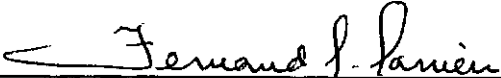


ANÁLISE DE GRELHAS COM ELEMENTOS DE EIXO CURVO
E SEÇÃO VARIÁVEL. APLICAÇÃO AO CÁLCULO DE LI-
NHAS DE INFLUÊNCIA EM VIGAS CURVAS

JOSÉ DO PATROCÍNIO FIGUEIRÔA

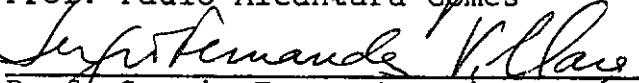
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PRO-
GRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NE-
CESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA
(M. Sc.)

Aprovada por:


Prof. Fernando Luis Lobo B. Carneiro
Presidente


Prof. Luiz Bevilacqua


Prof. Paulo Alcântara Gomes


Prof. Sergio Fernandes Villaça

RIO DE JANEIRO
ESTADO DA GUANABARA-BRASIL
SETEMBRO DE 1972

Feito levantamento em 20/10/81, verificou-se a falta das páginas abaixo, por erro de datilografia:

Pgs.

14

32

114

128

160

172

160

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Lobo Carneiro, pelo exemplo de dedicação e ensinamentos transmitidos nos cursos ministrados na COPPE e, em particular, pela orientação prestada a este trabalho.

Ao Professor Alberto Luiz Coimbra, como Diretor da COPPE, pelo apoio aos cursos aqui realizados e pelas facilidades oferecidas a todos os alunos.

A todos os professores da COPPE, pelos ensinamentos transmitidos.

À Universidade Federal de Pernambuco pela ajuda fornecida.

Ao Núcleo de Computação Eletrônica, pela presteza no atendimento e pelas facilidades oferecidas ao uso do computador, sem o que seria impossível a realização deste trabalho.

A todos os funcionários da COPPE, na pessoa de Maria de Lourdes de Almeida, que datilografou este trabalho.

A Lúcia Helena

SUMÁRIO

A finalidade deste trabalho é analisar grelhas com elementos de eixo curvo e secção variável usando métodos matriciais, através do computador.

O programa segue basicamente a orientação de Gere e Weaver e desenvolve-se também outro programa para calcular linhas de influência em vigas curvas com elementos circulares, com apoios elásticos.

Desenvolvem-se os conceitos teóricos e a adaptação do programa ao caso de elementos curvos de inércia variável, nos primeiros capítulos, e em seguida, apresenta-se a listagem dos programas em linguagem FORTRAN e resolvem-se alguns problemas práticos com a aplicação de ambos.

ABSTRACT

In the present thesis plane grids with curved members of uniform and non-uniform cross-sections are analysed using matrix techniques.

An available program proposed by Gere and Weaver has been extended to analyse them.

The author develops a second program for the determination of influence lines in curved beams composed of circular segments, with elastic supports.

In the first part of the thesis the theory of curved members with variable cross-section is reviewed.

In the second part FORTRAN listings of the two programs are presented and some applications to practical problems.

INDICE

pg.

NOTAÇÕES

viii

INTRODUÇÃO

x

CAPITULO I

Métodos da Flexibilidade ou das forças e da rigidez ou dos deslocamentos. Bases teóricas

- | | |
|-------------------------------|---|
| 1.1 - Introdução | 1 |
| 1.2 - Método da flexibilidade | 3 |
| 1.3 - Método da rigidez | 6 |

CAPITULO II

Formulação do método dos deslocamentos adaptada à programação automática

- | | |
|--------------------------------------|----|
| 2.1 - Introdução | 9 |
| 2.2 - Sistemas de referência | 10 |
| 2.3 - Transformação de coordenadas | 16 |
| 2.4 - Rigidez de elementos de grelha | 19 |

CAPITULO III

Matriz de rigidez de elementos curvos com inércia variável

- | | |
|---|----|
| 3.1 - Introdução | 25 |
| 3.2 - Matriz de flexibilidade para elementos curvos | 27 |
| 3.2.1 - Elementos curvos circulares de secção constante | 31 |
| 3.3 - Matriz de rigidez do elemento | 35 |

CAPITULO IV

Ações de engastamento perfeito nas extremidades dos elementos	39
4.1 - Introdução	39
4.2 - Elementos curvos	41
4.2.1 - Carga concentrada	44
4.2.2 - Carga uniforme total	48
4.2.3 - Carga uniforme parcial	52
4.2.4 - Momento uniforme total	55
4.3 - Elementos curvos circulares	59
4.3.1 - Carga concentrada	59
4.3.2 - Carga uniforme total	67
4.3.3 - Carga uniforme parcial	79

CAPITULO V

Formulação automática da montagem do sistema global de equações da estrutura	93
5.1 - Introdução	93
5.2 - Matriz de rigidez global em forma de banda	95
5.3 - Ações e deslocamentos nos nós	97
5.4 - Conceito de formulação do sistema global de equações em relação a vários sistemas de eixos	100
5.5 - Introdução de apoios elásticos	105

CAPITULO VI

Aplicação ao cálculo de linhas de influência de vigas curvas circulares	107
6.1 - Introdução	107
6.2 - Linhas de influência dos apoios	109
6.3 - Linhas de influência das secções intermediárias	111

CAPITULO VII

Descrição dos programas	115
7.1 - Programa GEVAC. Explicações gerais	115
7.1.1 - Descrição das sub-rotinas	118
7.1.1.1 - Sub-rotina RETCT	118
7.1.1.2 - Sub-rotina RETCC	118
7.1.1.3 - Sub-rotina RETCD	119
7.1.1.4 - Sub-rotina DBAND	119
7.1.1.5 - Sub-rotina LOSEN	119
7.1.1.6 - Sub-rotina HELFE	119
7.1.1.7 - Sub-rotina CUCVA	120
7.1.1.8 - Sub-rotina CURCC	120
7.1.1.9 - Sub-rotina CURCD	121
7.1.1.10- Sub-rotina CURDP	122
7.1.1.11- Sub-rotina CURMT	122
7.1.1.12- Sub-rotina CICVA	122
7.1.1.13- Sub-rotina CIRCC	123
7.1.1.14- Sub-rotina CIRCD	123
7.1.1.15- Sub-rotina CIRDP	123

	Pg.
7.2 - Programa LINVIC. Explicações gerais	124
7.2.1 - Descrição das sub-rotinas	126
7.2.1.1 - Sub-rotina HELFE	126
7.2.1.2 - Sub-rotina CLINA	126
7.2.1.3 - Sub-rotina CLINV	127

CAPITULO VIII

Diagramas de blocos dos programas	129
8.1 - Programa GEVAC	129
8.1.1 - Explicações sobre o diagrama de blocos e sequência da entrada de dados	138
8.2 - Sub-rotinas	146
8.2.1 - Sub-rotina CUCVA	146
8.2.1.1 - Explicações sobre o diagrama de blocos	148
8.2.2 - Sub-rotina CURCC	149
8.2.2.1 - Explicações sobre o diagrama de blocos	151
8.3 - Programa LINVIC	152
8.4 - Sub-rotinas	154
8.4.1 - Sub-rotina CLINA	154
8.4.1.1 - Explicações sobre o diagrama de blocos	158

CAPITULO IX

Exemplos de aplicação prática	161
-------------------------------	-----

	<i>vii</i>
	Pg.
9.1 - Introdução	161
9.2 - Estrutura 1. Ponte curva com inércia variável	163
9.3 - Estrutura 2. Grelha de edifício cilíndrico	164
9.4 - Estrutura 3. Passarela com reversão de concavidade	165
9.5 - Estrutura 4. Anel circular	166
9.6 - Conclusões	167
9.7 - Manual de entrada do programa GEVAC	170
9.8 - Manual de entrada do programa LINVIC	171
9.9 - Listagem dos programas	172

BIBLIOGRAFIA

NOTAÇÕES

[SM]	Matriz de rigidez do elemento
[SMD]	Matriz de rigidez do elemento referida ao sistema global
[R]	Matriz de rotação
[R _T]	Matriz de rotação transformada
[R _T] ^T	Transposta da matriz de rotação transformada
[S]	Matriz de rigidez global correspondente aos deslocamentos livres
[FM]	Matriz de flexibilidade do elemento
{DM}	Vetor dos deslocamentos locais no elemento
{D}	Vetor dos deslocamentos globais
{DL}	Vetor dos deslocamentos devidos às cargas
{AM}	Vetor das ações locais do elemento
{A}	Vetor das ações globais
{AML}	Vetor das ações de engastamento perfeito no sistema local do elemento
{AE}	Vetor das ações equivalentes nos nós
{AC}	Vetor das cargas combinadas nos nós
{AR}	Vetor das reações de apoio
E	Módulo de elasticidade longitudinal
G	Módulo de elasticidade transversal
I _x	Momento de inércia à torção
I _y	Momento de inércia à flexão

x_m	Abcissa dos pontos de divisão
y_m	Ordenada dos pontos de divisão
ϕ	Ângulo de inclinação da secção em relação ao eixo XM
R	Raio dos elementos circulares
ϕ	Ângulo central do elemento circular
P	Carga concentrada
DE	Distância da carga concentrada ao eixo YM
YP	Distância da carga concentrada ao eixo XM
Q	Carga uniforme distribuída
DE	Distância do início da carga uniforme parcial ao eixo YM
DQ	Comprimento do intervalo carregado com carga uniforme parcial, medido na direção XM
MT	Momento distribuído uniforme
α_p	Ângulo que dá a posição da carga concentrada no elemento circular
ϕ_E e ϕ_D	Ângulos que dão os pontos da esquerda e direita que limitam o intervalo carregado no elemento circular com carga parcial.

INTRODUÇÃO

A aplicação dos computadores ao cálculo matricial de estruturas é hoje, sem sombra de dúvidas, uma arma poderosíssima para os estudiosos, que está permitindo o tratamento de muitos problemas, antes praticamente inabordáveis, ao mesmo tempo em que se constitui num requisito indispensável ao analista de projetos, em termos de competição.

O desenvolvimento verificado nesta área de utilização do computador se fez tão rapidamente que o estágio atual do encaminhamento do problema parece estar voltado para as técnicas de otimização dos programas já existentes, quer em termos de tempo de processamento, quer em relação ao melhor aproveitamento da memória.

Se bem que já existam inúmeros programas aplicados a estruturas constituídas por barras, ainda se nota uma certa deficiência em relação à solução de problemas práticos em que aparecem diversos tipos de concepções estruturais com elementos curvos, ora para atender a exigências de formas arquitetônicas modernas, ora por imposição de projeto de pontes e viadutos, para atender ao próprio traçado geométrico de rodovias.

Neste último caso, além da necessidade de automatizar o cálculo para barras com secção cheia, impõe-se, atualmente, o estudo das peças prismáticas laminares, as quais, em função do próprio campo de aplicação, carecem de programas que se tornem economicamente viáveis no tratamento dos efeitos da carga móvel.

Com base nestas considerações, despertamos, então, a nossa atenção para orientar o nosso trabalho de Tese de Mestrado ao estudo das grelhas possuindo elementos com eixo curvo e secção variável, extendendo, ainda, as conclusões da formulação teórica à automatização do cálculo de linhas de influência em vigas curvas constituídas por barras circulares.

A montagem do programa seguiu a estruturação encontrada em Gere e Weaver e obedeceu a uma orientação que se encontra num trabalho do professor Lobo Carneiro para devida adaptação ao caso de estruturas com elementos curvos de secção variável.

Em relação ao programa geral para barras retas e de secção constante, aparece, neste caso, um acréscimo substancial de trabalho traduzido, principalmente, em tarefas de resolução de grande número de integrais simples, porém de tratamento bastante laborioso.

Esta dificuldade é, em parte, superada pela recorrência aos processos de integração numérica, com auxílio do computador, que têm fornecido resultados práticos muito bons para estruturas em barras, com a grande vantagem de possibilitar que tanto a curvatura como a variação da secção transversal sejam inteiramente arbitrárias.

Durante o desenvolvimento do trabalho, atentamos para o fato de que na maioria dos casos práticos de ocorrência deste tipo de estrutura aparecem, com destaque, elementos de eixo circular e inércia constante.

Resolvemos, então, dedicar algum tempo do desenvolvimento teórico para explicitar muitas integrais comuns ao estudo deste elemento, evitando o trabalho de integração numérica no computador e melhorando, conseqüentemente, o tempo de processamento para este caso.

Julgamos, com isto, ter dado uma pequena contribuição ao estudo deste elemento em particular, ao mesmo tempo em que esperamos que o presente trabalho desperte interesse para a análise de outros tipos de estruturas correlatas.

CAPÍTULO I

MÉTODOS DA FLEXIBILIDADE OU DAS FORÇAS E DA RIGIDEZ OU DOS DES LOCAMENTOS. BASES TEÓRICAS

1.1 - INTRODUÇÃO

Para proceder à análise de uma dada estrutura, teremos inicialmente que escolher, entre o Método da Flexibilidade e o Método da Rigidez, aquele que mais convier à técnica de que dispusermos para a determinação das incógnitas do problema.

Estes dois métodos são distintos, no que se refere à sua origem, pois se baseiam em conceitos físicos diferentes, como será visto na descrição de cada um deles separadamente.

No entanto, são inteiramente análogos em relação à sua formulação matemática, conforme se depreende da simples observação das equações gerais que regem cada um deles, pois em

2.

ambos estas são instituídas com base no Princípio da Superposição.

Para garantir a validade deste Princípio pressupomos que estamos tratando de uma estrutura linearmente elástica e portanto sejam cumpridos os tres requisitos fundamentais:

- a) O material da estrutura obedece à Lei de Hooke.
- b) Os deslocamentos da estrutura são pequenos, sendo lícito considerar, em lugar das dimensões totais na estrutura deformada, aquelas existentes na mesma, na posição original.
- c) O raio de curvatura de cada elemento deve ser grande em presença das dimensões das secções transversais.

A análise se completa, em qualquer um dos dois métodos, com o auxílio das Equações Gerais da Estática, Equações de Compatibilidade, relacionadas com a manutenção da geometria dos vínculos da estrutura, e Relações entre Ações e Deslocamentos, baseadas na Lei de Hooke e expressas através dos Coeficientes de Rigidez e Flexibilidade.

1.2 - MÉTODO DA FLEXIBILIDADE

Ao abordar a solução de uma estrutura qualquer com a utilização deste método, a nossa preocupação inicial é determinar o número total de componentes em que é possível desdobrar as reações oferecidas por todos os vínculos existentes na mesma.

O número excedente destas componentes, em relação ao número disponível de Equações da Estática, para o tipo de estrutura em análise, representa o grau de indeterminação estática ou grau de hiperestaticidade da mesma.

O caminho a seguir consiste em liberar vínculos ou introduzir cortes na estrutura em número suficiente para que se obtenha uma estrutura isostática onde figuram, nas direções dos vínculos liberados, as reações intrínsecas correspondentes e que são as incógnitas do problema.

A estrutura assim obtida denomina-se Sistema Principal e como os vínculos a serem liberados são escolhidos arbitrariamente, segue-se que a sua determinação não é única.

Finalmente, para completar a análise, instituímos as Equações de Compatibilidade, inerentes à conformação geométrica

dos vínculos na estrutura original.

O número total de equações é igual ao grau de indeterminação estática da estrutura e representando-o genericamente por n , obteremos um sistema como se segue, no caso de não haver deslocamentos de apoio:

$$\begin{aligned}
 F_{11}Q_1 + F_{12}Q_2 + F_{13}Q_3 + \dots + F_{1n}Q_n + DL_1 &= 0 \\
 F_{21}Q_1 + F_{22}Q_2 + F_{23}Q_3 + \dots + F_{2n}Q_n + DL_2 &= 0 \\
 F_{31}Q_1 + F_{32}Q_2 + F_{33}Q_3 + \dots + F_{3n}Q_n + DL_3 &= 0 \\
 \vdots & \\
 F_{n1}Q_1 + F_{n2}Q_2 + F_{n3}Q_3 + \dots + F_{nn}Q_n + DL_n &= 0
 \end{aligned}
 \tag{1.2.1}$$

Ou, em notação matricial,

$$[F]\{Q\} + \{DL\} = \{0\} \tag{1.2.2}$$

onde $[F]$ é a matriz de flexibilidade do Sistema Principal escolhido.

$\{Q\}$ é o vetor que contém os hiperestáticos a determinar.

$\{DL\}$ é o vetor dos deslocamentos produzidos pelas cargas atuantes na estrutura, na direção dos hiperestáticos.

O cálculo de qualquer coeficiente de flexibilidade é

feito com a utilização da expressão obtida do Princípio dos Trabalhos Virtuais.

No caso particular de elementos curvos horizontais com carregamento vertical, temos:

$$F_{i,j} = \int \left(\frac{M_{x,i} M_{x,j}}{GI_x} + \frac{M_{y,i} M_{y,j}}{EI_y} + \frac{N_{z,i} N_{z,j}}{GA_z} \right) ds \quad (1.2.3)$$

onde: $M_{x,i}$ e $M_{x,j}$ são o momento torsor genérico numa direção x devido respectivamente à aplicação de um esforço unitário nas direções i e j.

$M_{y,i}$ e $M_{y,j}$ são o momento fletor genérico numa direção y devido respectivamente à aplicação de um esforço unitário nas direções i e j.

$N_{z,i}$ e $N_{z,j}$ são o esforço cortante genérico numa direção z devido respectivamente à aplicação de um esforço unitário nas direções i e j.

EI_y e GI_x são, respectivamente, a rigidez à flexão e à torção do elemento.

A_z é a área para cortante, paralela ao eixo z.

Desprezando as deformações provenientes do cortante, por serem muito pequenas, ficaremos com:

$$F_{i,j} = \int \left(\frac{M_{x,i} M_{x,j}}{GI_x} + \frac{M_{y,i} M_{y,j}}{EI_y} \right) ds \quad (1.2.4)$$

De maneira análoga, determinam-se os deslocamentos devidos às cargas.

1.3 - MÉTODO DA RIGIDEZ

O procedimento inicial, para analisar uma estrutura com a utilização deste método, consiste em verificar o número - total de deslocamentos desconhecidos de nós da estrutura.

Este número de deslocamentos incógnitos do problema representa o grau de indeterminação cinemática ou número de graus de liberdade da estrutura.

O caminho a seguir consiste em bloquear os nós da estrutura a todos os deslocamentos possíveis e obter as Cargas Combinadas nos Nós, somando algebricamente aquelas diretamente aplicadas nos mesmos com as provenientes das ações de engastamento perfeito das barras que neles concorrem.

A estrutura resultante do bloqueio dos nós a todos os deslocamentos possíveis constitui o Sistema Principal deste método, que é único, justificando, assim, a escolha do mesmo para a programação automática em computadores.

Enquanto no método anterior efetuávamos cortes e em seguida restituíamos a geometria dos vínculos originais estabelecendo Equações de Compatibilidade, aqui, após bloquear os nós restituimos a configuração de deformabilidade na estrutura real estabelecendo Equações de Equilíbrio dos Nós, onde figuram, como incógnitas, os deslocamentos livres.

Ficaremos com um sistema de equações como se segue:

$$\begin{aligned}
 S_{11}D_1 + S_{12}D_2 + S_{13}D_3 + \dots + S_{1n}D_n &= AC_1 \\
 S_{21}D_1 + S_{22}D_2 + S_{23}D_3 + \dots + S_{2n}D_n &= AC_2 \\
 S_{31}D_1 + S_{32}D_2 + S_{33}D_3 + \dots + S_{3n}D_n &= AC_3 \\
 \vdots & \\
 S_{n1}D_1 + S_{n2}D_2 + S_{n3}D_3 + \dots + S_{nn}D_n &= AC_n
 \end{aligned} \tag{1.3.1}$$

Ou, em notação matricial,

$$[S] \{D\} = \{AC\} \tag{1.3.2}$$

onde:

- [S] é a matriz de rigidez dos nós da estrutura correspondente aos deslocamentos possíveis.
- {D} é o vetor dos deslocamentos incógnitos.
- {AC} é o vetor das ações combinadas nos nós, associadas aos deslocamentos desconhecidos.

É interessante observar que este procedimento conduz a uma equação matricial referida aos nós da estrutura e que, portanto, calculados os coeficientes de rigidez dos mesmos por soma das contribuições daqueles correspondentes às barras que concorrem em cada um deles e obtidas as Cargas Combinadas nos Nós, podemos, daí por diante, abstrairmo-nos da forma e disposição dos elementos na estrutura e passar a raciocinar unicamente em termos de nós.

CAPÍTULO II

FORMULAÇÃO DO MÉTODO DOS DESLOCAMENTOS ADAPTADA À PROGRAMAÇÃO AUTOMÁTICA

2.1 - INTRODUÇÃO

Conforme vimos anteriormente, ao utilizar o Método da Rigidez obtemos uma equação matricial referida aos nós da estrutura, donde a necessidade de fixarmos inicialmente um Sistema de Coordenadas Global em relação ao qual teremos que referenciar todos os pontos nodais.

A fim de transmitir a cada nó da estrutura o efeito e quivalente das cargas e da rigidez dos elementos que nele concorrem, faz-se necessário, também, o estudo isolado de cada elemento em particular, para os quais se adota um Sistema de Coordenadas Local, orientado de acordo com uma numeração dos nós que se situam nas suas extremidades.

Ainda no caso de elementos curvos, como a orientação dos esforços seccionais, em relação ao Sistema Local, varia com

10.

a posição da secção, teremos que utilizar mais um sistema de eixos para cada secção transversal considerada.

A partir dos próximos parágrafos, veremos o uso e a importância dos diversos sistemas de coordenadas, visando a programação automática.

2.2 - SISTEMAS DE REFERÊNCIA

A escolha do Sistema Global pode ser qualquer, recaindo normalmente sobre aquele que se tornar mais conveniente para facilitar os dados referentes às coordenadas de nós, como se vê na Fig. 2.2.1, onde os nós e os elementos se acham devidamente numerados.

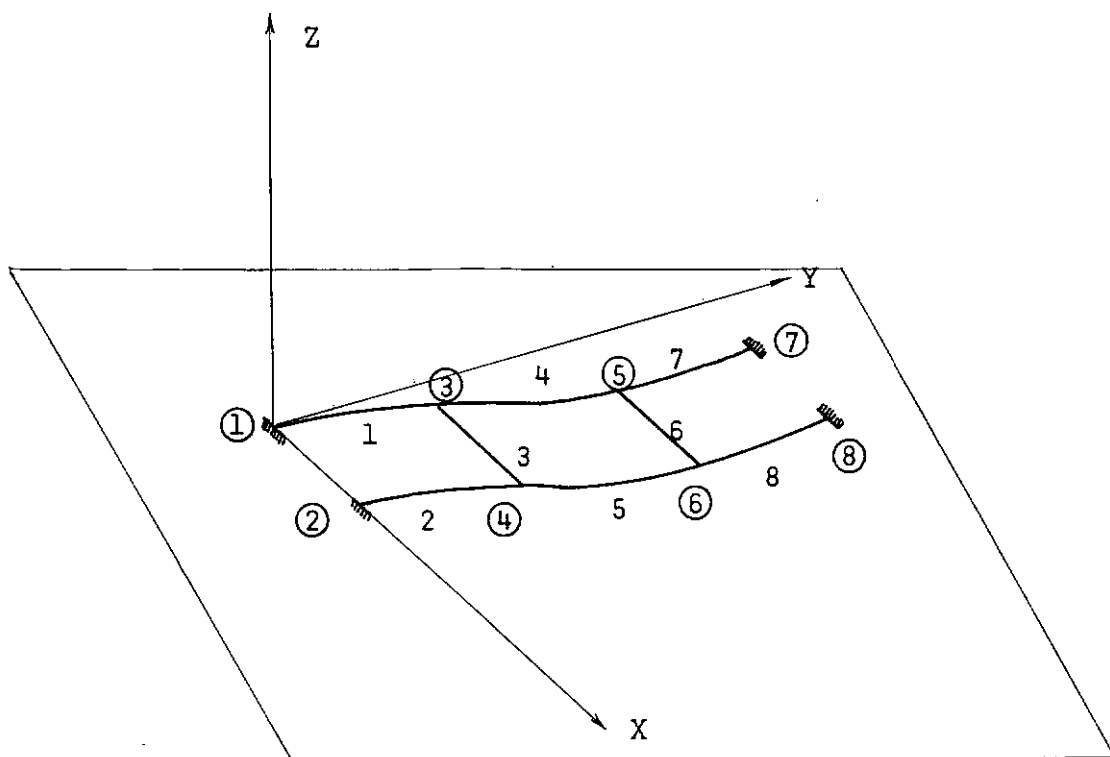


Fig. 2.2.1 - Sistema global com numeração dos nós e dos elementos.

Para proceder à determinação automática do Sistema Local, no interior do programa, fornecemos informações a respeito de quais os nós esquerdo e direito de cada elemento da estrutura.

Definido o nó esquerdo J e o direito K , fica perfeitamente determinado o sistema, orientando-se sempre X_M positivo de J para K .

12.

A numeração local das ações e deslocamentos nas extremidades dos elementos obedece à esquematização da fig. 2.2.2, para o caso de barras retas.

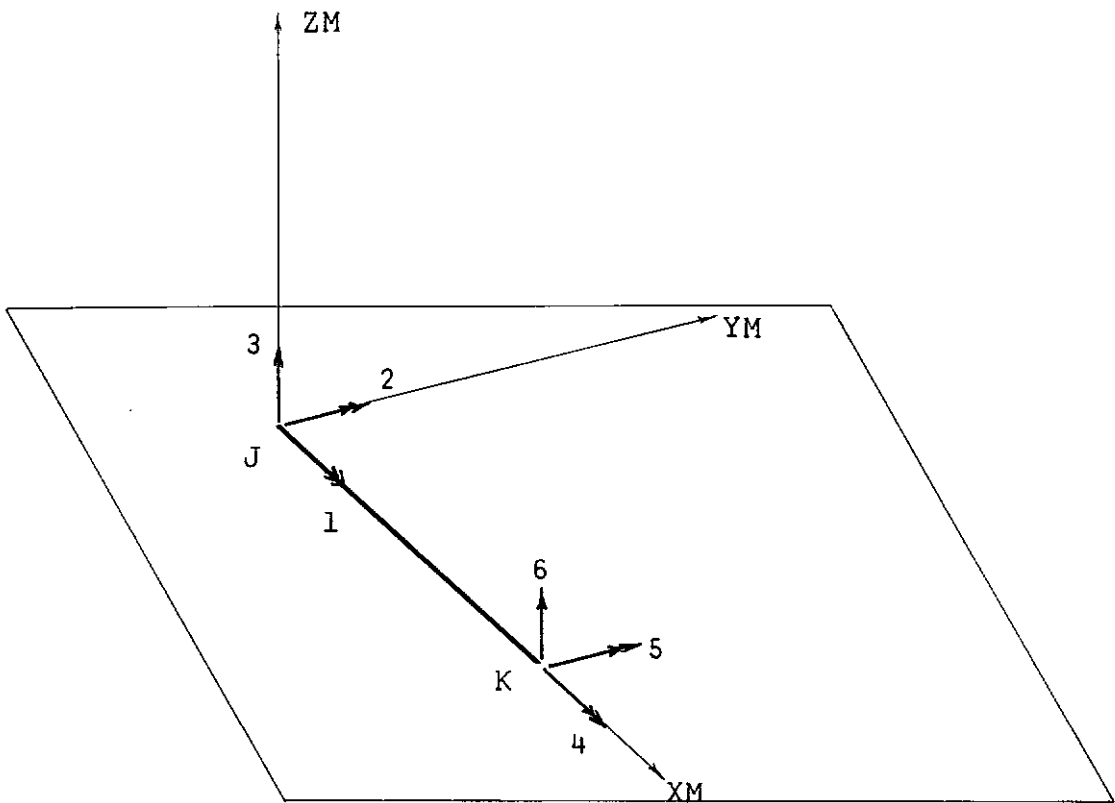


Fig. 2.2.2 - Sistema local para elementos retos com numeração das ações e deslocamentos.

No caso de barras curvas, a determinação do Sistema Local é idêntica à anterior, porém as ações nas extremidades do elemento não correspondem às direções de momento fletor e torção, havendo a necessidade de projetá-las naquelas direções - posteriormente.

O uso das mesmas direções para ações e deslocamentos nas extremidades do elemento, seja ele reto ou curvo, no Sistema Local, tem por finalidade permitir que a decomposição destas ações e deslocamentos, deste sistema para o global ou vice-versa, seja obtida de maneira inteiramente análoga conforme ficará esclarecido com o conceito de matriz de rotação.

A Fig. 2.2.3 ilustra melhor o que foi dito anteriormente.

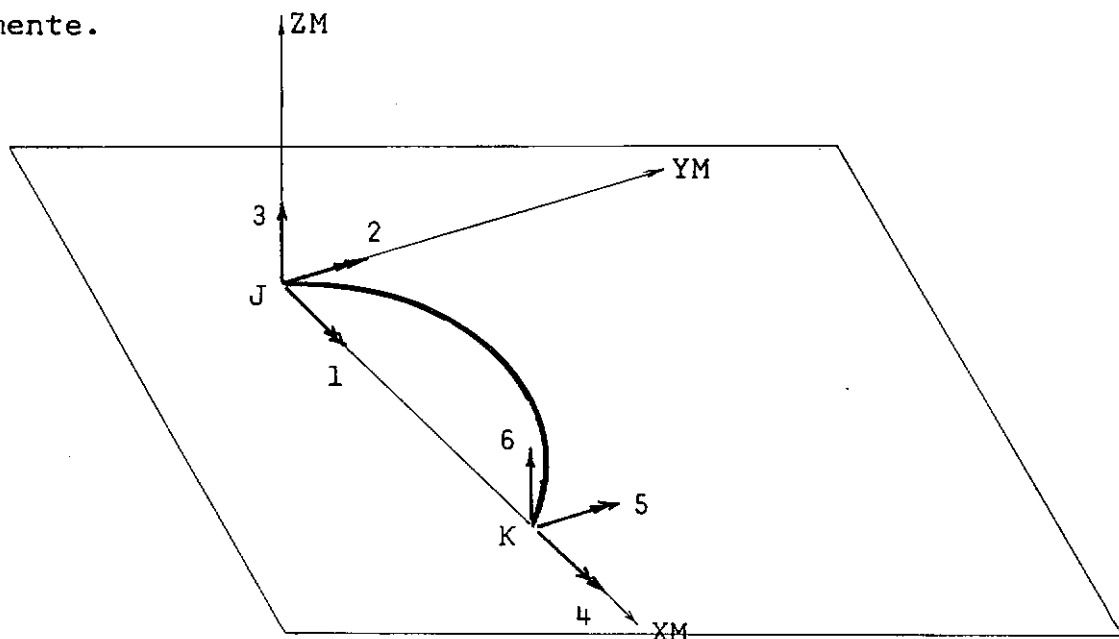


Fig.2.2.3 - Sistema local para elementos curvos com numeração das ações e deslocamentos.

Definido o Sistema Local, conforme já ficou esclarecido, precisamos ainda, no elemento curvo, de um sistema para cada secção genérica no interior do mesmo, como se vê na Fig. 2.2.4.

Para localizar este sistema de eixos na secção, tomamos YS normal à curva e dirigido para fora; ficando XS tangente à mesma.

Fica definido o ângulo ϕ como aquele que se obtém com origem na direção positiva de XM quando se caminha desta para atingir a direção positiva de XS e adotando-se o sentido trigonométrico convencional.

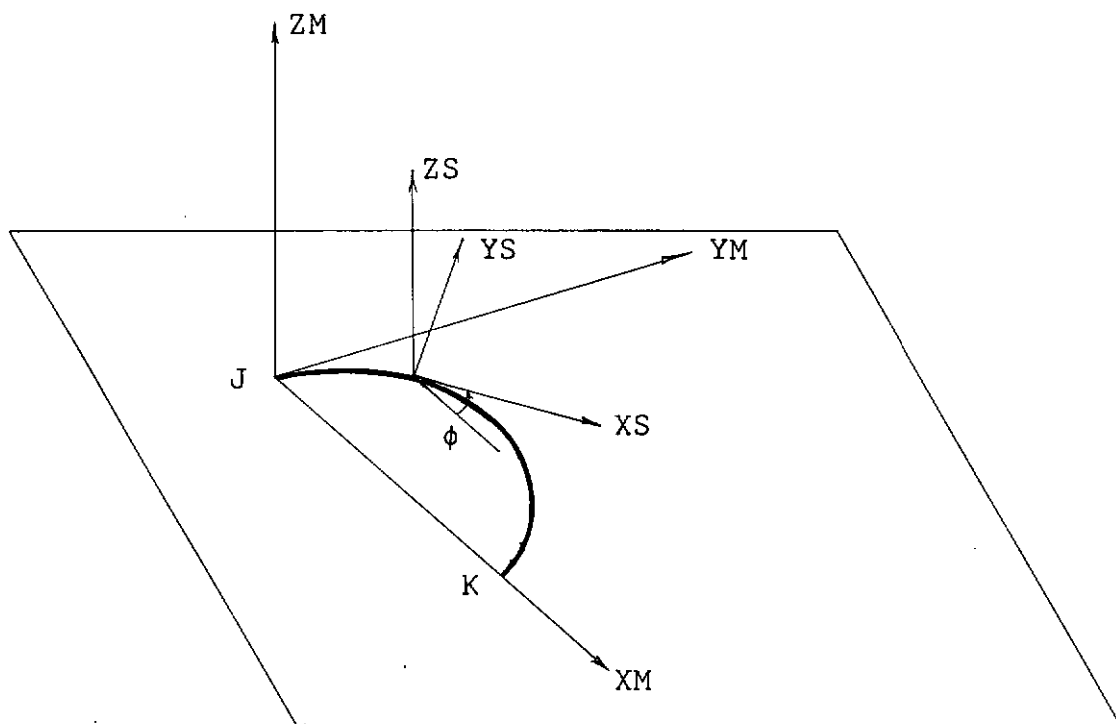


Fig. 2.2.4 - Sistema de eixos da secção para barras com concavidade direta.

De acordo com esta orientação, o ângulo ϕ da Fig....
2.2.4 é do 1º quadrante.

Na Fig. 2.2.5 mostramos uma barra de concavidade invertida e com ϕ do 2º quadrante, sendo interessante notar, também, que neste caso as ordenadas dos pontos da curva são negativas.

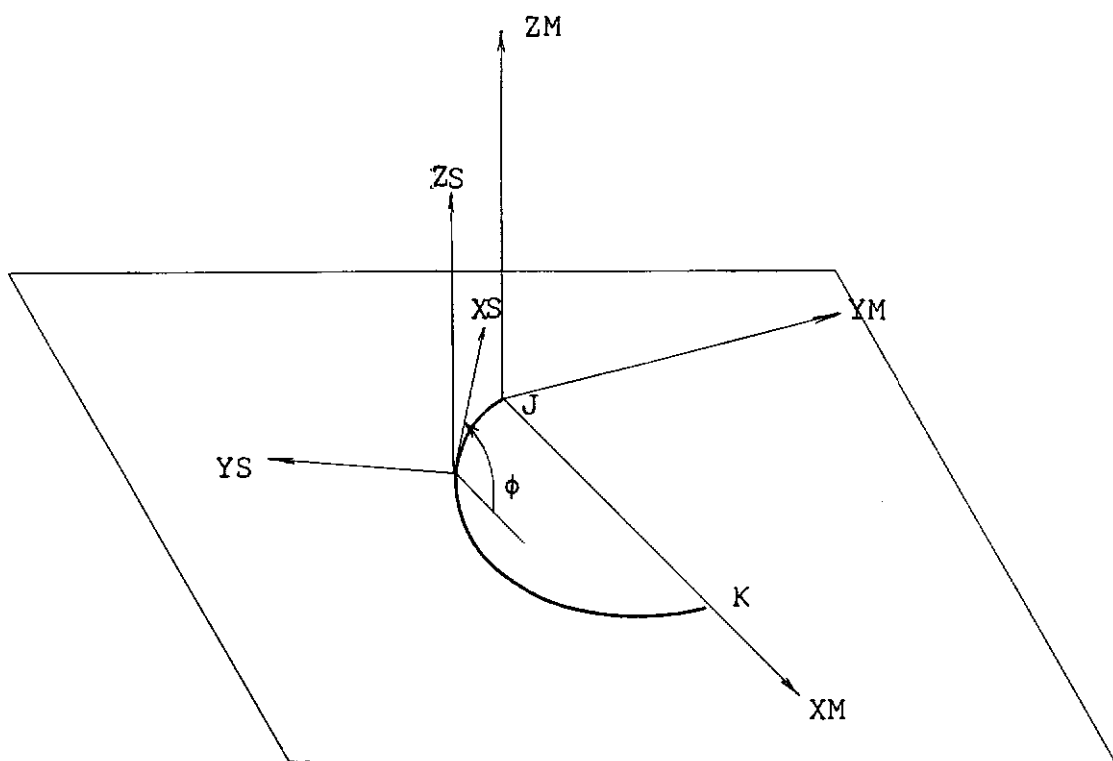


Fig. 2.2.5 - Sistema de eixos da secção para barras com concavidade invertida.

2.3 - TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

Como no decorrer da análise de uma estrutura qualquer precisamos decompor ações e deslocamentos das extremidades dos elementos, onde estão referidos ao sistema local, para ações e deslocamentos nos nós, onde estão referidos ao sistema global, ou vice-versa, faz-se necessário adotar um procedimento geral que permita tais transformações de coordenadas.

Para isto, consideremos o caso mais geral de uma ação A , no espaço, projetada sobre dois sistemas de coordenadas X, Y, Z e X_M, Y_M, Z_M , como na figura 2.3.1.

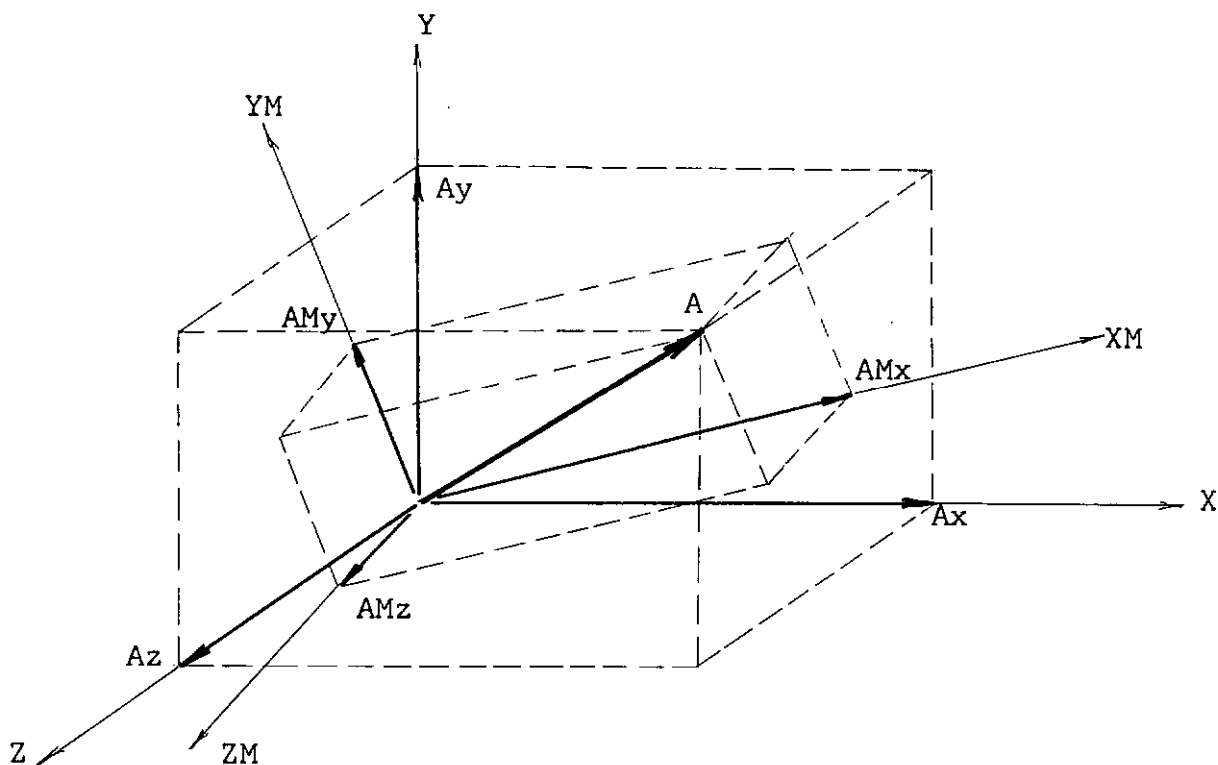


Fig. 2.3 1 - Rotação de eixos no espaço.

Fixemo-nos no sistema X, Y, Z e chamemos os co-senos diretores de XM de $\lambda_{11}, \lambda_{12}$ e λ_{13} , os de YM de $\lambda_{21}, \lambda_{22}$ e λ_{23} e os de ZM de $\lambda_{31}, \lambda_{32}$ e λ_{33} .

Sabemos que a projeção do vetor A , sobre uma direção qualquer XM, YM ou ZM é igual à soma das projeções de suas componentes A_x, A_y e A_z sobre a mesma direção.

Portanto, podemos escrever:

18.

$$AM_x = \lambda_{11} A_x + \lambda_{12} A_y + \lambda_{13} A_z$$

$$AM_y = \lambda_{21} A_x + \lambda_{22} A_y + \lambda_{23} A_z$$

$$AM_z = \lambda_{31} A_x + \lambda_{32} A_y + \lambda_{33} A_z$$

Ou ainda,

$$\{AM\} = \begin{Bmatrix} AM_x \\ AM_y \\ AM_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{Bmatrix}$$

e

$$\{AM\} = [R] \{A\} \quad (2.3.1)$$

A matriz $[R]$ assim definida denomina-se Matriz de Rotação.

Quando repetimos o raciocínio anterior para passar do sistema XM, YM, ZM, para X, Y, Z, obtemos:

$$\{A\} = [R]^T \{AM\} \quad (2.3.2)$$

Por outro lado, da equação 2.3.1 temos:

$$\{A\} = [R]^{-1} \{AM\} \quad (2.3.3)$$

e, comparando 2.3.2 com 2.3.3, vem:

$$[R]^T = [R]^{-1}$$

ou seja, a Matriz de Rotação é ortogonal.

As expressões anteriores, obtidas em termos de ações, são válidas para os deslocamentos, tendo-se, analogamente,

$$\{DM\} = [R]\{D\} \quad (2.3.4)$$

e

$$\{D\} = [R]^T \{DM\} \quad (2.3.5)$$

2.4 - RIGIDEZ DE ELEMENTOS DE GRELHA

A matriz de rigidez de um elemento de uma estrutura qualquer reúne, ordenadamente, os coeficientes de rigidez relativos aos graus de liberdade dos nós do elemento.

Da discussão precedente, em torno da necessidade de transformação de coordenadas, para ações e deslocamentos quaisquer, de um sistema de eixos para outro, torna-se evidente que esta matriz necessita de uma formulação relativa aos eixos locais e outra relativa ao sistema global da estrutura.

Para o caso de elementos de grelha, retos e de seção constante, a matriz de rigidez referida aos eixos locais é a seguinte:

$$[SM] = \begin{bmatrix} \frac{GIx}{L} & & & & & & \\ 0 & \frac{4EIy}{L} & & & & & \\ 0 & -\frac{6EIy}{L^2} & \frac{12EIy}{L^3} & & & & \\ -\frac{GIx}{L} & 0 & 0 & \frac{GIx}{L} & & & \\ 0 & \frac{2EIy}{L} & -\frac{6EIy}{L^2} & 0 & \frac{4EIy}{L} & & \\ 0 & \frac{6EIy}{L^2} & -\frac{12EIy}{L^3} & 0 & \frac{6EIy}{L^2} & \frac{12EIy}{L^3} & \end{bmatrix} \quad \text{simétrica}$$

É conveniente e útil em diversas aplicações a divisão da matriz $[SM]$ em submatrizes, conforme abaixo esquematizado:

$$[SM] = \begin{bmatrix} SM_{JJ} & | & SM_{JK} \\ \hline SM_{KJ} & | & SM_{KK} \end{bmatrix}$$

Cada submatriz encerra ações na extremidade correspondente ao primeiro sub-índice, devido a deslocamentos na extremidade correspondente ao segundo.

Assim, as submatrizes $[SM]_{JK}$ e $[SM]_{KJ}$ são transpostas uma da outra e contêm ações numa extremidade para deslocamentos unitários na outra.

Vejamos, agora, como obter a matriz de rigidez do elemento, que chamaremos $[SMD]$, referida ao sistema global, a partir da matriz $[SM]$, referida aos eixos locais.

Temos que a equação que relaciona ações e deslocamentos no sistema local é dada por

$$\{AM\} = [SM] \{DM\} \quad (2.4.1)$$

e da mesma forma, para o sistema global,

$$\{A\} = [SMD] \{D\} \quad (2.4.2)$$

Podemos escrever (2.4.1) na forma:

$$\begin{Bmatrix} AM_J \\ \text{---} \\ AM_K \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} SM_{JJ} & SM_{JK} \\ \text{---} & \text{---} \\ SM_{KJ} & SM_{KK} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DM_J \\ \text{---} \\ DM_K \end{Bmatrix} \quad (2.4.3)$$

Mas, da equação 2.3.1,

$$\{AM\} = [R] \{A\}$$

e, portanto, substituindo em 2.4.3, vem:

22.

$$\begin{Bmatrix} [R] \{A_J\} \\ \hline [R] \{A_K\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} SM_{JJ} & SM_{JK} \\ \hline SM_{KJ} & SM_{KK} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} [R] \{D_J\} \\ \hline [R] \{D_K\} \end{Bmatrix}$$

Esta equação pode também ser escrita na forma:

$$\begin{bmatrix} R & | & 0 \\ \hline 0 & | & R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_J \\ \hline A_K \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} SM_{JJ} & SM_{JK} \\ \hline SM_{KJ} & SM_{KK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & | & 0 \\ \hline 0 & | & R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_J \\ \hline D_K \end{Bmatrix}$$

onde

$$\begin{bmatrix} R & | & 0 \\ \hline 0 & | & R \end{bmatrix} = [R_T]$$

é a matriz de Rotação Transformada.

Temos, então:

$$[R_T] \{A\} = [SM] [R_T] \{D\}$$

e, pre-multiplicando ambos os membros por $[R_T]^{-1}$, vem:

$$\{A\} = [R_T]^{-1} [SM] [R_T] \{D\}$$

Como a matriz $[R_T]$ também é ortogonal, temos:

$$\{A\} = [R_T]^T [SM] [R_T] \{D\}$$

e comparando com 2.4.2, segue-se que:

$$[SMD] = [R_T]^T [SM] [R_T] \quad (2.4.4)$$

A matriz de rigidez do elemento, escrita desta forma, em termos de eixos globais, será utilizada na construção da matriz global da estrutura, onde a rigidez de cada nó é obtida por soma das contribuições de rigidez dos elementos que nele concorrem.

CAPITULO III

MATRIZ DE RIGIDEZ DE ELEMENTOS

CURVOS COM INÉRCIA VARIÁVEL

3.1 - INTRODUÇÃO

Para barras retas de secção constante, determinam-se, usualmente, os termos da matriz de rigidez imprimindo deslocamentos unitários em cada direção e calculando diretamente os esforços correspondentes despertados.

No caso de elementos curvos, porém, é preferível obter primeiramente a matriz de flexibilidade correspondente a uma extremidade do elemento, utilizando a expressão 1.2.4 e em seguida obter a matriz de rigidez desta extremidade por inversão da primeira.

Este procedimento é válido já que as duas matrizes correspondem ao mesmo grupo de ações e deslocamentos.

Ver-se-á mais adiante que toda a matriz [SM] pode ser

construída a partir da submatriz correspondente a uma das extremidades do elemento.

Para calcular coeficientes de flexibilidade usando 1.2.4, é de se prever que para casos especiais de variação de secção transversal e de curvatura da barra a integração se transforme em tarefa bastante enfadonha e laboriosa.

O uso do computador, no entanto, permitiu superar esta dificuldade, recorrendo aos processos de integração numérica que têm fornecido resultados práticos bastante satisfatórios em problemas dessa natureza.

Desta forma, o trabalho de integração fica reduzido ao uso de sub-rotinas como a QSF utilizada neste programa e assim ficamos com a possibilidade de analisar elementos com qualquer tipo de curvatura e de variação de secção transversal.

Como a integração no computador demanda tempo de processamento, resolvemos explicitar as integrais para barras circulares.

Mesmo para este caso particular, as integrações constituíram-se em tarefa bastante laboriosa, como será visto mais adiante.

3.2 - MATRIZ DE FLEXIBILIDADE PARA ELEMENTOS CURVOS

Seja a barra curva da Fig. 3.2.1, para a qual queremos construir a matriz de flexibilidade da extremidade direita, ou seja, consideraremos a barra com o nó esquerdo bloqueado e o nó direito livre a todos os deslocamentos possíveis.

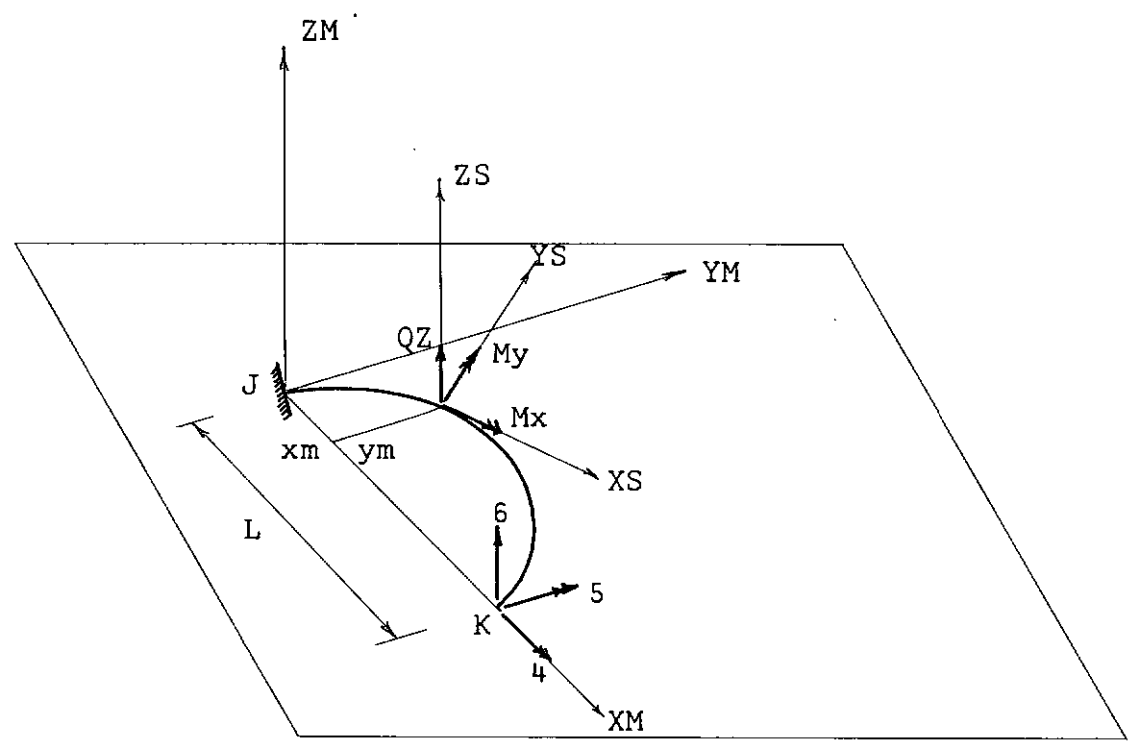


Fig. 3.2.1 - Elemento curvo com a extremidade direita liberada.

A matriz de flexibilidade da extremidade K é da forma:

ma:

$$[FM_{KK}] = \begin{bmatrix} FM_{44} & FM_{45} & FM_{46} \\ FM_{54} & FM_{55} & FM_{56} \\ FM_{64} & FM_{65} & FM_{66} \end{bmatrix}$$

Em virtude da simetria, só existem seis coeficientes independentes nesta matriz.

Teremos, então, que calcular deslocamentos nas direções 4, 5 e 6 para ações unitárias aplicadas em cada uma destas direções:.

Para usar 1.2.4, precisamos conhecer o momento fletor M_y e o torsor M_x numa secção genérica, decorrentes da aplicação de ações unitárias nas direções 4, 5 e 6.

Para isto, observemos a Fig. 3.2.2 que representa o plano que contém o eixo da barra, visto de frente.

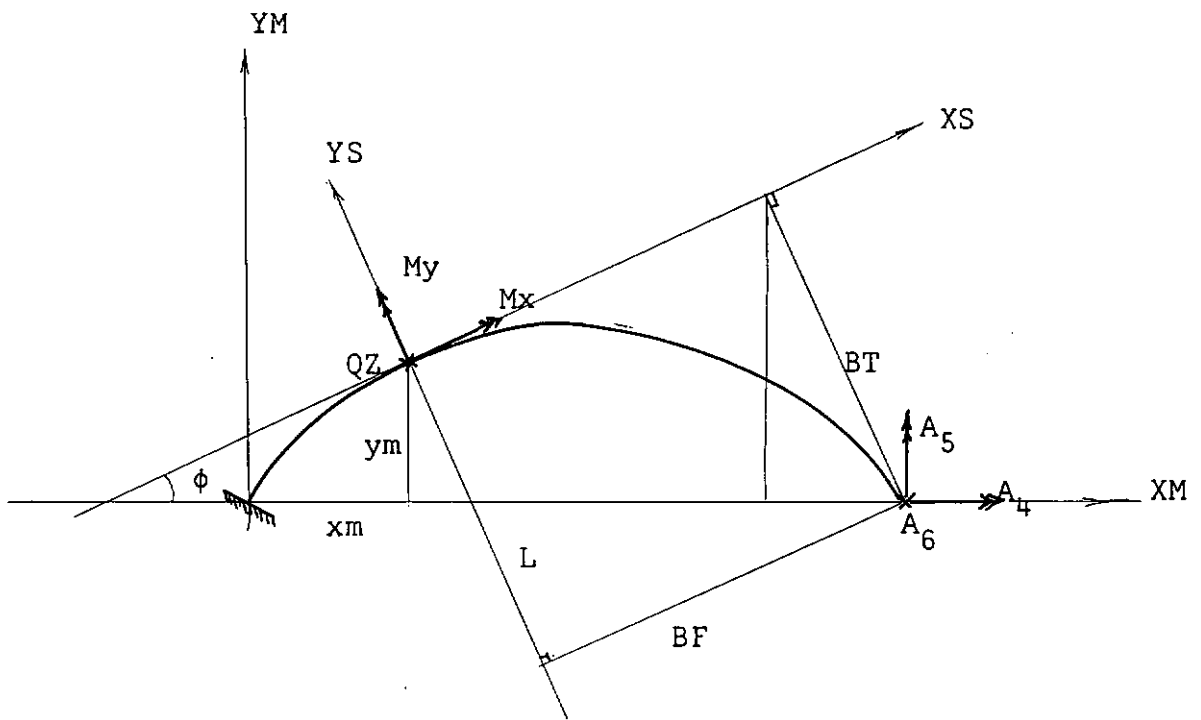


Fig. 3.2.2 - Esforços seccionais no elemento curvo.

Temos, então:

$$M_x = A_4 \cos \phi + A_5 \operatorname{sen} \phi - A_6 \cdot BT \quad (3.2.1)$$

$$M_y = A_5 \cos \phi - A_4 \operatorname{sen} \phi - A_6 \cdot BF \quad (3.2.2)$$

onde:

$$BT = (L + (ym - x_m \operatorname{tg} \phi) \operatorname{cotg} \phi) \operatorname{sen} \phi$$

$$BF = (BT \cos \phi - y_m) / \operatorname{sen} \phi$$

Aplicando cada ação isoladamente $A_4 = 1$, $A_5 = 1$ e $A_6 = 1$ e ob-

servando 3.2.1 e 3.2.2, temos:

	M_x	M_y
$A_4 = 1$	$1 \cdot \cos\phi$	$- 1 \cdot \text{sen}\phi$
$A_5 = 1$	$1 \cdot \text{sen}\phi$	$1 \cdot \cos\phi$
$A_6 = 1$	$- 1 \cdot BT$	$- 1 \cdot BF$

Como a integração deve ser feita ao longo do eixo do elemento, a expressão 1.2.4 fica:

$$FM_{i,j} = \int_0^L \left(\frac{M_{x,i} M_{x,j}}{GI_x \cos\phi} + \frac{M_{y,i} M_{y,j}}{EI_y \cos\phi} \right) dxm$$

onde $dxm = ds \cos\phi$, sendo s medido sobre o eixo.

Observando o quadro para M_x e M_y e usando a expressão anterior, encontramos:

$$FM_{44} = \int_0^L \left(\frac{\cos\phi}{GI_x} + \frac{\text{sen}^2\phi}{EI_y \cos\phi} \right) dxm$$

$$FM_{45} = FM_{54} = \int_0^L \left(+ \frac{\text{sen}\phi}{GI_x} + \frac{\text{sen}\phi}{EI_y} \right) dxm$$

$$FM_{46} = FM_{64} = \int_0^L \left(-\frac{BT}{GI_x} + \frac{BF \operatorname{sen}\phi}{EI_y \cos\phi} \right) dx$$

$$FM_{55} = \int_0^L \left(\frac{\operatorname{sen}^2\phi}{GI_x \cos\phi} + \frac{\cos\phi}{EI_y} \right) dx$$

$$FM_{56} = FM_{65} = \int_0^L \left(-\frac{BT \operatorname{sen}\phi}{GI_x \cos\phi} - \frac{BF}{EI_y} \right) dx$$

$$FM_{66} = \int_0^L \left(\frac{BT^2}{GI_x \cos\phi} + \frac{BF^2}{EI_y \cos\phi} \right) dx$$

3.2.1 - Elementos curvos circulares de secção constante

Seja o caso em que a barra é circular e consideremos a Fig. 3.2.1.1 onde o plano do eixo da mesma é visto de frente.

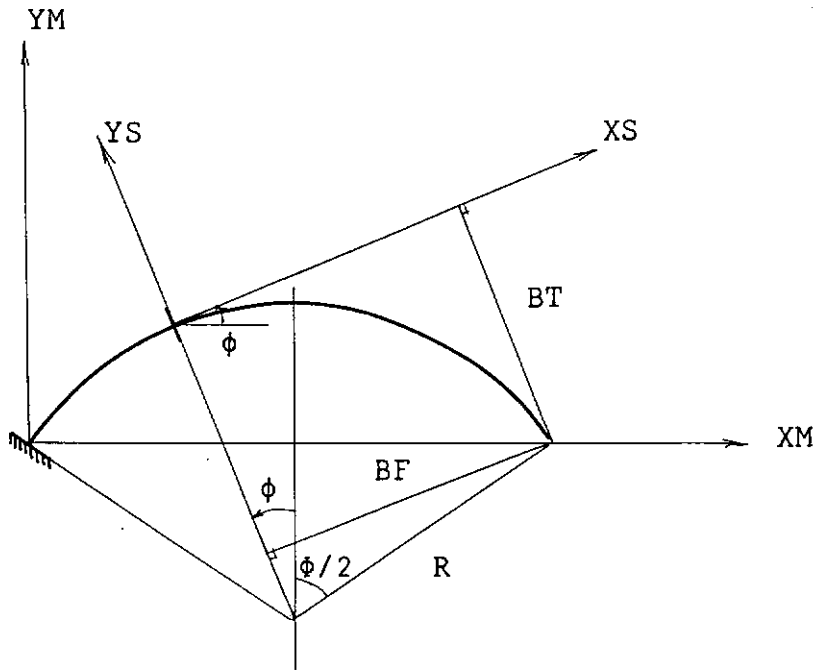


Fig. 3.2.1.1 - Elemento curvo circular

Temos as relações:

$$BT = R \left[1 - \cos \left(\frac{\phi}{2} + \phi \right) \right]$$

$$BF = R \operatorname{sen} \left(\frac{\phi}{2} + \phi \right)$$

onde ϕ é o ângulo central.

Entrando com estes valores nas expressões dos coeficientes de flêxibilidade e, levando em conta que

$$dx = - R \cos \phi \, d\phi$$

vem:

$$FM_{44} = - \frac{1}{GI_x} \int_{\phi/2}^{-\phi/2} R \cos^2 \phi \, d\phi - \frac{1}{EI_y} \int_{\phi/2}^{-\phi/2} R \sin^2 \phi \, d\phi$$

$$FM_{44} = \frac{R}{GI_x} \left(\frac{\phi}{2} + \frac{\sin \phi}{2} \right) + \frac{R}{EI_y} \left(\frac{\phi}{2} - \frac{\sin \phi}{2} \right)$$

$$FM_{45} = FM_{54} = - \frac{1}{GI_x} \int_{\phi/2}^{-\phi/2} R \sin \phi \cos \phi \, d\phi +$$

$$+ \frac{1}{EI_y} \int_{\phi/2}^{-\phi/2} R \sin \phi \cos \phi \, d\phi$$

$$FM_{45} = FM_{54} = 0$$

$$FM_{46} = FM_{64} = \frac{1}{GI_x} \int_{\phi/2}^{-\phi/2} R^2 \cos \phi [1 - \cos(\frac{\phi}{2} + \phi)] \, d\phi -$$

$$- \frac{1}{EI_y} \int_{\phi/2}^{-\phi/2} R^2 \sin \phi \sin(\frac{\phi}{2} + \phi) \, d\phi$$

$$FM_{46} = FM_{64} = -\frac{R^2}{GI_x} \left[2\text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \left(\frac{\phi}{2} + \frac{\text{sen}\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \right] +$$

$$+ \frac{R^2}{EI_y} \left[\left(\frac{\phi}{2} - \frac{\text{sen}\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \right]$$

$$FM_{55} = -\frac{1}{GI_x} \int_{\phi/2}^{-\phi/2} R \text{sen}^2 \phi d\phi - \frac{1}{EI_y} \int_{\phi/2}^{-\phi/2} R \cos^2 \phi d\phi$$

$$FM_{55} = \frac{R}{GI_x} \left(\frac{\phi}{2} - \frac{\text{sen}\phi}{2} \right) + \frac{R}{EI_y} \left(\frac{\phi}{2} + \frac{\text{sen}\phi}{2} \right)$$

$$FM_{56} = FM_{65} = \frac{1}{GI_x} \int_{\phi/2}^{-\phi/2} R^2 \text{sen}\phi \left[1 - \cos\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) \right] d\phi +$$

$$+ \frac{1}{EI_y} \int_{\phi/2}^{-\phi/2} R^2 \cos\phi \text{sen}\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) d\phi$$

$$FM_{56} = FM_{65} = -\frac{R^2}{GI_x} \left[\left(\frac{\phi}{2} - \frac{\text{sen}\phi}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \right] -$$

$$- \frac{R^2}{EI_y} \left[\left(\frac{\phi}{2} + \frac{\text{sen}\phi}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \right]$$

$$FM_{66} = -\frac{1}{GI_x} \int_{\phi/2}^{-\phi/2} R^3 \left[1 - \cos\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) \right]^2 d\phi -$$

$$- \frac{1}{EI_y} \int_{\phi/2}^{-\phi/2} R^3 \text{sen}^2\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) d\phi$$

$$\begin{aligned}
FM_{66} = & \frac{R^3}{GI_x} \left[\phi + \left(\frac{\phi}{2} + \frac{\text{sen}\phi}{2} \right) \cos^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) + \left(\frac{\phi}{2} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{\text{sen}\phi}{2} \right) \text{sen}^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) - 4\text{sen} \left(\frac{\phi}{2} \right) \cos \left(\frac{\phi}{2} \right) \right] + \\
& + \frac{R^3}{EI_y} \left[\left(\frac{\phi}{2} + \frac{\text{sen}\phi}{2} \right) \text{sen}^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) + \left(\frac{\phi}{2} - \frac{\text{sen}\phi}{2} \right) \cos^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \right]
\end{aligned}$$

3.3 - MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO

Obtida a submatriz $[FM_{KK}]$ como ficou visto anteriormente, temos:

$$[SM_{KK}] = [FM_{KK}]^{-1}$$

Além disto, uma coluna qualquer da matriz $[SM]$ é constituída pelos esforços que surgem nas direções correspondentes ao primeiro sub-índice quando se aplica um deslocamento unitário na direção do segundo sub-índice, que dá o número à coluna:

$$SM = \begin{bmatrix} & SM_{1,5} \\ & SM_{2,5} \\ & SM_{3,5} \\ - & SM_{4,5} \\ & SM_{5,5} \\ & SM_{6,5} \end{bmatrix}$$

Assim, a coluna aqui apresentada contém os esforços nas seis direções do elemento correspondentes a um deslocamento unitário na direção 5.

Mas, conhecendo estes esforços na extremidade direita, ou seja, $SM_{4,5}$, $SM_{5,5}$ e $SM_{6,5}$, podemos calcular os da outra extremidade por condições de equilíbrio.

Podemos estender o raciocínio para qualquer outra direção da extremidade direita, ao invés de 5.

Tratando uma direção qualquer da extremidade K por k e observando a Fig. 3.3.1, vem:

$$SM_{3k} + SM_{6k} = 0 \quad \text{ou} \quad SM_{3k} = - SM_{6k}$$

$$SM_{1k} + SM_{4k} = 0 \quad \text{ou} \quad SM_{1k} = - SM_{4k}$$

$$SM_{2k} + SM_{5k} - L \cdot SM_{6k} = 0 \quad \text{ou} \quad SM_{2k} = L \cdot SM_{6k} - SM_{5k}$$

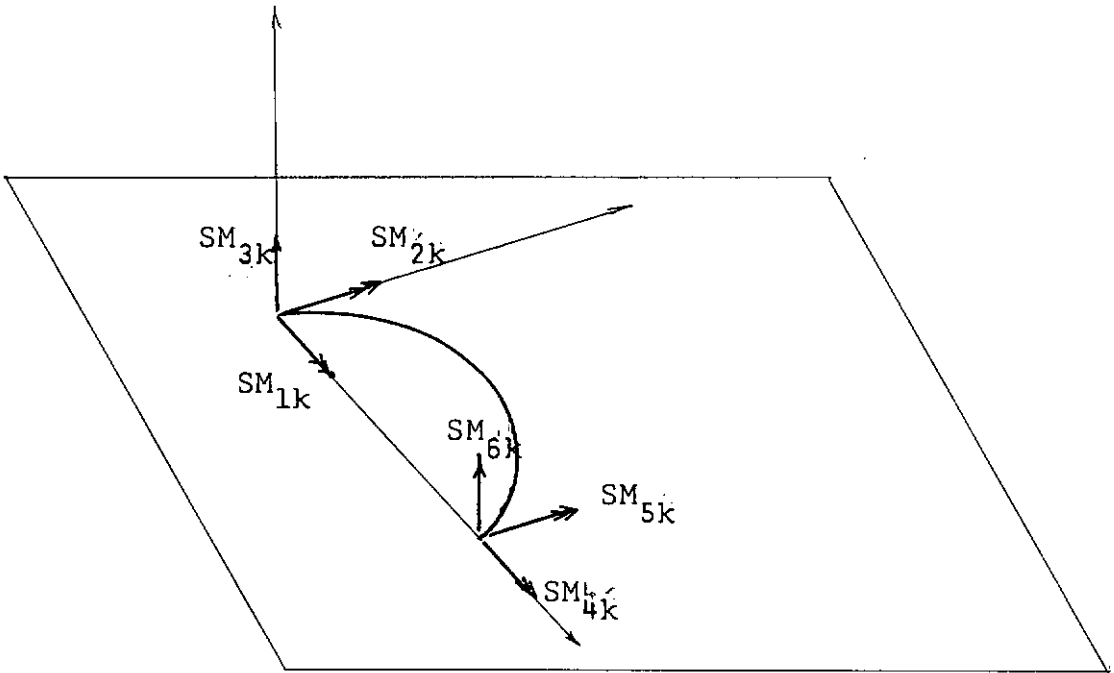


Fig. 3.3.1 - Esforços no elemento devidos a um deslocamento unitário na direção k .

Assim, a partir de $[SM_{KK}]$ constroem-se $[SM_{JK}]$.

Temos, ainda, que

$$[SM_{KJ}] = [SM_{JK}]^T$$

Desta forma, encontramos $[SM_{KJ}]$ e daí passamos para $[SM_{JJ}]$ da mesma maneira como obtivemos $[SM_{JK}]$ em função de $[SM_{KK}]$.

Vimos, assim, que toda a matriz $[SM]$ pode ser obtida a partir de $[SM_{KK}]$.

CAPITULO IV

AÇÕES DE ENGASTAMENTO PERFEITO NAS EXTREMIDADES DOS ELEMENTOS

4.1 - INTRODUÇÃO

No caso de barras retas, as ações de engastamento para diversos tipos de carregamento já se encontram tabeladas e prontas para serem utilizadas diretamente.

Para barras curvas, mesmo no caso de secção constante e curvatura circular, há atualmente uma grande dificuldade de bibliografia onde possamos encontrar fórmulas explícitas para tal finalidade.

Neste capítulo, veremos o procedimento geral para determinação de ações de engastamento em barras com uma forma qualquer e para um carregamento genérico.

Podemos encarar o problema como a resolução de uma estrutura em que existe apenas um elemento.

Neste caso, podemos utilizar com vantagem o método da flexibilidade já que a determinação do sistema principal torna-se automática, consistindo sempre na liberação de uma das extremidades do elemento.

Assim procedendo, recairemos no problema de realizar algumas integrações como ocorreu na determinação da matriz de rigidez do elemento a partir da matriz de flexibilidade.

Pelas mesmas razões já citadas anteriormente, resolvemos também aqui explicitar as integrais relativas ao elemento circular de secção constante, como será visto mais adiante.

Queremos salientar que estas integrais se constituíram numa tarefa excessivamente laboriosa, conforme se conclue de suas expressões gerais.

Finalmente, é importante lembrar aqui que todas as cargas verticais atuando sobre a estrutura são consideradas positivas para baixo.

4.2 - ELEMENTOS CURVOS

Suponhamos que queremos determinar as ações de engastamento nas extremidades de um elemento curvo submetido a um carregamento qualquer, aplicando o método da flexibilidade.

Seja na Fig. 4.2.1 o sistema principal da estrutura imaginada, ou seja, o próprio elemento já com a extremidade direita livre.

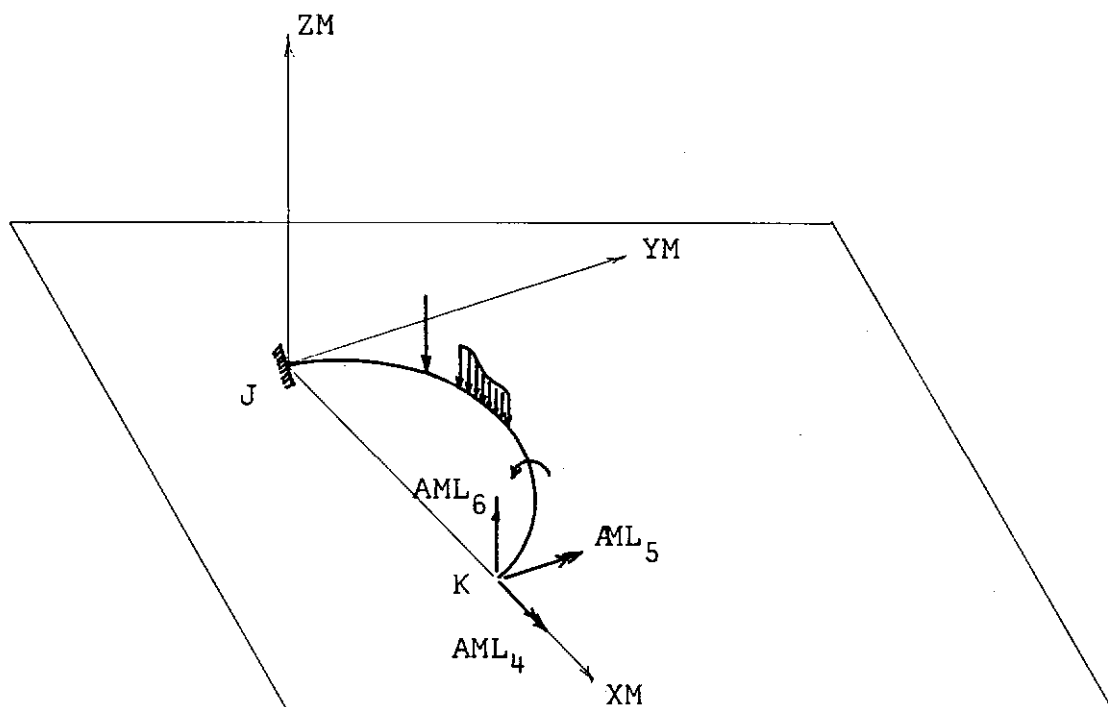


Fig. 4.2.1 - Elemento curvo carregado com a extremidade direita livre.

Queremos calcular as ações excedentes AML_4 , AML_5 e AML_6 , nas direções dos vínculos liberados.

Para isto, retomando a equação 1.2.1 e lembrando que neste caso particular a estrutura a resolver se confunde com um único elemento, vem:

$$\begin{bmatrix} FM_{44} & FM_{45} & FM_{46} \\ FM_{54} & FM_{55} & FM_{56} \\ FM_{64} & FM_{65} & FM_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} AML_4 \\ AML_5 \\ AML_6 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} DL_4 \\ DL_5 \\ DL_6 \end{Bmatrix} = \{0\}$$

Ou seja, a matriz de flexibilidade do sistema principal é a matriz de flexibilidade da extremidade direita do elemento, os hiperestáticos são as ações de engastamento naquela extremidade e os deslocamentos nas direções correspondentes são aqueles produzidos pelas cargas atuantes no elemento.

Então, para calcular AML_4 , AML_5 e AML_6 , temos:

$$\begin{Bmatrix} AML_4 \\ AML_5 \\ AML_6 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} FM_{44} & FM_{45} & FM_{46} \\ FM_{54} & FM_{55} & FM_{56} \\ FM_{64} & FM_{65} & FM_{66} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} DL_4 \\ DL_5 \\ DL_6 \end{Bmatrix}$$

Ou ainda,

$$\begin{Bmatrix} AML_4 \\ AML_5 \\ AML_6 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} SM_{44} & SM_{45} & SM_{46} \\ SM_{54} & SM_{55} & SM_{56} \\ SM_{64} & SM_{65} & SM_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DL_4 \\ DL_5 \\ DL_6 \end{Bmatrix} \quad (4.2.1)$$

Portanto, para calcular as ações de engastamento, precisamos determinar DL_4 , DL_5 e DL_6 .

Para isto, usaremos a equação 1.2.4 e assim um deslocamento DL_i na extremidade livre, na direção i e devido às cargas é dado por

$$DL_i = \int \left(\frac{M_{x,i} M_{x,L}}{GI_x} + \frac{M_{y,i} M_{y,L}}{EI_y} \right) ds \quad (4.2.2)$$

onde

$M_{x,i}$ e $M_{x,L}$ são o momento torsor genérico numa direção x devido respectivamente à aplicação de um esforço unitário na extremidade livre, na direção i e à aplicação das cargas.

$M_{y,i}$ e $M_{y,L}$ são o momento fletor genérico numa direção y devido respectivamente à aplicação de um esforço unitário na extremidade livre, na direção i e à aplicação das cargas.

As ações de engastamento na outra extremidade são calculadas por condições de equilíbrio depois de calculadas AML_4 , AML_5 e AML_6 .

4.2.1 - Carga Concentrada

Seja a barra da Fig. 4.2.1.1 para a qual queremos determinar as ações AML_4 , AML_5 e AML_6 devidas à carga P aqui considerada positiva.

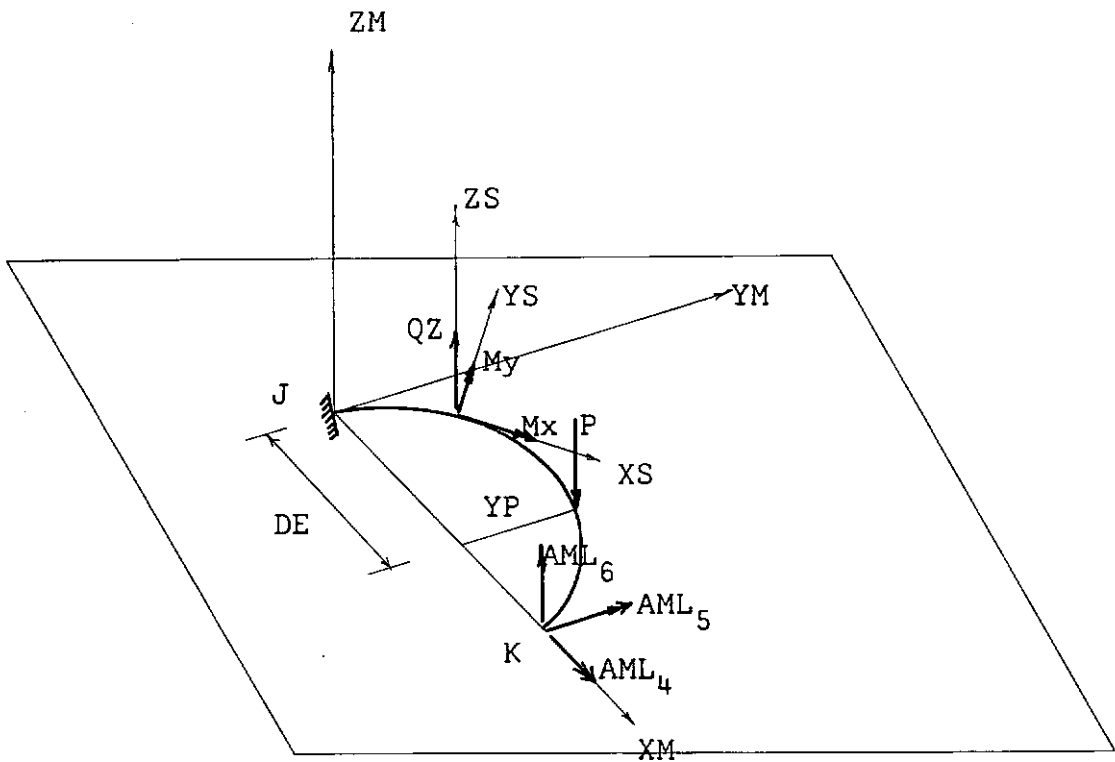


Fig. 4.2.1.1 - Carga concentrada numa posição qualquer

Teremos que calcular os deslocamentos efetuando a integração de 4.2.2 ao longo de todo o elemento.

Para isto, é necessário obter as expressões de $M_{x,L}$ e $M_{y,L}$ já que as de $M_{x,i}$ e $M_{y,i}$ constam do quadro da secção 3.2.

A fim de determinar $M_{x,L}$ e $M_{y,L}$ para uma secção gené-

rica, observemos a Fig. 4.2.1.2.

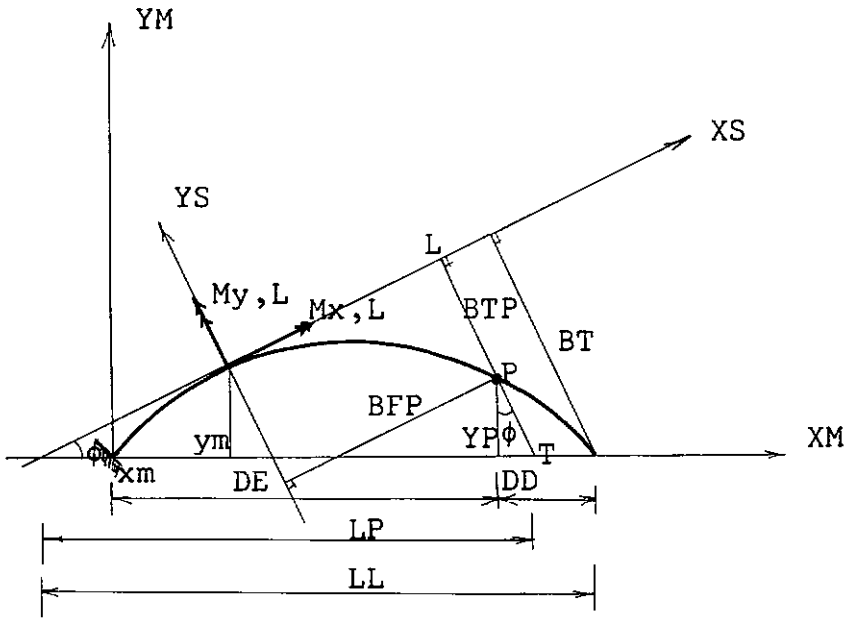


Fig. 4.2.1.2 - Plano do elemento visto de frente.

Temos as relações:

$$\frac{LT}{BT} = \frac{LP}{LL} \quad \text{ou} \quad LT = BT \cdot \frac{LP}{LL}$$

$$LP = DE + YP \cdot \operatorname{tg} \phi + (YM - XM \operatorname{tg} \phi) \operatorname{cotg} \phi$$

$$LL = L + (YM - XM \operatorname{tg} \phi) \operatorname{cotg} \phi$$

Dai poderemos calcular os braços de torção e flexão da força P para uma secção genérica:

$$BTP = LT - YP/\cos\phi$$

$$BFP = (LT\cos\phi - YM)/\text{sen}\phi$$

e, conseqüentemente, as expressões que dão os deslocamentos são:

$$DL_4 = \int_0^{DE} \left(\frac{P \cdot BTP}{GI_x} - \frac{P \cdot BFP \cdot \text{sen}\phi}{EI_y \cos\phi} \right) dxm$$

$$DL_5 = \int_0^{DE} \left(\frac{P \cdot BTP \cdot \text{sen}\phi}{GI_x \cos\phi} + \frac{P \cdot BFP}{EI_y} \right) dxm$$

$$DL_6 = \int_0^{DE} \left(\frac{-P \cdot BTP \cdot BT}{GI_x \cos\phi} - \frac{P \cdot BFP \cdot BF}{EI_y \cos\phi} \right) dxm$$

Observe-se que os momentos devidos à carga P considerada positiva são ambos positivos de acordo com o sistema de eixos XS, YS e ZS.

$$M_{x,L} = P \cdot BTP$$

$$M_{y,L} = P \cdot BFP$$

Desta forma, usando 4.2.1, determinam-se AML_4 , AML_5 e AML_6 .

Depois, instituímos as condições de equilíbrio que permitem achar AML_1 , AML_2 e AML_3 :

$$AML_1 + AML_4 - P.YP = 0$$

$$AML_2 + AML_5 - P.AML_6 + P.DE = 0$$

$$AML_3 + AML_6 - P = 0$$

ou seja,

$$AML_1 = P.YP - AML_4$$

$$AML_2 = L.AML_6 - P.DE - AML_5$$

$$AML_3 = P - AML_6$$

4.2.2 - Carga Uniforme Total

Consideremos o caso de um elemento submetido a este tipo de carregamento como na Fig. 4.2.2.1 e fixemo-nos no problema de determinar os esforços seccionais $M_{x,L}$ e $M_{y,L}$.

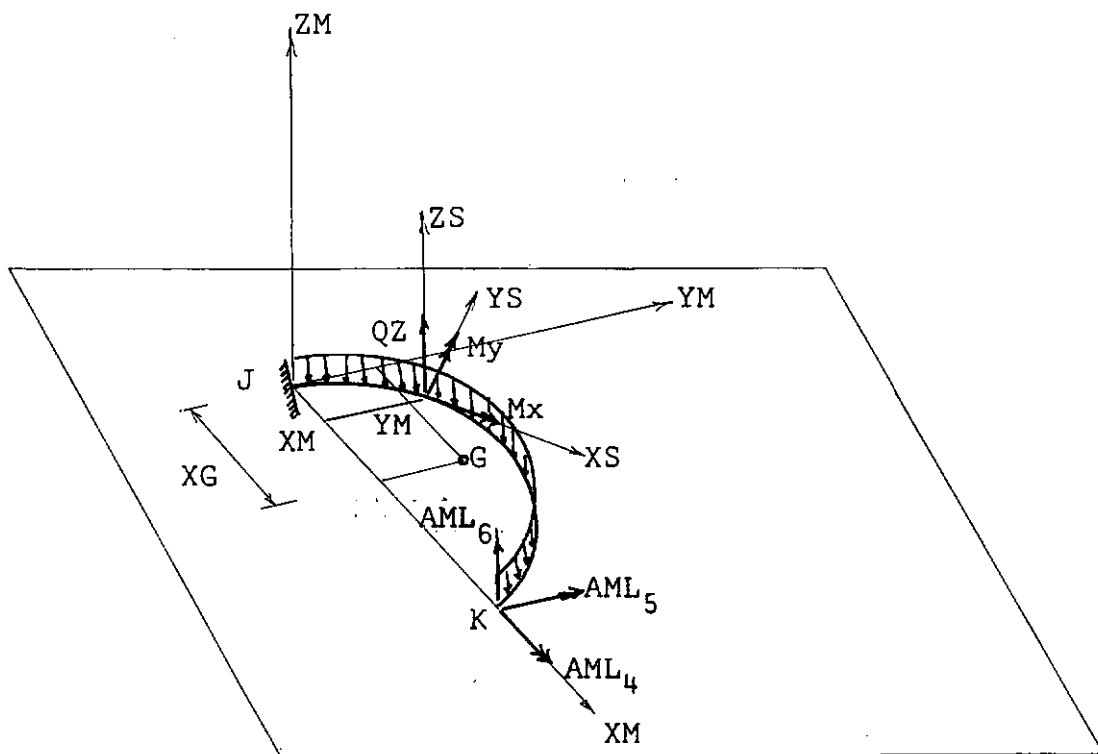


Fig. 4.2.2.1 - Carga uniforme total

Vemos que este caso pode ser reduzido ao anterior desde que achemos uma carga concentrada equivalente à carga distribuída compreendida entre cada secção genérica e a extremidade direita K .

Além disto, é preciso obter o ponto G , centro de gravidade da carga equivalente.

Para calcular a carga equivalente QT, temos que o comprimento de arco entre a secção e o ponto K é dado por:

$$S = \int_{XM}^L \frac{dxm}{\cos \phi}$$

e, então,

$$QT = Q.S$$

As coordenadas do ponto G são obtidas da mesma forma

por:

$$XG = \frac{\int_{XM}^L \frac{xm}{\cos \phi} dxm}{S}$$

e

$$YG = \frac{\int_{XM}^L \frac{ym}{\cos \phi} dxm}{S}$$

Podemos calcular o braço de torção BTQ e o de flexão BFQ, como no caso anterior, substituindo DE por XG e YP por YG, respectivamente.

Assim, vem:

$$M_{x,L} = QT.BTQ$$

$$M_{y,L} = QT.BFQ$$

As expressões para os deslocamentos são facilmente encontradas, usando 4.2.2 e notando que $M_{x,i}$ e $M_{y,i}$ são os mesmos do quadro da secção 3.2.

Assim, obtemos:

$$DL_4 = \int_0^L \left(\frac{QT \cdot BTQ}{GI_x} - \frac{QT \cdot BFQ \sin \phi}{EI_y \cos \phi} \right) dxm$$

$$DL_5 = \int_0^L \left(\frac{QT \cdot BTQ \sin \phi}{GI_x \cos \phi} + \frac{QT \cdot BFQ}{EI_y} \right) dxm$$

$$DL_6 = \int_0^L \left(- \frac{QT \cdot BTQ \cdot BT}{GI_x \cos \phi} - \frac{QT \cdot BFQ \cdot BF}{EI_y \cos \phi} \right) dxm$$

Calculados, então, AML_4 , AML_5 e AML_6 usando 4.2.1, passamos a obter as outras tres ações com as seguintes condições de equilíbrio:

$$AML_1 = QT \cdot YG - AML_4$$

$$AML_2 = L \cdot AML_6 - AML_5 - QT \cdot XG$$

$$AML_3 = QT - AML_6$$

onde os valores de QT , YG e XG são aqueles correspondentes à secção da extremidade esquerda do elemento.

4.2.3 - Carga Uniforme Parcial

Imaginemos uma carga uniforme distribuida num trecho da barra, como na Fig. 4.2.3.1 e observemos que se torna necessário aqui considerar dois tipos de secção: aquelas situadas entre a extremidade esquerda e o início do carregamento e aquelas no intervalo carregado.

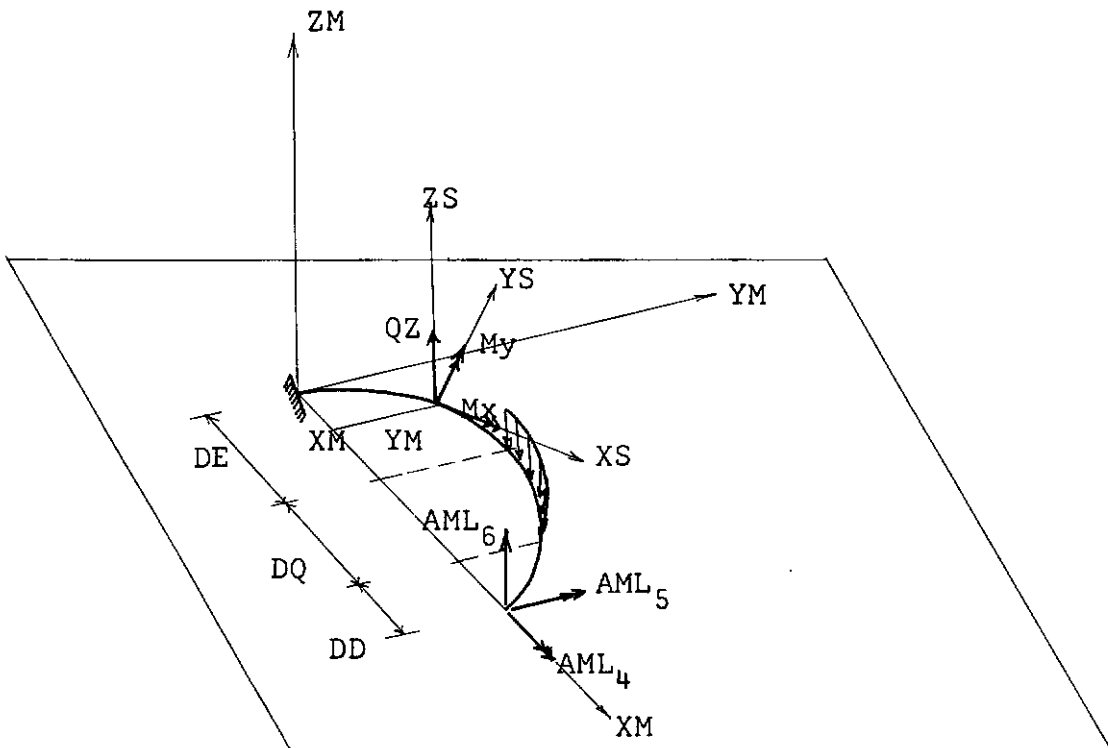


Fig. 4.2.3.1 - Carga uniforme parcial.

Por analogia com o caso anterior, podemos encontrar as mesmas grandezas já definidas, sendo que aqui elas serão subdivididas para os dois tipos de secções.

Para as primeiras, temos que a carga concentrada e-
quivalente é sempre a mesma, pois

$$S1 = \int_{DE}^{DE+DQ} \frac{dxm}{\cos\phi}$$

donde

$$QT1 = Q.S1$$

$$XG1 = \frac{\int_{DE}^{DE+DQ} \frac{xm}{\cos\phi} dxm}{S1}$$

$$YG1 = \frac{\int_{DE}^{DE+DQ} \frac{ym}{\cos\phi} dxm}{S1}$$

Da mesma forma, estas grandezas para as secções situ-
adas no trecho carregado tornam-se:

$$S2 = \int_{XM}^{DE+DQ} \frac{dxm}{\cos\phi}$$

$$QT2 = Q.S2$$

$$XG2 = \frac{\int_{XM}^{DE+DQ} \frac{xm}{\cos\phi} dxm}{S2}$$

$$YG2 = \frac{\int_{XM}^{DE+DQ} \frac{ym}{\cos\phi} dxm}{S2}$$

Usando mais uma vez 4.2.2, os deslocamentos para este caso são:

$$DL_4 = \int_0^{DE} \left(\frac{QT1.BTQ1}{GI_x} - \frac{QT1.BFQ1\text{sen}\phi}{EI_y \cos\phi} \right) dxm +$$

$$+ \int_{DE}^{DE+DQ} \left(\frac{QT2.BTQ2}{GI_x} - \frac{QT2.BFQ2\text{sen}\phi}{EI_y \cos\phi} \right) dxm$$

$$DL_5 = \int_0^{DE} \left(\frac{QT1.BTQ1\text{sen}\phi}{GI_x \cos\phi} + \frac{QT1.BFQ1}{EI_y} \right) dxm +$$

$$+ \int_{DE}^{DE+DQ} \left(\frac{QT2.BTQ2\text{sen}\phi}{GI_x \cos\phi} + \frac{QT2.BFQ2}{EI_y} \right) dxm$$

$$DL_6 = \int_0^{DE} \left(\frac{-QT1.BTQ1.BT}{GI_x \cos\phi} - \frac{QT1.BFQ1.BF}{EI_y \cos\phi} \right) dxm +$$

$$+ \int_{DE}^{DE+DQ} \left(\frac{-QT2.BTQ2.BT}{GI_x \cos\phi} - \frac{QT2.BFQ2.BF}{EI_y \cos\phi} \right) dxm$$

Com estas grandezas calculadas e usando 4.2.1, determinam-se AML_4 , AML_5 e AML_6 .

Depois, para achar as ações na extremidade esquerda, temos as condições:

$$AML_1 = QT1.YG1 - AML_4$$

$$AML_2 = L.AML_6 - AML_5 - QT1.XG1$$

$$AML_3 = QT1 - AML_6$$

4.2.4 - Momento Uniforme Total

Seja na Fig. 4.2.4.1 um elemento submetido a uma carga momento uniforme atuando ao longo de todo o eixo e considerado positivo quando voltado para dentro.

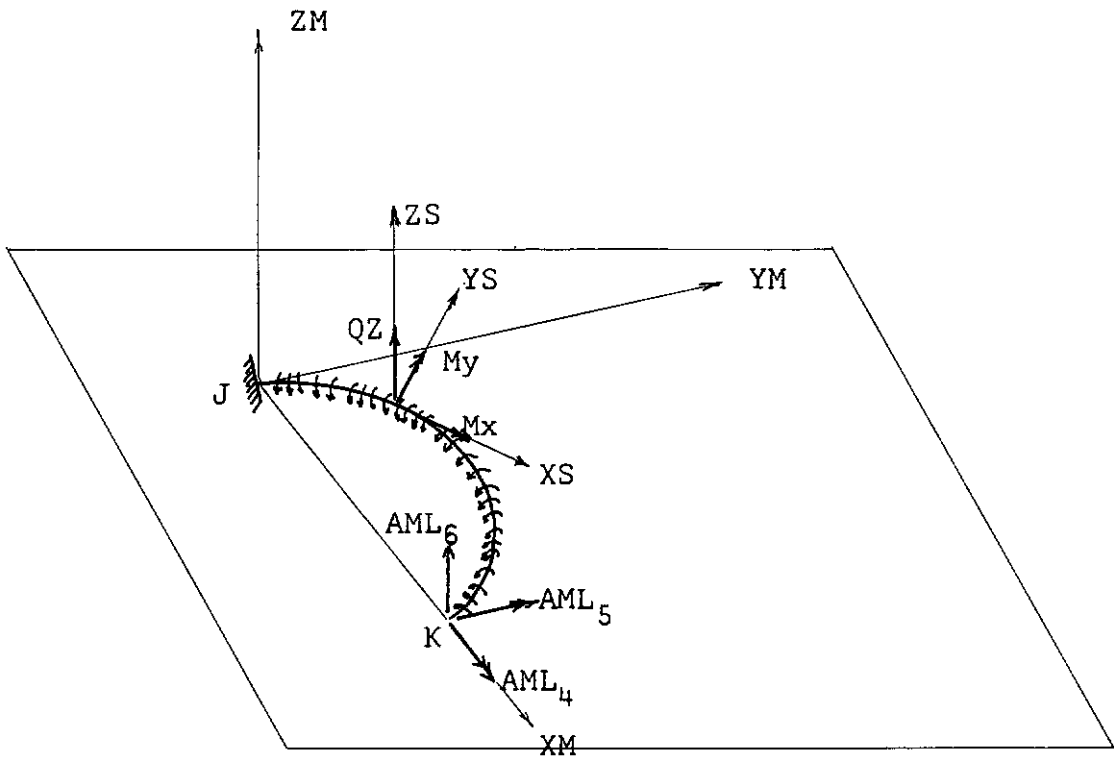


Fig. 4.2.4.1 - Carga momento uniforme total.

Para calcular $M_{x,L}$ e $M_{y,L}$ numa secção genérica, vamos representar o carregamento vetorialmente e calcular as componentes horizontal e vertical para a carga total situada entre a secção e a extremidade direita.

A fim de visualizar melhor o problema, vamos considerar também a Fig. 4.2.4.2 que representa o plano do elemento visto de frente.

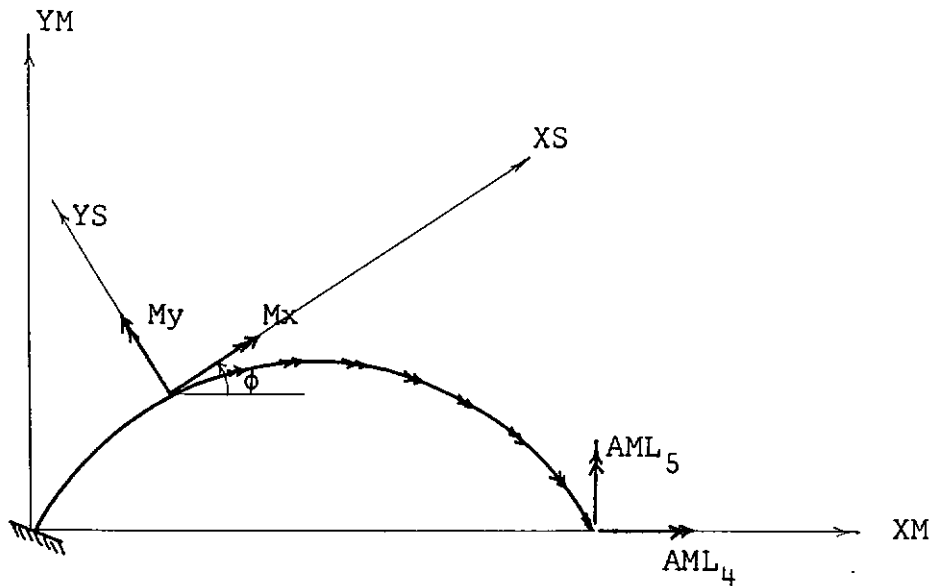


Fig. 4.2.4.2 - Esforços seccionais devidos ao carregamento.

Chamando o momento por unidade de comprimento de MT , temos que as componentes horizontal e vertical, num elemento de arco, são:

$$dM_H = MT \cdot ds \cdot \cos\phi$$

$$dM_V = MT \cdot ds \cdot \sin\phi$$

ou seja,

$$dM_H = MT \cdot dx$$

$$dM_V = MT \cdot dy$$

Portanto, para uma secção genérica de coordenadas XM

e YM, as componentes do carregamento total à direita da mesma são:

$$M_H = MT(L - XM)$$

$$M_V = MT(0 - YM)$$

Assim, resultam os esforços seccionais:

$$M_x = M_H \cos\phi + M_V \text{sen}\phi$$

$$M_y = -M_H \text{sen}\phi + M_V \cos\phi$$

Usando o mesmo raciocínio dos casos anteriores, temos finalmente:

$$DL_4 = \int_0^L \left(\frac{M_H \cos\phi + M_V \text{sen}\phi}{GI_x} - \frac{(-M_H \text{sen}\phi + M_V \cos\phi)}{EI_y \cos\phi} \text{sen}\phi \right) dxm$$

$$DL_5 = \int_0^L \left(\frac{(M_H \cos\phi + M_V \text{sen}\phi)}{GI_x \cos\phi} \text{sen}\phi + \frac{-M_H \text{sen}\phi + M_V \cos\phi}{EI_y} \right) dxm$$

$$DL_6 = \int_0^L \left(\frac{-BT(M_H \cos\phi + M_V \text{sen}\phi)}{GI_x \cos\phi} + \frac{-BF(-M_H \text{sen}\phi + M_V \cos\phi)}{EI_y \cos\phi} \right) dxm$$

Desta forma, obtemos as ações na extremidade direita.

Para calcular as outras tres, temos as condições de e equilíbrio:

$$AML_1 = - AML_4 - M_H$$

$$AML_2 = - AML_5$$

$$AML_3 = - AML_6$$

4.3 - ELEMENTOS CURVOS CIRCULARES

4.3.1 - Carga Concentrada

Consideremos uma barra circular submetida a uma carga concentrada P na posição definida pelo ângulo α como mostra a Fig. 4.3.1.1.

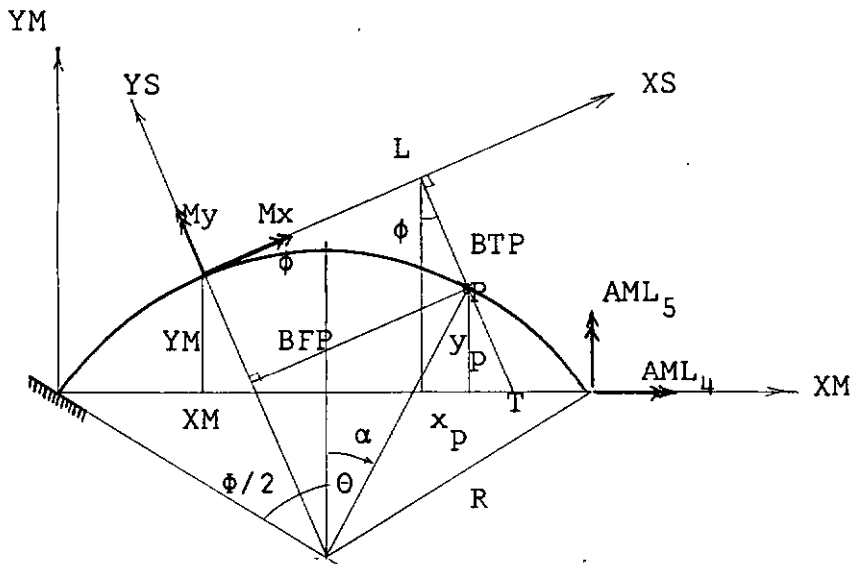


Fig. 4.3.1.1 - Elemento curvo com carga concentrada.

Temos as relações geométricas:

$$x_p = R(\operatorname{sen}(\frac{\phi}{2}) - \operatorname{sen}\alpha)$$

$$y_p = R(\operatorname{cos}\alpha - \operatorname{cos}(\frac{\phi}{2}))$$

Para instituir as grandezas da secção 4.2.1, temos ainda que:

$$YM = R(\operatorname{cos}\phi - \operatorname{cos}(\frac{\phi}{2}))$$

$$XM = R(\operatorname{sen}(\frac{\phi}{2}) - \operatorname{sen}\phi)$$

Portanto, as expressões que nos interessam ficam:

$$\begin{aligned} LT = & \{(\operatorname{sen}(\frac{\phi}{2}) - \operatorname{sen}\alpha) + (\operatorname{cos}\alpha - \operatorname{cos}(\frac{\phi}{2})) \operatorname{tg}\phi + \\ & + [(\operatorname{cos}\phi - \operatorname{cos}(\frac{\phi}{2})) - (\operatorname{sen}(\frac{\phi}{2}) - \operatorname{sen}\phi) \operatorname{tg}\phi] \times \\ & \times \operatorname{cotg}\phi\} R\operatorname{sen}\phi \end{aligned}$$

$$BTP = LT - R(\operatorname{cos}\alpha - \operatorname{cos}(\frac{\phi}{2}))/\operatorname{cos}\phi$$

$$BFP = [LT \operatorname{cos}\phi - R(\operatorname{cos}\phi - \operatorname{cos}(\frac{\phi}{2}))] / \operatorname{sen}\phi$$

Entrando com estes valores nas expressões dos deslocamentos da secção 4.2.1, vem:

$$DL_4 = - \frac{PR^2}{GI_x} \left\{ \int_{\phi/2}^{\alpha} (\operatorname{sen}(\frac{\phi}{2}) - \operatorname{sen}\alpha) \operatorname{sen}\phi \operatorname{cos}\phi d\phi + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{\phi/2}^{\alpha} (\cos \alpha - \cos(\frac{\phi}{2})) \cdot \text{sen}^2 \phi d\phi + \int_{\phi/2}^{\alpha} (\cos \phi - \cos(\frac{\phi}{2})) \times \\
& \times \cos^2 \phi d\phi - \int_{\phi/2}^{\alpha} (\text{sen}(\frac{\phi}{2}) - \text{sen} \phi) \text{sen} \phi \cos \phi d\phi - \\
& - \int_{\phi/2}^{\alpha} (\cos \alpha - \cos(\frac{\phi}{2})) d\phi \left\{ + \frac{PR^2}{EI_y} \right\} \int_{\phi/2}^{\alpha} (\text{sen}(\frac{\phi}{2}) - \\
& - \text{sen} \alpha) \text{sen} \phi \cos \phi d\phi + \int_{\phi/2}^{\alpha} (\cos \alpha - \cos(\frac{\phi}{2})) \text{sen}^2 \phi d\phi + \\
& + \int_{\phi/2}^{\alpha} (\cos \phi - \cos(\frac{\phi}{2})) \cos^2 \phi d\phi - \int_{\phi/2}^{\alpha} (\text{sen}(\frac{\phi}{2}) - \\
& - \text{sen} \phi) \text{sen} \phi \cos \phi d\phi - \int_{\phi/2}^{\alpha} (\cos \phi - \cos(\frac{\phi}{2})) d\phi \left\{ \right. \\
& DL_5 = - \frac{PR^2}{GI_x} \left\{ (\text{sen}(\frac{\phi}{2}) - \text{sen} \alpha) \int_{\phi/2}^{\alpha} \text{sen}^2 \phi d\phi + \right. \\
& + (\cos \alpha - \cos(\frac{\phi}{2})) \int_{\phi/2}^{\alpha} \frac{\text{sen}^3 \phi}{\cos \phi} d\phi + \int_{\phi/2}^{\alpha} \text{sen} \phi \cos^2 \phi d\phi - \\
& - \cos(\frac{\phi}{2}) \int_{\phi/2}^{\alpha} \text{sen} \phi \cos \phi d\phi - \text{sen}(\frac{\phi}{2}) \int_{\phi/2}^{\alpha} \text{sen}^2 \phi d\phi +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{\phi/2}^{\alpha} \text{sen}^3 \phi d\phi - (\cos \alpha - \cos(\frac{\phi}{2})) \int_{\phi/2}^{\alpha} \frac{\text{sen} \phi}{\cos \phi} d\phi \Big\} - \\
& - \frac{PR^2}{EI_y} \Big\{ (\text{sen}(\frac{\phi}{2}) - \text{sen} \alpha) \int_{\phi/2}^{\alpha} \cos^2 \phi d\phi + (\cos \alpha - \\
& - \cos(\frac{\phi}{2})) \int_{\phi/2}^{\alpha} \text{sen} \phi \cos \phi d\phi + \int_{\phi/2}^{\alpha} \frac{\cos^4 \phi}{\text{sen} \phi} d\phi - \\
& - \cos(\frac{\phi}{2}) \int_{\phi/2}^{\alpha} \frac{\cos^3 \phi}{\text{sen} \phi} d\phi - \text{sen}(\frac{\phi}{2}) \int_{\phi/2}^{\alpha} \cos^2 \phi d\phi + \\
& + \int_{\phi/2}^{\alpha} \text{sen} \phi \cos^2 \phi d\phi - \int_{\phi/2}^{\alpha} \frac{\cos^2 \phi}{\text{sen} \phi} d\phi + \cos(\frac{\phi}{2}) \int_{\phi/2}^{\alpha} \frac{\cos \phi}{\text{sen} \phi} d\phi \Big\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
DL_6 & = \frac{PR^3}{GI_x} \Big\{ (\text{sen}(\frac{\phi}{2}) - \text{sen} \alpha) \int_{\phi/2}^{\alpha} \text{sen} \phi d\phi + (\cos \alpha - \\
& - \cos(\frac{\phi}{2})) \int_{\phi/2}^{\alpha} \frac{\text{sen}^2 \phi}{\cos \phi} d\phi + \int_{\phi/2}^{\alpha} \cos^2 \phi d\phi - \\
& - \cos(\frac{\phi}{2}) \int_{\phi/2}^{\alpha} \cos \phi d\phi - \text{sen}(\frac{\phi}{2}) \int_{\phi/2}^{\alpha} \text{sen} \phi d\phi + \\
& + \int_{\phi/2}^{\alpha} \text{sen}^2 \phi d\phi - (\cos \alpha - \cos(\frac{\phi}{2})) \int_{\phi/2}^{\alpha} \frac{d\phi}{\cos \phi} -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \left[\int_{\phi/2}^{\alpha} (\operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \operatorname{sen}\alpha) \operatorname{sen}\phi \cos\phi d\phi + \right. \\
& + \int_{\phi/2}^{\alpha} (\cos\alpha - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)) \operatorname{sen}^2\phi d\phi + \int_{\phi/2}^{\alpha} (\cos\phi - \\
& - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)) \cos^2\phi d\phi - \int_{\phi/2}^{\alpha} (\operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \operatorname{sen}\phi) \operatorname{sen}\phi \cos\phi d\phi - \\
& - \left. \int_{\phi/2}^{\alpha} (\cos\alpha - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)) d\phi \right] + \operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \left[(\operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \right. \\
& - \operatorname{sen}\alpha) \int_{\phi/2}^{\alpha} \operatorname{sen}^2\phi d\phi + (\cos\alpha - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)) \int_{\phi/2}^{\alpha} \frac{\operatorname{sen}^3\phi}{\cos\phi} d\phi + \\
& + \int_{\phi/2}^{\alpha} \operatorname{sen}\phi \cos^2\phi d\phi - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{\alpha} \operatorname{sen}\phi \cos\phi d\phi - \\
& - \operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{\alpha} \operatorname{sen}^2\phi d\phi + \int_{\phi/2}^{\alpha} \operatorname{sen}^3\phi d\phi - (\cos\alpha - \\
& - \left. \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)) \int_{\phi/2}^{\alpha} \frac{\operatorname{sen}\phi}{\cos\phi} d\phi \right] + \frac{PR^3}{EI_y} \left\{ \operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \left[(\operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \operatorname{sen} \alpha \int_{\phi/2}^{\alpha} \cos^2 \phi d\phi + \left(\cos \alpha - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \right) \int_{\phi/2}^{\alpha} \operatorname{sen} \phi \cos \phi d\phi + \\
& + \int_{\phi/2}^{\alpha} \frac{\cos^4 \phi}{\operatorname{sen} \phi} d\phi - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{\alpha} \frac{\cos^3 \phi}{\operatorname{sen} \phi} d\phi - \\
& - \operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{\alpha} \cos^2 \phi d\phi + \int_{\phi/2}^{\alpha} \operatorname{sen} \phi \cos^2 \phi d\phi - \\
& - \left[\int_{\phi/2}^{\alpha} \frac{\cos^2 \phi}{\operatorname{sen} \phi} d\phi + \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{\alpha} \frac{\cos \phi}{\operatorname{sen} \phi} d\phi \right] + \\
& + \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \left[\int_{\phi/2}^{\alpha} (\operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \operatorname{sen} \alpha) \operatorname{sen} \phi \cos \phi d\phi + \right. \\
& + \int_{\phi/2}^{\alpha} (\cos \alpha - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)) \operatorname{sen}^2 \phi d\phi + \int_{\phi/2}^{\alpha} (\cos \phi - \\
& - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)) \cos^2 \phi d\phi - \int_{\phi/2}^{\alpha} (\operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \operatorname{sen} \phi) \operatorname{sen} \phi \cos \phi d\phi - \\
& \left. - \int_{\phi/2}^{\alpha} (\cos \phi - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)) d\phi \right] \Bigg\}
\end{aligned}$$

Resolvendo as integrais e simplificando vem, finalmente

te:

$$\begin{aligned}
 DL_4 = & - \frac{PR^2}{GI_x} \left\{ \left[\text{sen}^2\left(\frac{\phi}{2}\right) - \text{sen}^2\alpha \right] \frac{\text{sen}\alpha}{2} + \right. \\
 & + \left(\text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right)\text{cos}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \text{sen}\alpha\text{cos}\alpha + \alpha - \frac{\phi}{2} \right) \frac{\text{cos}\alpha}{2} + \\
 & \left. + \text{sen}\alpha - \text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \left(\alpha - \frac{\phi}{2} \right) \text{cos}\alpha \right\} + \\
 & + \frac{PR^2}{EI_y} \left\{ \left[\text{sen}^2\left(\frac{\phi}{2}\right) - \text{sen}^2\alpha \right] \frac{\text{sen}\alpha}{2} + \right. \\
 & \left. + \left(\text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right)\text{cos}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \text{sen}\alpha\text{cos}\alpha + \alpha - \frac{\phi}{2} \right) \frac{\text{cos}\alpha}{2} \right\} \\
 \\
 DL_5 = & - \frac{PR^2}{GI_x} \left\{ \left[\text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right)\text{cos}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \text{sen}\alpha\text{cos}\alpha + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \alpha - \frac{\phi}{2} \right] \left(- \frac{\text{sen}\alpha}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(\text{sen}^2\alpha - \text{sen}^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \right) \text{cos}\alpha + \right. \\
 & \left. + \text{cos}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \text{cos}\alpha \right\} - \frac{PR^2}{EI_y} \left\{ \left(\frac{\phi}{2} - \alpha \right) \text{sen}\alpha + \right. \\
 & \left. + \left(\text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right)\text{cos}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \text{sen}\alpha\text{cos}\alpha + \alpha - \frac{\phi}{2} \right) \frac{\text{sen}\alpha}{2} + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} \left(\text{sen}^2\alpha - \text{sen}^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \right) \text{cos}\alpha \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
DL_6 = \frac{PR^3}{GI_x} & \left\{ \sin\left(\frac{\phi}{2} - \alpha\right) + \left(\alpha - \frac{\phi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \left[\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) - \right. \right. \\
& - \sin^2\alpha \frac{\text{sen}\alpha}{2} + \left(\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - \text{sen}\alpha\cos\alpha + \alpha - \right. \\
& - \left.\frac{\phi}{2}\right) \frac{\cos\alpha}{2} + \text{sen}\alpha - \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) - \left(\alpha - \frac{\phi}{2}\right) \cos\alpha \left. \right] + \\
& + \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \left[\left(\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - \text{sen}\alpha\cos\alpha + \alpha - \right. \right. \\
& - \left.\frac{\phi}{2}\right) \left(-\frac{\text{sen}\alpha}{2}\right) - \frac{1}{2} \left(\sin^2\alpha - \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)\right) \cos\alpha + \\
& + \left.\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - \cos\alpha \right] \left. \right\} + \frac{PR^3}{EI_y} \left\{ \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \left[\left(\frac{\phi}{2} - \alpha\right) \text{sen}\alpha + \right. \right. \\
& + \left(\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - \text{sen}\alpha\cos\alpha + \alpha - \frac{\phi}{2}\right) \frac{\text{sen}\alpha}{2} + \\
& + \frac{1}{2} \left(\sin^2\alpha - \sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)\right) \cos\alpha \left. \right] + \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \left[\left(\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right) - \right. \right. \\
& - \sin^2\alpha \frac{\text{sen}\alpha}{2} + \left(\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - \text{sen}\alpha\cos\alpha + \right. \\
& + \left.\alpha - \frac{\phi}{2}\right) \frac{\cos\alpha}{2} \left. \right] \left. \right\}
\end{aligned}$$

Calculadas as ações na extremidade direita, as outras tres são determinadas da mesma maneira que em 4.2.1.

4.3.2 - Carga Uniforme Total

Seja, na fig. 4.3.2.1, um elemento circular submetido a uma carga uniforme total e vamos explicitar as grandezas da secção 4.2.2.

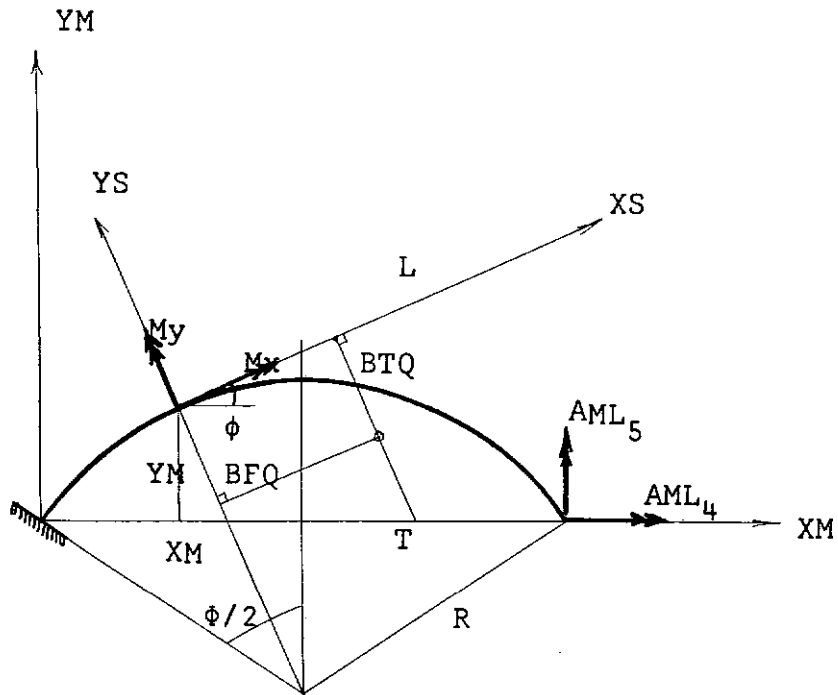


Fig. 4.3.2.1 - Elemento circular com carga uniforme total.

Partindo das expressões de 4.2.2 e levando em conta as relações geométricas vistas para o caso anterior, vem:

$$S = - \int_{\phi}^{-\phi/2} \frac{R \cos \phi d\phi}{\cos \phi} = R \left(\frac{\phi}{2} + \phi \right)$$

$$XG = \frac{- \int_{\phi}^{-\phi/2} \frac{R^2 [\text{sen}(\phi/2) - \text{sen} \phi] \cos \phi d\phi}{\cos \phi}}{R \left(\frac{\phi}{2} + \phi \right)}$$

$$XG = \frac{R \left[\text{sen} \left(\frac{\phi}{2} \right) \left(\frac{\phi}{2} + \phi \right) + (\cos \phi - \cos \left(\frac{\phi}{2} \right)) \right]}{\frac{\phi}{2} + \phi}$$

$$YG = \frac{- \int_{\phi}^{-\phi/2} \frac{R^2 [\cos \phi - \cos \left(\frac{\phi}{2} \right)] \cos \phi d\phi}{\cos \phi}}{R \left(\frac{\phi}{2} + \phi \right)}$$

$$YG = \frac{R \left[(\text{sen} \left(\frac{\phi}{2} \right) + \text{sen} \phi) - \cos \left(\frac{\phi}{2} \right) \left(\frac{\phi}{2} + \phi \right) \right]}{\frac{\phi}{2} + \phi}$$

$$LT = \left\{ XG + YG \text{tg} \phi + R \left[(\cos \phi - \cos \left(\frac{\phi}{2} \right)) - \right. \right. \\ \left. \left. - (\text{sen} \left(\frac{\phi}{2} \right) - \text{sen} \phi) \text{tg} \phi \right] \cot \text{g} \phi \right\} \text{sen} \phi$$

$$BTQ = LT - YG/\cos\phi \quad e$$

$$BFQ = [LT\cos\phi - R(\cos\phi - \cos(\frac{\phi}{2}))] / \sin\phi$$

Substituindo os valores de XG e YG nas fórmulas para BTQ e BFQ e levando estas últimas às expressões dos deslocamentos, vem:

$$\begin{aligned} DL_4 = & - \frac{QR^3}{GI_x} \left\{ \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) \sin\phi \cos\phi d\phi + \right. \\ & + \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (\cos\phi - \cos(\frac{\phi}{2})) \sin\phi \cos\phi d\phi + \\ & + \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (\sin(\frac{\phi}{2}) + \sin\phi) \sin^2\phi d\phi - \cos(\frac{\phi}{2}) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (\frac{\phi}{2} + \\ & + \phi) \sin^2\phi d\phi + \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (\frac{\phi}{2} + \phi) (\cos\phi - \cos(\frac{\phi}{2})) \cos^2\phi d\phi - \\ & \left. - \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (\frac{\phi}{2} + \phi) (\sin(\frac{\phi}{2}) - \sin\phi) \sin\phi \cos\phi d\phi - \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (\text{sen}(\frac{\phi}{2}) + \text{sen}\phi) d\phi + \cos(\frac{\phi}{2}) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (\frac{\phi}{2} + \\
& + \phi) d\phi \left\} + \frac{QR^3}{EI_y} \left\{ \text{sen}(\frac{\phi}{2}) \times \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (\frac{\phi}{2} + \phi) \text{sen}\phi \cos\phi d\phi + \right. \\
& + \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (\cos\phi - \cos(\frac{\phi}{2})) \text{sen}\phi \cos\phi d\phi + \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (\text{sen}(\frac{\phi}{2}) + \\
& + \text{sen}\phi) \text{sen}^2\phi d\phi - \cos(\frac{\phi}{2}) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (\frac{\phi}{2} + \phi) \text{sen}^2\phi d\phi + \\
& + \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (\frac{\phi}{2} + \phi) (\cos\phi - \cos(\frac{\phi}{2})) \cos^2\phi d\phi - \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (\frac{\phi}{2} + \\
& + \phi) (\text{sen}(\frac{\phi}{2}) - \text{sen}\phi) \text{sen}\phi \cos\phi d\phi - \int_{\phi/2}^{-\phi/2} (\frac{\phi}{2} + \\
& \left. + \phi) (\cos\phi - \cos(\frac{\phi}{2})) d\phi \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
DL_5 = & - \frac{QR^3}{GI_x} \left\{ (\frac{\phi}{2}) \text{sen}(\frac{\phi}{2}) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \text{sen}^2\phi d\phi + \text{sen}(\frac{\phi}{2}) \right. \\
& + \text{sen}(\frac{\phi}{2}) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \phi \text{sen}^2\phi d\phi + \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \cos\phi \text{sen}^2\phi d\phi -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}^2 \phi d\phi + \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\text{sen}^3 \phi}{\cos \phi} d\phi + \\
& + \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\text{sen}^4 \phi}{\cos \phi} d\phi - \left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\text{sen}^3 \phi}{\cos \phi} d\phi - \\
& - \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \frac{\text{sen}^3 \phi}{\cos \phi} d\phi + \left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen} \phi \cos^2 \phi d\phi - \\
& - \left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen} \phi \cos \phi d\phi + \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \text{sen} \phi \cos^2 \phi d\phi - \\
& - \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \text{sen} \phi \cos \phi d\phi - \left(\frac{\Phi}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}^2 \phi d\phi + \\
& + \left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}^3 \phi d\phi - \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \text{sen}^2 \phi d\phi + \\
& + \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \text{sen}^3 \phi d\phi - \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\text{sen} \phi}{\cos \phi} d\phi - \\
& - \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\text{sen}^2 \phi}{\cos \phi} d\phi + \left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\text{sen} \phi}{\cos \phi} d\phi +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \frac{\text{sen}\phi}{\cos\phi} d\phi \left\{ - \frac{QR^3}{EI_y} \right\} \left(\frac{\Phi}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \cos^2\phi d\phi + \\
& + \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \cos^2\phi d\phi + \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \cos^3\phi d\phi - \\
& - \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \cos^2\phi d\phi + \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}\phi \cos\phi d\phi + \\
& + \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}^2\phi \cos\phi d\phi - \left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}\phi \cos\phi d\phi - \\
& - \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \text{sen}\phi \cos\phi d\phi + \left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\cos^4\phi}{\text{sen}\phi} d\phi - \\
& - \left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\cos^3\phi}{\text{sen}\phi} d\phi + \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \frac{\cos^4\phi}{\text{sen}\phi} d\phi - \\
& - \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \frac{\cos^3\phi}{\text{sen}\phi} d\phi - \left(\frac{\Phi}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \cos^2\phi d\phi + \\
& + \left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}\phi \cos^2\phi d\phi - \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \cos^2\phi d\phi + \\
& + \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \text{sen}\phi \cos^2\phi d\phi - \left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\cos^2\phi}{\text{sen}\phi} d\phi +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \frac{\cos\phi}{\text{sen}\phi} d\phi - \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \phi \frac{\cos^2\phi}{\text{sen}\phi} d\phi + \\
& + \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \phi \frac{\cos\phi}{\text{sen}\phi} d\phi \left. \vphantom{\int_{\phi/2}^{-\phi/2}} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
DL_6 &= \frac{QR^4}{GI_x} \left\{ \left(\frac{\phi}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \text{sen}\phi d\phi + \text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \phi \text{sen}\phi d\phi + \right. \\
& + \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \text{sen}\phi \cos\phi d\phi - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \text{sen}\phi d\phi + \\
& + \text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \frac{\text{sen}^2\phi}{\cos\phi} d\phi + \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \frac{\text{sen}^3\phi}{\cos\phi} d\phi - \\
& - \left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \frac{\text{sen}^2\phi}{\cos\phi} d\phi - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \phi \frac{\text{sen}^2\phi}{\cos\phi} d\phi + \\
& + \left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \cos^2\phi d\phi - \left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \cos\phi d\phi + \\
& + \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \phi \cos^2\phi d\phi - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \phi \cos\phi d\phi -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{\Phi}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}\phi d\phi + \left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}^2\phi d\phi - \\
& - \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \text{sen}\phi d\phi + \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \text{sen}^2\phi d\phi - \\
& - \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{d\phi}{\cos\phi} - \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\text{sen}\phi}{\cos\phi} d\phi + \\
& + \left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{d\phi}{\cos\phi} + \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\phi}{\cos\phi} d\phi \left. \vphantom{\int} \right\} - \\
& - \frac{QR^4}{GI_x} \left\{ \left(\frac{\Phi}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}\phi \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi + \right. \\
& + \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}\phi \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi + \\
& + \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}\phi \cos\phi \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi - \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}\phi \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \right. \\
& \left. + \phi\right) d\phi + \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\text{sen}^2\phi}{\cos\phi} \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\text{sen}^2 \phi}{\cos \phi} \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi - \left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\text{sen}^2 \phi}{\cos \phi} \times \\
& \times \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi - \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \frac{\text{sen}^2 \phi}{\cos \phi} \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi + \\
& + \left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \cos^2 \phi \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi - \left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \cos \phi \times \\
& \times \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi + \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \cos^2 \phi \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi - \\
& - \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \cos \phi \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi - \left(\frac{\Phi}{2}\right) \times \\
& \times \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen} \phi \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi + \left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}^2 \phi \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \right. \\
& \left. + \phi\right) d\phi - \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \text{sen} \phi \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi + \\
& + \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}^2 \phi \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi - \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right)}{\cos \phi} d\phi -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\text{sen } \phi}{\cos \phi} \cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi + \left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \frac{\cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right)}{\cos \phi} d\phi + \\
& + \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \frac{\cos\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right)}{\cos \phi} d\phi \left\} + \frac{QR^4}{EI_y} \left\{ \left(\frac{\Phi}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) x \right. \\
& \times \left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \cos \phi \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi + \\
& + \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \cos \phi \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi + \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \cos^2 \phi \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2} + \right. \\
& + \left. \phi\right) d\phi - \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \cos \phi \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi + \\
& + \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen} \phi \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi + \\
& + \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen}^2 \phi \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi - \left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \text{sen} \phi \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2} + \right. \\
& + \left. \phi\right) d\phi - \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \text{sen} \phi \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right) d\phi +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \frac{\cos^3 \phi}{\text{sen} \phi} \text{sen}\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) d\phi - \left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \frac{\cos^2 \phi}{\text{sen} \phi} \text{sen}\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) d\phi \\
& \times \text{sen}\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) d\phi + \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \phi \frac{\cos^3 \phi}{\text{sen} \phi} \text{sen}\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) d\phi - \\
& - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \phi \frac{\cos^2 \phi}{\text{sen} \phi} \text{sen}\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) d\phi - \\
& - \left(\frac{\phi}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \cos \phi \text{sen}\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) d\phi + \\
& + \left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \text{sen} \phi \cos \phi \text{sen}\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) d\phi - \text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \times \\
& \times \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \phi \cos \phi \text{sen}\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) d\phi + \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \phi \text{sen} \phi \cos \phi \text{sen}\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) d\phi \\
& + \text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \frac{\text{sen}\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right)}{\text{sen} \phi} d\phi - \\
& - \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \text{sen}\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right) d\phi + \left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{-\phi/2} \frac{\text{sen}\left(\frac{\phi}{2} + \phi\right)}{\text{sen} \phi} d\phi +
\end{aligned}$$

$$+ \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \int_{\Phi/2}^{-\Phi/2} \phi \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\Phi}{2} + \phi\right)}{\operatorname{sen}\phi} d\phi \left. \vphantom{\int} \right\}$$

Resolvendo as integrais e simplificando, vem, finalmente:

$$DL_4 = \left(\frac{QR^3}{GI_x} - \frac{QR^3}{EI_y} \right) \left[\left(\frac{\Phi}{2} - \frac{\operatorname{sen}\Phi}{2} \right) \operatorname{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \right]$$

$$DL_5 = \frac{QR^3}{GI_x} \left[2\operatorname{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) - \left(\frac{\Phi}{2} - \frac{\operatorname{sen}\Phi}{2} \right) \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) - \Phi \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \right] +$$

$$+ \frac{QR^3}{EI_y} \left[2\operatorname{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) - \left(\frac{\Phi}{2} + \frac{\operatorname{sen}\Phi}{2} \right) \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \right]$$

$$DL_6 = - \frac{QR^4}{GI_x} \left(\frac{\Phi^2}{2} - \Phi \operatorname{sen}\Phi + \frac{\operatorname{sen}^2\Phi}{2} \right) - \frac{QR^4}{EI_y} \left(2\operatorname{sen}^2\left(\frac{\Phi}{2}\right) - \frac{\operatorname{sen}^2\Phi}{2} \right)$$

Com estes deslocamentos, calculam-se todas as ações de engastamento como em 4.2.2.

Temos, então,

$$S1 = - \int_{\phi_E}^{\phi_D} R \frac{\cos \phi}{\cos \phi} d\phi = R(\phi_E - \phi_D)$$

$$Q1 = QR(\phi_E - \phi_D)$$

$$XG1 = \frac{- \int_{\phi_E}^{\phi_D} R^2 [\text{sen}(\frac{\phi}{2}) - \text{sen} \phi] d\phi}{R(\phi_E - \phi_D)}$$

$$XG1 = \frac{-R[(\phi_D - \phi_E)\text{sen}(\frac{\phi}{2}) + (\cos \phi_D - \cos \phi_E)]}{\phi_E - \phi_D}$$

$$YG1 = \frac{- \int_{\phi_E}^{\phi_D} R^2 [\cos \phi - \cos(\frac{\phi}{2})] d\phi}{R(\phi_E - \phi_D)}$$

$$YG1 = \frac{-R[(\text{sen} \phi_D - \text{sen} \phi_E) - (\phi_D - \phi_E)\cos(\frac{\phi}{2})]}{\phi_E - \phi_D}$$

Para as secções situadas no intervalo da carga, vem:

$$S2 = - \int_{\phi}^{\phi_D} R \frac{\cos \phi}{\cos \phi} d\phi = R(-\phi_D + \phi)$$

$$XG2 = \frac{- \int_{\phi}^{\phi_D} \frac{R^2 [\text{sen}(\frac{\phi}{2}) - \text{sen}\phi] \cos\phi d\phi}{\cos\phi}}{R(-\phi_D + \phi)}$$

$$XG2 = \frac{- R [(\phi_D - \phi) \text{sen}(\frac{\phi}{2}) + (\cos\phi_D - \cos\phi)]}{-\phi_D + \phi}$$

$$YG2 = \frac{- \int_{\phi}^{\phi_D} \frac{R^2 [\cos\phi - \cos(\frac{\phi}{2})] \cos\phi d\phi}{\cos\phi}}{R(-\phi_D + \phi)}$$

$$YG2 = \frac{R [(\text{sen}\phi - \text{sen}\phi_D) + (\phi_D - \phi) \cos(\frac{\phi}{2})]}{-\phi_D + \phi}$$

Substituindo nas expressões dos deslocamentos, vem:

$$\begin{aligned} DL_u = & - \frac{QR^3(\phi_E - \phi_D)}{GI_x} \left\{ \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{XG1}{R} \text{sen}\phi \cos\phi d\phi + \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{YG1}{R} \text{sen}^2\phi d\phi + \right. \\ & + \int_{\phi/2}^{\phi_E} \cos^3\phi d\phi - \cos(\frac{\phi}{2}) \int_{\phi/2}^{\phi_E} \cos^2\phi d\phi - \\ & \left. - \text{sen}(\frac{\phi}{2}) \int_{\phi/2}^{\phi_E} \text{sen}\phi \cos\phi d\phi + \int_{\phi/2}^{\phi_E} \text{sen}^2\phi \cos\phi d\phi - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{YGl}{R} d\phi \left. \vphantom{\int_{\phi/2}^{\phi_E}} \right\} + \frac{QR^3(\phi_E - \phi_D)}{EI_y} \left. \vphantom{\int_{\phi/2}^{\phi_E}} \right\} \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{XGl}{R} \text{sen}\phi \cos\phi d\phi + \\
& + \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{YGl}{R} \text{sen}^2\phi d\phi + \int_{\phi/2}^{\phi_E} \cos^3\phi d\phi - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{\phi_E} \cos^2\phi d\phi - \\
& - \text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{\phi_E} \text{sen}\phi \cos\phi d\phi + \int_{\phi/2}^{\phi_E} \text{sen}^2\phi \cos\phi d\phi - \\
& - \int_{\phi/2}^{\phi_E} \cos\phi d\phi + \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \int_{\phi/2}^{\phi_E} d\phi \left. \vphantom{\int_{\phi/2}^{\phi_E}} \right\} - \frac{QR^3}{GI_x} \left. \vphantom{\int_{\phi/2}^{\phi_E}} \right\} \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\phi - \\
& - \phi_D) \text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) - (\cos\phi_D - \cos\phi)] \text{sen}\phi \cos\phi d\phi + \\
& + \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\text{sen}\phi - \text{sen}\phi_D) + (\phi_D - \phi) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)] \text{sen}^2\phi d\phi + \\
& + \int_{\phi_E}^{\phi_D} (\cos\phi - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)) (-\phi_D + \phi) \cos^2\phi d\phi - \int_{\phi_E}^{\phi_D} (\text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \\
& - \text{sen}\phi) (-\phi_D + \phi) \text{sen}\phi \cos\phi d\phi - \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\text{sen}\phi - \text{sen}\phi_D) + \\
& + (\phi_D - \phi) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)] d\phi \left. \vphantom{\int_{\phi_E}^{\phi_D}} \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{QR^3}{EI_y} \left\{ \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\phi - \phi_D) \operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) - (\cos\phi_D - \cos\phi)] \operatorname{sen}\phi \cos\phi d\phi + \right. \\
& + \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\operatorname{sen}\phi - \operatorname{sen}\phi_D) + (\phi_D - \phi) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)] \operatorname{sen}^2\phi d\phi + \\
& + \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\cos\phi - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right))(-\phi_D + \phi)] \cos^2\phi d\phi - \\
& - \int_{\phi_E}^{\phi_D} (\operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \operatorname{sen}\phi)(-\phi_D + \phi) \operatorname{sen}\phi \cos\phi d\phi - \\
& \left. - \int_{\phi_E}^{\phi_D} (\cos\phi - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right))(-\phi_D + \phi) d\phi \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
DL_5 = & - \frac{QR^3(\phi_E - \phi_D)}{GI_x} \left\{ \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{XG1}{R} \operatorname{sen}^2\phi d\phi + \right. \\
& + \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{YG1}{R} \operatorname{tg}\phi \operatorname{sen}^2\phi d\phi + \int_{\phi/2}^{\phi_E} (\cos\phi - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)) \operatorname{cotg}\phi \operatorname{sen}^2\phi d\phi - \\
& \left. - \int_{\phi/2}^{\phi_E} (\operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) - \operatorname{sen}\phi) \operatorname{sen}^2\phi d\phi - \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{YG1}{R} \operatorname{tg}\phi d\phi \right\} -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{QR^3(\phi_E - \phi_D)}{EI_y} \left\{ \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{XGl}{R} \cos^2 \phi d\phi + \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{YGl}{R} \operatorname{tg} \phi \cos^2 \phi d\phi + \right. \\
& + \int_{\phi/2}^{\phi_E} (\cos \phi - \cos(\frac{\phi}{2})) \operatorname{cotg} \phi \cos^2 \phi d\phi - \int_{\phi/2}^{\phi_E} (\operatorname{sen}(\frac{\phi}{2}) - \\
& - \operatorname{sen} \phi) \cos^2 \phi d\phi - \left. \int_{\phi/2}^{\phi_E} (\cos \phi - \cos(\frac{\phi}{2})) \operatorname{cotg} \phi d\phi \right\} - \\
& - \frac{QR^3}{GI_x} \left\{ \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\phi - \phi_D) \operatorname{sen}(\frac{\phi}{2}) - (\cos \phi_D - \cos \phi)] \operatorname{sen}^2 \phi d\phi + \right. \\
& + \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\operatorname{sen} \phi - \operatorname{sen} \phi_D) + (\phi_D - \phi) \cos(\frac{\phi}{2})] \frac{\operatorname{sen}^3 \phi}{\cos \phi} d\phi + \\
& + \int_{\phi_E}^{\phi_D} (\cos \phi - \cos(\frac{\phi}{2})) (\phi - \phi_D) \operatorname{sen} \phi \cos \phi d\phi - \\
& - \int_{\phi_E}^{\phi_D} (\operatorname{sen}(\frac{\phi}{2}) - \operatorname{sen} \phi) (\phi - \phi_D) \operatorname{sen}^2 \phi d\phi - \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\operatorname{sen} \phi - \\
& - \operatorname{sen} \phi_D) + (\phi_D - \phi) \cos(\frac{\phi}{2})] \frac{\operatorname{sen} \phi}{\cos \phi} d\phi \left. \right\} - \\
& - \frac{QR^3}{EI_y} \left\{ \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\phi - \phi_D) \operatorname{sen}(\frac{\phi}{2}) - (\cos \phi_D - \cos \phi)] \cos^2 \phi d\phi + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\text{sen}\phi - \text{sen}\phi_D) + (\phi_D - \phi) \cos(\frac{\phi}{2})] \text{sen}\phi \cos\phi \, d\phi + \\
& + \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\cos\phi - \cos(\frac{\phi}{2})) (\phi - \phi_D) \frac{\cos^3\phi}{\text{sen}\phi}] \, d\phi - \\
& - \int_{\phi_E}^{\phi_D} (\text{sen}(\frac{\phi}{2}) - \text{sen}\phi) (\phi - \phi_D) \cos^2\phi \, d\phi - \\
& - \int_{\phi_E}^{\phi_E} (\cos\phi - \cos(\frac{\phi}{2})) (\phi - \phi_D) \frac{\cos\phi}{\text{sen}\phi} \, d\phi \Bigg\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
DL_6 & = \frac{QR^4(\phi_E - \phi_D)}{GI_x} \Bigg\{ \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{XG1}{R} \text{sen}\phi [1 - \cos(\frac{\phi}{2} + \phi)] \, d\phi + \\
& + \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{YG1}{R} \text{sen}\phi \text{tg}\phi [1 - \cos(\frac{\phi}{2} + \phi)] \, d\phi + \int_{\phi/2}^{\phi_E} (\cos\phi - \\
& - \cos(\frac{\phi}{2})) \cos\phi [1 - \cos(\frac{\phi}{2} + \phi)] \, d\phi - \int_{\phi/2}^{\phi_E} (\text{sen}(\frac{\phi}{2}) - \\
& - \text{sen}\phi) \text{sen}\phi [1 - \cos(\frac{\phi}{2} + \phi)] \, d\phi -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{YGl}{R} \frac{\cos(\frac{\phi}{2} + \phi)}{\cos\phi} d\phi \Bigg\} + \\
& + \frac{QR^4(\phi_E - \phi_D)}{EI_y} \Bigg\} \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{XGl}{R} \cos\phi \sin(\frac{\phi}{2} + \phi) d\phi + \\
& + \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{YGl}{R} \sin\phi \sin(\frac{\phi}{2} + \phi) d\phi + \int_{\phi/2}^{\phi_E} (\cos\phi - \\
& - \cos(\frac{\phi}{2})) \cotg\phi \cos\phi \sin(\frac{\phi}{2} + \phi) d\phi - \\
& - \int_{\phi/2}^{\phi_E} (\sin(\frac{\phi}{2}) - \sin\phi) \cos\phi \sin(\frac{\phi}{2} + \phi) d\phi - \\
& - \int_{\phi/2}^{\phi_E} \frac{(\cos\phi - \cos(\frac{\phi}{2}))}{\sin\phi} \sin(\frac{\phi}{2} + \phi) d\phi \Bigg\} + \\
& + \frac{QR^4}{GI_x} \Bigg\} \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\phi - \phi_D) \sin(\frac{\phi}{2}) - (\cos\phi_D - \cos\phi)] \sin\phi [1 - \\
& - \cos(\frac{\phi}{2} + \phi)] d\phi + \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\sin\phi - \sin\phi_D) + (\\
& + (\phi_D - \phi) \cos(\frac{\phi}{2}))] \tg\phi \sin\phi [1 - \cos(\frac{\phi}{2} + \phi)] d\phi +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{\phi_E}^{\phi_D} (\phi - \phi_D) [(\cos \phi - \cos(\frac{\phi}{2})) - (\sin(\frac{\phi}{2}) - \sin \phi) \operatorname{tg} \phi] \cos \phi [1 - \\
& - \cos(\frac{\phi}{2} + \phi)] d\phi - \int_{\phi_E}^{\phi_D} \frac{[(\sin \phi - \sin \phi_D) + (\phi_D - \phi) \cos(\frac{\phi}{2})]}{\cos \phi} [1 - \\
& - \cos(\frac{\phi}{2} + \phi)] d\phi \left\} + \frac{QR^4}{EI_y} \left\{ \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\phi - \phi_D) \sin(\frac{\phi}{2}) - \right. \\
& - (\cos \phi_D - \cos \phi)] \cos \phi \sin(\frac{\phi}{2} + \phi) d\phi + \\
& + \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\sin \phi - \sin \phi_D) + (\phi_D - \phi) \cos(\frac{\phi}{2})] \sin \phi \sin(\frac{\phi}{2} + \phi) d\phi + \\
& + \int_{\phi_E}^{\phi_D} [(\cos \phi - \cos(\frac{\phi}{2})) - (\sin(\frac{\phi}{2}) - \sin \phi) \operatorname{tg} \phi] \operatorname{cotg} \phi \cos \phi \sin(\frac{\phi}{2} + \\
& + \phi) d\phi = \int_{\phi_E}^{\phi_D} \frac{(\phi - \phi_D) (\cos \phi - \cos(\frac{\phi}{2}))}{\sin \phi} \sin(\frac{\phi}{2} + \phi) d\phi \left\}
\end{aligned}$$

Resolvendo as integrais e simplificando, vem, finalmente:

$$\begin{aligned}
DL_4 = & - \frac{QR^3}{GI_x} \left[- \frac{1}{2} (\cos\phi_D - \cos\phi_E) (\text{sen}^2\phi_E - \text{sen}^2(\frac{\phi}{2})) - \right. \\
& - \frac{1}{2} (\text{sen}\phi_D - \text{sen}\phi_E) (\text{sen}(\frac{\phi}{2}) \cos(\frac{\phi}{2}) - \text{sen}\phi_E \cos\phi_E + \phi_E - \frac{\phi}{2}) + \\
& \left. + (\phi_E - \frac{\phi}{2}) (\text{sen}\phi_D - \text{sen}\phi_E) + (\phi_E - \phi_D) (\text{sen}\phi_E - \text{sen}(\frac{\phi}{2})) \right] + \\
& + \frac{QR^3}{EI_y} \left[- \frac{1}{2} (\cos\phi_D - \cos\phi_E) (\text{sen}^2\phi_E - \text{sen}^2(\frac{\phi}{2})) - \right. \\
& - \frac{1}{2} (\text{sen}\phi_D - \text{sen}\phi_E) (\text{sen}(\frac{\phi}{2}) \cos(\frac{\phi}{2}) - \text{sen}\phi_E \cos\phi_E + \phi_E - \frac{\phi}{2}) \left. \right] - \\
& - \frac{QR^3}{GI_x} \left[- \frac{1}{2} \cos\phi_D (\text{sen}^2\phi_D - \text{sen}^2\phi_E) - \frac{1}{2} \text{sen}\phi_D (\text{sen}\phi_E \cos\phi_E - \right. \\
& - \text{sen}\phi_D \cos\phi_D + \phi_D - \phi_E) + (\phi_D - \phi_E) (\text{sen}\phi_D + \text{sen}\phi_E) + \\
& \left. + \cos\phi_D - \cos\phi_E \right] + \frac{QR^3}{EI_y} \left[- \frac{1}{2} \cos\phi_D (\text{sen}^2\phi_D - \text{sen}^2\phi_E) - \right. \\
& - \frac{1}{2} \text{sen}\phi_D (\text{sen}\phi_E \cos\phi_E - \text{sen}\phi_D \cos\phi_D + \phi_D - \phi_E) + \cos\phi_E - \cos\phi_D \left. \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
DL_5 = & - \frac{QR^3}{GI_x} \left[\frac{1}{2} (\text{sen}\phi_D - \text{sen}\phi_E) (\text{sen}^2\phi_E - \text{sen}^2(\frac{\phi}{2})) - \right. \\
& - (\phi_E - \phi_D) (\cos\phi_E - \cos(\frac{\phi}{2})) - \frac{1}{2} (\cos\phi_D - \cos\phi_E) (\text{sen}(\frac{\phi}{2}) \cos(\frac{\phi}{2}) - \\
& - \text{sen}\phi_E \cos\phi_E + \phi_E - \frac{\phi}{2}) \left. \right] - \frac{QR^3}{EI_y} \left[\frac{1}{2} (\cos\phi_D - \cos\phi_E) \times \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(\operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right)\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - \operatorname{sen}\phi_E \cos\phi_E + \phi_E - \frac{\phi}{2} \right) - \left(\phi_E - \frac{\phi}{2} \right) \left(\cos\phi_D - \right. \\
& \left. - \cos\phi_E \right) - \frac{1}{2} \left(\operatorname{sen}\phi_D - \operatorname{sen}\phi_E \right) \left(\operatorname{sen}^2\phi_E - \operatorname{sen}^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \right) \left. \right] - \\
& - \frac{QR^3}{GI_x} \left[\frac{1}{2} \left(\operatorname{sen}^2\phi_D - \operatorname{sen}^2\phi_E \right) \operatorname{sen}\phi_D - \frac{1}{2} \left(\operatorname{sen}\phi_E \cos\phi_E - \right. \right. \\
& \left. \left. - \operatorname{sen}\phi_D \cos\phi_D + \phi_D - \phi_E \right) \times \cos\phi_D + \left(\operatorname{sen}\phi_D - \operatorname{sen}\phi_E \right) + \right. \\
& \left. + \left(\phi_E - \phi_D \right) \cos\phi_E \right] - \frac{QR^3}{EI_y} \left[\frac{1}{2} \left(\operatorname{sen}\phi_E \cos\phi_E - \operatorname{sen}\phi_D \cos\phi_D + \right. \right. \\
& \left. \left. + \phi_D - \phi_E \right) \cos\phi_D - \left(\phi_D - \phi_E \right) \cos\phi_D + \left(\operatorname{sen}\phi_D - \operatorname{sen}\phi_E \right) - \right. \\
& \left. - \frac{1}{2} \left(\operatorname{sen}^2\phi_D - \operatorname{sen}^2\phi_E \right) \operatorname{sen}\phi_D \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
DL_6 &= \frac{QR^4}{GI_x} \left\{ - \left(\cos\phi_D - \cos\phi_E \right) \left(\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - \cos\phi_E \right) + \right. \\
& \left. + \left(\operatorname{sen}\phi_D - \operatorname{sen}\phi_E \right) \left(\operatorname{sen}\phi_E - \operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \right) + \left(\phi_E - \phi_D \right) \left(\phi_E - \frac{\phi}{2} \right) - \right. \\
& \left. - \left[- \frac{1}{2} \left(\cos\phi_D - \cos\phi_E \right) \left(\operatorname{sen}^2\phi_E - \operatorname{sen}^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{2} \left(\operatorname{sen}\phi_D - \operatorname{sen}\phi_E \right) \left(\operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right)\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - \operatorname{sen}\phi_E \cos\phi_E + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + \phi_E - \frac{\phi}{2} \right) + \left(\phi_E - \frac{\phi}{2} \right) \left(\operatorname{sen}\phi_D - \operatorname{sen}\phi_E \right) + \left(\phi_E - \phi_D \right) \left(\operatorname{sen}\phi_E - \right. \right. \\
& \left. \left. - \operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \right) \right] \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) + \left[\frac{1}{2} \left(\operatorname{sen}\phi_D - \operatorname{sen}\phi_E \right) \left(\operatorname{sen}^2\phi_E - \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \operatorname{sen}^2\left(\frac{\phi}{2}\right) - (\phi_E - \phi_D)(\cos\phi_E - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)) - \frac{1}{2}(\cos\phi_D - \cos\phi_E) \times \\
& \times \left(\operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right)\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - \operatorname{sen}\phi_E\cos\phi_E + \phi_E - \frac{\phi}{2}\right) \left.\operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right)\right\} + \\
& + \frac{QR^4}{EI_y} \left\{ \left[\frac{1}{2}(\cos\phi_D - \cos\phi_E) \left(\operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right)\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - \operatorname{sen}\phi\cos\phi_E + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \phi_E - \frac{\phi}{2}\right) - (\phi_E - \frac{\phi}{2})(\cos\phi_D - \cos\phi_E) - \frac{1}{2}(\operatorname{sen}\phi_D - \operatorname{sen}\phi_E) \right] \times \right. \\
& \left. \times \left(\operatorname{sen}^2\phi_E - \operatorname{sen}^2\left(\frac{\phi}{2}\right)\right) \right] \operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) + \left[-\frac{1}{2}(\cos\phi_D - \right. \\
& \left. - \cos\phi_E) \left(\operatorname{sen}^2\phi_E - \operatorname{sen}^2\left(\frac{\phi}{2}\right)\right) - \frac{1}{2}(\operatorname{sen}\phi_D - \operatorname{sen}\phi_E) \right] \times \\
& \left. \times \left(\operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right)\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - \operatorname{sen}\phi_E\cos\phi_E + \phi_E - \frac{\phi}{2}\right) \right] \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \left.\right\} + \\
& + \frac{QR^4}{GI_x} \left\{ -(\cos\phi_E - \cos\phi_D)\cos\phi_D + (\operatorname{sen}\phi_D - \operatorname{sen}\phi_E)\operatorname{sen}\phi_D + \right. \\
& \left. + \frac{1}{2}(\phi_D^2 - \phi_E^2) - \phi_D(\phi_D - \phi_E) - \left[-\frac{1}{2}(\operatorname{sen}^2\phi_D - \operatorname{sen}^2\phi_E)\cos\phi_D - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{2}(\operatorname{sen}\phi_E\cos\phi_E - \operatorname{sen}\phi_D\cos\phi_D + \phi_D - \phi_E)\operatorname{sen}\phi_D + (\phi_D - \right. \right. \\
& \left. \left. - \phi_E)(\operatorname{sen}\phi_D + \operatorname{sen}\phi_E) + \cos\phi_D - \cos\phi_E \right] \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) + \left[\frac{1}{2}(\operatorname{sen}^2\phi_D - \right. \right. \\
& \left. \left. - \operatorname{sen}^2\phi_E)\operatorname{sen}\phi_D - \frac{1}{2}(\operatorname{sen}\phi_E\cos\phi_E - \operatorname{sen}\phi_D\cos\phi_D + \phi_D - \phi_E)\cos\phi_D + \right. \right. \\
& \left. \left. + (\operatorname{sen}\phi_D - \operatorname{sen}\phi_E) + (\phi_E - \phi_D)\cos\phi_E \right] \operatorname{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right) \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{QR^4}{EI_y} \left\{ \left[\frac{1}{2}(\sin\phi_E \cos\phi_E - \sin\phi_D \cos\phi_D + \phi_D - \phi_E) \cos\phi_D - \right. \right. \\
& - (\phi_D - \phi_E) \cos\phi_D + (\sin\phi_D - \sin\phi_E) - \frac{1}{2}(\sin^2\phi_D - \sin^2\phi_E) \\
& \left. \left. - \sin^2\phi_E \right] \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) + \left[-\frac{1}{2}(\sin^2\phi_D - \sin^2\phi_E) \cos\phi_D - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{2}(\sin\phi_E \cos\phi_E - \sin\phi_D \cos\phi_D + \phi_D - \phi_E) \sin\phi_D + \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos\phi_E - \cos\phi_D \right] \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \right\}
\end{aligned}$$

Com estes deslocamentos, calculam-se as ações na extremidade direita e a seguir, por condições de equilíbrio, calculam-se as outras três como em 4.2.3.

CAPITULO VFORMULAÇÃO AUTOMÁTICA DA MONTAGEM DO
SISTEMA GLOBAL DE EQUAÇÕES DA ESTRU-
TURA5.1 - INTRODUÇÃO

Vimos, até agora, como adotar um procedimento geral para calcular rigidezes e ações de engastamento em cada elemento isolado na estrutura desmontada, abstraindo-nos da configuração de deformação que será assumida pela estrutura real, sob atuação das cargas.

Para visualizar o caminho seguido para obter o conjunto de equações 1.3.2, fixemo-nos no sistema de coordenadas global e imaginemos a estrutura desmontada nos diversos elementos que a compõem, para os quais imaginamos ainda já calculadas as ações de engastamento perfeito e os coeficientes da matriz de rigidez, ambos referidos ao sistema local.

Os deslocamentos dos nós da estrutura serão numerados convenientemente, de acordo com a numeração própria de cada

Assim, para completar o primeiro membro da equação 1.3.2, necessitamos calcular os coeficientes de rigidez de cada nó, referidos ao sistema global.

Ora, cada coeficiente de rigidez, relativo a determinado nó e associado a uma dada direção será calculado pela adição conveniente dos coeficientes de rigidez correspondentes, relativos às extremidades dos elementos que nele concorrem.

Para isto, é necessário que a matriz de rigidez $[SM]$ do elemento já tenha sido rotacionada, como em 2.4.4, transformando-se em $[SMD]$.

Por outro lado, as ações de engastamento nas extremidades dos elementos serão transmitidas aos nós, com sinal contrário e decompostas para o sistema global com o uso da matriz de rotação.

As cargas assim obtidas são chamadas ações equivalentes nos nós.

Havendo cargas atuando diretamente nos pontos nodais, deveremos somá-las com as ações equivalentes, obtendo as cargas combinadas nos nós, que constituem o segundo membro de 1.3.2.

Desta forma, construímos o sistema global de equações de equilíbrio.

5.2 - MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL EM FORMA DE BANDA

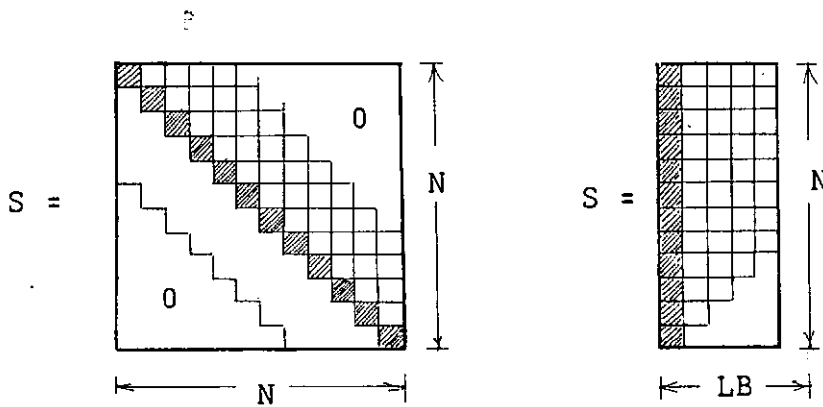
A matriz de rigidez de nó total encerra coeficientes de rigidez relativos a todos os deslocamentos numerados na estrutura.

No entanto, fazendo-se uma renumeração dos coeficientes de tal maneira que figurem em primeiro lugar aqueles correspondentes às direções livres ou aos graus de liberdade da estrutura, a matriz assume o aspecto seguinte:

$$S_J = \begin{bmatrix} S & & & S_{DR} \\ & \dots & & \\ & & \dots & \\ S_{RD} & & & S_{RR} \end{bmatrix}$$

onde a submatriz $[S]$ encerra ações nas direções livres devidas a deslocamentos unitários nestas direções e as outras submatrizes encerram ações nas direções correspondentes ao primeiro sub-índice devidas a deslocamentos unitários nas direções correspondentes ao segundo, com D denotando direção livre e R direção impedida.

Podemos tirar grande proveito de economia de memória observando que a submatriz $[S]$, além de simétrica, tem os termos fora de uma certa faixa da diagonal principal todos nulos e portanto pode ser armazenada sob forma retangular como esquematizado a seguir:



Além da vantagem de ganho de memória, este procedimento conduz à solução do sistema de equações diretamente sem inverter a matriz $[S]$, utilizando o Método de Cholesky, o que reduz o acúmulo de erros de arredondamento e aumenta a eficiência no processamento em relação à técnica de inversão.

Como vamos armazenar somente a faixa superior à diagonal principal, é preciso lembrar que na ocasião de formar a

matriz $[S]$ será necessário que o número do nó esquerdo J de cada elemento seja inferior ao do nó direito K , a fim de que, correspondentemente, a faixa da matriz de rigidez $[SM]$ superior à sua diagonal principal caia dentro da faixa quadriculada de $[S]$ na figura.

Por outro lado, em estruturas com grande número de nós, é preciso adotar a numeração mais conveniente a fim de não ultrapassar a largura de banda LB :

$$[3(K - J + 1) - r]_{\max.} \leq LB \quad (J < K)$$

com

r = número de ligações compreendidas entre o deslocamento $3J-2$ e o deslocamento $3K$.

5.3 - AÇÕES E DESLOCAMENTOS NOS NÓS

Escolhida a numeração própria dos nós da estrutura, temos que em relação ao Sistema Global XYZ cada um deles tem tres deslocamentos possíveis. Estes são constituídos por duas rotações no plano da estrutura, representadas por vetores de seta dupla paralelos aos eixos X e Y e um deslocamento linear paralelo a Z.

Para um elemento qualquer com as extremidades J e K ,

os deslocamentos de n[os] s[ã]o numerados, respectivamente, em rela[ç]ão a X, Y e Z, como 3J-2, 3J-1 e 3J na extremidade esquerda e 3K-2, 3K-1 e 3K na direita.

As a[ç]ões correspondentes em cada n[os] s[ã]o dois momentos associados às rota[ç]ões X e Y e uma força cortante associada ao deslocamento Z.

Quando j[á] existem a[ç]ões aplicadas sobre os n[os] na estrutura, estas s[ã]o armazenadas internamente no vetor {A}.

Como as a[ç]ões de engastamento nas extremidades dos elementos foram calculadas em rela[ç]ão ao Sistema Local, devemos rotacion[á]-las devidamente para o Sistema Global, conforme esquematizado na figura 5.3.1, armazenando-as no vetor de A[ç]ões E-quivalentes nos N[os] {AE}.

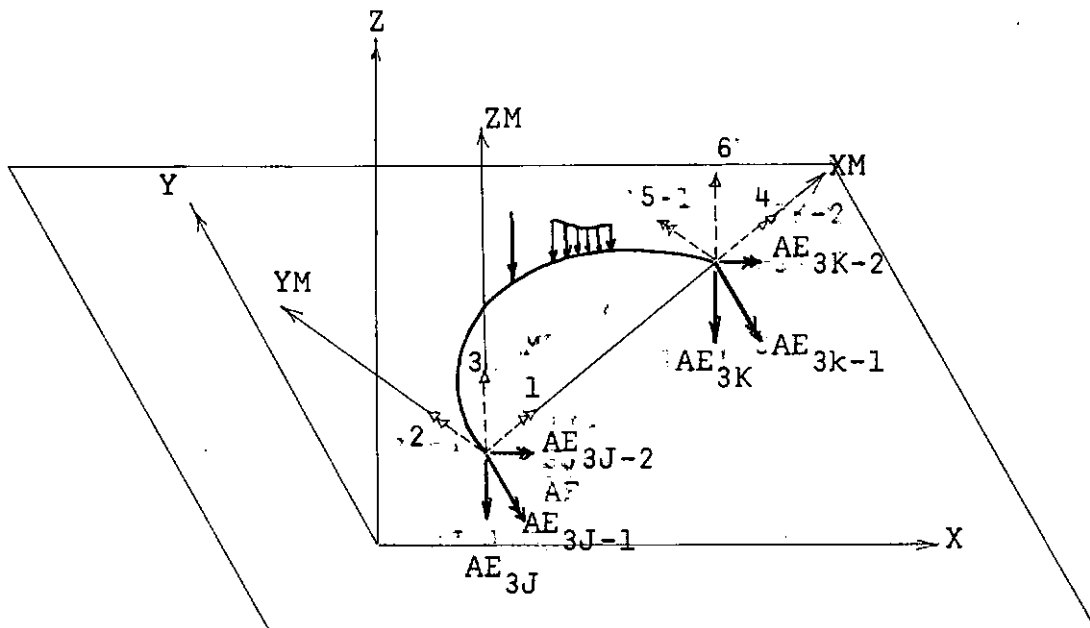


Fig. 5.3.1 - Ações equivalentes nos nós.

A contribuição de um elemento i na formação do vetor $\{AE\}$ pode ser obtida com o auxílio da matriz de Rotação Transformada já vista em 2.4 e usando a relação:

$$\{AE\} = - \left[R_T \right]_i^T \{AML\}_i$$

Assim, o vetor das Cargas Combinadas nos Nós será:

$$\{AC\} = \{A\} + \{AE\}$$

o qual, correspondentemente com a disposição da matriz $[S]$, será arrumado de maneira que os termos associados aos graus de liberdade sejam ordenados primeiramente.

Obtido, desta forma, o conjunto de equações, utiliza-se a subrotina DBAND para decompor a matriz $[S]$ e a subrotina LOSEN para resolver o sistema.

De posse dos deslocamentos nas direções livres, calculam-se facilmente os esforços nas extremidades dos elementos usando a equação:

$$\{AM\} = \{AML\} + [SM]\{DM\}$$

Finalmente, as reações de apoio serão calculadas so mando algebricamente os esforços nas extremidades dos elementos com as cargas aplicadas aos nós.

5.4 - CONCEITO DE FORMULAÇÃO DO SISTEMA GLOBAL DE EQUAÇÕES EM RELAÇÃO A VÁRIOS SISTEMAS DE EIXOS

Como a matriz de rigidez de cada elemento é montada em relação ao seu sistema de eixos local, para calcular os coe ficientes de rigidez de cada nó, correspondentes a cada direção do sistema de eixos global, a contribuição dos elementos que nele concorrem terá que ser feita utilizando 2.4.4.

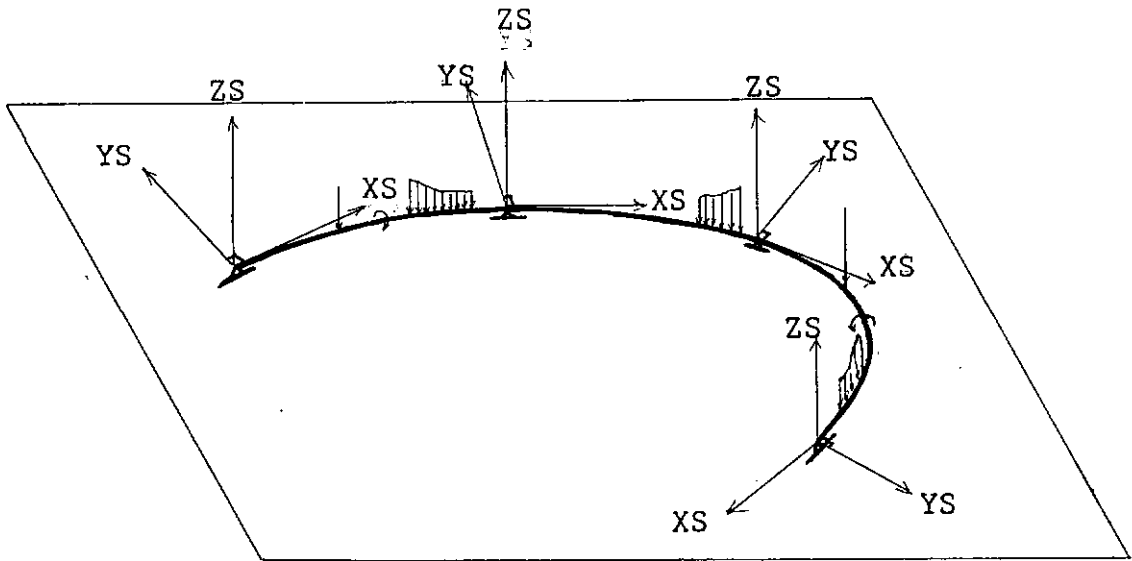
Surtem problemas, no entanto, para estruturas que possuem ligações inclinadas em relação ao sistema global como

é comum acontecer no caso de vigas curvas.

A seguir, expomos o procedimento que idealizamos para superar esta dificuldade, no caso de vigas curvas, pelo qual formulamos o sistema global de equações em relação a vários sistemas de eixos, um para cada nó.

Seja a viga curva, composta de elementos circulares, da figura 5.4.1 e consideremos um sistema de eixos X_S , Y_S , Z_S , que em cada nó tem X_S tangente ao eixo da estrutura e Z_S normal ao plano da mesma.

Observemos, ainda, que este sistema de eixos em cada nó é o mesmo X_S , Y_S , Z_S já visto em 2.2 e correspondendo, agora para os dois elementos vizinhos, à secção infinitamente próxima ao nó.



, Fig. 5.4.1 - Sistema de eixos em cada nó.

Imaginemos como deslocamentos incôgnitos da estrutura aqueles referidos, em cada nó, ao seu correspondente sistema XS, YS, ZS.

Para montar a matriz de rigidez da estrutura, a partir das matrizes SM dos elementos, basta formular SMD de 2.4.4, para esta nova concepção.

Para isto, consideremos a figura 5.4.2 que representa um elemento qualquer da estrutura visto de frente e com os sistemas XS, YS, ZS, correspondentes aos seus nós J e K.

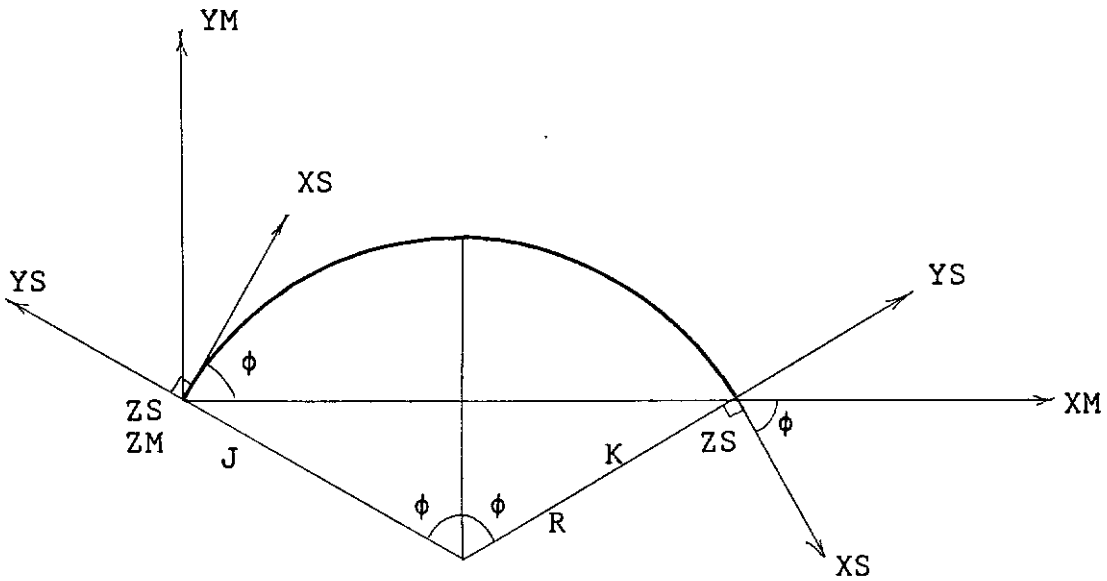


Fig. 5.4.2 - Sistema XS, YS, ZS para os nos de um elemento circular.

Chamando de $\{A\}$ as ações em cada não, já referidas ao sistema XS, YS, ZS e recorrendo a 2.3.1, teremos, para cada extremidade,

$$\{AM_J\} = [R_J] \{A_J\}$$

e

$$\{AM_K\} = [R_K] \{A_K\}$$

onde cada matriz de rotação contm os cosenos diretores dos eixos XM, YM, ZM em relação ao sistema XS, YS, ZS da extremidade correspondente.

Assim, podemos colocar:

$$[R_J] = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\text{sen}\phi & 0 \\ \text{sen}\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[R_K] = \begin{bmatrix} \cos\phi & \text{sen}\phi & 0 \\ -\text{sen}\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ou seja,

$$[R_J] = [R_K]^T$$

De 2.4.3, então, teremos:

$$\begin{bmatrix} R_J & 0 \\ 0 & R_K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_J \\ A_K \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} SM_{JJ} & SM_{JK} \\ SM_{KJ} & SM_{KK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_J & 0 \\ 0 & R_K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_J \\ D_K \end{Bmatrix}$$

Da mesma forma, temos:

$$[R_T] \{A\} = [SM] [R_T] \{D\}$$

Ou,

$$\{A\} = [R_T]^{-1} [SM] [R_T] \{D\}$$

e como $[R_T]$ ainda neste caso é ortogonal, vem:

$$\{A\} = [R_T]^T [SM] [R_T] \{D\}$$

e

$$[SMD] = [R_T]^T [SM] [R_T]$$

Portanto, trabalhando com as matrizes de rotação a-

4.

qui definidas e procedendo da mesma forma para as ações equivalentes, o problema fica inteiramente análogo ao anterior.

A aplicação deste conceito foi feita neste trabalho para o programa LINVIC.

As ligações serão dadas, pois, neste programa, em relação ao sistema XS, YS, ZS do nó correspondente, o mesmo acontecendo em relação aos apoios elásticos.

5.5 - INTRODUÇÃO DE APOIOS ELÁSTICOS

Havendo um apoio elástico num nó, numa determinada direção, referida ao sistema XS, YS, ZS naquele ponto, teremos apenas que modificar o coeficiente de rigidez deste nó da estrutura.

Pela própria conceituação de coeficiente de rigidez, concluímos que a presença do apoio elástico faz com que o coeficiente de rigidez do nó naquela direção seja, agora, obtido pela soma das contribuições dos elementos que nele concorrem com o coeficiente de rigidez do apoio elástico.

Portanto, a única modificação a fazer é acrescentar a rigidez do apoio elástico ao coeficiente de rigidez do nó, na diagonal principal da matriz global, na direção correspondente ao impedimento elástico.

CAPITULO VIAPLICAÇÃO AO CÁLCULO DE LINHAS DE IN-
FLUÊNCIA DE VIGAS CURVAS CIRCULARES6.1 - INTRODUÇÃO

Em virtude da ausência quase total de bibliografia e dada a grande importância prática do assunto, consideramos bastante oportuno estender o estudo do elemento de grelha com eixo curvo e secção variável ao cálculo automático de linhas de influência de vigas curvas de forma circular.

Como o número de operações envolvidas é muito grande, a nossa maior preocupação na elaboração deste programa foi achar o caminho que conduzisse à maior eficiência em termos de processamento.

Basicamente, o caminho aqui seguido para cálculo das linhas de influência consiste em calcular inicialmente as ações nas extremidades direitas das barras da estrutura para cada uma das posições da carga móvel sobre os pontos de sub-divisão.

Armazenados estes valores, que constituem as linhas

de influência dos apoios, é fácil obter posteriormente todas as outras para as secções intermediárias a partir destas.

Portanto, para realizar a primeira etapa, torna-se necessário resolver a estrutura tantas vezes quantos são os pontos de divisão.

Em termos de programação, isto implica em resolver 1.3.2. para cada posição da carga móvel, modificando-se o vetor de cargas e mantendo $[S]$ constante.

Como aqui não houve tanta exigência de ganho de memória como no caso de grelhas em geral, optamos pela solução do sistema por inversão da matriz $[S]$.

Desta forma, transferimos $[S]$ invertida para a sub-rotina que calcula linhas de influência e a solução de 1.3.2 para cada posição da carga móvel é obtida simplesmente multiplicando $[S]^{-1}$ pelo vetor de cargas correspondente.

Montando a matriz $[S]$ em forma de banda, cada solução teria que ser obtida chamando a sub-rotina LOSEN, que resolve o sistema de equações, para cada posição da carga móvel, o que certamente implicaria em aumento de tempo de execução.

6.2 - LINHAS DE INFLUÊNCIA DOS APOIOS

Para ilustrar o procedimento de cálculo destas linhas de influência, consideremos esquematicamente a viga curva que aparece retificada na fig. 6.2.1 onde as secções já recebem a numeração proveniente da subdivisão da estrutura.

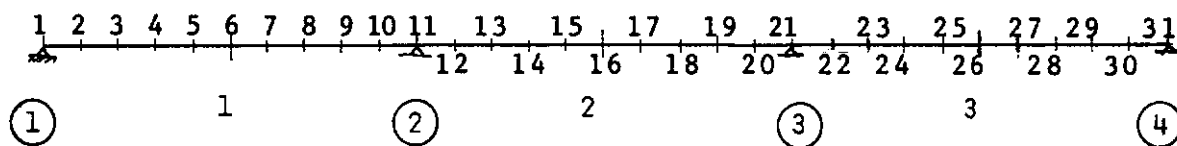


Fig. 6.2.1 - Numeração das Secções.

Seja, por exemplo, o cálculo da linha de influência de momento fletor do apoio (3) que corresponder à secção de número 21.

Para armazenar os valores das ordenadas das linhas de influência de apoio, reservamos para o fletor, torsor e cortante as áreas YLIF(11,10M+1), YLIT(11,10M+1) e YLIQ(11,10M+1).

Fazemos, então, com que a carga unitária se desloque percorrendo os vãos e em cada um deles tomando a posição KA variando esta sempre de 1 a 11.

Assim, se KA é a posição da carga no vão I, o índice

110.

IK que dá o número da secção correspondente é:

$$IK = (I-1) \times 10 + KA$$

Tendo-se, então, a carga numa secção IK, calculamos as ações de engastamento no elemento correspondente e, consequentemente, as ações equivalentes e ações combinadas nos nós.

Resolvendo o sistema e de posse dos deslocamentos, calculamos as ações nas extremidades direitas de todas as barras.

Então, voltando ao caso do apoio ③, o momento fletor na extremidade direita do elemento 2 devido à atuação da carga numa secção qualquer IK seria armazenado em YLIF(21,IK).

Como, desta forma, o primeiro índice ultrapassaria a dimensão reservada no programa, resolvemos armazenar a linha de influência acima com este índice igual ao da barra da esquerda, no caso a barra 2.

Esta linha de influência, depois de calculadas todas as suas ordenadas, será então arquivada em disco como sendo YLIF(2,IK).

Procede-se analogamente para os outros esforços e em relação aos outros apoios.

6.3 - LINHAS DE INFLUÊNCIA DAS SECÇÕES INTERMEDIÁRIAS

As linhas de influência das secções intermediárias são calculadas e impressas por vão, para que aquelas mesmas áreas dimensionadas para os tres tipos de esforços sejam utilizadas novamente para as secções do vão seguinte.

Seja um vão qualquer I no qual imaginamos uma secção KS para a qual queremos obter as linhas de influência a partir daquelas correspondentes à extremidade direita do elemento I.

Então, ao invés de ler no disco as linhas de influência dos apoios com os índices com que foram arquivadas, chamaremos sempre as mesmas, qualquer que seja o vão, como sendo YLIF(11,IK), YLIT(11,IK) e YLIQ(11, IK).

Feito isto, para calcular, agora, um esforço em KS quando a carga está em IK, testamos inicialmente se IK é uma secção do mesmo vão onde se localiza KS.

Teremos, pois, as duas opções:

- a) Secção IK em outro vão ou no mesmo vão, porém à esquerda de KS.

112.

Neste caso, observando a fig. 6.3.1, temos as expressões:

$$\begin{aligned} YLIF(KS,IK) &= YLIF(11,IK) * \cos(.5*FIT + FI(KS)) + \\ &+ YLIT(11,IK) * \sin(FI(KS)-FI(NPI)) - \\ &- YLIQ(11,IK) * BF(KS) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} YLIT(KS,IK) &= YLIT(LL,IK) * \cos(FI(KS) - FI(NPI)) - \\ &- YLIF(11,IK) * \sin(.5*FIT+FI(KS))+ \\ &+ YLIQ(11,IK)*BT(KS) \end{aligned}$$

$$YLIQ(KS,IK) = YLIQ(11,IK)$$

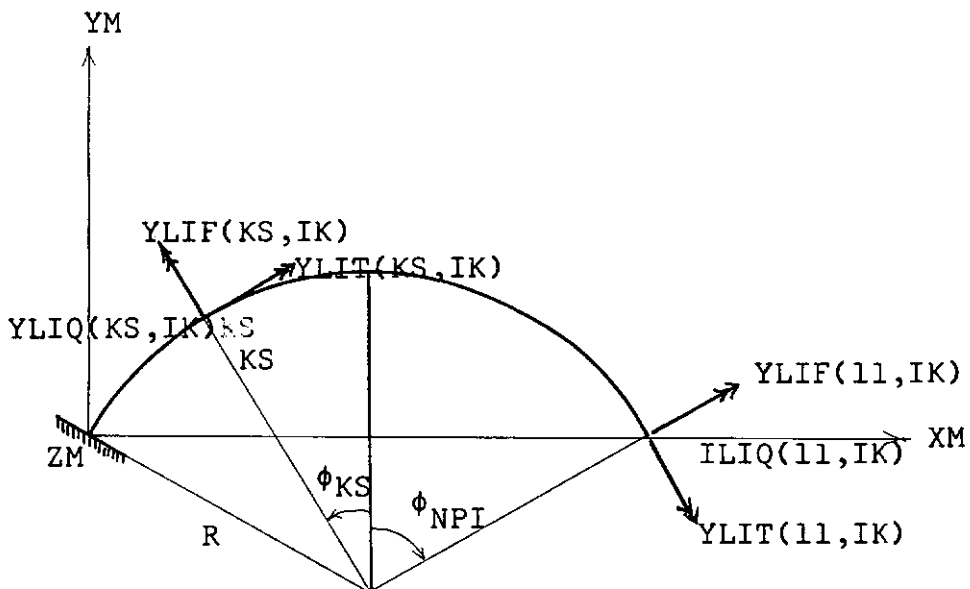


Fig. 6.3.1 - Carga fora do vão da secção KS.

b) Secção IK no mesmo vão e à direita de KS.

Da mesma forma, a partir da fig. 6.3.2, concluímos:

$$\begin{aligned} YLIF(KS,IK) &= YLIF(11,IK) * \cos(.5FIT+FI(KS)) + \\ &+ YLIT(11,IK) * \sin(FI(KS)-FI(NPI)) - YLIQ(11,IK) * BF(KS) - \\ &- BFP(KS) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} YLIT(KS,IK) &= YLIT(11,IK) * \cos(FI(KS)-FI(NPI)) - \\ &- YLIF(11,IK) * \sin(.5FIT+FI(KS)) + YLIQ(11,IK) * \\ &* BT(KS) + BTP(KS) \end{aligned}$$

$$YLIQ(KS,IK) = YLIQ(11,IK) + 1.$$

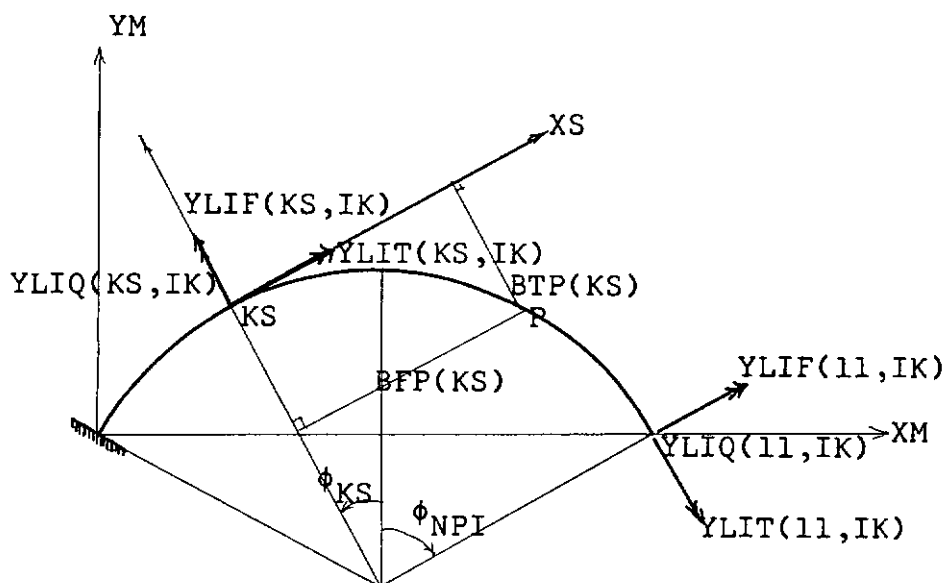


Fig. 6.3.2 - Carga no vão de KS.

CAPITULO VIIDESCRIÇÃO DOS PROGRAMAS7.1 - PROGRAMA GEVAC. EXPLICAÇÕES GERAIS

O programa segue basicamente a estruturação encontrada em Gere e Weaver e obedece a uma orientação do Prof. Lobo Carneiro, distribuída no Curso de Mecânica das Estruturas I, para devida adaptação ao caso de elementos com eixo curvo e secção variável.

Utiliza-se a técnica de armazenamento da matriz de rigidez global em forma de banda.

Foi usada a linguagem FORTRAN e o programa foi elaborado para o computador IBM/360, modelo 40, com 256K de memória interna, atualmente existente na COPPE.

Os procedimentos para cálculo da matriz de rigidez do elemento ou cálculo de ações de engastamento perfeito, que são efetuados por sub-rotina, foram sempre feitos para o caso de o elemento ser circular ou ter uma forma qualquer.

No primeiro caso, como resolvemos realizar as integra

116.

ções envolvidas manualmente, as expressões são fornecidas diretamente, conseguindo-se, portanto, maior eficiência no processamento.

Quando a barra tem curvatura qualquer, as integrações envolvidas são efetuadas com auxílio da sub-rotina QSF da IBM.

Podemos, ainda, calcular grelhas com elementos de eixo reto, porém com secção constante, que é o caso mais frequente em estruturas de edifício.

Se o elemento curvo é circular, o programa calcula as ordenadas dos pontos de divisão e os ângulos de inclinação de XS com XM em relação ao sistema local.

Para uma barra com curvatura qualquer, estes elementos são fornecidos pelo usuário.

Neste caso, se um dos pontos de divisão, por coincidência, tiver o ângulo de inclinação igual a zero, deve fornecer para o mesmo um valor muito pequeno, cuja ordem de grandeza pode ser estimada por comparação com o da secção imediatamente anterior.

Este cuidado deve ser tomado a fim de evitar problemas de divisão por zero nas operações internas.

Com a mesma finalidade, se uma barra curva numa dada estrutura tem, numa secção qualquer, o eixo XS normal a XM, é preciso dividir o elemento, criando um nó interno.

Para as cargas, os elementos a serem lidos são os mesmos que constam nas figuras referentes a cada tipo de carregamento e que serão explicados no manual de entrada de dados do programa.

Todas as cargas verticais serão consideradas positivas atuando de cima para baixo.

Havendo algum tipo de carregamento que não tenha sido previsto no programa, basta fornecer como dados de leitura as ações de engastamento perfeito correspondentes e orientadas de acordo com o sistema local do elemento.

No caso de elementos curvos, nos resultados do programa as ações finais já estão decompostas das direções locais para as direções usuais de esforços seccionais.

7.1.1 - Descrição das sub-rotinas7.1.1.1 - Sub-rotina RETCT

Esta sub-rotina calcula os termos da matriz de rigidez de elementos de eixo reto e secção constante.

Para este caso, as expressões usadas podem ser encontradas facilmente, não havendo necessidade de calcular SM indiretamente, através da matriz de flexibilidade da extremidade direita.

A matriz SM calculada é armazenada em disco.

7.1.1.2 - Sub-rotina RETCC

Destina-se à obtenção de ações de engastamento perfeito em barras retas de secção constante com carga concentrada numa posição qualquer.

Também neste caso, as expressões que fornecem os esforços de engastamento podem ser encontrados em formulários e tabelas apropriados, tornando-se muito simples calcular os AML correspondentes a este tipo de carregamento.

7.1.1.3 - Sub-rotina RETCD

Com esta sub-rotina, obtemos as ações de engastamento perfeito para elementos de eixo reto, e secção constante no caso de carga uniforme total ou parcial.

Ainda neste caso, as expressões para tal finalidade são fornecidas diretamente.

7.1.1.4 - Sub-rotina DBAND

Utilizada para triangularizar a parte superior da matriz de rigidez global da estrutura, visando a solução do sistema de equações num passo mais adiante, através de outra sub-rotina e obedecendo a um procedimento descrito em Weaver.

7.1.1.5 - Sub-rotina LOSEN

Usa a matriz triangularizada obtida por DBAND para resolver o sistema global de equações da estrutura, seguindo o método de Cholesky devidamente adaptado ao caso de matrizes simétricas.

7.1.1.6 - Sub-rotina HELFE

Esta sub-rotina é destinada à inversão de matrizes, utilizando o método da partição.

Neste programa, ela é usada para inverter a matriz de flexibilidade da extremidade direita de um elemento qualquer a fim de fornecer a submatriz SM_{KK} a partir da qual se forma a

120.

matriz SM.

7.1.1.7 - Sub-rotina CUCVA

É usada para calcular a matriz de rigidez de barras curvas quaisquer com secção constante ou variável.

As ordenadas e ângulos de inclinação dos pontos de divisão são lidos em disco, tendo sido fornecidos pelo usuário no programa principal.

Calculam-se, então os coeficientes da matriz de flexibilidade da extremidade direita, resolvendo-se, numericamente, as integrações envolvidas, através da sub-rotina QSF.

Em seguida, obtém-se a submatriz SM_{KK} por inversão da anterior, com o uso da sub-rotina HELFE, e daí forma-se toda a matriz SM.

7.1.1.8 - Sub-rotina CURCC

Utilizamos esta sub-rotina para calcular ações de engastamento perfeito em barras com curvatura qualquer e submetidas a carga concentrada.

Obtemos, inicialmente, os deslocamentos na extremidade direita liberada, devidos a este carregamento, por integração numérica.

Depois, usando a matriz SM do elemento, que foi armazenada em disco na sub-rotina CUCVA, calculamos as ações de engastamento naquela extremidade.

Finalmente, por condições de equilíbrio, obtemos as outras tres ações.

7.1.1.9 - Sub-rotina CURCD

Esta sub-rotina calcula ações de engastamento perfeito em barras curvas quaisquer com carga uniforme total.

O procedimento usado é semelhante ao da sub-rotina anterior, porém o número de integrações numéricas é maior.

Aqui, para uma secção correspondente a um ponto de divisão qualquer, liberada a extremidade direita do elemento, é preciso calcular o comprimento do arco compreendido entre a secção e a extremidade direita, a fim de obter a carga concentrada equivalente ao carregamento uniforme neste trecho.

Ademais, é necessário também calcular as coordenadas do ponto de aplicação da carga equivalente.

Obtidos todos estes valores, para as diversas secções passa-se ao cálculo dos deslocamentos e o resto é análogo ao que se fêz em CURCC.

7.1.1.10 - Sub-rotina CURDP

Destina-se à obtenção de ações de engastamento perfeito em barras curvas quaisquer com secção constante ou variável, submetidas a uma carga uniforme parcial.

A orientação é semelhante àquela utilizada em CURCD, porém aqui há dois tipos de secção a considerar: aquelas que estão entre a extremidade esquerda e o início do carregamento e as que estão no intervalo carregado.

7.1.1.11 - Sub-rotina CURMT

Através desta sub-rotina, obtemos ações de engastamento perfeito em barras curvas quaisquer com carga momento uniforme total.

As integrações numéricas necessárias ao cálculo dos deslocamentos na extremidade direita são semelhantes àquelas de CURCD, porém aqui a carga equivalente correspondente a cada secção genérica e situada a sua direita é um momento que tem duas componentes M_V e M_H .

7.1.1.12 - Sub-rotina CICVA

Esta sub-rotina calcula os termos da matriz de rigidez de elementos curvos circulares de secção constante ou variável.

No caso em que a secção é constante, as expressões

são fornecidas diretamente e para secção variável são usadas fórmulas semelhantes àquelas existentes na sub-rotina CUCVA, a fim de se realizar a integração numérica.

7.1.1.13 - Sub-rotina CIRCC

Com esta sub-rotina, calculamos ações de engastamento em barras curvas circulares de secção constante ou variável, submetidas a uma carga concentrada.

Como anteriormente, se a secção é constante as expressões são dadas diretamente e havendo variação de secção o processo torna-se análogo àquele seguido em CURCC.

7.1.1.14 - Sub-rotina CIRCD

Usada para obter ações de engastamento perfeito em barras curvas circulares de secção constante ou variável com carga uniforme total.

Já que também deduzimos as expressões para este caso de carregamento, valem as mesmas considerações anteriores.

7.1.1.15 - Sub-rotina CIRDP

Esta sub-rotina calcula ações de engastamento perfeito em barras curvas circulares de secção constante ou variável, submetidas a uma carga distribuída parcial.

As expressões para o caso de o elemento ter secção constante são dadas diretamente.

7.2 - PROGRAMA LINVIC. EXPLICAÇÕES GERAIS

Este programa constitui uma extensão na aplicabilidade do estudo feito para elementos de grelha com eixo curvo e seção variável e sofre uma orientação diferente daquela usado no programa anterior, no armazenamento da matriz global.

Além disto, visando solucionar o problema da existência de ligações inclinadas em relação a um sistema de eixos global para a estrutura, nós idealizamos a montagem das equações globais com cada nó referido a um sistema de eixos diferente.

Desta forma, as ligações passam a ser dadas com relação a estas novas direções.

Esta idealização resolve, com extrema facilidade, o problema dos apoios inclinados, sempre presentes neste tipo de estrutura.

Também no caso de apoios elásticos, as características já são dadas na direção z e naquelas de flexão e torção no nó.

A estrutura não deve ser obrigatoriamente circular, apenas os elementos têm que cumprir com esta condição, havendo possibilidade de possuírem os mesmos raios diferentes.

Com isto, podemos aplicar o programa para obter uma solução aproximada até em casos de elementos não circulares, bastando para isto sub-dividir mais os mesmos, ajustando-os a arcos de círculo.

Teoricamente, para aplicar o programa ao caso de vigas retas, teríamos que considerar um raio infinitamente grande.

No computador, no entanto, é preciso fazer muitos testes para concluir qual a ordem de grandeza a ser fornecida para o raio, a fim de conseguir bons resultados práticos.

Concluimos, no trabalho, que valores muito grandes do raio não dão bom resultado, como se poderia pensar a primeira vista.

Conseguimos muito boa precisão, fazendo com que o ângulo central ficasse em torno de 15 minutos.

Esta aplicação pode ser útil para analisar vigas retas com inércia variável.

Chamamos a atenção aqui para o fato de que é muito importante observar a forma de uma viga curva, a fim de criar

o mínimo de ligações à rotação no plano da mesma, necessárias para evitar a instabilidade da estrutura.

7.2.1 - Descrição das sub-rotinas

7.2.1.1 - Sub-rotina HELFE

Já descrita no programa anterior, esta sub-rotina, aqui, é utilizada para inverter a matriz global, depois que esta é formada no programa principal.

A matriz global invertida transfere-se para as sub-rotinas que calculam linhas de influência.

7.2.1.2 - Sub-rotina CLINA

Esta sub-rotina calcula linhas de influência de elementos curvos circulares com secção constante.

Percorremos todos os vãos da estrutura, em cada um deles deslocando a carga unitária por 11 posições.

Para cada posição, calculam-se as ações de engastamento perfeito no elemento carregado, usando as fórmulas explicitadas para carga concentrada numa posição qualquer.

Com a matriz global invertida e o vetor de cargas montado, calculamos os deslocamentos dos nós da estrutura.

Com isto, obtemos as ações na extremidade direita de todos os elementos para cada posição da carga e que vão constituir as linhas de influência dos apoios.

Armazenados estes valores em disco, é fácil calcular posteriormente as linhas de influência das secções intermediárias.

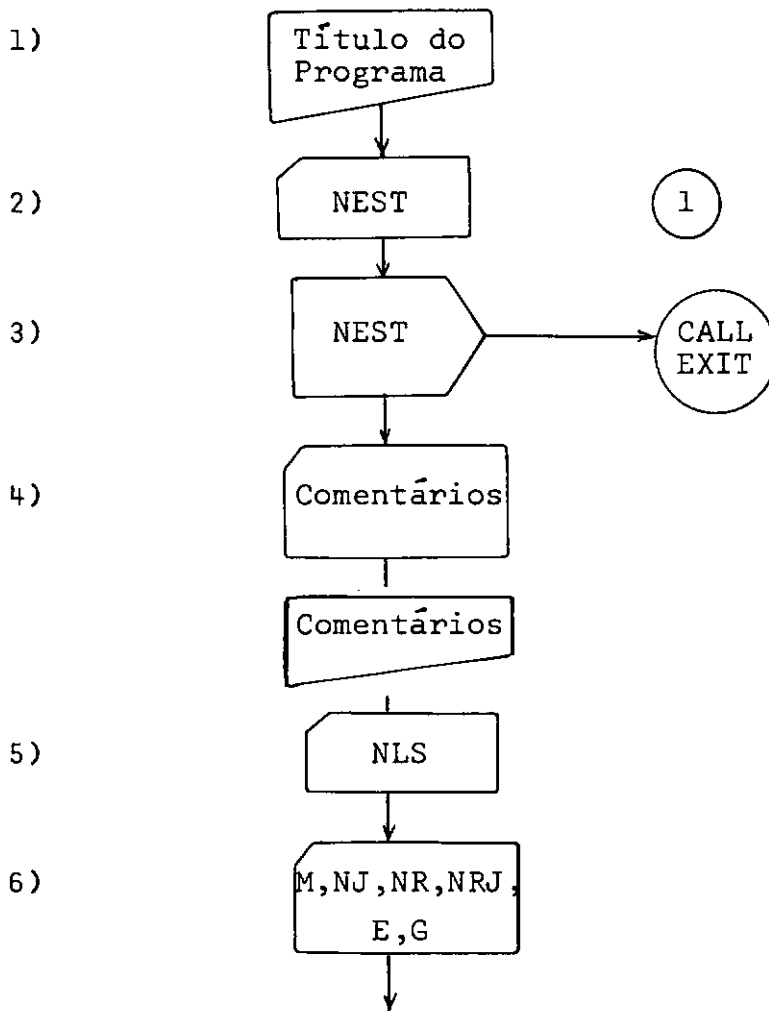
7.2.1.3. - Sub-rotina CLINV

Utilizada para calcular linhas de influência de elementos curvos circulares de secção variável.

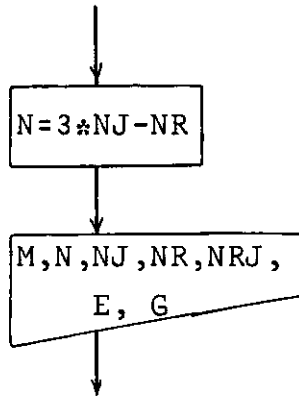
O procedimento é inteiramente análogo ao anterior, só havendo diferença no cálculo das ações de engastamento perfeito no elemento, quando, então, usamos a sub-rotina QSF.

CAPITULO VIIIDIAGRAMAS DE BLOCOS DOS PROGRAMAS8.1 - PROGRAMA GEVAC

a) Dados sobre a estrutura.

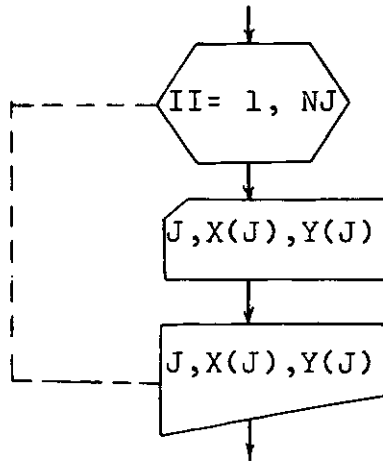


130.



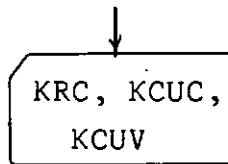
b) Coordenadas Nodais

7)

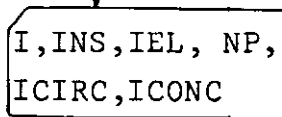


c) Propriedades dos elementos

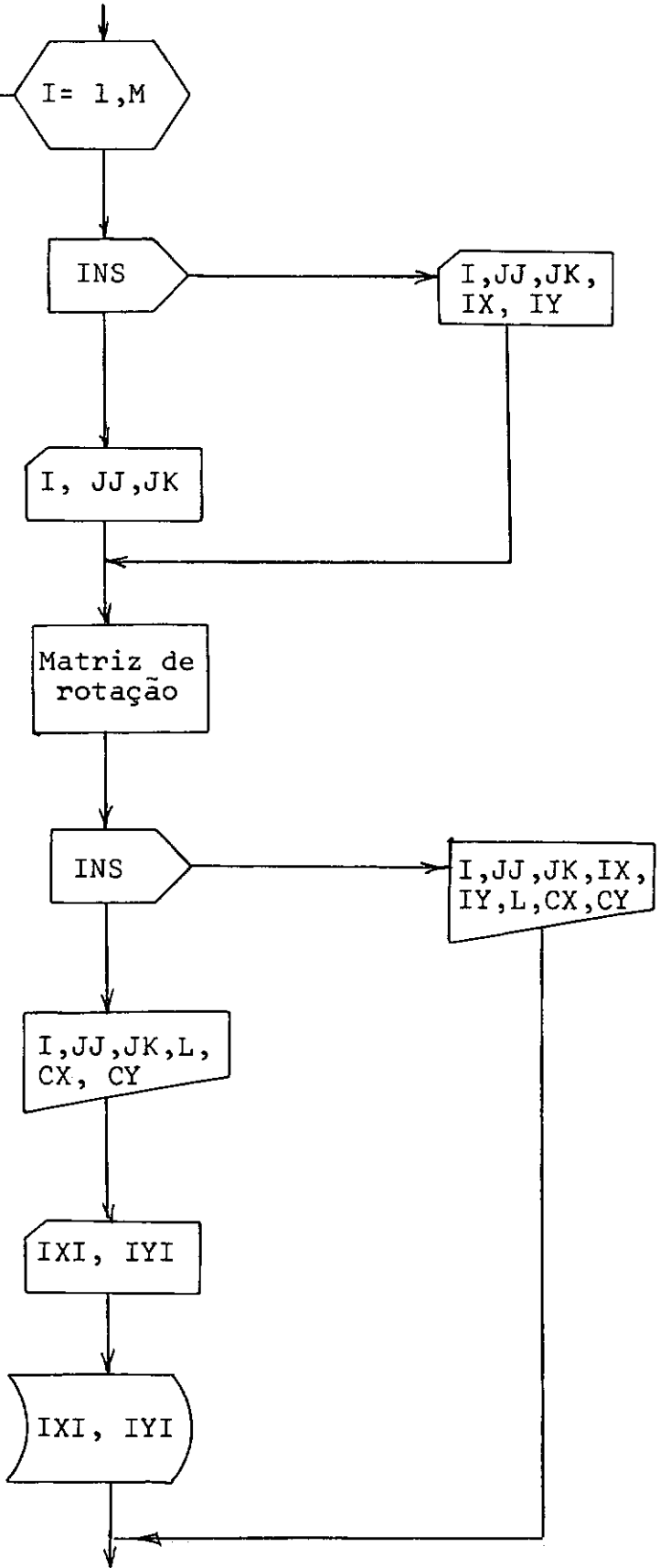
8)



9)



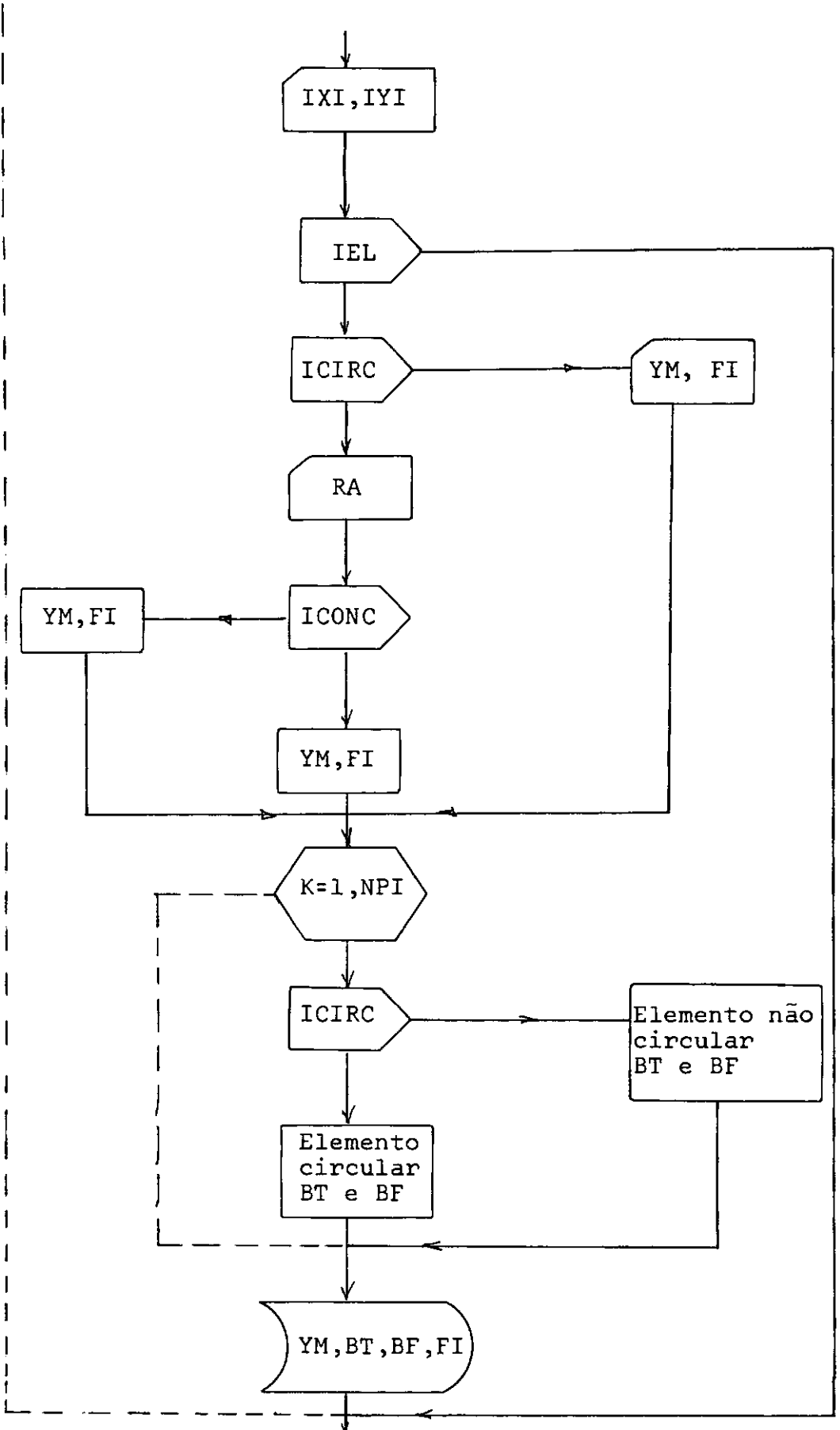
10)



11)

132.

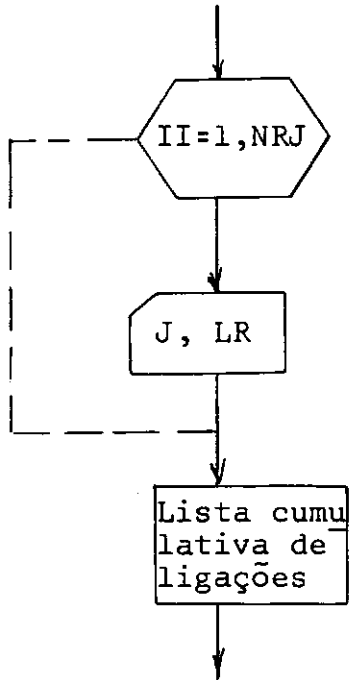
12)



13)

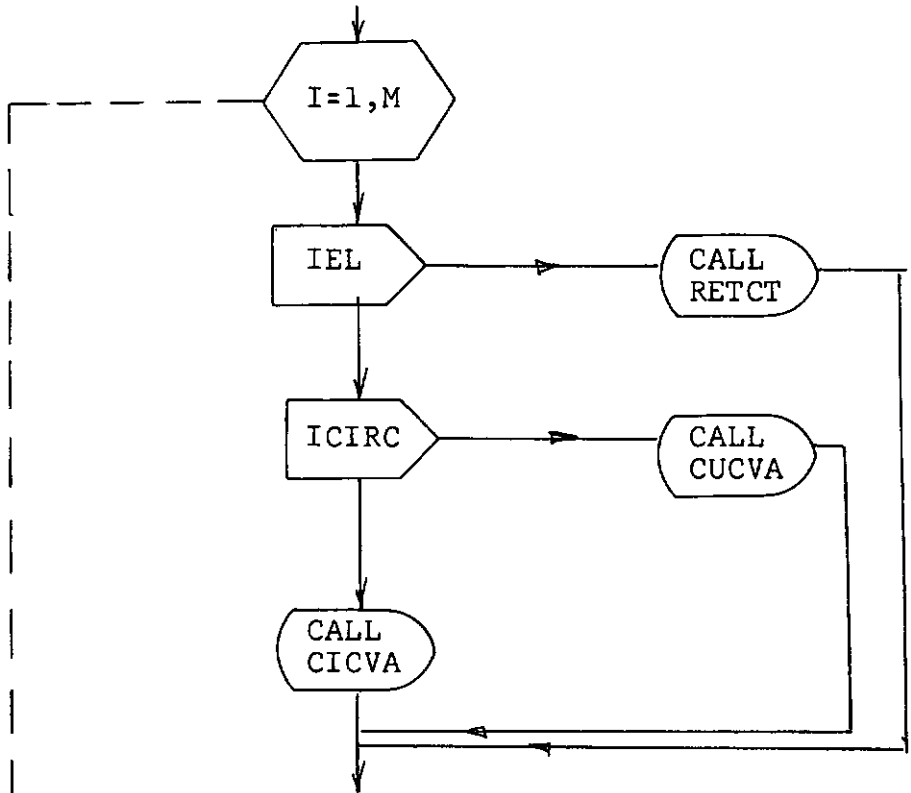
d) Lista de ligações

14)

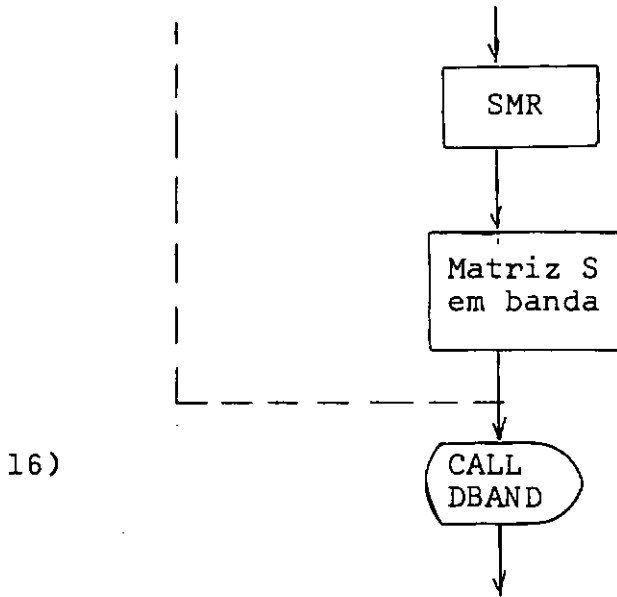


e) Montagem da matriz de rigidez global

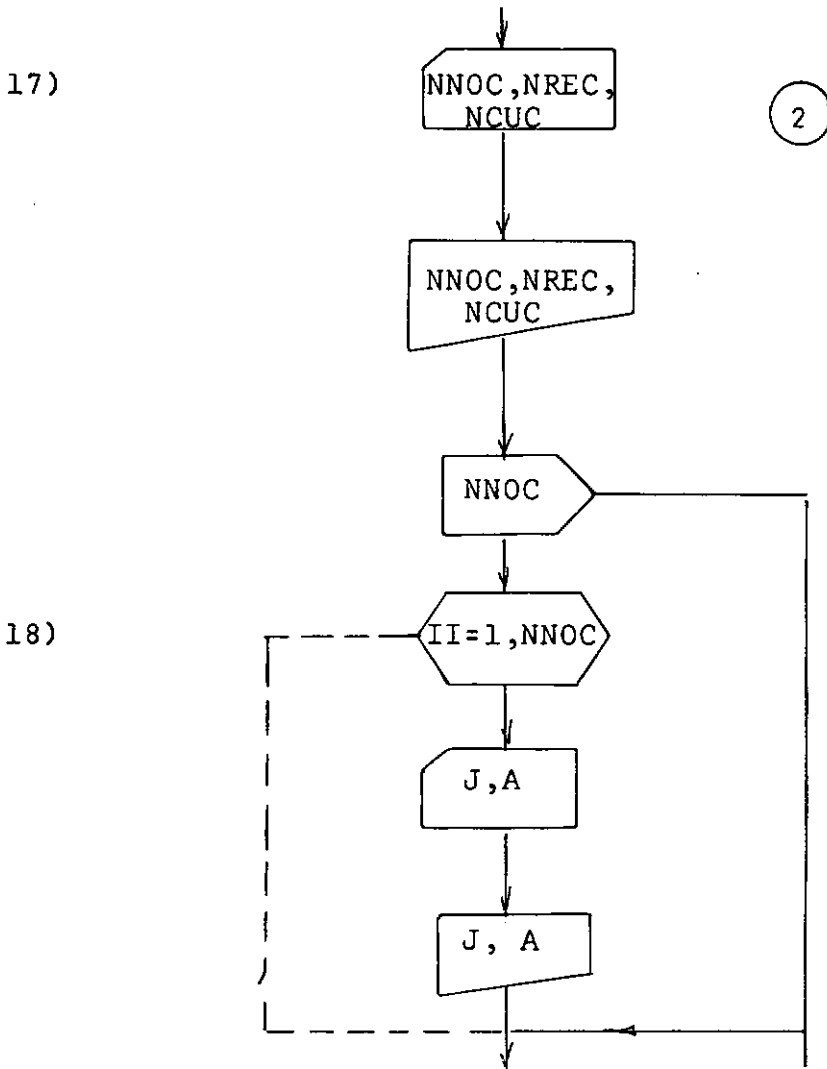
15)



134:

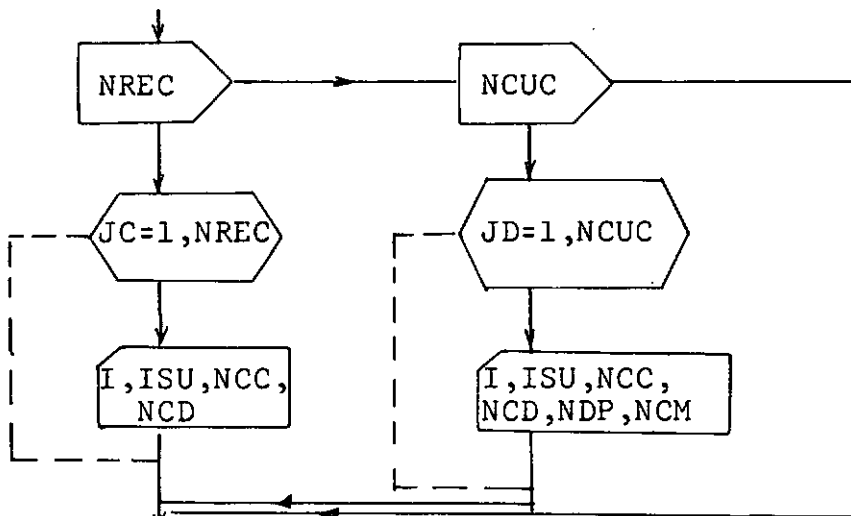


f) Informações sobre o carregamento

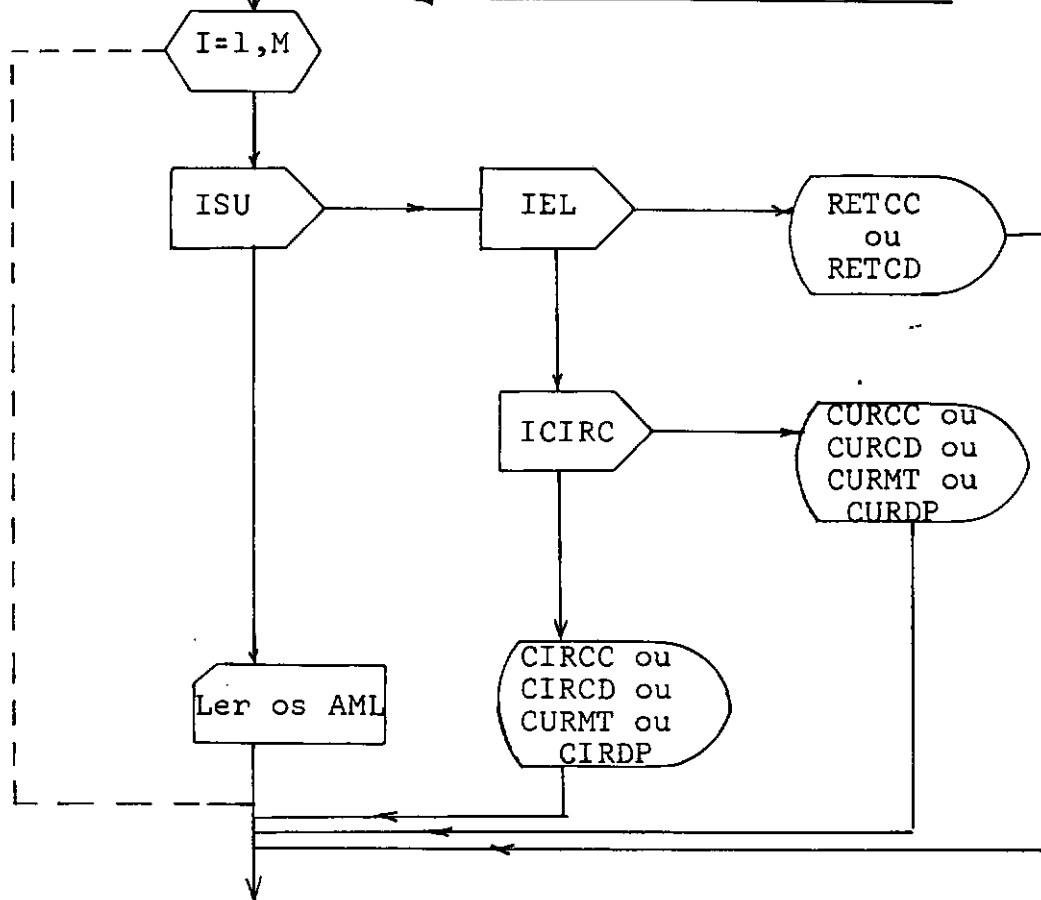


g) Cálculo das ações de engastamento perfeito

19)

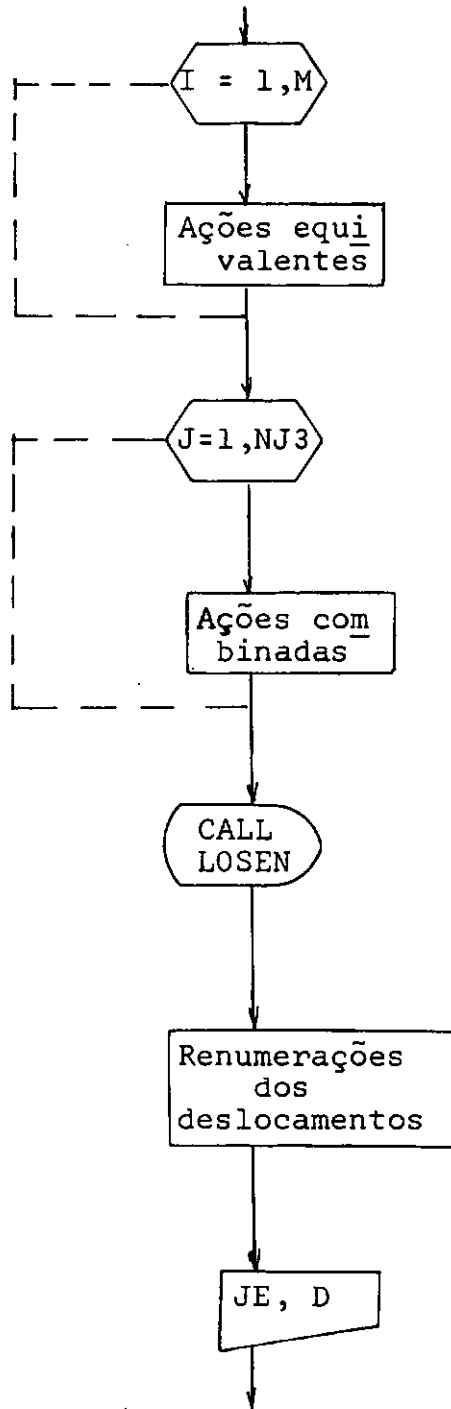


20)



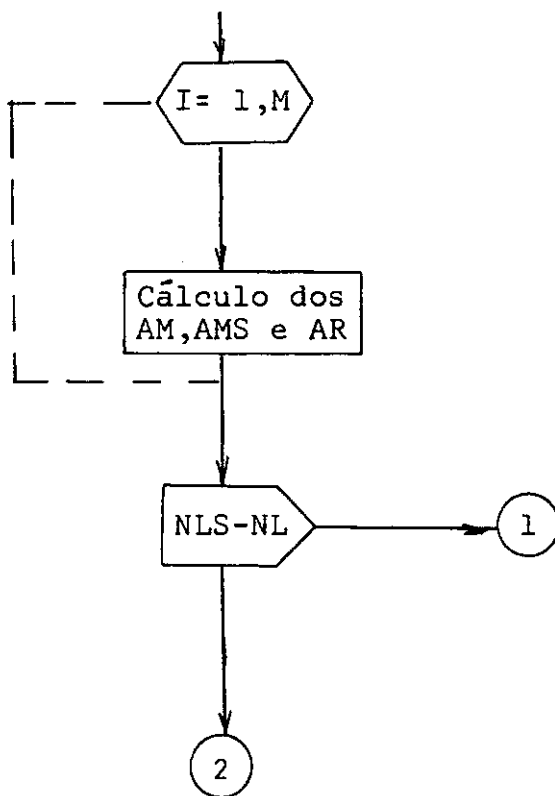
h) Vetor de cargas e cálculo dos deslocamentos

21)



i) Ações nas extremidades dos elementos e reações de apoio

22)



8.1.1 Explicações sobre o diagrama de blocos e
sequência da entrada de dados

1) O programa começa imprimindo o título e origem do mesmo.

2) Lê-se o número da estrutura.

NEST \neq 0 será feita a análise

NEST = 0 termina a análise

3) Teste para concluir se será feita ou não a análise.

4) São lidos 3 cartões de comentário. Caso não se precise dos 3, é importante fornecer os outros em branco. Estes comentários são impressos na forma em que foram lidos.

5) Lê-se NLS

NLS - número de sistemas de carga

6) São lidos os parâmetros da estrutura

M - número de elementos

NJ - número de nós

NR - número de ligações

NRJ - número de apoios com ligações

E - módulo de elasticidade longitudinal

G - módulo de elasticidade transversal

O programa calcula N e imprime-o juntamente com

os valores lidos anteriormente.

N - número de graus de liberdade da estrutura

- 7) São lidos e impressos, para cada nó, o número do mesmo e as suas coordenadas X e Y.
- 8) São lidas variáveis inteiras que indicam a distribuição dos diversos tipos de elementos na estrutura

KRC - número de elementos retos de secção constante

KCUC - número de elementos curvos de secção constante

KCUV - número de elementos curvos de secção variável

- 9) Para cada elemento curvo, de secção constante ou variável, é lido um cartão com as variáveis:

I - número do elemento

INS - índice de secção

INS=0 - secção constante

INS=1 - secção variável

IEL - índice para o elemento

IEL=0 - elemento reto

IEL=1 - elemento curvo

NP - número de pontos de divisão (ímpar) que deve ser maior ou igual a 3 e ir até 51.

ICIRC - índice para testar se o elemento é circular

ICIRC=0 - elemento não circular

140.

ICIRC=1 - elemento circular

ICONC - índice para indicar a direção da concavidade

ICONC=1 - concavidade direta

ICONC=-1 concavidade invertida

10) Inicia-se um controle iterativo percorrendo todos os elementos.

Se o elemento tem secção constante, é lido um cartão com as variáveis abaixo, seja o elemento reto ou curvo.

I - número do elemento

JJ - nó esquerdo do elemento

JK - nó direito do elemento

IX - constante de torção do elemento

IY - momento de inércia à flexão

Se o elemento tem secção variável, é lido um cartão com os valores I, JJ e JK para cada elemento.

Nesta fase, forma-se a matriz de rotação para cada elemento.

11) Somente se o elemento tiver secção variável, são lidos agora, nos pontos de divisão, os valores de IXI e IYI para cada secção.

IXI - constante de torção em cada secção

IYI - momento de inércia à flexão em cada secção

12) Faz-se um teste para saber se o elemento é curvo.

Em caso negativo, tudo que foi feito para o elemento a partir de 10 deve ser repetido para o segundo elemento e assim por diante até o último.

Em caso afirmativo, faz-se novo teste para saber se o elemento é circular.

Se o elemento é circular, é lido o raio do mesmo.

RA - raio do elemento

Se o elemento tem curvatura qualquer, são lidos agora, nos pontos de divisão, os valores de YM e FI.

YM - ordenada em cada secção. Será positivo no caso de concavidade direta e negativo em caso contrário.

FI - ângulo de inclinação em relação ao eixo XM (em graus). Será do primeiro ou quarto quadrante para barras com concavidade direta e do segundo ou terceiro em caso contrário.

13) São calculados, em cada ponto de divisão, os braços de torção e flexão da secção, seja o elemento circular ou não.

Em seguida, estes valores e mais aqueles de YM e FI são armazenados em disco.

14) Faz-se um controle iterativo, percorrendo-se os nós que têm pelo menos uma ligação. Para cada um destes nós, fornecemos um cartão com o número do nó e valores de LR associados a cada uma das direções globais X, Y e Z respectivamente:

142.

LR = 1 existe ligação na direção correspondente

LR = 0 não existe ligação

15) O programa monta a matriz de rigidez global calculando, inicialmente, a matriz de rigidez de cada elemento, através da sub-rotina apropriada, e em seguida obtendo os coeficientes para cada nó por soma das contribuições dos elementos que nele concorrem.

A matriz S é armazenada em forma de banda.

16) Chamada da sub-rotina que triangulariza a matriz global.

17) As leituras que vão ser feitas daqui por diante terão que ser repetidas para cada sistema de cargas da estrutura. Inicialmente, são lidos num cartão os valores:

NNOC - número de nós carregados

NREC - número de elementos retos carregados

NCUC - número de elementos curvos carregados

Em seguida, faz-se um teste para saber se há nós carregados.

18) Havendo cargas aplicadas nos nós, lê-se para cada um destes nós os valores das mesmas nas direções globais X, Y e Z respectivamente.

A - ação aplicada no nó

19) Faz-se um teste para verificar se há elementos retos carregados. Em caso afirmativo, lê-se para cada um destes elementos um cartão com as variáveis:

- I - número do elemento
- ISU - índice para informar se há carregamentos para os quais as ações de engastamento serão fornecidas diretamente
- ISU=1 - há carregamentos deste tipo
- ISU=0 - não há carregamentos deste tipo
- NCC - número de cargas concentradas no elemento
- NCD - número de cargas distribuídas, total ou parcialmente, no elemento

Em caso negativo, faz-se outro teste para saber se há elementos curvos carregados. Se houver tais elementos, para cada um serão lidos:

- I - número do elemento
- ISU - índice definido anteriormente
- NCC - índice definido anteriormente
- NCD - número de cargas distribuídas ao longo de todo o elemento
- NDP - número de cargas distribuídas num trecho do elemento
- NCM - número de cargas momento uniforme ao longo de todo o elemento.

20) Faz-se um controle iterativo percorrendo todos os elementos.

Inicialmente, fazemos um teste para verificar se para o elemento as ações de engastamento serão fornecidas diretamente.

144.

Para cada elemento nestas condições, pela ordem, serão lidas aquelas ações.

Não havendo elementos nestas condições, o programa chama as sub-rotinas para cada carregamento fornecido.

Estas sub-rotinas serão chamadas pela ordem em que foram lidos os índices de cada carregamento correspondente.

Cada uma delas lê as seguintes variáveis:

Elemento Reto

Carga concentrada - neste caso fornecemos P e DE

P - valor da carga

DE - distância da carga ao nó esquerdo do elemento

Carga distribuída - seja esta carga total ou parcial,

temos que fornecer:

Q - valor da carga por unidade de comprimento

DE - distância do início do carregamento ao nó esquerdo do elemento

DQ - comprimento do intervalo carregado

Elemento Curvo

Carga concentrada - são lidos pela ordem os valores

P, DE e YP que estão na figura

4.2.1.1

Carga distribuída total - é lido o valor de Q, carga por unidade de comprimento

Carga distribuída parcial - são lidos os valores de Q , DE e DQ da figura 4.2.3.1.

Carga momento uniforme - é lido o valor do momento por unidade de comprimento, positivo quando dirigido para dentro.

Elemento Curvo Circular

Carga concentrada - são lidos os mesmos valores do caso anterior correspondente.

Carga distribuída total - também é lido o valor de Q .

Carga distribuída parcial - são lidos os valores de P , FIE e FID , onde os dois últimos são os ângulos ϕ_E e ϕ_D da figura 4.3.3.1.

Carga momento uniforme - mesmo valor do caso anterior.

21) Nesta etapa são calculadas as ações equivalentes nos nós e em seguida forma-se o vetor de cargas da estrutura. Chama-se a sub-rotina LOSEN que resolve o sistema de equações. São impressos os deslocamentos dos nós.

22) Calculados os deslocamentos nodais, no sistema global, passamos a calcular as ações nas extremidades dos elementos, em relação ao sistema local. Se o elemento é curvo, as ações são

146.

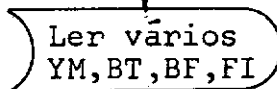
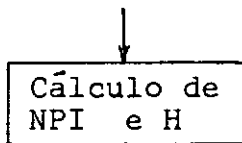
decompostas para as direções convencionais de momento fletor e torsor.

Fazendo um balanço nos nós, são calculadas as reações de apoio. Havendo outro carregamento, serão repetidas as operações a partir de 17.

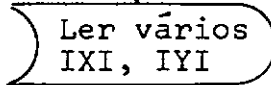
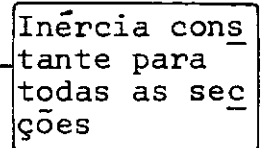
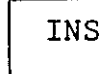
8.2 - SUB-ROTINAS

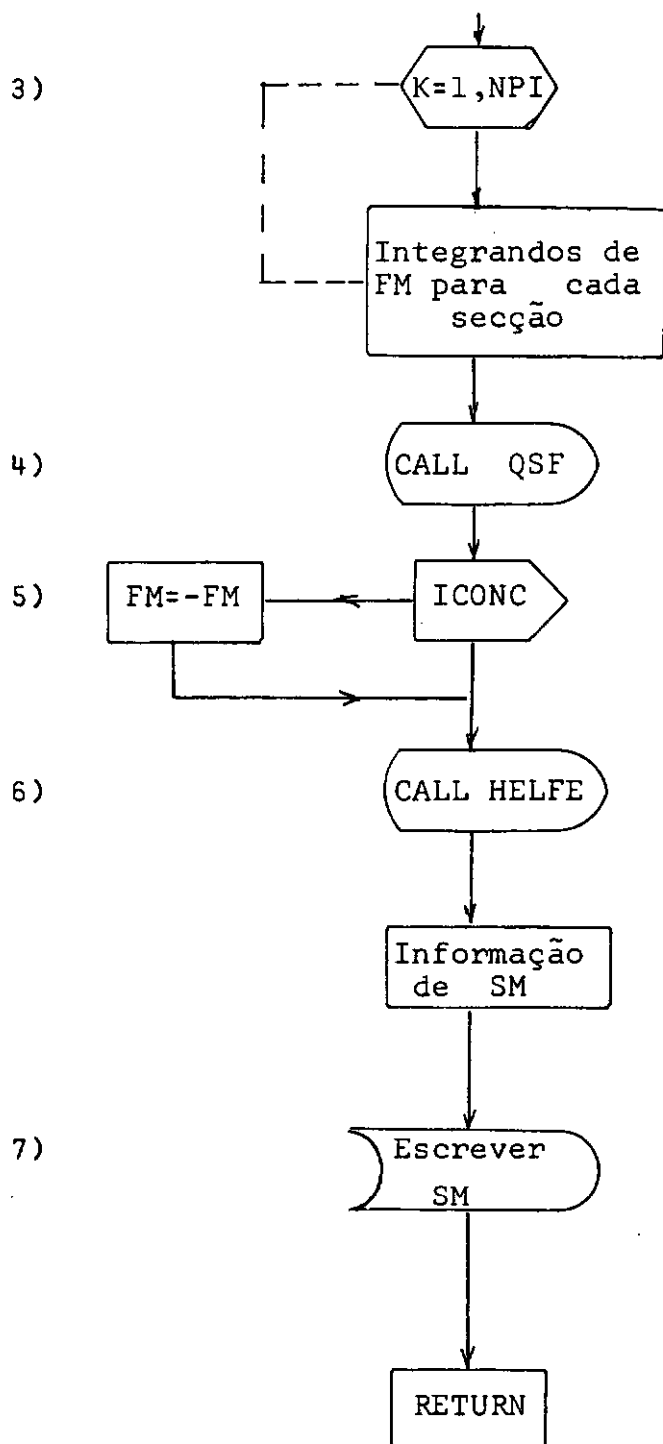
8.2.1 - Sub-rotina CUCVA

1)



2)





8.2.1.1 - Explicações sobre o diagrama de blocos

1) São obtidos os valores do número de pontos de divisão e do intervalo entre secções, medido no eixo XM, e em seguida são lidos no disco os valores dos parâmetros geométricos de cada secção.

2) Teste para verificar se o elemento tem secção constante.

Em caso afirmativo, os valores de IXI e IYI em cada secção são os do elemento.

Caso contrário, estes valores são lidos em disco.

3) São obtidos os valores numéricos dos integrandos das expressões que dão os coeficientes de flexibilidade, em cada ponto de divisão.

4) Chamada de sub-rotina de integração numérica para calcular os termos de FM da extremidade direita da barra.

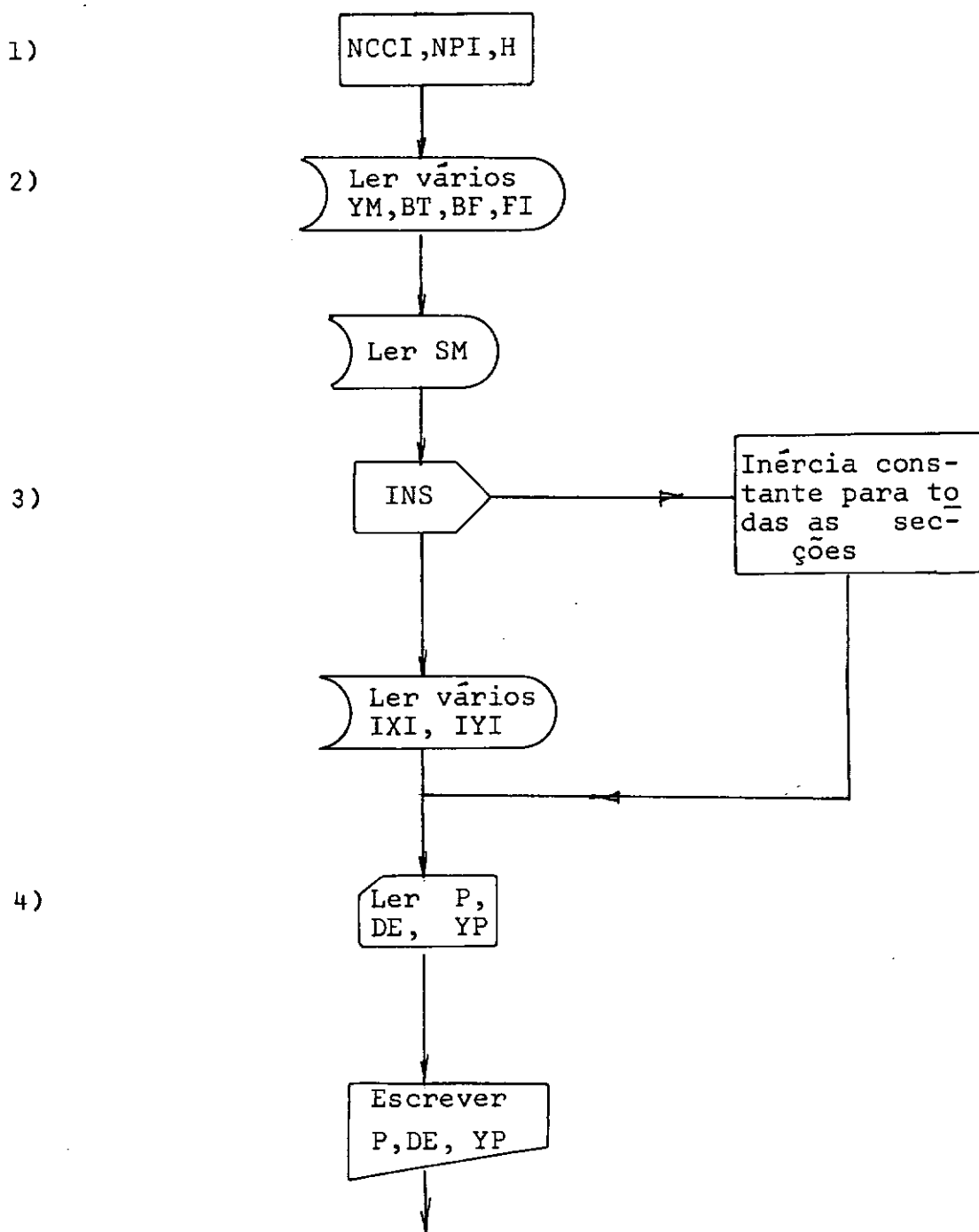
5) Se a concavidade é invertida, trocam-se os sinais de FM.

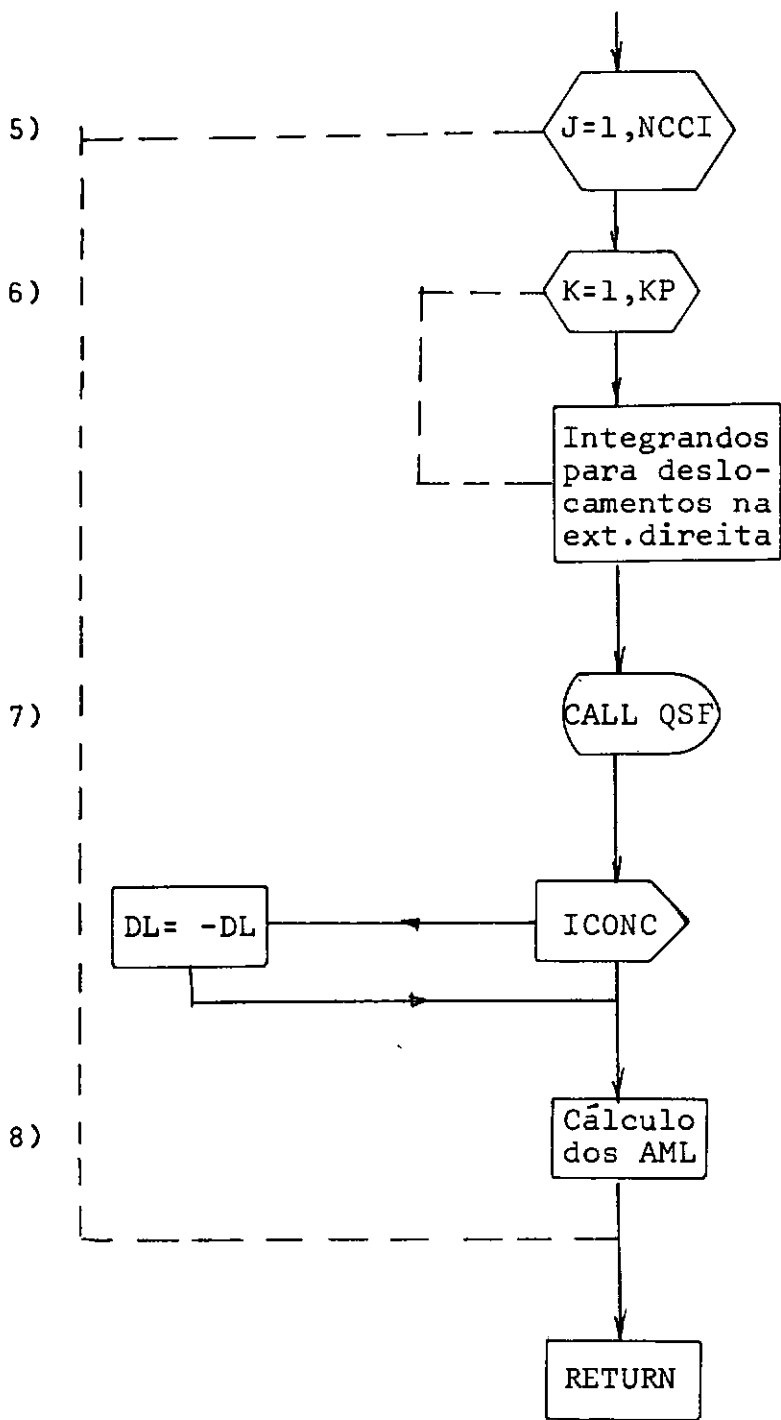
6) Chamada de sub-rotina de inversão para obter SM da extremidade direita.

Em seguida, a partir desta obtem-se toda a matriz SM.

7) A matriz SM é armazenada em disco.

NOTA: A sub-rotina CICVA é semelhante a esta, havendo diferença quando a barra tem secção constante pois os valores de FM são dados diretamente.

8.2.2. Sub-rotina CURCC



8.2.2.1 - Explicações sobre o diagrama de blocos

- 1) São obtidos os valores do número de cargas concentradas, número de pontos de divisão e intervalo entre secções.
- 2) São lidos em disco os valores dos parâmetros geométricos de cada secção e em seguida a matriz SM da barra.
- 3) Teste para verificar se a secção é constante.

Em caso afirmativo, IXI e IYI de cada secção são os do elemento.

Caso contrário, os valores são lidos em disco.

- 4) São lidos e impressos os valores de P , DE e YP .
- 5) Para cada carga concentrada, faz-se uma sequência de operações para calcular os AML correspondentes.
- 6) Para as secções entre a extremidade esquerda e a carga, obtêm-se numericamente os valores dos integrandos das expressões dos deslocamentos na extremidade direita.
- 7) Sub-rotina QSF para integração.
- 8) Cálculo das ações de engastamento.

NOTA: A sub-rotina CIRCC é inteiramente análoga a esta, havendo diferença para secção constante quando as expressões dos deslocamentos são fornecidas diretamente. As sub-rotinas para outros tipos de carga têm a mesma estrutura anterior havendo diferença no cálculo dos deslocamentos e dos AML quando então são introduzidas as expressões correspondentes a cada caso particular.

8.3 - PROGRAMA LINVIC

Como o diagrama de blocos deste programa é semelhante ao do anterior até a formação da matriz global, deixaremos de repetí-lo aqui e limitar-nos-emos a comentar as diferenças, seguindo o diagrama e a numeração daquele.

- 1) Idêntico ao do programa anterior.
- 2) Neste caso, é lido aqui o número total de estruturas.

Para cada estrutura, o programa volta a este ponto para ler os cartões seguintes a este até completar o total de estruturas.

NTEST - número total de estruturas.

- 3) Não existe aqui.
- 4) Idêntico ao do programa anterior.
- 5) Não existe aqui.
- 6) Lê-se agora o conjunto de valores M, NJ, NR, NRJ, NJES, E e G.

Apenas NJES não existe no programa anterior.

NJES - número de juntas com apoios elásticos

- 7) Idêntico ao do programa anterior.
- 8) São lidos agora as variáveis NCUC e NCUV.

NCUC - número de elementos curvos de secção constante.

NCUV - número de elementos curvos de secção variável.

- 9) Já que neste programa os elementos devem ser curvos circulares e de mesma concavidade, só lemos neste I,INS e NP.
- 10) Idêntico ao do programa anterior.
- 11) Idêntico ao do programa anterior.
- 12) Não existem os testes com IEL e ICIRC, portanto neste passo são sempre lidos os valores α de RA.
- 13) Idêntico ao do programa anterior, porém não existe o teste com ICIRC, restando uma única opção para o cálculo de BT e BF.
- 14) Idêntico ao do programa anterior.
- 15) Idêntico ao do programa anterior, porém não existe o teste com IEL.

A matriz S não é armazenada em banda e em cada nó está montada em relação a um sistema de eixos diferente.

- 16) Este passo não existe neste programa.

Aqui aparece um teste para verificar a existência de nós com apoios elásticos.

Em caso afirmativo, para cada nó nestes condições lê-se o número do nó e o valor do coeficiente de rigidez do apoio elástico em cada direção.

É importante saber que em cada nó estas direções são aquelas associadas, respectivamente, à torção, à flexão e ao ao cortante na secção vizinha ao nó.

Em seguida, é chamada a sub-rotina que inverte a matriz S.

17) Todos os passos a partir deste não existem neste programa.

Nesta altura, lemos o índice INDIN para informar se chamaremos a sub-rotina que calcula linhas de influência de estruturas com barras de secção constante ou com barras de secção variável.

INDIN = 1 - estrutura em barras de secção constante

INDIN = -1 - estrutura em barras de secção variável.

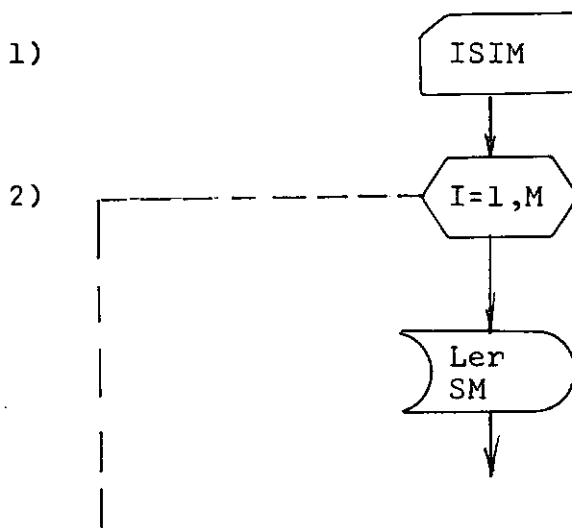
Chamada qualquer uma das sub-rotinas, lemos a variável inteira ISIM para informar se a estrutura é simétrica.

ISIM = 1 - estrutura simétrica

ISIM = -1 - estrutura não simétrica.

8.4 - SUB-ROTINAS

8.4.1 - Sub-rotina CLINA



3)

KA21,11

Deslocamentos
na ext.dir. e
AML

AE e AC

Deslocamentos
e reações de
apoio

4)

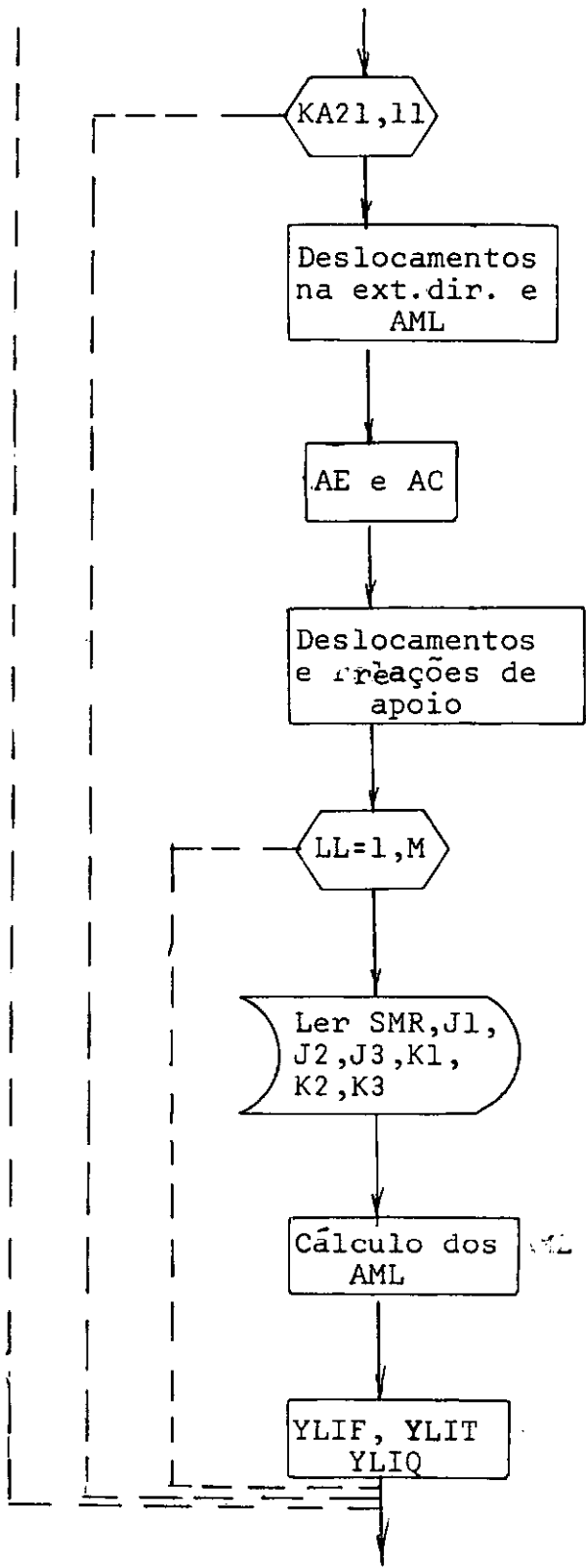
LL=1,M

Ler SMR,J1,
J2,J3,K1,
K2,K3

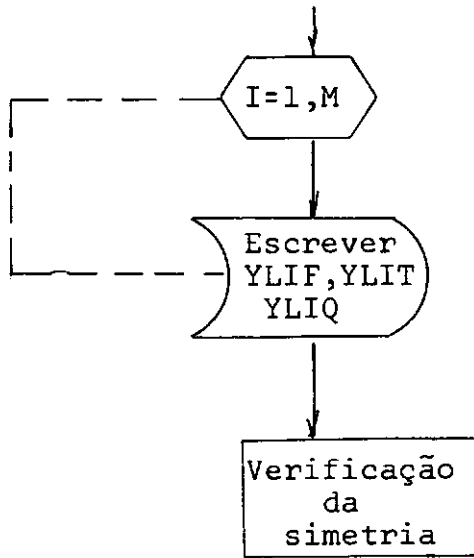
Cálculo dos
AML

5)

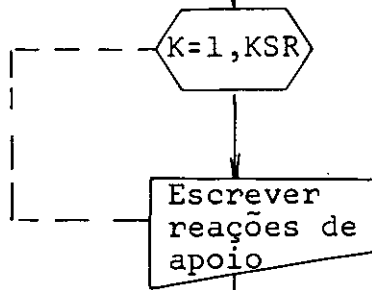
YLIF, YLIT
YLIQ



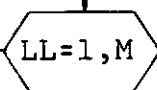
6)



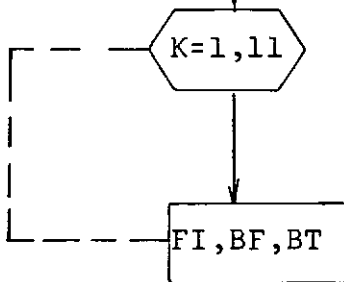
7)

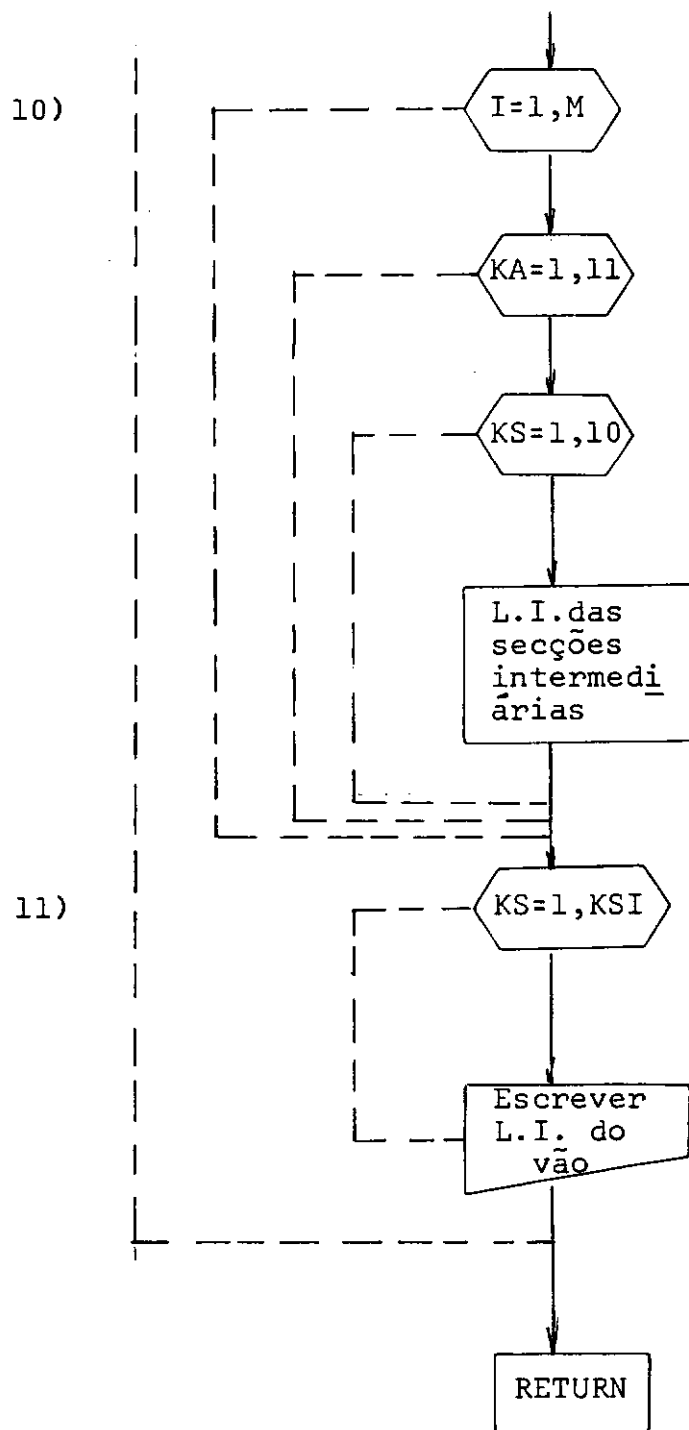


8)



9)





8.4.1.1 - Explicações sobre o diagrama de blocos

- 1) Lê-se o índice para indicar a simetria.
- 2) Inicia-se um controle iterativo percorrendo os elementos e para cada um deles lê-se no disco o SM correspondente.
- 3) Percorremos as 11(onze) posições do vão com a carga unitária.

Para cada posição, calculamos os deslocamentos na extremidade direita e os AML.

Em seguida, obtemos as ações equivalentes e as ações combinadas nos nós, ficando, pois, em condições de calcular os deslocamentos na estrutura e as reações de apoio, usando a inversa da matriz S.

- 4) Percorremos novamente os elementos, em cada um deles lendo o SMR correspondente no disco e calculando os AM da extremidade direita para aquela posição da carga.
- 5) Armazenamos nos vetores de linhas de influência os valores anteriores.
- 6) As linhas de influência dos apoios são armazenadas em disco.
- 7) São impressas as reações de apoio.
- 8) Fazemos novo controle iterativo sobre os elementos para calcular, por vão, as linhas de influência das secções intermediárias.
- 9) Para cada secção intermediária, são calculados os parâmetros

geométricos.

10) Em cada elemento, simulamos cada posição de carga e para cada posição percorremos todas as secções, testando, em cada caso, a situação relativa, a fim de calcular as linhas de influência da secção em função daquelas da extremidade direita.

11) São impressos por vão os valores das linhas de influência das secções intermediárias.

NOTA: A sub-rotina CLINV é inteiramente análoga a esta, diferindo no cálculo dos deslocamentos na extremidade direita para cada posição da carga.

CAPITULO IX

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO PRÁTICA

9.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo, escolhemos alguns tipos de estruturas de uso corrente e fizemos aplicações dos dois programas desenvolvidos neste trabalho, conforme o caso.

Assim, nos tres últimos exemplos, as estruturas são analisadas para carregamentos diversos e no primeiro caso são calculadas as linhas de influência para a ponte indicada.

Um fato que merece aqui ser discutido é o da aplicabilidade do programa a estruturas com elementos de secção transversal vazada, como no primeiro exemplo, que constitue uma solução aproximada, já que ainda não se dispõe de uma maneira eficiente, economicamente viável, de resolver o problema a partir da solução exata, para o caso da carga móvel.

A diferença de comportamento destas estruturas para

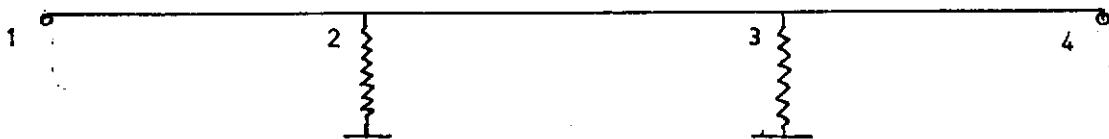
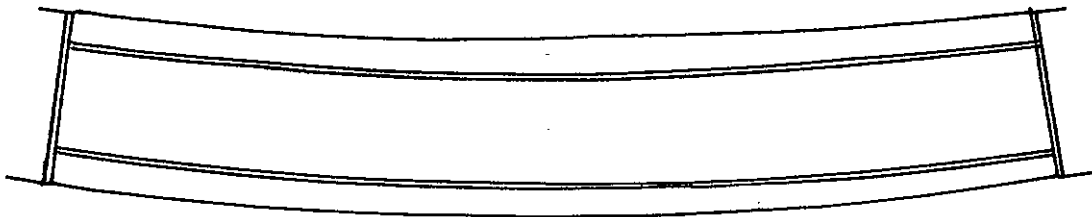
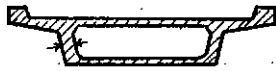
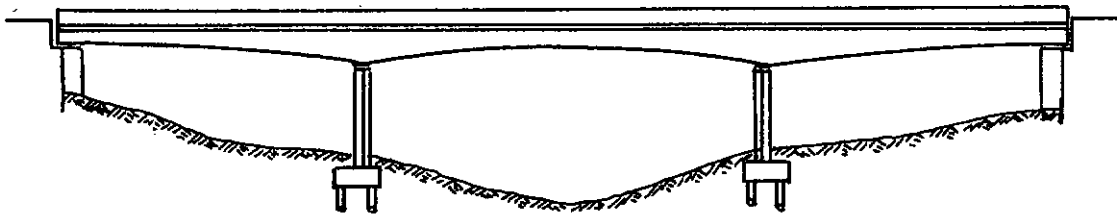
162.

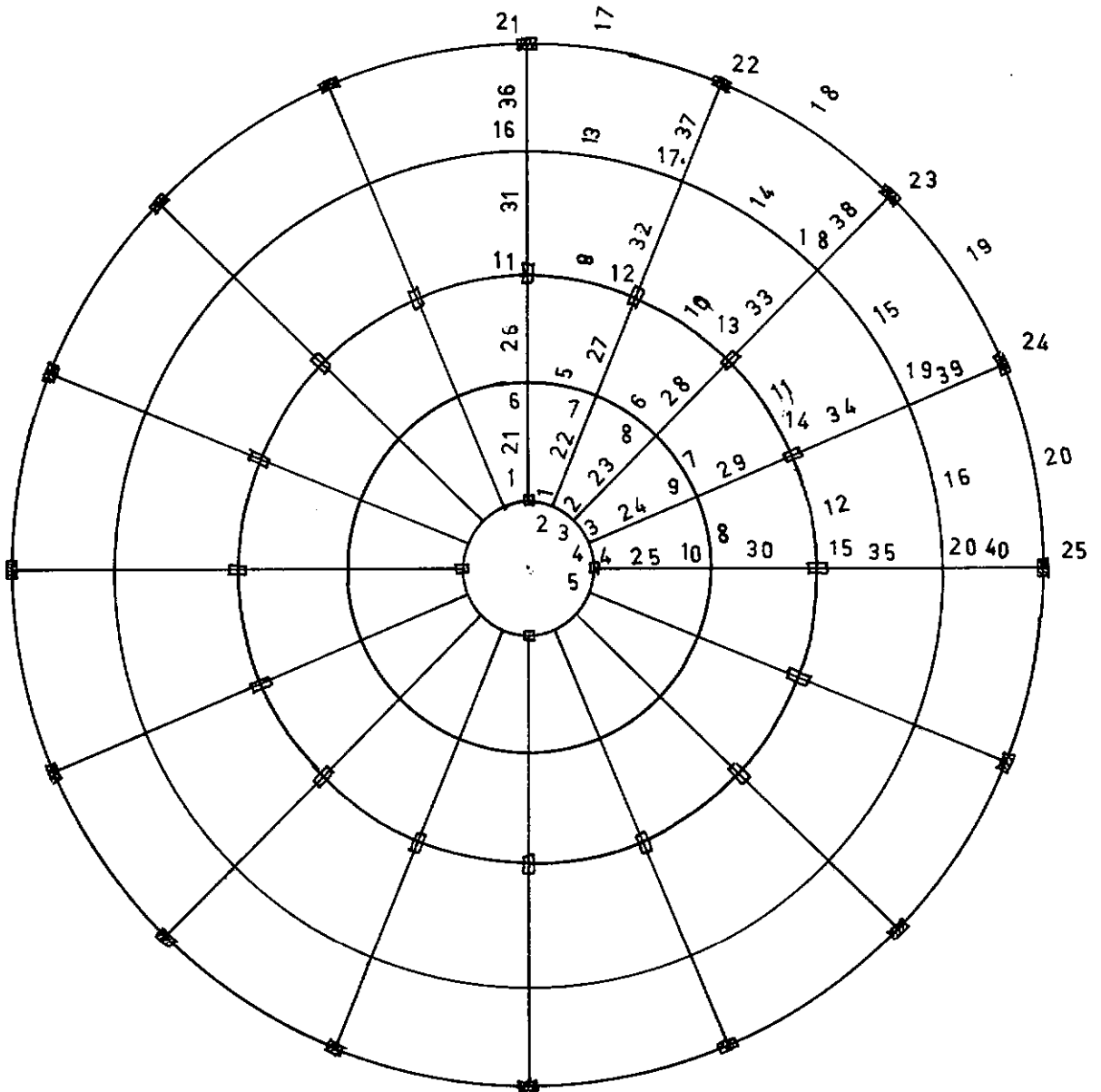
as de secção transversal cheia está ligada ao efeito da torção, que é diferente nos dois casos.

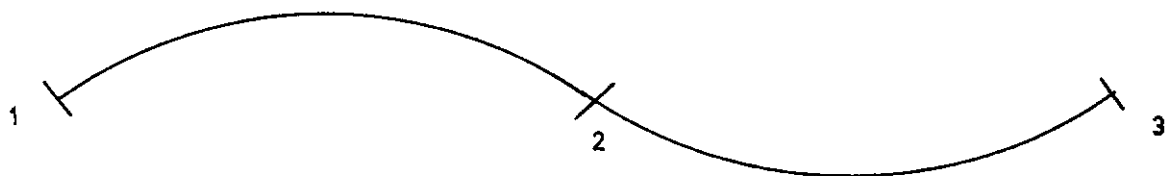
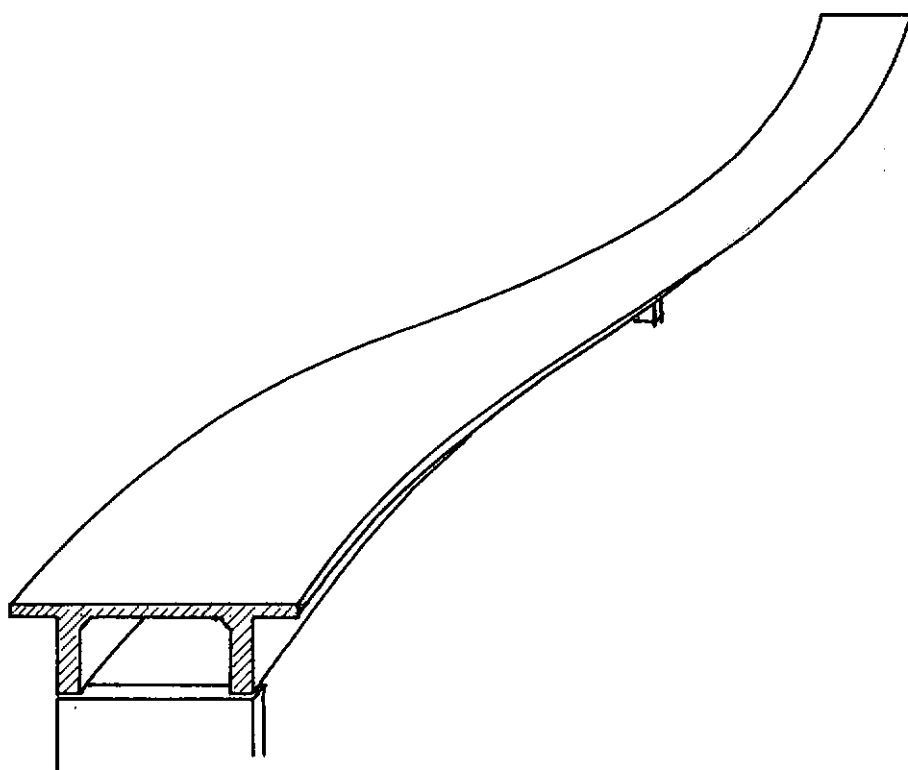
Enquanto nas peças de secção cheia considera-se, já com certa aproximação, que a torção dá origem unicamente a tensões no plano da secção, nas peças de secção vazada, de paredes delgadas, a torção dá origem a tensões longitudinais, com o aparecimento do Bimomento como mais um esforço seccional, exigindo a consideração das propriedades sectoriais da secção.

Esperamos que a presente solução do problema, ainda muito usada por projetistas, possa em breve ser comparada com a obtida da solução exata do problema e com um programa que também tenha viabilidade de aplicação prática.

Finalmente, todos os elementos referentes às diversas estruturas podem ser encontrados na listagem dos resultados.

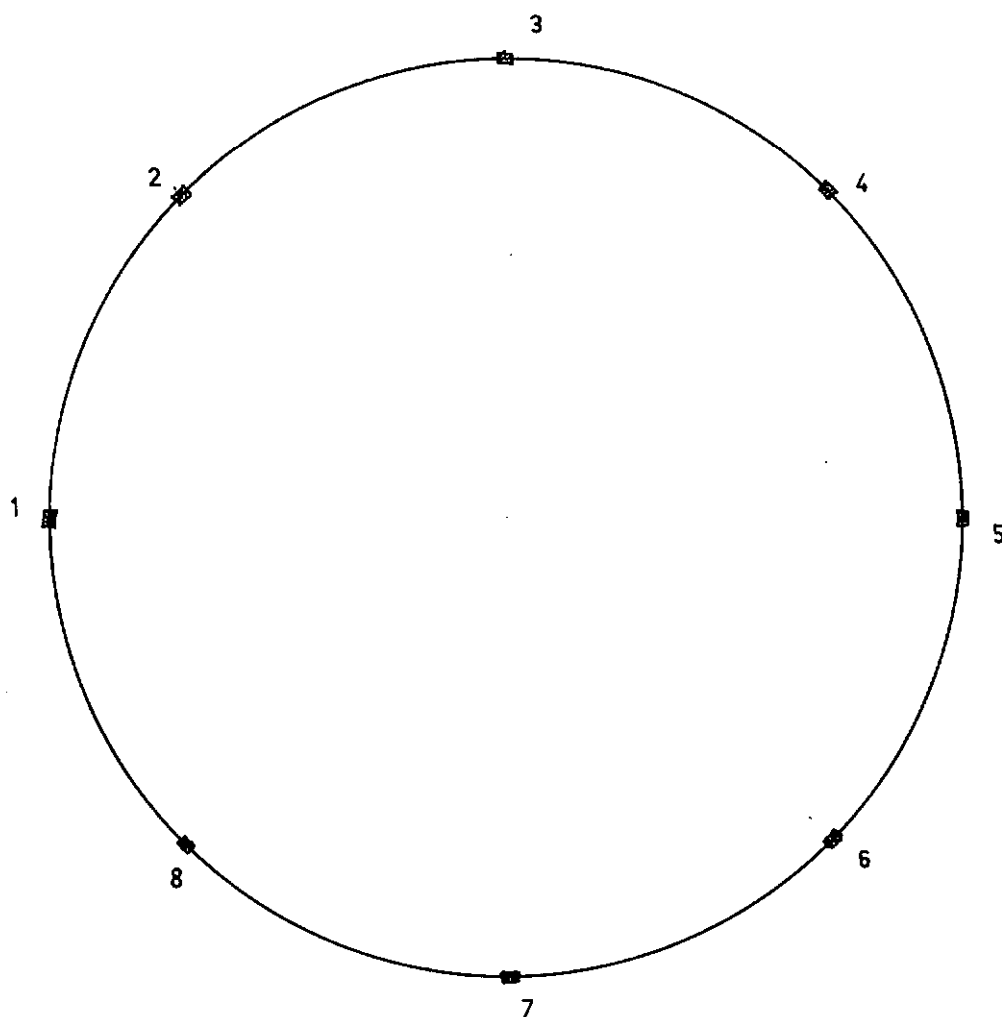
9.2 - ESTRUTURA 1. PONTE CURVA COM INÉRCIA VARIÁVEL

9.3 - ESTRUTURA 2. GRELHA DE EDIFÍCIO CILÍNDRICO

9.4 - ESTRUTURA 3. PASSARELA COM REVERSÃO DE CONCAVIDADE

166.

9.5 - ESTRUTURA 4. ANEL CIRCULAR



9.6 - CONCLUSÕES

No decorrer deste trabalho, tivemos nossa atenção voltada especialmente para os resultados das integrações numéricas efetuadas no computador, investigando a respeito de sua inevitável aplicação futura a outros tipos de problemas envolvendo barras com eixo curvo reversas e de secção variável.

Neste sentido, tiveram um valor acentuado todas as integrações que resolvemos desenvolver explicitamente para o caso de barras circulares de secção constante, para as quais fizemos muitos testes comparativos utilizando, ao mesmo tempo, a integração numérica.

Constatamos nos diversos casos que os valores das integrais que fornecem coeficientes de flexibilidade ou deslocamentos na extremidade direita da barra, para diversos tipos de carregamento, sempre coincidiram, no mínimo, em quatro casas decimais, usando trinta e nove pontos de divisão, o que nos parece resultado bastante satisfatório.

Outro aspecto interessante que evidencia a importância de realizar as integrações manualmente nos casos em que a curvatura e a variação de inércia permitirem é que em testes que fizemos para estruturas pequenas, com tres ou quatro elementos ,

o tempo que obtivemos fornecendo os resultados de todas as integrais explicitamente caiu para um terço do obtido com as integrações no computador.

Com relação à aplicação deste trabalho ao caso de vigas curvas, como no programa LINVIC, queremos acrescentar que a idéia, seguida aqui, de montar as equações globais em relação a vários sistemas de eixos, resolveu com extrema facilidade o problema de apoios inclinados, ao mesmo tempo em que foram mínimas as mudanças em relação ao programa geral de Gere e Weaver.

Acreditamos ser ainda possível acrescentar um melhoramento no tratamento deste problema, a partir daquela idéia, o qual consistiria em obter ações e deslocamentos locais no elemento nas próprias direções do sistema de eixos da secção correspondente a cada extremidade, com o que se dispensaria a matriz de rotação, ao mesmo tempo em que muitas expressões deduzidas aqui deveriam resultar bem mais compactas.

A idéia, que neste tipo de problema já modificou o conceito de sistema global, com esta nova orientação também mudaria a função do sistema local.

Finalmente, a técnica aqui utilizada para calcular linhas de influência, em que optamos pela inversão da matriz global e evitamos ao máximo utilizar a memória auxiliar, condu-

ziu a uma eficiência acima da expectativa.

O tempo de processamento pode ser visto na listagem dos resultados.

9.7 - MANUAL DE ENTRADA DO PROGRAMA GEVAC

Nº de cartões	VARIÁVEIS	Formato
1	NEST	I5
3	Comentários	55 colunas
1	NLS	I5
1	M,NJ,NR,NRJ,E,G	4I5,2F10.0
NJ	J,X, Y	I3,2F10.2
1	KRC,KCUC, KCUV	6I11
KCUC+KCUV	I,INS,IEL,NP,ICIRC,ICONC	6I11
M	I,JJ,JK,IX,IY	3I5,2F15.0
$\frac{2NP}{8}$	IXI(NP valores), IYI(NP valores)	8F10.6
M	RA	8F10.6
$\frac{2NP}{8}$	YM(NP valores), FI(NP valores)	8F10.6
NRJ	J,LR1,LR2,LR3	4I10
1	NNOC,NREC,NCUC	3I5
NNOC	J,A1,A2,A3	I3,3F10.3
NREC	I,ISU,NCC,NCD	6I5
NCUC	I,ISU,NCC,NCD,NDP,NCM	6I5
1	AML ₁ até AML ₆	6F10.0
NCC	P,DE,YP	3F10.0
NCD	Q	F10.0
NDP	Q,DE,DQ, ou Q,FIE,FID	3F10.0
NCM	MT	F10.0

9.8 - MANUAL DE ENTRADA DO PROGRAMA LINVIC

Nº de cartões	VARIÁVEIS	Formato
1	NTEST	I5
3	Comentários	55 colunas
1	M,NJ,NR,NRJ,NJES,E,G	5I5,2F10.0
NJ	J, X, Y	I3,2F10.2
1	NCUC, NCUV	5I11
M	I, INS, NP	5I11
M	I,JJ,JK,IX,IY	3I5,2F15.0
$\frac{2NP}{8}$	IXI (NP valores), IYI (NP valores)	8F10.6
M	RA	8F10.6
NRJ	J,LR1, LR2, LR3	4I10
NJES	K,RIG1, RIG2, RIG3	I5,3F10.0
1	INDIN	I5
1	ISIM	I10

9.9 - LISTAGEM DOS PROGRAMAS

```

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*IOCS(2501READER,1403PRINTER)
//PATROLL JOB (8004,71170223),MSGLEVEL=(2,0),TIME=20,CLASS=H
//STEP20 EXEC PGM=IEHPRGM
//SYSPRINT DD SYSOUT=A
//DD1 DD UNIT=2314,VOL=SER=LIX001,DISP=OLD
//SYSIN DD *
        SCRATCH  DSNAME=GEVAC,VOL=2314=LIX001,PURGE
        SCRATCH  DSNAME=VICUR,VOL=2314=LIX001,PURGE
/*
//STEP1 EXEC FORTGCL
//SYSIN DD *
        SUBROUTINE HELFE(A,N)
        DIMENSION A(3,3),G(3),H(3)
C -----
C SUB-ROTINA PARA INVERSAD DE MATRIZES UTILISANDO O METODO DA PA
C CAO
C -----
        NN=N-1
        A(1,1)=1.0/A(1,1)
        DO 110 M=1,NN
        K=M+1
        DO 60 I=1,M
        G(I)=0.0
        DO 60 J=1,M
60 G(I)=G(I)+A(I,J)*A(J,K)
        D=0.0
        DO 70 I=1,M
70 D=D+A(K,I)*G(I)
        E=A(K,K)-D
        A(K,K)=1.0/E
        DO 80 I=1,M
80 A(I,K)=-G(I)*A(K,K)
        DO 90 J=1,M
        H(J)=0.0
        DO 90 I=1,M
90 H(J)=H(J)+A(K,I)*A(I,J)
        DO 100 J=1,M
100 A(K,J)=-H(J)*A(K,K)
        DO 110 I=1,M
        DO 110 J=1,M
110 A(I,J)=A(I,J)-G(I)*A(K,J)
        RETURN
        END
/*
//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=VICUR(HELFE),DISP=NEW,UNIT=2314,
// VOL=SER=LIX001,SPACE=(1024,(40,10,10)),LABEL=RETPD=30

```

174.

```
//STEP2 EXEC FORTGCL
//SYSIN DD *
SUBROUTINE QSF(H,Y,Z,NDIM)
  DIMENSION Y(21),Z(21)
  HT=.3333333*H
  IF(NDIM-5)7,8,1
C   NDIM IS GREATER THAN 5. PREPARATIONS OF INTEGRATION LOOP
1  SUM1=Y(2)+Y(2)
   SUM1=SUM1+SUM1
   SUM1=HT*(Y(1)+SUM1+Y(3))
   AUX1=Y(4)+Y(4)
   AUX1=AUX1+AUX1
   AUX1=SUM1+HT*(Y(3)+AUX1+Y(5))
   AUX2=HT*(Y(1)+3.875*(Y(2)+Y(5))+2.625*(Y(3)+Y(4))+Y(6))
   SUM2=Y(5)+Y(5)
   SUM2=SUM2+SUM2
   SUM2=AUX2-HT*(Y(4)+SUM2+Y(6))
   Z(1)=0.
   AUX=Y(3)+Y(3)
   AUX=AUX+AUX
   Z(2)=SUM2-HT*(Y(2)+AUX+Y(4))
   Z(3)=SUM1
   Z(4)=SUM2
   IF(NDIM-6)5,5,2
C   INTEGRATION LOOP
2  DO 4 I=7,NDIM,2
   SUM1=AUX1
   SUM2=AUX2
   AUX1=Y(I-1)+Y(I-1)
   AUX1=AUX1+AUX1
   AUX1=SUM1+HT*(Y(I-2)+AUX1+Y(I))
   Z(I-2)=SUM1
   IF(I-NDIM)3,6,6
3  AUX2=Y(I)+Y(I)
   AUX2=AUX2+AUX2
   AUX2=SUM2+HT*(Y(I-1)+AUX2+Y(I+1))
4  Z(I-1)=SUM2
5  Z(NDIM-1)=AUX1
   Z(NDIM)=AUX2
   RETURN
6  Z(NDIM-1)=SUM2
   Z(NDIM)=AUX1
   RETURN
C   END OF INTEGRATION LOOP
7  IF(NDIM-3)12,11,8
C   NDIM IS EQUAL TO 4 OR 5
```

```
8 SUM2=1.125*HT*(Y(1)+Y(2)+Y(2)+Y(2)+Y(3)+Y(3)+Y(3)+Y(4))
SUM1=Y(2)+Y(2)
SUM1=SUM1+SUM1
SUM1=HT*(Y(1)+SUM1+Y(3))
Z(1)=0.
AUX1=Y(3)+Y(3)
AUX1=AUX1+AUX1
Z(2)=SUM2-HT*(Y(2)+AUX1+Y(4))
IF(NDIM-5)10,9,9
9 AUX1=Y(4)+Y(4)
AUX1=AUX1+AUX1
Z(5)=SUM1+HT*(Y(3)+AUX1+Y(5))
10 Z(3)=SUM1
Z(4)=SUM2
RETURN
C NDIM IS EQUAL TO 3
11 SUM1=HT*(1.25*Y(1)+Y(2)+Y(2)-.25*Y(3))
SUM2=Y(2)+Y(2)
SUM2=SUM2+SUM2
Z(3)=HT*(Y(1)+SUM2+Y(3))
Z(1)=0.
Z(2)=SUM1
12 RETURN
END
/*
//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=VICUR(QSF),DISP=OLD,UNIT=2314,
// VOL=SER=LIX001
```


176.

//STEP3 EXEC FORTGCL

//SYSIN DD *

SUBROUTINE RETCD(NCD,L,I,AML)

C -----
C SUB-ROTINA PARA CALCULO DAS ACOES DE ENGASTAMENTO EM BARRAS RETAS
C DE SECCAO CONSTANTE COM CARGA DISTRIBUIDA
C -----

REAL L(150),M2,M5

DIMENSION NCD(150),AML(150,6),Q(20),DE(20),DD(20),DQ(20)

NCDI=NCD(I)

READ(8,1)(Q(J),DE(J),DQ(J),J=1,NCDI)

1 FORMAT(3F10.0)

WRITE(5,2)(Q(J),DE(J),DQ(J),J=1,NCDI)

2 FORMAT(//10X,3F15.3)

DO 10 J=1,NCDI

DD(J)=L(I)-DE(J)-DQ(J)

A=(DE(J)+.5*DQ(J))/L(I)

B=(DD(J)+.5*DQ(J))/L(I)

C=DQ(J)/L(I)

M2=-Q(J)*L(I)**2*C*(12*A*B**2-C**2*(3*B-1.))/12.

M5=+Q(J)*L(I)**2*C*(12*A**2*B-C**2*(3*A-1.))/12.

AML(I,2)=AML(I,2)+M2

AML(I,3)=AML(I,3)+Q(J)*DQ(J)*B-(M2+M5)/L(I)

AML(I,5)=AML(I,5)+M5

10 AML(I,6)=AML(I,6)+Q(J)*DQ(J)*A+(M2+M5)/L(I)

RETURN

END

/*

//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=VICUR(RETCD),DISP=OLD,UNIT=2314,

// VOL=SER=LIX001

```
//STEP4 EXEC FORTGCL
```

```
//SYSIN DD *
```

```
  SUBROUTINE DBAND(N, LB, S)
```

```
C -----
C SUB-ROTINA PARA DECOMPOR A PARTE SUPERIOR DA MATRIZ S FORNECENDO A
C MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR QUE MULTIPLICADA PELA TRANSPOSTA FORNE-
C CE NOVAMENTE S
C -----
```

```
  DIMENSION S(267,48)
```

```
  IF(LB)10,10,15
```

```
 10 WRITE(5,100)
```

```
100 FORMAT(/10X,'LARGURA DE BANDA NEGATIVA OU NULA')
```

```
  CALL EXIT
```

```
 15 DO 50 I=1,N
```

```
    NI=N-I+1
```

```
    IF(LB-NI)16,17,17
```

```
 16 NI=LB
```

```
 17 DO 50 J=1,NI
```

```
    LJ=LB-J
```

```
    IF(I-1-LJ)18,19,19
```

```
 18 LJ=I-1
```

```
 19 SUM=S(I,J)
```

```
    IF(LJ-1)21,22,22
```

```
 22 DO 51 K=1,LJ
```

```
    IK=I-K
```

```
    KJ=J+K
```

```
 51 SUM=SUM-S(IK,K+1)*S(IK,KJ)
```

```
 21 IF(J-1)23,24,23
```

```
 24 IF(SUM)26,26,27
```

```
 26 WRITE(5,101)
```

```
101 FORMAT(/10X,'ELEMENTO NA DIAGONAL NULO OU NEGATIVO')
```

```
  STOP
```

```
 27 TEMP=1./SQRT(SUM)
```

```
  S(I,J)=TEMP
```

```
  GO TO 50
```

```
 23 S(I,J)=SUM*TEMP
```

```
 50 CONTINUE
```

```
  RETURN
```

```
  END
```

```
/*
```

```
//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=VICUR(DBAND),DISP=OLD,UNIT=2314,
```

```
// VOL=SER=LIX001
```

178.

```
//STEP5 EXEC FORTGCL
```

```
//SYSIN DD *
```

```
  SUBROUTINE LOSEN(N, LB, U, B, X)
```

```
C
```

```
-----  
C  SUB-ROTINA PARA RESOLVER UM SISTEMA DE EQUACOES NXN DE COEFICIENTES  
C  SIMETRICOS UTILIZANDO A MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR OBTIDA POR DBAND  
C  -----
```

```
C
```

```
  DIMENSION U(267,48),X(270),B(270)
```

```
  DO 50 I=1,N
```

```
  J=I-LB+1
```

```
  IF(I+1-LB)10,10,15
```

```
10 J=1
```

```
15 SUM=B(I)
```

```
  K1=I-1
```

```
  IF(J-K1)16,16,17
```

```
16 DO 51 K=J,K1
```

```
  IK=I-K+1
```

```
51 SUM=SUM-U(K,IK)*X(K)
```

```
17 X(I)=SUM*U(I,1)
```

```
50 CONTINUE
```

```
  DO 52 I1=1,N
```

```
  I=N-I1+1
```

```
  J=I+LB-1
```

```
  IF(J-N)18,18,19
```

```
19 J=N
```

```
18 SUM=X(I)
```

```
  K2=I+1
```

```
  IF(K2-J)21,21,22
```

```
21 DO 53 K=K2,J
```

```
  IK=K-I+1
```

```
53 SUM=SUM-U(I,IK)*X(K)
```

```
22 X(I)=SUM*U(I,1)
```

```
52 CONTINUE
```

```
  RETURN
```

```
  END
```

```
/*
```

```
//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=VICUR(LOSEN),DISP=OLD,UNIT=2314,
```

```
// VOL=SER=LIX001
```

```
//STEP6 EXEC FORTGCL
```

```
//SYSIN DD *
```

```
  SUBROUTINE CUCVA(L,I,E,G,IXI,IYI,IX,IY,YM,FI,NP,INS,SM,BT,BF,ICONC
  1)
```

```
  REAL L(150),IX(150),IY(150),IXI(51),IYI(51)
  DIMENSION INS(150),NP(150),Z1(51),Z2(51),Z3(51),Z4(51),Z5(51),Z6(5
  11),YM(51),FI(51),FM(3,3),SM(6,6),ZA1(51),ZA2(51),ZA3(51),ZA4(51),Z
  2A5(51),ZA6(51),BT(51),BF(51),ICONC(150),XM(51)
```

```
C
C
C
C
```

```
-----
  SUB-ROTINA PARA OBTEN A MATRIZ DE RIGIDEZ DE ELEMENTOS CURVOS COM
  SECCAO CONSTANTE OU VARIAVEL
  -----
```

```
  NPI=NP(I)
  H=L(I)/(NPI-1)
  READ(12'I')(YM(K),K=1,NPI),(BT(K),K=1,NPI),(BF(K),K=1,NPI),(FI(K),K
  1=1,NPI)
  DO 10 K=1,NPI
    KK=K-1
  10 XM(K)=KK*H
    IF(INS(I))15,25,15
  25 DO 20 K=1,NPI
    IXI(K)=IX(I)
  20 IYI(K)=IY(I)
    GO TO 35
  15 READ(11'I')(IXI(K),K=1,NPI),(IYI(K),K=1,NPI)
  35 DO 30 K=1,NPI
    Z1(K)=COS(FI(K))/(G*IXI(K))+(SIN(FI(K)))**2/(E*IYI(K)*COS(FI(K)))
    Z2(K)=SIN(FI(K))/(G*IXI(K))-SIN(FI(K))/(E*IYI(K))
    Z3(K)=-BT(K)/(G*IXI(K))+(BF(K)*SIN(FI(K)))/(E*IYI(K)*COS(FI(K)))
    Z4(K)=(SIN(FI(K)))**2/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))+COS(FI(K))/(E*IYI(K))
    Z5(K)=(-BT(K)*SIN(FI(K)))/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))-BF(K)/(E*IYI(K))
  30 Z6(K)=(BT(K))**2/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))+(BF(K))**2/(E*IYI(K)*COS(FI
  1(K)))
    CALL QSF(H,Z1,ZA1,NPI)
    CALL QSF(H,Z2,ZA2,NPI)
    CALL QSF(H,Z3,ZA3,NPI)
    CALL QSF(H,Z4,ZA4,NPI)
    CALL QSF(H,Z5,ZA5,NPI)
    CALL QSF(H,Z6,ZA6,NPI)
    FM(1,1)=ZA1(NPI)
    FM(1,2)=ZA2(NPI)
    FM(1,3)=ZA3(NPI)
    FM(2,2)=ZA4(NPI)
    FM(2,3)=ZA5(NPI)
    FM(3,3)=ZA6(NPI)
    IF(ICONC(I))26,27,27
  26 FM(1,1)=-FM(1,1)
    FM(1,3)=-FM(1,3)
    FM(2,2)=-FM(2,2)
    FM(2,3)=-FM(2,3)
    FM(3,3)=-FM(3,3)
```

180.

```
      FM(1,2)=-FM(1,2)
27  CONTINUE
      FM(2,1)=FM(1,2)
      FM(3,2)=FM(2,3)
      FM(3,1)=FM(1,3)
      NF=3
      CALL HELFE(FM,NF)
      DO 40 J=4,6
      J3=J-3
      DO 40 K=4,J
      K3=K-3
40  SM(J,K)=FM(J3,K3)
      SM(1,1)=SM(4,4)
      SM(2,2)=SM(6,6)*L(I)**2-2*SM(6,5)*L(I)+SM(5,5)
      SM(3,3)=SM(6,6)
      SM(2,1)=-SM(6,4)*L(I)+SM(5,4)
      SM(3,1)=SM(6,4)
      SM(3,2)=-SM(6,6)*L(I)+SM(6,5)
      SM(4,1)=-SM(4,4)
      SM(4,2)=SM(6,4)*L(I)-SM(5,4)
      SM(4,3)=-SM(6,4)
      SM(5,1)=-SM(5,4)
      SM(5,2)=SM(6,5)*L(I)-SM(5,5)
      SM(5,3)=-SM(6,5)
      SM(6,1)=-SM(6,4)
      SM(6,2)=SM(6,6)*L(I)-SM(6,5)
      SM(6,3)=-SM(6,6)
      DO 50 J=1,6
      DO 50 K=1,J
50  SM(K,J)=SM(J,K)
      WRITE(13,'I)SM
      RETURN
      END
```

```
/*
//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=VICUR(CUCVA),DISP=OLD,UNIT=2314,
// VOL=SER=LIX001
```

```

//STEP7 EXEC FORTGCL
//SYSIN DD *
SUBROUTINE RETCT(L,I,E,G,IX,IY,SM)
C -----
C SUB-ROTINA PARA OBTEN A MATRIZ DE RIGIDEZ DE ELEMENTOS RETOS COM
C INERCIA CONSTANTE
C -----
REAL L(150),IX(150),IY(150)
DIMENSION SM(6,6)
DO 10 J=1,6
DO 10 K=1,J
10 SM(J,K)=0.
SM(1,1)=G*IX(I)/L(I)
SM(2,2)=4*E*IY(I)/L(I)
SM(3,2)=-6*E*IY(I)/(L(I)**2)
SM(3,3)=12*E*IY(I)/(L(I)**3)
SM(4,1)=-G*IX(I)/L(I)
SM(4,4)=SM(1,1)
SM(5,2)=SM(2,2)/2.
SM(5,3)=SM(3,2)
SM(5,5)=SM(2,2)
SM(6,2)=-SM(3,2)
SM(6,3)=-SM(3,3)
SM(6,5)=-SM(3,2)
SM(6,6)=SM(3,3)
DO 20 J=1,6
DO 20 K=1,J
20 SM(K,J)=SM(J,K)
WRITE(13,'I)SM
RETURN
END
/*
//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=VICUR(RETCT),DISP=OLD,UNIT=2314,
// VOL=SER=LIX001

```

```
//STEP8 EXEC FORTGCL
```

```
//SYSIN DD *
```

```
  SUBROUTINE CURCD(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NCD,AML,BT,
  1BF,ICONC)
```

```
  REAL L(150),IX(150),IY(150),IXI(51),IYI(51),LT2(51)
```

```
  DIMENSION YM(51),FI(51),NP(150),INS(150),SM(6,6),NCD(150),AML(150,
  16),BT(51),BF(51),XM(51),Q(20),ZS2(51),ZX2(51),ZY2(51),S2(51),QT2(5
  21),XG2(51),YG2(51),BTQ2(51),BFQ2(51),ZS(51),ZX(51),ZY(51),DL(6),AM
  3LJ(6),ICONC(150),TGFI(51),CTFI(51)
```

```
C
C
C
C
```

```
-----
  SUB-ROTINA PARA DBTER AS ACOES DE ENGASTAMENTO EM BARRAS CURVAS
  DE SECCAO CONSTANTE OU VARIAVEL COM CARGA DISTRIBUIDA TOTAL
  -----
```

```
  NCDI=NCD(I)
```

```
  NPI=NP(I)
```

```
  H=L(I)/(NPI-1)
```

```
  READ(12'I')(YM(K),K=1,NPI),(BT(K),K=1,NPI),(BF(K),K=1,NPI),(FI(K),K
  1=1,NPI)
```

```
  READ(13'I')SM
```

```
  IF(INS(I))15,25,15
```

```
25 DO 10 K=1,NPI
```

```
  IXI(K)=IX(I)
```

```
  IYI(K)=IY(I)
```

```
10 CONTINUE
```

```
  GO TO 20
```

```
15 READ(11'I')(IXI(K),K=1,NPI),(IYI(K),K=1,NPI)
```

```
20 READ(8,1)(Q(J),J=1,NCDI)
```

```
  1 FORMAT(8F10.0)
```

```
  WRITE(5,2)(Q(J),J=1,NCDI)
```

```
  2 FORMAT(//10X,F15.3)
```

```
  DO 100 J=1,NCDI
```

```
  DO 5 K=1,NPI
```

```
  K1=K-1
```

```
  5 XM(K)=K1*H
```

```
  DO 60 LL=1,NPI
```

```
  DO 65 K=1,LL
```

```
  ZS2(K)=0.
```

```
  ZX2(K)=0.
```

```
65 ZY2(K)=0.
```

```
  DO 70 K=LL,NPI
```

```
  ZS2(K)=1./COS(FI(K))
```

```
  ZX2(K)=XM(K)/COS(FI(K))
```

```
70 ZY2(K)=YM(K)/COS(FI(K))
```

```
  CALL QSF(H,ZS2,ZS,NPI)
```

```
  CALL QSF(H,ZX2,ZX,NPI)
```

```
  CALL QSF(H,ZY2,ZY,NPI)
```

```
  S2(LL)=ZS(NPI)
```

```
  QT2(LL)=Q(J)*S2(LL)
```

```
  XG2(LL)=ZX(NPI)/S2(LL)
```

```
  YG2(LL)=ZY(NPI)/S2(LL)
```

```
  IF(ICONC(I))16,17,17
```

```

16 S2(LL)=-S2(LL)
   QT2(LL)=Q(J)*S2(LL)
17 CONTINUE
   S2(NPI)=0.
   TGFI(LL)=SIN(FI(LL))/COS(FI(LL))
   CTFI(LL)=1./TGFI(LL)
   LT2(LL)=BT(LL)*(XG2(LL)+YG2(LL)*TGFI(LL)+(YM(LL)-XM(LL)*TGFI(LL))*
1 CTFI(LL))/(L(I)+(YM(LL)-XM(LL)*TGFI(LL))*CTFI(LL))
   BTQ2(LL)=LT2(LL)-YG2(LL)/COS(FI(LL))
   BFQ2(LL)=(LT2(LL)*COS(FI(LL))-YM(LL))/SIN(FI(LL))
60 CONTINUE
   DO 80 K=1,NPI
   ZS2(K)=QT2(K)*BTQ2(K)/(G*IXI(K))-QT2(K)*BFQ2(K)*SIN(FI(K))/(E*IYI(
1 K)*COS(FI(K)))
   ZX2(K)=QT2(K)*BTQ2(K)*SIN(FI(K))/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))+QT2(K)*BFQ2
1(K)/(E*IYI(K))
   ZY2(K)=-QT2(K)*BTQ2(K)*BT(K)/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))-QT2(K)*BFQ2(K)*
1BF(K)/(E*IYI(K)*COS(FI(K)))
80 CONTINUE
   CALL QSF(H,ZS2,ZS,NPI)
   CALL QSF(H,ZX2,ZX,NPI)
   CALL QSF(H,ZY2,ZY,NPI)
   DL(4)=ZS(NPI)
   DL(5)=ZX(NPI)
   DL(6)=ZY(NPI)
   IF(ICONC(I))28,29,29
28 DL(4)=-DL(4)
   DL(5)=-DL(5)
   DL(6)=-DL(6)
29 CONTINUE
   DO 90 KI=4,6
   AMLJ(KI)=0.
   DO 90 KJ=4,6
90 AMLJ(KI)=AMLJ(KI)+SM(KI,KJ)*(-DL(KJ))
   AML(I,1)=AML(I,1)+QT2(1)*YG2(1)-AMLJ(4)
   AML(I,2)=AML(I,2)+L(I)*AMLJ(6)-AMLJ(5)-QT2(1)*XG2(1)
   AML(I,3)=AML(I,3)+QT2(1)-AMLJ(6)
   AML(I,4)=AML(I,4)+AMLJ(4)
   AML(I,5)=AML(I,5)+AMLJ(5)
   AML(I,6)=AML(I,6)+AMLJ(6)
100 CONTINUE
   RETURN
   END
/*
//LKED.SYSLMOD DD DSN=VICUR(CURCD),DISP=OLD,UNIT=2314,
// VOL=SER=LIX001

```



```
//STEP9 EXEC FORTGCL
```

```
//SYSIN DD *
```

```
  SUBROUTINE CIRCD(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NCD,AML,BT,
  1BF,RA,ICONC)
```

```
  REAL L(150),IX(150),IY(150),IXI(51),IYI(51),IXK,IYK
  DIMENSION YM(51),FI(51),NP(150),INS(150),SM(6,6),NCD(150),AML(150,
  16),BT(51),BF(51),XM(51),Q(20),ZS2(51),ZX2(51),ZY2(51),S2(51),QT2(5
  21),XG2(51),YG2(51),BTQ2(51),BFQ2(51),ZS(51),ZX(51),ZY(51),DL(6),AM
  3LJ(6),ICONC(150),RA(150)
```

```
C -----
C SUB-ROTINA PARA CALCULO DAS ACOES DE ENGASTAMENTO EM BARRAS CURVAS
C CIRCULARES DE SECCAO CONSTANTE OU VARIAVEL COM CARGA DISTRIBUIDA
C TOTAL
C -----
```

```
  NCDI=NCD(I)
```

```
  NPI=NP(I)
```

```
  H=L(I)/(NPI-1)
```

```
  READ(12,I)(YM(K),K=1,NPI),(BT(K),K=1,NPI),(BF(K),K=1,NPI),(FI(K),K
  1=1,NPI)
```

```
  READ(13,I)SM
```

```
  READ(8,1)(Q(J),J=1,NCDI)
```

```
  1 FORMAT(8F10.0)
```

```
  WRITE(5,2)(Q(J),J=1,NCDI)
```

```
  DO 5 K=1,NPI
```

```
  K1=K-1
```

```
  5 XM(K)=K1*H
```

```
  DO 100 J=1,NCDI
```

```
  IF(INS(I))15,25,15
```

```
  25 IXK=IX(I)
```

```
  IYK=IY(I)
```

```
  2 FORMAT(//10X,F15.3)
```

```
  RAI=RA(I)
```

```
  F=SQRT(RAI**2-((.5*L(I))**2))
```

```
  T=.5*L(I)/F
```

```
  FIT=2.*ATAN(T)
```

```
  S2(1)=RAI*FIT
```

```
  QT2(1)=Q(J)*S2(1)
```

```
  XG2(1)=.5*L(I)
```

```
  YG2(1)=RAI/FIT*(2*SIN(.5*FIT)-FIT*COS(.5*FIT))
```

```
  DL(4)=(Q(J)*RAI**3/(G*IXK)-Q(J)*RAI**3/(E*IYK))*((.5*FIT-.5*SIN(FI
  1T))*SIN(.5*FIT))
```

```
  DL(5)=Q(J)*RAI**3*(2*SIN(.5*FIT)-(.5*FIT-.5*SIN(FIT))*COS(.5*FIT)-
  1FIT*COS(.5*FIT))/(G*IXK)+Q(J)*RAI**3*(2*SIN(.5*FIT)-(.5*FIT+.5*SIN
  1(FIT))*COS(.5*FIT))/(E*IYK)
```

```
  DL(6)=-Q(J)*RAI**4*(.5*FIT**2-FIT*SIN(FIT)+.5*SIN(FIT)**2)/(G*IXK)
  1-Q(J)*RAI**4*(2*SIN(.5*FIT)**2-.5*SIN(FIT)**2)/(E*IYK)
```

```
  IF(ICONC(I))26,27,27
```

```
  26 YG2(1)=-YG2(1)
```

```
  DL(4)=-DL(4)
```

```
  27 CONTINUE
```

```
GO TO 20
15 READ(11,'I')(IXI(K),K=1,NPI),(IYI(K),K=1,NPI)
DO 60 LL=1,NPI
DO 65 K=1,LL
ZS2(K)=0.
ZX2(K)=0.
```

```

65 ZY2(K)=0.
   DO 70 K=LL,NPI
   ZS2(K)=1./COS(FI(K))
   ZX2(K)=XM(K)/COS(FI(K))
   ZY2(K)=YM(K)/COS(FI(K))
70 CONTINUE
   CALL QSF(H,ZS2,ZS,NPI)
   CALL QSF(H,ZX2,ZX,NPI)
   CALL QSF(H,ZY2,ZY,NPI)
   S2(LL)=ZS(NPI)
   QT2(LL)=Q(J)*S2(LL)
   XG2(LL)=ZX(NPI)/S2(LL)
   YG2(LL)=ZY(NPI)/S2(LL)
   IF(ICONC(I))16,17,17
16 S2(LL)=-S2(LL)
   QT2(LL)=Q(J)*S2(LL)
17 CONTINUE
   S2(NPI)=0.
   B1=RA(I)*COS(FI(1))
   A1=.5*L(I)-XG2(LL)
   A2=YG2(LL)+B1
   RAQ=SQRT(A1**2+A2**2)
   A1=A1/A2
   FIKA=ATAN(A1)
   BTQ2(LL)=RA(I)-RAQ*COS(FI(LL)-FIKA)
   BFQ2(LL)=RAQ*SIN(FI(LL)-FIKA)
60 CONTINUE
   DO 80 K=1,NPI
   ZS2(K)=QT2(K)*BTQ2(K)/(G*IXI(K))-QT2(K)*BFQ2(K)*SIN(FI(K))/(E*IYI(
1K)*COS(FI(K)))
   ZX2(K)=QT2(K)*BTQ2(K)*SIN(FI(K))/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))+QT2(K)*BFQ2
1(K)/(E*IYI(K))
   ZY2(K)=-QT2(K)*BTQ2(K)*BT(K)/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))-QT2(K)*BFQ2(K)*
1BF(K)/(E*IYI(K)*COS(FI(K)))
80 CONTINUE
   CALL QSF(H,ZS2,ZS,NPI)
   CALL QSF(H,ZX2,ZX,NPI)
   CALL QSF(H,ZY2,ZY,NPI)
   DL(4)=ZS(NPI)
   DL(5)=ZX(NPI)
   DL(6)=ZY(NPI)
   IF(ICONC(I))28,29,29

```

```
28 DL(4)=-DL(4)
   DL(5)=-DL(5)
   DL(6)=-DL(6)
29 CONTINUE
20 DO 90 KI=4,6
   AMLJ(KI)=0.
   DO 90 KJ=4,6
90  AMLJ(KI)=AMLJ(KI)+SM(KI,KJ)*(-DL(KJ))
   AML(I,1)=AML(I,1)+QT2(1)*YG2(1)-AMLJ(4)
   AML(I,2)=AML(I,2)+L(I)*AMLJ(6)-AMLJ(5)-QT2(1)*XG2(1)
   AML(I,3)=AML(I,3)+QT2(1)-AMLJ(6)
   AML(I,4)=AML(I,4)+AMLJ(4)
   AML(I,5)=AML(I,5)+AMLJ(5)
   AML(I,6)=AML(I,6)+AMLJ(6)
100 CONTINUE
   RETURN
   END
/*
//LKED.SYSLMOD DD DSN=VICUR(CIRCD),DISP=OLD,UNIT=2314,
// VOL=SER=LIX001
```

```
//STEP10 EXEC FORTGCL
```

```
//SYSIN DD *
```

```
  SUBROUTINE CICVA(L,I,E,G,IXI,IYI,IX,IY,YM,FI,NP,INS,SM,BT,BF,RA,IC  
  IONC)
```

```
  REAL L(150),IX(150),IY(150),IXI(51),IYI(51),IXK,IYK  
  DIMENSION INS(150),NP(150),Z1(51),Z2(51),Z3(51),Z4(51),Z5(51),Z6(5  
  11),YM(51),FI(51),FM(3,3),SM(6,6),ZA1(51),ZA2(51),ZA3(51),ZA4(51),Z  
  2A5(51),ZA6(51),BT(51),BF(51),ICONC(150),RA(150)
```

```
-----  
C SUB-ROTINA PARA OBTEN A MATRIZ DE RIGIDEZ DE ELEMENTOS CURVOS CIR-  
C CULARES COM SECCAO CONSTANTE OU VARIAVEL  
C -----
```

```
  NPI=NP(I)
```

```
  H=L(I)/(NPI-1)
```

```
  READ(12'I')(YM(K),K=1,NPI),(BT(K),K=1,NPI),(BF(K),K=1,NPI),(FI(K),K  
  1=1,NPI)
```

```
  IF(INS(I))15,25,15
```

```
25 IXK=IX(I)
```

```
  IYK=IY(I)
```

```
  RAI=RA(I)
```

```
  F=SQRT(RAI**2-((.5*L(I))**2))
```

```
  T=.5*L(I)/F
```

```
  FIT=2.*ATAN(T)
```

```
  FM(1,1)=RAI*(.5*FIT+.5*(SIN(FIT)))/(G*IXK)+RAI*(.5*FIT-.5*(SIN(FIT  
  1)))/(E*IYK)
```

```
  FM(1,2)=0.
```

```
  FM(1,3)=-((RAI**2)*(2.*(SIN(.5*FIT))-(.5*FIT+.5*(SIN(FIT)))*COS(.5*  
  1FIT)))/(G*IXK)+(RAI**2)*(.5*FIT-.5*(SIN(FIT)))*COS(.5*FIT)/(E*IYK)
```

```
  FM(2,2)=RAI*(.5*FIT-.5*(SIN(FIT)))/(G*IXK)+RAI*(.5*FIT+.5*(SIN(FIT  
  1)))/(E*IYK)
```

```
  FM(2,3)=-((RAI**2)*(.5*FIT-.5*(SIN(FIT)))*SIN(.5*FIT))/(G*IXK)-(RA  
  1I**2)*(.5*FIT+.5*(SIN(FIT)))*SIN(.5*FIT)/(E*IYK)
```

```
  FM(3,3)=(RAI**3)*(FIT+(.5*FIT+.5*(SIN(FIT)))*(COS(.5*FIT)**2)+(.5*  
  1FIT-.5*(SIN(FIT)))*(SIN(.5*FIT)**2)-4.*SIN(.5*FIT)*COS(.5*FIT))/(G  
  1*IXK)+(RAI**3)*(.5*FIT+.5*(SIN(FIT)))*(SIN(.5*FIT)**2)+(.5*FIT-.5*  
  1SIN(FIT))*(COS(.5*FIT)**2))/(E*IYK)
```

```
  IF(ICONC(I))26,27,27
```

```
26 FM(1,3)=-FM(1,3)
```

```
27 CONTINUE
```

```
  FM(2,1)=FM(1,2)
```

```
  FM(3,2)=FM(2,3)
```

```
  FM(3,1)=FM(1,3)
```

```
  GO TO 35
```

```
15 READ(11'I')(IXI(K),K=1,NPI),(IYI(K),K=1,NPI)
```

```
  DO 20 K=1,NPI
```

```
  Z1(K)=COS(FI(K))/(G*IXI(K))+(SIN(FI(K))**2)/(E*IYI(K)*COS(FI(K)))
```

```
  Z2(K)=SIN(FI(K))/(G*IXI(K))-SIN(FI(K))/(E*IYI(K))
```

```
  Z3(K)=-BT(K)/(G*IXI(K))+(BF(K)*SIN(FI(K)))/(E*IYI(K)*COS(FI(K)))
```

```
  Z4(K)=(SIN(FI(K))**2)/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))+COS(FI(K))/(E*IYI(K))
```

```
  Z5(K)=(-BT(K)*SIN(FI(K)))/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))-BF(K)/(E*IYI(K))
```

```

20 Z6(K)=(BT(K))**2/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))+(BF(K))**2/(E*IYI(K)*COS(FI
  1(K)))
  CALL QSF(H,Z1,ZA1,NPI)
  CALL QSF(H,Z2,ZA2,NPI)
  CALL QSF(H,Z3,ZA3,NPI)
  CALL QSF(H,Z4,ZA4,NPI)
  CALL QSF(H,Z5,ZA5,NPI)
  CALL QSF(H,Z6,ZA6,NPI)
  FM(1,1)=ZA1(NPI)
  FM(1,2)=ZA2(NPI)
  FM(1,3)=ZA3(NPI)
  FM(2,2)=ZA4(NPI)
  FM(2,3)=ZA5(NPI)
  FM(3,3)=ZA6(NPI)
  IF(ICONC(I))16,17,17
16 FM(1,1)=-FM(1,1)
  FM(1,3)=-FM(1,3)
  FM(2,2)=-FM(2,2)
  FM(2,3)=-FM(2,3)
  FM(3,3)=-FM(3,3)
  FM(1,2)=-FM(1,2)
17 CONTINUE
  FM(2,1)=FM(1,2)
  FM(3,2)=FM(2,3)
  FM(3,1)=FM(1,3)
35 NF=3
  CALL HELFE(FM,NF)
  DO 30 J=4,6
    J3=J-3
    DO 30 K=4,J
      K3=K-3
30 SM(J,K)=FM(J3,K3)
  SM(1,1)=SM(4,4)
  SM(2,2)=SM(6,6)*L(I)**2-2*SM(6,5)*L(I)+SM(5,5)
  SM(3,3)=SM(6,6)
  SM(2,1)=-SM(6,4)*L(I)+SM(5,4)
  SM(3,1)=SM(6,4)
  SM(3,2)=-SM(6,6)*L(I)+SM(6,5)
  SM(4,1)=-SM(4,4)
  SM(4,2)=SM(6,4)*L(I)-SM(5,4)
  SM(4,3)=-SM(6,4)
  SM(5,1)=-SM(5,4)
  SM(5,2)=SM(6,5)*L(I)-SM(5,5)
  SM(5,3)=-SM(6,5)
  SM(6,1)=-SM(6,4)
  SM(6,2)=SM(6,6)*L(I)-SM(6,5)
  SM(6,3)=-SM(6,6)
  DO 40 J=1,6
    DO 40 K=1,J
40 SM(K,J)=SM(J,K)

```

190.

```
WRITE(13'I)SM  
RETURN  
END
```

/*

```
//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=VICUR(CICVA),DISP=OLD,UNIT=2314,  
// VOL=SER=LIX001
```

```
//STEP11 EXEC FORTGCL
```

```
//SYSIN DD *
```

```
  SUBROUTINE CIRCC(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NCC,BT,BF,A  
  IML,RA,ICONC)
```

```
  REAL L(150),IX(150),IY(150),IXI(51),IYI(51),IXK,IYK
```

```
  DIMENSION YM(51),FI(51),NP(150),INS(150),SM(6,6),NCC(150),BT(51),B  
  1F(51),AML(150,6),P(20),DE(20),YP(20),ZL4(51),ZL5(51),ZL6(51),  
  2Z4(51),Z5(51),Z6(51),DL(6),BTP(51),BFP(51),AMLJ(6),ICONC(150),RA(1  
  350)
```

```
C  
C  
C  
C
```

```
-----  
  SUB-ROTINA PARA CALCULO DAS ACOES DE ENGASTAMENTO EM BARRAS CURVAS  
  CIRCULARES DE SECCAO CONSTANTE OU VARIAVEL COM CARGA CONCENTRADA  
-----
```

```
  NCCI=NCC(I)
```

```
  RAI=RA(I)
```

```
  NPI=NP(I)
```

```
  H=L(I)/(NPI-1)
```

```
  READ(12'I')(YM(K),K=1,NPI),(BT(K),K=1,NPI),(BF(K),K=1,NPI),(FI(K),K  
  1=1,NPI)
```

```
  READ(13'I')SM
```

```
  READ(8,1)(P(J),DE(J),YP(J),J=1,NCCI)
```

```
  1 FORMAT(3F10.0)
```

```
  WRITE(5,2)(P(J),DE(J),YP(J),J=1,NCCI)
```

```
  2 FORMAT(/10X,3F15.3)
```

```
  DO 60 J=1,NCCI
```

```
  IF(INS(I))15,25,15
```

```
  25 IXK=IX(I)
```

```
  IYK=IY(I)
```

```
  F=SQRT(RAI**2-((.5*L(I))**2))
```

```
  T=.5*L(I)/F
```

```
  FIT=2.*ATAN(T)
```

```
  A=RAI*SIN(.5*FIT)-DE(J)
```

```
  S=A/RAI
```

```
  B=RAI*COS(.5*FIT)+YP(J)
```

```
  IF(ICONC(I))26,27,27
```

```
  26 B=RAI*COS(.5*FIT)-YP(J)
```

```
  27 CONTINUE
```

```
  C=B/RAI
```

```
  T=S/C
```

```
  ALFA=ATAN(T)
```

```
  D1=SIN(.5*FIT)**2-SIN(ALFA)**2
```

```
  D2=SIN(.5*FIT)*COS(.5*FIT)-SIN(ALFA)*COS(ALFA)+ALFA-(.5*FIT)
```

```
  D3=SIN(ALFA)-SIN(.5*FIT)
```

```
  D4=COS(.5*FIT)-COS(ALFA)
```

```
  DL(4)=-P(J)*RAI**2*(D1*SIN(ALFA)/2+(.5*D2*COS(ALFA))+D3-(ALFA-(.5*  
  1FIT))*COS(ALFA))/(G*IXK)+P(J)*RAI**2*(D1*(.5*SIN(ALFA))+(.5*D2*COS  
  1(ALFA)))/(E*IYK)
```



```

DL(5)=-P(J)*RAI**2*(-(.5*D2*SIN(ALFA))+(.5*D1*COS(ALFA))+D4)/(G*IX
IK)-P(J)*RAI**2*( (.5*FIT-ALFA)*SIN(ALFA)+(.5*D2*SIN(ALFA))-(.5*D1*C
IOS(ALFA)))/(E*IYK)
DL(6)=P(J)*RAI**3*(SIN(.5*FIT-ALFA)+ALFA-(.5*FIT)-COS(.5*FIT)*(.5*
1D1*SIN(ALFA)+(.5*D2*COS(ALFA))+D3-(ALFA-(.5*FIT))*COS(ALFA))+SIN(.
15*FIT)*(-(.5*D2*SIN(ALFA))+(.5*D1*COS(ALFA))+D4))/(G*IXK)+P(J)*RAI
1**3*(SIN(.5*FIT)*((.5*FIT-ALFA)*SIN(ALFA)+(.5*D2*SIN(ALFA))-(.5*D1
1*COS(ALFA)))+COS(.5*FIT)*((.5*D1*SIN(ALFA))+(.5*D2*COS(ALFA))))/(E
1*IYK)
IF(ICONC(I))28,29,29
28 DL(4)=-DL(4)
29 CONTINUE
GO TO 20
15 READ(11'I')(IXI(K),K=1,NPI),(IYI(K),K=1,NPI)
KP=DE(J)/H
KP=KP+1
JP=KP+1
DO 30 K=JP,NPI
ZL4(K)=0.
ZL5(K)=0.
30 ZL6(K)=0.
DEJ=.5*L(I)-DE(J)
DEV=SQRT(RAI**2-DEJ**2)
DEJ=DEJ/DEV
FIKA=ATAN(DEJ)
DO 40 K=1,KP
BFP(K)=RAI*SIN(FI(K)-FIKA)
BTP(K)=RAI*(1-COS(FI(K)-FIKA))
ZL4(K)=P(J)*BTP(K)/(G*IXI(K))-P(J)*BFP(K)*SIN(FI(K))/(E*IYI(K)*COS
1(FI(K)))
ZL5(K)=P(J)*BTP(K)*SIN(FI(K))/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))+P(J)*BFP(K)/(E
I*IYI(K))
40 ZL6(K)=-P(J)*BTP(K)*BT(K)/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))-P(J)*BFP(K)*BF(K)/
1(E*IYI(K)*COS(FI(K)))
CALL QSF(H,ZL4,Z4,NPI)
CALL QSF(H,ZL5,Z5,NPI)
CALL QSF(H,ZL6,Z6,NPI)
DL(4)=Z4(NPI)
DL(5)=Z5(NPI)
DL(6)=Z6(NPI)
IF(ICONC(I))38,39,39
38 DL(4)=-DL(4)
DL(5)=-DL(5)
DL(6)=-DL(6)
39 CONTINUE
20 DO 50 KI=4,6
AMLJ(KI)=0.
DO 50 KJ=4,6
50 AMLJ(KI)=AMLJ(KI)+SM(KI,KJ)*(-DL(KJ))
AML(I,1)=AML(I,1)-AMLJ(4)+P(J)*YP(J)

```

```
AML(I,2)=AML(I,2)-AMLJ(5)+AMLJ(6)*L(I)-P(J)*DE(J)
AML(I,3)=AML(I,3)-AMLJ(6)+P(J)
AML(I,4)=AML(I,4)+AMLJ(4)
AML(I,5)=AML(I,5)+AMLJ(5)
AML(I,6)=AML(I,6)+AMLJ(6)
```

```
60 CONTINUE
RETURN
END
```

```
/*
```

```
//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=VICUR(CIRCC),DISP=OLD,UNIT=2314,
// VOL=SER=LIX001
```

```
//STEP12 EXEC FORTGCL
```

```
//SYSIN DD *
```

```
  SUBROUTINE CURDP(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NDP,AML,BT,  
  1BF,ICONC)
```

```
  REAL L(150),IX(150),IY(150),IXI(51),IYI(51),LT(51)
```

```
  DIMENSION YM(51),FI(51),NP(150),INS(150),SM(6,6),NDP(150),AML(150,  
  16),BT(51),BF(51),XM(51),Q(20),DE(20),DQ(20),ZS1(51),ZX1(51),ZY1(51  
  2),ZS(51),ZX(51),ZY(51),S(51),QT(51),XG(51),YG(51),BTQ(51),BFQ(51),  
  3DL(6),AMLJ(6),ICONC(150),TGFI(51),CTFI(51)
```

```
  NDPI=NDP(I)
```

```
C  
C  
C  
C
```

```
-----  
  SUB-ROTINA PARA CALCULO DAS ACOES DE ENGASTAMENTO EM BARRAS CURVAS  
  DE SECCAO CONSTANTE OU VARIAVEL COM CARGA UNIFORME PARCIAL  
-----
```

```
  NPI=NP(I)
```

```
  KBF=(NPI-1)/2+1
```

```
  H=L(I)/(NPI-1)
```

```
  READ(12'I')(YM(K),K=1,NPI),(BT(K),K=1,NPI),(BF(K),K=1,NPI),(FI(K),K  
  1=1,NPI)
```

```
  READ(13'I')SM
```

```
  IF(INS(I))15,25,15
```

```
25 DO 10 K=1,NPI
```

```
  IXI(K)=IX(I)
```

```
10 IYI(K)=IY(I)
```

```
  GO TO 20
```

```
15 READ(11'I')(IXI(K),K=1,NPI),(IYI(K),K=1,NPI)
```

```
20 READ(8,1)(Q(J),DE(J),DQ(J),J=1,NDPI)
```

```
  1 FORMAT(3F10.0)
```

```
  WRITE(5,2)(Q(J),DE(J),DQ(J),J=1,NDPI)
```

```
  2 FORMAT(//10X,3F15.3)
```

```
  DO 100 J=1,NDPI
```

```
  DO 5 K=1,NPI
```

```
  BTQ(K)=0.
```

```
  BFQ(K)=0.
```

```
  QT(K)=0.
```

```
  ZS1(K)=0.
```

```
  ZX1(K)=0.
```

```
  ZY1(K)=0.
```

```
  TGFI(K)=SIN(FI(K))/COS(FI(K))
```

```
  CTFI(K)=1./TGFI(K)
```

```
  K1=K-1
```

```
5  XM(K)=K1*H
```

```
  KP=(DE(J)+DQ(J))/H
```

```
  KP=KP+1
```

```
  JP=KP+1
```

```
  JJ=DE(J)/H
```

```
  JJ=JJ+1
```

```
  KK=JJ+1
```

```
  DO 30 LL=KK,KP
```

```

KL=LL-1
DO 40 K=1,KL
  ZS1(K)=0.
  ZX1(K)=0.
40 ZY1(K)=0.
  DO 50 K=LL,KP
    ZS1(K)=1./COS(FI(K))
    ZX1(K)=XM(K)/COS(FI(K))
50 ZY1(K)=YM(K)/COS(FI(K))
    CALL QSF(H,ZS1,ZS,NPI)
    CALL QSF(H,ZX1,ZX,NPI)
    CALL QSF(H,ZY1,ZY,NPI)
    S(LL)=ZS(NPI)
    QT(LL)=Q(J)*S(LL)
    XG(LL)=ZX(NPI)/S(LL)
    YG(LL)=ZY(NPI)/S(LL)
    IF(ICONC(I))26,27,27
26 S(LL)=-S(LL)
    QT(LL)=Q(J)*S(LL)
27 CONTINUE
    LT(LL)=BT(LL)*(XG(LL)+YG(LL)*TGFI(LL)+(YM(LL)-XM(LL)*TGFI(LL))*CTF
    I(LL))/(L(I)+(YM(LL)-XM(LL)*TGFI(LL))*CTFI(LL))
    BTQ(LL)=LT(LL)-YG(LL)/COS(FI(LL))
    BFQ(LL)=(LT(LL)*COS(FI(LL))-YM(LL))/SIN(FI(LL))
30 CONTINUE
    DO 35 LL=KK,KP
      ZS1(LL)=QT(LL)*BTQ(LL)/(G*IXI(LL))-QT(LL)*BFQ(LL)*SIN(FI(LL))/(E*I
      IYI(LL))
      ZX1(LL)=QT(LL)*BTQ(LL)*SIN(FI(LL))/(G*IXI(LL)*COS(FI(LL)))+QT(LL)*
      IBFQ(LL)/(E*IYI(LL))
      ZY1(LL)=-QT(LL)*BTQ(LL)*BT(LL)/(G*IXI(LL)*COS(FI(LL)))-QT(LL)*BFQ
      I(LL)*BF(LL)/(E*IYI(LL)*COS(FI(LL)))
35 CONTINUE
    CALL QSF(H,ZS1,ZS,NPI)
    CALL QSF(H,ZX1,ZX,NPI)
    CALL QSF(H,ZY1,ZY,NPI)
    DL(4)=ZS(NPI)
    DL(5)=ZX(NPI)
    DL(6)=ZY(NPI)
    DO 60 K=KK,KP
      ZS1(K)=1./COS(FI(K))
      ZX1(K)=XM(K)/COS(FI(K))
60 ZY1(K)=YM(K)/COS(FI(K))
      CALL QSF(H,ZS1,ZS,NPI)
      CALL QSF(H,ZX1,ZX,NPI)
      CALL QSF(H,ZY1,ZY,NPI)
      S(J)=ZS(NPI)
      QT(J)=Q(J)*S(J)
      XG(J)=ZX(NPI)/S(J)
      YG(J)=ZY(NPI)/S(J)

```

```

      IF(ICONC(I))36,37,37
36  S(J)=-S(J)
      QT(J)=Q(J)*S(J)
37  CONTINUE
      DO 70 K=KK,NPI
          ZS1(K)=0.
          ZX1(K)=0.
70  ZY1(K)=0.
      DO 80 K=1,JJ
          LT(K)=BT(K)*(XG(J)+YG(J)*TGFI(K)+(YM(K)-XM(K)*TGFI(K))*CTFI(K))/(L
1(I)+(YM(K)-XM(K)*TGFI(K))*CTFI(K))
          BTQ(K)=LT(K)-YG(J)/COS(FI(K))
          BFQ(K)=(LT(K)*COS(FI(K))-YM(K))/SIN(FI(K))
          ZS1(K)=QT(J)*BTQ(K)/(G*IXI(K))-QT(J)*BFQ(K)*SIN(FI(K))/(E*IYI(K)*C
1OS(FI(K)))
          ZX1(K)=QT(J)*BTQ(K)*SIN(FI(K))/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))+QT(J)*BFQ(K)/
1(E*IYI(K))
80  ZY1(K)=-QT(J)*BTQ(K)*BT(K)/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))-QT(J)*BFQ(K)*BF(K
1)/(E*IYI(K)*COS(FI(K)))
          CALL QSF(H,ZS1,ZS,NPI)
          CALL QSF(H,ZX1,ZX,NPI)
          CALL QSF(H,ZY1,ZY,NPI)
          DL(4)=DL(4)+ZS(NPI)
          DL(5)=DL(5)+ZX(NPI)
          DL(6)=DL(6)+ZY(NPI)
          IF(ICONC(I))38,39,39
38  DL(4)=-DL(4)
          DL(5)=-DL(5)
          DL(6)=-DL(6)
39  CONTINUE
      DO 90 KI=4,6
          AMLJ(KI)=0.
      DO 90 KJ=4,6
90  AMLJ(KI)=AMLJ(KI)+SM(KI,KJ)*(-DL(KJ))
          AML(I,1)=AML(I,1)+QT(J)*YG(J)-AMLJ(4)
          AML(I,2)=AML(I,2)+L(I)*AMLJ(6)-AMLJ(5)-QT(J)*XG(J)
          AML(I,3)=AML(I,3)+QT(J)-AMLJ(6)
          AML(I,4)=AML(I,4)+AMLJ(4)
          AML(I,5)=AML(I,5)+AMLJ(5)
          AML(I,6)=AML(I,6)+AMLJ(6)
100 CONTINUE
      RETURN
      END

```

/*

```

//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=VICUR(CURDP),DISP=OLD,UNIT=2314,
// VOL=SER=LIX001

```

```
//STEP13 EXEC FORTGCL
```

```
//SYSIN DD *
```

```
  SUBROUTINE RETCC(NCC,L,I,AML)
```

```
C
C
C
C
```

```
-----
SUB-ROTIMA PARA CALCULO DAS ACOES DE ENGASTAMENTO EM BARRAS RETAS
DE SECCAO CONSTANTE COM CARGA CONCENTRADA
-----
```

```
  REAL L(150),M2,M5
```

```
  DIMENSION NCC(150),AML(150,6),P(20),DE(20),DD(20)
```

```
  NCCI=NCC(I)
```

```
  READ(8,1)(P(J),DE(J),J=1,NCCI)
```

```
  1  FORMAT(2F10.0)
```

```
  WRITE(5,2)(P(J),DE(J),J=1,NCCI)
```

```
  2  FORMAT(//10X,2F15.3)
```

```
  DO 10 J=1,NCCI
```

```
  DD(J)=L(I)-DE(J)
```

```
  M2=-P(J)*DE(J)*DD(J)**2/L(I)**2
```

```
  M5=+P(J)*DE(J)**2*DD(J)/L(I)**2
```

```
  AML(I,2)=AML(I,2)+M2
```

```
  AML(I,3)=AML(I,3)+P(J)*DD(J)/L(I)-(M2+M5)/L(I)
```

```
  AML(I,5)=AML(I,5)+M5
```

```
  10 AML(I,6)=AML(I,6)+P(J)*DE(J)/L(I)+(M2+M5)/L(I)
```

```
  RETURN
```

```
  END
```

```
/*
```

```
//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=VICUR(RETCC),DISP=OLD,UNIT=2314,
```

```
// VOL=SER=LIX001
```

```
//STEP14 EXEC FORTGCL
```

```
//SYSIN DD *
```

```
  SUBROUTINE CURCC(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NCC,BT,BF,A  
  IML,ICONC)
```

```
  REAL L(150),IX(150),IY(150),IXI(51),IYI(51),LT(51)
```

```
  DIMENSION YM(51),FI(51),NP(150),INS(150),SM(6,6),NCC(150),BT(51),B  
  IF(51),AML(150,6),P(20),DE(20),YP(20),ZL4(51),ZL5(51),ZL6(51),XM(51  
  2),Z4(51),Z5(51),Z6(51),DL(6),BTP(51),BFP(51),AMLJ(6),ICONC(150),TG  
  3FI(51),CTFI(51)
```

```
C  
C  
C  
C
```

```
-----  
  SUB-ROTINA PARA CALCULO DAS ACOES DE ENGASTAMENTO EM BARRAS CURVAS  
  DE SECCAO CONSTANTE OU VARIÁVEL COM CARGA CONCENTRADA  
-----
```

```
  NCCI=NCC(I)
```

```
  NPI=NP(I)
```

```
  H=L(I)/(NPI-1)
```

```
  READ(12,I)(YM(K),K=1,NPI),(BT(K),K=1,NPI),(BF(K),K=1,NPI),(FI(K),K  
  1=1,NPI)
```

```
  READ(13,I)SM
```

```
  IF(INS(I))15,25,15
```

```
25 DO 10 K=1,NPI
```

```
  IXI(K)=IX(I)
```

```
10 IYI(K)=IY(I)
```

```
  GO TO 20
```

```
15 READ(11,I)(IXI(K),K=1,NPI),(IYI(K),K=1,NPI)
```

```
20 READ(8,1)(P(J),DE(J),YP(J),J=1,NCCI)
```

```
  1 FORMAT(3F10.0)
```

```
  WRITE(5,2)(P(J),DE(J),YP(J),J=1,NCCI)
```

```
  2 FORMAT(/10X,3F15.3)
```

```
  DO 60 J=1,NCCI
```

```
    KP=DE(J)/H
```

```
    KP=KP+1
```

```
    JP=KP+1
```

```
    WRITE(5,100)KP,JP
```

```
100 FORMAT(/10X,2I5)
```

```
  DO 30 K=JP,NPI
```

```
    ZL4(K)=0.
```

```
    ZL5(K)=0.
```

```
30 ZL6(K)=0.
```

```
  DO 40 K=1,KP
```

```
    K1=K-1
```

```
    XM(K)=K1*H
```

```
    TGFI(K)=SIN(FI(K))/COS(FI(K))
```

```
    CTFI(K)=1./TGFI(K)
```

```
    LT(K)=BT(K)*(DE(J)+YP(J)*TGFI(K)+(YM(K)-XM(K)*TGFI(K))*CTFI(K))/(L  
  1(I)+(YM(K)-XM(K)*TGFI(K))*CTFI(K))
```

```
    BTP(K)=LT(K)-YP(J)/COS(FI(K))
```

```
    BFP(K)=(LT(K)*COS(FI(K))-YM(K))/SIN(FI(K))
```

```
    ZL4(K)=P(J)*BTP(K)/(G*IXI(K))-P(J)*BFP(K)*SIN(FI(K))/(E*9YI(K)*COS  
  1(FI(K)))
```

```

      ZL5(K)=P(J)*BTP(K)*SIN(FI(K))/(G*IXI(K)*COS(FI(K))+P(J)*BFP(K))/E
      1*IYI(K))
40  ZL6(K)=-P(J)*BTP(K)*BT(K)/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))-P(J)*BFP(K)*BF(K)/
      1(E*IYI(K)*COS(FI(K)))
      CALL QSF(H,ZL4,Z4,NPI)
      CALL QSF(H,ZL5,Z5,NPI)
      CALL QSF(H,ZL6,Z6,NPI)
      DL(4)=Z4(NPI)
      DL(5)=Z5(NPI)
      DL(6)=Z6(NPI)
      IF(ICONC(1))26,27,27
26  DL(4)=-DL(4)
      DL(5)=-DL(5)
      DL(6)=-DL(6)
27  CONTINUE
      DO 50 KI=4,6
      AMLJ(KI)=0.
      DO 50 KJ=4,6
50  AMLJ(KI)=AMLJ(KI)+SM(KI,KJ)*(-DL(KJ))
      AML(I,1)=AML(I,1)-AMLJ(4)+P(J)*YP(J)
      AML(I,2)=AML(I,2)-AMLJ(5)+AMLJ(6)*L(I)-P(J)*DE(J)
      AML(I,3)=AML(I,3)-AMLJ(6)+P(J)
      AML(I,4)=AML(I,4)+AMLJ(4)
      AML(I,5)=AML(I,5)+AMLJ(5)
      AML(I,6)=AML(I,6)+AMLJ(6)
60  CONTINUE
      RETURN
      END

```

/*

```

//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=VICUR(CURCC),DISP=OLD,UNIT=2314,
// VOL=SER=LIX001

```



```
//STEP15 EXEC FORTGCL
```

```
//SYSIN DD *
```

```
  SUBROUTINE CIRDP(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NDP,AML,BT,
  1BF,RA,ICONC)
```

```
  REAL L(150),IX(150),IY(150),IXI(51),IYI(51),IXK,IYK
```

```
  DIMENSION YM(51),FI(51),NP(150),INS(150),SM(6,6),NDP(150),AML(150,
  16),BT(51),BF(51),XM(51),Q(20),DE(20),DQ(20),ZS1(51),ZX1(51),ZY1(51
  2),ZS(51),ZX(51),ZY(51),S(51),QT(51),XG(51),YG(51),BTQ(51),BFQ(51),
  3DL(6),AMLJ(6),ICONC(150),RA(150),FIE(20),FID(20)
```

```
C
```

```
C
```

```
C
```

```
C
```

```
C
```

```
-----
  SUB-ROTINA PARA CALCULO DAS ACOES DE ENGASTAMENTO EM BARRAS CURVAS.
  CIRCULARES DE SECCAO CONSTANTE OU VARIAVEL COM CARGA DISTRIBUIDA
  PARCIAL
  -----
```

```
  NPI=NP(I)
```

```
  H=L(I)/(NPI-1)
```

```
  NDPI=NDP(I)
```

```
  RAI=RA(I)
```

```
  READ(12*I)(YM(K),K=1,NPI),(BT(K),K=1,NPI),(BF(K),K=1,NPI),(FI(K),K
  1=1,NPI)
```

```
  READ(13*I)SM
```

```
  READ(8,1)(Q(J),FIE(J),FID(J),J=1,NDPI)
```

```
1  FORMAT(6F10.0)
```

```
  WRITE(5,2)(Q(J),FIE(J),FID(J),J=1,NDPI)
```

```
2  FORMAT(/10X,3F15.3)
```

```
  DO 5 K=1,NPI
```

```
  K1=K-1
```

```
5  XM(K)=K1*H
```

```
  DO 100 J=1,NDPI
```

```
  FIE(J)=FIE(J)*3.14159/180.
```

```
  FID(J)=FID(J)*3.14159/180.
```

```
  IF(INS(I))15,25,15
```

```
25  IXK=IX(I)
```

```
  IYK=IY(I)
```

```
  F=SQRT(RAI**2-((.5*L(I))**2))
```

```
  T=.5*L(I)/F
```

```
  FIT=2.*ATAN(T)
```

```
  S(J)=RAI*(FIE(J)-FID(J))
```

```
  QT(J)=Q(J)*S(J)
```

```
  A1=COS(FID(J))-COS(FIE(J))
```

```
  A2=SIN(FIE(J))**2-SIN(.5*FIT)**2
```

```
  A3=SIN(FID(J))-SIN(FIE(J))
```

```
  A4=SIN(.5*FIT)*COS(.5*FIT)-SIN(FIE(J))*COS(FIE(J))+FIE(J)-.5*FIT
```

```
  A5=FIE(J)-.5*FIT
```

```
  A6=FIE(J)-FID(J)
```

```
  B1=SIN(FIE(J))*COS(FIE(J))-SIN(FID(J))*COS(FID(J))+FID(J)-FIE(J)
```

```
  B2=SIN(FID(J))+SIN(FIE(J))
```

```
  B3=COS(FIE(J))-COS(.5*FIT)
```

```
  B4=SIN(FIE(J))-SIN(.5*FIT)
```

```
  B5=SIN(FID(J))**2-SIN(FIE(J))**2
```

```

XG(J)=RAI*(A6*SIN(.5*FIT)-A1)/A6
YG(J)=RAI*(-A3-A6*COS(.5*FIT))/A6
DL(4)=-Q(J)*RAI**3*(-.5*A1*A2-.5*A3*A4+A5*A3+(FIE(J)-FID(J))*B4)/(
1G*IXK)+Q(J)*RAI**3*(-.5*A1*A2-.5*A3*A4)/(E*IYK)-Q(J)*RAI**3*(-.5*C
1OS(FID(J))*B5-.5*SIN(FID(J))*B1+(FID(J)-FIE(J))*B2+A1)/(G*IXK)+Q(J
1)*RAI**3*(-.5*COS(FID(J))*B5-.5*SIN(FID(J))*B1-A1)/(E*IYK)
DL(5)=-Q(J)*RAI**3*(.5*A3*A2-(FIE(J)-FID(J))*B3-.5*A1*A4)/(G*IXK)-
1Q(J)*RAI**3*(.5*A1*A4-A5*A1-.5*A3*A2)/(E*IYK)-Q(J)*RAI**3*(.5*B5*S
1IN(FID(J))-.5*B1*COS(FID(J))+A3+(FIE(J)-FID(J))*COS(FIE(J)))/(G*IX
1K)-Q(J)*RAI**3*(.5*B1*COS(FID(J))-(FID(J)-FIE(J))*COS(FID(J))+A3-.
15*B5*SIN(FID(J)))/(E*IYK)
DES16=Q(J)*RAI**4*(+A1*B3+A3*B4+(FIE(J)-FID(J))*A5-(-.5*A1*A2-.5*A
13*A4+A5*A3+(FIE(J)-FID(J))*B4)*COS(.5*FIT)+( .5*A3*A2-(FIE(J)-FID(J
1))*B3-.5*A1*A4)*SIN(.5*FIT))/(G*IXK)+Q(J)*RAI**4*((.5*A1*A4-A5*A1-
1.5*A3*A2)*SIN(.5*FIT)+(-.5*A1*A2-.5*A3*A4)*COS(.5*FIT))/(E*IYK)
DES26=Q(J)*RAI**4*(A1*COS(FID(J))+A3*SIN(FID(J))+.5*(FID(J)**2-FIE
1(J)**2)-(FID(J)-FIE(J))*FID(J)-(-.5*B5*COS(FID(J))- .5*B1*SIN(FID(J
1)))+(FID(J)-FIE(J))*B2+A1)*COS(.5*FIT)+( .5*B5*SIN(FID(J))- .5*B1*CO
1(FID(J))+A3+(FIE(J)-FID(J))*COS(FIE(J)))*SIN(.5*FIT))/(G*IXK)
DES36=Q(J)*RAI**4*((.5*B1*COS(FID(J))-(FID(J)-FIE(J))*COS(FID(J))+
1A3-.5*B5*SIN(FID(J)))*SIN(.5*FIT)+(-.5*B5*COS(FID(J))- .5*B1*SIN(FI
1D(J))-A1)*COS(.5*FIT))/(E*IYK)
DL(6)=DES16+DES26+DES36
IF(ICONC(I))16,17,17
16 YG(J)=-YG(J)
DL(4)=-DL(4)
17 CONTINUE
GO TO 20
15 READ(11'I')(IXI(K),K=1,NPI),(IYI(K),K=1,NPI)
DO 6 K=1,NPI
BTQ(K)=0.
BFQ(K)=0.
QT(K)=0.
ZS1(K)=0.
ZX1(K)=0.
ZY1(K)=0.
6 CONTINUE
B1=RA(I)*COS(FI(1))
DE(J)=L(I)/2-RAI*SIN(FIE(J))
DQ(J)=-((RAI*SIN(FID(J))-RAI*SIN(FIE(J)))
KP=(DE(J)+DQ(J))/H
KP=KP+1
JP=KP+1
JJ=DE(J)/H
JJ=JJ+1
KK=JJ+1
DO 30 LL=KK,KP
KL=LL-1
DO 40 K=1,KL
ZS1(K)=0.

```

```

ZX1(K)=0.
40 ZY1(K)=0.
DO 50 K=LL,KP
  ZS1(K)=1./COS(FI(K))
  ZX1(K)=XM(K)/COS(FI(K))
50 ZY1(K)=YM(K)/COS(FI(K))
  CALL QSF(H,ZS1,ZS,NPI)
  CALL QSF(H,ZX1,ZX,NPI)
  CALL QSF(H,ZY1,ZY,NPI)
  S(LL)=ZS(NPI)
  QT(LL)=Q(J)*S(LL)
  XG(LL)=ZX(NPI)/S(LL)
  YG(LL)=ZY(NPI)/S(LL)
  IF(ICONC(I))26,27,27
26 S(LL)=-S(LL)
  QT(LL)=Q(J)*S(LL)
27 CONTINUE
  A1=.5*L(I)-XG(LL)
  A2=YG(LL)+B1
  RAQ=SQRT(A1**2+A2**2)
  A1=A1/A2
  FIKA=ATAN(A1)
  BTQ(LL)=RA(I)-RAQ*COS(FI(LL)-FIKA)
  BFQ(LL)=RAQ*SIN(FI(LL)-FIKA)
30 CONTINUE
  DO 35 LL=KK,KP
  ZS1(LL)=QT(LL)*BTQ(LL)/(G*IXI(LL))-QT(LL)*BFQ(LL)*SIN(FI(LL))/(E*I
1YI(LL))
  ZX1(LL)=QT(LL)*BTQ(LL)*SIN(FI(LL))/(G*IXI(LL)*COS(FI(LL)))+QT(LL)*
1BFQ(LL)/(E*IYI(LL))
  ZY1(LL)=-QT(LL)*BTQ(LL)*BT(LL)/(G*IXI(LL)*COS(FI(LL)))-QT(LL)*BFQ(
1LL)*BF(LL)/(E*IYI(LL)*COS(FI(LL)))
35 CONTINUE
  CALL QSF(H,ZS1,ZS,NPI)
  CALL QSF(H,ZX1,ZX,NPI)
  CALL QSF(H,ZY1,ZY,NPI)
  DL(4)=ZS(NPI)
  DL(5)=ZX(NPI)
  DL(6)=ZY(NPI)
  DO 60 K=KK,KP
  ZS1(K)=1./COS(FI(K))
  ZX1(K)=XM(K)/COS(FI(K))
60 ZY1(K)=YM(K)/COS(FI(K))
  CALL QSF(H,ZS1,ZS,NPI)
  CALL QSF(H,ZX1,ZX,NPI)
  CALL QSF(H,ZY1,ZY,NPI)
  S(J)=ZS(NPI)
  QT(J)=Q(J)*S(J)
  XG(J)=ZX(NPI)/S(J)
  YG(J)=ZY(NPI)/S(J)

```

```

A1=.5*L(I)-XG(J)
A2=YG(J)+B1
RAQ=SQRT(A1**2+A2**2)
A1=A1/A2
FIKA=ATAN(A1)
IF(ICONC(I))36,37,37
36 S(LL)=-S(LL)
QT(LL)=Q(J)*S(LL)
37 CONTINUE
DO 70 K=KK,NPI
ZS1(K)=0.
ZX1(K)=0.
70 ZY1(K)=0.
DO 80 K=1,JJ
BTQ(K)=RA(I)-RAQ*CDS(FI(K)-FIKA)
BFQ(K)=RAQ*SIN(FI(K)-FIKA)
ZS1(K)=QT(J)*BTQ(K)/(G*IXI(K))-QT(J)*BFQ(K)*SIN(FI(K))/(E*IYI(K)*C
10S(FI(K)))
ZX1(K)=QT(J)*BTQ(K)*SIN(FI(K))/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))+QT(J)*BFQ(K)/
1(E*IYI(K))
80 ZY1(K)=-QT(J)*BTQ(K)*BT(K)/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))-QT(J)*BFQ(K)*BF(K
1)/(E*IYI(K)*COS(FI(K)))
CALL QSF(H,ZS1,ZS,NPI)
CALL QSF(H,ZX1,ZX,NPI)
CALL QSF(H,ZY1,ZY,NPI)
DL(4)=DL(4)+ZS(NPI)
DL(5)=DL(5)+ZX(NPI)
DL(6)=DL(6)+ZY(NPI)
IF(ICONC(I))46,47,47
46 DL(4)=-DL(4)
DL(5)=-DL(5)
DL(6)=-DL(6)
47 CONTINUE
20 DO 90 KI=4,6
AMLJ(KI)=0.
DO 90 KJ=4,6
90 AMLJ(KI)=AMLJ(KI)+SM(KI,KJ)*(-DL(KJ))
AML(I,1)=AML(I,1)+QT(J)*YG(J)-AMLJ(4)
AML(I,2)=AML(I,2)+L(I)*AMLJ(6)-AMLJ(5)-QT(J)*XG(J)
AML(I,3)=AML(I,3)+QT(J)-AMLJ(6)
AML(I,4)=AML(I,4)+AMLJ(4)
AML(I,5)=AML(I,5)+AMLJ(5)
AML(I,6)=AML(I,6)+AMLJ(6)
100 CONTINUE
RETURN
END

```

```

/*
//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=VICUR(CIRDP),DISP=OLD,UNIT=2314,
// VOL=SER=LIX001

```

```

//STEP16 EXEC FORTGCL
//SYSIN DD *
  SUBROUTINE CURMT(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NCM,BT,BF,A
  IML,ICONC)
  REAL L(150),IX(150),IY(150),IXI(51),IYI(51),MT(20),MH(51),MV(51)
  DIMENSION YM(51),FI(51),NP(150),INS(150),SM(6,6),NCM(150),BT(51),B
  1F(51),AML(150,6),ZL4(51),ZL5(51),ZL6(51),XM(51),Z4(51),Z5(51),Z6(5
  21),DL(6),AMLJ(51),ICONC(150)
  -----
  C
  C   SUB-ROTINA PARA CALCULO DAS ACOES DE ENGASTAMENTO EM BARRAS CURVAS
  C   DE SECCAO CONSTANTE OU VARIAVEL COM CARGA MOMENTO UNIFORME
  C   -----
  NCM1=NCM(I)
  NPI=NP(I)
  H=L(I)/(NPI-1)
  READ(12,I)(YM(K),K=1,NPI),(BT(K),K=1,NPI),(BF(K),K=1,NPI),(FI(K),K
  1=1,NPI)
  READ(13,I)SM
  IF(INS(I))15,25,15
25 DO 10 K=1,NPI
  IXI(K)=IX(I)
10 IYI(K)=IY(I)
  GO TO 20
15 READ(11,I)(IXI(K),K=1,NPI),(IYI(K),K=1,NPI)
20 READ(8,1)(MT(J),J=1,NCM1)
  WRITE(5,2)(MT(J),J=1,NCM1)
  1 FORMAT(F10.0)
  2 FORMAT(//10X,F15.3)
  DO 60 J=1,NCM1
  DO 5 K=1,NPI
  K1=K-1
  XM(K)=K1*H
  MH(K)=MT(J)*(L(I)-XM(K))
  5 MV(K)=-MT(J)*YM(K)
  DO 30 K=1,NPI
  ZL4(K)=(MH(K)*COS(FI(K))+MV(K)*SIN(FI(K)))/(G*IXI(K))-(-MH(K)*SIN(
  1FI(K))+MV(K)*COS(FI(K)))*SIN(FI(K))/(E*IYI(K)*COS(FI(K)))
  ZL5(K)=(MH(K)*COS(FI(K))+MV(K)*SIN(FI(K)))*SIN(FI(K))/(G*IXI(K)*CO
  1S(FI(K)))+(-MH(K)*SIN(FI(K))+MV(K)*COS(FI(K)))/(E*IYI(K))
30 ZL6(K)=-(-MH(K)*COS(FI(K))+MV(K)*SIN(FI(K)))*BT(K)/(G*IXI(K)*COS(FI
  1(K)))-(-MH(K)*SIN(FI(K))+MV(K)*COS(FI(K)))*BF(K)/(E*IYI(K)*COS(FI(
  1K)))
  CALL QSF(H,ZL4,Z4,NPI)
  CALL QSF(H,ZL5,Z5,NPI)
  CALL QSF(H,ZL6,Z6,NPI)
  DL(4)=Z4(NPI)
  DL(5)=Z5(NPI)
  DL(6)=Z6(NPI)
  IF(ICONC(I))16,17,17
16 MH(1)=-MH(1)

```

```
17 CONTINUE
   DO 50 KI=4,6
   AMLJ(KI)=0.
   DO 50 KJ=4,6
50  AMLJ(KI)=AMLJ(KI)+SM(KI,KJ)*(-DL(KJ))
   AML(I,1)=AML(I,1)-AMLJ(4)-MH(1)
   AML(I,2)=AML(I,2)-AMLJ(5)
   AML(I,3)=AML(I,3)-AMLJ(6)
   AML(I,4)=AML(I,4)+AMLJ(4)
   AML(I,5)=AML(I,5)+AMLJ(5)
   AML(I,6)=AML(I,6)+AMLJ(6)
60  CONTINUE
   WRITE(5,100)AML(I,1),AML(I,2),AML(I,3),AML(I,4),AML(I,5),AML(I,6)
100 FORMAT(/ /10X,6F10.3)
   RETURN
   END
```

```
/*
//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=VICUR(CURMT),DISP=OLD,UNIT=2314,
// VOL=SER=LIX001
```

206.

```
//STEP17 EXEC FORTGCL,PARM.FORT='NAME=PATRO',
// PARM.LKED='OVLY,XREF,LIST'
//SYSIN DD *
  REAL L(150),IX(150),IY(150),IXI(51),IYI(51)
  DIMENSION X(90), Y(90),INS(150),IEL(150),NP(150),JJ(150),JK(150),
  1R(150,9),YM(51),XM(51),FI(51),SM(6,6),SMR(6,6),SMD(6,6),LCR(270),L
  2R(270),A(270),AE(270),AC(270),D(270),AR(270),IC(150),ISU(150),NCC(
  3150),NCD(150),AML(150,6),AMD(6),AM(6),AMS(150,6),BT(51),BF(51),ICI
  4RC(150),RA(150),F(150),T(51),ICONC(150),S(267,48),NCM(150),NDP(150
  5)
  DEFINE FILE 11(150,78,U,I1),12(150,156,U,I2),13(150,36,U,I3),14(15
  10,42,U,I4)
  WRITE(5,90)
90 FORMAT('1',//28X,64('-'),///28X,'PROGRAMA DE ENGENHARIA CIVIL',26(
  1'-'),'COPPE/UFRJ',//28X,'JOSE DO PATROCINIO FIGUEIROA',17('-'),'PR
  2OGRAMA G E V A C',//28X,'CALCULO DE GRELHAS COM ELEMENTOS DE EIXO
  3 CURVO E SECCAO VARIAVEL',///28X,64('-'))

C
C   NUMERO DA ESTRUTURA E LEITURA DE TITULOS
C
  85 READ(8,2000)NEST
  IF(NEST)270,270,510
510 READ(8,80)
  READ(8,81)
  READ(8,82)
  80 FORMAT(55H )
  81 FORMAT(55H )
  82 FORMAT(55H )
  WRITE(5,96)NEST
  96 FORMAT(///48X,24('-'),//48X,'E S T R U T U R A   N O.',I2,///48X,24(
  1'-'))
  WRITE(5,80)
  WRITE(5,81)
  WRITE(5,82)

C
C   NUMERO DE CARREGAMENTOS E DADOS DA ESTRUTURA
C
  READ(8,2000)NLS
2000 FORMAT(I5)
  READ(8,102)M,NJ,NR,NRJ,E,G
  102 FORMAT(4I5,2F10.0)
  N=3*NJ-NR
  WRITE(5,103)
  103 FORMAT(///10X,'CARACTERISTICAS GEOMETRICAS E MODULOS DE ELASTICID
  1ADE DA ESTRUTURA',//10X,'M',10X,'N',10X,'NJ',10X,'NR',10X,'NRJ',15
  2X,'E',15X,'G')
  WRITE(5,104)M,N,NJ,NR,NRJ,E,G
  104 FORMAT(2I11,2I12,I13,2F16.0)
  WRITE(5,91)
  91 FORMAT(//10X,'COORDENADAS DOS NOS',//10X,'NO',10X,'X',10X,'Y')
```

```

C
C   COORDENADAS DOS NOS
C
      DO 10 II=1,NJ
      READ(8,105)J,X(J),Y(J)
105  FORMAT(I3,2F10.2)
      10 CONTINUE
      WRITE(5,106){J,X(J),Y(J),J=1,NJ}
106  FORMAT(I12,2F11.2)

C
C   PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS
C
      WRITE(5,1)
      1  FORMAT(//10X,'PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS',//)
      READ(8,2)KRC,KCUC,KCUV
      2  FORMAT(6I11)
      WRITE(5,3)
      3  FORMAT(//10X,'ELEMENTO',5X,'JJ',5X,'JK',12X,'IX',12X,'IY',12X,'L',
112X,'CX',12X,'CY')
      DO 51 I=1,M
      NP(I)=0
      INS(I)=0
      ICONC(I)=0
      IEL(I)=0
      51 CONTINUE
      NV=KCUC+KCUV
      IF(NV)41,42,41
      41 DO 52 J=1,NV
      52 READ(8,2)I,INS(I),IEL(I),NP(I),ICIRC(I),ICONC(I)
      42 DO 53 I=1,M
      IF(INS(I))100,101,100
101  READ(8,4)I,JJ(I),JK(I),IX(I),IY(I)
      4  FORMAT(3I5,2F15.0)
      GO TO 1105
100  READ(8,5)I,JJ(I),JK(I)
      5  FORMAT(3I5)
1105  JJI=JJ(I)
      JKI=JK(I)
      XCL=X(JKI)-X(JJI)
      YCL=Y(JKI)-Y(JJI)
      L(I)=SQRT(XCL**2+YCL**2)
      CX=XCL/L(I)
      CY=YCL/L(I)
      DO 110 K=1,9

C
C   MATRIZ DE ROTACAO
C
110  R(I,K)=0.
      R(I,1)=CX
      R(I,2)=CY

```


208.

```
R(I,4)=-CY
R(I,5)=CX
R(I,9)=1.
NPI=NP(I)
IF(INS(I))1115,1120,1115
1120 WRITE(5,6)I, JJ(I), JK(I), IX(I), IY(I), L(I), CX, CY
6 FORMAT(10X, I8, 2I7, 2F14.6, 3F14.3)
GO TO 1125
1115 WRITE(5,7)I, JJ(I), JK(I), L(I), CX, CY
7 FORMAT(10X, I8, 2I7, 10X, 'VARIAVEL', 6X, 'VARIAVEL', F11.3, 2F14.3)
READ(8,8)(IXI(K), K=1, NPI), (IYI(K), K=1, NPI)
8 FORMAT(8F10.6)
WRITE(11'I')(IXI(K), K=1, NPI), (IYI(K), K=1, NPI)
1125 IF(IEL(I))1121, 53, 1121
1121 IF(ICIRC(I))2121, 2122, 2121
2121 READ(8,8)RA(I)
H=L(I)/(NPI-1)
F(I)=SQRT(RA(I)**2-(L(I)/2.)**2)
IF(ICONC(I))2123, 2124, 2124
2124 DO 888 K=1, NPI
K1=K-1
XM(K)=K1*H
XM(K)=L(I)/2.-XM(K)
XM(K)=XM(K)/RA(I)
T(K)=SQRT(1.-XM(K)**2)
T(K)=XM(K)/T(K)
FI(K)=ATAN(T(K))
XM(K)=K1*H
888 YM(K)=RA(I)*COS(FI(K))-F(I)
GO TO 3000
2123 DO 777 K=1, NPI
K1=K-1
XM(K)=K1*H
XM(K)=L(I)/2.-XM(K)
XM(K)=XM(K)/RA(I)
T(K)=SQRT(1.-XM(K)**2)
T(K)=XM(K)/T(K)
FI(K)=ATAN(T(K))
FI(K)=3.14159-FI(K)
XM(K)=K1*H
777 YM(K)=RA(I)*COS(FI(K))+F(I)
GO TO 3000
2122 READ(8,8)(YM(K), K=1, NPI), (FI(K), K=1, NPI)
3000 DO 999 K=1, NPI
IF(ICIRC(I))3121, 3122, 3121
3122 FI(K)=FI(K)/180.*3.14159
H=L(I)/(NPI-1)
K1=K-1
XM(K)=K1*H
```

```

      BT(K)=(L(I)+(YM(K)-XM(K)*(SIN(FI(K))/COS(FI(K))))*(COS(FI(K))/SIN(
1FI(K))))*SIN(FI(K))
      BF(K)=(BT(K)*COS(FI(K))-YM(K))/SIN(FI(K))
      GO TO 999
3121 BT(K)=RA(I)*(1.-COS(FI(K)+FI(1)))
      BF(K)=RA(I)*SIN(FI(K)+FI(1))
999 CONTINUE
      WRITE(12'I')(YM(K),K=1,NPI),(BT(K),K=1,NPI),(BF(K),K=1,NPI),(FI(K),
1K=1,NPI)
53 CONTINUE
      IF(KCUV)130,135,130
130 WRITE(5,9)
      9 FORMAT(//10X,'ELEMENTOS DE SECCAO VARIABEL'//10X,'ELEMENTO',9X,'SE
1CCAO',10X,'IX',10X,'IY')
      DO 54 I=1,M
      NPI=NP(I)
      IF(INS(I))140,54,140
140 READ(11'I')(IXI(K),K=1,NPI),(IYI(K),K=1,NPI)
      WRITE(5,1116)I,(K,IXI(K),IYI(K),K=1,NPI)
1116 FORMAT(//10X,18,I15,6X,2F10.6,/(18X,I15,6X,2F10.6))
54 CONTINUE
135 MC=KCUC+KCUV
      IF(MC)155,160,155
155 WRITE(5,1118)
1118 FORMAT(//10X,'ELEMENTOS CURVOS'//10X,'ELEMENTO',9X,'SECCAO',10X,'Y
1M',10X,'FI')
      DO 56 I=1,M
      NPI=NP(I)
      IF(IEL(I))161,56,161
161 READ(12'I')(YM(K),K=1,NPI),(BT(K),K=1,NPI),(BF(K),K=1,NPI),(FI(K),K
1=1,NPI)
      WRITE(5,1116)I,(K,YM(K),FI(K),K=1,NPI)
56 CONTINUE
C   CARACTERISTICAS DOS NOS
160 WRITE(5,1110)
1110 FORMAT(//10X,'LISTA DE LIGACOES',//10X,'NO',10X,'LIGACAO X',10X,'L
1IGACAO Y',10X,'LIGACAO Z')
      NJ3=3*NJ
      DO 14 J=1,NJ3
      LR(J)=0.
      LCR(J)=0.
14 CONTINUE
      DO 15 II=1,NRJ
      READ(8,109)J,LR(3*J-2),LR(3*J-1),LR(3*J)
109 FORMAT(4I10)
      WRITE(5,222)J,LR(3*J-2),LR(3*J-1),LR(3*J)
222 FORMAT(10X,I2,13X,I2,17X,I2,17X,I2)
15 CONTINUE
      LCR(1)=LR(1)

```

210.

```
DO 16 J=2,NJ3
LCR(J)=LCR(J-1)+LR(J)
16 CONTINUE
DO 17 J=1,18
DO 17 I=1,N
S(I,J)=0.
17 CONTINUE
LB=0
ICOL=0
DO 18 I=1,M
IF(IEL(I))163,164,163
163 IF(ICIRC(I))660,660,661
661 CALL CICVA(L,I,E,G,IXI,IYI,IX,IY,YM,FI,NP,INS,SM,BT,BF,RA,ICONC)
GO TO 166
660 CALL CUCVA(L,I,E,G,IXI,IYI,IX,IY,YM,FI,NP,INS,SM,BT,BF,ICONC)
GO TO 166
164 IF(INS(I))166,167,166
167 CALL RETCT(L,I,E,G,IX,IY,SM)
166 CONTINUE
C NUMERACAO DOS DESLOCAMENTOS
J1=3*JJ(I)-2
J2=3*JJ(I)-1
J3=3*JJ(I)
K1=3*JK(I)-2
K2=3*JK(I)-1
K3=3*JK(I)
C CONSTRUCAO DA MATRIZ SMR
DO 21 K=1,2
DO 21 J=1,6
SMR(J,3*K-2)=SM(J,3*K-2)*R(I,1)+SM(J,3*K-1)*R(I,4)+SM(J,3*K)*R(I,7)
1)
SMR(J,3*K-1)=SM(J,3*K-2)*R(I,2)+SM(J,3*K-1)*R(I,5)+SM(J,3*K)*R(I,8)
1)
SMR(J,3*K)=SM(J,3*K-2)*R(I,3)+SM(J,3*K-1)*R(I,6)+SM(J,3*K)*R(I,9)
21 CONTINUE
C CONSTRUCAO DA MATRIZ SMD
DO 22 J=1,2
DO 22 K=1,6
SMD(3*J-2,K)=SMR(3*J-2,K)*R(I,1)+SMR(3*J-1,K)*R(I,4)+SMR(3*J,K)*R(I,7)
1)
SMD(3*J-1,K)=SMR(3*J-2,K)*R(I,2)+SMR(3*J-1,K)*R(I,5)+SMR(3*J,K)*R(I,8)
1)
SMD(3*J,K)=SMR(3*J-2,K)*R(I,3)+SMR(3*J-1,K)*R(I,6)+SMR(3*J,K)*R(I,9)
1)
22 CONTINUE
WRITE(14,I)SMR,J1,J2,J3,K1,K2,K3
C
C CONSTRUCAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL
IF(LR(J1))111,111,112
111 ILIN=J1-LCR(J1)
```

```

S(ILIN,1)=S(ILIN,1)+SMD(1,1)
IF(LR(J2))113,113,114
113 S(ILIN,2)=S(ILIN,2)+SMD(1,2)
114 IF(LR(J3))115,115,116
115 ICOL=J3-LCR(J3)-ILIN+1
S(ILIN,ICOL)=S(ILIN,ICOL)+SMD(1,3)
116 IF(LR(K1))117,117,118
117 ICOL=K1-LCR(K1)-ILIN+1
S(ILIN,ICOL)=SMD(1,4)
118 IF(LR(K2))119,119,120
119 ICOL=K2-LCR(K2)-ILIN+1
S(ILIN,ICOL)=SMD(1,5)
120 IF(LR(K3))121,121,122
121 ICOL=K3-LCR(K3)-ILIN+1
S(ILIN,ICOL)=SMD(1,6)
122 IF(ICOL-LB)112,112,123
123 LB=ICOL
112 IF(LR(J2))124,124,125
124 ILIN=J2-LCR(J2)
S(ILIN,1)=S(ILIN,1)+SMD(2,2)
IF(LR(J3))126,126,127
126 S(ILIN,2)=S(ILIN,2)+SMD(2,3)
127 IF(LR(K1))128,128,129
128 ICOL=K1-LCR(K1)-ILIN+1
S(ILIN,ICOL)=SMD(2,4)
129 IF(LR(K2))200,200,201
200 ICOL=K2-LCR(K2)-ILIN+1
S(ILIN,ICOL)=SMD(2,5)
201 IF(LR(K3))210,210,211
210 ICOL=K3-LCR(K3)-ILIN+1
S(ILIN,ICOL)=SMD(2,6)
211 IF(ICOL-LB)125,125,215
215 LB=ICOL
125 IF(LR(J3))220,220,221
220 ILIN=J3-LCR(J3)
S(ILIN,1)=S(ILIN,1)+SMD(3,3)
IF(LR(K1))225,225,226
225 ICOL=K1-LCR(K1)-ILIN+1
S(ILIN,ICOL)=SMD(3,4)
226 IF(LR(K2))230,230,231
230 ICOL=K2-LCR(K2)-ILIN+1
S(ILIN,ICOL)=SMD(3,5)
231 IF(LR(K3))232,232,233
232 ICOL=K3-LCR(K3)-ILIN+1
S(ILIN,ICOL)=SMD(3,6)
233 IF(ICOL-LB)221,221,234
234 LB=ICOL
221 IF(LR(K1))235,235,236
235 ILIN=K1-LCR(K1)

```

```

212.      S(ILIN,1)=S(ILIN,1)+SMD(4,4)
          IF(LR(K2))237,237,238
237      S(ILIN,2)=S(ILIN,2)+SMD(4,5)
238      IF(LR(K3))240,240,236
240      ICOL=K3- LCR(K3)-ILIN+1
          S(ILIN,ICOL)=S(ILIN,ICOL)+SMD(4,6)
236      IF(LR(K2))242,242,243
242      ILIN=K2- LCR(K2)
          S(ILIN,1)=S(ILIN,1)+SMD(5,5)
          IF(LR(K3))245,245,243
245      S(ILIN,2)=S(ILIN,2)+SMD(5,6)
243      IF(LR(K3))246,246,18
246      ILIN=K3- LCR(K3)
          S(ILIN,1)=S(ILIN,1)+SMD(6,6)
18      CONTINUE
          IF(LB-48)247,247,248
248      WRITE(5,216)
216      FORMAT(/10X,'LARGURA DE BANDA INSUFICIENTE')
          CALL EXIT
247      CONTINUE
          CALL DBAND(N,LB,S)
C  CONSTRUCAO DO VETOR DAS CARGAS COMBINADAS NOS NOS
          NL=0
271      NL=NL+1
          WRITE(5,301)NL
301      FORMAT(/10X,'CARREGAMENTO NO.',I2,/10X,18('='))
C
C  INFORMACOES SOBRE OS CARREGAMENTOS
C
          READ(8,302)NNOC,NREC,NCUC
302      FORMAT(3I5)
          WRITE(5,303)NNOC,NREC,NCUC
303      FORMAT(/10X,'NO. DE NOS CARREGADOS NNOC=',I3,/10X,'NO. DE ELEMEN
ITOS RETOS CARREGADOS NREC=',I3,/10X,'NO. DE ELEMENTOS CURVOS CARR
LEGADOS NCUC=',I3)
C  CARGAS APLICADAS NOS NOS
          DO 23 I=1,NJ3
          A(I)=0.
          AE(I)=0.
          AR(I)=0.
23      CONTINUE
          IF(NNOC)168,169,168
168      WRITE(5,1305)
1305     FORMAT(/45X,'CARGAS APLICADAS NOS NOS',/10X,'NO',10X,'FORCA X',1
10X,'FORCA Y',10X,'FORCA Z')
          DO 24 II=1,NNOC
          READ(8,304)J,A(3*J-2),A(3*J-1),A(3*J)
304      FORMAT(I3,3F10.3)
          WRITE(5,305)J,A(3*J-2),A(3*J-1),A(3*J)

```

```
305 FORMAT(/10X,I2,3(7X,F10.3))
 24 CONTINUE
169 IF(NREC+NCUC)171,172,171
171 WRITE(5,400)
400 FORMAT(/10X,'DADOS DO CARREGAMENTO DOS ELEMENTOS')
172 DO 58 I=1,M
    IC(I)=0
    NCM(I)=0
    NDP(I)=0
    ISU(I)=0
    NCC(I)=0
 58 NCD(I)=0
    IF(NREC)173,174,173
173 DO 59 JC=1,NREC
 59 READ(8,401)I,ISU(I),NCC(I),NCD(I)
401 FORMAT(6I5)
174 IF(NCUC)176,177,176
176 DO 61 JD=1,NCUC
 61 READ(8,401)I,ISU(I),NCC(I),NCD(I),NDP(I),NCM(I)
177 DO 62 I=1,M
    DO 62 J=1,6
 62 AML(I,J)=0.
    DO 63 I=1,M
    IC(I)=NCC(I)+NCD(I)+NCM(I)+NDP(I)+ISU(I)
    IF(IC(I))181,63,181
181 IF(ISU(I))183,184,183
183 READ(8,402)AML(I,1),AML(I,2),AML(I,3),AML(I,4),AML(I,5),AML(I,6)
402 FORMAT(6F10.0)
    GO TO 63
184 WRITE(5,403)I
403 FORMAT(/10X,'ELEMENTO',I4)
    IF(IEL(I))186,189,186
186 IF(ICIRC(I))662,662,663
663 IF(NCC(I))760,761,760
760 WRITE(5,404)
    CALL CIRCC(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NCC,BT,BF,AML,RA,
 1 ICONC)
761 IF(NCD(I))762,763,762
762 WRITE(5,405)
    CALL CIRCD(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NCD,AML,BT,BF,RA,
 1 ICONC)
763 IF(NDP(I))764,765,764
```

```
764 WRITE(5,712)
    CALL CIRDP(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NDP,AML,BT,BF,RA,
1ICONC)
765 IF(NCM(I))766,63,766
766 WRITE(5,710)
    CALL CURMT(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NCM,BT,BF,AML,ICO
1INC)
712 FORMAT(//24X,'Q',12X,'FIE',12X,'FID')
    GO TO 63
662 IF(NCC(I))187,188,187
187 WRITE(5,404)
404 FORMAT(//24X,'P',13X,'DE',13X,'YP')
    CALL CURCC(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NCC,BT,BF,AML,ICO
1INC)
188 IF(NCD(I))191,192,191
191 WRITE(5,405)
    CALL CURCD(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NCD,AML,BT,BF,ICO
1INC)
192 IF(NDP(I))286,287,286
286 WRITE(5,711)
    CALL CURDP(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NDP,AML,BT,BF,ICO
1INC)
710 FORMAT(//23X,'MT')
287 IF(NCM(I))288,63,288
288 WRITE(5,710)
    CALL CURMT(L,I,E,G,IX,IY,IXI,IYI,YM,FI,NP,INS,SM,NCM,BT,BF,AML,ICO
1INC)
711 FORMAT(//24X,'Q',13X,'DE',13X,'DQ')
    GO TO 63
189 IF(NCC(I))193,190,193
193 WRITE(5,406)
406 FORMAT(//24X,'P',13X,'DE')
    IF(INS(I))195,196,195
195 CONTINUE
    GO TO 190
196 CALL RETCC(NCC,L,I,AML)
190 IF(NCD(I))197,63,197
197 WRITE(5,711)
405 FORMAT(//24X,'Q')
    IF(INS(I))500,501,500
500 CONTINUE
    GO TO 63
501 CALL RETCD(NCD,L,I,AML)
63 CONTINUE
    LT=0
    DO 64 I=1,M
```

```

64 LT=LT+ISU(I)
   IF(LT)502,503,502
502 WRITE(5,407)
407 FORMAT(/10X,'ACOES DE ENGASTAMENTO FORNECIDAS'//10X,'ELEMENTO',11
   1X,'AML1',11X,'AML2',11X,'AML3',11X,'AML4',11X,'AML5',11X,'AML6')
   DO 65 I=1,M
   IF(ISU(I))504,65,504
504 WRITE(5,408)I,AML(I,1),AML(I,2),AML(I,3),AML(I,4),AML(I,5),AML(I,6
   1)
65 CONTINUE
503 DO 28 I=1,M
   JJI=JJ(I)
   JKI=JK(I)
   AE(3*JJI-2)=AE(3*JJI-2)-R(I,1)*AML(I,1)-R(I,4)*AML(I,2)-R(I,7)*AML
   1(I,3)
   AE(3*JJI-1)=AE(3*JJI-1)-R(I,2)*AML(I,1)-R(I,5)*AML(I,2)-R(I,8)*AML
   1(I,3)
   AE(3*JJI)=AE(3*JJI)-R(I,3)*AML(I,1)-R(I,6)*AML(I,2)-R(I,9)*AML(I,3
   1)
   AE(3*JKI-2)=AE(3*JKI-2)-R(I,1)*AML(I,4)-R(I,4)*AML(I,5)-R(I,7)*AML
   1(I,6)
   AE(3*JKI-1)=AE(3*JKI-1)-R(I,2)*AML(I,4)-R(I,5)*AML(I,5)-R(I,8)*AML
   1(I,6)
   AE(3*JKI)=AE(3*JKI)-R(I,3)*AML(I,4)-R(I,6)*AML(I,5)-R(I,9)*AML(I,6
   1)
28 CONTINUE
C CARGAS COMBINADAS NOS NOS
   DO 29 J=1,NJ3
   IF(LR(J))255,256,255
256 K=J-LCR(J)
   GO TO 29
255 K=N+LCR(J)
29 AC(K)=A(J)+AE(J)
C CALCULO DOS DESLOCAMENTOS
C
C   RESOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES
C
   CALL LOSEN(N, LB, S, AC, D)
   J=N+1
   DO 32 K=1, NJ3
   JE=NJ3+1-K
   IF(LR(JE))260,261,260
261 J=J-1
   D(JE)=D(J)
   GO TO 32
260 D(JE)=0.
32 CONTINUE
   WRITE(5,308)
308 FORMAT(/10X,'DESLOCAMENTOS DOS NOS',//10X,'NO',10X,'DESL X',10X,'
   IDESL Y',10X,'DESL Z')

```



```

DO 34 II=3,NJ3,3
JE = II/3
WRITE(5,713)JE,D(3*JE-2),D(3*JE-1),D(3*JE)
713 FORMAT(/10X,I2,3F16.6)
34 CONTINUE
WRITE(5,310)
310 FORMAT(/10X,'ACOES NAS EXTREMIDADES DOS ELEMENTOS'//10X,'ELEMENTO
1',11X,'AML1',11X,'AML2',11X,'AML3',11X,'AML4',11X,'AML5',11X,'AML6
1')
DO 70 I=1,M
READ(14'I)SMR,J1,J2,J3,K1,K2,K3
DO 71 J=1,6
AMD(J)=SMR(J,1)*D(J1)+SMR(J,2)*D(J2)+SMR(J,3)*D(J3)+SMR(J,4)*D(K1)
1+SMR(J,5)*D(K2)+SMR(J,6)*D(K3)
71 AM(J)=AML(I,J)+AMD(J)
WRITE(5,408)I,(AM(J),J=1,6)
408 FORMAT(13X,I5,6F15.4)
IF(IEL(I))505,70,505
505 NPI=NP(I)
READ(12'I)(YM(K),K=1,NPI),(BT(K),K=1,NPI),(BF(K),K=1,NPI),(FI(K),K
1=1,NPI)
AMS(I,1)=+AM(1)*COS(FI(1))+AM(2)*SIN(FI(1))
AMS(I,2)=AM(2)*COS(FI(1))-AM(1)*SIN(FI(1))
AMS(I,3)=AM(3)
AMS(I,4)=AM(4)*COS(FI(NPI))+AM(5)*SIN(FI(NPI))
AMS(I,5)=-AM(4)*SIN(FI(NPI))+AM(5)*COS(FI(NPI))
AMS(I,6)=AM(6)
IF(LR(J1))315,315,316
316 AR(J1)=AR(J1)+R(I,1)*AMD(1)+R(I,4)*AMD(2)+R(I,7)*AMD(3)
315 IF(LR(J2))317,317,318
318 AR(J2)=AR(J2)+R(I,2)*AMD(1)+R(I,5)*AMD(2)+R(I,8)*AMD(3)
317 IF(LR(J3))319,319,320
320 AR(J3)=AR(J3)+R(I,3)*AMD(1)+R(I,6)*AMD(2)+R(I,9)*AMD(3)
319 IF(LR(K1))321,321,322
322 AR(K1)=AR(K1)+R(I,1)*AMD(4)+R(I,4)*AMD(5)+R(I,7)*AMD(6)
321 IF(LR(K2))323,323,324
324 AR(K2)=AR(K2)+R(I,2)*AMD(4)+R(I,5)*AMD(5)+R(I,8)*AMD(6)
323 IF(LR(K3))70,70,326
326 AR(K3)=AR(K3)+R(I,3)*AMD(4)+R(I,6)*AMD(5)+R(I,9)*AMD(6)
70 CONTINUE
311 FORMAT(/10X,'REACOES DE APOIO'//10X,'NO',10X,'RA X',10X,'RA Y',10
1X,'RA Z')
IF(KCUC+KCUV)507,508,507
507 WRITE(5,409)
409 FORMAT(/10X,'ACOES NAS SECCOES EXTREMAS DOS ELEMENTOS CURVOS'//10
1X,'ELEMENTO',11X,'AMS1',11X,'AMS2',11X,'AMS3',11X,'AMS4',11X,'AMS5
1',11X,'AMS6')
DO 72 I=1,M
IF(IEL(I))511,72,511
511 WRITE(5,408)I,AMS(I,1),AMS(I,2),AMS(I,3),AMS(I,4),AMS(I,5),AMS(I,6
1)

```

```

72 CONTINUE
  WRITE(5,311)
  DO 325 K=1,NJ3
    IF(LR(K))325,325,327
327 AR(K)=AR(K)-A(K)-AE(K)
325 CONTINUE
  DO 73 K=1,NJ
    K3=3*K
    WRITE(5,309)K,AR(K3-2),AR(K3-1),AR(K3)
 73 CONTINUE
309 FORMAT(/10X,I2,3F14.4)
508 IF(NLS-NL)85,85,271
270 CONTINUE
  CALL EXIT
  END

```

```

/*
//LKED.SYSLIB DD DSNAME=SYS1.FORTLIB,DISP=SHR
//      DD DSN=VICUR,UNIT=2314,VOL=SER=LIX001,DISP=OLD
//LKED.SYSLMOD DD DSNAME=GEVAC(JPF),DISP=(NEW,KEEP,DELETE),
//  VOL=SER=LIX001,UNIT=2314,SPACE=(1024,(40,40,1)),LABEL=RETPD=30,
//  DCB=BLKSIZE=1024
//LKED.SYSIN DD *
  ENTRY PATRO
  INSERT PATRO
  INSERT DBAND
  INSERT LOSEN
  INSERT HELFE
  INSERT QSF
  OVERLAY AREA
  INSERT CICVA,CIRCC,CIRCD,CIRDP
  OVERLAY AREA
  INSERT CUVCA,CURCC,CURCD,CURDP,CURMT,RETCC,RETCT,RETCD

```

218.

```
SUBROUTINE CLINV(L,E,G,IXI,IYI,FI,SM,BT,BF,R,RA,LR,LCR,N,M,NJ3,SMR
1,JJ,JK,J1,J2,J3,K1,K2,K3,NP,S,RIG)
  REAL L(20),IX(20),IY(20),IXI(51),IYI(51)
  DIMENSION YM(51),FI(51),SM(6,6),BT(51),BF(51),R(20,9),RA(20),LR(63
1),LCR(63),SMR(6,6),JJ(20),JK(20),AE(63),AC(63),AR(63),AMD(6),AM(6)
2,AML(20,6),AMLJ(6),DE(11),ALFP(11),DL(6),D(63),YLIR(11,201),YLIF(1
31,201),YLIT(11,201),YLIQ(11,201),NP(20),BTP(51),BFP(51),S(63,60),X
4M(51),T(51),ZL4(51),ZL5(51),ZL6(51),Z4(51),Z5(51),Z6(51),RIG(63)
  COMMON I1,I2,I3,I4,I5
  READ(8,1)ISIM
1 FORMAT(I10)
  DO 15 I=1,M
  NPI=NP(I)
  H=L(I)/(NPI-1)
  DO 10 II=1,M
  DO 10 J=1,6
  AML(II,J)=0.
10 CONTINUE
  I3=I
  READ(13,I3)SM
  JJI=JJ(I)
  JKI=JK(I)
  RAI=RA(I)
  TT=SQRT(RAI**2-(.5*L(I))**2)
  TT=.5*L(I)/TT
  FIT=2.*ATAN(TT)
  READ(11,I)(IXI(K),K=1,NPI),(IYI(K),K=1,NPI)
  DO 15 KA=1,11
  IK=(I-1)*10+KA
  ALFP(KA)=.5*FIT-(KA-1)*.1*FIT
  DE(KA)=.5*L(I)-RAI*SIN(ALFP(KA))
  XM(KA)=.5*L(I)-DE(KA)
  T(KA)=SQRT(RAI**2-XM(KA)**2)
  XM(KA)=XM(KA)/T(KA)
  FIKA=ATAN(XM(KA))
  YM(KA)=T(KA)-RAI*COS(.5*FIT)
```

```

DO 12 K=1,NPI
K1=K-1
XM(K)=K1*H
XM(K)=.5*L(I)-XM(K)
XM(K)=XM(K)/RAI
T(K)=SQRT(1.-XM(K)**2)
T(K)=XM(K)/T(K)
FI(K)=ATAN(T(K))
BF(K)=RAI*SIN(.5*FIT+FI(K))
BT(K)=RAI*(1.-COS(.5*FIT+FI(K)))
12 CONTINUE
KP=DE(KA)/H
KP=KP+1
JP=KP+1
DO 130 K=JP,NPI
ZL4(K)=0.
ZL5(K)=0.
130 ZL6(K)=0.
DO 140 K=1,KP
BFP(K)=RAI*SIN(FI(K)-FIKA)
BTP(K)=RAI*(1-COS(FI(K)-FIKA))
ZL4(K)=1.0*BTP(K)/(G*IXI(K))-1.0*BFP(K)*SIN(FI(K))/(E*IYI(K)*COS(FI(K)))
ZL5(K)=1.0*BTP(K)*SIN(FI(K))/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))+1.0*BFP(K)/(E*IYI(K))
140 ZL6(K)=-1.0*BTP(K)*BT(K)/(G*IXI(K)*COS(FI(K)))-1.0*BFP(K)*BF(K)/(E*IYI(K)*COS(FI(K)))
CALL QSF(H,ZL4,Z4,NPI)
CALL QSF(H,ZL5,Z5,NPI)
CALL QSF(H,ZL6,Z6,NPI)
DL(4)=Z4(NPI)
DL(5)=Z5(NPI)
DL(6)=Z6(NPI)
DO 150 KI=4,6
AMLJ(KI)=0.
DO 150 KJ=4,6
150 AMLJ(KI)=AMLJ(KI)+SM(KI,KJ)*(-DL(KJ))
AML(I,1)=-AMLJ(4)+YM(KA)
AML(I,2)=-AMLJ(5)+AMLJ(6)*L(I)-DE(KA)
AML(I,3)=-AMLJ(6)+1.0
AML(I,4)=AMLJ(4)

```

220.

```
AML(I,5)=AMLJ(5)
AML(I,6)=AMLJ(6)
DO 5 II=1,NJ3
AE(II)=0.
5 CONTINUE
AE(3*JJI-2)=-R(I,1)*AML(I,1)-R(I,4)*AML(I,2)-R(I,7)*AML(I,3)
AE(3*JJI-1)=-R(I,2)*AML(I,1)-R(I,5)*AML(I,2)-R(I,8)*AML(I,3)
AE(3*JJI)=-R(I,3)*AML(I,1)-R(I,6)*AML(I,2)-R(I,9)*AML(I,3)
AE(3*JKI-2)=-R(I,1)*AML(I,4)-R(I,2)*AML(I,5)-R(I,3)*AML(I,6)
AE(3*JKI-1)=-R(I,4)*AML(I,4)-R(I,5)*AML(I,5)-R(I,6)*AML(I,6)
AE(3*JKI)=-R(I,7)*AML(I,4)-R(I,8)*AML(I,5)-R(I,9)*AML(I,6)
DO 29 J=1,NJ3
IF(LR(J))255,256,255
256 K=J-LCR(J)
GO TO 29
255 K=N+LCR(J)
29 AC(K)=AE(J)
C CALCULO DOS DESLOCAMENTOS
DO 30 J=1,N
30 D(J)=0.
DO 31 J=1,N
DO 31 K=1,N
D(J)=D(J)+S(J,K)*AC(K)
31 CONTINUE
C CALCULO DAS REACOES
N1=N+1
DO 1031 K=N1,NJ3
AR(K)=-AC(K)
DO 1031 J=1,N
AR(K)=AR(K)+S(K,J)*D(J)
1031 CONTINUE
J=N+1
DO 32 K=1,NJ3
JE=NJ3+1-K
IF(LR(JE))260,261,260
261 J=J-1
D(JE)=D(J)
GO TO 32
260 D(JE)=0.
32 CONTINUE
K=N
DO 33 KE=1,NJ3
IF(LR(KE))265,266,265
265 K=K+1
AR(KE)=AR(K)
```

```

GO TO 33
266 IF(RIG(KE))268,267,268
267 AR(KE)=0.
GO TO 33
268 AR(KE)=RIG(KE)*D(KE)
33 CONTINUE
DO 15 LL=1,M
RAL=RA(LL)
TT=SQRT(RAL**2-(.5*L(LL))**2)
TT=.5*L(LL)/TT
FI(11)=-ATAN(TT)
I4=LL
READ(14'I4)SMR,J1,J2,J3,K1,K2,K3
DO 71 J=1,6
AMD(J)=SMR(J,1)*D(J1)+SMR(J,2)*D(J2)+SMR(J,3)*D(J3)+SMR(J,4)*D(K1)
1+SMR(J,5)*D(K2)+SMR(J,6)*D(K3)
71 AM(J)=AML(LL,J)+AMD(J)
YLIF(LL,IK)=AM(4)*SIN(FI(11))-AM(5)*COS(FI(11))
YLIT(LL,IK)=AM(4)*COS(FI(11))+AM(5)*SIN(FI(11))
YLIQ(LL,IK)=-AM(6)
JJL=JJ(LL)
JKL=JK(LL)
YLIR(JJL,IK)=AR(3*LL)
IF(LL-M)15,14,14
14 YLIR(JKL,IK)=AR(3*LL+3)
15 CONTINUE
IM=10*M+1
DO 16 I=1,M
WRITE(15'I)(YLIF(I,KM),KM=1,IM),(YLIT(I,KM),KM=1,IM),(YLIQ(I,KM),K
1M=1,IM)
16 CONTINUE
MM=M
KSR=NJ3/3
IF(ISIM)46,47,46
46 IS=M/2
IF(2*IS-M)48,49,48
49 MM=M/2
KSR=(KSR-1)/2+1
GO TO 47
48 MM=(M+1)/2
KSR=KSR/2
47 KSI=11
WRITE(5,92)
92 FORMAT('//10X,'REACOES DE APOIO')
DO 90 K=1,KSR

```

```

WRITE(5,91)K
91 FORMAT(//10X,'APOIO POSICOES DA CARGA E ORDENADAS',//12X,I2)
DO 149 I=1,M
L1=(I-1)*10+2
L2=I*10+1
IF(I-1)107,108,107
108 L1=1
107 CONTINUE
WRITE(5,200)(IKK,IKK=L1,L2)
WRITE(5,201){YLIR(K,IKK),IKK=L1,L2}
149 CONTINUE
90 CONTINUE
DO 20 LL=1,MM
RAI=RA(LL)
NPI=NP(LL)
DO 11 K=1,11
H=L(LL)/10.
K1=K-1
XM(K)=K1*H
XM(K)=L(LL)/2.-XM(K)
XM(K)=XM(K)/RAI
T(K)=SQRT(1.-XM(K)**2)
T(K)=XM(K)/T(K)
FI(K)=ATAN(T(K))
BF(K)=RAI*SIN(FI(K)+FI(1))
BT(K)=RAI*(1.-COS(FI(K)+FI(1)))
11 CONTINUE
READ(15'LL){YLIF(11,KM),KM=1,IM},{YLIT(11,KM),KM=1,IM},{YLIQ(11,KM
1),KM=1,IM}
ILL=11
FIT=2*FI(1)
DO 25 I=1,M
DO 25 KA=1,11
IK=(I-1)*10+KA
IF(I-1)41,41,42
42 IF(KA-1)41,25,41
41 DO 25 KS=1,10
KSS=KS
IF(LL-I)52,51,52
51 IF(KS-KA)55,50,52
55 ALFA=.5*FIT-(KA-1)*.1*FIT
DE(KA)=.5*L(I)-RAI*SIN(ALFA)
XM(KA)=.5*L(I)-DE(KA)
T(KA)=SQRT(RAI**2-XM(KA)**2)
XM(KA)=XM(KA)/T(KA)

```

```

FIKA=ATAN(XM(KA))
BFP(KS)=RAI*SIN(FI(KS)-FIKA)
BTP(KS)=RAI*(1.-COS(FI(KS)-FIKA))
YLIF(KSS,IK)=YLIF(ILL,IK)*COS(.5*FIT+FI(KS))+YLIT(ILL,IK)*SIN(FI(K
IS)-FI(NPI))-YLIQ(ILL,IK)*BF(KS)-BFP(KS)
YLIT(KSS,IK)=YLIT(ILL,IK)*COS(FI(KS)-FI(NPI))-YLIF(ILL,IK)*SIN(.5*
1FIT+FI(KS))+YLIQ(ILL,IK)*BT(KS)+BTP(KS)
YLIQ(KSS,IK)=YLIQ(ILL,IK)+1.
GO TO 25
50 YLIF(KSS,IK)=YLIF(ILL,IK)*COS(.5*FIT+FI(KS))+YLIT(ILL,IK)*SIN(FI(K
IS)-FI(NPI))-YLIQ(ILL,IK)*BF(KS)
YLIT(KSS,IK)=YLIT(ILL,IK)*COS(FI(KS)-FI(NPI))-YLIF(ILL,IK)*SIN(.5*
1FIT+FI(KS))+YLIQ(ILL,IK)*BT(KS)
YLIQ(KSS,IK)=YLIQ(ILL,IK)+1.
GO TO 25
52 YLIF(KSS,IK)=YLIF(ILL,IK)*COS(.5*FIT+FI(KS))+YLIT(ILL,IK)*SIN(FI(K
IS)-FI(NPI))-YLIQ(ILL,IK)*BF(KS)
YLIT(KSS,IK)=YLIT(ILL,IK)*COS(FI(KS)-FI(NPI))-YLIF(ILL,IK)*SIN(.5*
1FIT+FI(KS))+YLIQ(ILL,IK)*BT(KS)
YLIQ(KSS,IK)=YLIQ(ILL,IK)
25 CONTINUE
IF(ISIM)57,58,57
57 IF(LL-MM)58,59,59
59 IF(2*IS-M)67,58,67
67 KSI=6
58 CONTINUE
DO 26 KS=1,KSI
KSK=(LL-1)*10+KS
IF(LL-1)72,72,73
73 IF(KS-1)72,26,72
72 CONTINUE
WRITE(5,100)KSK
100 FORMAT(/10X,'MOMENTO FLETOR',/10X,'SECCAO POSICOES DA CARGA E OR
1DENADAS',/12X,I2)
KSS=KS
DO 37 I=1,M
L1=(I-1)*10+2
L2=I*10+1
IF(I-1)61,62,61
62 L1=1
61 CONTINUE
WRITE(5,200)(IKK,IKK=L1,L2)
WRITE(5,201)(YLIF(KSS,IKK),IKK=L1,L2)
200 FORMAT(/12X,11F8)
201 FORMAT(12X,11F8.4)

```


224.

```
37 CONTINUE
   WRITE(5,101)KSK
101 FORMAT(//10X,'MOMENTO TORSOR',/10X,'SECCAO POSICOES DA CARGA E OR
1DENADAS',/12X,I2)
   DO 38 I=1,M
   L1=(I-1)*10+2
   L2=I*10+1
   IF(I-1)76,77,76
77 L1=1
76 CONTINUE
   WRITE(5,200)(IKK,IKK=L1,L2)
   WRITE(5,201)(YLIT(KSS,IKK),IKK=L1,L2)
38 CONTINUE
   WRITE(5,102)KSK
102 FORMAT(//10X,'FORCA CORTANTE',/10X,'SECCAO POSICOES DA CARGA E OR
1DENADAS',/12X,I2)
   DO 39 I=1,M
   L1=(I-1)*10+2
   L2=I*10+1
   IF(I-1)86,87,86
87 L1=1
86 CONTINUE
   WRITE(5,200)(IKK,IKK=L1,L2)
   WRITE(5,201)(YLIQ(KSS,IKK),IKK=L1,L2)
39 CONTINUE
26 CONTINUE
20 CONTINUE
   RETURN
   END
```

```

SUBROUTINE CLINA(L,E,G,IX,IY,YM,FI,SM,BT,BF,R,RA,LR,LCR,N,M,NJ3,SM
1R,JJ,JK,J1,J2,J3,K1,K2,K3,NP,S,RIG)
  REAL(20),IX(20),IY(20),IXK,IYK
  DIMENSION YM(51),FI(51),SM(6,6),BT(51),BF(51),R(20,9),RA(20),LR(63
1),LCR(63),SMR(6,6),JJ(20),JK(20),AE(63),AC(63),AR(63),AMD(6),AM(6)
2,AML(20,6),AMLJ(6),DE(11),ALFP(11),DL(6),D(63),YLIR(11,201),YLIF(1
31,201),YLIT(11,201),YLIQ(11,201),NP(20),BTP(51),BFP(51),S(63,60),X
4M(11),T(51),RIG(63)
  COMMON I1,I2,I3,I4,I5
  READ(8,1)ISIM
1 FORMAT(I10)
  DO 15 I=1,M
  NPI=NP(I)
  DO 10 II=1,M
  DO 10 J=1,6
  AML(II,J)=0.
10 CONTINUE
  I3=I
  READ(13'I3)SM
  JJI=JJ(I)
  JKI=JK(I)
  RAI=RA(I)
  TT=SQRT(RAI**2-(.5*L(I))**2)
  TT=.5*L(I)/TT
  FIT=2.*ATAN(TT)
  IXK=IX(I)
  IYK=IY(I)
  DO 15 KA=1,11
  IK=(I-1)*10+KA
  ALFP(KA)=.5*FIT-(KA-1)*.1*FIT
  ALFA=ALFP(KA)
  D1=SIN(.5*FIT)**2-SIN(ALFA)**2
  D2=SIN(.5*FIT)*COS(.5*FIT)-SIN(ALFA)*COS(ALFA)+ALFA-(.5*FIT)
  D3=SIN(ALFA)-SIN(.5*FIT)
  D4=COS(.5*FIT)-COS(ALFA)
  DL(4)=-1.00*RAI**2*(D1*SIN(ALFA)/2+(.5*D2*COS(ALFA))+D3-(ALFA-(.5*
1FIT))*COS(ALFA))/(G*IXK)+1.00*RAI**2*(D1*(.5*SIN(ALFA))+(.5*D2*COS
1(ALFA)))/(E*IYK)
  DL(5)=-1.00*RAI**2*(-(.5*D2*SIN(ALFA))+(.5*D1*COS(ALFA))+D4)/(G*IX
1K)-1.00*RAI**2*((.5*FIT-ALFA)*SIN(ALFA)+(D2*SIN(ALFA))-(.5*D1*C
1OS(ALFA)))/(E*IYK)
  DL(6)=1.00*RAI**3*(SIN(.5*FIT-ALFA)+ALFA-(.5*FIT)-COS(.5*FIT)*(.5*
1D1*SIN(ALFA)+(D2*COS(ALFA))+D3-(ALFA-(.5*FIT))*COS(ALFA))+SIN(.
15*FIT)*(-.5*D2*SIN(ALFA))+(.5*D1*COS(ALFA))+D4))/(G*IXK)+1.00*RAI
1**3*(SIN(.5*FIT)*((.5*FIT-ALFA)*SIN(ALFA)+(D2*SIN(ALFA))-(.5*D1
1COS(ALFA)))+COS(.5*FIT)*((.5*D1*SIN(ALFA))+(.5*D2*COS(ALFA))))/(E
1*IYK)

```

226.

```
DE(KA)=.5*L(I)-RAI*SIN(ALFP(KA))
DO 35 KI=4,6
AMLJ(KI)=0.
DO 35 KJ=4,6
35 AMLJ(KI)=AMLJ(KI)+SM(KI,KJ)*(-DL(KJ))
YM(KA)=RAI*(COS(ALFP(KA))-COS(.5*FIT))
AML(I,1)=-AMLJ(4)+YM(KA)
AML(I,2)=-AMLJ(5)+AMLJ(6)*L(I)-DE(KA)
AML(I,3)=-AMLJ(6)+1.0
AML(I,4)=AMLJ(4)
AML(I,5)=AMLJ(5)
AML(I,6)=AMLJ(6)
DO 5 II=1,NJ3
AE(II)=0.
5 CONTINUE
AE(3*JJI-2)=-R(I,1)*AML(I,1)-R(I,4)*AML(I,2)-R(I,7)*AML(I,3)
AE(3*JJI-1)=-R(I,2)*AML(I,1)-R(I,5)*AML(I,2)-R(I,8)*AML(I,3)
AE(3*JJI)=-R(I,3)*AML(I,1)-R(I,6)*AML(I,2)-R(I,9)*AML(I,3)
AE(3*JKI-2)=-R(I,1)*AML(I,4)-R(I,2)*AML(I,5)-R(I,3)*AML(I,6)
AE(3*JKI-1)=-R(I,4)*AML(I,4)-R(I,5)*AML(I,5)-R(I,6)*AML(I,6)
AE(3*JKI)=-R(I,7)*AML(I,4)-R(I,8)*AML(I,5)-R(I,9)*AML(I,6)
DO 29 J=1,NJ3
IF(LR(J))255,256,255
256 K=J-LCR(J)
GO TO 29
255 K=N+LCR(J)
29 AC(K)=AE(J)
C CALCULO DOS DESLOCAMENTOS
DO 30 J=1,N
30 D(J)=0.
DO 31 J=1,N
DO 31 K=1,N
D(J)=D(J)+S(J,K)*AC(K)
31 CONTINUE
C CALCULO DAS REACOES
N1=N+1
DO 1031 K=N1,NJ3
AR(K)=-AC(K)
DO 1031 J=1,N
AR(K)=AR(K)+S(K,J)*D(J)
1031 CONTINUE
J=N+1
DO 32 K=1,NJ3
JE=NJ3+1-K
IF(LR(JE))260,261,260
```

```

261 J=J-1
    D(JE)=D(J)
    GO TO 32
260 D(JE)=0.
    32 CONTINUE
    K=N
    DO 33 KE=1,NJ3
    IF(LR(KE))265,266,265
265 K=K+1
    AR(KE)=AR(K)
    GO TO 33
266 IF(RIG(KE))268,267,268
267 AR(KE)=0.
    GO TO 33
268 AR(KE)=-RIG(KE)*D(KE)
    33 CONTINUE
    DO 15 LL=1,M
    RAL=RA(LL)
    TT=SQRT(RAL**2-(.5*L(LL))**2)
    TT=.5*L(LL)/TT
    FI(11)=-ATAN(TT)
    I4=LL
    READ(14'I4)SMR,J1,J2,J3,K1,K2,K3
    DO 71 J=1,6
    AMD(J)=SMR(J,1)*D(J1)+SMR(J,2)*D(J2)+SMR(J,3)*D(J3)+SMR(J,4)*D(K1)
    I+SMR(J,5)*D(K2)+SMR(J,6)*D(K3)
71 AM(J)=AML(LL,J)+AMD(J)
    YLIF(LL,IK)=AM(4)*SIN(FI(11))-AM(5)*COS(FI(11))
    YLIT(LL,IK)=AM(4)*COS(FI(11))+AM(5)*SIN(FI(11))
    YLIQ(LL,IK)=-AM(6)
    JJL=JJ(LL)
    JKL=JK(LL)
    YLIR(JJL,IK)=AR(3*LL)
    IF(LL-M)15,14,14
14 YLIR(JKL,IK)=AR(3*LL+3)
15 CONTINUE
    IM=10*M+1
    DO 16 I=1,M
    WRITE(15'I')(YLIF(I,KM),KM=1,IM),(YLIT(I,KM),KM=1,IM),(YLIQ(I,KM),K
    IM=1,IM)
16 CONTINUE
    MM=M
    KSR=NJ3/3
    IF(ISIM)46,47,46

```

```

46 IS=M/2
   IF(2*IS-M)48,49,48
49 MM=M/2
   KSR=(KSR-1)/2+1
   GO TO 47
48 MM=(M+1)/2
   KSR=KSR/2
47 KSI=11
   WRITE(5,92)
92 FORMAT(//10X,'REACOES DE APOIO')
   DO 90 K=1,KSR
   WRITE(5,91)K
91 FORMAT(//10X,'APOIO POSICOES DA CARGA E ORDENADAS',//12X,I2)
   DO 149 I=1,M
   L1=(I-1)*10+2
   L2=I*10+1
   IF(I-1)107,108,107
108 L1=1
107 CONTINUE
   WRITE(5,200)(IKK,IKK=L1,L2)
   WRITE(5,201)(YLIR(K,IKK),IKK=L1,L2)
149 CONTINUE
90 CONTINUE
   NPI=11
   DO 20 LL=1,MM
   RAI=RA(LL)
   DO 11 K=1,11
   H=L(LL)/10.
   K1=K-1
   XM(K)=K1*H
   XM(K)=L(LL)/2.-XM(K)
   XM(K)=XM(K)/RAI
   T(K)=SQRT(1.-XM(K)**2)
   T(K)=XM(K)/T(K)
   FI(K)=ATAN(T(K))
   BF(K)=RAI*SIN(FI(K)+FI(1))
   BT(K)=RAI*(1.-COS(FI(K)+FI(1)))
11 CONTINUE
   READ(15'LL')(YLIF(11,KM),KM=1,IM),(YLIT(11,KM),KM=1,IM),(YLIQ(11,KM
1),KM=1,IM)
   ILL=11
   FIT=2*FI(1)
   DO 25 I=1,M
   DO 25 KA=1,11
   IK=(I-1)*10+KA

```

```

      IF(I-1)41,41,42
42  IF(KA-1)41,25,41
41  DO 25 KS=1,10
      KSS=KS
      RAL=RA(LL)
      BFP(KS)=RAL*SIN(FI(KS)-FI(KA))
      BTP(KS)=RAL-RAL*COS(FI(KS)-FI(KA))
      IF(LL-I)52,51,52
51  IF(KS-KA)55,50,52
55  YLIF(KSS,IK)=YLIF(ILL,IK)*COS(.5*FIT+FI(KS))+YLIT(ILL,IK)*SIN(FI(K
      IS)-FI(NPI))-YLIQ(ILL,IK)*BF(KS)-BFP(KS)
      YLIT(KSS,IK)=YLIT(ILL,IK)*COS(FI(KS)-FI(NPI))-YLIF(ILL,IK)*SIN(.5*
      1FIT+FI(KS))+YLIQ(ILL,IK)*BT(KS)+BTP(KS)
      YLIQ(KSS,IK)=YLIQ(ILL,IK)+1.
      GO TO 25
50  YLIF(KSS,IK)=YLIF(ILL,IK)*COS(.5*FIT+FI(KS))+YLIT(ILL,IK)*SIN(FI(K
      IS)-FI(NPI))-YLIQ(ILL,IK)*BF(KS)
      YLIT(KSS,IK)=YLIT(ILL,IK)*COS(FI(KS)-FI(NPI))-YLIF(ILL,IK)*SIN(.5*
      1FIT+FI(KS))+YLIQ(ILL,IK)*BT(KS)
      YLIQ(KSS,IK)=YLIQ(ILL,IK)+1.
      GO TO 25
52  YLIF(KSS,IK)=YLIF(ILL,IK)*COS(.5*FIT+FI(KS))+YLIT(ILL,IK)*SIN(FI(K
      IS)-FI(NPI))-YLIQ(ILL,IK)*BF(KS)
      YLIT(KSS,IK)=YLIT(ILL,IK)*COS(FI(KS)-FI(NPI))-YLIF(ILL,IK)*SIN(.5*
      1FIT+FI(KS))+YLIQ(ILL,IK)*BT(KS)
      YLIQ(KSS,IK)=YLIQ(ILL,IK)
25  CONTINUE
      IF(ISIM)57,58,57
57  IF(LL-MM)58,59,59
59  IF(2*IS-M)67,58,67
67  KSI=6
58  CONTINUE
      DO 26 KS=1,KSI
      KSK=(LL-1)*10+KS
      IF(LL-1)72,72,73
73  IF(KS-1)72,26,72
72  CONTINUE
      WRITE(5,100)KSK
100  FORMAT(/10X,'MOMENTO FLETOR',/10X,'SECCAO POSICOES DA CARGA E OR
      IDENADAS',/12X,I2)
      KSS=KS
      DO 37 I=1,M
      L1=(I-1)*10+2
      L2=I*10+1
      IF(I-1)61,62,61

```

```
62 L1=1
61 CONTINUE
   WRITE(5,200)(IKK,IKK=L1,L2)
   WRITE(5,201)(YLIF(KSS,IKK),IKK=L1,L2)
200 FORMAT(/12X,11I8)
201 FORMAT(12X,11F8.4)
37 CONTINUE
   WRITE(5,101)KSK
101 FORMAT(/10X,'MOMENTO TORSOR',/10X,'SECCAO POSICOES DA CARGA E OR
   IDENADAS',/12X,I2)
   DO 38 I=1,M
   L1=(I-1)*10+2
   L2=I*10+1
   IF(I-1)76,77,76
77 L1=1
76 CONTINUE
   WRITE(5,200)(IKK,IKK=L1,L2)
   WRITE(5,201)(YLIT(KSS,IKK),IKK=L1,L2)
38 CONTINUE
   WRITE(5,102)KSK
102 FORMAT(/10X,'FORCA CORTANTE',/10X,'SECCAO POSICOES DA CARGA E OR
   IDENADAS',/12X,I2)
   DO 39 I=1,M
   L1=(I-1)*10+2
   L2=I*10+1
   IF(I-1)86,87,86
87 L1=1
86 CONTINUE
   WRITE(5,200)(IKK,IKK=L1,L2)
   WRITE(5,201)(YLIQ(KSS,IKK),IKK=L1,L2)
39 CONTINUE
26 CONTINUE
20 CONTINUE
   RETURN
   END
```

```

REAL L(30),IX(30),IY(30),IXI(39),IYI(39)
DIMENSION X(21),Y(21),INS(20),NP(20),JJ(20),JK(20),R(20,9),YM(51),
1XM(51),FI(51),SM(6,6),SMR(6,6),SMD(51),LCR(63),S(63,60),LR(63),BT(
251),BF(51),RA(20),F(20),T(51),RIG(63)
COMMON I1,I2,I3,I4,I5
DEFINE FILE I1(20,78,U,I1),I2(20,156,U,I2),I3(20,36,U,I3),I4(20,42
1,U,I4),I5(20,603,U,I5)
WRITE(5,90)
90 FORMAT('1',//27X,66('-'),//27X,'PROGRAMA DE ENGENHARIA CIVIL',28(
1'-'),'COPPE/UFRJ',//27X,'JOSE DO PATROCINIO FIGUEIROA',17('-'),'PR
20GRAMA L I N V I C',//27X,'LINHAS DE INFLUENCIA DE VIGAS CURVAS C
3IRCULARES DE SECCAO VARIAVEL',//27X,66('-'))
READ(8,2000)NTEST
NEST=0
271 NEST=NEST+1
READ(8,80)
READ(8,81)
READ(8,82)
80 FORMAT(55H )
81 FORMAT(55H )
82 FORMAT(55H )
WRITE(5,96)NEST
96 FORMAT(///48X,24('-'),//48X,'E S T R U T U R A NO.',I2,//48X,24(
1'-'))
WRITE(5,80)
WRITE(5,81)
WRITE(5,82)
2000 FORMAT(I5)
READ(8,102)M,NJ,NR,NRJ,NJES,E,G
102 FORMAT(5I5,2F10.0)
N=3*NJ-NR
WRITE(5,103)
103 FORMAT(///10X,'CARACTERISTICAS GEOMETRICAS E MODULOS DE ELASTICID
1ADE DA ESTRUTURA',//10X,'M',10X,'N',10X,'NJ',10X,'NR',10X,'NRJ',10
2X,'NJES',15X,'E',15X,'G')
WRITE(5,104)M,N,NJ,NR,NRJ,NJES,E,G
104 FORMAT(2I11,2I12,2I13,2F16.0)
WRITE(5,91)
91 FORMAT(//10X,'COORDENADAS DOS NOS',//10X,'NO',10X,'X',10X,'Y')
DO 10 II=1,NJ
READ(8,105)J,X(J),Y(J)
105 FORMAT(I3,2F10.2)
10 CONTINUE
WRITE(5,106)(J,X(J),Y(J),J=1,NJ)
106 FORMAT(I12,2F11.2)
C PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS
WRITE(5,1)

```



```

1  FORMAT(//10X,'PROPIEDADES DOS ELEMENTOS',//)
   READ(8,2)NCUC,NCUV
2  FORMAT(5I11)
   WRITE(5,3)
3  FORMAT(//10X,'ELEMENTO',5X,'JJ',5X,'JK',12X,'IX',12X,'IY',12X,'L')
   DO 51 I=1,M
     NP(I)=0
     INS(I)=0
51  CONTINUE
     DO 52 J=1,M
72  READ(8,2)I,INS(I),NP(I)
     DO 53 I=1,M
       IF(INS(I))100,101,100
101  READ(8,4)I,JJ(I),JK(I),IX(I),IY(I)
       4  FORMAT(3I5,2F15.0)
       GO TO 1105
100  READ(8,5)I,JJ(I),JK(I)
       5  FORMAT(3I5)
1105  JJI=JJ(I)
       JKI=JK(I)
       XCL=X(JKI)-X(JJI)
       YCL=Y(JKI)-Y(JJI)
       L(I)=SQRT(XCL**2+YCL**2)
       NPI=NP(I)
       IF(INS(I))1115,1120,1115
1120  WRITE(5,6)I,JJ(I),JK(I),IX(I),IY(I),L(I)
       6  FORMAT(10X,I8,2I7,2F14.6,3F14.3)
       GO TO 1125
1115  WRITE(5,7)I,JJ(I),JK(I),L(I)
       7  FORMAT(10X,I8,2I7,10X,'VARIABLE',6X,'VARIABLE',F11.3,2F14.3)
       READ(8,8)((IXI(K),K=1,NPI),(IYI(K),K=1,NPI))
       8  FORMAT(8F10.6)
       I1=I
       WRITE(11'I1)((IXI(K),K=1,NPI),(IYI(K),K=1,NPI))
1125  READ(8,8)RA(I)
       H=L(I)/(NPI-1)
       F(I)=SQRT(RA(I)**2-(L(I)/2.)**2)
       CX=F(I)/RA(I)
       CY=-.5*L(I)/RA(I)
       DO 110 K=1,9
110  R(I,K)=0.
       R(I,1)=CX
       R(I,2)=CY
       R(I,4)=-CY
       R(I,5)=CX
       R(I,9)=1.

```

```

DO 888 K=1,NPI
  K1=K-1
  XM(K)=K1*H
  XM(K)=L(I)/2.-XM(K)
  XM(K)=XM(K)/RA(I)
  T(K)=SQRT(1.-XM(K)**2)
  T(K)=XM(K)/T(K)
  FI(K)=ATAN(T(K))
  XM(K)=K1*H
888 YM(K)=RA(I)*COS(FI(K))-F(I)
  DO 999 K=1,NPI
  BT(K)=RA(I)*(1.-COS(FI(1)+FI(K)))
  BF(K)=RA(I)*SIN(FI(1)+FI(K))
999 CONTINUE
  I2=I
  WRITE(12'I2')(YM(K),K=1,NPI),(BT(K),K=1,NPI),(BF(K),K=1,NPI),(FI(K)
1,K=1,NPI)
53 CONTINUE
  IF(NCUV)130,135,130
130 WRITE(5,9)
  9 FORMAT(//10X,'ELEMENTOS DE SECCAO VARIABEL'//10X,'ELEMENTO',9X,'SE
1CCAO',10X,'IX',10X,'IY')
  DO 54 I=1,M
  NPI=NP(I)
  IF(INS(I))140,54,140
140 I1=I
  READ(11'I1')(IXI(K),K=1,NPI),(IYI(K),K=1,NPI)
  WRITE(5,1116)I,(K,IXI(K),IYI(K),K=1,NPI)
1116 FORMAT(//10X,18,I15,6X,2F10.6,/{18X,I15,6X,2F10.6})
  54 CONTINUE
  135 CONTINUE
C  CARACTERISTICAS DOS NOS
  WRITE(5,1110)
1110 FORMAT(//10X,'LISTA DE LIGACOES',//10X,'NO',10X,'LIGACAO X',10X,'L
1IGACAO Y',10X,'LIGACAO Z')
  NJ3=3*NJ
  DO 14 J=1,NJ3
  LR(J)=0.
  LCR(J)=0.
  14 CONTINUE
  DO 15 II=1,NRJ
  READ(8,109)J,LR(3*J-2),LR(3*J-1),LR(3*J)
109 FORMAT(4I10)
  WRITE(5,222)J,LR(3*J-2),LR(3*J-1),LR(3*J)
222 FORMAT(10X,I2,13X,I2,17X,I2,17X,I2)

```

```

15 CONTINUE
   LCR(1)=LR(1)
   DO 16 J=2,NJ3
   LCR(J)=LCR(J-1)+LR(J)
16 CONTINUE
   DO 17 I=1,NJ3
   DO 17 J=1,N
   S(I,J)=0.
17 CONTINUE
   DO 18 I=1,M
   CALL CICVA(L,I,E,G,IXI,IYI,IX,IY,YM,FI,NP,INS,SM,BT,BF,RA)
C  NUMERACAO DOS DESLOCAMENTOS
   J1=3*JJ(I)-2
   J2=3*JJ(I)-1
   J3=3*JJ(I)
   K1=3*JK(I)-2
   K2=3*JK(I)-1
   K3=3*JK(I)
C  CONSTRUCAO DA MATRIZ SMR
   DO 610 K=1,3
   DO 610 J=1,6
   SMR(J,K)=SM(J,1)*R(I,K)+SM(J,2)*R(I,K+3)+SM(J,3)*R(I,K+6)
610 CONTINUE
   DO 615 K=4,6
   DO 615 J=1,6
   SMR(J,K)=SM(J,4)*R(I,3*K-11)+SM(J,5)*R(I,3*K-10)+SM(J,6)*R(I,3*K-9
1)
615 CONTINUE
C  CONSTRUCAO DA MATRIZ SMD
   DO 620 K=1,3
   DO 620 J=1,6
   SMD(K,J)=SMR(1,J)*R(I,K)+SMR(2,J)*R(I,K+3)+SMR(3,J)*R(I,K+6)
620 CONTINUE
   DO 625 K=4,6
   DO 625 J=1,6
   SMD(K,J)=SMR(4,J)*R(I,3*K-11)+SMR(5,J)*R(I,3*K-10)+SMR(6,J)*R(I,3*
1K-9)
625 CONTINUE
   I4=I
   WRITE(14,I4)SMR,J1,J2,J3,K1,K2,K3
C  RENUMERACAO DOS DESLOCAMENTOS
   IF(LR(J1))111,111,112
111 J1=J1-LCR(J1)
   GO TO 113
112 J1=N+LCR(J1)
113 IF(LR(J2))114,114,115

```

```

114 J2=J2-LCR(J2)
    GO TO 116
115 J2=N+LCR(J2)
116 IF(LR(J3))117,117,118
117 J3=J3-LCR(J3)
    GO TO 119
118 J3=N+LCR(J3)
119 IF(LR(K1))120,120,121
120 K1=K1-LCR(K1)
    GO TO 122
121 K1=N+LCR(K1)
122 IF(LR(K2))123,123,124
123 K2=K2-LCR(K2)
    GO TO 125
124 K2=N+LCR(K2)
125 IF(LR(K3))126,126,127
126 K3=K3-LCR(K3)
    GO TO 128
127 K3=N+LCR(K3)
128 J1A=3*JJ(I)-2
    J2A=3*JJ(I)-1
    J3A=3*JJ(I)
    K1A=3*JK(I)-2
    K2A=3*JK(I)-1
    K3A=3*JK(I)

```

C CONSTRUCAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ

```

    IF(LR(J1A))200,200,201
200 S(J1,J1)=S(J1,J1)+SMD(1,1)
    S(J2,J1)=S(J2,J1)+SMD(2,1)
    S(J3,J1)=S(J3,J1)+SMD(3,1)
    S(K1,J1)=S(K1,J1)+SMD(4,1)
    S(K2,J1)=S(K2,J1)+SMD(5,1)
    S(K3,J1)=S(K3,J1)+SMD(6,1)
201 IF(LR(J2A))210,210,211
210 S(J1,J2)=S(J1,J2)+SMD(1,2)
    S(J2,J2)=S(J2,J2)+SMD(2,2)
    S(J3,J2)=S(J3,J2)+SMD(3,2)
    S(K1,J2)=S(K1,J2)+SMD(4,2)
    S(K2,J2)=S(K2,J2)+SMD(5,2)
    S(K3,J2)=S(K3,J2)+SMD(6,2)
211 IF(LR(J3A))215,215,216
215 S(J1,J3)=S(J1,J3)+SMD(1,3)
    S(J2,J3)=S(J2,J3)+SMD(2,3)
    S(J3,J3)=S(J3,J3)+SMD(3,3)
    S(K1,J3)=S(K1,J3)+SMD(4,3)

```

```

S(K2,J3)=S(K2,J3)+SMD(5,3)
S(K3,J3)=S(K3,J3)+SMD(6,3)
216 IF(LR(K1A))220,220,221
220 S(J1,K1)=S(J1,K1)+SMD(1,4)
S(J2,K1)=S(J2,K1)+SMD(2,4)
S(J3,K1)=S(J3,K1)+SMD(3,4)
S(K1,K1)=S(K1,K1)+SMD(4,4)
S(K2,K1)=S(K2,K1)+SMD(5,4)
S(K3,K1)=S(K3,K1)+SMD(6,4)
221 IF(LR(K2A))225,225,226
225 S(J1,K2)=S(J1,K2)+SMD(1,5)
S(J2,K2)=S(J2,K2)+SMD(2,5)
S(J3,K2)=S(J3,K2)+SMD(3,5)
S(K1,K2)=S(K1,K2)+SMD(4,5)
S(K2,K2)=S(K2,K2)+SMD(5,5)
S(K3,K2)=S(K3,K2)+SMD(6,5)
226 IF(LR(K3A))230,230,18
230 S(J1,K3)=S(J1,K3)+SMD(1,6)
S(J2,K3)=S(J2,K3)+SMD(2,6)
S(J3,K3)=S(J3,K3)+SMD(3,6)
S(K1,K3)=S(K1,K3)+SMD(4,6)
S(K2,K3)=S(K2,K3)+SMD(5,6)
S(K3,K3)=S(K3,K3)+SMD(6,6)
18 CONTINUE

```

C
C

```

INFORMACOES SOBRE APOIOS ELASTICOS
IF(NJES)635,635,640
640 WRITE(5,735)
735 FORMAT(//10X,'COEFICIENTES DE RIGIDEZ DOS APOIOS ELASTICOS',//15X,
1'NO',10X,'RIG X',10X,'RIG Y',10X,'RIG Z',//)
DO 645 I=1,NJES
READ(8,736)K,(X(J),J=1,3)
736 FORMAT(I5,3F10.0)
DO 646 I=1,3
J1=3*K-(3-I)
IF(LR(J1))646,647,646
647 J1=J1-LCR(J1)
S(J1,J1)=S(J1,J1)+X(I)
646 CONTINUE
WRITE(5,737)K,(X(J),J=1,3)
RIG(3*K-2)=X(1)
RIG(3*K-1)=X(2)
RIG(3*K)=X(3)
645 CONTINUE
635 CONTINUE
737 FORMAT(10X,I7,3(5X,F10.0))
CALL HELFE(S,N)
WRITE(5,505)
505 FORMAT(////45X,'LINHAS DE INFLUENCIA',/10X,90('='))
READ(8,2000)INDIN

```

```
IF(INDIN)231,232,232
232 CALL CLINAIL(E,G,IX,IY,YM,FI,SM,BT,BF,R,RA,LR,LCR,N,M,NJ3,SMR,JJ,J
1K,J1,J2,J3,K1,K2,K3,NP,S,RIG)
GO TO 500
231 CALL CLINV(L,E,G,IXI,IYI,FI,SM,BT,BF,R,RA,LR,LCR,N,M,NJ3,SMR,JJ,JK
1,J1,J2,J3,K1,K2,K3,NP,S)
500 IF(NTTEST-NEST)270,270,271
270 CALL EXIT
END
```

/*

```
//GO.FT05F001 DD SYSOUT=J
//GO.FT11F001 DD DSN=##MIN,UNIT=SYSDA,SPACE=(312,(30,1),RLSE)
//GO.FT12F001 DD DSN=##GEO,UNIT=SYSDA,SPACE=(624,(30,1),RLSE)
//GO.FT13F001 DD DSN=##RIG,UNIT=SYSDA,SPACE=(144,(30,1),RLSE)
//GO.FT14F001 DD DSN=##SMR,UNIT=SYSDA,SPACE=(168,(30,1),RLSE)
//GO.FT15F001 DD DSN=##LIN,UNIT=SYSDA,SPACE=(612,(5,1),RLSE)
```

PROGRAMA DE ENGENHARIA CIVIL-----COPPE/UFRJ
JOSE DO PATROCINIO FIGUEIROA-----PROGRAMA G E V A C
CALCULO DE GRELHAS COM ELEMENTOS DE EIXO CURVO E SECCAO VARIAVEL

E S T R U T U R A N O . 2

TESE-EXEMPLO DE APLICACAO-
GRELHA DE EDIFICIO CILINDRICO
UNIDADES*TONELADA-FORCA E METRO*

CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E MÓDULOS DE ELASTICIDADE DA ESTRUTURA

M	N	NJ	NR	NRJ	E	G
40	53	25	22	16	2100000.	875000.

COORDENADAS DOS NÓS

NO	X	Y
1	0.0	2.00
2	0.77	1.85
3	1.41	1.41
4	1.85	0.77
5	2.00	0.0
6	0.0	5.25
7	2.01	4.95
8	3.71	3.71
9	4.85	2.01
10	5.25	0.0
11	0.0	8.50
12	3.25	7.85
13	6.01	6.01
14	7.85	3.25
15	8.50	0.0
16	0.0	11.75
17	4.50	10.86
18	8.31	8.31
19	10.86	4.50
20	11.75	0.0
21	0.0	15.00
22	5.74	13.86
23	10.61	10.61
24	13.86	5.74

25 15.00 0.0

PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS

ELEMENTO	JJ	JK	IX	IY	L	CX	CY
1	1	2	0.000301	0.001250	0.780	0.981	-0.195
2	2	3	0.000301	0.001250	0.780	0.831	-0.556
3	3	4	0.000301	0.001250	0.780	0.556	-0.831
4	4	5	0.000301	0.001250	0.780	0.195	-0.981
5	6	7	0.000301	0.001250	2.049	0.981	-0.195
6	7	8	0.000301	0.001250	2.048	0.831	-0.556
7	8	9	0.000301	0.001250	2.048	0.556	-0.831
8	9	10	0.000301	0.001250	2.049	0.195	-0.981
9	11	12	0.000301	0.001250	3.317	0.981	-0.195
10	12	13	0.000301	0.001250	3.316	0.831	-0.556
11	13	14	0.000301	0.001250	3.316	0.556	-0.831
12	14	15	0.000301	0.001250	3.317	0.195	-0.981
13	16	17	0.000301	0.001250	4.585	0.981	-0.195
14	17	18	0.000301	0.001250	4.585	0.831	-0.556
15	18	19	0.000301	0.001250	4.585	0.556	-0.831
16	19	20	0.000301	0.001250	4.585	0.195	-0.981
17	21	22	0.000301	0.001250	5.853	0.981	-0.195
18	22	23	0.000301	0.001250	5.853	0.831	-0.556
19	23	24	0.000301	0.001250	5.853	0.556	-0.831
20	24	25	0.000301	0.001250	5.853	0.195	-0.981
21	1	6	0.000301	0.001250	3.250	0.0	1.000
22	2	7	0.000301	0.001250	3.250	0.383	0.924
23	3	8	0.000301	0.001250	3.250	0.707	0.707
24	4	9	0.000301	0.001250	3.250	0.924	0.383

25	5	10	0.000301	0.001250	3.250	1.000	0.0
26	6	11	0.000301	0.001250	3.250	0.0	1.000
27	7	12	0.000301	0.001250	3.250	0.383	0.924
28	8	13	0.000301	0.001250	3.250	0.707	0.707
29	9	14	0.000301	0.001250	3.250	0.924	0.383
30	10	15	0.000301	0.001250	3.250	1.000	0.0
31	11	16	0.000301	0.001250	3.250	0.0	1.000
32	12	17	0.000301	0.001250	3.250	0.383	0.924
33	13	18	0.000301	0.001250	3.250	0.707	0.707
34	14	19	0.000301	0.001250	3.250	0.924	0.383
35	15	20	0.000301	0.001250	3.250	1.000	0.0
36	16	21	0.000301	0.001250	3.250	0.0	1.000
37	17	22	0.000301	0.001250	3.250	0.383	0.924
38	18	23	0.000301	0.001250	3.250	0.707	0.707
39	19	24	0.000301	0.001250	3.250	0.924	0.383
40	20	25	0.000301	0.001250	3.250	1.000	0.0

LISTA DE LIGACOES

NO	LIGACAO X	LIGACAO Y	LIGACAO Z
1	0	1	1
5	1	0	1
6	0	1	0
10	1	0	0
11	0	1	1
12	0	0	1
13	0	0	1
14	0	0	1
15	1	0	1
16	0	1	0
20	1	0	0
21	0	1	1
22	0	0	1
23	0	0	1
24	0	0	1
25	1	0	1

CARREGAMENTO NO. 1

=====

NO. DE NOS CARREGADOS NNOC= 0

NO. DE ELEMENTOS RETOS CARREGADOS NREC= 20

NO. DE ELEMENTOS CURVOS CARREGADOS NCU= 20

DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	DESL Z
1	-0.001679	0.0	0.0
2	-0.001435	0.001116	-0.000273
3	-0.001349	0.001349	-0.000493
4	-0.001116	0.001435	-0.000273
5	0.0	0.001679	0.0

6	0.000725	0.0	-0.002814
7	0.000868	-0.000245	-0.002971
8	0.000718	-0.000718	-0.003087
9	0.000245	-0.000868	-0.002971
10	0.0	-0.000725	-0.002814
11	-0.001251	0.0	0.0
12	-0.001575	0.000660	0.0
13	-0.001330	0.001330	0.0
14	-0.000659	0.001575	0.0
15	0.0	0.001251	0.0
16	-0.000805	0.0	-0.008321

17	-0.000708	0.000826	-0.010563
18	-0.000724	0.000724	-0.011374
19	-0.000825	0.000708	-0.010564
20	0.0	0.000805	-0.008320
21	0.004532	0.0	0.0
22	0.005159	-0.002119	0.0
23	0.004223	-0.004220	0.0
24	0.002122	-0.005158	0.0
25	0.0	-0.004532	0.0

ACOES NAS EXTREMIDADES DOS ELEMENTOS

ELEMENTO	AML1	AML2	AML3	AML4	AML5	AML6
1	0.2524	-5.4838	5.4938	-0.2353	1.4569	-4.8262
2	0.1023	-1.4195	2.0050	-0.0922	0.1154	-1.3374
3	-0.0922	-0.1153	-1.3374	0.1092	-1.4195	2.0050

4	-0.2354	-1.4569	-4.8264	0.2525	5.4839	5.4940
5	0.0690	-0.3165	1.1941	0.0626	-0.1235	0.7645
6	0.0554	0.1450	1.0372	0.0762	-0.2637	0.9213
7	0.0762	0.2637	0.9213	0.0554	-0.1449	1.0373
8	0.0627	0.1234	0.7647	0.0690	0.3167	1.1939
9	0.2151	-1.3055	1.6981	0.1663	1.4857	1.8068
10	0.1988	-1.4310	1.7269	0.1825	1.5156	1.7779
11	0.1825	-1.5156	1.7780	0.1988	1.4308	1.7268
12	0.1663	-1.4855	1.8069	0.2151	1.3051	1.6981
13	0.4994	-3.2552	2.9906	0.2989	1.7088	2.3160
14	0.3671	-1.7745	2.5501	0.4310	2.2469	2.7562
15	0.4309	-2.2468	2.7560	0.3672	1.7753	2.5503
16	0.2990	-1.7094	2.3165	0.4992	3.2534	2.9900
17	0.9532	-4.4031	5.1814	1.0263	4.2444	5.1272
18	0.9741	-4.2156	5.1597	1.0052	4.1831	5.1486
19	1.0052	-4.1832	5.1487	0.9741	4.2148	5.1595
20	1.0264	-4.2438	5.1274	0.9532	4.4013	5.1212
21	0.0	-0.8219	2.7839	0.0	-2.9446	0.4661
22	0.0305	-0.6851	2.8213	-0.0305	-3.2029	0.4287
23	-0.0000	-0.2258	2.6748	0.0000	-3.1862	0.5157
24	-0.0305	-0.6851	2.8213	0.0305	-3.2030	0.4287
25	0.0	-0.8219	2.7839	0.0	-2.9445	0.4661
26	0.0	2.9505	-1.6602	0.0	7.9905	5.0727
27	0.0080	3.3710	-2.2305	-0.0080	9.4240	5.6430
28	-0.0000	3.4385	-2.4178	0.0000	9.5646	5.8303
29	-0.0080	3.3712	-2.2307	0.0080	9.4245	5.6432
30	0.0	2.9504	-1.6600	0.0	7.9900	5.0725
31	0.0	-8.0341	6.3575	0.0	-6.8184	-2.7825
32	-0.0393	-9.6350	7.4877	0.0393	-8.8894	-3.9122
33	-0.0000	-10.1976	7.8929	0.0000	-9.6449	-4.3179
34	0.0392	-9.6355	7.4876	-0.0392	-8.8902	-3.9126
35	0.0	-8.0335	6.3571	0.0	-6.8175	-2.7821
36	0.0	6.6733	-0.2080	0.0	0.0762	3.9455

37	0.0385	8.8628	-0.9578	-0.0385	0.3109	4.6913
38	-0.0001	9.6140	-1.1942	0.0001	0.3403	4.9317
39	-0.0387	8.8635	-0.9541	0.0387	0.3113	4.6916
40	0.0	6.6727	-0.2079	0.0	0.0765	3.9454

ACOES NAS SECCOES EXTREMAS DOS ELEMENTOS CURVOS

ELEMENTO	AMS1	AMS2	AMS3	AMS4	AMS5	AMS6
1	-0.8223	-5.4277	5.4938	-0.5151	1.3830	-4.8262
2	-0.1698	-1.4135	2.0050	-0.1129	0.0952	-1.3374
3	-0.1129	-0.0951	-1.3374	-0.1698	1.4135	2.0050
4	-0.5151	-1.3830	-4.8264	-0.8223	5.4277	5.4940
5	0.0059	-0.3239	1.1941	0.0855	-0.1089	0.7645
6	0.0826	0.1314	1.0372	0.1262	-0.2438	0.9213
7	0.1262	0.2438	0.9213	0.0826	-0.1313	1.0373
8	0.0855	0.1088	0.7647	0.0060	0.3236	1.1939
9	-0.0438	-1.3224	1.6981	-0.1267	1.4896	1.8068
10	-0.0841	-1.4423	1.7269	-0.1167	1.5221	1.7779
11	-0.1167	-1.5221	1.7780	-0.0841	1.4421	1.7268
12	-0.1267	-1.4894	1.8069	-0.0437	1.3220	1.6981
13	-0.1453	-3.2901	2.9906	-0.0403	1.7343	2.3160
14	0.0139	-1.8121	2.5501	-0.0156	2.2878	2.7562
15	-0.0157	-2.2877	2.7560	0.0138	1.8128	2.5503
16	-0.0403	-1.7349	2.3165	-0.1451	3.2883	2.9900
17	0.0759	-4.5044	5.1814	0.1786	4.3531	5.1272
18	0.1330	-4.3246	5.1597	0.1698	4.2988	5.1486
19	0.1698	-4.2989	5.1487	0.1332	4.3239	5.1595
20	0.1787	-4.3625	5.1274	0.0762	4.5027	5.1812

REACOES DE APOIO

NO	RA X	RA Y	RA Z
1	0.0	-5.4277	7.1188
2	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	0.0
5	5.4278	0.0	7.1190
6	0.0	-0.3239	0.0
7	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	0.0
9	0.0	0.0	0.0
10	0.3236	0.0	0.0

11	0.0	-1.3224	5.1919
12	0.0	0.0	7.0274
13	0.0	0.0	7.0496
14	0.0	0.0	7.0274
15	1.3220	0.0	5.1918
16	0.0	-3.2901	0.0
17	0.0	0.0	0.0
18	0.0	0.0	0.0
19	0.0	0.0	0.0
20	3.2883	0.0	0.0
21	0.0	-4.5044	7.0501

22	0.0	0.0	12.1556
23	0.0	0.0	12.1661
24	0.0	0.0	12.1556
25	4.5026	0.0	7.0449

TEMP0 = 57.91 seg

 E S T R U T U R A N O . 3

TESE-EXEMPLO DE APLICACAO-
 PASSARELA COM REVERSAO DE CONCAVIDADE
 UNIDADES*TONELADA-FORCA E METRO*

CARACTERISTICAS GEOMETRICAS E MODULOS DE ELASTICIDADE DA ESTRUTURA

M	N	NJ	NR	NRJ	E	G
2	3	3	6	3	2100000.	875000.

COORDENADAS DOS NOS.

NO	X	Y
1	0.0	14.14
2	7.07	7.07
3	14.14	0.0

PROPIEDADES DOS ELEMENTOS

ELEMENTO	JJ	JK	IX	IY	L	CY	CY
1	1	2	1.715500	0.385900	10.000	0.707	-0.707
2	2	3	1.715500	0.385900	10.000	0.707	-0.707

LISTA DE LIGACOES

NO	LIGACAO X	LIGACAO Y	LIGACAO Z
1	1	0	1
2	0	1	1
3	1	0	1

CARREGAMENTO NO. 1
=====

NO. DE NOS CARREGADOS NNOC= 0

NO. DE ELEMENTOS RETOS CARREGADOS NREC= 0

NO. DE ELEMENTOS CURVOS CARREGADOS NCC= 2

DESLOCAMENTOS DOS NÓS

NO	DESL X	DESL Y	DESL Z
1	0.0	0.000071	0.0
2	-0.000000	0.0	0.0
3	0.0	-0.000071	0.0

AÇÕES NAS EXTREMIDADES DOS ELEMENTOS

ELEMENTO	AML1	AML2	AML3	AML4	AML5	AML6
1	4.1771	4.1771	5.8062	18.5844	21.0640	10.8545
2	-18.5845	-21.0639	10.8544	-4.1770	-4.1770	5.8062

AÇÕES NAS SECCOES EXTREMAS DOS ELEMENTOS CURVOS

ELEMENTO	AMS1	AMS2	AMS3	AMS4	AMS5	AMS6
1	5.9073	-0.0000	5.8062	-1.7533	28.0356	10.8545
2	-1.7533	28.0356	10.8544	5.9071	0.0000	5.8062

REAÇÕES DE APOIO

NO	RA X	RA Y	RA Z
1	5.9073	0.0	5.8062
2	0.0	0.0001	21.7089
3	-5.9071	0.0	5.8062

TEMPO = 17,19 seg

 E S T R U T U R A N O . 4

TESE-EXEMPLO DE APLICACAO-
 ANEL CIRCULAR
 UNIDADES*TONELADA-FORCA E METRO*

M	N	NJ	NR	NRJ	E	G
9	16	8	8	8	2100000.	875000.

COORDENADAS DOS NOS

NO	X	Y
1	0.0	0.0
2	1.46	3.54
3	5.00	5.00
4	8.54	3.54
5	10.00	0.0
6	8.54	-3.54
7	5.00	-5.00
8	1.46	-3.54

PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS

ELEMENTO	JJ	JK	IX	IY	L	CX	CY
1	1	2	0.000300	0.001250	3.827	0.383	0.924
2	2	3	0.000300	0.001250	3.827	0.924	0.383
3	3	4	0.000300	0.001250	3.827	0.924	-0.383
4	4	5	0.000300	0.001250	3.827	0.383	-0.924
5	5	6	0.000300	0.001250	3.827	-0.383	-0.924
6	6	7	0.000300	0.001250	3.827	-0.924	-0.383
7	7	8	0.000300	0.001250	3.827	-0.924	0.383
8	1	8	0.000300	0.001250	3.827	0.383	-0.924

38 -0.040446 3.512581
 39 -0.000008 3.534286

LISTA DE LIGACOES

NO	LIGACAO X	LIGACAO Y	LIGACAO Z
1	0	0	1
2	0	0	1
3	0	0	1
4	0	0	1
5	0	0	1
6	0	0	1
7	0	0	1
8	0	0	1

CARREGAMENTO NO. 1

NO. DE NOS CARREGADOS NNOC= 0

NO. DE ELEMENTOS RETOS CARREGADOS NREC= 0

NO. DE ELEMENTOS CURVOS CARREGADOS NCUC= 8

DADOS DO CARREGAMENTO DOS ELEMENTOS

ELEMENTO 1

DESLOCAMENTOS DOS NOS

NO	DESL X	DESL Y	DESL Z
1	-0.000000	-0.025717	0.0
2	-0.018190	-0.018189	0.0
3	-0.025717	0.000001	0.0
4	-0.018188	0.018189	0.0
5	0.000001	0.025718	0.0
6	0.018189	0.018188	0.0
7	0.025718	-0.000002	0.0
8	0.018191	-0.018189	0.0

ACOES NAS EXTREMIDADES DOS ELEMENTOS

ELEMENTO	AML1	AML2	AML3	AML4	AML5	AML6
1	10.7099	-25.8559	19.6353	10.7087	25.8542	19.6343
2	10.7089	-25.8541	19.6347	10.7098	25.8549	19.6350
3	10.7098	-25.8549	19.6350	10.7089	25.8546	19.6347
4	10.7090	-25.8545	19.6349	10.7097	25.8546	19.6348
5	10.7097	-25.8546	19.6349	10.7090	25.8545	19.6347
6	10.7089	-25.8545	19.6347	10.7098	25.8552	19.6349
7	10.7101	-25.8551	19.6354	10.7086	25.8533	19.6343
8	-10.7104	-25.8557	19.6360	-10.7083	25.8534	19.6347

ACOES NAS SECCOES EXTREMAS DOS ELEMENTOS CURVOS

ELEMENTO	AMS1	AMS2	AMS3	AMS4	AMS5	AMS6
1	0.0002	-27.9842	19.6353	-0.0003	27.9842	19.6343
2	-0.0002	-27.9842	19.6347	0.0004	27.9852	19.6350
3	0.0004	-27.9852	19.6350	-0.0003	27.9846	19.6347
4	-0.0002	-27.9846	19.6349	0.0004	27.9850	19.6348
5	0.0004	-27.9850	19.6349	-0.0002	27.9846	19.6347
6	-0.0003	-27.9846	19.6347	0.0002	27.9856	19.6349
7	0.0006	-27.9856	19.6354	-0.0001	27.9833	19.6343
8	0.0005	27.9862	19.6360	-0.0003	-27.9833	19.6347

REACOES DE APOIO

NO	RA X	RA Y	RA Z
1	0.0	0.0	39.2713
2	0.0	0.0	39.2691

3	0.0	0.0	39.2700
4	0.0	0.0	39.2696
5	0.0	0.0	39.2697
6	0.0	0.0	39.2695
7	0.0	0.0	39.2703
8	0.0	0.0	39.2680

TEMPO = 48.40 seg

BIBLIOGRAFIA

1. GERE, J.M. and WEAVER, W.Jr. - "Analysis of Framed Structures", D. Van Nostrand Company Inc., Princeton, 1965.
2. WEAVER, W. Jr. - "Computer Programs for Structural Analysis", D. Van Nostrand Company Inc., Princeton, 1967.
3. PRZEMIENIECKI, J.S. - "Theory of Matrix Structural Analysis", McGraw Hill, Inc., New York, 1968.
4. CARNEIRO, F.L.L.B. - "Matrizes de Flexibilidade e de Rigidez dos Elementos", COPPE, Rio de Janeiro, Março de 1971.
5. VASCONCELOS, A.F. - Publicação nº 3.69, COPPE, Rio de Janeiro, Agosto de 1969.
6. IBM Corporation - Manuais do OS/360.
7. PACITTI, T. - "FORTRAN-MONITOR, Princípios", Ao Livro Técnico S. A., Rio de Janeiro, 1968.
8. HIRSCHFELD, K. - "Baustatik, Theorie und Beispiele", Springer-Verlag, Berlin, 1969.
9. WILLEMS and LUCAS - "Matrix Analysis for Structural Engineers", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1968.