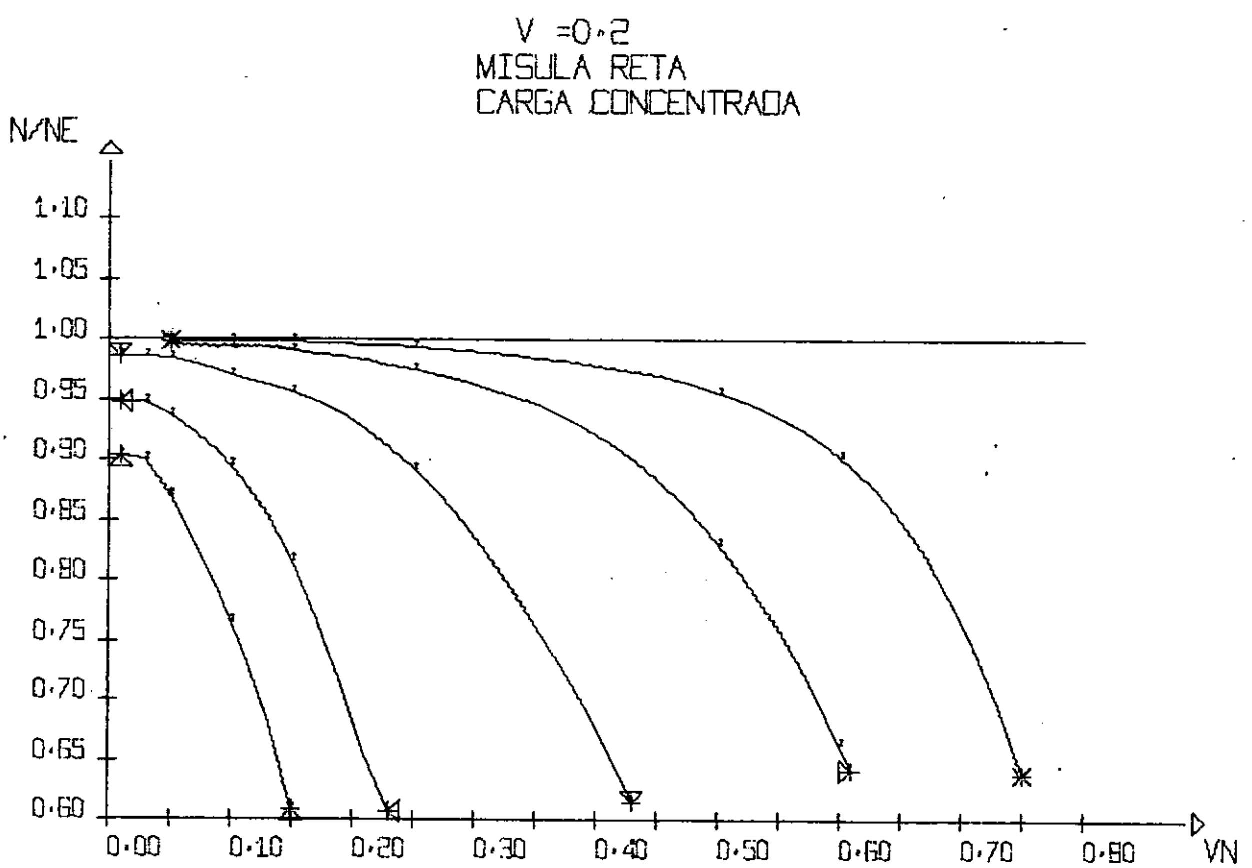
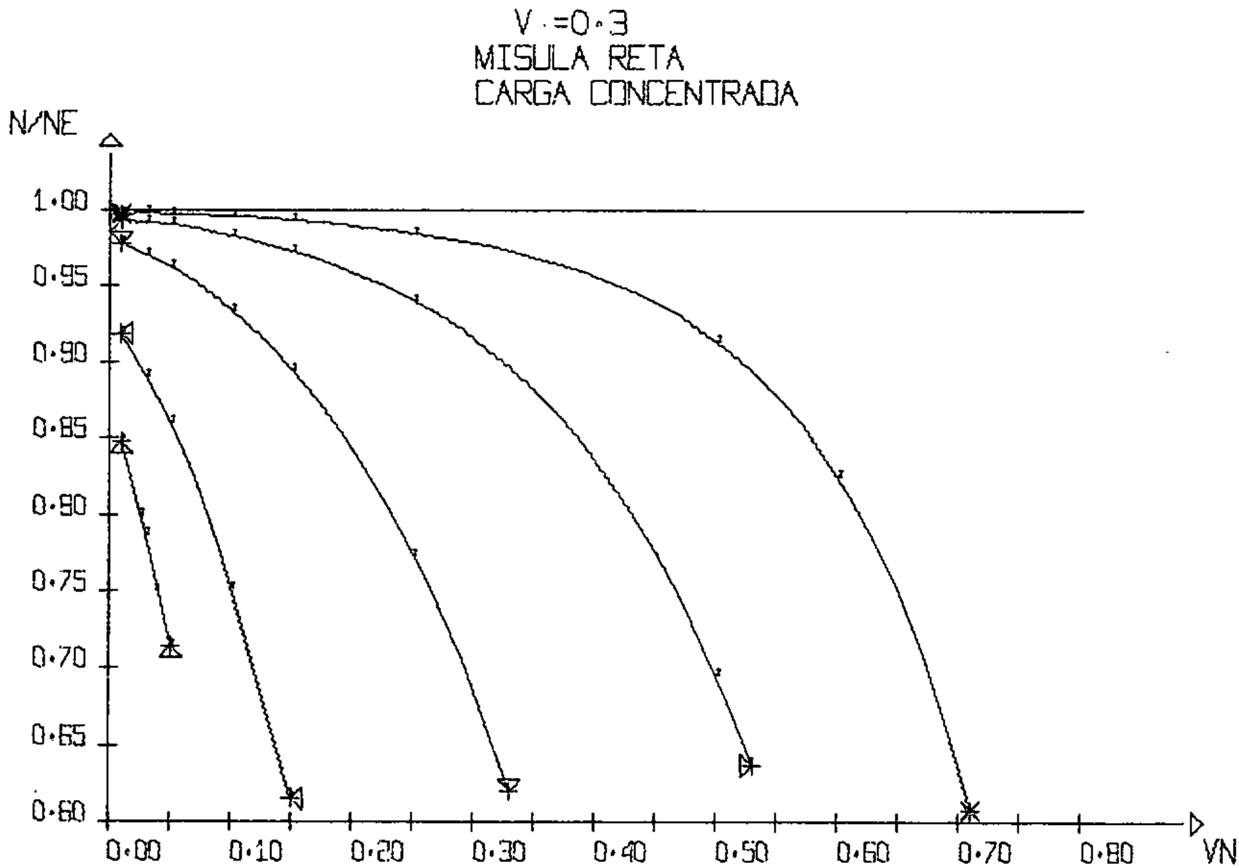

V =0·2
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
N/NE
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.25


V =0·3
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
N/NE
1·00
0·95
0·90
0·85
0·90
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

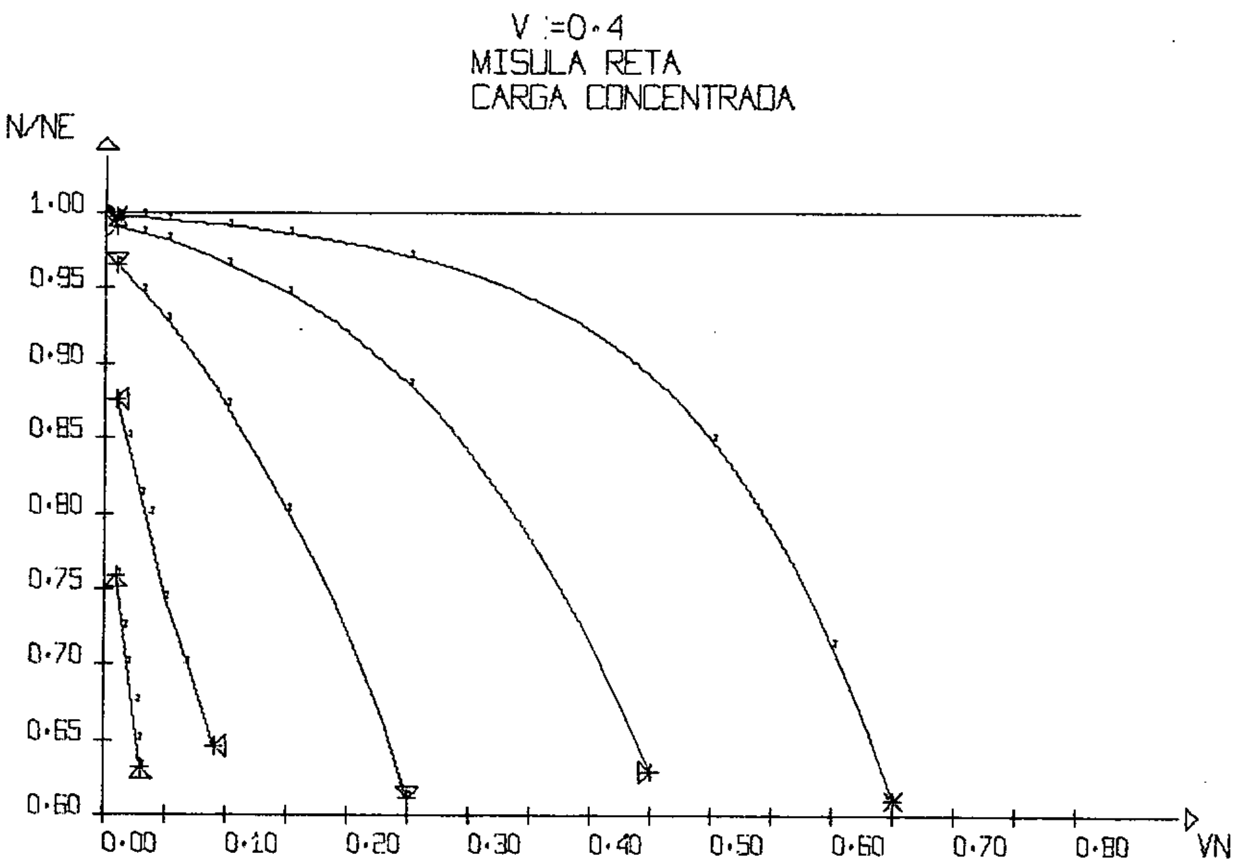
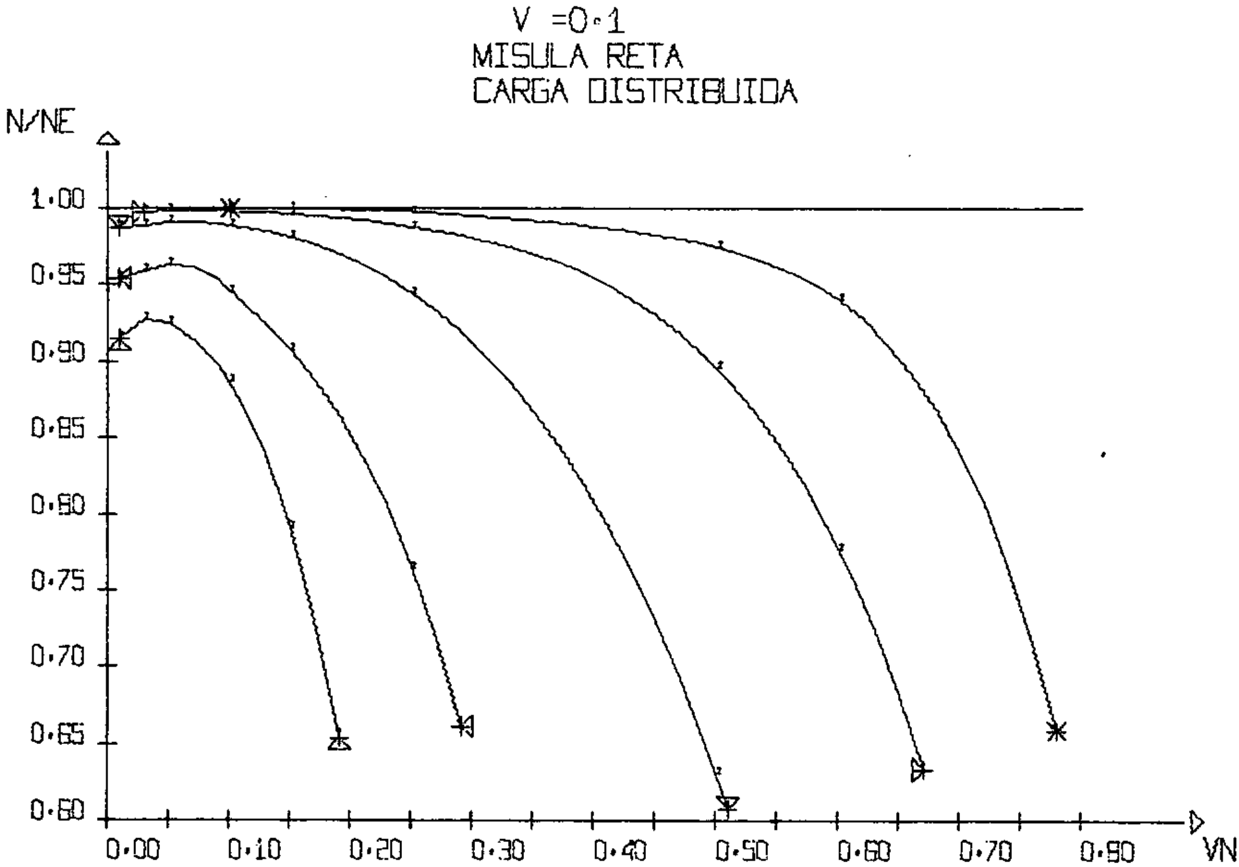

V =0·4
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
N/NE
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.26


V =0·1
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
N/NE
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

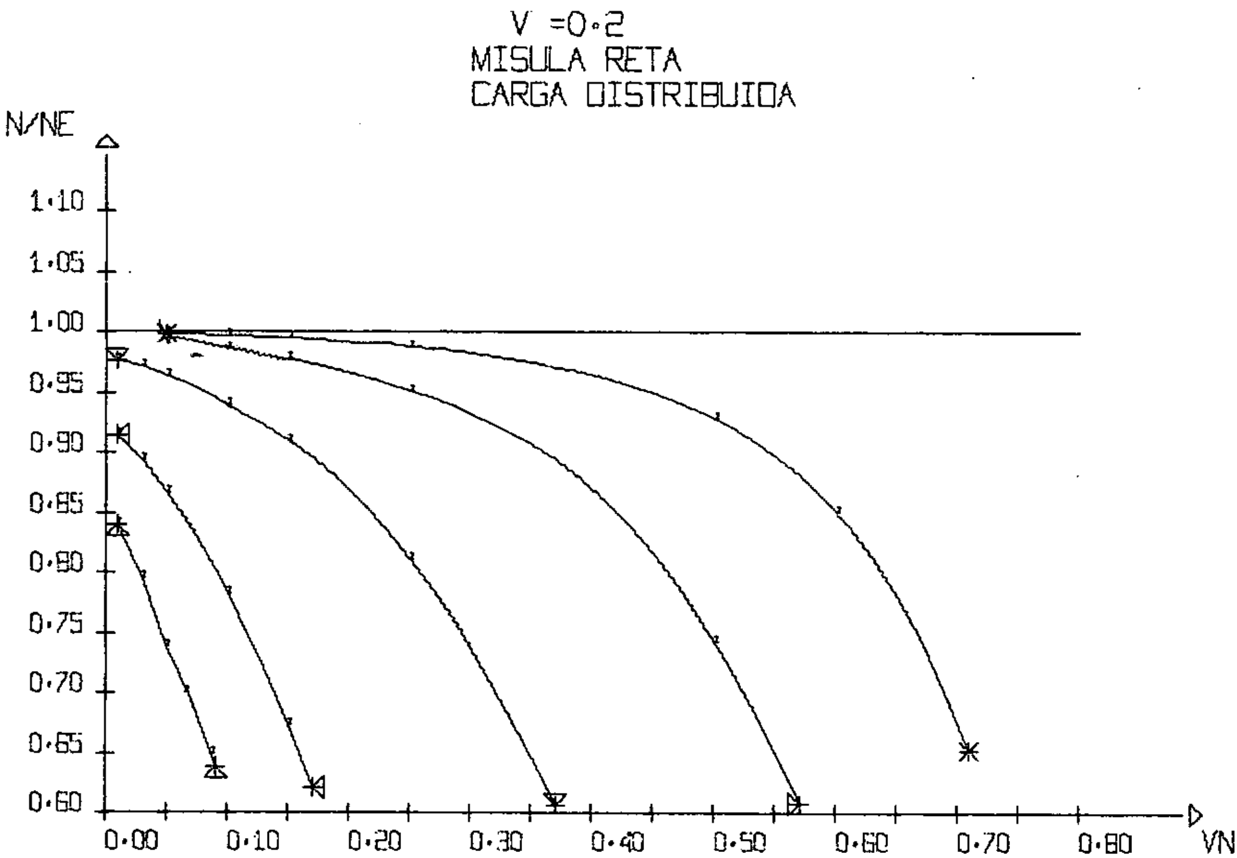
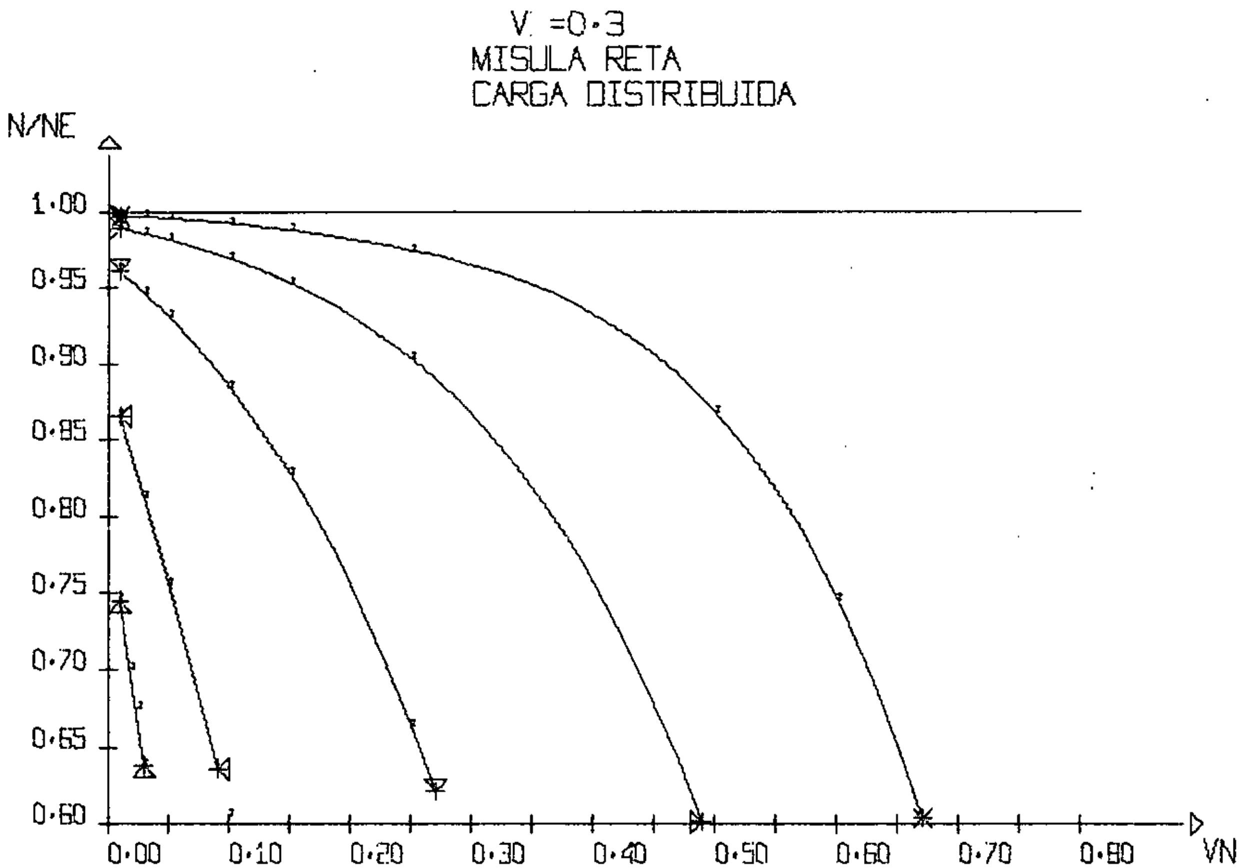

V =0·2
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
N/NE
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.27


V =0·3
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
N/NE
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

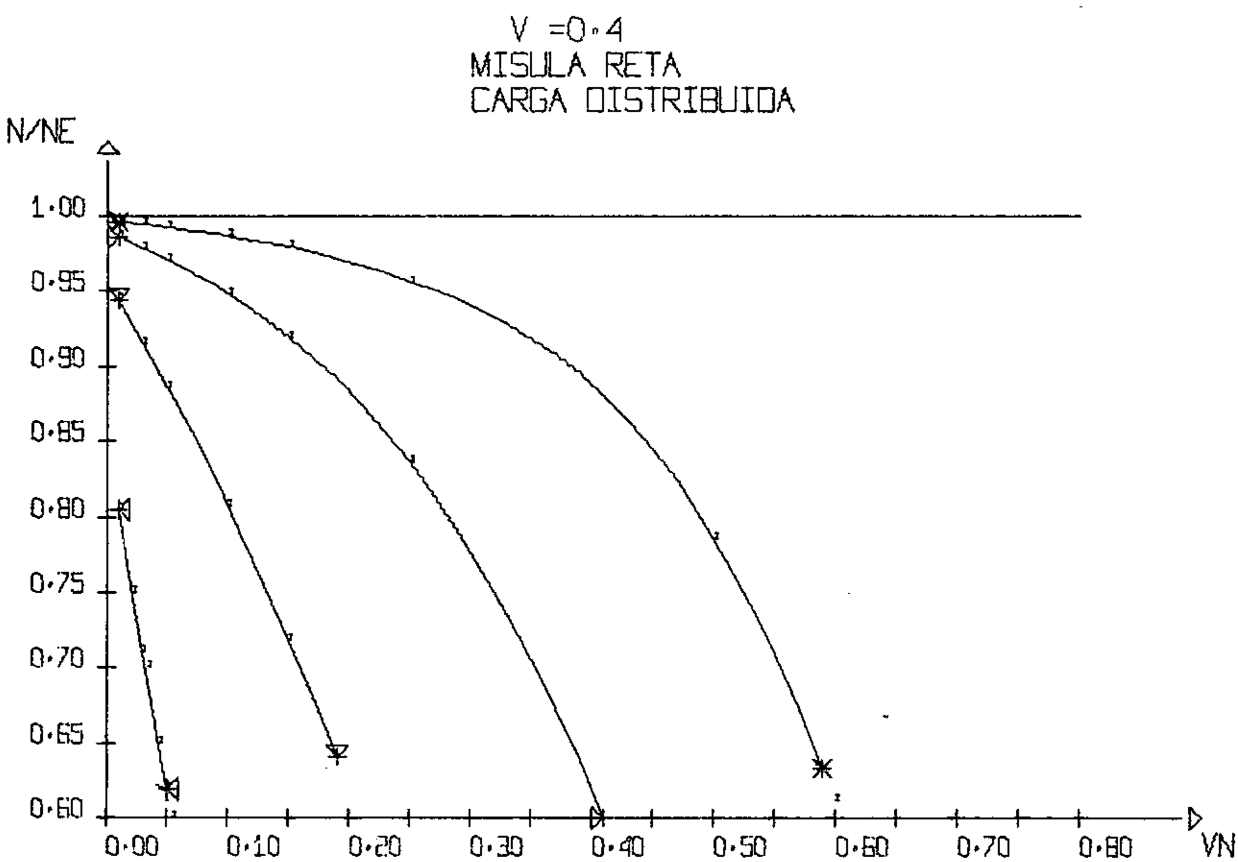
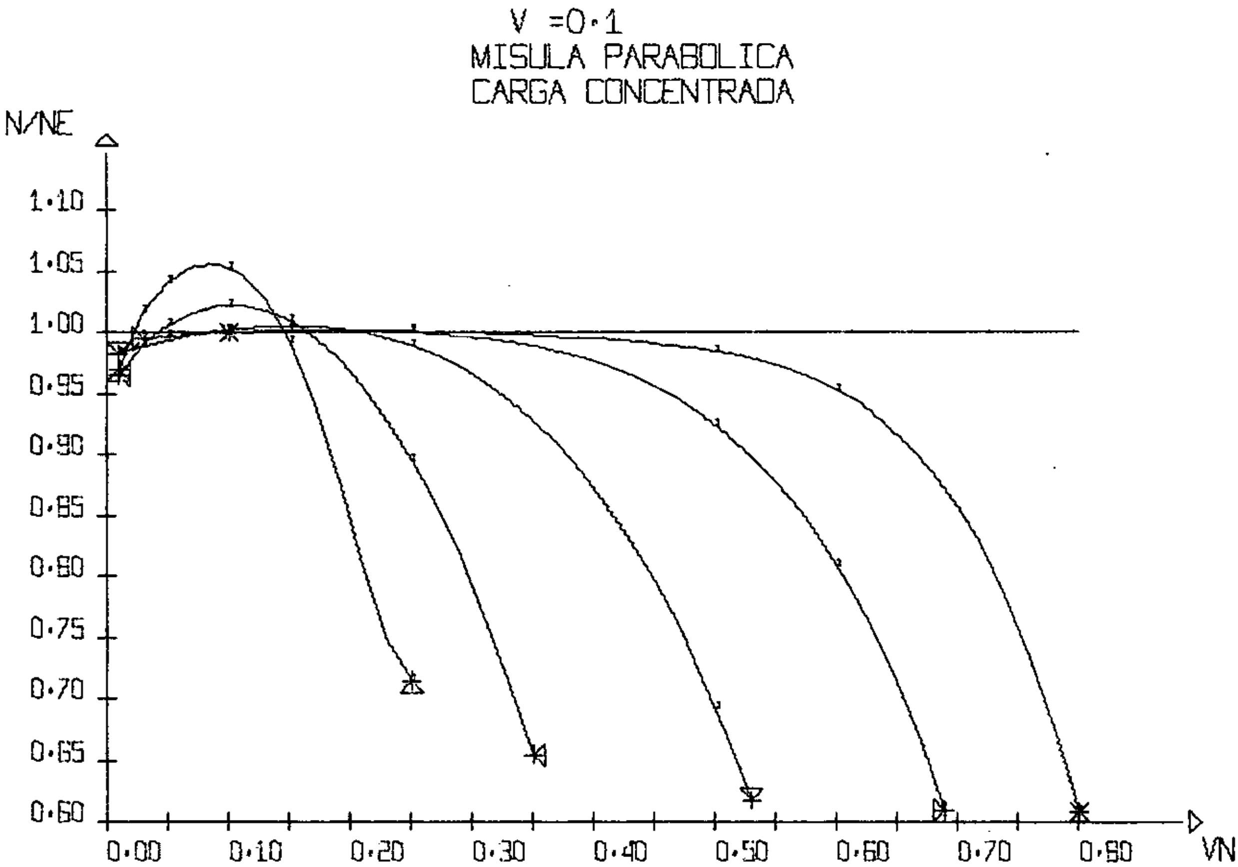

V =0·4
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
N/NE
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.28


V =0·1
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
N/NE
1·10
1·05
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

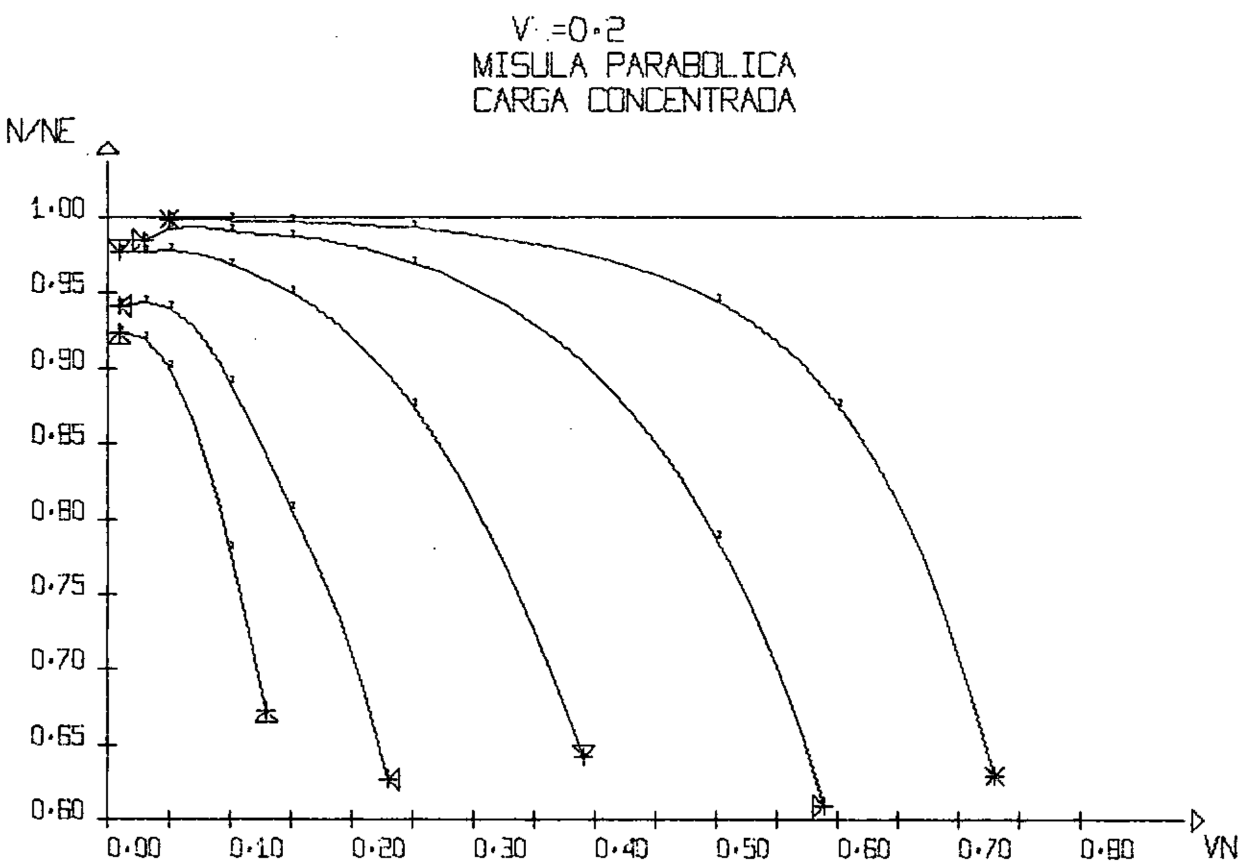
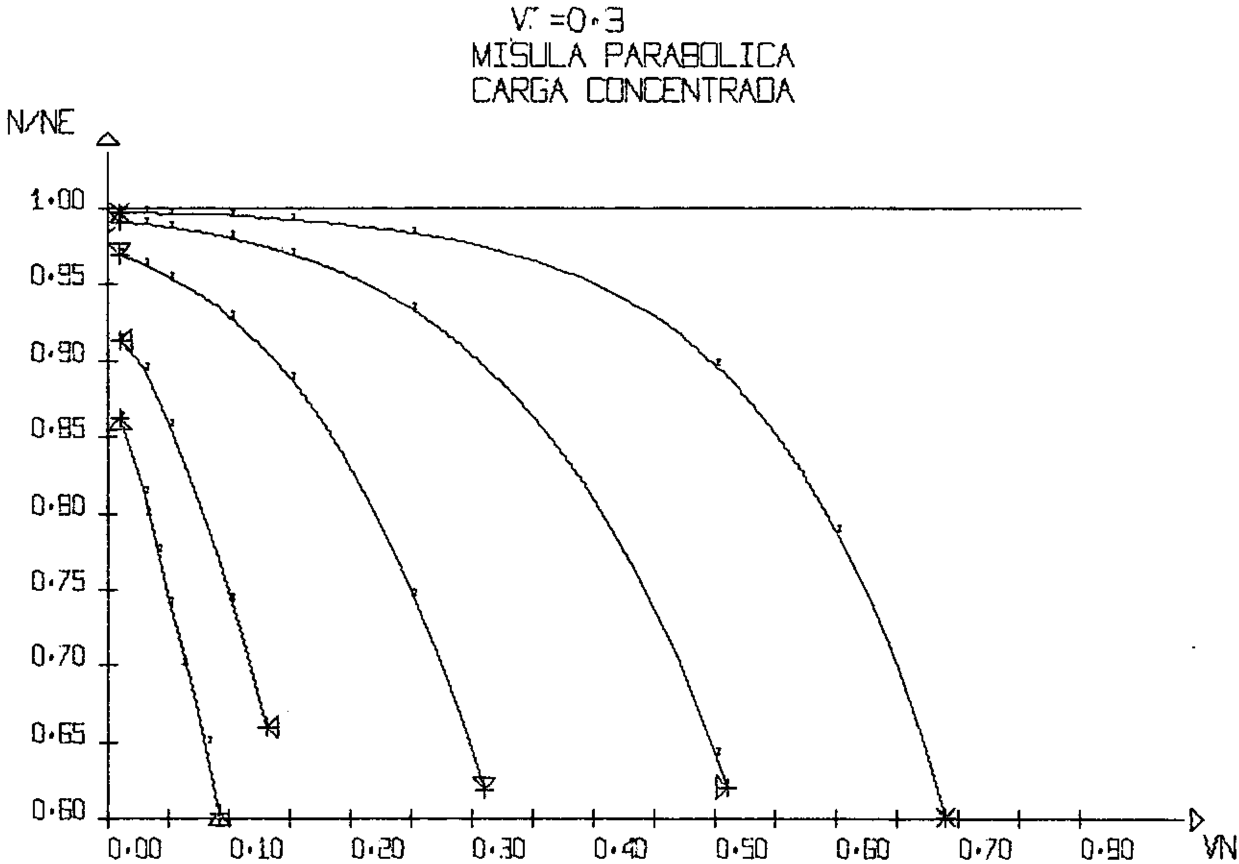

V =0·2
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
N/NE
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.29


V =0·3
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
N/NE
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

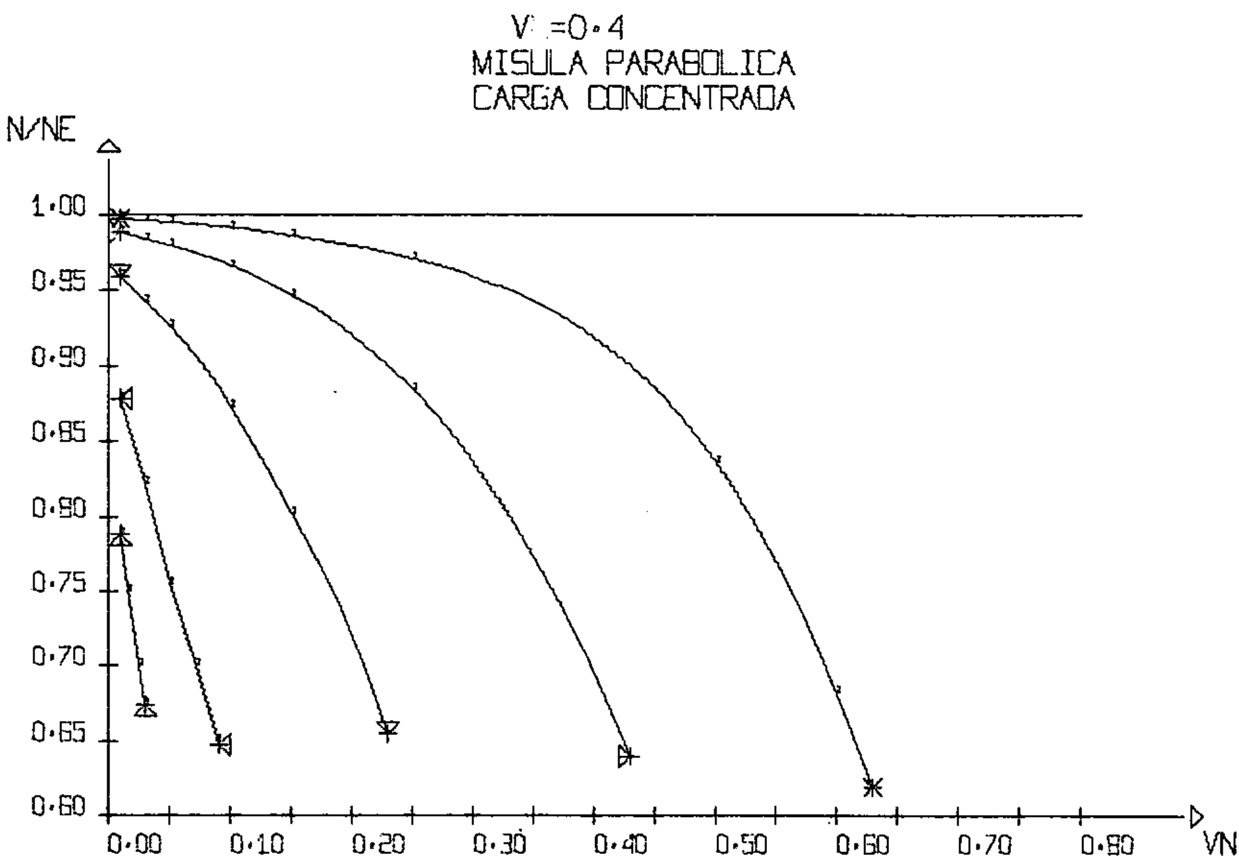
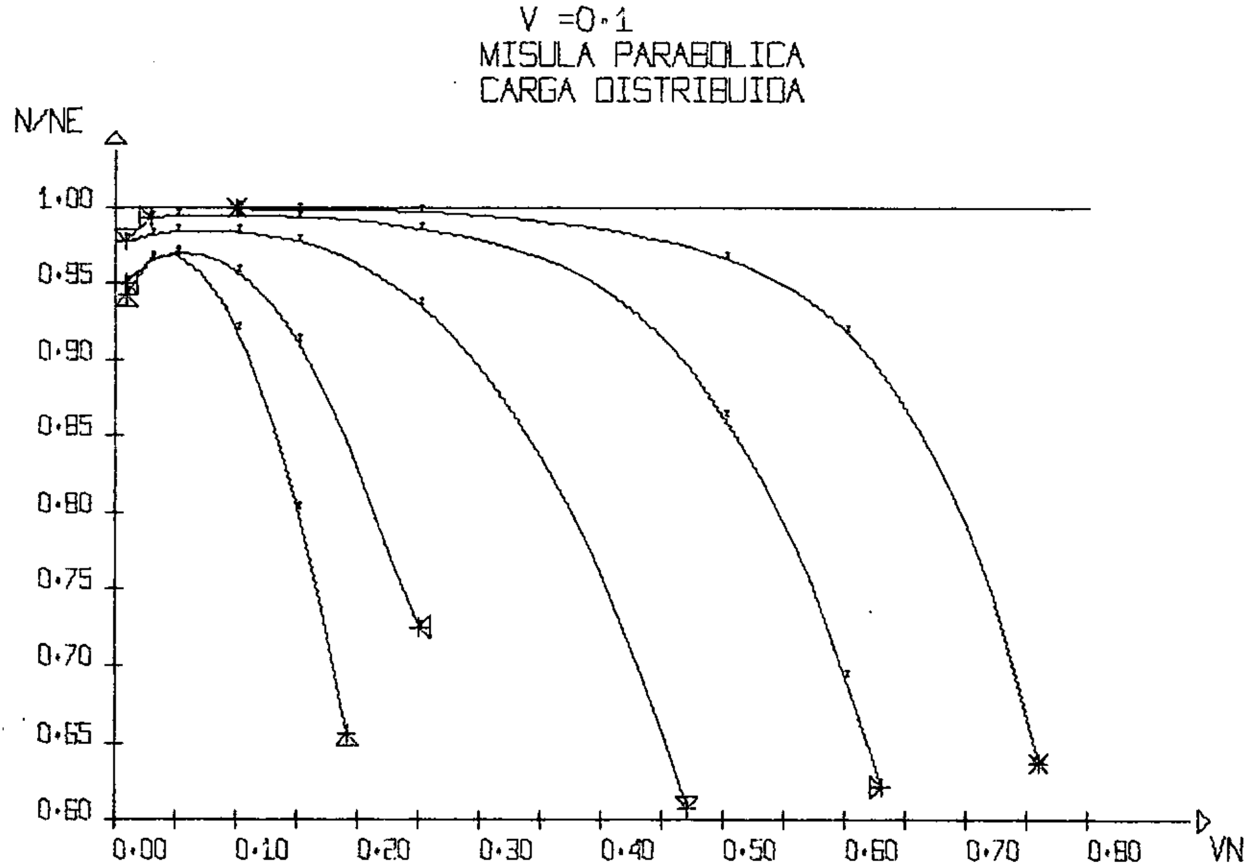

V =0·4
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
N/NE
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.30


V =0·1
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
N/NE
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

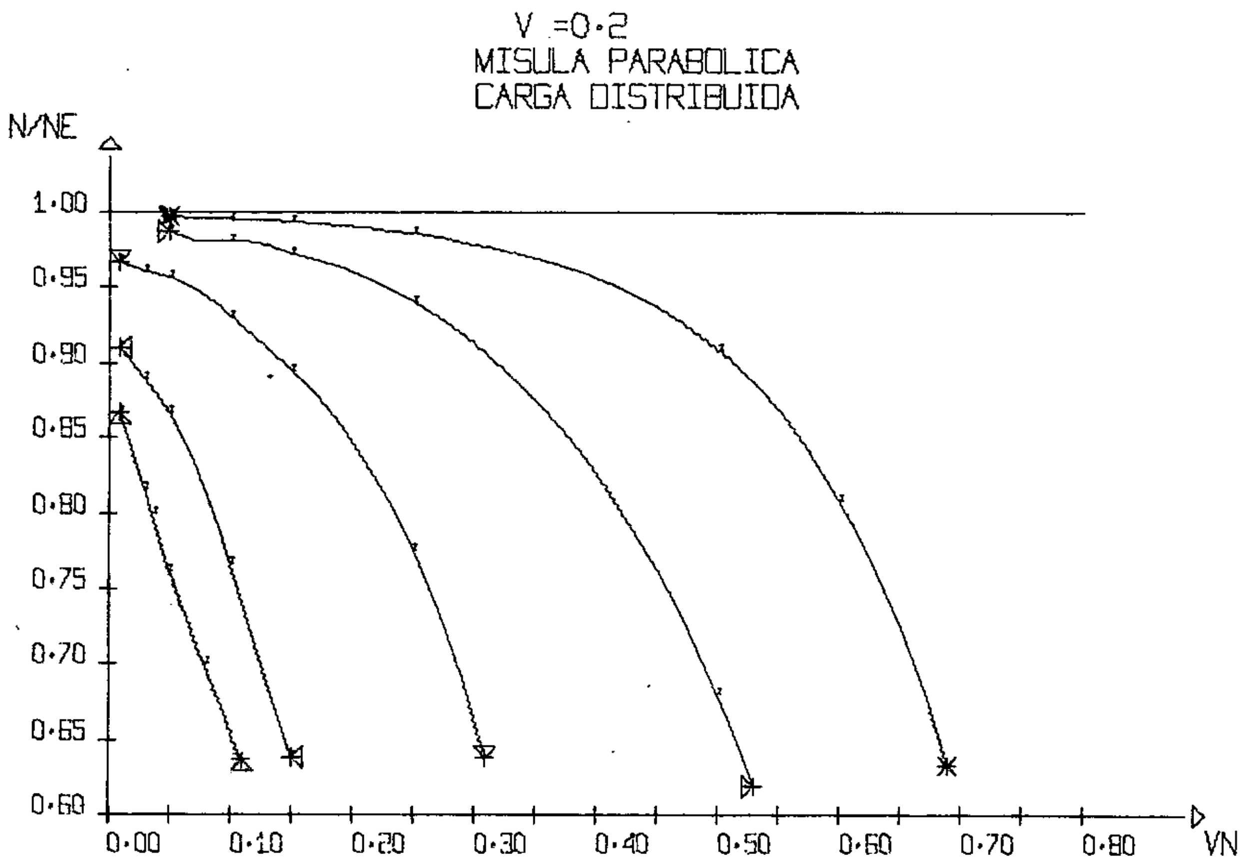
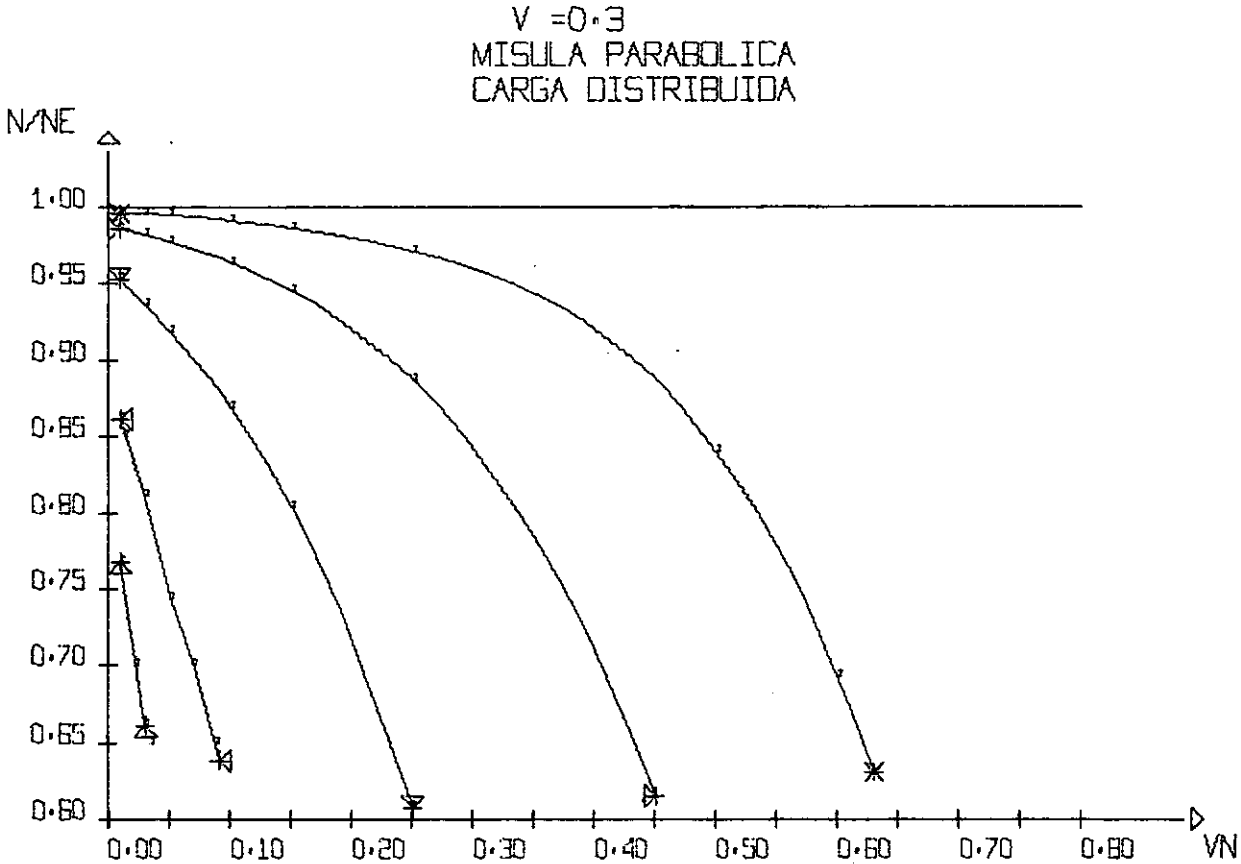

V =0·2
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
N/NE
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.31


V =0·3
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
N/NE
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

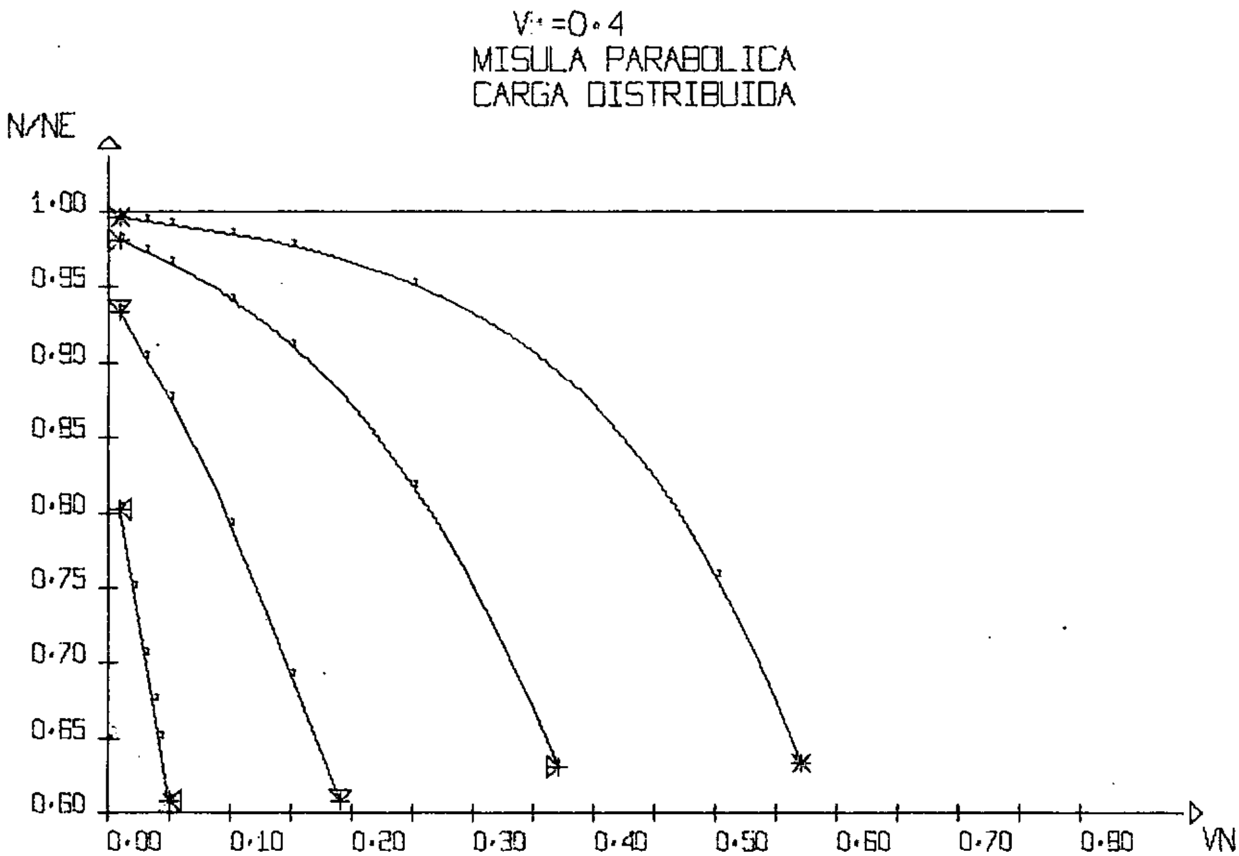

V =0·4
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
N/NE
1·00
0·95
0·90
0·85
0·80
0·75
0·70
0·65
0·60
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.2.32

4.3 - Influência do Esforço Normal Decorrente de Carregamentos Verticais

Uma indicação de quando o esforço normal pode ser abandonado é dada por ábacos semelhantes aos anteriores. O eixo horizontal é o das relações entre inércia VN. O eixo vertical é o das relações entre as tensões TSN e TSM, indicadas nas figs. 4.3.c e 4.3.d. Tais tensões são devidas as resultantes de esforço normal e momento fletor, dos diagramas de tensões normais nas seções do engaste e do meio do vão, obtidas da análise do elemento pelo método dos elementos finitos (figs. 4.3.a e 4.3.b); admitindo-se que tais resultantes se distribuam de acordo com a hipótese das seções planas.

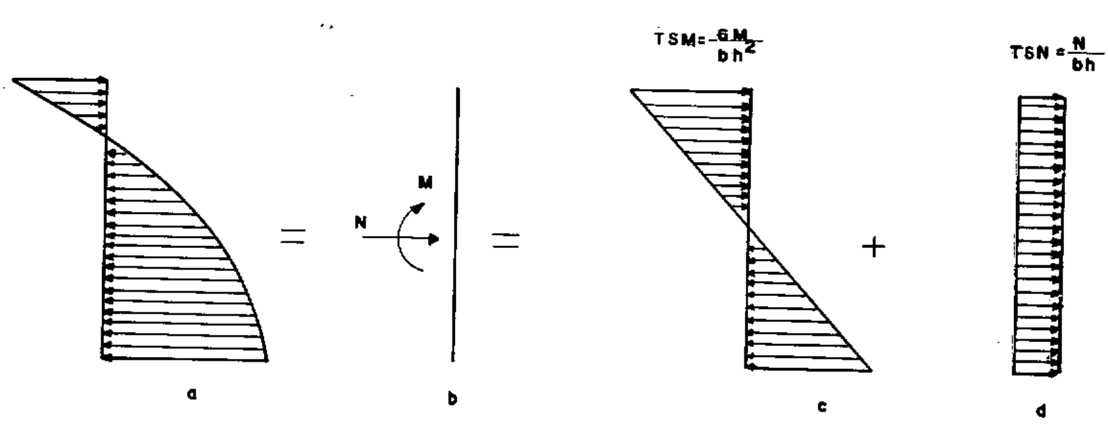
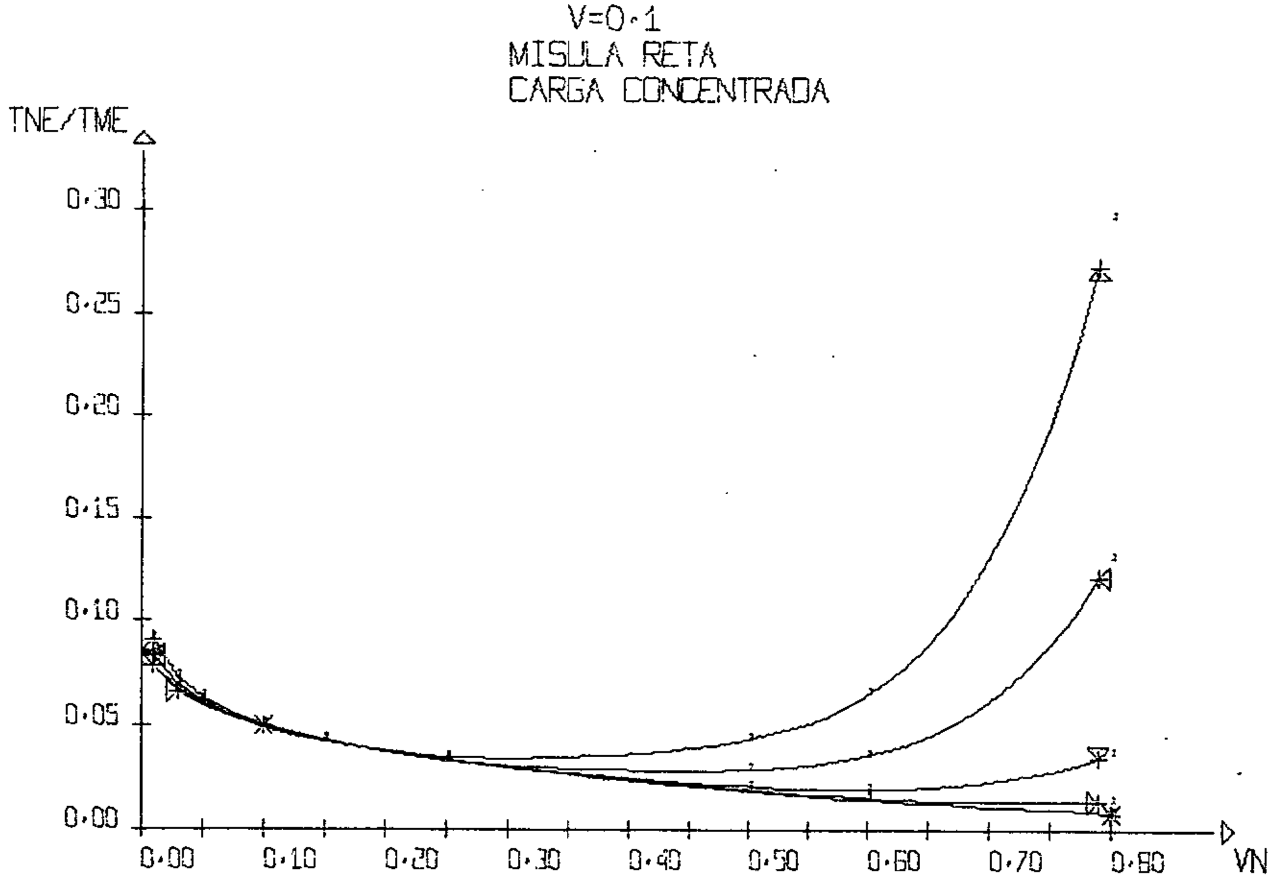


Fig. 4.3 - Substituição do diagrama de tensões normais decorrente da análise pelo método dos elementos finitos por um que tem a mesma resultante e obedece a hipótese das seções planas

Os ābacos obtidos estão indicados nas figs. 4.4.1 a 4.4.16, e correspondem as mesmas situações indicadas no item 4.4.2. A nomenclatura que indica o tipo de relação correspondente ao eixo vertical ē a seguinte:

TNE/TME - refere-se a relação entre TSN e TSM para a seção do engaste.

TNM/TMM - refere-se a relação entre TSN e TSM para a seção do meio do vão.


V=0·1
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
TNE/TME
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

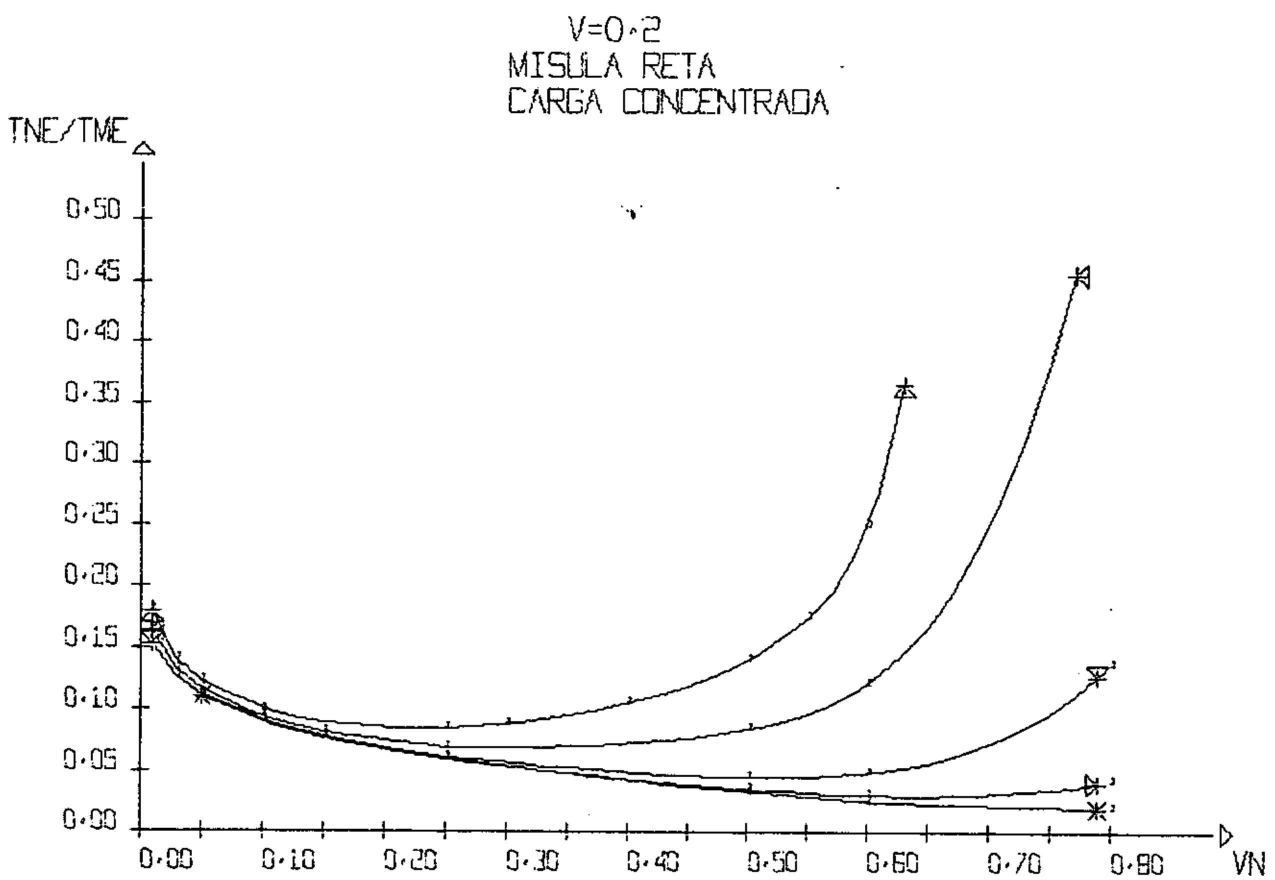
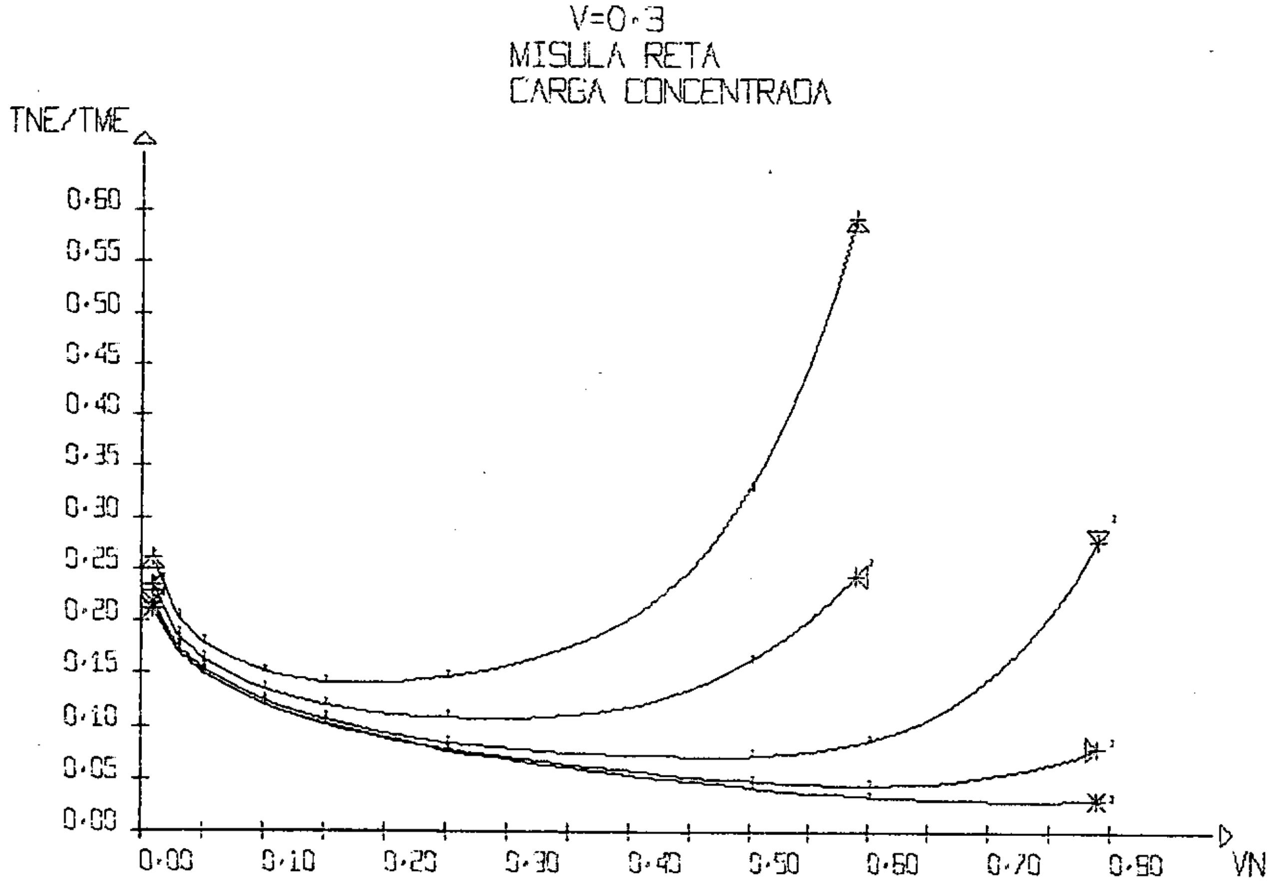

V=0·2
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
TNE/TME
0·50
0·45
0·40
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.4.1


V=0·3
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
TNE/TME
0·60
0·55
0·50
0·45
0·40
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

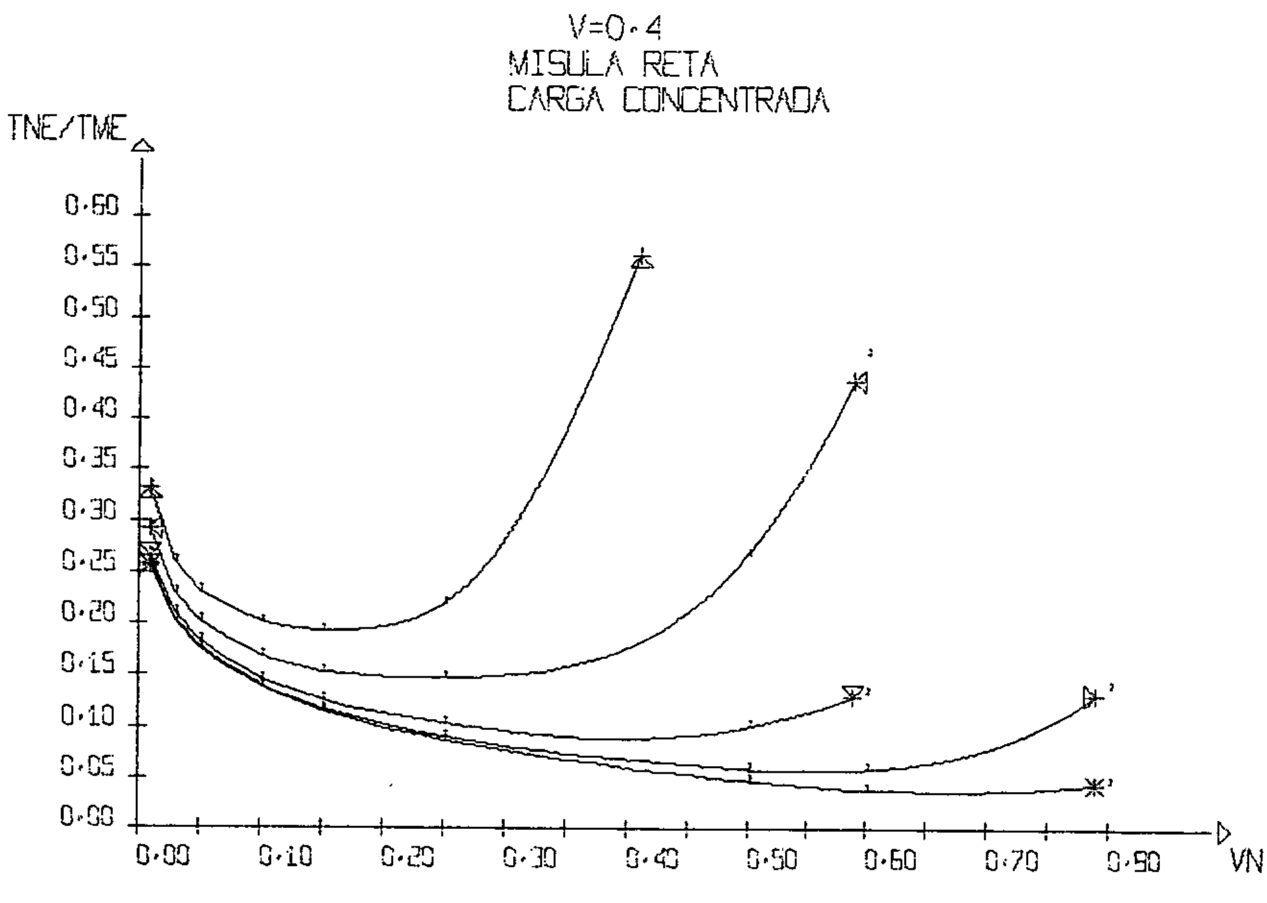
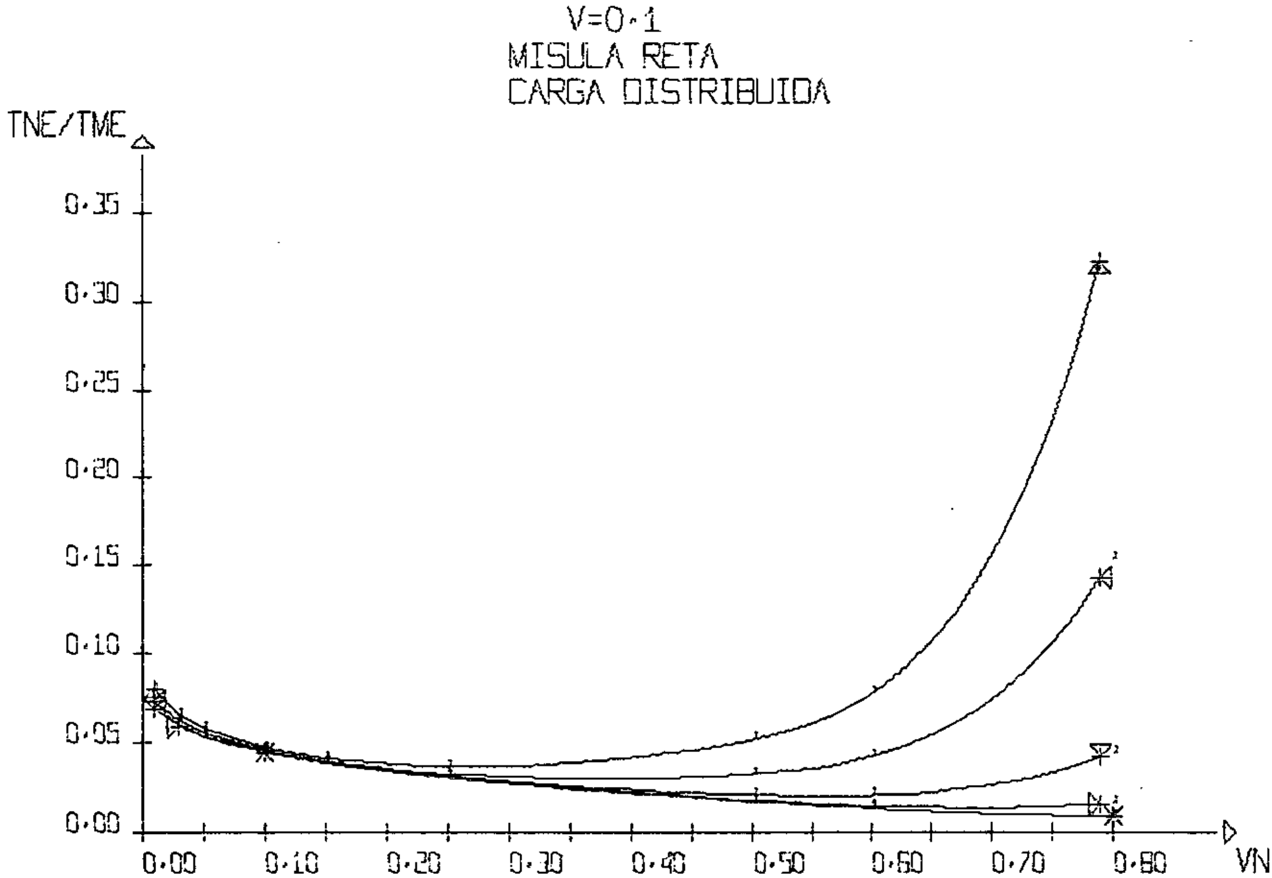

V=0·4
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
TNE/TME
0·60
0·55
0·50
0·45
0·40
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.4.2


V=0·1
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
TNE/TME
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

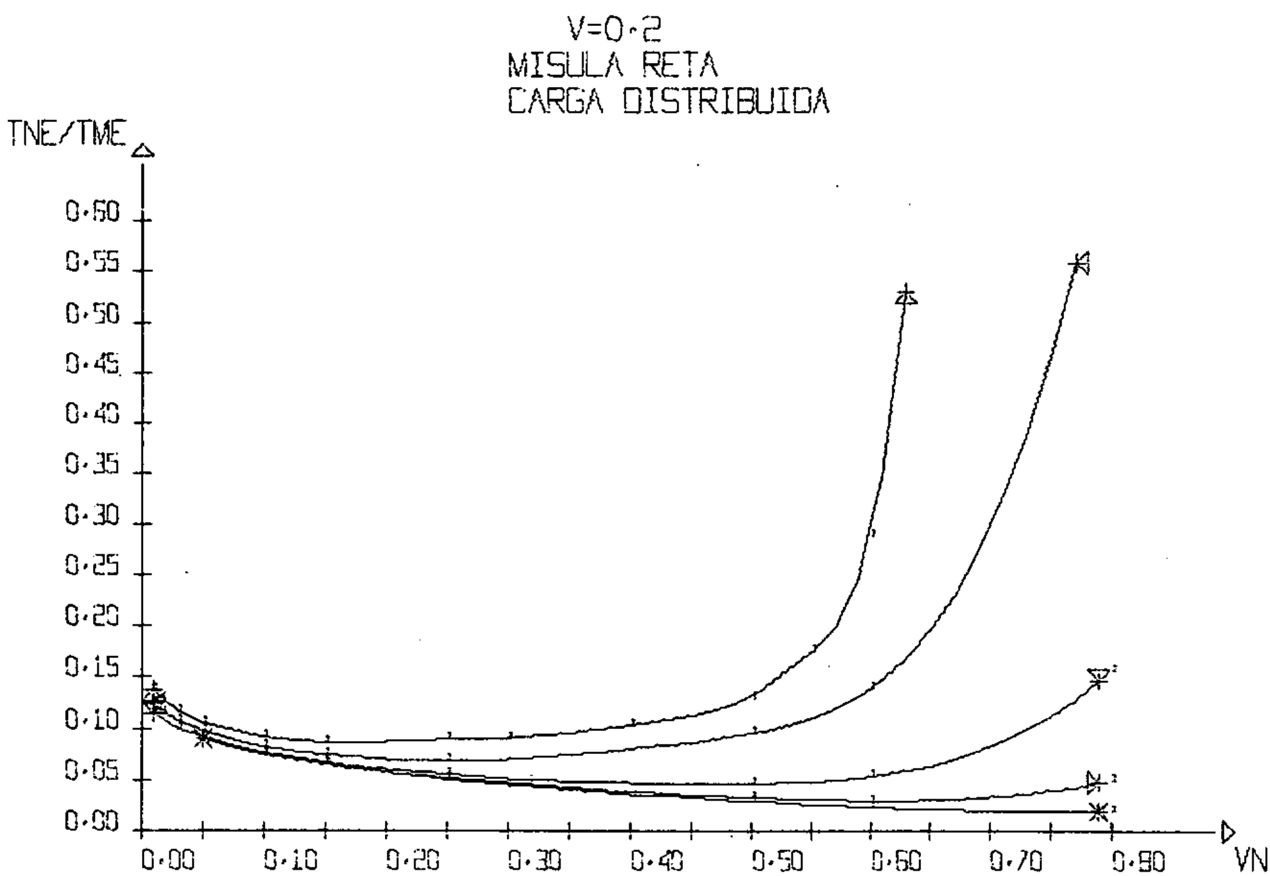
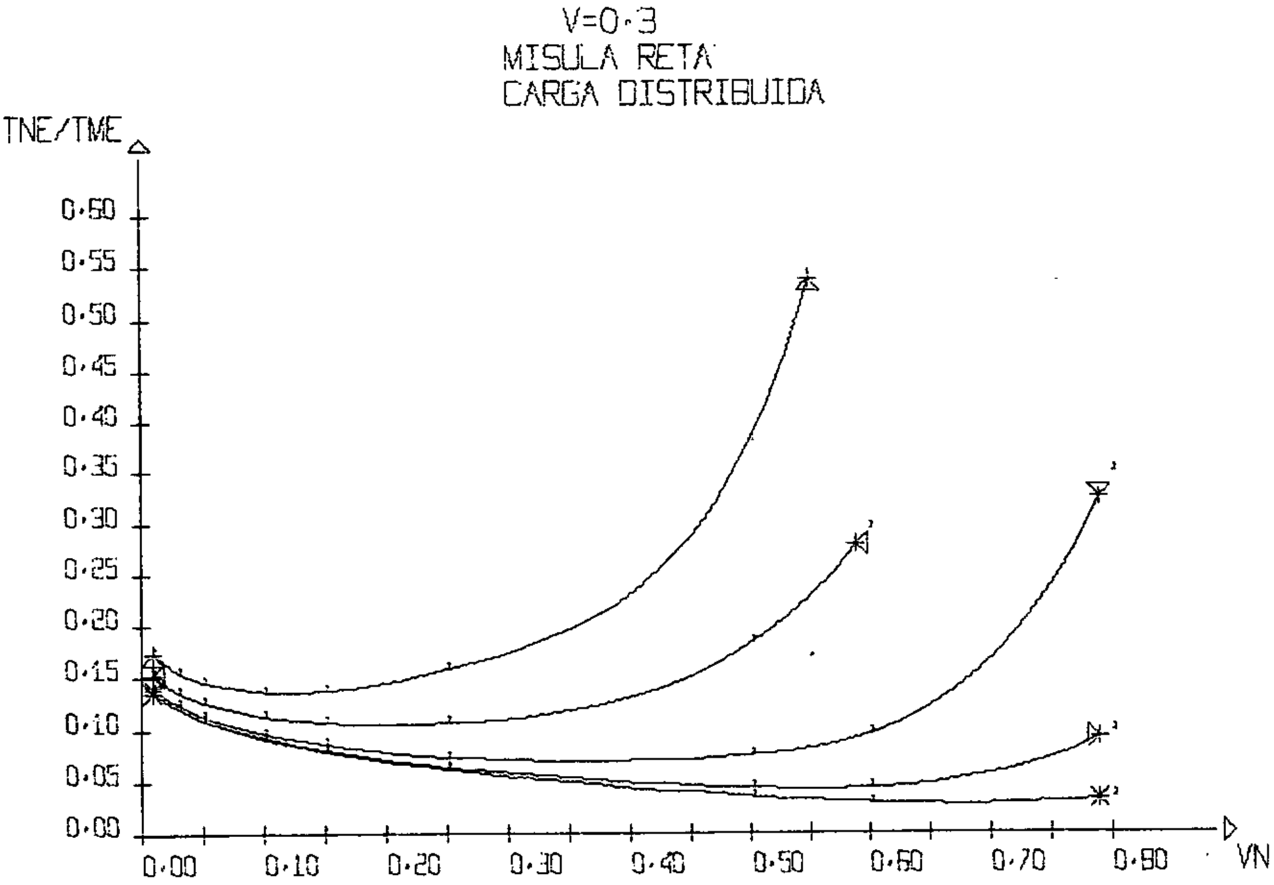

V=0·2
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
TNE/TME
0·60
0·55
0·50
0·45
0·40
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.4.3


V=0·3
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
TNE/TME
0·60
0·55
0·50
0·45
0·40
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

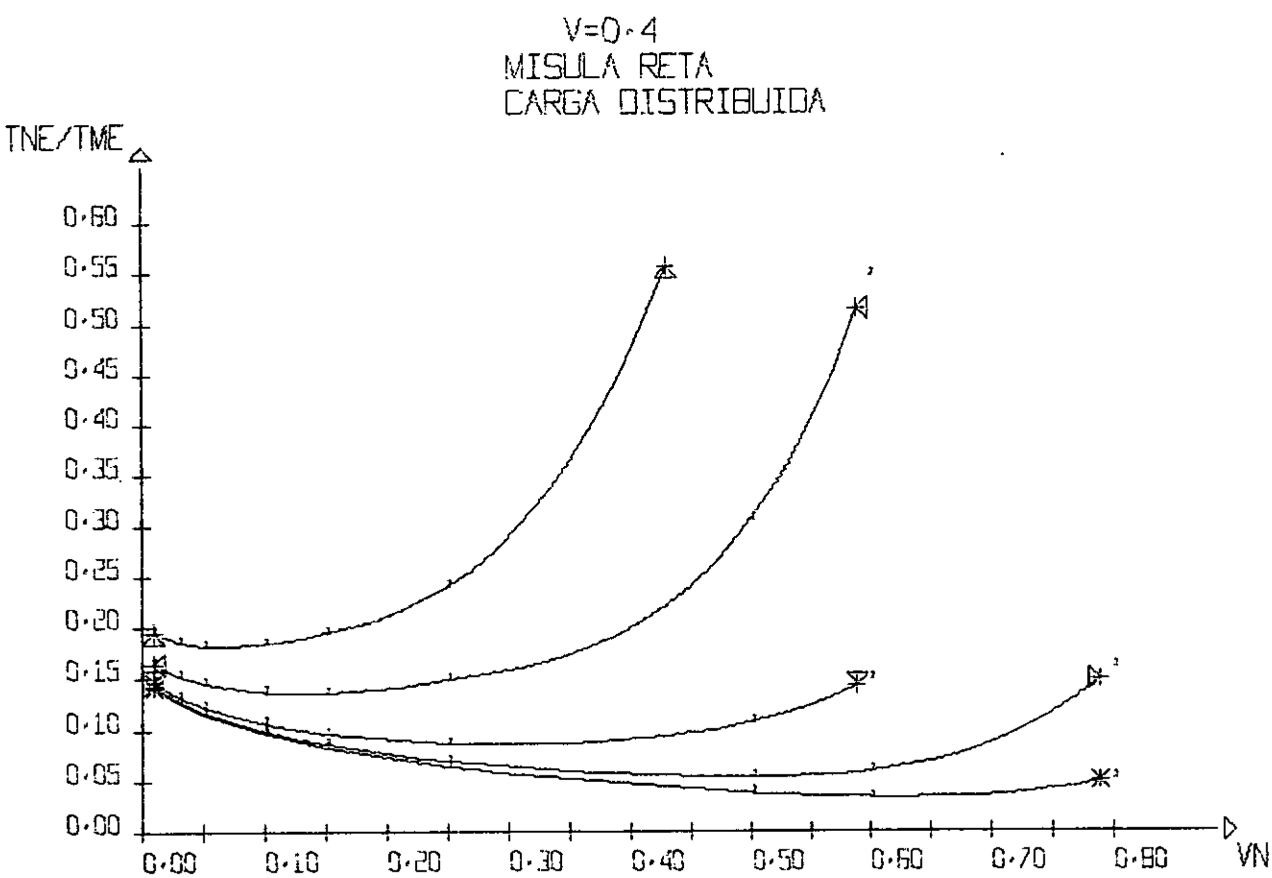
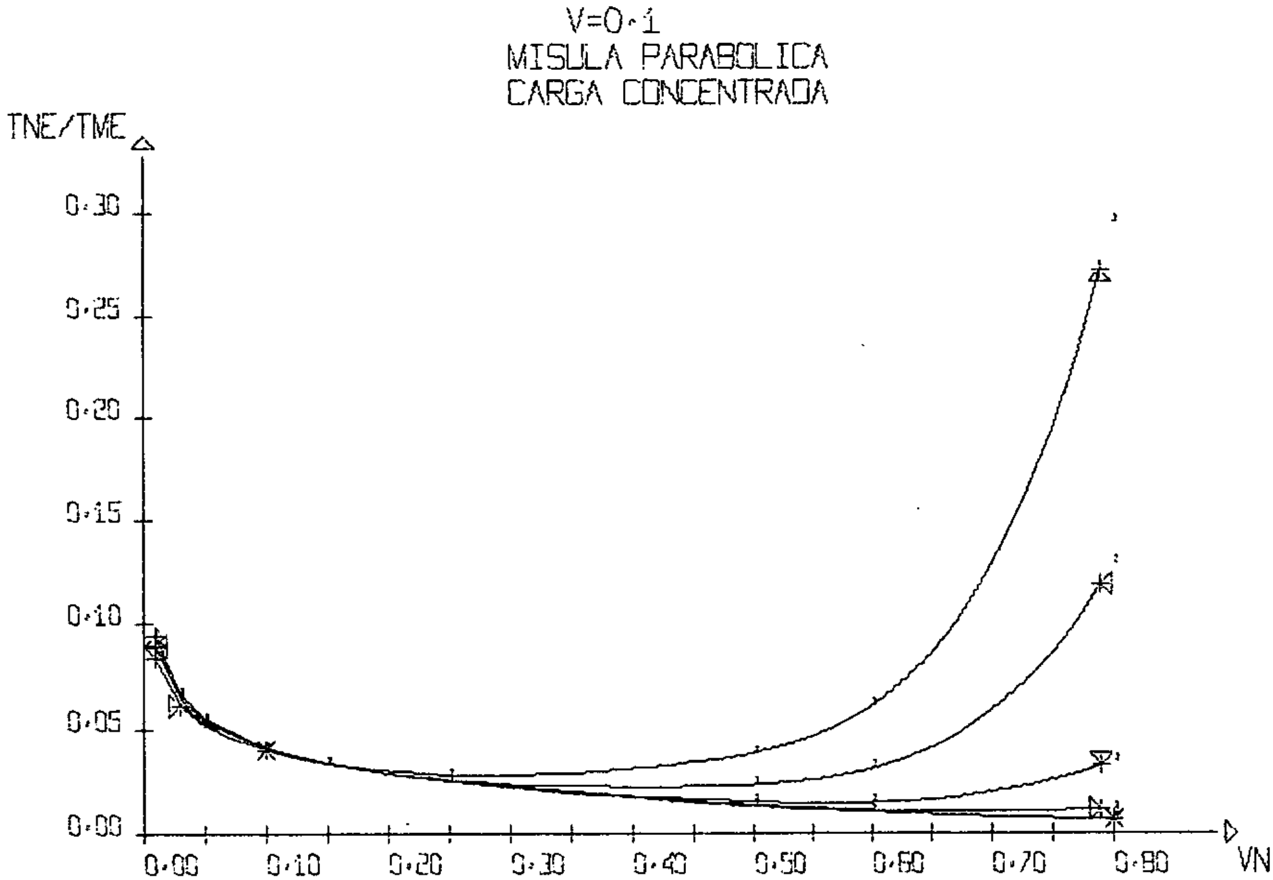

V=0·4
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
TNE/TME
0·60
0·55
0·50
0·45
0·40
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.4.4


V=0·1
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
TNE/TME
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

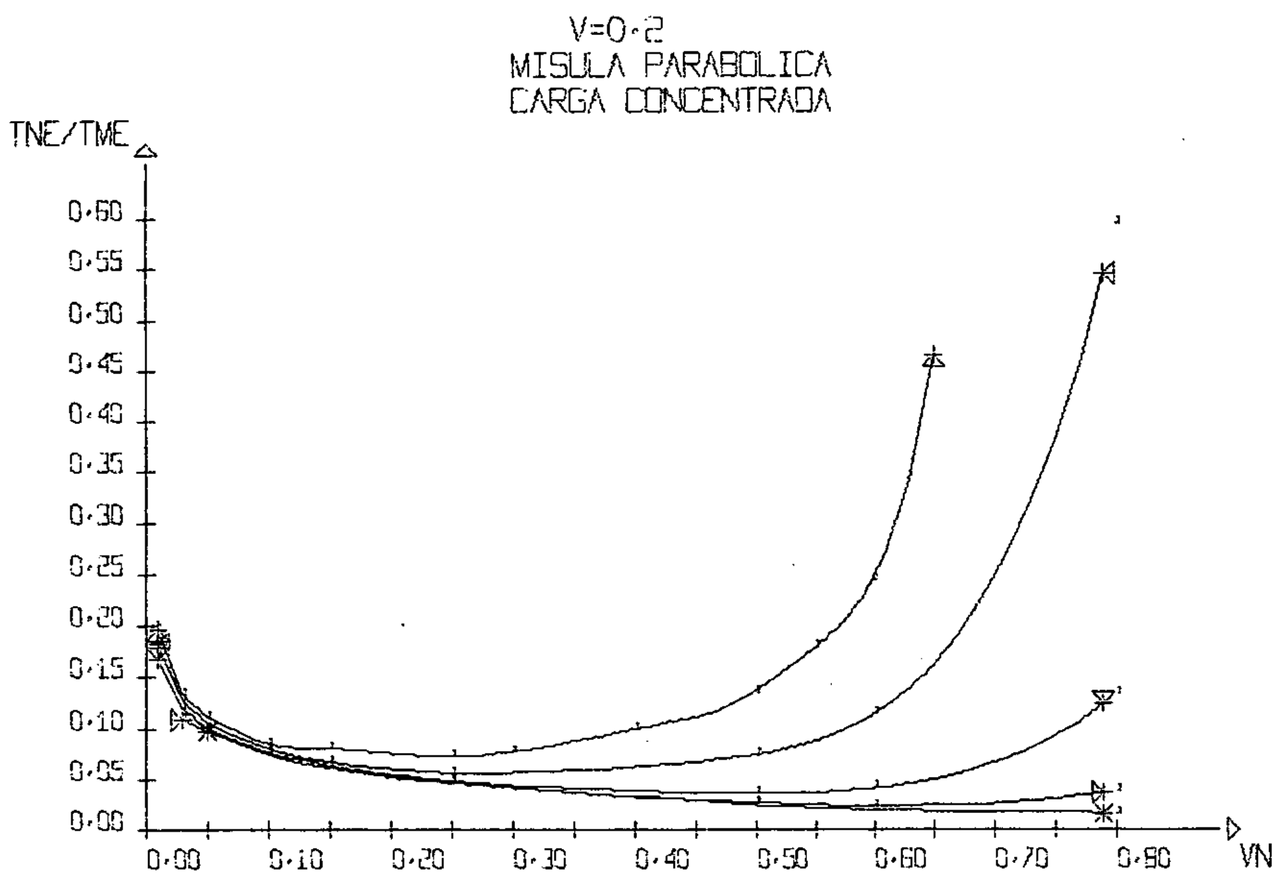
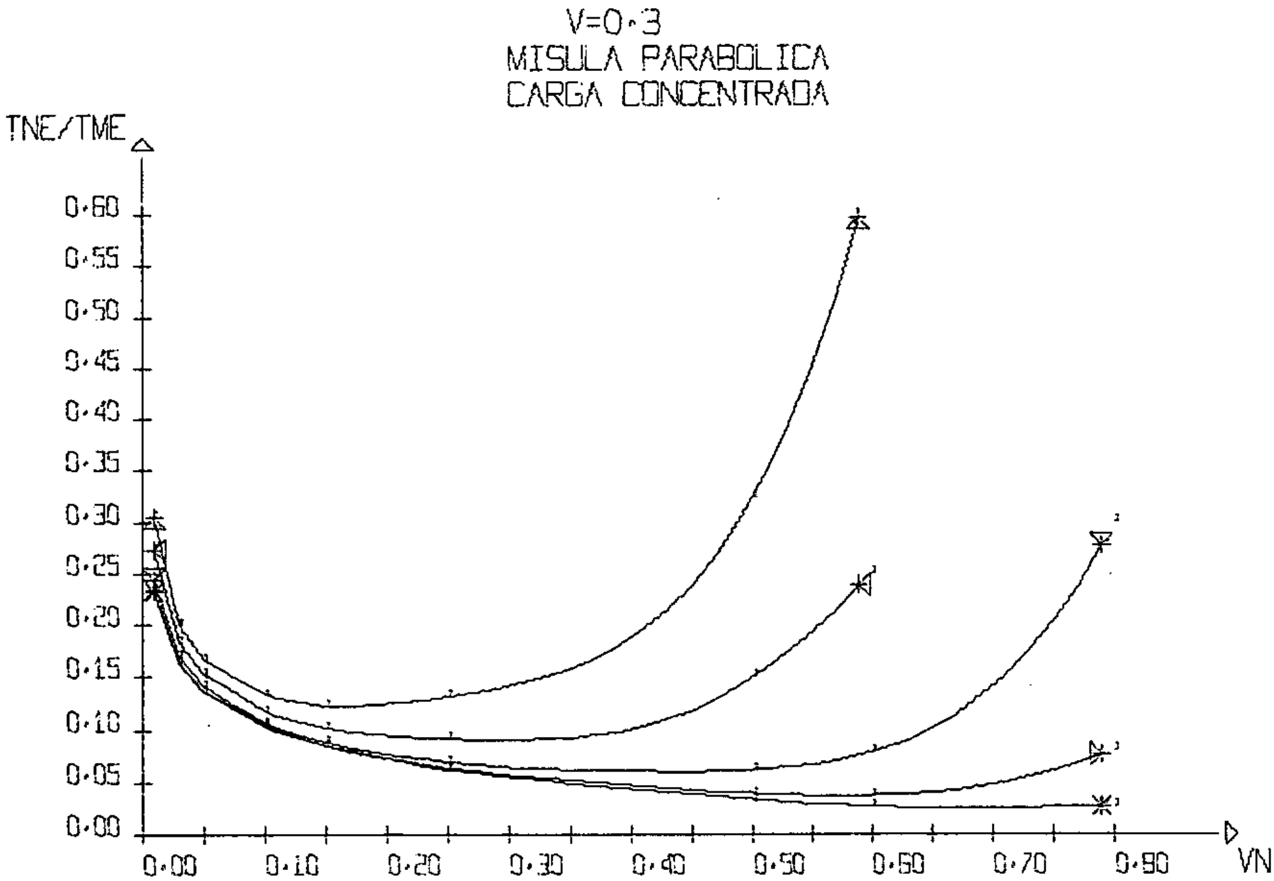

V=0·2
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
TNE/TME
0·60
0·55
0·50
0·45
0·40
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.4.5


V=0·3
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
TNE/TME
0·60
0·55
0·50
0·45
0·40
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

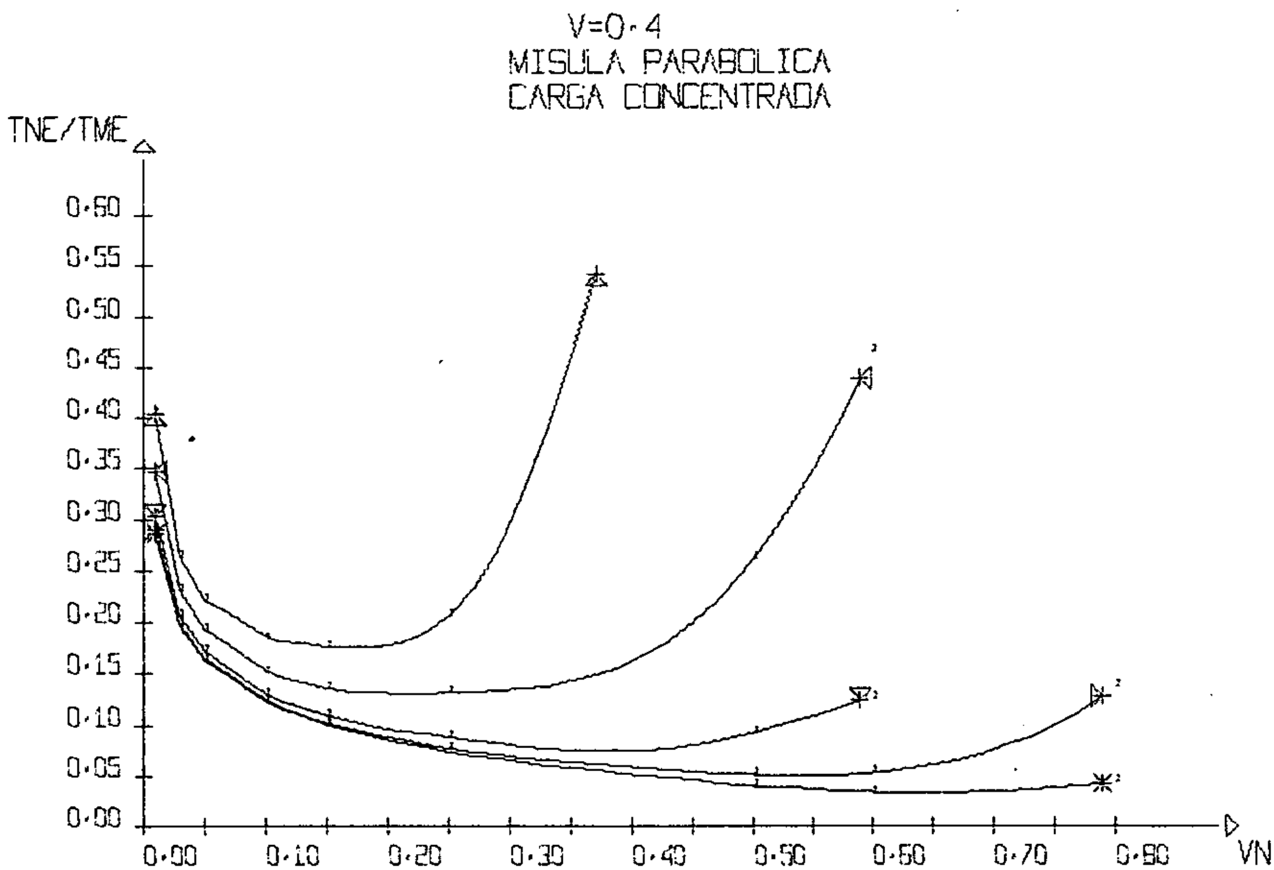
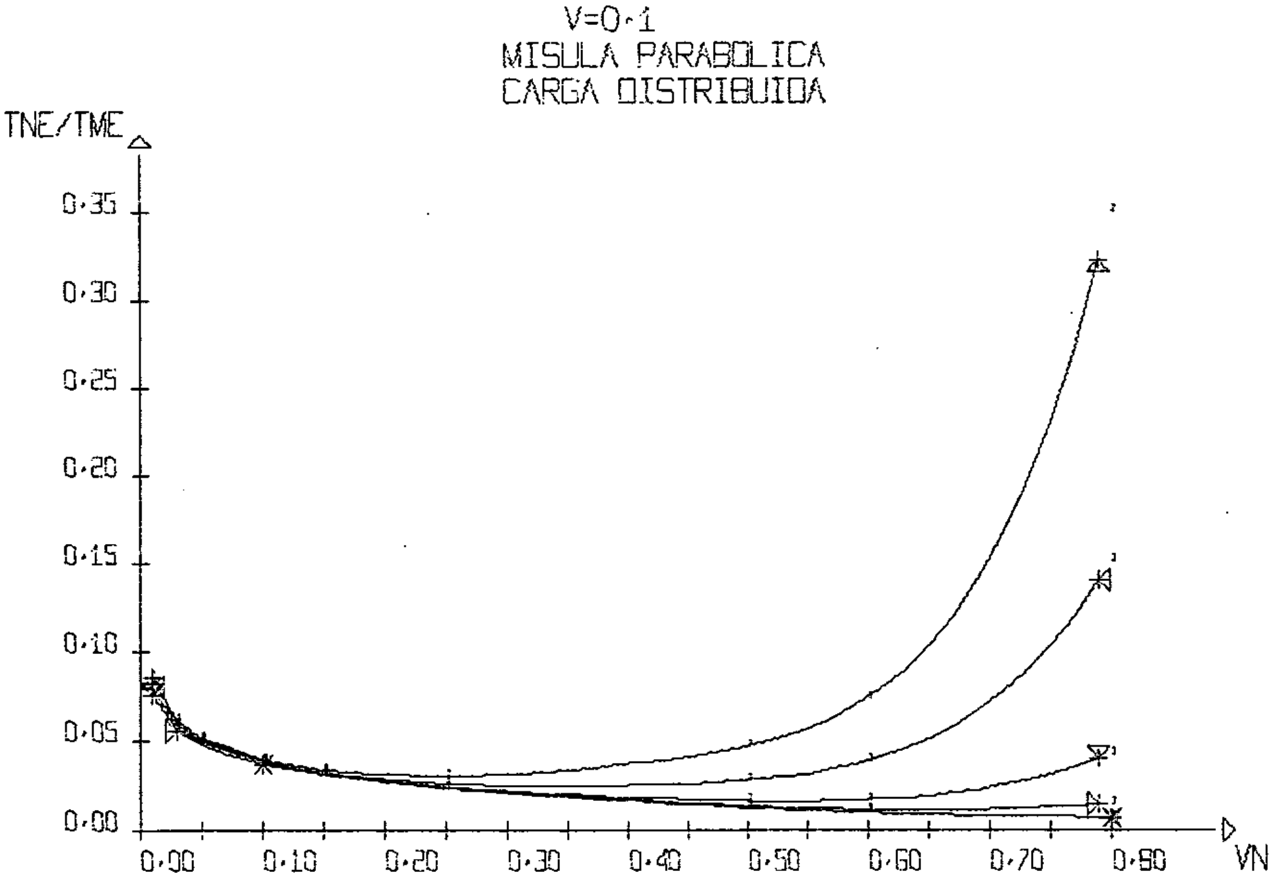

V=0·4
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
TNE/TME
0·60
0·55
0·50
0·45
0·40
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.4.6


V=0·1
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
TNE/TME
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

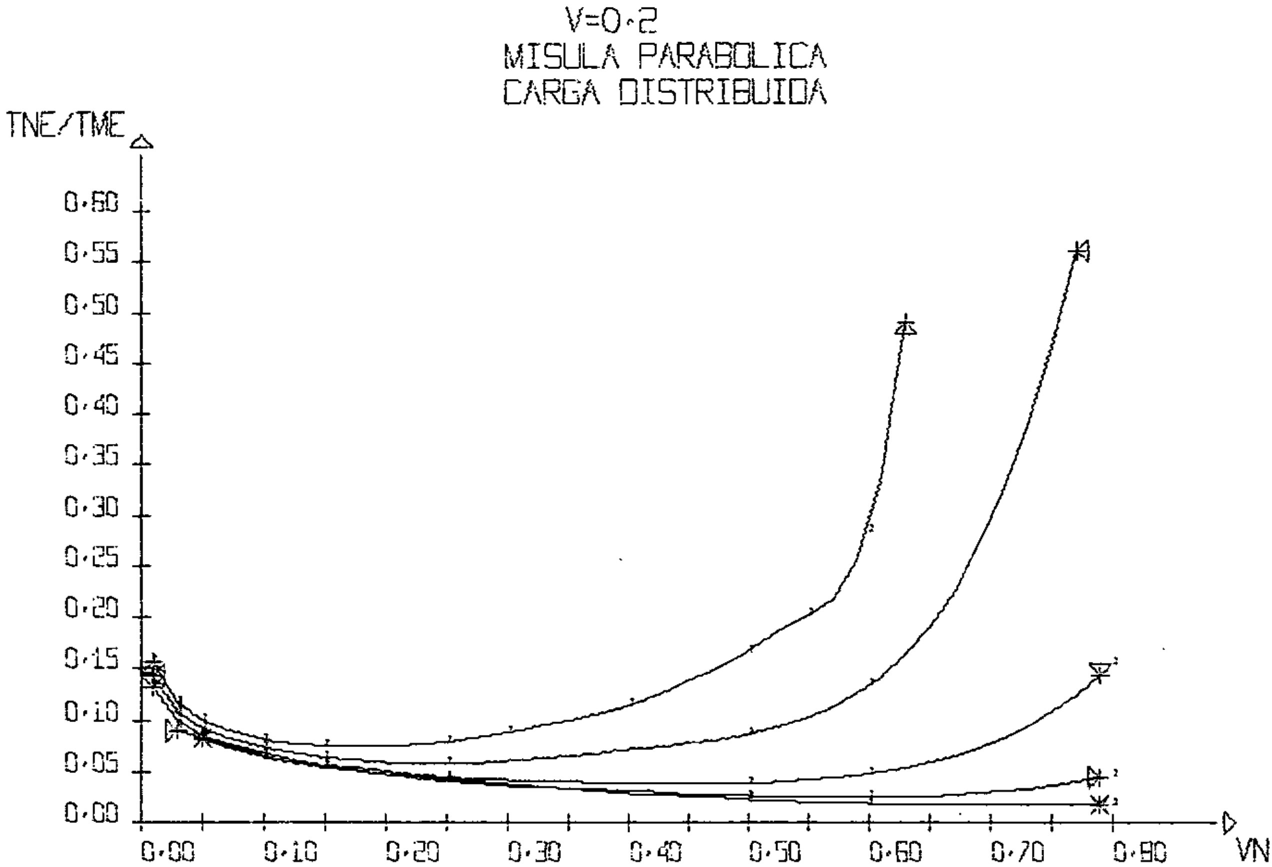
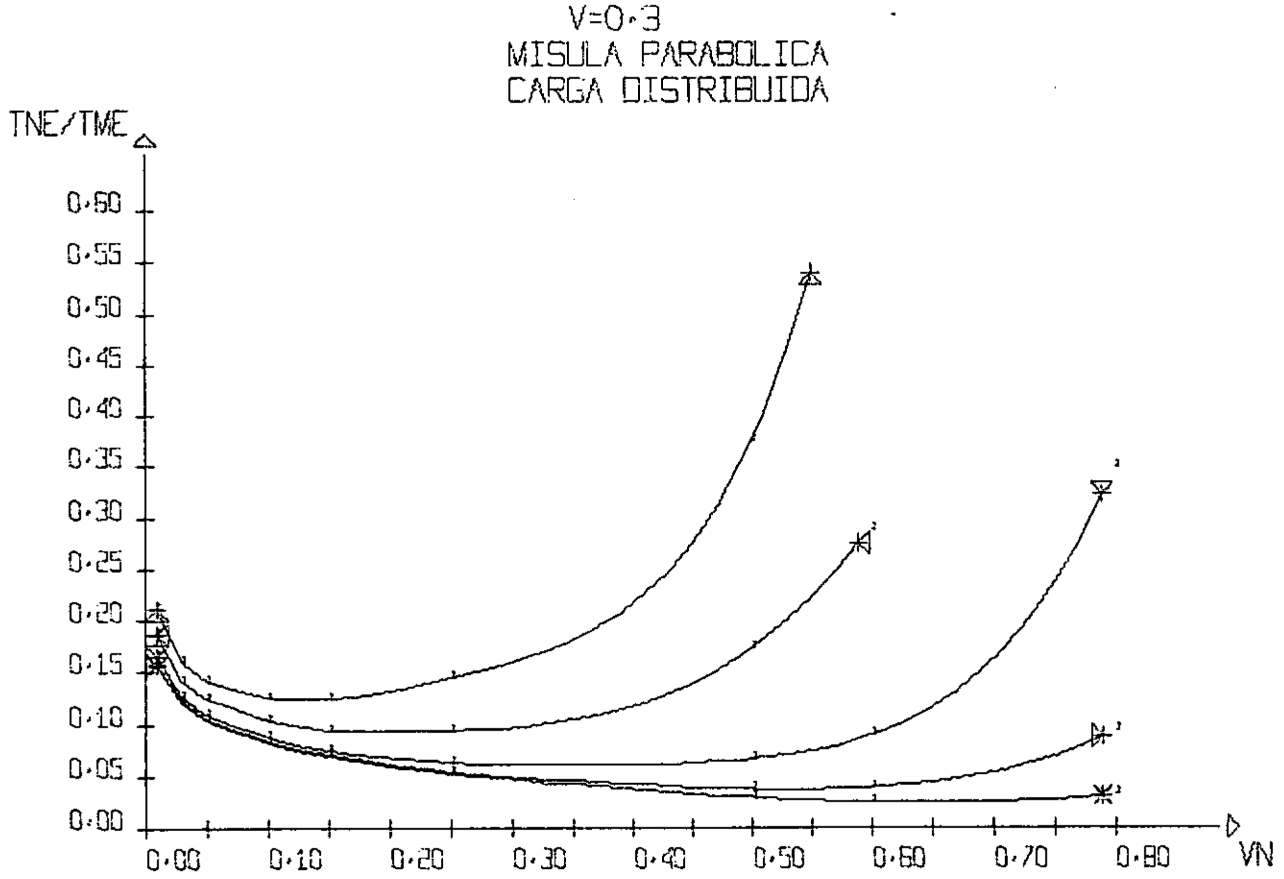

V=0·2
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
TNE/TME
0·60
0·55
0·50
0·45
0·40
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.4.7


V=0·3
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
TNE/TME
0·60
0·55
0·50
0·45
0·40
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

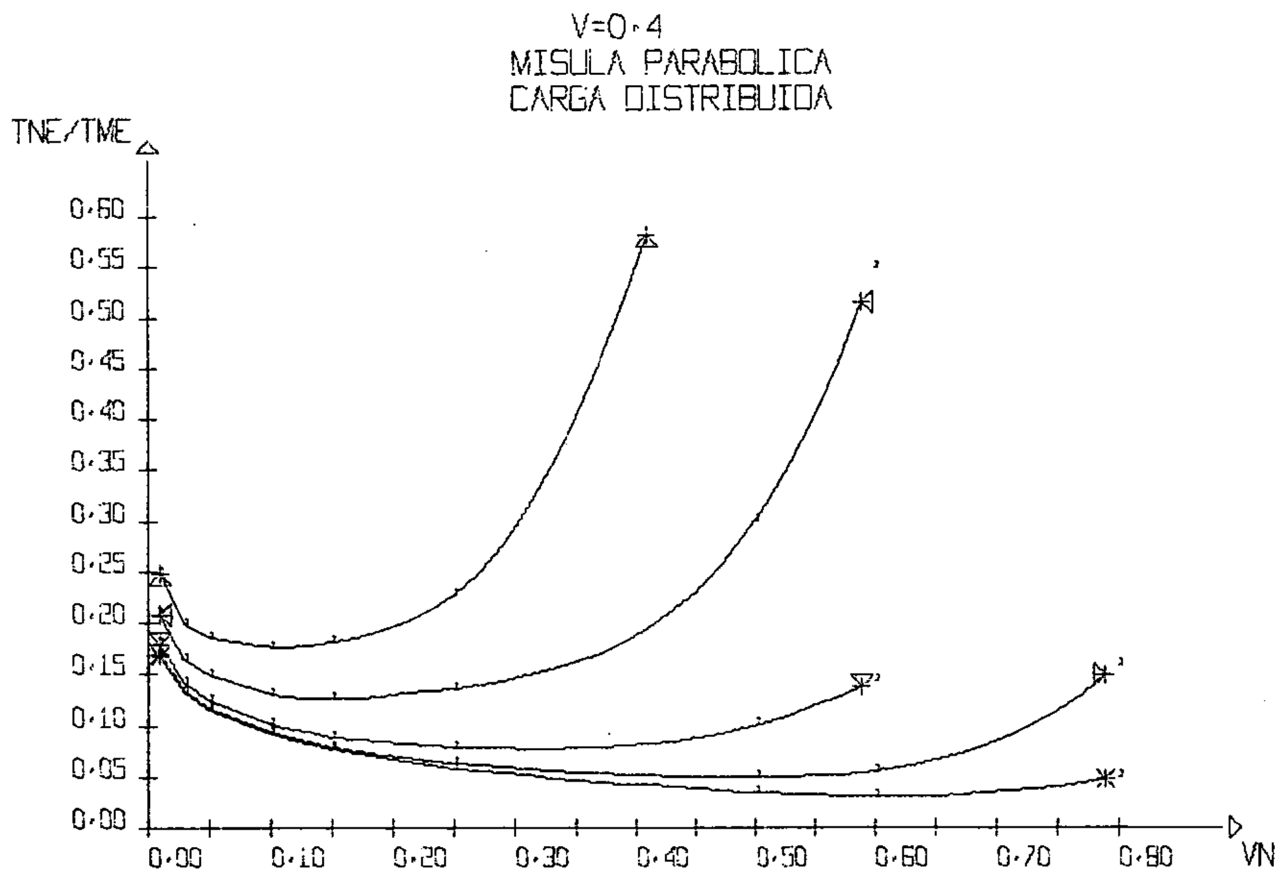
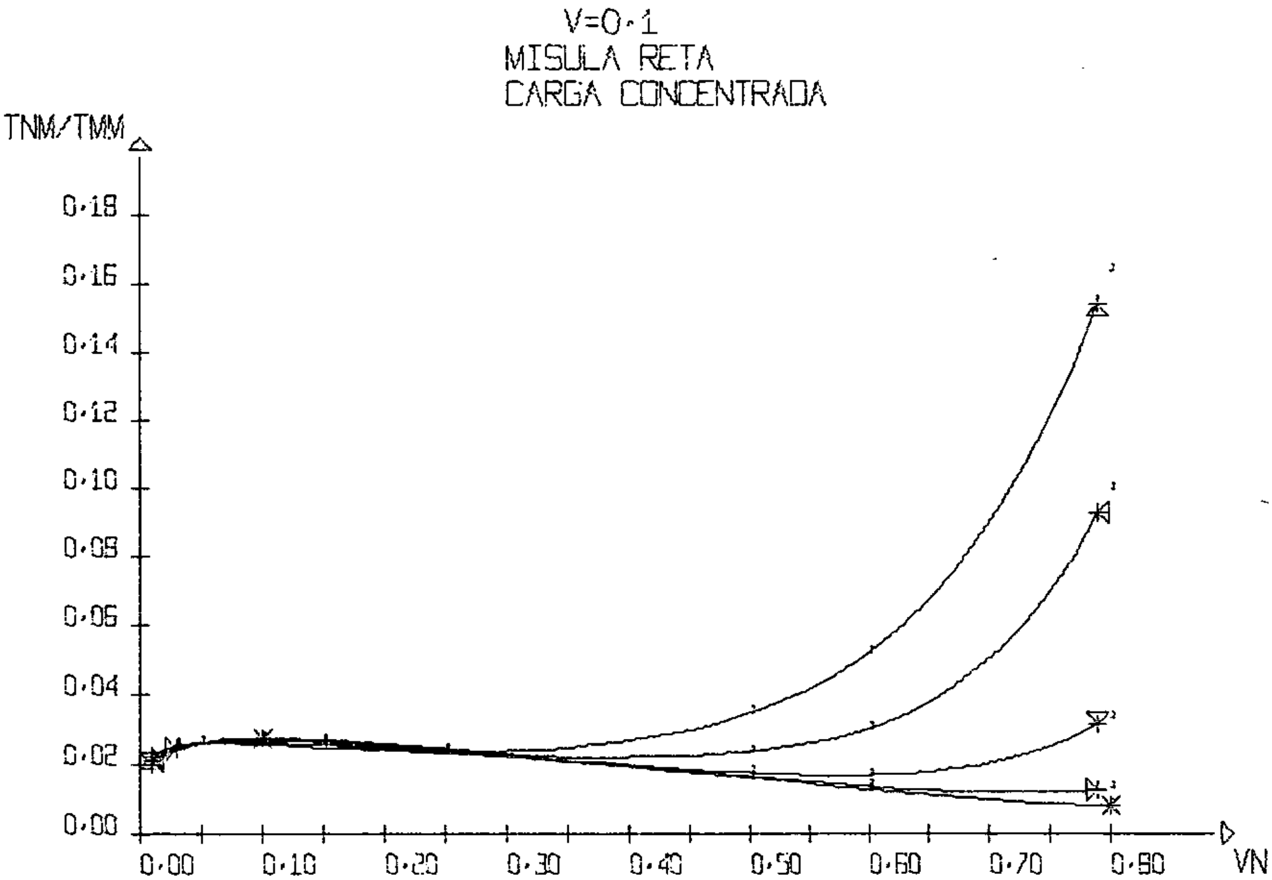

V=0·4
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
TNE/TME
0·60
0·55
0·50
0·45
0·40
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.4.8


V=0·1
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
TNM/TMM
0·18
0·16
0·14
0·12
0·10
0·08
0·06
0·04
0·02
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

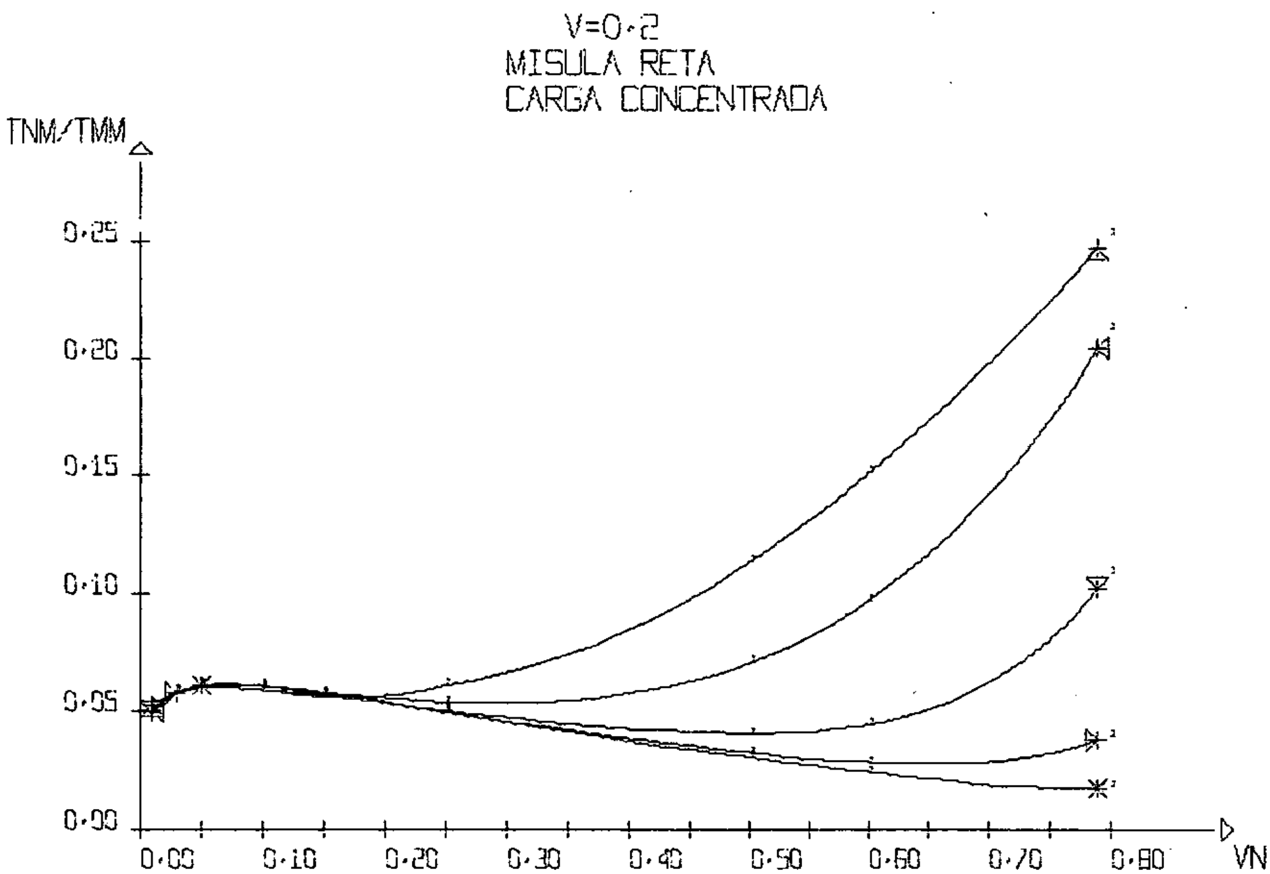
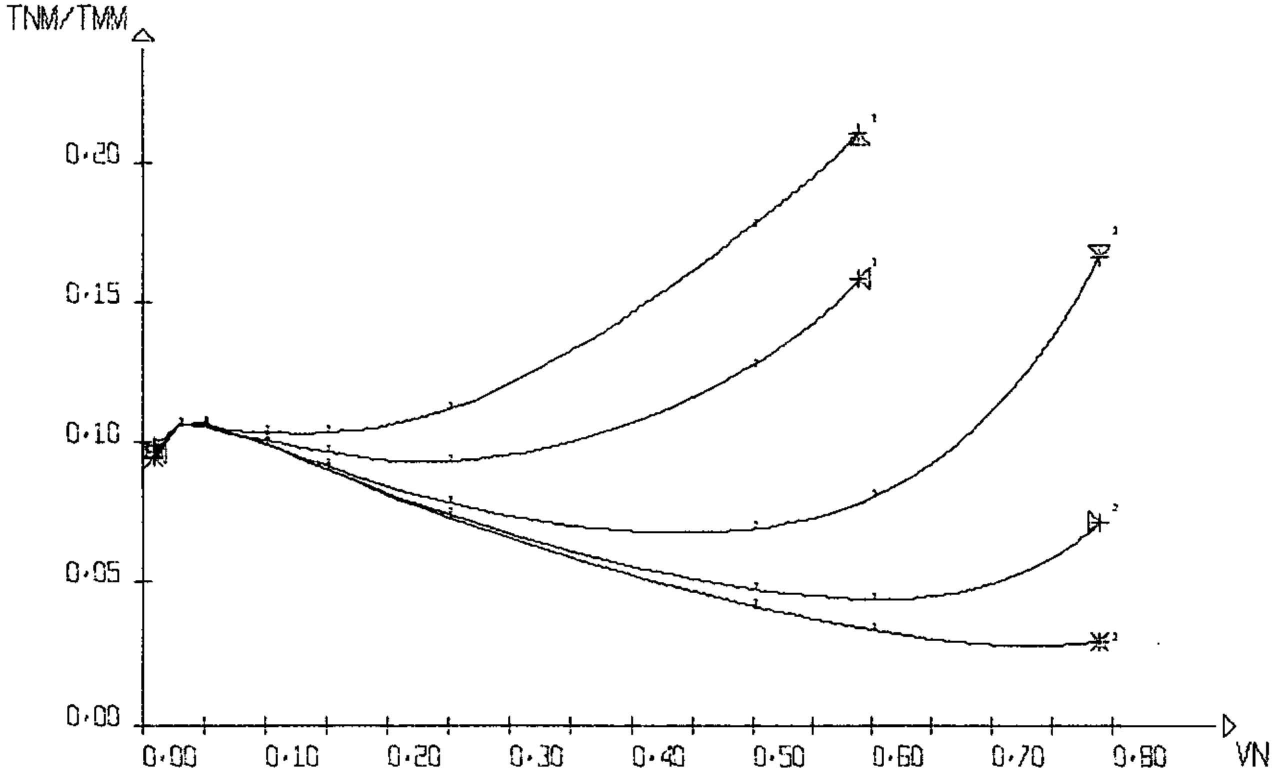

V=0·2
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
TNM/TMM
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.4.9

V=0·3
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA



V=0·4
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA

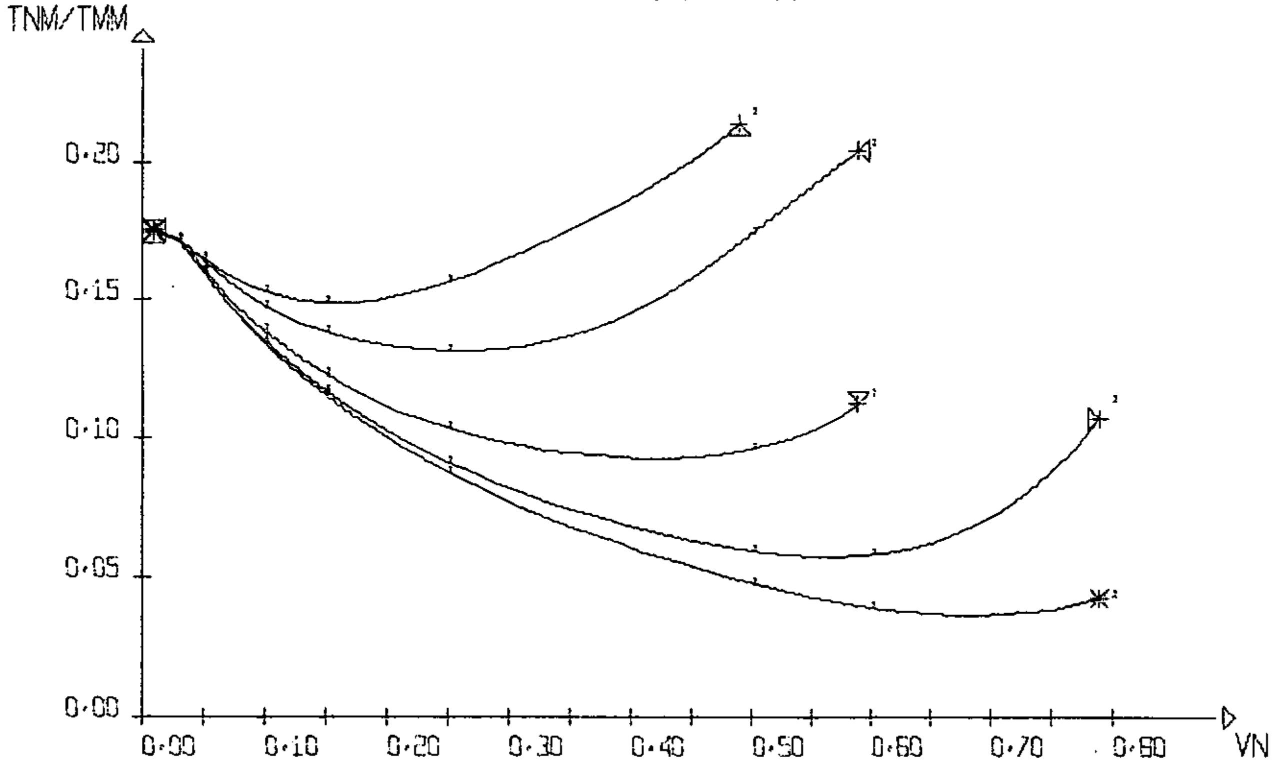


Figura 4.4.10

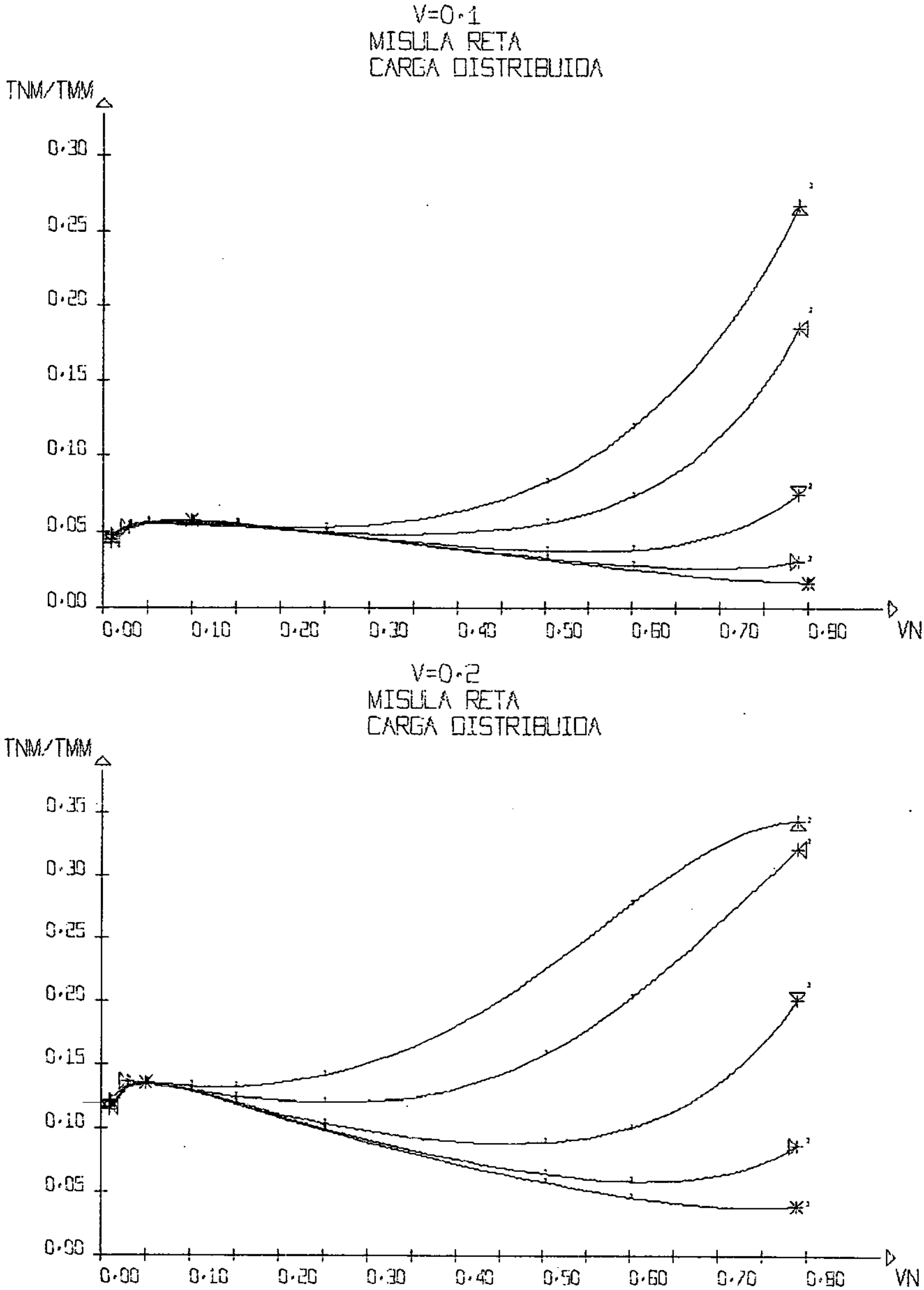
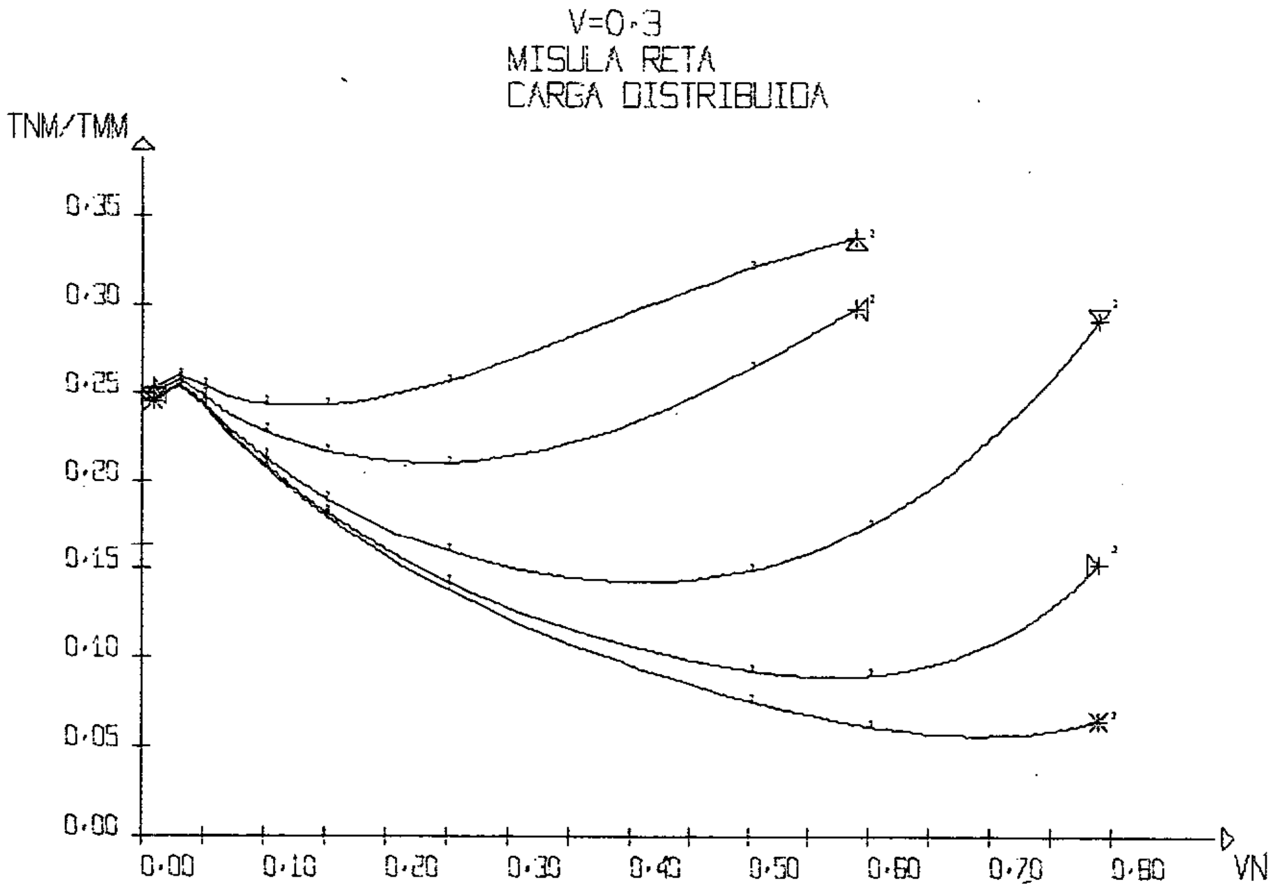

V=0·1
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
TNM/TMM
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN
V=0·2
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
TNM/TMM
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.4.11


V=0.3
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
TNM/TMM
0.35
0.30
0.25
0.20
0.15
0.10
0.05
0.00
0.00
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
VN

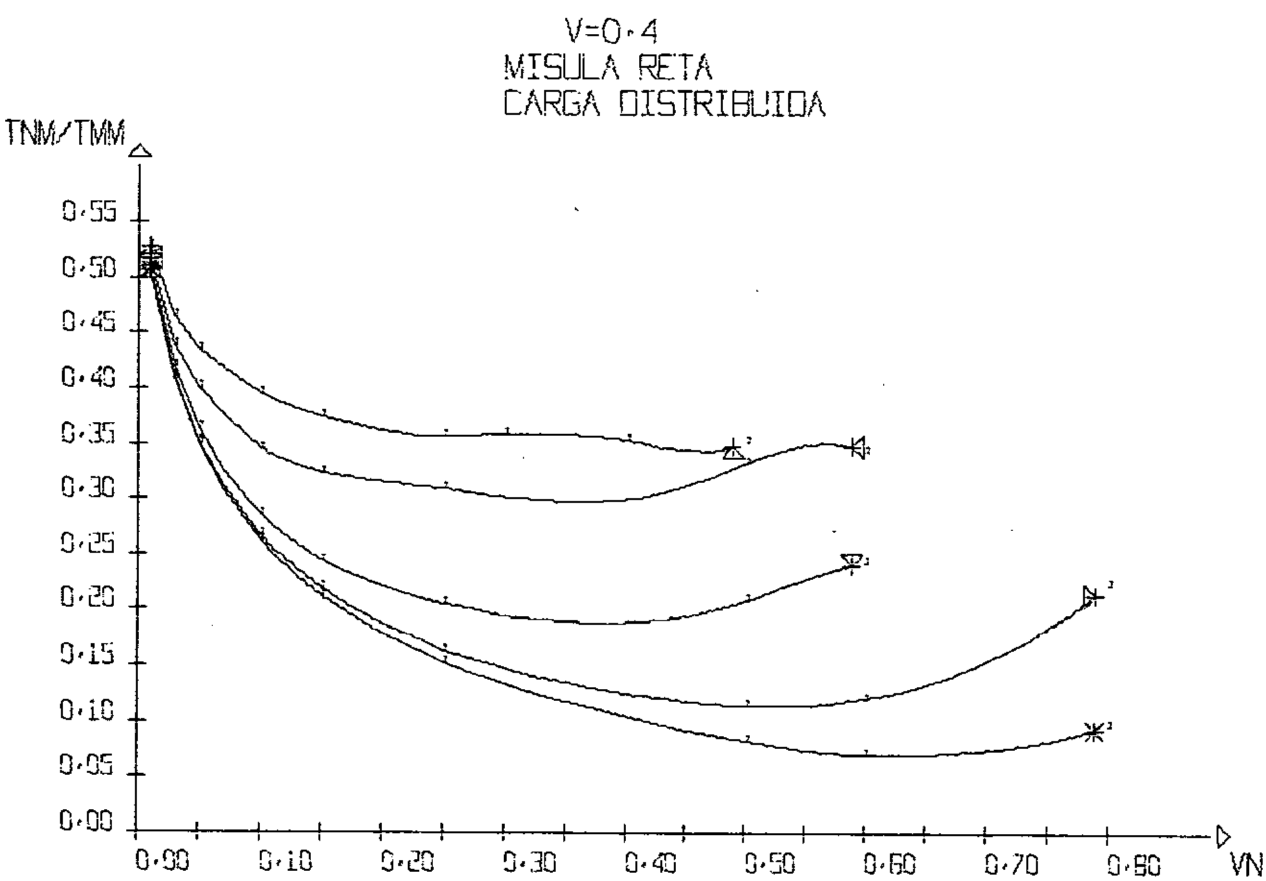
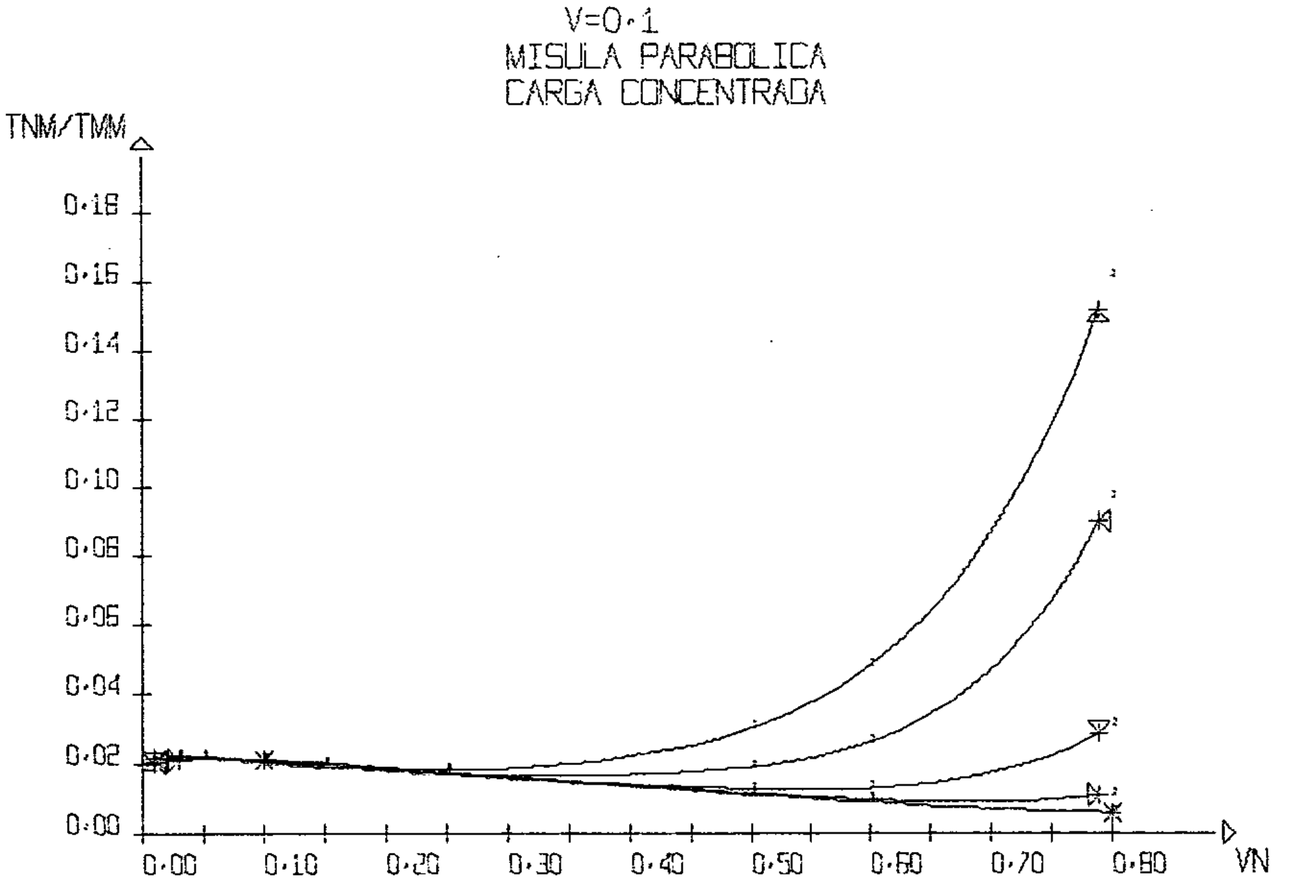

V=0.4
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
TNM/TMM
0.55
0.50
0.45
0.40
0.35
0.30
0.25
0.20
0.15
0.10
0.05
0.00
0.00
0.10
0.20
0.30
0.40
0.50
0.60
0.70
0.80
VN

Figura 4.4.12


V=0·1
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
TNM/TMM
0·18
0·16
0·14
0·12
0·10
0·08
0·06
0·04
0·02
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

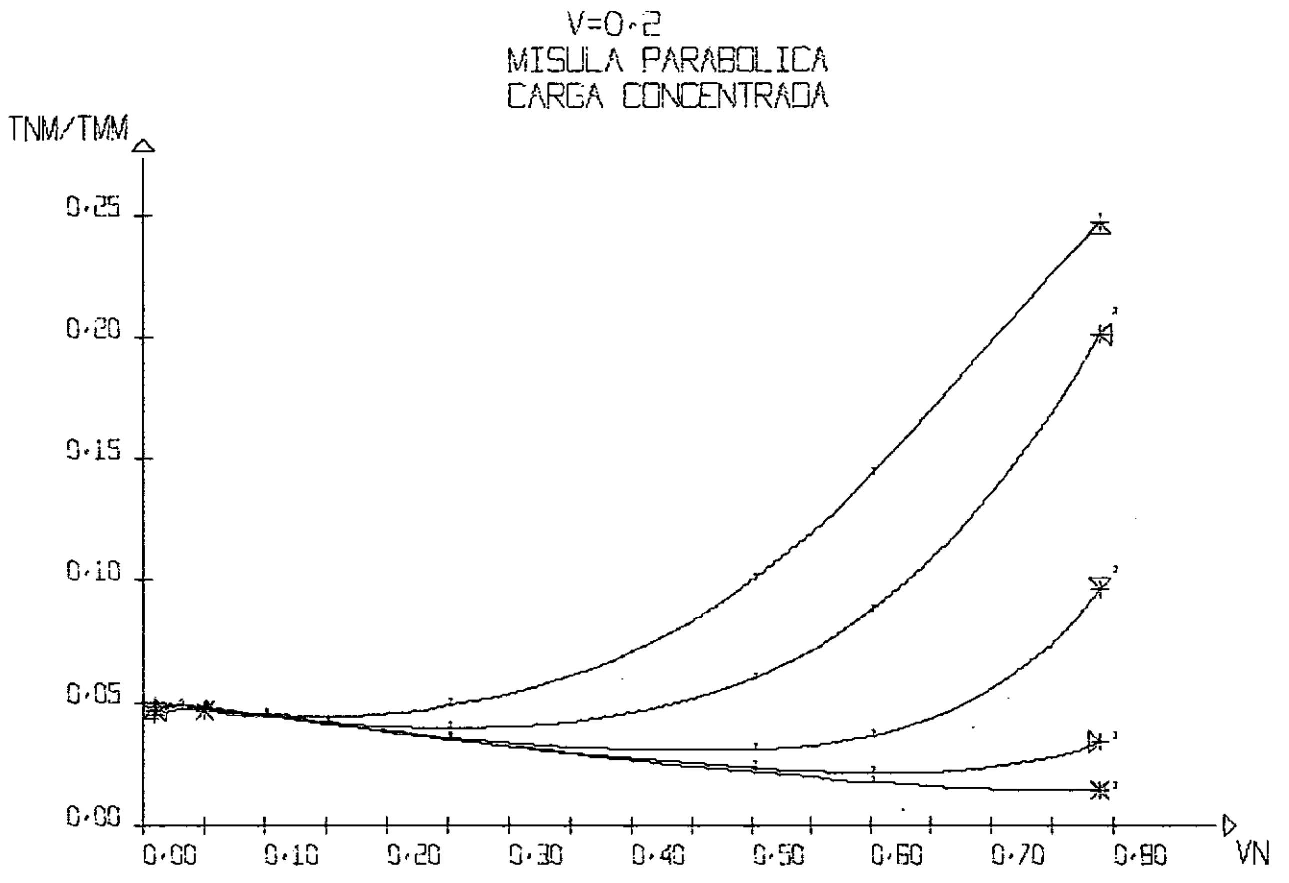
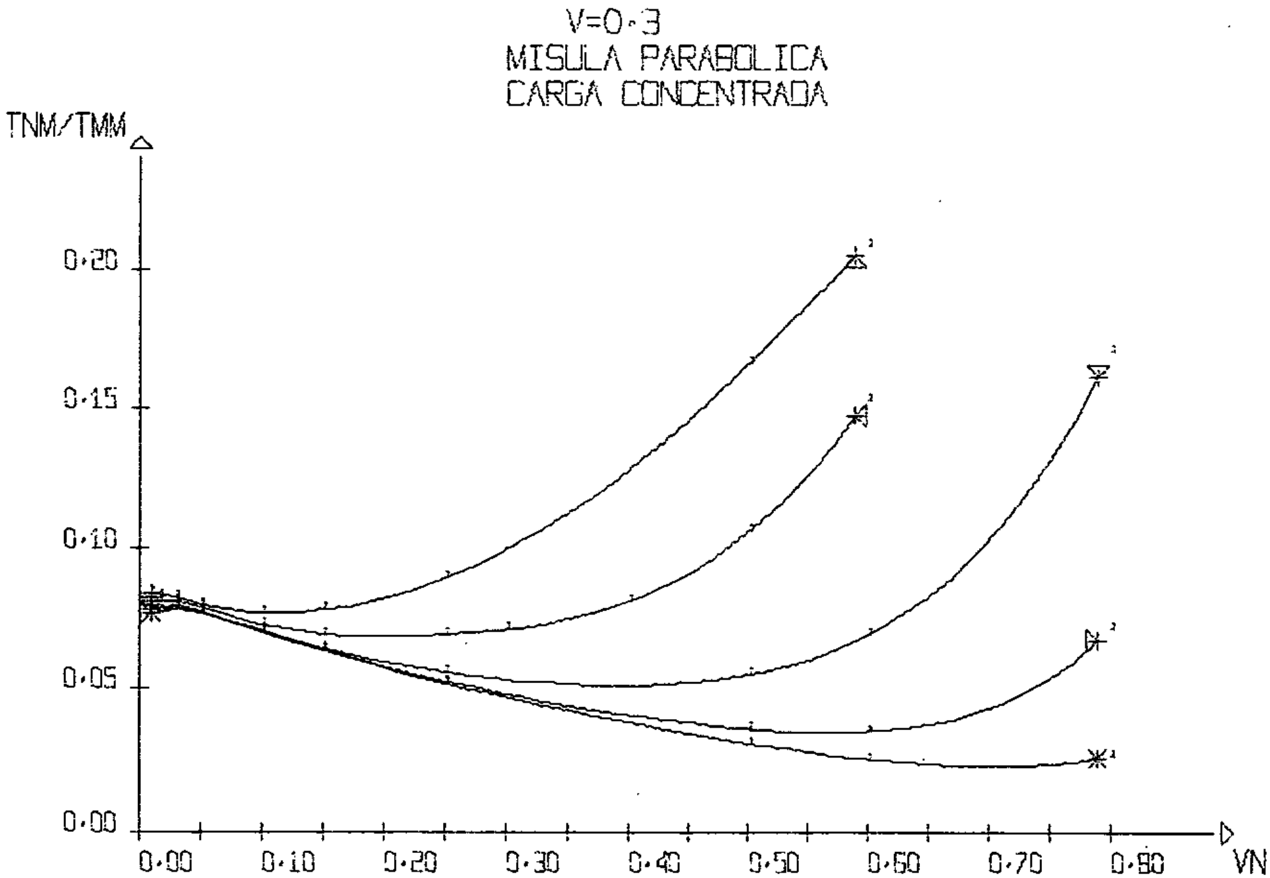

V=0·2
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
TNM/TMM
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.4.13


V=0·3
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
TNM/TMM
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

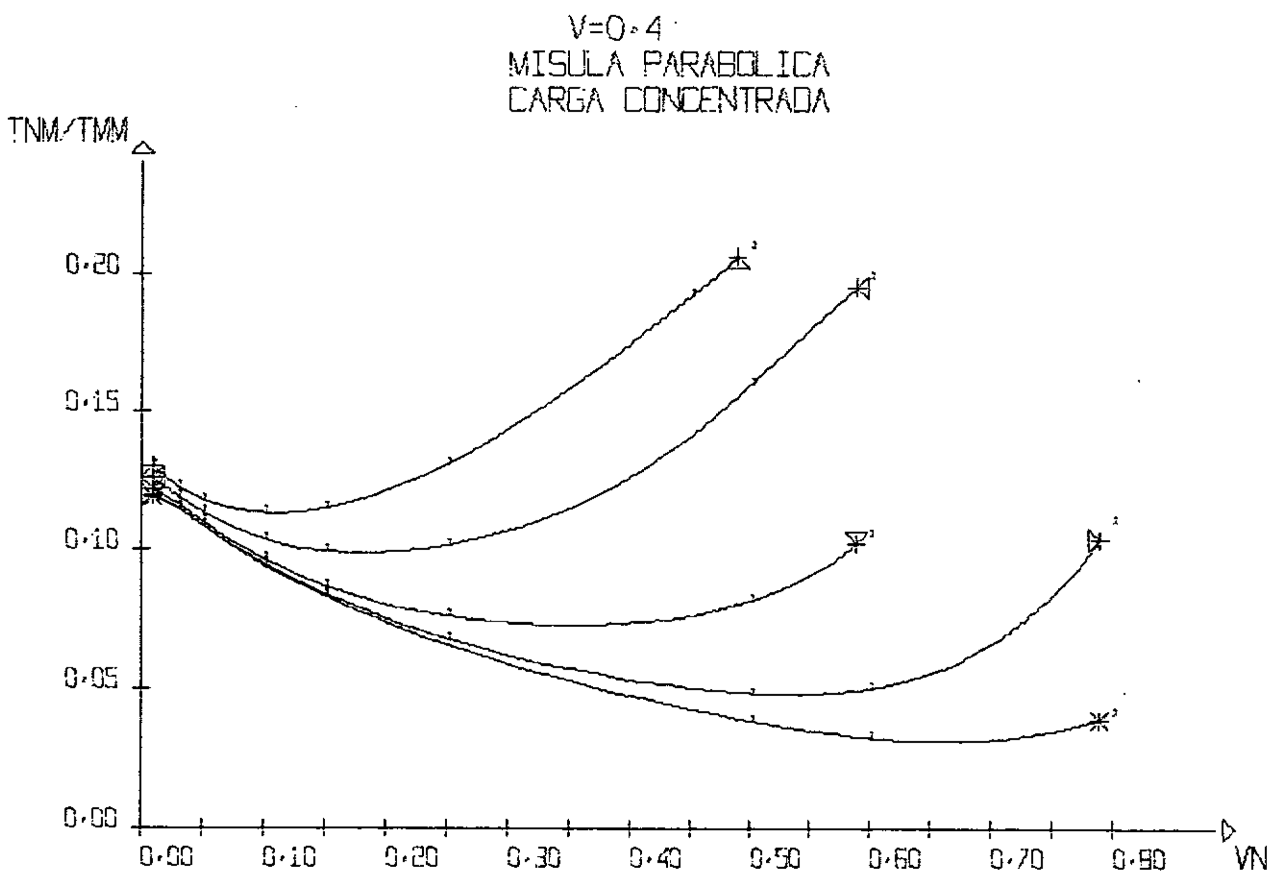
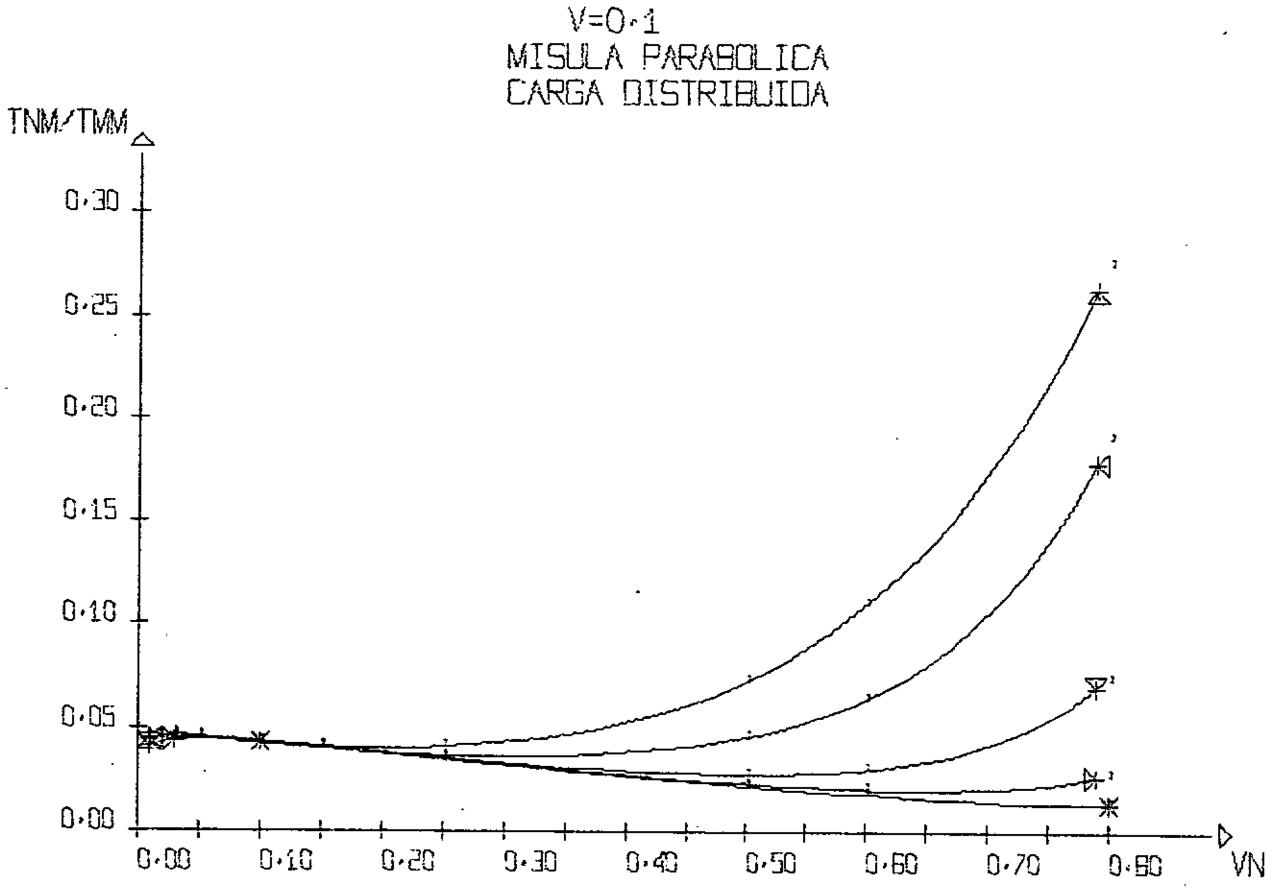

V=0·4
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
TNM/TMM
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.4.14


V=0·1
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
TNM/TMM
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

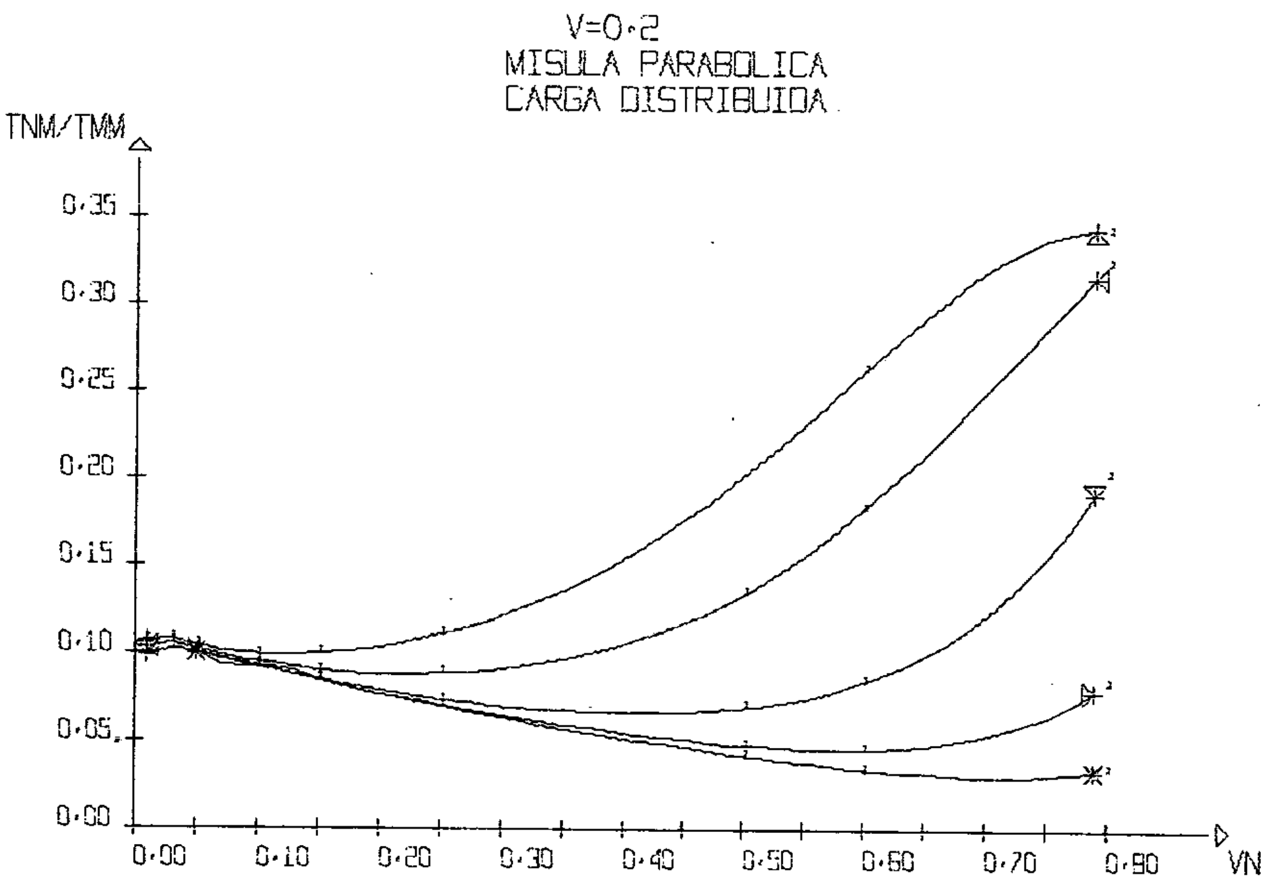
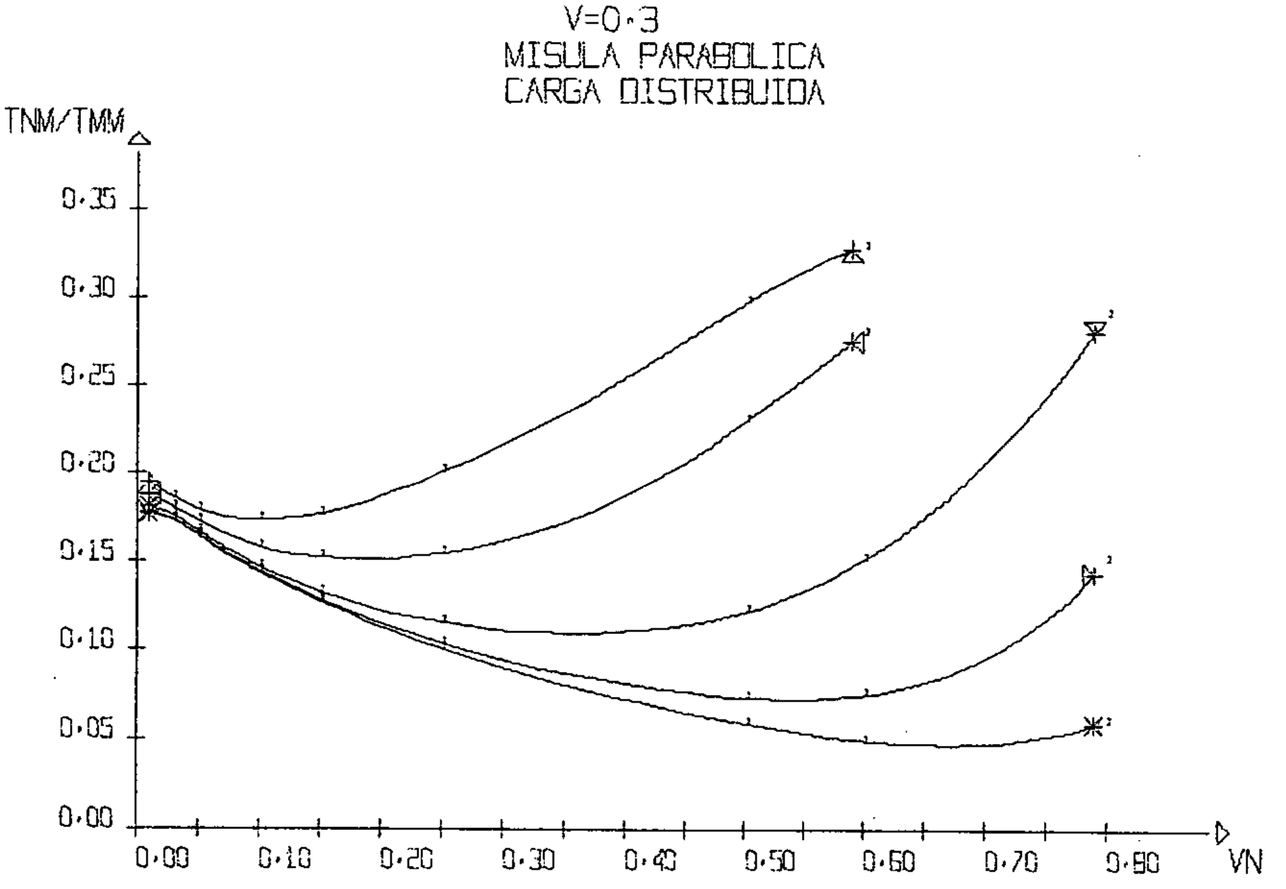

V=0·2
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
TNM/TMM
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.4.15


V=0·3
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
TNM/TMM
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

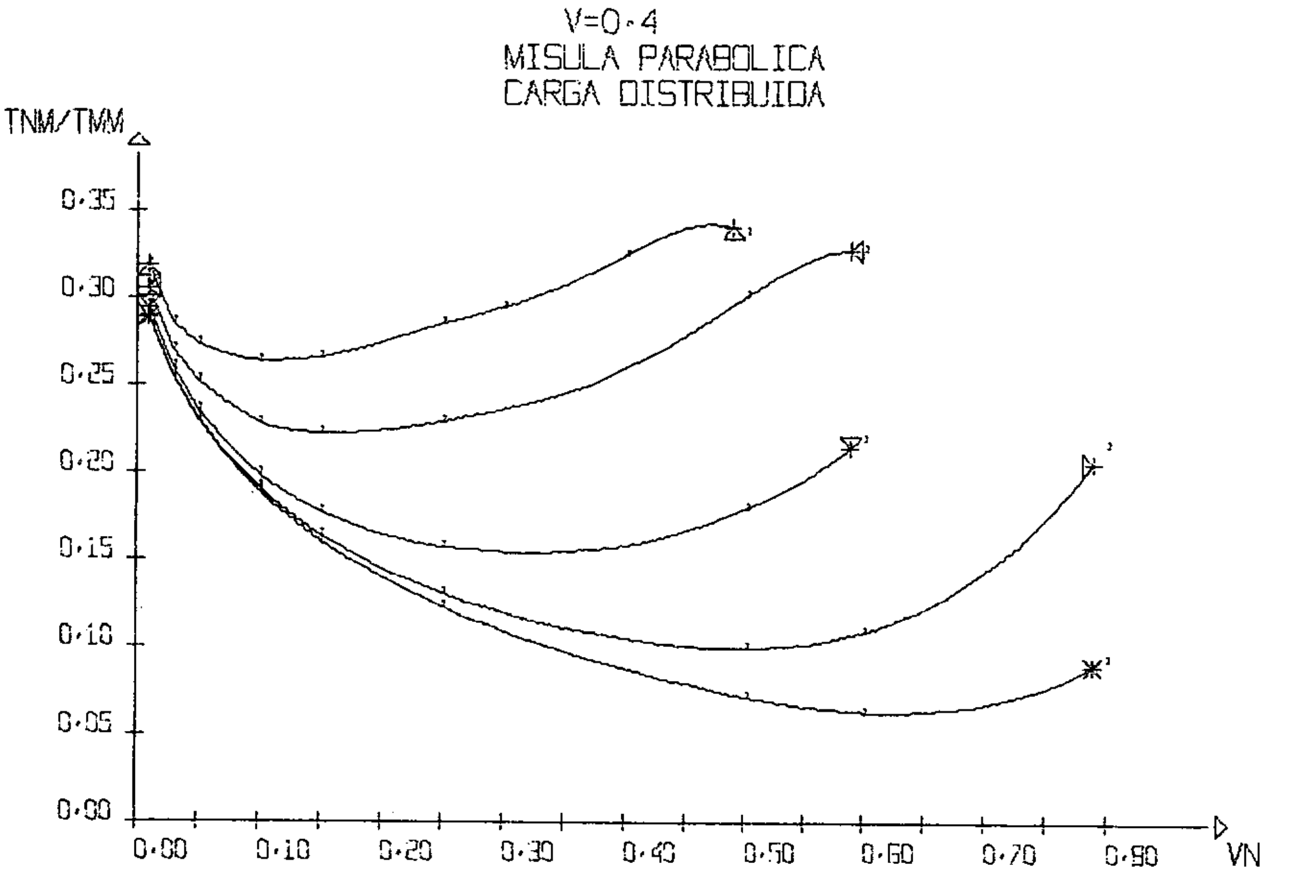
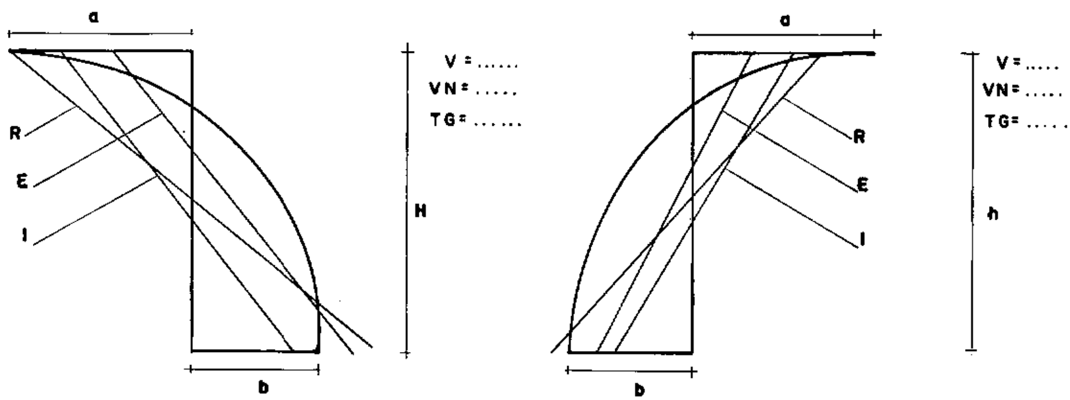

V=0·4
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
TNM/TMM
0·35
0·30
0·25
0·20
0·15
0·10
0·05
0·00
0·00
0·10
0·20
0·30
0·40
0·50
0·60
0·70
0·80
VN

Figura 4.4.16

4.4 - Diagramas de Tensões Normais nas Seções do Engaste e do Meio do Vão

Para se verificar a validade da hipótese das seções planas estão apresentados diagramas de tensões normais nas seções do engaste e do meio do vão, para os valores das relações V, VN e tgα grifados no item 4.1 e para as situações de mīsula e carregamento indicados no item 4.2, cujo aspecto é o da fig.4.5.



(a) seção do engaste (b) seção do vão

Fig. 4.5 - Aspecto dos diagramas de tensões normais

Cada diagrama é identificado da seguinte maneira:

R - diagrama de tensões normais segundo a consideração de eixo reto

I - diagrama de tensões normais segundo a consideração de eixo passando pelos pontos médios das alturas

E - diagrama de tensões normais devidos as resultantes na seção obtida da análise pelo método dos elementos finitos, e distribuidos de acordo com a hipótese das seções planas (item 4.3, fig. 4.3).

- O diagrama que não tem identificação é obtido da análise pelo método dos elementos finitos.

a e b são respectivamente as tensões superior e inferior do diagrama de tensões normais obtido da análise pelo método dos elementos finitos.

H e h são respecitvamente as alturas das seções do engaste e do vão.

Estes diagramas estão apresentados nas figs. 4.6.1 a 4.6.64.

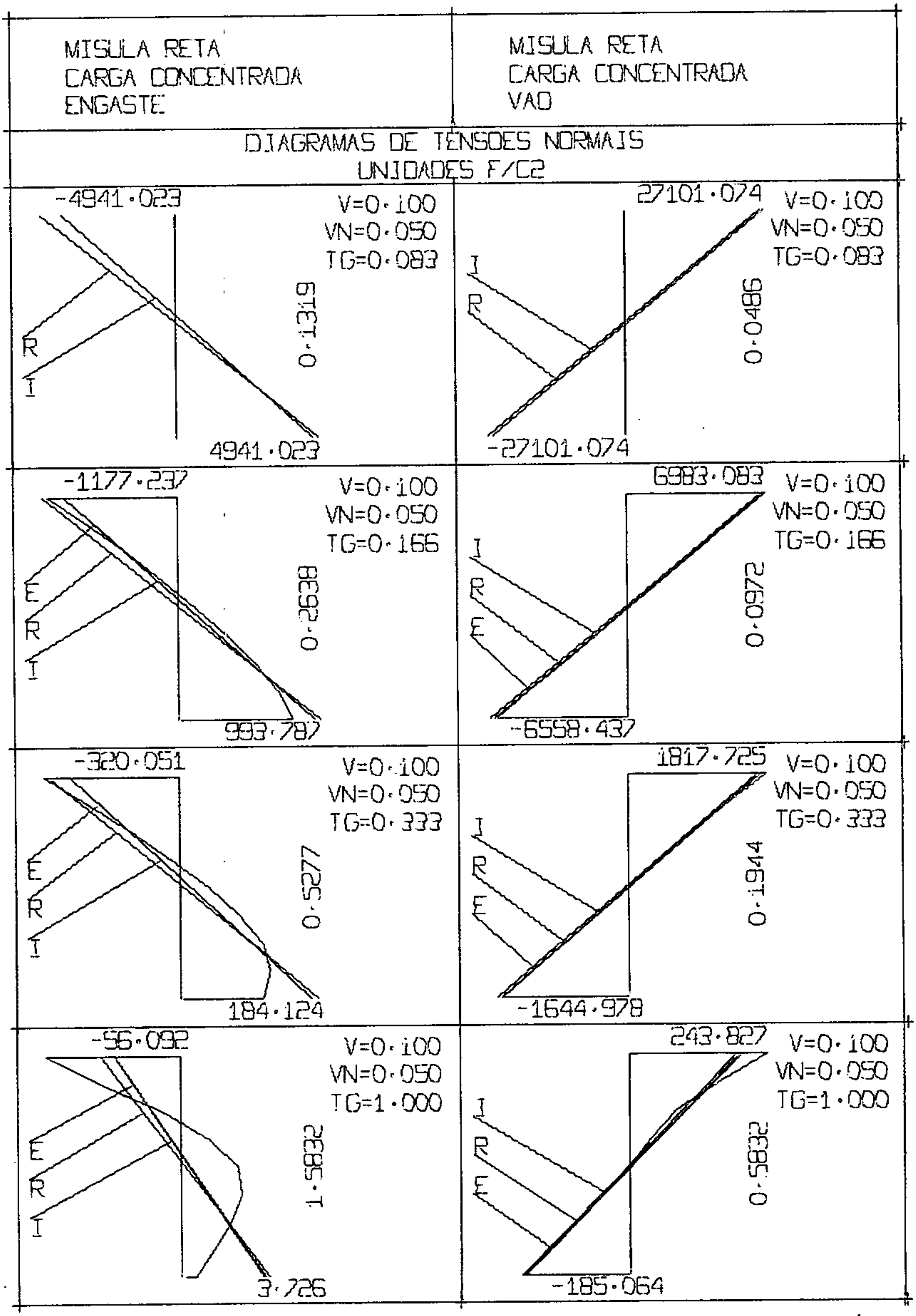

MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-4941.023
V=0.100
VN=0.050
TG=0.083
0.1319
R
I
4941.023
27101.074
V=0.100
VN=0.050
TG=0.083
0.0486
I
R
-27101.074
-1177.237
V=0.100
VN=0.050
TG=0.166
0.2638
E
R
I
993.787
6983.083
V=0.100
VN=0.050
TG=0.166
0.0972
I
R
E
-6558.437
-320.051
V=0.100
VN=0.050
TG=0.333
0.5277
E
R
I
184.124
1817.725
V=0.100
VN=0.050
TG=0.333
0.1944
I
R
E
-1644.978
-56.092
V=0.100
VN=0.050
TG=1.000
1.5832
E
R
I
3.726
243.827
V=0.100
VN=0.050
TG=1.000
0.5832
I
R
E
-185.064

Figura 4.6.1

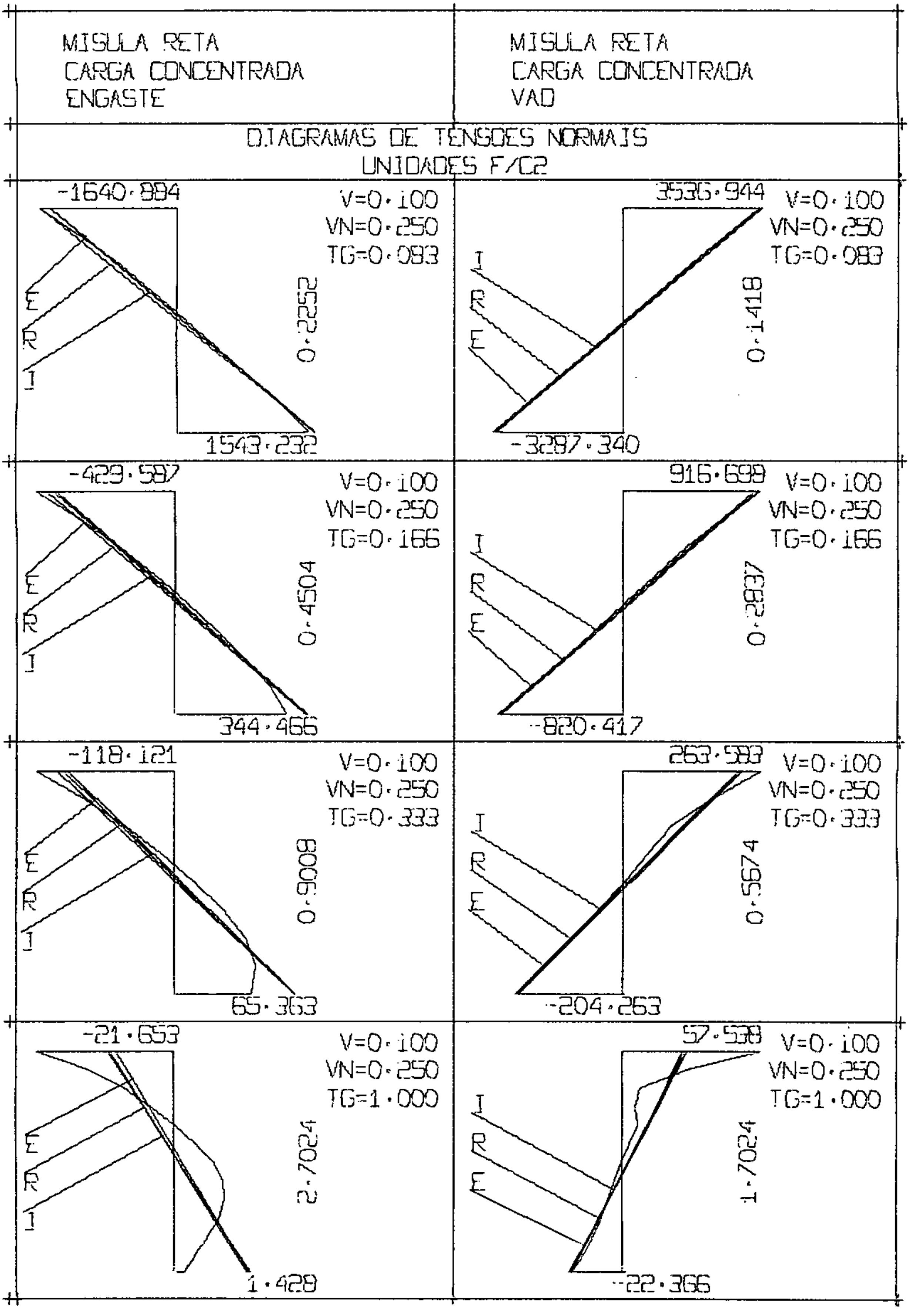

MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
VAD
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-1640.884
V=0.100
VN=0.250
TG=0.083
E
R
I
0.2252
1543.232
3536.944
V=0.100
VN=0.250
TG=0.083
I
R
E
0.1418
-3287.340
-429.587
V=0.100
VN=0.250
TG=0.166
0.4504
344.466
916.699
V=0.100
VN=0.250
TG=0.166
0.2837
-820.417
-118.121
V=0.100
VN=0.250
TG=0.333
0.9008
65.363
263.583
V=0.100
VN=0.250
TG=0.333
0.5674
-204.263
-21.653
V=0.100
VN=0.250
TG=1.000
2.7024
1.428
57.538
V=0.100
VN=0.250
TG=1.000
1.7024
-22.366

Figura 4.6.2

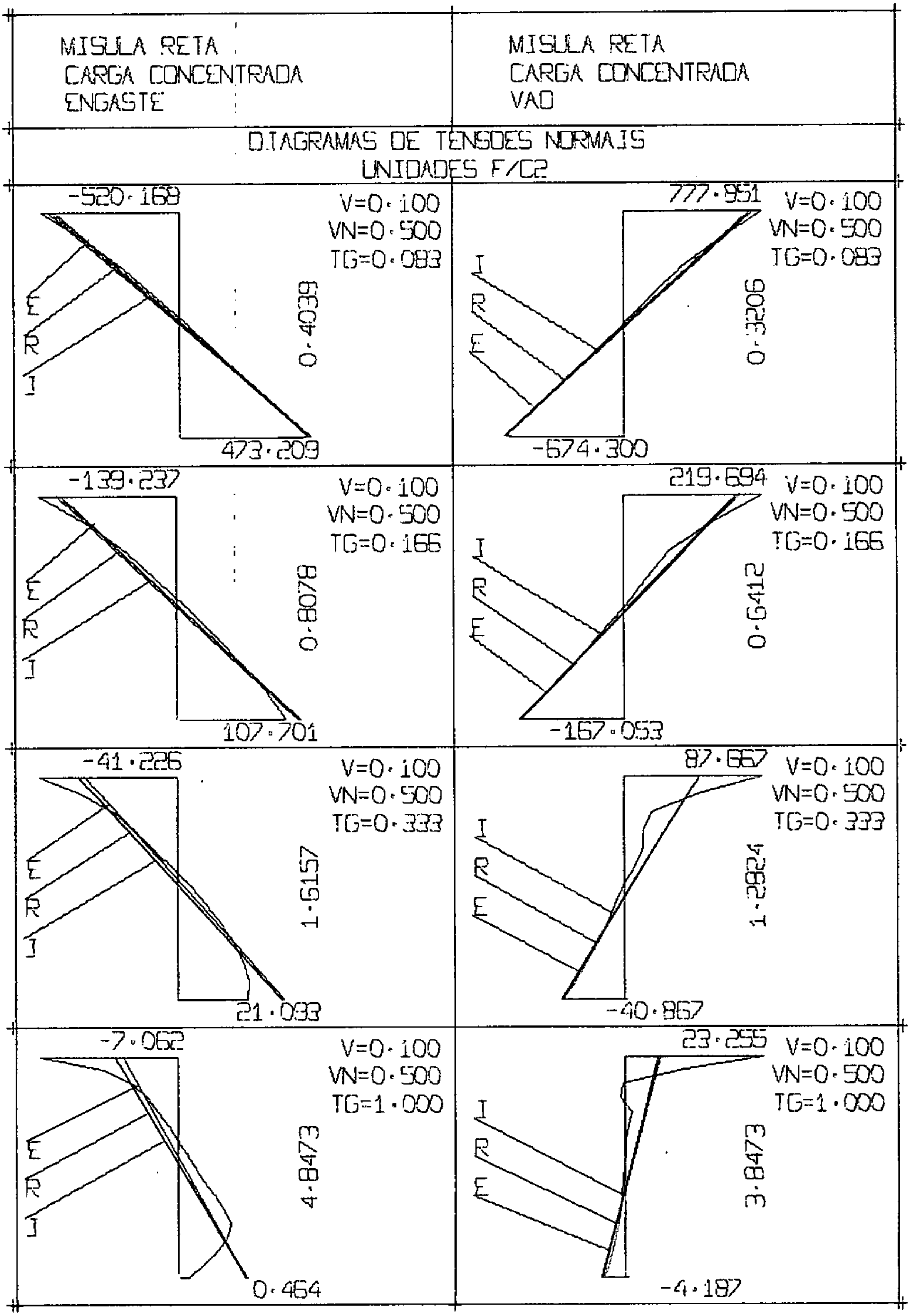

MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-520·168
V=0·100
VN=0·500
TG=0·083
0·4039
473·209
E
R
I
777·951
V=0·100
VN=0·500
TG=0·083
0·3206
-674·300
I
R
E
-139·237
V=0·100
VN=0·500
TG=0·166
0·8078
107·701
E
R
I
219·694
V=0·100
VN=0·500
TG=0·166
0·6412
-167·053
I
R
E
-41·226
V=0·100
VN=0·500
TG=0·333
1·6157
21·033
E
R
I
87·667
V=0·100
VN=0·500
TG=0·333
1·2824
-40·867
I
R
E
-7·062
V=0·100
VN=0·500
TG=1·000
4·8473
0·464
E
R
I
23·255
V=0·100
VN=0·500
TG=1·000
3·8473
-4·187
I
R
E

Figura 4.6.3

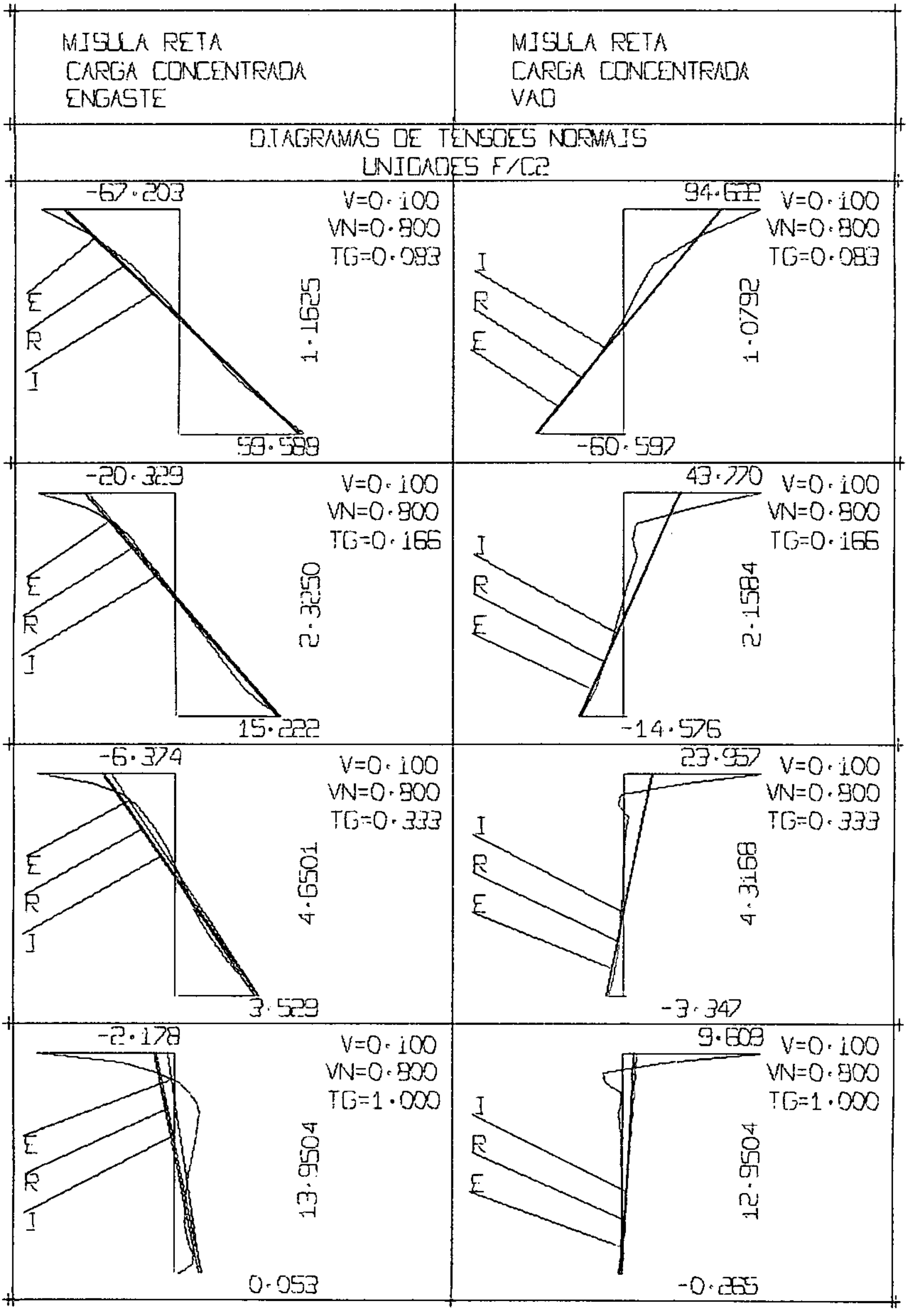

MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-67·203
V=0·100
VN=0·800
TG=0·083
E
R
I
1·1625
59·589
94·632
V=0·100
VN=0·800
TG=0·083
I
R
E
1·0792
-60·597
-20·329
V=0·100
VN=0·800
TG=0·166
E
R
I
2·3250
15·222
43·770
V=0·100
VN=0·800
TG=0·166
I
R
E
2·1584
-14·576
-6·374
V=0·100
VN=0·800
TG=0·333
E
R
I
4·6501
3·529
23·957
V=0·100
VN=0·800
TG=0·333
I
R
E
4·3168
-3·347
-2·178
V=0·100
VN=0·800
TG=1·000
E
R
I
13·9504
0·053
9·608
V=0·100
VN=0·800
TG=1·000
I
R
E
12·9504
-0·265

Figura 4.6.4

MISULA RETA CARGA CONCENTRADA ENGASTE	MISULA RETA CARGA CONCENTRADA VAO

DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2

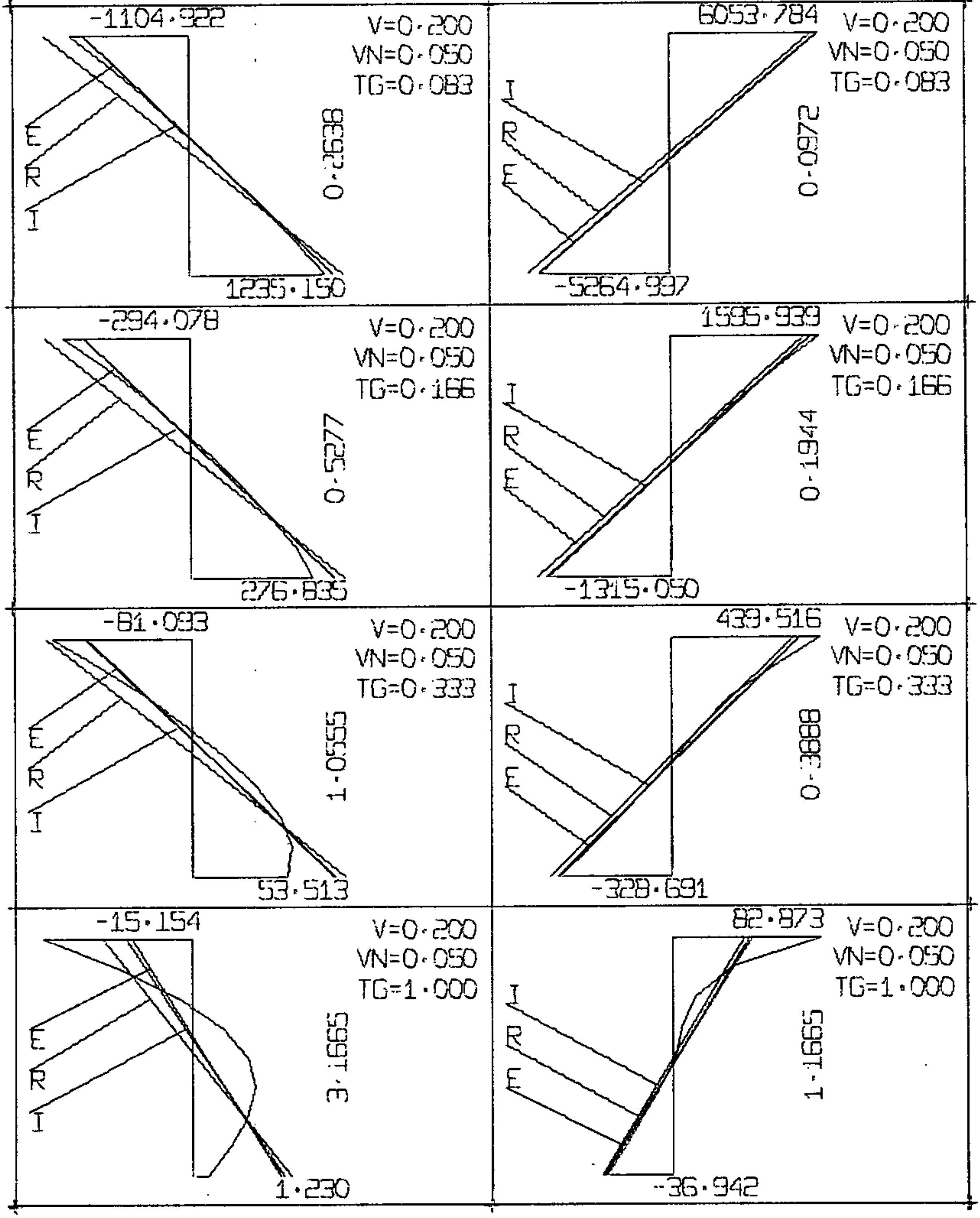


Figura 4.6.5

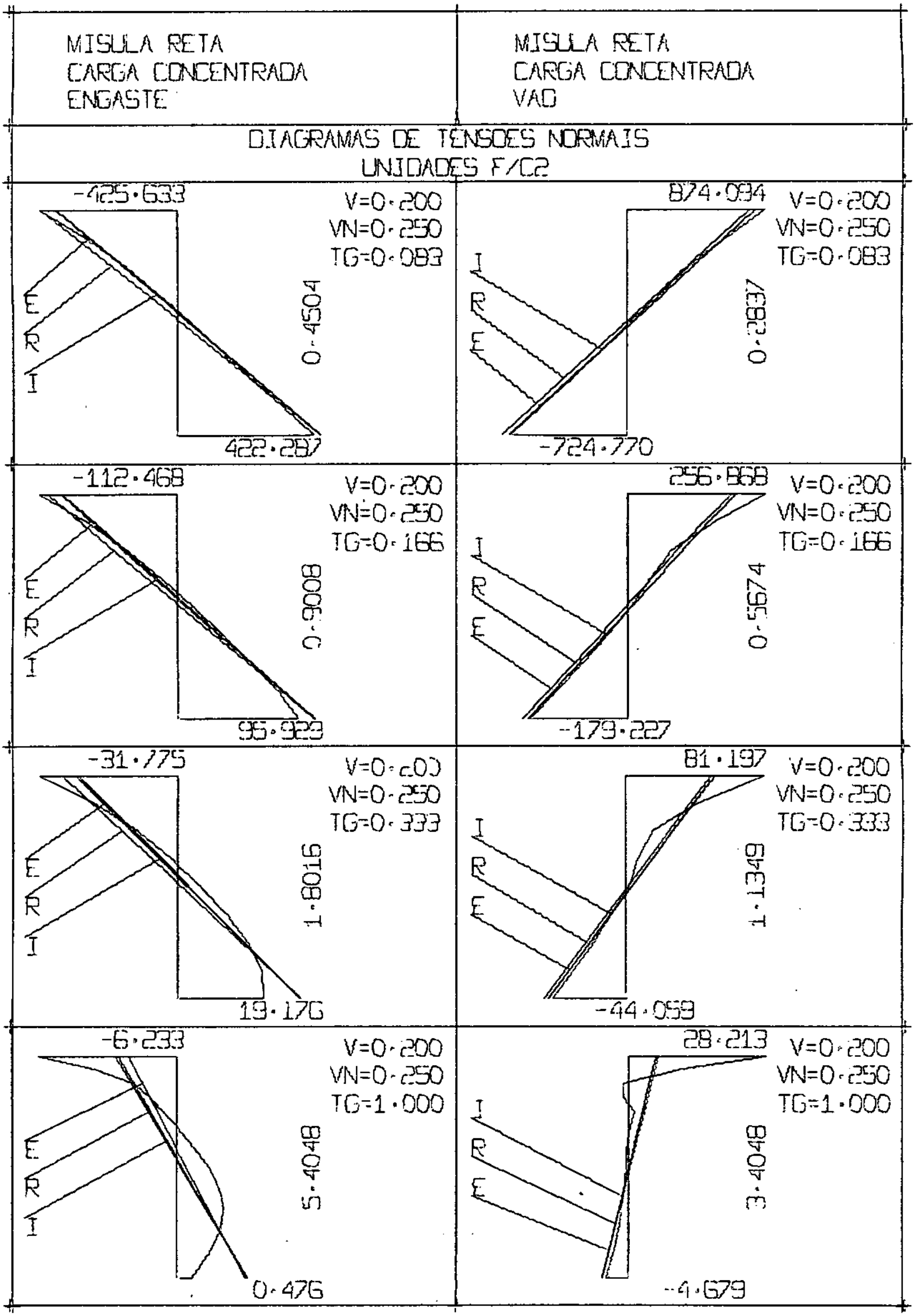

MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-425.633
V=0.200
VN=0.250
TG=0.083
E
R
I
0.4504
422.287
874.094
V=0.200
VN=0.250
TG=0.083
I
R
E
0.2837
-724.770
-112.468
V=0.200
VN=0.250
TG=0.166
E
R
I
0.9008
95.929
256.868
V=0.200
VN=0.250
TG=0.166
I
R
E
0.5674
-179.227
-31.775
V=0.200
VN=0.250
TG=0.333
E
R
I
1.8016
19.176
81.197
V=0.200
VN=0.250
TG=0.333
I
R
E
1.1349
-44.059
-6.233
V=0.200
VN=0.250
TG=1.000
E
R
I
5.4048
0.476
28.213
V=0.200
VN=0.250
TG=1.000
I
R
E
3.4048
-4.679

Figura 4.6.6

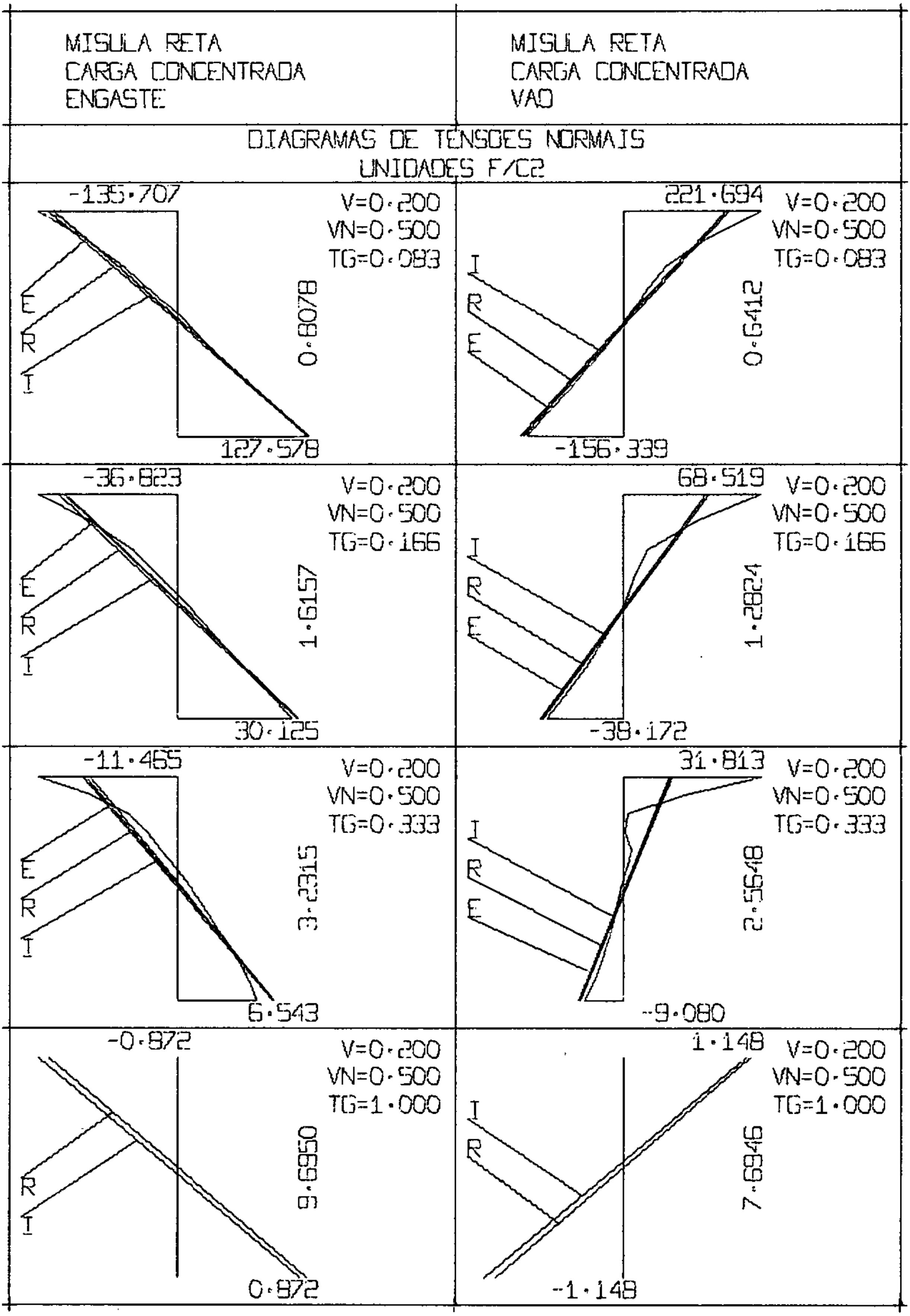

MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-135.707
V=0.200
VN=0.500
TG=0.083
E
R
I
0.8078
127.578
221.694
V=0.200
VN=0.500
TG=0.083
I
R
E
0.6412
-156.339
-36.823
V=0.200
VN=0.500
TG=0.166
E
R
I
1.6157
30.125
68.519
V=0.200
VN=0.500
TG=0.166
I
R
E
1.2824
-38.172
-11.465
V=0.200
VN=0.500
TG=0.333
E
R
I
3.2315
6.543
31.813
V=0.200
VN=0.500
TG=0.333
I
R
E
2.5648
-9.080
-0.872
V=0.200
VN=0.500
TG=1.000
R
I
9.6950
0.872
1.148
V=0.200
VN=0.500
TG=1.000
I
R
7.6946
-1.148

Figura 4.6.7

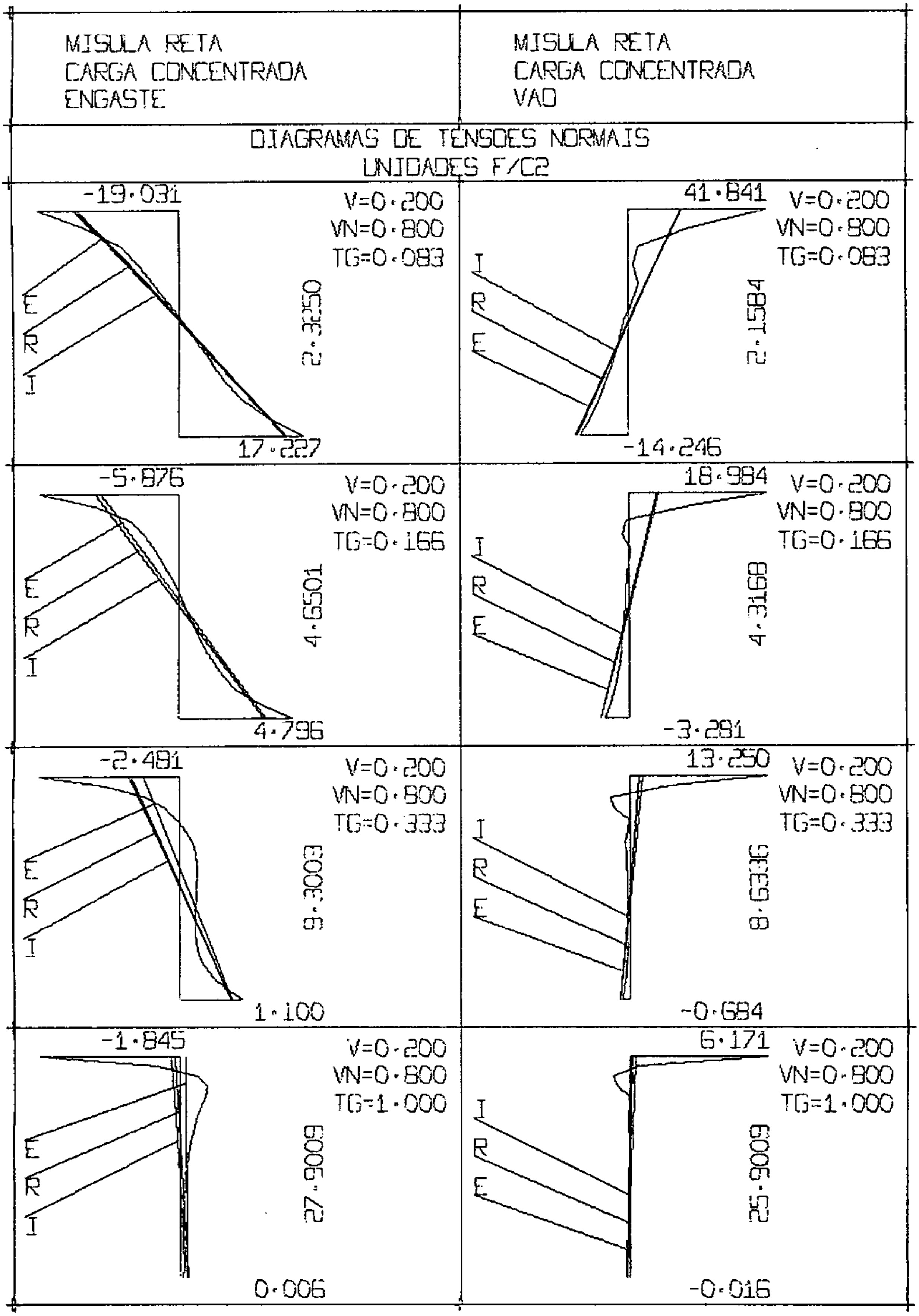

MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-19.031
V=0.200
VN=0.800
TG=0.083
E
R
I
2.3250
17.227
41.841
V=0.200
VN=0.800
TG=0.083
I
R
E
2.1584
-14.246
-5.876
V=0.200
VN=0.800
TG=0.166
E
R
I
4.6501
4.796
18.984
V=0.200
VN=0.800
TG=0.166
I
R
E
4.3168
-3.281
-2.481
V=0.200
VN=0.800
TG=0.333
E
R
I
9.3003
1.100
13.250
V=0.200
VN=0.800
TG=0.333
I
R
E
8.6336
-0.684
-1.845
V=0.200
VN=0.800
TG=1.000
E
R
I
27.9009
0.006
6.171
V=0.200
VN=0.800
TG=1.000
I
R
E
25.9009
-0.016

Figura 4.6.8

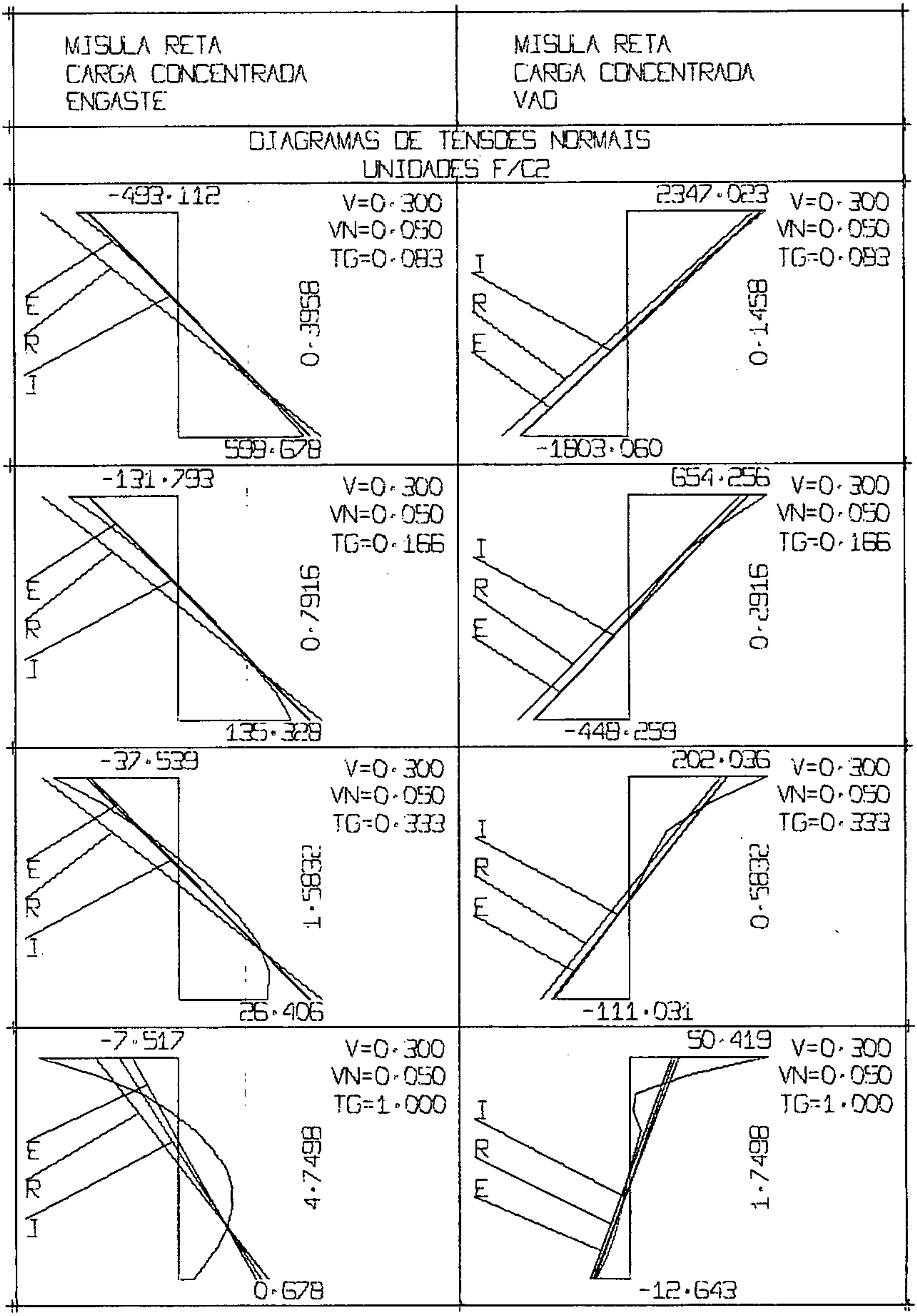

MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-493.112
V=0.300
VN=0.050
TG=0.083
0.3958
E
R
I
599.678
2347.023
V=0.300
VN=0.050
TG=0.083
0.1458
I
R
E
-1803.060
-131.793
V=0.300
VN=0.050
TG=0.166
0.7916
E
R
I
135.328
654.256
V=0.300
VN=0.050
TG=0.166
0.2916
I
R
E
-448.259
-37.539
V=0.300
VN=0.050
TG=0.333
1.5832
E
R
I
26.406
202.036
V=0.300
VN=0.050
TG=0.333
0.5832
I
R
E
-111.031
-7.517
V=0.300
VN=0.050
TG=1.000
4.7498
E
R
I
0.678
50.419
V=0.300
VN=0.050
TG=1.000
1.7498
I
R
E
-12.643

Figura 4.6.9

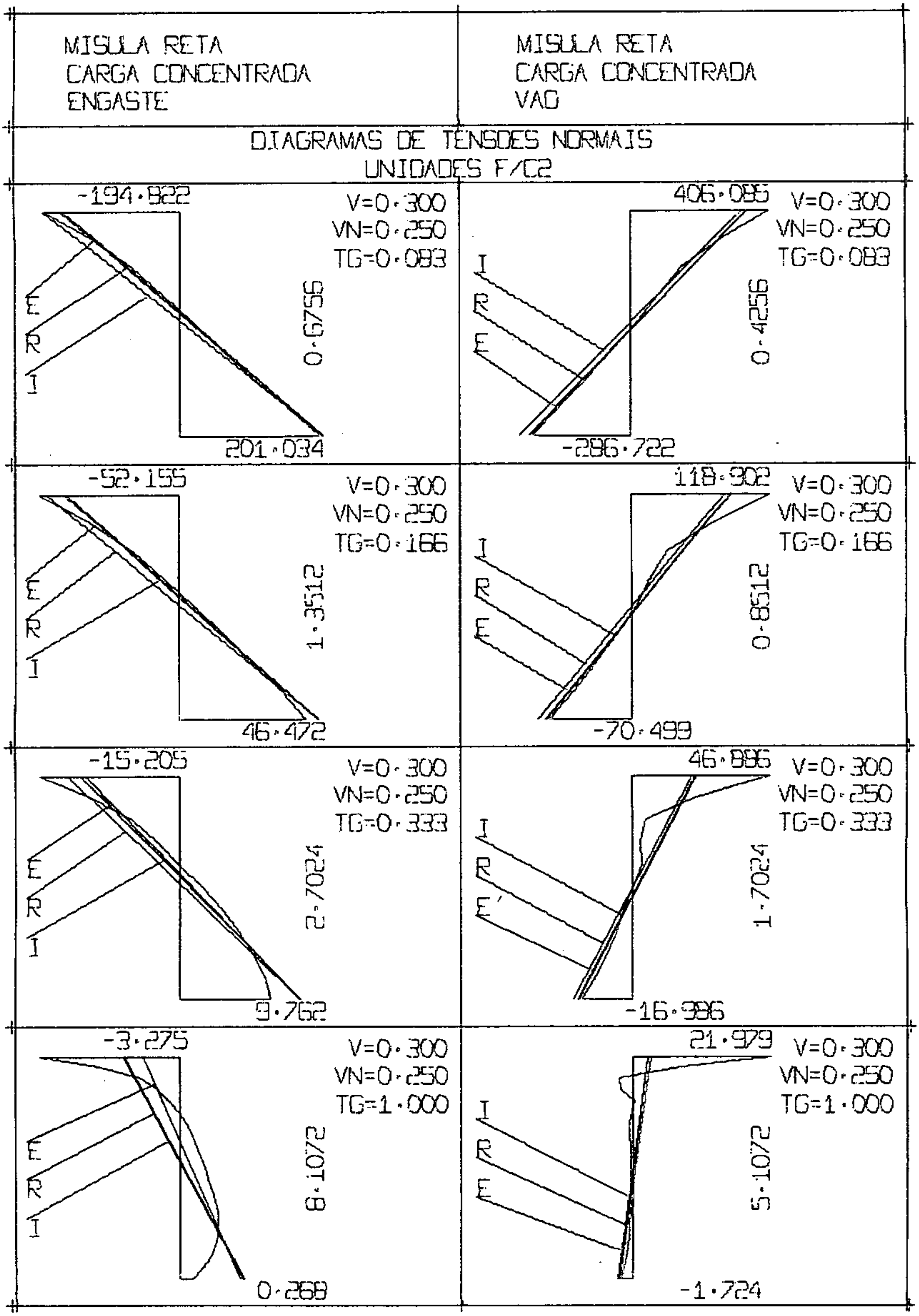

MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-194.822
V=0.300
VN=0.250
TG=0.083
0.6756
201.034
406.085
V=0.300
VN=0.250
TG=0.083
0.4256
-286.722
-52.155
V=0.300
VN=0.250
TG=0.166
1.3512
46.472
118.902
V=0.300
VN=0.250
TG=0.166
0.8512
-70.499
-15.205
V=0.300
VN=0.250
TG=0.333
2.7024
9.762
46.886
V=0.300
VN=0.250
TG=0.333
1.7024
-16.986
-3.275
V=0.300
VN=0.250
TG=1.000
8.1072
0.268
21.979
V=0.300
VN=0.250
TG=1.000
5.1072
-1.724
E
R
I

Figura 4.6.10

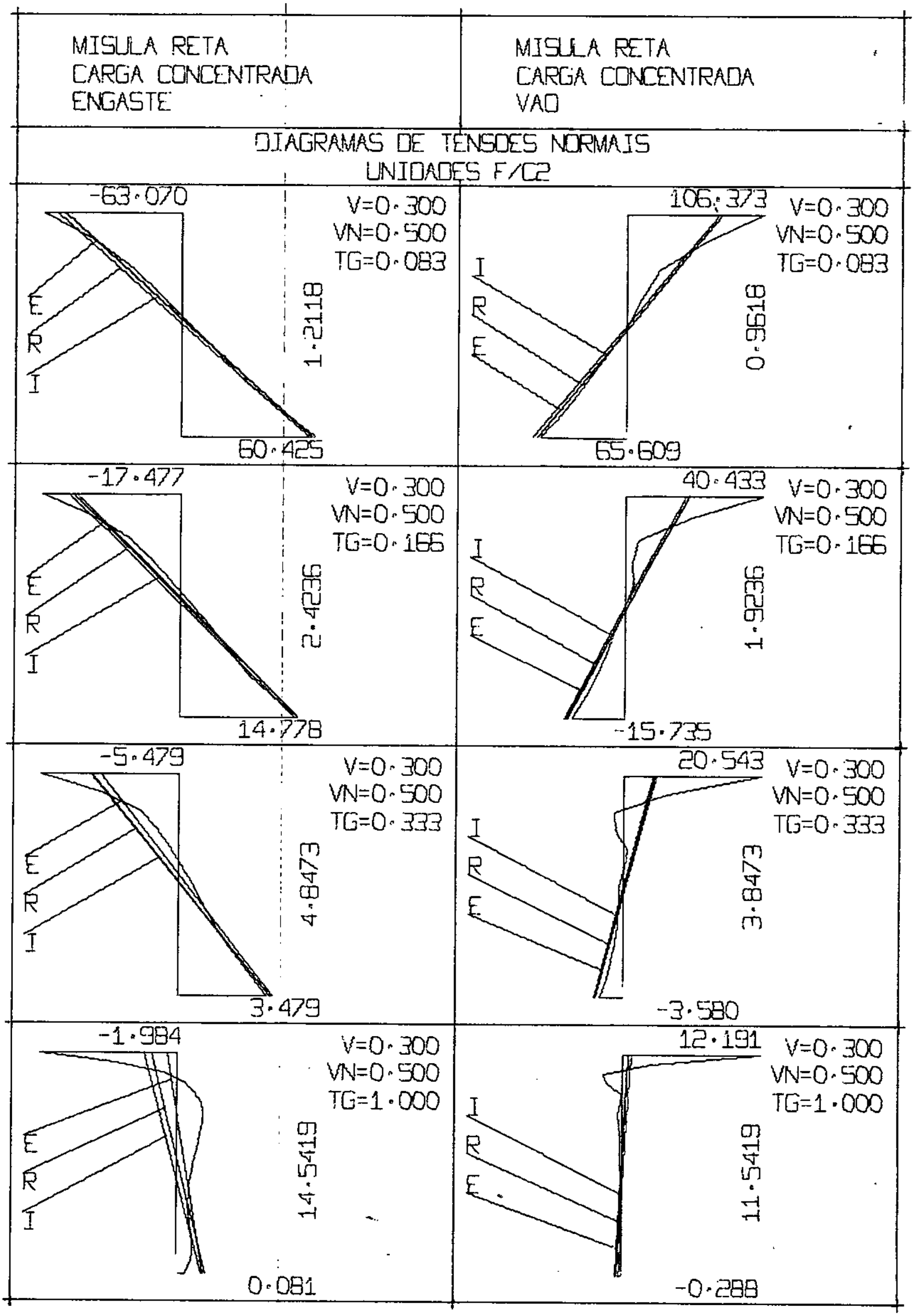

MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-63.070
V=0.300
VN=0.500
TG=0.083
E
R
I
1.2118
60.425
106.373
V=0.300
VN=0.500
TG=0.083
I
R
E
0.9618
65.609
-17.477
V=0.300
VN=0.500
TG=0.166
E
R
I
2.4236
14.778
40.433
V=0.300
VN=0.500
TG=0.166
I
R
E
1.9236
-15.735
-5.479
V=0.300
VN=0.500
TG=0.333
E
R
I
4.8473
3.479
20.543
V=0.300
VN=0.500
TG=0.333
I
R
E
3.8473
-3.580
-1.984
V=0.300
VN=0.500
TG=1.000
E
R
I
14.5419
0.081
12.191
V=0.300
VN=0.500
TG=1.000
I
R
E
11.5419
-0.288

Figura 4.6.11

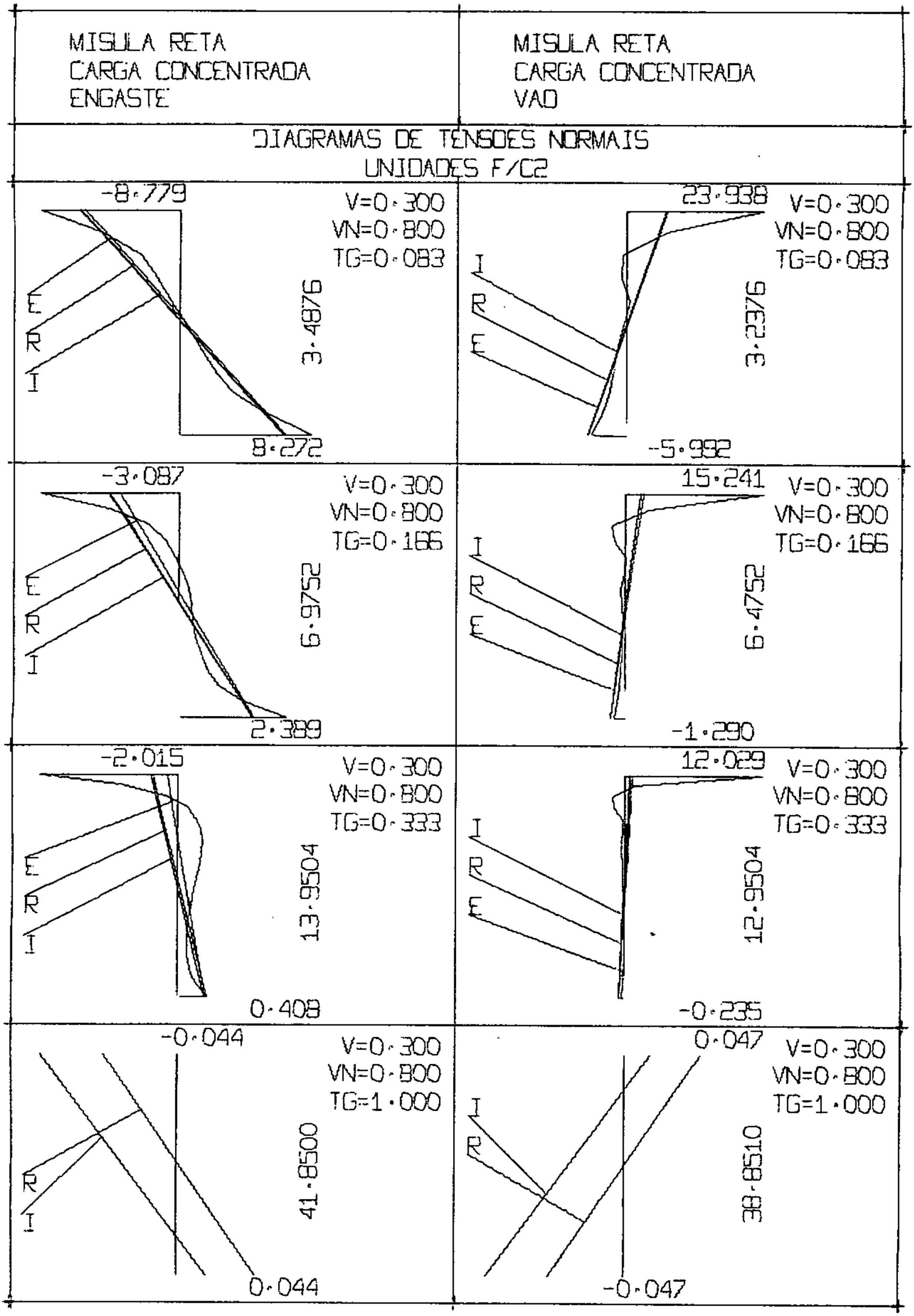

MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-8.779
V=0.300
VN=0.800
TG=0.083
E
R
I
3.4876
8.272
23.938
V=0.300
VN=0.800
TG=0.083
I
R
E
3.2376
-5.992
-3.087
V=0.300
VN=0.800
TG=0.166
E
R
I
6.9752
2.389
15.241
V=0.300
VN=0.800
TG=0.166
I
R
E
6.4752
-1.290
-2.015
V=0.300
VN=0.800
TG=0.333
E
R
I
13.9504
0.408
12.029
V=0.300
VN=0.800
TG=0.333
I
R
E
12.9504
-0.235
-0.044
V=0.300
VN=0.800
TG=1.000
R
I
41.8500
0.044
0.047
V=0.300
VN=0.800
TG=1.000
I
R
38.8510
-0.047

Figura 4.6.12

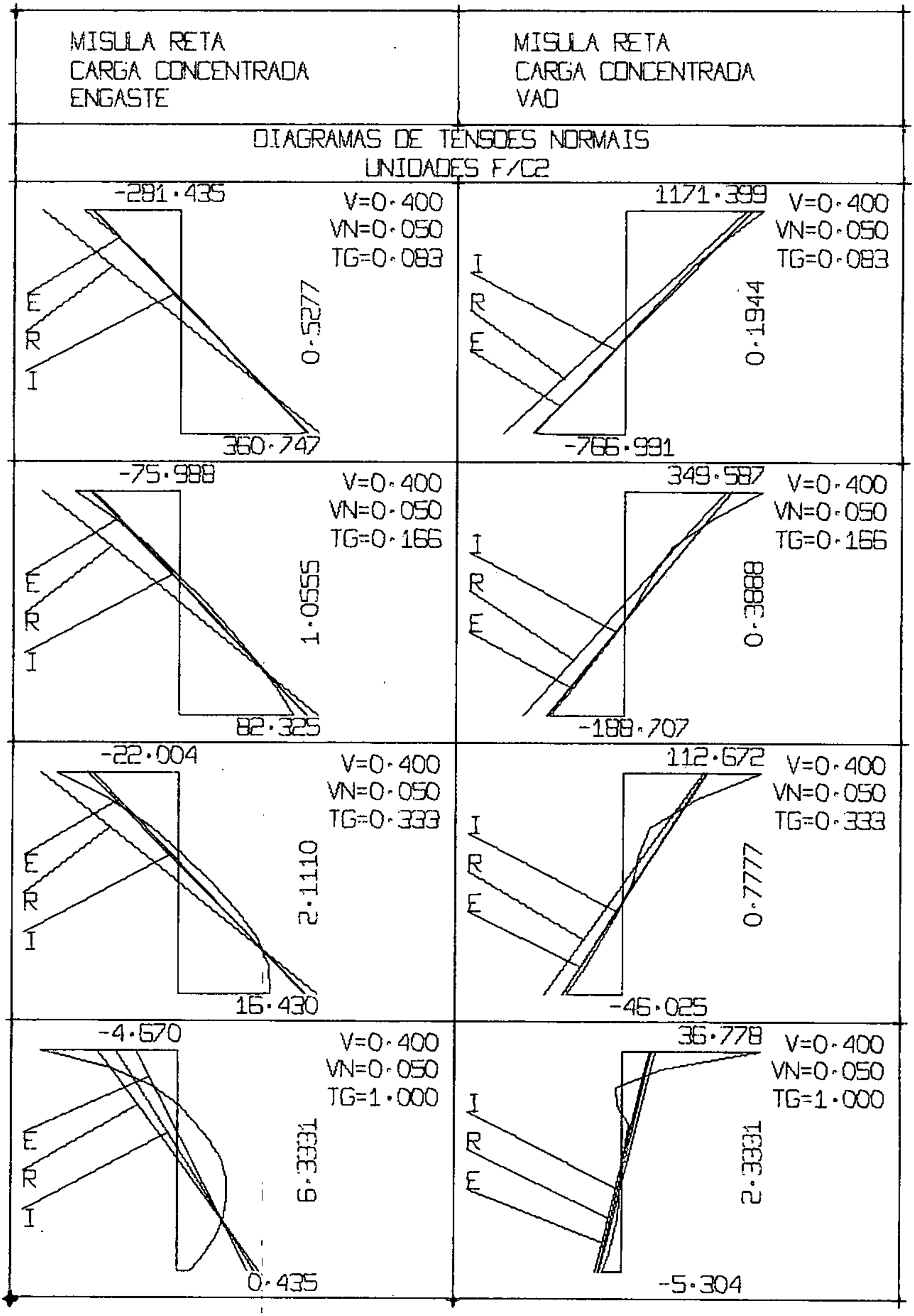

MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-281.435
V=0.400
VN=0.050
TG=0.083
E
R
I
0.5277
360.747
1171.399
V=0.400
VN=0.050
TG=0.083
I
R
E
0.1944
-766.991
-75.988
V=0.400
VN=0.050
TG=0.166
E
R
I
1.0555
82.325
349.587
V=0.400
VN=0.050
TG=0.166
I
R
E
0.3888
-188.707
-22.004
V=0.400
VN=0.050
TG=0.333
E
R
I
2.1110
16.430
112.672
V=0.400
VN=0.050
TG=0.333
I
R
E
0.7777
-46.025
-4.670
V=0.400
VN=0.050
TG=1.000
E
R
I
6.3331
0.435
36.778
V=0.400
VN=0.050
TG=1.000
I
R
E
2.3331
-5.304

Figura 4.6.13

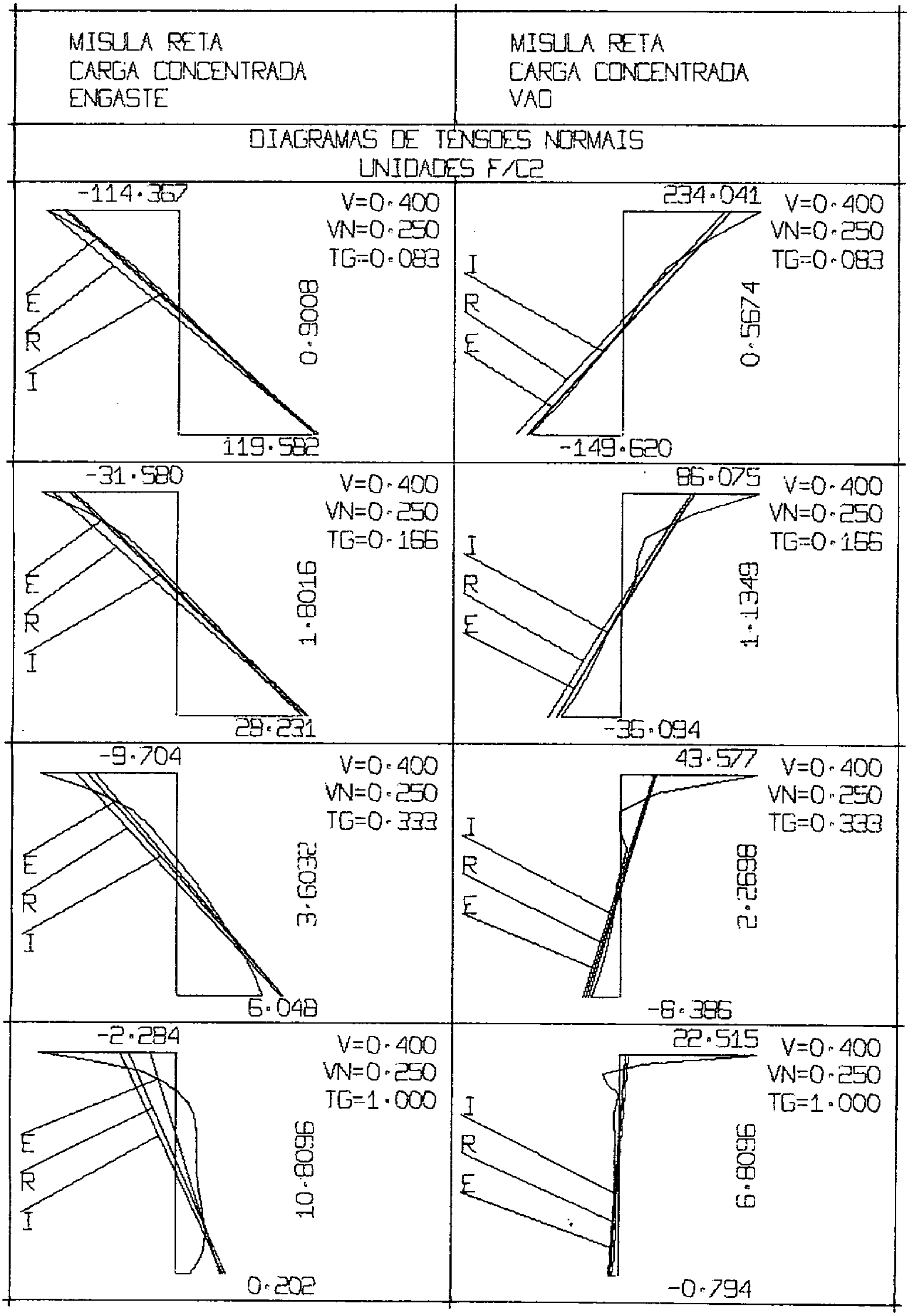
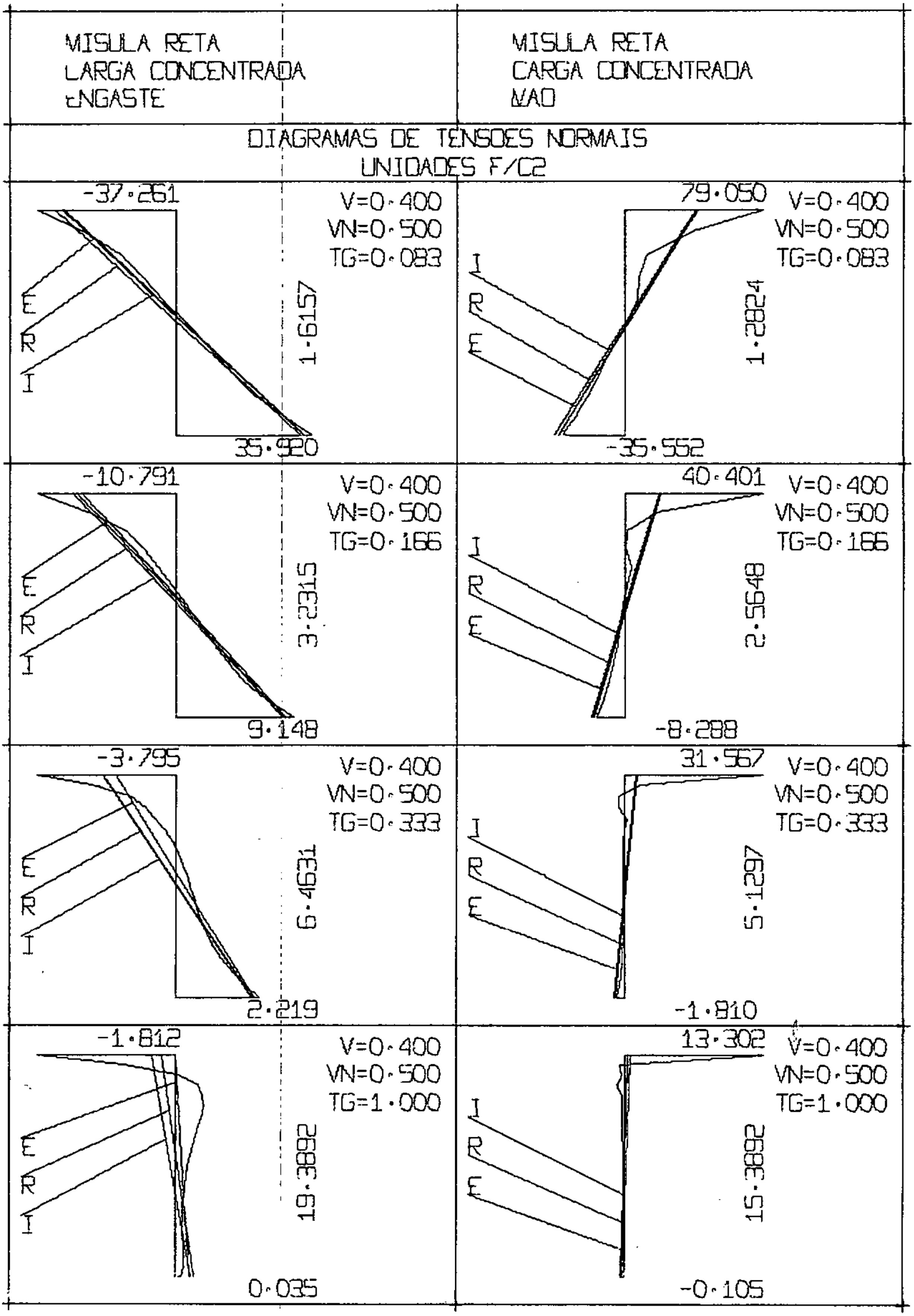

MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-114.367
V=0.400
VN=0.250
TG=0.083
0.9008
E
R
I
119.582
234.041
V=0.400
VN=0.250
TG=0.083
0.5674
I
R
E
-149.620
-31.580
V=0.400
VN=0.250
TG=0.166
1.8016
E
R
I
28.231
86.075
V=0.400
VN=0.250
TG=0.166
1.1349
I
R
E
-35.094
-9.704
V=0.400
VN=0.250
TG=0.333
3.6032
E
R
I
6.048
43.577
V=0.400
VN=0.250
TG=0.333
2.2698
I
R
E
-8.386
-2.284
V=0.400
VN=0.250
TG=1.000
10.8096
E
R
I
0.202
22.515
V=0.400
VN=0.250
TG=1.000
6.8096
I
R
E
-0.794

Figura 4.6.14



MISULA RETA
LARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
NAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-37·261
V=0·400
VN=0·500
TG=0·083
E
R
I
1·6157
35·920
79·050
V=0·400
VN=0·500
TG=0·083
I
R
E
1·2824
-35·552
-10·791
V=0·400
VN=0·500
TG=0·166
E
R
I
3·2315
9·148
40·401
V=0·400
VN=0·500
TG=0·166
I
R
E
2·5648
-8·288
-3·795
V=0·400
VN=0·500
TG=0·333
E
R
I
6·4631
2·219
31·567
V=0·400
VN=0·500
TG=0·333
I
R
E
5·1297
-1·810
-1·812
V=0·400
VN=0·500
TG=1·000
E
R
I
19·3892
0·035
13·302
V=0·400
VN=0·500
TG=1·000
I
R
E
15·3892
-0·105

Figura 4.6.15

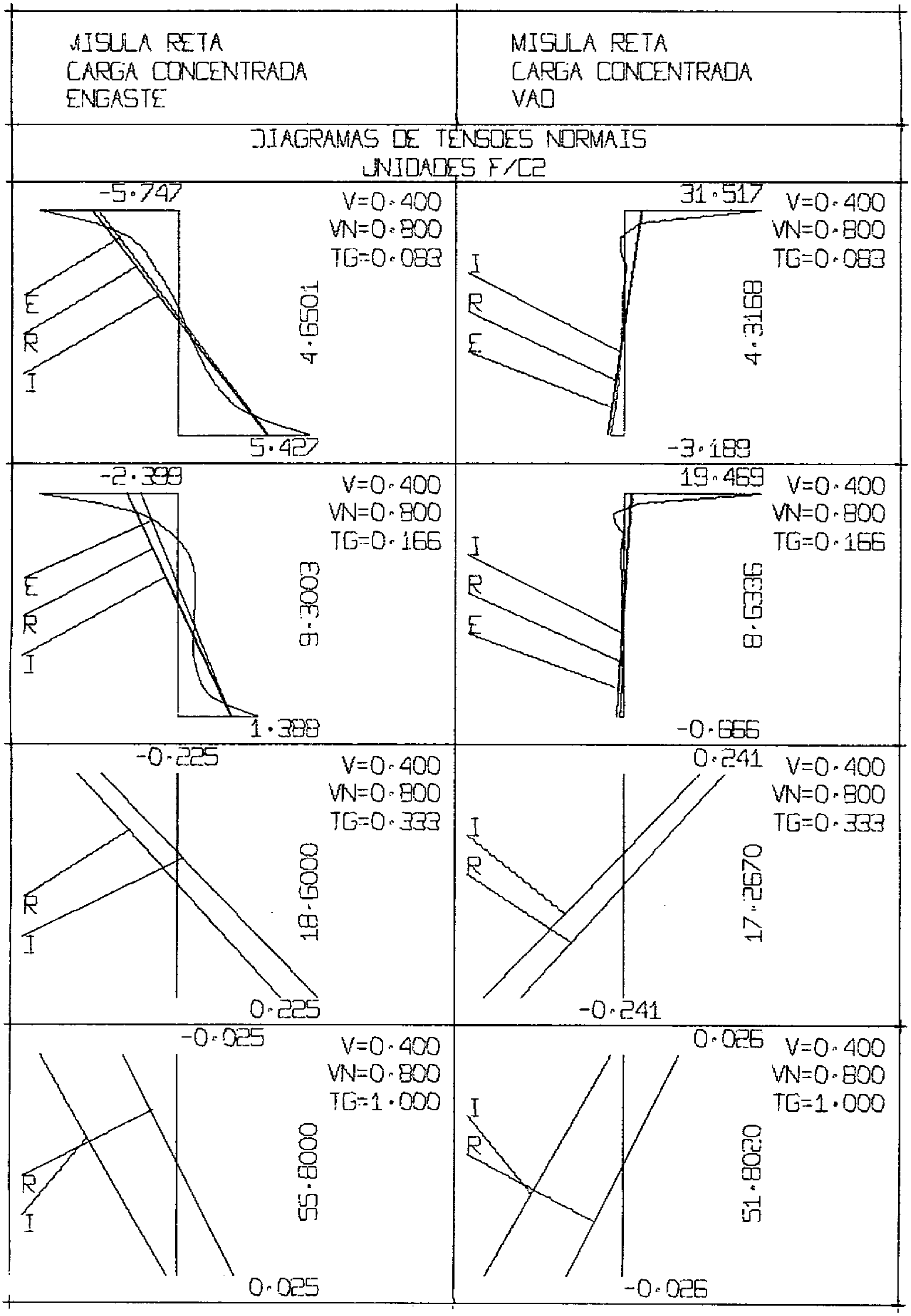

MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-5.747
V=0.400
VN=0.800
TG=0.083
E
R
I
4.6501
5.427
31.517
V=0.400
VN=0.800
TG=0.083
I
R
E
4.3168
-3.189
-2.399
V=0.400
VN=0.800
TG=0.166
E
R
I
9.3003
1.388
19.469
V=0.400
VN=0.800
TG=0.166
I
R
E
8.6336
-0.666
-0.225
V=0.400
VN=0.800
TG=0.333
R
I
18.6000
0.225
0.241
V=0.400
VN=0.800
TG=0.333
I
R
17.2670
-0.241
-0.025
V=0.400
VN=0.800
TG=1.000
R
I
55.8000
0.025
0.026
V=0.400
VN=0.800
TG=1.000
I
R
51.8020
-0.026

Figura 4.6.16

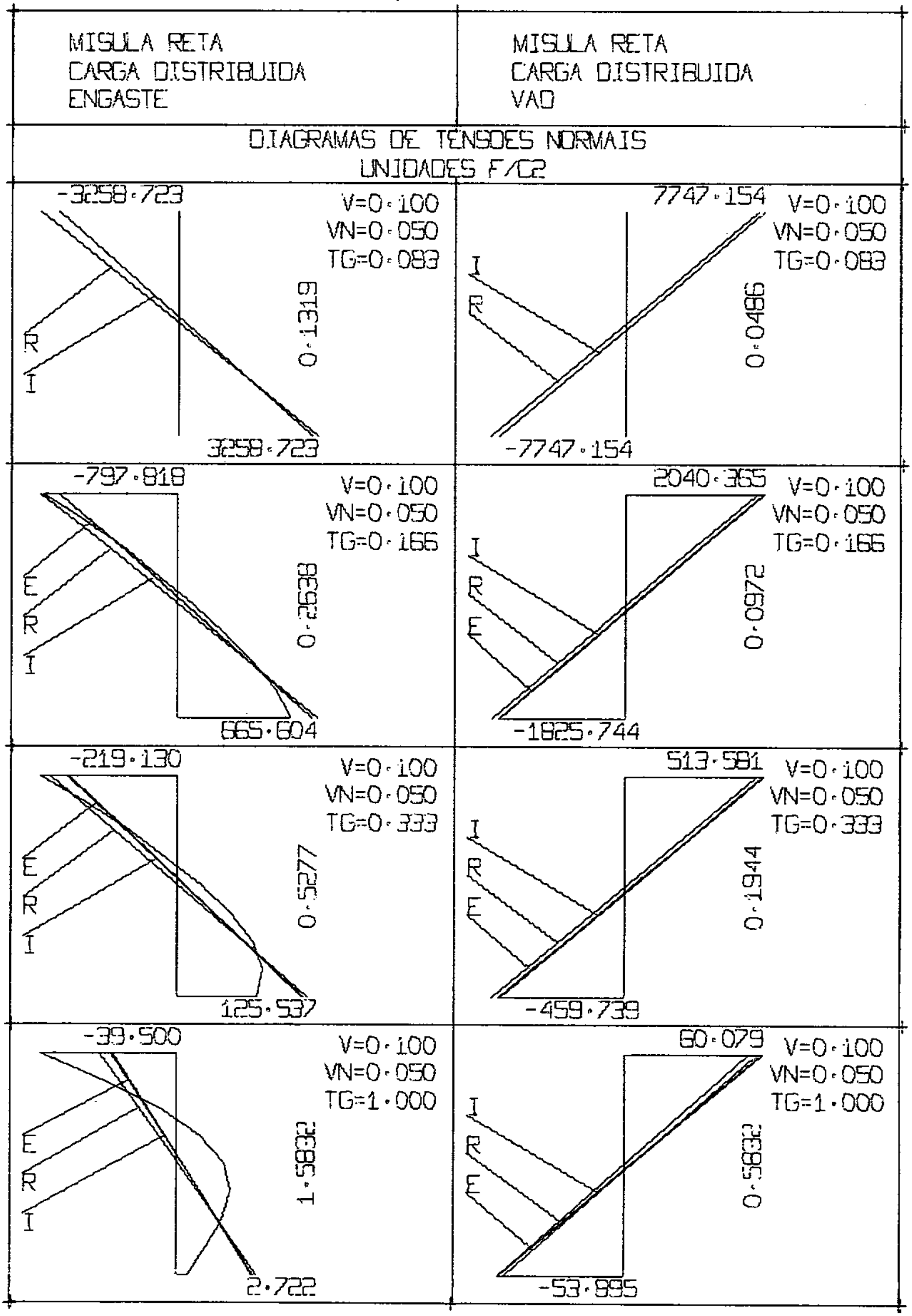

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-3258.723
V=0.100
VN=0.050
TG=0.083
0.1319
R
I
3258.723
7747.154
V=0.100
VN=0.050
TG=0.083
0.0486
I
R
-7747.154
-797.818
V=0.100
VN=0.050
TG=0.166
0.2638
E
R
I
665.604
2040.365
V=0.100
VN=0.050
TG=0.166
0.0972
I
R
E
-1825.744
-219.130
V=0.100
VN=0.050
TG=0.333
0.5277
E
R
I
125.537
513.581
V=0.100
VN=0.050
TG=0.333
0.1944
I
R
E
-459.739
-39.500
V=0.100
VN=0.050
TG=1.000
1.5832
E
R
I
2.722
60.079
V=0.100
VN=0.050
TG=1.000
0.5832
I
R
E
-53.895

Figura 4.6.17

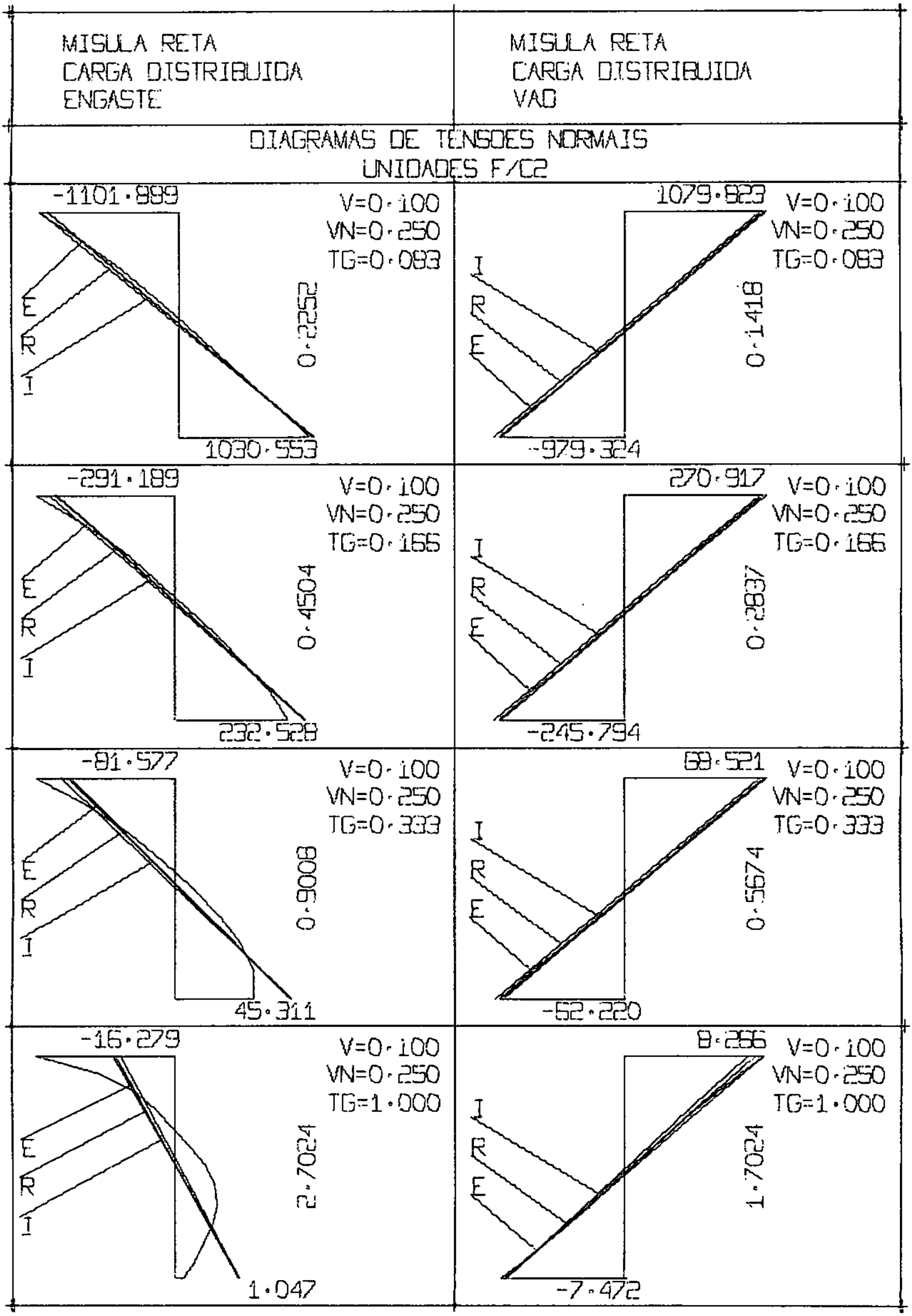

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-1101.889
V=0.100
VN=0.250
TG=0.083
E
R
I
0.2252
1030.553
1079.823
V=0.100
VN=0.250
TG=0.083
I
R
E
0.1418
-979.324
-291.189
V=0.100
VN=0.250
TG=0.166
E
R
I
0.4504
232.528
270.917
V=0.100
VN=0.250
TG=0.166
I
R
E
0.2837
-245.794
-81.577
V=0.100
VN=0.250
TG=0.333
E
R
I
0.9008
45.311
68.521
V=0.100
VN=0.250
TG=0.333
I
R
E
0.5674
-52.220
-16.279
V=0.100
VN=0.250
TG=1.000
E
R
I
2.7024
1.047
8.266
V=0.100
VN=0.250
TG=1.000
I
R
E
1.7024
-7.472

Figura 4.6.18

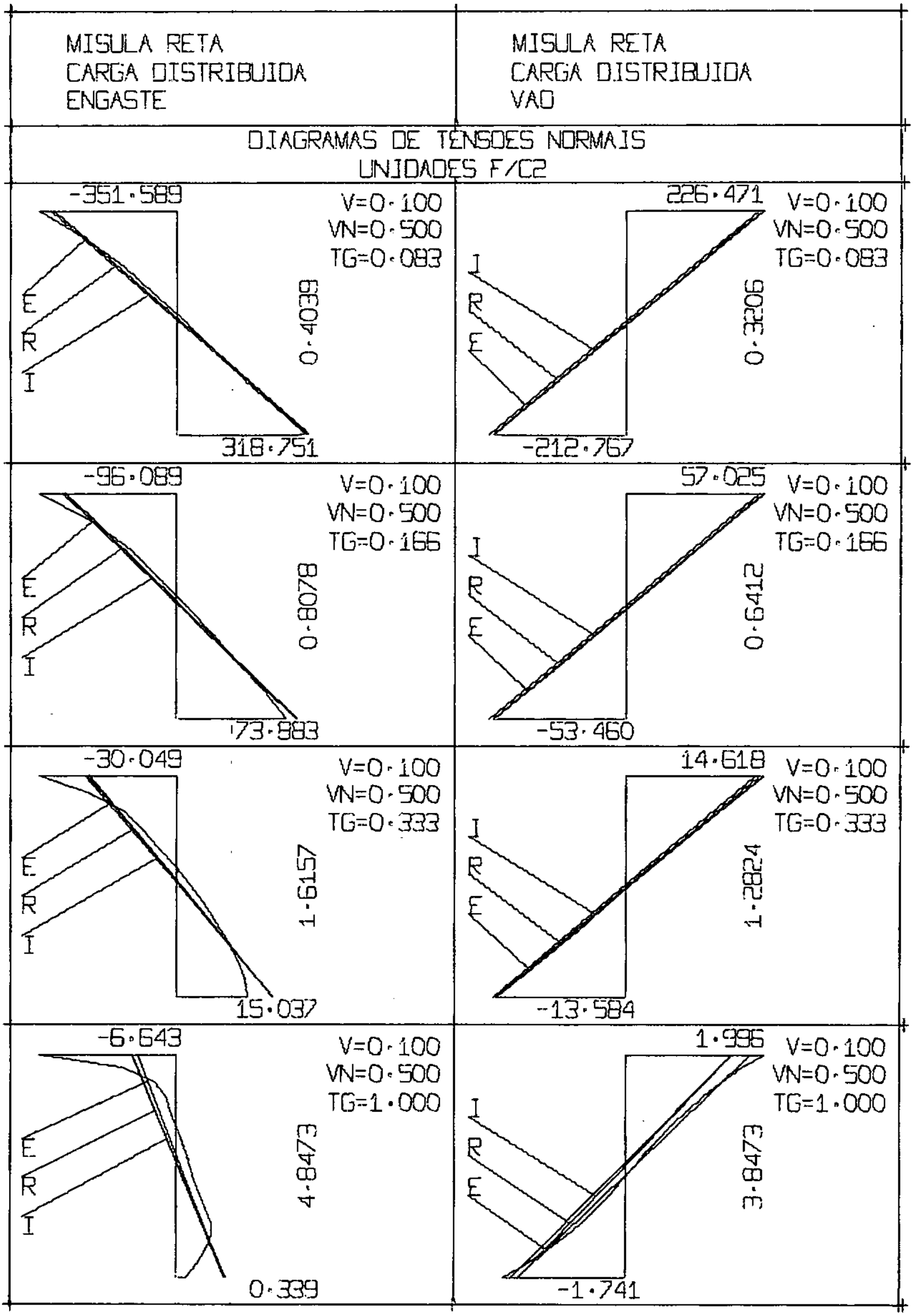

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-351.589
V=0.100
VN=0.500
TG=0.083
0.4039
318.751
226.471
V=0.100
VN=0.500
TG=0.083
0.3206
-212.767
-96.089
V=0.100
VN=0.500
TG=0.166
0.8078
73.883
57.025
V=0.100
VN=0.500
TG=0.166
0.6412
-53.460
-30.049
V=0.100
VN=0.500
TG=0.333
1.6157
15.037
14.618
V=0.100
VN=0.500
TG=0.333
1.2824
-13.584
-6.643
V=0.100
VN=0.500
TG=1.000
4.8473
0.339
1.996
V=0.100
VN=0.500
TG=1.000
3.8473
-1.741
E
R
I

Figura 4.6.19

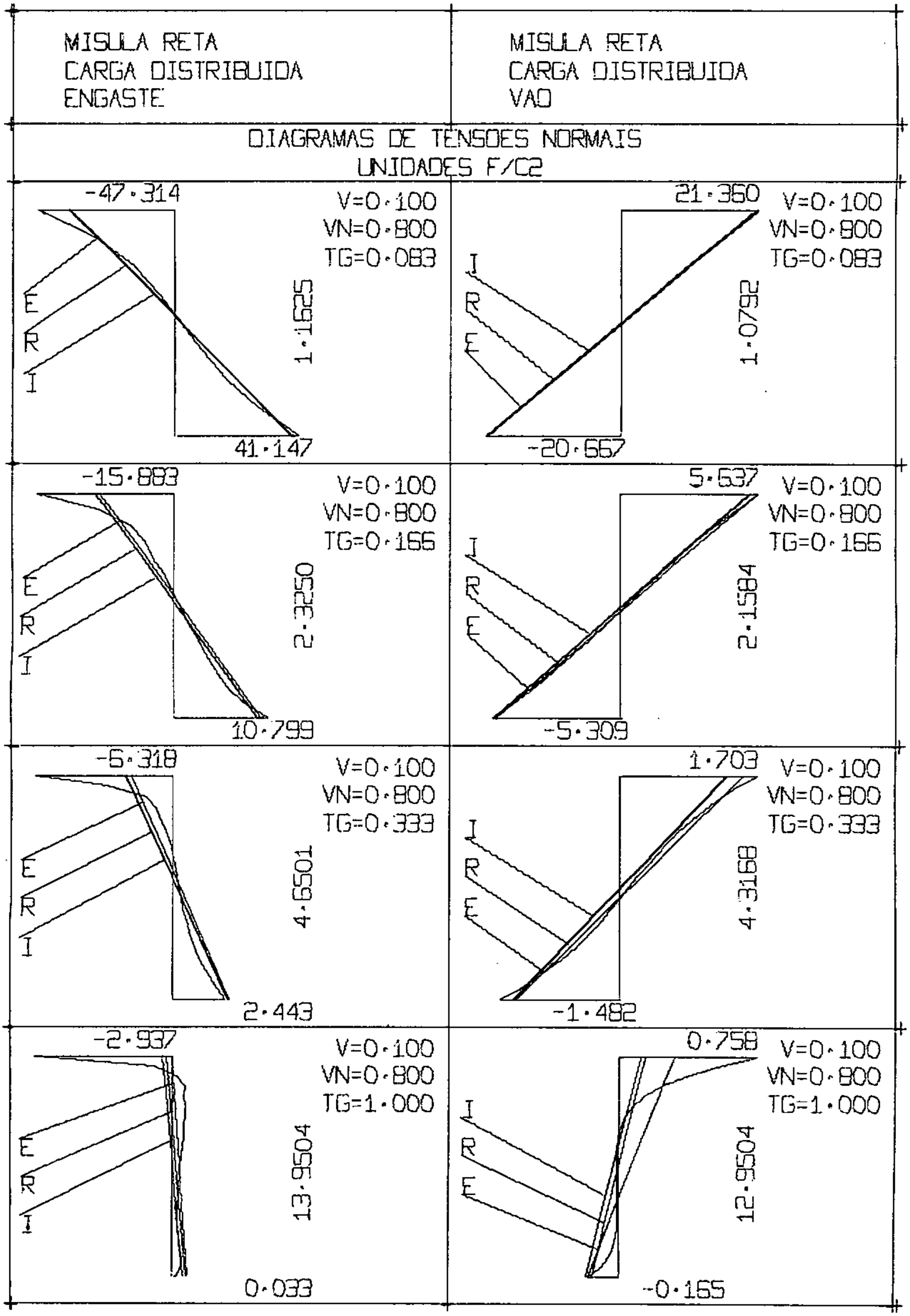

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-47·314
V=0·100
VN=0·800
TG=0·083
E
R
I
1·1625
41·147
21·360
V=0·100
VN=0·800
TG=0·083
I
R
E
1·0792
-20·667
-15·883
V=0·100
VN=0·800
TG=0·166
E
R
I
2·3250
10·799
5·637
V=0·100
VN=0·800
TG=0·166
I
R
E
2·1584
-5·309
-6·318
V=0·100
VN=0·800
TG=0·333
E
R
I
4·6501
2·443
1·703
V=0·100
VN=0·800
TG=0·333
I
R
E
4·3168
-1·482
-2·937
V=0·100
VN=0·800
TG=1·000
E
R
I
13·9504
0·033
0·758
V=0·100
VN=0·800
TG=1·000
I
R
E
12·9504
-0·165

Figura 4.6.20

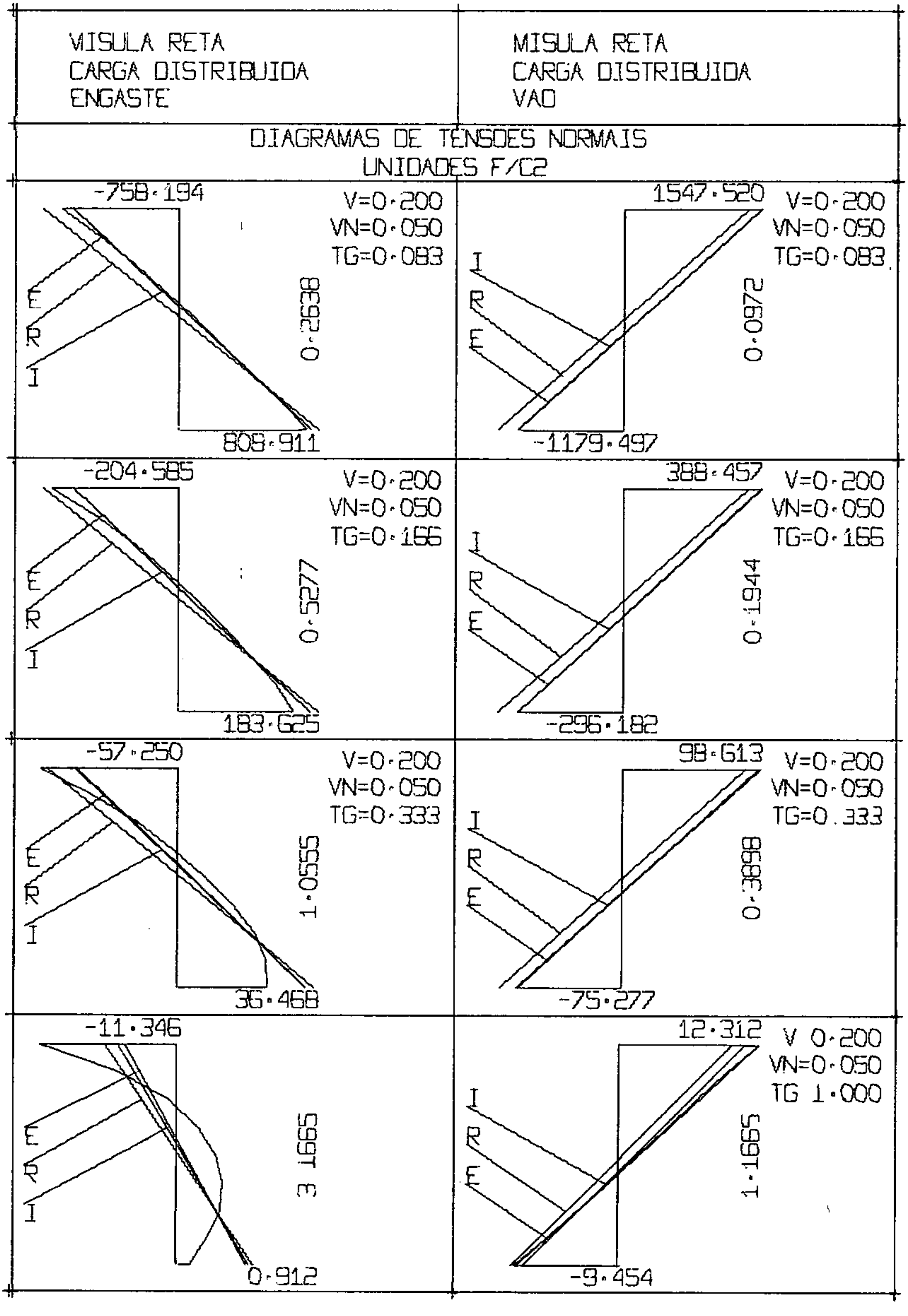

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-758.194
V=0.200
VN=0.050
TG=0.083
0.2638
808.911
E
R
I
1547.520
V=0.200
VN=0.050
TG=0.083
0.0972
-1179.497
I
R
E
-204.585
V=0.200
VN=0.050
TG=0.166
0.5277
183.625
E
R
I
388.457
V=0.200
VN=0.050
TG=0.166
0.1944
-296.182
I
R
E
-57.250
V=0.200
VN=0.050
TG=0.333
1.0555
36.468
E
R
I
98.613
V=0.200
VN=0.050
TG=0.333
0.3898
-75.277
I
R
E
-11.346
3 1665
0.912
E
R
I
12.312
V 0.200
VN=0.050
TG 1.000
1.1665
-9.454
I
R
E

Figura 4.6.21

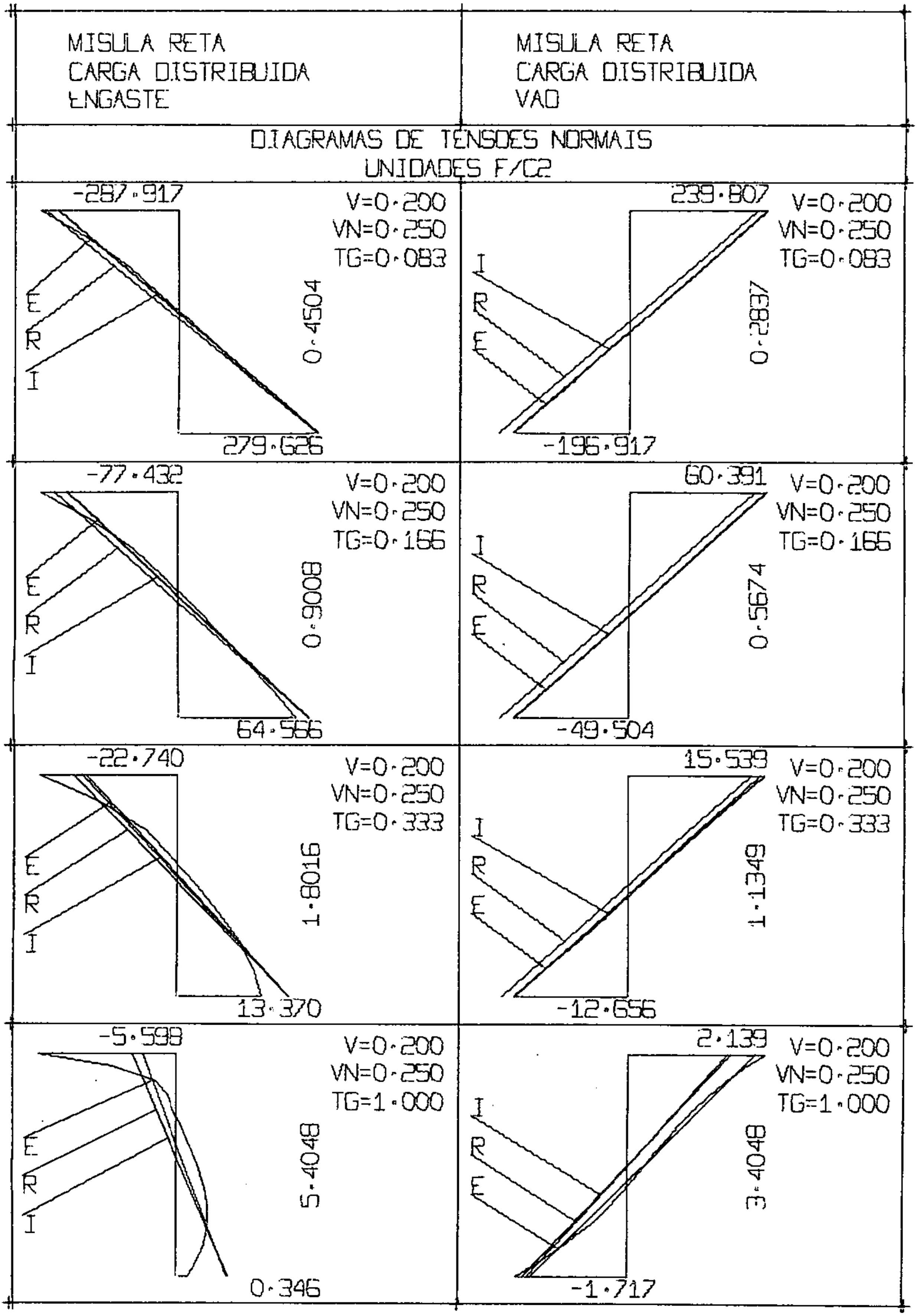

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-287.917
V=0.200
VN=0.250
TG=0.083
E
R
I
0.4504
279.626
239.807
V=0.200
VN=0.250
TG=0.083
I
R
E
0.2837
-196.917
-77.432
V=0.200
VN=0.250
TG=0.166
E
R
I
0.9008
64.566
60.391
V=0.200
VN=0.250
TG=0.166
I
R
E
0.5674
-49.504
-22.740
V=0.200
VN=0.250
TG=0.333
E
R
I
1.8016
13.370
15.539
V=0.200
VN=0.250
TG=0.333
I
R
E
1.1349
-12.656
-5.598
V=0.200
VN=0.250
TG=1.000
E
R
I
5.4048
0.346
2.139
V=0.200
VN=0.250
TG=1.000
I
R
E
3.4048
-1.717

Figura 4.6.22

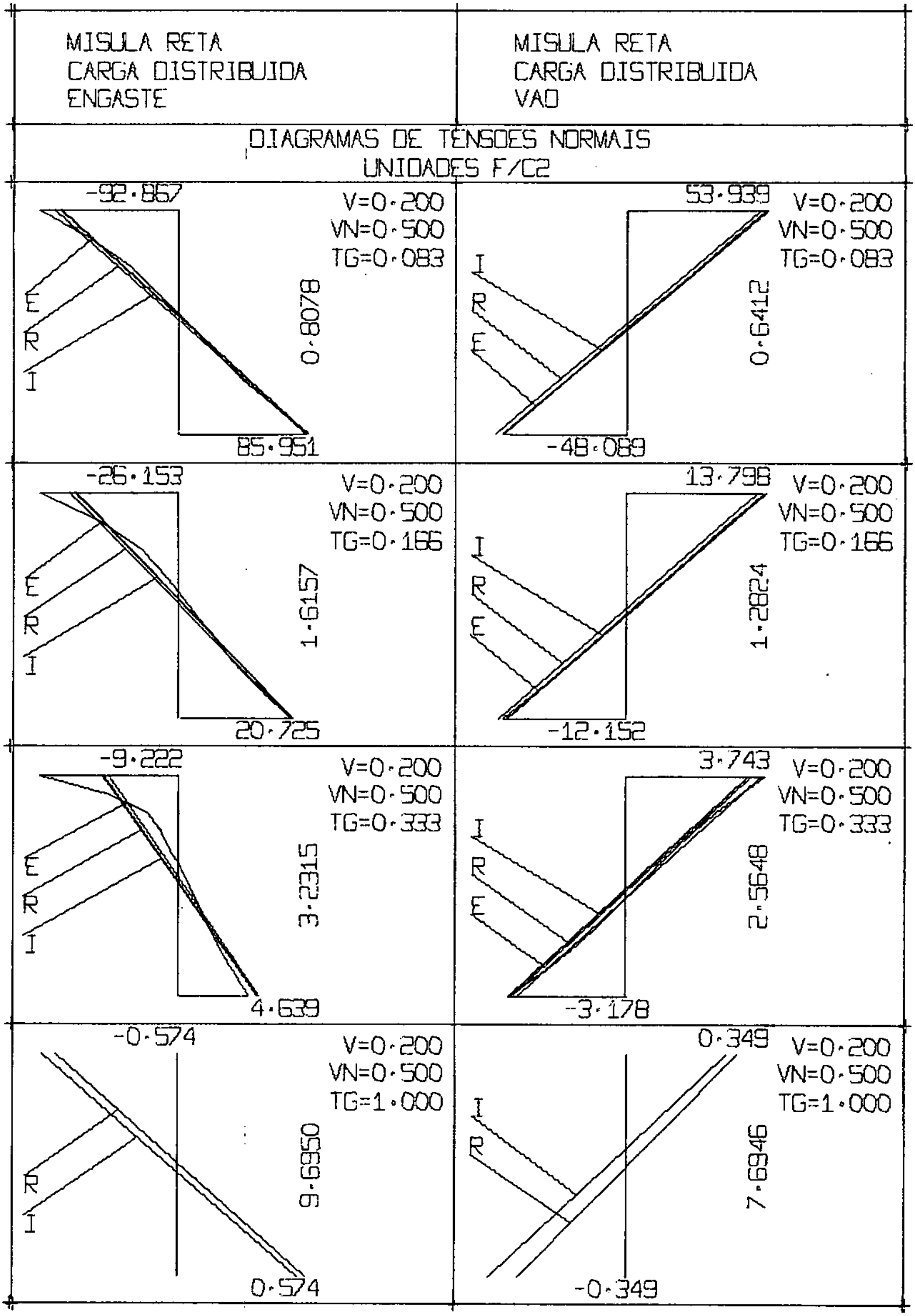

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-92·867
V=0·200
VN=0·500
TG=0·083
0·8078
85·951
E
R
I
53·939
V=0·200
VN=0·500
TG=0·083
0·6412
-48·089
I
R
E
-26·153
V=0·200
VN=0·500
TG=0·166
1·6157
20·725
E
R
I
13·798
V=0·200
VN=0·500
TG=0·166
1·2824
-12·152
I
R
E
-9·222
V=0·200
VN=0·500
TG=0·333
3·2315
4·639
E
R
I
3·743
V=0·200
VN=0·500
TG=0·333
2·5648
-3·178
I
R
E
-0·574
V=0·200
VN=0·500
TG=1·000
9·6950
0·574
R
I
0·349
V=0·200
VN=0·500
TG=1·000
7·6946
-0·349
I
R

Figura 4.6.23

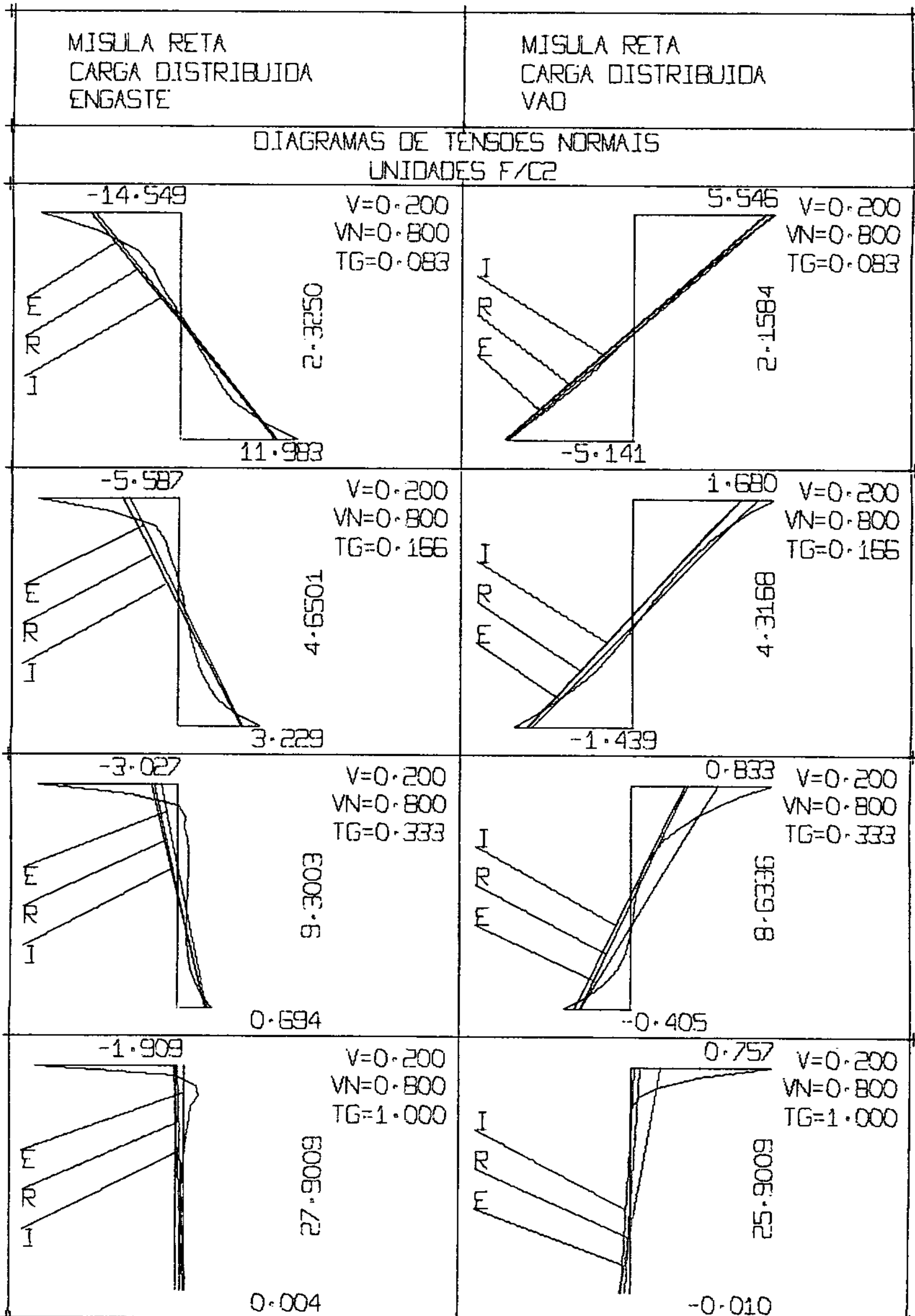

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-14.549
V=0.200
VN=0.800
TG=0.083
E
R
I
2.3250
11.983
5.546
V=0.200
VN=0.800
TG=0.083
I
R
E
2.1584
-5.141
-5.587
V=0.200
VN=0.800
TG=0.166
E
R
I
4.6501
3.229
1.680
V=0.200
VN=0.800
TG=0.166
I
R
E
4.3168
-1.439
-3.027
V=0.200
VN=0.800
TG=0.333
E
R
I
9.3003
0.694
0.833
V=0.200
VN=0.800
TG=0.333
I
R
E
8.6336
-0.405
-1.909
V=0.200
VN=0.800
TG=1.000
E
R
I
27.9009
0.004
0.757
V=0.200
VN=0.800
TG=1.000
I
R
E
25.9009
-0.010

Figura 4.6.24

MISULA RETA CARGA DISTRIBUIDA ENGASTE	MISULA RETA CARGA DISTRIBUIDA VAD

DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2

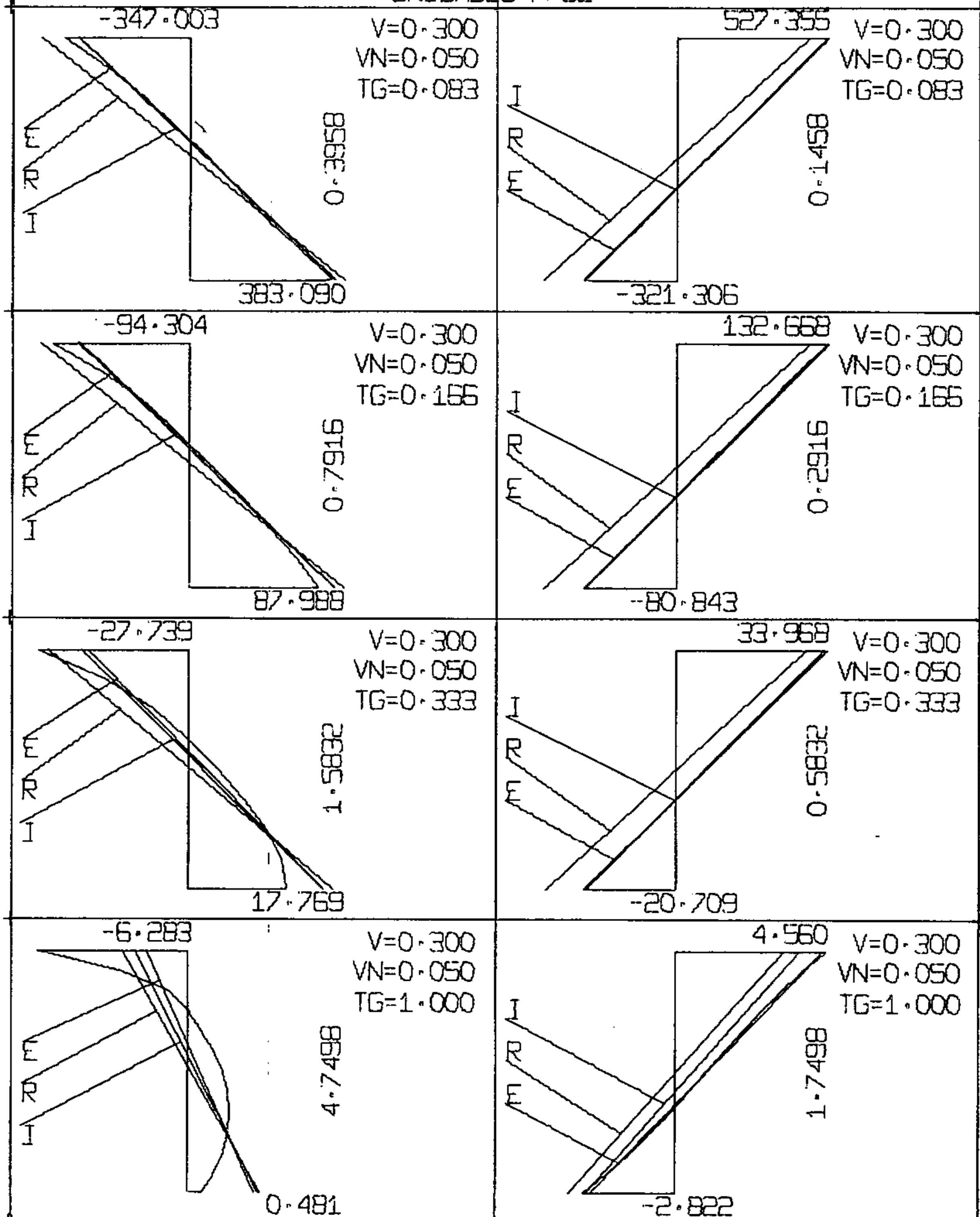


Figura 4.6.25

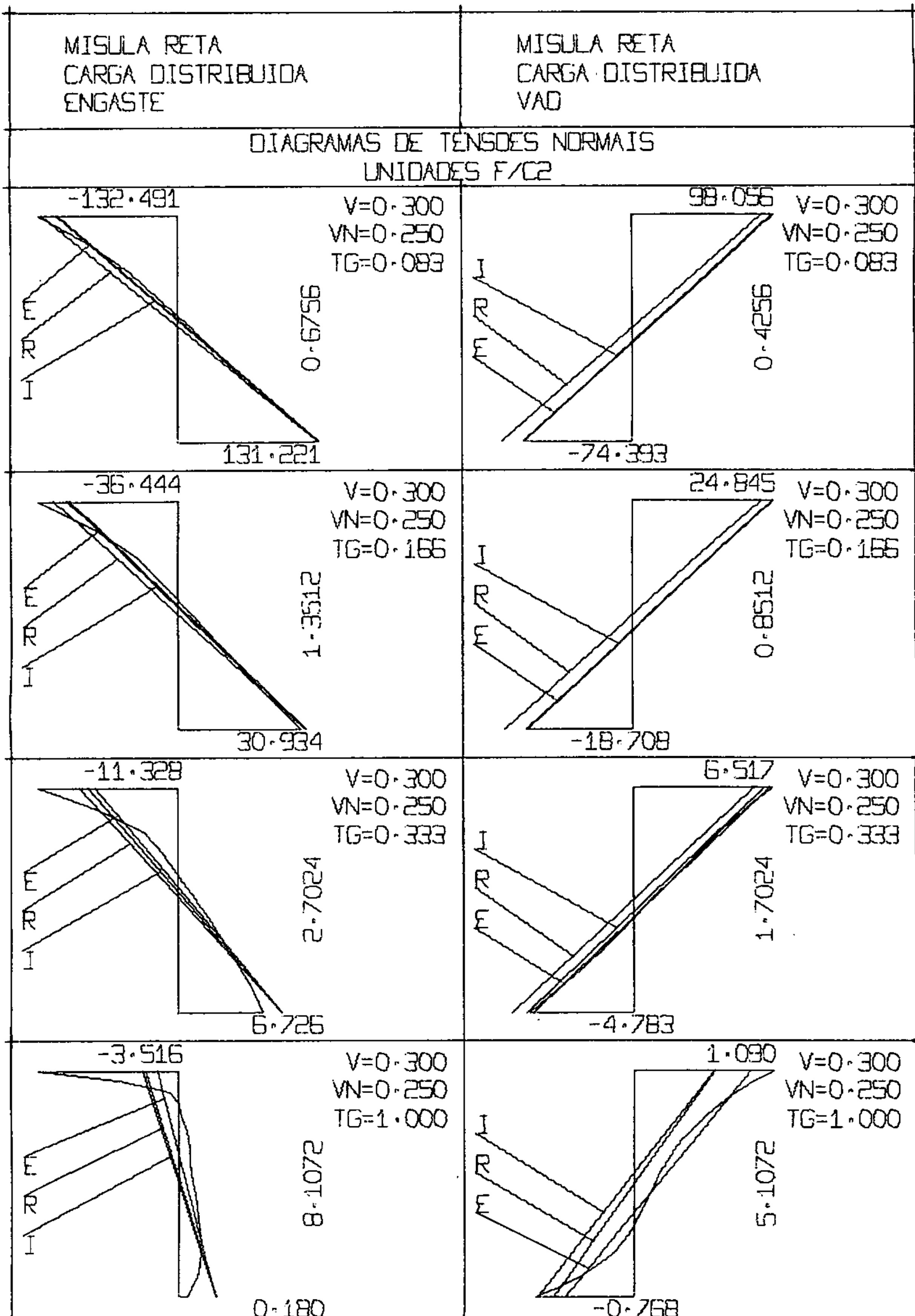

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAD
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-132·491
V=0·300
VN=0·250
TG=0·083
0·6756
131·221
98·056
V=0·300
VN=0·250
TG=0·083
0·4256
-74·393
-36·444
V=0·300
VN=0·250
TG=0·166
1·3512
30·934
24·845
V=0·300
VN=0·250
TG=0·166
0·8512
-18·708
-11·328
V=0·300
VN=0·250
TG=0·333
2·7024
6·726
6·517
V=0·300
VN=0·250
TG=0·333
1·7024
-4·783
-3·516
V=0·300
VN=0·250
TG=1·000
8·1072
0·180
1·090
V=0·300
VN=0·250
TG=1·000
5·1072
-0·768
E
R
I

Figura 4.6.26

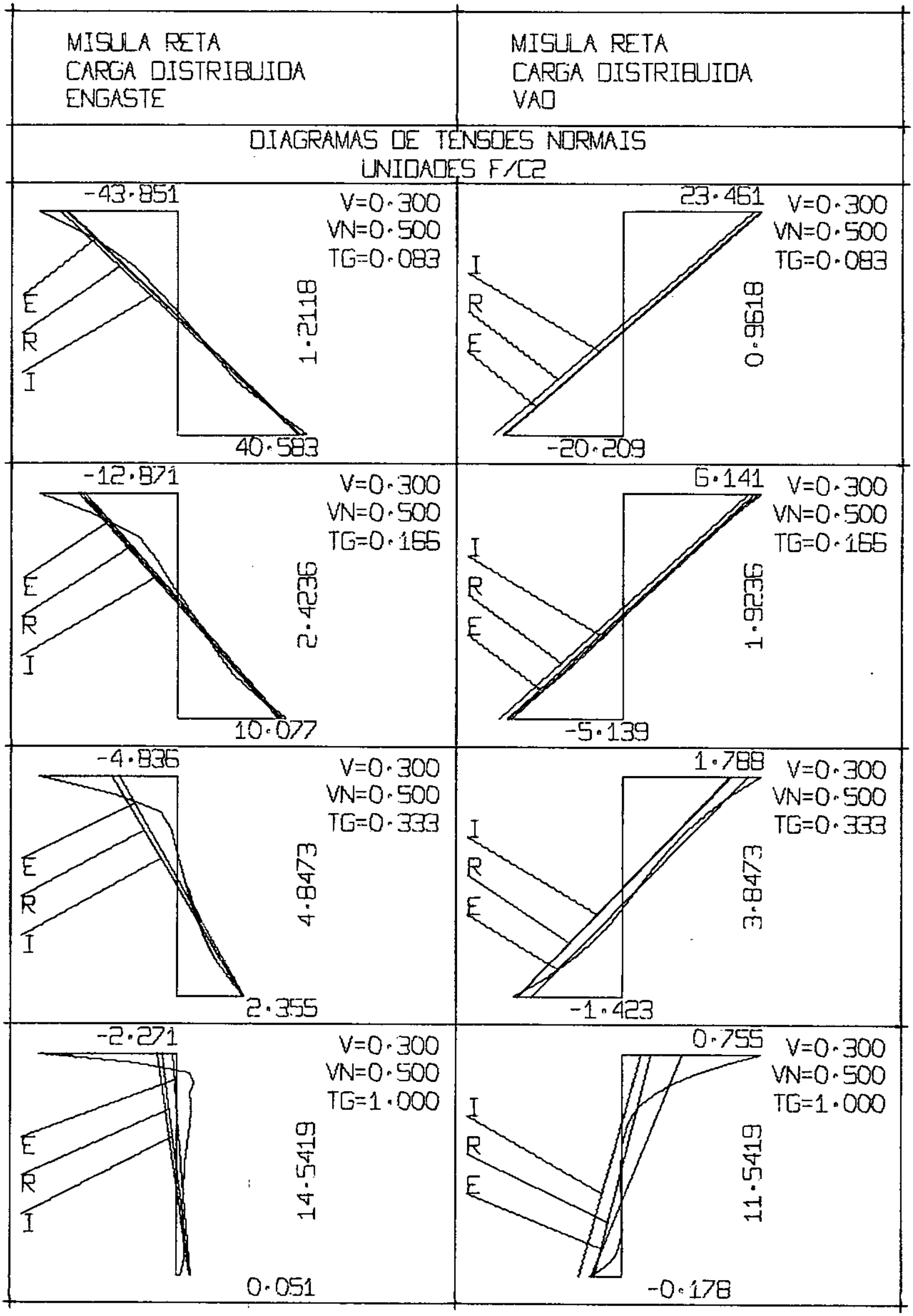

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-43.851
V=0.300
VN=0.500
TG=0.083
E
R
I
1.2118
40.583
23.461
V=0.300
VN=0.500
TG=0.083
I
R
E
0.9618
-20.209
-12.871
V=0.300
VN=0.500
TG=0.166
E
R
I
2.4236
10.077
6.141
V=0.300
VN=0.500
TG=0.166
I
R
E
1.9236
-5.139
-4.836
V=0.300
VN=0.500
TG=0.333
E
R
I
4.8473
2.355
1.788
V=0.300
VN=0.500
TG=0.333
I
R
E
3.8473
-1.423
-2.271
V=0.300
VN=0.500
TG=1.000
E
R
I
14.5419
0.051
0.755
V=0.300
VN=0.500
TG=1.000
I
R
E
11.5419
-0.178

Figura 4.6.27

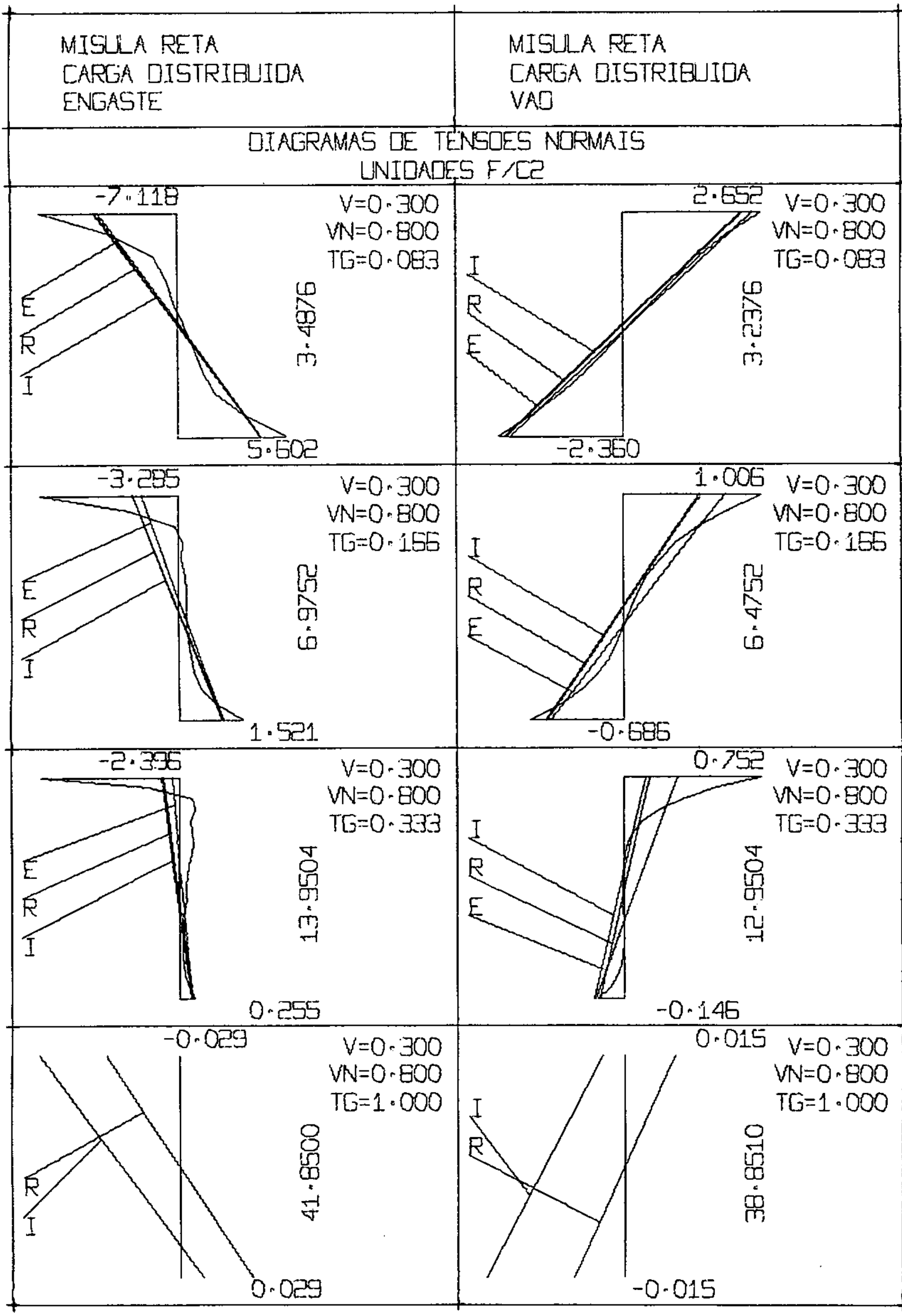

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-7.118
V=0.300
VN=0.800
TG=0.083
E
R
I
3.4876
5.602
2.652
V=0.300
VN=0.800
TG=0.083
I
R
E
3.2376
-2.360
-3.285
V=0.300
VN=0.800
TG=0.166
E
R
I
6.9752
1.521
1.006
V=0.300
VN=0.800
TG=0.166
I
R
E
6.4752
-0.686
-2.396
V=0.300
VN=0.800
TG=0.333
E
R
I
13.9504
0.255
0.752
V=0.300
VN=0.800
TG=0.333
I
R
E
12.9504
-0.146
-0.029
V=0.300
VN=0.800
TG=1.000
R
I
41.8500
0.029
0.015
V=0.300
VN=0.800
TG=1.000
I
R
38.8510
-0.015

Figura 4.6.28

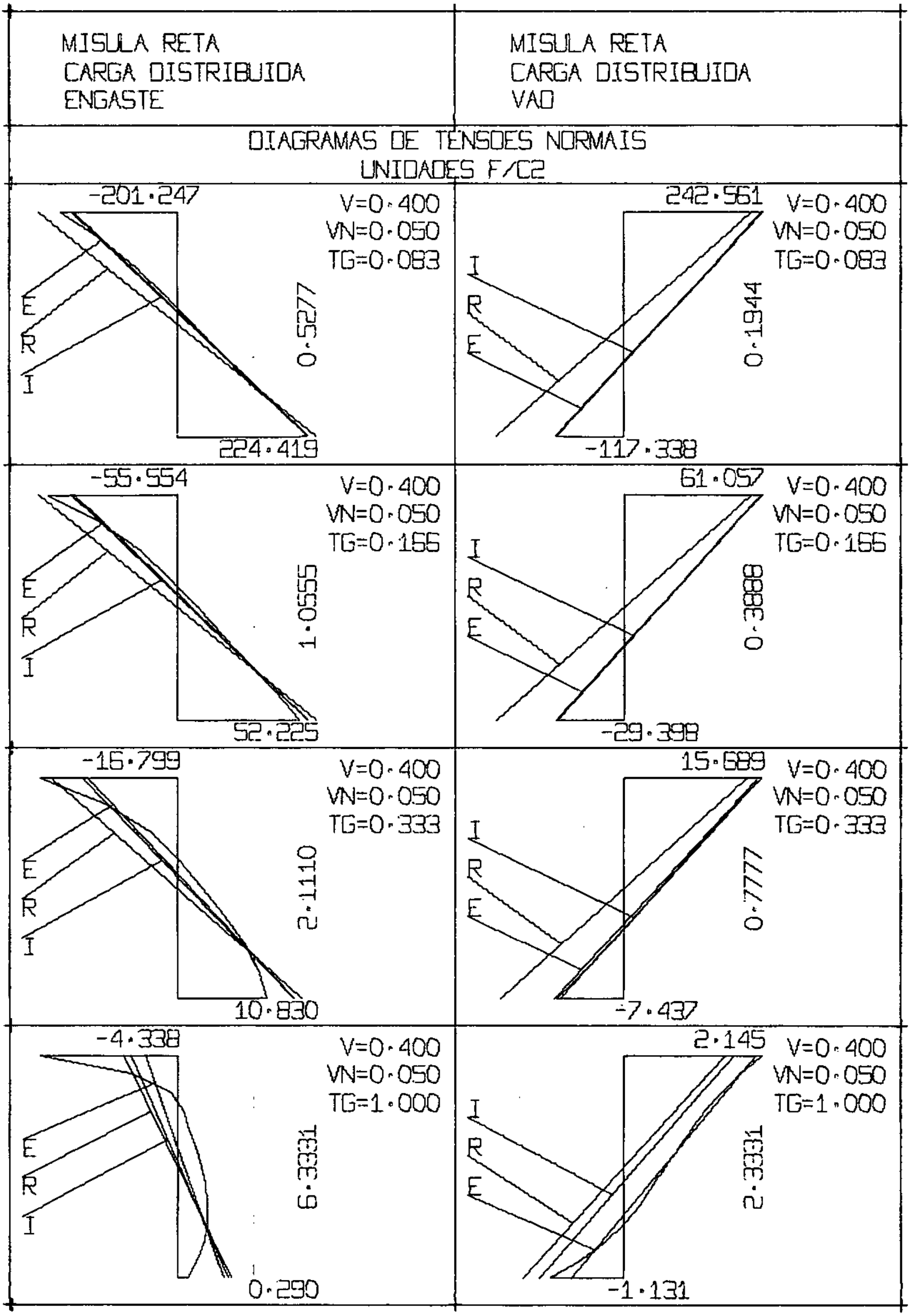

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-201.247
V=0.400
VN=0.050
TG=0.083
0.5277
224.419
E
R
I
242.561
V=0.400
VN=0.050
TG=0.083
0.1944
-117.338
I
R
E
-55.554
V=0.400
VN=0.050
TG=0.166
1.0555
52.225
61.057
V=0.400
VN=0.050
TG=0.166
0.3888
-29.398
-16.799
V=0.400
VN=0.050
TG=0.333
2.1110
10.830
15.689
V=0.400
VN=0.050
TG=0.333
0.7777
-7.437
-4.338
V=0.400
VN=0.050
TG=1.000
6.3331
0.290
2.145
V=0.400
VN=0.050
TG=1.000
2.3331
-1.131

Figura 4.6.29

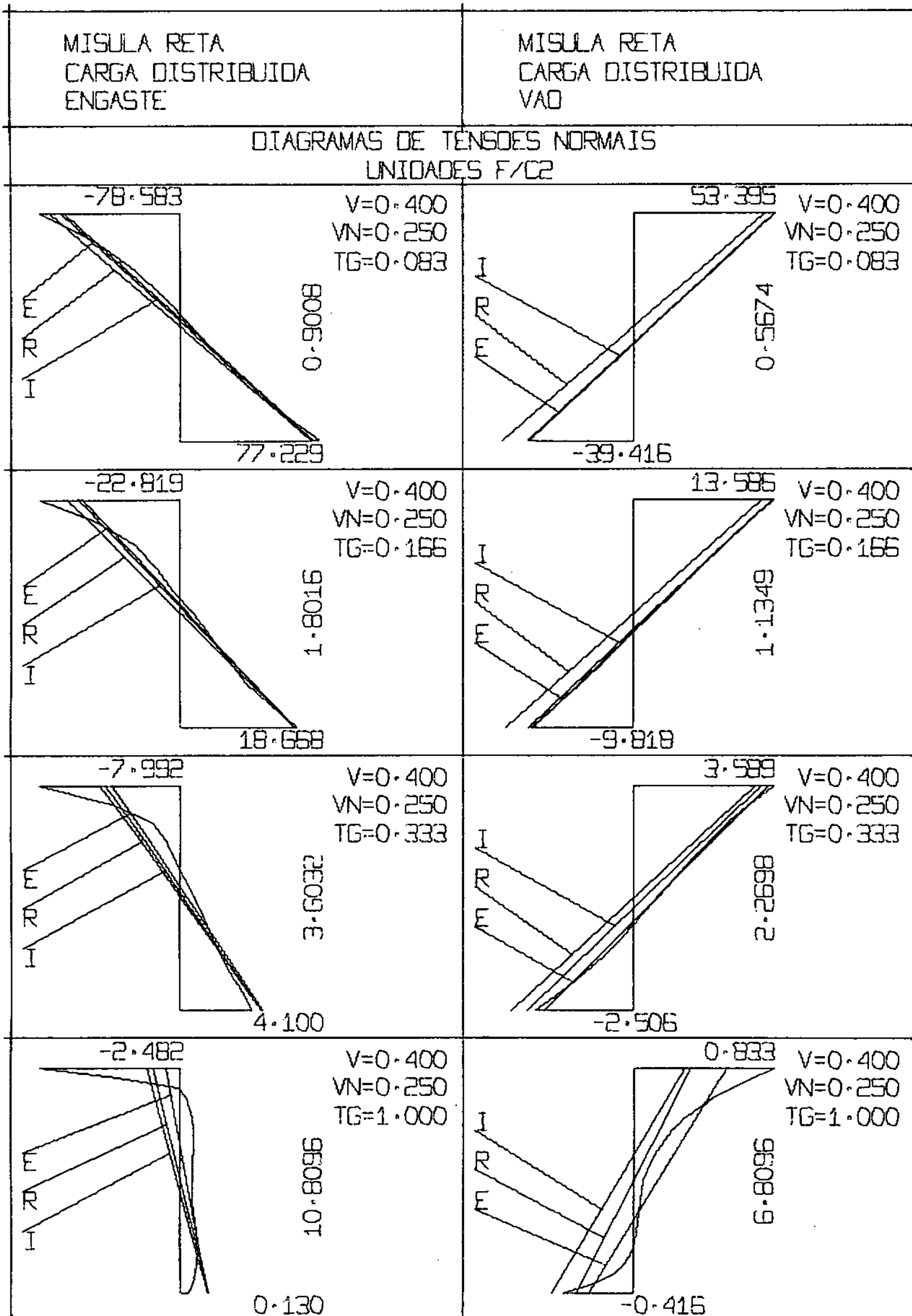

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-78.583
77.229
V=0.400
VN=0.250
TG=0.083
0.9008
E
R
I
53.395
-39.416
V=0.400
VN=0.250
TG=0.083
0.5674
I
R
E
-22.819
18.668
V=0.400
VN=0.250
TG=0.166
1.8016
13.586
-9.818
V=0.400
VN=0.250
TG=0.166
1.1349
-7.992
4.100
V=0.400
VN=0.250
TG=0.333
3.6032
3.589
-2.506
V=0.400
VN=0.250
TG=0.333
2.2698
-2.482
0.130
V=0.400
VN=0.250
TG=1.000
10.8096
0.833
-0.415
V=0.400
VN=0.250
TG=1.000
6.8096

Figura 4.6.30

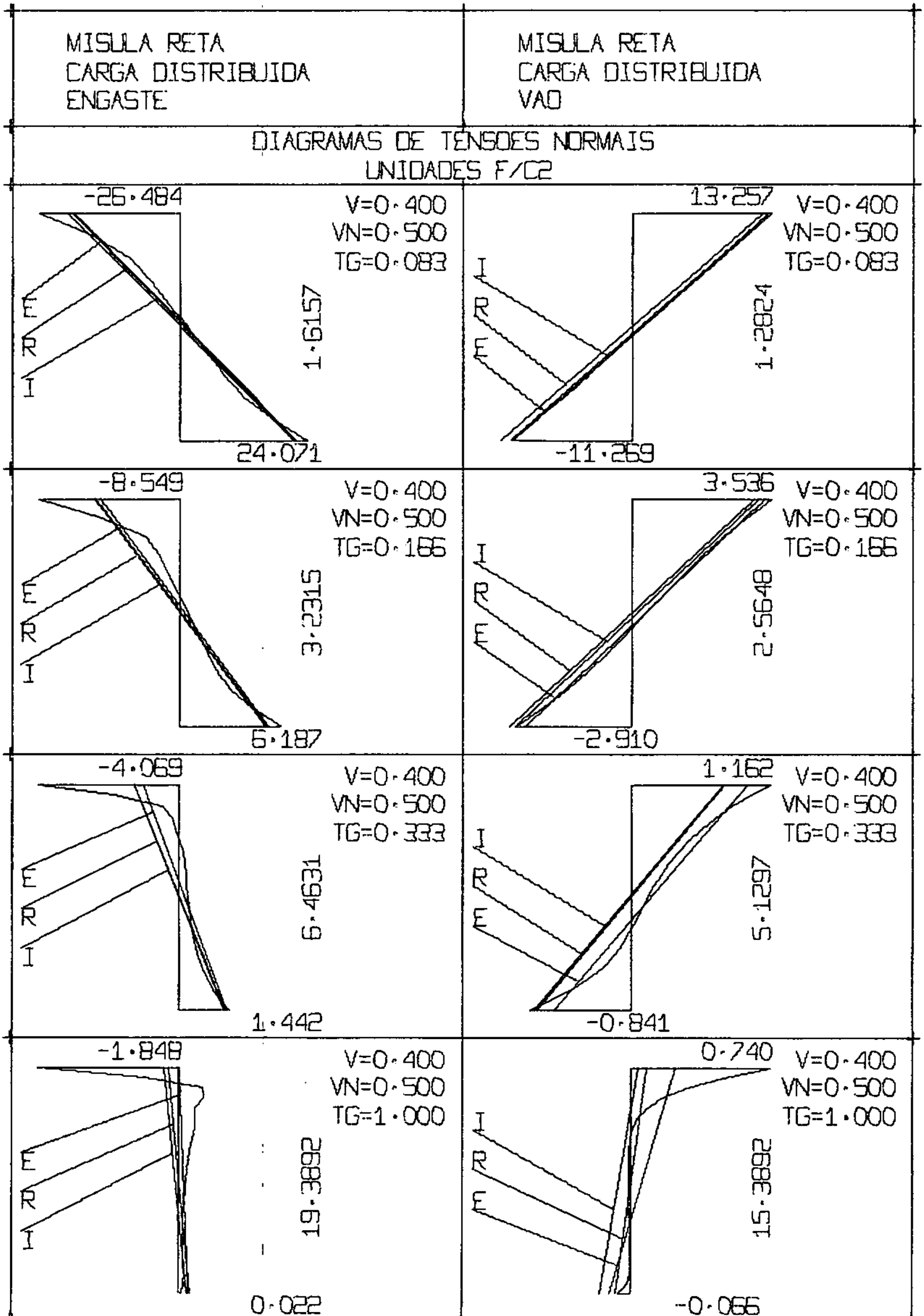

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-26·484
V=0·400
VN=0·500
TG=0·083
1·6157
24·071
13·257
V=0·400
VN=0·500
TG=0·083
1·2824
-11·269
-8·549
V=0·400
VN=0·500
TG=0·166
3·2315
6·187
3·536
V=0·400
VN=0·500
TG=0·166
2·5648
-2·910
-4·069
V=0·400
VN=0·500
TG=0·333
6·4631
1·442
1·162
V=0·400
VN=0·500
TG=0·333
5·1297
-0·841
-1·848
V=0·400
VN=0·500
TG=1·000
19·3892
0·022
0·740
V=0·400
VN=0·500
TG=1·000
15·3892
-0·066
E
R
I

Figura 4.6.31

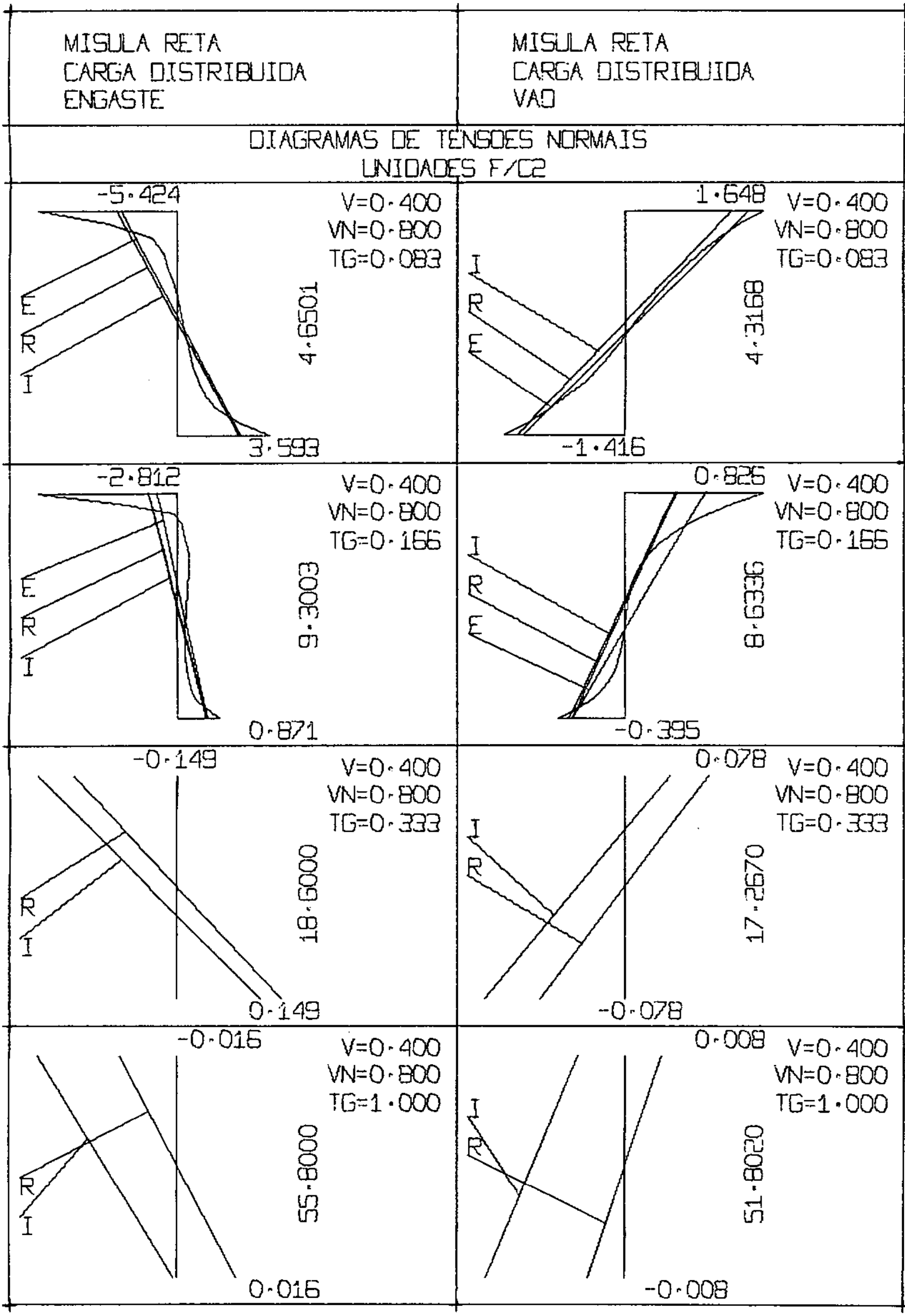

MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA RETA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-5·424
V=0·400
VN=0·800
TG=0·083
E
R
I
4·6501
3·593
1·648
V=0·400
VN=0·800
TG=0·083
I
R
E
4·3168
-1·416
-2·812
V=0·400
VN=0·800
TG=0·166
E
R
I
9·3003
0·871
0·826
V=0·400
VN=0·800
TG=0·166
I
R
E
8·6336
-0·395
-0·149
V=0·400
VN=0·800
TG=0·333
R
I
18·6000
0·149
0·078
V=0·400
VN=0·800
TG=0·333
I
R
17·2670
-0·078
-0·016
V=0·400
VN=0·800
TG=1·000
R
I
55·8000
0·016
0·008
V=0·400
VN=0·800
TG=1·000
I
R
51·8020
-0·008

Figura 4.6.32

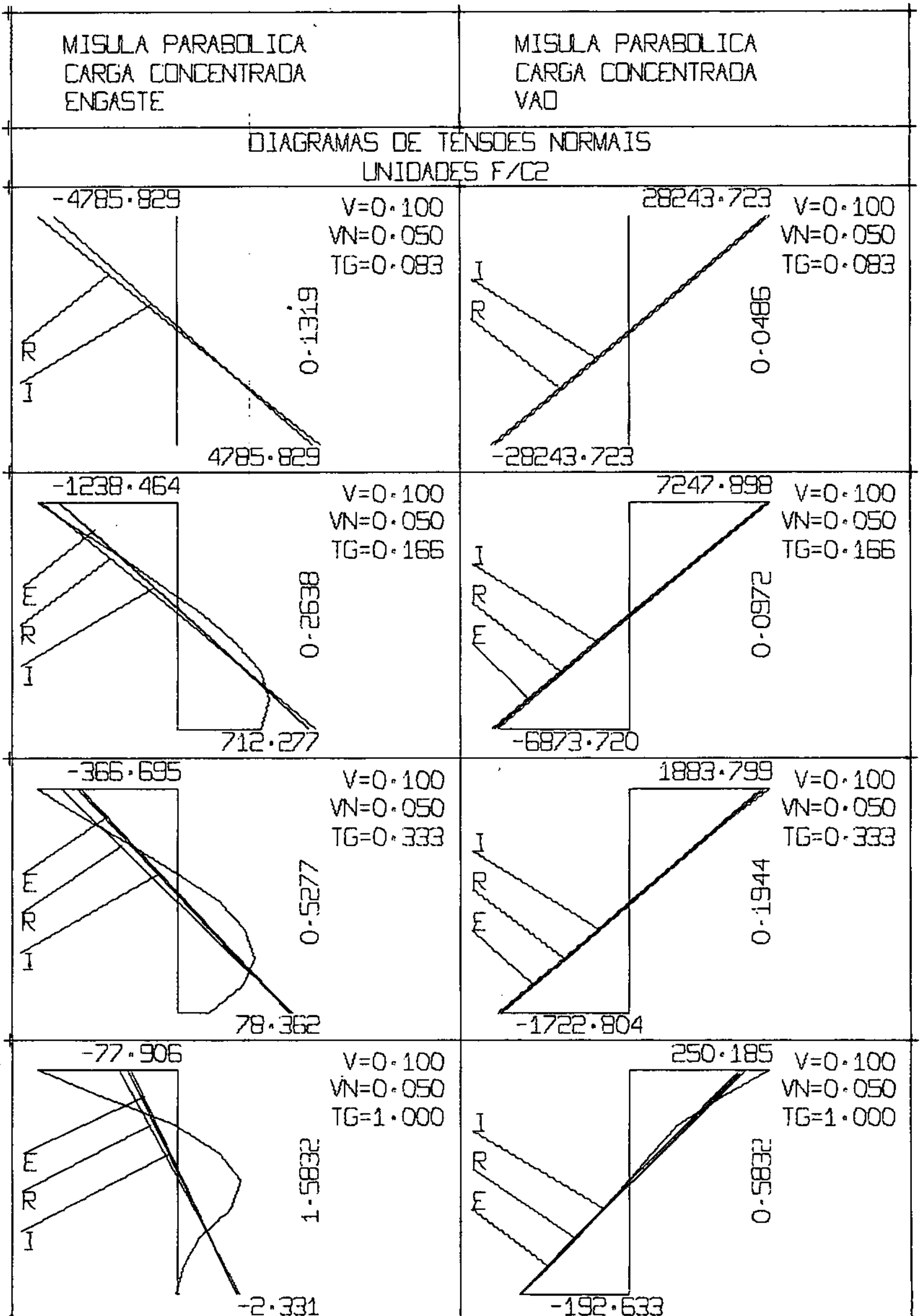

MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-4785.829
V=0.100
VN=0.050
TG=0.083
R
I
0.1319
4785.829
28243.723
V=0.100
VN=0.050
TG=0.083
I
R
0.0486
-28243.723
-1238.464
V=0.100
VN=0.050
TG=0.166
E
R
I
0.2638
712.277
7247.898
V=0.100
VN=0.050
TG=0.166
I
R
E
0.0972
-6873.720
-366.695
V=0.100
VN=0.050
TG=0.333
E
R
I
0.5277
78.362
1883.799
V=0.100
VN=0.050
TG=0.333
I
R
E
0.1944
-1722.804
-77.906
V=0.100
VN=0.050
TG=1.000
E
R
I
1.5832
-2.331
250.185
V=0.100
VN=0.050
TG=1.000
I
R
E
0.5832
-192.633

Figura 4.6.33

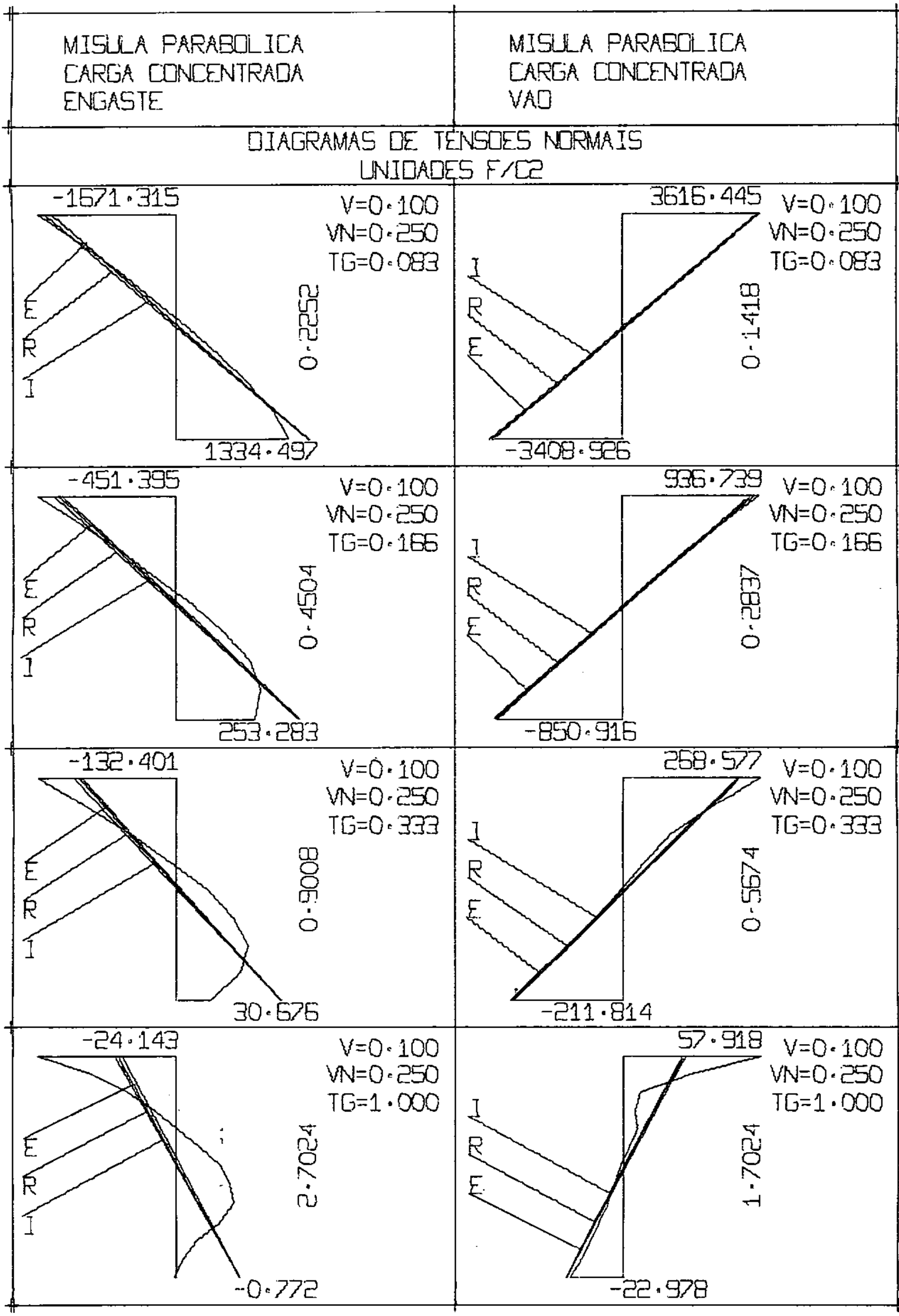

MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-1571.315
V=0.100
VN=0.250
TG=0.083
0.2252
E
R
I
1334.497
3616.445
V=0.100
VN=0.250
TG=0.083
0.1418
I
R
E
-3408.926
-451.395
V=0.100
VN=0.250
TG=0.166
0.4504
E
R
I
253.283
936.739
V=0.100
VN=0.250
TG=0.166
0.2837
I
R
E
-850.916
-132.401
V=0.100
VN=0.250
TG=0.333
0.9008
E
R
I
30.676
268.577
V=0.100
VN=0.250
TG=0.333
0.5674
I
R
E
-211.814
-24.143
V=0.100
VN=0.250
TG=1.000
2.7024
E
R
I
-0.772
57.918
V=0.100
VN=0.250
TG=1.000
1.7024
I
R
E
-22.978

Figura 4.6.34

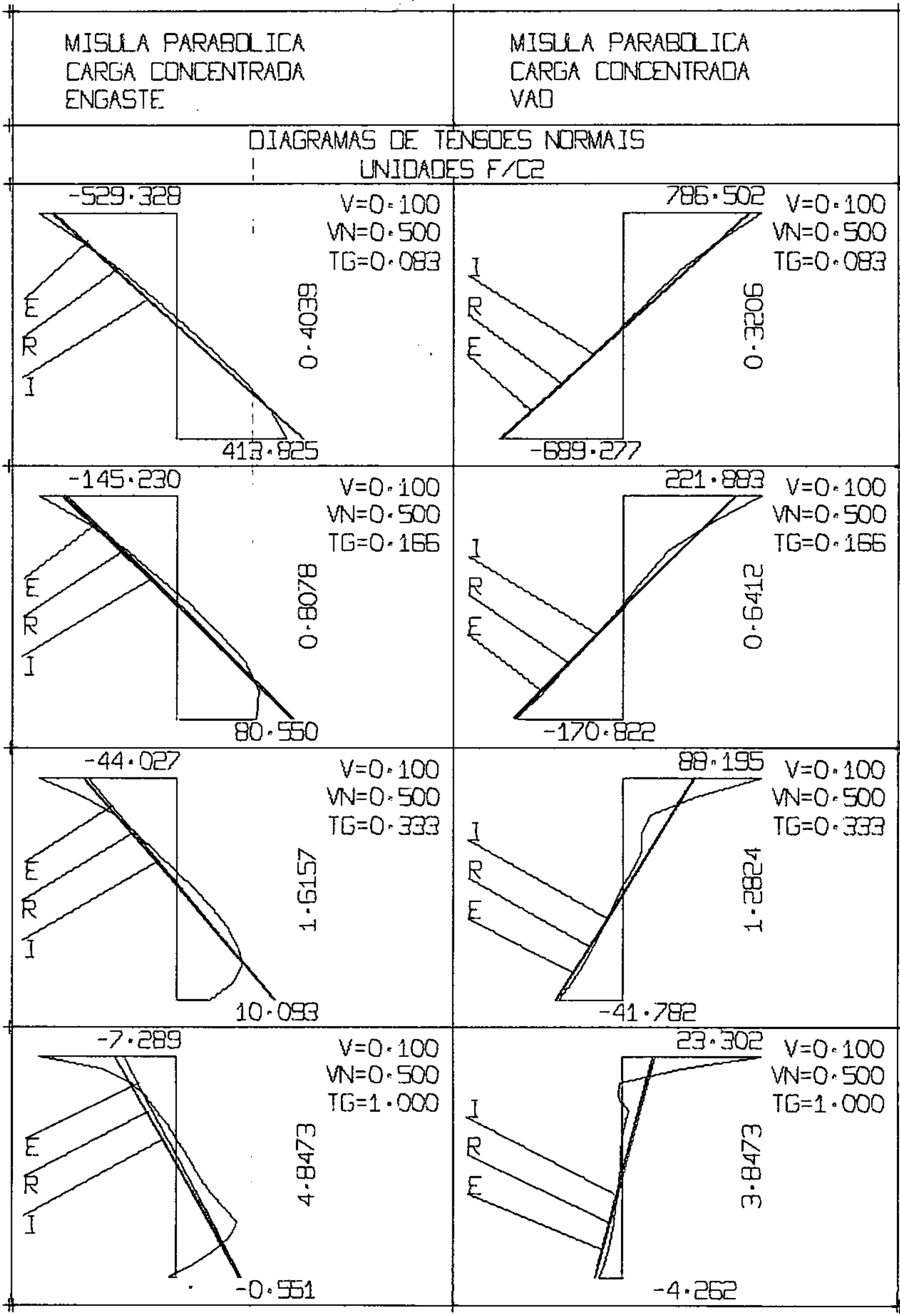

MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAD
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-529.328
V=0.100
VN=0.500
TG=0.083
0.4039
413.825
E
R
I
786.502
V=0.100
VN=0.500
TG=0.083
0.3206
-689.277
-145.230
V=0.100
VN=0.500
TG=0.166
0.8078
80.550
221.883
V=0.100
VN=0.500
TG=0.166
0.6412
-170.822
-44.027
V=0.100
VN=0.500
TG=0.333
1.6157
10.093
88.195
V=0.100
VN=0.500
TG=0.333
1.2824
-41.782
-7.289
V=0.100
VN=0.500
TG=1.000
4.8473
-0.551
23.302
V=0.100
VN=0.500
TG=1.000
3.8473
-4.262

Figura 4.6.35

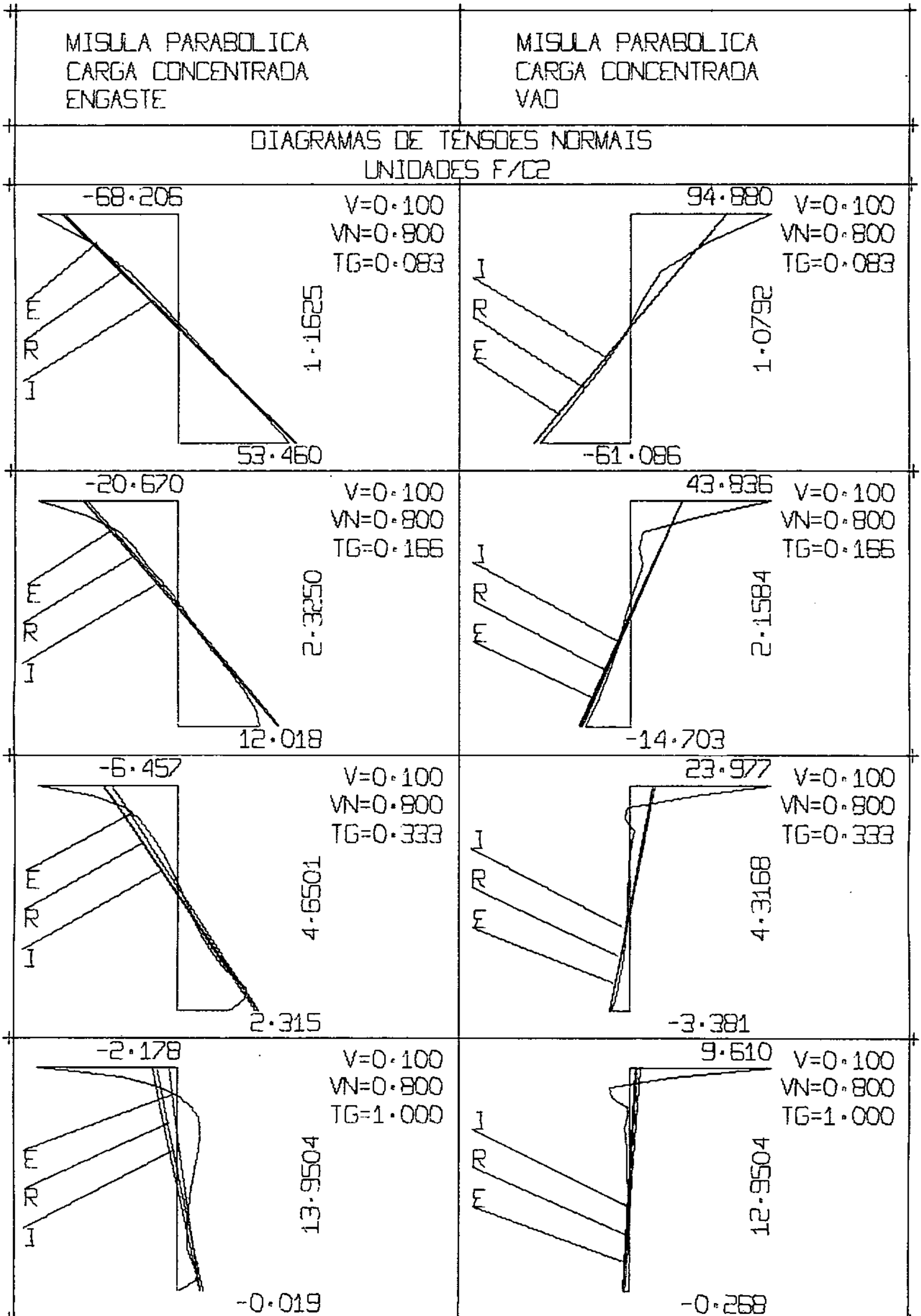

MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-68.206
V=0.100
VN=0.800
TG=0.083
E
R
I
1.1625
53.460
94.880
V=0.100
VN=0.800
TG=0.083
I
R
E
1.0792
-61.086
-20.670
V=0.100
VN=0.800
TG=0.166
2.3250
12.018
43.836
V=0.100
VN=0.800
TG=0.166
2.1584
-14.703
-6.457
V=0.100
VN=0.800
TG=0.333
4.6501
2.315
23.977
V=0.100
VN=0.800
TG=0.333
4.3168
-3.381
-2.178
V=0.100
VN=0.800
TG=1.000
13.9504
-0.019
9.610
V=0.100
VN=0.800
TG=1.000
12.9504
-0.268

Figura 4.6.36

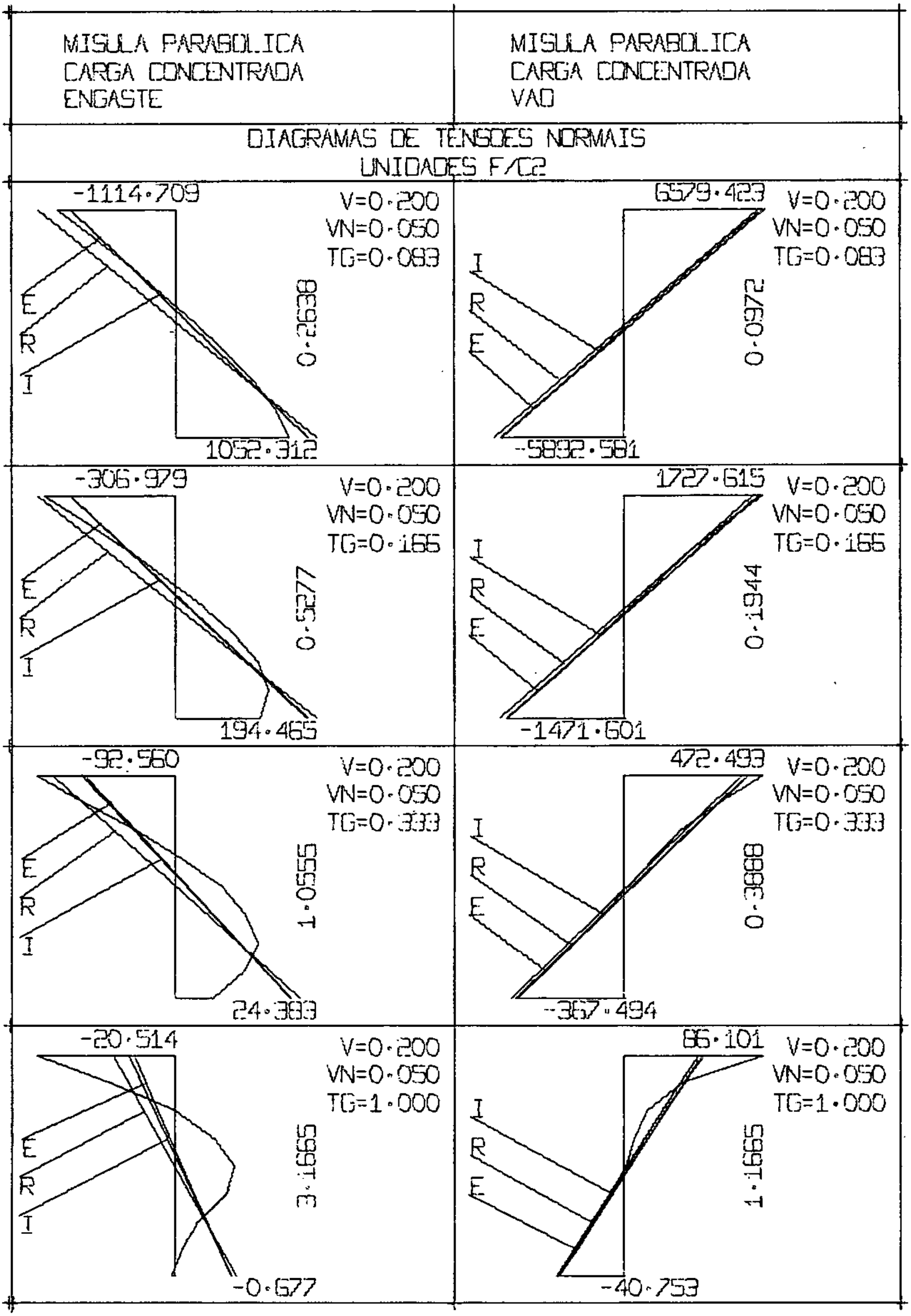

MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-1114.709
V=0.200
VN=0.050
TG=0.083
E
R
I
0.2638
1052.312
6579.423
V=0.200
VN=0.050
TG=0.083
I
R
E
0.0972
-5892.581
-306.979
V=0.200
VN=0.050
TG=0.166
E
R
I
0.5277
194.465
1727.615
V=0.200
VN=0.050
TG=0.166
I
R
E
0.1944
-1471.601
-92.560
V=0.200
VN=0.050
TG=0.333
E
R
I
1.0555
24.383
472.493
V=0.200
VN=0.050
TG=0.333
I
R
E
0.3888
-367.494
-20.514
V=0.200
VN=0.050
TG=1.000
E
R
I
3.1665
-0.677
86.101
V=0.200
VN=0.050
TG=1.000
I
R
E
1.1665
-40.753

Figura 4.6.37

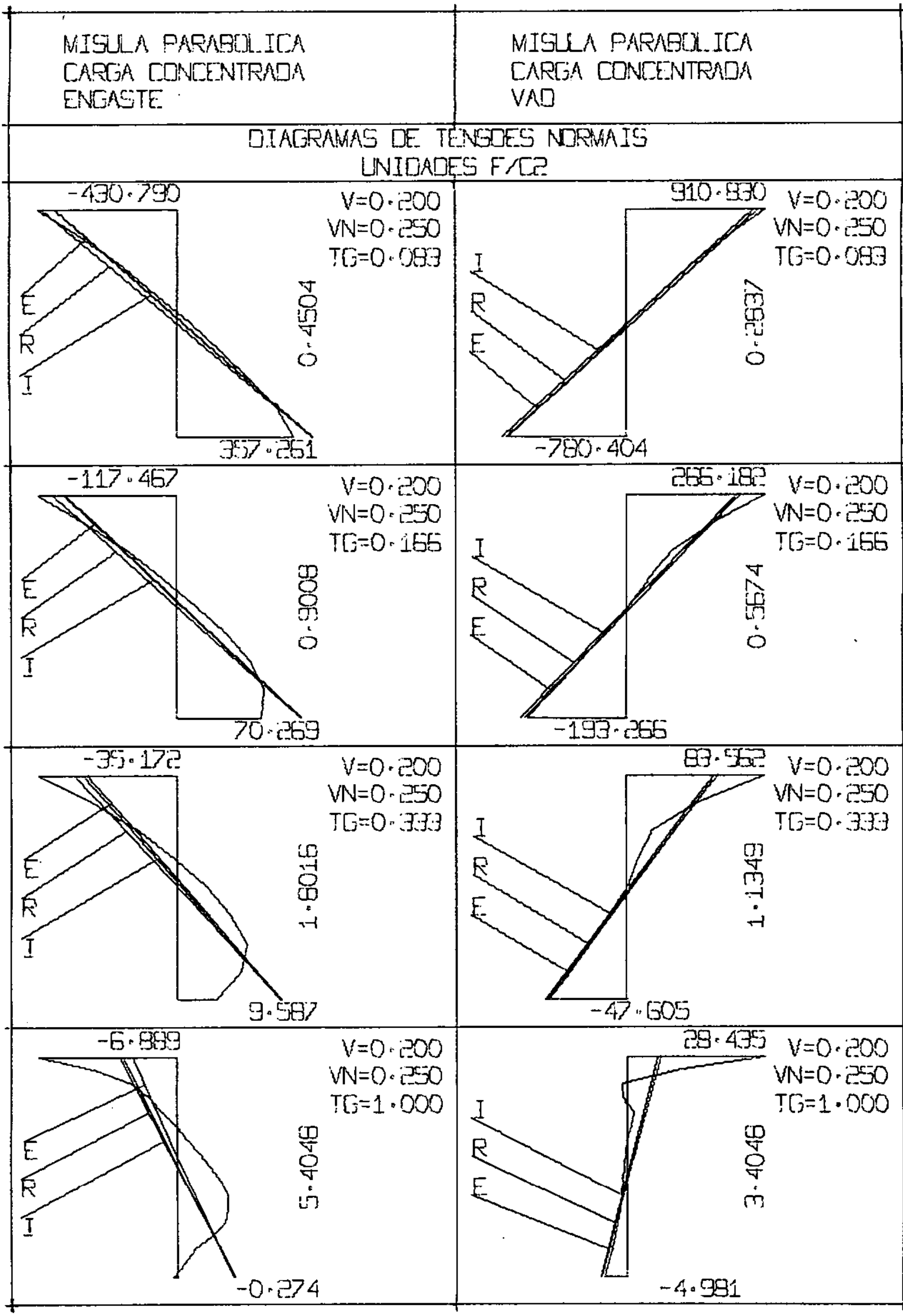

MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-430·790
V=0·200
VN=0·250
TG=0·083
E
R
I
0·4504
357·261
910·830
V=0·200
VN=0·250
TG=0·083
I
R
E
0·2637
-780·404
-117·467
V=0·200
VN=0·250
TG=0·166
0·9008
70·269
266·182
V=0·200
VN=0·250
TG=0·166
0·5674
-193·266
-35·172
V=0·200
VN=0·250
TG=0·333
1·8016
9·587
83·562
V=0·200
VN=0·250
TG=0·333
1·1349
-47·605
-6·889
V=0·200
VN=0·250
TG=1·000
5·4046
-0·274
28·435
V=0·200
VN=0·250
TG=1·000
3·4046
-4·981

Figura 4.6.38

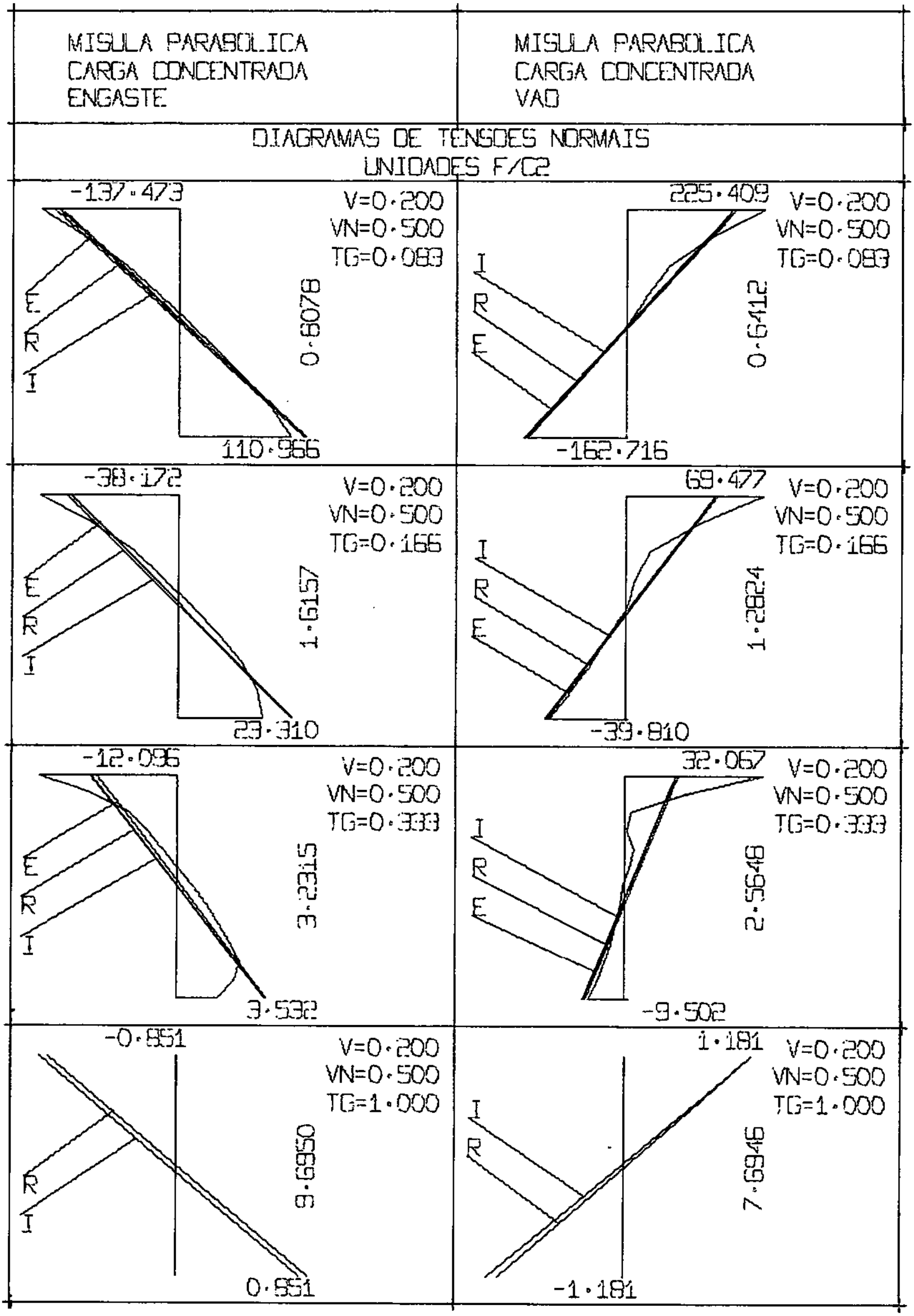

MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-137.473
V=0.200
VN=0.500
TG=0.083
E
R
I
0.8078
110.966
225.409
V=0.200
VN=0.500
TG=0.083
I
R
E
0.6412
-162.716
-38.172
V=0.200
VN=0.500
TG=0.166
E
R
I
1.6157
23.310
69.477
V=0.200
VN=0.500
TG=0.166
I
R
E
1.2824
-39.810
-12.096
V=0.200
VN=0.500
TG=0.333
E
R
I
3.2315
3.532
32.067
V=0.200
VN=0.500
TG=0.333
I
R
E
2.5648
-9.502
-0.851
V=0.200
VN=0.500
TG=1.000
R
I
9.6950
0.851
1.181
V=0.200
VN=0.500
TG=1.000
I
R
7.6946
-1.181

Figura 4.6.39

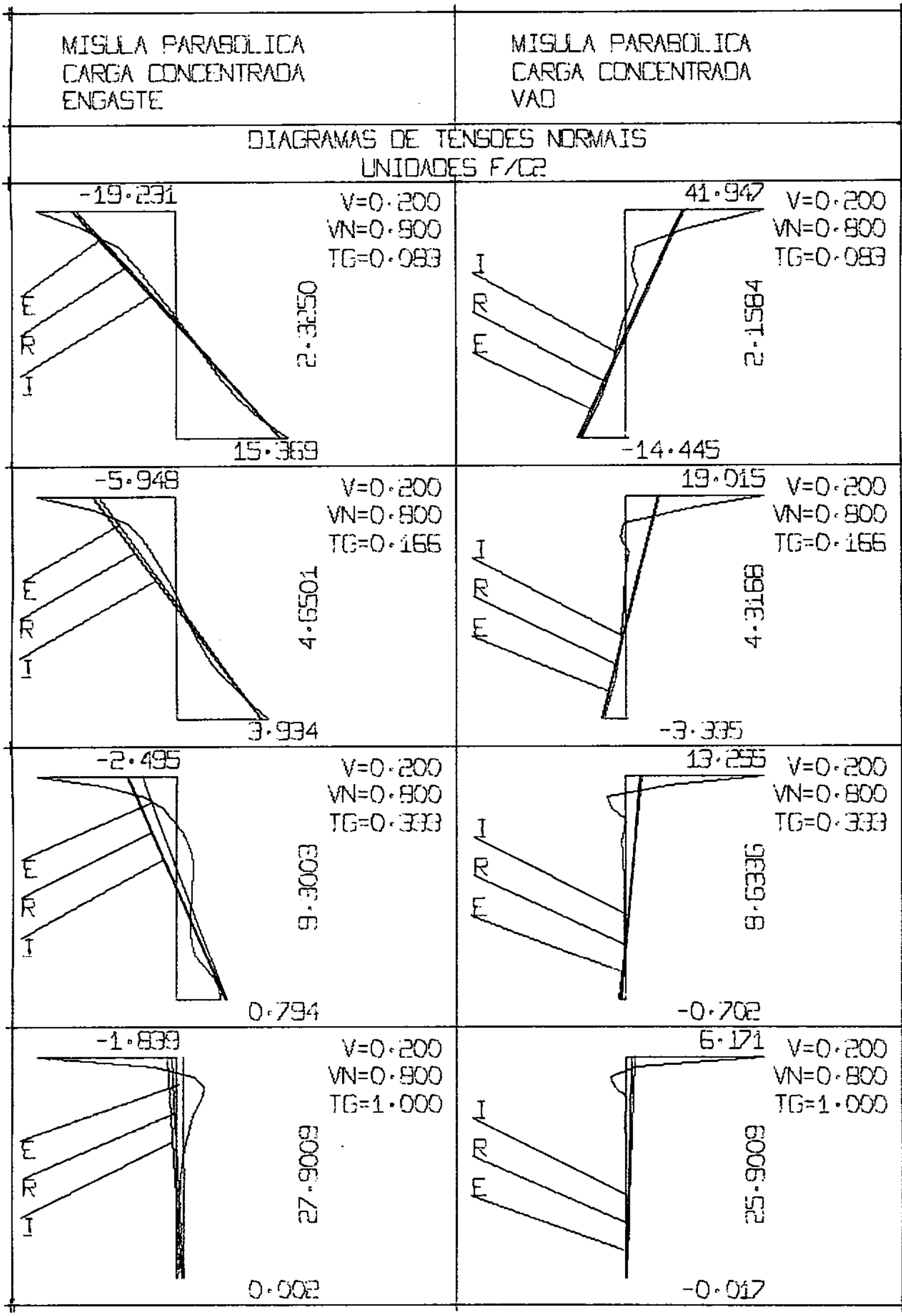

MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-19.231
V=0.200
VN=0.800
TG=0.083
2.3250
15.369
41.947
V=0.200
VN=0.800
TG=0.083
2.1584
-14.445
-5.948
V=0.200
VN=0.800
TG=0.166
4.6501
3.934
19.015
V=0.200
VN=0.800
TG=0.166
4.3168
-3.335
-2.495
V=0.200
VN=0.800
TG=0.333
9.3003
0.794
13.255
V=0.200
VN=0.800
TG=0.333
8.6336
-0.702
-1.839
V=0.200
VN=0.800
TG=1.000
27.9009
0.002
6.171
V=0.200
VN=0.800
TG=1.000
25.9009
-0.017
E
R
I

Figura 4.6.40

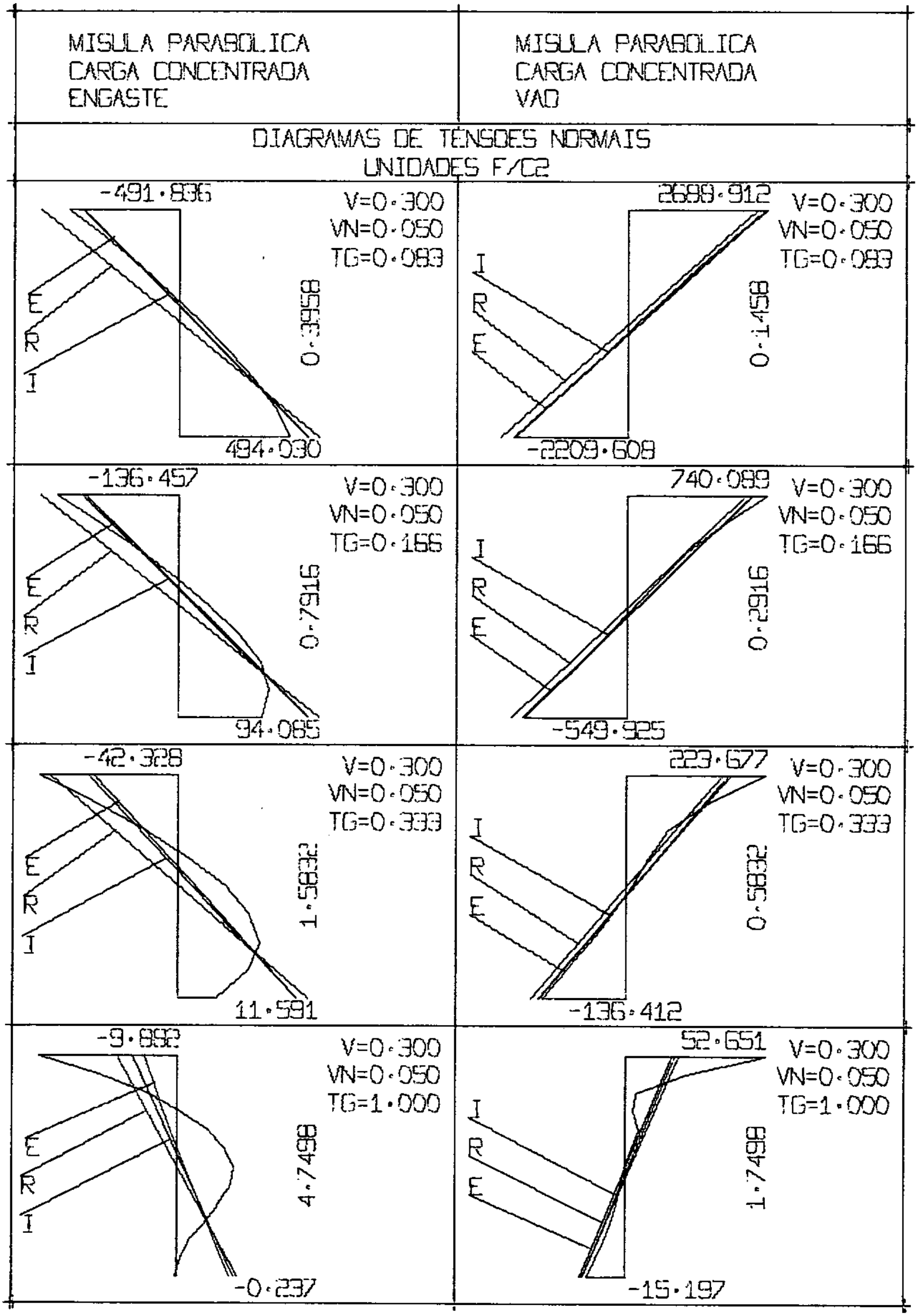

MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-491·836
494·030
V=0·300
VN=0·050
TG=0·083
0·3958
E
R
I
2688·912
-2209·608
V=0·300
VN=0·050
TG=0·083
0·1458
I
R
E
-136·457
94·085
V=0·300
VN=0·050
TG=0·166
0·7916
E
R
I
740·089
-549·925
V=0·300
VN=0·050
TG=0·166
0·2916
I
R
E
-42·328
11·591
V=0·300
VN=0·050
TG=0·333
1·5832
E
R
I
223·677
-136·412
V=0·300
VN=0·050
TG=0·333
0·5832
I
R
E
-9·892
-0·237
V=0·300
VN=0·050
TG=1·000
4·7498
E
R
I
52·651
-15·197
V=0·300
VN=0·050
TG=1·000
1·7498
I
R
E

Figura 4.6.41

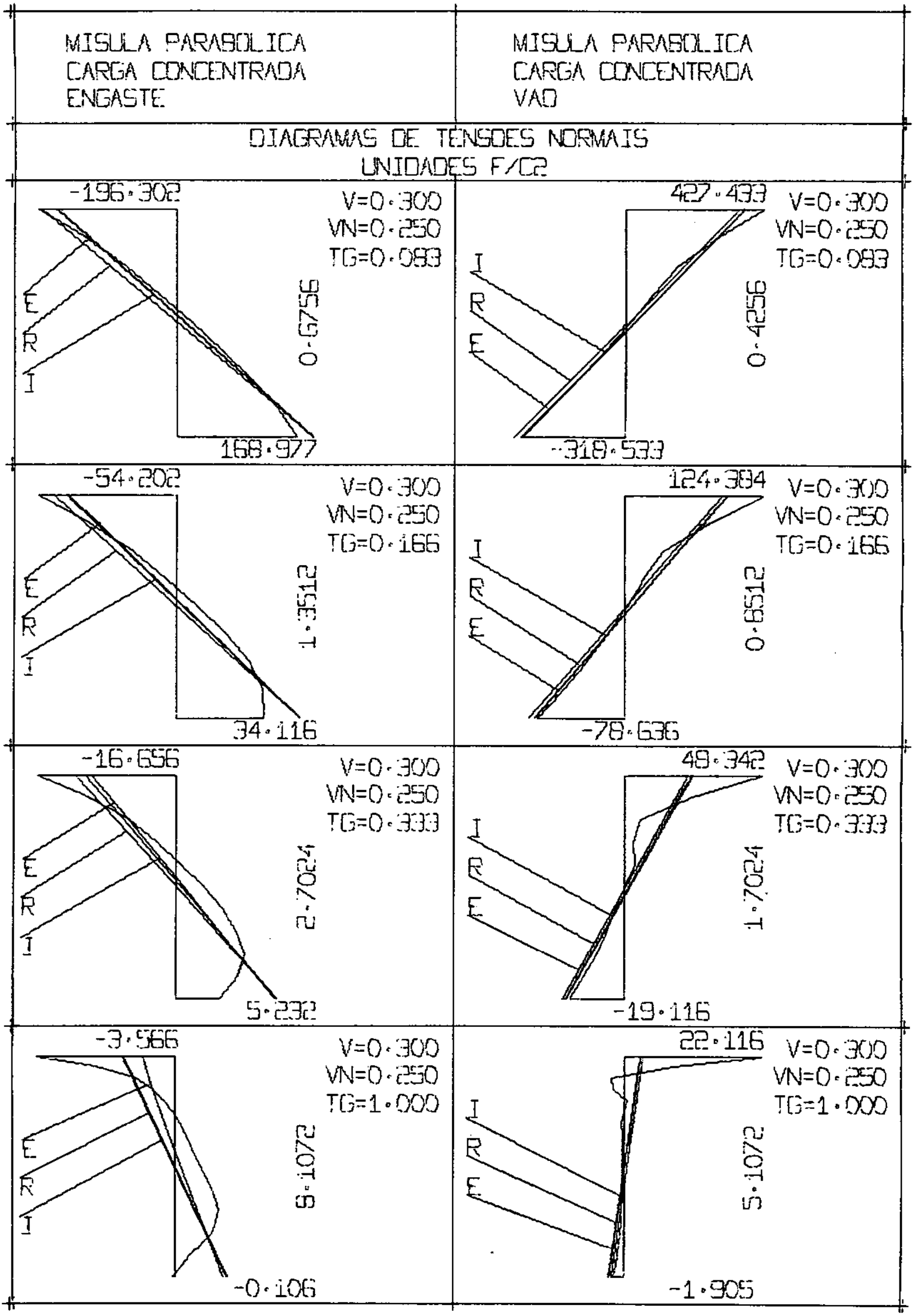
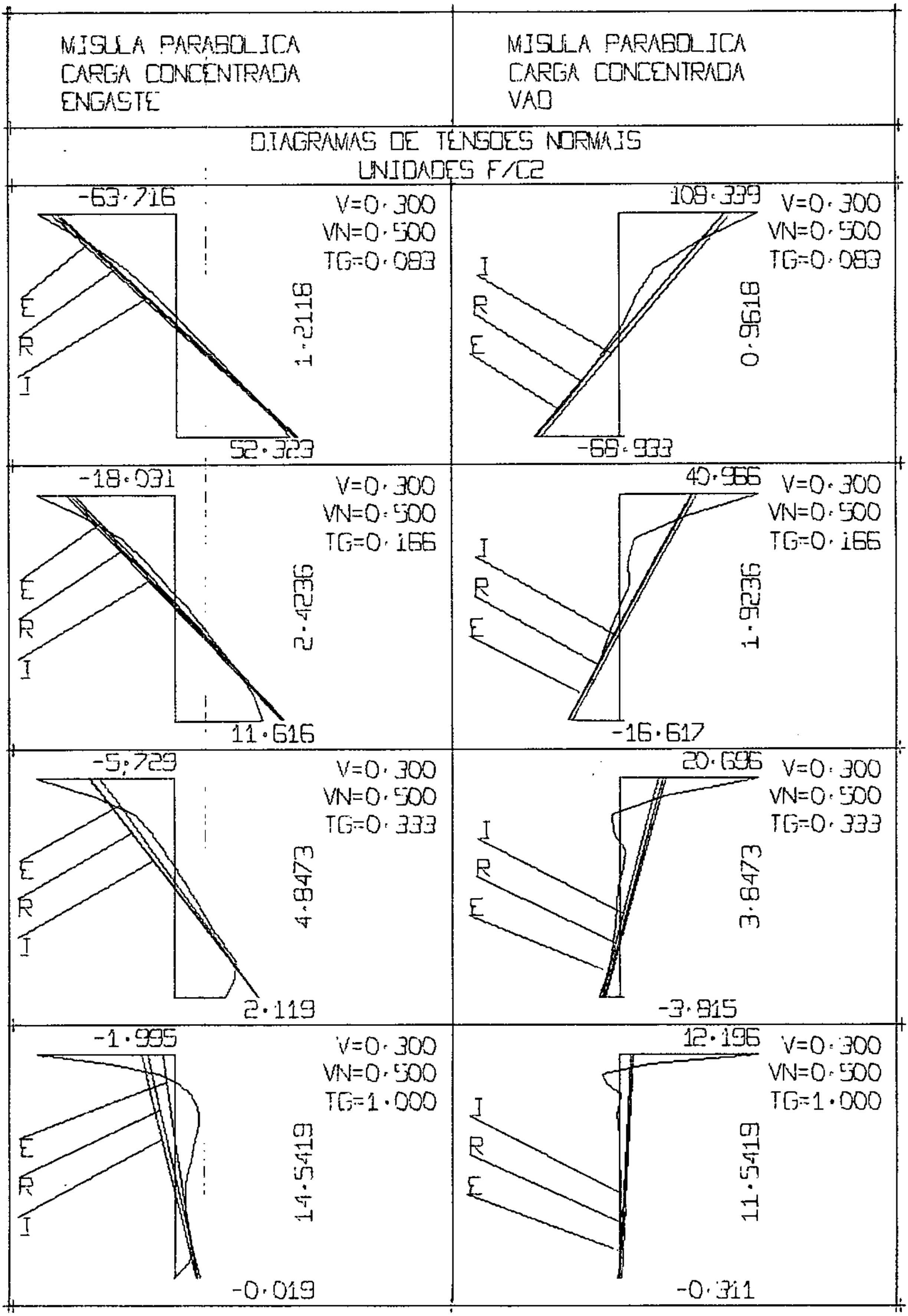

MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-196.302
V=0.300
VN=0.250
TG=0.083
E
R
I
0.6756
168.977
427.433
V=0.300
VN=0.250
TG=0.083
I
R
E
0.4256
-318.533
-54.202
V=0.300
VN=0.250
TG=0.166
1.3512
34.116
124.384
V=0.300
VN=0.250
TG=0.166
0.8512
-78.636
-16.656
V=0.300
VN=0.250
TG=0.333
2.7024
5.232
48.342
V=0.300
VN=0.250
TG=0.333
1.7024
-19.116
-3.566
V=0.300
VN=0.250
TG=1.000
8.1072
-0.106
22.116
V=0.300
VN=0.250
TG=1.000
5.1072
-1.905

Figura 4.6.42



MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-63.716
V=0.300
VN=0.500
TG=0.083
1.2118
52.323
E
R
I
108.339
V=0.300
VN=0.500
TG=0.083
0.9618
-68.933
I
R
E
-18.031
V=0.300
VN=0.500
TG=0.166
2.4236
11.616
40.966
V=0.300
VN=0.500
TG=0.166
1.9236
-16.617
-5.729
V=0.300
VN=0.500
TG=0.333
4.8473
2.119
20.696
V=0.300
VN=0.500
TG=0.333
3.8473
-3.815
-1.995
V=0.300
VN=0.500
TG=1.000
14.5419
-0.019
12.196
V=0.300
VN=0.500
TG=1.000
11.5419
-0.311

Figura 4.6.43

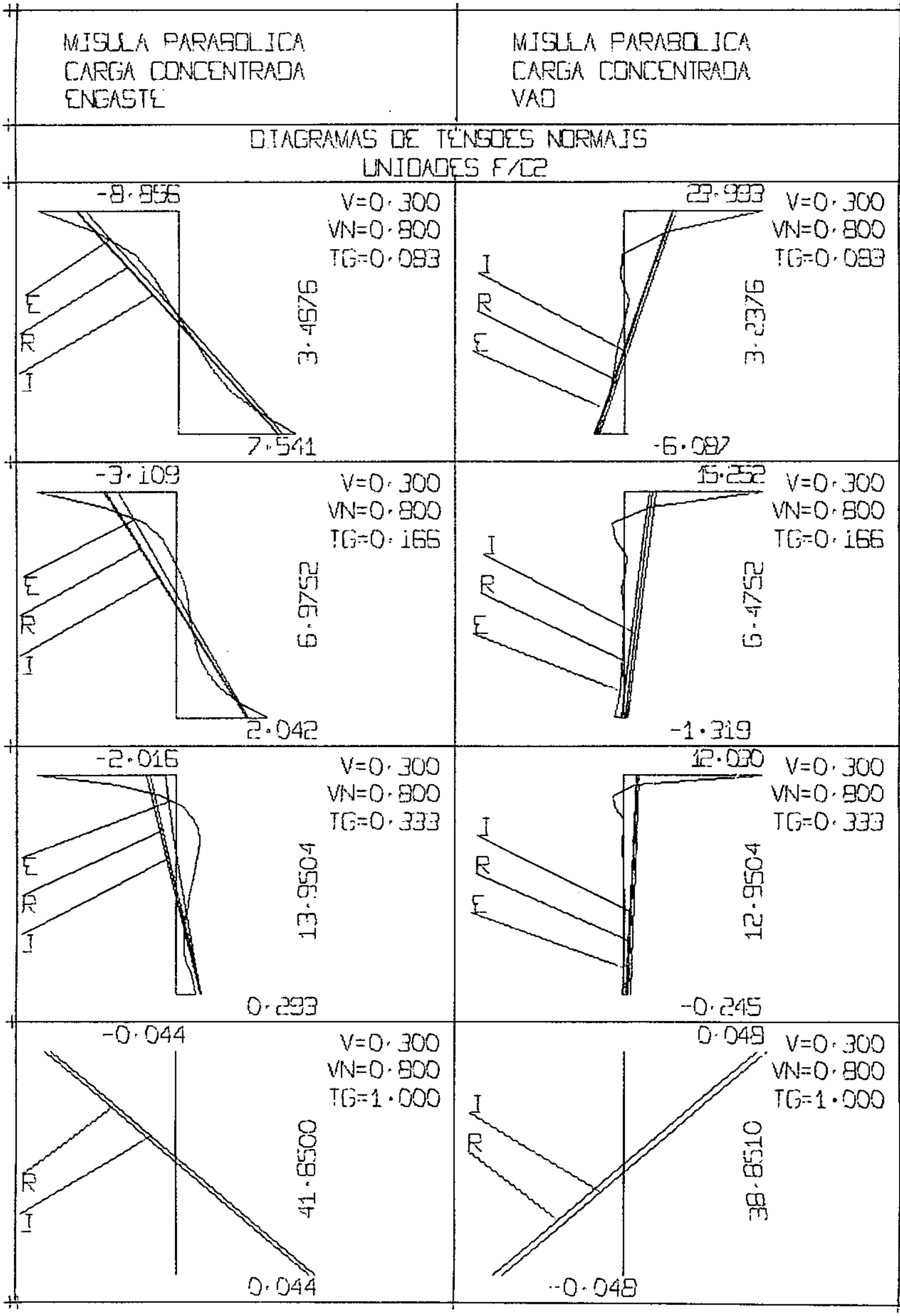
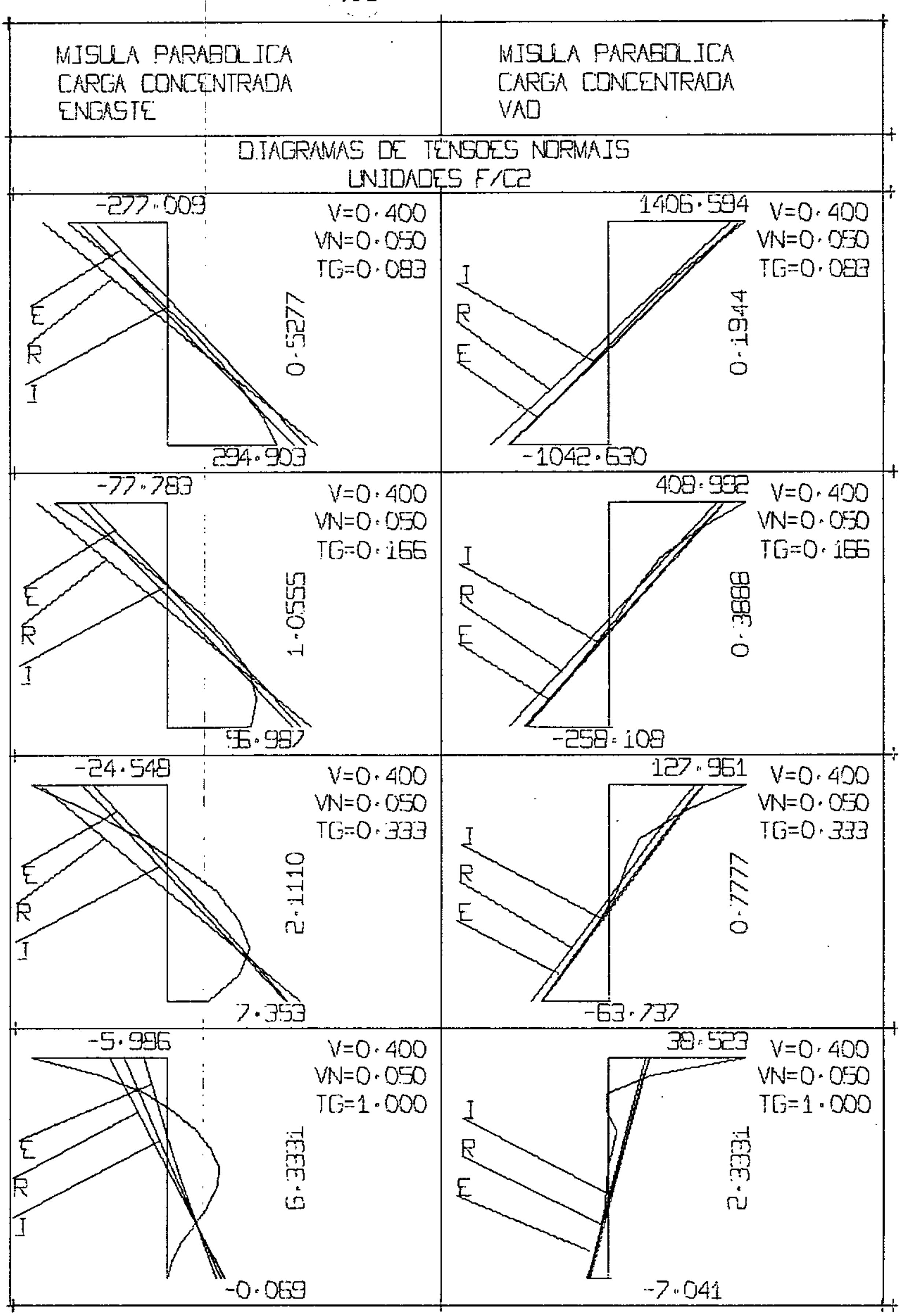

MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-8.956
V=0.300
VN=0.800
TG=0.083
E
R
I
3.4576
7.541
23.993
V=0.300
VN=0.800
TG=0.083
I
R
E
3.2376
-6.087
-3.109
V=0.300
VN=0.800
TG=0.166
E
R
I
6.9752
2.042
15.252
V=0.300
VN=0.800
TG=0.166
I
R
E
6.4752
-1.319
-2.016
V=0.300
VN=0.800
TG=0.333
E
R
I
13.9504
0.293
12.030
V=0.300
VN=0.800
TG=0.333
I
R
E
12.9504
-0.245
-0.044
V=0.300
VN=0.800
TG=1.000
R
I
41.8500
0.044
0.048
V=0.300
VN=0.800
TG=1.000
I
R
38.8510
-0.048

Figura 4.6.44



MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAD
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-277.009
V=0.400
VN=0.050
TG=0.083
0.5277
294.903
1406.594
0.1944
-1042.630
-77.783
TG=0.166
1.0555
96.997
408.992
0.3888
-258.108
-24.548
TG=0.333
2.1110
7.353
127.961
0.7777
-63.737
-5.996
TG=1.000
6.3331
-0.069
38.523
2.3331
-7.041
E
R
I

Figura 4.6.45

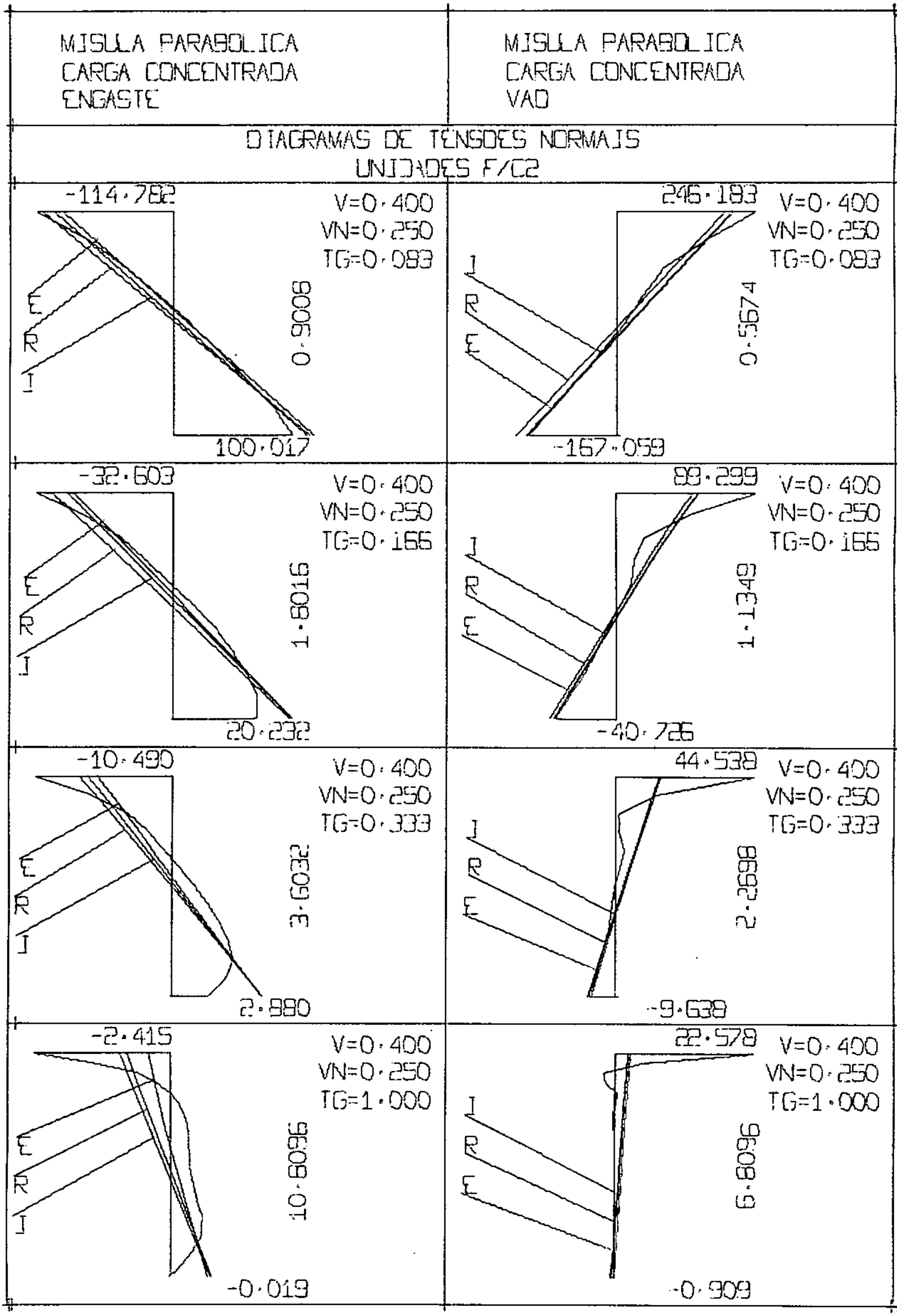

MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-114.782
V=0.400
VN=0.250
TG=0.083
0.9006
100.017
246.183
V=0.400
VN=0.250
TG=0.083
0.5674
-167.059
-32.603
V=0.400
VN=0.250
TG=0.166
1.8016
20.232
88.299
V=0.400
VN=0.250
TG=0.166
1.1349
-40.726
-10.490
V=0.400
VN=0.250
TG=0.333
3.6032
2.880
44.538
V=0.400
VN=0.250
TG=0.333
2.2698
-9.638
-2.415
V=0.400
VN=0.250
TG=1.000
10.8096
-0.019
22.578
V=0.400
VN=0.250
TG=1.000
6.8096
-0.909
E
R
I

Figura 4.6.46

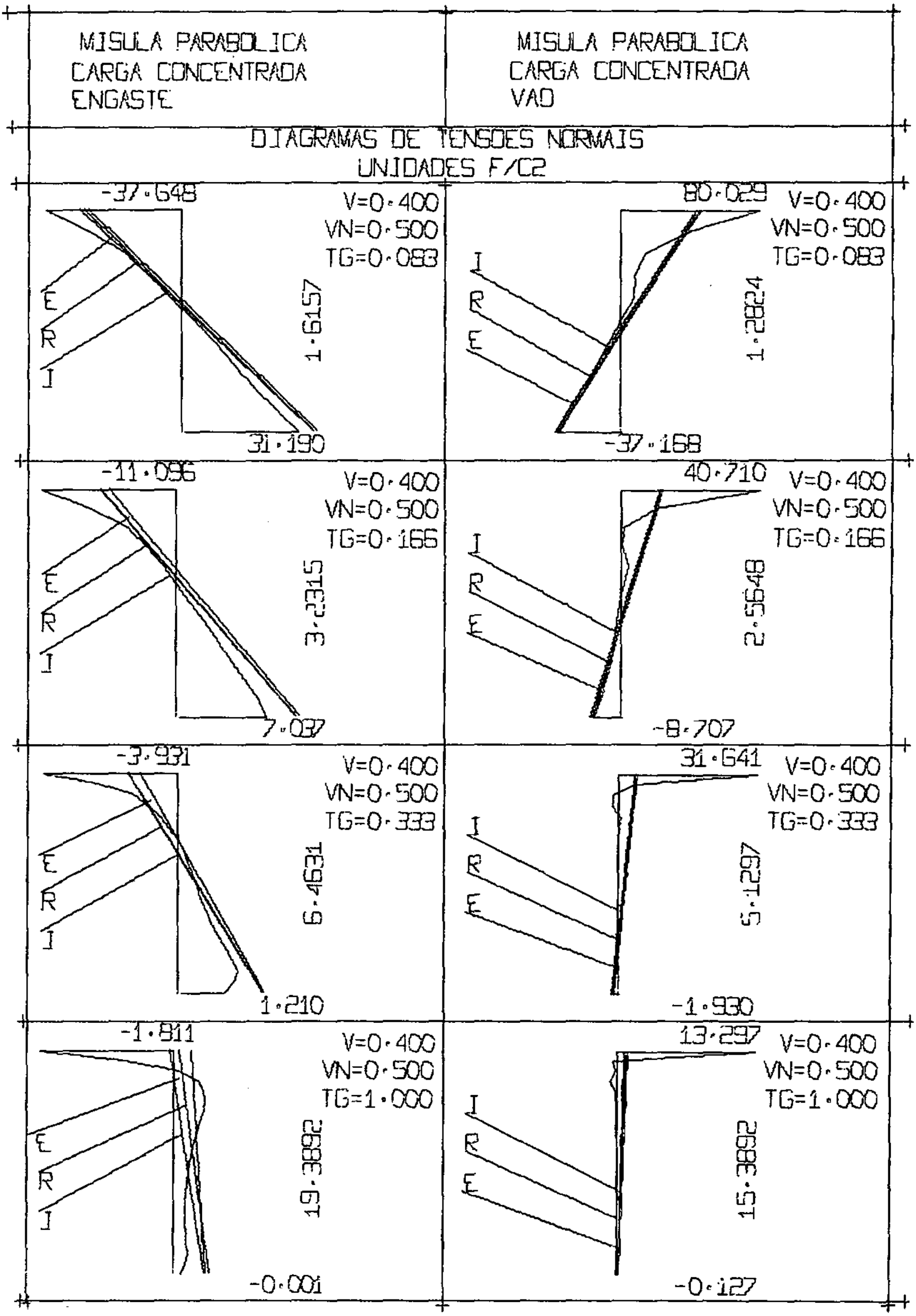

MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-37.648
V=0.400
VN=0.500
TG=0.083
1.6157
31.190
80.029
1.2824
-37.168
-11.096
TG=0.166
3.2315
7.037
40.710
2.5648
-8.707
-3.931
TG=0.333
6.4631
1.210
31.641
5.1297
-1.930
-1.811
TG=1.000
19.3892
-0.001
13.297
15.3892
-0.127
E
R
I

Figura 4.6.47

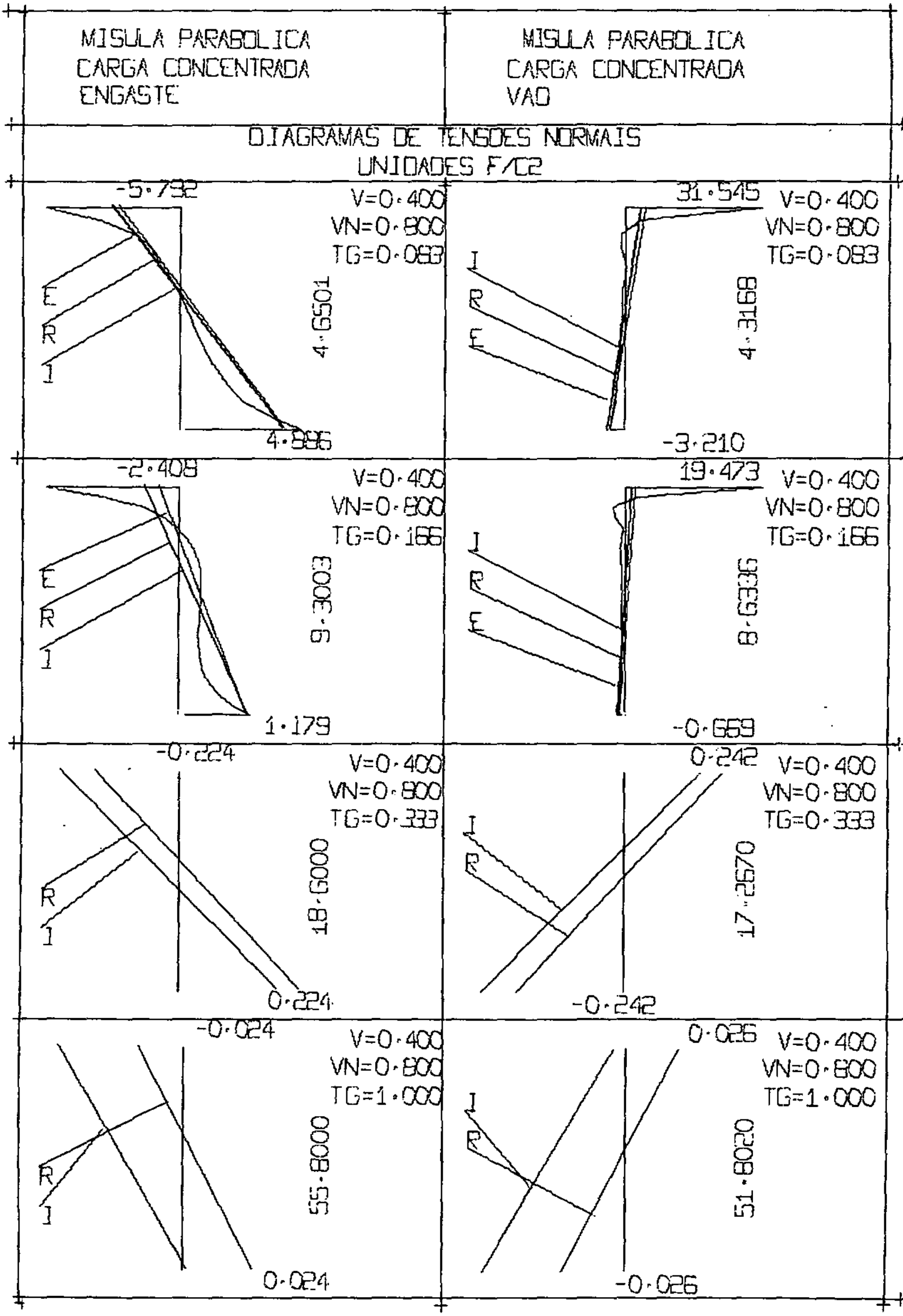

MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA CONCENTRADA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-5.732
V=0.400
VN=0.800
TG=0.083
E
R
I
4.6501
4.886
31.545
V=0.400
VN=0.800
TG=0.083
I
R
E
4.3168
-3.210
-2.408
V=0.400
VN=0.800
TG=0.166
E
R
I
9.3003
1.179
19.473
V=0.400
VN=0.800
TG=0.166
I
R
E
8.6336
-0.669
-0.224
V=0.400
VN=0.800
TG=0.333
R
I
18.6000
0.224
0.242
V=0.400
VN=0.800
TG=0.333
I
R
17.2670
-0.242
-0.024
V=0.400
VN=0.800
TG=1.000
R
I
55.8000
0.024
0.026
V=0.400
VN=0.800
TG=1.000
I
R
51.8020
-0.026

Figura 4.6.48

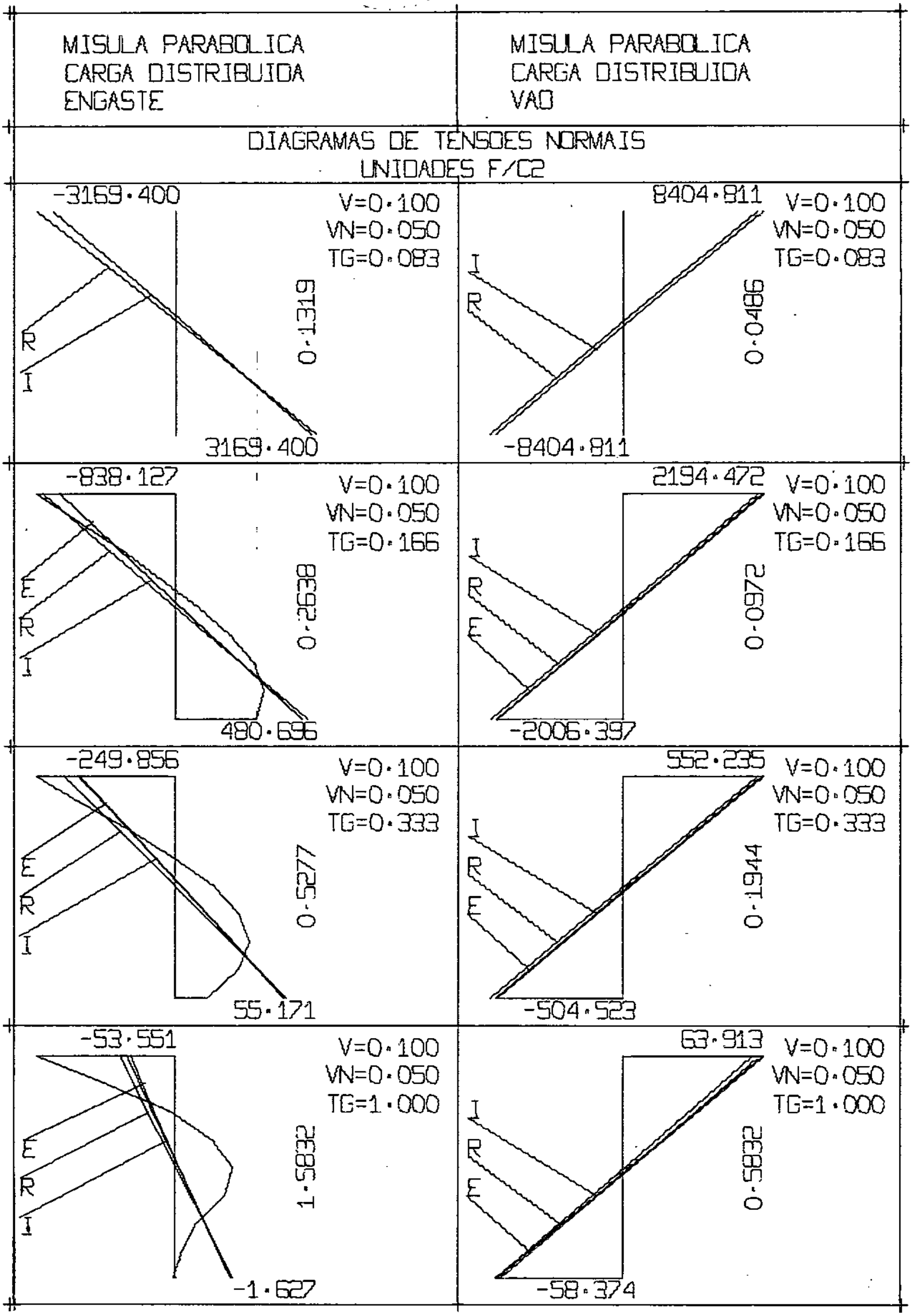

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-3169.400
V=0.100
VN=0.050
TG=0.083
0.1319
R
I
3169.400
8404.811
V=0.100
VN=0.050
TG=0.083
I
R
0.0486
-8404.811
-838.127
V=0.100
VN=0.050
TG=0.166
E
R
I
0.2638
480.696
2194.472
V=0.100
VN=0.050
TG=0.166
I
R
E
0.0972
-2006.397
-249.856
V=0.100
VN=0.050
TG=0.333
E
R
I
0.5277
55.171
552.235
V=0.100
VN=0.050
TG=0.333
I
R
E
0.1944
-504.523
-53.551
V=0.100
VN=0.050
TG=1.000
E
R
I
1.5832
-1.627
63.913
V=0.100
VN=0.050
TG=1.000
I
R
E
0.5832
-58.374

Figura 4.6.49

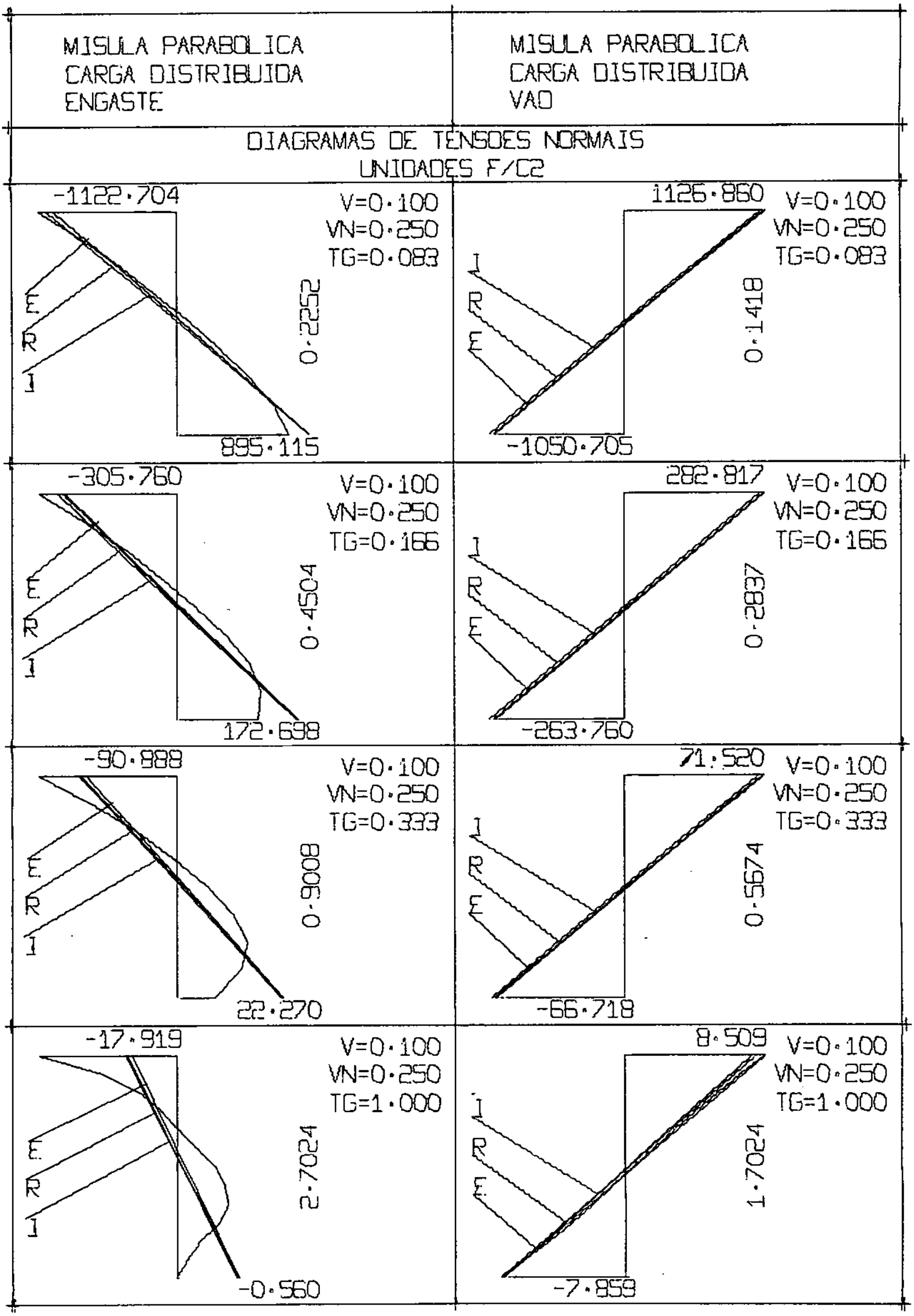

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-1122.704
V=0.100
VN=0.250
TG=0.083
E
R
I
0.2252
895.115
1126.860
V=0.100
VN=0.250
TG=0.083
I
R
E
0.1418
-1050.705
-305.760
V=0.100
VN=0.250
TG=0.166
E
R
I
0.4504
172.698
282.817
V=0.100
VN=0.250
TG=0.166
I
R
E
0.2837
-263.760
-90.888
V=0.100
VN=0.250
TG=0.333
E
R
I
0.9008
22.270
71.520
V=0.100
VN=0.250
TG=0.333
I
R
E
0.5674
-66.718
-17.919
V=0.100
VN=0.250
TG=1.000
E
R
I
2.7024
-0.560
8.509
V=0.100
VN=0.250
TG=1.000
I
R
E
1.7024
-7.859

Figura 4.6.50

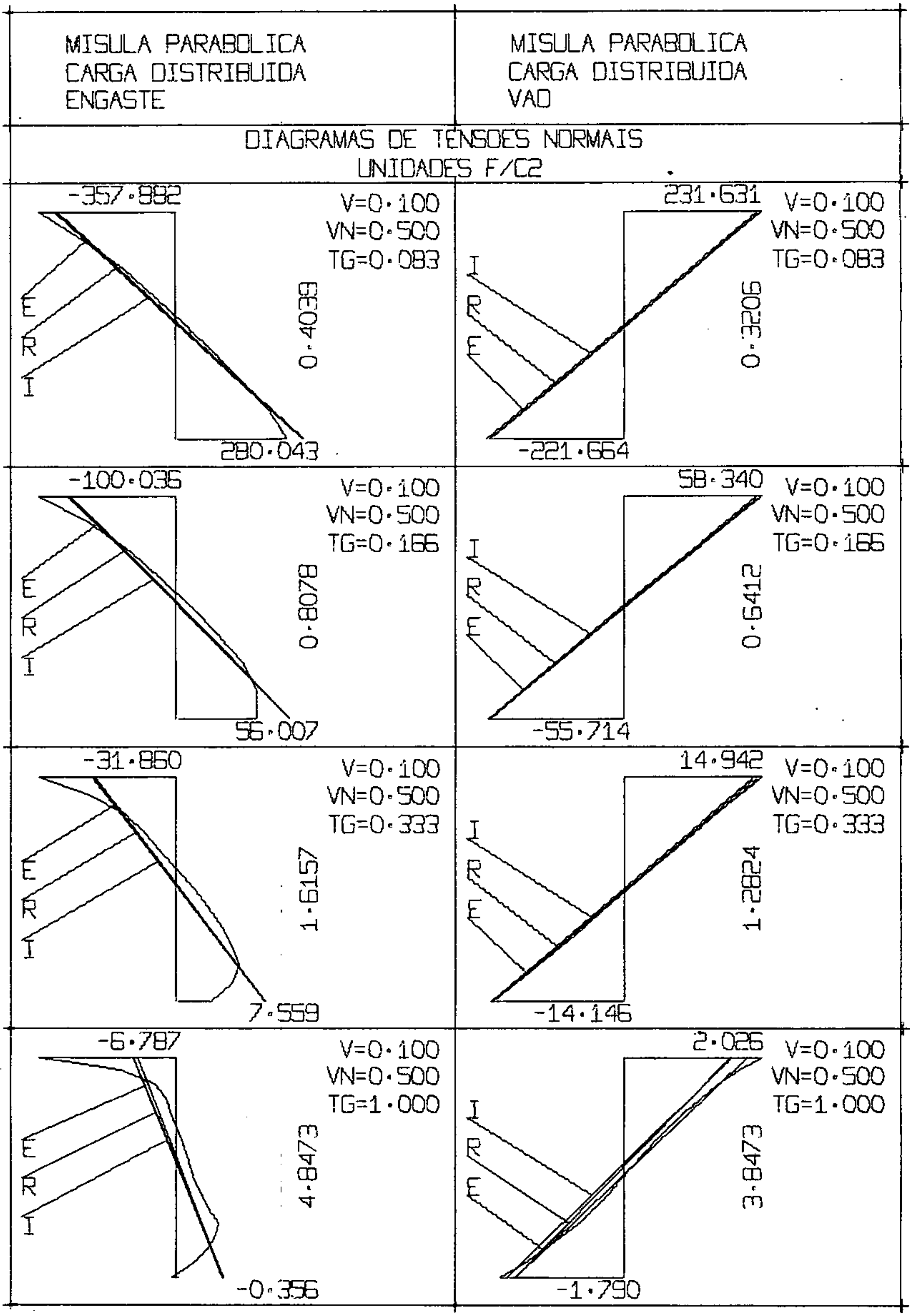
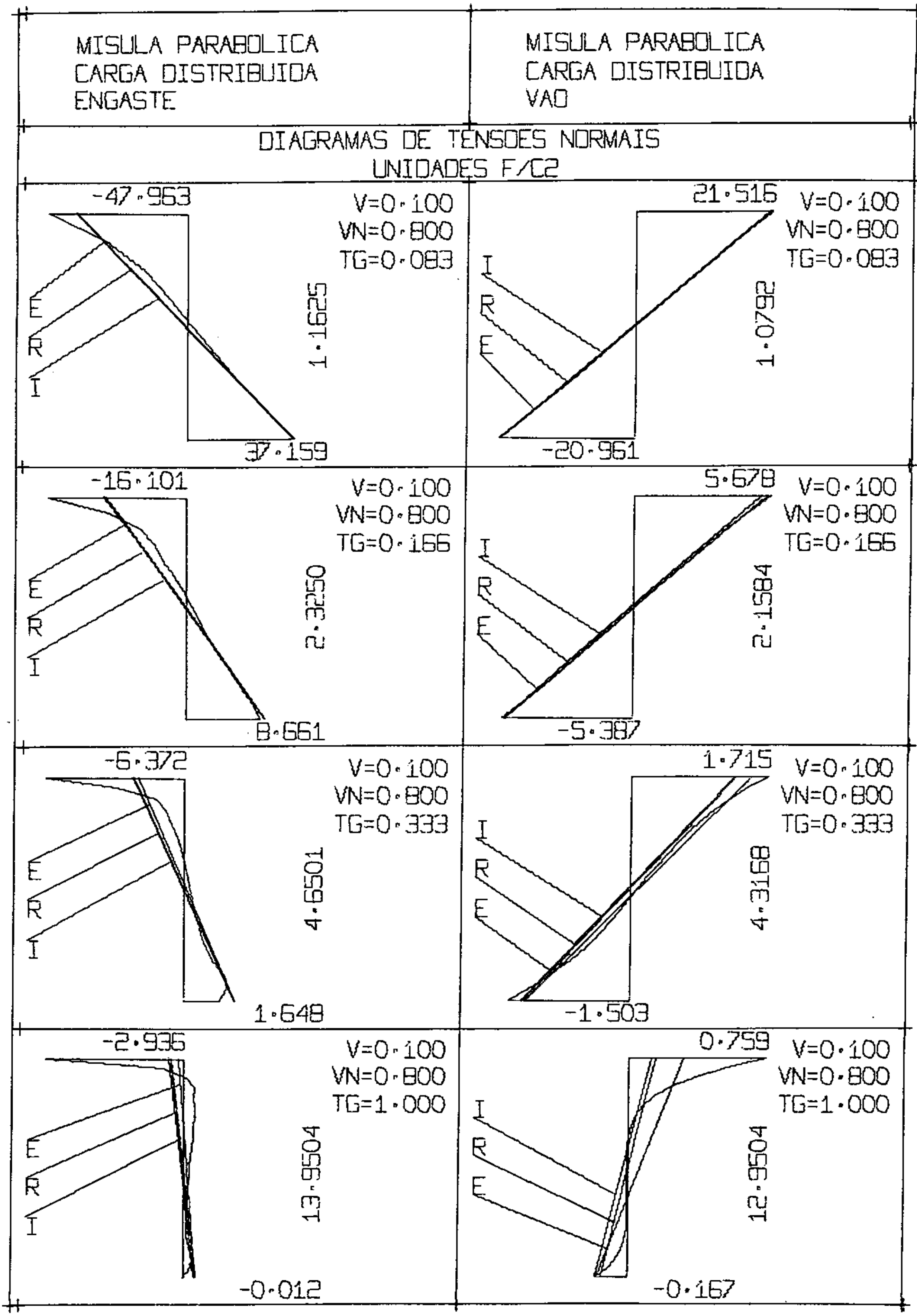

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-357.882
V=0.100
VN=0.500
TG=0.083
E
R
I
0.4039
280.043
231.631
V=0.100
VN=0.500
TG=0.083
I
R
E
0.3206
-221.664
-100.036
V=0.100
VN=0.500
TG=0.166
E
R
I
0.8078
56.007
58.340
V=0.100
VN=0.500
TG=0.166
I
R
E
0.6412
-55.714
-31.860
V=0.100
VN=0.500
TG=0.333
E
R
I
1.6157
7.559
14.942
V=0.100
VN=0.500
TG=0.333
I
R
E
1.2824
-14.146
-6.787
V=0.100
VN=0.500
TG=1.000
E
R
I
4.8473
-0.356
2.026
V=0.100
VN=0.500
TG=1.000
I
R
E
3.8473
-1.790

Figura 4.6.51



MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-47.963
V=0.100
VN=0.800
TG=0.083
E
R
I
1.1625
37.159
21.516
-20.961
1.0792
-16.101
TG=0.166
2.3250
8.661
5.678
-5.387
2.1584
-6.372
TG=0.333
4.6501
1.648
1.715
-1.503
4.3168
-2.936
TG=1.000
13.9504
-0.012
0.759
12.9504
-0.167

Figura 4.6.52

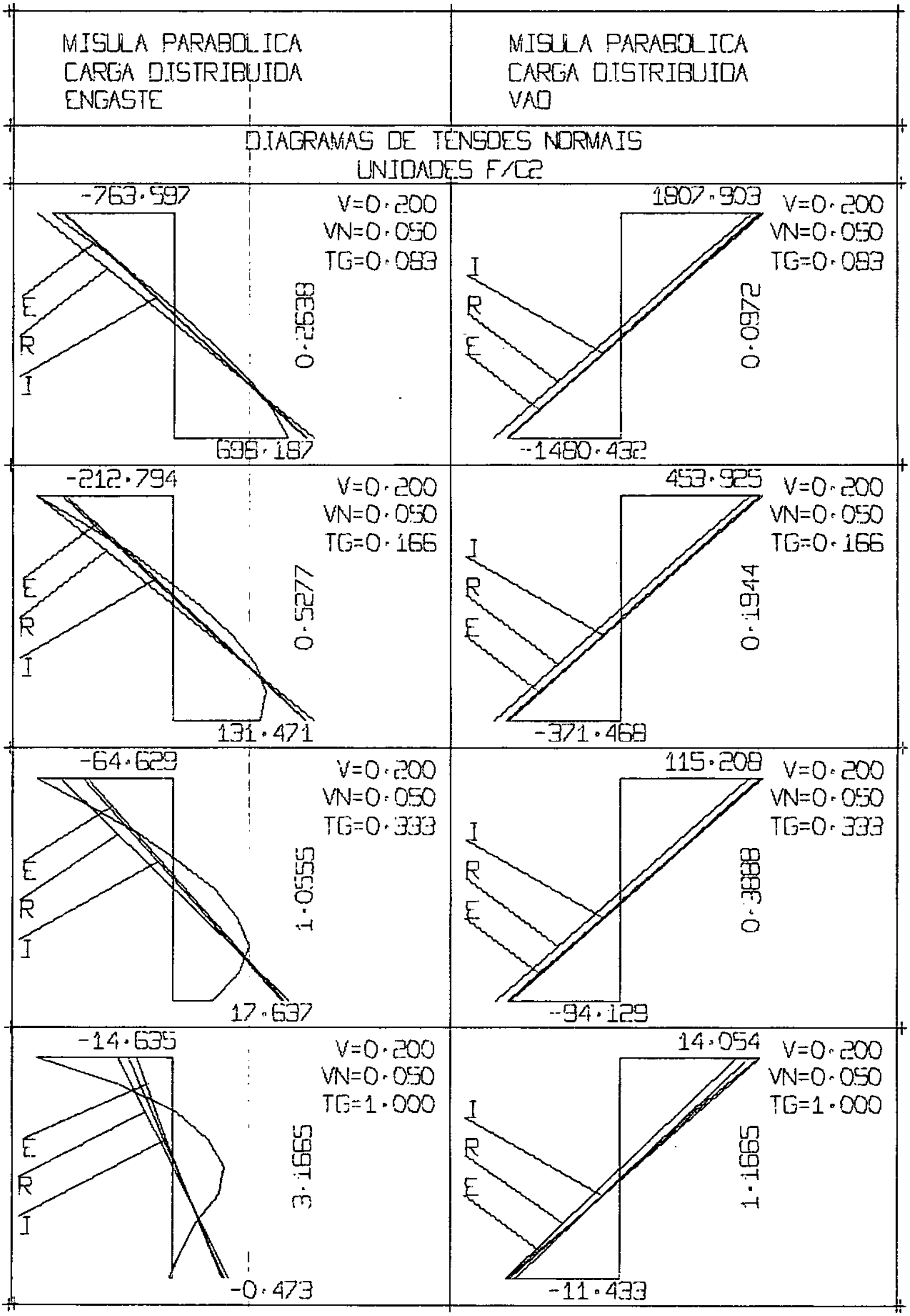

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-763·597
V=0·200
VN=0·050
TG=0·083
E
R
I
0·2638
698·187
1807·903
V=0·200
VN=0·050
TG=0·083
I
R
E
0·0972
-1480·432
-212·794
V=0·200
VN=0·050
TG=0·166
E
R
I
0·5277
131·471
453·925
V=0·200
VN=0·050
TG=0·166
I
R
E
0·1944
-371·468
-64·629
V=0·200
VN=0·050
TG=0·333
E
R
I
1·0555
17·637
115·208
V=0·200
VN=0·050
TG=0·333
I
R
E
0·3888
-94·129
-14·635
V=0·200
VN=0·050
TG=1·000
E
R
I
3·1665
-0·473
14·054
V=0·200
VN=0·050
TG=1·000
I
R
E
1·1665
-11·433

Figura 4.6.53

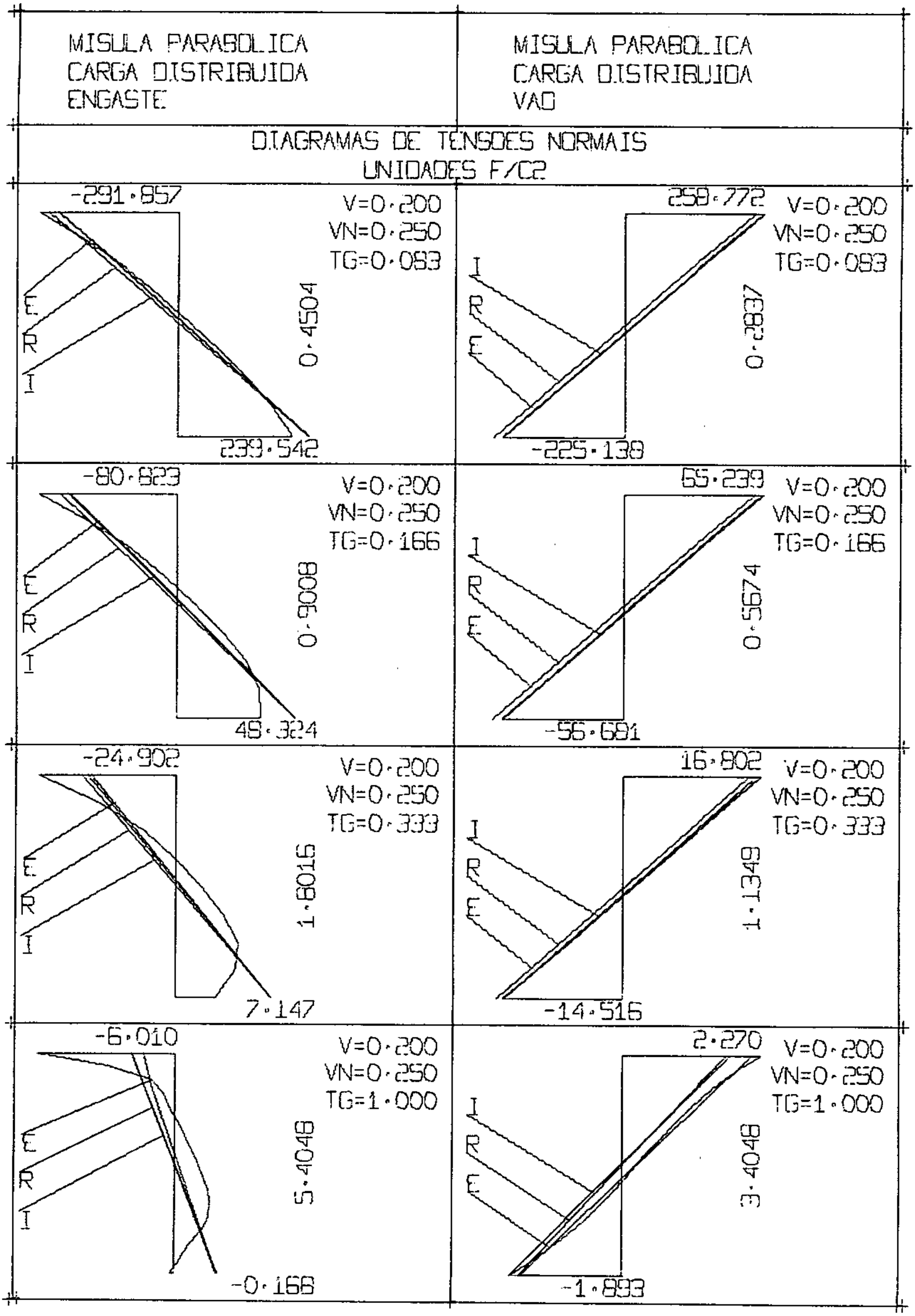

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-291.857
V=0.200
VN=0.250
TG=0.083
E
R
I
0.4504
239.542
258.772
V=0.200
VN=0.250
TG=0.083
I
R
E
0.2837
-225.138
-80.823
V=0.200
VN=0.250
TG=0.166
E
R
I
0.9008
49.324
65.239
V=0.200
VN=0.250
TG=0.166
I
R
E
0.5674
-56.681
-24.902
V=0.200
VN=0.250
TG=0.333
E
R
I
1.8016
7.147
16.802
V=0.200
VN=0.250
TG=0.333
I
R
E
1.1349
-14.516
-6.010
V=0.200
VN=0.250
TG=1.000
E
R
I
5.4048
-0.166
2.270
V=0.200
VN=0.250
TG=1.000
I
R
E
3.4048
-1.893

Figura 4.6.54

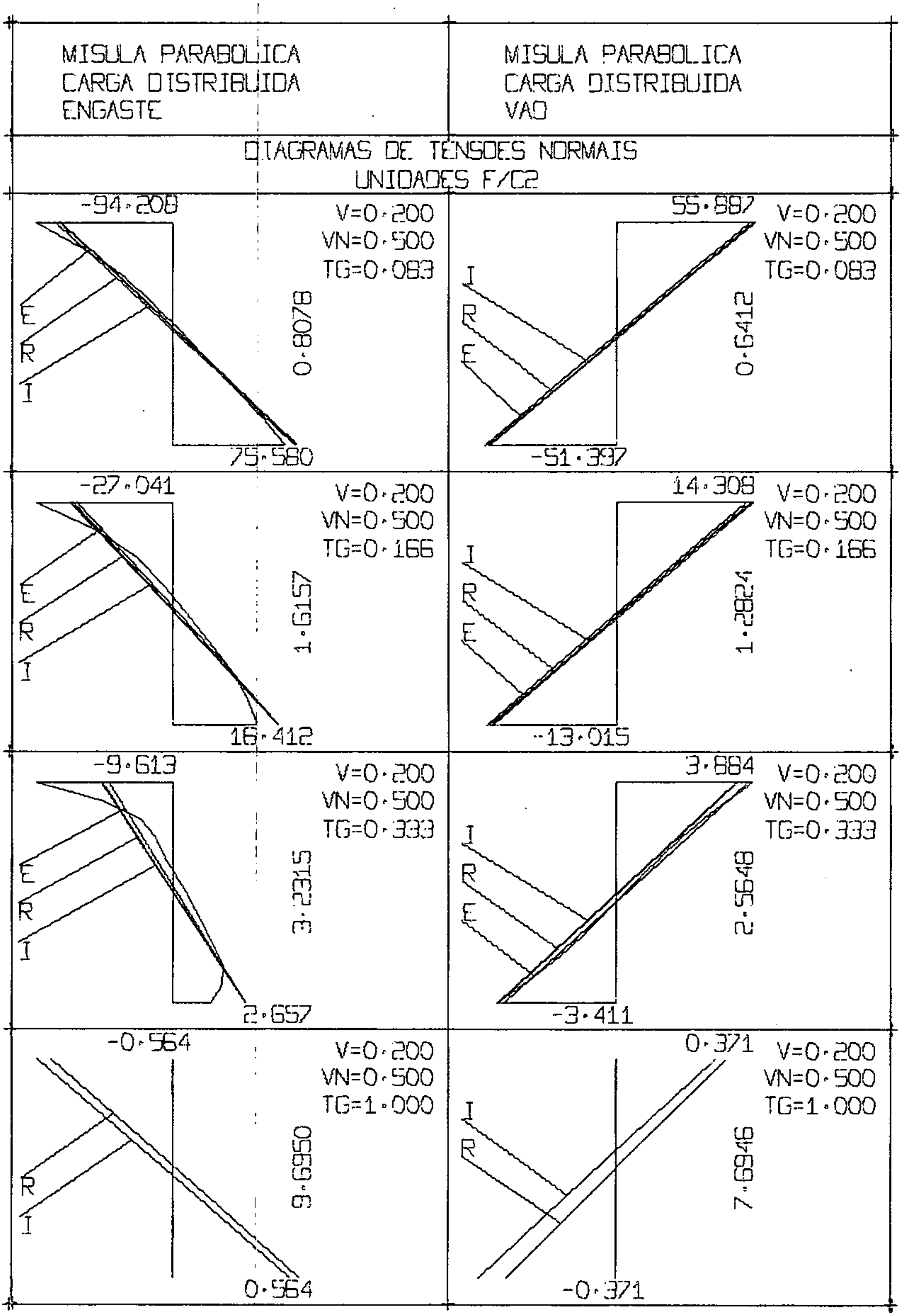

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-94.208
75.580
V=0.200
VN=0.500
TG=0.083
0.8078
55.887
-51.397
0.6412
-27.041
16.412
TG=0.166
1.6157
14.308
-13.015
1.2824
-9.613
2.657
TG=0.333
3.2315
3.884
-3.411
2.5648
-0.564
0.564
TG=1.000
9.6950
0.371
-0.371
7.6946
E
R
I

Figura 4.6.55

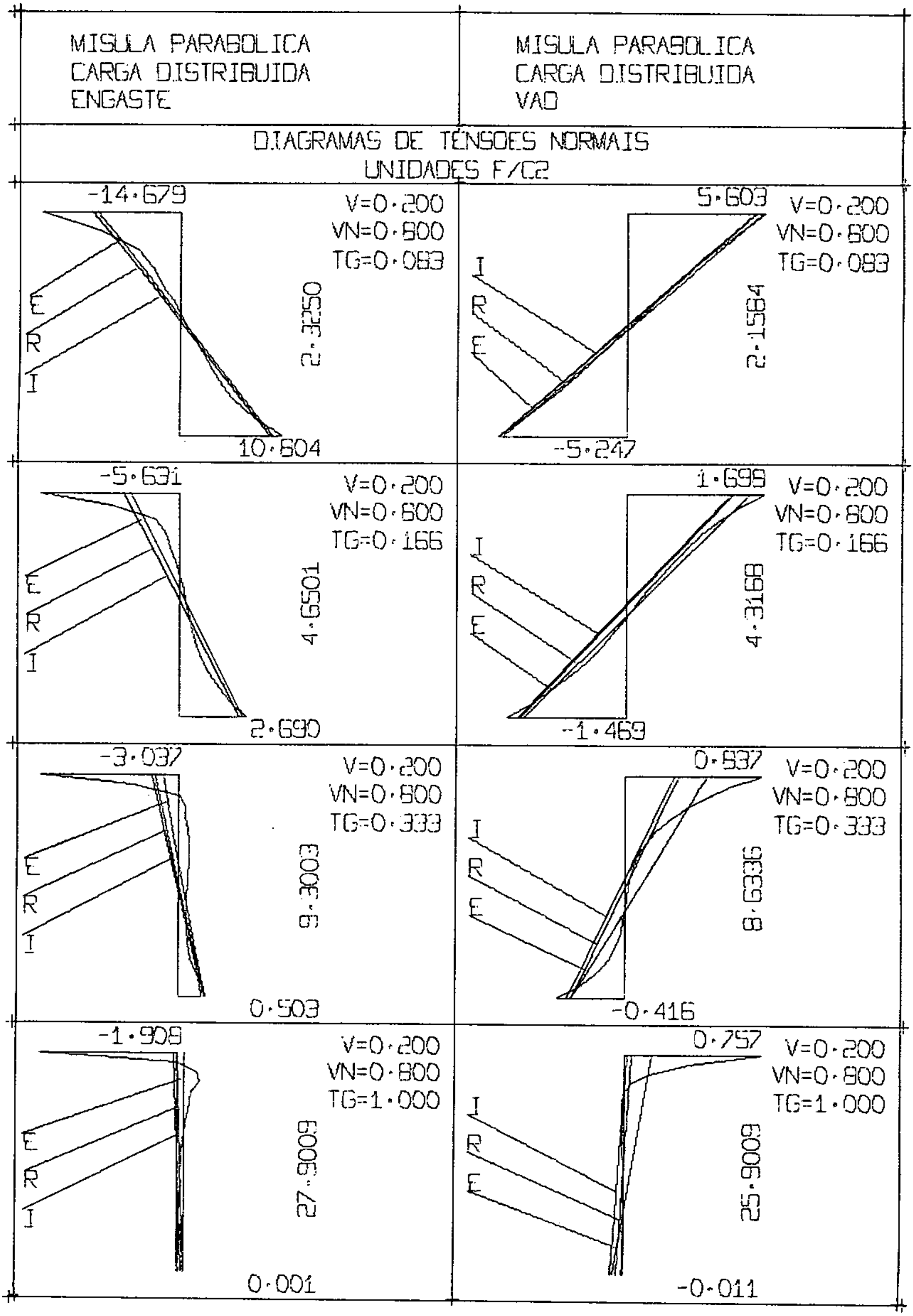

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-14.679
V=0.200
VN=0.800
TG=0.083
E
R
I
2.3250
10.604
5.603
V=0.200
VN=0.800
TG=0.083
I
R
E
2.1584
-5.247
-5.631
V=0.200
VN=0.800
TG=0.166
E
R
I
4.6501
2.690
1.699
V=0.200
VN=0.800
TG=0.166
I
R
E
4.3168
-1.469
-3.037
V=0.200
VN=0.800
TG=0.333
E
R
I
9.3003
0.503
0.637
V=0.200
VN=0.800
TG=0.333
I
R
E
8.6336
-0.416
-1.909
V=0.200
VN=0.800
TG=1.000
E
R
I
27.9009
0.001
0.757
V=0.200
VN=0.800
TG=1.000
I
R
E
25.9009
-0.011

Figura 4.6.56

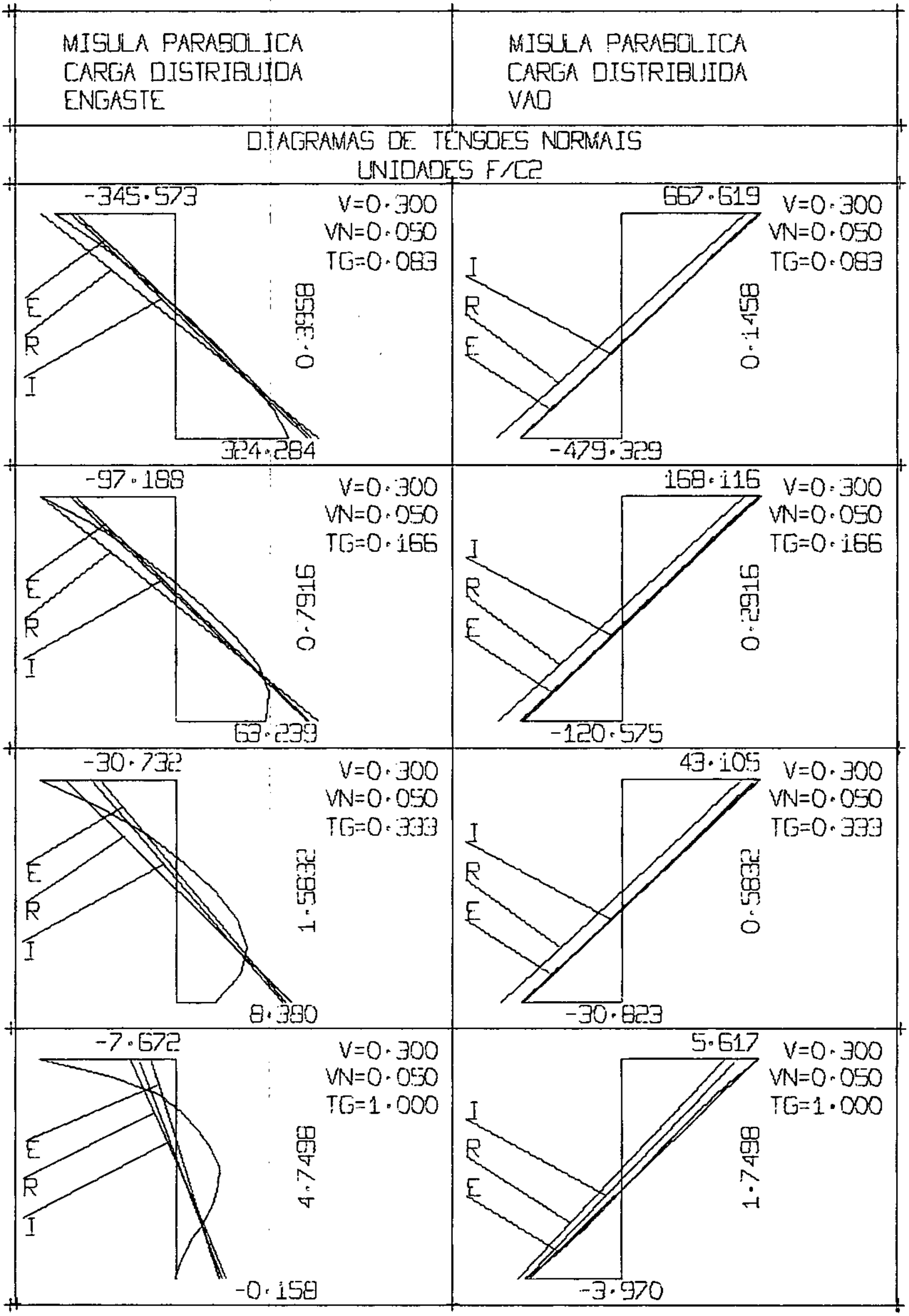

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-345·573
V=0·300
VN=0·050
TG=0·083
E
R
I
0·3958
324·284
667·619
V=0·300
VN=0·050
TG=0·083
I
R
E
0·1458
-479·329
-97·188
V=0·300
VN=0·050
TG=0·166
E
R
I
0·7916
63·239
168·116
V=0·300
VN=0·050
TG=0·166
I
R
E
0·2916
-120·575
-30·732
V=0·300
VN=0·050
TG=0·333
E
R
I
1·5832
8·380
43·105
V=0·300
VN=0·050
TG=0·333
I
R
E
0·5832
-30·823
-7·672
V=0·300
VN=0·050
TG=1·000
E
R
I
4·7498
-0·158
5·617
V=0·300
VN=0·050
TG=1·000
I
R
E
1·7498
-3·970

Figura 4.6.57

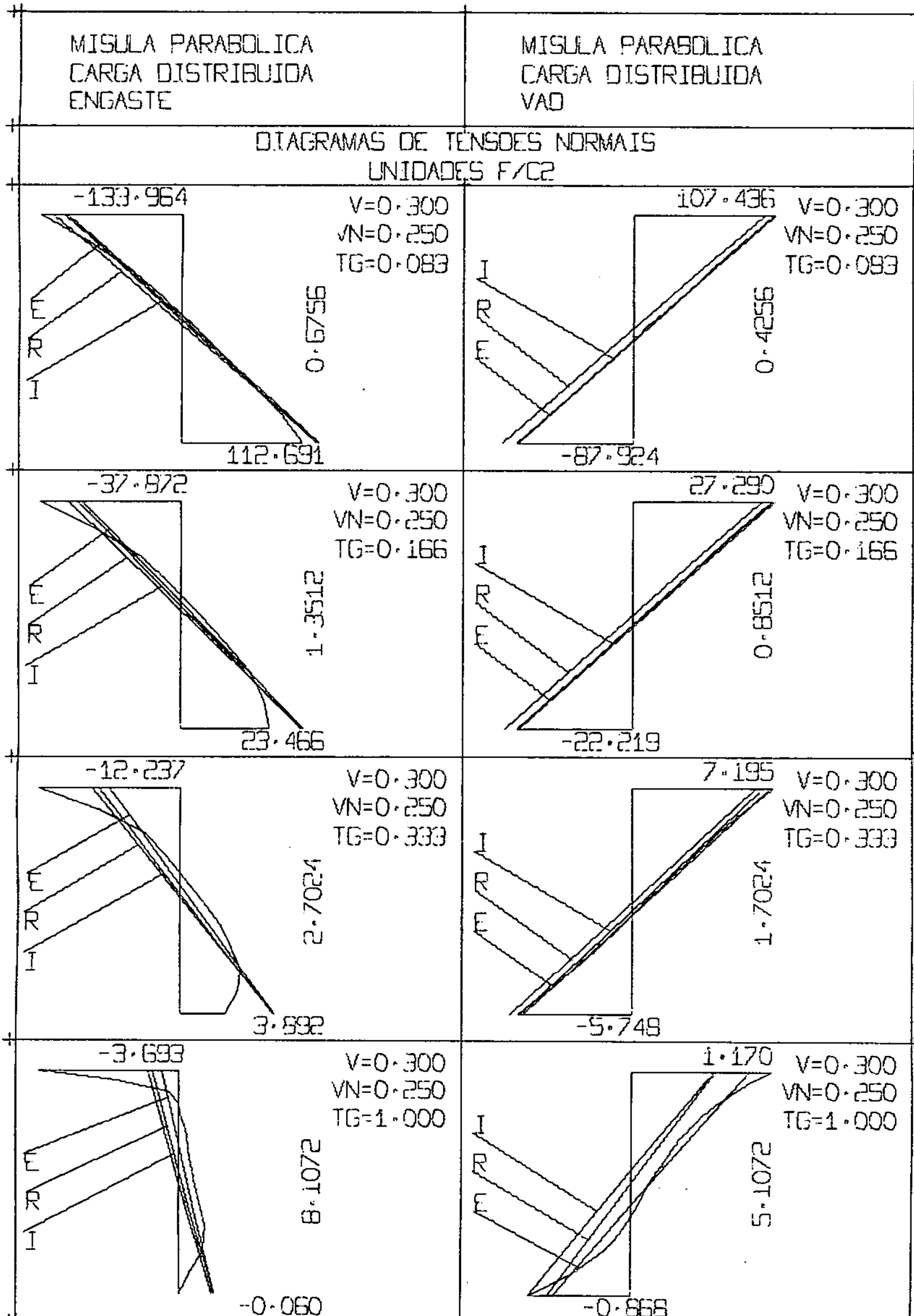

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAD
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-133.964
V=0.300
VN=0.250
TG=0.083
E
R
I
0.6756
112.691
107.436
V=0.300
VN=0.250
TG=0.083
I
R
E
0.4256
-87.924
-37.872
V=0.300
VN=0.250
TG=0.166
E
R
I
1.3512
23.466
27.290
V=0.300
VN=0.250
TG=0.166
I
R
E
0.8512
-22.219
-12.237
V=0.300
VN=0.250
TG=0.333
E
R
I
2.7024
3.892
7.195
V=0.300
VN=0.250
TG=0.333
I
R
E
1.7024
-5.749
-3.693
V=0.300
VN=0.250
TG=1.000
E
R
I
8.1072
-0.060
1.170
V=0.300
VN=0.250
TG=1.000
I
R
E
5.1072
-0.868

Figura 4.6.58

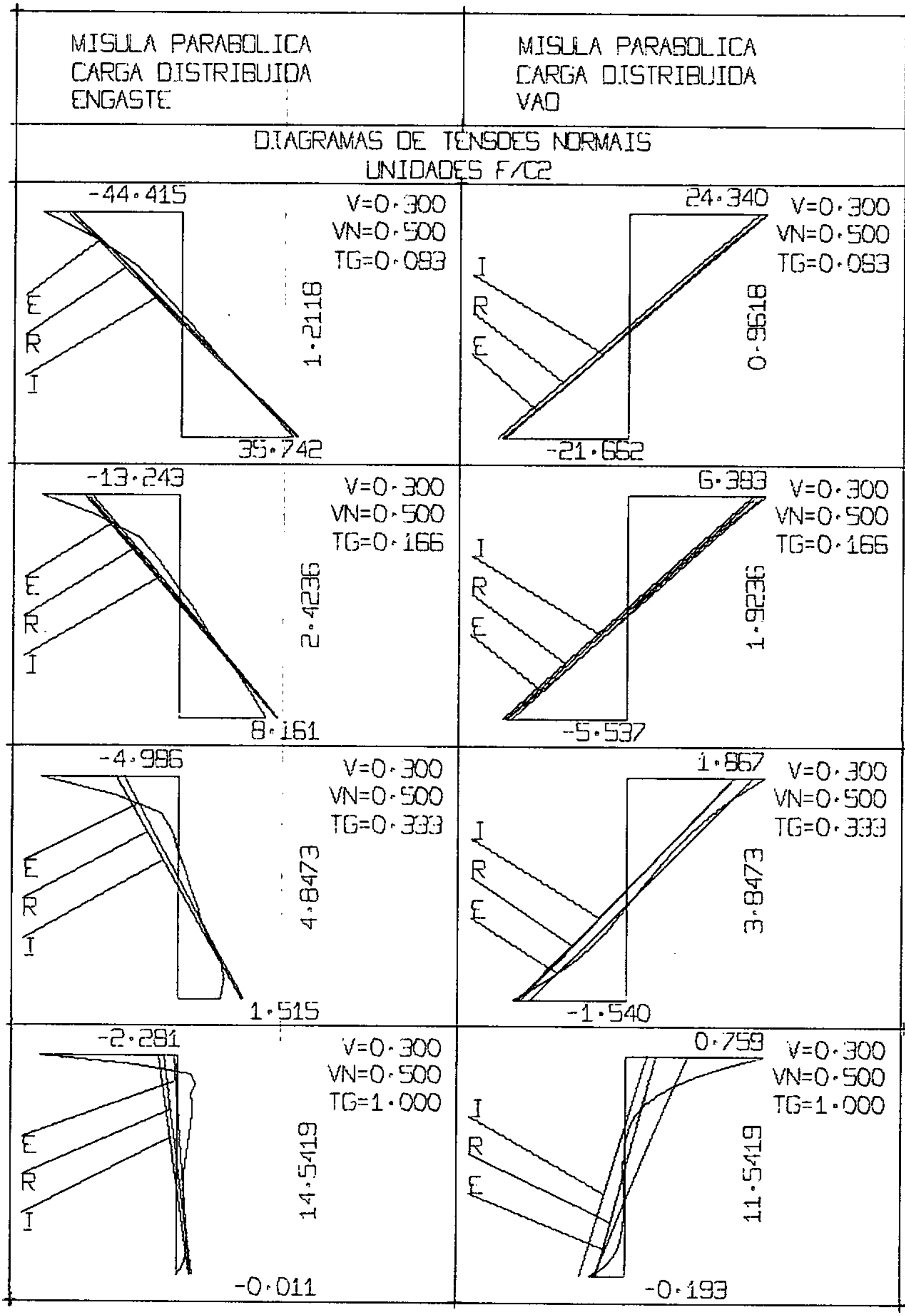

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-44.415
V=0.300
VN=0.500
TG=0.083
1.2118
35.742
E
R
I
24.340
V=0.300
VN=0.500
TG=0.083
0.9618
-21.652
-13.243
V=0.300
VN=0.500
TG=0.166
2.4236
8.161
6.383
V=0.300
VN=0.500
TG=0.166
1.9236
-5.537
-4.986
V=0.300
VN=0.500
TG=0.333
4.8473
1.515
1.867
V=0.300
VN=0.500
TG=0.333
3.8473
-1.540
-2.281
V=0.300
VN=0.500
TG=1.000
14.5419
-0.011
0.759
V=0.300
VN=0.500
TG=1.000
11.5419
-0.193

Figura 4.6.59

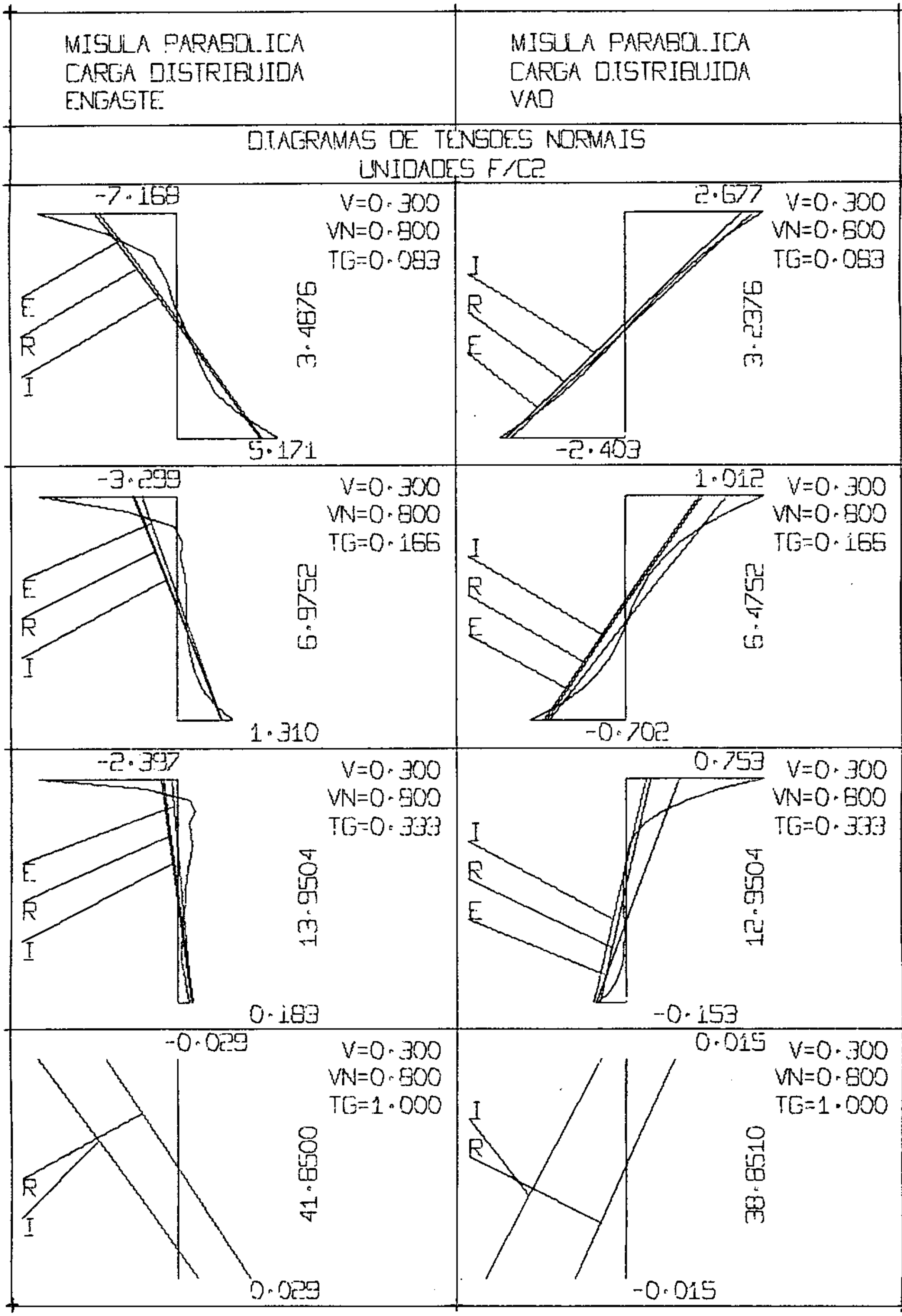

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-7.168
V=0.300
VN=0.800
TG=0.083
E
R
I
3.4876
5.171
2.677
V=0.300
VN=0.800
TG=0.083
I
R
E
3.2376
-2.403
-3.299
V=0.300
VN=0.800
TG=0.166
E
R
I
6.9752
1.310
1.012
V=0.300
VN=0.800
TG=0.166
I
R
E
6.4752
-0.702
-2.397
V=0.300
VN=0.800
TG=0.333
E
R
I
13.9504
0.183
0.753
V=0.300
VN=0.800
TG=0.333
I
R
E
12.9504
-0.153
-0.029
V=0.300
VN=0.800
TG=1.000
R
I
41.8500
0.029
0.015
V=0.300
VN=0.800
TG=1.000
I
R
38.8510
-0.015

Figura 4.6.60

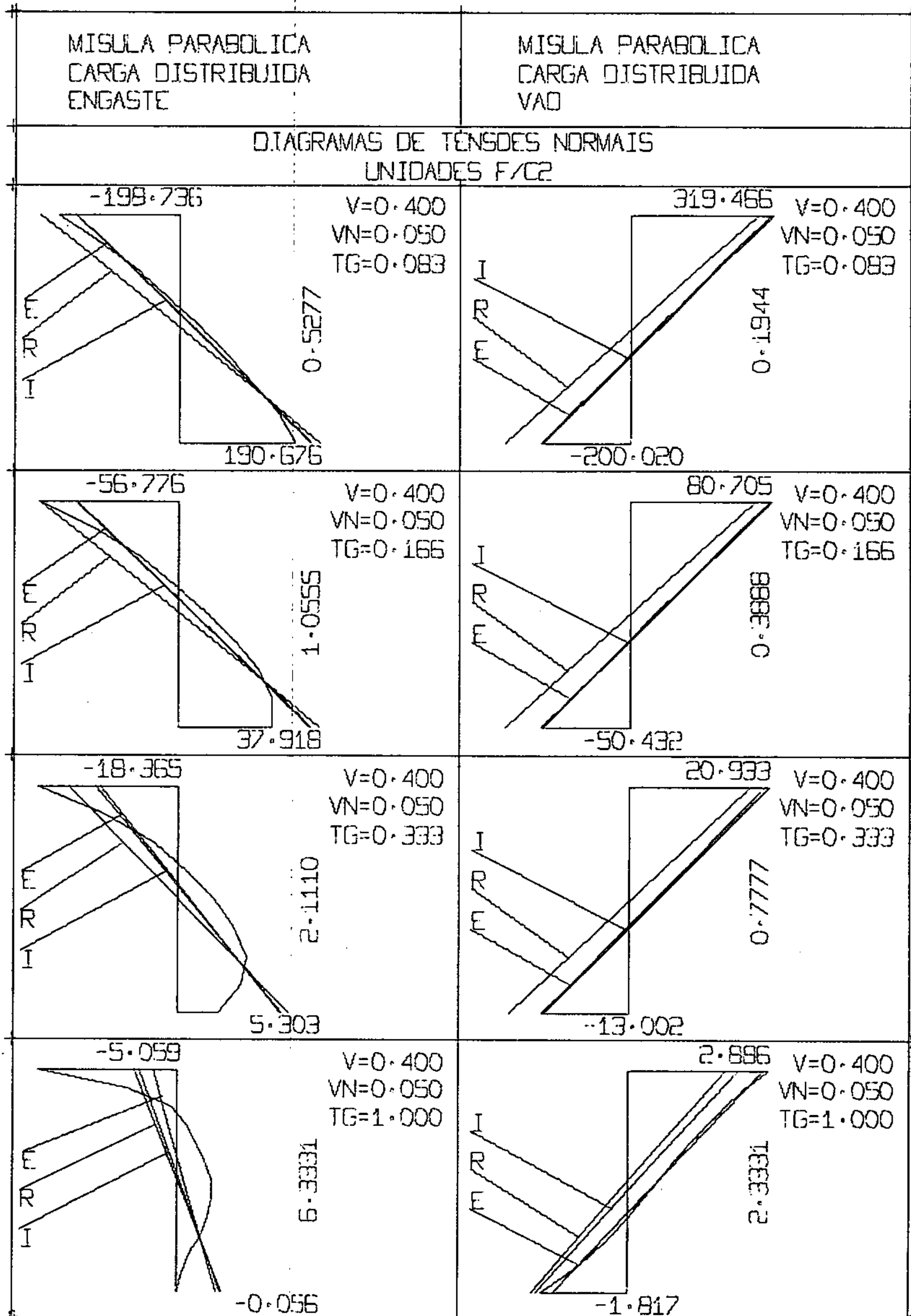

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-198·736
V=0·400
VN=0·050
TG=0·083
E
R
I
0·5277
190·676
319·466
V=0·400
VN=0·050
TG=0·083
I
R
E
0·1944
-200·020
-56·776
V=0·400
VN=0·050
TG=0·166
E
R
I
1·0555
37·918
80·705
V=0·400
VN=0·050
TG=0·166
I
R
E
0·3888
-50·432
-18·365
V=0·400
VN=0·050
TG=0·333
E
R
I
2·1110
5·303
20·933
V=0·400
VN=0·050
TG=0·333
I
R
E
0·7777
-13·002
-5·059
V=0·400
VN=0·050
TG=1·000
E
R
I
6·3331
-0·056
2·886
V=0·400
VN=0·050
TG=1·000
I
R
E
2·3331
-1·817

Figura 4.6.61

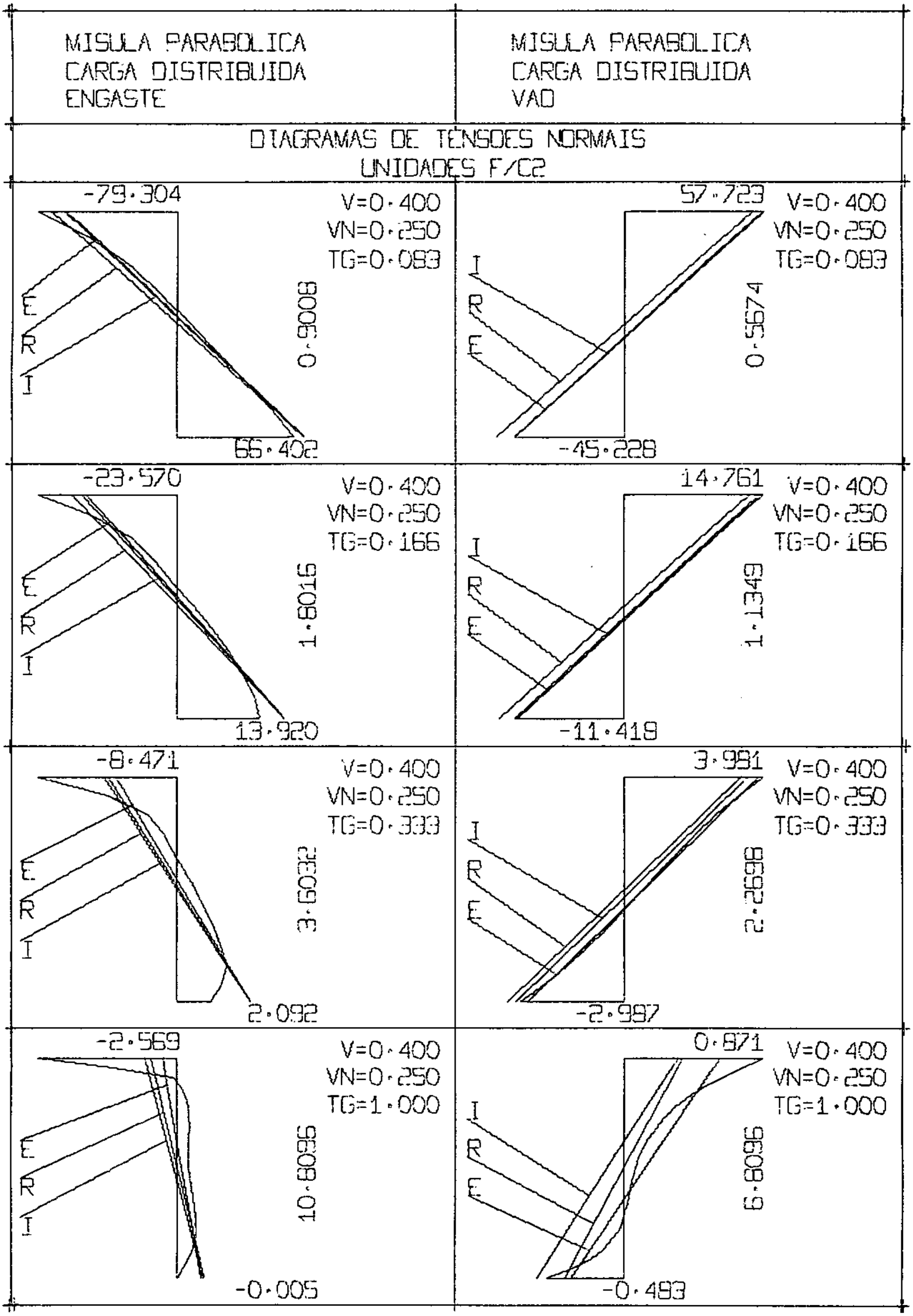

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-79.304
V=0.400
VN=0.250
TG=0.083
E
R
I
0.9008
66.402
57.723
V=0.400
VN=0.250
TG=0.083
I
R
E
0.5674
-45.228
-23.570
V=0.400
VN=0.250
TG=0.166
E
R
I
1.8016
13.920
14.761
V=0.400
VN=0.250
TG=0.166
I
R
E
1.1349
-11.418
-8.471
V=0.400
VN=0.250
TG=0.333
E
R
I
3.6032
2.092
3.981
V=0.400
VN=0.250
TG=0.333
I
R
E
2.2698
-2.987
-2.569
V=0.400
VN=0.250
TG=1.000
E
R
I
10.8096
-0.005
0.871
V=0.400
VN=0.250
TG=1.000
I
R
E
6.8096
-0.483

Figura 4.6.62

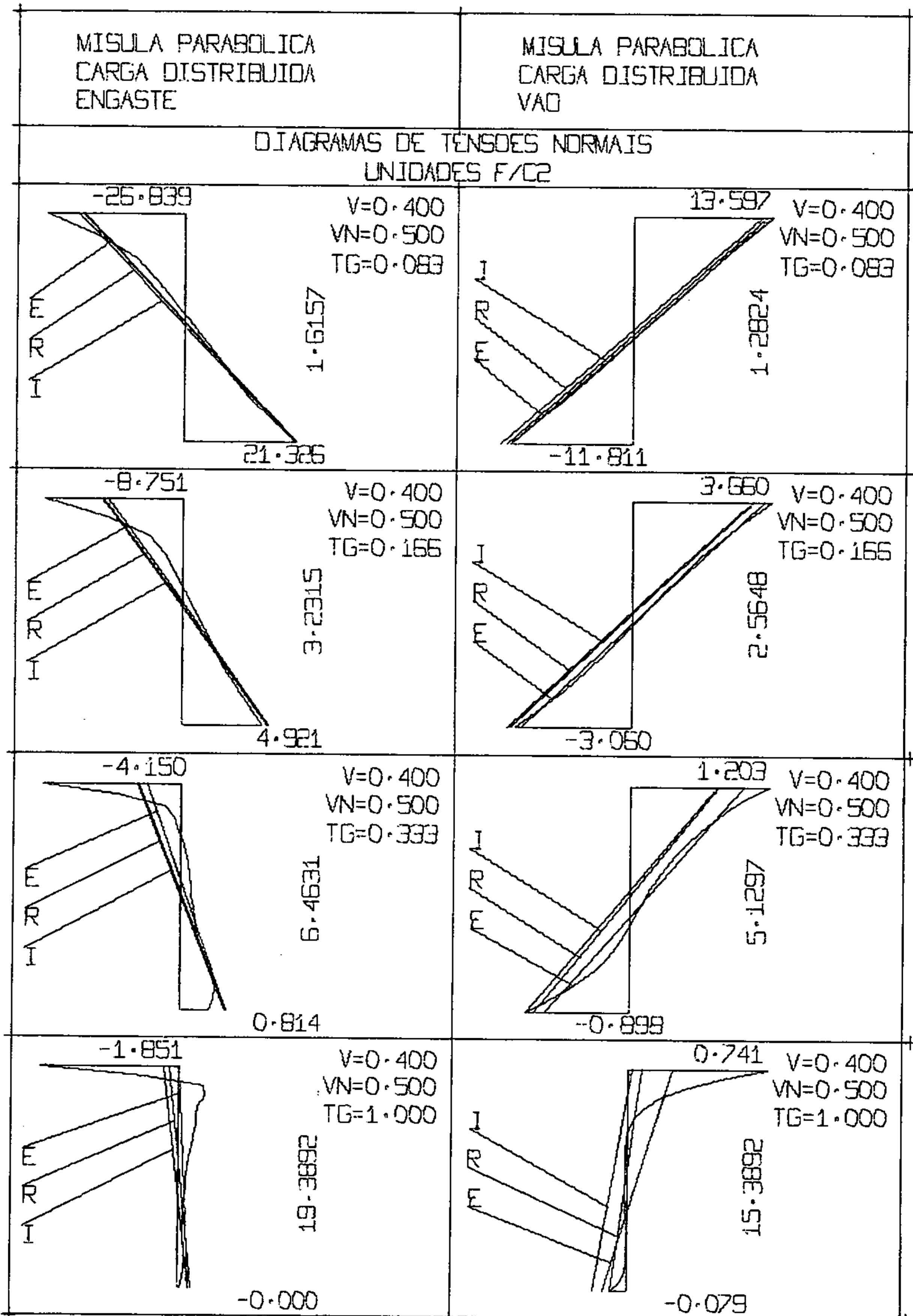

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-25.839
V=0.400
VN=0.500
TG=0.083
1.6157
21.326
E
R
I
13.597
V=0.400
VN=0.500
TG=0.083
1.2824
-11.811
I
R
E
-8.751
V=0.400
VN=0.500
TG=0.166
3.2315
4.921
3.660
V=0.400
VN=0.500
TG=0.166
2.5648
-3.050
-4.150
V=0.400
VN=0.500
TG=0.333
6.4631
0.814
1.203
V=0.400
VN=0.500
TG=0.333
5.1297
-0.898
-1.851
V=0.400
VN=0.500
TG=1.000
19.3892
-0.000
0.741
V=0.400
VN=0.500
TG=1.000
15.3892
-0.079

Figura 4.6.63

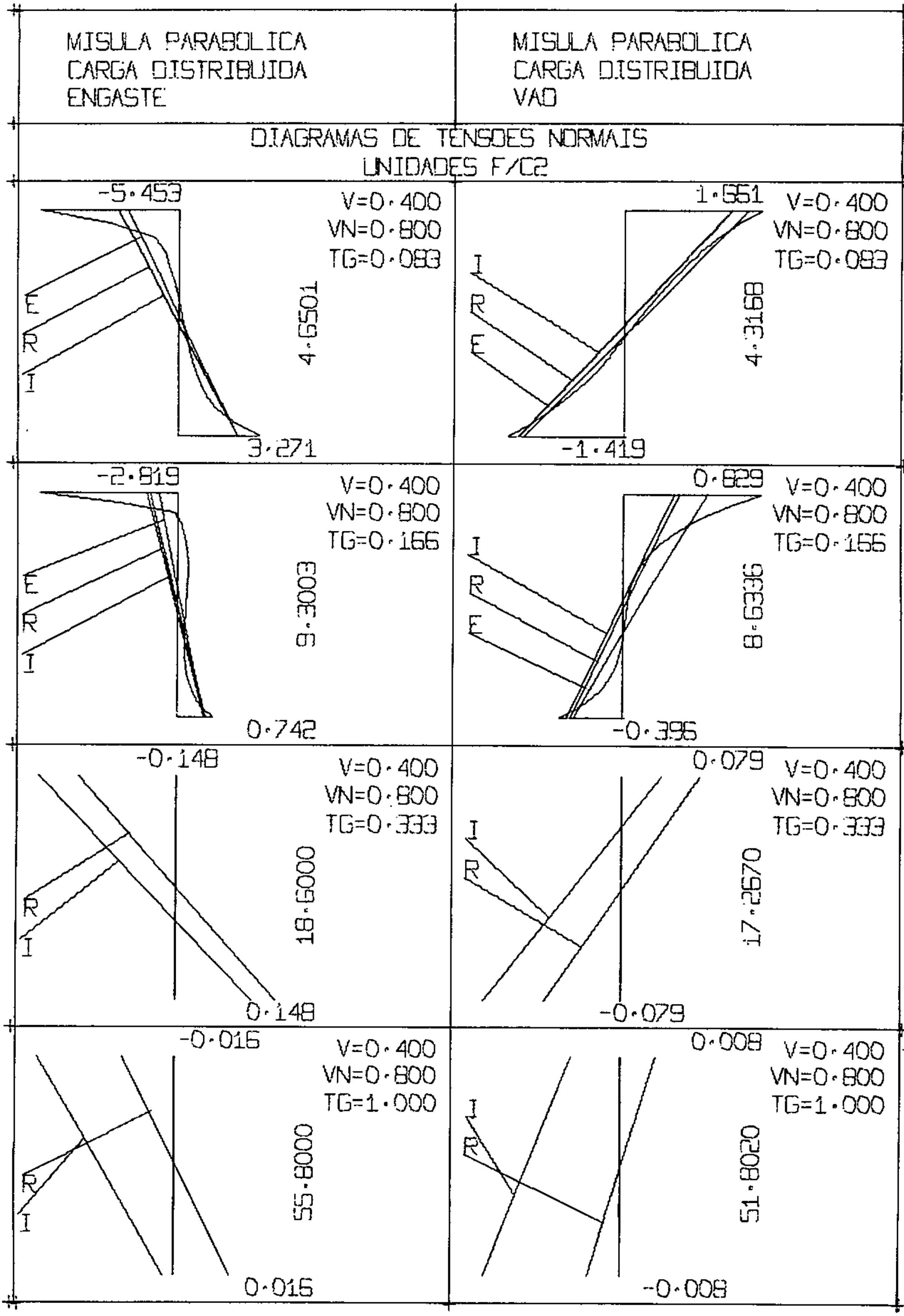

MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
ENGASTE
MISULA PARABOLICA
CARGA DISTRIBUIDA
VAO
DIAGRAMAS DE TENSOES NORMAIS
UNIDADES F/C2
-5.453
V=0.400
VN=0.800
TG=0.083
E
R
I
4.6501
3.271
1.551
V=0.400
VN=0.800
TG=0.083
I
R
E
4.3168
-1.419
-2.819
V=0.400
VN=0.800
TG=0.166
E
R
I
9.3003
0.742
0.829
V=0.400
VN=0.800
TG=0.166
I
R
E
8.6336
-0.396
-0.148
V=0.400
VN=0.800
TG=0.333
R
I
18.6000
0.148
0.079
V=0.400
VN=0.800
TG=0.333
I
R
17.2670
-0.079
-0.016
V=0.400
VN=0.800
TG=1.000
R
I
55.8000
0.016
0.008
V=0.400
VN=0.800
TG=1.000
I
R
51.8020
-0.008

Figura 4.6.64

4.5 - Convergência dos Resultados Referentes a Análise pelo Método dos Elementos Finitos

A haste simétrica, biengastada foi analisada para as malhas indicadas nas figs. 1.5.a e 1.5.b, sucessivamente refinadas, até que duas análises consecutivas fornecessem resultados suficientemente próximos. Destas análises pôde-se observar o seguinte:

a) os resultados para deslocamentos convergem para poucos graus de liberdade.

b) os resultados para tensões convergem para muitos graus de liberdade, em comparação com a convergência dos resultados para deslocamentos. Foram feitas análises para até 1300 graus de liberdade.

c) para dois elementos, um com mísula reta e o outro com mísula parabólica, com o mesmo comprimento e mesmas relações V, ^{V}N e tgα, os resultados para tensões convergem mais rapidamente no elemento com mísula reta.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES

a) A partir dos ábacos apresentados nos itens 4.2 (figs. 4.2.1 a 4.2.32) e 4.3 (figs. 4.4.1 a 4.4.16) pode-se delimitar para cada valor de V, regiões em um par de eixos cartesianos, para as quais as relações indicadas nos quadros 4.1 referente a hipótese de eixo reto, ou nos quadros 4.2 referente a hipótese de eixo passando pelos pontos médios das alturas se situem em um certo intervalo. O eixo horizontal é o das relações VN e o vertical o de tgα (figs. 5.1 e 5.2).

critério / relação	V=.10 ①	②	③
M/MEE	$\geq$ 1. $<$1.10	$\geq$ 1.	$\geq$ 1.
M/MEM	$\geq$.95 $\leq$ 1.	$\geq$.95	$\geq$.95
D/DEM	$\geq$.70 $\leq$ 1.	$\geq$.70 $\leq$ 1.	$\geq$.35
TNE/TME	$\leq$.08	$\leq$.10	$\leq$.10
TNM/TMM	$\leq$.06	$\leq$.06	$\leq$.10

a) associado a fig. 5.1.a

critério / relação	V=.20 ①	②	③
M/MEE	$\geq$ 1. $\leq$1.10	$\geq$ 1.	$\geq$ 1.
M/MEM	$\geq$.95 $\leq$1.03	$\geq$.95	$\geq$.95
D/DEM	$\geq$.70 $\leq$1.10	$\geq$.70 $\leq$1.10	$\geq$.25
TNE/TME	$\leq$.12	$\leq$.20	$\leq$.20
TNM/TMM	$\leq$.12	$\leq$.14	$\leq$.20

b) associado a fig. 5.1.b

V=.30

criterio / relação	①	②	③
M/MEE	≥1. ≤1.10	≥1.	≥1.
M/MEM	≥.95 ≤1.10	≥.95	≥.95
D/DEM	≥.70 ≤1.20	≥.70 ≤1.20	≥.20
TNE/TME	≤.16	≤.25	≤.25
TNM/TMM	≤.16	≤.25	≤.25

c) associado a fig. 5.1.c

V=.40

criterio / relação	①	②	③	④
M/MEE	≥1. ≤1.10	≥1.	≥1.	≥1.
M/MEM	≥.95 ≤1.10	≥.95	≥.95	≥.95
D/DEM	≥.70	≥.70	≥.20	≥.70
TNE/TME	≤.20	≤.25	≤.25	≤.50
TNM/TMM	≤.20	≤.25	≤.25	≤.50

d) associado a fig. 5.1.d

Quadro 5.1 - Intervalos para hipõtese de eixo reto associados a fig. 5.1

V=.10

criterio / relação	①	②	③
M/MEE	≥1. ≤1.05	≥1. ≤1.05	≥1.
M/MEM	≥.95 ≤1.	≥.95 ≤1.	≥.95 ≤1.
D/DEM	≥.70 ≤1.	≥.70 ≤1.	≥.35
N/NE	≥.70 ≤1.05	≥.10	≥-.400
TNE/TME	≤.10	≤.10	≤.10
TNM/TMM	≤.06	≤.10	≤.10

a) associado a fig. 5.2.a

V=.20

criterio / relação	①	②	③
M/MEE	≥1. ≤1.10	≥1. ≤1.10	≥1.
M/MEM	≥.95 ≤1.05	≥.95 ≤1.05	≥.95
D/DEM	≥.70 ≤1.	≥.70 ≤1.10	≥.25
N/NE	≥.70 ≤1.10	≥.25	≥-.15
TNE/TNM	≤.20	≤.20	≤.20
TNM/TMM	≤.14	≤.20	≤.20

b) associado a fig. 5.2.b

V=.30

relação \ criterio	①	②	③
M/MEE	≥1. ≤1.10	≥1. ≤1.10	≥1.
M/MEM	≥.95 ≤1.05	≥.95 ≤1.05	≥.95
D/DEM	≥.70 ≤1.20	≥.70 ≤1.20	≥.20
N/NE	≥.70 ≤1.	≥.10	≥-40
TNE/TME	≤.25	≤.25	≤.25
TNM/TMM	≤.25	≤.25	≤.25

c) associado a fig. 5.2.c

V=.40

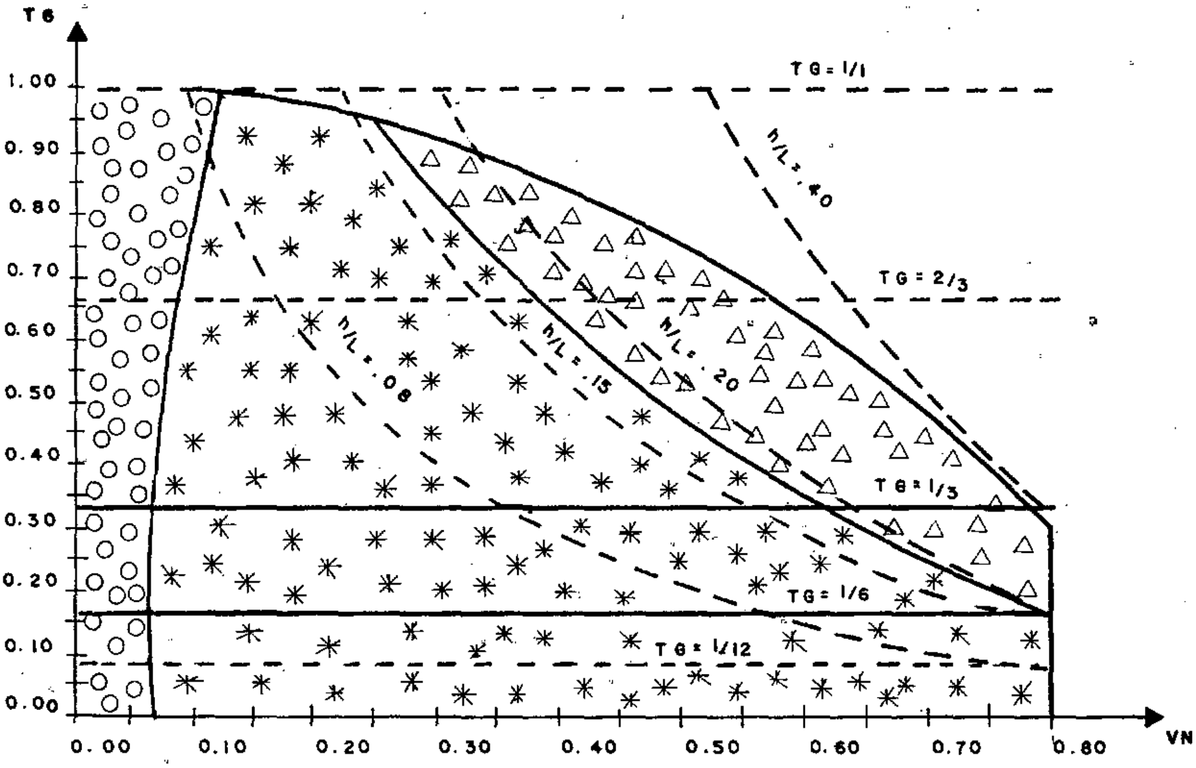
<table>
<tr><th>relação \ critério</th><th colspan="3">①</th><th>②</th><th>③</th></tr>
<tr><td>M/MEE</td><td colspan="3">≥ 1.
≤ 1.10</td><td>≥ 1.</td><td>≥ 1.</td></tr>
<tr><td>M/MEM</td><td colspan="3">≥ .95
≤ 1.05</td><td>≥ .95
≤ 1.05</td><td>≥ .95</td></tr>
<tr><td>D/DEM</td><td colspan="3">≥ .70
≤ 1.50</td><td>≥ .70
≤ 1.50</td><td>≥ .20</td></tr>
<tr><td>N/NE</td><td>≥.95
≤1.</td><td>≥.90
≤1.</td><td>≥.80
≤1.</td><td>≥ .50</td><td>≥-.70</td></tr>
<tr><td>TNE/TME</td><td>≤.50</td><td>≤.40</td><td>≤.30</td><td>≤ .50</td><td>≤ .50</td></tr>
<tr><td>TNM/TMM</td><td>≤.50</td><td>≤.40</td><td>≤.30</td><td>≤ .50</td><td>≤ .50</td></tr>
<tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3">pode ocorrer uma das três colunas</td><td></td><td></td></tr>
</table>

d) associado a fig. 5.2.d

Quadro 5.2 - Intervalos para a hipótese de eixo passando pelos pontos médios das alturas associados a fig. 5.2

V = 0.10

EIXO RETO



1- HIPÓTESE DE EIXO RETO PARA O CRITÉRIO ① DO QUADRO 5.1.a

2- HIPÓTESE DE EIXO RETO PARA O CRITÉRIO ② DO QUADRO 5.1.a

3- HIPÓTESE DE EIXORETO PARA O CRITÉRIO ③ DO QUADRO 5.1.a

* * * * 1, 2 E 3 ACEITÁVEIS

○ ○ ○ ○ ○ 2 E 3 ACEITÁVEIS

△ △ △ △ 3 ACEITÁVEL

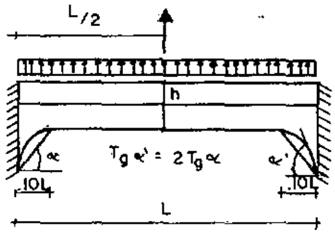
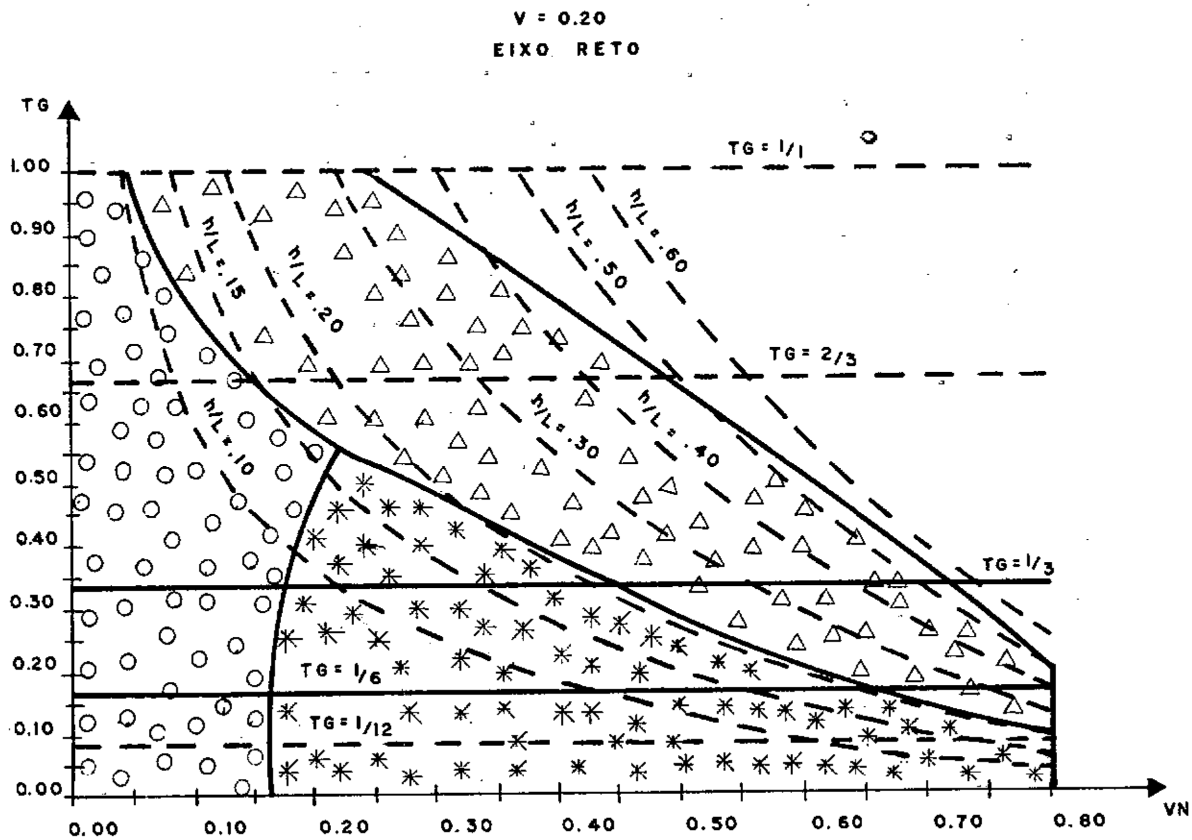


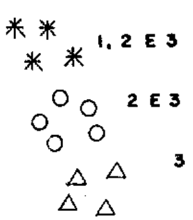
FIG. 5.1.a - REGIÕES ACEITÁVEIS PARA OS CRITÉRIOS DEFINIDOS NO QUADRO 5.1.a PARA A HIPÓTESE DE EIXO RETO



1 - HIPÓTESE DE EIXO RETO PARA O CRITÉRIO (1) DO QUADRO 5.1.b

2 - HIPÓTESE DE EIXO RETO PARA O CRITÉRIO (2) DO QUADRO 5.1.b

3 - HIPÓTESE DE EIXO RETO PARA O CRITÉRIO (3) DO QUADRO 5.1.b



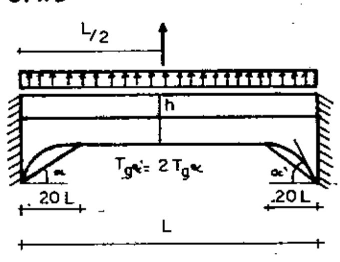
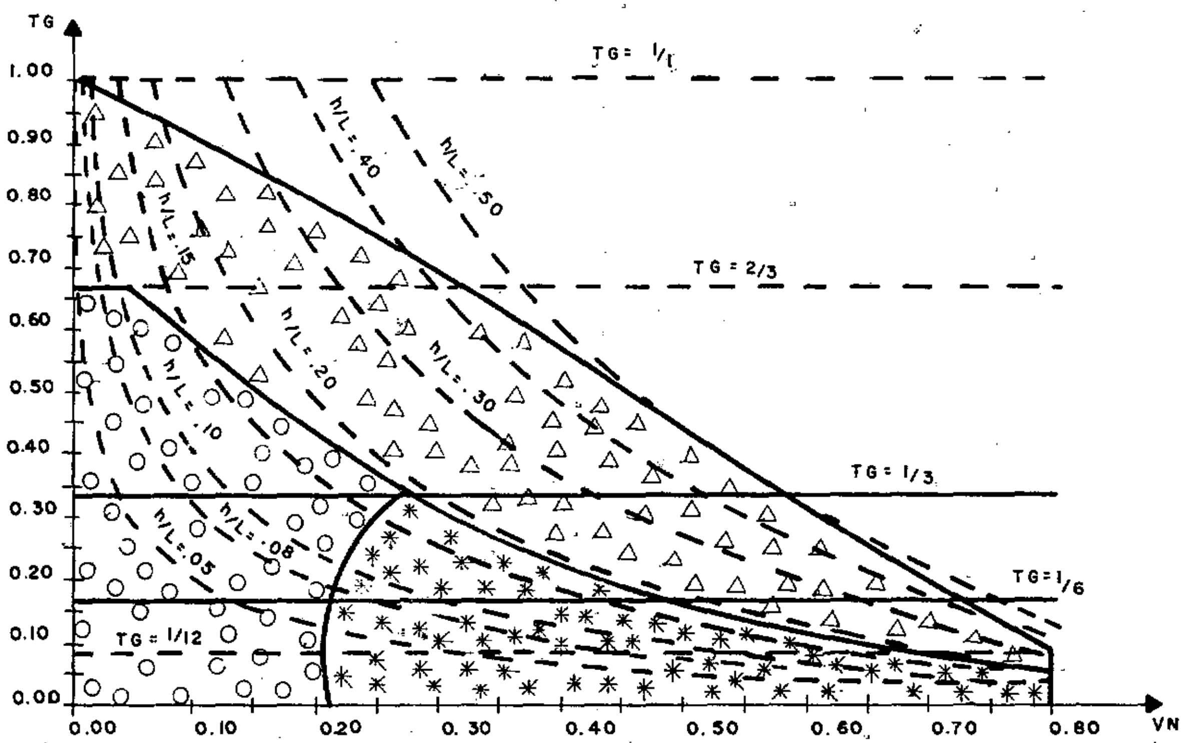


FIG. 5.1.b - REGIÕES ACEITÁVEIS PARA OS CRITÉRIOS DEFINIDOS NO QUADRO 5.1.b PARA A HIPÓTESE DE EIXO RETO

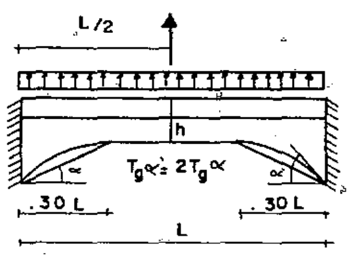
V = 0.30
EIXO RETO



1 - HIPÓTESE DE EIXO RETO PARA O CRITÉRIO (1) DO QUADRO 5.I.C

2 - HIPÓTESE DE EIXO RETO PARA O CRITÉRIO (2) DO QUADRO 5.I.C

3 - HIPÓTESE DE EIXO RETO PARA O CRITÉRIO (3) DO QUADRO 5.I.C



* 1, 2 E 3 ACEITÁVEIS

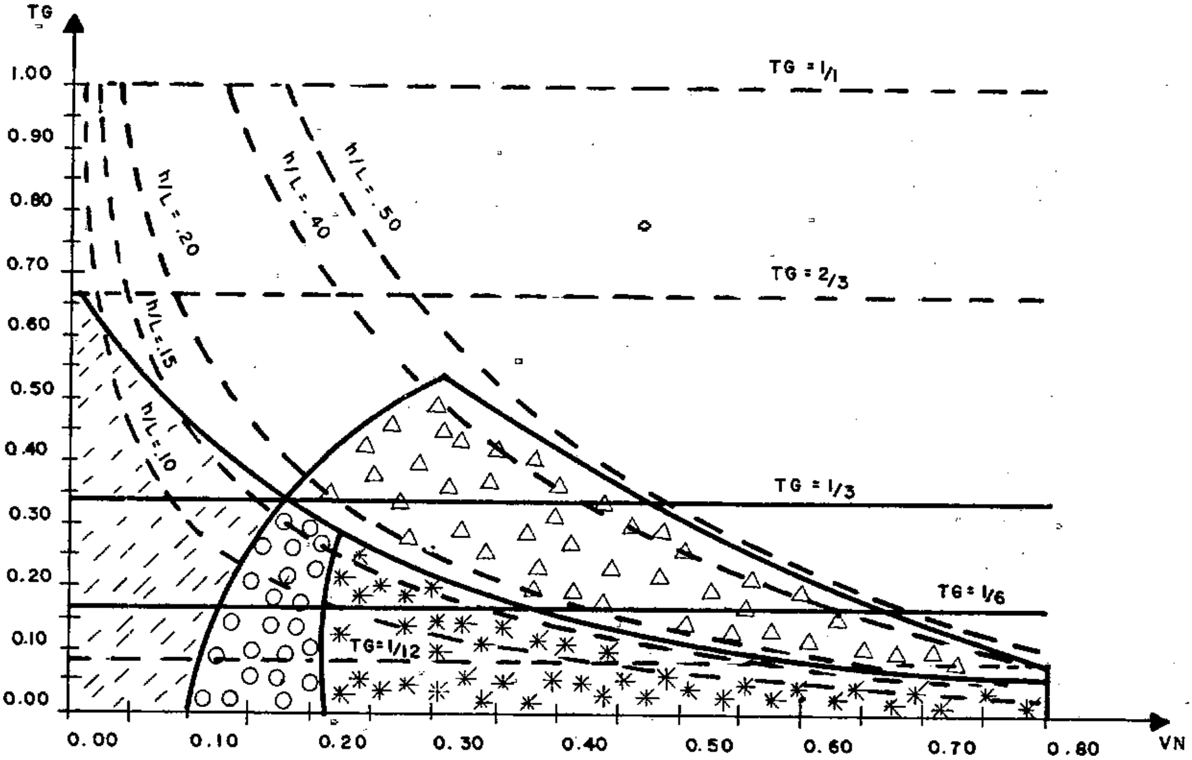
○ 2 E 3 ACEITÁVEIS

△ 3 ACEITÁVEL

FIG. 5.I.C - REGIÕES ACEITÁVEIS PARA OS CRITÉRIOS DEFINIDOS NO QUADRO 5.I.C PARA A HIPÓTESE DE EIXO RETO.

V = 0.40

EIXO RETO

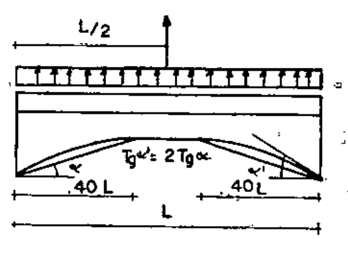


1 - HIPÓTESE DE EIXO RETO PARA O CRITÉRIO (1) DO QUADRO 5.1.d

2 - HIPÓTESE DE EIXO RETO PARA O CRITÉRIO (2) DO QUADRO 5.1.d

3 - HIPÓTESE DE EIXO RETO PARA O CRITÉRIO (3) DO QUADRO 5.1.d

4 - HIPÓTESE DE EIXO RETO PARA O CRITÉRIO (4) DO QUADRO 5.1.d



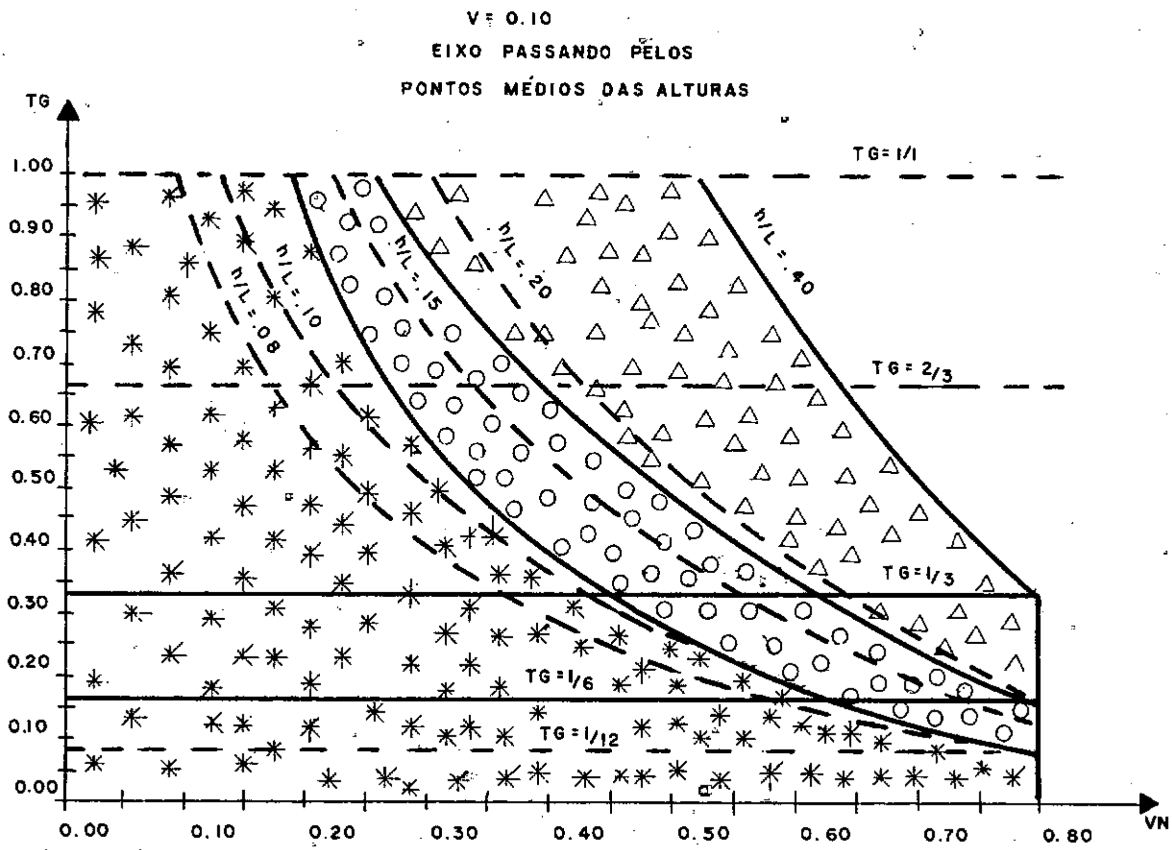
✳ ✳ ✳ ✳ 1, 2, 3 E 4 ACEITÁVEIS

○ ○ ○ ○ ○ 2, 3 E 4 ACEITÁVEIS

/ / / 4 ACEITÁVEL

△ △ △ △ 3 ACEITÁVEL

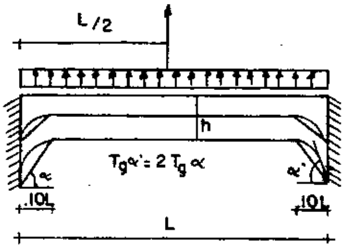
FIG. 5.1.d - REGIÕES ACEITÁVEIS PARA OS CRITÉRIOS DEFINIDOS NO QUADRO 5.1.d PARA A HIPÓTESE DE EIXO RETO.



1 - HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS PARA O CRITÉRIO ① DO QUADRO 5.2.a

2 - HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS PARA O CRITÉRIO ② DO QUADRO 5.2.a

3 - HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS PARA O CRITÉRIO ③ DO QUADRO 5.2.a



✳ ✳ ✳ ✳ 1, 2 E 3 ACEITÁVEIS

○ ○ ○ ○ ○ 2 E 3 ACEITÁVEIS

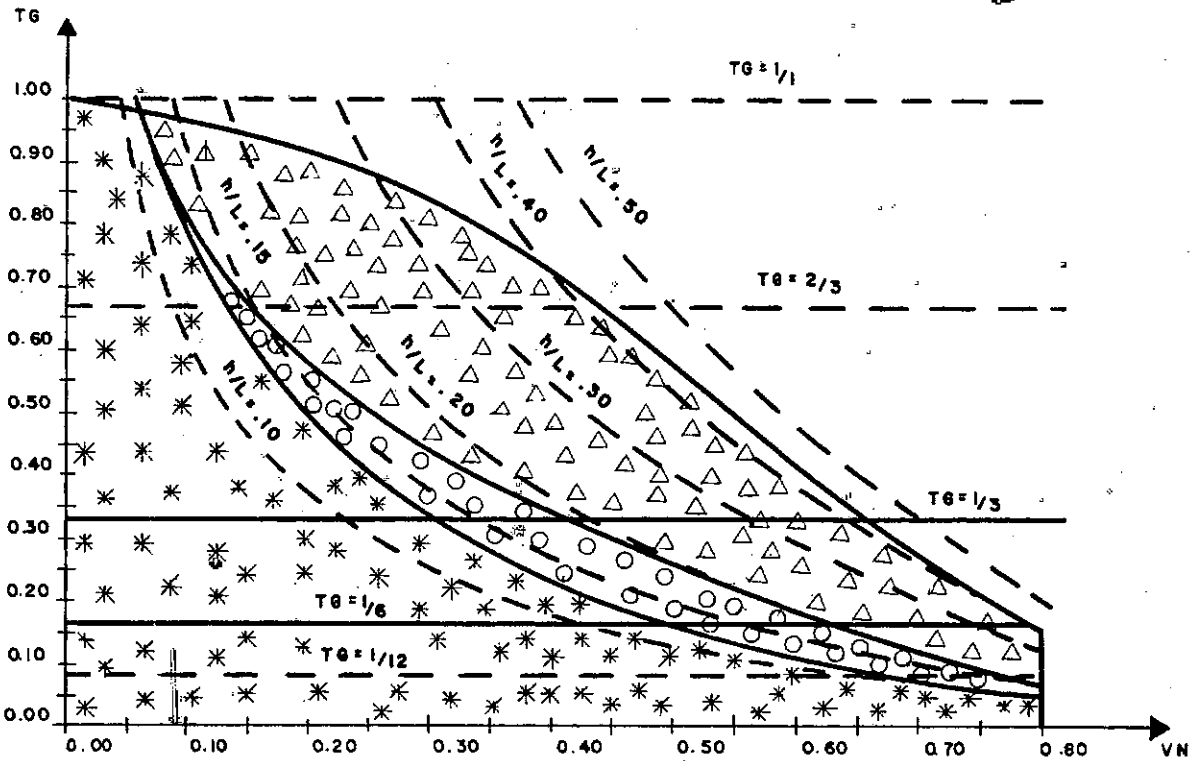
△ △ △ △ 3 ACEITÁVEL

FIG. 5.2.a - REGIÕES ACEITÁVEIS PARA OS CRITÉRIOS DEFINIDOS NO QUADRO 5.2.a PARA A HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS.

V = 0.20

EIXO PASSANDO PELOS

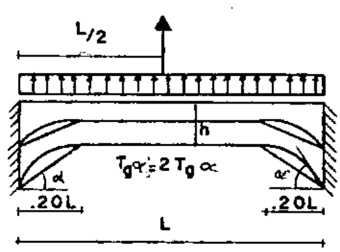
PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS



1 - HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS PARA O CRITÉRIO (1) DO QUADRO 5.2.b

2 - HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS PARA O CRITÉRIO (2) DO QUADRO 5.2.b

3 - HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS PARA O CRITÉRIO (3) DO QUADRO 5.2.b



* * * * 1, 2 E 3 ACEITÁVEIS

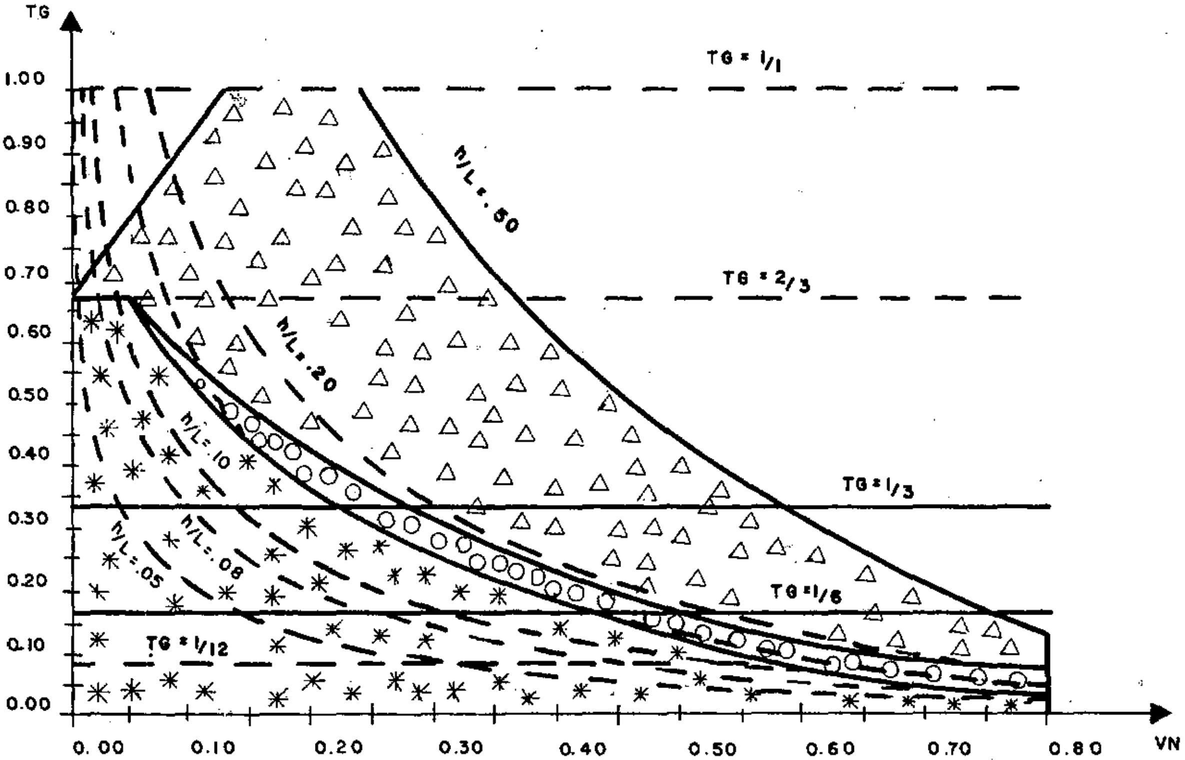
○ ○ ○ ○ ○ 2 E 3 ACEITÁVEIS

△ △ △ △ 3 ACEITÁVEL

FIG. 5.2.b - REGIÕES ACEITÁVEIS PARA OS CRITÉRIOS DEFINIDOS NO QUADRO 5.2.b PARA A HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS.

V= 0.30

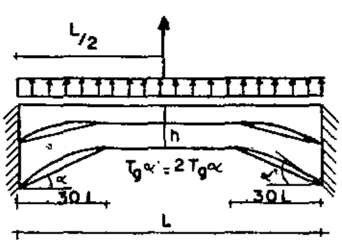
EIXO PASSANDO PELOS
PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS



1 - HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS PARA O CRITÉRIO (1) DO QUADRO 5.2.c

2 - HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS PARA O CRITÉRIO (2) DO QUADRO 5.2.c

3 - HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS PARA O CRITÉRIO (3) DO QUADRO 5.2.c



* * * * 1, 2 E 3 ACEITÁVEIS

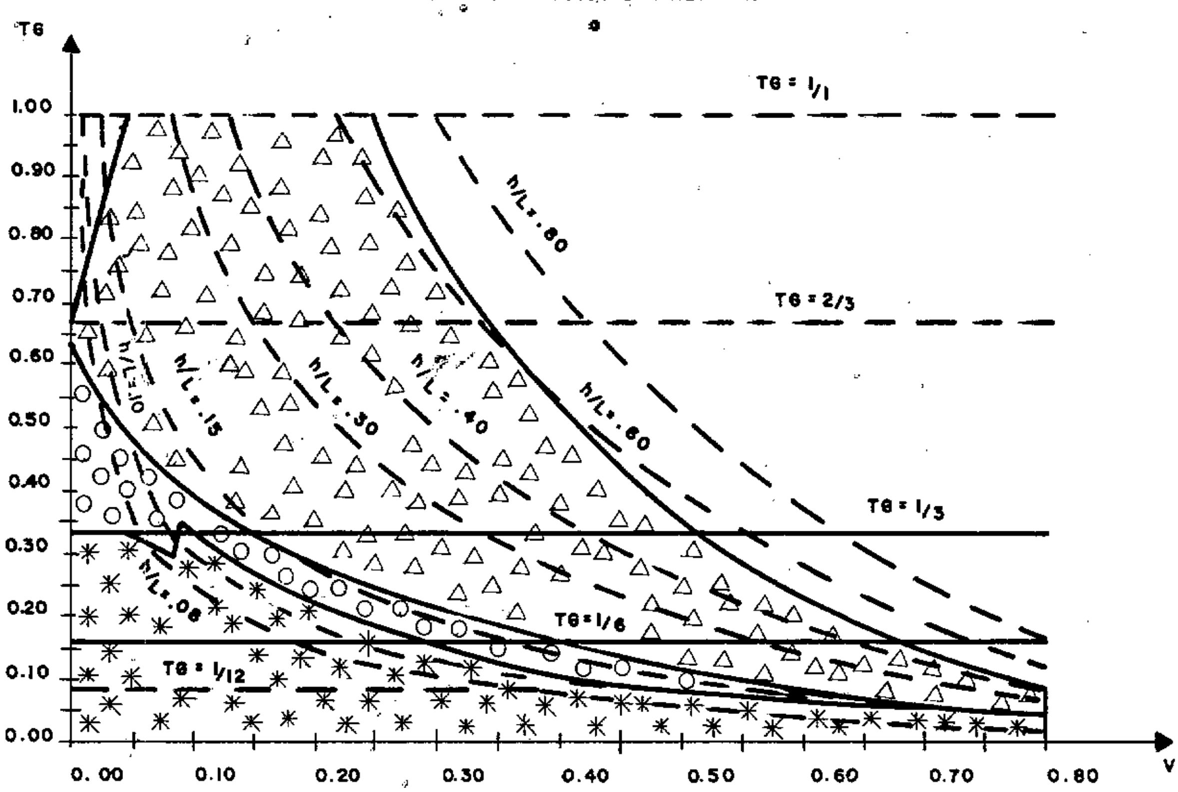
○ ○ ○ ○ ○ 2 E 3 ACEITÁVEIS

△ △ △ △ 3 ACEITÁVEL

FIG. 5.2.c - REGIÕES ACEITÁVEIS PARA OS CRITÉRIOS DEFINIDOS NO QUADRO 5.2.c PARA A HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS.

V = 0,40

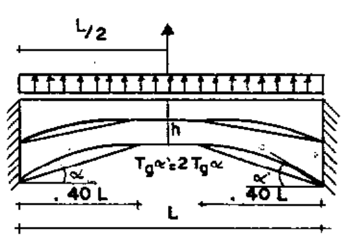
EIXO PASSANDO PELOS
PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS



1 - HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS PARA O CRITÉRIO ① DO QUADRO 5.2.d

2 - HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS PARA O CRITÉRIO ② DO QUADRO 5.2.d

3 - HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS PARA O CRITÉRIO ③ DO QUADRO 5.2.d



✳ 1, 2 E 3 ACEITÁVEIS

○ 2 E 3 ACEITÁVEIS

△ 3 ACEITÁVEL

FIG. 5.2.d - REGIÕES ACEITÁVEIS PARA OS CRITÉRIOS DEFINIDOS NO QUADRO 5.2.d PARA A HIPÓTESE DE EIXO PASSANDO PELOS PONTOS MÉDIOS DAS ALTURAS.

b) A inspeção dos diagramas de tensões normais apresentadas no item 4.4 (figs. 4.4.1 a 4.4.64) confirma a limitação tg$\alpha \leq 1/3$ recomendada no Capítulo 2 item A.9 da NB-1.

c) Com relação a hipótese de eixo reto adotar tg$\alpha \leq 1/3$ e $h/L \leq .20$ (relação menor altura vão) implica na aceitação das relações indicadas no quadro abaixo para resultantes e deslocamentos:

V / relações	.10	.20	.30	.40	VN ≥ .20 .40
M/MEE	≥ 1.	≥ 1.	≥ 1.	≥ 1.	≥ 1.
M/MEM	≥ .95	≥ .95	≥ .95	≥ .95	≥ .95
D/DEM	≥ .70 ≤ 1.	≥ .70 ≤ 1.10	≥ .70 ≤ 1.20	≥ .70	≥ .70
TNE/TME	≤ .10	≤ .20	≤ .25	≤ .50	≤ .25
TNM/TMM	≤ .06	≤ .14	≤ .25	≤ .50	≤ .25

No quadro acima,pode-se ter ainda conforme indicado na última coluna, TNE/TME e TNM/TMM menores que .25, para V = .40 , desde que se adote a hipótese de eixo reto somente para valores de VN maiores que .20.

d) Em resumo deve ser observado então, quando se faz a análise do elemento com mísula para a consideração de eixo reto, o seguinte:

d.1 - Apenas elementos para os quais tg$\alpha \leq 1/3$ e $h/\ell \leq .50$ (relação altura/vão entre pontos de momento nulo conforme

V relação	.10	.20	.30	.40		
M/MEĒ	≥1. ≤1.05	≥1. ≤1.10	≥1 ≤1.10	≥1. ≤1.10		
M/MEM	≥.95 ≤1.	≥.95 ≤1.05	≥.95 ≤1.05	≥.95 ≤1.05		
D/DEM	≥.70 ≤1.	≥.70 ≤1.	≥.70 ≤1.20	≥.70 ≤1.50		
N/NE	≥.70 ≤1.05	≥.70 ≤1.10	≥.70 ≤1.	≥.95 ≤1.	≥.90 ≤1.	≥.80 ≤1.
TNE/TME	≤.10	≤.20	≤.25	≤.50	≤.40	≤.30
TNM/TMM	≤.06	≤.14	≤.25	≤.50	≤.40	≤.30
				a	b	c
				pode ocorrer uma das três colunas		

indicado na fig. I.1 devem ser analisados para esta hipótese. (Dentro destes limites pode-se considerar a hipótese das seções planas aceitável).

d.2 - Analisar este elemento para $h/L \leq .20$ (menor altura/vão) implica em aceitar as relações indicadas no item c. Se, ao contrário, $h/L \geq .20$ as relações anteriormente referidas devem ser obtidas a partir da fig. 5.1, associada ao quadro 5.1, conforme indicado no item a.

e) Para o mesmo elemento analisado, os resultados para a consideração de eixo inclinado são melhores que os obtidos pela consideração de eixo reto.

f) Para elemento com mísula cuja relação menor altura vão não ultrapasse os limites indicados abaixo, a hipótese de eixo inclinado conduz a resultados bastante próximos dos obtidos da análise do elemento pelo método dos elementos finitos.

$V = .10 \quad - \quad h/L \leq .10$

$V = .20 \quad - \quad h/L \leq .10$

$V = .30 \quad - \quad h/L \leq .13$

$V = .40 \quad - \quad h/L \leq .13$

A obediência dos limites indicados acima para h/L e o fato de se adotar $tg\alpha \leq 1/3$ conduziria as seguintes relações:

APÊNDICE A

MANUAL DE ENTRADA DO PROGRAMA

A.1 - Manual de Entrada

Nº de ordem	nº de cartões	VARIÁVEIS	Formato
1	1	NE	I10
2	1	Comentários	colunas 2 a 55
3	1	M,NJ,NR,NRJ,E,MV,MRID	4I10,F10.0, 2I10
4	NJ	J, X(J), Y(J)	I10,2F10.0
5	M	I,NEL(I,1),NEL(I,2),AX(I),IZ(I)	3I10,2F10.0
6	MV	I,IV(I),V1(I),V2(I),VN1(I),VN2(I)	2I10,4F10.0
7	MRID	I,ASM(I,1),ASM(I,2),AMS(I,3), AMS(I,4),AMS(I,5),ASM(I,6)	I8,6E12.5
8	NRJ	K,RL(3K-2),RL(3K-1),RL(3K)	4I10
9	1	NLS	I10
10	1	NL,NLJ,NLML,NLMC	4I10
11	NLJ	K,A(3K-2),A(3K-1),A(3K)	I10,6F10.0
12	NLML	I,(AML(I,IK),IK=1,6	I10,6F10.0
Para cada elemento dos NLMC carregados			
13	1	I,NCCI,NCDI	3I10
14	NCCI	PY(J),PX(J),DA(J)	3F10.0
15	a) NCDI	para elementos de seção constante QEY(J),QEX(j),QDY(J),QDX(J),DA(J), DB(J)	6F10.0
	b) 1	para elementos com mísula QY,QX	2F10.0
16	1	NE	I10

A.2 - Comentários

1. NE - número da estrutura a ser analisada
2. As colunas 2 a 55 deste cartão são reservadas para comentários
3. M - número de elementos da estrutura

   NJ - número de nós da estrutura

   NR - número total de restrições

   NRJ - número de nós restringidos

   E - módulo de elasticidade longitudinal

   MV - número de elementos com mísula reta ou parabólica

   MRID- número de elementos cuja matriz de rigidez é lida
4. Para cada nó deve ser fornecido:

   J - número do nó

   X(J) - abcissa do nó em relação aos eixos globais

   Y(J) - ordenada do nó em relação aos eixos globais
5. Para cada elemento deve ser fornecido:

   I - número do elemento

   NEL(I,1) - número do nó inicial (nó j) do elemento

   NEL(I,2) - número do nó final (nó K) do elemento

   AX(I) - área da seção transversal do elemento de seção constante ou do trecho central dos elementos com mísula reta ou parabólica

   IZ(I) - momento de inércia com relação ao eixo ZM (ou Z) do elemento de seção constante ou do trecho central dos elementos com mísula reta ou parabólica

Se a matriz de rigidez do elemento é fornecida, nas colunas correspondentes a AX(I) deve ser perfurado um número real negativo, por exemplo -1.. As colunas correspondentes a IZ(I) podem ser deixadas em branco.

6. Para cada elemento com mísula reta ou parabólica deve ser fornecido:

   I - número do elemento

   IV(I) - índice que indica o tipo do elemento:

   IV(I) = 1 elemento com mísula reta

   IV(I) = 2 elemento com mísula parabólica

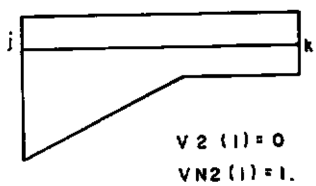
   V1(I) - relação entre o comprimento da mísula adjacente ao nó inicial (nó J) e o comprimento total do elemento

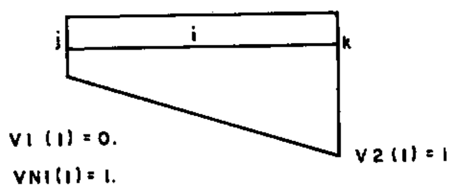
   V2(I) - relação entre o comprimento da mísula adjacente ao nó final (nó K) e o comprimento total do elemento

   VN1(I)- relação entre o momento de inércia do trecho de seção constante e o momento de inércia do extremo correspondente ao nó inicial (nó J)

   VN2(I)- relação entre o momento de inércia do trecho de seção constante e o momento de inércia do extremo correspondente ao nó final (nó K)

A seguir estão indicados como considerar os valores das relações V e VN para elementos que não conhenham mísulas nos dois extremos.





7. Para cada elemento cuja matriz de rigidez é lida devem ser fornecidos:

   I - número do elemento

   ASM(I,-) são os coeficientes de rigidez indicados abaixo

   ASM(I,1) → SM(4,4)

   ASM(I,2) → SM(5,4)

   ASM(I,3) → SM(5,5)

   ASM(I,4) → SM(6,4)

   ASM(I,5) → SM(6,5)

   ASM(I,6) → SM(6,6)

8. Para cada nó que tem pelo menos uma de suas direções restringida deve ser fornecido:

K - número do nó

RL(3K-2), RL(3K-1), RL(3K) indicam respectivamente quais os deslocamentos (translações nas direções X e Y, e rotação) do nó K que são restringidos, da seguinte maneira:

RL = 0 indica que não há restrição ao deslocamento

RL = 1 indica que o deslocamento é impedido

9. NLS - número de carregamentos aplicados

10. NL - número do carregamento

NLJ - número de nós carregados em pelo menos uma direção

NLML - número de elementos para os quais as ações de engastamento perfeito são lidas

NLMC - número de elementos carregados

11. Para cada nó carregado em pelo menos uma direção deve ser fornecido:

K - número do nó

A(3K-2) - força que atua na direção X

A(3K-1) - força que atua na direção Y

A(3K) - momento

12. Para cada elemento nos quais as ações de engastamento perfeito são lidas deve ser fornecido:

I - número do elemento

AML(I,IK),IK = 1,6 - ações de engastamento perfeito referidas aos eixos XM,YM e ZM, nas direções de 1 a 6 do elemento

13. Para cada elemento carregado deve ser fornecido:

I - número do elemento

NCCI - número de cargas concentradas no elemento

NCDI - número de cargas distribuidas no elemento

14. Para cada carga concentrada no elemento deve ser fornecido:

PY(J) - componente da carga concentrada na direção YM

PX(J) - componente da carga concentrada na direção XM

DA(J) - distância do nó inicial (nó j) ao ponto de aplicação da carga concentrada.

15. Para cada carga distribuida no elemento deve ser fornecido:

a) elementos com seção constante:

QEY(J) - componente da carga distribuida, na direção de YM, adjacente ao nó inicial (nó j)

QEX(J) - componente da carga distribuida, na direção XM, adjacente ao nó inicial (nó j)

QDY(J) - componente da carga distribuida, na direção de YM, adjacente ao nó final (nó K)

QDX(J) - componente da carga distribuida, na direção de XM, adjacente ao nó final (nó K)

DA(J) - distância da carga distribuida a extremidade j

DB(J) - distância da carga distribuida a extremidade K

b) elementos com mísula reta ou parabólica:

QY - componente da carga uniformemente distribuida total na direção YM

QX - componente da carga uniformemente distribuida total na direção XM

16. É lido novamente o número da estrutura NE. Este cartão se em branco ou com zero perfurado na coluna 10 encerra a análise. Caso contrário o ciclo já indicado deve ser percorrido para a nova estrutura.

Deve ser observado ainda, que, exceto para o cartão de comentários, os cartões não necessários devem ser suprimidos, e as colunas não necessárias deixadas em branco.

APÊNDICE B

LISTAGEM DO PROGRAMA

```
FILE     8=CARTOES,UNIT=READER
FILE     5=IMPRESS,UNIT=PRINTER
FILE     1=WE1,UNIT=DISKPACK,AREA=100,RECORD=42
      SUBROUTINE MONTW(I,UBW,NEL,RL,CRL,LSB,SMD,S)

C     SUBROTINA QUE MONTA A MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL

      INTEGER RL(150),CRL(150),UBW
      DIMENSION SMD(6,6),S(147,21),NEL(100,2)
      DO 1 M=1,2
      DO 1 K=1,2
      DO 1 J=1,3
      J1=3*(NEL(I,M)-1)+J
      JE=3*(M-1)+J
      DO 1 IP=1,3
      IB=3*(NEL(I,K)-1)+IP
      IE=3*(K-1)+IP
      JB=J1-IB+1
      IF(JB)1,1,2
    2 CONTINUE
      IF(RL(IB))3,3,1
    3 IF(RL(J1))4,4,1
    4 CONTINUE
      ITEMP=0
      DO 5 IKI=IB,J1
    5 ITEMP=RL(IKI)+ITEMP
      JB=JB-ITEMP
      IB=IB-CRL(IB)
      IF(JB-UBW)6,6,7
    7 UBW=JB
      IF(LSB-UBW)9,6,6
    9 WRITE(5,10)
      STOP
   10 FORMAT(1X,'FOI ULTRAPASSADA A LARGURA MAXIMA DE SEMIBANDA')
    6 S(IB,JB)=S(IB,JB)+SMD(IE,JE)
    1 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE DEBAW(N,UBW,S,ICO)

C     SUBROTINA PARA DECOMPOSICAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ 'S' NUMA MATRIZ
C     FAIXA TRIANGULAR SUPERIOR QUE MULTIPLICADA PELA SUA TRANSPOSTA
C     FORNECE 'S'

      INTEGER P,Q,UBW
      DIMENSION S(147,21)
      ICO=0
      DO 11 I=1,N
      P=N-I+1
      IF(UBW-P)1,2,2
    1 P=UBW
    2 DO 11 J=1,P
      Q=UBW-J
      IF(I-1-Q)3,4,4
    3 Q=I-1
    4 SUM=S(I,J)
      IF(Q-1)13,12,12
   12 DO 5 K=1,Q
      IK=I-K
      JK=J+K
    5 SUM=SUM-S(IK,K+1)*S(IK,JK)
   13 IF(J-1)10,6,10
    6 IF(SUM-0.001)7,7,9
    7 WRITE(5,8)I,SUM
    8 FORMAT(//1X,'ELEMENTO NA DIAGONAL',I5,'E PEQUENO E IGUAL A',E15.6)
      ICO=1
      RETURN
    9 TEMP=1./SQRT(SUM)
      S(I,J)=TEMP
      GO TO 11
   10 S(I,J)=SUM*TEMP
   11 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE SBANW(N,UBW,U,B,X)
C     SUBROTINA PARA CALCULO DOS DESLOCAMENTOS A PARTIR DA MATRIZ FAIXA
C     TRIANGULAR SUPRIOR OBTIDA PELA DEBAW
      INTEGER UBW
      DIMENSION U(147,21),X(147),B(147)
      DO 1 I=1,N
      J=I-UBW+1
      IF(I+1-UBW)2,2,3
    2 J=1
    3 SUM=B(I)
      L=I-1
      IF(L-J)1,9,9
    9 DO 4 K=J,L
      IK=I-K+1
    4 SUM=SUM-U(K,IK)*X(K)
    1 X(I)=SUM*U(I,1)
      DO 5 L=1,N
      I=N-L+1
      J=I+UBW-1
      IF(J-N)6,6,7
    7 J=N
    6 SUM=X(I)
      IP=I+1
      IF (J-IP)5,10,10
   10 DO 8 K=IP,J
      KI=K-I+1
    8 SUM=SUM-U(I,KI)*X(K)
    5 X(I)=SUM*U(I,1)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE RGDIM(I,AX,L,E,IZ,SM)
C     SUBROTINA PARA OBTENCAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DE ELEMENTO DE EIXO
C     RETO DE SECAO CONSTANTE
      REAL L(100),IZ(100)
      DIMENSION AX(100),SM(6,6)
C     ZERAGEM DA MATRIZ SM
      DO 25 J=1,6
      DO 25 K=1,6
   25 SM(J,K)=0.
      SM(1,1)=E*AX(I)/L(I)
      SM(2,2)=12.*E*IZ(I)/L(I)**3
      SM(3,2)=6.*E*IZ(I)/L(I)**2
      SM(3,3)=4.*E*IZ(I)/L(I)
      SM(4,1)=-SM(1,1)
      SM(4,4)=SM(1,1)
      SM(5,2)=-SM(2,2)
      SM(5,3)=-SM(3,2)
      SM(5,5)=SM(2,2)
      SM(6,2)=SM(3,2)
      SM(6,3)=SM(3,3)/2.
      SM(6,5)=SM(5,3)
      SM(6,6)=SM(3,3)
      DO 26 J=1,6
      DO 26 K=1,J
   26 SM(K,J)=SM(J,K)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE KINW(I,IV,VN1,VN2,KS)

C     SUBROTINA QUE CALCULA AS CONSTANTES
C     KS(1,1),KS(1,2),KS(1,3),KS(1,5),KS(2,1),KS(2,2),KS(2,3),KS(2,5)
C     IV=C ELEMENTO COM SECAO CONSTANTE
C     IV=1 ELEMENTO COM MISULA RETA
C     IV=2 ELEMENTO COM MISULA PARABOLICA
C     VN1,VN2=RELACOES ENTRE MOMENTOS DE INERCIA DO TRECHO DE ALTURA
C     CONSTANTE E DAS EXTREMIDADES (MENOR QUE 0.90,SE MAIOR SERA
C     ASSUMIDO O VALOR 1.)
C     V1,V2=COMPRIMENTOS RELATIVOS DOS TRECHOS COM MISULA
C     FORMULAS DE ALBERT STRASSNER-*-SISTEMAS ESTATICAMENTE
C     INDETERMINADOS

      REAL KS(2,6)
      DIMENSION IV(100),VN1(100),VN2(100)
      DO 1 K=1,2
      DO 1 J=1,6
    1 KS(K,J)=0.
      CC1=(1./VN1(I)**(1./3.))-1.
      CC2=(1./VN2(I)**(1./3.))-1.
      DEL1=(CC1+1.)**2
      DEL2=(CC2+1.)**2
      IF(IV(I)-1)2,3,4
    3 CONTINUE

C     VARIACAO LINEAR DA ALTURA DA SECAO (IV=1)

      IF(VN1(I)-0.90)5,5,6
    5 KS(1,1)=(CC1+2.)/(2.*DEL1)
      KS(1,2)=1./(2.*DEL1)
      KS(1,3)=(1./CC1**3)*(ALOG(CC1+1.)-CC1*(3.*CC1+2.)/(2.*DEL1))
      KS(1,5)=ALOG(CC1+1.)/CC1
    6 IF(VN2(I)-0.90)7,7,11
    7 KS(2,1)=(CC2+2.)/(2.*DEL2)
      KS(2,2)=1./(2.*DEL2)
      KS(2,3)=(1./CC2**3)*(ALOG(CC2+1.)-CC2*(3.*CC2+2.)/(2.*DEL2))
      KS(2,5)=ALOG(CC2+1.)/CC2
```

```
      GO TO 11
    4 CONTINUE
C
C     VARIACAO PARABOLICA DA ALTURA DA SECAO (IV=2)
C
      IF(VN1(I)-0.90)8,8,9
    8 KS(1,1)=((5.+3.*CC1)/DEL1+3.*ATAN(SQRT(CC1))/SQRT(CC1))/8.
      KS(1,2)=(CC1+2.)/(4.*DEL1)
      KS(1,3)=((CC1-1.)/(CC1*DEL1)+ATAN(SQRT(CC1))/(CC1*SQRT(CC1)))/8.
      KS(1,5)=ATAN(SQRT(CC1))/SQRT(CC1)
    9 IF(VN2(I)-0.90)10,10,11
   10 KS(2,1)=((5.+3.*CC2)/DEL2+3.*ATAN(SQRT(CC2))/SQRT(CC2))/8.
      KS(2,2)=(CC2+2.)/(4.*DEL2)
      KS(2,3)=((CC2-1.)/(CC2*DEL2)+ATAN(SQRT(CC2))/(CC2*SQRT(CC2)))/8.
      KS(2,5)=ATAN(SQRT(CC2))/SQRT(CC2)
   11 IF(VN1(I)-0.90)13,13,12
   12 KS(1,1)=1.
      KS(1,2)=1.
      KS(1,3)=1.
      KS(1,5)=1.
   13 IF(VN2(I)-0.90)2,2,15
   15 KS(2,1)=1.
      KS(2,2)=1.
      KS(2,3)=1.
      KS(2,5)=1.
    2 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE FINW(I,V1,V2,KS,FI33,FI44,FI36,FI66)

C     ESTA SUBROTINA CALCULA OS FATORES DE CORRECAO FI33,FI44,FI36,FI66
C     DOS COEFICIENTES DA MATRIZ DE FLEXIBILIDADE DE UMA HASTE RETA COM
C     MISULA RETA OU PARABOLICA PARA AS ROTACOES ASSOCIADAS A MOMENTOS
C     NAS EXTREMIDADES
C     AS CONSTANTES KS SAO FORNECIDAS PELA SUBROTINA KINW

      REAL KS(2,6)
      DIMENSION V1(100),V2(100)
      A1=1.-KS(1,1)
      B1=1.-2.*KS(1,1)+2.*KS(1,2)
      C1=1.-3.*KS(1,1)+6.*KS(1,2)-3.*KS(1,3)
      A2=1.-KS(2,1)
      B2=1.-2.*KS(2,1)+2.*KS(2,2)
      C2=1.-3.*KS(2,1)+6.*KS(2,2)-3.*KS(2,3)
      FI44=1.-V1(I)-V2(I)+V1(I)*KS(1,5)+V2(I)*KS(2,5)
      FI33=1.-3.*V1(I)*A1+3.*V1(I)**2*B1-V1(I)**3*C1-V2(I)**3*C2
      FI66=1.-3.*V2(I)*A2+3.*V2(I)**2*B2-V2(I)**3*C2-V1(I)**3*C1
      FI36=1.-3.*V1(I)**2*B1+2.*V1(I)**3*C1-3.*V2(I)**2*B2+2.*V2(I)**3*C
     *2
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE CIVRW(FI33,FI44,FI36,FI66,CR)
C     ESTA SUBROTINA CALCULA OS FATORES DE CORRECAO DOS COEFICIENTES DA
C     MATRIZ DE RIGIDEZ DE UMA HASTE RETA COM MISULA RETA OU PARABOLICA
C     -*-OS VALORES DE SM OBTIDOS PARA INERCIA CONSTANTE=INERCIA MINIMA
C     DEVEM SER MULTIPLICADOS PELOS CORRESPONDENTES VALORES DE CR
C     COEFICIENTES FI33,FI44,FI36,FI66 SAO FORNECIDOS PELA SUBROTINA
C     FINW
      DIMENSION CR(6,6)
      DET=(4.*FI33*FI66-FI36**2)
      DO 1 J=1,6
      DO 1 K=1,6
    1 CR(J,K)=0.
      CR(1,1)=1./FI44
      CR(2,2)=(FI66+FI36+FI33)/DET
      CR(3,2)=(2.*FI66+FI36)/DET
      CR(3,3)=(3.*FI66)/DET
      CR(4,1)=CR(1,1)
      CR(4,4)=CR(1,1)
      CR(5,2)=CR(2,2)
      CR(5,3)=CR(3,2)
      CR(5,5)=CR(2,2)
      CR(6,2)=(2.*FI33+FI36)/DET
      CR(6,3)=(3.*FI36)/DET
      CR(6,5)=(2.*FI33+FI36)/DET
      CR(6,6)=(3.*FI33)/DET
      DO 2 J=1,6
      DO 2 K=1,J
    2 CR(K,J)=CR(J,K)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE RDRIW(I,L,ASM,SM)

C     SUBROTINA PARA A OBTENCAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO
C     A PARTIR DOS COEFICIENTES SM(4,4),SM(5,4),SM(5,5),SM(6,4),SM(6,5)
C     SM(6,6)

      REAL L(I)
      DIMENSION SM(6,6),ASM(100,6)
      SM(4,4)=ASM(I,1)
      SM(5,4)=ASM(I,2)
      SM(5,5)=ASM(I,3)
      SM(6,4)=ASM(I,4)
      SM(6,5)=ASM(I,5)
      SM(6,6)=ASM(I,6)
      SM(1,1)=SM(4,4)
      SM(2,2)=SM(5,5)
      SM(3,3)=SM(5,5)*L(I)**2+2.*SM(6,5)*L(I)+SM(6,6)
      SM(2,1)=SM(5,4)
      SM(3,1)=SM(5,4)*L(I)+SM(6,4)
      SM(3,2)=SM(5,5)*L(I)+SM(6,5)
      SM(4,1)=-SM(4,4)
      SM(4,2)=-SM(5,4)
      SM(4,3)=-(SM(5,4)*L(I)+SM(6,4))
      SM(5,1)=-SM(5,4)
      SM(5,2)=-SM(5,5)
      SM(5,3)=-(SM(5,5)*L(I)+SM(6,5))
      SM(6,1)=-SM(6,4)
      SM(6,2)=-SM(6,5)
      SM(6,3)=-(SM(6,5)*L(I)+SM(6,6))
      DO 80 J=1,6
      DO 80 K=1,J
      DO 80 K=1,J
   80 SM(K,J)=SM(J,K)
      RETURN
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE CONCW(NCCI,I,L,IV,V1,V2,VN1,VN2,AML)

C     ESTA SUBROTINA CALCULA OS AML PARA CARGA CONCENTRADA NO ELEMENTO
C     COM MISLLA RETA OU PARABOLICA
C     CARGA HORIZONTAL OU VERTICAL

      REAL KS(2,6),MI1,MI2,L(100)
      DIMENSION IV(100),V1(100),V2(100),VN1(100),VN2(100),CR(6,6),AML(10
     *0,6),PX(20),PY(20),DA(20)
      READ(8,1)(PY(J),PX(J),DA(J),J=1,NCCI)
    1 FORMAT(3F10.0)
      WRITE(5,2)(PY(J),PX(J),DA(J),J=1,NCCI)
    2 FORMAT(3F12.3)
      CALL KINW(I,IV,VN1,VN2,KS)
      CALL FINW(I,V1,V2,KS,FI33,FI44,FI36,FI66)
      CALL CIVRW(FI33,FI44,FI36,FI66,CR)
      CC1=(1./VN1(I)**(1./3.))-1.
      CC2=(1./VN2(I)**(1./3.))-1.
      DEL1=(CC1+1.)**2
      DEL2=(CC2+1.)**2
      DO 3 J=1,NCCI
      MI1=DA(J)/L(I)
      MI2=1.-MI1
      IF(MI1-V1(I))4,5,5
    5 IF(MI2-V2(I))6,7,7
    7 CONTINUE

C     CARGAS PX E PY NO TRECHO DE SECAO CONSTANTE

      A1=KS(1,1)-KS(1,2)
      B1=KS(1,1)-2.*KS(1,2)+KS(1,3)
      PN=KS(1,5)-1.
      A2=KS(2,1)-KS(2,2)
      B2=KS(2,1)-2.*KS(2,2)+KS(2,3)
      FIL3=MI2*(6.*V1(I)**2*A1-6.*V1(I)**3*B1+3.*MI1**2-3.*V1(I)**2-2.*M
     *I1**3+2.*V1(I)**3)+MI1*(6.*V2(I)**3*B2+2.*MI2**3-2.*V2(I)**3)
      FIL6=MI1*(6.*V2(I)**2*A2-6.*V2(I)**3*B2+3.*MI2**2-3.*V2(I)**2-2.*M
     *I2**3+2.*V2(I)**3)+MI2*(6.*V1(I)**3*B1+2.*MI1**3-2.*V1(I)**3)
```

```
      FIL4=V1(I)*PN+MI1
      GO TO 19
    4 CONTINUE
C
C     CARGAS PX E PY NA MISULA ESQUERDA (MISULA 1)
C
      IF(VN1(I)-0.90)8,8,9
    8 S1=1.-MI1/V1(I)
      IF(IV(I)-1)10,11,12
   11 CONTINUE
C
C     VARIACAO LINEAR DA ALTURA DA SECAO (IV=1)
C
      DELR=2.*(S1*CC1+1.)**2
      VS11=S1*(S1*CC1+2.)/DELR
      VS12=S1**2/DELR
      VS13=(ALOG(S1*CC1+1.)-S1*CC1*(3.*S1*CC1+2.)/DELR)/CC1**3
      VS15=ALOG(S1*CC1+1.)/CC1
      GO TO 13
   12 CONTINUE
C
C     VARIACAO PARABOLICA DA ALTURA DA SECAO (IV=2)
C
      DELP=(S1**2*CC1+1.)**2
      VS11=(S1*(5.+3.*S1**2*CC1)/DELP+3.*ATAN(S1*SQRT(CC1))/SQRT(CC1))/8
     *.
      VS12=S1**2*(S1**2*CC1+2.)/(4.*DELP)
      VS13=(S1*(S1**2*CC1-1.)/(CC1*DELP)+ATAN(S1*SQRT(CC1))/(CC1*SQRT(CC
     *1)))/8.
      VS15=ATAN(S1*SQRT(CC1))/SQRT(CC1)
      GO TO 13
    9 VS11=1.
      VS12=1.
      VS13=1.
      VS15=1.
   13 CONTINUE
      A1=KS(1,1)-VS11-KS(1,2)+VS12
      B1=KS(1,1)-VS11-2.*(KS(1,2)-VS12)+KS(1,3)-VS13
```

```
      C1=V1(I)-2.*V1(I)**2+V1(I)**3
      D1=V1(I)**2-V1(I)**3
      E1=VS11-VS12
      F1=VS11-2.*VS12+VS13
      A2=KS(2,1)-2.*KS(2,2)+KS(2,3)
      B2=KS(2,1)-KS(2,2)
      PN=KS(1,5)-VS15
      FIL3=6.*MI2*(V1(I)**2*A1-V1(I)**3*B1)+2.*MI1*(3.*VS11*C1+6.*VS12*D
     *1+3.*V1(I)**3*VS13+1.-3.*V1(I)+3.*V1(I)**2-V1(I)**3-V2(I)**3+3.*V2
     *(I)**3*A2)
      FIL6=MI1*(6.*V2(I)**2*B2-6.*V2(I)**3*A2+1.-3.*V2(I)**2+2.*V2(I)**3
     *-3.*V1(I)**2+2.*V1(I)**3+6.*V1(I)**2*E1-6.*V1(I)**3*F1)+6.*MI2*V1(
     *I)**3*B1
      FIL4=V1(I)*PN
      GO TO 19
    6 CONTINUE
C
C     CARGAS PX E PY NA MISULA DIREITA (MISULA 2)
C
      IF(VN2(I)-0.90)14,14,15
   14 S2=1.-MI2/V2(I)
      IF(IV(I)-1)10,16,17
   16 CONTINUE
C
C     VARIACAO LINEAR DA ALTURA DA SECAO (IV=1)
C
      DELR=2.*(S2*CC2+1.)**2
      VS21=S2*(S2*CC2+2.)/DELR
      VS22=S2**2/DELR
      VS23=(ALOG(S2*CC2+1.)-S2*CC2*(3.*S2*CC2+2.)/DELR)/CC2**3
      VS25=ALOG(S2*CC2+1.)/CC2
      GO TO 18
   17 CONTINUE
C
C     VARIACAO PARABOLICA DA ALTURA DA SECAO (IV=2)
C
      DELP=(S2**2*CC2+1.)**2
      VS21=(S2*(5.+3.*S2**2*CC2)/DELP+3.*ATAN(S2*SQRT(CC2))/SQRT(CC2))/8
```

```
     *:
      VS22=S2**2*(S2**2*CC2+2.)/(4.*DELP)
      VS23=(S2*(S2**2*CC2-1.)/(CC2*DELP)+ATAN(S2*SQRT(CC2))/(CC2*SQRT(CC
     *2)))/8.
      VS25=ATAN(S2*SQRT(CC2))/SQRT(CC2)
      GO TO 18
   15 VS21=1.
      VS22=1.
      VS23=1.
      VS25=1.
   18 CONTINUE
      A1=KS(1,1)-KS(1,2)
      B1=KS(1,1)-2.*KS(1,2)+KS(1,3)
      A2=VS21-VS22
      B2=VS21-2.*VS22+VS23
      C2=KS(2,1)-VS21-2.*(KS(2,2)-VS22)+KS(2,3)-VS23
      D2=KS(2,1)-VS21-KS(2,2)+VS22
      E2=V2(I)-2.*V2(I)**2+V2(I)**3
      F2=V2(I)**2-V2(I)**3
      PN=V1(I)*KS(1,5)+V2(I)*VS25
      FIL3=MI2*(6.*V1(I)**2*A1-6.*V1(I)**3*B1+1.-3.*V1(I)**2+2.*V1(I)**3
     *-3.*V2(I)**2+2.*V2(I)**3+6.*V2(I)**2*A2-6.*V2(I)**3*B2)+6.*MI1*V2(
     *I)**3*C2
      FIL6=6.*MI1*(V2(I)**2*D2-V2(I)**3*C2)+2.*MI2*(3.*VS21*E2+6.*VS22*F
     *2+3.*V2(I)**3*VS23+1.-3.*V2(I)+3.*V2(I)**2-V2(I)**3-V1(I)**3+3.*V1
     *(I)**3*B1)
      FIL4=PN+1.-V1(I)-V2(I)
   19 CONTINUE
      FIM4=CR(4,4)*FIL4
      FIM3=2.*CR(3,3)*FIL3-CR(3,6)*FIL6
      FIM6=2.*CR(6,6)*FIL6-CR(3,6)*FIL3
      FIM1=1.-FIM4
      FIM2=FIM3-FIM6+3.*MI2
      FIM5=-(FIM3-FIM6)+3.*MI1
      VA1=PX(J)
      VA2=PY(J)/3.
      VA3=PY(J)*L(I)/3.
      AML(I,1)=AML(I,1)+FIM1*(-VA1)
```

```
      AML(I,2)=AML(I,2)+FIM2*(-VA2)
      AML(I,3)=AML(I,3)+FIM3*(-VA3)
      AML(I,4)=AML(I,4)+FIM4*(-VA1)
      AML(I,5)=AML(I,5)+FIM5*(-VA2)
    3 AML(I,6)=AML(I,6)+FIM6*(VA3)
   10 RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE CONW(NCCI,L,I,AML)

C     SUBROTINA PARA CALCULO DAS ACOES DE ENGASTAMENTO NAS
C     EXTREMIDADES DE ELEMENTOS RETOS DE SECAO CONSTANTE
C     SUJEITOS A CARGAS CONCENTRADAS

      REAL L(100)
      DIMENSION AML(100,6),PY(20),PX(20),DA(20),DB(20)
      READ(8,1)(PY(J),PX(J),DA(J),J=1,NCCI)
    1 FORMAT(3F10.0)
      WRITE(5,2)(PY(J),PX(J),DA(J),J=1,NCCI)
    2 FORMAT(6F12.3)
      DO 10 J=1,NCCI
      DB(J)=L(I)-DA(J)
      VA3=-PY(J)*DA(J)*DB(J)**2/(L(I)**2)
      VA6=+PY(J)*DA(J)**2*DB(J)/(L(I)**2)
      AML(I,1)=AML(I,1)-PX(J)*DB(J)/L(I)
      AML(I,2)=AML(I,2)-PY(J)*DB(J)/L(I)+(VA3+VA6)/L(I)
      AML(I,3)=AML(I,3)+VA3
      AML(I,4)=AML(I,4)-PX(J)*DA(J)/L(I)
      AML(I,5)=AML(I,5)-PY(J)*DA(J)/L(I)-(VA3+VA6)/L(I)
   10 AML(I,6)=AML(I,6)+VA6
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE CADTW(I,L,IV,V1,V2,VN1,VN2,AML)

C     ESTA SUBROTINA CALCULA OS AML PARA CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA
C     AO LONGO DE TODO ELEMENTO COM MISULA RETA OU PARABOLICA
C     CARGA HORIZONTAL OU VERTICAL

      REAL KS(2,6),L(100),N1,N2
      DIMENSION IV(100),V1(100),V2(100),VN1(100),VN2(100),CR(6,6),AML(10
     *0,6)
      READ(8,1)QY,QX
    1 FORMAT(2F10.0)
      WRITE(5,2)QY,QX
    2 FORMAT(2F12.3,6X,'QX E QY UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA TOTAL')
      CALL KINW(I,IV,VN1,VN2,KS)
      CALL FINW(I,V1,V2,KS,FI33,FI44,FI36,FI66)
      CALL CIVRW(FI33,FI44,FI36,FI66,CR)
      CC1=(1./VN1(I)**(1./3.))-1.
      CC2=(1./VN2(I)**(1./3.))-1.
      DEL1=(CC1+1.)**2
      DEL2=(CC2+1.)**2
      IF(IV(I)-1)3,4,5
    4 CONTINUE

C     VARIACAO LINEAR DA ALTURA DA SECAO (IV=1)

      IF(VN1(I)-0.90)6,6,7
    6 KS(1,4)=(-3.*ALOG(CC1+1.)+CC1*(6.+9.*CC1+2.*CC1**2)/(2.*DEL1))/CC1
     ***4
      KS(1,6)=(CC1-ALOG(CC1+1.))/CC1**2
    7 IF(VN2(I)-0.90)8,8,12
    8 KS(2,4)=(-3.*ALOG(CC2+1.)+CC2*(6.+9.*CC2+2.*CC2**2)/(2.*DEL2))/CC2
     ***4
      KS(2,6)=(CC2-ALOG(CC2+1.))/CC2**2
      GO TO 12
    5 CONTINUE

C     VARIACAO PARABOLICA DA ALTURA DA SECAO (IV=2)
```

```
      IF(VN1(I)-0.90)9,9,10
    9 KS(1,4)=1./(4.*DEL1)
      KS(1,6)=ALOG(CC1+1.)/(2.*CC1)
   10 IF(VN2(I)-0.90)11,11,12
   11 KS(2,4)=1./(4.*DEL2)
      KS(2,6)=ALOG(CC2+1.)/(2.*CC2)
   12 IF(VN1(I)-0.90)14,14,13
   13 KS(1,4)=1.
      KS(1,6)=1.
   14 IF(VN2(I)-0.90)17,17,16
   16 KS(2,4)=1.
      KS(2,6)=1.
   17 CONTINUE
      A1=1.-2.*KS(1,1)+2.*KS(1,2)
      B1=1.-3.*KS(1,1)+6.*KS(1,2)-3.*KS(1,3)
      C1=1.-4.*KS(1,1)+12.*KS(1,2)-12.*KS(1,3)+4.*KS(1,4)
      A2=1.-2.*KS(2,1)+2.*KS(2,2)
      B2=1.-3.*KS(2,1)+6.*KS(2,2)-3.*KS(2,3)
      C2=1.-4.*KS(2,1)+12.*KS(2,2)-12.*KS(2,3)+4.*KS(2,4)
      N1=KS(1,5)-KS(1,6)
      N2=KS(2,5)-KS(2,6)
      FIL3=1.-6.*V1(I)**2*A1+8.*V1(I)**3*B1-3.*V1(I)**4*C1-4.*V2(I)**3*B
     *2+3.*V2(I)**4*C2
      FIL6=1.-6.*V2(I)**2*A2+8.*V2(I)**3*B2-3.*V2(I)**4*C2-4.*V1(I)**3*B
     *1+3.*V1(I)**4*C1
      FIL4=2.*V1(I)*KS(1,5)-2.*V1(I)**2*N1+(1.-V1(I))**2-V2(I)**2+2.*V2(
     *I)**2*N2
      FIM4=CR(4,4)*FIL4
      FIM3=2.*CR(3,3)*FIL3-CR(3,6)*FIL6
      FIM6=2.*CR(6,6)*FIL6-CR(3,6)*FIL3
      FIM1=2.-FIM4
      FIM2=(1./6.)*(FIM3-FIM6)+1.
      FIM5=(-1./6.)*(FIM3-FIM6)+1.
      VA1=QX*L(I)/2.
      VA2=QY*L(I)/2.
      VA3=QY*L(I)**2/12.
      AML(I,1)=AML(I,1)+FIM1*(-VA1)
      AML(I,2)=AML(I,2)+FIM2*(-VA2)
```

```
      AML(I,3)=AML(I,3)+FIM3*(-VA3)
      AML(I,4)=AML(I,4)+FIM4*(-VA1)
      AML(I,5)=AML(I,5)+FIM5*(-VA2)
      AML(I,6)=AML(I,6)+FIM6*(VA3)
    3 RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE DISCW(NCDI,L,I,AML)

C     SUBROTINA PARA CALCULO DAS ACOES DE ENGASTAMENTO NAS
C     EXTREMIDADES DE ELEMENTOS RETOS DE SECAO CONSTANTE
C     SUJEITOS A CARGAS DISTRIBUIDAS

      REAL L(100)
      DIMENSION AML(100,6),QEY(20),QEX(20),QDY(20),QDX(20),
     *DA(20),DB(20),QTY(20),QTX(20),QY(20),QX(20)
      READ(8,1)(QEY(J),QEX(J),QDY(J),QDX(J),DA(J),DB(J),J=1,NCDI)
    1 FORMAT(6F10.0)
      WRITE(5,2)(QEY(J),QEX(J),QDY(J),QDX(J),DA(J),DB(J),J=1,NCDI)
    2 FORMAT(6F12.3)
      DO 110 J=1,NCDI
      DC=L(I)-(DA(J)+DB(J))
      A=DA(J)+DC/2.
      B=L(I)-A
      IF(QEY(J)+QDY(J))3,5,3
    3 IF(ABS(QEY(J))-ABS(QDY(J)))30,10,20
    5 IF(ABS(QEX(J))-ABS(QDX(J)))30,10,20
   10 QX(J)=QEX(J)
      QY(J)=QEY(J)
      GO TO 70
   20 QTX(J)=QEX(J)-QDX(J)
      QTY(J)=QEY(J)-QDY(J)
      QX(J)=QDX(J)
      QY(J)=QDY(J)
      AG=DA(J)+DC/3.
      BG=L(I)-AG
      JC=0
      GO TO 40
   30 QTX(J)=QDX(J)-QEX(J)
      QTY(J)=QDY(J)-QEY(J)
      QX(J)=QEX(J)
      QY(J)=QEY(J)
      AG=DB(J)+DC/3.
      BG=L(I)-AG
      TP=DA(J)
```

```
      DA(J)=DB(J)
      DB(J)=TP
      JC=1
   40 ET1=QTX(J)*DC*BG/(2*L(I))
      ET4=QTX(J)*DC*AG/(2*L(I))
      ET31=QTY(J)*DC/(60.*L(I)**2)
      ET32=10.*DB(J)**2*(3.*DA(J)+DC)+DC**2*(15.*DA(J)+10.*DB(J)+3.*DC)+
     140.*DA(J)*DB(J)*DC
      ET3=ET31*ET32
      ET61=ET31
      ET62=10.*DA(J)**2*(3.*DB(J)+2.*DC)+DC**2*(10.*DA(J)+5.*DB(J)+
     12.*DC)+20.*DA(J)*DB(J)*DC
      ET6=ET61*ET62
      ET2=QTY(J)*DC*BG/(2.*L(I))
      ET5=QTY(J)*DC*AG/(2.*L(I))
      IF(JC)60,50,60
   50 AML(I,1)=AML(I,1)-ET1
      AML(I,2)=AML(I,2)-ET2-(ET3-ET6)/L(I)
      AML(I,3)=AML(I,3)-ET3
      AML(I,4)=AML(I,4)-ET4
      AML(I,5)=AML(I,5)-ET5+(ET3-ET6)/L(I)
      AML(I,6)=AML(I,6)+ET6
      GO TO 70
   60 AML(I,1)=AML(I,1)-ET4
      AML(I,2)=AML(I,2)-ET5+(ET3-ET6)/L(I)
      AML(I,3)=AML(I,3)-ET6
      AML(I,4)=AML(I,4)-ET1
      AML(I,5)=AML(I,5)-ET2-(ET3-ET6)/L(I)
      AML(I,6)=AML(I,6)+ET3
   70 IF(DA(J)+DB(J))90,80,90
   80 ED3=(QY(J)*L(I)**2)/12.
      ED6=ED3
      GO TO 100
   90 ED3=(QY(J)*DC)/(12.*L(I)**2)*(12.*A*B**2+DC**2*(L(I)-3.*B))
      ED6=(QY(J)*DC)/(12.*L(I)**2)*(12.*A**2*B+DC**2*(L(I)-3.*A))
  100 AML(I,1)=AML(I,1)-QX(J)*DC*B/L(I)
      AML(I,2)=AML(I,2)-QY(J)*DC*B/L(I)-(ED3-ED6)/L(I)
      AML(I,3)=AML(I,3)-ED3
```

```
      AML(I,4)=AML(I,4)-QX(J)*DC*A/L(I)
      AML(I,5)=AML(I,5)-QY(J)*DC*A/L(I)+(ED3-ED6)/L(I)
      AML(I,6)=AML(I,6)+ED6
  110 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
C     ANALISE DE PORTICO PLANO COM HASTES RETAS ; DE SECAO
C     CONSTANTE OU COM MISULA RETA OU PARABOLICA
C             WEBE JOAO MANSUR

      INTEGER RL(150),CRL(150),UBW
      REAL L(100),IZ(100),KS(2,6)
      DIMENSION IV(1CC);V1(100),V2(100),VN1(100);VN2(100),CR(6,6)
      DIMENSION X(50),Y(50),NEL(100,2),AX(100),CX(100),CY(100),
     *SM(6,6),SMR(6,6),SMD(6,6),S(147,21),A(150);AE(150);AC(150);
     *D(150),AML(100,6);AMD(6),AR(150),ASM(100,6)
    1 READ(8,2)NE
    2 FORMAT(I10)
      IF(NE)3,3,4
    3 STOP
    4 WRITE(5,5)NE
    5 FORMAT('1',32X,'COPPE/UFRJ PROGRAMA DE ENGENHARIA CIVIL',//,33X,'A
     *NALISE DE PORTICO PLANO POR MATRIZ BANDA',//,33X,'TESE WEBE JOAO M
     *ANSUR',//,33X;'ESTRUTURA NUMERC',I2,//)
      READ(8,6)
      WRITE(5,6)
    6 FORMAT('                                                           ')

C     LEITURA E IMPRESSAO DE DADOS DA ESTRUTURA

      REAC(8,7)M,NJ;NR,NRJ,E,MV,MRID
    7 FORMAT(4I10,F10.0;2I10)
      N=3*NJ-NR
      WRITE(5,8)M,MV,MRID,N,NJ,NR,NRJ,E
    8 FORMAT(//;1X,'NUMERO DE MEMBROS',I48,//,1X;'NUMEROS DE MEMBROS COM
     * MISULA RETA OU PARABOLICA',I17,//,1X,'NUMERO DE MEMBROS CUJA MATR
     *IZ DE RIGIDEZ E LIDA',I18,//,1X,'GRAU DE INDETERMINACAO CINEMATICA
     *',I32;//,1X;'NUMERO DE NOS DA ESTRUTURA',I39,//,1X;'NUMERO TOTAL D
     *E RESTRICOES',I39,//,1X,'NUMERO DE NOS RESTRINGIDOS',I39,//,1X,'MO
     *DULO DE ELASTICIDADE',F43.0,'T/M2',//)
```

```
C     ZERAGEM DE IV(I)

      DO 1999 I=1,M
 1999 IV(I)=0

C     LEITURA E IMPRESSAO DAS COORDENADAS DOS NOS

      DO 9 IC=1,NJ
      READ(8,10)J,X(J),Y(J)
   10 FORMAT(I10,2F10.0)
    9 CONTINUE
      WRITE(5,11)(J,X(J),Y(J),J=1,NJ)
   11 FORMAT(//,1X,'COORDENADAS DOS NOS',//,3X,'J',6X,'X',9X,'Y',/,(I4,
     *2F10.3))

C     LEITURA E IMPRESSAO DA INCIDENCIA E PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS

      WRITE(5,12)
   12 FORMAT(//1X,'INCIDENCIA E PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS'/)
      DO 16 IC=1,M
      READ(8,13)I,NEL(I,1),NEL(I,2),AX(I),IZ(I)
   13 FORMAT(3I10,2F10.0)
      IF(AX(I))2003,2004,2004
 2003 IV(I)=3
 2004 CONTINUE
      JJI=NEL(I,1)
      JKI=NEL(I,2)
      XCL=X(JKI)-X(JJI)
      YCL=Y(JKI)-Y(JJI)
      L(I)=SQRT(XCL**2+YCL**2)
      CX(I)=XCL/L(I)
      CY(I)=YCL/L(I)
   16 CONTINUE
      WRITE(5,2008)
 2008 FORMAT(3X,'I',6X,'JJ(I)',4X,'JK(I)',7X,'AX(I)',10X,'IZ(I)',11X,
     *'L(I)',11X,'CX(I)',10X,'CY(I)',//)
      DO 2050 I=1,M
      IF(IV(I))3,2009,2010
```

257

```
 2009 CONTINUE
      WRITE(5,17)I,NEL(I,1),NEL(I,2),AX(I),IZ(I),L(I),CX(I),CY(I)
   17 FORMAT(I4,2I9,5F15.4)
      GO TO 2011
 2010 CONTINUE
      WRITE(5,2012)I,NEL(I,1),NEL(I,2),L(I),CX(I),CY(I)
 2012 FORMAT(I4,2I9,2X,'MATRIZ DE RIGIDEZ FORNECIDA',1X,3F15.4)
 2011 CONTINUE
 2050 CONTINUE
      IF(MV)1000,1000,1002
 1002 CONTINUE

C     LEITURA E IMPRESSAO DE IV(I),V1(I),V2(I),VN1(I),VN2(I)

      WRITE(5,1004)
 1004 FORMAT(//,1X,'ELEMENTOS COM MISULA RETA OU PARABOLICA',//,1X,'ELEM
     *ENTO',6X,'IV(I)',6X,'V1(I)',6X,'V2(I)',6X,'VN1(I)',6X,'VN2(I)',//)
      DO 1006 K=1,MV
      READ(8,1005)I,IV(I),V1(I),V2(I),VN1(I),VN2(I)
 1005 FORMAT(2I10,4F10.0)
      WRITE(5,1018)I,IV(I),V1(I),V2(I),VN1(I),VN2(I)
 1018 FORMAT(I9,I7,F13.3,F11.3,2F12.3)
      IF(VN1(I)-0.90)1133,1133,1132
 1132 IF(V1(I)-0.0000000001)1133,1133,1134
 1133 IF(VN2(I)-0.90)1006,1006,1135
 1135 IF(V2(I)-0.0000000001)1006,1006,1134
 1134 WRITE(5,1136)I
 1136 FORMAT(1X,'********** FOI ASSUMIDO PARA VN O VALOR 1.','***ELEMENT
     *O***',I10,//)
 1006 CONTINUE
 1000 CONTINUE
      IF(MRID)3,2013,2014
 2014 CONTINUE

C     LEITURA DE SM(4,4),SM(5,4),SM(5,5),SM(6,4),SM(6,5),SM(6,6)

      WRITE(5,2021)
 2021 FORMAT(//,1X,'ELEMENTOS CUJA MATRIZ DE RIGIDEZ E LIDA',//,1X,
```

```
     *'ELEMENTO',4X,'IV(I)',6X,'SM(4,4)',8X,'SM(5,4)',8X,'SM(5,5)',8X,
     *'SM(6,4)',8X,'SM(6,5)',8X,'SM(6,6)',//)
      DO 3000 K=1,MRID
      READ(8,2016)I,ASM(I,1),ASM(I,2),ASM(I,3),ASM(I,4),ASM(I,5),ASM(I,6
     *)
 2016 FORMAT(I8,6E12.5)
      WRITE(5,2017)I,IV(I),ASM(I,1),ASM(I,2),ASM(I,3),ASM(I,4),ASM(I,5),
     *ASM(I,6)
 2017 FORMAT(I9,I7,6X,6(E12.5,3X))
 3000 CONTINUE
 2013 CONTINUE

C     LEITURA E IMPRESSAO DAS LIGACOES DOS NOS

      ND=3*NJ

C     ZERAGEM DE RL(K)

      DO 18 K=1,ND
   18 RL(K)=0
      WRITE(5,22)
   22 FORMAT(//1X,'LIGACOES DE NO',//,2X,'NO',11X,'DIRECAO X',7X,'DIRECA
     *O Y',7X,'DIRECAO Z')
      DO 21 IC=1,NRJ
      READ(8,19)K,RL(3*K-2),RL(3*K-1),RL(3*K)
   19 FORMAT(4I10)
      WRITE(5,20)K,RL(3*K-2),RL(3*K-1),RL(3*K)
   20 FORMAT(I4,3I16)
   21 CONTINUE
      CRL(1)=RL(1)
      DO 23 K=2,ND
   23 CRL(K)=CRL(K-1)+RL(K)

C     ZERAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL

      LSB=21
      DO 24 I=1,N
      DO 24 J=1,LSB
```

```
   24 S(I,J)=0
      UBW=0
C     MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL
      DO 74 I=1,M
C     NUMERACAO ORIGINAL DOS DESLOCAMENTOS
      J1A=3*NEL(I,1)-2
      J2A=3*NEL(I,1)-1
      J3A=3*NEL(I,1)
      K1A=3*NEL(I,2)-2
       K2A=3*NEL(I,2)-1
      K3A=3*NEL(I,2)
      IF(IV(I)-3)2019,2018,3
 2019 CONTINUE
C     MATRIZ DE RIGIDEZ PARA ELEMENTOS COM SECAO CONSTANTE
      CALL RGDIW(I,AX,L,E,IZ,SM)
 1008 IF(IV(I)-1)1007,1029,1029
 1029 CONTINUE
C     MATRIZ DE RIGIDEZ PARA ELEMENTOS COM MISULA RETA OU PARABOLICA
      CALL KINW(I,IV,VN1,VN2,KS)
      CALL FINW(I,V1,V2,KS,FI33,FI44,FI36,FI66)
      CALL CIVRW(FI33,FI44,FI36,FI66,CR)
      DO 1009 J=1,6
      DO 1009 K=1,6
 1009 SM(J,K)=SM(J,K)*CR(J,K)
 1007 CONTINUE
      GO TO 2020
 2018 CONTINUE
C     MATRIZ DE RIGIDEZ PARA ELEMENTOS EM QUE ELA E LIDA
```

```
      CALL RDRIW(I,L,ASM,SM)
 2020 CONTINUE

C     OBTENCAO DA MATRIZ SMR
      DO 27 K=1,2
      DO 27 J=1,6
      SMR(J,3*K-2)=SM(J,3*K-2)*CX(I)-SM(J,3*K-1)*CY(I)
      SMR(J,3*K-1)=SM(J,3*K-2)*CY(I)+SM(J,3*K-1)*CX(I)
      SMR(J,3*K)=SM(J,3*K)
   27 CONTINUE

C     ARMAZENAMENTO DA MATRIZ SMR NO DISCO

      ID=I
      WRITE(1'ID)((SMR(K1,K2),K2=1,6),K1=1,6),J1A,J2A,J3A,K1A,K2A,K3A
      IF(N)1100,1100,1101
 1101 CONTINUE

C     OBTENCAO DA MATRIZ SMD

      DO 28 K=1,2
      DO 28 J=1,6
      SMD(3*K-2,J)=SMR(3*K-2,J)*CX(I)-SMR(3*K-1,J)*CY(I)
      SMD(3*K-1,J)=SMR(3*K-2,J)*CY(I)+SMR(3*K-1,J)*CX(I)
      SMD(3*K,J)=SMR(3*K,J)
   28 CONTINUE

C     MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL S

      CALL MONTW(I,UBW,NEL,RL,CRL,LSB,SMD,S)
   74 CONTINUE
      CALL DEBAW(N,UBW,S,ICO)


C     LEITURA DO CARREGAMENTO

 1100 CONTINUE
```

```
      READ(8,75)NLS
   75 FORMAT(I10)
      WRITE(5,76)NLS
   76 FORMAT(///1X,'O NUMERO DE CARREGAMENTOS E IGUAL A',I3)
      IF(N)1104,1104,1105
 1105 CONTINUE
      IF(ICO)77,77,3
 1104 CONTINUE
   77 READ(8,78)NL,NLJ,NLML,NLMC
   78 FORMAT(4I10)
      WRITE(5,79)NL,NLJ,NLML,NLMC
   79 FORMAT('1','CARREGAMENTO NUMERO',I3,//,1X,'NUMERO DE NOS CARREGADO
     *S EM PELO MENOS UMA DIRECAO',I15,//,1X,'NUMERO DE MEMBROS COM ACOE
     *S DE ENGASTAMENTO DADAS DIRETAMENTE',I4,//,1X,'NUMERO DE MEMBROS C
     *OM ACOES DE ENGASTAMENTO A SEREM CALCULADAS',I3)

C     ZERAGEM DE A(J),AE(J),AR(J)

      DO 80 J=1,ND
      A(J)=0.
      AR(J)=0.
   80 AE(J)=0.

C     LEITURA DAS ACOES APLICADAS NOS NOS

      IF(NLJ)86,86,81
   81 WRITE(5,82)
   82 FORMAT(//,1X,'ACOES APLICADAS NOS NOS',//,2X,'NO',6X,'ACAO X',6X,
     *'ACAO Y',6X,'ACAO Z')
      DO 84 J=1,NLJ
      READ(8,83)K,A(3*K-2),A(3*K-1),A(3*K)
   83 FORMAT(I10,6F10.0)
   84 WRITE(5,85)K,A(3*K-2),A(3*K-1),A(3*K)
   85 FORMAT(I4,3F12.3)
C     ZERAGEM DOS AML
   86 DO 87 I=1,M
      DO 87 J=1,6
   87 AML(I,J)=0.
```

```
      IF(NLML)93,93,88
   88 WRITE(5,89)
   89 FORMAT(//,1X,'ACOES DE ENGASTAMENTO LIDAS DIRETAMENTE',//,1X,'MEMB
     *RO',8X,'AML1',11X,'AML2',11X,'AML3',11X,'AML4',11X,'AML5',11X,
     *'AML6')

C     LEITURA DAS ACOES DE ENGASTAMENTO FORNECIDAS

      DO 91 J=1,NLML
      READ(8,90)I,(AML(I,IK),IK=1,6)
   90 FORMAT(I10,6F10.3)
   91 WRITE(5,92)I,(AML(I,IK),IK=1,6)
   92 FORMAT(I4,6F15.3)
   93 IF(NLMC)105,105,94
   94 WRITE(5,95)
   95 FORMAT(//,1X,'CARREGAMENTO DOS ELEMENTOS',/)

C     LEITURA DAS CARGAS CONCENTRADAS E DISTRIBUIDAS E CALCULO DOS AML

      DO 104 J=1,NLMC
      READ(8,97)I,NCCI,NCDI
   97 FORMAT(3I10)
      WRITE(5,98)I
   98 FORMAT(1X,'ELEMENTO',I3)

C     CALCULO DOS AML DEVIDO A CARGA CONCENTRADA

      IF(NCCI)101,101,99
   99 WRITE(5,100)
  100 FORMAT(/,8X,'PY',10X,'PX',10X,'DA')
      IF(IV(I))1012,1010,1012
 1012 CONTINUE

C     ELEMENTO COM MISULA RETA OU PARABOLICA

      CALL CONCW(NCCI,I,L,IV,V1,V2,VN1,VN2,AML)
      GO TO 1013
```

```
 1010 CONTINUE
C      ELEMENTO COM SECAO CONSTANTE
       CALL CONW(NCCI,L,I,AML)
 1013 CONTINUE
C      CALCULO DOS AML DEVIDO A CARGA DISTRIBUIDA
  101 IF(NCDI)104,104,102
  102 WRITE(5,103)
  103 FORMAT(/,8X,'QEY',9X,'QEX',9X,'QDY',9X,'QDX',9X,'DA',10X,'DB')
      IF(IV(I))1016,1014,1016
 1016 CONTINUE
C      ELEMENTO COM MISULA RETA OU PARABOLICA
       CALL CADTW(I,L,IV,V1,V2,VN1,VN2,AML)
       GO TO 1017
 1014 CONTINUE
C      ELEMENTO COM SECAO CONSTANTE
       CALL DISCW(NCDI,L,I,AML)
 1017 CONTINUE
  104 CONTINUE
C      CALCULO DAS ACOES EQUIVALENTES
  105 DO 106 I=1,M
      JJI=NEL(I,1)*3
      JKI=NEL(I,2)*3
      AE(JJI-2)=AE(JJI-2)-AML(I,1)*CX(I)+AML(I,2)*CY(I)
      AE(JJI-1)=AE(JJI-1)-AML(I,1)*CY(I)-AML(I,2)*CX(I)
      AE(JJI)=AE(JJI)-AML(I,3)
      AE(JKI-2)=AE(JKI-2)-AML(I,4)*CX(I)+AML(I,5)*CY(I)
      AE(JKI-1)=AE(JKI-1)-AML(I,4)*CY(I)-AML(I,5)*CX(I)
      AE(JKI)=AE(JKI)-AML(I,6)
```

```
  106 CONTINUE
C       CALCULO DAS ACOES COMBINADAS NOS NOS, COM REORDENACAO DOS NUMEROS
C       DOS DESLOCAMENTOS
        DO 110 J=1,ND
        IF(RL(J))107,107,108
  107 K=J-CRL(J)
        GO TO 109
  108 K=N+CRL(J)
  109 AC(K)=A(J)+AE(J)
  110 CONTINUE
C       CALCULO DOS DESLOCAMENTOS COM A NOVA NUMERACAO
        IF(N)1102,1102,1103
 1103 CONTINUE
        CALL SBANW(N,UBW,S,AC,D)
 1102 CONTINUE
C       DESLOCAMENTOS COM A NUMERACAO ORIGINAL
        J=N+1
        DO 113 K=1,ND
        JE=ND+1-K
        IF(RL(JE))111,111,112
  111 J=J-1
        D(JE)=D(J)
        GO TO 113
  112 D(JE)=0
  113 CONTINUE
        WRITE(5,114)
  114 FORMAT(//,1X,'DESLOCAMENTOS',//,2X,'NO',10X,'DESL X',10X,'DESL Y',
     *10X,'ROT Z')
        DO 116 J=1,NJ
        WRITE(5,115)J,D(3*J-2),D(3*J-1),D(3*J)
  115 FORMAT(I4,3F16.5)
  116 CONTINUE
```

```
C      CALCULO DAS ACOES NAS EXTREMIDADES DOS ELEMENTOS

       WRITE(5,131)
  131  FORMAT(//,1X,'ACOES NAS EXTREMIDADES DOS ELEMENTOS',//,1X,'HASTE',
      *9X,'AML1',11X,'AML2',11X,'AML3',11X,'AML4',11X,'AML5',11X,'AML6')
       DO 129 I=1,M
       ID=I
       READ(1'ID)((SMR(K1,K2),K2=1,6),K1=1,6),J1A,J2A,J3A,K1A,K2A,K3A
       DO 130 J=1,6
       AMD(J)=SMR(J,1)*D(J1A)+SMR(J,2)*D(J2A)+SMR(J,3)*D(J3A)+SMR(J,4)*
      *D(K1A)+SMR(J,5)*D(K2A)+SMR(J,6)*D(K3A)
  130  AML(I,J)=AML(I,J)+AMD(J)
       WRITE(5,133)I,(AML(I,J),J=1,6)
  133  FORMAT(I4,6F15.3)

C      CALCULO DA CONTRIBUICAO DO MEMBRO I AS REACOES DE APOIO
       IF(RL(J1A))117,118,117
  117  AR(J1A)=AR(J1A)+AMD(1)*CX(I)-AMD(2)*CY(I)
  118  IF(RL(J2A))120,121,120
  120  AR(J2A)=AR(J2A)+AMD(1)*CY(I)+AMD(2)*CX(I)
  121  IF(RL(J3A))122,123,122
  122  AR(J3A)=AR(J3A)+AMD(3)
  123  IF(RL(K1A))124,125,124
  124  AR(K1A)=AR(K1A)+AMD(4)*CX(I)-AMD(5)*CY(I)
  125  IF(RL(K2A))126,127,126
  126  AR(K2A)=AR(K2A)+AMD(4)*CY(I)+AMD(5)*CX(I)
  127  IF(RL(K3A))128,129,128
  128  AR(K3A)=AR(K3A)+AMD(6)
  129  CONTINUE
       WRITE(5,134)
  134  FORMAT(//,1X,'REACOES DE APOIO',//,2X,'NO',10X,'ESF X',9X,'ESF Y',
      *9X,'MOM Z')
       DO 136 K=1,ND
       IF(RL(K))136,136,135
  135  AR(K)=AR(K)-AE(K)-A(K)
  136  CONTINUE
       DO 141 K=3,ND,3
```

```
      DO 137 J=1,3
      KJT=K-J+1
      IF(RL(KJT))137,137,139
  137 CONTINUE
      GO TO 141
  139 KJ=K/3
      WRITE(5,140)KJ,AR(K-2),AR(K-1),AR(K)
  140 FORMAT(I4,3F15.3)
  141 CONTINUE
      IF(NL-NLS)77,1,1
      END
```

BIBLIOGRAFIA

1. STRASSNER, A. - "Sistemas Estaticamente Indeterminados",vol. III, Editora Globo, Porto Alegre, 1960.

2. CARNEIRO, F.L.L.B. - "Matrizes de Rigidez e de Flexibilidade dos Elementos", COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, julho de 1971.

3. CARNEIRO, F.L.L.B. - "Programa Stigi", COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

4. A.B.N.T. - Norma Brasileira NB-1 - Cálculo e Execução de Obras de Concreto Armado, 1960.

5. Comité Européen du Béton (CEB), Fédération Internationale della Précontrainte (FIP), Recommandations Internationales pour le Calcul et l'Execution des Ouvrages en Béton, seconde édition - Redaction mai 1972.

6. GERE, J. M. & WEAVER, W. Jr. - "Analysis of Framed Structures", Van Nostrand Company Inc., Princeton, New Jersey, 1965.

7. WEAVER, W. Jr. - "Computer Programs for Structural Analysis", Van Nostrand Company Inc., Princeton, New Jersey, 1965.

8. ZIENKIEWICZ, O. C. - "The Finite Element Method in Engineering Science", McGraw-Hill, London, 1971.

9. Programa ICES STRUDL-II, M. I. T., Massachusetts.

10. FEIJOO, R. A. & MONTEIRO, L.F.R. - "Programa General para Analisis Estático de Estruturas", COPPE/UFRJ, Publicação Técnica 16-74, Rio de Janeiro, setembro de 1974.

11. SOUSA, N.G. - "Análise por Computadores de Pórticos Planos com Elementos de Eixo Curvo e Seção Variável", COPPE/UFRJ

Tese de M. Sc., Rio de Janeiro, setembro de 1971.

12. SORIANO, H. L. - "Cálculo Automático do Efeito de Vento em Estruturas de Edifícios", COPPE/UFRJ - Tese de M. Sc., Rio de Janeiro, agosto de 1971.

13. PACITTI, T.- "Fortran Monitor", Ao Livro Técnico S. A., Rio de Janeiro, 1970.